

RÉPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITÉ DE SIDI BEL ABBES  
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE



---

---

## Mémoire

---

---

Pour l'obtention du diplôme de Magister

Spécialité : Génie Mécanique

Option: **Comportement mécanique des structures**

Présenté par Mr :

**SMAHAT Amine**

---

---

## Etude Fiabiliste de Défaillance des Structures en Matériaux Composites

---

---

Soutenu Décembre 2012 devant la commission d'examen :

**Mr F. BOUKHOULDA** Professeur, Université Sidi Bel Abbès

*Président*

**Mr A. MEGUENI** Professeur, Université de Sidi Bel Abbès

*Examineur*

**Mr M. ELAJRAMI** Maître de Conférences, Université de Sidi Bel Abbès.

*Examineur*

**Mr B. BOUCHAM** Maître de Conférences, Université de Sidi Bel Abbès.

*Encadreur*

## **REMERCIEMENT:**

*Le remerciement infini avant tous est à Dieu le plus puissant qui m'a comblé des bienfaits de l'Islam et de la Science.*

*J'exprime mes profonds remerciements à Monsieur **B. BOUCHAM**, Maître conférence à l'Université de Sidi Bel Abbes, encadreur de ce mémoire, pour son aide précieuse, sa confiance, ses encouragements, sa patience et son soutien favorable pour l'aboutissement de ce travail.*

*Je tiens aussi à adresser, mes vifs remerciements à Monsieur **F. BOUKHOULDA**, Professeur à l'Université de Sidi Bel Abbes, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de soutenance de ce mémoire.*

*Je désire aussi adresser mes remerciements les plus respectueux à Monsieur **A. MEGUENI**, Professeur à l'université de **SIDI** Bel Abbes, qui m'a fait l'honneur de bien vouloir juger ce travail.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur **M. ELAJRAMI**, Maître conférence à l'Université de Sidi Bel Abbes, d'avoir accepté d'examiner ce mémoire et d'être membre de jury.*

*Sans oublier de remercier vivement tous les enseignants du département Génie mécanique qui ont contribué à la formation, et spécialement le chef du département Monsieur **F. BOUKHOULDA** professeur à l'université **DJILALI LIABES** de Sidi Bel Abbes et tous les étudiants de ma promotion.*

*Je tiens à exprimer mes remerciements et ma profonde reconnaissance envers monsieur **A. MEGHANI** Professeur à l'Université de Sidi Bel Abbes pour son aide permanente durant l'élaboration de ce travail.*

## Dédicace

*J'ai toujours pensé faire ou offrir quelque chose à mes parents en signe de reconnaissance pour tout ce qu'ils ont consenti comme effort, rien que pour me voir réussir, et voilà, location est venue.*

*A ceux qui m'ont donné la vie, symbole de beauté, et de fierté, de sagesse et de patience, à mes chers parents.*

*A mes frères et toute la famille.*

*A ceux qui sont la source de mon inspiration et de mon courage, à qui je dois de l'amour de l'amitié et de la reconnaissance. A mes amies.*

*A toutes ces personnes, j'adresse mes sentiments les plus chaleureux.*

*Amine*

## Résumé

Dans ce travail, on s'est intéressé à déterminer l'effet hygrothermique sur le comportement du matériau composite et l'impact de leur fiabilité. On s'est référé à la méthode de Monté Carlo pour calculer la fiabilité des systèmes mécaniques qui caractérisent le degré de défaillance d'une part, et mettre en évidence l'intérêt de cette méthode d'autre part. La fiabilité de la plaque étudiée représente l'outil adéquat qui permet de quantifier les systèmes et les effets de ces incertitudes. Elle nous permet aussi de faire une analyse probabiliste et de déterminer les sensibilités de cette probabilité à chaque variable aléatoire pour l'évolution de

la déformation et de la contrainte de la plaque.

**Mots clés :** Matériaux Composites, Comportement Hygrothermique, Fiabilité des Structures, Simulation de Monté Carlo, Modélisation probabiliste, Calcul d'incertitudes.

### *Abstract*

In this work, we are interested in determining the effect of hygrothermal behavior of the composite material and the impact of their reliability. Reference was made to the Monte Carlo method for calculating the reliability of mechanical systems that characterize the degree of failure of a part, and highlight the interest of this method on the other. The reliability of the plate is considered an appropriate tool to quantify systems and the effects of these uncertainties. It also allows us to do a probabilistic analysis and determine the sensitivities of the probability for each random variable in the evolution of the deformation and stress of the plate.

Keywords: Composite Materials, Hygrothermal Behaviour, Reliability of Structures, Monte Carlo Simulation, Modelling probabilistic calculation uncertainties.

### ملخص

في هذا العمل، ونحن مهتمون في تحديد تأثير السلوك الرطوبة الحرارية من المواد المركبة وتأثير موثوقيتها. وأشار إلى الأسلوب مونت كارلو لحساب موثوقية الأنظمة الميكانيكية التي تتميز درجة فشل جزءا منها، وتسليط الضوء على الفائدة من هذه الطريقة من جهة أخرى. يعتبر الاعتماد على لوحة أداة مناسبة لقياس النظم وآثار هذه الشكوك. كما أنه يتيح لنا القيام بتحليل وتحديد احتمالية حساسية احتمال لكل متغير عشوائي في تطور التشوه والإجهاد من لوحة

كلمات البحث: المواد المركبة، سلوك الرطوبة الحرارية، الموثوقية المنشآت، مونتني كارلو المحاكاة، نمذجة الشكوك حساب  
الإحتمالية

### Listes des figures

Figure I-1 différents types des fibres de renfort

Figure I-2 différents types des fibres de verre

Figure I-3 différents types des fibres de carbone

Figure I-4 différents types des fibres d'aramide

Figure I-5 Différent type des matrices

Figure II.1 : effet de l'humidité sur la Tg (adaptée de GIBSON(2007)

Figure II.2 : effet de la température sur l'absorption de l'humidité

(Adaptée de GIBSON 2007)

Figure II.3 : Schéma de la pénétration d'un solvant dans un polymère [Verdu (1990b)]

Figure II.4 : Les types d'endommagement [Verdu (1985)]

Figure II.5 : Migrations d'adjuvants [Verdu (1990) a]

Figure II.6 : Vieillessement hydrolytique [Verdu (1985)]

Figure II.7 : Courbe de diffusion de type fick

Figure II.8 : variation du niveau de saturation en eau en fonction d'humidité relative(%)

Figure II.9 : variation de la diffusivité en fonction de la température ( $K^{\circ}$ )

Figure II.10 : courbe de diffusion non fickienne comparées à une courbe de diffusion fickienne

Figure III-1 : Variation de la diffusivité D en fonction de la Température T

Figure III-2: Variation de la concentration maximale  $C_{\infty}$  en fonction de l'humidité relative

Figure III-3: Les déformations suivant les axes principaux

Figure III-4 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du stratifié (suivant la direction x)

Figure III-5 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction x)

Figure III-6 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction y)

Figure III-7 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du stratifié (suivant la direction y)

Figure III-8: Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction z)

Figure III-9 : Déformations non mécaniques par rapport au plan de la plaque (suivant la direction z)

Figure III-10 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction x)

Figure III-11 : Déformations non mécaniques par rapport au plan de la plaque (suivant la direction x)

Figure III-12 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction y)

Figure III-13 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du stratifié (suivant la direction y)

Figure III-14 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction z)

Figure III-15 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du stratifié (suivant la direction z)

Figure IV-1 : Définition de la fonction d'état limite

Figure IV-2 : Principe des simulations Monte-Carlo

Figure IV-3 : Principe de la méthode FORM

Figure IV-4 : Principaux acteurs du couplage mécano-fiabiliste

Figure V-1. Variation du module de Young longitudinal en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (carbone/époxy)

Figure V-2. Variation du module de Young longitudinal en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (verre /époxy)

Figure V-3. Variation du module de coefficient de poisson en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (carbone/époxy)

Figure V-4. Variation du coefficient de poisson en fonction de la fraction volumique  $V_f$ . (verre/époxy)

Figure V-5. Variation du module de Young transversal en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (carbone/époxy)

Figure V-6. Variation du module de Young transversal en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (verre/époxy)

Figure V-7. Variation du module de cisaillement en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (carbone/époxy)

Figure V-8. Variation du module de cisaillement en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (verre/époxy)

Figure V-9. Histogramme de dispersion de la déformation d'une plaque en carbone/époxy

Figure V-10. La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en carbone/époxy

Figure V-11. Variation de la déformation d'une plaque en carbone/époxy

Figure V-12. Histogramme de dispersion de la déformation d'une plaque en verre /époxy

Figure V-13. La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en carbone/époxy

## Nomenclature

$T_{gw}$  : Température de transition vitreuse dégradée par l'humidité (°C)

$T$  : Température du milieu (°C);

$T_{g0}$  : Température de transition vitreuse initiale (°C);

$T_0$  : Température de référence (°C);

$M_r$  : Pourcentage massique d'humidité absorbée par la matrice

$[S]$  : matrice de souplesse

$\varepsilon_i^T$  : Déformations thermiques;

$\alpha_i$  : Coefficient de dilatation thermique;

$\varepsilon_i^M$  : Déformations hygroscopiques;

$\beta_i$  : Coefficient de dilatation hygroscopique;

$C$  : Concentration en humidité;

$D$  : coefficient de diffusion du milieu ( $\text{mm}^2/\text{s}$ )

$\vec{\varphi}$  : flux de diffusivité

$x$  : distance à partir du plan central de la plaque, suivant l'épaisseur

$t$  : durée de vieillissement

$h$  : épaisseur de la plaque

$M_t$  : La masse totale d'eau dans le matériau

$M_s$  : la masse d'eau absorbée après un temps infini

$E_a$  : énergie d'activation de la diffusion

$D_0$  : constante (indice de perméabilité)

$R$  : constante des gaz ( $\text{joule/mol.K}^\circ$ )

$\Delta T$  : différence de température ( $T$  (utilisation) –  $T$  (cuisson).)

$Q_{ij}$  : étant les éléments de la matrice de rigidité de contrainte plane

$\sigma_1^n$  : contrainte non mécanique dans le repère du stratifié (MPa)

$\sigma_x^n$  : contrainte non mécanique dans le repère du pli (MPa)

$\theta$  : l'angle d'orientation du pli (rad)

$m = \cos(\theta)$

$n = \sin(\theta)$

$\varepsilon_1^n$  : déformation non mécanique dans le repère du stratifié

$\varepsilon_x^n$  : déformation non mécanique dans le repère du pli

$\sigma_1^r$  : contrainte résiduelle dans le repère du stratifié (MPa)

$\sigma_x^r$  : contrainte résiduelle dans le repère du pli (MPa)

$\varepsilon_1^r$  : déformation résiduelle dans le repère du stratifié

$\varepsilon_x^r$  : déformation résiduelle dans le repère du pli

$\beta$  : indice de fiabilité

$R$  : la fiabilité

$\Omega$  : espace de recherche.

$\Omega_f$  : domaine de défaillance

$\Omega_s$  : domaine de sûreté

$X$  : vecteur des variables aléatoires

$P_f$  : probabilité de défaillance d'un événement

$G$  : fonction de performance

$T(\cdot)$  : transformation iso-probabiliste

$I[\cdot]$  : estimateur de la probabilité de défaillance

$\phi(\cdot)$  : Fonction de répartition gaussienne

## SOMMAIRE

<b>Introduction Générale</b> .....	1
<b>Chapitre I : Généralités sur les Matériaux Composites</b>	
I.1 Définition d'un matériau composite .....	3
I.2 Considérations sur l'usage des matériaux composites:.....	4
I.3 Classification des matériaux composites.....	6
I.4 Caractéristique Générale .....	7
I.5 Les renforts .....	8
I.6 Caractéristiques des principales fibres .....	12
I.7 Caractéristiques mécaniques des matériaux.....	12
I.8 Les éléments constitutants d'un matériau composite .....	13
I.9 Les matrices.....	15.
I.10 Types de matériaux composites structuraux.....	19
<b>Chapitre II : Effet hygrothermique sur les matériaux composites</b>	
II.1 Effets hygrothermiques sur les constituants d'un composite .....	20
II.2 Vieillissement physique .....	27
II.2.1 La plastification.....	27
II.2.2 Le gonflement.....	28
II.2.3 L'endommagement.....	28
II.2.4 La migration d'adjuvants.....	29
II.3 Vieillissement chimique :.....	30
II.4 Cinétique d'absorption en milieu humide .....	31
II.4.1 Diffusion Fickienne :.....	31
II.4.1.1 Diffusion dans une plaque mince .....	33
II.4.1.2 Influence du taux d'humidité relative .....	35
II.4.1.3 Influence de la température.....	36
II.4.2 Diffusion non Fickienne .....	38
<b>Chapitre III : Résultats et discussions</b>	
III.1 Introduction.....	40
III.2 L'effet de la concentration d'humidité dans les plaques composites.....	40
III.3 Calcul des contraintes non mécaniques dans un matériau composite (carbone/époxy)...	43
III.4 Caractéristique du pli à étudier .....	46

III.4 .1Calcul des matrices de rigidité .....	47
III.5 Organigramme de calcul des contraintes non mécaniques :.....	48
III.6 Présentations des résultats.....	49
III.7 Conclusion.....	60

## **Chapitre IV : Méthode de calcul de la fiabilité des structures**

IV.1 Introduction .....	61
IV.2 Le calcul mécano-fiabiliste.....	61
IV.3 Concept de base de fiabilité.....	61
IV.4 Fonction de performance.....	64
IV.5 Méthodes de calcul fiabiliste.....	64
IV.5.1 Simulation de Monte Carlo.....	65
IV.5.2 Simulation de Monte Carlo avec tirage d'importance.....	67
IV.5.3 Méthodes d'approximation FORM/SORM.....	67
IV.6 Couplage mécano-fiabiliste.....	69
IV.6.1 Exemples de couplage mécano-fiabiliste.....	69
IV.6.2 Difficultés liées au couplage mécano-fiabiliste.....	71
IV.7 Conclusion.....	71

## **Chapitre V : Etude fiabiliste d'une structure en composite**

V.1 Description des programmes informatiques utilisés .....	73
V.2 Simulations et résultats .....	73
V.3 Application et présentation des résultats.....	80
V.3.1 Cas de la variation de tous les paramètres .....	81
V.3.2 Cas de l'influence de la force.....	86
V-3-3 Cas de l'influence de la structure .....	90
V.3.4 Cas de l'influence de la rigidité.....	94
V.4 Conclusion.....	97
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>98</b>

### **Références bibliographiques**

### **Annexes**

### ***Problématiques***

On définit la théorie de la fiabilité des structures mécaniques (systèmes ou composants) comme un ensemble de méthodes, basées sur des concepts probabilistes et des techniques d'optimisation directement issues de la recherche, destinées à estimer la fiabilité (probabilité de bon fonctionnement ou de succès) ou un autre indicateur de fiabilité (taux de défaillance, probabilité de défaillance, marges de sécurité,...) d'un élément de structure ou de la structure elle-même permettant ainsi de maîtriser, à coûts de calcul réduits, les issues possibles d'un dimensionnement.

L'évaluation et l'optimisation de la fiabilité des structures mécaniques sont indispensables pour concevoir des systèmes de plus en plus performants. Pour cela, plusieurs méthodes sont définies, leur utilisation est conditionnée par la connaissance de certaines données, les outils disponibles et les objectifs à atteindre.

La fiabilité des systèmes mécaniques peut être déterminée à partir des modèles de taux

de défaillance développés dans des bases de données. C'est l'approche la plus simple et la plus directe. Or les sources de données sur les taux de défaillance de composants mécaniques ne sont pas très nombreuses généralement et aucune d'elles ne fournit des données parfaites pour une évaluation plus précise de la fiabilité (le taux de défaillance est souvent supposé constant). Les informations recueillies ne permettent qu'une exploitation partielle des données. Cependant, elles restent toujours utiles pour de nouvelles conceptions.

Par définition, la fiabilité est l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise, dans des conditions (contraintes) données, durant un intervalle de temps donné. Les conditions sont les contraintes physiques, chimiques et mécaniques subis par les dispositifs du fait de son environnement.

Pour garantir une conception sûre et compétitive, le dimensionnement et l'évaluation de la fiabilité d'une structure se font en prenant en compte simultanément toutes les informations concernant les composants. Dans les chapitres suivants, nous présentons les principes généraux des différentes méthodes de calcul de la fiabilité des structures mécaniques.

# Introduction

# générale

## **INTRODUCTION GENERALE**

Les matériaux composites sont souvent utilisés pour la réalisation des pièces de structures. Malgré qu'ils soient anisotropes et hétérogènes, leurs propriétés mécaniques spécifiques permettent en effet un allègement des structures, particulièrement lors de leur introduction dans des secteurs d'activités comme l'aéronautique, l'automobile et le sport.

Ainsi, les trois grandes classes des matériaux composites, à matrices céramiques, métalliques et polymères, connaissent un développement soutenu.

Les matériaux composites fibreux à matrice polymérique sont de plus en plus réclamés dans les applications qui exigent de hautes performances. Malheureusement, ces matériaux sont surjetés à la dégradation dans un environnement donné. En effet, la structure aromatique de la matrice la rend non seulement sensible aux effets de certains solvants, mais aussi susceptible d'une réorganisation des chaînes avec le temps. Ce dernier phénomène est connu sous le terme de « vieillissement » et conduit à une perte des propriétés physiques et mécaniques initiale de la matrice et il est provoqué par de nombreux facteurs dont : la température d'utilisation, les conditions vibratoires, les conditions de sollicitations mécaniques, les conditions environnementales (la chaleur et l'humidité atmosphériques), les rayons ultra violet, ...etc. Cependant, ces composites présentent de grands avantages d'utilisation par rapport aux métaux classiques grâce à leur propriétés élevées et leur faible densité.

L'expérience de ces dernières années souligne l'importance des effets de l'environnement (humidité et température) sur les propriétés mécanique des plastiques renforcés et la stabilité de leurs performances à long terme (durabilité). La présence d'eau au sein des matériaux composites (fibres/polymère) provoque une détérioration des propriétés

mécaniques. Ainsi, les méthodes de fiabilité ont conduit à d'importantes avancées basées sur une évaluation plus rationnelle des risques en cours. Elles permettent ainsi d'évaluer quantitativement le risque de défaillance d'une structure donnée compte tenue des incertitudes mises en jeu (chargement, propriétés des matériaux, géométries,...etc.) et également d'optimiser sa conception pour un risque considéré.

L'objectif principal de cette étude consiste à étudier l'influence de l'environnement hygrothermique sur le comportement mécanique d'une plaque composite et sa fiabilité en utilisant la méthode de Monté Carlo pour l'évaluation de la probabilité de défaillance.

Ce travail est divisé en cinq chapitre :

Après un rappel bibliographique des grands thèmes abordés dans ce travail, nous présentons une généralité sur les matériaux composite, leur utilisation et leurs différents types.

Le deuxième chapitre aborde le thème d'effet hygrothermique sur les composites avec un rappel détaillé sur la loi de Fick. Par la suite, nous avons présenté le calcul et les résultats des contraintes non mécaniques dans un pli avec un programme en MatLab.

Le quatrième chapitre s'appuie principalement sur la méthode de Monté Carlo (fiabilité, probabilité de défaillance et incertitude) et les méthodes d'approximation.

Dans le dernier chapitre nous avons présenté les résultats de la méthode de Monté Carlo programmé en MatLab (probabilité de défaillance de deux plaques différentes en composite soumises à une contrainte de traction).

Et pour terminer une conclusion a été construite pour montrer l'importance de la fiabilité des plaques en composites et son intérêt dans l'industrie actuelle.

# Chapitre I

## **I.1 Définition d'un matériau composite :**

Ce terme d'origine anglo-américaine signifie que le matériau est composé de plusieurs parties qui diffèrent par leurs natures, par leurs formes et par leurs fonctions.

Un matériau est dit composite lorsqu'il est constitué de deux ou plusieurs éléments distincts dont les qualités en se combinant avec synergie réalisant des propriétés particulières et constituent une réponse à un besoin bien spécifié.

On appelle maintenant de façon courante matériaux composites, des arrangements de fibres continues ou discontinues (fibres coupées ou courtes) d'un matériau résistant (le renfort) qui sont noyées dans la matrice qui conserve la disposition géométrique.

Parmi les matériaux composites, on distingue deux types :

- Les composites à grandes diffusions (GD).
- Les composites à hautes performances (HP).

Les matériaux à grande diffusion représentent 95% des composites utilisés. Ce sont en général des plastiques armés ou des plastiques renforcés, le taux de renfort avoisinant 30%.

Dans 90% des cas, l'anisotropie n'existe pas ou n'est pas maîtrisée car les renforts sont des fibres courtes.

Les principaux constituants de bases sont les résines polyesters avec des fibres de verre.

Les composites à haute performance principalement utilisés dans l'aéronautique sont d'un coût élevé, les renforts sont plutôt des fibres longues, le taux de renfort est supérieur à 50%, et ce sont des renforts qui ont des propriétés mécaniques largement supérieures à celles des métaux, contrairement aux matériaux à grande diffusion [1].

### **Définitions de base :**

- Homogène : mêmes propriétés en tout point du matériau.
- Hétérogène : en deux points différents, propriétés différentes.
- Isotrope : même propriétés dans toutes les directions.
- Isotrope transverse : Il existe un axe de symétrie. Symétrie par rapport à une droite.
- Orthotrope : propriétés symétriques par rapport à deux plans orthogonaux.
- Anisotrope : les propriétés sont différentes selon les différentes directions

### **I.2. Considérations sur l'usage des matériaux composites :**

Dans la conception des produits, il est essentiel d'évaluer et comparer les composites avec les matériaux conventionnels pour bien choisir les matériaux. Les avantages et les inconvénients principaux des matériaux composites sont présentés ci-dessous.

#### **I.2.1. Les avantages :**

Les avantages les plus cités des matériaux composites incluent:

##### **a. Propriétés mécaniques adaptables :**

Un stratifié est un empilement de plis élémentaires qui se comportent ensemble comme un élément structural. Un pli élémentaire est anisotrope, ou orthotrope dans la plupart des cas, avec la résistance et la rigidité dans la direction des fibres beaucoup plus élevées que dans des autres directions. Il faut alors associer différentes orientations de fibres afin d'obtenir un composite capable de résister à diverses sollicitations.

Un avantage principal du stratifié composite est que les plis élémentaires peuvent être orientés de telle façon que la résistance dans une direction donnée corresponde aux chargements prévus.

##### **b. Haute résistance et haut module :**

Les propriétés mécaniques élevées, notamment la résistance et la rigidité des

matériaux composites à hautes performances permettent de répondre aux exigences de l'industrie aéronautique. D'autres industries en profitent également, par exemple la vitesse d'une balle de tennis est plus élevée avec des raquettes en carbone/époxy.

#### **c. Masse :**

Les matériaux composites à hautes performances ont une densité de l'ordre de 1,6 contre 2,7 pour les alliages d'aluminium. Selon Airbus, ils autorisent au gain de 10 à 30% sur les éléments de structure. Ce gain de masse permet d'employer des moteurs moins puissants. Ceux-ci consomment moins et permettent de réduire la taille des réservoirs de carburant pour le même cahier des charges de l'avion.

#### **d. Production :**

Les matériaux composites permettent de simplifier l'assemblage de la structure, ce qui compense partiellement leur prix élevé. La réduction du nombre de pièces par rapport aux matériaux conventionnels peut être substantielle. Par exemple, un tronçon de fuselage qui réclame typiquement mille pièces et plusieurs milliers de fixations est fabriqué en un seul morceau pour le Boeing 787. Sur la chaîne d'assemblage final, l'avion complet devrait voir le jour en trois contre onze jours pour un Boeing 737.

#### **e. Maintenance :**

Les composites ont besoin de moins d'entretien que les alliages métalliques. D'une part, ils ne sont pas sensibles à la corrosion. D'autre part, la tenue en fatigue est très bonne. Par exemple, l'intervalle entre deux révisions complètes du Boeing 787, qui utilise massivement des matériaux composites, est porté à douze ans au lieu de dix ans sur un Boeing 777.

#### **I.2.2. Les inconvénients :**

Bien que les avantages des matériaux composites soient impressionnants, ces matériaux ne sont pas une solution miracle pour toutes les applications. Des inconvénients ou des problèmes existent et peuvent empêcher leur usage. Les inconvénients les plus courants sont les suivants:

##### **a. Coût :**

Les matériaux composites à hautes performances ont été développés principalement pour répondre aux besoins de la communauté aérospatiale qui sont très exigeants au niveau de la technologie et de la sécurité. Par conséquent, l'élargissement de la science des composites aux produits plus populaires (de grande consommation) est lent. Le coût des matériaux

composites reste élevé.

### **b. Conception et analyse :**

Les matériaux composites sont souvent à la fois hétérogènes et anisotropes. Ces deux caractéristiques sont différentes des celles de la plupart des matériaux classiques qui ont été largement étudiés. C'est pourquoi, ils nécessitent de nouvelles approches, généralement plus compliquées, pour la conception et l'analyse des structures. L'hétérogénéité impose l'analyse d'au moins de deux points de vue : la micromécanique et la macro-mécanique. De plus, les matériaux anisotropes nécessitent plus de propriétés mécaniques que les matériaux isotropes pour établir les relations contrainte-déformation.

Pour les stratifiés, la rupture se produit de plusieurs façons différentes. Il est donc difficile d'établir une théorie de résistance qui tienne compte de tous les modes de rupture et de leurs interactions. Par conséquent, la détermination des résistances est plus compliquée et nécessite des vérifications expérimentales. De plus, la résistance d'un stratifié peut être influencée par les contraintes inter-laminaires au voisinage des bords libres.

### **c. Assemblage :**

Les matériaux composites sont généralement plus fragiles que les matériaux métalliques conventionnels. Par conséquent, l'assemblage des pièces en matériaux composites pose toujours du problème de faible résistance à cause de la concentration des contraintes. Les assemblages sont souvent renforcés par des inserts métalliques ou par l'augmentation de l'épaisseur du stratifié qui entraîne une masse supplémentaire pour la structure.

### **d. Tolérance aux dommages :**

Un des points faibles les plus importants des matériaux composites est la tolérance aux dommages. Des dommages de diverses natures peuvent se produire dans la vie d'une structure, par exemple l'impact, soit en service ou pendant la maintenance, est inévitable.

En règle générale, plus un matériau est ductile, plus il est capable de tolérer un dommage car la ductilité fournit la capacité d'absorber de l'énergie. Par conséquent, les structures métalliques ont tendance de se déformer plutôt que de se fracturer sous l'impact. Le caractère fragile des matériaux composites ne permet pas, par contre, de subir l'impact sans avoir d'endommagement [HORTON 1993].

Les dommages sont souvent des fissurations internes de la matrice, indétectables sur la surface de la structure. Ce type de dommages diminue considérablement la résistance en compression de la pièce endommagée. Les dommages des fibres diminuent la résistance en compression ainsi qu'en traction. Les outils pour évaluer la tolérance aux dommages des structures ont besoin d'un programme d'inspection, d'une analyse de la résistance résiduelle et

d'une analyse de la propagation des dommages [4].

### **I.3. Classification des matériaux composites :**

La classification des matériaux composites peut être effectuée selon plusieurs façons. En fonction de la nature de la matrice, les matériaux composites peuvent se classer selon les trois familles suivantes:

- **Composites à matrice polymérique :** Ce type de composites a été développé surtout pour les applications aéronautiques où la réduction de masse est essentielle. Les polymères sont donc caractérisés par une faible densité, une résistance mécanique relativement faible, et une grande déformation à rupture.

- **Composites à matrice métallique :** Dans ces composites, la matrice est métallique comme l'aluminium ou le titane qui sont renforcés par des renforts généralement non-métalliques, souvent des céramiques. Leurs propriétés mécaniques sont donc meilleures ou plus adaptables au chargement que leurs matrices polymériques. Ils sont largement appliqués dans les fabrications des moteurs d'automobile.

- **Composites à matrice céramique :** Les matériaux céramiques telles que le verre et le carbure de silicium (SiC) sont utilisés pour la matrice de ce type de composite.

La matrice peut être associée aux renforts comme des métaux, le carbone, et des céramiques. Ce type de composite est développé dans le but d'améliorer les propriétés mécaniques telles que la ténacité, et la résistance au choc thermique [4].

### **I.4. Caractéristique Générale :**

Dans le cas d'un matériau composite, généralement une ou plusieurs phases discontinues sont réparties dans une phase continue.

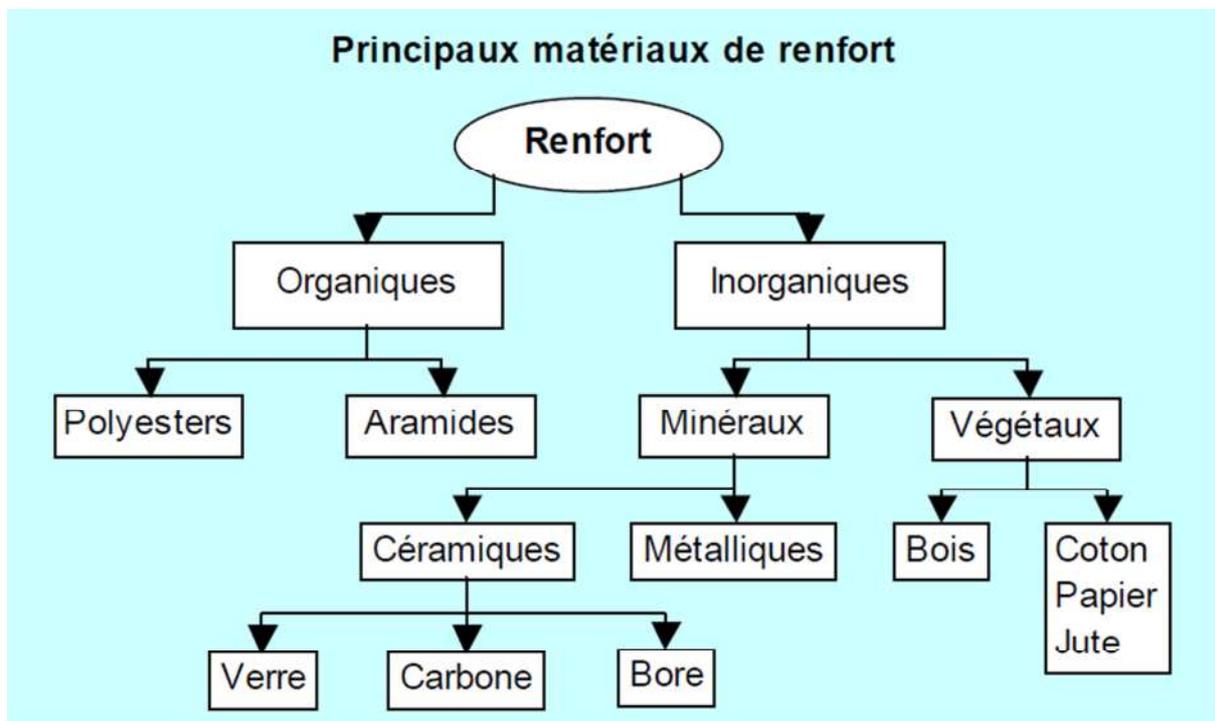
Phases discontinues de natures différentes dans les matériaux composites. Le composite est dit hybride, caractéristique de la phase est habituellement plus dure avec propriété mécanique supérieure à celle de la phase continue. La phase continue est appelée la matrice et la phase discontinue est appelée renfort ou matériaux renforçant.

Dans le cas de polymère modifié par élastomère, les caractéristiques statistiques de polymère (module de YOUNG, contrainte à la rupture...etc.) ne sont pratiquement pas modifiées par l'adjonction de particules élastomères alors que les caractéristiques de résistances de matériaux composites au choc sont très importantes.

## I.5. Les renforts :

Les renforts contribuent à améliorer la résistance mécanique et la rigidité des matériaux composites et un grand nombre de fibres sont disponibles sur le marché en fonction des coûts de revient recherchés pour la structure réalisée. Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes : linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tridirectionnel ou plus).

La classification des types de renforts couramment rencontrés est indiquée sur la figure I.1 [5].



**Figure I-1 : Différents types de fibre de renfort**

### I.5.1 Les fibres de verre :

Les fibres de verre constituent le principal renfort pour matériaux composites. Elles sont utilisées dans près de 95 % de ces matériaux, ce qui représente un tonnage de 500 kT/an en Europe. Elles sont plus particulièrement utilisées dans les produits de grande diffusion. En effet, il s'agit d'un renfort peu coûteux avec une technique d'élaboration assez simple. Le verre est coulé en fusion à travers une filière. Les fibres continues sont ensuite obtenues par étirage à grande vitesse des filaments de verre en fusion. Enfin, elles sont enrobées avec leur ensimage.

Une propriété remarquable de la fibre de verre est qu'elle présente un comportement mécanique élastique linéaire isotrope fragile, qui est de plus, indépendante de la température en deçà de sa température de ramollissement [2].

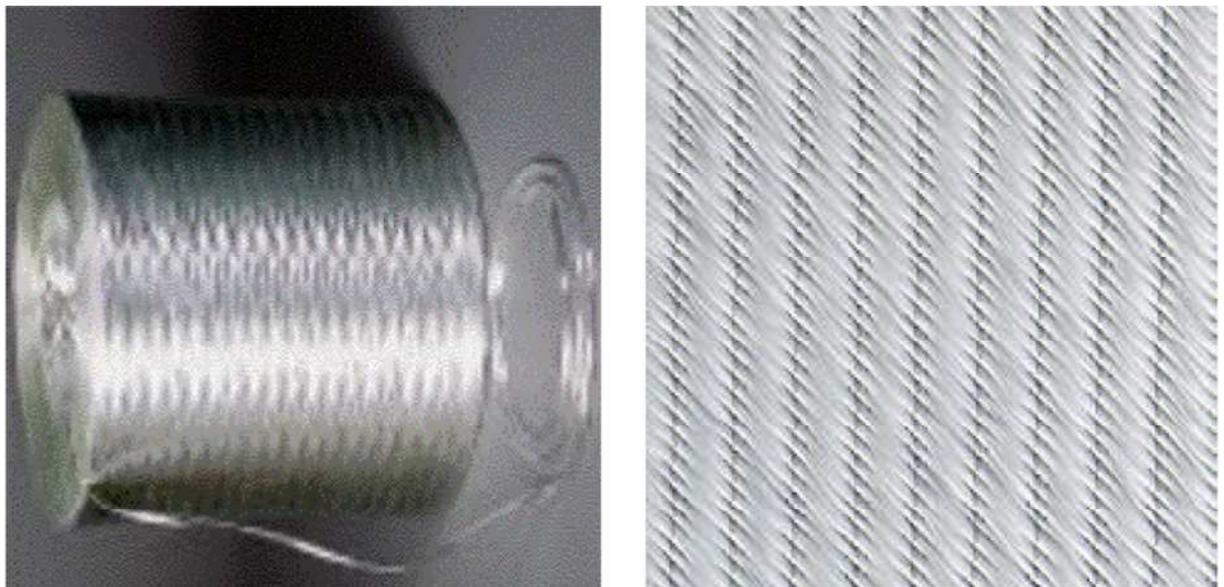
### **I.5.2. Les différents types de verre faible :**

<i>Types</i>	<i>Caractéristiques</i>
E	A usage général, bonnes propriétés électriques
D	Haute propriété diélectrique
A	Haute teneur en alcool
C	Bonne résistance chimique
R-S	Haute résistance mécanique

*Le verre D* : à hautes propriétés diélectriques, pour la construction de matériel électrique de télécommunication en particulier les radômes.

*Le verre C* : résistant aux agents chimiques pour les couches superficielles des structures particulièrement exposées sur le plan chimique.

*Le verre R-S* : à caractéristiques mécaniques élevées par réalisation de structure à hautes performances mécaniques [2].



