

FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL  
LABORATOIRE DES MATERIAUX &  
HYDROLOGIE

## **THESE DE DOCTORAT 3<sup>em</sup> CYCLE LMD**

Spécialité : **Génie Civil**

Option : **Structures & Matériaux**

Présentée par : **ZEMRI AMINE**

**Sujet de thèse**

**Etude comparative entre la théorie locale et non locale  
d'élasticité: Application aux structures homogènes**

**Soutenu le 29 Octobre 2015 devant le Jury composé de :**

|                       |            |                  |                           |
|-----------------------|------------|------------------|---------------------------|
| <b>EA. ADDA BEDIA</b> | <b>Pr</b>  | <b>UDL – SBA</b> | <b>Président</b>          |
| <b>A. TOUNSI</b>      | <b>Pr</b>  | <b>UDL – SBA</b> | <b>Directeur de thèse</b> |
| <b>M. BOUREMANA</b>   | <b>MCA</b> | <b>UDL – SBA</b> | <b>Examineur</b>          |
| <b>A. FEKRAR</b>      | <b>MCA</b> | <b>UDL – SBA</b> | <b>Examineur</b>          |
| <b>R. YEGHNEM</b>     | <b>MCA</b> | <b>U- SAIDA</b>  | <b>Examineur</b>          |
| <b>M. ZIDOUR</b>      | <b>MCA</b> | <b>U- TIARET</b> | <b>Examineur</b>          |

**Année Universitaire 2015 / 2016**

## Remerciement

*Louange à dieu, maitre de l'univers pour toutes ses bontés pour la science qu'il nous a enseigné, pour la fois qu'il sème dans nos cœurs et pour sa miséricorde.*

*Paix et salut à notre premier éducateur le prophète 'Mohamed' pour la simplicité et la bonté de ces paroles.*

*Avant d'entamer ma présente thèse, je tiens à adresser mes remerciements à :*

*Monsieur A.Tounsi professeur à l'université Djillali liabes département Génie civil pour bien avoir voulu m'encadrer, pour son aide, sa compétence et ses renseignements précieux qu'il nous a fourni qu'il en soit remercié.*

*Monsieur E.Adda Bedia professeur à l'université Djillali liabes département Génie civil et directeur de « Laboratoire de Matériaux et Hydrologie » pour sa générosité, ses conseils d'un père à son fils et son accueil chaleureux au sein de son laboratoire, sans oublier l'honneur qui m'a été fait de l'avoir comme président de jury.*

*Aux membres du jury présent : Dr M. Bouremana, Dr A.E.K. Fekrar, Dr R. Yeghnem et Dr M. Zidour pour bien vouloir examiner mon travail.*

*Enfin, toute personne qui a contribué de près ou de loin à la réalisation de notre projet, trouve ici l'expression de nos sincères sentiments.*

## المخلص

في إطار هذا العمل، قدمنا النظرية اللاموضعية للقص بالنسبة للعوارض النانوية ذات الخصائص المتغيرة تدريجياً وهذا لدراسة الانحناء البسيط، فقدان التوازن بالالتواء و الاهتزاز الحر باستعمال العلاقات التفاضلية لإرينغن. هذه النظرية المطورة ضمن هذا العمل تأخذ بعين الإعتبار التغير ذو الرتبة الأعلى للانتقال الناتج عن القص عبر سمك العارضة النانوية ويكفي شروط انعدام الضغوط للسطحين العلوي و السفلي. إذن عامل التصحيح غير مطلوب في حالتنا هذه. من جهة أخرى، هذا النموذج اللاموضعي للعوارض النانوية يأخذ بالحسبان عامل السلم للأطوال و الذي يمثل لنا تأثير صغر السلم، و له نقاط تشابه كبيرة مع نموذج العوارض الكلاسيكي لإيلر- برنولي. الخصائص المادية للعارضة النانوية ذات الخصائص المتغيرة تدريجياً تأخذ سمك العارضة كاتجاه للتغير. معادلات الحركة اشتقت باستعمال مبدأ هاميلتون. الحلول المقترحة قدمت اعتماداً على العوارض النانوية ذات الارتكاز البسيط، قمنا بمقارنة هذه النتائج مع تلك الموجودة بواسطة النظرية اللاموضعية لتيموشنكو.

**كلمات مفتاحية:** العوارض النانوية ; نظرية المرونة اللاموضعية ; الانحناء ; فقدان التوازن بالالتواء ; الاهتزاز الحر ; المواد ذات الخصائص المتغيرة تدريجياً.

## Résumé

Dans ce travail, on présente la théorie nonlocale de cisaillement des nano-poutres fonctionnellement graduées, pour la flexion, le flambement et la vibration libre en utilisant les relations constitutives différentielles d'Eringen. Cette théorie développée dans ce travail prend en compte la variation d'ordre élevé de la déformation dû au cisaillement à travers l'épaisseur du nano-poutre, et satisfait les conditions de contrainte nulle aux surfaces supérieur et inférieur. Le facteur de correction n'est donc pas nécessaire. En outre, ce modèle de nano-poutre nonlocale intègre le paramètre d'échelle de longueur qui peut traduire l'effet de petite échelle et il a de fortes similitudes avec le modèle de poutre d'Euler-Bernoulli dans certains aspects tels que les équations du mouvement, les conditions aux limites et l'expression des contraintes résultantes. Les propriétés matérielles de la poutre nano-FGM sont considérées variables à travers l'épaisseur. Les équations de mouvement sont dérivées à partir du principe d'Hamilton. Des solutions analytiques sont présentées pour des nano-poutre simplement appuyée, ces résultats sont comparés par ceux trouvés par la théorie non-locale de Timoshenko.

**Mots clés :** *Nano-poutre; La théorie d'élasticité non locale; Flexion; Flambement; Vibration; Matériaux à gradient fonctionnelle.*

## Abstract

This paper presents a nonlocal shear deformation beam theory for bending, buckling, and vibration of functionally graded (FG) nanobeams using the nonlocal differential constitutive relations of Eringen. The developed theory account for higher-order variation of transverse shear strain through the depth of the nanobeam, and satisfy the stress-free boundary conditions on the top and bottom surfaces of the nanobeam. A shear correction factor, therefore, is not required. In addition, this nonlocal nanobeam model incorporates the length scale parameter which can capture the small scale effect and it has strong similarities with Euler–Bernoulli beam model in some aspects such as equations of motion, boundary conditions, and stress resultant expressions. The material properties of the FG nanobeam are assumed to vary in the thickness direction. The equations of motion are derived from Hamilton’s principle. Analytical solutions are presented for a simply supported FG nanobeam, and the obtained results compare well with those predicted by the nonlocal Timoshenko beam theory.

**Keywords:** *Nanobeam; Nonlocal elasticity theory; Bending; Buckling; Vibration; Functionally graded materials*

# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| Remerciement  |           |
| الملخص  |           |
| Résumé  |           |
| Abstrat   |           |
| Liste des notation  |           |
| Liste des figures   |           |
| Liste des tableaux  |           |
| Introduction générale.....  | 1         |
| <b>Chapitre I : Généralités sur les Matériaux Fonctionnellement gradués</b>                                     |           |
| I 1. Introduction :.....  | 5         |
| I 2. Définition des Matériaux Fonctionnellement gradués :.....  | 5         |
| I 3. Historique :.....  | 8         |
| I 4. Les types des matériaux fonctionnellement gradués : .....  | 10        |
| <i>I 4. 1. Les propriétés matérielles de la poutre E-FGM : .....</i>  | <i>12</i> |
| <i>I 4. 2. Propriétés matérielles de la poutre P-FGM : .....</i>  | <i>13</i> |
| <i>I 4. 3. Propriétés matérielles de la poutre S-FGM :.....</i>   | <i>14</i> |
| I 5. Application des FGM :.....   | 15        |
| <i>I 5. 6. 1. Dans les chaussées rigides (Functionally Graded Concrete Materials for Rigid Pavements):.....</i> | <i>17</i> |
| <i>I 5. 6. 2. Les chaussées souples : .....</i>   | <i>18</i> |
| <i>I 5. 6. 3. Les grands vitrages dans les zones chaudes : .....</i>  | <i>18</i> |
| <i>I 5. 6. 4. Les tunnels (functionally graded concrete segment in tunnel):.....</i>                            | <i>19</i> |
| <i>I 5. 6. 5. Les joints dans la charpente métallique : .....</i>   | <i>19</i> |
| I 6. Fabrication des FGM : .....  | 19        |
| <i>I 6. 1. Coulage en bande (Tape Casting ou Doctor-Blade) : .....</i>  | <i>19</i> |
| <i>I 6. 2. Coulage séquentiel en barbotine (Slip Casting) : .....</i>   | <i>20</i> |
| <i>I 6. 3. Compaction sèche des Poudres : .....</i>   | <i>21</i> |
| <i>I 6. 4. Projection plasma : .....</i>  | <i>22</i> |
| <i>I 6. 5. Frittage et infiltration : .....</i>   | <i>23</i> |
| I 7. Conclusion : .....   | 23        |
| <b>Chapitre II : Généralités sur les nanotechnologies</b>   |           |
| II 1. Introduction .....  | 25        |

|  |    |
|--|----|
| II 2. Définition : .....   | 26 |
| II 3. Historique .....   | 29 |
| II 4. Effet de taille : du micro au nano.....  | 33 |
| II 5. Exemple d'un matériau nanométrique : Les nanotubes de carbone .....              | 35 |
| II 5. 1. Introduction : .....  | 35 |
| II 5. 2. Les formes de carbone connues sur terre .....                                 | 35 |
| II 5. 2. 1. Graphite : .....   | 35 |
| II 5. 2. 2. Diamant .....  | 37 |
| II 5. 2. 3. Graphène : .....   | 37 |
| II 5. 2. 4. Fullerène .....  | 38 |
| II 5. 3. Structure des nanotubes de carbone .....                                      | 40 |
| II 5. 4. Types des nanotubes de carbone : .....  | 42 |
| II 5. 4. 1. Nanotubes de carbone monofeuillet (SWNT, single-walled nanotubes) : .....  | 42 |
| II 5. 4. 2. Nanotubes de carbone double-feuillets (DWNT, double-walled nanotubes). ... | 44 |
| II 5. 4. 3. Nanotubes de carbone multi-feuillet (MWNT, multi-walled nanotubes) .....   | 44 |
| II 5. 5. Méthodes de synthèse .....  | 45 |
| II 5. 5. 1. Arc électrique .....   | 45 |
| II 5. 5. 2 Ablation laser .....  | 47 |
| II 5. 5. 3. Dépôt catalytique chimique phase vapeur (CCVD) [Flahaut, E. et al. 2003].. | 47 |
| II 5. 5. 4 Synthèse de nanotubes de carbone double paroi .....                         | 49 |
| II 5. 6. Propriétés physique des nanotubes de carbone .....                            | 50 |
| II 5. 6. 1. Propriétés mécaniques .....  | 50 |
| II 5. 6. 2 Propriétés thermiques .....   | 51 |
| II 5. 6. 3 Propriétés électriques .....  | 51 |
| II 5. 6. 4 Propriétés chimiques .....  | 52 |
| II 5. 6. 5 Propriétés optiques.....  | 53 |
| II 6. Application des nanotechnologies .....   | 53 |
| II 6. 1. Domain des composites.....  | 54 |
| II 6. 2. Domaine de l'énergie.....   | 55 |
| II 6. 3. Aéronautique .....  | 56 |
| II 6. 4. Biologie .....  | 56 |
| II 6. 5. Industries automobile: .....  | 57 |
| II 6. 6. Industries de l'électronique et des communications : .....                    | 57 |

|   |    |
|---|----|
| <i>II 6. 7. Industries chimiques et des matériaux :</i> ..... | 57 |
| <i>II 6. 8. Secteur manufacturier :</i> .....                 | 57 |
| <i>II 6. 9. Environnement :</i> .....                         | 58 |
| Conclusion.....   | 58 |

### **Chapitre III : Généralités sur les théories des poutres**

|   |    |
|---|----|
| III 1. Introduction :   | 60 |
| III 2. La modélisation des poutres .....  | 60 |
| III 3. Résolution des problèmes d'élasticité .....  | 61 |
| <i>III 3. 1. Approche en déplacement</i> .....  | 61 |
| <i>III 3. 2. Approche en contraintes</i> .....  | 62 |
| <i>III 3. 3. Choix d'une méthode de résolution</i> .....  | 63 |
| III 4. Théories des poutres selon la prise en compte du cisaillement :                          | 63 |
| <i>III 4. 1. La théorie classique des poutres (Euler-Bernoulli):</i> .....                      | 63 |
| <i>III 4. 2. La théorie de déformation en cisaillement de premier ordre(Timoshenko) :</i> ..... | 65 |
| <i>III 4. 3. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT) :</i> .....         | 67 |
| III 5. Théories des poutres selon la prise en compte de l'effet d'échelle :                     | 70 |
| <i>III 5. 1. La théorie locale d'élasticité :</i> .....   | 70 |
| <i>III 5. 2. La théorie non locale d'élasticité :</i> .....                                     | 71 |
| III-5 Conclusion :  | 72 |

### **Chapitre IV : Formulation mathématique**

|  |    |
|--|----|
| IV 1. Formulation théorique :  | 74 |
| IV 2. Les matériaux fonctionnellement gradués .....                      | 74 |
| IV 3. Les hypothèses de base .....                                       | 75 |
| IV 4. La cinématique :   | 76 |
| IV 5. Les relations constitutives :                                      | 77 |
| IV 6. Equations de mouvement :   | 78 |
| IV 7. La solution analytique pour la poutre nano-FGM simplement appuyé : | 80 |

### **Chapitre V : Résultats et discussions**

|   |    |
|---|----|
| V 1. Caractéristiques des matériaux ..... | 83 |
|---|----|



|                                   |           |
|-----------------------------------|-----------|
| V 2. Comparaison des études ..... | 83        |
| V 3. Etude paramétrique.....      | 87        |
| <b>Conclusion générale</b> .....  | <b>95</b> |
| <b>Référnces bibliographiques</b> |           |

## Liste des notations

|           |  |
|-----------|--|
| FGM       | Functionally graded material (matériau fonctionnellement gradué) |
| E-FGM     | FGM avec fonction exponentielle                                  |
| P-FGM     | FGM avec fonction polynomiale                                    |
| S-FGM     | FGM avec fonction sigmoïde                                       |
| $E(z)$    | module de Young effective  |
| $h$       | hauteur de la poutre   |
| $V(z)$    | fraction volumique de la matière constituant                     |
| $k$       | paramètre matériel   |
| $E_1$     | module de Young du 1er matériau (fibre inférieur)                |
| $E_2$     | module de Young du 2eme matériau (la fibre supérieur)            |
| $V_1$     | fraction volumique du 1er matériau                               |
| $V_2$     | fraction volumique du 2eme matériau                              |
| $R_T$     | le rayon de la Terre   |
| $R_B$     | le rayon d'un ballon de football                                 |
| $R_f$     | le rayon d'un fullerène  |
| $d$       | diamètre du nanotube   |
| $a$       | longueur de la liaison C=C                                       |
| $S$       | surface plane de la poutre                                       |
| $G$       | centre de gravité de la poutre                                   |
| $u(x, z)$ | déplacement dans la direction des "x"                            |
| $u_0(x)$  | déplacement de la line moyenne dans la direction des "x"         |
| $w(x)$    | déplacement dans la direction des "z"                            |

|               |  |
|---------------|--|
| $w_0(x)$      | déplacement de la ligne moyenne dans la direction des "z"                                |
| $\gamma_{xz}$ | distorsion dans le plan xz   |
| $\tau_{xz}$   | contrainte de cisaillement dans le plan xz   |
| $\varphi_y$   | rotation du au cisaillement  |
| $\psi(z)$     | fonction de gauchissement  |
| $b$           | largueur de la poutre  |
| $L$           | longueur de la poutre  |
| $q(x)$        | chargement transversal   |
| $N_0$         | charge axiale  |
| $P(z)$        | propriété matérielle de la poutre  |
| $P_t$         | propriétés matérielles correspondantes aux surfaces supérieures                          |
| $P_b$         | propriétés matérielles correspondantes aux surfaces inférieures                          |
| $w_b$         | la flèche : composante de flexion  |
| $w_s$         | la flèche : composante de cisaillement   |
| $\sigma_z$    | contrainte normale dans la direction des "z"   |
| $u_b$         | déplacement axial du à la flexion  |
| $u_s$         | déplacement axial du au cisaillement   |
| $\varepsilon$ | déformation axiale   |
| $E$           | module de Young  |
| $\mu$         | paramètre non local  |
| $e_0$         | constante appropriée pour chaque matériau  |
| $a$           | rapport entre la longueur caractéristique interne et celle des caractéristiques externes |
| $N$           | effort normal interne  |
| $M_b$         | moment de flexion résultant  |

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $M_s$                 | moment de flexion du au cisaillement                        |
| $I_0, I_2$            | inertie massique  |
| $\rho$                | masse volumique   |
| A, B, D, E, F, H      | composantes de la rigidité                                  |
| $U_n, W_{bn}, W_{sn}$ | paramétrés arbitraires constituant le champs de déplacement |
| $\omega$              | fréquence propre  |
| $Q_n$                 | coefficients de Fourier associés à la charge                |

## Liste des figures

|            |   |      |
|------------|---|------|
| Fig. I 1.  | Une vue de la microstructure des FGM.   | p 6  |
| Fig. I 2.  | Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels [Koizumi 1996]  | p 6  |
| Fig. I 3.  | Différences structurelle entre les matériaux FGM et les composites traditionnels : Matériau plan composé (a), Matériau relié (b), Matériau à gradient de propriété (c) [Yoshihisa 2004].  | p 7  |
| Fig. I 4.  | Modèle d'un FGM (b), en comparant avec un composite classique(a).<br>A gauche : une poutre composite (multicouche), à droite : une poutre FGM   | p 8  |
| Fig. I 5.  | Une vue microscopique d'une section transversale de l'os.   | p 8  |
| Fig. I 6.  | Une coupe transversale dans une tige de bambou.   | p 9  |
| Fig. I 7.  | La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre E-FGM  | p 13 |
| Fig. I 8.  | La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre P-FGM.   | p 14 |
| Fig. I 9.  | La variation du module de Young d'une poutre S-FGM.   | p 15 |
| Fig. I 10. | La variation de la fraction volumique des fibres dans la chaussée rigides.  | p 18 |
| Fig. I 11. | La variation de la fraction volumique des constituants entre la couche : la couche de la Grave Bitume et la couche de roulement.  | p 18 |
| Fig. I 12. | Principe de la méthode de coulage en bande.   | p 20 |
| Fig. I 13. | Principe de la méthode coulage séquentiel en barbotine.   | p 21 |
| Fig. I 14. | Principe de la méthode projection plasma.   | p 22 |
| Fig. II 1. | Les frontières du nano-monde  | p 26 |
| Fig. II 2. | Le principe du microscope à effet tunnel  | p 30 |
| Fig. II 3. | Positionnement de 35 atomes de Xenon, un par un, sur une surface de nickel pour reproduire le logo d'IBM. Reproduit de la ref. 2: Nature 1990, 344, 524–526 (Étudier et manipuler les nanostructures à l'échelle atomique et moléculaire) | p 30 |
| Fig. II 4. | Le principe du microscope à force atomique  | p 31 |
| Fig. II 5. | L'historique de la nanotechnologie  | p 32 |
| Fig. II 6. | La structure du graphite  | p 36 |

|             |   |      |
|-------------|---|------|
| Fig. II 7.  | La structure de diamant   | p 37 |
| Fig. II 8.  | Le graphène, modèle de base des autres matériaux du carbone : a) mis en boule en fullerènes, b) enroulé en nanotubes ou c) empilé en graphite   | p 38 |
| Fig. II 9.  | La structure d'un fullerène   | p 39 |
| Fig. II 10. | Trois structures différentes de SWNT qui sont des exemples de (a) un nanotube de type zigzag, (b) un nanotube de type fauteuil, (c) un nanotube hélicoïdale   | p 40 |
| Fig. II 11. | La façon de faire un nanotube de carbone à paroi simple, à partir d'une feuille de graphène   | p 41 |
| Fig. II 11. | Les trois types des nanotubes de carbone: armchair, zigzag et chiral [Lakhdar Boumia et al. 2014].  | p 42 |
| Fig. II 12. | Images microscopie d'une corde de SWNT. (a) vue longitudinale. Un SWNT unique isolée apparaît également en haut de l'image. (b) vue transversale [M. Monthieux et al. 2001].                                      | p 43 |
| Fig. II 13. | Image de microscopie électronique en transmission à haute résolution (vue longitudinale) d'un nanotube de carbone multi-paroi concentrique (c-MWNT) préparé en utilisant un arc électrique [Bharat Bhushan 2010]. | p 44 |
| Fig. II 14. | Le principe de la méthode de l'arc électrique   | p 46 |
| Fig. II 15. | Résultat de synthèse des nanotubes de carbone avec l'existence des impuretés  | p 46 |
| Fig. II 16. | Schéma de principe de la méthode CCVD   | p 48 |
| Fig. II 17. | a) Photographie pour le dispositif utilisé pour la synthèse des nanotubes de carbone par CCVD, b) armoire blindée contenant les bouteilles de gaz, c) nacelle en quartz, d) et détecteur de méthane               | p 49 |
| Fig. II 18. | Représentation graphique du comportement électrique d'un NTC en fonction de sa structure  | p 52 |
| Fig. III 1. | La cinématique de la théorie classique des poutres.   | p 64 |
| Fig. III 2. | Schéma de principe de la théorie des poutres de Timoshenko (FSDT).  | p 66 |
| Fig. III 3. | La distribution (constante) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie de Timoshenko.  | p 67 |
| Fig. III 4. | Illustration de la cinématique de la poutre d'ordre élevé.  | p 68 |

|             |   |      |
|-------------|---|------|
| Fig. III 5. | La distribution (variable) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé. | p 69 |
| Fig, V 1    | Schéma général de la poutre fonctionnement graduée  | p 74 |
| Fig, V 2    | L'effet du rapport longueur/épaisseur sur la flèche non-dimensionnelle w pour une charge uniforme               | p 88 |
| Fig. V 3.   | L'effet du rapport longueur/épaisseur sur la charge critique du flambement                                      | p 89 |
| Fig. V 4.   | L'effet du rapport longueur/épaisseur sur la fréquence fondamentale non-locale                                  | p 90 |
| Fig. V 5:   | L'effet du paramètre non-local sur la flèche non-dimensionnelle   | p 90 |
| Fig. V 6.   | L'effet du paramètre non-local sur la charge critique du flambement   | p 91 |
| Fig. V 7.   | L'effet du paramètre non-local sur la fréquence fondamentale non-dimensionnelle                                 | p 91 |
| Fig. V 8.   | L'effet de l'indice de matériel sur la flèche non-dimensionnelle  | p 92 |
| Fig. V 9.   | L'effet de l'indice de matériel sur la charge critique du flambement non-dimensionnelle                         | p 92 |
| Fig. V 10.  | L'effet de l'indice de matériel sur la fréquence fondamentale non-dimensionnelle                                | p 93 |

### **Liste des tableaux**

|              |  |      |
|--------------|--|------|
| Tableau I.1: | Comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal.                            | p 11 |
| Tableau V 1: | flèches non-dimensionnelle de la poutre nano-FGM pour une charge uniformément réparties. | p 85 |
| Tableau V 2: | la charge critique du flambement non-dimensionnelle de la poutre nano-FGM.               | p 86 |
| Tableau V 3: | la fréquence fondamentale non-dimensionnelle de la poutre nano-FGM.                      | p 87 |

# Introduction générale



## Introduction générale

La nanotechnologie concerne principalement la fabrication des matériaux à gradient fonctionnel et les structures à une échelle nanométrique, qui permet de créer une nouvelle génération de matériaux aux propriétés révolutionnaires et des dispositifs avec des fonctionnalités améliorées. Parmi ces structures c'est les nano-poutres qui sont utilisées largement dans différents systèmes et dispositifs, comme les nano-fils, les nano-sondes, les microscopes à force atomique et les nano-capteurs. La compréhension du comportement mécanique des nano-poutres est essentielle pour le développement de telle structure, vu ces applications potentielles dans l'engineering. Par conséquent, les effets d'échelle sont importants dans le comportement mécanique de ces structures dans lesquelles les dimensions sont faibles et comparables aux dimensions des molécules. Cet effet peut être capturé en utilisant des théories comme la théorie de gradient de déformation [Nix et Gao, 1980], la théorie des moments modifiée [Ma et al., 2008] et la théorie d'élasticité non-locales [Eringen, 1972, 1983].

Contrairement aux théories classiques, les théories non-locales contiennent un paramètre de longueur interne de matériau qui peut représenter la dépendance de l'effet d'échelle. Un exposé de divers modèles non locaux peut être trouvé dans Bazant et Jirasek [Bazant et Jirasek, 2002].

La théorie de l'élasticité non locale d'Eringen [Eringen, 1972, 1983] a été développée par plusieurs auteurs comme une réponse à l'incapacité de l'élasticité locale pour gérer les problèmes élastiques avec singularités géométriques pointues (par exemple, une fissure-pointue). Le modèle d'Eringen a été appliqué au nano et micro-poutre d'Euler–Bernoulli par [Peddieson et al., 2003], [Sudak 2003] et [Amara et al. 2010] pour l'étude de flambement des barres en nanotube et utilisée par Pisano et al. [Pisano et Fuschi, 2003] pour l'étude de la traction des barres élastiques. Reddy [Reddy 2007] a reformulé différentes théories non-locales des poutres incluant les modèles d'Euler–Bernoulli, Timoshenko, Reddy [1984] et Levinson [1981] pour étudier la flexion statique, le flambement et la vibration libre. Adda Bedia et al. [Adda Bedia et al., 2015] ont étudié le flambement thermique des poutres en carbone nanotube en parois simples en forme de fauteuil incorporé dans une fondation élastique en proposant une nouvelle théorie de déformation de cisaillement de premier ordre.

Une nouvelle classe des matériaux composites qui s'appelle « les matériaux fonctionnellement gradués » a une grande importance pratique par ces vastes applications dans différents secteurs industriels [Ait Yahia et al., 2015; Attia et al., 2015; Khalfi et al., 2014; Bachir Bouiadjra et al., 2013; Bessaim et al., 2013; Fekrar et al., 2014].

Vue le développement rapide de la technologie, les poutres et les plaques fonctionnellement graduées sont déjà utilisées dans un large domaine comme les systèmes micro/nano-électromécanique (MEMS/NEMS) [Fu et al., 2003; Witvrouw et Mehta, 2005; Lü et al., 2009], les dispositifs MEMS électriquement actionnés [Hasanyan et al., 2008; Mohammadi-Alasti et al., 2011; Zhang et Fu, 2012] et les microscopes à force atomique (AFMs) [Rahaeifard et al., 2009]. Puisque les dimensions de ces dispositifs ou au moins une de ces dimensions sont autour de micro ou nanomètre, les propriétés mécaniques tel que le module de Young, la rigidité flexionnelle,...etc. sont influencées par l'effet d'échelle.

Jusqu'ici, on trouve peu de travaux qui traitent les poutres nano-FGM basées sur la théorie non-locale. Pisano et al. [Pisano et al. 2009ab] ont exploité la méthode des éléments finis non local pour analyser les problèmes 2D élastiques non locaux homogènes et non homogènes. Janghorban et Zare [Janghorban et Zare 2011] ont étudié la vibration axiale non locale des poutres nano-FGM en utilisant la méthode de quadrature différentielle. Eltaher et al. [Eltaher et al. 2012] ont étudié la vibration libre des poutres nano-FGM en utilisant la théorie non locale d'Euler Bernoulli. Belkorissat et al. [Belkorissat et al. 2015] ont étudié la flexion des plaques nano-FGM en utilisant une nouvelle théorie non locale raffinée à quatre variables. Récemment, Larbi Chaht et al. [Larbi Chaht et al. 2015] ont étudié la flexion statique et le flambement des nano poutres en utilisant une théorie sinusoïdale non locale.

Par conséquent, sur la base de ce qui a été écrit ci-dessus, on peut voir qu'une littérature très limitée est disponible pour les structures en FG à échelle micro ou nano. Cela nous donne un encouragement pour comprendre le comportement mécanique des poutres nano-FGM dans la conception des nano-dispositifs. Le but de ce travail est de proposer une théorie non locale raffinée de poutre pour la flexion, le flambement et la vibration de poutres nano-FGM. Cette théorie est basée sur l'hypothèse que les déplacements de la membrane ainsi que les déplacements transversaux sont constitués de composantes de flexion et de cisaillement, dans lequel les composantes de la flexion ne contribuent pas au cisaillement et, de même, les composantes de cisaillement ne contribuent pas à l'égard des moments de flexion. En outre,

l'effet d'échelle est pris en compte en utilisant les relations constitutives non locales d'Eringen. La chose la plus intéressante de cette théorie est qu'elle représente une variation quadratique des déformations de cisaillement transversales à travers l'épaisseur, et satisfait les conditions aux limites de nullité de traction sur les surfaces supérieure et inférieure de la poutre sans utiliser les facteurs de correction de cisaillement. En outre, elle a de fortes similitudes avec la théorie classique des poutres dans certains aspects tels que les équations du mouvement, les conditions aux limites et l'expression résultante des contraintes. Les propriétés du matériau fonctionnellement gradué sont supposées variées dans la direction de l'épaisseur. Sur la base de relations constitutives non locales d'Eringen, les équations du mouvement des poutres nano-FGM sont calculées en utilisant le principe d'Hamilton. Pour illustrer l'exactitude de la théorie actuelle, les résultats obtenus sont comparés à ceux prédits par la théorie classique des poutres et celle de Timoshenko. Enfin, les influences de paramètre non local, l'indice de matériel, et le ratio de longueur/épaisseur de la flexion, le flambement et la vibration libre des poutres nano-FGM sont discutées.

Chapitre I :  
Généralités sur les Matériaux  
Fonctionnellement gradués

# Chapitre I : Généralités sur les Matériaux Fonctionnellement gradués

## I 1. Introduction :

Les matériaux composites disposent d'un atout important par rapport aux matériaux traditionnels, d'une part ils apportent de nombreux avantages fonctionnels comme : légèreté, résistance mécanique et thermique... ; et d'autre part ils proviennent de deux ou trois matériaux différents en profitant des caractéristiques de chacun.

Cependant, ces matériaux ont un grand défaut dans leurs comportement, notamment les concentrations des contraintes qui peuvent se produire à l'interface entre deux matériaux différents dus à la chute brutale des caractéristiques mécaniques de ces deux couches, donc dans des environnements à haute température et avec l'incohérence de ces deux couches qui n'ont pas le même coefficient de dilatation thermique, cela va créer des déformations thermiques avec des valeurs différentes dans ses deux couches [ Finot M, Suresh S, 1996].

Ceci dit, et pour éviter tous risque de décollement ou rupture de composite qui auparavant donne des changements brusques des propriétés mécaniques, les chercheurs ont inventé le concept des matériaux fonctionnellement gradué.

## I 2. Définition des Matériaux Fonctionnellement gradués :

Un matériau fonctionnellement gradué est un matériau composite qui a des propriétés mécaniques variables en suivant une fonction dans une direction donnée, en général c'est l'épaisseur de la poutre, il est fabriqué en mélangeant les particules des phases de deux matières différentes, par exemple, métal et céramique. Autrement dit, un FGM est une classe des composites qui ont une variation continue des propriétés matériels d'une surface à une autre [I. Shiota et M.Y. Miyamoto 1997], [M. Mirzababae, 2006], [T.L. Becker Jr, 2000], [Satyam S. et al., 1996].

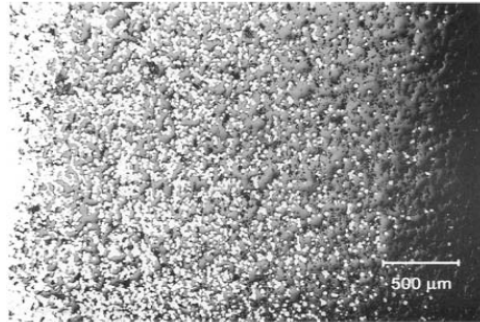


Fig. I 1. Une vue de la microstructure des FGM.

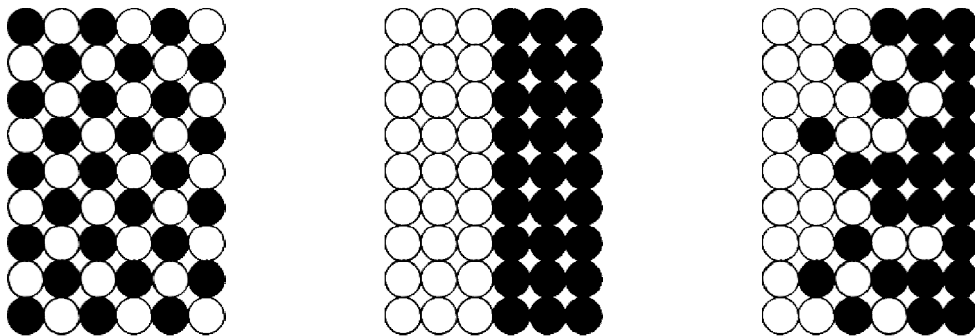
Par la suite, une poutre fonctionnellement graduée est définie comme une poutre dont les fractions volumiques de deux ou trois matériaux varient continuellement en suivant une fonction à travers l'épaisseur [William G.C, 2005].

Cependant, si l'on considère un simple assemblage de ces deux matériaux, ils présentent immédiatement une rupture due aux contraintes thermiques exercées à l'interface entre deux types de matériaux ayant des propriétés thermiques différentes. L'idéal serait de supprimer cette interface en créant une **transition continue** entre les deux faces.

