



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES  
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

# Mémoire

Présenté pour obtention du diplôme de

# Magister

Spécialité : Vibration des machines

Par

**CHERIET Nour El Houda**

Titre

---

**Simulation de la durée de vie d'une structure  
mécanique soudée sollicitée en mode vibratoire**

---

Soutenu en Décembre 2012

Devant le jury composé de :

M <sup>r</sup>	<b>Mohamed BENGUEDIAB</b>	Professeur	U. SIDI BEL ABBES	Président
M <sup>r</sup>	<b>Mohamed MAZARI</b>	Professeur	U. SIDI BEL ABBES	Examineur
M <sup>r</sup>	<b>Mokhtar ZEMRI</b>	Maître de conférences	U. SIDI BEL ABBES	Examineur
M <sup>r</sup>	<b>OULD CHIKH El Bahri</b>	Maître de conférences	U. MASCARA	Examineur
M <sup>r</sup>	<b>Benattou BOUCHOUICHA</b>	Maître de conférences	U. SIDI BEL ABBES	Directeur de mémoire

**Année Universitaire 2011/2012**

*A mes Parents,*

*Vous avez veillé sur moi depuis ma naissance jusqu'à ce que je suis ; vous m'avez assuré une vie digne ; vous avez manifesté beaucoup de sacrifices afin de me voir grandir devant vos yeux. Aujourd'hui, vient mon tour pour vous remercier en vous offrant ce travail qui est le fruit de vos sacrifices.*

*Maman, Papa, je vous dois toute ma vie !*

*A mes frères et sœurs,*

*Adel, Okba, Imen, Hanen et haloma*

*A toute ma famille,*

*A mes amies,*

*Particulièrement Karima et Kenza*

*A mes collègues.*

## *Remerciements*

Pour arriver au bout d'un travail de mémoire de magister, il est nécessaire d'être entouré et assisté scientifiquement, et moralement par des personnes compétentes qui nous facilitent la tâche en nous guidant et éclairant à travers toutes les étapes de la recherche. Ainsi, ces personnes méritent notre considération et remerciements. Je tiens donc, à remercier chaleureusement toutes les personnes qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à l'accomplissement de ce travail.

- Tout d'abord, Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur **BOUCHOUICHA Benattou**, directeur de ce travail de magister pour m'avoir réservé l'opportunité de réaliser cette recherche dans des excellentes conditions et également pour m'avoir soutenu et conseillé tout au long de ce travail.

- Je remercie Monsieur **BENGUEDIAB Mohamed**, Professeur à l'université de Sidi Bel Abbés d'avoir accepté de présider le jury de mon mémoire de magister.

- Ensuite je tiens à remercier les membres du jury, Monsieur **MAZARI Mohamed** professeur à l'université de Sidi Bel Abbés et Monsieur **ZEMRI Mokhtar** maître de conférences à l'université de Sidi Bel Abbés, pour leurs encouragements toute au long de ma présence au laboratoire LMSR et d'avoir fait l'honneur d'examiner et juger ce travail.

- Mes vifs remerciements vont à Monsieur **OULD CHIKH El Bahri** maître de conférences à l'université de MASCARA, d'avoir fait l'honneur d'examiner et juger ce travail.

# Résumé

L'objectif de cette étude porte sur la simulation de la loi non linéaire d'endommagement par fatigue de Miner. Il s'agit d'adapter cette loi sur les plaques et structures présentant de frontières hétérogène et de vérifier la dépendance des paramètres de la loi vis-à-vis de la courbe S-N des différentes zones du matériau utilisé pour leur obtention. Le modèle prédictif de durée de vie des structures soudées utilisé, incarne des lois d'endommagement classées suivant leurs bases physiques et leurs sensibilités avec les paramètres du matériau considéré. Du moment que la détermination des paramètres, ou calage de la loi, présente un inconvénient de lissage par régression linéaire, l'évolution du dommage par fatigue et par suite la durée de vie, s'en trouvent donc modifiées. L'idée directrice est d'adapter un modèle basé sur la loi de Miner déjà développée, sur les structures présentant un détail d'hétérogénéité.

Différents modèles d'éprouvettes et trois codes de calcul et de modélisation (ANSYS-WORKBENCH-SOLIDWORKS) ont été utilisés. Une série d'éprouvettes présentant chacune les propriétés mécaniques d'une zone considérée (MB, MF et ZAT) avec des lois de comportements vraies, puis une autre série présentant une configuration réelle (MF au milieu puis décalé vers la ZAT). Les résultats obtenus ont montré un bon accord entre la simulation et l'expérimentation.

**Mots-clés :** Fatigue - Durée de vie - Structure soudée- Chargement variable - Loi d'endommagement- Cumul de dommage- Courbe S-N.

## خلاصة

إن الهدف من هذه الدراسة يسعى الى محاكاة وتقليد القانون غير الخطي ل (Miner) و الخاص بالتلف الناتج عن إنهاك المادة. يتعلق الأمر بتكييف هذا القانون مع الصفائح وتركيباتها ذات الحدود غير المتجانسة، وأيضا تفحص ارتباط دلائل ومعلومات هذا القانون بالنسبة للمنحنى (S-N) لمختلف مناطق المادة المستعملة بغرض الحصول عليها.

إن النموذج المستعمل والذي يتنبأ بمدة حياة التركيبات الملحمة، يجسد قوانين التلف المصنفة حسب قواعدها الفيزيائية ومدى تأثيرها بخصائص المادة المعنية.

بما أن تحديد الخصائص أو ضبط القانون، ينطوي على خطر الصقل عبر التراجع الخطي، فإن تطور الضرر عبر الإنهاك ومنه مدة الحياة، تجد نفسها قد تغيرت إذن. إن الفكرة الأساسية هي تكييف نموذج مؤسس على قانون (Miner) المتطور مع التراكم التي تحوي على مؤشر عدم التجانس.

تم استعمال مختلف نماذج العينات وثلاثة قوانين للحساب والنمذجة (ANSYS-WORKBENCH- (SOLIDWORKS). سلسلة من العينات تحتوي كل منها على مميزات ميكانيكية لمنطقة محددة ( MF ، BM ) و (ZAT) بقوانين الحالة الحقيقية والفعلية ، ثم تعرض سلسلة أخرى تعديلا فعليا وحقيقي (MF) في الوسط ثم تميل نحو (ZAT). أظهرت النتائج المحصل عليها توافقا جيدا بين المحاكاة والتجربة...

كلمات البحث: الإنهاك-مدة الحياة تركيب ملحم حمولة متغيرة قانون الضرر تراكم الضرر- المنحنى SN.

## Abstract

The objective of this study is a focus on the simulation of Miner's non-linear law of fatigue damage. It is about adapting this law to the plates and structures with heterogeneous boundaries and verifying the dependence of parameters of the law towards the SN curve of the different areas of the used material for their obtainment. The predictive model of life of used welded structures embodies the laws of damage classified according to their physical basis and their sensitivities with the parameters of the considered material. As long as the determination of parameters, or the timing of the law, presents a drawback of smoothing by linear regression, the evolution of fatigue damage and hence life duration, are thereby modified so. The main idea is to adapt a model based on Miner's law already developed, to structures with a detail of heterogeneity.

Different models of specimens and three calculation and modeling codes (ANSYS WORKBENCH-SOLIDWORKS-) were used. A series of specimens each having the mechanical properties for a given area (MB, MF and HAZ) with true behavioral laws, then another series having an actual configuration (MF in the middle and then shifted to the HAZ). The results showed a good agreement between the simulation and the experimentation.