**Figure I-2 : Différents types de fibre de verre**

### **I.5.3 Les fibres de carbone :**

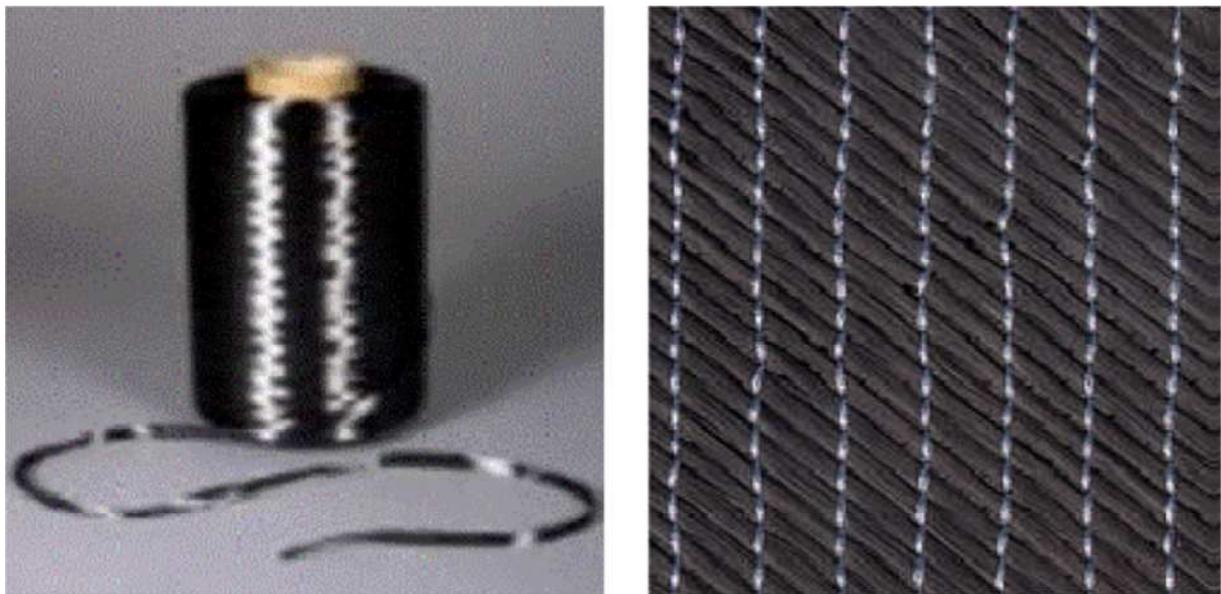
Actuellement, les fibres de carbone sont le plus répandues pour les matériaux

composites à hautes performances. Deux avantages principaux de ces fibres sont leur fabrication plus adaptée à la production à grande échelle que d'autres fibres à hautes performances et leurs excellentes propriétés mécaniques plus facilement transférables aux matériaux composites. Leur prix reste toutefois prohibitif pour les produits grand public.

Elles sont fabriquées à partir de fibres de polymère (par exemple polyacrylonitrile) préalablement tissées, et carbonisées sous tension en plusieurs étapes, oxydation (100 à 200 C°), puis pyrolyse (1500-2500 C°). On distingue deux types de fibres (figure I-2) :

- *fibres haute résistance (HR)* : pour une combustion de 1000 à 1500 °C ;
- *fibres haut module (HM)* : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.

(Figure I-2) [4].



**Figure I-3 : Différents types des fibres de carbone**

#### **I.5.4 Les fibres en haute propriété mécanique :**

Il s'agit de fibres développées récemment dans des applications aérospatiales elles peuvent être classées en trois catégories :

##### **I.5.4.1 Les fibres réfractaires continues :**

De bore de carbure de silicium, de base gainée par un carbone ou un nitrure, ces fibres sont élaborées par un procédé de dépôt en phase vapeur dont le principe est le suivant : une âme constituée d'un filament très fin (en général du tungstène de 12 TU de diamètre) portée à haute température (au-delà de 1100°C) défile dans un réacteur alimenté par un mélange gazeux susceptible de réagir.

La réaction s'opère au niveau du fil chauffé que se recouvre alors d'un dépôt, on obtient ainsi des fibres continues de 100 à 150  $\mu\text{m}$  de diamètres.

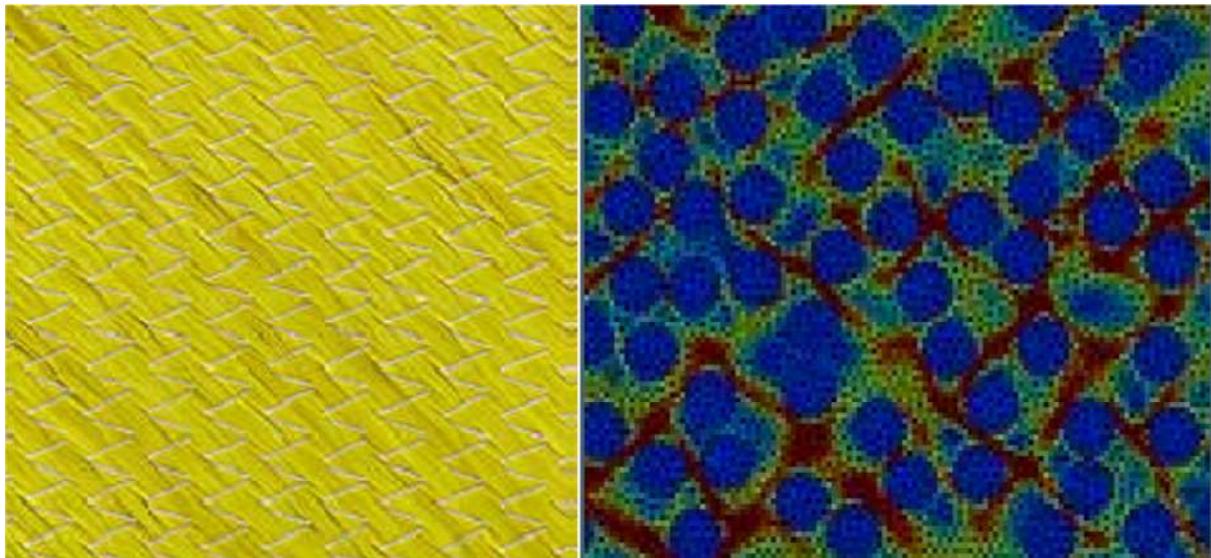
#### **I.5.4.2. Les fibres de KEVLER :**

Ce sont des fibres artificielles (polyamides des aromatiques) qui présentent des caractéristiques mécaniques exceptionnelles, en particulier lorsqu'elles sont rapportées à la masse volumique.

Toutes ces fibres possèdent des caractéristiques mécaniques intéressantes et sont cependant très chères et le plus souvent réservées à des applications très performantes (aviateurs, espace) et certaines sont même exclusivement développées à l'échelle du prototype. Il est possible de trouver deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes (figure I-4)

-les fibres bas module : utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles ;

- les fibres à haut module : employées dans le renforcement pour les composites hautes performances [2].



**Figure I-4 : Différents types des fibres d'aramide**

#### **I.6 Caractéristiques des principales fibres :**

<i>Nature des fibres</i>	<i>Résistance</i>	<i>Diamètre</i> ( $\mu\text{m}$ )	<i>Masse</i> <i>Volumique</i> ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	<i>Module</i> <i>De YOUNG</i>	<i>Résistance à la</i> <i>rupture (h bar)</i>
<i>verre E</i>		5 à 20	2,54	7900	340
<i>à haute performance (verre RS)</i>		5 à 20	2,50	8700	550

<i>Bor</i>	1000	2,65	42000	300
<i>Carbure de silicium (HT) graphite</i>	100	3,3	49000	250
<i>A haute résistance (HT)</i>	8	1,75	25000	280
<i>A haut module Kevlar</i>	8	1,92	35000	200
<i>A haute résistance</i>	12	1,45	8400	300
<i>A haut module</i>	12	1,45	13000	270

**Tableau (I-1) : Caractéristiques des principales fibres**

### **I.7 Caractéristiques mécaniques des matériaux :**

Il existe des matériaux plus performants, module élevé, et masse volumique faible. L'élaboration de ces matériaux ne doit pas aboutir à un coût prohibitif qui dépend d'ailleurs du domaine de l'espace, de l'aviation et de la haute performance. Les matériaux traditionnels tels l'acier, les alliages d'aluminium, le bois, le verre ou tôles spécifiques sont comparables par contre. Il est en effet établi que les contraintes à la rupture mesurée sur les matériaux sont bien plus faibles que les contraintes théoriques. Pour augmenter les valeurs des contraintes à la rupture, il est nécessaire de rechercher des processus d'élaboration qui conduisent à une diminution des défauts.

### **I.8 Les éléments constitutants d'un matériau composite :**

La matrice est composée d'une résine (polyester, époxyde...etc.) et dont le but est d'améliorer ces caractéristiques tout en diminuant le coût de production. La matrice a pour de protéger les fibres vis à vis des agresseurs extérieurs.

#### **I.8.1 Les résines :**

Elles sont utilisées dans les matériaux composites, elles ont un rôle de transfert de sollicitations mécaniques aux fibres et de les protéger de l'environnement extérieur, les résines doivent donc être assez déformables et présentent une bonne compatibilité avec les fibres, elles sont utilisées avec des polymères modifiés par différents additifs.

Du fait de ces caractéristiques plus élevées, les résines thermodurcissables sont les plus employées actuellement dans la mise en œuvre des matériaux composites. Cependant l'amélioration des caractéristiques des résines thermoplastiques conduit à une utilisation qui ne cesse de croître et deux autres classes de résines à usages spécifiques sont également utilisées :

- 1- *Les résines thermoplastiques* qui peuvent résister en service continu à des températures de l'ordre de 2000 °C
- 2- *Les élastomères* dont le renforcement avec différentes fibres conduit à diverses applications dans le domaine de l'automobile.

### **I.8.1.a Les Résines Polyesters :**

Elles viennent de très loin en tête dans la mise en œuvre des matériaux composites et le résultat de leur développement est :

- Un faible coût de production
- Une adaptation offrant de multiples possibilités. On peut classer les résines polymères en résines souples, résines rigides et résines semi-rigides et nous retiendrons pour ces résines durcies les caractéristiques suivantes :

- Masse volumiques 1200 Kg/m<sup>3</sup>.
- Modules d'élasticité en traction 50-65 MPa
- Modules d'élasticité en flexion 3 GPa
- La contrainte à la rupture en traction
- La contrainte à la rupture en flexion
- Allongement à la rupture en traction
- Allongement à la rupture en flexion
- Résistance en compression
- Résistance en cisaillement

### **Les avantages de résines polyesters**

- \* Une bonne rigidité résultante d'un module d'élasticité assez élevé
- \* Une bonne stabilité dimensionnelle
- \* La facilité en œuvre
- \* Une bonne résistance chimique aux hydrocarbures (essence, fuel,...etc.) à température ambiante

### **Les inconvénients :**

- \* Une température inférieure à 120 C° en service continu
- \* Une dégradation à la lumière par les rayons ultraviolets
- \* Une inflammabilité

### **I.8.1.b Les résines époxydes :**

Les résines époxydes sont les plus utilisées après les résines polyesters insaturées et présentes de l'ordre de 5 % dans le marché du composite, donc elles ont de bonnes

caractéristiques mécaniques et elles sont utilisées dans le domaine de la construction aéronautique et dans l'espace.

**Les caractéristiques mécaniques :**

- Masse volumique :	1200 Kg/m <sup>2</sup> .
- Module d'élasticité en traction	3 GPa.
- Module d'élasticité en flexion	40 MPa.
- La contrainte à la rupture en traction	2.5 %.
- Allongement à la rupture en traction	25 %.
- La contrainte à la rupture en flexion	90 MPa.
- Résistance en compression	250 MPa.
- Température de fléchissement sous charges	120°C.

**Les avantages :**

- \* De bonne propriété mécanique (traction, flexion et compression)
- \* Une bonne tenue aux températures élevées jusqu'à 150 C° à 190 C°.
- \* Un faible retrait au moulage (de 0,5 à 1%).
- \* Une excellente adhérence aux matériaux métalliques.

**Les inconvénients :**

- \* Une sensibilité à la fissuration.
- \* Un coût élevé.
- \* La nécessité de prendre des précautions de la mise en œuvre.

**I.8.1.c Les résines thermoplastiques :**

Sont des composés formés par addition et fondent lorsqu'on les chauffe. Ce sont des matières transformables à l'état fondu. On peut les rendre aussi souples que le caoutchouc, aussi rigide que le métal et le béton, ou aussi transparent que le verre, pour un usage dans de nombreux produits de tuyauterie et autres composants.

**Les caractéristiques Mécaniques :**

	<b>Polyester</b>	<b>Polyamide</b>
<i>Masse volumique Kg/m<sup>2</sup></i>	900	1140
<i>La contrainte à la rupture (MPa)</i>	20-35	60-85
<i>Modules d'élasticité (GPa)</i>	11-14	1,2-1,5
<i>Température de Fléchissement (°C)</i>	50-60	65-100

## Tableau (I-1) : Caractéristiques mécaniques du polyester et polyamide

### **I.9. Les Matrices :**

#### **I.9.1. Définition :**

Le rôle de la matrice dans un matériau composite est complexe; ses fonctions mécaniques sont d'assurer un lieu entre les fibres, de créer la rigidité et la cohésion du matériau en maintenant invariables les distances et orientations naturelles d'élément de renforcement, enfin de transmettre au renfort les efforts exercés sur la structure. Ce rôle souligne l'importance d'une bonne adhérence entre le renfort et la matrice, qu'il faut rechercher par des choix judicieux dans des constituants et par des traitements appropriés dans l'élaboration du composite (ensimage pour le verre). De plus vis à vis du milieu extérieur, la matrice sert de protection, que ce soit les chocs (les renforts sont souvent des matériaux fragiles, très sensible aux impacts) ou contre l'environnement mécanique : produit chimique, humidité... etc.

Enfin, l'aspect de surface, la couleur, la transparence ou l'opacité dépendant généralement de la matrice et d'additifs non renforçant.

#### **I.9.2. Les Différents Types Matrices :**

##### **I.9.2.1 Matrices :**

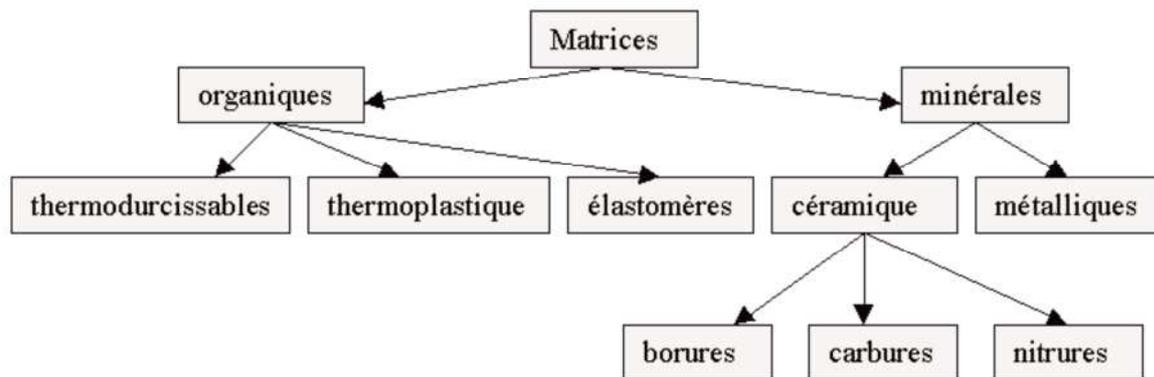
La matrice incorpore les fibres ou les éléments de renfort, auxquels elle doit adhérer suffisamment bien pour que le transfert de charge soit optimal.

**1. Les matrices organiques :** sont faites de matière plastique. Il convient de distinguer les matrices thermoplastiques, à chaîne linéaire, très répandues, et les polymères thermodurcissables, ou résines, aux propriétés mécaniques plus élevées. Dans cette dernière catégorie se rangent les résines de polyester, les résines époxydes, qui peuvent être utilisées jusqu'à 200°C et les résines phénoliques ou les résines polyamides, qui supportent des températures de 400°C.

**2. Les matrices carbonées :** sont fabriquées par décomposition d'une matière organique à haute température. La matière peut être un liquide (imprégnation en phase liquide), ou un hydrocarbure gazeux (décomposition chimique en phase vapeur). Le second procédé est plus rapide que le premier, qui peut durer plusieurs mois pour obtention d'une densification suffisante, mais moins reproductible. Le carbone se dépose en grains sur les fibres, assurant leur bonne liaison. Il est possible par exemple d'obtenir un composite carbone-carbone dont la densité est égale à celle du carbone massif.

**3. Les matrices métalliques :** présentent plusieurs avantages, comme une bonne ductilité, une bonne résistance à certains solvants, une meilleure tenue en température que les résines et une meilleure usinabilité. A l'inverse, elles sont plus difficiles à mettre en œuvre, de densité plus élevée et des problèmes peuvent apparaître aux interfaces fibres–matrice du fait de la réactivité des matériaux. Comme pour le cas des matrices carbonées, la fabrication du composite peut s'effectuer par imprégnation en phase liquide, décomposition chimique en phase vapeur, mais encore par co–extrusion ou co–laminage.

**4. Les matrices céramiques :** sont particulièrement intéressantes en raison de leur caractère réfractaire. Elles sont utilisées dans des pièces qui doivent subir sans dommage de très hautes températures (tuiles de protection thermique, brûleurs). Le point faible des céramiques, à savoir leur très faible résistance à la rupture en traction, est partiellement masqué par l'insertion de fibres dans la matrice. Les techniques de fabrication les plus courantes sont l'imprégnation en phase liquide (SiC-SiC par exemple) ou le dépôt plasma (par exemple dépôt de silicium puis nitruration à l'aide d'un traitement sous azote à 1450 °C, qui produit une augmentation de volume et favorise la densification) [13].



**Figure I-5 : Différents types des matrices**

### **I.9.3 Elaboration des composites :**

Le choix des associations de deux constituants, matrice et renfort, n'est pas totalement libre et résulte de considération sur la méthode d'emploi du matériau, les deux constituants doivent être compatibles chimiquement. Le bore par exemple régit avec beaucoup de métaux à chaud et les propriétés thermomécaniques doivent être également compatibles pour éviter l'apparition de précontraintes d'origine thermique par exemple.

Enfin, il faut mentionner l'utilisation assez fréquente de semi-produit lors de l'élaboration de composites monocouches de fibre enrobée d'aluminium, fibres diverses pré-imprégnées de résine des semi-produits, fabriquées à l'avance et stockées, facilitent la manipulation des matériaux de renfort, qui est délicate en raison des faibles dimensions et de

la fragilité de particules de renforcement.

Les composites à matrices résines sont plus variés, ils s'obtiennent par diverses procédés allant de méthodes artisanales aux techniques industrielles les plus automatisées, moulage au contact ou en double moule, moulage sous pression, bobinage filamentaire sur un mandrin, extrusion ou stratification en continu

#### **I.9.4 Classification des matériaux composites :**

Les composites peuvent être classés suivant la forme des composants ou suivant la nature des composants.

##### **I.9.4.1 Classification suivant la forme des constituants :**

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes, les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibre.

##### **a. Composites à fibre :**

Les matériaux composites à renfort de fibre sont sous forme de fibres continues, ou discontinues comme fibres coupées et fibres courtes....etc.

L'arrangement des fibres, leur orientation permettant de moduler à la carte des propriétés mécaniques des matériaux composites pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan. Le concepteur possède donc un type de matériaux dont il peut modifier et moduler à volonté les comportements mécaniques et physiques en jouant sur :

- La nature des constituants
- La proportion des constituants.
- L'orientation des fibres.

##### **b. Composite à particules :**

Les matériaux composites sont des matériaux à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule; par opposition aux fibres, ne possède pas de dimensions privilégiées.

Le rôle de particules est très important dans l'interprétation de composite c'est d'améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'élaboration, la diminution des retraits...etc.

Dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût des matériaux sans en diminuer les caractéristiques.

#### **I.10.Types de matériaux composites structuraux :**

- a. Composites à fibres courtes:** fibres dispersées dans une matrice isotrope, généralement sans orientation préférentielle; comportement macroscopique isotrope.

- b. Composites à fibres longues:** fibres longues noyées dans une matrice isotrope avec orientation établie; comportement macroscopique anisotrope.
- c. Stratifiés:** superposition de plis en composite diversement orientés; le comportement macroscopique doit être conçu selon les besoins.
- d. Sandwiches:** panneaux ou coques conçus pour des sollicitations de flexion; généralement, le comportement dans le plan est isotrope

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite.

La forme du renfort caractérise les différents types de monocouches. Le renfort peut être à fibres longues : ce sont les plis unidirectionnels (noté parfois UD), courtes ou à fibres tissées.

Les stratifiés sont constitués d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié

Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'obtenir des propriétés mécaniques spécifiques.

Les stratifiés peuvent être de trois types :

- **Equilibrés** : le stratifié contient autant de couches orientées suivant la direction  $+\theta$  que de couches orientées suivant la direction  $-\theta$
- **symétriques** : les couches du stratifié sont disposées symétriquement par rapport à un plan moyen
- **orthogonaux** : le stratifié comporte autant de couches à  $0^\circ$  que de couches à  $90^\circ$ .

Les sandwichs sont des matériaux possédant deux peaux de grande rigidité et de faible épaisseur et renfermant un cœur de forte épaisseur et de faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion et c'est un excellent isolant thermique [3]

# Chapitre II

L'existence d'une influence importante de l'humidité et de la température sur les propriétés mécaniques des matériaux composites est généralement admise par la communauté scientifique (Collectif, 2001; Gibson, 2007). Dans ce chapitre, les effets de la température et de l'humidité sur les constituants d'un composite sont d'abord présentés puis les effets sur le composite lui-même sont ensuite expliqués. Ces derniers effets sont premièrement pris en compte d'un point de vue macroscopique par la théorie classique des laminés avec couplage puis exprimés en relation des effets microscopiques dus aux interactions entre les constituants. Les effets d'une exposition à des cycles de gel et dégel sont aussi présentés.

## **II.1 Effets hygrothermiques sur les constituants d'un composite :**

Habituellement, les propriétés mécaniques des fibres demeurent très peu influencées par la température et l'humidité. Par contre, les propriétés de la matrice peuvent être significativement altérées (Gibson, 2007).

Ainsi, les matrices polymériques thermodurcissables réagissent généralement de la manière suivante face à la température et à l'humidité. Dans le cas d'une hausse de la température, les résines voient leurs propriétés se dégrader graduellement jusqu'à l'atteinte de la température dite de transition vitreuse ( $T_g$ ). Au-delà de cette température, le polymère passe d'un état vitreux à un état caoutchoutique puis une chute rapide des propriétés mécaniques est constatée, ce qui rend le polymère inapte à répondre à des sollicitations mécaniques.

Toutefois, le coefficient d'atténuation dynamique (amortissement naturel) du composite est très élevé lors de cette transition. Inversement, pour une chute de température, les propriétés mécaniques sont augmentées, mais la ductilité du polymère est réduite. Il a été démontré qu'à basse température, il y a au moins une autre transition qui s'opère dans la structure des polymères. Cette deuxième transition, souvent appelée transition bêta ( $T_\beta$ ), correspond à une augmentation du module de rigidité du polymère ainsi que de son coefficient d'atténuation. Cette seconde transition serait le fruit d'une réorganisation de la structure moléculaire qui favoriserait un phénomène de relaxation. Il faut toutefois noter que les transitions  $T_g$  et  $T_\beta$  ne s'opèrent pas à température constante. En effet, l'humidité et, dans le cas d'un chargement dynamique, la fréquence peuvent influencer les températures de transition (Adams et Singh, 2001) [8].

La plupart des matrices polymériques présentent aussi une sensibilité à l'humidité. En effet, si elle est exposée à un environnement humide, la matrice absorbera une partie de cette

humidité. Cette humidité peut être absorbée par deux mécanismes de diffusion.

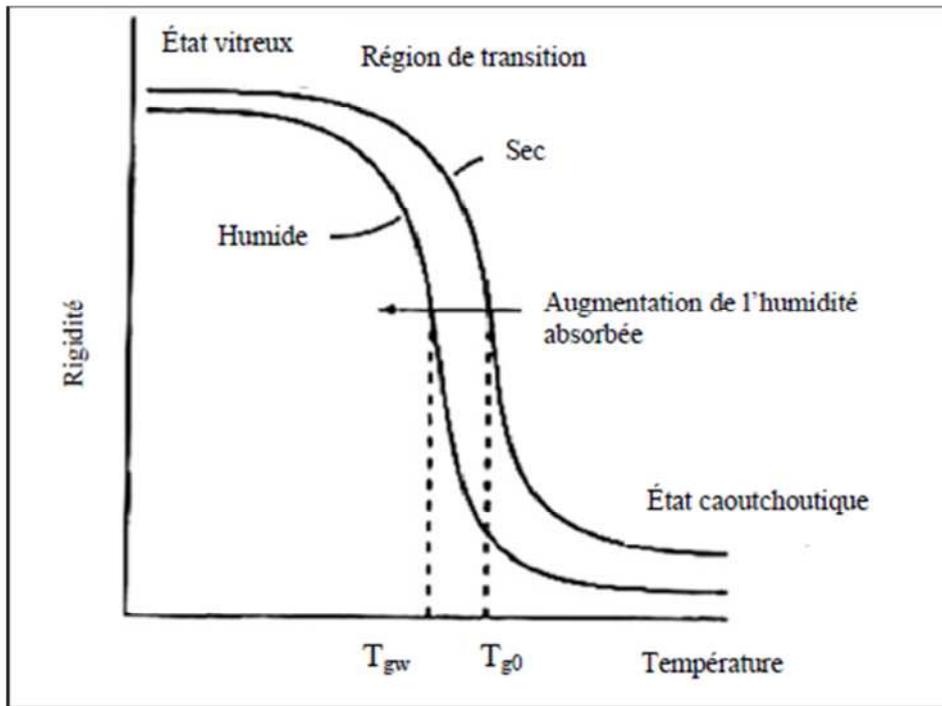
Premièrement, l'eau peut circuler et s'accumuler dans les vides ou les porosités au sein du polymère. Ce mécanisme n'a théoriquement pas d'effet direct sur les propriétés mécaniques de la résine puisque l'eau absorbée n'affecte pas vraiment la nature du polymère.

Le second mécanisme de diffusion implique la liaison de molécules d'eau au sein des chaînes de polymère. À ce moment, la résine subit un gonflement et une réduction de ses propriétés mécaniques en raison de la modification de l'arrangement moléculaire (Adams et Singh, 2001). Dans le cas de certaines résines comme les vinylesters, les atomes d'hydrogène de l'eau ont aussi la possibilité de se substituer aux molécules de certaines terminaisons lors du phénomène d'hydrolyse (Rivera et Karbhari, 2002). Ce phénomène présente aussi des effets néfastes sur la résistance et la ductilité des polymères.

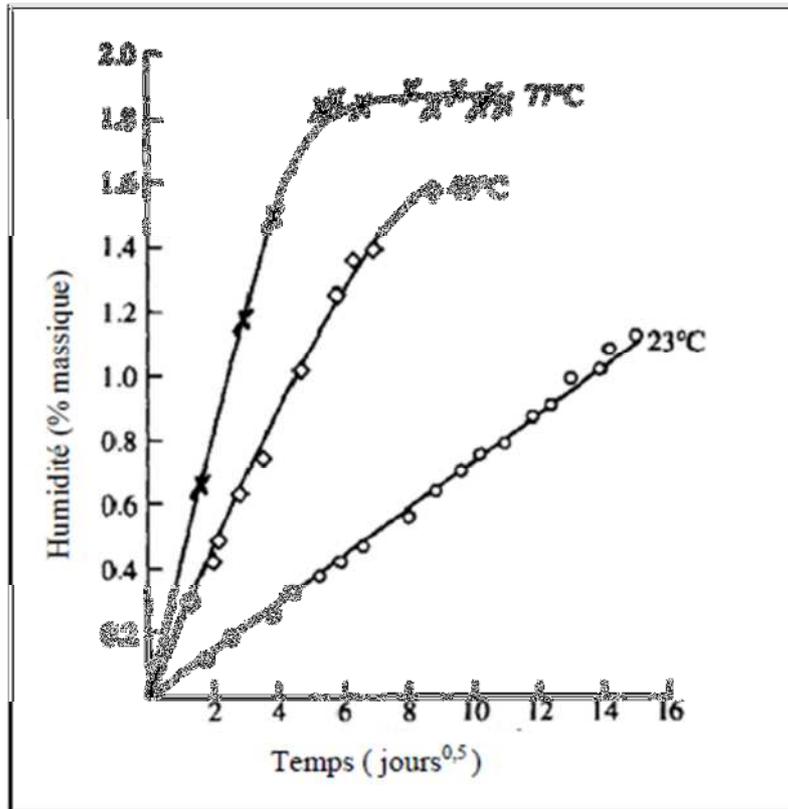
D'une manière générale, l'absorption d'humidité se produit selon un modèle Fickien, qui propose une absorption initiale rapide et linéaire, suivie d'une diminution graduelle, jusqu'à la saturation du milieu, autour d'un gain massique de 3 à 4 % (Collectif, 2001; Gibson, 2007). Par contre, certains environnements, comme la vapeur d'eau, peuvent mener à un endommagement du composite qui favorise le premier mode de diffusion et fait dévier le comportement du modèle Fickien. Il est aussi intéressant de noter que l'humidité absorbée par le second mode peut être pratiquement impossible à éliminer par séchage à moins d'atteindre des températures très près de  $T_g$  dans le processus (Adams et Singh, 2001) [8].

Toutefois, il faut aussi savoir qu'une forte interdépendance entre les effets thermiques et hygroscopiques est présente dans les polymères (Gibson, 2007). Ainsi, une hausse de la température engendrera une amélioration de la diffusivité de l'humidité dans le composite

ainsi que de son niveau de saturation. De même, une augmentation de l'humidité absorbée provoquera une plastification du polymère, c'est-à-dire une diminution de  $T_g$  et donc des propriétés mécaniques à température ambiante. La Figure II-1 et la Figure II-2 illustrent cette interdépendance des effets de la température et de l'humidité [8].



**Figure II-1 : Effet de l'humidité sur la  $T_g$  (adaptée de GIBSON(2007))**



**Figure II-2 : Effet de la température sur l'absorption de l'humidité (adaptée de GIBSON 2007)**

Pour estimer la dégradation d'une matrice polymérique, Gibson (2007) propose un modèle empirique de détérioration des propriétés initialement suggéré par Chamis (1983; 1984). Ce modèle, validé expérimentalement sur six matrices époxy, prévoit qu'une propriété donnée peut être estimée en fonction des conditions environnementales par l'application d'un facteur de rétention déterminé de la manière suivante :

$$F_m = \frac{P}{P_0} = \left[ \frac{T_{gw} - T}{T_{g0} - T_0} \right]^{1/2} \quad (\text{II.1})$$

Où :

$F_m$  : Facteur de rétention de la propriété de la matrice;

$P$  : Propriété dégradée de la matrice;

$P_0$  : Propriété initiale de la matrice;

$T_{gw}$  : Température de transition vitreuse dégradée par l'humidité (°C);

$T$  : Température du milieu (°C);

$T_{g0}$  : Température de transition vitreuse initiale (°C);

$T_0$  : Température de référence (°C);

Et où :

$$T_{gw} = (0.005 \times M_r^2 - 0.10 \times M_r + 1) T_{g0} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

$M_r$  = Pourcentage massique d'humidité absorbée par la matrice.

Cette méthode permet d'évaluer les constantes élastiques fondamentales de la résine. Par la suite, ces constantes modifiées sont utilisées pour établir les différentes propriétés du composite par les approches classiques comme la loi des mélanges. Cette approche expérimentale est cependant établie surtout pour évaluer les propriétés dégradées en milieu chaud et humide. Par conséquent, et comme pour toute approche empirique, elle doit être utilisée avec prudence si les hypothèses de base ne sont pas respectées.

Les théories présentées plus tôt montrent donc que dans le cas de la problématique de recherche actuellement étudiée, les effets de la température et de l'humidité seraient concurrentiels. Ainsi, la diminution de la température tendrait à contracter la résine et à en augmenter les propriétés mécaniques mais, en opposition, l'augmentation de l'humidité provoquerait un gonflement de la matrice et une diminution de sa résistance et de ses caractéristiques élastiques.

Tel qu'indiqué précédemment, une variation à la hausse de la température ou de l'humidité entraînera une dilatation des constituants alors qu'une diminution de ces conditions engendrera une contraction. La mécanique des solides présente les équations de base reliant les contraintes et les déformations, grâce à la loi de Hooke. Les équations suivantes montrent la forme générale de la loi de Hooke, réduite pour tenir compte des symétries entre les déformations (par exemple  $\gamma_{12} = \gamma_{21}$ ) :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & & & & & \\ & C_{22} & & & & \\ & & C_{33} & & & \\ & & & Sys & & \\ & & & & C_{44} & \\ & & & & & 0 \\ & & & & & & C_{55} \\ & & & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & & & & & & \\ & S_{12} & & & & & \\ & & S_{22} & & & & \\ & & & S_{33} & & & \\ & & & & Sys & & \\ & & & & & S_{34} & \\ & & & & & & S_{44} \\ & & & & & & & S_{55} \\ & & & & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (II.4)$$

Avec :

$$[S] = [C]^{-1}$$

Et où la matrice  $[C]$  est la matrice de rigidité du matériau,  $[S]$  est appelée matrice de souplesse. Les valeurs contenues dans ces matrices sont dérivées des constantes élastiques du matériau.

Pour une variation de température donnée, la déformation résultante est calculée par l'équation matricielle de forme contractée suivante (Gibson, 2007) :

$$\varepsilon_i^T = \alpha_i \cdot \Delta T = \alpha_i (T - T_0) \quad \text{Pour } i=1, 2, 3 \quad (II.5)$$

$$\varepsilon_i^T = 0 \quad \text{Pour } i= 4, 5, 6 \quad (II.6)$$

Avec :

$\varepsilon_i^T$  : Déformations thermiques;

$\alpha_i$  : Coefficient de dilatation thermique;

T : Température du milieu;

$T_0$  : Température de référence.

Similairement, les déformations liées à l'humidité absorbée sont décrites par la relation :

$$\varepsilon_i^M = \beta_i \times c \quad \text{Pour } i=1, 2, 3 \quad (II.7)$$

$$\varepsilon_i^M = 0 \quad \text{Pour } i = 4, 5, 6$$

(II.8)

Avec :

$\varepsilon_i^M$  : Déformations hygroscopiques;

$\beta_i$  : Coefficient de dilatation hygroscopique;

$c$  : Concentration en humidité;

Et où :

$c$  = Masse d'eau dans un volume unitaire de matériau /Masse du volume unitaire de matériau sec. (II.9)

La chaleur et l'humidité ne provoquent donc pas de déformations de cisaillement mais

uniquement des déformations normales.

Finalement, la déformation totale d'un corps exposé à des sollicitations mécaniques et hygroscoPIques est :

$$\varepsilon_i = [S_{ij}] \{ \sigma_j \} + \{ \alpha_i \} \Delta T + \{ \beta_i \} c \quad (\text{II.10})$$

Où  $i$  et  $j$  varient de 1 à 6.

Par conséquent, afin de produire une dilatation pour une hausse de température et d'humidité, les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  doivent être positifs, ce qui est généralement le cas.

L'absence de déformation de cisaillement provient de l'observation expérimentale qui suggère une expansion généralement uniforme des médias. En effet, les constituants d'un composite, observés individuellement, auront souvent un comportement isotrope, ce qui permet de réduire les formes précédentes aux expressions suivantes :

$$\varepsilon^T = \alpha \times \Delta T \quad (\text{II.11})$$

$$\varepsilon^M = \beta \times c \quad (\text{II.12})$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \times \Delta T + \beta \times c \quad (\text{II.13})$$

Il faut toutefois remarquer que, pour tous les comportements énoncés plus tôt, des exceptions existent. Ainsi, certains renforts, comme les fibres aramides, présentent une sensibilité hygrothermique et verrons leurs propriétés se modifier selon leur environnement.

De plus, ces renforts présentent un comportement anisotrope et possèdent un coefficient de dilatation thermique principal négatif alors que leur coefficient transversal est positif. Ceci provoque donc leur rétrécissement longitudinal et une dilatation radiale pour une augmentation de température. Les fibres de carbone présentent aussi ce comportement anisotrope mais préservent l'insensibilité des propriétés mécaniques (Gibson, 2007).

Notons que si les constituants, renforts comme matrice, sont libres de se déformer, la contrainte interne résultant de ces déformations est nulle [8].

## II.2 Vieillessement physique :

Les mécanismes de vieillissement des composites sont très divers et varient en fonction du polymère, des conditions de vieillissement comme la température, l'humidité, la pression d'oxygène, mais aussi en fonction de l'état de référence (vitesse de refroidissement, contraintes internes), des conditions de mise en œuvre et en fin de la géométrie de matériau lui-même.

Les vieillissements physiques existent avec ou sans transfert de masse :

- L'interaction physique pure se traduit par le gonflement et la plastification matériau. Ce phénomène peut être examiné par mesures gravimétriques et mécaniques après absorption.
- Les pertes d'adjuvants sont gouvernées par d'autres phénomènes tels l'évaporation, l'oxydation, l'extraction, la biodégradation et la migration vers un autre polymère.