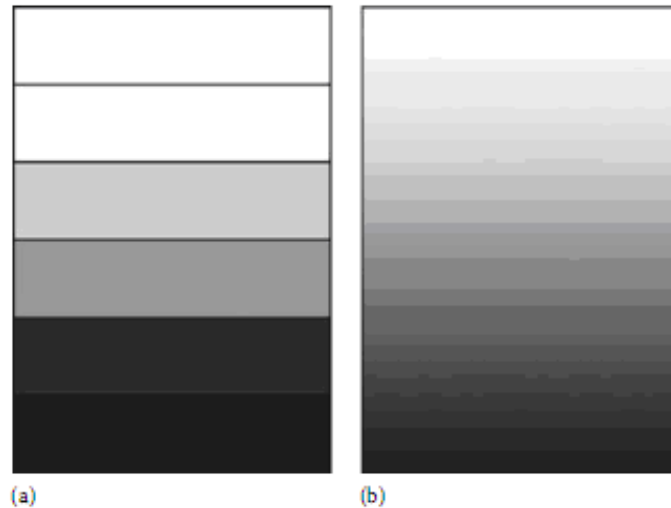
|                   |   |            |                |
|-------------------|---|------------|----------------|
| <b>Propriétés</b> | <p>1 Résistance mécanique</p> <p>2 Conductivité thermique</p>   |            |                |
| <b>Structure</b>  | <p>Eléments constitutifs:</p> <p>céramique ○</p> <p>métal ●</p> <p>microporosité ○</p> <p>fibre ◇</p> |            |                |
| <b>Matériaux</b>  | <b>exemple</b>  | <b>FGM</b> | <b>NON-FGM</b> |

Fig. I 2. Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels [Koizumi 1996]

Le concept des matériaux à gradient de propriétés (FGM) caractérisé par une propriété sans interruption changeante due à un changement continu de la composition, dans la morphologie et effectivement dans la structure cristalline, représente un saut technologique rapide à travers les différents domaines d'application potentiels, des recherches ont été établis afin de préparer des matériaux de barrière thermique performants à longue durée de vie. Leur but principal est pour l'usage d'améliorer la résistance à l'usure ou à l'oxydation, avoir un matériau blindé léger avec une haute efficacité balistique (navettes aérospatiales) et peut résister au milieu à haute température (turbomachines aéronautiques ou terrestres). Actuellement, la plupart des activités de recherches et de développements dans les applications structurales se sont concentrées principalement sur le secteur de joindre deux constituants de base, la céramique et le métal. Beaucoup d'avantages sont prévus d'employer cette classe du FGM, par exemple, la face où le contenu est élevé en céramique peut fournir haute résistance à l'usure, alors que la face opposée où le contenu est élevé en métal offre la haute dureté et la force. Ainsi, de tels matériaux seront très souhaitables pour des applications où la résistance à l'usure et la dureté élevée sont requises simultanément [Ellen M. et al., 2001], [Kyoungsoo Park et al., 2010], [Abdelkader Benachour et al., 2011].



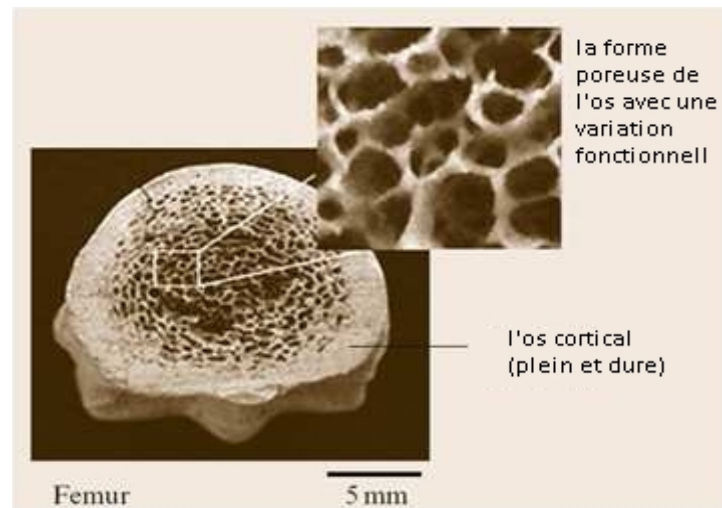
*Fig. I 3. Différences structurelle entre les matériaux FGM et les composites traditionnels : Matériau plan composé (a), Matériau relié (b), Matériau à gradient de propriété (c) [Yoshihisa 2004].*



**Fig. I 4.** Modèle d'un FGM (b), en comparant avec un composite classique(a).

### I 3. Historique :

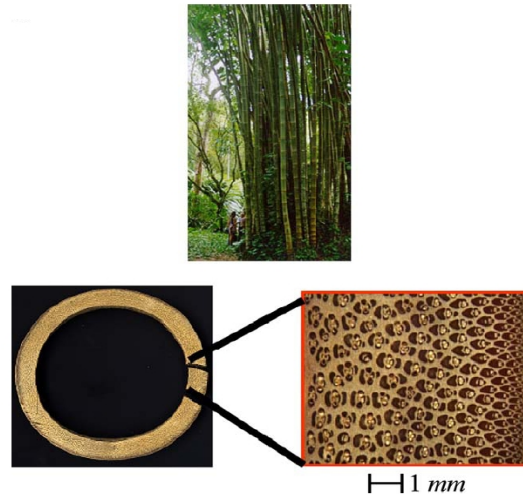
Le concept des matériaux fonctionnellement gradués est trouvé dans les natures depuis des millions d'années. On peut les trouver dans les tissus des plantes et des animaux et même dans notre corps en citant à titre d'exemple les os, les coquilles, les noix de coco et les feuilles de certaines graminées comme les bambous.



**Fig. I 5.** Une vue microscopique d'une section transversale de l'os.

Tous ces exemples, ouvrent la porte vers la biométrie qui tente d'appliquer les caractéristiques de la conception de la nature dans les sciences industrielles et médicales.





*Fig. I 6. Une coupe transversale dans une tige de bambou.*

Les poutres fonctionnellement gradué ont connu une évolution importante dans le temps. D'abord, ils ont été proposés en 1984 par deux chercheurs japonais (M. Niino et son collègue) du laboratoire national d'aérospatial du Japon dont l'un étudiait l'aéronautique et l'autre s'intéresse aux matériaux avancés. Ces deux là parlaient de leur rêve concernant un avion spatial exposé à un environnement à très haute température ( $1700^{\circ}\text{C}$ ). Ils discutaient la problématique de la résistance à de graves écarts de la température entre l'intérieur et l'extérieure et ils se confrontent à la réalité suivante: Ils n'existent pas de matériau unique supportable à une telle condition.

A partir de cette réflexion, ces deux chercheurs ont mis au point ce qu'on appelle les FGM, ils les ont considérés comme des matériaux caractérisés par une résistance thermique améliorée et par des propriétés mécaniques spécifiques. Donc Trois caractéristiques sont à considérer pour la conception de tels matériaux :

- Résistance thermique et résistance à l'oxydation à haute température de la de la couche superficielle du matériau ;
- Ténacité du matériau coté basse température ;
- Relaxation effective de la contrainte thermique le long du matériau.

Pour cela, ils ont opté pour l'utilisation de la céramique à la surface extérieure exposée à l'environnement à haute température, quand à la surface intérieure (coté basse température), ils ont utilisé un matériau conducteur de la chaleur.

En 1987, leur recherche a été acceptée par le ministère de l'éducation et des sciences qui a lancé un grand projet universitaire traitant ces FGM, et a partir de cette année leurs études a pris de l'ampleur et fut utiliser par plusieurs autres chercheurs et différents laboratoires qui ont initié leur recherche en discutant sur : les méthodes de développement des FGM, la conception des matériaux, leur production et leur évolution.

A la fin de la première étape (1987-1989), les chercheurs avaient réussi à fabriquer des petites pièces expérimentales (1-10 mm d'épaisseur et 30 mm de diamètre) pouvant résister à des températures maximales de 2000 K (Température de surface) et à un gradient de température de 1000 K.

Dans la seconde étape (1990-1999), le but était de réaliser des pièces de tailles plus grandes et de forme plus complexes par rapport à celles réalisées dans la première étape. Pendant les années 90, non seulement les champs d'application des FGM s'est développé pour les matériaux de structure fonctionnant à haute température, mais s'est aussi élargi à d'autres applications : biomécaniques, technologie de capteur, optique, etc.

Enfin, le recherches sont en cours de s'avancer pour améliorer notre connaissance sur tout sorte de comportement de ces nouveaux matériaux : thermique, dynamique, stabilité (flambement), etc.

#### **I 4. Les types des matériaux fonctionnellement gradués :**

Les matériaux fonctionnellement gradué sont classé selon la fonction de changement des propriétés mécaniques à travers l'épaisseur.

Concernant les matériaux utilisés dans les poutres FGM, on doit choisir au minimum deux matériaux afin de satisfaire le besoin du problème posé. Dans cette étude, les poutres doivent être caractérisées par une grande résistance thermique (plus de 1000°C à 1700°C) et les liaisons entre les particules doivent être assez dures à l'intérieur pour résister à la rupture, et également assez dures à l'extérieur pour empêcher l'usure.

**Tableau I.1:** Comparaison entre les propriétés de la céramique et du métal.

|   |                     |   |
|---|---------------------|---|
| La face à haute température   | Céramique           | <ul style="list-style-type: none"><li>- Bonne résistance thermique</li><li>- Bonne résistance à l'oxydation</li><li>- Faible conductivité thermique</li></ul> |
| Continuité du matériau d'un point à l'autre<br>« couches intermédiaires » | Céramique-<br>métal | <ul style="list-style-type: none"><li>- Élimination des problèmes de l'interface</li><li>- Relaxer les contraintes thermiques.</li></ul>                      |
| La face à basse température   | Métal               | <ul style="list-style-type: none"><li>- Bonne résistance mécanique</li><li>- Conductivité thermique élevée</li><li>- Très bonne ténacité.</li></ul>           |

En partie résistante au champ thermique, les chercheurs utilisent généralement la céramique car elle se caractérise par un faible coefficient de dilatation thermique ainsi qu'une faible conduction thermique ; mais dans les environnements à haute température, c.à.d. à l'extérieur des milieux thermiques, les chercheurs utilisent du métal.

Les caractéristiques les plus distinctes des matériaux FGM sont leurs microstructures non-uniformes avec des macro-propriétés graduées dans l'espace. Un FGM peut être définie par la variation des fractions de volume,

Plusieurs modèles micromécaniques ont été développées au cours des dernières années pour estimer les propriétés efficaces de FGM biphasé. Le plus simple, et peut-être le plus commun, est la loi classique linéaire de mélanges qui suppose que les propriétés efficaces est la somme de chaque constituant de matériel et sa fraction de volume respective [Voigt W, 1889].

Une autre méthode est la règle des mélanges modifiés [Tamura et al, 1973], ce qui est une formule empirique qui incorpore les effets d'interaction aux valeurs des contraintes et déformations liées à chaque phase. Fan et Miodownik ont proposé une loi généralisée des mélanges qui peuvent expliquer des variations de fraction de volume, la forme des grains et la distribution de la phase qui a été bien conforme à l'expérience [Fan Z, Tsakirooulos P, Miodownik AP, 1994]

Toutefois, cette méthode nécessite un certain nombre de paramètres d'entrée, et en plus, elle est seulement appropriée pour déterminer l'efficacité de module Young ou l'efficacité des forces de rendement.

La plupart des chercheurs décrivent ces fractions en employant trois types de fonctions :

- 1- la fonction d'exponentielle E-FGM.
- 2- la fonction polynômiale P-FGM.
- 3- la fonction sigmoïde S-FGM.

#### ***1 4. 1. Les propriétés matérielles de la poutre E-FGM :***

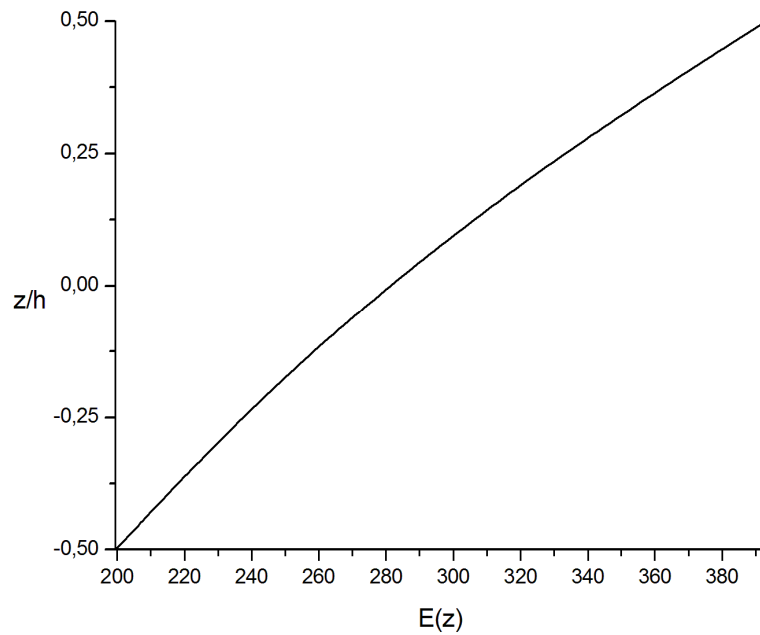
Pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la plupart des chercheurs utilisent la fonction exponentielle qui s'écrit sous la forme :

$$E(z) = E_0 e^{b(z+h/2)} \quad (\text{I-1})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = \frac{1}{h} \ln\left(\frac{E_1}{E_2}\right) \\ E_0 = \sqrt{E_1 E_2} \end{array} \right. \quad (\text{I-2})$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la poutre E-FGM est représentée dans la figure I-5.



**Fig. I 7.** La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre E-FGM.

#### ***1 4. 2. Propriétés matérielles de la poutre P-FGM :***

La fraction volumique des matériaux de type P-FGM est de la forme :

$$V(z) = \left( \frac{z + h/2}{h} \right)^k \quad \text{(I-3)}$$

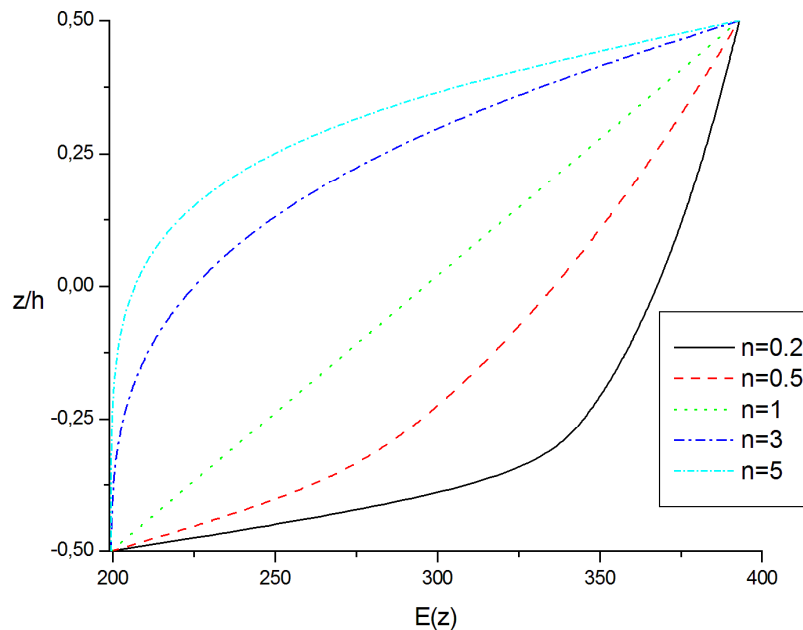
k : est un paramètre matériel.

h : est la hauteur de la poutre.

Après avoir défini la fraction volumique on peut représenter les propriétés matériels de la poutre en utilisant la loi de mélange

$$E(z) = E_1 + (E_2 - E_1)V(z) \quad \text{(I-4)}$$

Où  $E_1$  et  $E_2$  sont respectivement les modules de Young de la surface supérieure ( $z = -h/2$ ) et de la surface inférieure ( $z = h/2$ ) de la poutre FGM, la variation du module de Young dans la direction d'épaisseur de la poutre P-FGM est représentée sur la figure I-6 (pour différentes valeurs de  $n$ )



**Fig. I 8.** La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre P-FGM.

**I 4. 3. Propriétés matérielles de la poutre S-FGM :**

Pour le type S-FGM la fraction volumique prend une autre forme, en utilisant deux fonctions à travers l'épaisseur :

$$V_1(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{h/2 + z}{h/2} \right)^n \text{ Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \tag{I-5}$$

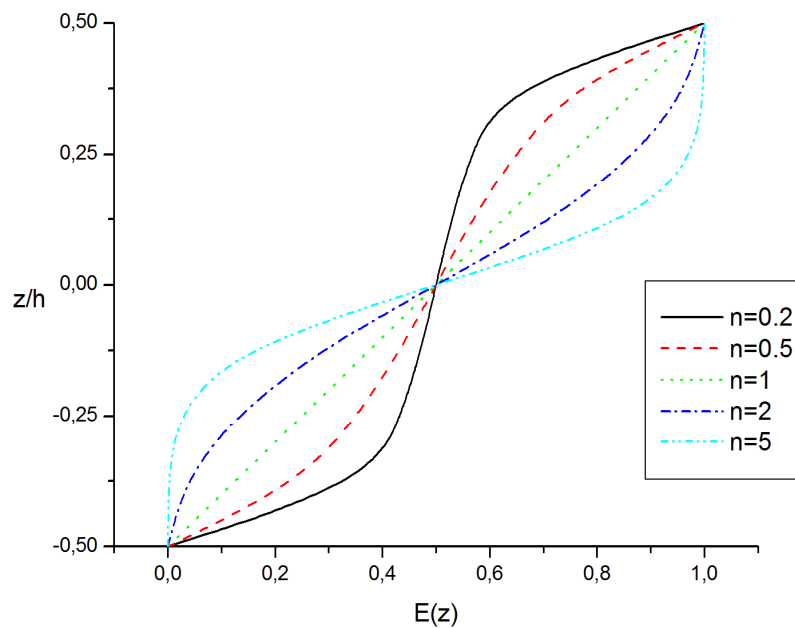
$$V_2(z) = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{h/2 - z}{h/2} \right)^n \text{ Pour } 0 \leq z \leq h/2 \tag{I-6}$$

En utilisant la loi des mélanges, le module de Young de la poutre S-FGM peut être calculé par :

$$E(z) = V_1(z) E_1 + [1 - V_1(z)] E_2 \text{ Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{I-7-a})$$

$$E(z) = V_2(z) E_1 + [1 - V_2(z)] E_2 \text{ Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{I-7-b})$$

La figure (I-7) montre que la variation de la fraction volumique dans les équations (I-7-a) et (I-7-b) représente les distributions sigmoïdes, et cette poutre FGM est appelée (Poutre S-FGM).



**Fig. I 9.** La variation du module de Young d'une poutre S-FGM.

## **I 5. Application des FGM :**

Le concept des matériaux à gradient de propriétés est applicable dans un large intervalle et dans différents domaines.

### ***I 5. 1. Aéronautique :***

Les matériaux FGM ont été initialement conçus pour ce champ. À l'heure actuelle, ils permettent de produire un poids-léger des matériaux solides, durables et applicable dans différents domaines de structure. Ces derniers sont considérés d'une part, comme une

technologie indispensable pour la roquette et à la construction de station spatiale, et d'autre part utilisables comme des barrières thermiques des avions spatiaux et des parties de moteur de fusée.

### ***I 5. 2. Matières industrielles :***

De nombreuses applications de FGM ont été récemment apparues pour les matériaux industriels. Comme les produits récents sont intensifiés en raison d'une résistance mécanique et thermique accrue, la demande d'un nouveau matériau pour l'outil industriel est en pleine croissance. Dans ce domaine, il est nécessaire d'avoir les deux résistances donc la demande de la FGM est une solution.

### ***I 5.3. Optoélectronique :***

Aujourd'hui il y a tant de variations dans les moyens de communications, et grâce au progrès technologique ces derniers utilisent des fibres optiques. Donc l'application des FGM aux fibres optiques peuvent assurer une transmission à haute vitesse.

Sans oublier le téléphone cellulaire qui est considéré comme étant l'outil pratique de communication, et par le temps il est devenu mince et plus petit alors, la technologie des FGM est applicable dans ce domaine aussi, car pour minimiser la taille et mettre en évidence la transmission, une permittivité-technologie de classification peut être appliquée lors de la production des substrats.

### ***I 5.4. Biomatériaux :***

Notre corps est soutenu par 206 os, et certains d'entre eux couvrent un cerveau et des organes. Si nous avons une douleur à un os ou une articulation, nous aurons des troubles dans notre vie. Pour résoudre ce problème, un nouveau matériau nommé FGM est apparu et peut remplacer les os et les articulations. Non seulement la dureté et une excellente résistante à la corrosion et la compatibilité, mais aussi au niveau biologique.

### ***I 5. 5. Énergie solaire :***

Les cellules photovoltaïques des piles solaires ont une bande de fréquence propre de réponse à la lumière dépendant des matériaux. Ces piles solaires utilisent des FGM et



présentent une réponse optimale sur une très large bande de fréquence. De plus la combinaison de la génération thermoélectrique avec la génération photovoltaïque sur une pile solaire permet la pleine utilisation de l'énergie lumineuse et thermique du rayonnement solaire et donc conduit à un meilleur rendement de conversion global.

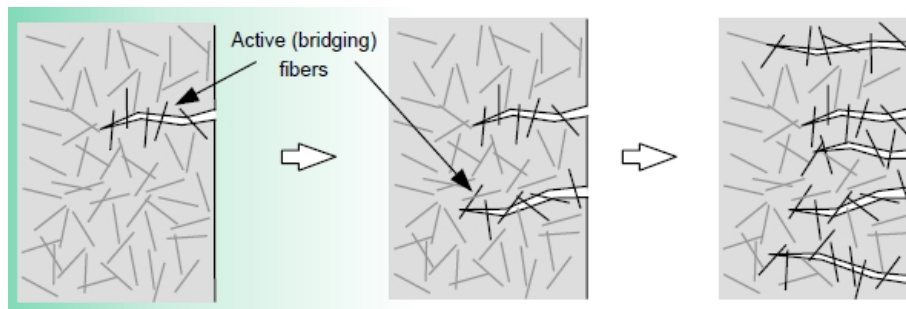
Ces conversions thermoélectroniques utilisant les FGM laissent entrevoir la mise au point de générateurs à recharge de gaz ou kérosène compacts qui peuvent être utilisés dans des zones reculées en montagne ou dans les déserts froids ou chauds pour des instruments de mesure et de communication comme par exemple des stations météorologiques.

Au retour d'une navette spatiale ou d'un avion hypersonique dans l'atmosphère, la structure superficielle de l'appareil est soumise à des températures élevées. Pour cette raison les matériaux de revêtement, soumis sur une face à environ 1800°C en atmosphère, doivent supporter dans leur épaisseur d'une dizaine de millimètres, un gradient thermique d'environ 1000°C. Il n'y a aucun matériaux monolithique capable de résister à une telle contrainte thermique pour cela on envisagée la mise en œuvre de matériaux composites et notamment l'utilisation de FGM.

#### ***I 5. 6. Génie civil :***

##### ***I 5. 6. 1. Dans les chaussées rigides (Functionally Graded Concrete Materials for Rigid Pavements):***

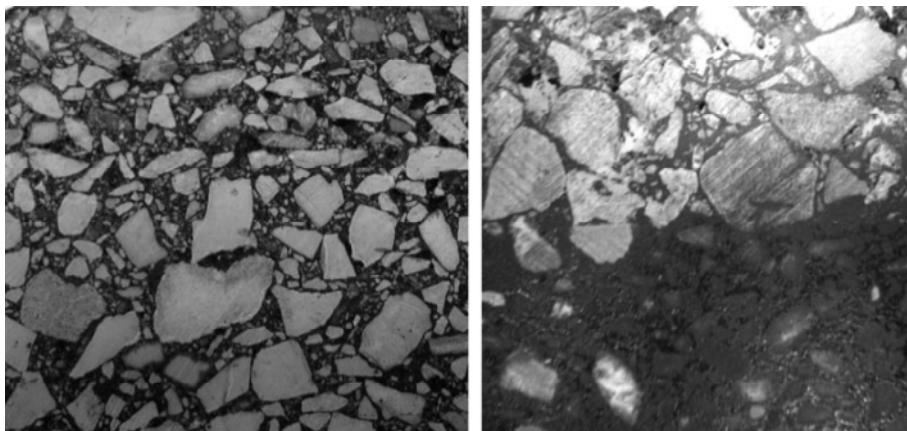
Les FGM peuvent être utilisés dans les chaussées rigides en béton avec une gradation obtenue par la variation de la fraction volumique de fibres, cette technique est visée d'être utilisée dans les autoroutes et les routes à très fort trafic où l'utilisation d'une chaussée souple en béton bitumineux est déconseillée, les dallages industrielles, les pistes des aéroports, car elles offrent une résistance et une durabilité élevées, le but est d'optimiser l'épaisseur de la chaussée afin d'avoir un matériaux rigide sur la surface de roulement et un matériau moins rigide sur la couche de fondation.



**Fig. I 10.** La variation de la fraction volumique des fibres dans la chaussée rigides.

### ***1 5. 6. 2. Les chaussées souples :***

Les FGM peuvent être utilisés dans les chaussées souples pour supprimer les couches d'accrochage entre la couche de la Grave Bitume et la couche de roulement en Béton Bitumineux et éviter le glissement entre les deux couches et économiser les épaisseurs des couches tout en obtenant un comportement optimisé et augmentant la capacité portante de la chaussée et par la suite sa durabilité.



**Fig. I 11.** La variation de la fraction volumique des constituants entre la couche : la couche de la Grave Bitume et la couche de roulement.

### ***1 5. 6. 3. Les grands vitrages dans les zones chaudes :***

Les vitres sont en FGM pour contrôler la température dans les zones chaudes et éviter les vitrages multiples.

#### ***I 5. 6. 4. Les tunnels (functionally graded concrete segment in tunnel):***

Les parois intérieures des tunnels doivent être réalisées en matériau réfractaire et rigide dans la surface exposée et d'un matériau imperméable dans la surface en contact avec le sol et les roches. L'utilisation des FGM est une solution efficace.

#### ***I 5. 6. 5. Les joints dans la charpente métallique :***

Dans certains cas de la charpente métallique, lors de l'assemblage des éléments, on est obligé de réaliser des soudures entre de élément de nature différente l'un lourd et l'autre souple (acier/aluminium). Dans ce cas on utilise des joints ordinaires en acier. L'inconvénient de ce type de joint est la rupture et la durabilité. L'utilisation des joints en FGM est une solution optimale.

### **I 6. Fabrication des FGM :**

Les premières études sur les FGM portent sur leurs comportements, alors que les travaux sur les méthodes de fabrication de ce nouveau matériau ne prennent place dans ces recherches qu'après une décennie jusqu'à ce que la recherche systématique sur des processus de fabrication pour les matériaux à gradient de propriétés ait été effectuée dans le cadre d'un programme de recherche national sur FGM au Japon [Mortensen 1995], [Hirai 1996].

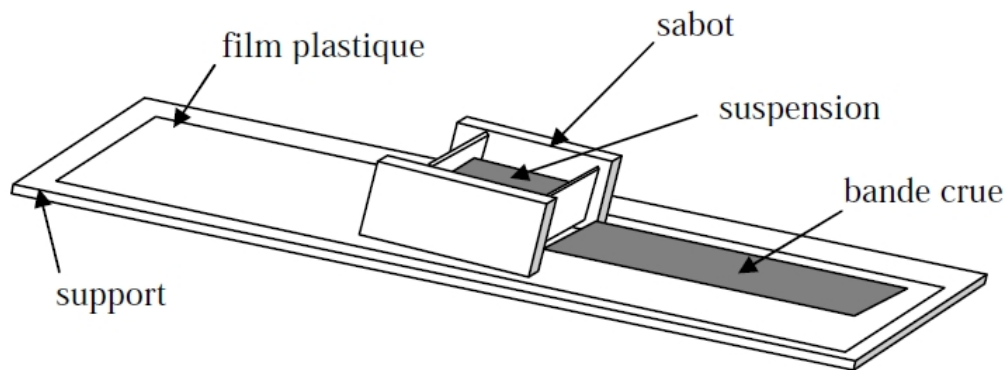
Le processus de fabrication des matériaux à gradient de propriétés peut être divisé en établissant la structure dans l'espace non homogène « gradation » et la transformation de cette structure en matériau ou bien en bloc « consolidation ».

Il existe de nombreux procédés d'élaboration des FGM, les paragraphes suivantes s'attachent à les décrire et parlé de leurs utilisation dans l'industrie.

#### ***I 6. 1. Coulage en bande (Tape Casting ou Doctor-Blade) :***

Le coulage en bande est une technique de mise en forme par voie liquide qui consiste à étaler une barbotine de poudres fines en suspension sur une surface plane en couches minces et régulières. L'étalement de la bande est obtenu par le mouvement relatif d'un réservoir ou sabot.

La suspension est ainsi laminée par son passage entre la lame du réservoir et le support, ce qui confère à la bande déposée une épaisseur uniforme sur toute sa longueur. La hauteur du couteau du réservoir par rapport au support détermine l'épaisseur de la bande. Les produits obtenus sont des feuillets avec des épaisseurs contrôlées (25-1000  $\mu\text{m}$ ). Après un raffermissement de la pâte, les feuillets sont démoulés et ensuite découpés (L. Lostec, 1997).



*Fig. I 12. Principe de la méthode coulage en bande.*

Le procédé de coulage en bande est largement utilisé pour réaliser des matériaux composites laminaires suivant deux méthodes : soit par réalisation directe de bandes multicouches grâce à un système de lames multiples, c'est le cas des tri-couches élaborés par Mistler; soit par empilage de couches élaborées séparément, dont la cohésion est ensuite assurée par une étape de thermo-compression.

### ***I 6. 2. Coulage séquentiel en barbotine (Slip Casting) :***

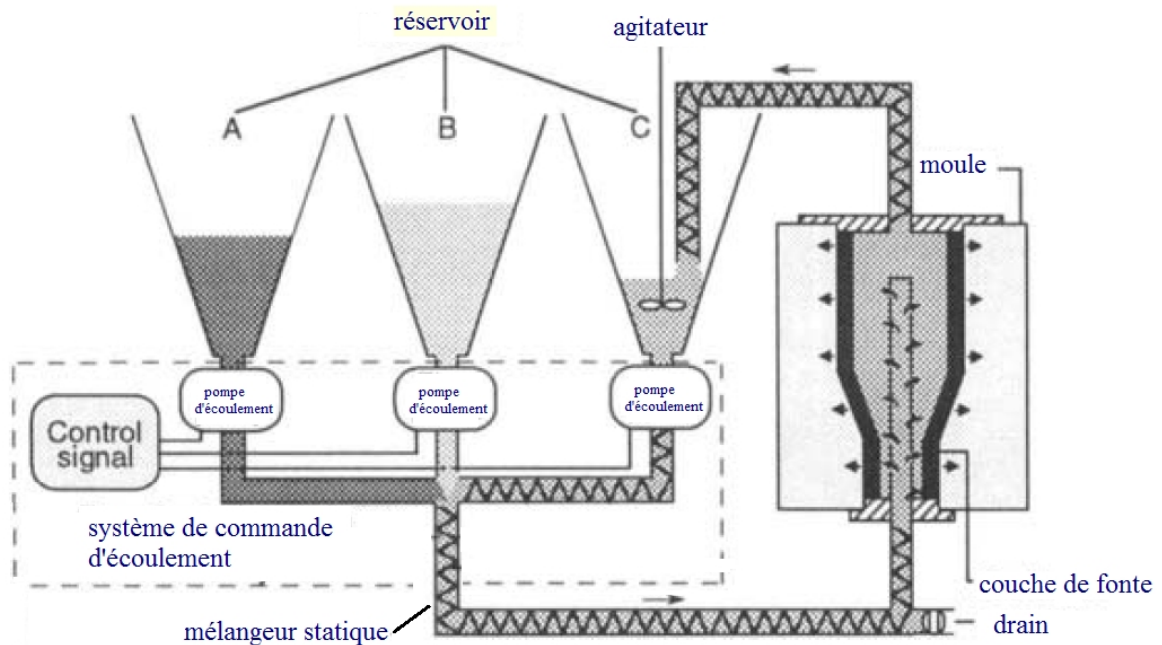
Le coulage en barbotine (slip casting) consiste à couler une suspension dans un moule poreux qui va drainer le liquide grâce aux forces capillaires, laissant un tesson (couche de poudre compacte) sur la surface du moule. Après séchage, on obtient le corps en cru.

Donc le coulage se décompose en deux étapes essentielles :

- ü formation du tesson ou "prise";
- ü consolidation du tesson ou "raffermissement".

La filtration, c'est à dire la formation du tesson lors du coulage, peut être considéré comme un processus d'élimination d'une partie de l'eau de la barbotine; Cette eau migre à travers la couche de tesson déjà formée, sous l'effet :

- ∅ Du pouvoir de succion du plâtre (coulage classique);
- ∅ Ou d'une pression appliquée sur la barbotine (coulage sous pression).



*Fig. I 12. Principe de la méthode coulage séquentiel en barbotine.*

Dans le cas de la fabrication de multicouches, après la formation du premier tesson, le dépôt de la deuxième couche s'effectue de manière telle que la barbotine ne pénètre pas dans le tesson formé. Ce procédé est successivement reproduit pour les autres couches (J.S. Moya et al, 1992).

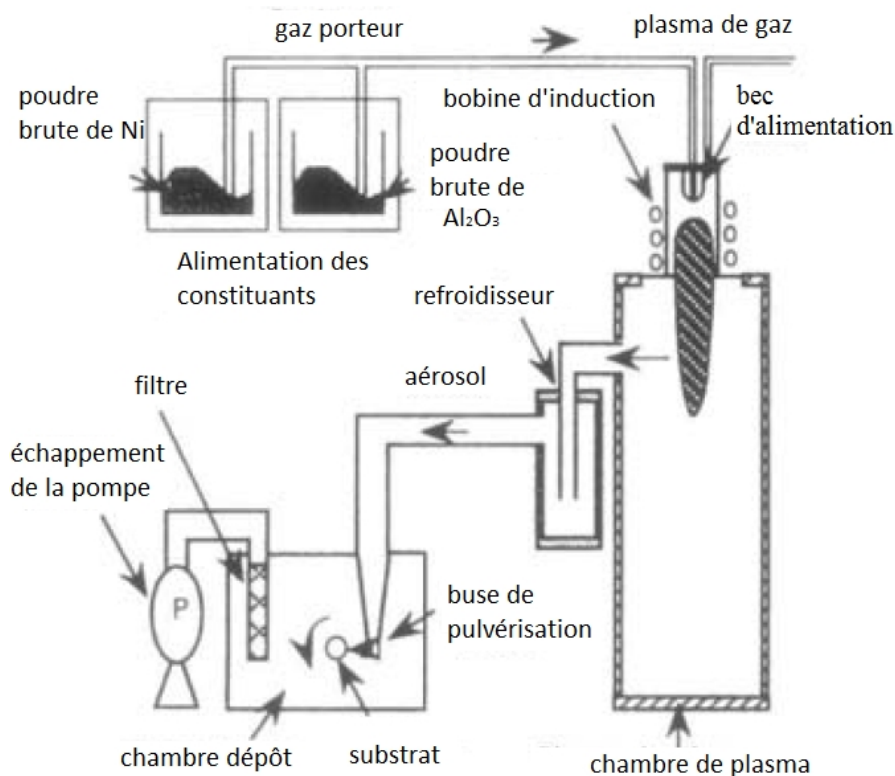
### ***I 6. 3. Compaction sèche des Poudres :***

Dans cette technique les poudres sont successivement versées dans un moule en acier. Chaque fois qu'une poudre est versée, une faible compression est exercée. Ensuite, la compaction de l'ensemble des couches sera effectuée. Ce procédé est suivi, généralement, par une pression isostatique et un délitage. La densification sera enfin l'étape finale.