**Keywords:** Fatigue – Life duration - Welded structure- variable loading – damage law- Accumulated damage- SN curve.

# Table de matières

Notations	
Introduction générale	
Table de matière	
Liste des tableaux	
Liste des figures	

## Chapitre I : Etat de l'art sur l'endommagement par fatigue

<b>I. Etude des lois d'endommagement en fatigue</b> .....	01
<b>I.1 Évolution de l'endommagement</b> .....	01
I.1.1 Application de la règle linéaire.....	01
I.1.2 Lacunes de la règle linéaire.....	02
<b>I.2 Classification des lois d'endommagement en fatigue</b> .....	03
I.2.1 les types d'approche des lois d'endommagement en fatigue .....	03
I.2.2 les échelles de dommage par fatigue.....	04
I.2.3 les bases physiques des lois d'endommagements par fatigues.....	04
<b>I.3 les différentes lois d'endommagement en fatigue</b> .....	05
<b>I.3.1 les lois du modèle basé sur l'énergie de déformation</b> .....	06
I.3.1.1 La loi linéaire de miner.....	06
a. Les hypothèses utilisées par Ellyin et al .....	06
b. les avantages et les inconvénients de la loi de Ellyin et al.....	07
I.3.1.2 La loi d'Ellyin et al.....	08
a. Les hypothèses utilisées par Ellyin et al .....	09
b. Détermination des paramètres.....	13
c. les avantages et les inconvénients de la loi de Ellyin et al.....	14
<b>I.3.2 les lois du model basé de propagation de fissure</b> .....	14
<b>I.3.2.1 La loi bilinéaire d'endommagement de Grover</b> .....	14
a. Généralisation aux chargements à plusieurs niveaux.....	17
b. Avantages et inconvénients.....	18
<b>I.3.2.2 La loi d'endommagement bilinéaire de Mason et Al</b> .....	18
a. Les hypothèses retenues par Mason pour l'élaboration de la loi.....	19
b. Application de la loi de Mason à un chargement à deux niveaux de contraintes..	19
c. Avantages et les inconvénients.....	21
<b>I.3.2.3 La loi d'endommagement de Miller et al</b> .....	21
a. Présentation du modèle.....	21
. Le régime microstructural de propagation des petites fissures.....	21
. Le régime de propagation physique des petites fissures.....	22
. Le régime de propagation d'une fissure macroscopique.....	22
b. Avantages et inconvénients de la loi.....	22
<b>I.3.3 Les lois du modèle de variation de la limite d'endurance</b> .....	23
<b>I.3.3.1. La loi de Henry</b> .....	23
a. Description de la loi.....	23

b. Les principales hypothèses de Henry.....	23
c. Avantages et les inconvénients.....	25
<b>I.3.3.2 La loi de Gatts.....</b>	<b>25</b>
a. Les principales hypothèses de son formalisme.....	26
b. Application de loi de Gatts à un chargement un à deux niveaux de contraintes...29	
c. Avantages et inconvénients de la loi de gatts .....	29
<b>I.3.3 .3 La loi de Bui Quoc et Al.....</b>	<b>30</b>
a. Les principales hypothèses de la loi de Bui Quoc et al.....	30
b. Avantage et inconvénients.....	33
<b>I.3.4 Les lois du modèle de courbe d'endommagement.....</b>	<b>33</b>
<b>I.3.4.2 La loi de Freundenthal heller.....</b>	<b>33</b>
a. Les hypothèses de loi .....	34
b. Détermination des paramètres.....	35
c. Avantages et inconvénients de la loi.....	36
<b>I.3.4.2 Loi de Subramanyan.....</b>	<b>36</b>
a. Les hypothèses utilisées par Subramanyan.....	36
b. Avantages et inconvénients.....	38
<b>I.3.5. La loi d'endommagement continu de lemaitre et chaboche.....</b>	<b>39</b>
a. Les hypothèses fondamentales de cette loi.....	39
b. généralisation à plusieurs niveaux de contrainte.....	42
c. Extension aux cas de sollicitations multiaxiales.....	42
d. Détermination des constantes $\beta$ et $aM_0^{-\beta}$ .....	43
e. Avantages et inconvénients.....	44
<b>I.4 Méthodes de comptage.....</b>	<b>44</b>
<b>I.4.1 Méthode RAINFLOW de comptage de cycles.....</b>	<b>45</b>
<b>I.4.2 Traitement préliminaire du signal.....</b>	<b>46</b>
a. Epuration du signal.....	46
b. Normalisation du signal.....	47
c. Principe d'identification d'un cycle.....	48
d. Procédure.....	48
e. Traitement du résidu.....	49
<b>I.4.3 Méthode des dépassements de niveaux.....</b>	<b>50</b>
<b>I.4.4 Méthode des Paires étendues.....</b>	<b>52</b>

## **Chapitre II : Méthodologie de prévision de la durée de vie**

<b>II. Méthodologie de prévision de la durée de vie sous chargement aléatoire uniaxial....</b>	<b>54</b>
<b>II.1 Courbe de Wöhle.....</b>	<b>57</b>
- Courbe de Wöhler et les différents domaines de fatigue.....	59
<b>II.2 Classification des chargements.....</b>	<b>61</b>
<b>II.3. Les critères de fatigue .....</b>	<b>63</b>
<b>II. 3.1 Critères de fatigue uniaxial.....</b>	<b>63</b>
- Diagramme de Haigh.....	63
a. Droite de Goodman.....	64
b. Parabole de Gerber.....	65
c. Modélisation du CETIM1.....	65

<b>II- 3.2 Critères de fatigue multiaxiale</b> .....	66
a. Formalisation générale d'un critère de fatigue.....	66
b. Classification des critères multiaxiales .....	67
<b>II-3.2.a Critères d'approche empirique</b> .....	67
a.1 Critère de Hohenemser & Prager (1933).....	68
a.2 Critère de Gough & Pollard (1935).....	68
a.3 Critère de Davies (1935).....	68
a.4 Critère de Nishihara & Kawamoto (1941).....	68
a.5 Critère de LEE 1.....	69
a.6 Critère de LEE 2.....	69
<b>II-3.2.b Critères de type plans critiques</b> .....	69
- Termes liés à la contrainte normale.....	71
- Termes relatifs aux contraintes tangentielles.....	71
b.1 Critère de Stulen & Commings (1954).....	72
b.2 Critère de Findly (1957).....	73
b.3 Critère de Yokobori (1966).....	73
b.4 Critère de Mc Diarmid 1 (1973).....	73
b.5 Critère de Mc Diarmid 2 (1974).....	74
b.6 Critère de Dang Van 1 (1973).....	74
b.7 Critère de Mataka (1977).....	75
b.8 Critère de Dang Van 2 .....	75
b.9 Critère de Froustey dérivé Yokobori.....	75
b.10 Critère de Munday & Mitchell.....	75
b.11 Critère de Robert .....	76
<b>II-3.2.C. Critères d'approche globale</b> .....	76
C.1 Critère de Sines (1955) .....	77
C.2 Critère de Crossland (1956) .....	78
C.3 Critère de Marin (1956).....	79
C.4 Critère de Deitman & Isseler (1974).....	79
C.5 Critère de Kinasushvili (1976).....	79
C.6 Critère de Kakuno & Kawada (1979).....	79
C.7 Critère de Fogue & Bahuaud.....	80
C.8 Critère de Papadopoulos.....	81

## **Chapitre III : simulation numérique**

<b>III. Programmation et simulation numérique</b> .....	82
<b>III.1. Simulation avec ANSYS v 12</b> .....	86
III.1.1 Les étapes de simulation avec ANSYS.....	86
III.1.2 Résultats et discussions .....	90
<b>III.2 Simulation des éprouvettes par ANSYS-WORKBENCH</b> .....	93
III.2.1 les étapes de simulation .....	94
III.2.1.1 Modélisation des éprouvettes par SOLIDWORKS.....	95
III.2.1.2 Choix du matériau.....	97
- Caractéristiques mécaniques.....	98
III.2.1.3 Maillage.....	100
III.2.1.4 L'analyse .....	102
a. <b>étude statique</b> .....	103
- condition initial d'étude statique .....	103
- Les résultats d'étude statique.....	104

b. <b>Etude dynamique</b> .....	107
- condition initial d'étude dynamique.....	107
- Paramètres d'analyse .....	108
- Les résultats de simulation .....	109
<b>III.2.1.5 Résultats et discussions</b> .....	111
- <b>Résultat de simulation des éprouvettes sans soudure</b> .....	112
- <b>Résultat de simulation des éprouvettes soudées</b> .....	113
- <b>Etude comparative des résultats expérimentale et les résultats de Simulation</b> .....	117
<b>Conclusions</b> .....	120
<b>Références bibliographiques</b>	
<b>Annexes</b>	
<b>Annexe I : le sous programme de ANSYS</b>	
<b>Annexe II : rapport finale de WORKBENCH</b>	