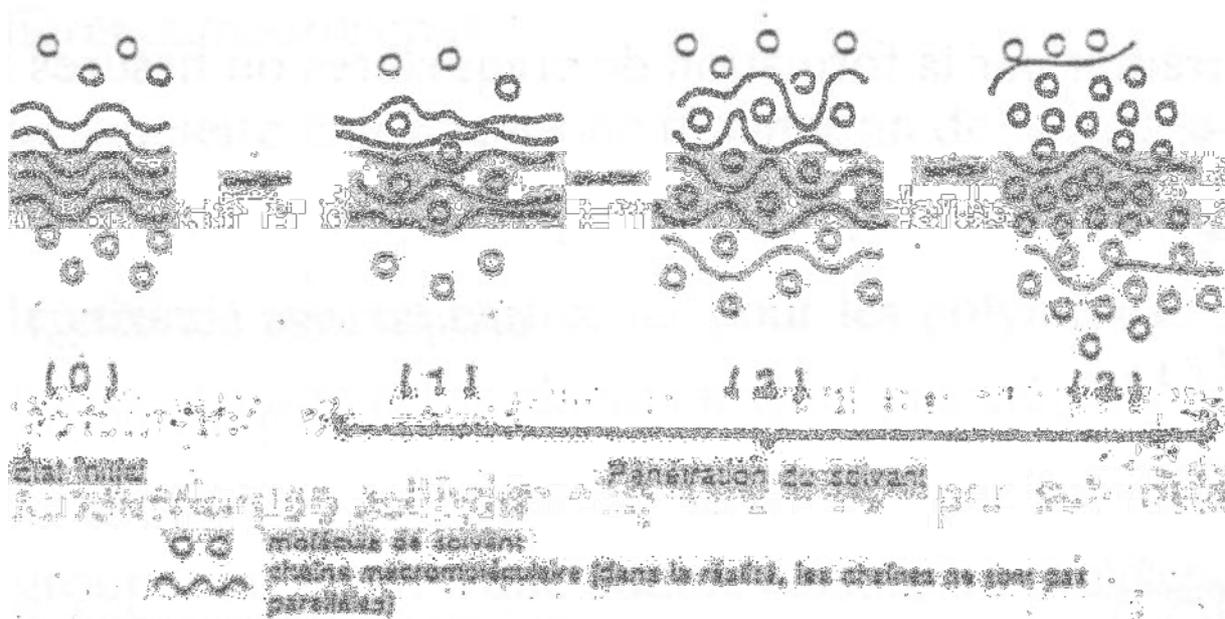
Les vieillissements chimiques sont d'un autre type : Les vieillissement chimiques correspondant à des processus de dégradation des polymères qui se traduisent par des modifications de motifs structuraux des chaînes polymères, les réactions d'addition d'hydrolyse ,voire d'oxydation sont trois exemples de ce type de processus [12]

### **II.2.1 La plastification**

La plastification apparaît lorsque les molécules de solvant s'introduisent dans le réseau macromoléculaire. Ceci produit des désordres qui affaiblissent, voire même détruisent, les liaisons secondaires entre chaînes, responsables de la cohésion du matériau. Ainsi, en détruisant les liaisons secondaires du polymère, l'eau diminue la cohésion mécanique et augmente la mobilité moléculaire.

Théoriquement, une plastification pure est réversible. En réalité, elle induit des réarrangements internes et peut aussi faciliter la relaxation des contraintes internes. Ces phénomènes se retrouvent souvent lorsque le matériau possède des chaînes de faible masse moléculaire ou lorsqu'il a un taux de cristallinité bas [12].

La Figure II-3 schématise la pénétration d'un solvant dans un polymère [Verdu (1990) b].



**Figure II-3 : Schéma de la pénétration d'un solvant dans un polymère [Verdu (1990b)]**

### **II.2.2 Le gonflement**

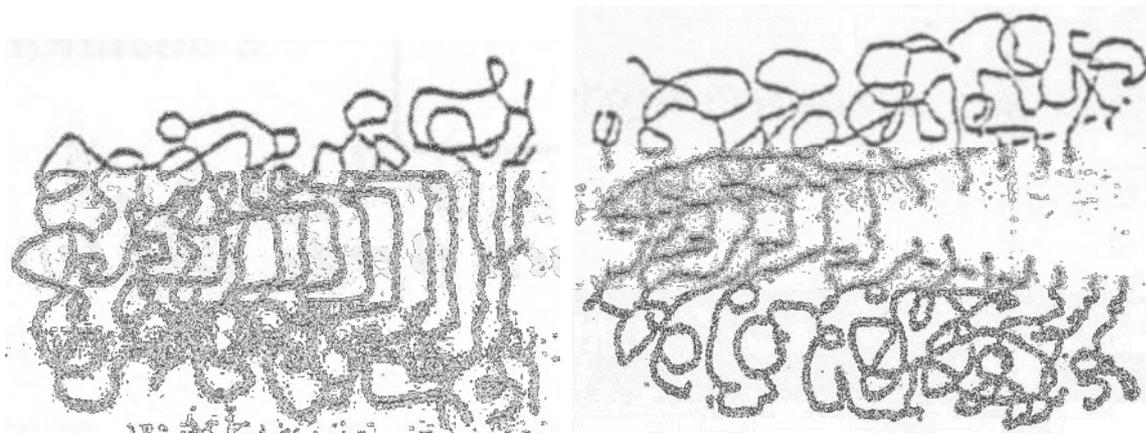
La pénétration de solvant au sein du matériau polymère peut induire un gonflement susceptible de provoquer des modifications de structure interne lorsqu'il existe des hétérogénéités qui induisent des contraintes entre zones plus ou moins gonflées. Ces zones peuvent être amorphes (relativement accessibles), ou cristallines (relativement impénétrables). Ce gonflement peut aussi intervenir lorsque la cinétique de diffusion du solvant crée des gradients de concentration.

Enfin, il existe lorsque le matériau subit des cycles successifs de vieillissement [7].

### **II.2.3 L'endommagement**

L'endommagement sous contraintes peut produire des craquelures ou des fissures dans le matériau. Le craquelage (Crazing) concerne les zones constituées de vide et de fibrilles très orientées dans le polymère (Figure II-2.a).

La fissuration (Cracking) est issue de la craquelure qui peut conduire à la formation d'une microfissure puis d'une fissure (Figure II-2.b) [7].

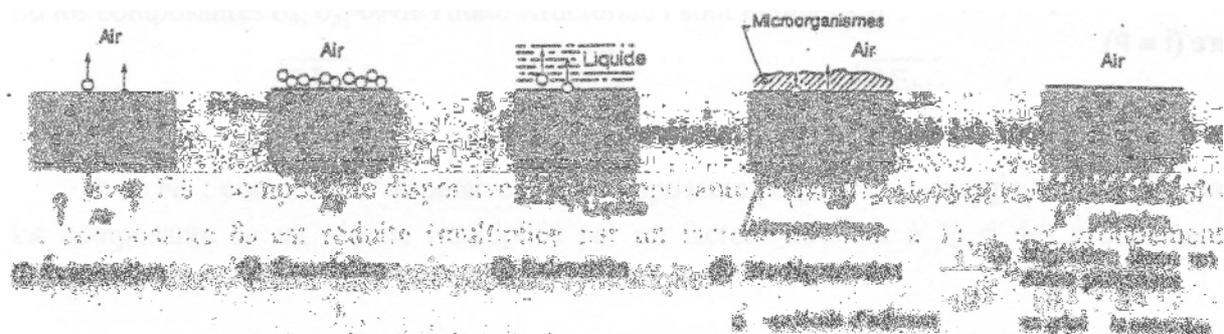


a b

**Figure II-4 : Les types d'endommagement [Verdu (1985)]**

### II.2.4 La migration d'adjuvants

La migration d'adjuvants se caractérise par la perte des propriétés qu'il devait fournir au polymère. La Figure II-3 présente les types de migration possibles au sein des matériaux [Verdu (1990) a] [7].



**Figure II-5 : Migrations d'adjuvants [Verdu (1990) a]**

### II.3 Vieillessement chimique :

Le vieillissement chimique regroupe plusieurs phénomènes qui peuvent parfois être complémentaires entre eux, ce qui complique considérablement l'analyse.

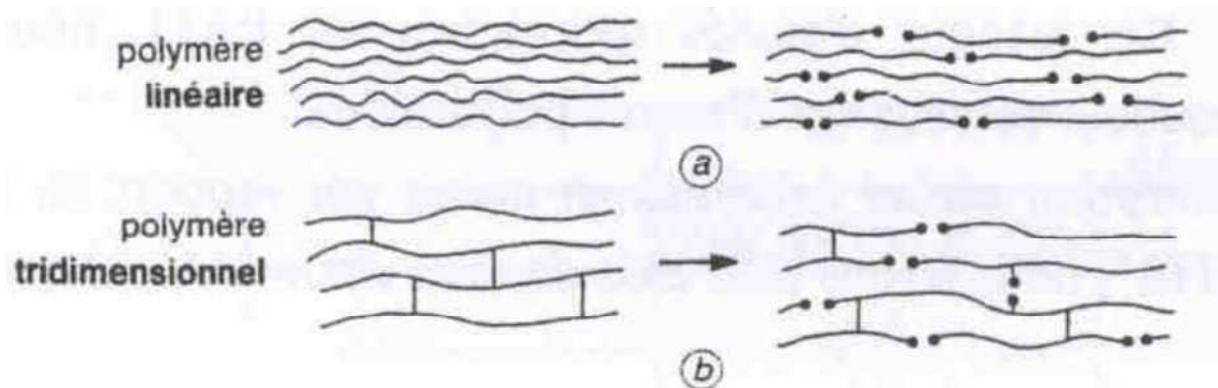
Ils se traduisent principalement par des phénomènes d'hydrolyse, d'oxydation, de

lessivage ou de diffusion et peuvent conduire à une altération du squelette macromoléculaire suivant trois mécanismes distincts :

- Les coupures du squelette peuvent induire une baisse de la masse molaire du polymère, ce qui entraîne une chute des propriétés mécaniques.
- Une ou des réactions de réticulation peuvent se produire, notamment sur les polymères qui possèdent des doubles liaisons dans la chaîne ou des groupements réactifs n'ayant pas encore réagis auparavant.
- Une ou des réactions sur les groupements latéraux peuvent intervenir par substitution d'un groupe sur un autre, par élimination des groupes au profit d'une double liaison ou d'une cyclisation.

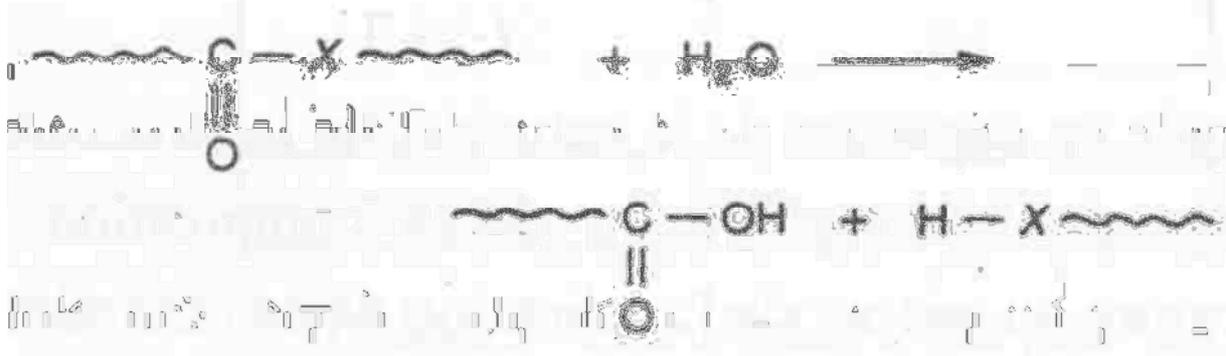
Ils sont généralement classifiés suivant la cause externe qui les provoque : vieillissement thermochimique, photochimique, biologique...etc.

Verdu souligne l'existence d'un autre vieillissement de type hydrolytique qui implique principalement les polymères dont la chaîne comporte des hétéroatomes (O ou N) [Verdu (1985)]. Un tel vieillissement se caractérise par des coupures statistiques du squelette dont les mécanismes sont présentés dans la Figure II-4 [12].



a

## Hydrolyse d'un polycondensat :



b

**Figure II-6 : Vieillessement hydrolytique [Verdu (1985)]**

Il faut noter que la plupart des phénomènes de vieillissement sont thermoactives, et que la présence de défauts dans le matériau accélère ces processus.

Les réseaux époxy et polyuréthane sont particulièrement sensibles à ces phénomènes de vieillissement en milieu aqueux.

## II.4 Cinétique d'absorption en milieu humide

### II.4.1 Diffusion fickienne :

Le modèle le plus simple pour la diffusion d'un solvant (espèce diffusante) dans un solide est donné par la loi de Fick (1855). Le gradient de concentration du solvant induit un flux  $\phi$  qui lui est proportionnel. C'est donc le moteur de la diffusion. La vitesse de diffusion est caractérisée par le coefficient de diffusion  $D$ . On a ainsi la première loi de Fick donnée par l'équation (II.14) suivante [9] :

$$\phi^{\rightarrow} = -D \cdot \text{grad}^{\rightarrow} C \quad (\text{II.14})$$

Ou :

$D$  : coefficient de diffusion du milieu en  $\text{mm}^2/\text{s}$

$C$  : concentration du solvant au sein du milieu

Le signe négatif indique que le flux est dirigé des zones à concentration élevée vers celles à concentration plus faible.

La seconde loi de Fick fait intervenir le temps. On considère que l'eau pénètre

librement et sans interaction avec les composants. Selon la loi de conservation de la masse, on a l'équation (II.15) :

$$\frac{dc}{dt} = \text{div}(\varphi^{\rightarrow}) \quad (\text{II.15})$$

En combinant les équations (II.14) et (II.15), on obtient la seconde loi de Fick (équation II.16) :

$$\frac{dc}{dt} = \text{div}(-D.\text{grad}^{\rightarrow} C) \quad (\text{II.16})$$

Lorsque la diffusion est unidirectionnelle (suivant x), et que D est indépendant de la concentration, on a :

$$\varphi^{\rightarrow} = -D \frac{dc}{dx} \quad (\text{II.17})$$

$$\frac{dc}{dt} = D \frac{d^2c}{d^2x} \quad (\text{II.18})$$

La diffusion Fickienne est ainsi caractérisée par deux paramètres :

- Un coefficient de diffusion D indépendant du temps et de l'espace, ainsi que de la concentration en molécules d'eau, puisque nous nous plaçons dans le cas de phénomènes physiques réversibles.
- Un seuil d'absorption d'eau asymptotique  $M_s$  atteint pour un temps infini correspondant à l'équilibre est caractérisé par la valeur correspondante du gain de masse généralement exprimé en pourcentage.

Un problème de diffusion est donné par la géométrie du milieu et un ensemble de conditions aux limites. Crank a présenté des solutions mathématiques de ces équations pour des géométries et des conditions aux limites variées [Crank, 1983]. La géométrie la plus utile dans la suite de cette étude est celle d'une plaque mince [7].

#### **II.4.1.1 Diffusion dans une plaque mince :**

Si on considère une plaque mince d'épaisseur  $2h$ , au sein de laquelle diffuse le solvant,

initialement à la concentration  $C_0$ , et dont les surfaces sont gardées à la concentration uniforme  $C_1$ , alors l'évolution spatiale et temporelle de la concentration de solvant est donnée par :

$$\frac{c - c_0}{c_1 - c_0} = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-(-1)^n}{(2n+1)} \cdot \exp\left(-D \frac{(2n+1)^2}{h^2} \cdot \pi^2 \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{(2n+1) \cdot \pi}{h} x\right) \quad (\text{II.19})$$

Ou :

- D : coefficient de diffusion
- n: distance à partir du plan central de la plaque, suivant l'épaisseur
- t : durée de vieillissement
- h : épaisseur de la plaque

La masse totale d'eau  $M_t$  dans le matériau à un instant  $t$  est obtenue par intégration de la variable  $C$  sur l'épaisseur du matériau, et sur une aire  $A$  soumise au flux :

$$M_t = \int_0^h A \cdot c(x, t) \cdot dx$$

(II.20)

Si l'on note  $M_s$  la masse d'eau absorbée après un temps infini, l'équation (II.21) s'écrit alors :

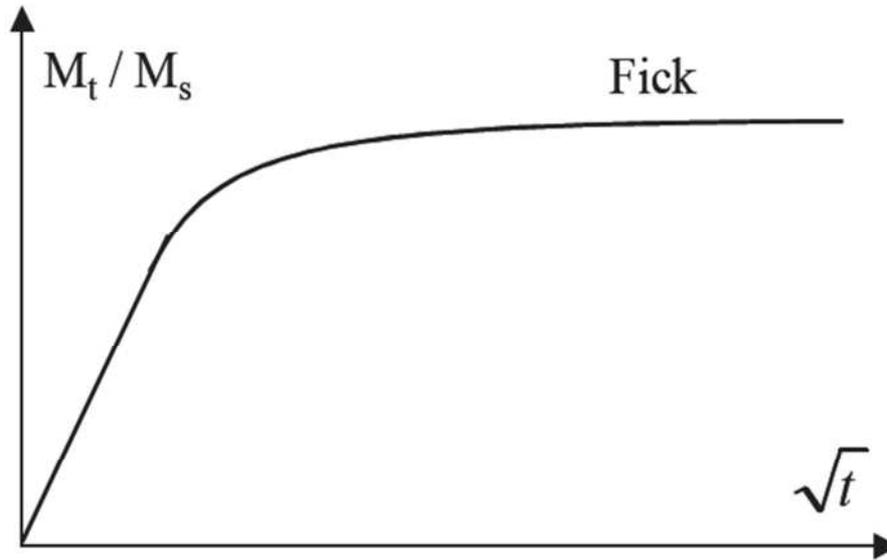
$$\frac{M_t}{M_s} = \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cdot \exp\left(-D \frac{(2n+1)^2}{h^2} \cdot \pi^2 \cdot t\right) \quad (\text{II.21})$$

C'est généralement cette équation qui est la base des modèles de cinétique de diffusion. La considération du paramètre  $M_t$  est intéressante puisque ce dernier correspond à la masse d'eau absorbée à un instant donné de vieillissement, et donc à la mesure accessible expérimentalement par pesée. Il permet donc une comparaison directe entre mesure expérimentale et simulation numérique.

Une représentation schématique de la courbe  $\frac{M_t}{M_s} = f(\sqrt{t})$  est donnée figure II-7.

C'est une fonction linéaire en début d'absorption et qui s'incurve au moment de la saturation,

quand le matériau se met en équilibre avec l'environnement [9]



**Figure II-7 : Courbe de diffusion de type Fick**

Il est parfois utile, notamment pour la détermination des paramètres de diffusion, de considérer des expressions simplifiées aux temps courts ou aux temps longs :

- Lorsque  $M_t/M_s < 0.5$  (temps courts), l'équation (II.21) devient approximativement :

$$\frac{M_t}{M_s} = \frac{4}{h} \sqrt{\frac{D \cdot t}{\pi}}$$

(II.22)

- Lorsque  $M_t/M_s > 0.6$  (temps longs), l'équation (II.21) devient approximativement :

$$\frac{M_t}{M_s} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \cdot \exp\left(-\frac{D \pi^2 \cdot t}{h^2}\right) \quad (\text{II.23})$$

Il existe aussi des résolutions approchées telle celle de Shen et Springer, qui proposent une expression simplifiée de l'équation (II.21) [Shen et Springer, 1981].

$$\frac{M_t}{M_s} = 1 - \exp\left(-7.3 \cdot \frac{D \cdot t}{h^2}\right)^{0.75} \quad (\text{II.24})$$

Cette expression est notamment utilisée dans les travaux de Dewimille et Bunsell qui cherche à modéliser les phénomènes de vieillissement de composites époxy-fibres de carbone [Dewimille et Bunsell, 1982]. [9]

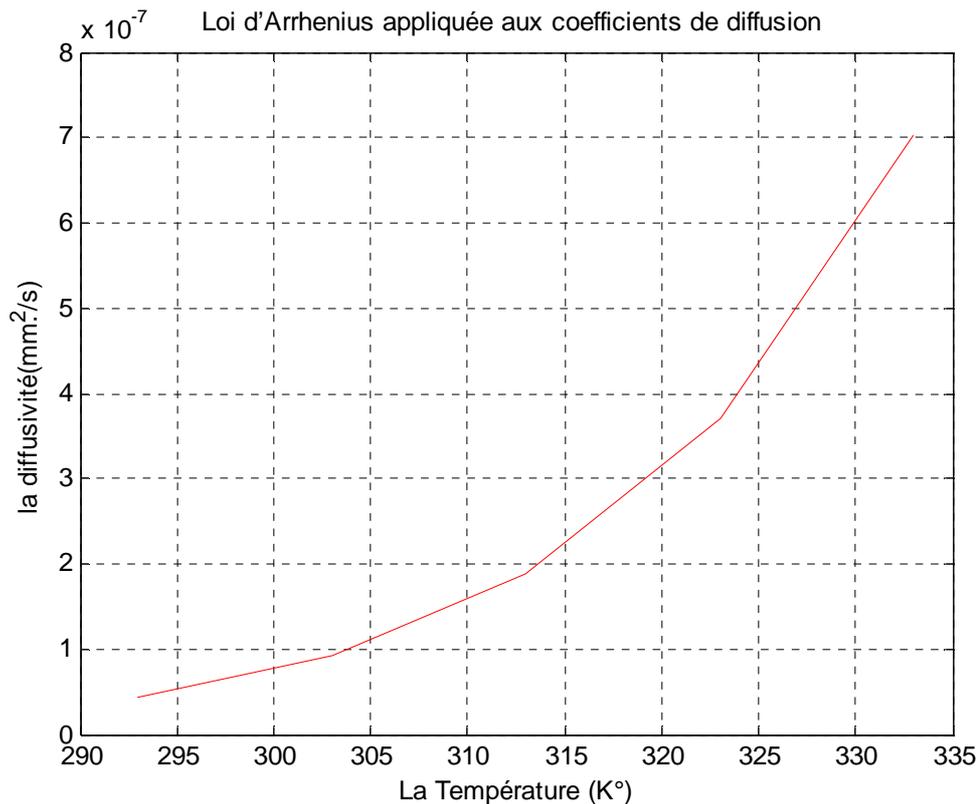
#### **II.4.1.2 Influence du taux d'humidité relative :**

Dans le cas où le matériau présente un niveau de saturation en eau  $M_s$ , on trouve en général une dépendance directe de  $M_s$  en fonction du degré d'humidité du milieu (HR%). La figure II-8 illustre les variations de  $M_s$  en fonction de HR% pour trois matériaux composites différents et trois résines [Loos and Springer, 1979]. Ces courbes sont décrites par la relation :

$$M_s = a.(HR\%)^b \quad (\text{II.25})$$

Où a et b sont des constantes

Pour les matériaux composites, b est proche de 1, et il est compris entre 1.3 et 1.8 pour les résines. De nombreux auteurs retrouvent cette dépendance dans leurs travaux [Bellenger, 1989 ; Bonniau, 1983 ; Dewimille, 1981 ; McKague, 1978 ; Popineau, 2005] [7].



**Figure II-8 : Variation de la diffusivité en fonction de la température (°K)**

On trouve également que le degré d'humidité n'a pas d'influence sur la valeur du coefficient de diffusion, c'est à dire sur la vitesse de diffusion de l'eau. On considérera donc que D est indépendant de la concentration d'eau et reste constant pour une température donnée.

#### **II.4.1.3 Influence de la température :**

Tous les auteurs confirment l'influence de la température sur les cinétiques d'absorption. D'une part, la pente initiale des courbes d'absorption augmente avec la température. Ainsi, le coefficient de diffusion d'eau D est extrêmement sensible à la température; il peut augmenter de deux ordres de grandeur pour une augmentation de température de 100°C [Loos and Springer, 1981, Weitsman, 1977].

Une valeur typique de D à température ambiante est de l'ordre de  $10^{-7}$  mm<sup>2</sup>/s pour une résine époxy. Un exemple de variation de D en fonction de la température est donnée dans la figure II-9, pour le cas d'une résine époxy vieillie en immersion ou en humidité relative à différentes températures.

L'absorption est thermiquement activée et on a une relation d'Arrhenius permettant de

décrire la dépendance de D avec T (équation II.26). [9] :

$$D = D_0 \cdot \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right) \quad (\text{II.26})$$

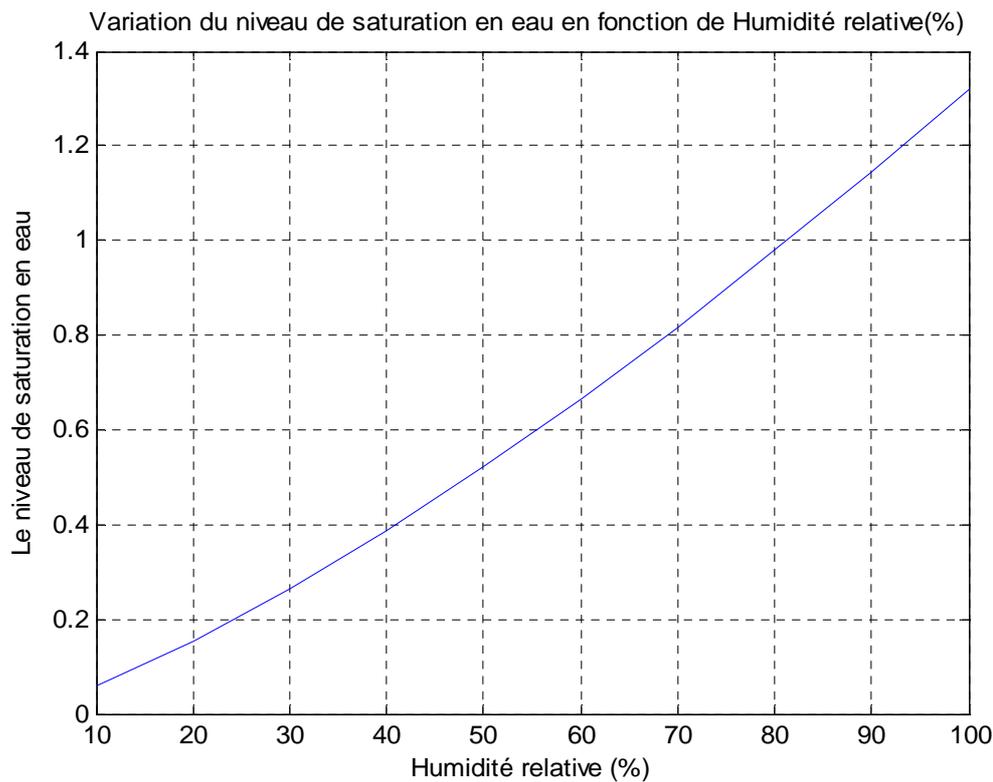
Ou :

Ea : énergie d'activation de la diffusion

Do : constante (indice de perméabilité)

T : température d'essai

R : constante des gaz



**Figure II-9 : Variation du niveau de saturation en eau en fonction d'humidité relative(%)**

D'autre part, la dépendance du niveau de saturation Ms avec la température, est beaucoup moins claire. Certains auteurs trouvent un niveau semblable pour différentes températures, alors que d'autres obtiennent un niveau qui augmente avec la température. Par exemple, Shen et Springer [Shen et Springer, 1981] constatent qu'en immersion et en humidité relative, la masse à saturation n'est pas fonction de la température de l'eau ou de l'air humide, ce qui n'est pas conforme aux résultats trouvés par N. Dubois [Dubois, 2003].

On considère donc que  $M_s$  dépend essentiellement du degré d'humidité du milieu ambiant et dans une moindre mesure de la température et éventuellement de sollicitations mécaniques appliquées.

D'autre part, une température élevée va favoriser les phénomènes de reprise d'eau brutale et éventuellement de perte de matière, qui sont détaillés dans le paragraphe suivant. Il est cependant difficile de donner une température critique à partir de laquelle sont observés ces phénomènes. Cela dépend en particulier de la nature du matériau testé.

#### **II.4.2 Diffusion non Fickienne :**

Suivant les vitesses relatives de pénétration du soluté dans le matériau on peut classer les phénomènes diffusionnels en trois grandes catégories :

**Cas I** ou diffusion fickienne abordée dans la partie précédente, où la vitesse de diffusion est très inférieure à la mobilité des chaînes, l'équilibre à la saturation est rapidement atteint et les conditions aux limites sont indépendantes du temps.

**Cas II**, autre cas extrême pour lequel la vitesse de pénétration du soluté est beaucoup plus rapide, le cas II est caractérisé par une frontière nette entre la partie gonflée, élastique et le cœur vitreux du matériau, la frontière avance à une vitesse constante jusqu'à ce que tout le matériau soit imprégné [10].

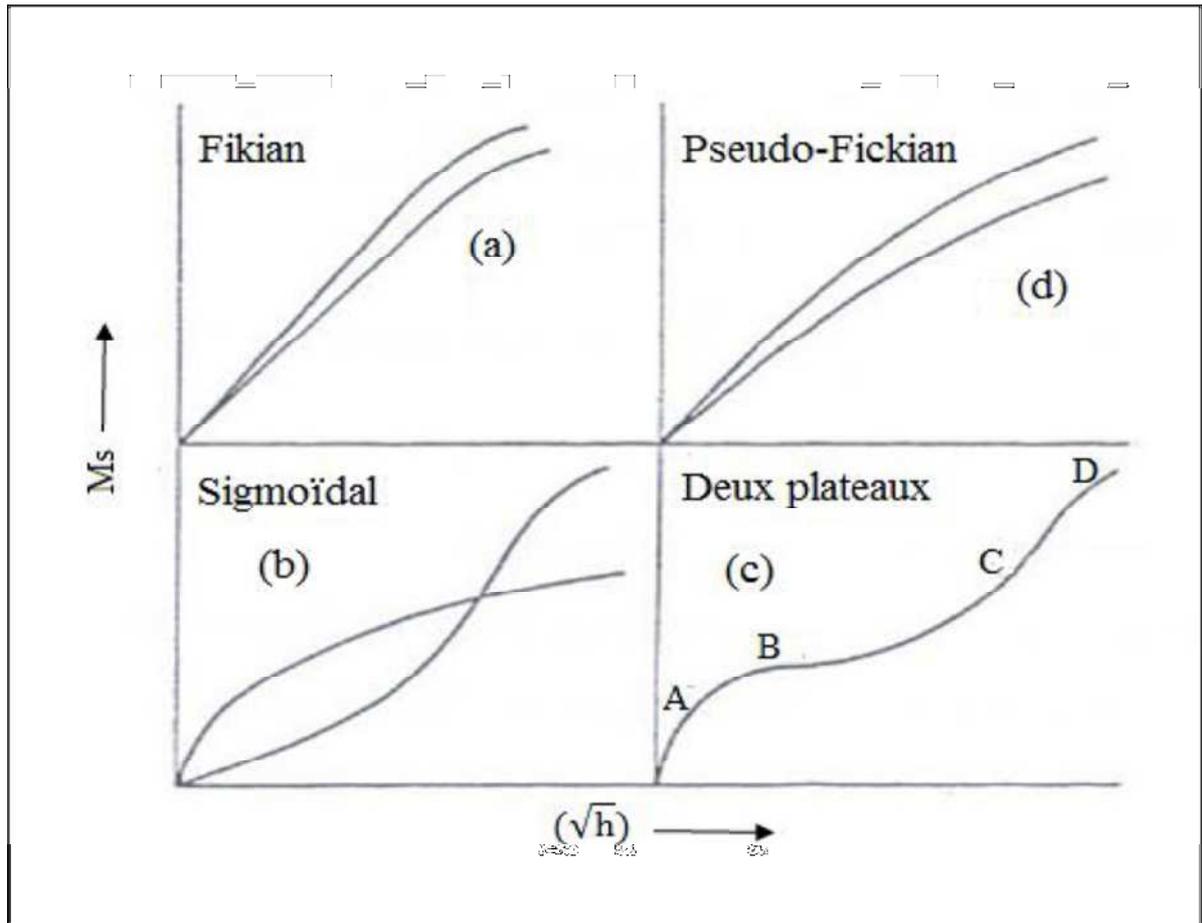
Les courbes en début d'absorption pour les cas I et II vérifient une équation du type

$$\frac{M_t}{M_s} = K.t^n$$

Où l'exposant  $n$  prend la valeur 0.5 pour le cas I et 1 pour le cas II.

**Cas III** ou diffusion non fickienne lorsque ( $0.5 < n < 1$ ), la mobilité de l'espèce diffusante et la relaxation du matériau sont du même ordre de grandeur.

La figure II-10 représente les principaux types de diffusion non fickienne relevés dans la littérature.



**Figure II-10 : Courbes de diffusion non Fickienne comparées à une courbe de diffusion Fickienne**

Ces courbes traduisent trois types de comportement :

- Comportement sigmoïdal : absence de partie linéaire aux temps courts, mais la courbe présente un point d'inflexion aux environs de 50% d'absorption à saturation (Figure II-2b)
- Comportement à deux plateaux : la première étape, fickienne, conduit à un pseudo plateau qui est suivi d'une reprise d'absorption pour atteindre l'équilibre final (Figure II-2.c).
- Comportement pseudo fickienne : la partie linéaire est plus courte que pour une absorption fickienne, le palier de saturation plus long à atteindre et les courbes réduites pour différentes épaisseurs ne superposent pas (Figure II-2.d). [10].

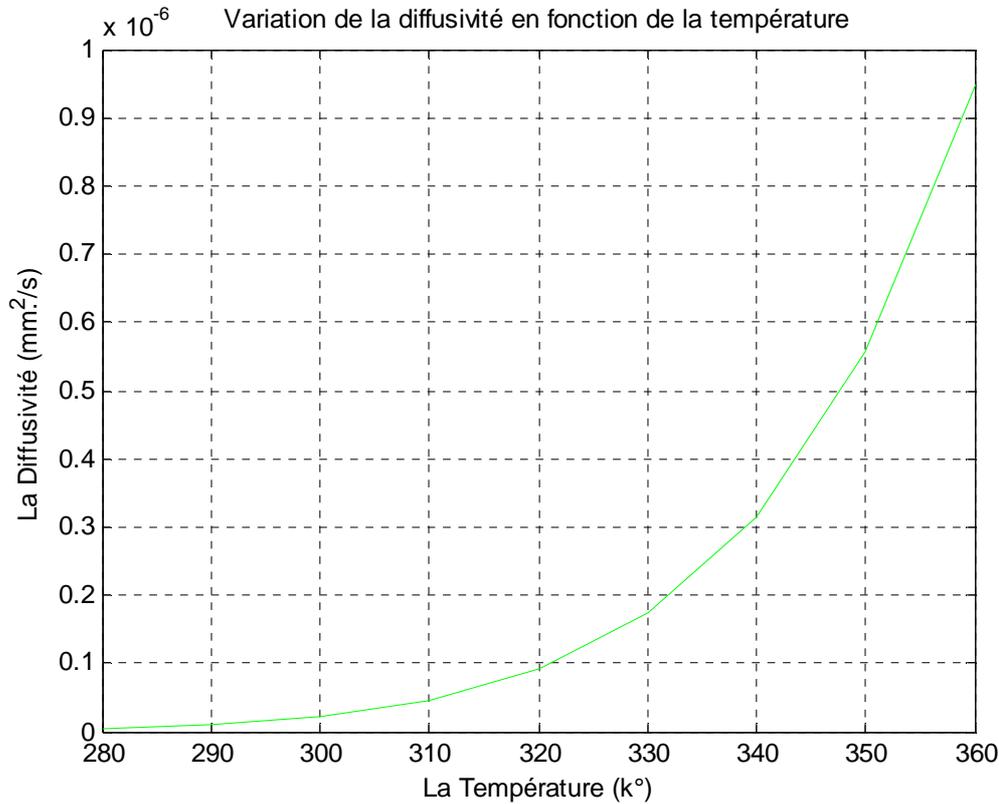
# Chapitre III

## **III.1 Introduction**

Dans cette partie, nous nous intéressons à la modélisation du comportement des plaques en matériaux composites dans le but de prévoir les propriétés mécaniques en continu au cours du vieillissement et/ou sous sollicitation mécanique (pouvant induire de l'endommagement), et ceci pour n'importe quelle condition de vieillissement (température et humidité). Le modèle proposé doit donc rester général et pouvoir intégrer les phénomènes de vieillissement et d'endommagement, de manière couplée ou non. Nous abordons tout d'abord dans ce chapitre une présentation du modèle avec notamment les choix faits pour prendre en compte la composante humidité et l'endommagement. Le fonctionnement du modèle permettant le couplage humidité/propriété mécanique est exposé. Nous présentons ensuite les résultats de simulation de diffusion, première étape nécessaire d'un calcul couplé. Puis les résultats de simulation des contraintes non mécaniques par le model de TSAI sont présentés.