Ce procédé peut être envisagé pour la fabrication de pièces de formes complexes, il s'applique aussi avec la technique du pressage isostatique, et de façon industrielle (A Bishop et al, 1993).

#### ***I 6. 4. Projection plasma :***

Un gaz soumis à une forte température (par exemple celle d'un arc électrique), se transforme en un état ionisé (plasma). Cette transformation est accompagnée d'un dégagement de chaleur important. Si une particule de céramique se trouve dans cet environnement, elle se fond totalement ou superficiellement, ce qui permet de la situer sur un substrat (J H.D. Steffens et al, 1993).



***Fig. I 14. Principe de la méthode projection plasma.***

La projection plasma des particules des divers matériaux est devenue une méthode très utilisée pour fabriquer des FGM. L'équipement relativement simple, le rendement élevé du dépôt des particules sur des substrats à géométrie compliquée, les performances des surfaces en fonctionnement et la compatibilité des céramiques avec les métaux sont les avantages essentiels de cette technique .

### ***I 6. 5. Frittage et infiltration :***

Cette technique est constituée de deux étapes et convient à la fabrication d'un composite à gradient de fonction composé de deux matériaux dont les températures de fusion sont très différentes. La première étape est de fabriquer une matrice frittée du matériau à haute température de fusion avec un gradient de porosité. La seconde est de remplir ces porosités avec le deuxième matériau fondu par infiltration. Le résultat est excellent pour la diminution de la contrainte thermique.

Cette technique peut être généralement appliquée pour plusieurs combinaisons de matériaux qui sont chimiquement inertes et qui ont des points de fusion bien différents les uns par rapport aux autres (M. Takahashi et al, 1990).

### **I 7. Conclusion :**

Dans ce chapitre une synthèse sur les travaux connus dans la littérature des matériaux fonctionnellement gradués est illustrée. Un aperçu sur l'historique des matériaux FGM a été aussi présenté, ainsi que les différentes méthodes de fabrication. Enfin, les domaines d'application des FGM, à savoir : le génie civil, médecine,... etc. ont été présenté.

# Chapitre III : Généralités sur les nanotechnologies



## **Chapitre II : Généralités sur les nanotechnologies**

### **II 1. Introduction**

La nanotechnologie est un domaine vaste et interdisciplinaire de l'activité de la recherche et développement qui a été de plus en plus explosive dans le monde entier au cours de ces dernières années. Elle a le potentiel pour révolutionner la façon dont les matériaux et les produits sont créés et la portée et la nature des fonctionnalités qui peuvent être accessibles. Elle a déjà un impact commercial important, mais il reste encore plus à explorer.

Depuis que l'humanité existe, nous fabriquons et nous utilisons des outils manufacturés. D'un certain point de vue, on peut dire que les techniques de fabrication ont peu changé depuis les temps préhistoriques! En effet, la fabrication d'un objet nécessite le plus souvent l'extraction de matières premières en assez grande quantité, tout un processus de travail sur ces matériaux (de chauffage, d'application de pression, de processus chimiques), d'assemblage (par soudure, par attaches, par collage) avant d'obtenir l'objet désiré, qui peut être par exemple une voiture, un ordinateur ou une feuille de papier. Indépendamment, la tendance est au contrôle de plus en plus fin de la matière fabriquée (on grave aujourd'hui des sillons de largeur inférieure au micromètre sur les puces informatiques, 100 fois plus fin qu'une feuille de papier).

Richard Feynman, le prix Nobel américain de physique, s'est demandé jusqu'où pouvait aller cette miniaturisation et ce contrôle de la matière. Lors d'une conférence qu'il a donné en 1959, il a établi les bases de ce qui allait devenir 20 ans plus tard la *nanotechnologie moléculaire*.

Il a alors suggéré que les lois physiques autorisaient la manipulation et le positionnement, direct et contrôlé, des atomes et des molécules, individuellement, un par un. Qu'il était tout à fait possible d'utiliser les atomes comme briques de construction, à la manière de briques de Lego (en tenant compte des forces s'exerçant entre eux, évidemment).

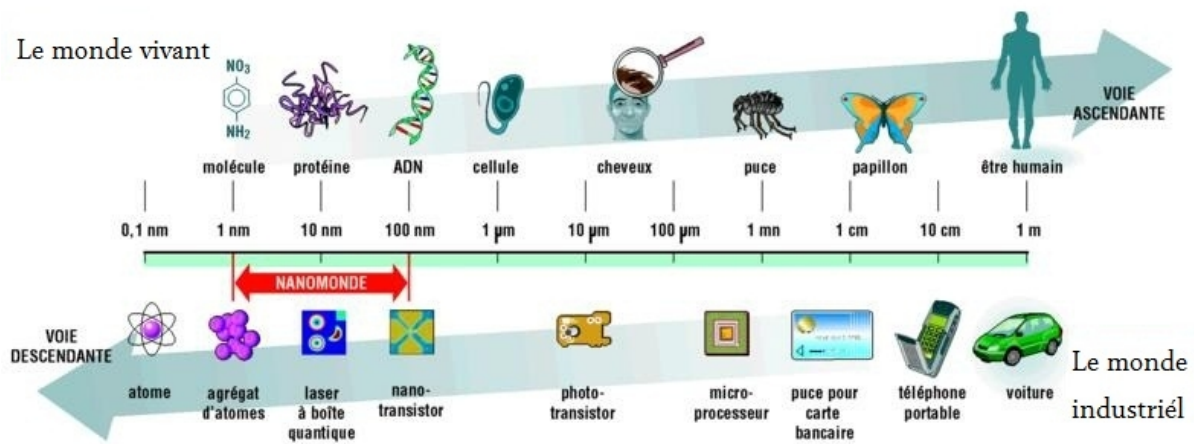


Fig. II 1. Les frontières du nano-monde

Il s'agissait là d'une idée extrêmement originale. Après tout, l'existence des atomes n'avait été totalement reconnue par la communauté scientifique que peu de temps auparavant!

Ce qui fait qu'un arbre est différent d'un homme, ou d'un ordinateur d'un peu de sable est, bien sûr, l'organisation de ces quelques ses d'atomes constitutives. La différence d'agencement entre les atomes est, par exemple, l'unique différence entre un diamant et un morceau de charbon, tous deux constitués uniquement d'atomes de carbone [Frédéric Lévy 1998].

## II 2. Définition :

La grande variété des domaines de recherches concernées par la nanotechnologie a amené à l'apparition de plusieurs définitions de la nanotechnologie dans la littérature. On peut citer quelques unes des grands acteurs actifs de la nanotechnologie :

- terminologie prénormative telle que définie par l'ISO [ISO 2008] :

- i) la définition nanométrique considère le domaine de dimension compris entre 1 et 100nm.

- ii) les nano- objets sont des matériaux présentant une, deux ou trois dimensions externes dans le domaine nanométrique.

• C'est ainsi que « Santé Canada » (ministère de la santé au Canada) introduit une définition provisoire des nanomatériaux. « Tout produit manufacturé, matériaux, substance, dispositif, système ou structure doit être considéré comme nanomatériaux :

i) s'il est à l'échelle nanométrique, ou dans les limites de celle-ci, dans au moins une dimension spatiale ;

ii) s'il est plus petit ou plus grand que l'échelle nanométrique dans toutes les dimensions spatiales et affiche un phénomène ou plus à l'échelle nanométrique.

• De même, le NICNAS (autorité australienne qui régit la réglementation) définit le champ nano [NICNAS Site web 2010] : « ... matériaux industriels intentionnellement produits, fabriqués, modifiés pour avoir des propriétés uniques ou une structure spécifiques à l'échelle nanométrique, c'est-à-dire entre 1 et 100 nanomètres, et qui est soit un nano-objet (c'est-à-dire confiné à cette échelle dans une, deux ou trois dimensions) soit nanostructuré (c'est-à-dire avec une structure interne ou de surface à cette échelle) »

• Les nanotechnologies concernent la conception, la caractérisation, la production et l'application de structures, dispositifs et systèmes par le contrôle de la forme et de la taille à une échelle nanométrique [The Royal Society, 2004],[ E. Abad et al, 2005].

• La manipulation délibérée et contrôlée, le placement de précision, la mesure, la modélisation et la production de la matière à l'échelle nanométrique pour créer des matériaux, des dispositifs et systèmes ayant fondamentalement nouvelles propriétés et fonctions [Jeremy Ramsden, 2009]

• On trouve une autre définition du scientifique britannique Harold Kroto, un des pionniers de ce nano monde: « c'est l'assemblage atome par atome molécule par molécule pour créer des structures complexes » [ Harold Kroto, 2010]

• L'institut Foresight spécialisée dans la recherche dans le domaine des nanotechnologies l'a définie comme suit : « la nanotechnologie est un groupe de nouvelles technologies dans lequel la structure de la matière est contrôlée à l'échelle du nanomètre pour produire de nouveaux matériaux et dispositifs qui ont des propriétés utiles et uniques » [FORESIGHT site web]

Pour trouver une définition unique il faut prendre en compte deux idées fondamentales :

- le taux de croissance élevé (nombre d'articles et nombre de brevets par exemple) de cette discipline par rapport à des sciences établies ;
- la nature floue des frontières de cette jeune discipline qui assemble et réorganise des savoirs jusqu'alors (en partie) cloisonnés.

Les nanosciences et nanotechnologies (NST) peuvent être caractérisées par l'étude de nouvelles propriétés de la matière apparaissant à l'échelle nanométrique, en particulier avec les effets de surface et les effets quantiques [Michael Gleiche et al. , 2006]. En effet, à l'échelle nano-scopique, le rapport entre les différentes forces d'interactions est différent du rapport à l'échelle macroscopique. Les forces de surface deviennent prépondérantes face aux forces d'inertie. De surcroît, les faibles dimensions permettent de faire intervenir des effets quantiques tels que l'effet tunnel, le transport balistique et l'émission de champs. Il existe des applications directes dans le domaine des semi-conducteurs qui ouvrent des perspectives pour les supraconducteurs.

*La différence entre la nanotechnologie et la chimie :*

Pour des tailles de l'ordre du nanomètre, les caractéristiques électriques, mécaniques ou optiques des matériaux changent. D'autre part, les rapports de surfaces devenant prépondérants, les nanotechnologies ouvrent des perspectives dans le domaine de la chimie.

De point de vue général on peut remarquer que la nanotechnologie et la chimie peuvent être assez similaires puisqu'on a à faire à travailler avec les atomes et les molécules, mais la chimie n'offre cependant que des méthodes collectives de fabrication ne permettant pas d'isoler, de manipuler et de placer individuellement un atome ou une molécule. Il existe donc une différence entre la chimie, qui permet la synthèse très précise des molécules complexes en grande quantité, et la nanotechnologie, qui devrait pouvoir en assurer la manipulation aisée afin de construire des nano-objets avec une précision à l'échelle du nanomètre [LAROUSSE site web].

Avant le nano monde, pour modifier un matériau on modifie sa composition chimique et les différents éléments qu'ils le composent, et pour ça on se basait sur le tableau périodique des éléments, c'étaient le seul moyen. Maintenant on peut intervenir au niveau de taille et la forme et donc leurs propriétés ce qui nous donne un contrôle bien plus important, et cela change tout.

### **II 3. Historique**

Les possibilités offertes par la miniaturisation avaient été perçues très en amont, dès 1959, par le physicien Richard Phillips Feynman [C. Dupas et al., 2004], [W. Ahmed et al., 2009] dans son discours donné le 29 décembre de cette même année à la Société américaine de physique. Il a évoqué un domaine de recherche possible alors inexploré : l'infiniment petit; Feynman envisage un aspect de la physique « dans lequel peu de choses ont été faites, et dans lequel beaucoup reste à faire ». Celui-ci avait émis l'hypothèse que l'homme pouvait manipuler les atomes et les utiliser soit pour stocker de l'information, soit pour créer des systèmes fonctionnels. L'idée était là, mais pas les instruments permettant de vérifier cette hypothèse.

Le terme nanotechnologie fut utilisé pour la première fois [W. Ahmed et al., 2009] en 1974 par Norio Tanigushi. Il fut toutefois popularisé par K. Éric Drexler [Bharat Bhushan, 2010], [K. Drexler, 1992] au début des années 1980, lorsque celui-ci introduisit le terme de «manufacture moléculaire». Drexler a été le premier chercheur après Feynman à avoir découvert et diffusé le concept de la nanotechnologie, il a écrit son ouvrage « Nanosystems, Molecular machinery, manufacturing et Computation » analysant en détail les interactions atomiques, dans le but de fabriquer des nano-machines.

Le développement des nanosciences et nanotechnologies s'appuie sur l'invention de deux instruments permettant d'observer et d'interagir avec la matière à une échelle atomique ou subatomique. Le premier instrument est le microscope [Anne-Sophie DUWEZ, 2013] à effet tunnel qui a été inventé en 1981 par deux chercheurs suisses d'IBM (Gerd Binnig et Heinrich Rohrer), prix Nobel de physique en 1986. Cet instrument comporte une pointe métallique extrêmement fine qui permet de cartographier, atome par atome, la surface d'un matériau.

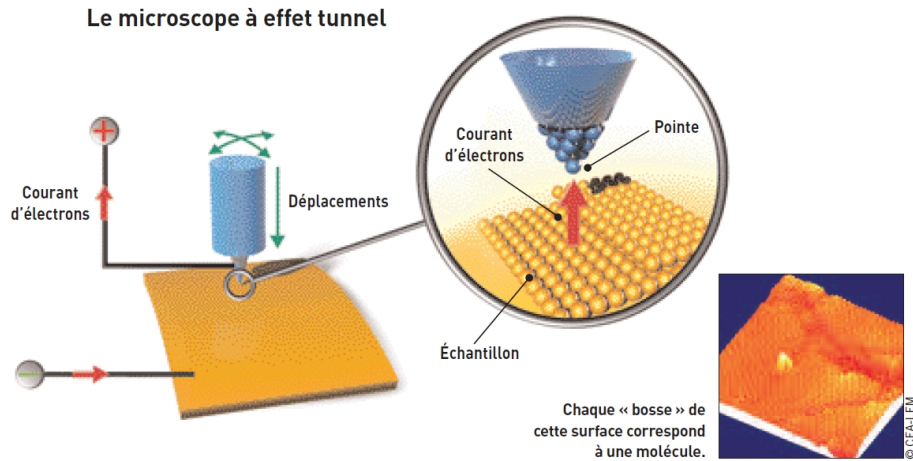


Fig. II 2. Le principe du microscope à effet tunnel

Il est uniquement utilisé pour l'observation de la surface des matériaux conducteurs ou semi-conducteurs. Une tension électrique, créant un courant d'électrons, est exercée entre la pointe et la surface.

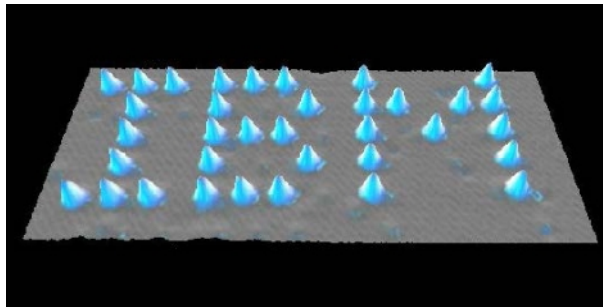


Fig. II 3. Positionnement de 35 atomes de Xenon, un par un, sur une surface de nickel pour reproduire le logo d'IBM. Reproduit de la ref. 2: Nature 1990, 344, 524–526 ( Étudier et manipuler les nanostructures à l'échelle atomique et moléculaire)

La surface est donc balayée à une distance de quelques nanomètres, la pointe capture les électrons qui transitent grâce à l'effet tunnel. Les variations de ce « courant tunnel » sont enregistrées et traitées par un ordinateur fournissant une image du relief de la matière, atome par atome. Ce microscope permet aujourd'hui de déplacer chaque atome, comme un « pic à atome », en augmentant la tension électrique.

### Le microscope à force atomique

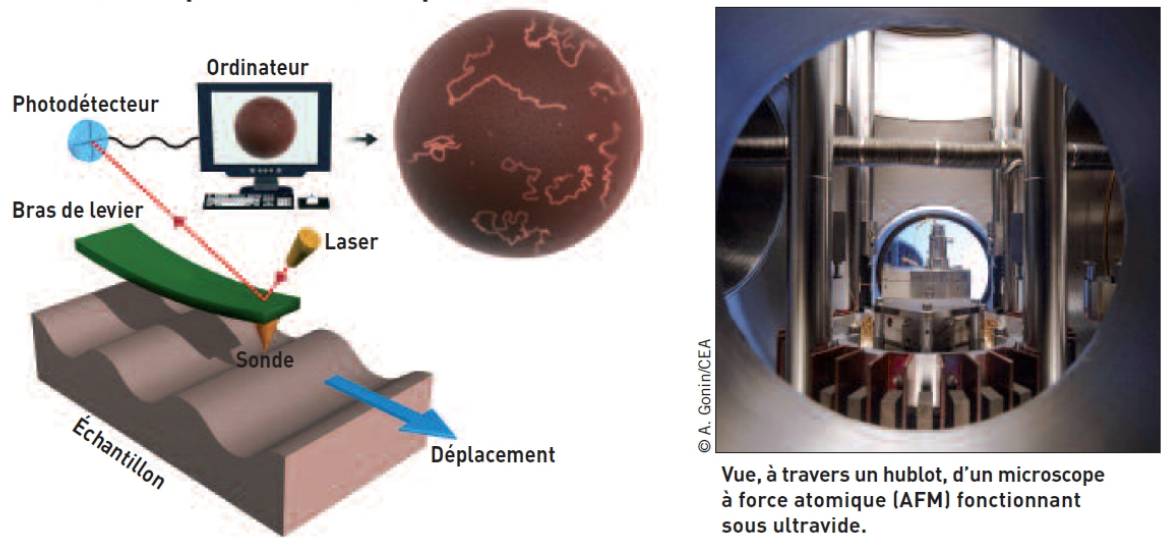


Fig. II 4. Le principe du microscope à force atomique

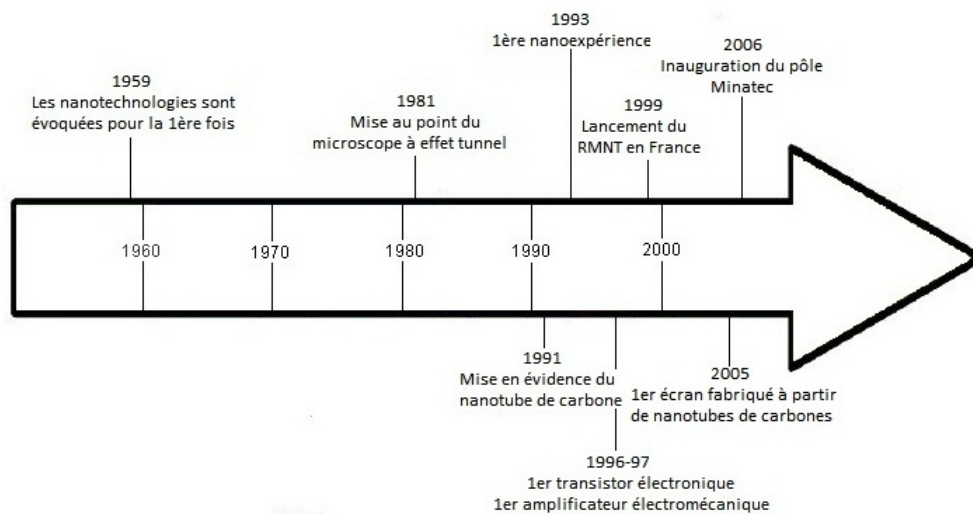
Le second est le microscope à force atomique [Anne-Sophie DUWEZ, 2013] qui est un dérivé du microscope à effet tunnel, et qui mesure les forces d'interactions entre la pointe du microscope et la surface explorée. Cet outil permet donc, contrairement au microscope à effet tunnel, de visualiser les matériaux non-conducteurs. Ces instruments combinés avec la photolithographie permettent d'observer, de manipuler et de créer des nanostructures. L'observation des matériaux au microscope fait apparaître leur composition, leur structure, granulaire ou fibreuse, et leurs défauts. Elle révèle, par exemple, que les alliages métalliques sont constitués d'agrégats de grains de taille micrométrique.

Jusqu'en 1985, les seules formes cristallisées connues de carbone pur étaient le graphite et le diamant. Mais dans l'espace, les atomes de carbone semblent s'assembler pour former d'autres types de structure. Pour comprendre lesquels, Harold W. Kroto [H.W. Kroto et al., 1985] (Université de Sussex, Grande Bretagne) et R. Smalley, R. Curl (Rice University, Houston, USA) voulaient connaître la nature des longues chaînes de carbone que rejettent dans l'espace les étoiles en mourant. Ils ont découvert une nouvelle forme de carbone, la molécule de C<sub>60</sub> constituée de 60 atomes de carbone répartis sur les sommets d'un polyèdre régulier constitué de facettes hexagonales et pentagonales. Cette molécule a été appelée fullerène et tire son nom de l'architecte américain R. Buckminster Fuller qui construisit la géode du pavillon de l'exposition universelle de Montréal qui a la même forme géométrique.



En découvrant cette nouvelle molécule en montrant qu'elles pouvaient s'auto assembler à partir d'atome de carbone et en étudiant les caractéristiques et les propriétés spécifiques liés à sa taille, les scientifiques font pour la première fois objectivement des nanosciences et technologie.

Le C60 a été la première découverte totalement inattendue. A partir de cette découverte, les scientifiques ont été obligés de repenser tout ce qu'ils avaient cru savoir sur le carbone, et le carbone est l'élément de base de toute la biochimie. Avant cela personne n'avait imaginé de carbone courbe.



*Fig. II 5. L'histoire de la nanotechnologie*

Il a fallu cependant attendre 1990 pour que soit mis au point par D. Huffman [W. Krätschmer et al., 1990] et W. Krätschmer (Université de Heidelberg, Allemagne) un procédé de synthèse qui a permis d'obtenir des quantités macroscopiques de ces molécules et notamment des cristaux. De ce moment date réellement le démarrage des études physiques et chimiques sur les fullerènes.

Enfin en 1991, S. Iijima [Mohamed Maachou et al., 2011], [S. Iijima, 1991] découvre les nanotubes de carbone qui, sont un élément incontournable des nanotechnologies. A partir de ce moment, jusqu'en 1996, les nanosciences sont reléguées au titre de « science-fiction » car les applications, ne sont pas encore publiquement reconnues. En 1996, aux Etats-Unis un groupe d'experts se réunissent régulièrement pour discuter des plans et programmes dans le



domaine des nanosciences et nanotechnologies. Ce groupe continue officieusement ses activités jusqu'en 1998 où on crée le « Interagency Working Group on Nanotechnology » (IWGN) qui deviendra plus tard en 2000 le NNI, National Nanotechnology Initiative, ce qui marque le début de l'ère des nanosciences et nanotechnologie [Dina Feigenbaum et al. 2004].

Mais en 2000, Bill Joy, l'inventeur du langage informatique Java, est l'un des tout premiers à faire part de ses inquiétudes face à l'effet viral des nanotechnologies dont l'homme pourrait perdre le contrôle. Les Etats-Unis se dotent également d'un centre très performant : en 2001 Bill Clinton lance la « National Nanosciences Initiative » pour investir dans ce domaine prometteur que sont les recherches en nanotechnologies. En cette même année, le marché mondial est évalué à environ 40 milliards de dollars.

C'est en 2005 que Motorola annonce un premier prototype d'écran fabriqué à partir de nanotubes de carbone. L'Agence américaine pour la protection de l'environnement (EPA), elle, décide de collecter toutes les informations nécessaires pour mieux définir les risques et établir des règles de sécurité.

Le 1er Juin 2006, l'Europe inaugure le « Pôle Minatec », premier pôle européen pour la recherche sur les Micro et Nanotechnologies, troisième au niveau mondial.

Depuis, il y a eu beaucoup d'innovations, il serait impossible d'en faire une liste exhaustive.

#### **II 4. Effet de taille : du micro au nano**

La structure moléculaire détermine les propriétés optiques, mécaniques, électriques, magnétiques, thermiques... des matériaux. En faisant coïncider l'échelle d'homogénéité des matériaux avec l'échelle d'action de phénomènes physiques, on peut modifier certaines de leurs caractéristiques. Ainsi, un verre milli-structuré est transparent mais pas super-hydrophobe, tandis qu'un verre micro-structuré est opaque mais toujours pas super-hydrophobe. Seul un verre nano-structuré est transparent et super-hydrophobe. Les nanomatériaux sont donc volontairement façonnés à cette échelle : ils sont constitués d'éléments nanométriques qui vont leur conférer la propriété recherchée. En diminuant la taille des grains, on obtient des matériaux plus légers et ayant de meilleures propriétés

mécaniques. Les matériaux obtenus sont plus malléables car les grains glissent plus facilement les uns par rapport aux autres.

Plus un objet est petit, plus sa surface externe est importante par rapport à son volume. Les objets nanométriques sont caractérisés par un nombre d'atomes en surface identique au nombre d'atomes en volume. Les phénomènes de surface jouent donc un rôle désormais prédominant. Le monde naturel l'illustre bien : ainsi, un insecte peut marcher sur l'eau mais, grossi 500 fois jusqu'à la taille d'un éléphant, il n'en serait plus capable.

De plus, ce qui se passe à l'interface entre chaque élément constitutif est aussi très important. Plus il y a d'éléments, plus la surface d'échange augmente. Celle des objets nanométriques est par conséquent immense. Par exemple, à pourcentage volumique de renfort introduit dans la matrice, 20 fois plus de surface est développée par un renfort nanométrique comme l'argile que par un renfort micronique classique comme le talc.

Il est ainsi possible de modifier les propriétés d'un matériau en le façonnant à cette échelle. Par exemple, le cuivre formé de nanocristaux est trois fois plus résistant mécaniquement qu'en microcristaux. Une poussière de nanotubes « en vrac » a une immense surface d'échange avec son environnement : plusieurs centaines de mètres carrés par gramme. Cela permet notamment d'augmenter l'efficacité des catalyseurs de l'industrie chimique ou des pots d'échappements pour le même volume de matière. Certains matériaux réémettent de la lumière visible quand ils sont éclairés : c'est le phénomène de photoluminescence. Sous des rayons ultraviolets, la couleur émise par des nanocristaux de séléniure de cadmium change en fonction de leur dimension, passant du bleu pour des grains de 2 nm au vert pour 3 nm, puis au rouge pour 5 nm. Dotés de cette propriété, les nanocristaux de semi-conducteurs, souvent appelés quantum dots, peuvent être utilisés dans le marquage moléculaire ou encore comme marqueurs d'objets précieux et de produits commerciaux.

Aussi, les grandes surfaces interfaciales proposées par les nano-renforts, peuvent conduire à la formation d'une troisième phase dans le composite entre le renfort et la matrice, appelée interphase. Par la suite, une description plus précise de l'impact de cette troisième phase sur les propriétés macroscopiques des nanocomposites sera donnée.

## **II 5. Exemple d'un matériau nanométrique : Les nanotubes de carbone**

### **II 5. 1. Introduction :**

La découverte des nanotubes de carbone a provoqué des efforts énormes intéressant à leurs comportements et ses applications probables. Les chercheurs ont considéré les nanotubes de carbone comme étant les matériaux les plus dominants et attirants dans cette révolution du 21<sup>ème</sup> siècle dans les nanotechnologies.

### **II 5. 2. Les formes de carbone connues sur terre**

Le carbone est un élément de base de la chimie organique et du vivant, nous savons déjà que la place du carbone dans l'univers est fondamentale. À l'état pur, hors de toute combinaison avec d'autres éléments, le carbone n'en est pas moins extraordinaire de par les diverses formes sous lesquelles il se présente, tant à l'état naturel, que lorsqu'il est le produit de manipulations des chimistes.

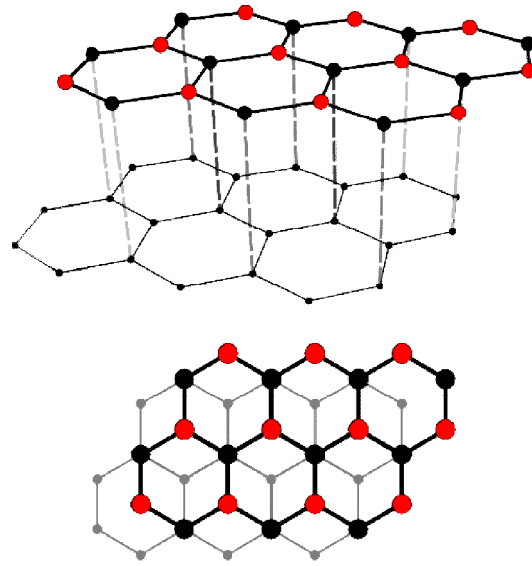
Pour arriver à dévoiler les particularités structurelles et propriétaires des nanotubes de carbone, on cite les différentes formes connues de carbone avant la découverte de cette nouvelle forme.

#### ***II 5. 2. 1. Graphite :***

C'est la forme la plus courante du carbone à l'état libre. On le trouve dans les sédiments métamorphiques, souvent à proximité du charbon organique.

Le graphite est constitué de feuillets où chaque atome de carbone se trouve au sommet d'un hexagone régulier. Ces feuillets, nommé « graphène », sont superposés les uns aux autres à environ 0,34 nm les uns des autres.

Au sein d'un feuillet, chaque atome de carbone est relié à trois autres par de solides liaisons covalentes. Les électrons qui ne sont pas mobilisés par ces liaisons (un par atome de carbone) sont engagés dans des liaisons covalentes, bien plus fragiles que les précédentes, qui lient les feuillets entre eux.



*Fig. II 6. La structure moléculaire du graphite*

Cette organisation particulière des atomes de carbone et les deux types de liaisons mises en œuvre confèrent à cette substance des propriétés particulières utilisés dans de nombreuses activités industrielles.

Du fait de l'organisation en feuillets superposés, le graphite est un solide de faible dureté perpendiculairement aux feuillets. C'est ce qui explique son utilisation pour réaliser des joints, des pièces de frottement et qui en fait un excellent lubrifiant.

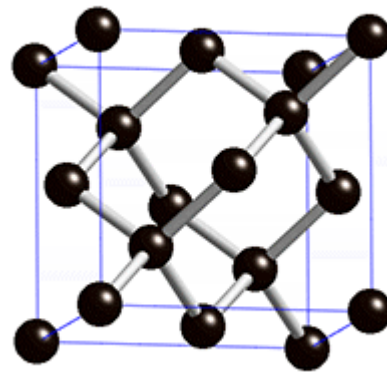
Les fragiles liaisons entre les feuillets sont susceptibles de libérer des électrons qui rendent le graphite un conducteur électrique. On l'utilise donc pour la fabrication des balais des moteurs électriques (les charbons) afin d'amener le courant dans les bobines en rotation.

Du fait de sa structure, ses propriétés mécaniques (élasticité, résilience...) ne sont pas les mêmes dans le plan des feuillets et perpendiculairement aux feuillets. C'est pourquoi il est utilisé dans les alliages composites dits « fibres de carbone » où il est mélangé à des polymères pour accroître leur élasticité.

Le graphite existe sous des formes intermédiaires plus ou moins dégradées qui vont des parfaits réseaux de feuillets hexagonaux, jusqu'au carbone amorphe constitutif du noir de fumée. Sous toutes ces formes, c'est une substance très utilisée en chimie.

### ***II 5. 2. 2. Diamant***

Le diamant est la forme la plus compacte du carbone, qui donne à la substance son énorme dureté. De manière naturelle, il ne se forme qu'à haute température et haute pression (plus de 1000°C et plusieurs gigapascals) et n'est, en théorie, stable qu'à haute pression. Cependant, c'est une forme métastable du carbone, ce qui lui permet donc d'exister aux conditions ambiantes.



***Fig. II 7. La structure de diamant***

Dans la structure du diamant chaque atome de carbone est entouré tétraédriquement de quatre autres atomes de carbone. Il en résulte un réseau tridimensionnel d'hexagones déformés. C'est cette structure rigide qui fait du diamant le minéral naturel le plus dur qui soit. Les diamants naturels servent exclusivement à la production de bijoux. Les outils, avec lesquels certains matériaux très durs doivent être travaillés, sont munis de diamants synthétiques ou de débris de diamants.