## La liste des figures :

<b>Figure I-1</b> : Représentation schématique du processus d'endommagement au cours d'essai de fatigue .....	01
<b>Figure I-2</b> : Estimation de la durée de vie prévue au second niveau en fonction de celle du premier niveau, d'après la règle linéaire d'endommagement .....	02
<b>Figures I-3</b> : différents niveaux Classification des lois d'endommagement en fatigue .....	03
<b>Figure I-4</b> : Liste des lois d'endommagement étudiées dans chaque modèle .....	06
<b>Figure I-5</b> : Définition e la courbe de vie du matériau .....	09
<b>Figure I-6</b> : définition des courbes de vie et d'isodommage du matériau .....	11
<b>Figure I-7</b> : principe d'utilisation de la courbe d'isodommage .....	12
<b>Figure I-8</b> : courbes S-N servant au calcul du dommage, selon la loi de grover .....	15
<b>Figure I-9</b> : cumul du dommage dans la phase d'amorçage .....	16
<b>Figure I-10</b> : Cumul du dommage dans la phase de propagation.....	17
<b>Figure I-11</b> : cumul du dommage selon la loi de Manson .....	20
<b>Figure I-12</b> : courbe contrainte- déformation.....	27
<b>Figure I-13</b> : représentation des courbes S-N théorique et expérimentale .....	34
<b>Figure I-14</b> : Position d'une courbe d'isodommage par rapport à la courbe S-N Expérimentale .....	36
<b>Figure I.15</b> : Signal uniaxial d'amplitude variable.....	46
<b>Figure I.21</b> : Processus d'épuration du signal .....	47
<b>Figure I.22</b> : Processus de normalisation du signal .....	47
<b>Figure I.23</b> : Définition des cycles extraits par la méthode Rainflow, dans les repères $(\sigma,t)$ et $(\sigma,\varepsilon)$ .....	48
<b>Figure I.24</b> : Exemple de résidu .....	49
<b>Figure I.25</b> : Séquence utilisée pour la décomposition du résidu en cycles .....	50
<b>Figure I.26</b> : Principe de comptage par dépassements de niveaux.....	51
<b>Figure I.27</b> : Cumulatifs de charge obtenue pour un signal (a) périodique, (b) quelconque. .....	52
<b>Figure I.28</b> : Processus d'élimination du premier cycle .....	53
<b>Figure II.1</b> : Organigramme de la démarche de résolution d'un problème de fatigue sous chargement aléatoire uniaxiale .....	54
<b>Figure II.2</b> : illustration d'un calcul classique de durée de vie pour un état uniaxial aléatoire...56	
<b>Figure II.3</b> : Essai de fatigue et courbe de Wöhler.....	58
<b>Figure II.4</b> : Courbe de Wöhler et les différents domaines de fatigue .....	60
<b>Figure .II.5</b> : Différents types de signaux .....	63

<b>Figure II.6</b> : Modélisation du diagramme de Haigh .....	64
<b>Figure II.7</b> : Décomposition du vecteur contrainte $\phi_h(t)$ dans le repère (u,v,h) lié au plan physique de normale h.....	70
<b>Figure II.8</b> : Définition des différents termes liés à la contrainte normale $\sigma_{hh}(t)$ .....	71
<b>Figure II.9</b> : Définition des différents termes de la contrainte tangentielle $\tau_h(t)$ .....	72
<b>Figure II.10</b> : Représentation du critère de Sines dans l'espace (Im, m J2 ).....	78
<b>Figure II.11</b> : Représentation du critère de Crossland dans l'espace (Imax, m J2 ).....	78
<b>Figure III.1</b> : procédure de calcul de l'indicateur de dommage de la contrainte endommagée.....	83
<b>Figure III.2</b> : Procédure de cumul de dommage et de calcul de la durée de vie en fatigue .....	85
<b>Figure III.3</b> : la première éprouvette étudiée .....	87
<b>Figure III.4</b> : la deuxième éprouvette étudiée .....	87
<b>Figure III-5</b> : les étapes de modélisation des pièces sur ANSYS.....	88
<b>Figure III-6</b> : le maillage des éprouvettes .....	89
<b>Figure III-7</b> : les conditions aux limites de la pièce .....	90
<b>Figure III-8</b> : déformation de Von-Mises .....	91
<b>Figure III-9</b> : contrainte de Von-mises.....	92
<b>Figure III.10</b> : L'interface de ANSYS WORKBENCH.....	93
<b>Figure III.11</b> : les étapes de la simulation avec ANSYS WORKBENCH .....	94
<b>Figure III.12</b> : dimensions des éprouvettes sans soudages.....	95
<b>Figure III.13</b> : les éprouvettes modélisées avec SOLIDWORKS.....	96
<b>Figure III.14</b> : choix de type de contact entre les zones de soudage .....	97
<b>Figure III.15</b> : Choix du matériau sur ANSYS-WORKBENCH .....	98
<b>Figure III.16</b> : Les Lois des comportements.....	99
<b>Figure III.17</b> : Lois de comportements des trois matériaux MB,MF et Zat.....	100
<b>Figure III.18</b> : méthode utilisée pour faire le maillage.....	101
<b>Figure III.19</b> : le maillage choisi pour notre éprouvette.....	102
<b>Figure III.20</b> : les types d'analyses choisies dans ANSYS-WORKBENCH.....	102
<b>Figure III.21</b> : condition initiale pour un' étude statique.....	103
<b>Figure III.22</b> : exemple d'un résultat de simulation.....	104
<b>Figure III.23</b> : exemple de déformation équivalente de (Von-Mises) .....	105
<b>Figure III.24</b> : exemple de contrainte équivalente de (Von-Mises) .....	105
<b>Figure III.25</b> : exemple de déformation directionnelle.....	105
<b>Figure III.26</b> : la courbe des contraintes-déformations (MB).....	106
<b>Figure III.27</b> : la courbe des contraintes-déformations (MF) .....	106

<b>Figure III.28:</b> la courbe des contraintes-déformations (ZAT).....	106
<b>Figure III.29 :</b> Fixation et chargement initial de l'éprouvette.....	107
<b>Figure III.30 :</b> tableau a remplir pour le calcul de fatigue.....	109
<b>Figure III.31:</b> exemple de remplissage de tableau des contraintes alternées.....	109
<b>Figure III.32:</b> DELPHI logiciel de calcul.....	111
<b>Figure III.33:</b> exemple d'une résultats de la simulation en fatigue.(durée de vie).....	111
<b>Figure III.34 :</b> courbes des contraintes-nombres cycles (SN) pour les éprouvettes sans Soudage .....	113
<b>Figure III.35 :</b> Exemple d'une simulation de première éprouvette soudée. ....	114
<b>Figure III.36 :</b> Exemple d'une simulation de deuxième éprouvette soudée .....	115
<b>Figure III.37 :</b> courbes des contraintes-nombres cycles (SN) pour les éprouvettes soudées. ....	115
<b>Figure III. 38 :</b> La courbe comparative globale de toutes les éprouvettes étudiées .....	116
<b>Figure III. 39 :</b> Représentation normale comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux.....	117
<b>Figure III. 40 :</b> Représentation log/log comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux.....	118
<b>Figure III. 41 :</b> étude comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux d'intervalle de 100à 2000 cycle.....	118
<b>Figure III. 42 :</b> étude comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux d'intervalle de 100à 20000 cycle.....	119
<b>Figure III. 43 :</b> étude comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux d'intervalle de 100à 200000 cycle .....	119

## Liste des tableaux

- **Tableau III.1:** caractéristiques mécaniques du matériau A48..... 98
- **Tableau III.2:** résultats de simulation des trois matériaux (les résultats d'étude statique)..... 104
- **Tableau III.3:** les données expérimentales des contraintes alternées..... 110
- **Tableau III.4:** résultat de simulation de durée de vie (étude dynamique)..... 112
- **Tableau III.5:** résultat de simulation de durée de vie pour les pièces soudées.....114