### III.2 L'effet de la concentration d'humidité dans les plaques composites

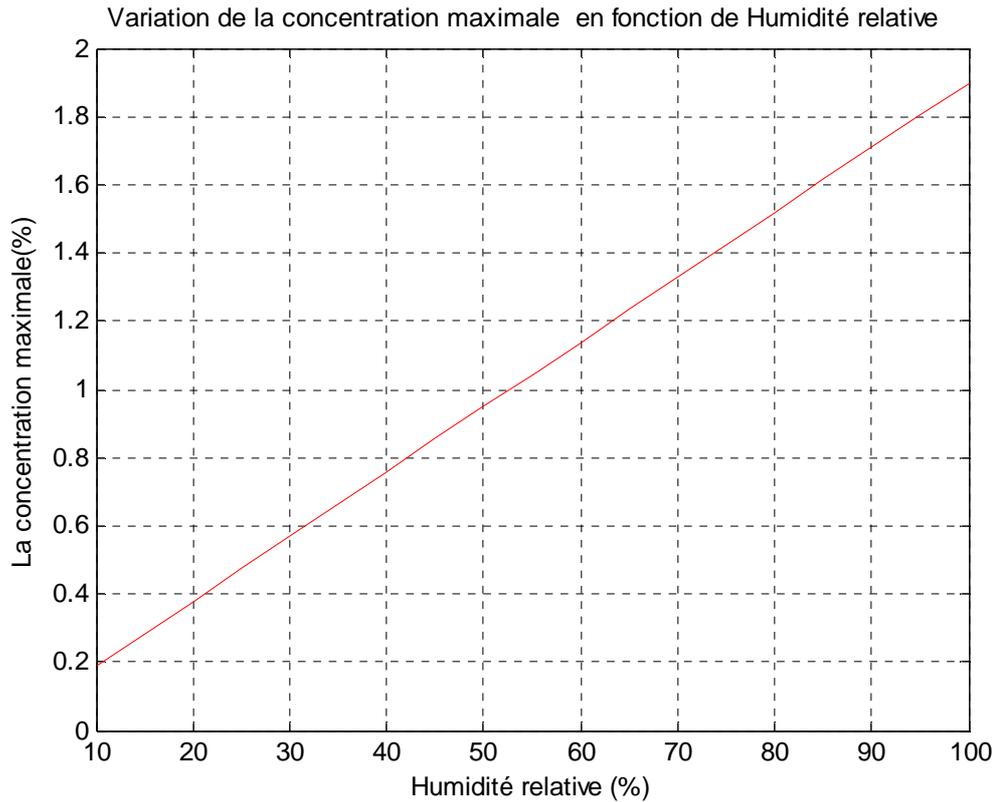
Pour arriver à choisir la variation de la concentration d'humidité et la température dans le calcul des contraintes non mécaniques dans un matériau composite ( carbone /époxy), on a essayé de trouver la relation entre la diffusivité et la température ainsi que la concentration et l'humidité relative.



**Figure III-1 : Variation de la diffusivité D en fonction de la Température T**

L'exposition prolongée d'un composite à un milieu humide peut avoir de sérieuses conséquences sur ses propriétés mécaniques et physiques puisque l'eau infiltre le composite par diffusion et attaque la structure chimique de la matrice du composite.

La figure III-1 présente la variation de la diffusivité D en fonction de la température T . D'après cette figure on peut remarquer que la diffusivité augmente en augmentant la température.



**Figure III-2: Variation de la concentration maximale  $C_{\infty}$  en fonction de l'humidité relative**

Afin d'avoir une idée plus générale sur la variation de la concentration maximale en fonction de l'humidité relative, nous avons présenté la figure III-4 qui peut en déduire la loi reliant le niveau de saturation en fonction de l'humidité relative environnante

### **III.3: Calcul des contraintes non mécaniques dans un matériau composite (carbone/époxy) :**

Les contraintes et déformations non mécaniques pour les matériaux chargés sont encore plus flagrantes en raison de l'anisotropie induite par l'orientation des fibres.

La méthode utilisée ici représente une généralisation de celle proposée par Tsai (1988)

ou les calculs sont faits pour une concentration constante dans l'épaisseur du stratifié dans le cas d'une variation linéaire de la concentration et la température dans un pli. Les expansions libres entraînées par une augmentation de la température  $\Delta T$  et de la concentration d'humidité  $C$  sont données par les relations suivantes [11] :

$$\begin{aligned} e_x &= \alpha_x \cdot \Delta T + \beta_x \cdot C \\ e_y &= \alpha_y \cdot \Delta T + \beta_y \cdot C \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

Ou :

$\alpha_i$  : Coefficient de dilatation thermique.

$\beta_i$  : Coefficient d'expansion hygrothermique.

$\Delta T$  : différence de température ( $T_{\text{utilisation}} - T_{\text{cuisson}}$ )

$C$  : concentration en humidité..

Les contraintes non mécaniques correspondantes sont alors données par la relation :

$$\begin{aligned} \sigma_x^n &= Q_{xx} \cdot e_x + Q_{yy} \cdot e_y \\ \sigma_y^n &= Q_{xy} \cdot e_x + Q_{yy} \cdot e_y \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

$Q_{ij}$  : étant les éléments de la matrice de rigidité de contrainte plane.

On définit ensuite  $P_n$  et  $Q_n$  comme étant les combinaisons linéaires des contraintes, ces grandeurs sont des éléments du cercle de Mohr des contraintes et facilitent la rotation des contraintes d'un repère à l'autre.

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{Q_{xx} + Q_{yy}}{2} \cdot e_x + \frac{Q_{xy} + Q_{yy}}{2} \cdot e_y \\ Q_n &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{Q_{xx} - Q_{yy}}{2} \cdot e_x - \frac{Q_{xy} + Q_{yy}}{2} \cdot e_y \end{aligned}$$

(III.3)

Les contraintes non mécaniques dans le repère du stratifié sont obtenues à partir des relations suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_1^n &= P_n + Q_n \cdot \cos(2\theta) \\ \sigma_2^n &= P_n - Q_n \cdot \cos(2\theta) \\ \sigma_6^n &= Q_n \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

Les contraintes non mécaniques dans le repère du pli sont obtenues par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^n \\ \sigma_2^n \\ \sigma_6^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 2mn \\ mn & -mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_x^n \\ \sigma_y^n \\ \sigma_s^n \end{bmatrix}$$

(III.5)

Avec :

$$m = \cos(\theta)$$

$$n = \sin(\theta)$$

$\theta$  : étant l'orientation du pli.

Puis les déformations non mécaniques dans le repère du pli par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^n \\ \sigma_y^n \\ \sigma_s^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ss} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \epsilon_x^n \\ \epsilon_y^n \\ \epsilon_s^n \end{bmatrix} \quad (III.6)$$

Les déformations non mécaniques dans le repère du stratifié s'obtiennent par :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x^n \\ \epsilon_y^n \\ \epsilon_s^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \epsilon_1^n \\ \epsilon_2^n \\ \epsilon_6^n \end{bmatrix} \quad (III.7)$$

Les déformations résiduelles sont données par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x^r \\ \epsilon_y^r \\ \epsilon_s^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x^n \\ \epsilon_y^n \\ \epsilon_s^n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (III.8)$$

Dans le repère du stratifié nous avons :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1^r \\ \epsilon_2^r \\ \epsilon_6^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \epsilon_x^r \\ \epsilon_y^r \\ \epsilon_s^r \end{bmatrix} \quad (III.9)$$

Alors les contraintes résiduelles sont données par la relation :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^r \\ \sigma_y^r \\ \sigma_s^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ss} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \epsilon_x^r \\ \epsilon_y^r \\ \epsilon_s^r \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Ce qui donne dans le repère du stratifié :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^r \\ \sigma_2^r \\ \sigma_6^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 2mn \\ mn & -mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_x^r \\ \sigma_y^r \\ \sigma_s^r \end{bmatrix} \quad (\text{III.11})$$

#### **III.4 Caractéristique du pli à étudier :**

Nous considérons un pli en Carbonne/Epoxy (T300/5208) d'épaisseur 0.125 mm dont l'orientation est  $\theta = 0^\circ$

Les caractéristiques du matériau choisi sont les suivantes [17] :

Module de Young longitudinal  $E_x = 181 \text{ GPa}$

Module de Young transversal  $E_y = 10.3 \text{ GPa}$

Module de cisaillement  $G = 7.17 \text{ GPa}$

Coefficient de poisson longitudinal  $\nu_x = 0.28$

Coefficient de poisson transversal  $\nu_y = 0.0159$

Epaisseur du pli  $h = 0.125 \text{ mm}$

Coefficient de dilatation thermique longitudinal  $\alpha_x = 0.02 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Coefficient de dilatation thermique transversal  $\alpha_y = 22.5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Coefficient de dilatation hygrothermique longitudinal  $\beta_x = 0$

Coefficient de dilatation hygrothermique transversal  $\beta_y = 0.6$

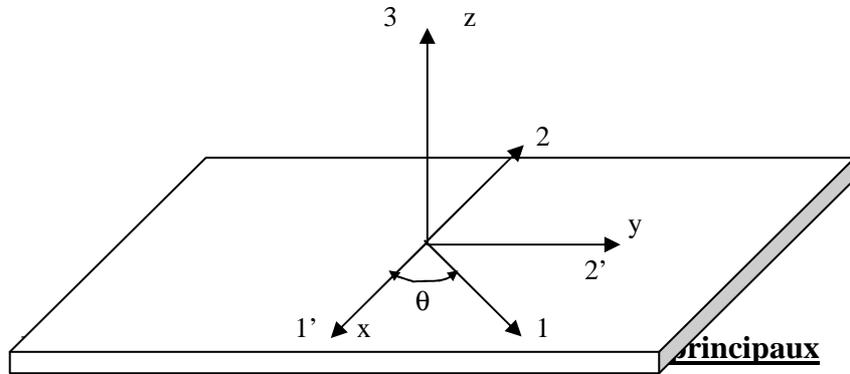
Résistance longitudinale en traction  $X = 1.5 \text{ GPa}$

Résistance transversale en traction  $Y = 0.04 \text{ GPa}$

Résistance transversale en compression  $Y' = 0.246 \text{ GPa}$

Résistance longitudinale en compression  $X' = 1.5 \text{ GPa}$

Résistance en cisaillement  $S = 0.068 \text{ GPa}$



**III.4 .1Calcul des matrices de rigidité :**

$$Q_{xx} = \frac{E_x}{(1 - \nu_x \cdot \nu_y)} = 181.811 \text{ GPa}$$

$$Q_{yy} = \frac{E_y}{(1 - \nu_x \cdot \nu_y)} = 10.346 \text{ GPa}$$

$$Q_{xy} = \nu_x \cdot Q_{yy} = \nu_y \cdot Q_{xx} = 2.897 \text{ GPa}$$

$$Q_{ss} = G = 7.17 \text{ GPa}$$

Sachant que  $\theta = 0$  :

$$Q_{11} = Q_{xx} = 181.81 \text{ GPa}$$

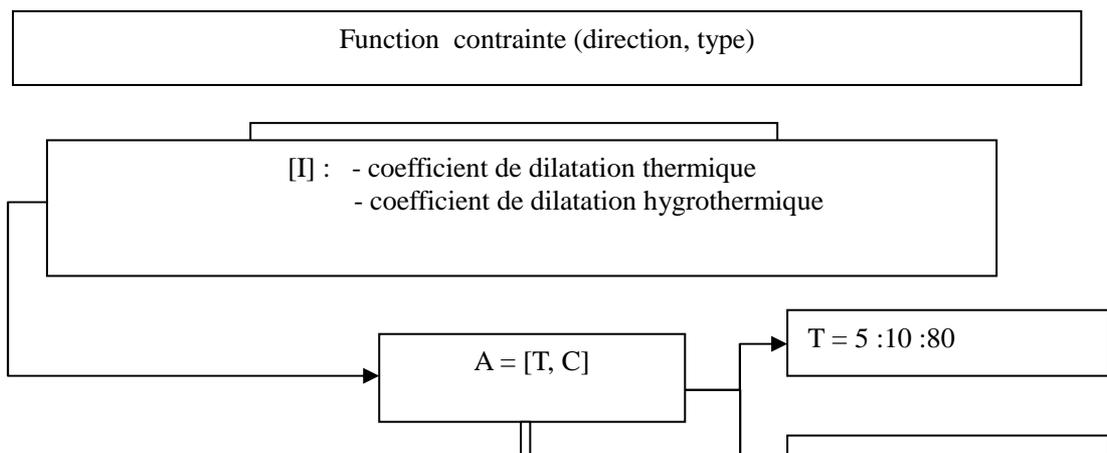
$$Q_{22} = Q_{yy} = 10.35 \text{ GPa}$$

$$Q_{12} = Q_{xy} = 2.90 \text{ GPa}$$

$$Q_{66} = Q_{ss} = 7.17 \text{ GPa}$$

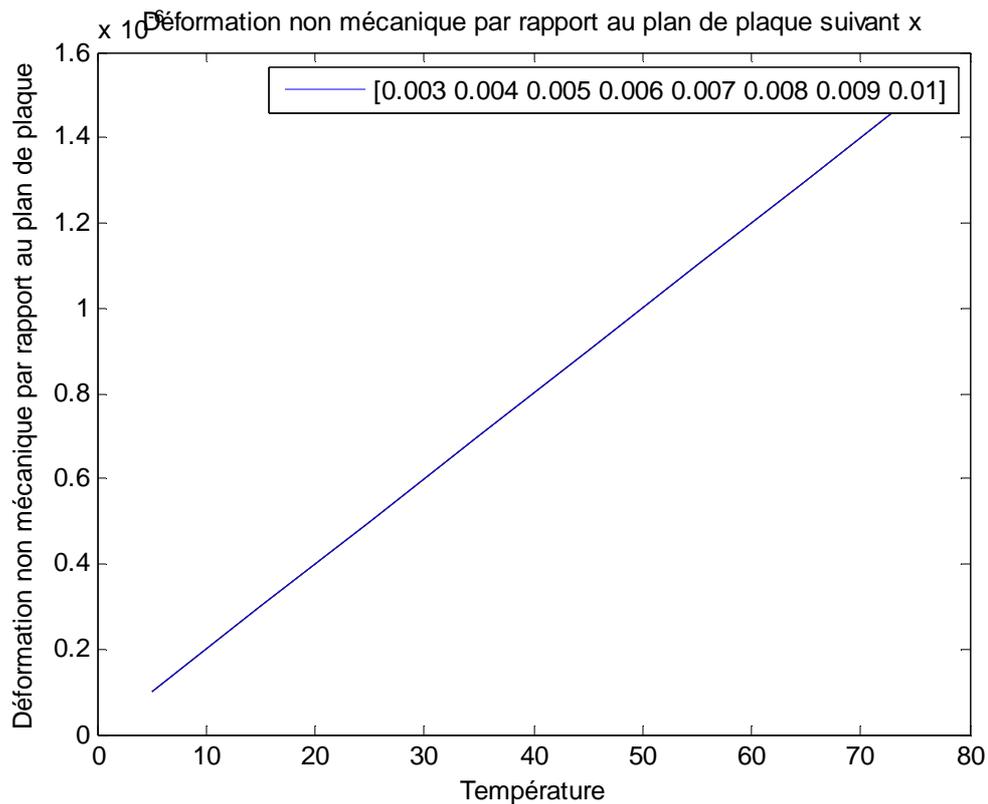
$$Q_{16} = Q_{26} = 0 \text{ GPa}$$

**III-5 Organigramme de calcul des contraintes non mécanique :**



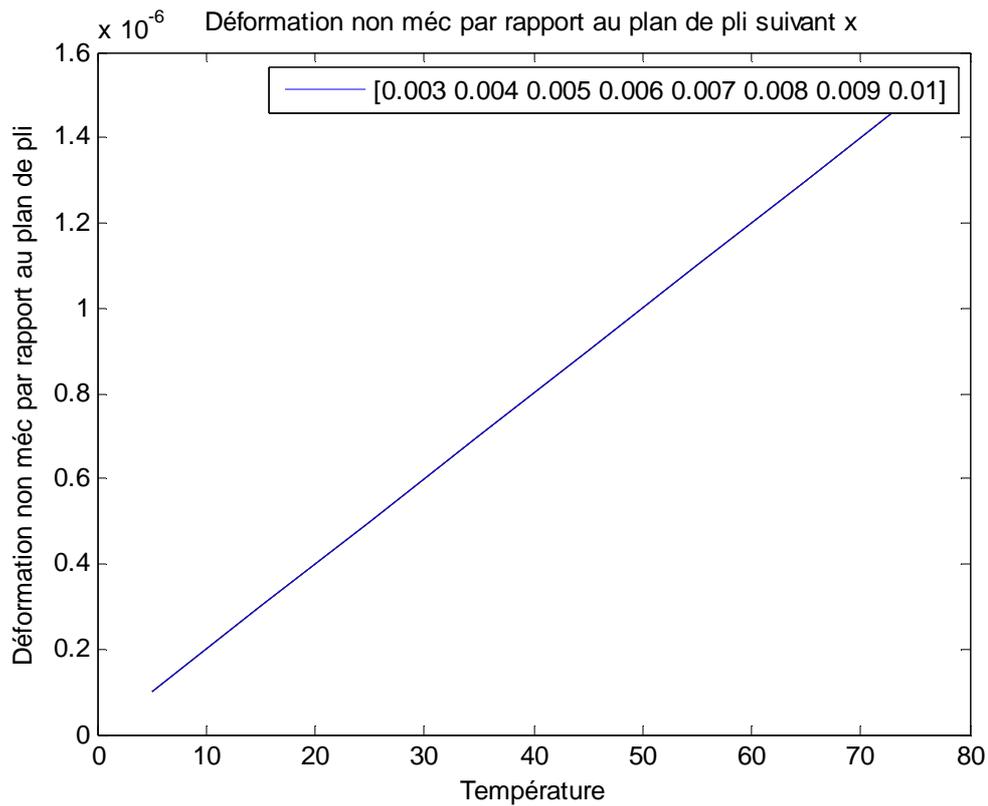
### **III-6 Présentations des résultats**

Les figures ci-dessus représentent la variation des déformations non mécaniques dans un pli (carbone/époxy) sollicité par des contraintes hygrothermiques en fonction de la variation de la température dans un intervalle de concentration d'humidité de 0.3% jusqu'à 1% dans les deux plans, plan du pli et plan du plaque (stratifié), et cela pour les trois directions (état de contrainte plane) et avec un angle d'orientation  $\theta = 0^\circ$



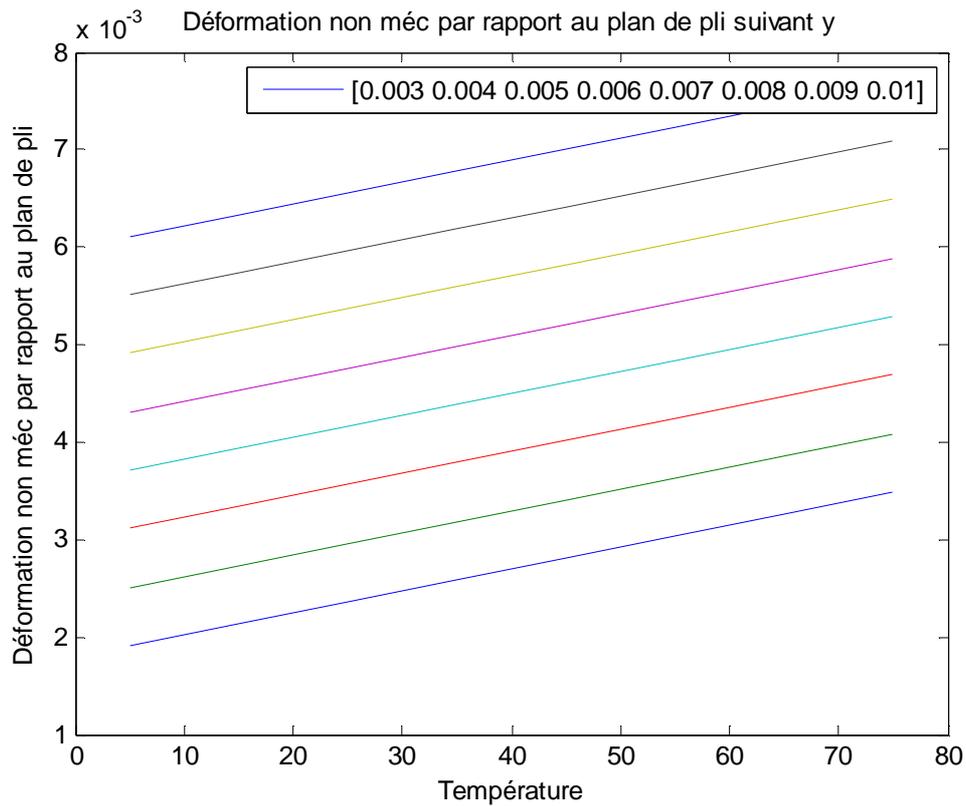
**Figure III-4 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du stratifié (suivant la direction  $\underline{x}$ )**

La figure III-5 montre les résultats obtenus des déformations non mécaniques pour une plaque suivant la direction  $x$  et à différentes températures. Nous observons que plus la température n'est élevée, plus la déformation n'est rapide, du fait que la diffusion est un phénomène activé en température. On peut remarquer d'après cette figure qu'on a les mêmes courbes pour différentes concentrations (0.003 ; 0.004.... 0.01) parce que le coefficient de dilatation hygrothermique étant nul ( $\beta_x = 0$ ).



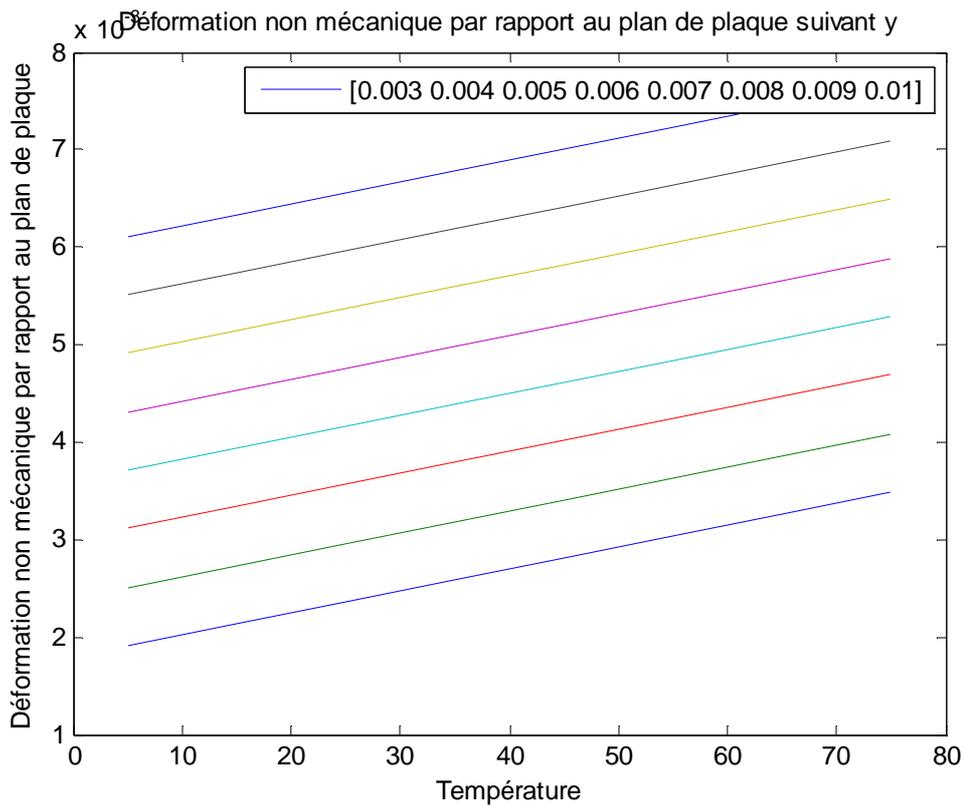
**Figure III-5 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction x)**

Comme indiquée sur la figure III-6, les déformations non mécaniques du pli (suivant l'axe x) sont les mêmes que celles qui existent par rapport au plan du stratifié pour la simple raison que l'angle d'orientation des fibres  $\theta = 0$ .



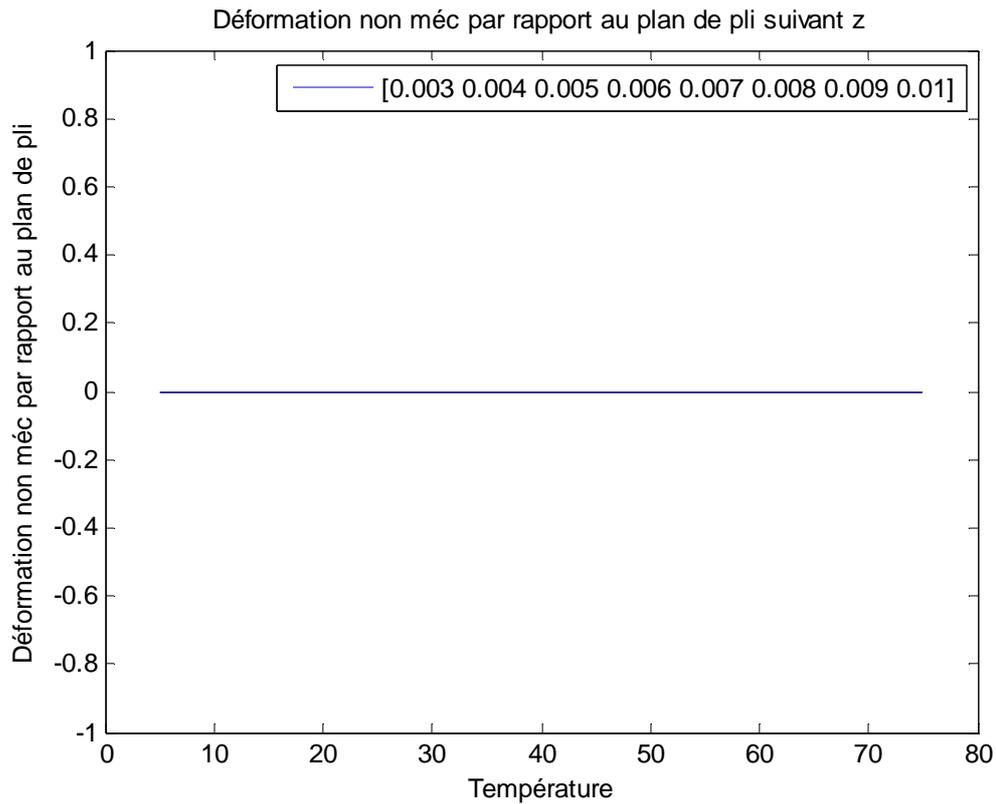
**Figure III-6 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction y)**

Sur la Figure III-7 représente les déformations non mécaniques du pli (suivant l'axe y). Cette représentation montre qu'il y a une nette proportionnalité entre les déformations non mécaniques et les températures pour chaque niveau correspondant à une concentration bien précise. Une augmentation de la concentration traduit automatiquement une augmentation de la déformation. Suivant la figure on peut constater que le palier des déformations non mécaniques augmente en fonction de l'augmentation de la concentration en humidité.



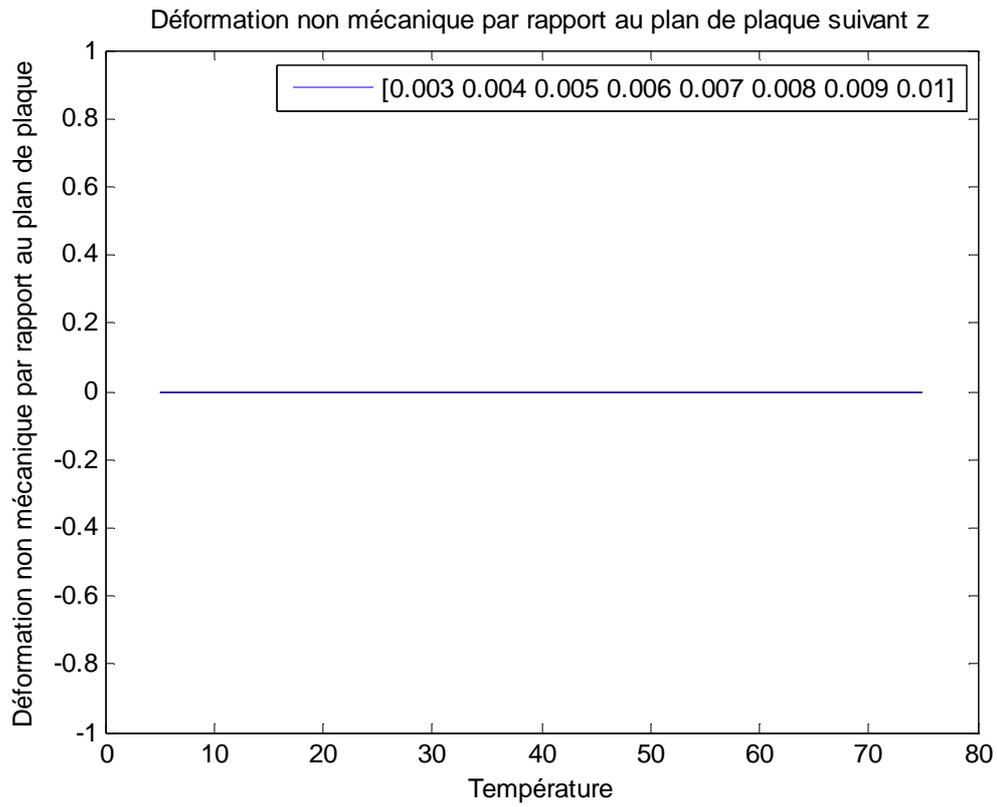
**Figure III-7 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du stratifié (suivant la direction y)**

Sur cette figure, les déformations non mécaniques dans le plan de la plaque (suivant y) en fonction de la température sont illustrées. On remarque que la stabilité des déformations non mécaniques par rapport au plan de la plaque est parfaitement assurée parce que nous avons gardé le même pas de la concentration d'humidité (0.003 jusqu'au 0.01).



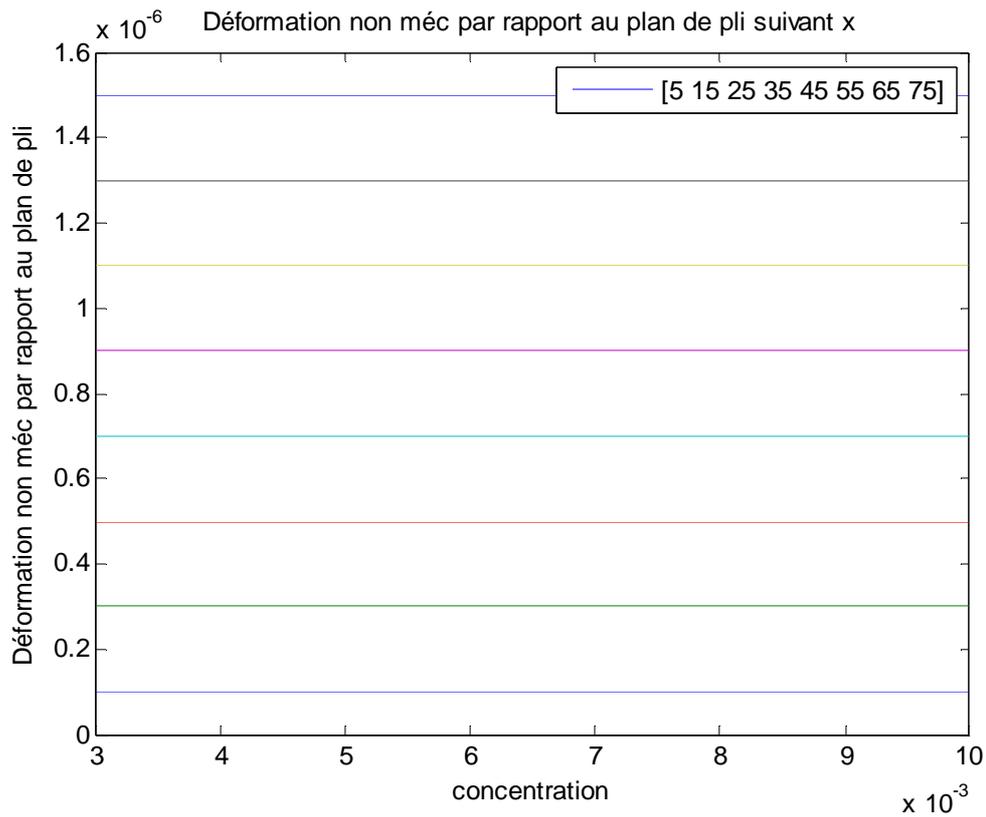
**Figure III-8: Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction z)**

La figure III-9 donne ici les déformations non mécaniques par rapport au plan du pli et suivant l'axe Z. Dans ce cas, on peut dire que la température n'a pas d'influence sur les contraintes et déformations non mécaniques et que toutes les déformations étant nulles ( $\sigma_6^n = \sin 2\theta$ ) et  $\theta = 0$ .



**Figure III-9 : Déformations non mécaniques par rapport au plan de la plaque (suivant la direction z)**

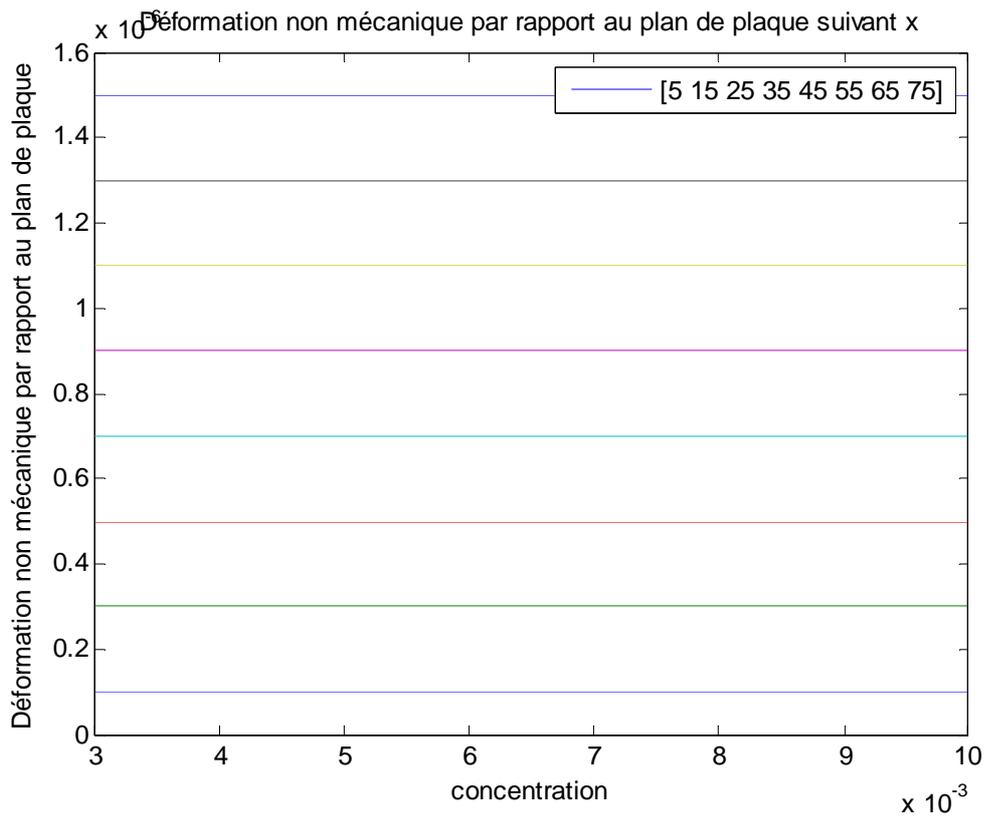
Sur cette figure, les mêmes remarques peuvent être constatées que celles déduites dans la figure III-9.