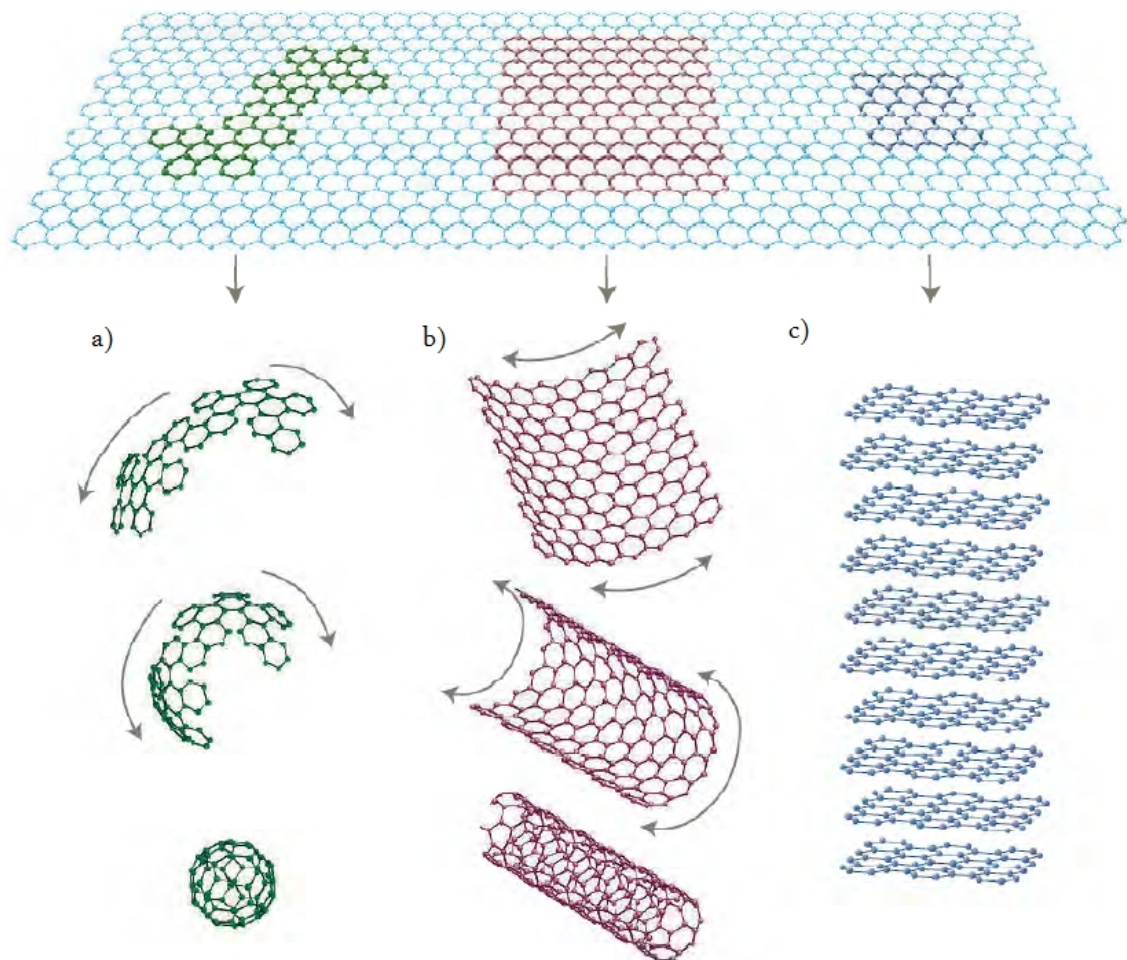
### ***II 5. 2. 3. Graphène :***

Ce matériau a été découvert en 2004 par Andre Geim et Konstantin Novoselov [Geim, A. K et al. 2007].

Le graphène est le nom que l'on donne à un plan d'atomes de carbone assemblés en 2 dimensions (2D) selon une structure en nid d'abeille. Il peut être considéré comme un matériau 2D parfait puisqu'il n'est constitué que d'une seule couche d'atomes. Le graphène sert de matériau de base pour des matériaux graphitiques de toutes dimensionnalités : fullerènes (0D), nanotubes (1D) ou graphite (3D). En effet, la taille nanométrique des fullerènes les rend assimilables à un point sans dimension et du fait de leur longueur

largement supérieure à leur diamètre, les nanotubes de carbone sont assimilables à une ligne et donc à un objet unidimensionnel (voire fig.).

Bien que connu comme faisant partie intégrante de ces allotropes, on a longtemps pensé que le graphène ne pouvait exister. Jusqu'à récemment, il était utilisé comme objet théorique permettant de modéliser les propriétés des autres matériaux carbonés. En 2004, le modèle devint réalité lorsque les premiers plans de graphène furent isolés par Geim et son coéquipier Novoselov. Il fait ainsi depuis quelques années l'objet d'un intérêt croissant [Novoselov, K. S et al. 2005] [Biswas, S et al. 2009].



**Fig. II 8.** Le graphène, modèle de base des autres matériaux du carbone : a) mis en boule en fullerènes, b) enroulé en nanotubes ou c) empilé en graphite

#### **II 5. 2. 4. Fullerène**

Si dans un graphène tel que décrit précédemment, on remplace ici et là une structure hexagonale par une structure pentagonale, la surface plane du graphène se courbe.

C'est en cousant ensemble 20 hexagones et 12 pentagones de cuir judicieusement disposés que l'on réalise un ballon de football.

D'une manière analogue, si on associe 60 atomes de carbone placés aux sommets de 20 hexagones et de 12 pentagones non adjacents, on obtient une molécule stable de forme sphérique et creuse que l'on appelle « footballène ». Cette molécule est la plus simple de la famille des fullerènes.



*Fig. II 9. La structure d'un fullerène*

Elle a été découverte en 1985 par H.W. Kroto (prix Nobel de chimie 1996), de l'université du Sussex près de Brighton, en Angleterre, et par R.E. Smalley de l'université de Rice au Texas (États-Unis).

Les fullerènes sont des molécules organiques non-saturées. Si l'on considère le footballène, 90 arêtes représentent les liaisons entre les atomes de carbone : 30 sont des doubles liaisons et 60 des liaisons simples.

Pour avoir une idée de la taille de ces molécules, on peut dire que si  $R_T$  est le rayon de la Terre,  $R_B$  le rayon d'un ballon de football et  $R_f$  celui d'un fullerène, on a la relation :

$$\frac{R_T}{R_B} = \frac{R_B}{R_f}.$$

En d'autres termes, la taille du ballon de football est à la Terre ce que la taille d'un fullerène est au ballon de football.

Le diamètre des fullerènes est de l'ordre du nanomètre et il est remarquable que ce sont des solides qui ne sont pas liés entre eux. Ce sont donc des nanoparticules.

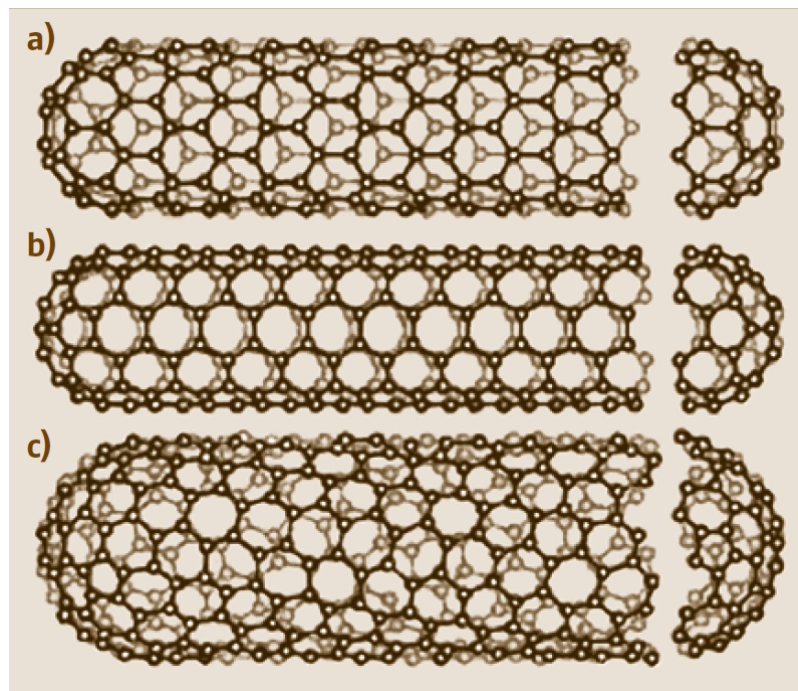
Partant de cette découverte, les chimistes eurent l'idée que les graphènes étaient susceptibles de s'enrouler sur eux-mêmes, tels des tubes. C'est ainsi qu'en 1991 ont été découverts les nanotubes par Sumio Iijima, dans les sous-produits de la fabrication des fullerènes.



Au plan chimique, les nanotubes qui sont creux sont susceptibles de transporter des substances en les isolant de l'environnement jusqu'à leur libération. Ce sont des récipients moléculaires. On envisage d'immenses nanofils pour transporter en toute sécurité l'hydrogène dans le cadre du développement de ce carburant.

Il existe donc plusieurs formes allotropiques du carbone. Parmi celles-ci, deux sont naturelles: le diamant et le graphite. Les fullerènes, les NTC et le graphène sont trois nouveaux allotropes du carbone, découverts coup sur coup lors des trois dernières décennies. Les travaux de cette thèse portant sur la fonctionnalisation des nanotubes de carbone, nous allons maintenant nous focaliser essentiellement sur cet allotrope en abordant les voies de synthèse et de purification des NTC, leurs propriétés et applications potentielles [Elsa GARRIDO 2010].

### II 5. 3. Structure des nanotubes de carbone



**Fig. II 10.** Trois structures différentes de SWNT qui sont des exemples de (a) un nanotube de type zigzag, (b) un nanotube de type fauteuil, (c) un nanotube hélicoïdale

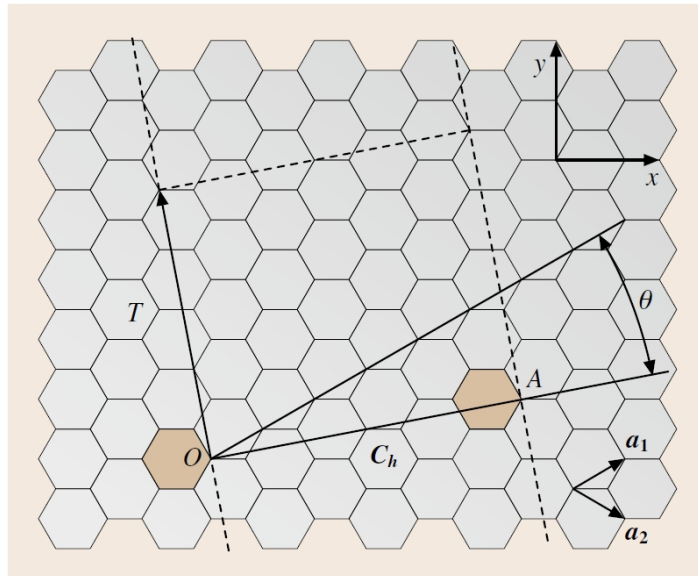
Les nanotubes de carbone (NTC) ont en premier lieu été décrits comme des fullerènes allongés. En effet, le passage de la molécule de C<sub>60</sub> à celle de C<sub>70</sub> se fait en ajoutant une couronne de 5 hexagones de carbone dans le plan équatorial de la molécule. On peut, de même, imaginer des fibres formées par ajout d'un nombre n de couronnes d'hexagones



tendant vers l'infini. On obtient alors un nanotube de formule  $C_{60+10n}$ . Ce type de tube est dit de type fauteuil (ou plus communément Armchair).

De la même manière, en ajoutant des rangées d'hexagones dans un plan incliné à  $45^\circ$  par rapport au plan équatorial on obtient un nanotube de type zigzag.

On peut également définir les nanotubes de carbone comme un feuillet de graphène enroulé de façon à former un tube et fermé par 2 demi-sphères constituées d'hexagones et de pentagones de carbone. En utilisant cette seconde définition, on peut définir précisément un NTC en fonction de la manière dont la feuille de graphène le composant est enroulée. On définit un vecteur nommé vecteur de chiralité,  $C_h$ , égal à  $n.a_1 + m.a_2$  avec  $m$  et  $n$  deux entiers positifs caractéristiques du tube et  $a_1$  et  $a_2$  les vecteurs définissant le réseau d'hexagones d'un feuillet de graphène [Lakhdar Boumia et al. 2014].

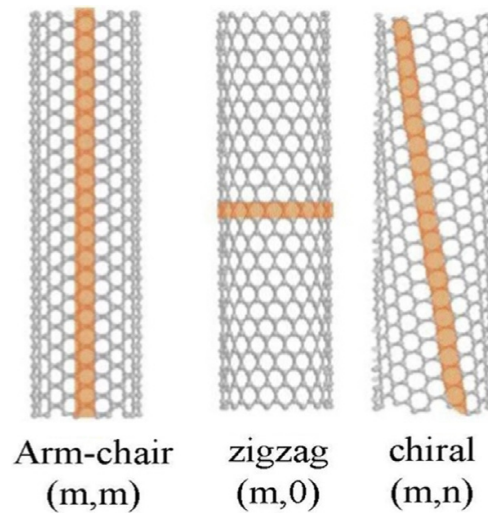


**Fig. II 11.** La façon de faire un nanotube de carbone à paroi simple, à partir d'une feuille de graphène

On retrouve alors les 2 cas particuliers  $C_h = n.a_1$  et  $C_h = n.a_1 + m.a_2$  respectivement le type zig-zag et Armchair. Les nanotubes ne répondant pas à ces critères sont dits chiraux. Le diamètre d'un NTC peut être obtenu par la relation :

$$d = \frac{C_h}{p} = a \frac{\sqrt{3(n^2 + nm + m^2)}}{p}$$

avec 'd' le diamètre du tube et 'a' la longueur de la liaison C=C dans un NTC, d'environ 1.42 Å. Le diamètre de ce type de nanotube varie ainsi de 0.4 nm pour le plus petit réalisable 18 jusqu'au moins 6 nm pour les plus larges.



**Fig.** Les trois types des nanotubes de carbone: armchair, zigzag et chiral [Lakhdar Boumia et al. 2014].

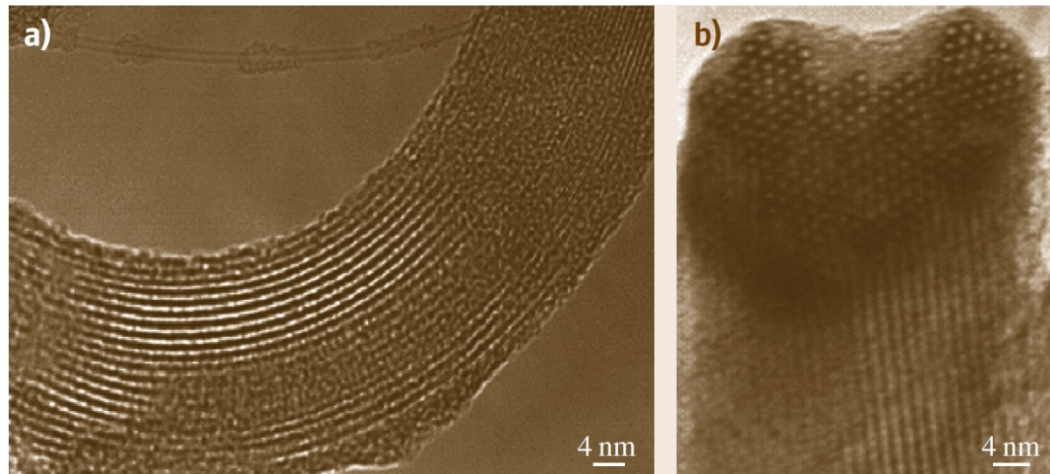
Le caractère unidimensionnel de la structure cristallographique des NTC est à l'origine de la singularité de leurs propriétés. En effet, alors que le diamètre des NTC est de l'ordre du nm, leur longueur est généralement micrométrique et peut même parfois atteindre le centimètre 20. Ce facteur de forme de  $10^3$  à  $10^7$  est au cœur de la problématique de l'utilisation et de l'intégration des NTC.

#### **II 5. 4. Types des nanotubes de carbone :**

Il existe trois types de nanotubes de carbone :

##### ***II 5. 4. 1. Nanotubes de carbone monofeuillet (SWNT, single-walled nanotubes) :***

La structure d'un nanotube de carbone monofeuillet [Mohamed Maachou et al 2011] peut être représentée par un feuillet de graphène enroulé sur lui-même et fermé à ses deux extrémités par une demi-sphère. La façon dont le feuillet de graphène est replié sur lui-même définit un paramètre, appelé hélicité, qui fixe la structure du nanotube. L'hélicité permet de caractériser les différents types de nanotubes existants.



**Fig. II 12.** Images microscopie d'une corde de SWNT. (a) vue longitudinale. Un SWNT unique isolée apparaît également en haut de l'image. (b) vue transversale [M. Monthieux et al. 2001].

Le nanotube mono-feuillet peut être modélisé par l'enroulement d'une feuille de graphène sur elle-même. Cette feuille de graphène présente une structure de type nid-d'abeilles, dont on peut donner 2 vecteurs directeurs,  $a_1$  et  $a_2$ . On définit ensuite le vecteur de chiralité,  $C_h$ , axe selon lequel le graphène s'enroule pour former le nanotube. Ce vecteur peut donc être décomposé en deux composantes, selon les vecteurs  $a_1$  et  $a_2$ . Soient  $m$  et  $n$ , les scalaires tels que  $C_h = n a_1 + m a_2$ .

Selon la valeur de ces 2 scalaires, 3 types d'enroulements, donc trois types de nanotubes peuvent être décrits :

- Si  $m=0$ , on dira que le nanotube a une structure de type « zig-zag »
- Si  $m=n$ , on dira que le nanotube a une structure de type « chaise » ou « fauteuil ».
- Dans tous les autres cas, on dira que le nanotube est « chiral ».

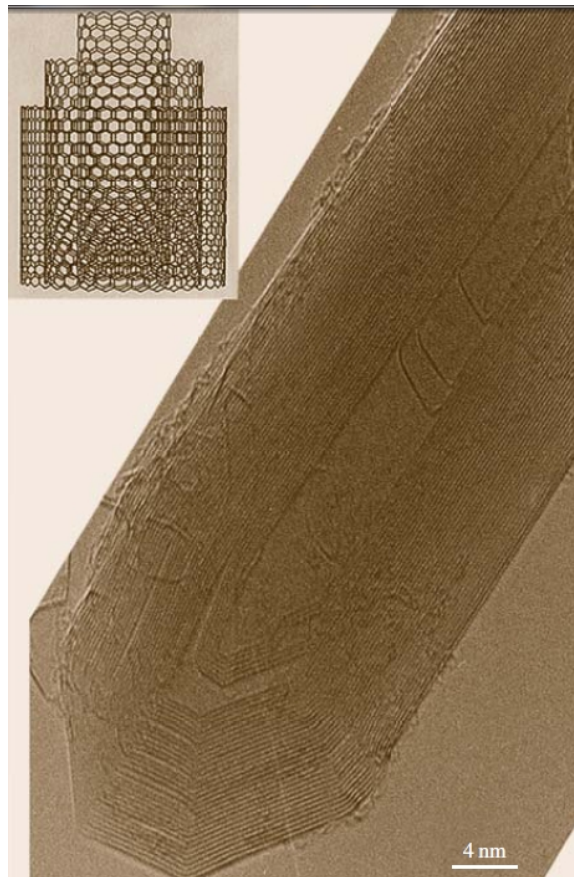
Ces différences d'hélicité donneront aux nanotubes de carbone des propriétés différentes. Notamment, en ce qui concerne les propriétés électriques. Un nanotube de carbone de chiralité  $(n, m)$  sera métallique si  $(2n + m)$  est un multiple de 3. Sinon, il sera semi-conducteur. Donc un nanotube de carbone chaise sera toujours métallique (car on a  $2m+m$ ) tandis qu'un nanotube zig-zag ou chiral sera soit métallique, soit semi-conducteur.

#### ***II 5. 4. 2. Nanotubes de carbone double-feuillets (DWNT, double-walled nanotubes).***

On parle aussi de nanotubes de carbones double-feuillets (en anglais double-walled-carbon nanotubes, DWNT) [Khaled Amara et al. 2010] aux propriétés à mi-chemin entre les deux types : les mono-feuillets et les multi-feuillets.

#### ***II 5. 4. 3. Nanotubes de carbone multi-feuillet (MWNT, multi-walled nanotubes)***

Un nanotube de carbone multi-feuillet [Khaled Amara et al. 2010] est constitué de plusieurs feuillets de graphène enroulés les uns autour des autres.



***Fig. II 13.*** Image de microscopie électronique en transmission à haute résolution (vue longitudinale) d'un nanotube de carbone multi-paroi concentrique (c-MWNT) préparé en utilisant un arc électrique [Bharat Bhushan 2010].

Il existe deux modèles pour décrire la structure des nanotubes multi-feuillets :

- le modèle poupée russe : les plans de graphène sont arrangés en cylindres concentriques
- le modèle parchemin : un seul feuillet de graphène est enroulé sur lui-même, comme une feuille de papier.

## **II 5. 5. Méthodes de synthèse**

Plusieurs méthodes ont été élaborées pour synthétiser des nanotubes de carbone. Elles peuvent être divisées principalement en deux catégories: méthodes chimiques et méthodes physiques, et cela selon l'usage de la nature de la source de carbone.

Les méthodes physiques, comme l'ablation et l'arc électrique sont basées sur la sublimation du carbone solide dans un plasma sous atmosphère inerte. Ce procédé est réalisé à haute température  $T > 3000^{\circ}\text{C}$  en présence ou non de catalyseurs métalliques.

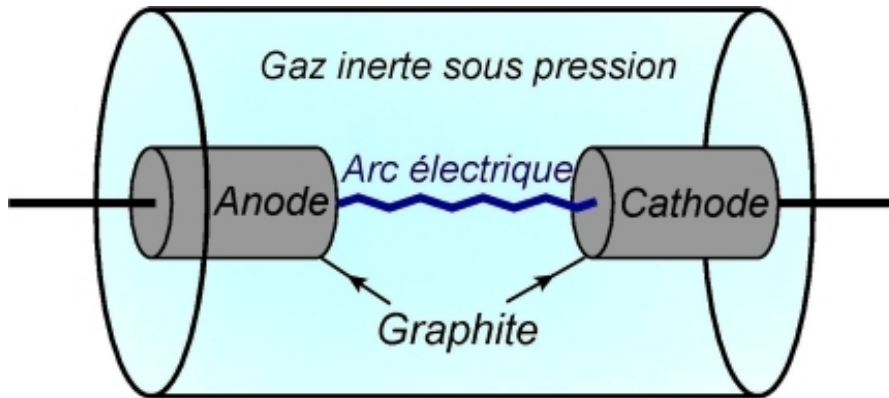
Les méthodes chimiques comme la CVD, Chemical Vapor Deposition, et la HiPco/1 High Pressure CO disproportionation, sont basées sur la décomposition catalytique d'un précurseur carboné gazeux sur des nanoparticules métalliques à moyenne température, entre  $500^{\circ}\text{C}$  et  $1200^{\circ}\text{C}$ .

Bien éloignée de la vision de l'enroulement d'une feuille de graphène, la synthèse de NTC nécessite une source carbonée (solide ou gazeuse), de l'énergie et le plus souvent l'utilisation d'un catalyseur. Le contrôle des conditions de synthèse est un point clef pour l'utilisation de NTC. En effet, leurs propriétés structurales et leur chiralité peuvent dépendre des méthodes de synthèse employées. De nombreuses techniques de synthèse peuvent être trouvées dans la littérature, chacune conduisant à un produit différent de par sa sélectivité (vis-à-vis du type de tube), sa qualité et sa pureté. Les techniques de synthèse par arc électrique, ablation laser et de dépôt catalytique en phase vapeur (CCVD) sont les plus couramment utilisées et sont décrites dans les paragraphes ci-dessous. On peut également citer d'autres méthodes de synthèse telles que celle par flamme d'hydrocarbure, la technique par arc de plasma AC triphasé, la synthèse par décharge électrique en solution aqueuse, la synthèse par électrolyse à haute température dans un sel fondu, la croissance dans des nanopores ou encore la technique de synthèse par rayonnement solaire. La synthèse de NTC par des procédés chimiques classiques, qui pourraient permettre de créer sélectivement des NTC de chiralité unique, est également envisagée.

### ***II 5. 5. 1. Arc électrique***

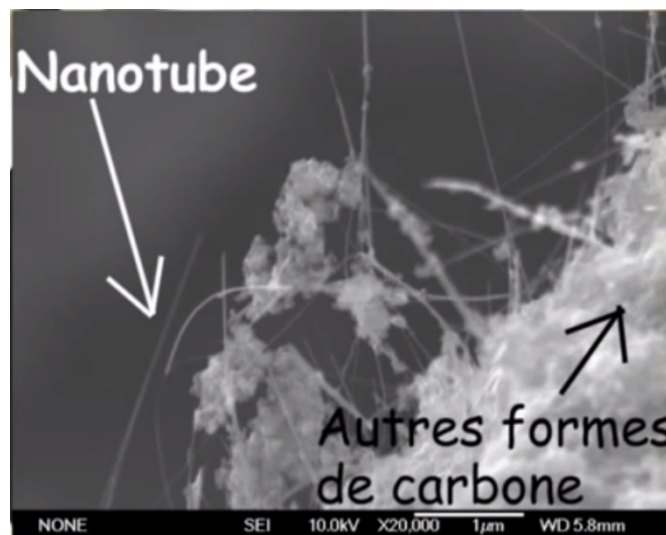
Cette méthode fut dans un premier temps utilisée pour la synthèse de fullerènes avant que Iijima [Iijima, S. 1991] ne découvre qu'elle permettait également la synthèse des NTC. Le principe de la méthode de synthèse par arc électrique [Kratschmer, W et al. 1990] se base sur la sublimation par un arc électrique d'une anode de graphite. En mettant dans une chambre

fermée un gaz non réactif, à l'intérieur deux tiges de graphite sont insérées et un courant électrique est appliqué entre elle (une des tiges est l'anode, l'autre est la cathode). Lorsque les deux tiges sont rapproché et un courant est appliqué un arc est produit ce qui vaporise instantanément la pointe d'une des deux tiges.



*Fig. II 14.* Le principe de la méthode de l'arc électrique

Le gaz de carbone produit lors de cette vaporisation va former des nanotubes. Un produit noir se forme et commence à couvrir toute la chambre. Lorsqu'on ouvre la chambre on peut remarquer que l'anode a été fortement réduite et qu'une poudre noire s'est déposée un peu par tout. Il y a aussi de la poudre sur la cathode, et c'est à cet endroit qu'on va trouver des nanotubes de carbones, en générale ces nanotubes comportent 20 à 30 parois.



*Fig. II 15.* Résultat de synthèse des nanotubes de carbone avec l'existence des impuretés

Si on ajoute des catalysant métalliques à l'intérieurs de la cathode il est possible d'obtenir des nanotubes de carbone mono parois. Les nanotubes synthétisés par cette technique sont presque parfaits et ne comportent que très peu de défaut. Malheureusement, le



principal problème vient de fait que d'autres formes de carbone sont produites en même temps et qu'il est très difficile de les séparer les unes des autres (voir figure). La synthèse par arc électrique peut être dimensionnée pour la production de NTC à grande échelle et donc elle convient à l'utilisation industrielle.

### ***II 5. 5. 2 Ablation laser***

Après que la première construction du laser a été faite en 1960, les physiciens ont immédiatement en fait usage comme un moyen de concentrer une grande quantité d'énergie dans un tout petit volume dans un temps relativement court. La conséquence de cette entrée de l'énergie dépend naturellement des caractéristiques de l'appareil utilisé. Au cours de l'interaction entre le faisceau laser et le matériau, de nombreux phénomènes se produisent en même temps, et chacun de ces phénomènes est influencé par différents paramètres tels que les caractéristiques du faisceau laser, la densité de puissance d'entrée (également appelée la fluence), la nature de la cible et l'environnement qui l'entoure. Par exemple, la cible solide peut simplement chauffer, fondre ou vaporiser en fonction de la puissance fournie.

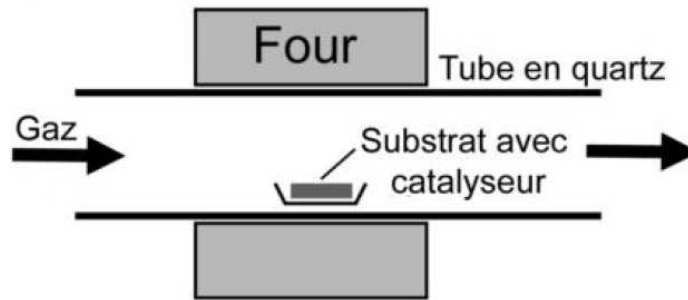
Bien que cette technique a été utilisée avec succès pour synthétiser des structures liées au fullerène pour la première fois [H.W. Kroto et al. 1985], la synthèse de SWNT par ablation laser a fallu dix ans de recherche [T. Guo et al. 1995].

La méthode consiste à focaliser un faisceau laser pulsé sur une cible constituée du graphite. L'interaction cible-faisceau entraîne l'arrachement de la matière constituant la cible, par pulvérisation, évaporation, voire fracturation mécanique, qui peut ainsi venir se déposer sur un substrat placé en vis-à-vis de la tâche laser. Cette technique permet la synthèse de NTC sans catalyseur, elle produit alors majoritairement des MWNT. L'ajout de particules métalliques dans la cible permet également l'obtention de SWNT [Bethune, D. S. et al. 1993]. La modification des paramètres de l'impulsion laser permet le contrôle du produit final. Parmi les inconvénients de cette méthode est l'utilisation de lasers de puissance qui rend la méthode coûteuse et donc peu adaptée au niveau industriel.

### ***II 5. 5. 3. Dépôt catalytique chimique phase vapeur (CCVD) [Flahaut, E. et al. 2003]***

Cette méthode est la préférée pour les nanotubes de carbone. Le principe général, utilisé pour créer des filaments de carbone bien avant la découverte des NTC, consiste en la

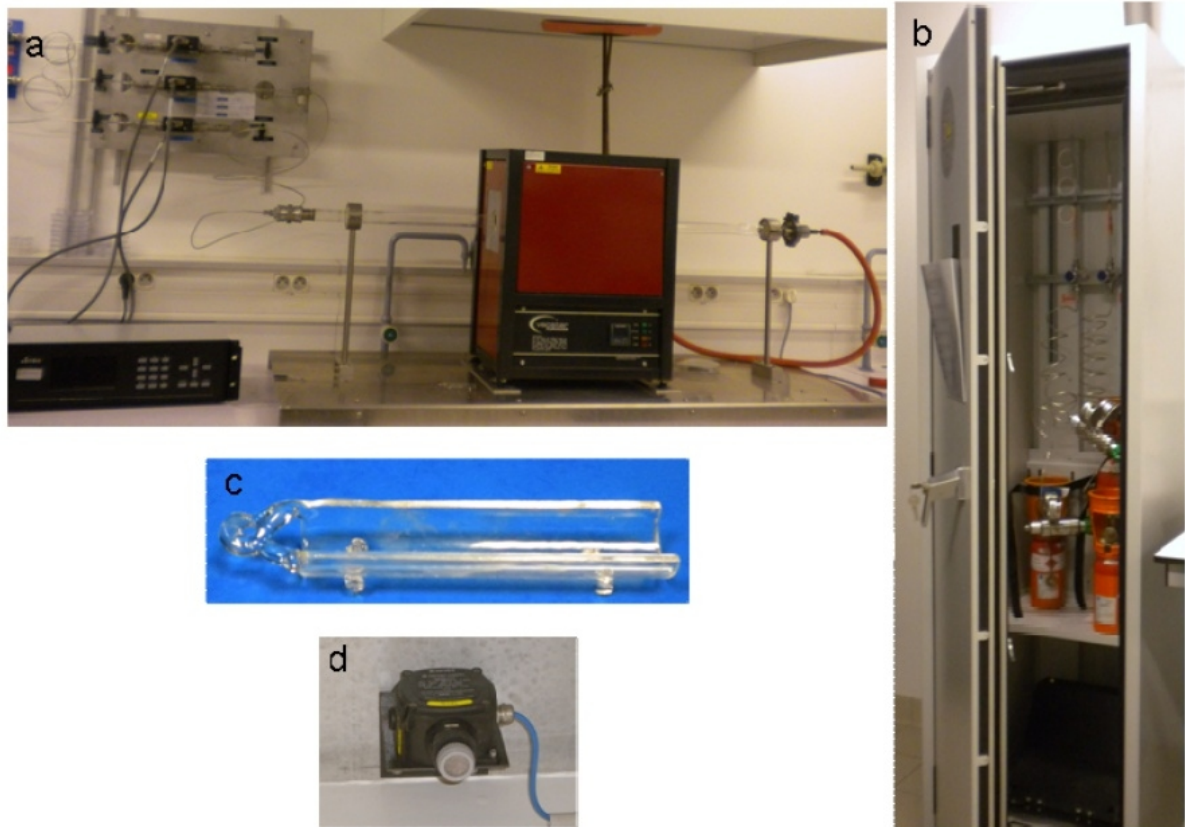
décomposition à haute température d'un gaz carboné sur des particules catalytiques [Rodriguez, N. M. et al. 1993] [Jose Yacaman, M. et al. 1993].



*Fig. II 16. Schéma de principe de la méthode CCVD*

Cette méthode a rapidement permis de contrôler la structure des NTC obtenus en utilisant un catalyseur adapté. La CCVD permet d'obtenir des NTC à des températures de l'ordre de 600°C à 1200°C, bien que les plus basses températures ne permettent pas de réarrangements structuraux et favorisent donc la synthèse de tubes de moindre qualité. De nombreuses sources de carbone sont utilisées, on peut citer l'éthylène, l'acétylène, le méthane, l'éthanol ou encore le benzène. Le gaz carboné est généralement dilué dans du dihydrogène ou dans un gaz inerte. De même, de très nombreux catalyseurs peuvent être utilisés. Ceux-ci peuvent soit être formés de particules métalliques directement mises en contact avec le gaz, soit être générés à partir de précurseurs qui vont produire des particules catalytiques lors de la synthèse. Ainsi, on peut citer les particules de Fe et Co directement déposées sur un substrat, ou encore la synthèse à base de Cobalt (Co) et Molybdène (Mo). De nombreuses méthodes passent par une réaction préliminaire de formation du catalyseur, soit à partir d'un précurseur solide, soit directement dans le milieu gazeux. La réduction de solutions solides d'oxydes métalliques permet la formation in-situ de nanoparticules catalytiques dispersées de manière homogène. L'utilisation de poudres de MgCoO permet la synthèse de SWNT et de DWNT facilement purifiés par traitement acide non-oxydant. Un certain nombre de variantes ont été imaginées pour optimiser le produit obtenu, par exemple en formant un plasma dans la chambre de réaction (PECVD), ou encore en ajoutant des vapeurs d'eau durant la synthèse.





**Fig. II 17.** a) Photographie pour le dispositif utilisé pour la synthèse des nanotubes de carbone par CCVD, b) armoire blindée contenant les bouteilles de gaz, c) nacelle en quartz, d) et détecteur de méthane

L'utilisation d'un substrat solide supportant les nanoparticules métalliques permet la synthèse directe à grande échelle de NTC dont la densité et l'orientation peuvent être contrôlées pour créer, par exemple, des «forêts» de nanotubes alignés.