# Notations

$n_i$	nombre de cycles appliqués sous le niveau de contrainte $\sigma_i$	
$N_{Ri}$	le nombre de cycles à rupture pour ce niveau de contrainte	
$\beta_i$	les fractions de vie	
$D$	Endommagement	
$N$	le nombre de cycles à rupture	
$\sigma_{aeq}$	Contraint équivalentes	(MP)
$\sigma_D$	limite d'endurance Instantanée du matériau (après n cycles)	(MP)
$\Delta W_p$	La densité volumique de cette énergie de déformation plastique par cycle	
$\Delta W_e$	La densité volumique de cette énergie de déformation élastique par cycle	
$\Delta W_t$	La densité volumique de cette énergie de déformation par cycle de sollicitation	
$\Delta \sigma$	l'étendue de contrainte sur un cycle de sollicitation	
$n'$	le coefficient de durcissement en déformation cyclique	
$\Delta \epsilon_p$	l'étendue de la déformation plastique	
$K'$	le coefficient de résistance du matériau.	
$E$	le module d'élasticité longitudinale du matériau.	
$\delta \Delta \sigma_0$	la variation du domaine élastique du matériau,	
$\Delta W_{t1}$	la densité d'énergie de déformation totale correspondant aux cycles considérés.	
$N_r$	La durée de vie du matériau a la rupture s'exprime	
$N_I$	nombre de cycles de la phase d'amorçage d'une fissure macroscopique,	
$N_{II}$	Nombre de cycles de la phase de propagation jusqu'à la rupture	
$D_I$	L'endommagement à l'amorçage des fissures	
$D_{II}$	L'endommagement à la rupture	
$r$	La fraction de vie	
$K$	Le facteur d'intensité	
$\gamma$	le facteur de surcharge sous le niveau $\sigma$	
$R_u$	la résistance maximale à la traction monotone.	
$R_{mn}$	la valeur instantanée de la résistance	
$\sigma$	est l'amplitude de la contrainte appliquée	
$R$	rapport des contraintes	
$\alpha_i$	la proportion du nombre de cycles à rupture sous le niveau $\sigma_i$	

# Introduction

La pression économique impose, pour une meilleure rentabilité des constructions et des équipements, une plus grande maîtrise des marges de sécurité. La fatigue représente toujours un mode de ruine fondamental (endommagement par fatigue).

L'endommagement par fatigue est défini comme la modification des propriétés des matériaux consécutive à l'application d'efforts variables dans le temps ou de cycles d'efforts, cycles dont la répétition peut conduire à la rupture par fissuration de la pièce ou de la structure entière. Ce phénomène a été étudié dès le XIX<sup>ème</sup> siècle, par Wöhler, qui a caractérisé pour la première fois les matériaux en fatigue en établissant une courbe donnant la durée de vie ou le nombre  $N$  de cycles à rupture en fonction de l'amplitude  $s$  des cycles parcourus par la contrainte. Cette courbe est souvent utilisée pour caractériser un matériau soumis à une traction alternée sinusoïdale. Deux domaines sont alors distingués, le premier domaine est celui de la fatigue oligocyclique, où la rupture intervient aux alentours de  $10^4$  -  $10^5$  cycles et où les pièces sont soumises à des contraintes dépassant généralement localement la limite d'élasticité. Les modèles de prédictions de durée de vie reposent alors sur l'historique des déformations dans les zones critiques (entailles, congés de raccordement etc). Le second domaine est celui de la fatigue dite à grand nombre de cycles, la rupture se produisant entre  $10^5$  et  $10^7$  cycles, la structure est alors soumise à des contraintes ne dépassant pas la limite d'élasticité du matériau.

La fatigue à grand nombre de cycles est donc plutôt basée sur l'historique des contraintes. Les structures linéaires, soumises à des vibrations aléatoires et dont la réponse est calculée au moyen d'une analyse spectrale par éléments finis, appartiennent à cette catégorie.

Le but principale de cette étude est de faire la modélisation géométrique des éprouvettes altères soudées destinées à déterminer la durée de vie, et d'estimer cette dernière pour les différentes zones d'un joint de soudure.

Ce travail s'articule autour de trois chapitres : Le premier concerne l'état de l'art sur l'endommagement d'une manière globale et la présentation de différentes lois d'endommagements avec une étude des techniques de comptage des cycles.

Le deuxième chapitre est consacré à une présentation des différents méthodes expérimentales de la prévision du la durée de vie de pièces dans le cadre des sollicitations uniaxiales d'amplitude variable, on donne la méthode classique couramment utilisée. il présente aussi les déférents criteres de fatigue uniaxial et multiaxial.

Le troisième chapitre s'articule autour d'une simulation numérique appliquée sur des éprouvettes soudées en utilisant des différents logiciels dans le but de donner plus de précision à notre étude. Cette modélisation numérique nous permettrons de faire une étude comparatives entre les déférentes configurations d'éprouvettes à savoir:

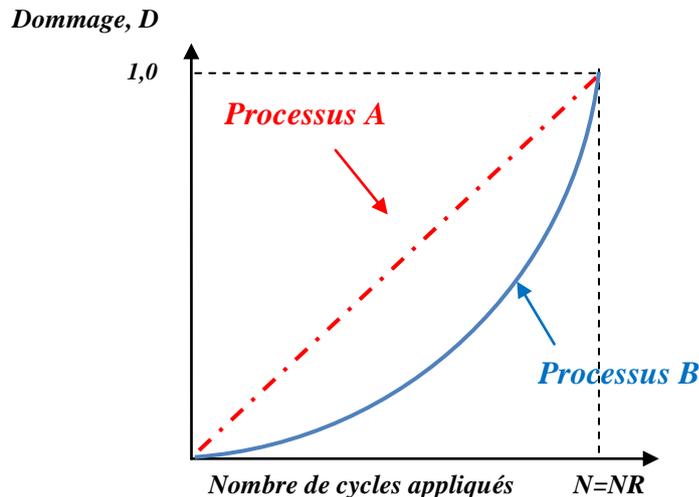
- Eprouvette contenant un cordon de soudure au milieu de la pièce (le métal fondu situé exactement au milieu).
- Eprouvette contenant un cordon de soudure mais cette fois la zone affectée thermiquement situé au milieu de la pièce.
- Eprouvettes sans soudures avec les mêmes dimensions mais avec différents propriétés mécanique:
  - Eprouvette entière avec des propriétés mécaniques de métal de base(MB).
  - Eprouvette entière avec des propriétés mécaniques de métal fondu(MF).
  - Eprouvette entière avec des propriétés mécaniques de la zone affectée thermiquement (Zat).

## I. Etude des lois d'endommagement en fatigue

### I.1 Évolution de l'endommagement :

Le processus du dommage peut être représenté schématiquement par la figure I-1, où le dommage  $D$  est nul pour un matériau vierge et égal à l'unité à la rupture. On peut diviser le processus du dommage en deux grandes catégories [1]:

- **Processus A** : le dommage augmente d'une façon linéaire avec le nombre de cycles appliqués  $N$
- **Processus B** : le dommage s'accumule de façon non linéaire avec le nombre de cycles  $N$ . la concavité de la courbe est dirigée vers le haut, ce qui signifie que le dommage s'accélère vers la fin de la vie du matériau.