**Figure III-10 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction x)**

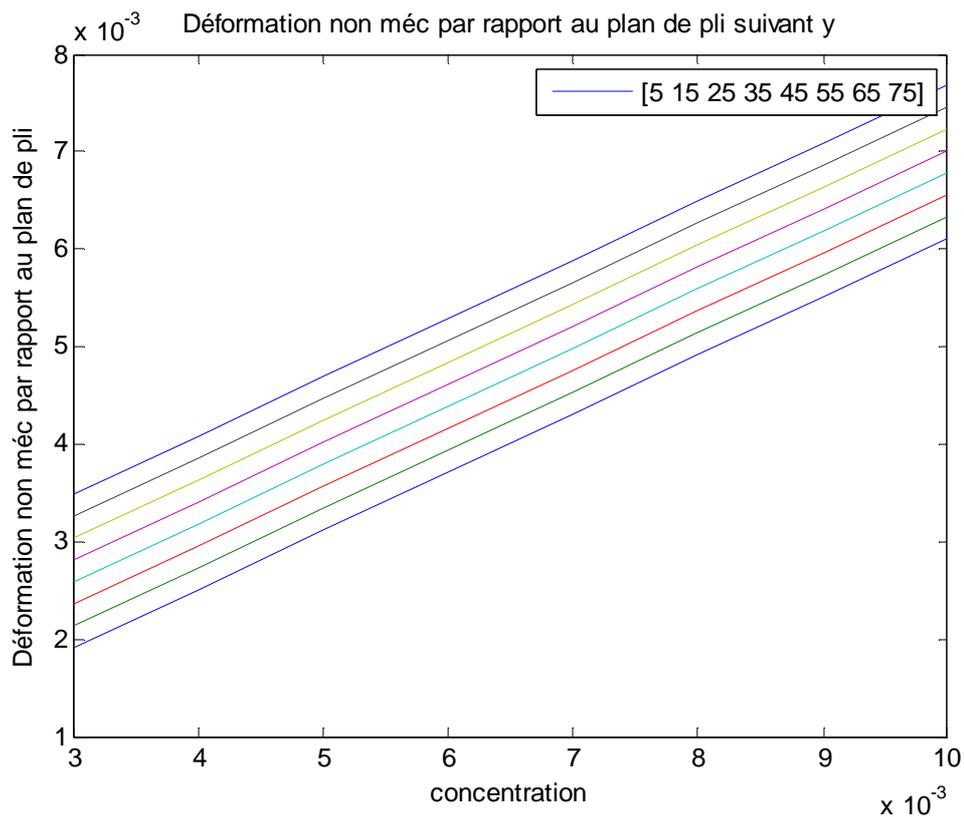
Sur la figure III-11 sont reportées les déformations non mécaniques par rapport au plan du pli suivant la variation de C dans un intervalle de Température entre 5°C et 75°C.

Il apparait toutefois qu'il n'y a aucune influence des concentrations sur les déformations.



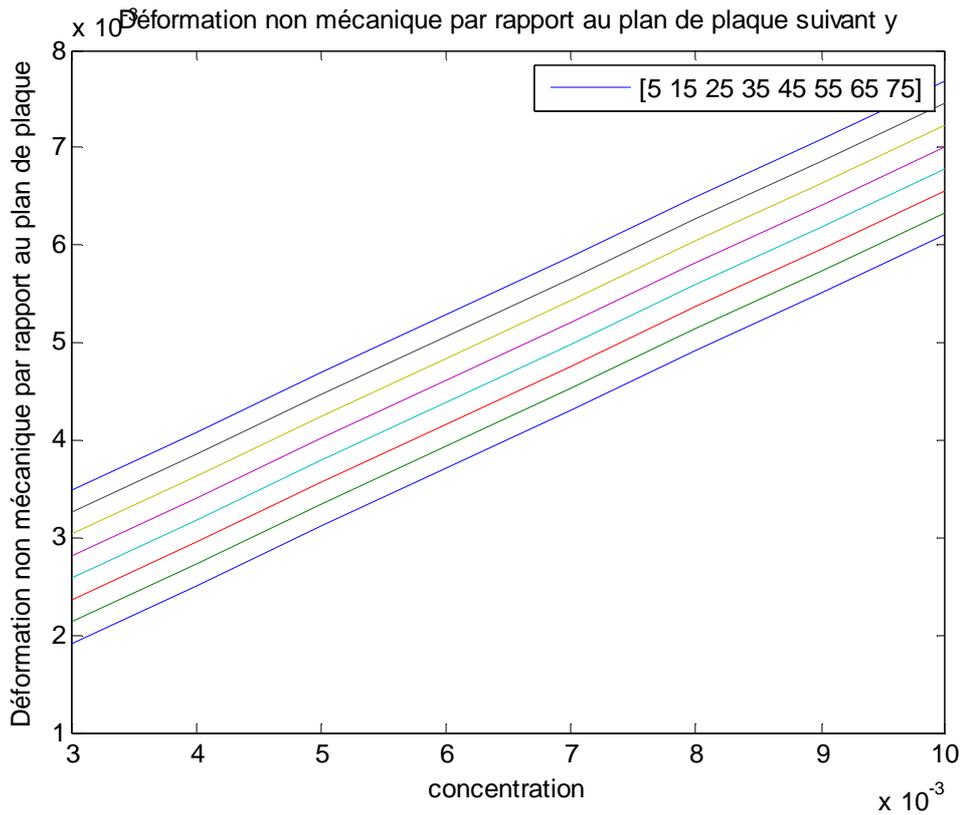
**Figure III-11 : Déformations non mécaniques par rapport au plan de la plaque (suivant la direction x)**

Les déformations non mécaniques par rapport au plan de la plaque en fonction de la concentration et pour différentes températures sont proposées sur la figure III-12. Ces déformations ne dépendent pas de la concentration parce que le coefficient  $\beta_x$  étant toujours nul et cela pour les différentes concentrations



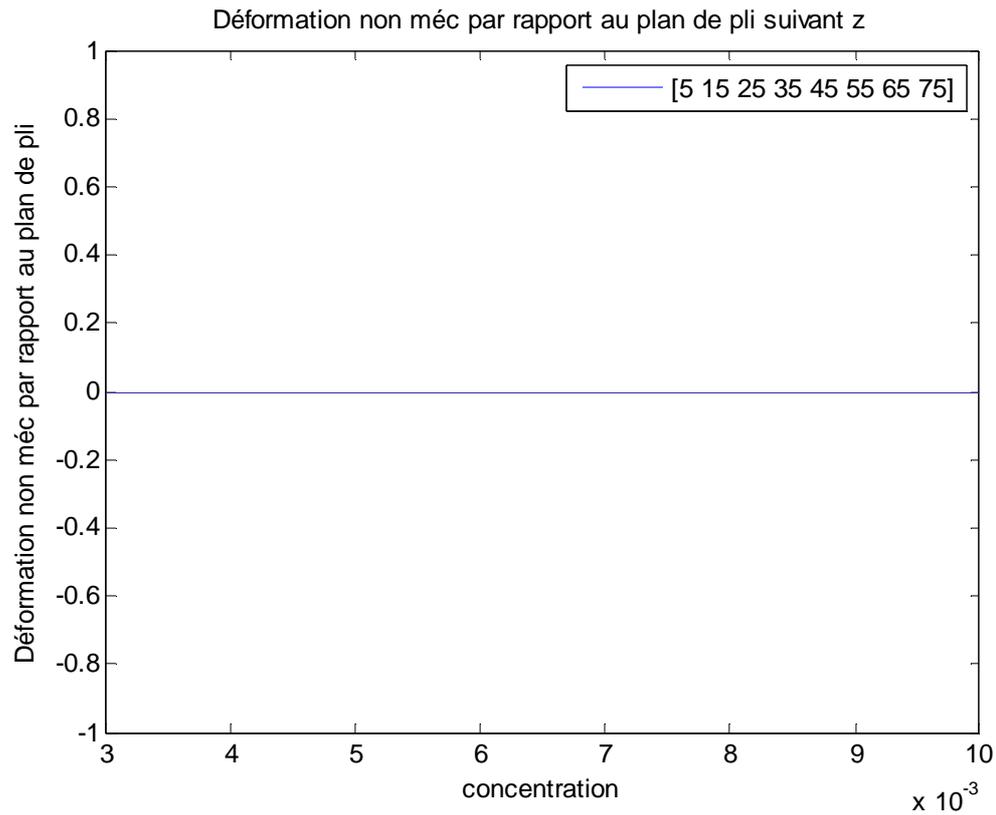
**Figure III-12 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction y)**

Sur cette figure, les déformations non mécaniques augmentent avec les concentrations pour différentes températures. La constatation faite ici est que le palier de déformations augmente avec l'augmentation de la variation de température.



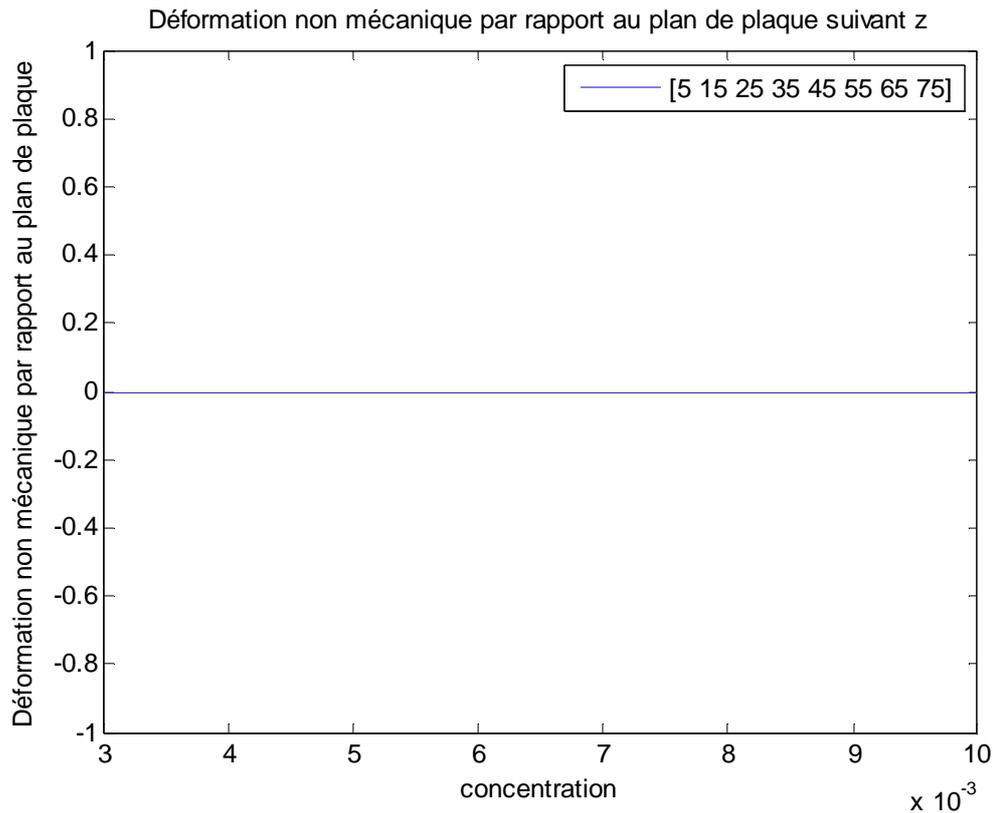
**Figure III-13 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du stratifié (suivant la direction y)**

Une représentation graphique est proposée sur la figure III-14, elle représente la variation des déformations non mécaniques par rapport au plan de la plaque en fonction de la concentration pour différentes températures.



**Figure III-14 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du pli (suivant la direction z)**

On remarque dans cette figure que les déformations non mécaniques par rapport au plan du pli ne sont pas affectées par la variation de température, compte tenu de l'angle d'orientation qui est toujours nul.



**Figure III-15 : Déformations non mécaniques par rapport au plan du stratifié (suivant la direction z)**

### III-7 Conclusion

Lorsque certains polymères sont exposés à un environnement humide, l'absorption d'eau conduit à un gonflement. En effet, les charges contrarient le gonflement de la matrice, ce qui induit des contraintes internes susceptibles d'influencer le vieillissement qui deviendrait alors hétérogène.

Nous avons présenté un modèle de Tsai pour le calcul des contraintes et déformations non mécaniques dans une plaque plane. Ensuite, nous avons étudié l'influence des coefficients d'expansion thermique et hygrothermique  $\alpha$  et  $\beta$  sur les plaques composites ainsi que l'humidité et le pas de la température.

# Chapitre IV

## **IV-1 Introduction**

La prise en compte de l'incertain dans les analyses mécaniques est nécessaire pour un dimensionnement optimal des structures. C'est avec cet objectif que les approches probabilistes pour la mécanique des structures sont développées depuis plusieurs décennies.

Ces méthodes permettent en effet d'étudier d'une part la fiabilité de composants ou de

systèmes, et d'autre part l'influence de la variabilité des paramètres sur le comportement du composant ou du système.

Les modèles mécaniques sont souvent complexes (comportement non-linéaire, dynamique, fatigue, mécanique de la rupture, vieillissement,...etc.) nécessitant, pour leurs résolutions, l'utilisation de logiciels ou des codes de calculs. Cette complexité doit être prise en compte par les méthodes de couplage mécano-fiabiliste si l'on veut que l'analyse de fiabilité présente un sens. Cette prise en compte requiert un effort supplémentaire sur les ressources informatiques nécessaires. En effet, les méthodes de couplage nécessitent un appel au calcul déterministe du modèle mécanique pour des tirages judicieux de variables aléatoires. Ce nombre d'appels augmente généralement avec le nombre de variables aléatoires, ainsi le temps de calcul devient rapidement prohibitif par les méthodes traditionnelles.

L'objectif principal est donc de minimiser le nombre de calculs à effectuer tout en conservant une robustesse et une confiance satisfaisante du résultat : la probabilité de défaillance et ses facteurs d'importance.

Ce chapitre présente les principes de base du calcul fiabiliste ainsi que les différentes méthodes utilisées aujourd'hui. Il met en évidence les difficultés de mise en œuvre d'une approche couplant mécanique et statistique.

#### **IV-2 Le calcul mécano-fiabiliste**

Le calcul mécano-fiabiliste intègre des notions de mesures de probabilités. Sa mise en œuvre nécessite de mettre en place un certain formalisme mathématique. Cette section décrit la mise en place de la fonction d'état-limite, des variables aléatoires et les grandes familles de méthodes permettant de résoudre un problème de fiabilité.

#### **IV-3 Concept de base de fiabilité**

L'analyse fiabiliste d'un procédé de mise en forme porte sur deux aspects fondamentaux : une modélisation probabiliste pertinente des aléas obtenue soit à l'aide d'une campagne d'essais ou à l'aide des approches numériques et le développement de méthodes de calcul robustes pour leurs prises en compte. [15]

Notons par  $X = \{X_1; X_2; \dots; X_n\}^T$  le vecteur des variables aléatoires. La probabilité de défaillance est calculée dans l'espace physique à l'aide de la densité conjointe de probabilité  $f_X(x)$  des variables aléatoires. Dépendant des valeurs des variables aléatoires, le critère de défaillance est souvent exprimé par la fonction  $G(X) = 0$  qui définit une hypersurface (Figure IV-1) séparant le domaine de défaillance du domaine de sûreté. Cette surface divise l'espace en deux domaines distincts : le domaine de défaillance donné par  $\{ \Omega_f = X :$

$G(X) \leq 0$  et le domaine de sûreté où le procédé se déroule sans apparition des instabilités plastiques données par  $\{ \Omega_s = X : G(X) > 0 \}$ .

Ainsi la probabilité de défaillance est calculée au moyen de cette intégrale :

$$P_f = P [X \in \Omega_f] = P[G(X) \leq 0] = \int_{\Omega_f} f_x(x) dx \quad (IV.1)$$

Avec :

$\Omega$  : espace de recherche.

$\Omega_f$  : domaine de défaillance

$\Omega_s$  : domaine de sûreté

$X$  : vecteur des variables aléatoires

$P_f$  : probabilité de défaillance d'un événement

$G$  : fonction de performance

$T(.)$  : transformation iso-probabiliste

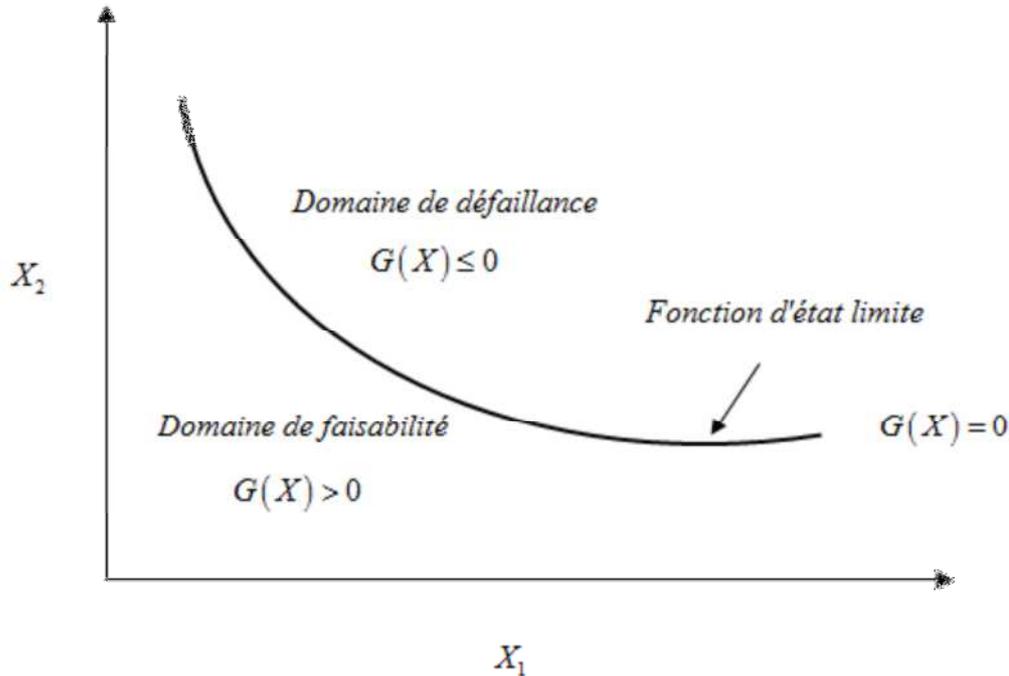
$I[.]$  : estimateur de la probabilité de défaillance

Dans le cas où les paramètres aléatoires sont nombreux, le calcul ou l'estimation de cette intégrale pose une difficulté. Une intégration directe est presque impossible. Souvent, on a recours à des simulations de Monte Carlo directe ou combinée à des techniques de réduction de la variance. D'autres techniques comme les méthodes d'approximations peuvent être aussi appliquées après une approximation des états limites.

L'approche communément connue et appliquée par la communauté scientifique afin d'estimer cette probabilité de défaillance consiste à transformer le problème dans un espace normé à l'aide d'une transformation isoprobabiliste  $U = T(x)$ . Dans l'espace normé la probabilité de défaillance est donnée en fonction des densités conjointes de probabilité  $f_u(x) = \prod_{i=1}^n \phi(ui)$  qui est le produit de  $n$  densités de probabilité standards normales  $U_i = T_i(x)$ . Aussi la fonction d'état limite est transformée dans l'espace normé  $u$ ,  $g(x)=0 \rightarrow h(u)=g(T^{-1}(u))=0$

Avec :

$\phi(.)$  : Fonction de répartition gaussienne.



**Figure IV-1 : Définition de la fonction d'état limite**

Finalement la probabilité peut être calculée par la formule suivante :

$$P_f = P[h(U) \leq 0] = \int_{u:h(u) \leq 0} f_u(u) du \quad (IV.2)$$

Avec :

$h$  : fonction d'état limite dans l'espace normé

La symétrie axiale de la fonction conjointe de probabilité  $f_U(u)$  assure que pour une fonction linéaire  $l(u) = \beta - \alpha^T u = 0$ , l'expression suivante est vraie :

$$P_f = P[l(U) \leq 0] = \int_{u:l(u) \leq 0} f_U(u) du = \Phi(-\beta) \quad (IV.3)$$

$\alpha$ ;  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  sont les composantes du gradient normalisé de l'hyperplan  $l(u) = 0$ , i.e.  $\alpha^T \alpha = 1$ ,  $\beta = \text{sign}[l(0)]$   $\delta$ ,  $\delta$  est la distance entre l'hyperplan et l'origine de l'espace normé, et  $\phi$  est la distribution normale standard.

#### IV-4 Fonction de performance

La fonction performance dite aussi fonction d'état limite sépare le domaine de défaillance du domaine de sûreté. Dans le cas où celle-ci est donnée sous une forme explicite, l'estimation de la probabilité de défaillance devient facile et directe, moyennant un nombre

fini d'évaluations. Cependant, dans des problèmes non-linéaires comme la mise en forme, cette fonction est souvent implicite et fait appel à un code éléments finis pour son évaluation. Ceci complexifie le problème et engendre un coût de calcul exorbitant. Dans des situations similaires, on utilise souvent des techniques d'approximation afin de construire un modèle représentatif de la surface réelle. La complexité du problème peut s'intensifier dans le cas où plusieurs fonctions d'état limites sont imposées. Dans le cas de la mise en forme, ces états limites portent sur les modes de défaillance ou les types d'instabilités susceptibles d'apparaître durant la mise en forme. Au long de ces travaux de thèse, on suppose que les modes de défaillance probables sont indépendants. Le but est de simplifier le problème, les fonctions objectif ainsi que les fonctions de performance ou (contraintes) sont approximées avec des modèles quadratiques. [15]

#### **IV-5 Méthodes de calcul fiabiliste**

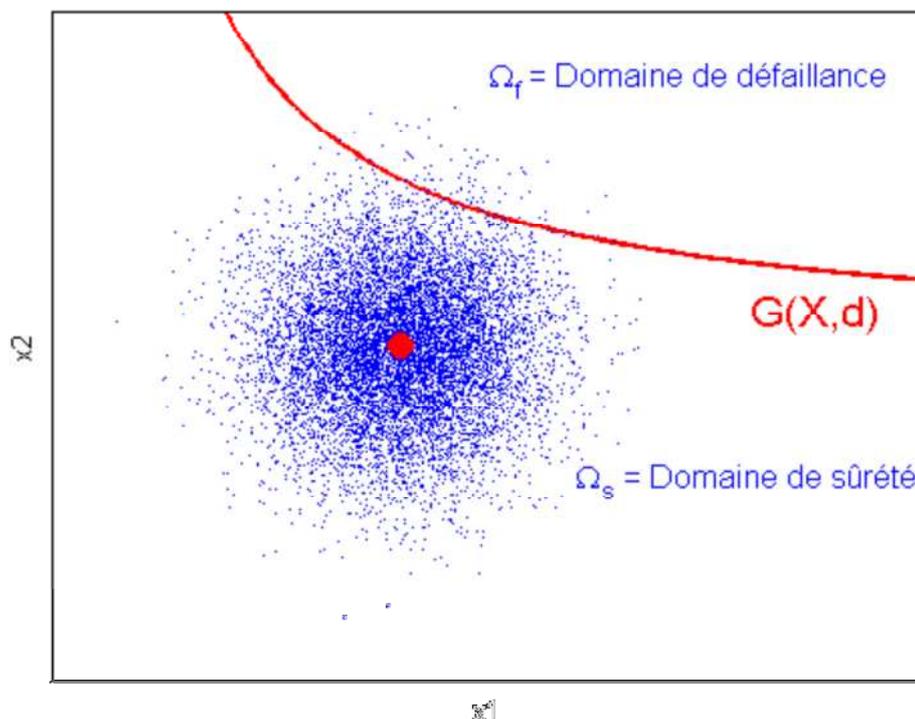
Ce paragraphe fait l'état de l'art des méthodes de fiabilité les plus utilisées permettant de statuer d'une manière précise sur la probabilité de défaillance. Ces méthodes ont pour objectif de déterminer le niveau de confiance d'une structure, en choisissant a priori les paramètres incertains et en définissant une fonction d'état limite. Au cours des années, plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature, permettant d'évaluer la fiabilité. Ces méthodes sont efficaces et robustes pour traiter des problèmes de calcul de structures simples. Parmi les méthodes les plus utilisées, on cite à titre indicatif : les simulations de Monte Carlo qui reste la méthode la plus simple et aussi la plus robuste. On trouve également les méthodes d'approximation (First Order Reliability Method/Second Order Reliability Method), ou les machines à vecteur support (SVM). Ces techniques présentent quelques limitations surtout lorsqu'il s'agit des problèmes non linéaires comme dans le cas de la mise en forme. L'adaptation de ces méthodes s'avère nécessaire pour leurs exploitations. Souvent un appel à la technique de surface de réponse ou d'autres techniques permettant d'approximer la fonction d'état limite est indispensable pour résoudre un problème de grand dimensions et ayant une multitude de paramètres incertains[16].

##### **IV-5.1 Simulation de Monte Carlo**

Les simulations Monte Carlo sont largement utilisées pour estimer la fiabilité dans le domaine du génie civil et en calcul de structures. Les principaux avantages de cette méthode sont sa facilité de mise en œuvre et sa robustesse. Son principe est simple : elle consiste à

effectuer des tirages aléatoires des variables de conception ou variables aléatoires puis à évaluer la réponse du système. L'évaluation de la probabilité de défaillance ne nécessite pas beaucoup de temps de calcul. Cependant, elle devient fastidieuse dans le cas où celle-ci est exprimée implicitement et lorsque des calculs par éléments finis sont mis en jeu tel que dans le cas de la mise en forme où une seule évaluation de la réponse peut prendre un temps de calcul important [15].

Dans ce genre de situation la méthode de Monte-Carlo sous sa forme classique devient impraticable et le recours à des techniques d'approximation est obligatoire. La Figure IV-2 résume la méthode de Monte Carlo. Notons par  $G(X, d)$  la fonction d'état limite et qui sépare le domaine de défaillance du domaine de sûreté, avec  $X$  représente la vecteur des paramètres incertains et  $d$  le vecteur des paramètres d'optimisation. On génère par la suite une population de taille  $N$  et on évalue par la suite la probabilité de défaillance.



**Figure IV-2 : Principe des simulations Monte-Carl**

Finalement l'estimation de la probabilité de défaillance par la méthode de Monte Carlo revient à évaluer l'expression suivante :

$$P_f = \int_{\Omega_f} I[g(x) \leq 0] f_x dx \equiv E_f I[\dots] \quad (IV.4)$$

$$I[u] = \begin{cases} 1, & \text{si } u \in \Omega_f \\ 0, & \text{si } u \in \Omega_s \end{cases} \quad (\text{IV.5})$$

Avec ;

$I[.]$  : estimateur de la probabilité de défaillance

L'estimation de la précision de la probabilité de défaillance par la méthode de Monte-Carlo est donnée par la formule suivante :

$$e = 2 \sqrt{\frac{1-P_f}{N \times P_f}} \quad (\text{IV.6})$$

Avec :

$N$  : le nombre des simulations à effectuer ;

$P_f$  : La probabilité de défaillance estimée ;

Afin de rendre la méthode de Monte Carlo viable dans des problèmes gourmands en temps de calcul comme la mise en forme. Souvent la fonction d'état limite est remplacée par un métamodèle généré avec une technique d'approximation (surface de réponse, krigeage,...etc), dès lors, la probabilité de défaillance devient facile. Cette approche est souvent critiquée puisque les métamodèles ne représentent qu'une approximation de la fonction réelle. Ce problème s'intensifie pour les faibles probabilités de défaillance. En effet, pour les faibles probabilités de défaillance un nombre faible de simulations peut totalement fausser le résultat. L'intérêt majeur de cette technique est qu'elle tient compte de la nature des distributions des paramètres aléatoires à l'encontre des techniques d'approximation détaillée ultérieurement.

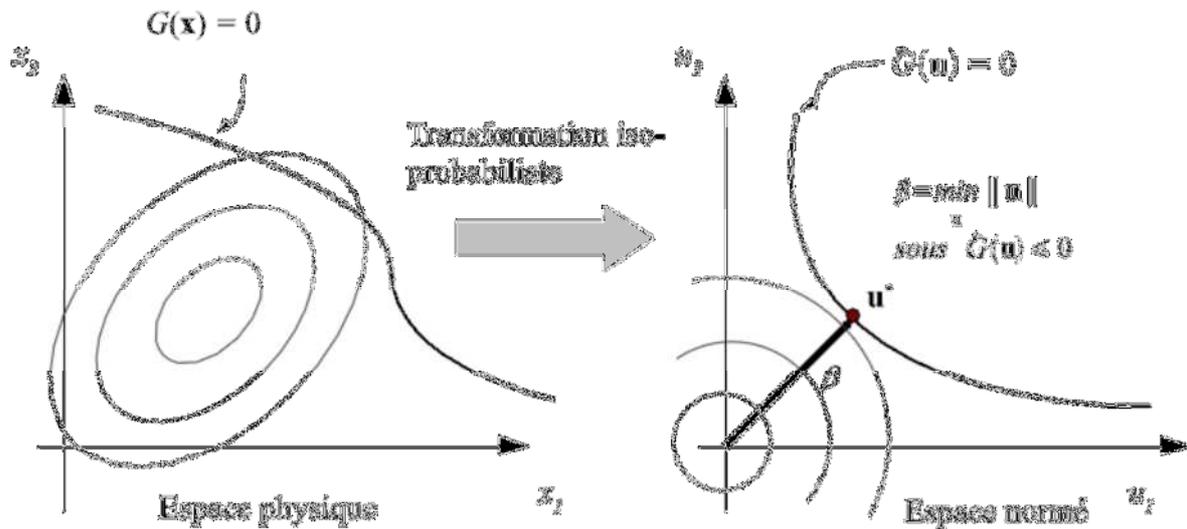
#### **IV-5.2 Simulation Monte Carlo avec tirage d'importance**

La taille de l'échantillon peut être réduite en adoptant des techniques d'échantillonnage permettant la réduction de la taille de l'échantillon tout en gardant une précision au niveau du résultat.

#### **IV-5.3 Méthodes d'approximation FORM/SORM**

Les méthodes d'approximation FORM (First Order Reliability Method) et SORM (Second Order Reliability Method) nécessitent la définition d'un état limite ou fonction de performance notée souvent par  $G$ . Ces techniques nécessitent le développement de la fonction

de performance au premier ordre et au second ordre respectivement. Elles consistent à calculer un indice de fiabilité noté la plupart du temps par  $\beta$ . Ces méthodes sont basées sur la recherche du point de défaillance le plus probable connu sous le nom « Most Probable Failure Point MPP ». La Figure IV-3 illustre la méthode d'approximation au premier ordre FORM et au second ordre SORM [16].



**Figure IV-3 : Principe de la méthode FORM**

La robustesse de ces méthodes a été démontrée dans plusieurs travaux notamment lorsque la fonction d'état limite est définie d'une manière explicite et que le nombre de variables aléatoire est réduit. La recherche de ce point est menée dans l'espace normé des variables aléatoires, en identifiant le point le plus proche de l'origine où la fonction de performance est inférieure ou égale à zéro. Le problème de détermination du point de conception le plus probable peut être formulé comme un problème d'optimisation sous contrainte. Ainsi le point de conception est solution du problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \beta = \min \sqrt{u^t u} \\ \text{tel que } G_U(u) = 0 \end{cases}$$

Avec :

$\beta$  : représente l'indice de fiabilité au sens de [13] ;

$G_U(u)$  : la fonction d'état limite dans l'espace normé ;

$U$  : variables aléatoires normées centrées ;

A l'aide de cette approximation, il est possible de donner une équation exprimant la probabilité de défaillance en fonction  $\Phi$  de l'indice de fiabilité avec laquelle la fonction représente la fonction de répartition de la loi gaussienne centrée réduite :

$$P_f \approx \Phi(-\beta)$$

Ce problème d'optimisation est résolu d'une manière générale par des algorithmes de programmation non linéaire. L'algorithme SQP (Sequential Quadratic Programming) résout efficacement ce type de problème. Le principe de l'approximation FORM est simple : elle consiste à remplacer l'état limite G par un hyperplan tangent au point de conception.

La deuxième méthode d'approximation SORM permet une meilleure précision sur la probabilité de défaillance, elle consiste à remplacer l'hyperplan par une hyper-surface quadratique tangente et ayant les mêmes courbures que la surface réelle au point de conception. Ainsi la probabilité de défaillance peut être donnée par la formule de Breitung :

$$P_f = \Phi(-\beta) \left( \prod_{i=1}^{n-1} \left( \frac{1}{\sqrt{1+\beta_{ki}}} \right) \right)$$

avec :

$\beta$  : l'indice de fiabilité estimé précédemment ;

$k_i$  : courbures principales de la fonction G au point de défaillance ;

D'autres types d'approximation existent dans la littérature. A titre d'exemple on peut citer celle de Hohenbichler et Rackwitz. Souvent dans les problèmes de mise en forme la fonction d'état limite est implicite. L'estimation de la probabilité de défaillance nécessite la construction d'une approximation de cet état limite au voisinage du point de conception.

#### **IV-6 Couplage mécano-fiabiliste**

Le couplage mécano-fiabiliste a été abordé dans plusieurs travaux de recherche notamment en calcul de structures afin d'assurer une conception optimale et fiable. travaux présents dans la littérature ont réussi ce couplage entre la mécanique Plusieurs et la fiabilité.

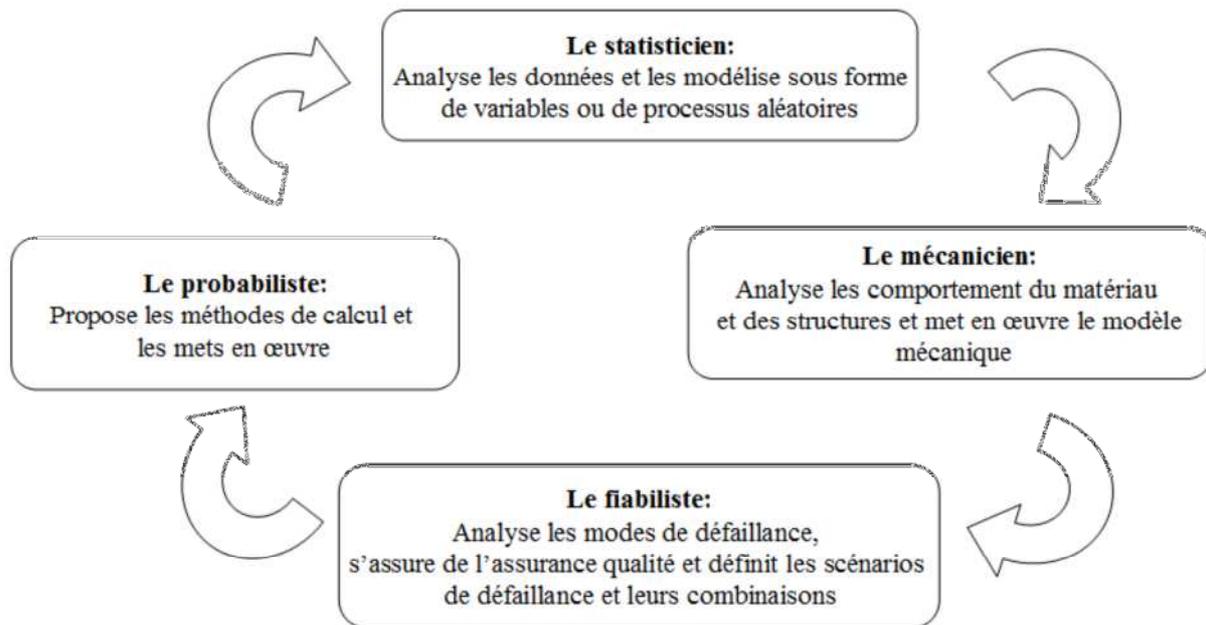
Ce couplage devient compliqué dans le cas de problèmes non linéaires où la plupart du temps les états limites sont définis d'une manière implicites en fonction des variables de conception. La résolution de ce type de problème se fait d'une manière générale dans deux espaces : l'espace physique des paramètres de conception et l'espace normé pour évaluer la probabilité de défaillance. Le passage de l'espace physique à l'espace normé se fait par une transformation iso-probabiliste [16].

Le couplage mécano-fiabiliste consiste à combiner des méthodes de calcul de structures comme la méthode des éléments finis avec des algorithmes de fiabilité et d'optimisation. Un problème d'optimisation fiabiliste est composé généralement de deux boucles itératives imbriquées. La boucle extérieure recherche les paramètres optimaux et la boucle intérieure vérifie la fiabilité des paramètres de conception. A chaque itération plusieurs analyses de fiabilité sont nécessaires pour trouver la direction de descente. Cette analyse de fiabilité fait appel à plusieurs évaluations du modèle mécanique, ce qui présente les difficultés de l'approche probabiliste dans des problèmes comme la mise en forme.

Selon [14], les principaux acteurs du couplage mécano-fiabiliste sont résumés sur la Figure IV-4 :

#### **IV-6.1 Exemples de couplage mécano-fiabiliste**

Le couplage mécano-fiabiliste permet d'assurer une conception optimale en comparaison des techniques classiques utilisées dans l'optimisation de structures mécaniques. Ce couplage a été testé dans plusieurs domaines et dans plusieurs disciplines montrant qu'il permet un apport considérable dans la fiabilisation des systèmes mécaniques. Ce couplage a commencé dans le cas des structures mécaniques simples (poutre, treillis, . . .) puis avec le développement des moyens de calcul, l'étendue d'application de cette approche a pu être élargie dans plusieurs domaines. Ce couplage devient difficile à réussir dans des problèmes fortement non linéaires comme la mise en forme et qui présente aussi des états limites implicites. Dans ce type de problème, on procède différemment afin de surmonter ces difficultés. Souvent les techniques d'approximation sont utilisées afin de remplacer le modèle coûteux par un métamodèle équivalent. La précision du résultat final dépend fortement du niveau de confiance sur les métamodèles. Une attention particulière est attribuée à la robustesse et la fiabilité des métamodèles à prédire les réponses dans ces travaux. Plusieurs travaux se sont apparus ces dernières années notamment dans l'industrie d'automobile, pour des tests de crash et encore en génie civile [16].