#### ***II 5. 5. 4 Synthèse de nanotubes de carbone double paroi***

Pour de nombreuses applications, une sélectivité importante de la voie de synthèse vis-à-vis des NTC obtenus est nécessaire. En effet, le contrôle du nombre de parois ou encore de l'hélicité des NTC synthétisés peut s'avérer indispensable dans de nombreux domaines d'application. Ainsi, la synthèse sélective de DWNT peut être réalisée par la décomposition de méthane sur un composite Co-MgO préparé par réduction d'une solution solide Mg<sub>0.9</sub>Co<sub>0.1</sub>O. Cette méthode mise au point au CIRIMAT permet la synthèse de NTC contenant 80% de DWNT [Flahaut, E. et al. 2000]. D'autres méthodes ont permis d'obtenir des DWNT par la décomposition d'acétylène sur un catalyseur de fer avec un promoteur

sulfuré, dans un procédé homogène grâce à du n-Hexane et un ferrocène, ou encore par arc électrique en utilisant un protocole adapté [Hutchison, J. et al. 2001].

On peut également citer la voie de synthèse par remplissage de fullerènes. Des SWNT sont remplis de fullerènes et un traitement thermique (ou encore sous flux d'électrons) va permettre la formation d'une paroi interne par coalescence des endofullerènes.

## **II 5. 6. Propriétés physiques des nanotubes de carbone**

### ***II 5. 6. 1. Propriétés mécaniques***

La structure particulière des nanotubes de carbone a rapidement été considérée comme susceptible de présenter des propriétés mécaniques intéressantes. Bien que difficile à vérifier expérimentalement (la petite taille des nanotubes ne permet pas de véritables tests de contrainte au début), la résistance des nanotubes de carbone devrait être (d'après des simulations informatiques) environ 100 fois supérieure à l'acier [M.-F. Yu et al. 2000] pour un poids 6 fois moindre (à section équivalente), et même supérieur à celui du diamant. Ces propriétés varient aussi selon la nature du nanotube. Les nanotubes multifeuillets [B.G. Demczyk et al. 2002] sont beaucoup plus résistants que les nanotubes monofeuillets [Les nanotubes, des fibres d'avenir, site web, 2013].

Ces résultats ont amené de nombreuses équipes à tester expérimentalement les propriétés mécaniques de nanotubes individuels. Par exemple, l'utilisation de HRTEM a permis l'observation de déformations en flexion non-destructives sur des nanotubes uniques. Il a ainsi été montré que les NTC ne sont pas endommagés même lorsqu'on leur impose de très forts rayons de courbure.

Finalement, avec des propriétés telles qu'une contrainte à rupture pouvant aller jusqu'à 45 GPa et un module d'Young de l'ordre du TPa, les NTC dépassent les performances mécaniques de tous les autres matériaux.

Une piste d'explication a été lancée mais n'est pas encore prouvée la recherche étant encore dans ce domaine à l'étape d'expérimentation : en réduisant la taille des particules, on agit directement sur les liens atomiques du matériau qui eux sont responsables de sa dureté. Pour ce qui est de la ductilité, certains chercheurs pensent que les nanoparticules, dû à leur taille réduite glisseraient mieux entre elles lorsque le matériau subit un choc ce qui aiderait à

encaisser le choc. Ainsi, des chercheurs ont réussi à obtenir des céramiques à la fois plus dures et plus résistantes aux chocs.

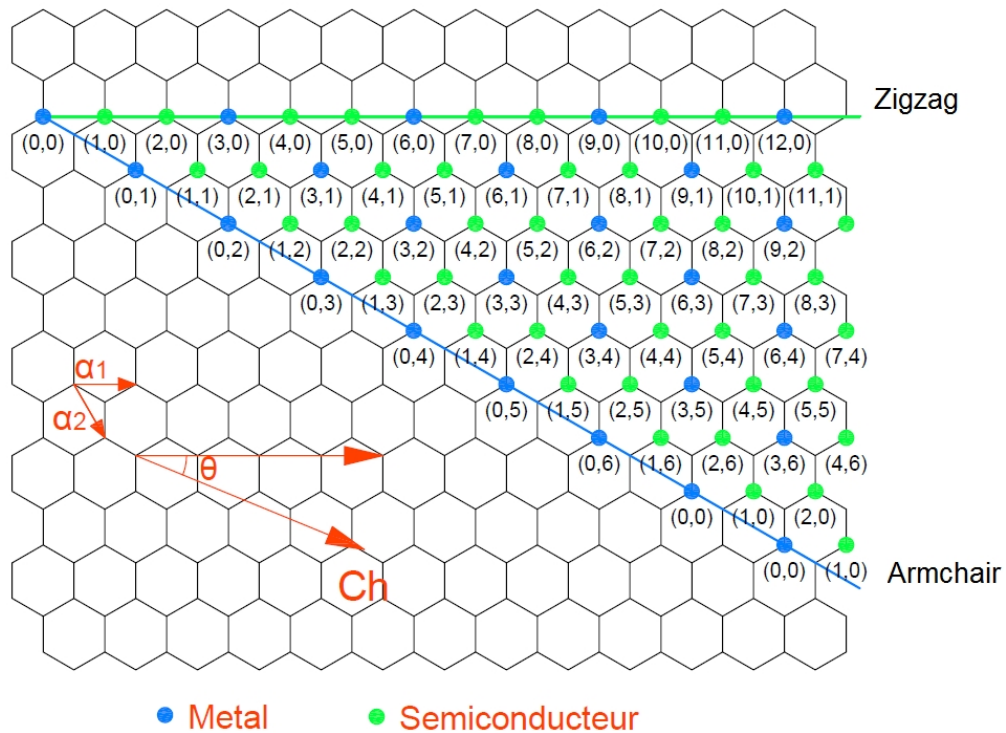
### ***II 5. 6. 2 Propriétés thermiques***

Compte tenu des performances en tant que conducteur thermique du graphite et du diamant, de nombreux chercheurs se sont penchés sur celles des NTC [Ruoff, R. S.; Lorents, D. C., 1995]. Les études théoriques ont rapidement montré qu'à basse température un effet de transport balistique des phonons est possible dans les NTC. Des expériences sur des tubes uniques à basse températures ont permis de mieux comprendre les mécanismes intervenant dans la conduction thermique de tels systèmes. Concrètement, les nanotubes présentent des conductivités thermiques de l'ordre de celle du graphite dans le plan ou encore du diamant, c'est-à-dire de l'ordre de quelque de  $\text{kW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  à température ambiante. L'utilisation de NTC en tant que conducteurs de chaleur est ainsi envisagée pour des matériaux composites ou dans des microsystèmes en tant que dissipateur de chaleur [S. Berber et al. 2000].

### ***II 5. 6. 3 Propriétés électriques***

Les nanotubes de carbone ont une multitude de propriétés électriques qui les rendent largement utilisé dans les domaines de l'électronique et l'électricité [Lu, X. et al. 2005], [Hong, Seunghun et al. 2007], [Charlier, J. et al. 2007] et [Tang, Z. K et al. 2001].

Ces nanotubes ont une conductivité supérieure à celle du cuivre (et 70 fois supérieure à celle du silicium) et deviennent supraconducteurs à basse température. Ils font preuve de propriétés intéressantes dans la conversion directe de l'énergie électrique en énergie mécanique. Les nanotubes utilisés comme émetteurs d'électrons semblent être les candidats idéaux pour la nouvelle génération d'écrans plats à effet de champ. En effet les nanotubes peuvent avoir des qualités émissives exceptionnelles (jusqu'à  $1 \text{ A.cm}^{-2}$ ) à bas champ d'extraction ( $3\text{-}5 \mu\text{V.cm}^{-1}$ ). Les nanotubes de carbone pourraient également permettre de réaliser des émetteurs d'électrons à l'échelle du nanomètre.



**Fig. II 18.** Représentation graphique du comportement électrique d'un NTC en fonction de sa structure

Les propriétés électriques des nanotubes dépendent de la nature du nanotube : les nanotubes monofeuillets ont de meilleures propriétés que les multifeuillets (ces derniers ont de moins bonnes propriétés en partie à cause des interactions électriques, de type van der Waals, entre les différentes couches de graphène). Dans une feuille de graphite dont la densité de porteurs est élevée (donc un matériau conducteur d'électricité), seuls contribuent à la conduction les électrons proches du niveau de Fermi. Aucun des électrons des atomes de carbone dans un autre état énergétique ne peut circuler librement. Un tiers des nanotubes de carbones existants possèdent à la fois le bon diamètre et la bonne structure de torsade (appelée twist) pour inclure le niveau de Fermi dans leur sous-ensemble d'états quantiques autorisés.

#### II 5. 6. 4 Propriétés chimiques

Les nanotubes sont des structures creuses, que l'on peut remplir avec d'autres composés chimiques, ce qui en fait des récipients clos à l'échelle nanométrique, appelés nanofils.

Les nanotubes de carbone sont relativement peu réactifs et une modification chimique de leur surface fait souvent appel à des espèces fortement réactives (oxydants forts, réducteurs forts, espèces radicalaires par exemple). C'est pourquoi une chimie de greffage de nanotubes

basée sur des interactions non covalentes s'est fortement développée ces dernières années (absorption de tensioactifs, enroulement de polymères, d'ADN, absorption de pyrènes, etc).

### ***II 5. 6. 5 Propriétés optiques***

Leurs propriétés optiques résultent de la structure électronique des nanotubes de carbone grâce à leurs caractères quasi unidimensionnels et qui est caractérisé par la présence des singularités de Van Hove dans leur densité d'état. La structure électronique dépend directement des indices (n,m) des nanotubes de carbone, donc chaque nanotube a des propriétés d'absorption et d'émission différentes.

La densité d'état des nanotubes de carbone métalliques n'est pas nulle au niveau de Fermi alors qu'elle s'annule pour les semi conducteurs et leur première transition est de plus haute énergie que les deux premières des semi-conducteurs. La position de la transition de la première paire de singularité de Van Hove est différente pour des nanotubes de diamètres différents. En général, plus le diamètre est grand plus son gap est faible ( $E_g \propto 1/d$ ). Par contre cela n'est plus vrai pour la transition de la deuxième paire de singularité de Van Hove."

Les nanotubes de carbone semi-conducteur sont photoluminescents. Le processus se décrit par une absorption d'un photon d'énergie entraînant le passage d'un électron d'un état initial de la bande de valence à un état excité de la bande de conduction en créant un trou dans la bande de valence. Après il y a combinaison de l'électron et du trou pour former un exciton. Enfin la recombinaison de l'exciton conduit à l'émission d'un photon. Les nanotubes de carbone métalliques ayant une densité d'état non nulle au niveau de Fermi, il ne fluorescent pas.

## **II 6. Application des nanotechnologies**

Les applications de la nanotechnologie touchent tous les aspects de la vie moderne. La liste des applications est aussi exhaustive, au point qu'on pourra difficilement suivre le progrès des applications de la nanotechnologie. Parfois, ces applications sont réalisables, d'autres fois, ils appartiennent aux domaines des sciences fictions.

Du point de vue de la connaissance scientifique mobilisée, plusieurs sous-disciplines sont particulièrement utiles aux développements des connaissances fondamentales des NST. En effet, des analyses détaillées de la manière sont publiés et construits les articles

scientifiques concernant les nanotechnologies et les nanosciences, montrent l'émergence de trois sous-champs spécifiques :

- biosciences et pharma : autour de la biologie, des laboratoires pharmaceutiques et des biotechnologies. Ce champ peut être qualifié comme celui de la **nanobiologie** ;
- nanomatériaux et synthèse chimique : autour de la chimie et des nanomatériaux. Ce champ peut être qualifié comme celui des **nanomatériaux** ;
- supraconductivités et ordinateur quantique : essentiellement issue de la microélectronique, ce champ peut être qualifié comme celui de la **nanoelectronique**.

L'ensemble de ces trois champs s'articulent les uns aux autres avec plus ou moins d'intensité et de distance. Ils ont un impact important sur les modalités d'organisation de l'activité industrielle qu'ils mobilisent dans la zone concernée. En effet, la nano-biologie est essentiellement structurée autour de nombreuses petites entreprises et des grands groupes pharmaceutiques, alors que les activités industrielles concernées par la nanoélectronique s'organisent, pour l'essentiel, autour de très grands groupes, quelques petites entreprises et des grands équipements partagés.

### ***II 6. 1. Domain des composites***

Les similitudes entre les NTC et les fibres de carbone, ainsi que leurs exceptionnelles propriétés mécaniques, ont rapidement amené à envisager leur utilisation en tant que charge dans des matériaux composites. Les matériaux composites à matrice polymère sont utilisés, entre autres, dans les articles de sports de haut niveau car un gain important de masse peut être obtenu. Ainsi, quelques années après leur découverte, des premiers tests en tant que renfort mécanique dans des matrices polymères ont été menés [Ajayan, P et al. 1994]. Depuis, de très nombreuses recherches ont été financées afin de retrouver, au niveau macroscopique, les propriétés intrinsèques des NTC. Mais, alors qu'une amélioration rapide a été apportée pour les transferts de charge électrique, et ce grâce au seuil de percolation très faible des NTC, les avantages mécaniques peinent à tenir toutes leurs promesses. En effet, l'inclusion des NTC souffre de la faiblesse mécanique de leur interface avec la matrice [Suhr, J. et al. 2005] [Suhr, J. et al. 2006]. Ce problème peut toutefois être contrôlé par la modification chimique ou le dopage préalable des NTC. L'amortissement mécanique tire toutefois un grand avantage de l'ajout de NTC en profitant de la faible interaction NTC/Matrice. Les composites



à matrice polymère ne sont pas les seuls à pouvoir profiter de l'inclusion de NTC. Ainsi, l'ajout de NTC a été étudié pour améliorer les propriétés mécaniques de composites à matrice métallique ou encore céramique. L'amélioration d'autres propriétés est également à l'étude, par exemple pour obtenir une meilleure conduction électrique ou thermique. La densification des poudres composites par frittage et plus avantageusement par frittage flash semble particulièrement prometteuse. Les DWNT paraissent bien adaptés à ces applications. La pertinence d'une étude approfondie de l'ajout de NTC dans des matrices métalliques est renforcée depuis qu'ils se sont révélés être un des secrets de l'acier de Damas. Actuellement, l'utilisation des NTC dans des composites à matrice polymère en tant que renfort mécanique ou conducteur électrique représente la plus grande part des utilisations commerciales de NTC.

### ***II 6. 2. Domaine de l'énergie***

L'apport des nanomatériaux et des matériaux nanostructurés est stratégique dans le domaine de l'énergie nucléaire du futur, en particulier dans les projets liés aux réacteurs de « Génération IV ». En effet, qu'il s'agisse des nouveaux alliages métalliques renforcés par une dispersion très fine d'oxyde (aciers ODS) ou de composites à matrices céramiques (CMC), les performances de ces matériaux reposent sur leur nano-structuration. Elles permettent par exemple aux premiers de renforcer leur résistance lors de leur utilisation en environnement sévère ; aux seconds de présenter une conductivité thermique élevée. Le développement pour le nucléaire de ces matériaux nanostructurés permettra la diffusion de connaissances, de savoir-faire technologique et d'innovation dans d'autres secteurs industriels.

Les grandes densités de courant qu'ils peuvent supporter, leur stabilité chimique, leur faible résistivité et leur grande surface spécifique accessible mettent les nanotubes de carbone au premier rang des candidats pour de nombreuses applications dans le stockage et la production de l'énergie [Endo, M. et al. 2008].

Ainsi, l'utilisation des NTC en tant qu'anodes de batteries Lithium-ion pourrait permettre l'amélioration de leur rendement [Conway, B. E. 1999]. De même, les tirent avantage de la surface spécifique des NTC qui augmente considérablement les surfaces d'échange et ainsi les densités d'énergie finale. De la même manière, dans les piles à combustible, l'utilisation des NTC en tant que support pour des particules de platine améliore la surface d'échange et ainsi leur capacité [Yoshitake, T. et al. 2002].

Dans le domaine des cellules photovoltaïques. Les dispositifs actuels en silicium cristallin convertissent au maximum 16 à 18 % de la puissance du Soleil en énergie électrique, mais la fabrication des cellules est coûteuse, complexe, et exige de grandes précautions. Les nanotechnologistes élaborent des structures photosensibles flexibles, à partir de plastiques conducteurs, actuellement en phase de test.

Le stockage d'hydrogène dans des matériaux à base de NTC, dans le but d'alimenter des piles à combustible a été fortement étudié et reste un sujet à discussions.

### ***II 6. 3. Aéronautique***

Les performances mécaniques des matériaux composites à base de nanotubes intéressent les spécialistes de l'aéronautique. L'idée est de fabriquer des matériaux les plus légers et les plus résistants possible. On peut adjoindre des fonctions supplémentaires pour obtenir des matériaux dits multifonctionnels. Les avions d'aujourd'hui sont encore constitués de plus de 80 pour cent en masse d'alliages métalliques (surtout à base d'aluminium), mais ces derniers sont progressivement remplacés par des composites à base de carbone. Cela permettrait des gains substantiels en termes de masse et donc en économies de carburants. Incorporer des nanotubes à ces plastiques les renforcerait sans les alourdir et, éventuellement, les rendraient conducteurs pour en faire des matériaux « intelligents ». Ils seraient sensibles, par exemple, à des contraintes et des déformations sur l'avion et capables d'en informer l'équipage.

### ***II 6. 4. Biologie***

Les applications les plus spectaculaires, rendues jusqu'à ce moment publiques, sont sans doute les applications médicales des nanotechnologies. Bien que les dangers potentiels sont présents. Les NTC peuvent être fonctionnalisés et remplis tout en étant chimiquement relativement inertes, ils sont ainsi des candidats idéaux pour le transport d'espèces biologiquement actives au sein d'un organisme. Ainsi, les NTC peuvent être remplis de molécules de médicamenteusement actives et être fonctionnalisés en surface par des molécules permettant de cibler une zone à traiter, ou encore de molécules permettant leur observation in-vivo. Par exemple, des chercheurs du California Nano Systems Institute ont développée une machine nanométrique capable de stocker et transporter l'anti cancer dans des pores, et puis le délivrer aux cellules cancéreuses sous irradiation de photon. L'injection de NTC dans des milieux biologiques peut également servir des buts d'imagerie en utilisant leur fluorescence



naturelle, ou des groupements fonctionnels [Pastorin, G. et al. 2006]. D'autre part, la culture de cellules neuronales sur un substrat recouvert de NTC permet non seulement une meilleure accroche des cellules et un guidage de la croissance des axones mais également une interaction forte entre la conduction cellulaire et à travers le NTC. Les applications de ce type de dispositif vont de l'étude in vitro de comportements de cellules jusqu'à la réalisation envisagée de prothèses neurales. Enfin, les NTC sont utilisés dans des systèmes biomimétiques, par exemple, des surfaces adhésives de type patte de gecko constituées de forêts de NTC [Amor TOUMIAT 2003].

#### ***II 6. 5. Industries automobile:***

Matériaux renforcés par des nanoparticules qui sont plus légers, pneus renforcés par des nanoparticules qui durent plus longtemps et qui sont recyclables, peinture extérieure sur laquelle la saleté n'a pas prise, plastiques ininflammables et peu coûteux, textiles et recouvrements qui se réparent d'eux-mêmes.

#### ***II 6. 6. Industries de l'électronique et des communications :***

enregistrement de données avec des médias utilisant les nanocouches et les points quantiques, écrans plats, technologie sans fil, nouveaux appareils et processus dans tout le domaine des technologies de l'information et des communications, des vitesses de traitement et des capacités d'enregistrement des millions de fois plus rapides et, de plus, moins coûteuses que les méthodes actuelles.

#### ***II 6. 7. Industries chimiques et des matériaux :***

Des catalyseurs qui augmentent l'efficacité énergétique des usines de transformation chimique et qui augmentent l'efficacité de la combustion des véhicules moteurs (ce qui va diminuer la pollution), des outils de coupe extrêmement durs et résistants, des fluides magnétiques intelligents pour les lubrifiants et les joints d'étanchéité [P. M. Ajayan et al. 1999].

#### ***II 6. 8. Secteur manufacturier :***

Une ingénierie de précision pour la production de nouvelles générations de microscopes et d'instruments de mesure, de nouveaux processus et de nouveaux outils pour

manipuler la matière au niveau atomique, des nanopoudres incorporées dans des matériaux en vrac avec des propriétés spéciales telles que des senseurs qui détectent les bris imminents et des contrôles en mesure de corriger le problème, autoassemblage de structures à partir de molécules, des matériaux inspirés par la biologie ainsi que des bio-structures.

### ***II 6. 9. Environnement :***

Des membranes sélectives qui peuvent filtrer les contaminants ou encore le sel de l'eau, des pièges nanostructurés pour enlever les polluants des rejets industriels, caractérisation des effets des nanostructures sur l'environnement, des réductions importantes dans l'utilisation des matériaux et de l'énergie, réduction des sources de pollution, de nouvelles opportunités pour le recyclage.

### **Conclusion**

Les nanotechnologies sont l'étude et la manipulation des objets à l'échelle nanométrique. Elles ne constituent pas une nouvelle science dont il s'agirait d'établir l'exactitude en la confrontant à l'expérience, il s'agit plutôt d'un champ de recherche pluridisciplinaire où interviennent plusieurs disciplines déjà constituées : physique, chimie, science des matériaux, électronique, biologie, informatique etc. La principale caractéristique des nano objets et que leurs propriétés physiques dépend de leur taille. À cette échelle, les propriétés des objets sont gouvernées par les lois de la mécanique quantique. Les applications des nanotechnologies touchent tous les domaines de la vie moderne.

Chapitre III :  
Généralités sur les  
théories des poutres

## Chapitre III : Généralités sur les théories des poutres

### III 1. Introduction :

Les poutres représentent un élément très répandu pour modéliser les structures, soit en génie civil tel que les bâtiments, les ponts, les chemins de fer,...etc. soit en mécanique ou dans autres secteurs.

### III 2. La modélisation des poutres

On appelle poutre le solide engendré par une surface plane  $S$  lorsque son centre de gravité  $G$  décrit un arc de courbe  $\overline{G_0G_1}$ , le plan de  $S$  étant normal en  $G$  à cet arc.

$\overline{G_0G_1}$  est la ligne moyenne de la poutre,  $S$  la section droite. Le diamètre  $D$  de  $S$  est la distance séparant les deux points de  $S$  les plus éloignés l'un de l'autre.

La définition ci-dessus peut s'appliquer à n'importe quel solide ; on la complète donc en imposant les deux conditions suivantes [Serge LAROZE, 2005] :

- le diamètre  $D$  de chaque section droite  $S$  est faible devant la longueur  $L$  de la ligne moyenne  $\overline{G_0G_1}$ , ainsi que devant le rayon de courbure  $R$  et le rayon de torsion  $T$  de cette ligne moyenne en  $G$ .
- si la section droite  $S$  est évolutive (non constante), ses variations (taille, forme, calage) en fonction de l'abscisse curviligne  $s$  de  $G$  sur  $\overline{G_0G_1}$ , sont très lente.

Une poutre est rectiligne si sa ligne moyenne est un segment de droite ; si de plus sa section  $S$  est constante (dimensions, forme, calage constants), elle est dite prismatique (ou cylindrique). Une poutre non rectiligne est une poutre courbe (plane ou gauche).

Un anneau est une poutre dont la ligne moyenne est une courbe fermée : dans ce cas, les sections droites origine et finale, confondues, peuvent être choisies arbitrairement.

On nomme tube toute poutre creuse (une ou plusieurs cavités).

Une poutre mince possède une section droite  $S$  formée d'une ou plusieurs bandes dont la largeur est faible devant le diamètre  $D$  de  $S$ .

Une fibre longitudinale est un tube infiniment délié engendré par un élément  $dS$  de  $S$  quand  $G$  décrit  $\overline{G_0G_1}$ .

Là où la détermination de la solution exacte pour les champs de contrainte et de déformation n'est pas possible, les théories des poutres permettent d'obtenir une solution approchée, qui donne une bonne idée des efforts et des déplacements. On présente ici les différentes théories des poutres. Les hypothèses principales communes entre ces différentes théories sont les suivantes:

- l'axe de la poutre,  $x$ , est droit.
- la poutre se déforme dans le plan  $x - z$ , qui est le plan principal d'inertie.
- la poutre transmet des efforts normaux en direction  $x$ , des cisaillements en direction  $z$  et des moments autour de l'axe  $y$ .

La construction d'une théorie de poutre consiste à reprendre, pour un milieu curviligne, le cheminement suivi pour le milieu continu en décrivant le champ de déplacement des points constituant la poutre. Les étapes successives du traitement sont donc la définition d'une cinématique, l'application des équations d'équilibre, l'introduction des lois de comportement. On en déduit des relations globales entre force, couples, flèches et angles de rotation des sections. Dans le cas d'une poutre homogène isotrope, la part de cisaillement dans la flèche est directement reliée à l'élancement ( $L/h$ ).

La précision de la modélisation pour chaque théorie dépend en grande partie des hypothèses proposées ainsi que la cinématique de chacune.

### **III 3. Résolution des problèmes d'élasticité**

Deux approches existent pour la résolution du problème d'élasticité, selon que la recherche de la solution est faite en choisissant le champ de déplacement ou le champ de contrainte comme inconnue principale.

#### ***III 3. 1. Approche en déplacement***

Cette méthode consiste à choisir le champ de déplacement comme inconnue principale. Dans la pratique, une certaine forme pour ce champ est proposée. Il s'agit alors de vérifier toutes les équations du problème.

Ce champ doit satisfaire les conditions aux limites en déplacement, et il est aisé de calculer par dérivation les déformations, puis les contraintes en utilisant la loi de comportement. Il est alors possible d'étudier si les équations d'équilibre et les conditions aux limites portant sur les contraintes sont vérifiées. Dans le cas d'un domaine homogène il est plus commode d'exprimer directement les équations d'équilibre en termes de déplacement. Celles-ci sont obtenues en reportant la relation déformations/déplacements dans la loi de comportement, puis en injectant cette expression dans les équations d'équilibre.

Le processus de résolution avec la méthode en déplacement est :

- postuler un champ de déplacement ;
- vérifier les conditions aux limites sur les déplacements ;
- vérifier les équations de Lamé-Navier ;
- vérifier les conditions aux limites sur les contraintes ;
- conclure grâce à l'unicité.

### ***III 3. 2. Approche en contraintes***

La seconde méthode de résolution consiste à rechercher directement les contraintes. Le champ de contrainte doit vérifier les conditions aux limites portant sur les contraintes et les équations d'équilibre. Si tel est le cas, il sera toujours possible de lui associer un champ  $\varepsilon$  en utilisant la loi de comportement sous sa forme inverse.

En revanche, il n'est pas sûr que ce champ corresponde à un champ de déformations. Il faut pour cela s'assurer qu'il existe un champ de déplacement tel que  $\varepsilon$  dérive de ce champ de déplacement, soit ce qui revient à dire que  $\varepsilon$  doit vérifier des conditions d'intégrabilité, encore appelées conditions de compatibilité des déformations.

En pratique, lors d'une approche en contraintes, ces équations sont exprimées en fonction des contraintes. Pour ce faire, il faut utiliser la loi de comportement. Mais les équations obtenues sont difficiles à exploiter, c'est pourquoi elles sont combinées avec les équations d'équilibre, pour donner finalement les équations de Beltrami-Michel.

Le processus de résolution avec la méthode en contrainte est donc :

- postuler un champ de contrainte ;
- vérifier les conditions aux limites sur les contraintes ;
- vérifier les équations d'équilibre ;

- vérifier les équations de Beltrami-Michell ;
- intégrer les déformations et obtenir le champ de déplacement ;
- vérifier les conditions aux limites sur les déplacements ;
- conclure grâce à l'unicité.

### ***III 3. 3. Choix d'une méthode de résolution***

Pour un problème d'élasticité linéaire admettant une solution analytique, le choix d'une méthode de résolution doit être guidé par l'intuition qui incite à faire des hypothèses sur la forme des déplacements ou des contraintes. Cependant, comme toute solution doit satisfaire les conditions aux limites du problème, l'inconnue sur laquelle les conditions aux limites sont les plus nombreuses est en général privilégiée.

La proposition d'un candidat à la solution d'un problème est alors une étape délicate, et il faut exploiter toutes les informations disponibles. En particulier, les propriétés géométriques des données du problème (géométrie du système, chargement volumique, loi de comportement et conditions aux limites) doivent être utilisées. Elles peuvent en effet conduire à la recherche d'une solution indépendante d'une ou plusieurs variables d'espace, ou vérifiant des propriétés de symétrie. Enfin, signalons que lorsque les deux méthodes de résolution sont utilisables, la méthode des déplacements sera préférée, car moins lourde au niveau des calculs que la méthode des contraintes (l'intégration des déformations est assez fastidieuse) [Patrice Cartraud, 2011].

## **III 4. Théories des poutres selon la prise en compte du cisaillement :**

La construction d'une théorie de poutre nécessite l'introduction de certaines hypothèses, qui représentent des simplifications acceptables de la réalité. Plusieurs théories dans la littérature jouent sur la prise en compte ou non du cisaillement. On cite, dans ce qui suit, les trois les plus répandues.

### ***III 4. 1. La théorie classique des poutres (Euler-Bernoulli):***

La théorie classique des poutres (classical beam theory - CBT) se base sur les hypothèses d'Euler-Bernoulli, selon les quelles une section plane et normale au plan moyen de la poutre reste normale et perpendiculaire après déformation (figure III 1.).

En plus, en supposant que les normales ne changent pas de longueurs et en prenant en compte la petitesse des déformations, cela va nous donner un déplacement transversal similaire pour tous les points de la même section transversale.

En se basant sur les hypothèses ci-dessus, le champ de déplacement peut se donner par :

$$u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w(x)}{\partial x} \quad (\text{III-1})$$

$$w(x, z) = w_0(x) \quad (\text{III-2})$$

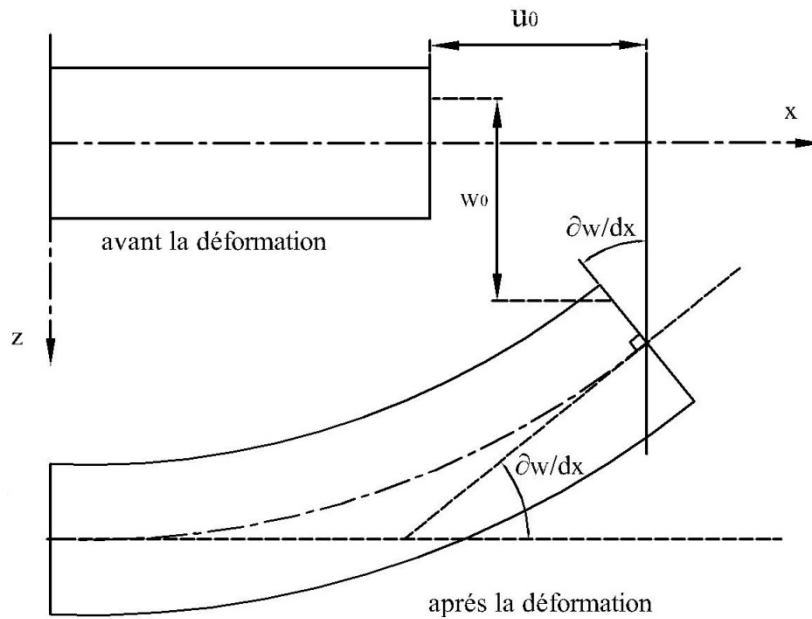


Fig. III 1. La cinématique de la théorie classique des poutres.

Ce champ se décompose en deux parties :

- Le déplacement axial de la membrane  $u_0(x)$
- Le déplacement axial dû à la flexion  $z \frac{\partial w(x)}{\partial x}$
- Le déplacement transversal  $w(x, z)$

avec  $u_0$  : est le déplacement de la fibre moyenne et  $\frac{\partial w(x)}{\partial x}$  est la rotation due à la flexion et

$w_0(x)$  est le déplacement transversal de la fibre moyenne.



Sous ces considérations, les sections droites de la poutre ne subissent aucun glissement, en effet :

$$g_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-3})$$

Qui en résulte une contrainte nulle de cisaillement :

$$t_{xz} = g_{xz} \cdot G = 0 \quad (\text{III-4})$$

Avec G : le module de cisaillement transverse.

Donc on résume que le cisaillement est négligeable par cette théorie. Ce modèle donne des bons résultats pour les poutres élancées, mais il n'est pas valable pour les poutres courtes.

#### ***III 4. 2. La théorie de déformation en cisaillement de premier ordre (Timoshenko) :***

Les études sur la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) peuvent être référée dans [Reissner, 1945 ; Mindlin, 1951] qui a mené au modèle de plaque de Reissner-Mindlin, Ainsi que Timoshenko et Woinowsky-Krieger [1959], Reddy [1997, 1999].

La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (théorie de Timoshenko) a prolongé la théorie classique des poutres en tenant compte de l'effet de cisaillement transverse, et cela à travers ces hypothèses. L'hypothèse de base porte sur une schématisation du champ de déplacement à l'intérieur du solide (hypothèse "cinématique") : le solide est assimilé à un milieu curviligne, le champ de déplacement du milieu continu étant ensuite évalué à partir de la solution trouvée en supposant qu'une section droite initialement plane et perpendiculaire à la "ligne moyenne" ainsi définie reste plane mais non perpendiculaire. En un point quelconque du milieu curviligne, il est donc possible de résumer la solution du problème par la connaissance de trois composantes de déplacement (selon x, y, z), et de trois rotations (de type flexion autour de y et z, et de type torsion autour de x). Pour le cas d'une poutre plane chargée dans son plan, il ne subsiste que trois inconnues, deux translations de la ligne moyenne (respectivement U(s) et V (s) selon x et z à l'abscisse s), et une rotation (angle  $\theta(s)$ , caractérisant la flexion autour de y). Le champ de déplacement pour un point M(x, z) quelconque s'exprime en fonction de ces inconnues :

$$u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w}{\partial x} + z f_y \quad (\text{III-5})$$

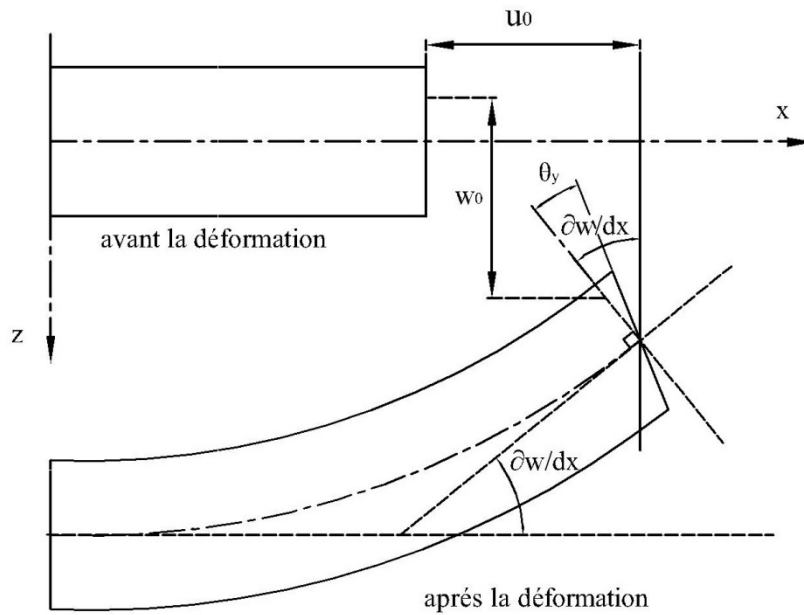


Fig. III 2. Schéma de principe de la théorie des poutres de Timoshenko (FSDT).