**Figure I-1** : Représentation schématique du processus d'endommagement au cours d'essai de fatigue

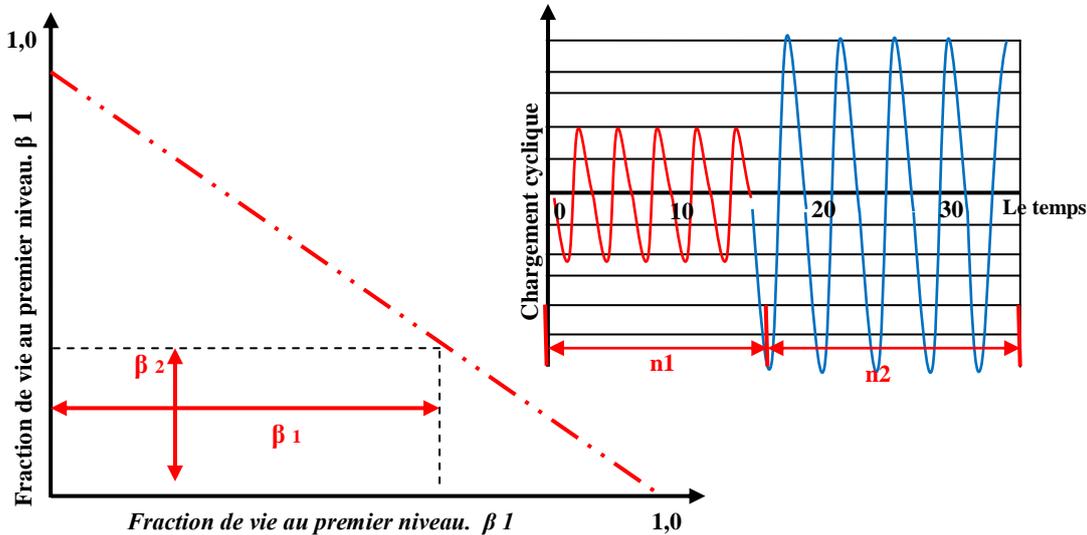
#### I.1.1 Application de la règle linéaire

Pour ce cas, le matériau est soumis à  $n_1$  cycles au premier niveau de contrainte puis chargé au second niveau jusqu'à la rupture. Les vies correspondantes aux deux niveaux de contraintes sont respectivement  $N_{R1}$  et  $N_{R2}$ . D'après la règle linéaire de cumul de dommage, la vie prévue au deuxième niveau de chargement est donnée par [2]:

$$\frac{n_2}{N_{R2}} = 1 - \frac{n_1}{N_{R1}} \quad (I.1)$$

La procédure est illustrée par la figure I-2. L'application de cette règle aux cas de plusieurs niveaux de chargement permet de prédire la vie résiduelle au dernier niveau k, comme suit :

$$n_K = N_K \cdot (1 - \sum_i^{K-1} \beta_i) \quad (I.2)$$



**Figure I-2 :** Estimation de la durée de vie prévue au second niveau en fonction de celle du premier niveau, d'après la règle linéaire d'endommagement

### I.1.2 Lacunes de la règle linéaire

Les résultats expérimentaux ont montré que l'ordre d'apparition du niveau de chargement est un facteur important dans la sommation des fractions de vie. Il est bien connu que l'ordre d'application de chargement se manifeste en général de la façon suivante [3] :

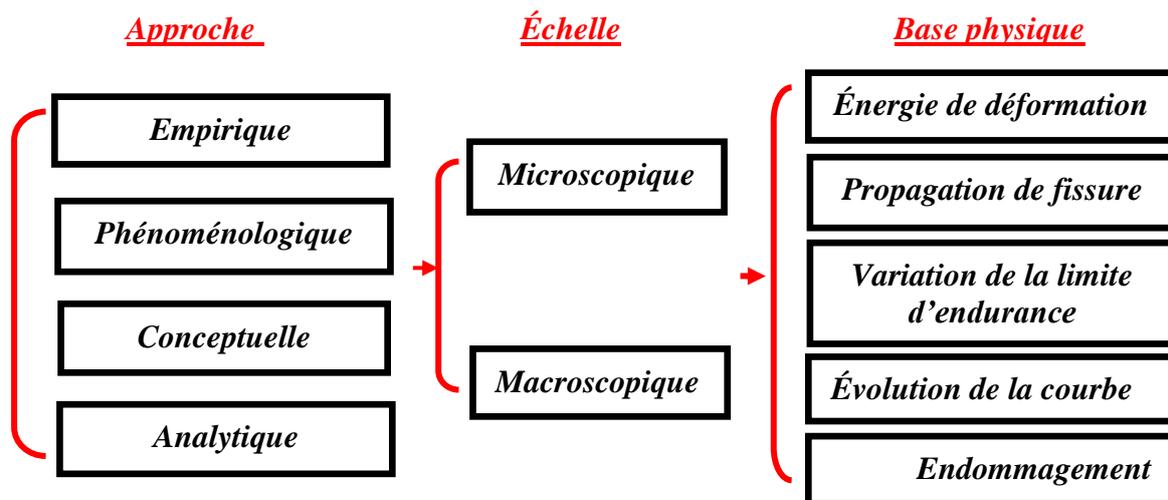
- (i) pour les niveaux décroissants :  $\sum_i \beta_i < 1.0$
- (ii) pour les niveaux croissants :  $\sum_i \beta_i > 1.0$

L'effet de l'ordre d'application de chargement sur la sommation des fractions de vies est plus marqué pour un nombre élevé de cycles que pour un faible nombre. Les lois de cumul linéaire ne tiennent pas compte de cet effet de prédiction de la durée de vie résiduelle. De plus, un niveau de chargement cyclique inférieur à la limite d'endurance du matériau original n'a aucun effet nocif quel que soit le nombre de cycles appliqués et indépendamment du lieu d'apparition de ce niveau dans l'histoire de chargement. Les résultats expérimentaux ont

montré qu'une application préalable de cycles à un niveau de chargement supérieur à la limite d'endurance peut réduire considérablement cette dernière. Conséquemment, les sollicitations subséquentes à un niveau inférieur à la limite élastique peuvent causer une quantité non négligeable de dommage au matériau.

## I.2 Classification des lois d'endommagement en fatigue :

Les différents critères de classification des lois d'endommagement en fatigue peuvent être représentés schématiquement par la figure II, selon leurs bases physique et leurs concepts [4]:



**Figures I-3 :** différents niveaux Classification des lois d'endommagement en fatigue

Pour mener l'étude des lois d'endommagement en fatigue recensées dans la littérature nous les avons classé en plusieurs modèles suivants leurs bases physiques et leurs concepts. Nous avons défini pour cela trois niveaux de classement :

- ✓ le type d'approche de loi.
- ✓ l'échelle du dommage par fatigue.
- ✓ la base physique de la loi.

### I.2.a les types d'approche des lois d'endommagement en fatigue :

Les lois d'endommagement en fatigue appartiennent à l'une ou l'autre des quatre approches suivantes. Qui caractérisent en fait la démarche scientifique utilisée pour décrire le dommage par fatigue [4]:

- L'approche empirique : les lois relevant de cette approche reposent sur des résultats expérimentaux obtenus pour des sollicitations et des matériaux spécifiques. C'est le cas principalement des lois d'endommagement développées avant 1970.
- L'approche phénoménologique : ces lois se sont développées avec les progrès techniques qui permettent d'observer et de mesurer avec une grande précision certains paramètres indicateurs du dommage tels que les extrusions, les bandes de glissement du matériau à l'aide de l'évolution de ces paramètres.
- L'approche conceptuelle : les lois de cette catégorie ont la particularité d'émettre des postulats (couche superficielle durcie du métal, notion de contrainte interne inférieure à la contrainte réellement appliquée, déformation plastique cumulée représentative du dommage du matériau, Elles sont d'une certaine façon à mi-chemin entre l'approche phénoménologique et l'approche analytique.
- L'approche analytique : on retrouve ici les lois élaborées à partir des théories de la mécanique, sur l'énergie de déformation, sur la plasticité ou d'autres caractéristiques de la loi de comportement.

### **I.2.b les échelles de dommage par fatigue :**

L'endommagement par fatigue d'un solide est, par définition, l'altération progressive de ses propriétés physiques et mécaniques pouvant conduire à sa rupture suite à l'application d'une sollicitation fluctuante ce phénomène est quantifié le plus souvent par la mesure de la longueur de la fissure amorcée et qui se propage. Deux niveaux d'échelles de mesure sont utilisés par les auteurs : les fissures microscopiques (ou petites fissures) pour traduire un dommage à l'échelle microscopique et les fissures macroscopique pour le dommage à l'échelle macroscopique [4].