**Figure IV-4 : Principaux acteurs du couplage mécano-fiabiliste**

La figure IV-4 rappelle les partenaires d'une approche mécano-fiabiliste. Il n'y a pas de chef d'orchestre à priori – il dépend de la dominante du problème posé -, mais de nécessaires échanges et une très forte interaction entre diverses spécialités qui apportent collectivement au décideur une information supplémentaire.

- Le **statisticien** analyse les données, les conditionne et les modélise en fonction d'un usage prévisible. Il identifie les variables aléatoires et les processus. Il doit dialoguer avec le mécanicien ou le spécialiste des matériaux susceptible de lui apporter des informations sur l'origine physique des variabilités.

- Le **probabiliste** propose les méthodes et les outils du calcul des probabilités. Il les met en œuvre.

- Le **fiabiliste** analyse les modes de défaillance, s'assure de l'assurance qualité et définit les scénarios de défaillance et leurs combinaisons.

- Le **mécanicien** analyse les comportements des matériaux et des structures et garantit la bonne utilisation des modèles mécanique le mis en œuvre.

#### **IV-6.2 Difficultés liées au couplage mécano-fiabiliste**

La complexité de l'optimisation robuste et fiabiliste est du principalement à la multitude des variables de conception. Les variables de conception peuvent être les paramètres de chargement, les propriétés mécaniques du matériau ou autres. Dans une

opération de mise en forme par hydroformage différents types de non linéarités existe (non linéarités géométriques, non linéarités matérielles,...etc). Ces différents types de non linéarités peuvent poser des problèmes de convergence.

La résolution d'un problème d'optimisation fiabiliste nécessite des ressources de calcul énormes. Les avancées actuelles en termes d'outils numériques et de modélisation ont rendu possible le couplage mécano-fiabiliste. En réalité, ce couplage fait appel à plusieurs outils de modélisation, de calcul et d'analyse : comme par exemple la méthode des éléments finis, des outils statistiques et des techniques d'estimation de la fiabilité [15].

#### **IV-7 Conclusions**

Différentes approches ont été proposées dans la littérature permettant une modélisation d'incertitudes. Le choix de la technique appropriée dépend essentiellement de la nature de ces incertitudes et aussi de la quantité d'informations disponibles. Afin de tenir compte de ces incertitudes, différentes techniques ont été proposées permettant le transport ou la propagation de ces incertitudes. En réalité, le problème de mise en forme présente plusieurs sources d'incertitudes et leurs prises en compte dès la phase de conception permet de réduire les variabilités au niveau des caractéristiques finales et par la suite la maîtrise du procédé et une réduction des pièces défectueuses.

Dans ce chapitre, différentes stratégies permettant d'évaluer la probabilité de défaillance ont été présentées. Certaines de ces techniques ne peuvent pas être appliquées directement vu le temps de calcul énorme qu'elles nécessitent, d'autres alternatives permettent de contourner ce type de problème tel que la surface de réponse ou les tirages d'importance pour les simulations de Monte-Carlo permettent de réduire considérablement le temps de calcul.

Si les approches probabilistes se sont développées depuis maintenant de nombreuses années pour ce qui concerne la sûreté de fonctionnement des systèmes, en particulier électroniques, et pour la gestion des pannes, ce n'est que plus récemment qu'elles ont pénétré le génie civil et le génie mécanique pour la maîtrise des risques liés aux choix dimensionnels. Elles constituent également un lien entre la modélisation en mécanique et les codes et règles de dimensionnement et représentent un élément essentiel du transfert de connaissance entre recherche et réglementation.

La combinaison d'une modélisation mécanique pour simuler (au sens physique) un comportement mécanique et d'une modélisation fiabiliste constitue un couplage mécano-fiabiliste indispensable à une approche du dimensionnement incluant la maîtrise d'un risque

dans un contexte économique

# Chapitre V

## **V-1 Introduction :**

Le logiciel MatLab met à la disposition de l'utilisateur un environnement performant pour mener à bien des calculs numériques ou symboliques. MATLAB est un outil puissant de calcul numérique, de programmation et de visualisation graphique. La facilité de développement des applications dans son langage fait qu'il est pratiquement devenu le standard dans son domaine.

Le problème de l'homogénéisation du matériau composite consiste à rechercher les coefficients élastiques effectifs qui relient les déformations et les contraintes moyennes sur l'échantillon.

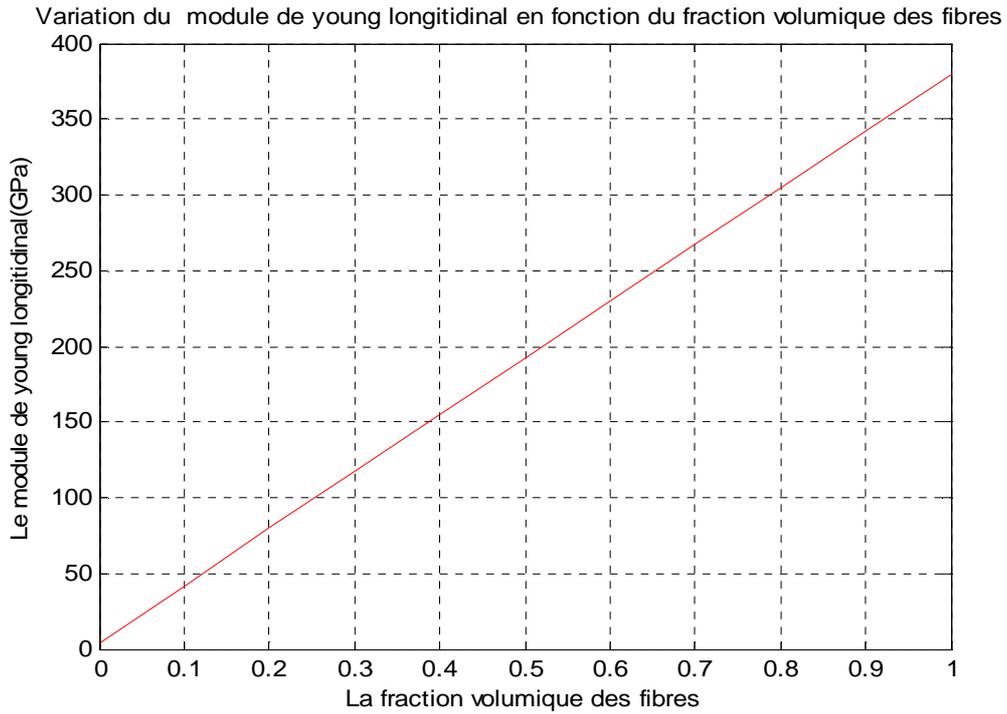
On a utilisé la technique d'homogénéisation pour le calcul de ces coefficients concernant les deux matériaux composites (verre/époxyde) et (carbone /époxyde) à partir des propriétés de chacun des constituants par l'intermédiaire de MATLAB afin de simplifier le calcul et pour tracer leurs courbes représentatives

Les matériaux composites considérés sont d'une fraction volumique des fibres variée de 0%.a 100 %.

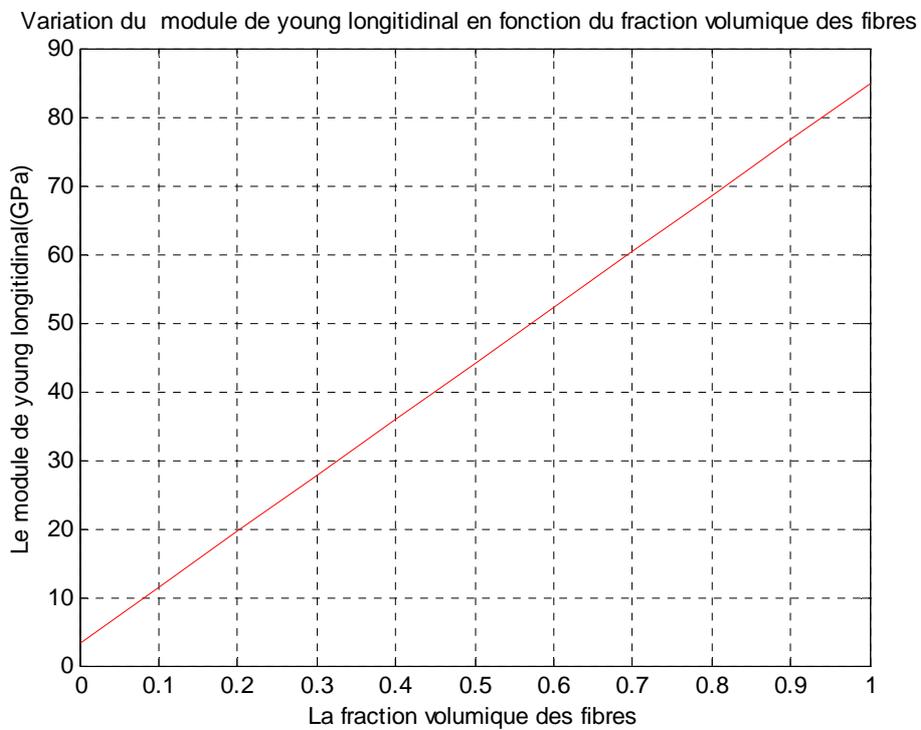
Dans ce chapitre, nous avons exprimé les relations permettant le calcul des coefficients homogénéisés,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\mu_{12}$ ,  $G_{12}$  en utilisant les équations de loi de mélange, pour utiliser ces coefficients dans la partie fiabilité (Annexe B).

## **V-2 Simulations et résultats :**

Dans cette partie fiabiliste, nous avons étudié l'influence de la fraction volumique (micromécanique) sur la rigidité et les coefficients d'ingénieur de deux plaques différents (Carbone/Epoxy et Verre/Epoxy) en utilisant la loi de mélange.



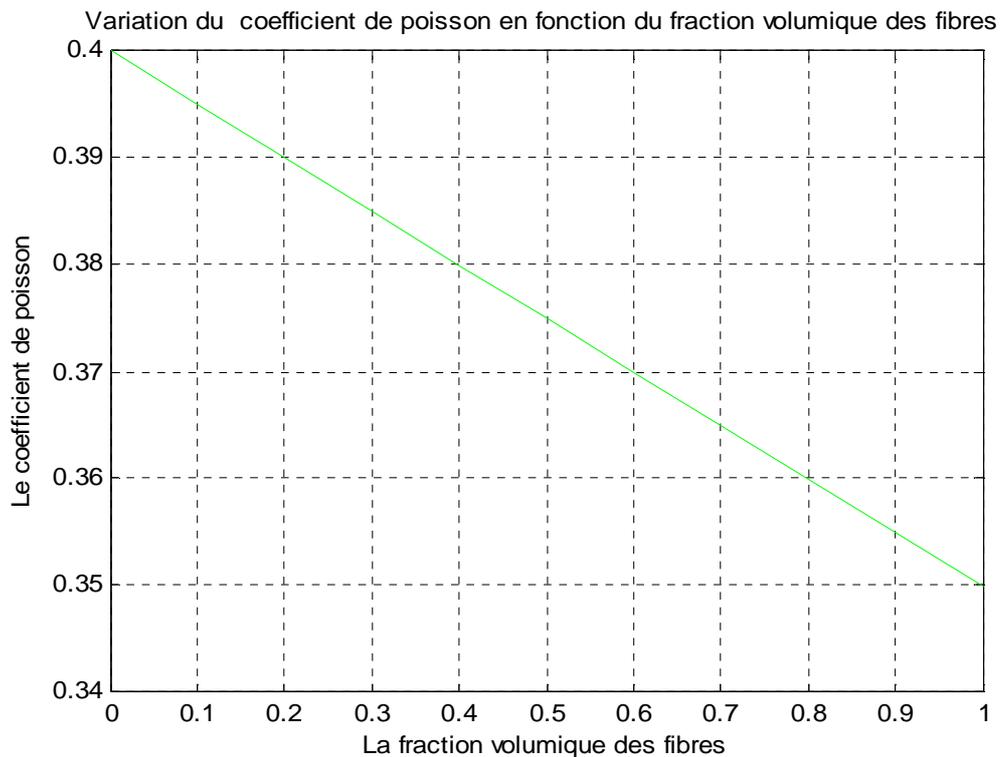
**Figure V-1 : Variation du Module de Young longitudinal en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (Carbone/Epoxy).**



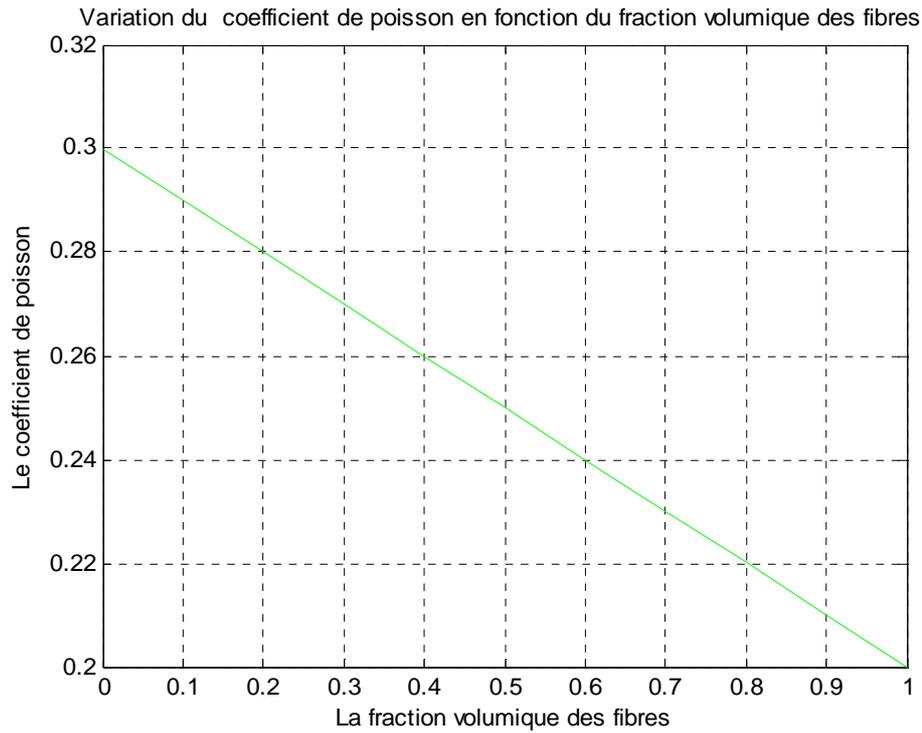
**Figure V-2 : Variation du Module de Young longitudinal en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (Verre /Epoxy).**

Les figures ci-dessus (V-1) et (V-2) représentent l'évolution du module de Young longitudinal en fonction de la fraction volumique des fibres (rapport du volume des fibres sur le volume du matériau composite) de 0% à 100%, pour les deux matériaux étudiés : carbone/époxy et verre/époxy.

On remarque qu'il y a une proportionnalité entre le module de Young longitudinal et la fraction volumique des fibres pour les deux matériaux. La seule différence entre ces deux graphes est la valeur maximale du module de Young longitudinal.



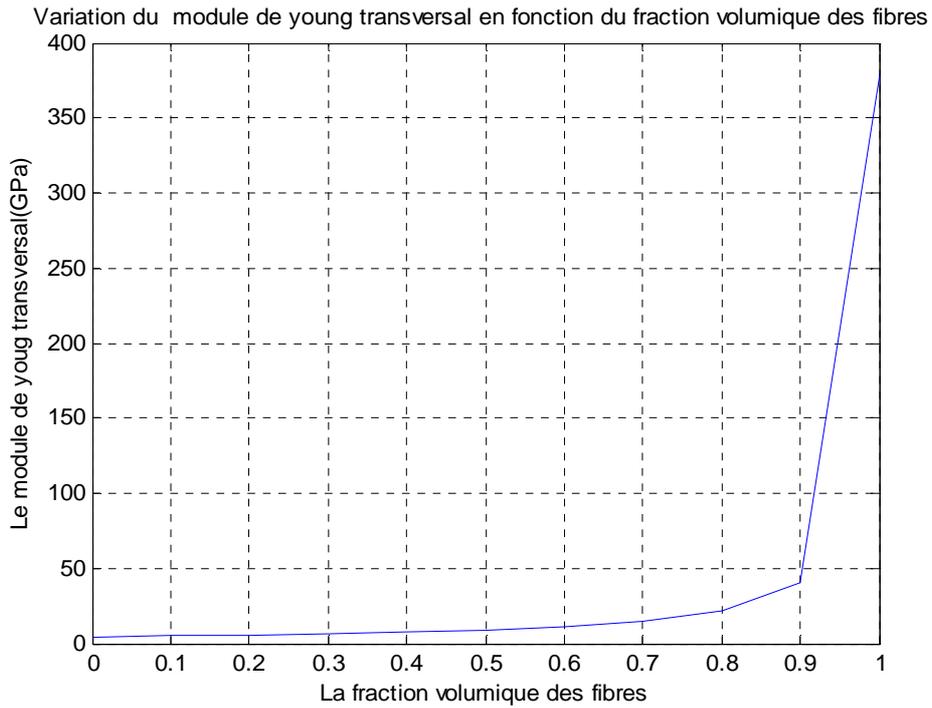
**Figure V-3 : Variation du coefficient de Poisson en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (carbone/époxy).**



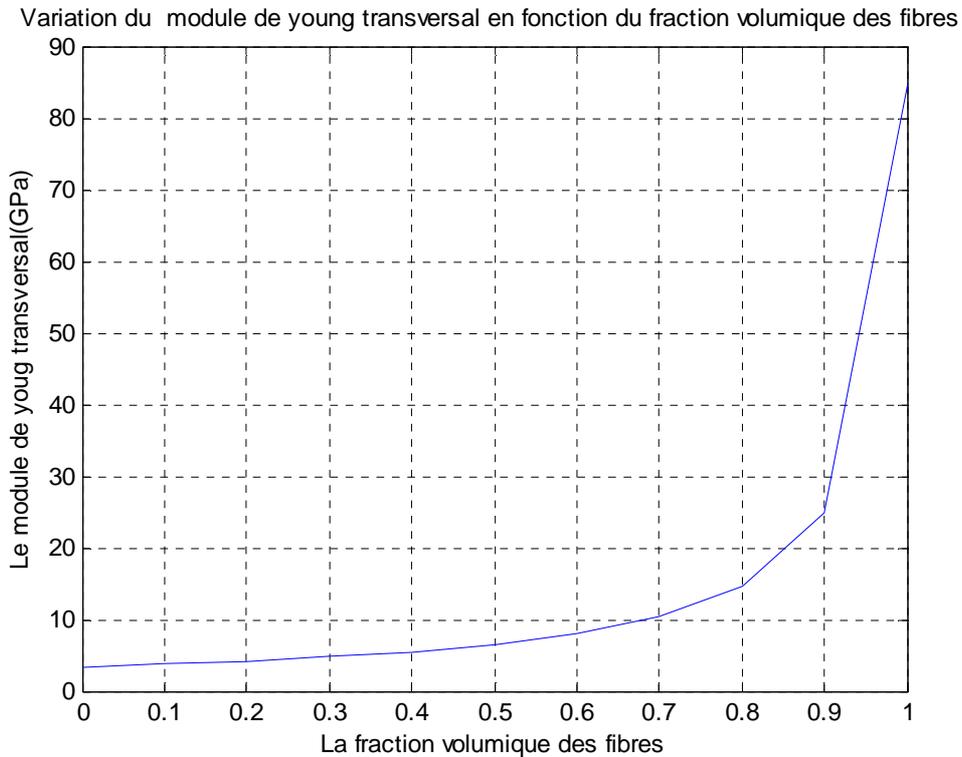
**Figure V-4 : Variation du coefficient de Poisson en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (Verre/Epoxy)**

Les deux figures (V-3) et (V-4) représentent l'évolution du coefficient de Poisson en fonction de la variation de la fraction volumique pour différents matériaux composites (carbone/époxy et verre/époxy).

On peut distinguer que le coefficient de Poisson varie linéairement et régressivement avec la fraction volumique des fibres pour les deux matériaux. Il existe une différence entre les valeurs maximale et minimale du coefficient de Poisson pour chaque matériau.



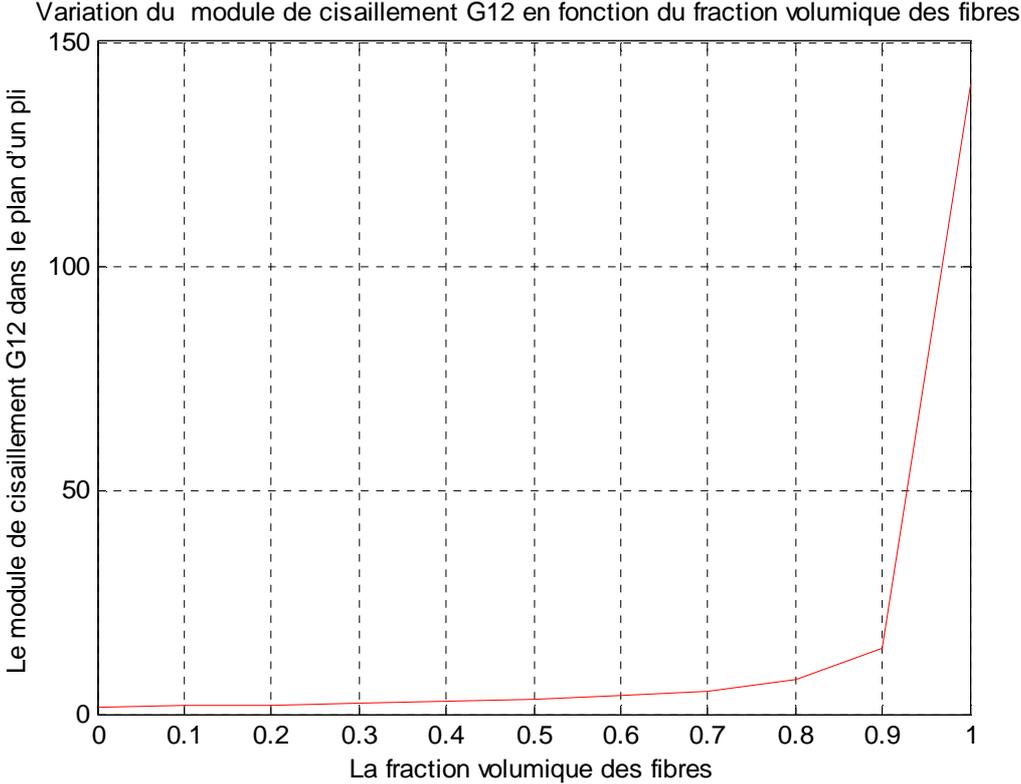
**Figure V-5 : Variation du Module de Young transversal en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (Carbone/Epoxy).**



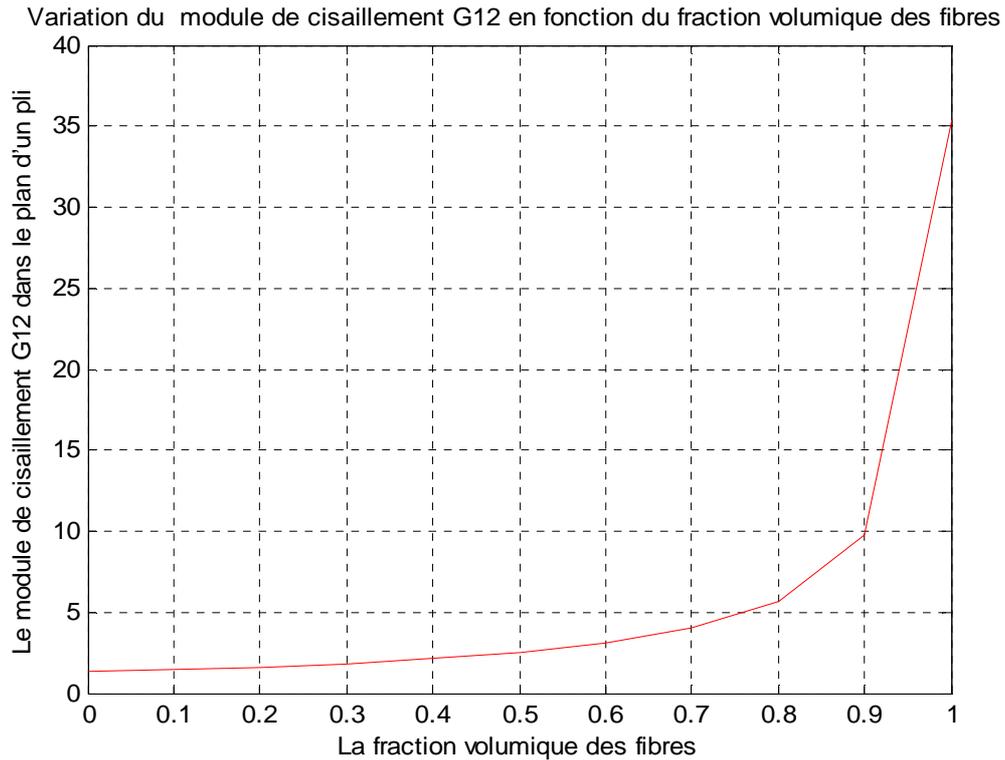
**Figure V-6 : Variation du Module de Young transversal en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (Verre/Epoxy).**

Les figures (V-5) et (V-6) illustrent l'évolution du module de Young transversal par

rapport à la fraction volumique des fibres (carbone, verre). On remarque que pour un matériau non renforcé ( $V_f=0$ ), le module de Young transversal deviendra celui de la matrice époxyde ; mais quand sa valeur s'approche de 1, il croît rapidement jusqu'à ce qu'il atteigne le module longitudinal des fibres.



**Figure V-7 : Variation du Module de cisaillement en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (Carbone/Epoxy).**

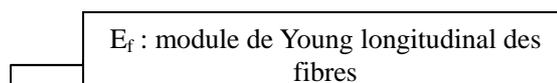
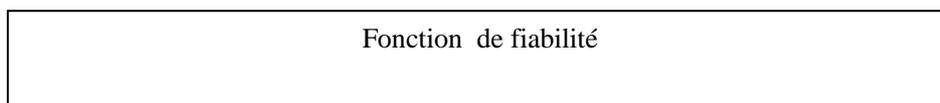


**Figure V-8 : Variation du Module de cisaillement en fonction de la fraction volumique  $V_f$  (Verre/Epoxy).**

De même, les figures (V-7) et (V-8) représentent l'évolution du module de cisaillement  $G_{12}$  par rapport à la fraction volumique des fibres. Lorsqu'on dépasse la limite inférieure de  $V_f = 0.9$  qui représente  $G_m$  module de cisaillement de la matrice, la courbe croît rapidement pour atteindre la valeur 1 et égalera le module de cisaillement de la fibre ( $G_f$ ).

### **V-3 Application et présentation des résultats**

**Organigramme de fiabilité par la méthode de Monté Carlo d'une plaque en matériau composite :**



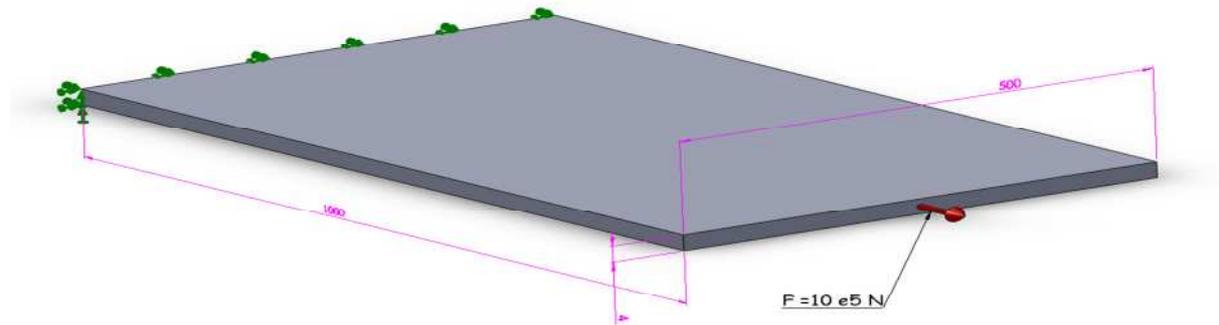
**Caractéristiques de la plaque :**

Considérons une plaque mince en composite encastrée d'un côté et sollicitée par une force de traction dans l'autre côté.

La surface de cette plaque  $S=2000 \text{ mm}^2 +10 \%$

La force de traction  $F=100000 \text{ N} +1\%$

La fraction volumique des fibres :  $0.4+100 \%$



La première plaque (Verre/Epoxy) [23] :

$$E_f = 85 \text{ GPa}$$

$$E_m = 3.4 \text{ GPa}$$

$$\nu_m = 0.3$$

$$\nu_f = 0.2$$

La deuxième plaque (Carbone/Epoxy) [23] :

$$E_f = 380 \text{ GPa}$$

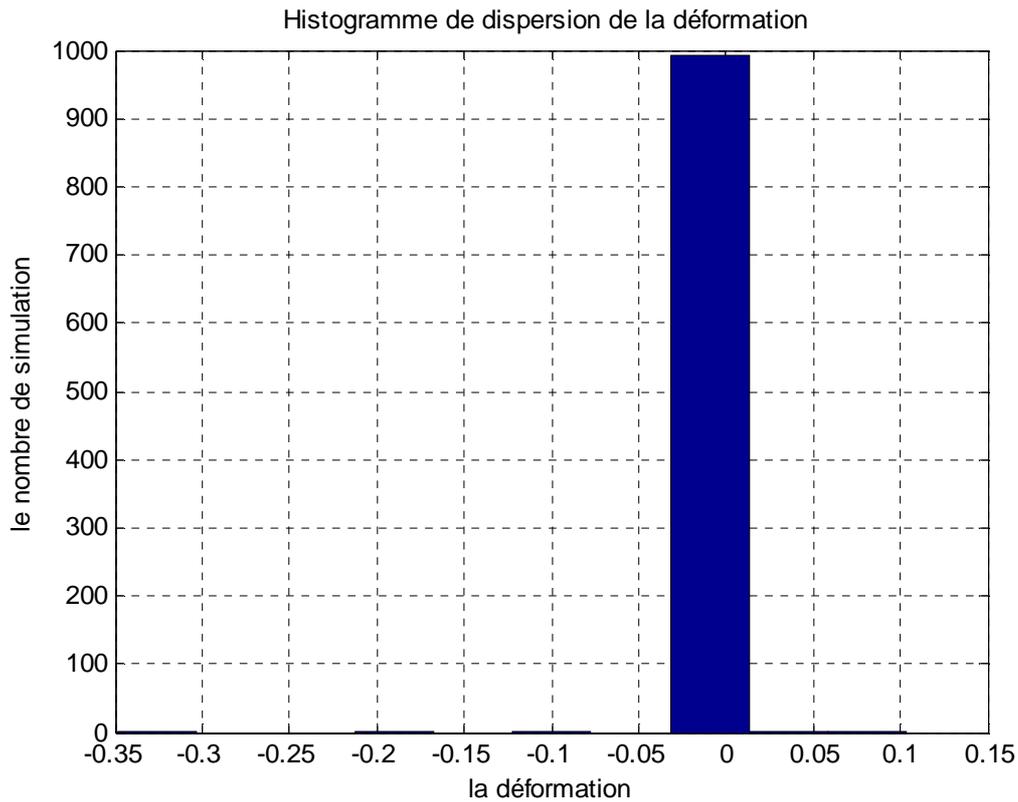
$$E_m = 4.5 \text{ GPa}$$

$$\nu_m = 0.4$$

$$\nu_f = 0.35$$

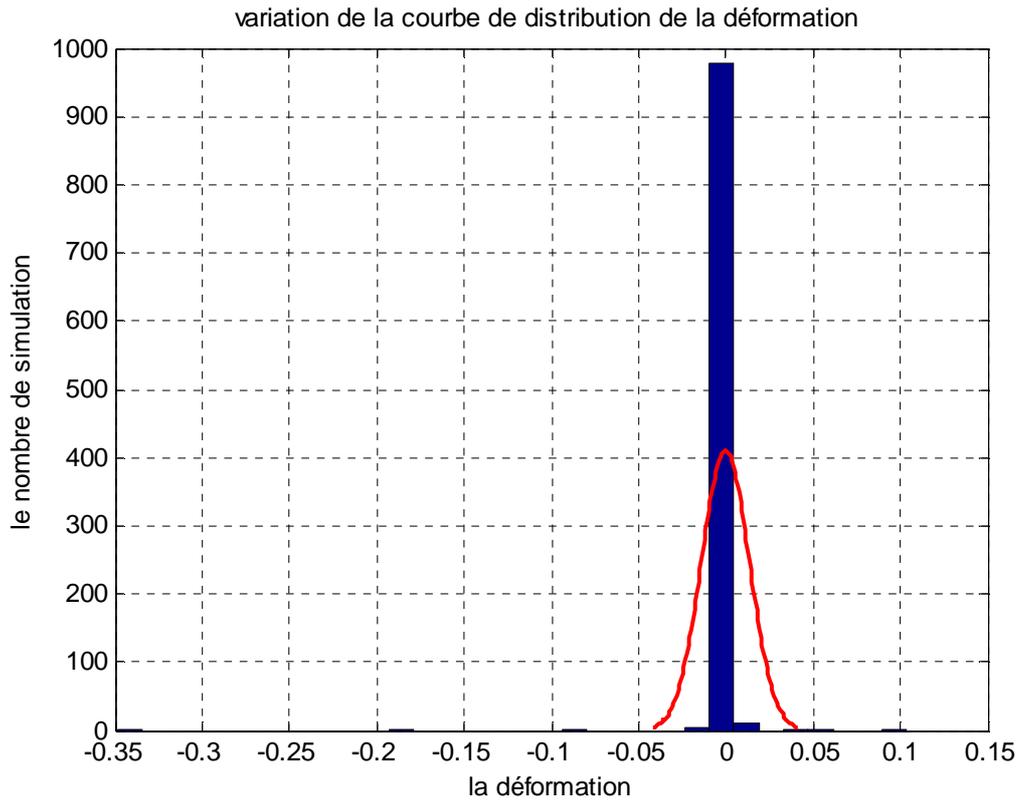
### **V-3-1 Cas de la variation de tous les paramètres**

Pour une étude fiabiliste de la défaillance de deux plaques en matériaux composites, on a opté pour la méthode de Monté Carlo.



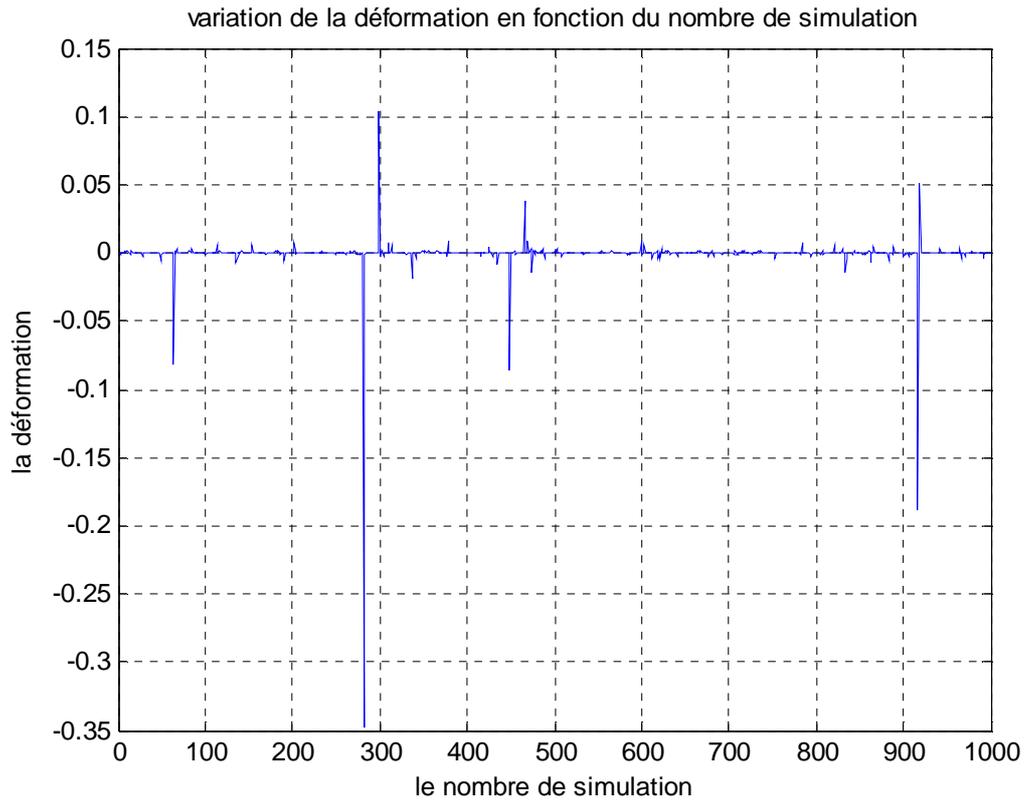
**Figure V-9 : Histogramme de dispersion de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**

La figure ci-dessus représente l'histogramme de dispersion des déformations d'une plaque en matériau composite Carbone/Epoxy (Annexe B) soumise à un chargement mécanique de traction et suivant la loi normale par la méthode de Monté Carlo. D'après cette figure, on remarque que le domaine de sureté varie entre -0.045 et 0.06, au-delà de cette partie, on rentre dans le domaine de défaillance.