Ce champ se constitue en trois parties :

- Le déplacement axial de la membrane  $u_0(x)$
- Le déplacement axial dû à la flexion  $z \frac{\partial w(x)}{\partial x}$
- Le déplacement dû au cisaillement  $z f_y$ , où  $f_y$  est la rotation due au cisaillement.

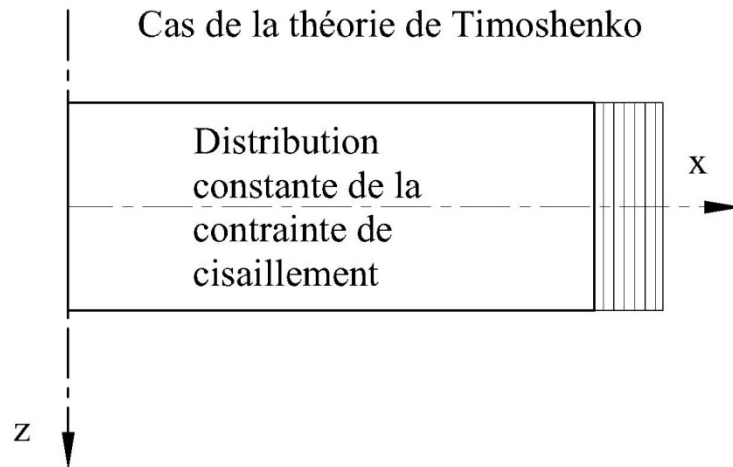
Si on veut calculer la contrainte de cisaillement :

$$g = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} + f_y = f_y \quad (\text{III-6})$$

Et

$$t_{xz} = g \cdot G \neq 0 \quad (\text{III-7})$$

Donc, cette théorie a corrigé le défaut de la théorie classique qui ne tient pas compte du cisaillement transverse, mais au même temps ces contraintes sont constantes à travers l'épaisseur, ce qui ne représente pas la réalité. Pour cela, les chercheurs ont trouvé des coefficients correcteurs pour régler ce problème.



**Fig. III 3.** La distribution (constante) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie de Timoshenko.

Les facteurs de correction sont calculés par comparaison entre l'énergie de cisaillement transverse du 1er ordre et celle d'ordre supérieur [Shyang-Ho et Yen-Ling, 2006 ; Davoodinik, 2005; Ugural, 1981]. Un calcul plus exact trouvé dans la référence [Shyang-Ho et Yen-Ling ,2006; Nowinski, 1978 ; Zhong et Yu, 2007 ; Chabraborty et al, 2003].

D'ailleurs pour éviter l'introduction d'un facteur de correction, des théories de déformation en cisaillement d'ordre élevée ont été développées.

#### **III 4. 3. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT) :**

À la différence de la théorie classique et de celle de Timoshenko avec les acceptations de la distribution linéaire du déplacement à travers l'épaisseur, la théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs dans l'épaisseur. Par conséquent, on tient compte des effets de la déformation transversale de cisaillement et/ou de la déformation normale transversale. Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction. Les références sur de tels modèles peuvent être trouvées dans [Hildebrand et al , 1949 ; Naghdi, 1957 ; Reissner, 1975 ; Reddy , 1984 ; Kant et Swaminathan , 2002].

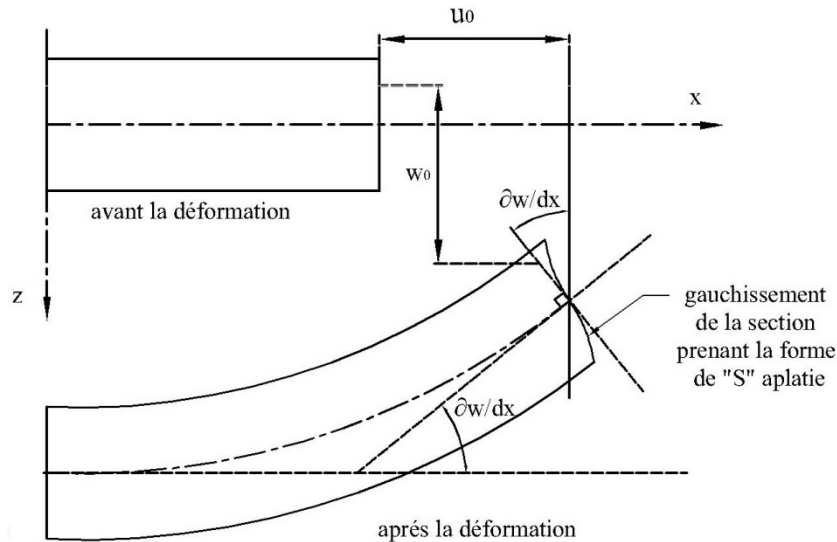


Fig. III 4. Illustration de la cinématique de la poutre d'ordre élevé.

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + \Psi(z) j_y(x) \\ w(x, y, z) = w_0(x, y), \end{array} \right. \quad \text{(III-8)}$$

On trouve les mêmes parties : le déplacement de la membrane, le déplacement dû à la flexion et le déplacement dû au cisaillement. Mais cette fois, le déplacement axial du au cisaillement n'est plus linéaire. Donc, on remplace le « z » pour la théorie précédente par une fonction  $Y(z)$  qu'on l'appelle « fonction de gauchissement » ou « fonction de forme ». Cette dernière représente l'allure de la déformation de la section transversale, c'est ce qu'on appelle « le gauchissement », donc elle doit être impaire pour prendre la forme de « S » aplatie qui est remarquée lors de la déformation de la poutre. La fonction de gauchissement doit aussi satisfaire les conditions aux limites de la nullité des contraintes tangentielles aux surfaces supérieures et inférieures de la poutre.

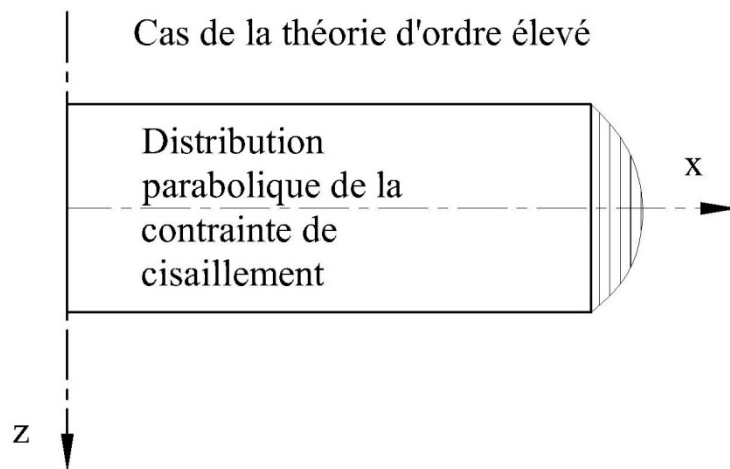
En effet, les déplacements de la théorie classique des poutres (CBT) sont obtenus en prenant  $\Psi(z) = 0$ , alors que la théorie de premier ordre (FSDT) peut être obtenue en mettant  $\Psi(z) = z$ .

Plusieurs modèles de fonctions de forme ont été proposés par plusieurs auteurs, chacune d'elle donne des résultats comparable et très proche.

Les déplacements de théorie cubique de déformation de cisaillement (FSDT) de Reddy [Reddy, 1997 et 1999] sont donnés par :

$$\Psi(z) = z \left( 1 - \frac{4}{3h^2} z^2 \right) \quad (\text{III-9})$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution d'élasticité tridimensionnelle.



**Fig. III 5.** La distribution (variable) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé.

La distribution des contraintes de cisaillement transverse est parabolique dans l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

Touratier [Touratier, 1991] a proposé le modèle sinusoïdal (SSDT) qui est différent des autres modèles d'ordre supérieurs puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur. La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme ci-dessous :

$$\Psi(z) = \frac{h}{p} \sin\left(\frac{pz}{h}\right) \quad (\text{III-10})$$

Les contraintes de cisaillement transverses déterminées par les modèles (sinus) prennent une forme cosinusoidale dans l'épaisseur de la poutre. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

La version exponentielle de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The exponential shear déformation plate theory ESDPT) développée par Karama [Karama et al. 2003] est obtenue en prenant :

$$\Psi(z) = ze^{-2(z/h)^2} \quad (\text{III-11})$$

La version hyperbolique de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The hyperbolic shear déformation plate théory HSDPT) développée par Ait Atmane [Ait Atmane et al. 2010] est obtenue en prenant :

$$\Psi(z) = \frac{\cosh(p/2)}{[\cosh(p/2)-1]} z - \frac{(h/p)\sinh\left(\frac{p}{h}z\right)}{[\cosh(p/2)-1]} \text{ et } j_z = 0 \quad (\text{III-12})$$

On peut décortiquer le déplacement transversal  $w(x)$  en deux parties :  $w_b(x)$  pour la flexion (bending) et  $w_s(x)$  pour le cisaillement (shear), le champ de déplacement peut s'écrire :

$$\begin{aligned} u(x, z) &= u_0(x) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} + \Psi(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ w(x, z) &= w_b(x) + w_s(x) \end{aligned} \quad (\text{III-13})$$

### **III 5. Théories des poutres selon la prise en compte de l'effet d'échelle :**

La modélisation des structures est différente entre le monde macro et le monde micro et nano. La différence qui existe est celle de l'effet d'échelle qui a un grand influence sur le comportement de ces structures au niveau micro et nanométrique.

#### **III 5. 1. La théorie locale d'élasticité :**

C'est tout simplement les théories existées avant le début de l'aire de la miniaturisation des objets. Cette théorie ne tient pas en compte de l'effet d'échelle dans ces hypothèses et

alors néglige les forces entre atomiques. La théorie est applicable dans le cas des structures macro métriques mais incapable d'étudier les structures micro ou nanométriques.

### ***III 5. 2. La théorie non locale d'élasticité :***

L'importance croissante des micros et nano technologie a récemment attiré une attention considérable sur le besoin des modèles mathématiques capables de capturer les effets de la petite taille de ces structures. A cet effet, il s'est avéré que les modèles classiques des poutres semblent insatisfaisants pour modéliser un tel système. Pour ces raisons, les chercheurs ont préférés une nouvelle théorie qui est « non locale » qui peut résoudre un tel problème [Giacchino Alotta et al., 2014].

La question qui se pose, pourquoi la non localité ? Le domaine de l'applicabilité des théories classiques de l'élasticité est intimement relié à grandes échelles de temps et de longueur. Si  $L$  dénote la longueur caractéristique externe (par exemple, longueur de la fissure, longueur d'onde...etc.) et  $l$  la longueur caractéristique interne (par exemple, distance entre granulaire, paramètre granulaires), dans un champ où  $L/l \gg 1$  les théories classiques locales prédisent suffisamment le comportement de ce corps solide, alors que si  $L/l \cong 1$ , les théories locales échouent et nous devons recourir aux théories atomiques qui peuvent expliquer les attractions interatomique à longue portée, même que cette dernière est bien très couteuse en termes de calcul informatique. Pour ces raisons et pour le fait que même la construction d'un modèle moléculaire a besoin de quelques considérations théoriques, les chercheurs ont préférés une formulation « enrichie » continue, où les effets de la micro ou nanostructure et les forces intermoléculaires sont pris en considération dans la modélisation, dans un sens approprié, en présentant des termes non locaux appropriés [Giacchino Alotta et al., 2014]. Pour le cas dynamique, il y aura un raisonnement semblable  $T/\tau$  là où  $T$  est le temps caractéristique externe (par exemple, l'échelle de temps des charges appliquées) et  $\tau$  est le temps caractéristique interne (par exemple, l'échelle de temps de la transmission du signal d'une molécule à une autre). Encore, les théories classiques échouent lorsque  $T/\tau \cong 1$ , et on se trouve encore face à un besoin d'une théorie non locale.

Les théories de l'élasticité non locale sont concernées par la physique des corps matériels dont le comportement à un point matériel est influencé par l'état de tous les points du corps. La théorie non local généralise la théorie classique de champ à deux points : (i) la loi de bilan énergétique est considérée valide globalement (pour le corps entier) ; et (ii) l'état du corps à un point matériel est décrit par les fonctionnels de réponse. Ceci signifie que nous avons besoin de la connaissance complète des variables indépendantes à tous les points du

corps pour décrire l'état du corps à chaque point. La terminologie de la théorie d'élasticité non locale doit être comprise dans ce sens.

Eringen a proposé, pour la première fois, l'élasticité non locale pour expliquer l'effet de l'échelle en élasticité en supposant que l'effort à un point de référence peut être considéré comme une fonction du champ de contrainte à chaque point dans le domaine. De cette façon, la taille interne a pu être considérée dans les équations constitutives simplement comme un paramètre matériel. Dans un travail de Peddieson et al., ils ont proposé une version d'élasticité non local pour formuler une version non local de théorie de poutre d'Euler-Bernoulli. Ils ont conclu que la mécanique continue non locale pourrait potentiellement jouer un rôle utile dans l'analyse liée aux applications de la nanotechnologie [A. Cemal Eringen, 2002].

Avant les années 60, quelques éléments de théorie de l'élasticité étaient entrés dans la discussion des divers phénomènes physiques qui ont exigé des descriptions mathématiques sous la forme des équations différentielles et intégral-partielles. Par exemple, les équations radiatives du transfert de Chandrasekhar sont de ce type. D'autres références historiques dans cette catégorie sont données en plusieurs articles dans la *Continuum Physics*, Vol. IV, édité par Eringen.

L'approche de l'élasticité non locale dépendante au temps a été faite par Eringen et à l'élasticité micropolaire non locale par Eringen. Ces premières théories n'ont pas inclus l'aspect (i), à savoir, la nature globale des lois d'équilibre. Cet aspect avec les équations constitutives non locales a été formulé par Eringen et Edelen. Un revu de développement de la théorie, ainsi que les références historiques des années 1976, sont contenus dans la *Continuum Physics*, Vol. IV, édité par Eringen.

### **III-5 Conclusion :**

Dans ce chapitre, on a abordé le sujet de la modélisation des poutres et les théories d'élasticité existé dans ce domaine. Ces théories sont divisées en deux parties, selon deux critères. Selon la prise en compte du cisaillement ou non : on trouve globalement trois types dans la littérature, la théorie d'Euler-Bernoulli, la théorie de Timoshenko et la théorie d'ordre élevé. Un deuxième critère est la prise en compte de l'effet d'échelle, on trouve deux théories : la théorie locale et la théorie non locale. Dans ce travail, on va utiliser la théorie non locale d'ordre élevée.



Chapitre IV :  
Formulation mathématique

## Chapitre IV : Formulation mathématique

### IV 1. Formulation théorique :

La formulation théorique de la nano-poutre fonctionnellement graduée est basée sur des hypothèses cinématiques et physique. Les formes variationnelles des équations différentielles et des conditions aux limites, en fonction du champ de déplacement assumé sont obtenues en utilisant le principe de travail virtuel

La poutre considérée occupe la région (voire la fig. IV-1):

$$0 \leq x \leq L; \quad -b/2 \leq y \leq b/2; \quad -h/2 \leq z \leq h/2, \quad (\text{IV-1})$$

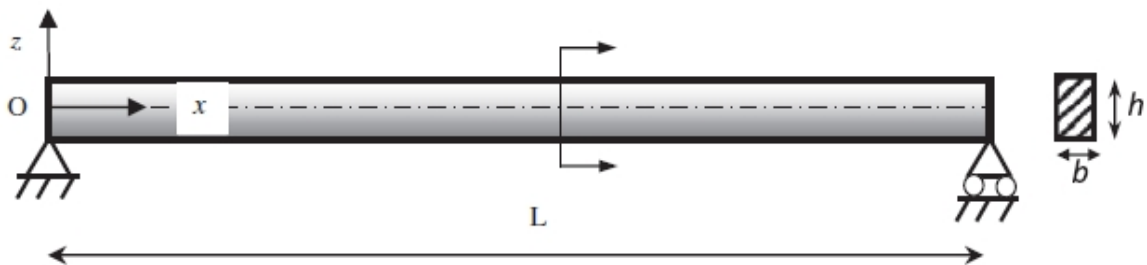


Fig. IV 1. Schéma général de la poutre fonctionnellement graduée.

où  $x, y, z$  sont les coordonnées cartésiennes,  $L$  est la longueur,  $b$  est la largeur et  $h$  est la hauteur totale du nano-poutre. La nano-poutre est chargée transversalement par une charge uniforme  $q(x)$  et axialement par une force de compression  $N_0$ .

### IV 2. Les matériaux fonctionnellement gradués

On considère que les propriétés matériels de la nano-poutre fonctionnellement graduées, comme le module de Young ( $E$ ) le coefficient de Poisson le module d'élasticité transversale et la densité massique, varient continuellement à travers l'épaisseur de la poutre suivant une loi de puissance [El Meiche et al., 2011; Eltaher et al., 2012; Larbi Chaht et al., 2015; Tounsi et al., 2013a; Boudierba et al., 2013; Houari et al., 2013; Saidi et al., 2013; Ould Larbi et al., 2013; Belabed et al., 2014; Bousahla et al., 2014; Hebali et al., 2014; Bourada et al., 2015; Hamidi et al., 2015], qui peut être décrit par :

$$P(z) = (P_t - P_b) \left( \frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^k + P_b \quad (\text{IV-2})$$

où  $P_t$  et  $P_b$  sont les propriétés matérielles correspondantes aux surfaces supérieure et inférieure de la poutre, respectivement,  $k$  est un nombre positif qui dicte le profil de variation matérielle à travers l'épaisseur.

### IV 3. Les hypothèses de base

Le champ de déplacement de la théorie proposée est choisi en se basant sur les hypothèses suivantes :

- (i) Les déplacements sont petits par rapport à l'épaisseur du nano-poutre FG et, par conséquent, les déformations résultantes sont infinitésimales.
- (ii) Les normales à la fibre moyenne ne changent pas de longueurs, donc tous les points de la même section ont le même déplacement transversal.
- (iii) Le déplacement transversal inclut deux composantes : de flexion  $w_b$  et de cisaillement  $w_s$ . Ces composantes sont fonction de  $x$  seulement.

$$w(x, z) = w_b(x) + w_s(x) \quad (\text{IV-3})$$

- (iv) La contrainte transversale  $S_z$  est négligeable en comparaison par la contrainte dans le plan  $S_x$ .
- (v) Le déplacement  $u$  dans la direction de  $x$  se constitue de trois termes : le déplacement de la membrane, de la flexion et de cisaillement.

$$u = u_0 + u_b + u_s \quad (\text{IV-4})$$

La composante de la flexion est supposée être similaire au déplacement donné par la théorie classique des poutres. Par conséquent, l'expression de  $u_b$  peut être donnée par :

$$u_b = -z \frac{\partial w_b}{\partial x} \quad (\text{IV-5})$$

La composante de cisaillement  $u_s$  donne lieu, en combinaison avec  $w_s$ , à une variation sinusoïdale de cisaillement, et donc la contrainte de cisaillement, à travers l'épaisseur de la nano-poutre de telle sorte que la contrainte de cisaillement est nulle au niveau des faces supérieure et inférieure de la nano-poutre. Par conséquent, l'expression peut être donné comme [Benachour et al, 2011;. Zidi et al, 2014] :

$$u_s = z \left[ \frac{1}{4} - \frac{5}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \right] \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{IV-6})$$

#### IV 4. La cinématique :

Basés sur les hypothèses citées ci-dessus, le champ de déplacement peut se définir, en combinant les Eqs. (IV-3) – (IV-6), comme suit :

$$u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} + z \left[ \frac{1}{4} - \frac{5}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \right] \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{IV-7a})$$

$$w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) \quad (\text{IV-7b})$$

Le champ de déformation s'écrit comme suit :

$$\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_x^0 + z k_x^b + f(z) k_x^s \text{ et } \mathbf{g}_{xz} = g(z) \mathbf{g}_{xz}^s \quad (\text{IV-8})$$

où

$$e_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, \quad k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}, \quad g_{xz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial x}, \quad f = \frac{-1}{4}z + \frac{5}{3}z\left(\frac{z}{h}\right)^2, \quad g = \frac{5}{4} - 5\left(\frac{z}{h}\right)^2 \quad (\text{IV-9})$$

#### IV 5. Les relations constitutives :

Le comportement des matériaux à l'échelle nanométrique est différent de ce au niveau macro-métrique. L'élasticité non locale est considérée pour la première fois par Eringen [Eringen, 1972, 1983]. Il a supposé que la déformation dans un point référentiel est fonction des déformations de tous les points de la structure. Eringen [Eringen, 1972, 1983] a proposé la forme différentielle des relations constitutives non-locales suivantes :

$$s_x - m \frac{d^2 s_x}{dx^2} = E e_x \quad (\text{IV-10a})$$

$$t_{xz} - m \frac{d^2 t_{xz}}{dx^2} = G g_{xz} \quad (\text{IV-10b})$$

Où  $m = (e_0 a)^2$  est le paramètre non-local,  $e_0$  est une constante appropriée pour chaque matériau et  $a$  est le rapport entre la longueur caractéristique interne et celle des caractéristiques externes. En général, une estimation est prise pour le produit  $e_0 a < 2.0 \text{ nm}$  pour les nanotubes en carbone [Wang, 2005; Benzair et al., 2008; Heireche et al., 2008abc; Tounsi et al., 2008; Benzair et al., 2008; Zidour et al., 2012; Tounsi et al., 2013bcd; Berrabah et al., 2013; Boumia et al., 2014; Zidour et al., 2014; Semmah et al., 2014; Baghdadi et al., 2014; Benguediab et al., 2014].

#### IV 6. Equations de mouvement :

En utilisant la version dynamique du principe des travaux virtuels [Ait Amar Meziane et al., 2014; Mahi et al., 2015; Tounsi et al., 2015], l'équation différentielle pour la nano-poutre fonctionnellement graduée est obtenue. Le principe des travaux virtuels appliqué sur la nano-poutre nous amène à :

$$\int_0^L \int_A (\mathbf{s}_x d\mathbf{e}_x + \mathbf{t}_{zx} d\mathbf{g}_{zx}) dA dx - \int_0^L \int_A \mathbf{r} [\mathbf{r}_0 d u_0 + (\mathbf{r}_b + \mathbf{r}_s) d (w_b + w_s)] dA dx - \int_0^L q d(w_b + w_s) dx - \int_0^L N_0 \frac{d(w_b + w_s)}{dx} \frac{d d(w_b + w_s)}{dx} dx = 0 \quad (\text{IV-11})$$

En collectant les coefficients de  $d u_0$ ,  $d w_b$  et  $d w_s$  de l'équation (IV-11), les équations de mouvement sont :

$$d u_0 : \frac{dN}{dx} = I_0 \mathbf{r}_0 \quad (\text{IV-12a})$$

$$d w_b : \frac{d^2 M_b}{dx^2} + q - N_0 \frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} = I_0 (\mathbf{r}_b + \mathbf{r}_s) - I_2 \frac{d^2 \mathbf{r}_b}{dx^2} \quad (\text{IV-12b})$$

$$d w_s : \frac{d^2 M_s}{dx^2} + \frac{dQ}{dx} + q - N_0 \frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} = I_0 (\mathbf{r}_b + \mathbf{r}_s) - \frac{I_2}{84} \frac{d^2 \mathbf{r}_s}{dx^2} \quad (\text{IV-12c})$$

Où  $N$ ,  $M_b$ ,  $M_s$  et  $Q$  sont les efforts internes résultants, défini comme :

$$(N, M_b, M_s) = \int_A (1, z, f) \mathbf{s}_x dA \quad \text{et} \quad Q = \int_A g \mathbf{t}_{zx} dA \quad (\text{IV-13})$$

et  $(I_0, I_2)$  sont les inerties massiques définis comme :

$$(I_0, I_2) = \int_A (1, z^2) r(z) dA \quad (\text{IV-14})$$

Quand on néglige l'effet de cisaillement ( $w_s = 0$ ), les équations d'équilibre Eq. (IV-12) coïncident avec celles trouvées par la théorie de poutre d'Euler–Bernoulli.

En substituant Eq. (IV-8) dans Eq. (IV-10) et les résultats ultérieurs dans Eq. (IV-13), il en résulte les efforts internes :

$$N - m \frac{d^2 N}{dx^2} = A \frac{du_0}{dx} - B \frac{d^2 w_b}{dx^2} - B_s \frac{d^2 w_s}{dx^2} \quad (\text{IV-15a})$$

$$M_b - m \frac{d^2 M_b}{dx^2} = B \frac{du_0}{dx} - D \frac{d^2 w_b}{dx^2} - D_s \frac{d^2 w_s}{dx^2} \quad (\text{IV-15b})$$

$$M_s - m \frac{d^2 M_s}{dx^2} = B \frac{du_0}{dx} - D \frac{d^2 w_b}{dx^2} - H_s \frac{d^2 w_s}{dx^2} \quad (\text{IV-15c})$$

$$Q - m \frac{d^2 Q}{dx^2} = A_s \frac{dw_s}{dx} \quad (\text{IV-15d})$$

ou les composantes de la rigidité sont données par :

$$\begin{aligned} \{A, B, D, \bar{E}, F, H\} &= \int_A \{1, z, z^2, z^3, z^4, z^6\} E(z) dA, \\ B_s &= -\frac{1}{4} B + \frac{5}{3h^2} \bar{E}, \\ D_s &= -\frac{1}{4} D + \frac{5}{3h^2} F, \\ H_s &= \frac{1}{16} D - \frac{5}{6h^2} F + \frac{25}{9h^4} H, \\ \{A_{55}, D_{55}, F_{55}\} &= \int_A \{1, z^2, z^4\} G(z) dA, \\ A_s &= \frac{25}{16} A_{55} - \frac{25}{2h^2} D_{55} + \frac{25}{h^4} F_{55}, \end{aligned} \quad (\text{IV-16})$$

En substituant Eq. (IV-15) dans Eq. (IV-12), les équations non-locales de mouvement peuvent être exprimées en termes de déplacements ( $u_0, w_b, w_s$ ) comme suit :

$$A \frac{d^2 u_0}{dx^2} - B \frac{d^3 w_b}{dx^3} - B_s \frac{d^3 w_s}{dx^3} = I_0 \left( \frac{d^2 q}{dx^2} - m \frac{d^2 w_0}{dx^2} \right) \quad (\text{IV-17a})$$

$$\begin{aligned} B \frac{d^3 u_0}{dx^3} - D \frac{d^4 w_b}{dx^4} - D_s \frac{d^4 w_s}{dx^4} + q - m \frac{d^2 q}{dx^2} - N_0 \left( \frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} - m \frac{d^4 (w_b + w_s)}{dx^4} \right) \\ = I_0 \left( \left( \frac{d^2 q}{dx^2} + \frac{d^2 w_0}{dx^2} \right) - m \frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} \right) - I_2 \left( \frac{d^2 w_b}{dx^2} - m \frac{d^4 w_b}{dx^4} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV-17b})$$

$$\begin{aligned} B_s \frac{d^3 u_0}{dx^3} - D_s \frac{d^4 w_b}{dx^4} - H_s \frac{d^4 w_s}{dx^4} + A_s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + q - m \frac{d^2 q}{dx^2} - N_0 \left( \frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} - m \frac{d^4 (w_b + w_s)}{dx^4} \right) \\ = I_0 \left( \left( \frac{d^2 q}{dx^2} + \frac{d^2 w_0}{dx^2} \right) - m \frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} \right) - \frac{I_2}{84} \left( \frac{d^2 w_s}{dx^2} - m \frac{d^4 w_s}{dx^4} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV-17c})$$

Les équations de mouvement de la théorie locales peuvent être obtenues à partir de Eq.(IV-17) en mettant le paramètre non-locale  $m$  égale à zéro.

#### IV 7. La solution analytique pour la poutre nano-FGM simplement appuyé :

Les équations de mouvement cité en haut sont analytiquement résolues pour la flexion statique, le flambement et la vibration libre. La solution de Navier est utilisée pour déterminer la solution analytique pour la poutre nano-FGM simplement appuyée. La solution prend la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_n \cos(a x) e^{i w t} \\ W_{bn} \sin(a x) e^{i w t} \\ W_{sn} \sin(a x) e^{i w t} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-18})$$



où  $U_n$ ,  $W_{bn}$ , et  $W_{sn}$  sont des paramètres arbitraires à déterminer,  $w$  est la fréquence propre associée au mode propre  $n$ , et  $a = np/L$ . Le chargement transversal  $q(x)$  est aussi écrit sous forme de série de Fourier :

$$q(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \sin a x, \quad Q_n = \frac{2}{L} \int_0^L q(x) \sin(a x) dx \quad (\text{IV-19})$$

Les coefficients de Fourier  $Q_n$  associés à certains chargement typiques sont donnés par :

$$Q_n = q_0, \quad n=1 \quad \text{pour le chargement sinusoïdal,} \quad (\text{IV-20a})$$

$$Q_n = \frac{4q_0}{np}, \quad n = 1,3,5,\dots \quad \text{pour le chargement uniforme,} \quad (\text{IV-20b})$$

$$Q_n = \frac{2q_0}{L} \sin \frac{np}{2}, \quad n = 1,2,3,\dots \quad \text{pour le chargement concentré } Q_0 \text{ à mi-travée,} \quad (\text{IV-20c})$$

Substituant les expressions de  $u_0$ ,  $w_b$ ,  $w_s$ , et  $q$  de Eqs. (IV-18) et (IV-19) dans Eq. (IV-17), les solutions analytiques peuvent être du système suivant :

$$\left( \left[ \begin{array}{ccc} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} - \bar{P} & S_{23} - \bar{P} \\ S_{13} & S_{23} - \bar{P} & S_{33} - \bar{P} \end{array} \right] - I w^2 \left[ \begin{array}{ccc} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{23} & m_{33} \end{array} \right] \right) \left\{ \begin{array}{l} U_n \\ W_{bn} \\ W_{sn} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ I Q_n \\ I Q_n \end{array} \right\} \quad (\text{IV-21})$$

où

$$S_{11} = Aa^2, \quad S_{12} = -Ba^3, \quad S_{13} = -B_s a^3, \quad S_{22} = Da^4, \quad S_{23} = D_s a^4, \quad S_{33} = H_s a^4 + A_s a^2,$$

$$m_{11} = m_{23} = I_0, \quad m_{22} = I_0 + I_2 a^2, \quad m_{33} = I_0 + \frac{I_2}{84} a^2,$$

$$\bar{P} = I N_0 a^2, \quad I = 1 + ma^2$$

(IV-22)

# Chapitre V :

## Résultats et discussions

## Chapitre V : Résultats et discussions

### V 1. Caractéristiques des matériaux

Cette section est subdivisée en deux parties. La première présente une vérification du modèle proposé avec ceux précédemment publiés. La deuxième partie montre les effets du paramètre non-local, l'indice matériel  $k$  et le rapport de la longueur  $L$  sur l'épaisseur  $h$ , sur la flexion statique, le flambement et la vibration libre de la poutre nano-FGM.

Dans ce qui suit, deux types de poutres nano-FGM sont étudiées. La première a les caractéristiques suivantes:  $E_t = 0.25 \text{ TPa}$ ,  $E_b = 1 \text{ TPa}$ ,  $n_t = n_b = 0.3$  (Larbi Chaht et al., 2015). La deuxième poutre est composée du métal et céramique ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Les fibres inférieures de la poutre sont constituées de métal pur, tandis que celles supérieures sont en céramique pure. Les propriétés matérielles sont comme suit:  $E_t = 390 \text{ GPa}$ ,  $E_b = 210 \text{ GPa}$ ,  $r_t = 3960 \text{ kg/m}^3$ ,  $r_b = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $n_t = n_b = 0.3$  (Eltaher et al., 2012). Le coefficient de correction de cisaillement est pris égal à  $5/6$  pour la poutre de Timoshenko. Pour la convenance, les quantités non dimensionnelles suivantes sont utilisées :

- $\bar{w} = 100w \frac{E_t I}{q_0 L^4}$  pour le chargement uniforme;
- $\bar{w} = w L^2 \sqrt{\frac{r_t A}{E_t I}}$  pour la fréquence;
- $\bar{N} = N_{cr} \frac{L^2}{E_t I}$  la charge critique de flambement.

### V 2. Comparaison des études

Afin de démontrer la précision de la solution présentée dans ce travail, quelques comparaisons des résultats actuels avec ceux disponibles dans la littérature ont été effectuées.

Le tableau (V-1) montre les flèches maximales non dimensionnelles  $\bar{w}$  d'une poutre nano-FGM simplement appuyée soumise à un chargement uniforme. Les valeurs obtenues ont été trouvées en utilisant 100 termes dans les séries (IV-18) et (IV-19). On remarque que

$e_0 a = 0$  correspond à la théorie locale. Les résultats trouvés sont comparés avec ceux reportés par Larbi Chaht et al. (2015) basés sur la théorie non-locale de Timoshenko (TBT) et la théorie sinusoïdale non-locale (SBT) pour une série de valeurs du paramètre non-local ( $e_0 a$ ), l'indice matériel ( $k$ ) et le rapport longueur / épaisseur ( $L/h$ ). On peut voir que les résultats obtenus par la présente théorie sont dans un excellent accord avec ceux calculés par les deux théories TBT et SBT (Larbi Chaht et al., 2015) pour toutes les valeurs du paramètre non-local ( $e_0 a$ ), le coefficient matériel ( $k$ ) et le rapport longueur / épaisseur ( $L/h$ ).