### **I.2.c les bases physiques des lois d'endommagements par fatigues :**

Quelle que soient son approche et son échelle chaque loi d'endommagement en fatigue a une base (ou une justification) physique. Parmi l'ensemble des lois recensées, nous distinguons cinq types ou modèles de bases physiques [4] :

- Les modèles d'énergie de déformation : les lois d'endommagement développent des théories basées ici sur les énergies de déformation. Elles présentent l'avantage de tenter de concilier les endommagements d'origines diverses : le fluage, la thermique et la fatigue.

- Les modèles de propagation de fissure : ils permettent notamment de décrire les phénomènes de retard de propagation et revêtent un intérêt marqué dès lors que la croissance du dommage est directement liée à l'évolution des paramètres physiques de la propagation, comme l'accroissement de la longueur de fissure par exemple. Ils relèvent en général de la mécanique linéaire de la rupture et sont pour l'essentiel basés sur l'intégration d'une expression de la vitesse de propagation de la fissure, parfois en prenant en compte l'interaction des niveaux de charges successifs et les dimensions, changeantes, de la partie de l'éprouvette non fissurée.
- Les modèles de variations de la limite d'endurance du matériau : ces modèles postulent une évolution de la limite d'endurance du matériau au cours de sa vie. Fonction des niveaux successifs du chargement et de leur interaction.
- Les modèles d'évolution de courbe S-N du matériau : ces modèles sont également basés sur une interaction des niveaux successifs des chargements. Ils introduisent une modification des courbes S-N du matériau. Cette modification étant liée aux niveaux de contrainte rencontrés et à leur ordre d'apparition (effet de séquence). La différence avec la catégorie précédente de modèles est que la limite d'endurance du matériau n'est pas la seule donnée de fatigue affectée. C'est toute la courbe S-N qui est modifiée ici.
- Les modèles d'endommagement continu lesquels sont souvent associés à une déformation plastique cumulée. Initiés au départ pour décrire le phénomène du fluage. Ils ont été étendus au dommage par fatigue.

### **I.3 les différentes lois d'endommagement en fatigue:**

Les lois d'endommagement permettent, une fois déterminée la durée de vie du matériau relative à chaque cycle extrait, de calculer l'endommagement correspondant et d'en faire le cumul. Une loi de cumul d'endommagement est une règle permettant d'accumuler une variable d'endommagement  $D$ , elle-même définie par une loi d'endommagement. Pour les chargements cycliques, la variable d'endommagement  $D$  est généralement calculée grâce aux caractéristiques d'un cycle de chargement (amplitude de contrainte, contrainte moyenne, contrainte maximum, etc. . .). Lorsque la séquence de chargement est traitée, l'endommagement cumulé conduit à l'estimation de la durée de vie du matériau en termes de nombre de répétitions de la séquence à l'amorçage d'une fissure macroscopique [5].

La figure suivante présente un certain nombre de lois d'endommagement en fatigue, qui sont classées en fonction de leur base physique [4] :

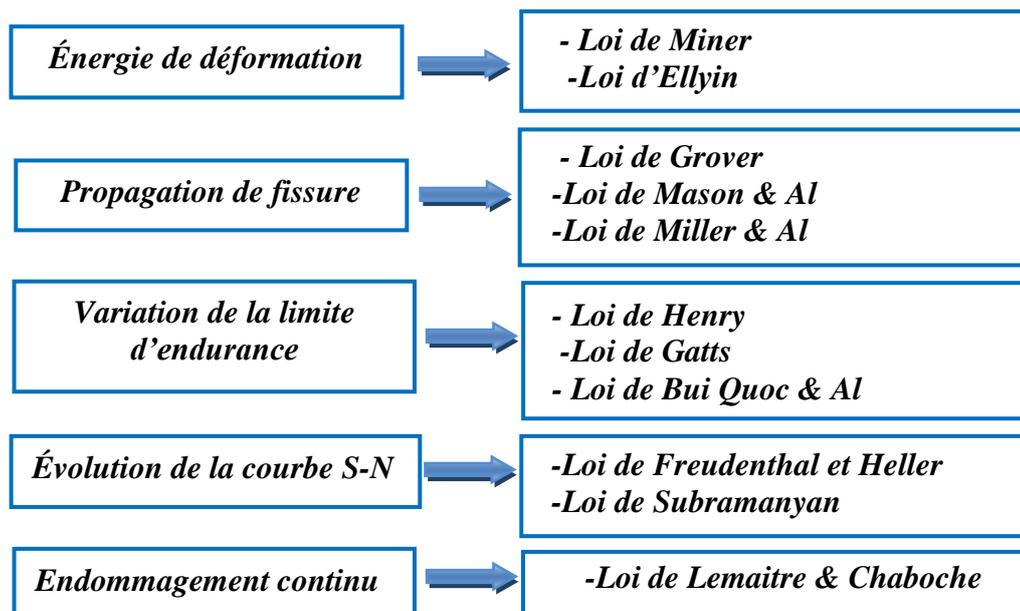


Figure I-4 : Liste des lois d'endommagement étudiées dans chaque modèle

### I.3.1 les lois du modèle basé sur l'énergie de déformation

#### I.3.1.1 La loi linéaire de Miner :

Cette loi est sans aucun doute la plus connue et la plus utilisée en bureau d'étude, du fait de sa simplicité. Une des règles les plus anciennes, proposée par Palmgren en 1924 et développée par Miner en 1945.

**a. Les hypothèses de loi linéaire de Miner :** les hypothèses de base de sa loi sont les suivantes [4]:

- **Hyp.1 :** Le chargement est une fonction sinusoïdale en fonction du temps ;
- **Hyp.2 :** C'est la totalité du travail absorbé par le matériau qui engendre sa rupture par fatigue ;
- **Hyp.3 :** Le diagramme de Goodman modifié est la modélisation du diagramme de Haigh qui représente le plus fidèlement le comportement expérimental des matériaux.
- **Hyp.4 :** L'amorçage d'une fissure macroscopique est l'indicateur de ruine du matériau.

Il s'agit d'une loi de cumul linéaire d'endommagement. La variable d'endommagement est supposée égale à la fraction de vie définie par [5]:

$$D = \frac{n}{N} \quad (\text{I.3})$$

Où  $n$  est le nombre de cycles effectués et  $N$  le nombre de cycles à rupture pour le chargement Considéré.

Si un signal est constitué de  $k$  niveaux différents, l'endommagement généré vaut :

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \quad (\text{I.4})$$

Où  $n_i$  est le nombre de cycles effectués avec un chargement de niveau de contrainte  $i$  pour lequel le nombre de cycles à rupture est  $N_i$ . La rupture est supposée atteinte quand  $D$  vaut une valeur critique  $D$  souvent prise égale à 1.

### **b. Les avantages et les inconvénients de la loi :**

#### **Avantages :**

- La loi de Miner est simple pour l'application. Elle reste de ce fait la loi la plus utilisée ;
- Cette loi n'a aucun paramètre particulier à déterminer : elle nécessite simplement la connaissance de la courbe S-N du matériau.

#### **Inconvénients :**

- La loi de Miner ne prend pas en compte la fraction de vie atteinte (c'est à dire le niveau de l'endommagement du matériau) pour la description du dommage engendré par cycle ;
- Elle ne tient pas compte de l'ordre d'apparition des cycles (histoire de chargement). Elle ne décrit donc aucun effet de séquences.
- Elle ne prend pas en compte l'effet endommageant des cycles de petite amplitude (inférieure à la limite d'endurance du matériau) même si ceux-ci sont appliqués après que l'endommagement du matériau soit initié (par un ou plusieurs cycles d'amplitude supérieure à la limite d'endurance).

Cette loi rend bien compte du fait que les niveaux de contraintes inférieurs à la limite d'endurance sont supposés non endommageant. D'autre part, de nombreuses constatations expérimentales [6, 7, 8, 9] ont permis de montrer que les cycles d'amplitude inférieure à la

limite d'endurance peuvent causer un dommage non négligeable s'ils sont mixés à d'autres cycles d'amplitude supérieure à cette valeur limite. Différents auteurs ont donc tenté d'améliorer la règle de MINER en prenant en compte l'endommagement dû à certains ou tous les cycles sous la limite d'endurance. Les différentes méthodes proposées sont regroupées ci-dessous [5]:

➤ Règle de Miner élémentaire

On prolonge, la zone d'endurance illimitée, la droite représentative de la courbe de Wöhler.