**Figure V-10 : La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**

La figure (V-10) permet de visualiser la variation de la courbe de déformation autour de sa moyenne, d'une plaque en matériaux composite (carbone/Epoxy) soumise à un chargement mécanique ; cette courbe est une représentation graphique de l'histogramme précédent sous forme d'une loi normale.

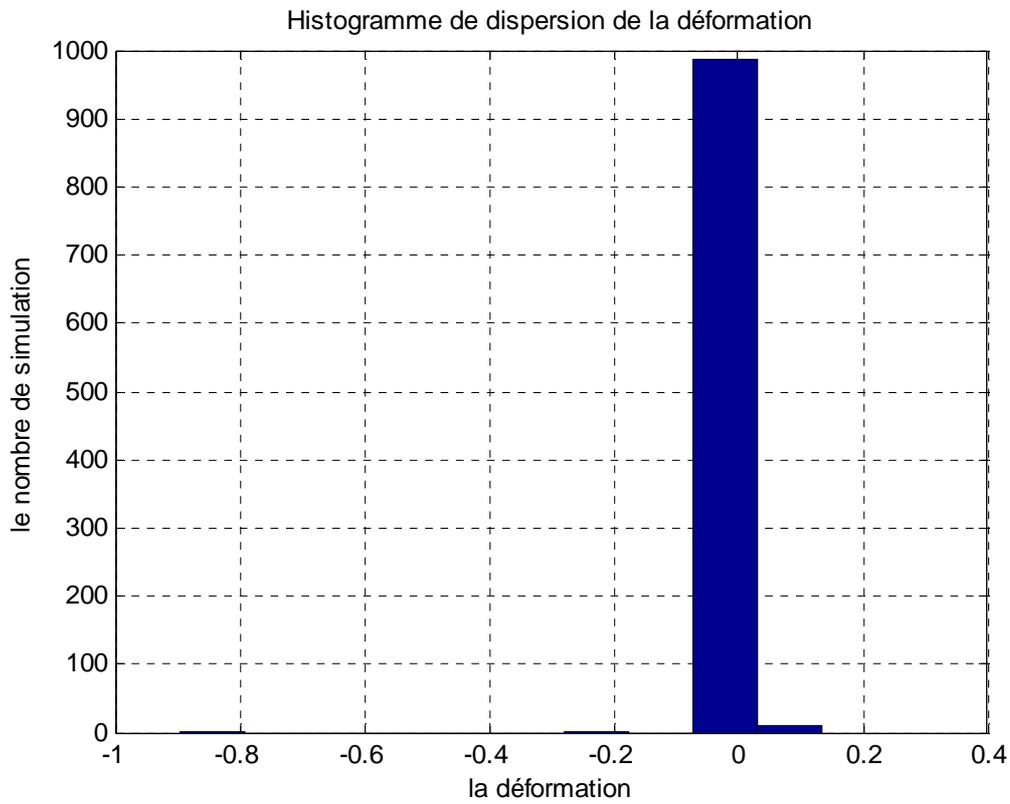


**Figure V-11 : Variation de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**

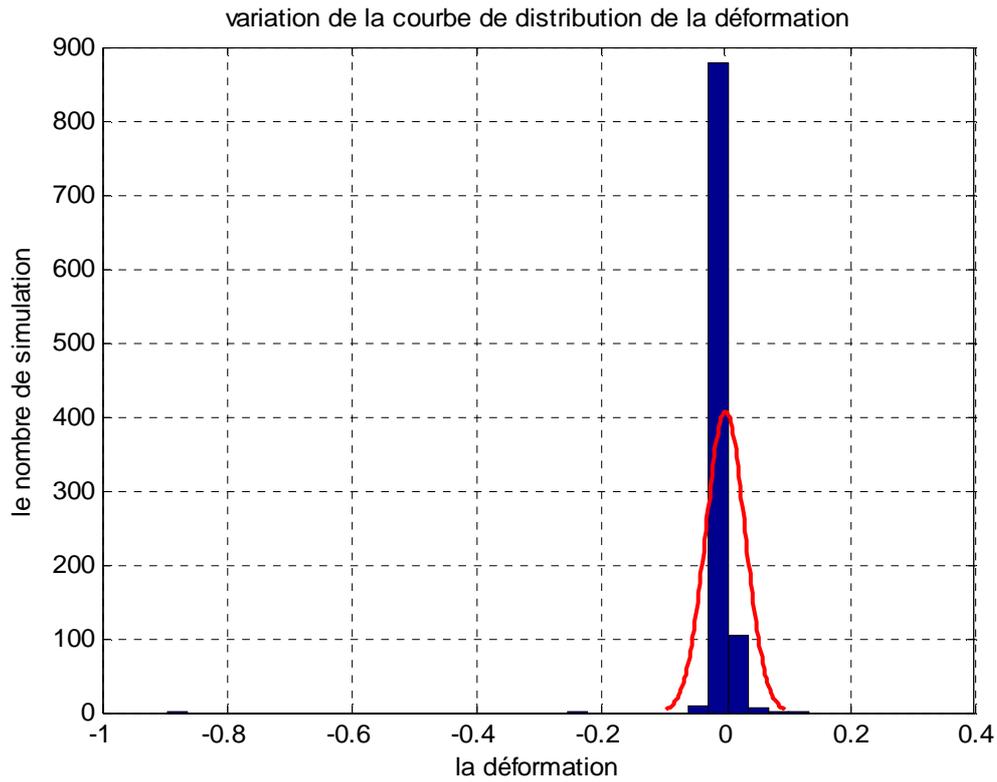
La figure (V-11) illustre la variation des déformations de la plaque citée précédemment en fonction du nombre de simulations de Monté Carlo. Cette déformation varie entre -0.25 et 0.1

Les figures ci-dessous représentent respectivement l'historique de déformation, la courbe de distribution de déformation et la variation des déformations en fonction du nombre d'expériences en variant la rigidité (la fraction volumique des fibres c.-à-d., le module de Young longitudinal) et la force de sollicitation (traction) pour une plaque plane en Verre/Epoxy. Cette fois-ci, on remarque que le domaine de défaillance est assez important par

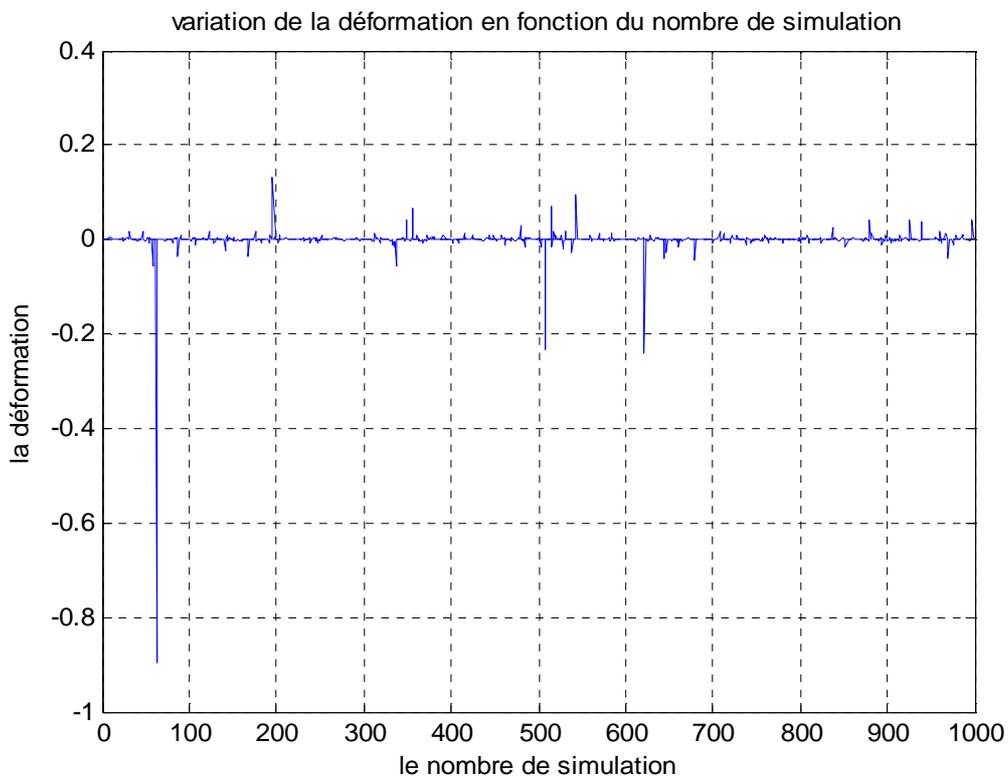
rapport à la deuxième plaque en Carbone/Epoxy, et les valeurs maximale et minimale de la variation de la déformation peuvent atteindre 0.55.



**Figure V-12 : Histogramme de dispersion de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**

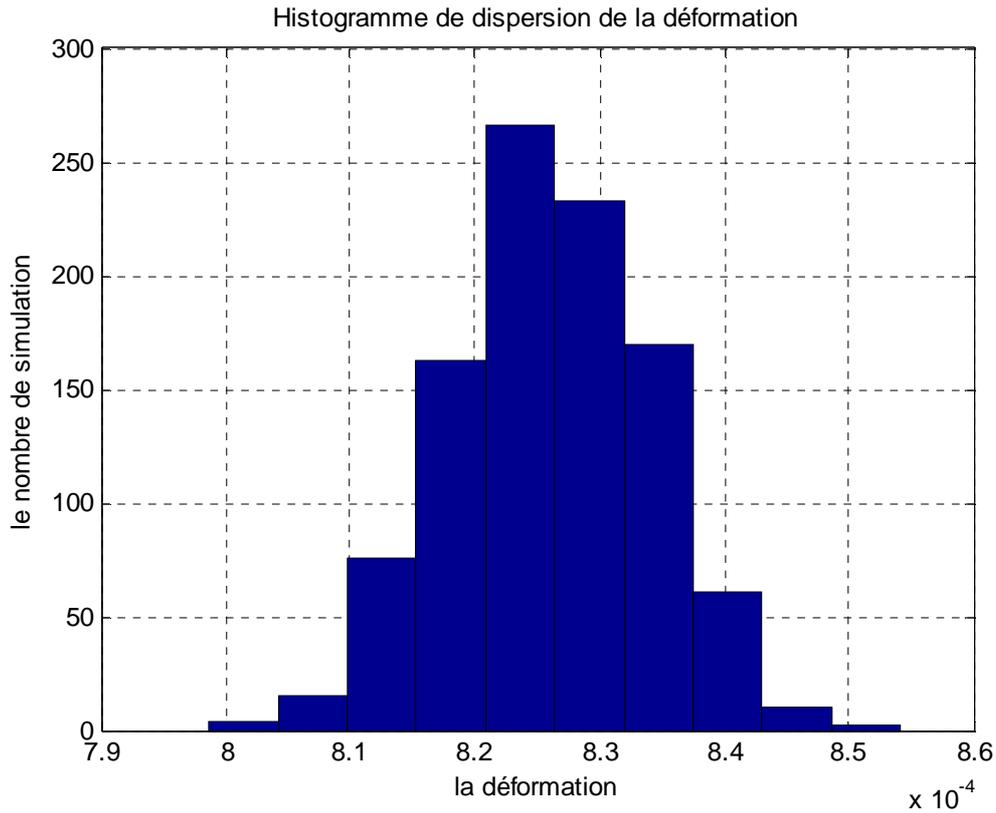


**Figure V-13 : La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**



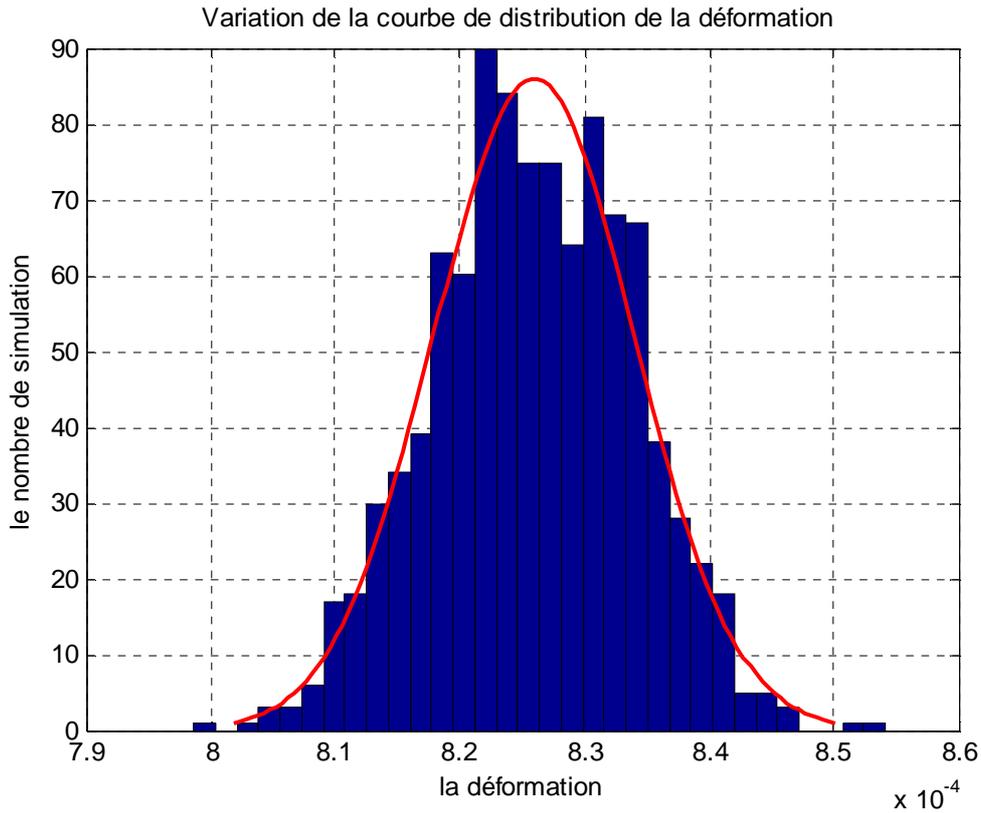
**Figure V-14 : Variation de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**

**V-3-2 Cas de l'influence de la force**



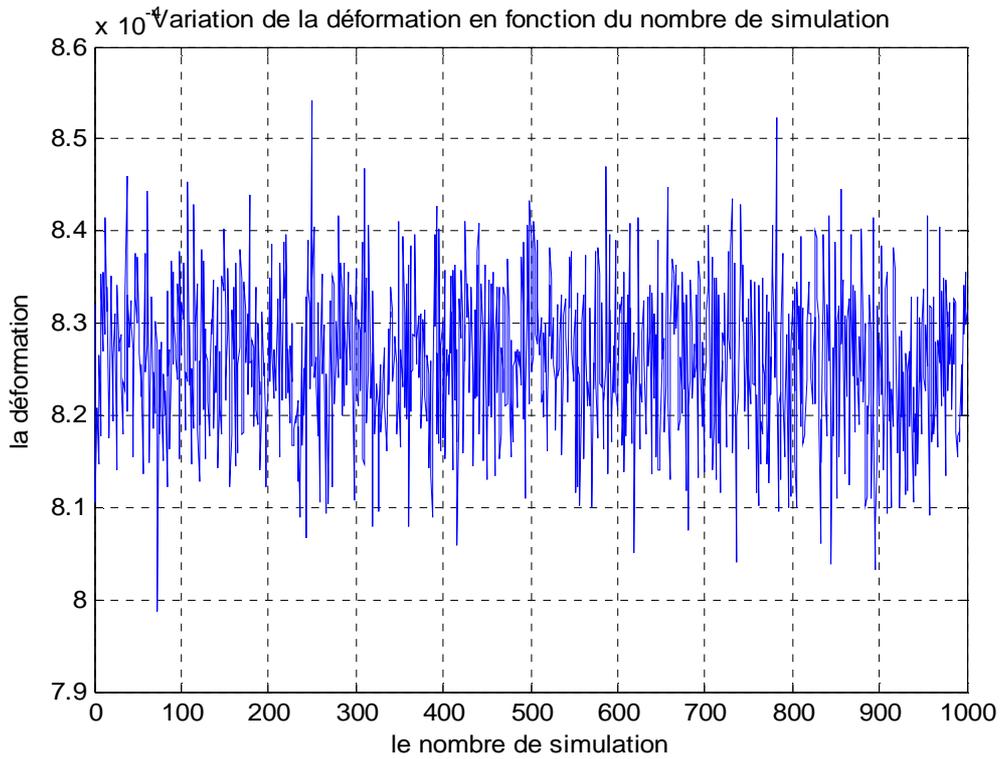
**Figure V-15 : Histogramme de distribution de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**

La figure V-15 représente l'histogramme de distribution des déformations d'une plaque en Verre/Epoxy. Pour cette étude, on va garder l'aire et le module de Young longitudinal fixes et on va faire varier la force de sollicitation. D'après cette figure, on remarque que le domaine de sureté est différent par rapport à la simulation précédente dont on a varié la force et le module de Young.

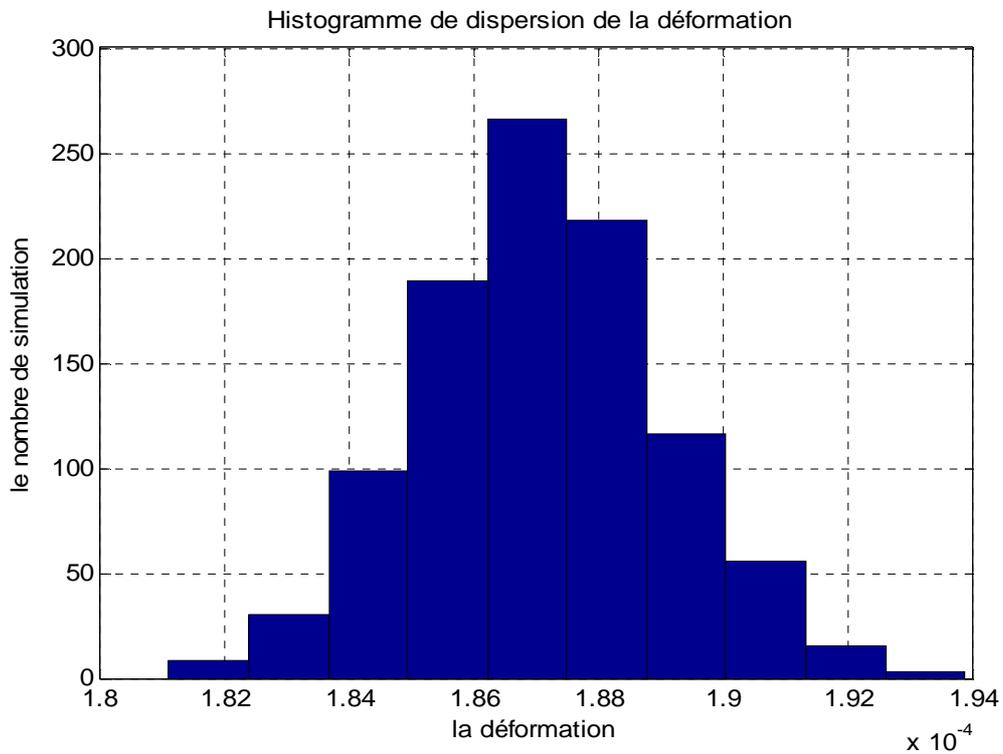


**Figure V-16. La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**

La figure (V-16) est obtenue par le logiciel MatLab en utilisant l'instruction **histfit** qui transforme l'histogramme de dispersion en une courbe de distribution. D'après cette figure, on distingue que la courbe de déformation prend la forme de distribution de la loi normale et on peut aussi estimer le domaine de sureté qui est compris entre  $8.15 \cdot 10^{-4}$  et  $8.35 \cdot 10^{-4}$ .



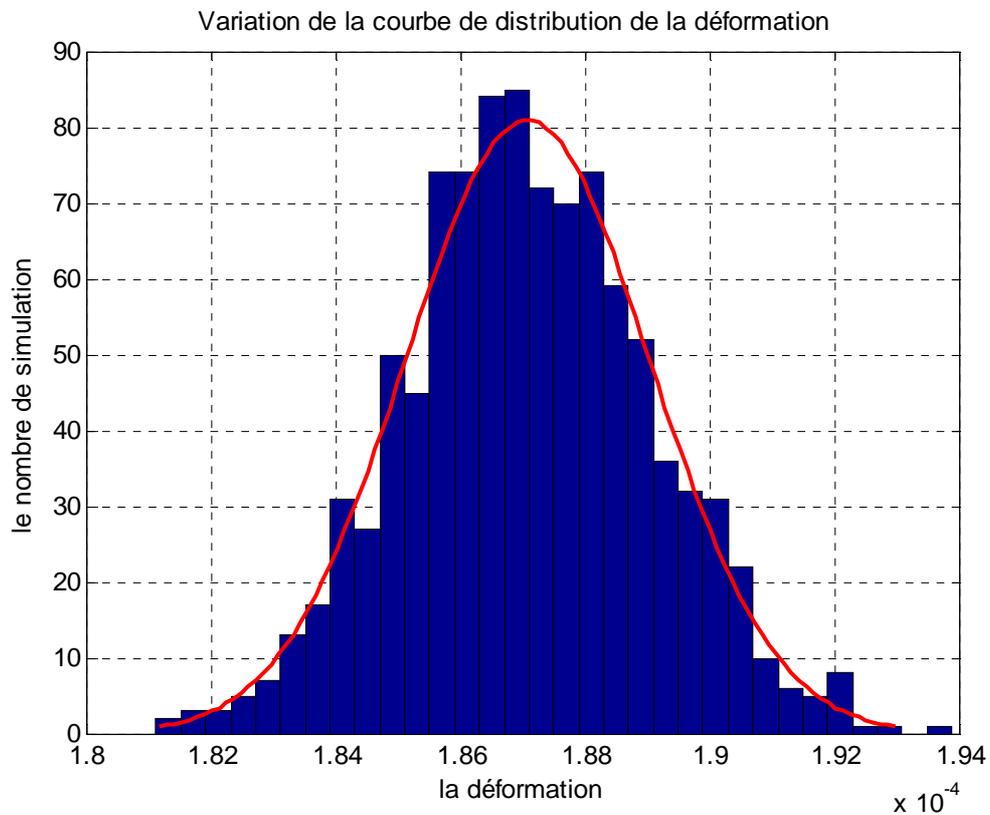
**Figure V-17. : Variation de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**



**Figure V-18 : Histogramme de dispersion de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**

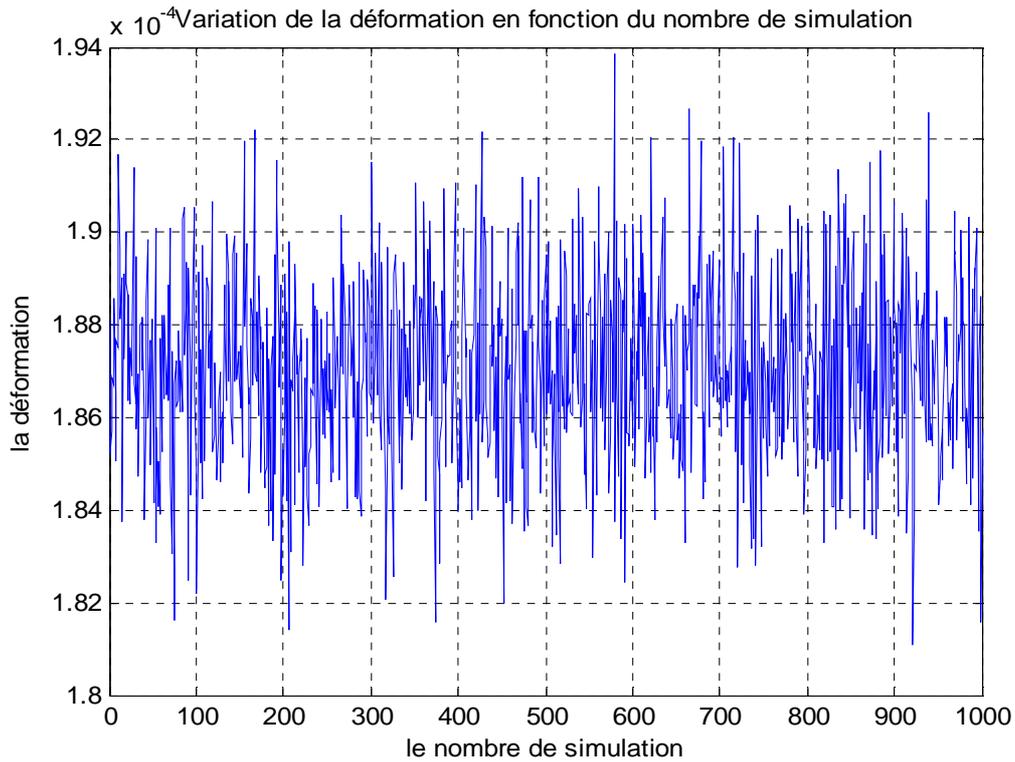
La figure V-18 représente l'histogramme de dispersion des déformations d'une plaque en Carbone/Epoxy. D'après cette figure, on remarque que le domaine de sureté est moins

important par rapport à l'autre plaque cela est dû à la rigidité de la structure et le type du renfort.



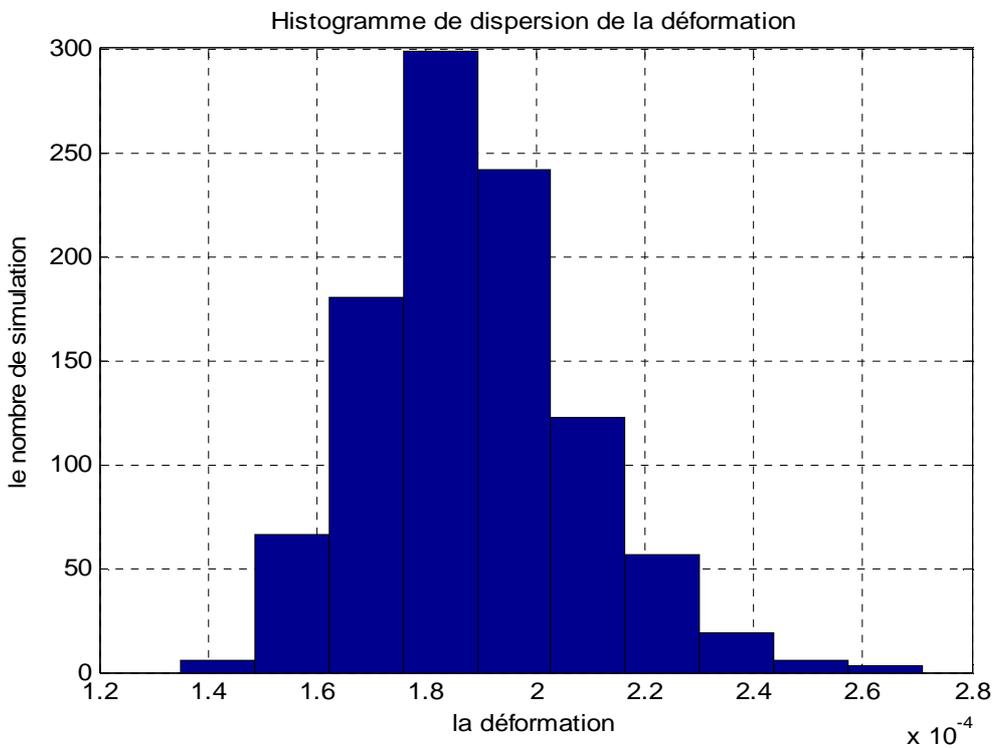
**Figure V-19. La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**

La figure V-19 illustre la distribution des déformations de la plaque dans l'intervalle des simulations prises par la méthode de Monte Carlo en variant la force de traction. L'écart-type choisi dans notre étude est utilisé par la loi normale. On peut constater aussi d'après cette figure que la somme des probabilités est égale à 1.



**Figure V-20 : Variation de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**

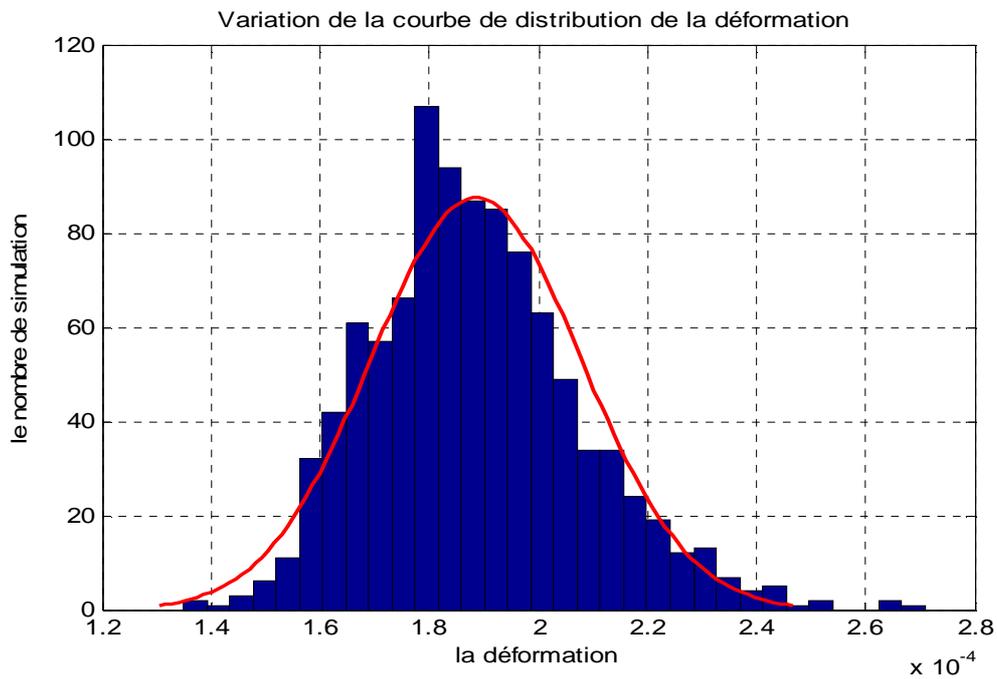
**V-3-3 Cas de l'influence de la structure :**



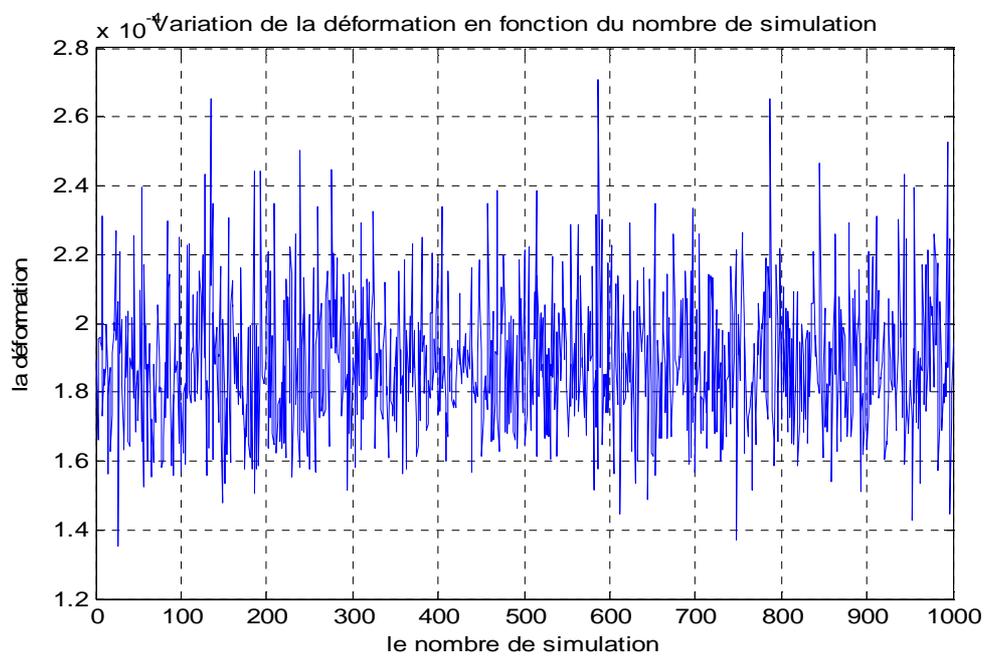
**Figure V-21 : Histogramme de dispersion de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**

D'après l'exemple étudié, on remarque que le domaine de sureté s'allonge lorsqu'on

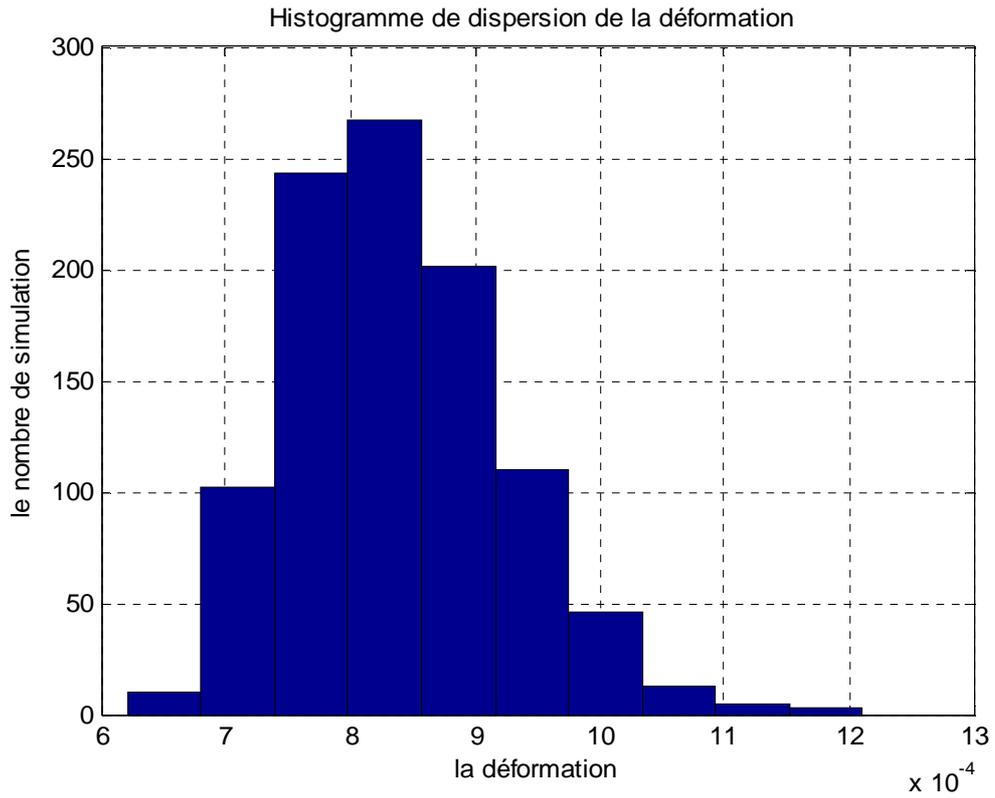
varie les paramètres des contraintes, la force et l'aire. Ce domaine se rétrécit lorsque la rigidité est considérée comme variable aléatoire.