Les valeurs des flèches  $\bar{w}$  sont proportionnelles avec le paramètre non-local et inversement proportionnelles avec l'indice matériel.

Les charges critiques de flambement sont présentées dans le tableau (V-2). Les présents résultats sont comparés avec ceux trouvés par Larbi Chaht et al. (2015), un grand accord est observé. A partir de ce tableau, on peut voir que la charge critique de flambement est proportionnelle avec l'indice matériel et inversement proportionnelles avec le paramètre non-local ( $e_0 a$ ).

**Tableau V 1:** flèches non-dimensionnelle ( $\bar{w}$ ) de la poutre nano-FGM pour une charge uniformément réparties.

| $L/h$ | $k$ | Paramètre Non local, $e_0 a$ (nm) |                    |         |                    |                    |         |                    |                    |         |                    |                    |         |                    |                    |         |
|-------|-----|-----------------------------------|--------------------|---------|--------------------|--------------------|---------|--------------------|--------------------|---------|--------------------|--------------------|---------|--------------------|--------------------|---------|
|       |     | 0                                 |                    |         | 0.5                |                    |         | 1                  |                    |         | 1.5                |                    |         | 2                  |                    |         |
|       |     | TBT <sup>(a)</sup>                | SBT <sup>(a)</sup> | Present | TBT <sup>(a)</sup> | SBT <sup>(a)</sup> | Present | TBT <sup>(a)</sup> | SBT <sup>(a)</sup> | Present | TBT <sup>(a)</sup> | SBT <sup>(a)</sup> | Present | TBT <sup>(a)</sup> | SBT <sup>(a)</sup> | Present |
| 10    | 0   | 5.3383                            | 5.3381             | 5.3383  | 5.4659             | 5.4659             | 5.4659  | 5.8487             | 5.8485             | 5.8487  | 6.4867             | 6.4865             | 6.4867  | 7.3798             | 7.3797             | 7.3799  |
|       | 0.3 | 3.2169                            | 3.2178             | 3.2181  | 3.2938             | 3.2946             | 3.2951  | 3.5245             | 3.5254             | 3.5258  | 3.9090             | 3.9102             | 3.9104  | 4.4472             | 4.4482             | 4.4488  |
|       | 1   | 2.4194                            | 2.4193             | 2.4194  | 2.4772             | 2.4772             | 2.4773  | 2.6508             | 2.6508             | 2.6509  | 2.9401             | 2.9401             | 2.9401  | 3.3451             | 3.3449             | 3.3452  |
|       | 3   | 1.9249                            | 1.9234             | 1.9234  | 1.9710             | 1.9693             | 1.9694  | 2.1091             | 2.1074             | 2.1074  | 2.3393             | 2.3373             | 2.3375  | 2.6615             | 2.6596             | 2.6595  |
|       | 10  | 1.5799                            | 1.5790             | 1.5790  | 1.6176             | 1.6169             | 1.6168  | 1.7310             | 1.7301             | 1.7301  | 1.9190             | 1.9190             | 1.9189  | 2.1843             | 2.1831             | 2.1831  |
| 30    | 0   | 5.2227                            | 5.2228             | 5.2228  | 5.2366             | 5.2366             | 5.2367  | 5.2784             | 5.2786             | 5.2785  | 5.3480             | 5.3480             | 5.3481  | 5.4455             | 5.4456             | 5.4455  |
|       | 0.3 | 3.1486                            | 3.1473             | 3.1475  | 3.1570             | 3.1557             | 3.1559  | 3.1822             | 3.1809             | 3.1811  | 3.2241             | 3.2230             | 3.2230  | 3.2829             | 3.2815             | 3.2818  |
|       | 1   | 2.3732                            | 2.3731             | 2.3732  | 2.3795             | 2.3795             | 2.3795  | 2.3985             | 2.3984             | 2.3985  | 2.4301             | 2.4301             | 2.4302  | 2.4744             | 2.4744             | 2.4744  |
|       | 3   | 1.8894                            | 1.8892             | 1.8892  | 1.8944             | 1.8943             | 1.8943  | 1.9095             | 1.9094             | 1.9094  | 1.9347             | 1.9344             | 1.9346  | 1.9700             | 1.9698             | 1.9698  |
|       | 10  | 1.5489                            | 1.5488             | 1.5488  | 1.5530             | 1.5530             | 1.5529  | 1.5654             | 1.5653             | 1.5653  | 1.5860             | 1.5861             | 1.5860  | 1.6149             | 1.6149             | 1.6149  |
| 100   | 0   | 5.2096                            | 5.2097             | 5.2096  | 5.2108             | 5.2110             | 5.2109  | 5.2146             | 5.2146             | 5.2146  | 5.2208             | 5.2210             | 5.2209  | 5.2296             | 5.2296             | 5.2296  |
|       | 0.3 | 3.1408                            | 3.1394             | 3.1395  | 3.1416             | 3.1404             | 3.1403  | 3.1438             | 3.1426             | 3.1425  | 3.1476             | 3.1465             | 3.1463  | 3.1529             | 3.1517             | 3.1515  |
|       | 1   | 2.3679                            | 2.3680             | 2.36794 | 2.3685             | 2.3686             | 2.3685  | 2.3702             | 2.3702             | 2.3702  | 2.3730             | 2.3731             | 2.3731  | 2.3770             | 2.3771             | 2.3770  |
|       | 3   | 1.8853                            | 1.8853             | 1.8854  | 1.8858             | 1.8858             | 1.8858  | 1.8871             | 1.8871             | 1.8872  | 1.8894             | 1.8893             | 1.8894  | 1.8926             | 1.8926             | 1.8926  |
|       | 10  | 1.5453                            | 1.5453             | 1.5454  | 1.5457             | 1.5457             | 1.5458  | 1.5468             | 1.5468             | 1.5469  | 1.5487             | 1.5487             | 1.5487  | 1.5513             | 1.5513             | 1.5513  |

<sup>(a)</sup> Larbi Chaht et al. (2015)

**Tableau V 2:** la charge critique du flambement non-dimensionnelle ( $\bar{N}$ ) de la poutre nano-FGM.

| $L/h$ | $k$ | Paramètre Non local, $e_0 a$ (nm) |        |         |        |        |         |                    |                    |         |                    |                    |         |                    |                    |         |
|-------|-----|-----------------------------------|--------|---------|--------|--------|---------|--------------------|--------------------|---------|--------------------|--------------------|---------|--------------------|--------------------|---------|
|       |     | 0                                 |        |         | 0.5    |        |         | 1                  |                    |         | 1.5                |                    |         | 2                  |                    |         |
|       |     | TBT(a)                            | SBT(a) | Present | TBT(a) | SBT(a) | Present | TBT <sup>(a)</sup> | SBT <sup>(a)</sup> | Present | TBT <sup>(a)</sup> | SBT <sup>(a)</sup> | Present | TBT <sup>(a)</sup> | SBT <sup>(a)</sup> | Present |
| 10    | 0   | 2.4056                            | 2.4052 | 2.4057  | 2.3477 | 2.3473 | 2.3478  | 2.1895             | 2.1892             | 2.1896  | 1.9685             | 1.9682             | 1.9685  | 1.7247             | 1.7244             | 1.7248  |
|       | 0.3 | 3.9921                            | 3.9906 | 3.9906  | 3.8959 | 3.8945 | 3.8945  | 3.6335             | 3.6322             | 3.6321  | 3.2667             | 3.2655             | 3.2654  | 2.8621             | 2.8611             | 2.8611  |
|       | 1   | 5.3084                            | 5.3086 | 5.3084  | 5.1805 | 5.1808 | 5.1806  | 4.8315             | 4.8317             | 4.8316  | 4.3437             | 4.3440             | 4.3438  | 3.8059             | 3.8060             | 3.8059  |
|       | 3   | 6.6720                            | 6.6780 | 6.6776  | 6.5113 | 6.5172 | 6.5168  | 6.0727             | 6.0781             | 6.0778  | 5.4596             | 5.4645             | 5.4642  | 4.7835             | 4.7878             | 4.7876  |
|       | 10  | 8.1289                            | 8.1338 | 8.1337  | 7.9332 | 7.9379 | 7.9378  | 7.3987             | 7.4031             | 7.4030  | 6.6518             | 6.6558             | 6.6557  | 5.8281             | 5.8316             | 5.8315  |
| 30    | 0   | 2.4603                            | 2.4604 | 2.4604  | 2.4536 | 2.4537 | 2.4537  | 2.4336             | 2.4337             | 2.4337  | 2.4011             | 2.4011             | 2.4011  | 2.3570             | 2.3570             | 2.3570  |
|       | 0.3 | 4.0811                            | 4.0826 | 4.0826  | 4.0699 | 4.0714 | 4.0714  | 4.0368             | 4.0383             | 4.0383  | 3.9828             | 3.9843             | 3.9843  | 3.9096             | 3.9110             | 3.9110  |
|       | 1   | 5.4146                            | 5.4147 | 5.4147  | 5.3998 | 5.3999 | 5.3999  | 5.3559             | 5.3560             | 5.3560  | 5.2843             | 5.2843             | 5.2843  | 5.1871             | 5.1872             | 5.1872  |
|       | 3   | 6.8011                            | 6.8018 | 6.8018  | 6.7825 | 6.7832 | 6.7832  | 6.7273             | 6.7280             | 6.7280  | 6.6373             | 6.6380             | 6.6380  | 6.5153             | 6.5160             | 6.5160  |
|       | 10  | 8.2962                            | 8.2968 | 8.2968  | 8.2735 | 8.2741 | 8.2741  | 8.2062             | 8.2068             | 8.2068  | 8.0964             | 8.0970             | 8.0970  | 7.9476             | 7.9481             | 7.9481  |
| 100   | 0   | 2.4667                            | 2.4668 | 2.4668  | 2.4661 | 2.4662 | 2.4662  | 2.4643             | 2.4643             | 2.4643  | 2.4613             | 2.4613             | 2.4613  | 2.4570             | 2.4571             | 2.4571  |
|       | 0.3 | 4.0915                            | 4.0933 | 4.0933  | 4.0905 | 4.0923 | 4.0923  | 4.0874             | 4.0893             | 4.0893  | 4.0824             | 4.0842             | 4.0842  | 4.0754             | 4.0772             | 4.0772  |
|       | 1   | 5.4270                            | 5.4271 | 5.4271  | 5.4257 | 5.4257 | 5.4257  | 5.4217             | 5.4217             | 5.4217  | 5.4150             | 5.4150             | 5.4150  | 5.4057             | 5.4057             | 5.4057  |
|       | 3   | 6.8161                            | 6.8162 | 6.8162  | 6.8144 | 6.8145 | 6.8145  | 6.8094             | 6.8095             | 6.8095  | 6.8010             | 6.8011             | 6.8011  | 6.7893             | 6.7894             | 6.7894  |
|       | 10  | 8.3157                            | 8.3158 | 8.3158  | 8.3136 | 8.3137 | 8.3137  | 8.3075             | 8.3076             | 8.3076  | 8.2972             | 8.2973             | 8.2973  | 8.2830             | 8.2831             | 8.2831  |

<sup>(a)</sup> Larbi Chaht et al. (2015)

Les valeurs de la fréquence fondamentale non-dimensionnelle pour différentes valeurs de paramètre non-local  $e_0 a$  sont présentées dans le tableau (V-3). Les propriétés matérielles de la poutre nano-FGM sont les mêmes que celles utilisées par Eltahir et al. (2012). Les résultats trouvés dans le présent travail sont comparés avec ceux calculés par la théorie d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko. Un grand arrangement avec cette dernière est observé. A partir de ce tableau on peut dire que la fréquence non dimensionnelle fondamentale décroît quand le paramètre non local et l'indice matériel augmentent.

En général, l'effet de la déformation de cisaillement et le paramètre non local  $e_0a$  est d'amplifier la flèche et réduire la charge critique de flambement et même pour la fréquence propre de la poutre. En diminuant l'indice matériel, la flèche ainsi que la fréquence propre vont augmenter, contrairement à la charge critique du flambement. Cela est due au fait que l'augmentation de l'indice matériel cause l'augmentation de la rigidité de la poutre nano-FGM.

**Tableau V 3:** la fréquence fondamentale non-dimensionnelle ( $\bar{W}$ ) de la poutre nano-FGM.

| $L/h$ | $k$ | Paramètre Non local, $e_0a$ (nm) |        |         |        |        |         |        |        |         |        |        |         |        |        |         |
|-------|-----|----------------------------------|--------|---------|--------|--------|---------|--------|--------|---------|--------|--------|---------|--------|--------|---------|
|       |     | 0                                |        |         | 0.5    |        |         | 1      |        |         | 1.5    |        |         | 2      |        |         |
|       |     | EBT                              | TBT    | Present | EBT    | TBT    | Present | EBT    | TBT    | Present | EBT    | TBT    | Present | EBT    | TBT    | Present |
| 10    | 0   | 9.8293                           | 9.7075 | 9.7075  | 9.7102 | 9.5899 | 9.5899  | 9.3774 | 9.2612 | 9.2612  | 8.8915 | 8.7813 | 8.7813  | 8.3228 | 8.2196 | 8.2197  |
|       | 0.3 | 8.2694                           | 8.1700 | 8.1709  | 8.1692 | 8.0711 | 8.0719  | 7.8892 | 7.7944 | 7.7952  | 7.4804 | 7.3905 | 7.3913  | 7.0019 | 6.9178 | 6.9185  |
|       | 1   | 6.9650                           | 6.8814 | 6.8814  | 6.8807 | 6.7981 | 6.7981  | 6.6448 | 6.5651 | 6.5651  | 6.3005 | 6.2249 | 6.2249  | 5.8975 | 5.8267 | 5.8267  |
|       | 3   | 6.1575                           | 6.0784 | 6.0755  | 6.0829 | 6.0048 | 6.0019  | 5.8744 | 5.7990 | 5.7962  | 5.5700 | 5.4985 | 5.4959  | 5.2137 | 5.1468 | 5.1443  |
|       | 10  | 5.6544                           | 5.5794 | 5.5768  | 5.5859 | 5.5118 | 5.5092  | 5.3945 | 5.3229 | 5.3204  | 5.1150 | 5.0470 | 5.0447  | 4.7878 | 4.7242 | 4.7221  |
| 30    | 0   | 9.8651                           | 9.8511 | 9.8511  | 9.8516 | 9.8376 | 9.8376  | 9.8114 | 9.7975 | 9.7975  | 9.7456 | 9.7318 | 9.7318  | 9.6556 | 9.6419 | 9.6419  |
|       | 0.3 | 8.3015                           | 8.2901 | 8.2902  | 8.2902 | 8.2787 | 8.2788  | 8.2564 | 8.2450 | 8.2451  | 8.2010 | 8.1897 | 8.1898  | 8.1252 | 8.1140 | 8.1141  |
|       | 1   | 6.9929                           | 6.9832 | 6.9832  | 6.9833 | 6.9737 | 6.9737  | 6.9548 | 6.9453 | 6.9452  | 6.9082 | 6.8987 | 6.8987  | 6.8444 | 6.8349 | 6.8349  |
|       | 3   | 6.1806                           | 6.1715 | 6.1712  | 6.1722 | 6.1631 | 6.1627  | 6.1470 | 6.1380 | 6.1376  | 6.1058 | 6.0968 | 6.0964  | 6.0494 | 6.0405 | 6.0401  |
|       | 10  | 5.6744                           | 5.6658 | 5.6655  | 5.6667 | 5.6581 | 5.6578  | 5.6436 | 5.6350 | 5.6347  | 5.6057 | 5.5972 | 5.5969  | 5.5540 | 5.5455 | 5.5452  |
| 100   | 0   | 9.8692                           | 9.8679 | 9.8679  | 9.8680 | 9.8667 | 9.8667  | 9.8643 | 9.8631 | 9.8631  | 9.8583 | 9.8570 | 9.8570  | 9.8498 | 9.8485 | 9.8485  |
|       | 0.3 | 8.3052                           | 8.3042 | 8.3042  | 8.3042 | 8.3031 | 8.3032  | 8.3011 | 8.3001 | 8.3001  | 8.2960 | 8.2950 | 8.2950  | 8.2889 | 8.2878 | 8.2878  |
|       | 1   | 6.9961                           | 6.9952 | 6.9952  | 6.9952 | 6.9943 | 6.9943  | 6.9926 | 6.9917 | 6.9917  | 6.9883 | 6.9874 | 6.9874  | 6.9823 | 6.9814 | 6.9814  |
|       | 3   | 6.1833                           | 6.1825 | 6.1824  | 6.1825 | 6.1817 | 6.1817  | 6.1802 | 6.1794 | 6.1794  | 6.1764 | 6.1756 | 6.1756  | 6.1711 | 6.1703 | 6.1703  |
|       | 10  | 5.6767                           | 5.6760 | 5.6759  | 5.6761 | 5.6753 | 5.6752  | 5.6740 | 5.6732 | 5.6731  | 5.6705 | 5.6697 | 5.6697  | 5.6656 | 5.6648 | 5.6648  |

### V 3. Etude paramétrique

La flexion et le flambement des poutres nano-FGM sont étudiés ici en supposant les propriétés matérielles utilisées par [Larbi Chaht et al. 2015]. Par contre, la repense dynamique est recherchée en proposant les propriétés utilisées par Eltahir et al. (2012).

Pour les cas locales et non locales on a pris  $e_0a = 0$  et  $e_0a = 1$  nm, respectivement. L'indice matériel est considéré constant  $k = 1$ . A partir de ces figures, on constate que les flèches prédites par la théorie non locale sont plus grandes que celles locales, tandis que la solution non locale du flambement et de la fréquence propre est plus petite que celles prédites par la théorie locales. Ce résultat indique que le paramètre non local assouplit la poutre nano. En outre, il est remarqué que pour des valeurs faibles du rapport longueur sur épaisseur, l'effet d'échelle est plus significatif. Par contre, l'effet d'échelle sur la flexion, la charge critique de flambement et la fréquence propre diminue quand le rapport longueur /épaisseur augmente. Cela implique que les effets d'échelle sur le comportement vis à vis la flexion statique, le flambement et la vibration libre ne sont pas évidentes pour les nano-poutres élancées mais ils doivent être pris en compte pour les nano-poutres courtes.

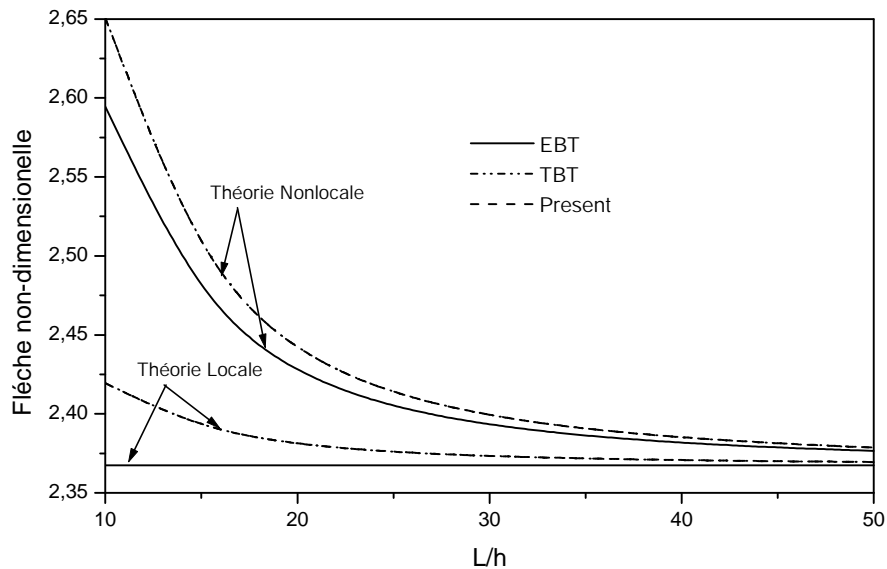
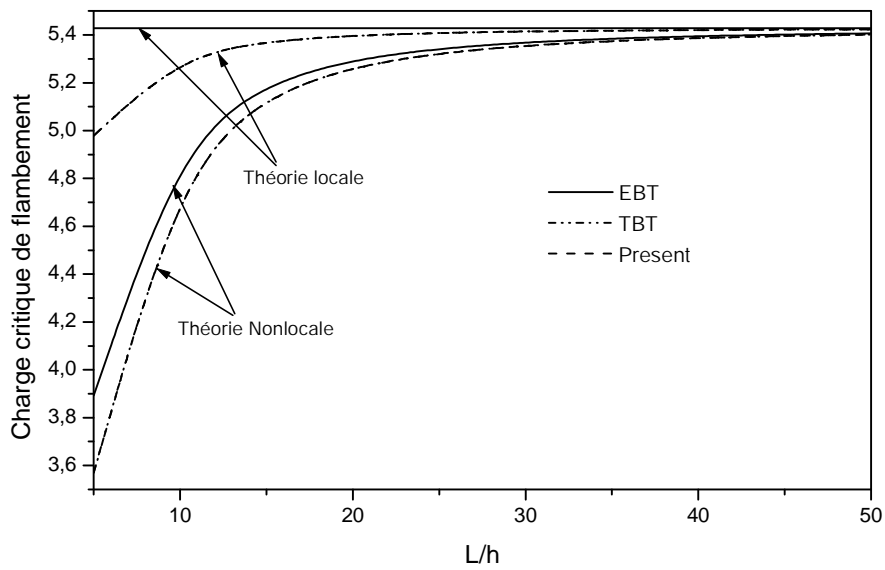


Fig. V 2. L'effet du rapport longueur/épaisseur sur la flèche non-dimensionnelle ( $\bar{w}$ ) pour une charge uniforme avec  $k = 1$  et  $e_0a = 1$  nm.





**Fig. V 3.** L'effet du rapport longueur/épaisseur sur la charge critique du flambement ( $\bar{N}$ ) avec  $k = 1$  et  $e_0 a = 1 \text{ nm}$ .

Dans le but de montrer l'influence du paramètre non locale sur la flexion, le flambement et la vibration libre, la théorie non locale des poutres nano-FGM est utilisée avec différentes valeurs du rapport longueur/épaisseur, ce qui est montré dans les figures (V-5) jusqu'à (V-7), respectivement. L'indice matériel est assumé d'être constant,  $k=1$ . Ces figures montrent que les repenses varient non linéairement avec le paramètre non locale. On peut remarquer que l'influence de l'effet d'échelle, présenté par le paramètre non locale  $e_0 a$ , sur la flexion, le flambement et la vibration libre pour les poutres nano-FGM est significatif surtout pour des valeurs relativement élevées du rapport  $L/h$ .

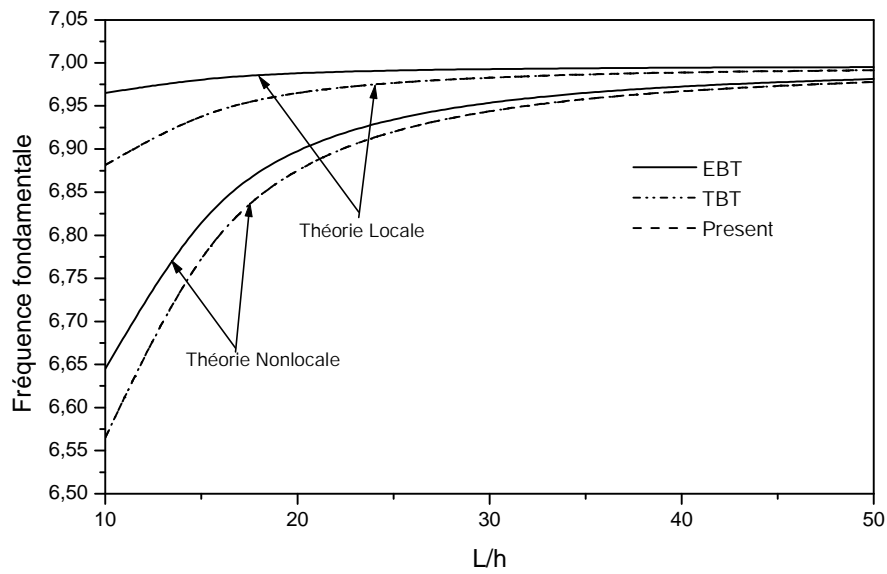


Fig. V 4. L'effet du rapport longueur/épaisseur sur la fréquence fondamentale non-locale ( $\bar{\omega}$ ) avec  $k = 1$  et  $e_0 a = 1 \text{ nm}$ .

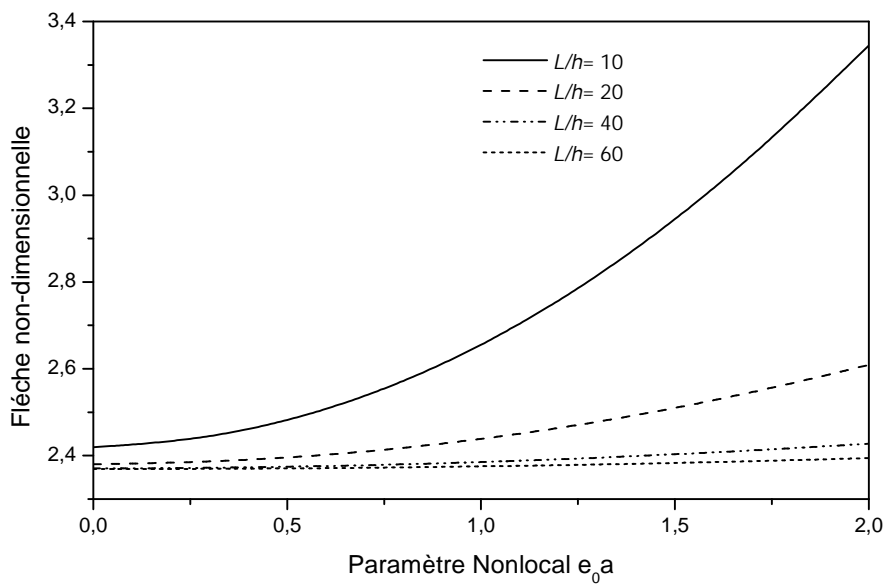


Fig. V 5: L'effet du paramètre non-local sur la flèche non-dimensionnelle ( $\bar{w}$ ) pour une charge uniforme avec  $k = 1$ .

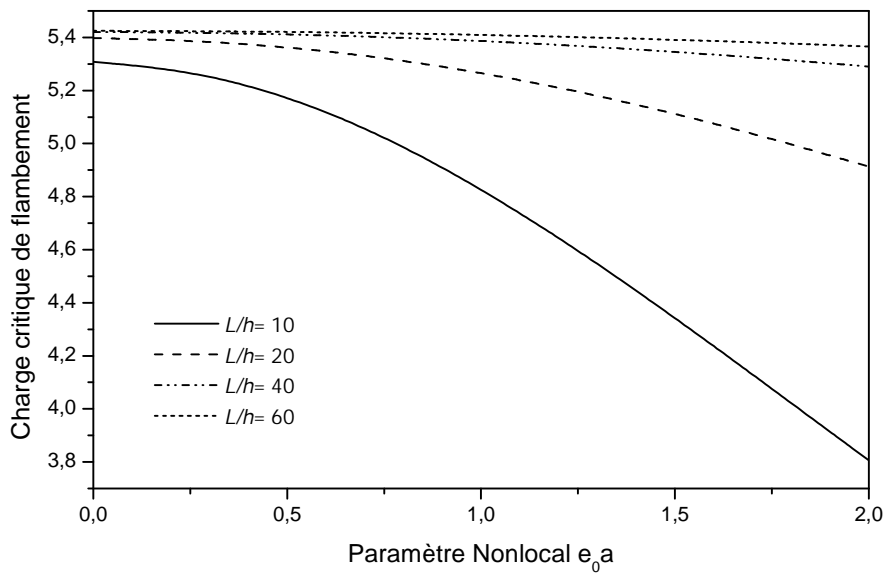


Fig. V 6. L'effet du paramètre non-local sur la charge critique du flambement ( $\bar{N}$ ) avec  $k = 1$ .

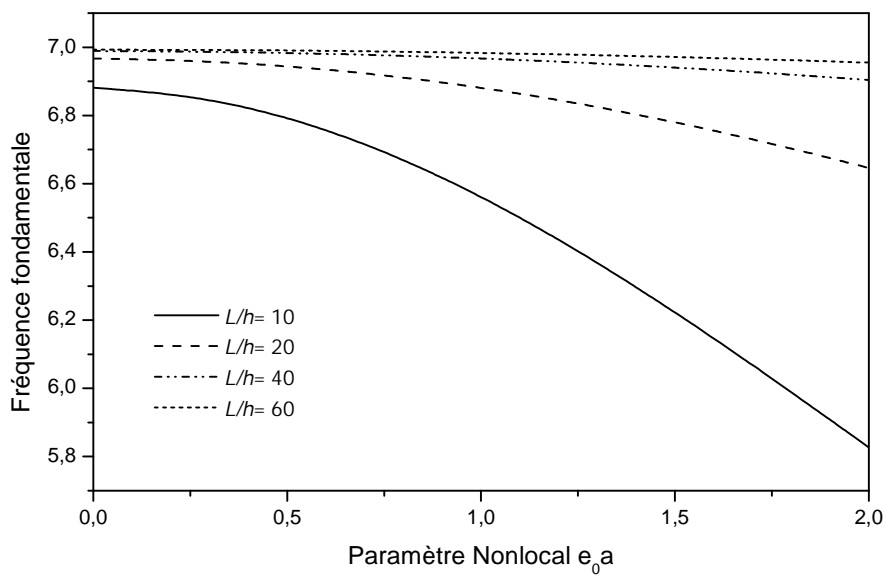


Fig. V 7. L'effet du paramètre non-local sur la fréquence fondamentale non-dimensionnelle ( $\bar{W}$ ) avec  $k = 1$ .

En outre, on peut conclure que le comportement des poutres nano-FGM a une grande dépendance du rapport longueur / épaisseur dans la théorie d'élasticité non locale.

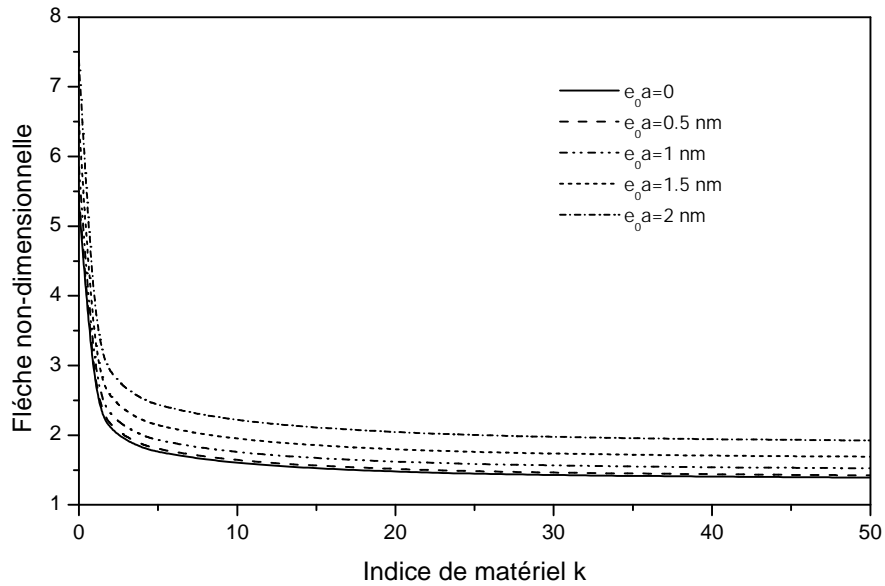


Fig. V 8. L'effet de l'indice de matériel sur la flèche non-dimensionnelle ( $\bar{w}$ ) pour une charge uniforme avec  $L/h = 10$ .

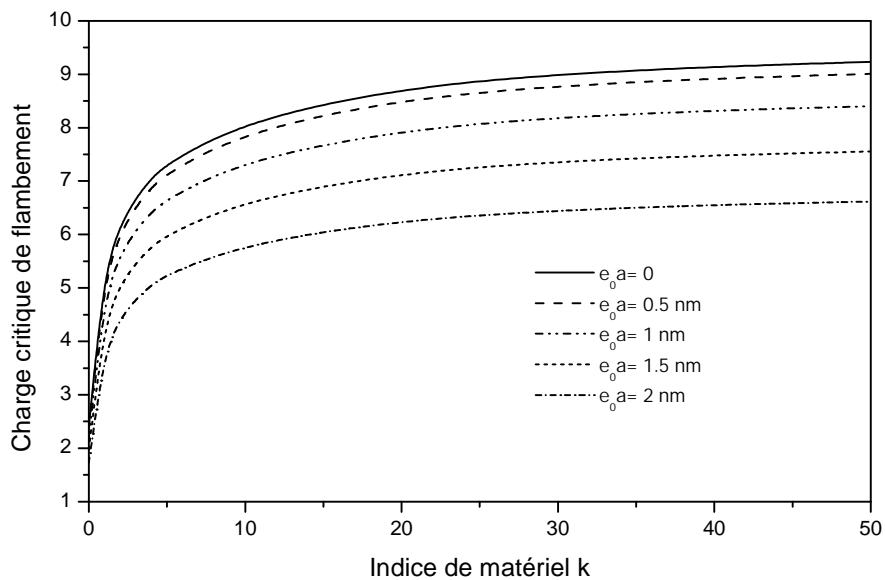


Fig. V 9. L'effet de l'indice de matériel sur la charge critique du flambement non-dimensionnelle ( $\bar{N}$ ) avec  $L/h = 10$ .

L'effet de l'indice matériel sur la flexion statique, flambement et la vibration libre des poutres nano-FGM est représentées sur les figures (V-8) jusqu'à (V-10) pour différentes valeurs de paramètres non locale avec  $L/h = 10$ . On peut remarquer que les flèches dues à la flexion et les fréquences propres diminuent et la charge critique de flambement augmente quand l'indice matériel augmente. On note que cette observation a été remarquée dans les tableaux (V-1) à (V-3), cela est dû au fait qu'une augmentation de l'indice matériel mène à une diminution de la rigidité de la poutre nano-FGM.