➤ Règle de Miner Modifiée

On effectue la même modification que précédemment mais on ignore les cycles d'amplitude inférieure à la moitié de la limite d'endurance ( $0,5 \cdot \sigma_D$ ).

➤ Règle de Miner-Haibach

On prolonge la droite représentative de la courbe de Wöhler par une droite de pente plus faible. Haibach propose la valeur de  $(2m-1)$  (où  $m$  est la pente de la droite représentative de la courbe de Wöhler dans le plan  $(\log\sigma, \log N)$ ).

Malgré toutes les tentatives pour l'amélioration de la qualité des prédictions de la règle de Miner, elles ne permettent pas de comprendre les mécanismes physiques de l'endommagement, en particulier l'influence des petits cycles et les effets de séquence.

### **I.3.1.2 La loi d'Ellyin et Al :**

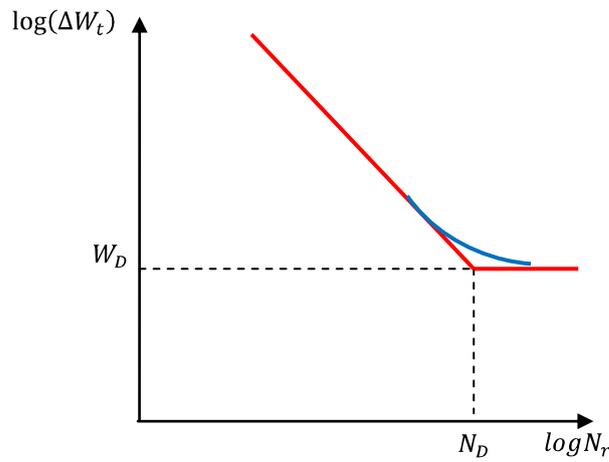
Golos et Ellyin estiment que la méthode classique de dimensionnement en fatigue des composants mécaniques basée sur l'utilisation des courbes S-N ne permet pas de décrire convenablement le processus d'endommagement des matériaux. La raison évoquée est liée au fait que, pour des zones fortement déformées, l'amplitude de contrainte utilisée comme donnée d'entrée dans les calculs est une contrainte élastique fictive du fait des déformations plastiques rencontrées localement [4].

Une approche plus réaliste aux yeux des auteurs consiste à relier l'énergie de déformation totale par cycle à la durée de vie totale du matériau, l'endommagement du matériau par fatigue, en particulier pour les faibles durées de vie, étant causé par la déformation plastique cyclique.

Aussi la courbe S-N est-elle transformée en une relation qui lie l'énergie de déformation totale au nombre de cycles à rupture  $N_r$  (courbe de vie) :

$$\begin{aligned} \Delta W_t &= KN_r^\alpha && \text{Pour } N_r < N_D && \text{(Zone d'endurance limitée)} \\ \Delta W_t &= \Delta W_D && \text{Pour } N_r > N_D && \text{(Zone d'endurance limitée)} \end{aligned}$$

$K, \alpha, \Delta W_D$  et  $N_D$  sont des constantes du matériau.  $\Delta W_D$  est l'énergie de déformation en traction du matériau correspondant à une sollicitation qui n'occasionne pas de dommage perceptible et qui correspond en fait à la limite de fatigue du matériau. La figure présente cette courbe de vie



**Figure I-5** : Définition e la courbe de vie du matériau

**a. Les hypothèses utilisées par Ellyin et Al** : sont les suivantes [4]:

**Hyp 1** : l'endommagement provenant d'une sollicitation cyclique est une fonction d'énergie mécanique totale transmise eu matériau. La densité volumique de cette énergie de déformation par cycle de sollicitation  $\Delta W_t$  est la somme de la densité volumique d'énergie de déformation plastique par cycle  $\Delta W_p$  et de la densité volumique d'énergie de déformation élastique  $\Delta W_e$  :

$$\Delta W_t = \Delta W_e + \Delta W_p \tag{I.5}$$

**Hyp.2** : si le matériau a un comportement de type Masing, sa limite de fatigue est définie par la densité de l'énergie de déformation plastique suivante :

$$\Delta W_p = \frac{1-n'}{1+n'} \Delta \sigma \Delta \varepsilon_p \tag{I.6}$$

Où  $\Delta \sigma$  est l'étendue de contrainte sur un cycle de sollicitation,

$n'$  est un coefficient de durcissement en déformation cyclique du matériau,  
 $\Delta\varepsilon_p$  est l'étendue de la déformation plastique par cycle :

$$\Delta\varepsilon_p = 2 \left( \frac{\Delta\varepsilon}{2k'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (\text{I.7})$$

$K'$  est un coefficient de résistance du matériau.

Un matériau a un comportement de type Masing lorsque l'étendue de son domaine d'élasticité demeure constante quand l'étendue de déformation plastique imposée augmente. Sa réponse cyclique est alors décrite par :

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2 \left( \frac{\Delta\sigma}{2k'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (\text{I.8})$$

Ou  $E$  est le module d'élasticité longitudinale du matériau.

Le comportement n'est pas de type Masing lorsque, à l'inverse, le domaine d'élasticité varie avec l'étendue de la déformation plastique. Sa réponse cyclique s'écrit alors :

$$\Delta\varepsilon^* = \frac{\Delta\sigma^*}{E} + 2 \left( \frac{\Delta\sigma^*}{2K^*} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{I.9})$$

**Hyp.3** : si le matériau a un comportement qui n'est pas de type Masing, sa limite de fatigue est définie par la densité d'énergie de déformation plastique suivante :

$$\Delta W_p = \frac{1-n^*}{(1+n^*)} (\Delta\sigma - \delta\Delta\sigma_0)\Delta\varepsilon_p + \delta\Delta\sigma_0\Delta\varepsilon_p \quad (\text{I.10})$$

$\delta\Delta\sigma_0$  est la variation du domaine élastique du matériau,  
 $K^*$  et  $n^*$  Des coefficients d'écrouissage du matériau.

L'énergie de déformation totale absorbée par le matériau dont le comportement n'est pas de type Masing, pour un cycle d'étendue de contrainte  $\Delta\sigma$  et de valeur moyenne  $\sigma_m$  :

$$\Delta W_t = \frac{1}{2E} \left( \frac{\Delta\sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 + \frac{1-n^*}{1+n^*} (\Delta\sigma - \delta\sigma_0)\Delta\varepsilon_p + \delta\sigma_0\Delta\varepsilon \quad (\text{I.11})$$

Il faut noter que, lorsque le matériau a un comportement de type Masing, l'expression précédente se simplifie du fait de :  $n^*=n'$  et  $\delta\sigma_0 = 0$ .

La loi de dommage et celle de son cumul, proposées par Ellyin précisent le processus d'endommagement du matériau en distinguant la phase d'amorçage de fissure de la phase de propagation. Les hypothèses retenues par les auteurs sont les suivantes :

**Hyp.4** : la limite d'endurance du matériau est définie par le couple  $(N_D, \Delta W_D)$  de la courbe de vie, qui représente les coordonnées du point d'intersection de ses deux asymptotes oblique (endurance limitée) et horizontale (endurance illimitée) d'écrites par la figure 5.