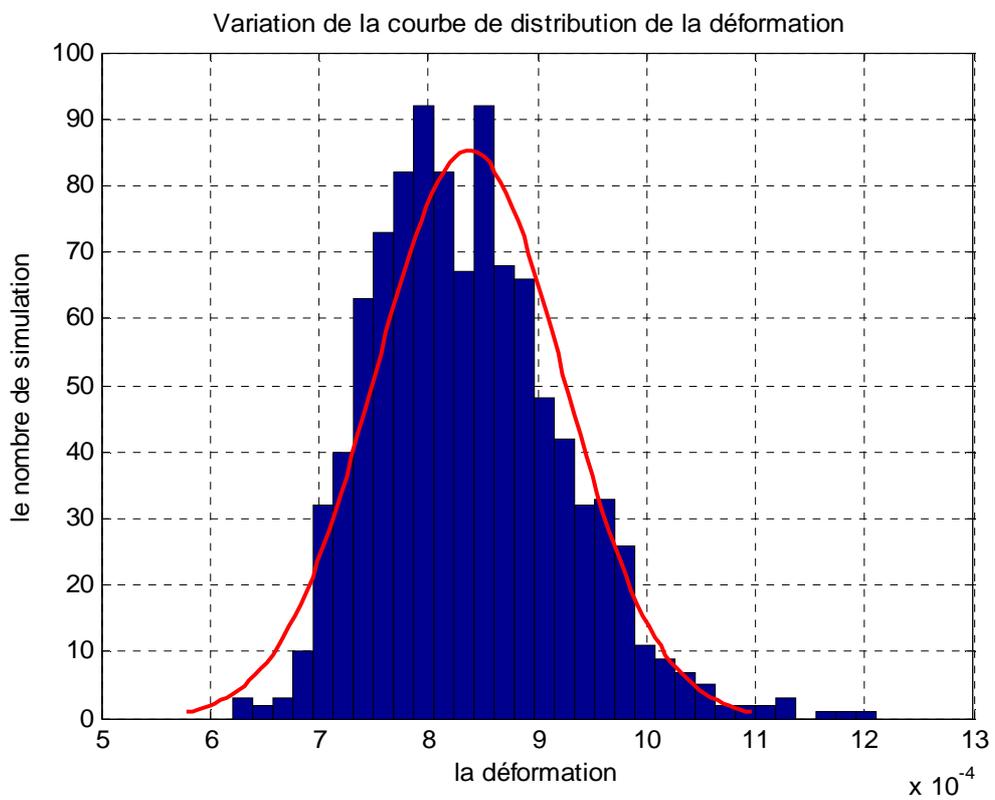
**Figure V-22. La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**



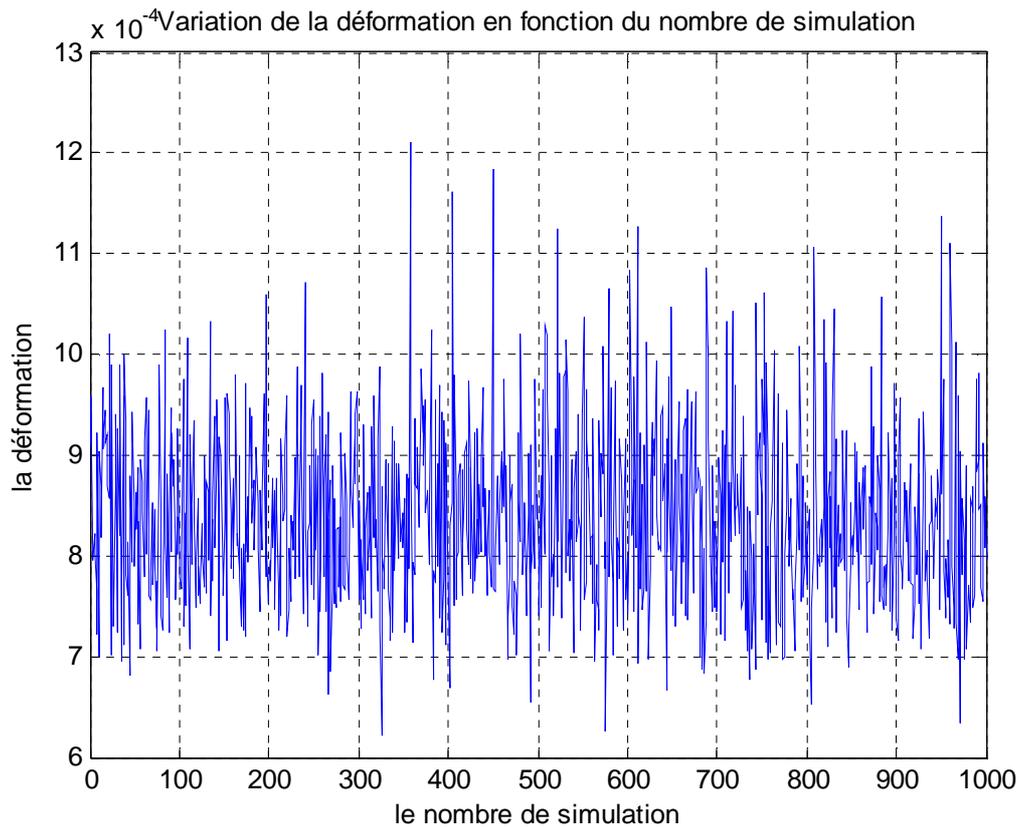
**Figure V-23 : Variation de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**



**Figure V-24 : Histogramme de dispersion de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**



**Figure V-25. La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**



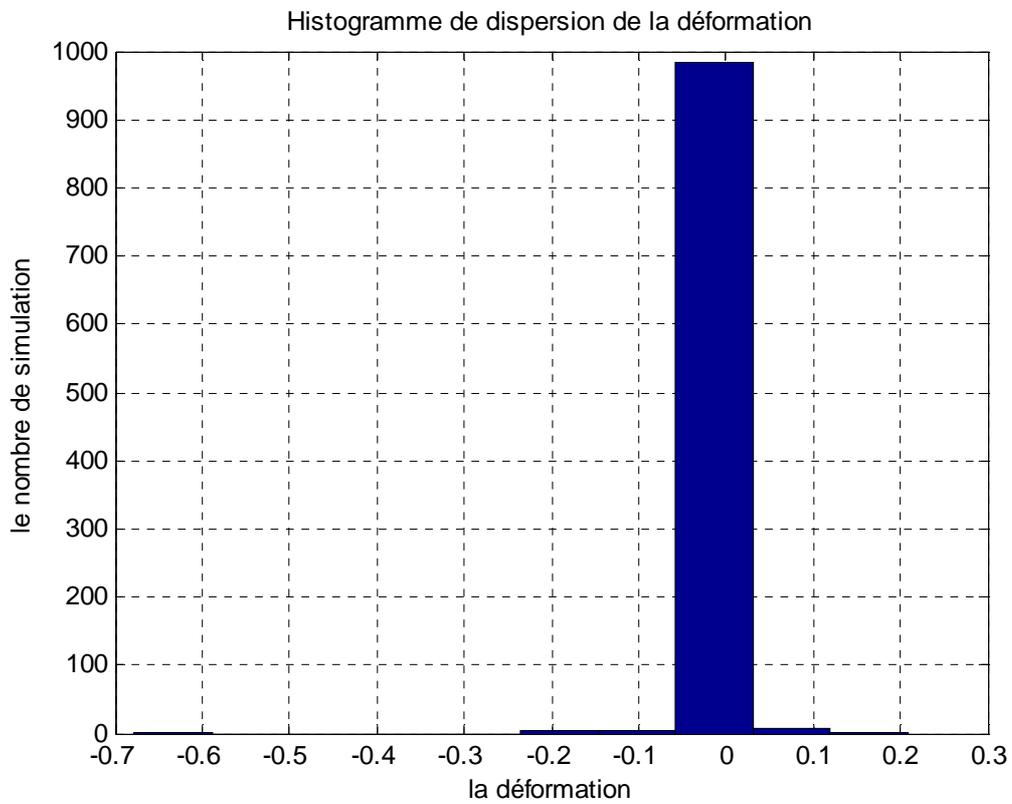
**Figure V-26 : Variation de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**

### **V-3-2 Cas de l'influence de la rigidité :**

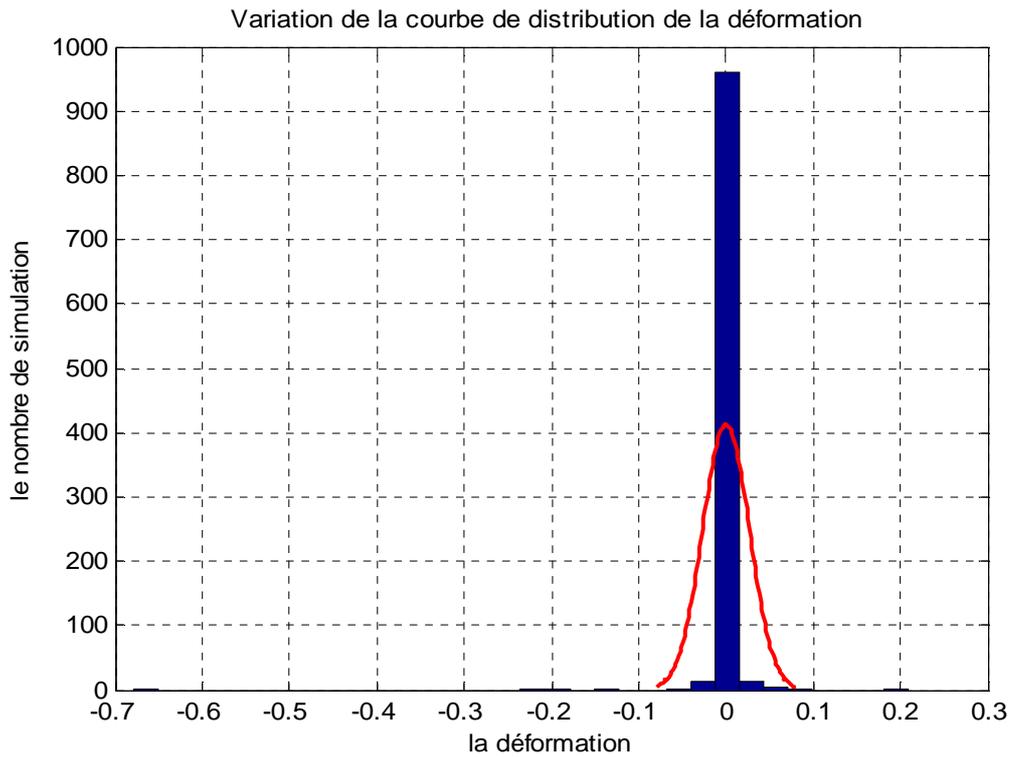
Pour étudier le cas de la rigidité, on a utilisé la fraction volumique  $V_f$  comme variable aléatoire pour voir son influence sur le module de Young longitudinal  $E_1$ . Ensuite on a gardé l'aire de la plaque et la force de traction comme paramètres fixes tout en variant le module de Young longitudinal  $E_1$  et cela pour les deux plaques.

Pour les figures ci-dessous, nous pouvons dire qu'il y a une différence pour les deux plaques étudiés dont la valeur du domaine de sureté et de défaillance. Cette différence est due

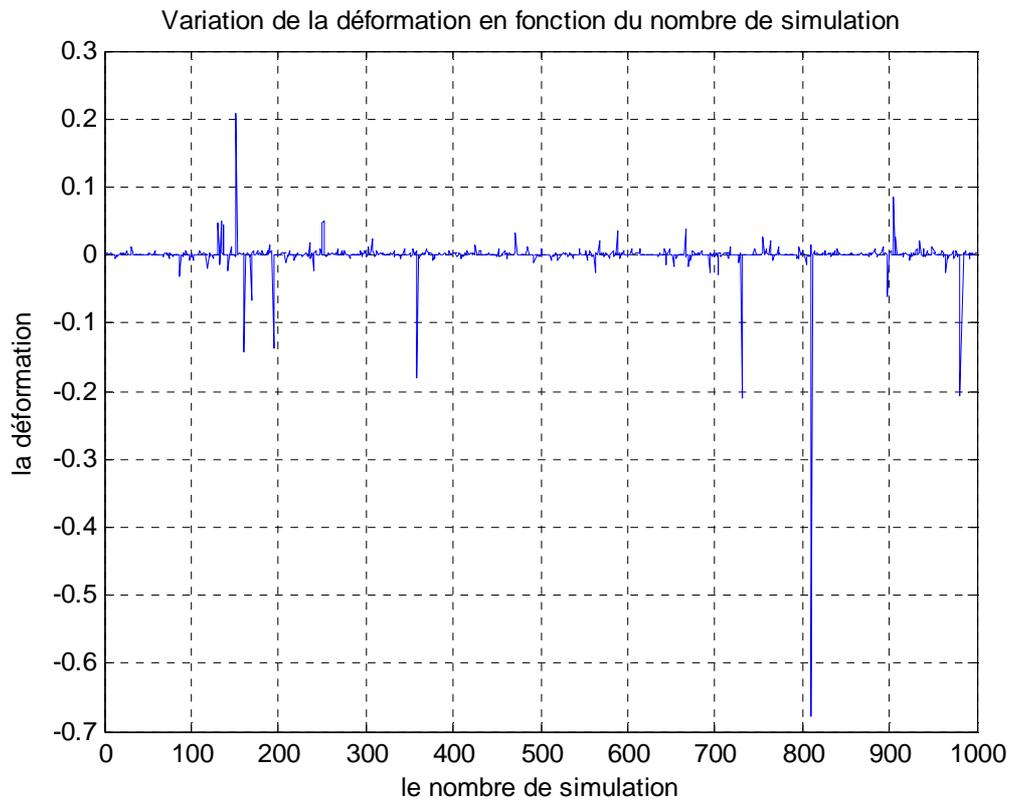
essentiellement aux différents types de renfort. On peut remarquer aussi qu'il y a un rétrécissement du domaine de sureté par rapport aux figures précédentes.



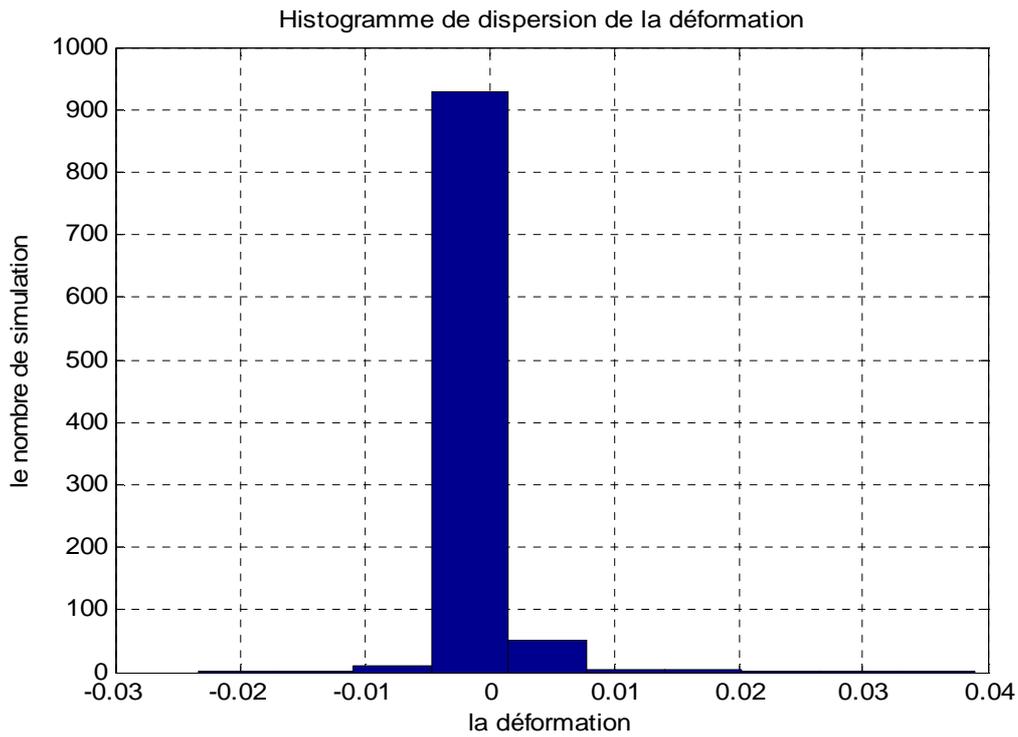
**Figure V-27 : Histogramme de dispersion de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**



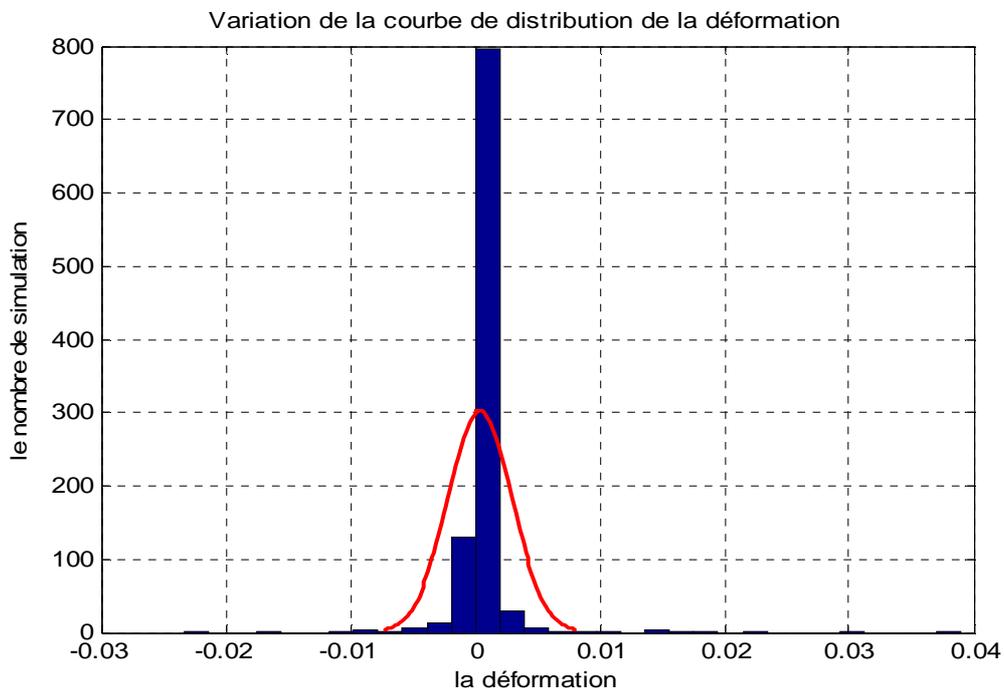
**Figure V-28. La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**



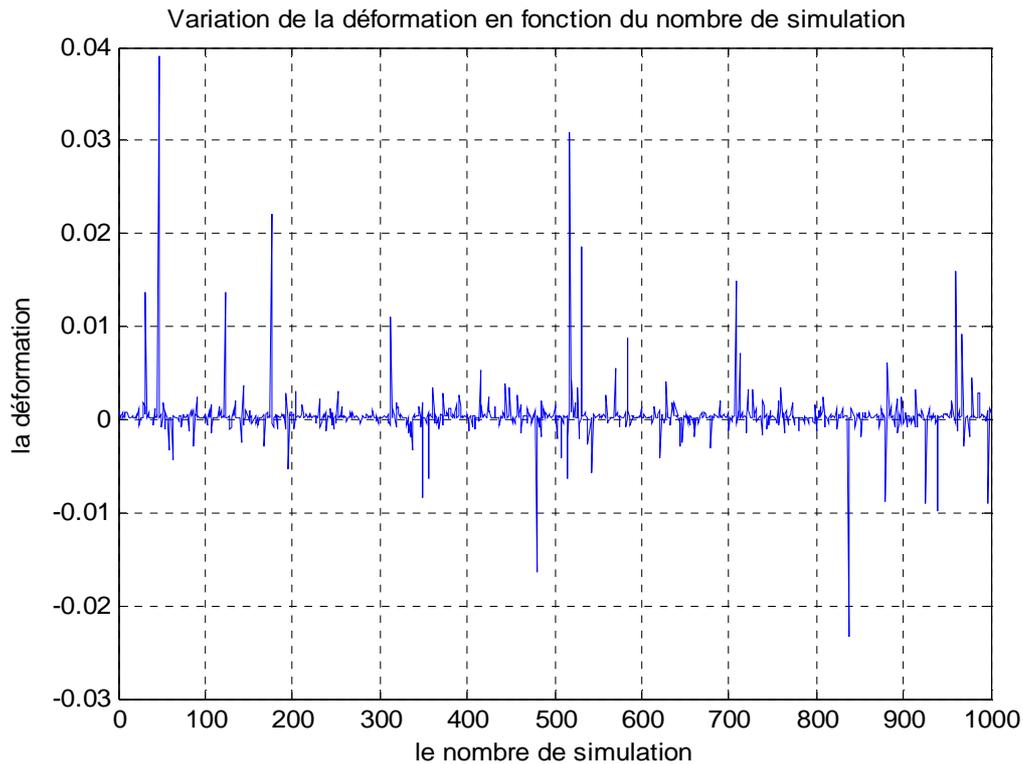
**Figure V-29 : Variation de la déformation d'une plaque en Verre/Epoxy**



**Figure V-30 : Histogramme de dispersion de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**



**Figure V-31. La courbe de distribution de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**



**Figure V-32 : Variation de la déformation d'une plaque en Carbone/Epoxy**

**Conclusion :**

La méthode de Monté Carlo utilisé constitue un outil performant pour tenir compte des aléas à partir du dimensionnement des plaques composites et de leur chargement. Cette méthode prend en compte les incertitudes intervenant en entrées d'une analyse mécano-fiabiliste. En particulier, elle permet de considérer les écarts qui peuvent intervenir entre des modèles mécaniques et du comportement des plaques composites.

Après avoir présenté notre modèle en Matlab, nous avons étudié l'influence des quelques paramètres sur deux plaques en matériaux composites et la variation des déformations et des contraintes par la méthode de Monté Carlo.

En effet, cette méthode nous a permis d'analyser quelques paramètres qui influent sur les variations des déformations de deux plaques différentes en et d'évaluer leur fiabilité.

Concernant ces résultats, il a été démontré que la prise en compte des incertitudes rencontrées dans les structures composites pouvait inciter à acquérir des données supplémentaires et permettrait de sélectionner les grandeurs prioritaires.

# Conclusion générale

## *Conclusion Générale*

Il existe aujourd'hui de nombreuses applications pour les matériaux composites répondant aux exigences économiques de l'industrie. Cependant, les exigences sécuritaires de ce marché sont aussi à prendre en compte. Ainsi, les pièces structurales sont soumises à de nombreux types de sollicitations, statiques et dynamiques, et il est donc important et nécessaire de prévoir leur réaction face à cet ensemble de cas de charge.

Cette étude avait un double objectif. En premier lieu, nous souhaitons déterminer l'effet hygrothermique sur le comportement du matériau composite. Dans cette partie, on a calculé les contraintes et déformations non mécaniques dans un pli en composite (carbone/époxy). Ce calcul de contraintes et déformations est fait pour deux distributions :

Le premier pour des concentrations d'humidité constantes et des températures variées.

Le deuxième pour des températures constantes et des concentrations d'humidité variées.

Les deux parties du calcul hygrothermique sont liées par le modèle mathématique de Tsai.

Une deuxième partie de ce travail a permis une introduction aux méthodes fiabilistes nécessaires pour la compréhension de la démarche retenue. Nous avons pu choisir la méthode de Monté Carlo qui est apte à pouvoir répondre à l'étude des systèmes pour l'évaluation du comportement des composites. L'étude fiabiliste ayant besoin d'un modèle mécanique et d'une caractérisation de l'incertitude des données d'entrée et la suite du mémoire a été construite afin de répondre à ces exigences.

Après la mise en place de ces pré-requis ; nous avons proposé le couplage des méthodes fiabilistes aux matériaux composites.

La fiabilité de la plaque étudiée représente l'outil adéquat qui permet de quantifier les systèmes et les effets de ces incertitudes. Elle nous permet aussi de faire une analyse probabiliste et de déterminer les sensibilités de cette probabilité à chaque variable aléatoire pour l'évolution de la déformation et de la contrainte de la plaque en composite.

Les résultats obtenus sont satisfaisants et encourage la poursuite de la méthode développée pour prédire le comportement thermique de divers matériaux composites et soumises à un chargement mécanique de traction et suivant la loi normale par la méthode de Monté Carlo et quelques variations de déformations en fonction du nombre de simulations. On a pu constater que le domaine de sureté dépend du type de plaques et des contraintes ainsi que de la rigidité et le type de renfort de la structure.

Les avantages de la méthode mécano-fiabiliste traitée dans ce travail sont nombreux. Elle permet une analyse fine du système mécanique considéré par création d'un modèle de type analytique ou numérique (mécanique, thermique,...etc.), prise en compte des variabilités au niveau des paramètres élémentaires (aléa de chargement, variabilité des caractéristiques matériaux, imprécision des dimensions géométriques, ...).

L'intérêt était de savoir si le domaine d'application des méthodes fiabilistes pouvait s'élargir aux problèmes de fiabilité aussi de savoir dans quelle mesure les méthodes fiabilistes apportent une avancée dans la compréhension des différents phénomènes mécanique des composites.

L'évaluation et l'optimisation de la fiabilité des structures mécaniques sont indispensables pour concevoir des systèmes de plus en plus performants. Il n'y pas de méthode unique ou normalisée pour calculer la fiabilité des systèmes mécaniques. Le choix de la méthode à appliquer se fait en fonction des objectifs fixés et des outils disponibles.

Notre souhait est que ce travail contribue à une prise en compte et à une maîtrise

accrues de l'aléatoire dans le domaine du comportement mécanique des composites. Cette maîtrise bénéficiera aux utilisateurs de ces matériaux par une amélioration de la fiabilité.

## ANNEXE A

### **Caractéristiques du pli :**

Nous considérons un pli en Carbone/Epoxy (T300/5208) d'épaisseur 0.125 mm dont l'orientation est  $\theta = 0^\circ$

Les caractéristiques du matériau choisi sont les suivantes [17] :

Module de Young longitudinal  $E_x=181$  GPa

Module de Young transversal  $E_y=10.3$  GPa

Module de cisaillement  $G=7.17$  GPa

Coefficient de poisson longitudinal  $\nu_x=0.28$

Coefficient de poisson transversal  $\nu_y=0.0159$

Epaisseur du pli  $h=0.125$  mm

Coefficient de dilatation thermique longitudinal  $\alpha_x=0.02 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

Coefficient de dilatation thermique transversal  $\alpha_y=22.5 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

Coefficient de dilatation hygrothermique longitudinal  $\beta_x=0$

Coefficient de dilatation hygrothermique transversal  $\beta_y=0.6$

Résistance longitudinale en traction  $X=1.5$  GPa

Résistance transversale en traction  $Y=0.04$  GPa

Résistance transversale en compression  $Y'=0.246$  GPa

Résistance longitudinale en compression  $X'=1.5$  GPa

Résistance en cisaillement  $S=0.068$  GPa

**Calcul des matrices de rigidité :**

$$Q_{xx} = \frac{E_x}{(1-\nu_x \cdot \nu_y)} = 181.811 \text{ GPa}$$

$$Q_{yy} = \frac{E_y}{(1-\nu_x \cdot \nu_y)} = 10.346 \text{ GPa}$$

$$Q_{xy} = \nu_x \cdot Q_{yy} = \nu_y \cdot Q_{xx} = 2.897 \text{ GPa}$$

$$Q_{ss} = G = 7.17 \text{ GPa}$$

Sachant que  $\theta = 0$  :

$$Q_{11} = Q_{xx} = 181.81 \text{ GPa}$$

$$Q_{22} = Q_{yy} = 10.35 \text{ GPa}$$

$$Q_{12} = Q_{xy} = 2.90 \text{ GPa}$$

$$Q_{66} = Q_{ss} = 7.17 \text{ GPa}$$

$$Q_{16} = Q_{26} = 0 \text{ GPa}$$

## **ANNEXE B**

Ces équations, dites LOI DES MELANGES, sont des analyses simplifiées de la distribution des contraintes dans un composite :

Le module de Young longitudinal :

$$E_1 = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m$$

Le module de Young transversal :

$$E_2 = \frac{E_f \cdot E_m}{V_f \cdot E_f + V_m \cdot E_m}$$

Coefficient de poisson :

$$\nu_{12} = \nu_f \cdot V_f + \nu_m \cdot V_m$$

Le module de cisaillement :

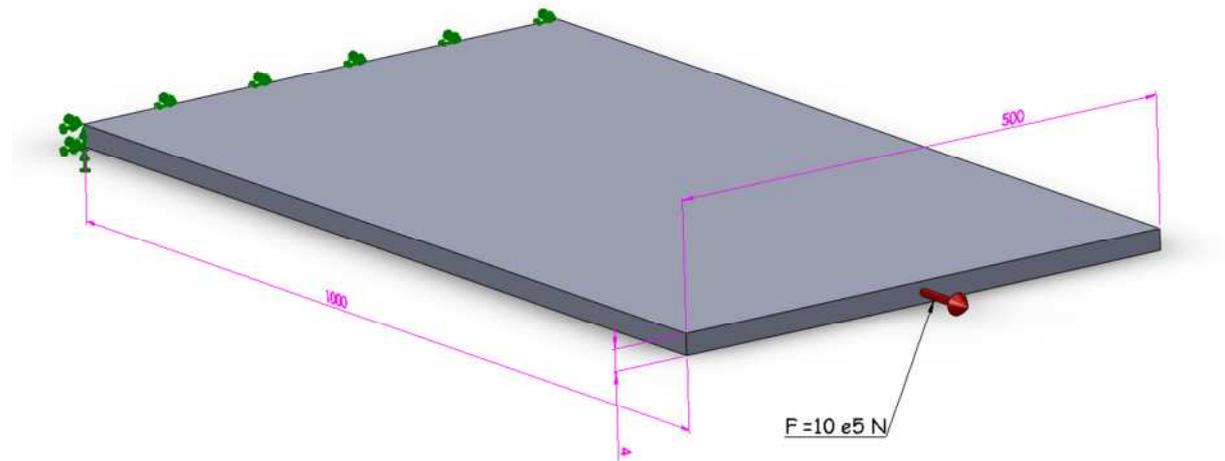
$$G_{12} = \frac{G_f \cdot G_m}{V_f \cdot G_m + V_m \cdot G_f}$$

### Caractéristiques de la plaque :

Considérons une plaque mince en composite encastrée d'un coté et sollicitée par une force de traction dans l'autre coté.

La surface de cette plaque  $S=2000 \text{ mm}^2$

La force de traction  $F=100000 \text{ N}$



La première plaque (Verre/Epoxy) [23] :

$E_f = 85 \text{ GPa}$

$E_m = 3.4 \text{ GPa}$

$\nu_m = 0.3$

$\nu_f = 0.2$

La deuxième plaque (Carbone/Epoxy) [23] :

$E_f=380$  GPa

$E_m=4.5$  GPa

$\nu_m= 0.4$

$\nu_f = 0.35$

### ***Références Bibliographiques***

[1] : [Nadia BAHLOULI] : « cours matériaux composites .DESS mécanique avancée et stratégie industrielle ».

[2] : [Bénédicte BONNET] : « Comportement au choc de matériaux composites pour applications automobiles ». Centre des Matériaux P.M. Fourt de l'Ecole des Mines de Paris. Avril 2005

[3] : [Berthelot J.-M. et Christensen]- Matériaux composites chapitre 4 Homogénéisation des matériaux composites poreux. Presses de l'Ecole National des Ponts et Chaussées Paris. 1992 p 87-128 2 fig. bibl (32 réf)

[4] : [Anh Tuan TRAN] : « étude du délaminage en mode II des composites unidirectionnels Soumis à des sollicitations rapides » Centre de Paris PIMM. Laboratoire et Ingénierie en Mécanique et Matériaux juin 2011.

[5] : [NODAL CONSULTANTS] : « l'industrie française des matériaux composites, étude stratégique » Mai 2002.

[6] : [BOUKAMEL A,Grédiac,M,Joncheray,P.et Vauterin,A] « L'enseignement de la mécanique des matériaux composites assisté par micro-ordinateur » 1993

[7] : [Frédérique COEUILLE] : « Revêtements polymères de canalisation de fluide, caractérisation et évolution de l'adhésion en milieu agressif ». Ecole des Mines de Paris collège doctoral .2002

[8] : [Laurent Cormier] : « effets du froid, de l'humidité et des cycles de gel et dégel sur les propriétés mécaniques des composites verre/époxy utilisés pour la fabrication de pales d'éoliennes » MONTRÉAL, LE 1 SEPTEMBRE 2009

[9] : [Julien MERCIER] : « prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans Le dimensionnement de structures en matériaux composites » Centre des Matériaux P.M. Fourt de l'Ecole des Mines de Paris, BP 87, 91003 EVRY Cedex, Novembre 2006

[10] : [P. fabienne] : « Adhésion du polyamide 11 : mécanisme et vieillissement

hydrothermal » thèse, école des mines de paris .1998.186p

[11]: [Tsai, S.W (1988)]: « composite Design, 4<sup>th</sup> edition ». Edited by S.W.Tsai, Think composites, Paris

[12]: [Loos AC, Springer GS]: « Moisture absorption of graphite/epoxy composites immersed in liquid and humid air » Environ Effects compos Mater -1981:35-50

[13]: [Hasofer & Lind 1974 A. M Hasofer ET N. C. Lind]: « An exact and invariant first order reliability format. J Engineering Mechanics Division, » vol. 100, pages 111\_121, 1974. (Cité en page 43.)

[14]: [Lemaire 2005]: « M. Lemaire. Fiabilité des structures couplage mécano-fiabiliste statique », Hermes, 2005. (Cité en page 44.)

[15]: [DEHMOUS Hocine]: « Fiabilité et micromécanique des matériaux composites application à la passerelle de laroin ».Institut national polytechnique de Toulouse 2007.

[16]: [PENDOLA M.]: « Fiabilité des structures en contexte d'incertitudes statistiques et d'écarts de modélisation, » *Thèse de Doctorat*, Université Blaise-Pascal, Clermont-Ferrand, 2000

[17]: [BOUCHAM .B]: « Mémoire de Magister « calcul des contraintes mécanique et non mécanique dans les plaques stratifiées en matériaux composites a matrice polymère » 1999.

[18]: [Thomas Parenteau]: « Modélisation micromécanique de composites thermoplastiques, Élastomères à matrice polypropylène » THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE-SUD *sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne* pour obtenir le titre de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE-SUD. Mai 2009

[19]: [PIERRE E.B, LEIF C et JEAN P.M]: « Matériaux composites à matrice organique » (constituants, procédés, propriétés)

[20]: [Berthelot J.M.]: « Matériaux composites - Comportement mécanique et analyse des structures », Ed.Tec & Doc, Lavoisier, Paris, 2005

[21]: [Nadine Bourgeois]: « Caractérisation et modélisation micromécanique du comportement et de l'endommagement d'un composite à matrice métallique » ; Al/SiCp ", janvier 1993, Ecole Centrale de Paris

[22]: [KRONER(E)]: « effective elastic moduli of periodic and random media: a unification (module d'élasticité effectifs des milieux périodique et aléatoires : une unification). Mechanics research communications » (USA) vol. 7 n° 5 1980 p. 323-27 bibl. (5réf.) pergamn press New York

[23]: [SUQUET (P)]: « méthode d'homogénéisation en mécanique des solides. 15 congrès

du groupe France de Rhéologie (G.F.R) dans comportements rhéologiques et structure des matériaux. » Presses de l'Ecole National des Ponts et Chaussées Paris. 1980 p 87-128 2 fig. bibl (32 réf)

**[24] : [DUVAUT (G)] :** « Analyse fonctionnelle en mécanique des milieux continus, application à l'étude des matériaux composites élastiques à structure périodique. Homogénéisation. théoetical and appied mechanics. » Etide par par W.T. koiter p 119-22, bibl. (41réf) 1976 North Holland publishing company Amsterdam

**[25] : [CHEVALIER (Y)] :** « Micromécanique des composites Prévisions en élasticité, en viscoélasticité et à la rupture » technique de l'ingénieur, traité Généralités vol A 7780 centre France du copyright

**[26] : [R. Hill] :** « Theory of Mechanical Properties of Fibre-Strengthened Materials - III. Self-Consistent Model, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, » August 1965, pp. 189-198.

**[27] : [ Shen ,C,H et springer,G.S,](1981)** « Moisture absorption and desorption for composite materials »,environmental Effects on composite Materials,edited by G,S, Springer,Westport.

## **Résumé**

Dans ce travail, on s'est intéressé à déterminer l'effet hygrothermique sur le comportement du matériau composite et l'impact de leur fiabilité. On s'est référé à la méthode de Monté Carlo pour calculer la fiabilité des systèmes mécaniques qui caractérisent le degré de défaillance d'une part, et mettre en évidence l'intérêt de cette méthode d'autre part. La fiabilité de la plaque étudiée représente l'outil adéquat qui permet de quantifier les systèmes et les effets de ces incertitudes. Elle nous permet aussi de faire une analyse probabiliste et de déterminer les sensibilités de cette probabilité à chaque variable aléatoire pour l'évolution de la déformation et de la contrainte de la plaque.

**Mots clés :** Matériaux Composites, Comportement Hygrothermique, Fiabilité des Structures, Simulation de Monté Carlo, Modélisation probabiliste, Calcul d'incertitudes.

### **Absract :**

In this work, we are interested in determining the effect of hygrothermal behavior of the composite material and the impact of their reliability. Reference was made to the Monte Carlo method for calculating the reliability of mechanical systems that characterize the degree of failure of a part, and highlight the interest of this method on the other. The reliability of the plate is considered an appropriate tool to quantify systems and the effects of these uncertainties. It also allows us to do a probabilistic analysis and determine the sensitivities of the probability for each random variable in the evolution of the deformation and stress of the plate.

**Keywords:** Composite Materials, Hygrothermal Behaviour, Reliability of Structures, Monte Carlo Simulation, Modelling probabilistic calculation uncertainties.