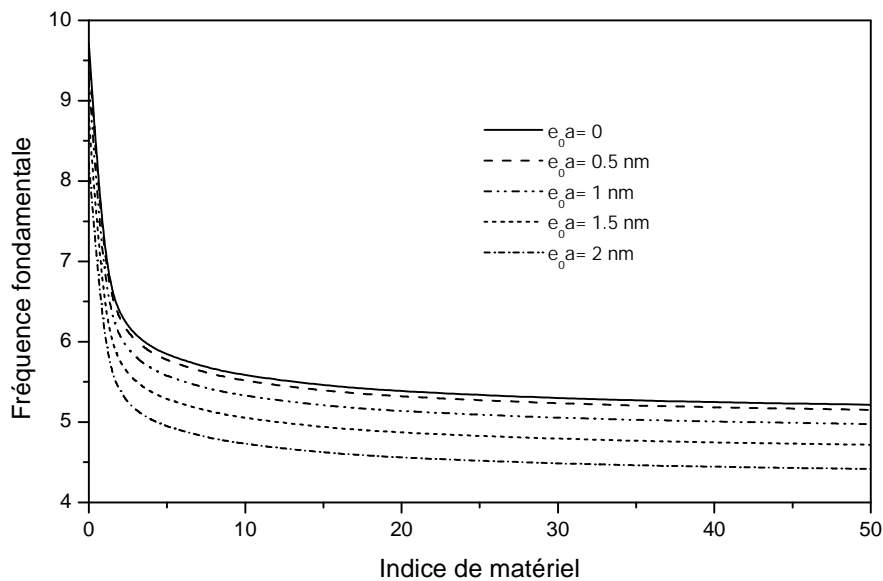


Fig. V 10. L'effet de l'indice de matériel sur la fréquence fondamentale non-dimensionnelle ( $\bar{W}$ ) avec  $L/h = 10$

### Conclusion

À partir de ces résultats, on peut voir que l'utilisation de la théorie non locale nous amène à une souplesse remarquable au niveau de leur comportement mécanique, ce qui se traduit par la diminution de la charge de flambement et de la fréquence propre, ainsi qu'une augmentation de la flèche due à la flexion. On trouve aussi des différences entre les résultats obtenus par la théorie d'Euler-Bernoulli et celle de Timoshenko. Les effets de la variation du paramètre matériel et ce du rapport longueur / épaisseur sont discutés.

# Conclusion générale

## Conclusion générale

A la fin de ce travail, on peut conclure que la nécessité actuelle de développer des modèles mathématiques qui étudie les divers comportements des nanostructures, ainsi que l'évolution rapide dans le domaine des composites et notamment ces nouveaux matériaux fonctionnellement gradués, nous a encourager d'entamer ce sujet en étudiant le comportement mécanique en flexion, en flambement et en vibration libre pour les poutres nano-FGM et cela sous un chargement transversale uniforme et autre axial concentré.

Dans ce travail, nous avons développé une méthode analytique directe pour déterminer les valeurs des déplacements, et par la suite les contraintes normales et tangentielles, en utilisant une théorie raffinée d'ordre élevé pour prendre en compte l'effet de cisaillement sur le comportement des poutres nano-FGM. Ainsi, le comportement des nano-poutres est fortement influencé par les forces interatomiques, cela nous oblige de considérer cet effet d'échelle en utilisant la théorie nonlocale développée par Eringen.

Pour valider ce modèle mathématique, les résultats trouvés sont comparés avec ceux rencontrés dans la littérature. Cela nous a montré l'efficacité de ce dernier. Nous avons ainsi comparé ces résultats par ceux trouvé par la théorie d'Euler-Bernoulli pour voire les effets de cisaillement sur les poutres courtes surtout, et avec la théorie locale classique pour voire les effets d'échelle sur les nano-poutres fonctionnement graduées. Les influence du rapport longueur / épaisseur, du paramètre nonlocal et de l'indice matériel  $k$  ont été étudié pour le présent champ de déplacement ai ce d'Euler Bernoulli.

En perspective à cette partie analytique, nous envisageons d'étudier d'autres structures telles que les nano-plaques ou les nano-coques, ainsi que les structures macro métriques et qui sont constituées par des matériaux nano structurés. Il est aussi prévu de développer un modèle élément finis pour des nanostructures constituant des FGM qui sert à un outil de base pouvant s'intégrer dans un logiciel de calcul.

Finalement, on espère que ce modeste travail reflète la modeste contribution de notre laboratoire dans le domaine de recherches des matériaux FGM nanostructurés.

# Références bibliographiques



## Références bibliographiques

- A Bishop., C.Y. Lin., M. Navaratnam., R.D. Rawlings., H.B. McShane, 1993, A functionally gradient material produced by a powder metallurgical process, *Journal of Materials Science Letters*; 12 (19) :1516-18.
- A. Cemal Eringen (2002), « Nonlocal Continuum Field Theories », Springer, I-XI
- Abdelkader Benachour, Hassaine Daouadji Tahar, Hassen Ait Atmane, Abdelouahed Tounsi et Meftah Sid Ahmed (2011), A four variable refined plate theory for free vibrations of functionally graded plates with arbitrary gradient, *Composites: Part B* 42 1386–1394
- Adda Bedia, W., Benzair, A., Semmah, A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2015), “On the thermal buckling characteristics of armchair single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal continuum elasticity”, *Brazilian Journal of Physics*, In press.
- Ait Amar Meziane, M., Abdelaziz, H.H., Tounsi, A. (2014), “An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions“ *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 16(3), 293 – 318.
- Ait Yahia, S., Ait Atmane, H., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2015), “Wave propagation in functionally graded plates with porosities using various higher-order shear deformation plate theories”, *Structural Engineering and Mechanics*, Accepted.
- Ajayan, P. M.; Stephan, O.; Colliex, C.; Trauth, D. (1994), Aligned Carbon Nanotube Arrays Formed by Cutting a Polymer Resin-Nanotube Composite. *Science*, 265, 1212–1214
- Amara, K., Tounsi, A., Mechab, I., Adda Bedia, E.A. (2010), “Nonlocal elasticity effect on column buckling of multiwalled carbon nanotubes under temperature field”, *Applied Mathematical Modelling* 34, 3933–3942.

## Références bibliographiques

- Amor TOUMIAT ( 2003), « Croissance et propriétés optiques des nanostructures de ZnO », p 19
- Anne-Sophie DUWEZ (2013), « Étudier et manipuler les nanostructures à l'échelle atomique et moléculaire » Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège, Vol. 82, p. 125 - 128
- Anne-Sophie DUWEZ (2013), « Étudier et manipuler les nanostructures à l'échelle atomique et moléculaire » Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège, Vol. 82, p. 125 - 128
- Attia, A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R. (2015), “Free vibration analysis of functionally graded plates with temperature-dependent properties using various four variable refined plate theories”, Steel and Composite Structures, 18(1), 187 – 212.
- B.G. Demczyk, Y.M. Wang, J. Cumings, M. Hetman, W. Han, A. Zettl, R.O. Ritchie(2002): « Direct mechanical measurement of the tensile strength and elastic modulus of multiwalled carbon nanotubes », Mater. Sci. Eng. A 334, 173–178
- Bachir Bouiadjra, R., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A. (2013), “Nonlinear thermal buckling behavior of functionally graded plates using an efficient sinusoidal shear deformation theory”, Structural Engineering and Mechanics, 48, 547 – 567.
- Baghdadi, H., Tounsi, A., Zidour, M., Benzair, A. (2014), “Thermal effect on vibration characteristics of armchair and zigzag single walled carbon nanotubes using nonlocal parabolic beam theory”, Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures, 23, 266 – 272.
- Bazant, Z.P., Jirasek, M. (2002), “Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: Survey of progress”, Journal of Engineering Mechanics, 128, 1119–1149.
- Belabed, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Anwar Bég, O. (2014), "An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates”, Composites: Part B, 60, 274–283.

## Références bibliographiques

- Belkorissat, I., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R. (2015), “On vibration properties of functionally graded nano-plate using a new nonlocal refined four variable model”, *Steel and Composite Structures*, (Accepted).
- Benachour, A., Daouadji Tahar, H., Ait Atmane, H., Tounsi, A., Meftah, S.A. (2011), “A four variable refined plate theory for free vibrations of functionally graded plates with arbitrary gradient”, *Composites: Part B*, 42, 1386-1394.
- Benguediab, S., Tounsi, A., Zidour, M., Semmah, A. (2014), “Chirality and scale effects on mechanical buckling properties of zigzag double-walled carbon nanotubes”, *Composites Part B*, 57, 21 – 24.
- Benzair, A., Tounsi, A., Besseghier, A., Heireche, H., Moulay, N., Boumia, L. (2008), “The thermal effect on vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory”, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 41, 225404.
- Berrabah, H.M., Tounsi, A., Semmah, A., Adda Bedia, E.A. (2013), “Comparison of various refined nonlocal beam theories for bending, vibration and buckling analysis of nanobeams”, *Structural Engineering and Mechanics*, 48(3), 351 – 365.
- Bessaim, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Adda Bedia, E.A. (2013), “A new higher-order shear and normal deformation theory for the static and free vibration analysis of sandwich plates with functionally graded isotropic face sheets”, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 15, 671–703.
- Bethune, D. S.; Kiang, C. H.; de, M. S., Vries; Gorman, G.; Savoy, R.; Vazquez, J.; Beyers, R. (1993), « Cobaltcatalyzed growth of carbon nanotubes with single-atomic-layer walls ». *Nature (London, United Kingdom)*, 363, 605–7
- Bharat Bhushan (2010) « Springer Handbook of Nanotechnology » p 1635
- Bharat Bhushan (2010) « Springer Handbook of Nanotechnology » p 51
- Biswas, S.; Drzal (2009), L. T.; *Nano Letters*, 9, 167–172
- Bouderba, B., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2013), “Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations”, *Steel and Composite Structures*, 14(1), 85 – 104.

## Références bibliographiques

- Boumia, L., Zidour, M., Benzair, A., Tounsi, A. (2014), "A Timoshenko beam model for vibration analysis of chiral single-walled carbon nanotubes", *Physica E*, 59, 186–191.
- Bourada, M., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2015), "A new simple shear and normal deformations theory for functionally graded beams", *Steel and Composite Structures*, 18(2), 409 – 423.
- Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., (2014), "A novel higher order shear and normal deformation theory based on neutral surface position for bending analysis of advanced composite plates", *International Journal of Computational Methods*, 11(6), 1350082.
- C. Dupas, P. Houdy et M. Lahmani (2004), « Nanoscience Nanotechnologies and Nanophysics », p XII
- Chabraborty, A., Gopalakrishnan, S., Reddy, J.N., 2003, "A New Beam Finite Element for the Analysis of Functionally Graded Materials", *International Journal of Mechanical Science*; 45: 519.539.
- Conway, B. E. (1999), In *Electrochemical supercapacitors: scientific fundamentals and technological applications*; Springer, Ed.; Springer; p 698 pages
- Davoodinik, A.R., 2005, "Mechanical Behavior Analysis of FGM Timoshenko's Beam", Ph.D. dissertation, Tarbiat Modarres University, Tehran.
- Dina Feigenbaum, Albert Nsamirizi, Bernard Sinclair (2004), *La nanotechnologie leurs bénéfices et leurs risques La nanotechnologie leurs bénéfices et leurs risques*, CIRANO, série scientifique Montréal p 5
- E. Abad et al (2005), *Nanodictionary*. Basel : Collegium Basilia
- El Meiche, N., Tounsi, A., Ziane, N., Mechab, I., Adda Bedia, E.A. (2011), "A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate", *International Journal of Mechanical Sciences*, 53, 237-247.
- Ellen M. Carrillo-Heian, R. Douglas Carpenter, Glaucio H. Paulino, Jeffery C. Gibeling, and Zuhair A. Munir (2001), *Dense Layered Molybdenum Disilicide–Silicon*

## Références bibliographiques

Carbide Functionally Graded Composites Formed by Field-Activated Synthesis  
J. Am. Ceram. Soc., 84 [5] 962–68

Elsa GARRIDO (2010), FONCTIONNALISATION DE NANOTUBES DE CARBONE  
POUR LEUR INCORPORATION DANS DES MATRICES METALLIQUES,  
L'UNIVERSITE DE BORDEAUX N° ordre : 4134,p 24

Eltaher, M.A., Emam, S.A., Mahmoud, F.F. (2012), “Free vibration analysis of functionally graded size-dependent nanobeams”, Applied Mathematics and Computation, 218, 7406– 7420.

Endo, M.; Strano, M.; Ajayan, P. (2008), Carbon Nanotubes; Topics in Applied Physics; Springer Berlin / Heidelberg,; Vol. 111; pp 13–61,  
10.1007/978-3-540-72865-8\_2

Eringen, A.C. (1972), “Nonlocal polar elastic continua”, Int. J. Eng. Sci., 10, 1–16.

Eringen, A.C. (1983), “On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves”, J. Appl. Phys., 54, 4703–4710.

Fan Z, Tsakirooulos P, Miodownik AP, 1994, A generalized law of mixtures, Journal of Materials Science 29:141-150.

Fekrar, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2014), “A new five-unknown refined theory based on neutral surface position for bending analysis of exponential graded plates”, Meccanica, 49, 795 – 810.

Finot M, Suresh S, 1996, Small and large deformation of thick and thin-film multilayers: Effect of layer geometry, plasticity and compositional gradients, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 44:583-721.

Flahaut, E.; Bacsá, R.; Peigney, A.; Laurent, C. (2003), « Gram-scale CCVD synthesis of double-walled carbon nanotubes ». Chem. Commun, 1442–1443

Flahaut, E.; Peigney, A.; Laurent, C.; Marlière, C.; Chastel, F.; Rousset, A. (2000), « Carbon nanotube-metal-oxide nanocomposites: microstructure, electrical conductivity and mechanical properties ». Acta Materialia, 48, 3803 – 3812

## Références bibliographiques

- Fornes T.D., Paul D.R. (2003), « Modeling properties of nylon 6/clay nanocomposites using composite theories », *Polymer*, 44: 4993–5013
- Frédéric Lévy (1998), « Introduction au à la nanotechnologie moléculaire », *Introduction au à la nanotechnologie moléculaire*, p 2
- Fu, Y., Du, H., Zhang, S. (2003), “Functionally graded TiN/TiNi shape memory alloy films”, *Materials Letters*, 57, 2995– 2999.
- Geim, A. K.; Novoselov, K. S.(2007); *Nature Materials*, 6, 183–191.
- Gioacchino Alotta, GiuseppeFailla, MassimilianoZingales (2014), « Finite element method for a nonlocal Timoshenko beam model », *Finite ElementsinAnalysisandDesign*89, 77–92
- H.W. Kroto, J.R. Heath, S.C. O’Brien, R.F. Curl, and R.E. Smalley.( 1985), « C60 : Buckminsterfullerene ». *Nature*, 368
- Hamidi, A., Houari, M.S.A., Mahmoud, S.R., Tounsi, A. (2015), “A sinusoidal plate theory with 5-unknowns and stretching effect for thermomechanical bending of functionally graded sandwich plates”, *Steel and Composite Structures*, 18(1), 235 – 253.
- Harold Kroto (2010) : « Bienvenue Dans Le Nanomonde », Documentaire vidéo Ep 3/4 Complet ,France 5,Par Caribouprod.
- Hasanyan, D.J., Batra, R.C., Harutyunyan, S. (2008), “Pull-In instabilities in functionally graded microthermoelectromechanical systems”, *Journal of Thermal Stresses*, 31, 1006-1021.
- Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A., Adda Bedia, E.A. (2014), “A new quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates”, *ASCE J. Engineering Mechanics*, 140, 374 – 383.
- Heireche, H, Tounsi, A, Benzair, A, Maachou, M, Adda Bedia, EA. (2008a), “Sound wave propagation in single-walled carbon nanotubes using nonlocal elasticity”, *Physica E.*, 40, 2791–2799.

## Références bibliographiques

- Heireche, H., Tounsi, A., Benzair, A. (2008b), "Scale Effect on wave propagation of double-walled carbon nanotubes with initial axial loading", *Nanotechnology*, 19, 185703.
- Heireche, H., Tounsi, A., Benzair, A., Mechab, I. (2008c), "Sound Wave Propagation in Single – Carbon Nanotubes with Initial Axial Stress", *Journal of Applied Physics*, 104, 014301.
- Hirai T., in: R.J. Brook (Ed.) (1996), *Materials Science and Technology*, vol. 17B, Processing of Ceramics, Part 2, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, Germany, p. 292–341.
- Houari, M.S.A., Tounsi, A., Anwar Bég, O. (2013), "Thermoelastic bending analysis of functionally graded sandwich plates using a new higher order shear and normal deformation theory", *International Journal of Mechanical Sciences*, 76, 102–111.
- Hutchison, J.; Kiselev, N.; Krinichnaya, E.; Krestinin, A.; Loutfy, R.; Morawsky, A.; Muradyan, V.; Obraztsova, E.; Sloan, J.; Terekhov, S.; Zakharov, D. (2001), « Double-walled carbon nanotubes fabricated by a hydrogen arc discharge method ». *Carbon*, 39, 761 – 770
- I. Shiota and M.Y. Miyamoto (1997), *Functionally Graded Materials 1996*, Elsevier Science B.V. 1
- Iijima, S. Helical (1991), « microtubules of graphitic carbon ». *Nature* 1991, 354, 56–58
- J.S. Moya, A.J. Sanchez-Herencia., J. Requena., R. MORENO, 2002, Functionally gradient ceramics by sequential slip casting, *Materials Letters*; 14 (5-6): 333-35, 1992.
- Janghorban, M., Zare, A. (2011), "Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotubes with variable thickness by differential quadrature method", *Physica E*, 43, 1602–1604.
- Javaheri, R., Eslami, M.R., "Thermal Buckling of Functionally Graded Plates", *AIAA J*;40(1):162.169.
- Jeremy Ramsden (2009) , « Essencials of Nanotechnology » : p 10.

## Références bibliographiques

- Jose-Yacaman, M.; Miki-Yoshida, M.; Rendon, L.; Santiesteban, J. G. (1993), « Catalytic growth of carbon microtubules with fullerene structure ». *Applied Physics Letters*, 62, 202–204
- K. Drexler (1992): « *Nanosystems: Molecular Machinery, Manufacturing and Computation* » (Wiley Interscience, New York)
- Khaled Amara, Abdelouahed Tounsi, Ismail Mechab, El Abbas Adda-Bedia (2010), « Nonlocal elasticity effect on column buckling of multiwalled carbon nanotubes under temperature field », *Applied Mathematical Modelling* 34 , 3933–3942
- Khalfi, Y., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2014), “A refined and simple shear deformation theory for thermal buckling of solar functionally graded plates on elastic foundation”, *International Journal of Computational Methods*, 11(5), 135007.
- Koizumi. M (1996), FGM activities in Japan, department of materials chemistry. Ryukoku University, Ohtsu 520-21 Japan.
- Kratschmer, W.; Lamb, L. D.; Fostiropoulos, K.; Huffman D. R. (1990), « Solid C60: a new form of carbon ». *Nature*, 347, 354–358
- Kyoungsoo Park, Glaucio H. Paulino, Jeffery Roesler (2010), Cohesive fracture model for functionally graded fiber reinforced concrete, *Cement and Concrete Research* 40 956–965
- L. Lostec, 1997, Elaboration par coulage en bande et caractérisation microstructurale et mécanique de composite SiC/MAS-L, Thèse de l’université de Limoges.
- Lakhdar Boumia, Mohamed Zidour, Abdelnour Benzair, Abdelouahed Tounsi (2014), « A Timoshenko beam model for vibration analysis of chiral single-walled carbon nanotubes » L. Boumiaetal, *Physica E* 59, 186–191
- laminated composite plates”, *J. Appl. Mech.*, 51, 745 – 752.
- Larbi Chaht, F., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Anwar Bég, O., Mahmoud, S.R. (2015), “Bending and buckling analyses of functionally graded material (FGM) size-dependent nanoscale beams including the thickness stretching effect”, *Steel and Composite Structures*, 18(2), 425 – 442.



## Références bibliographiques

- Levinson, M. (1981), "A new rectangular beam theory", *J. Sound Vib.*, 74, 81 – 87.
- LI Yong-dong, JIA Bin, ZHANG Nan, DAI Yao, TANG Li-qiang, 2006, "Anti-Plane Fracture Analysis of Functionally Gradient Material Infinite Strip with Finite Width", *Applied Mathematics and Mechanics*; 27(6):773.780.
- Li, X.-F., 2008, "A Unified Approach for Analyzing Static and Dynamic Behaviors of Functionally Graded Timoshenko and Euler-Bernoulli Beams", *Journal of Sound and Vibration*; 318: 1210.1229.
- Lü, C.F., Lim, C.W., Chen, W.Q. (2009), "Size-dependent elastic behavior of FGM ultra-thin films based on generalized refined theory", *Int. J. Solids Struct.*, 46, 1176–1185.
- M. Mirzababae, M. Tahani, S.M. Zebarjad (2006), A new approach for the analysis of functionally graded beams, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, 17-265
- M. Monthioux, B.W. Smith, B. Burtiaux, A. Claye, J. Fisher, D.E. Luzzi (2001): « Sensitivity of single-wall nanotubes to chemical processing: An electron microscopy investigation », *Carbon* 39, 1261–1272
- M. Takahashi., Y. Itoh., H. Kashiwaya, 1990, Fabrication and Evaluation of W/Cu Gradient Material by Sintering and Infiltration Technique, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan*; 129-34.
- M.-F. Yu, O. Lourie, M.J. Dyer, K. Moloni, T.F. Kelley, R.S. Ruoff (2000): « Strength and breaking mechanism of multiwalled carbon nanotubes under tensile load », *Science* 287, 637–640
- Ma, H.M., Gao, X.L., Reddy, J.N. (2008), "A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56, 3379–3391.
- Mahi, A., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A. (2015), "A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates", *Appl. Math. Modelling*, (In press)

## Références bibliographiques

- Marcadon V. (2005), Effets de taille et d'interphase sur le comportement mécanique de nanocomposites particuliers. Thèse de doctorat, École polytechnique, Palaiseau.
- Michael Gleiche, Holger Hoffschulz, Steve Lenhart, (2006), Nanotechnology in Consumer Products, Nanoforum.org European Nanotechnology Gateway, p. 8-9
- Miyamoto Y, Kaysser WA, Rabin BH, Kawasaki A, Ford RG, 1999, Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications, Kluwer Academic, Boston
- Mohamed Maachou, Mohamed Zidour, Habib Baghdadi, Nouredine Ziane, Abdelouahed Tounsi (2011), « A nonlocal Levinson beam model for free vibration analysis of zigzag single-walled carbon nanotubes including thermal effects », Solid State Communications 151 , 1467–1471
- Mohamed Maachou, Mohamed Zidour, Habib Baghdadi, Nouredine Ziane, Abdelouahed Tounsi (2011), A nonlocal Levinson beam model for free vibration analysis of zigzag single-walled carbon nanotubes including thermal effects, Solid State Communications 151, 1467–1471
- Mohammadi-Alasti, B., Rezazadeh, G., Borgheei, A.M., Minaei, S., Habibifar, R. (2011), “On the mechanical behavior of a functionally graded micro-beam subjected to a thermal moment and nonlinear electrostatic pressure”, Compos. Struct., 93, 1516–1525.
- Mortensen A., Suresh S., Int. Mater. Rev. 40 (1995) 239–265.
- Na, K.S., Kim, J.H., 2004, "Three-Dimensional Thermal Buckling Analysis of Functionally Graded Materials", Compos Part B, Eng; 35:429.437.
- Na, K.S., Kim, J.H., 2006, "Three-dimensional thermo mechanical buckling analysis for functionally graded composite plates", Composite Structures; 73:413.422.
- Najafizadeh, M.M., Eslami, M.R. , 2002, "First-Order-Theory- Based Thermo Elastic Stability of Functionally Graded Material Circular Plates", AIAA J;40(7):1444.1450.
- Nanotechnologies -- Terminologie et définitions relatives aux nano-objets -- Nanoparticule, nanofibre et nanofeuillet,( 2008) ISO/TS 27687:

## Références bibliographiques

- Nix, W.D., Gao, H. (1989), "Indentation size effects in crystalline materials: A law for strain gradient plasticity", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46, 411–425.
- Noack, J., Rolfes, R., Tessmer, J, 2003, "New Layerwise Theories and Finite Elements for Efficient Thermal Analysis of Hybrid Structures", *Computers and Structures*;81: 2525-2538.
- Novoselov, K. S.; Jiang, D.; Schedin, F.; Booth, T. J.; Khotkevich, V. V.; Morozov, S. V.; Geim, A. K.(2005); *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 102, 10451–10453.
- Nowinski, J.L. , 1978, "Theory of Thermo Elasticity with Applications", Sijthoff & Noordhoff International Publishers.
- Ould Larbi, L., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2013), "An efficient shear deformation beam theory based on neutral surface position for bending and free vibration of functionally graded beams", *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 41, 421–433.
- P. M. Ajayan, J.-C. Charlier et A. G. Rinzler, Carbon nanotubes : From macromolecules to nanotechnology, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 96, n° 25, 7 décembre 1999, p. 14199-14200 - Article spécialisé
- Pastorin, G.; Wu, W.; Wieckowski, S.; Briand, J.-P.; Kostarelos, K.; Prato, M.; Bianco (2006), A. Double functionalisation of carbon nanotubes for multimodal drug delivery. *Chem. Commun.*, 1182–1184
- Peddieson, J., Buchanan, G.R., McNitt, R.P. (2003), "Application of nonlocal continuum models to nanotechnology", *Int. J. Eng. Sci.*, 41, 305–312.
- Pisano, A.A., Fuschi, P. (2003), "Closed form solution for a nonlocal elastic bar in tension", *Int. J. Solids Struct.*, 40, 13–23.
- Pisano, A.A., Sofi, A., Fuschi, P. (2009a), "Finite element solutions for nonhomogeneous nonlocal elastic problems", *Mechanics Research Communications*, 36, 755–761.

## Références bibliographiques

- Pisano, A.A., Sofi, A., Fuschi, P. (2009b), "Nonlocal integral elasticity: 2D finite element based solutions", *Int. J. Solids Struct.*, 46, 3836–3849.
- Rahaeifard, M., Kahrobaiyan, M.H., Ahmadian, M.T. (2009), "Sensitivity analysis of atomic force microscope cantilever made of functionally graded materials", In: DETC2009-86254, 3rd International conference on micro- and nanosystems (MNS3) 2009, San Diego, CA, USA.
- Ravichandran K.S., 1995, "Thermal residual stresses in a functionally graded material system", *Mater Sci Eng A*; 201:269.276.
- Reddy, J.N. (1984), "A simple higher-order theory for
- Reddy, J.N. (2007), "Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams", *Int. J. Eng. Sci.*, 45, 288 – 307.
- Rodriguez, N. M. (1993), « A review of catalytically grown carbon nanofibers ». *Journal of Materials Research*, 8, 3233–50
- Ruoff, R. S.; Lorents, D. C. (1995) Mechanical and thermal properties of carbon nanotubes. *Carbon*, 33,925 – 930, Nanotubes
- S. Berber, Y. Kwon, D. Tomanek (2000): « Unusually high thermal conductivity of carbon nanotubes », *Phys. Rev. Lett.* 84, 4613–4616
- S. Iijima (1991). « Helical microtubules of graphitic carbon ». *Nature*, 354(6348) :56–58.
- Saidi, H., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. (2013), "Thermo-mechanical bending response with stretching effect of functionally graded sandwich plates using a novel shear deformation theory", *Steel and Composite Structures*, 15, 221-245.
- Sankar, B.V., 2001, "An Elasticity Solution for Functionally Graded Beams", *Composites Science and Technology*; 61:689.696.
- Satyam S. Sahay and Kakkaveri S. Ravichandran (1996), Assessment of Residual Stresses in a Functionally Graded Material System, *Advanced Composite Newsletter*, Vol. 5, No. 4 . 1-7

## Références bibliographiques

- Semmah, A., Tounsi, A., Zidour, M., Heireche, H., Naceri, M. (2014), "Effect of chirality on critical buckling temperature of a zigzag single-walled carbon nanotubes using nonlocal continuum theory", *Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures*, 23, 518 – 522.
- Serge LAROZE (2005), « Mécanique des structures Tome 2 poutres », ISBN : 2.85428.712.6, p9
- Serkan Dag, Suat Kadioglu, O., Selcuk Yahsi, 1999, "Circumferential Crack Problem for an FGM Cylinder Under Thermal Stresses", *J. of Thermal stresses*, 22:659-687.
- Shen, H.S., 2002, "Post Buckling Analysis of Axially Loaded Functionally Graded Cylindrical Panels in Thermal Environments", *Int J Solids Struct*;39:5991.6010.
- Shyang-Ho Chi, Yen-Ling Chung, 2006, "Mechanical Behavior of Functionally Graded Material Plates Under Transverse Load-Part I: Analysis", *Inter. J. of Solids and Structures*; 43: 3657-3674.
- Sudak, L.J. (2003), "Column buckling of multiwalled carbon nanotubes using nonlocal continuum mechanics", *J. Appl. Phys.*, 94, 7281–7287.
- Suhr, J.; Koratkar, N.; Keblinski, P. (2005); Ajayan, P. Viscoelasticity in carbon nanotube composites. *Nat Mater*, 4, 134–137
- Suhr, J.; Zhang, W.; Ajayan, P. M.; Koratkar, N. A. (2006), Temperature-Activated Interfacial Friction Damping in Carbon Nanotube Polymer Composites. *Nano Letters*, 6, 219–223
- T.L. Becker Jr. b, R.M. Cannon a, R.O. Ritchie (2000), An approximate method for residual stress calculation in functionally graded materials, *Mechanics of Materials* 32 85±97
- Tamura I, Tomota Y, Ozawa M, 1973, Strength and ductility of Fe-Ni-C alloys composed of austenite and martensite with various strength, *Proceedings of the 3rd International Conference on Strength of Metals and Alloys (Institute of Metals, and Iron and Steel Institute, London 1973)* 1:611-615

## Références bibliographiques

- The Royal Society & The Royal Academy of Engineering (2004), « Nanoscience and nanotechnologies: opportunities and uncertainties », p. p5,
- Tounsi, A, Benguediab, S., Adda Bedia, E.A., Semmah, A., Zidour, M. (2013c), “Nonlocal effects on thermal buckling properties of double-walled carbon nanotubes”, *Advances in Nano Research*, 1(1), 1 – 11.
- Tounsi, A, Heireche, H, Berrabah, HM, Benzair, A, Boumia, L. (2008), “Effect of small size on wave propagation in double-walled carbon nanotubes under temperature field”, *J Appl Phys*, 104, 104301.
- Tounsi, A, Semmah, A., Bousahla, A.A. (2013b), “Thermal buckling behavior of nanobeams using an efficient higher-order nonlocal beam theory”, *ASCE Journal of Nanomechanics and Micromechanics*, 3, 37–42.
- Tounsi, A., Al-Basyouni, K.S., Mahmoud, S.R. (2015), “Size dependent bending and vibration analysis of functionally graded micro beams based on modified couple stress theory and neutral surface position”, *Compos. Struct.*, (In press).
- Tounsi, A., Benguediab, S., Houari, M.S.A., Semmah, A. (2013d), “A new nonlocal beam theory with thickness stretching effect for nanobeams”, *International Journal of Nanoscience*, 12, 1350025.
- Tounsi, A., Houari, M.S.A., Benyoucef, S., Adda Bedia, E.A. (2013a), “A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates”, *Aerospace Science and Technology*, 24, 209 – 220.
- Ugural, A.C. , 1981, "Stresses in Plates and Shells", McGraw- Hill, New York.
- Voigt W, 1889, Über die Beziehung Zwischen den Beiden Elasticitäts-Constanten Isotroper Körper, *Annalen der Physik and Chemie* 38573-587
- W. Ahmed, M.J. Jackson and I.Ul Hassan (2009), « Nanotechnology to Nanomanufacturing », p 02
- W. Krätschmer, L.D. Lamb, K. Fostiropoulos, and D.R. Huffman (1990). « Solid c60 : a new form of carbon ». *Nature*, 347.

## Références bibliographiques

- Wang, Q. (2005), "Wave propagation in carbon nanotubes via nonlocal continuum mechanics", *J. Appl. Phys.*, 98, 124301.
- William G. Cooley, Captain, USAF, 2005, application of functionally graded materials in aircraft structures
- Witvrouw, A., Mehta, A. (2005), "The use of functionally graded Ploy-SiGe Layers for MEMS applications", *Materials Science Forum*, 492-493, 255-260.
- Yang, J., Xiang, H.J. , 2007, "Thermo-Electro-Mechanical Characteristics of Functionally Graded Piezoelectric Actuators", *Smart Mater. Struct.*; 16: 784.797.
- Yoshihisa Uchida (2004), Properties of functionally graded materials, Manufactured by Progressive Lamination Method for Applications, 39- 51-B, Vol. 39-B
- Yoshitake, T.; Shimakawa, Y.; Kuroshima, S.; Kimura, H.; Ichihashi, T.; Kubo, Y.; Kasuya, D.; Takahashi, K.; Kokai, F.; Yudasaka, M.; Iijima, S. (2002), Preparation of fine platinum catalyst supported on single-wall carbon nanohorns for fuel cell application. *Physica B: Condensed Matter*, 323, 124–12
- Zhang, J., Fu, Y. (2012), "Pull-in analysis of electrically actuated viscoelastic microbeams based on a modified couple stress theory", *Meccanica*, 47, 1649 – 1658.
- Zhong, Z., Yu, T., 2007, "Analytical Solution of a Cantilever Functionally Grade Beam", *Composites Science and Technology*; 67: 481.488.
- Zidi, M., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A., Anwar Bég, O. (2014), "Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory" *Aerospace Science and Technology*, 34, 24–34.
- Zidour, M, Benrahou, KH, Semmah, A, Naceri, M, Belhadj, HA, Bakhti, K, et al. (2012), "The thermal effect on vibration of zigzag single walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory", *Comput Mater Sci.*, 51, 252–260.
- Zidour, M., Daouadji, T.H., Benrahou, K.H., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Hadji, L. (2014), "Buckling analysis of chiral single-walled carbon nanotubes by using the nonlocal Timoshenko beam theory", *Mechanics of Composite Materials*, 50(1), 95 – 104.