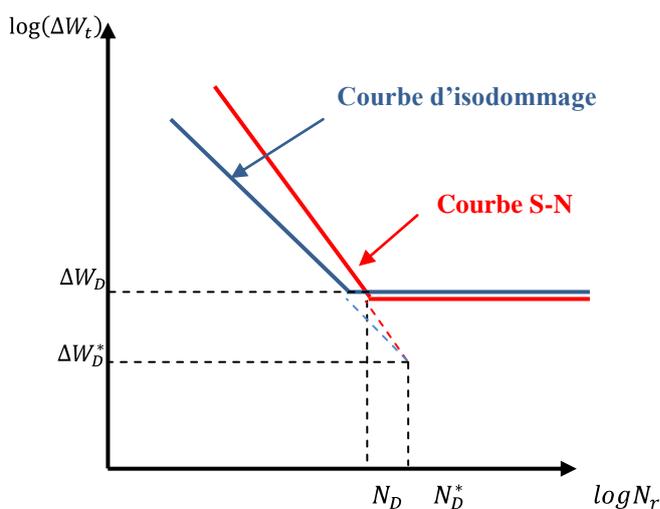
**Hyp.5** : le cumul de dommage est réalisé à l'aide d'une courbe d'isodommage inspirée du diagramme de French. Cette courbe d'isodommage est une droite passant par un point de la courbe de vie (figure I.6).

L'expression du dommage par fatigue du matériau engendré par  $n_1$  cycles identique est donnée par :

$$\frac{\Delta W_{t1}}{\Delta W_D^*} = \left(\frac{n_1}{N_D^*}\right)^{\log\left(\frac{\Delta W_{t1}}{\Delta W_D^*}\right) / \log\left(\frac{n_1}{N_D^*}\right)} \quad (\text{I.12})$$

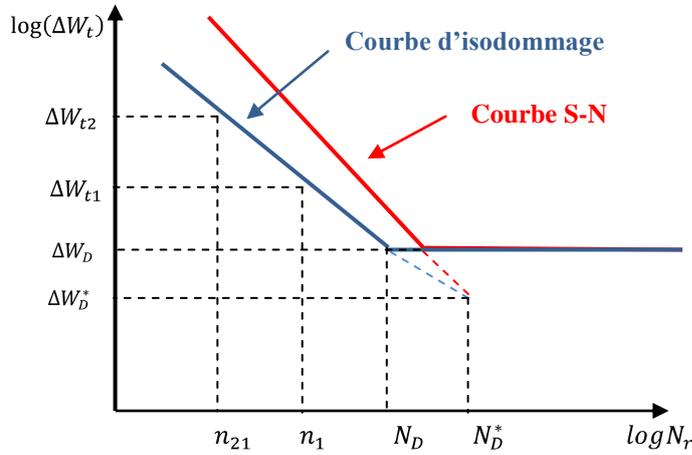
Ou  $\Delta W_{t1}$  est la densité d'énergie de déformation totale correspondant aux cycles considérés. L'exposant de  $\frac{n_1}{N_D^*}$  est la pente de la courbe d'isodommage passant par le point représentatif

des  $n_1$  cycles appliqués (figure I-7)



**Figure I-6** : définition des courbes de vie et d'isodommage du matériau

Soit  $\Delta W_{t2}$  la densité d'énergie de déformation totale correspondant a un autre niveau de contrainte. le nombre  $n_{21}$  de cycles conduisant au même dommage que le premier bloc de  $n_1$  cycles correspond au point situé sur la même courbe d'isodommage et d'ordonnée  $\Delta W_{t2}$ .



**Figure I-7** : principe d'utilisation de la courbe d'isodommage

Les deux point  $(n_{21}, \Delta W_{t2})$  et  $(n_1, \Delta W_{t1})$  étant situés sur la même courbe de dommage, on a :

$$\frac{\log\left(\frac{\Delta W_{t1}}{\Delta W_D^*}\right)}{\log\left(\frac{n_1}{N_D^*}\right)} = \frac{\log\left(\frac{\Delta W_{t2}}{\Delta W_D^*}\right)}{\log\left(\frac{n_{21}}{N_D^*}\right)}$$

D'ou :

$$\frac{n_{21}}{N_D^*} = \left(\frac{n_1}{N_D^*}\right)^{\log\left(\frac{\Delta W_{t2}}{\Delta W_D^*}\right) / \log\left(\frac{\Delta W_{t1}}{\Delta W_D^*}\right)} \quad (\text{I.13})$$

La règle de cumul de la loi s'appuie sur l'expression de la courbe de vie (dans le domaine de l'endurance limitée) et sur l'expression précédente de  $n_{21}$ . En notant  $n_2$  le nombre de cycles du second niveau qu'il faut appliqué au-delà des  $n_{21}$  cycles pour obtenir la rupture du matériau ( $n_{21} + n_2 = N_{r2}$ ) on a :

$$\frac{n_{21}}{N_{r2}} + \frac{n_2}{N_{r2}} = 1 \quad (\text{I.14})$$

$$\text{Or } \log \frac{n_{21}}{N_D^*} = \log \frac{n_{21}}{N_{r2}} + \log \frac{N_{r2}}{N_D^*}$$

$$\leftrightarrow \log \frac{n_{21}}{N_{r2}} = \log \frac{n_{21}}{N_D^*} - \log \frac{N_{r2}}{N_D^*} \quad (\text{I.15})$$

$$(I.13) \leftrightarrow \log \frac{n_{21}}{N_D^*} = \frac{\log\left(\frac{\Delta W_{t2}}{\Delta W_D^*}\right)}{\log\left(\frac{\Delta W_{t1}}{\Delta W_D^*}\right)} \log \frac{n_1}{N_D^*} \quad (\text{I.16})$$

De plus, d'après l'expression de la courbe de vie du matériau :

$$\begin{cases} \Delta W_{t2} = KN_{r2}^\alpha \rightarrow \log(\Delta W_{t2}) = \log K + \alpha \log N_{r2} \\ \Delta W_{t1} = KN_{r1}^\alpha \rightarrow \log(\Delta W_{t1}) = \log K + \alpha \log N_{r1} \\ \Delta W_D^* = KN_D^{*\alpha} \rightarrow \log(\Delta W_D^*) = \log K + \alpha \log N_D^* \end{cases}$$

$$\text{D'où : } \log \frac{N_{r2}}{N_D^*} = \frac{\log(\Delta W_{t2}/\Delta W_D^*)}{\log(\Delta W_{t1}/\Delta W_D^*)} \log \frac{N_{r1}}{N_D^*}$$

$$\text{Ainsi : (I.15)} \leftrightarrow \log \frac{n_{21}}{N_{r2}} = \frac{\log(\Delta W_{t2}/\Delta W_D^*)}{\log(\Delta W_{t1}/\Delta W_D^*)} \log \frac{n_1}{N_{r1}}$$

La loi du cumul du dommage à deux niveaux de contrainte s'écrit

$$(I.14) \leftrightarrow \left(\frac{n_1}{N_{r1}}\right)^{\log\left(\frac{\Delta W_{t2}}{\Delta W_D^*}\right)/\log\left(\frac{\Delta W_{t1}}{\Delta W_D^*}\right)} + \frac{n_2}{N_{r2}} = 1 \quad (\text{I.17})$$

En remarquant que  $\frac{\log(\Delta W_{t2}/\Delta W_D^*)}{\log(\Delta W_{t1}/\Delta W_D^*)} = \frac{\log(N_{r2}/N_D^*)}{\log(N_{r1}/N_D^*)}$ , cette relation peut s'écrire :

$$(I.17) \leftrightarrow \left(\frac{n_1}{N_{r1}}\right)^{\log(N_{r2}/N_D^*)/\log(N_{r1}/N_D^*)} + \frac{n_2}{N_{r2}} = 1 \quad (\text{I.18})$$

### b. Détermination des paramètres :

La mise en pratique de la loi d'endommagement proposée par Ellyin et Al. suppose la connaissance de la courbe de vie (obtenue à partir d'une courbe S-N classique) et d'une courbe d'isodommage pour déterminer le point  $(N_D^*, \Delta W_D^*)$ .

La courbe d'isodommage est obtenue en effectuant des essais à deux niveaux de contraintes, le second niveau correspondant à la limite de fatigue du matériau. Le dommage apporté par

les cycles du premier niveau est considéré comme 'perceptible' lorsque  $10^6$  à  $10^7$  cycles de second niveau entraînent la rupture.

L'intersection de la courbe d'isodommage ainsi obtenue avec l'asymptote oblique de la courbe de vie permet d'obtenir le point correspondant à la limite de fatigue réduite ( $N_D^*, \Delta W_D^*$ ). Les paramètres  $K$  et  $\alpha$  sont obtenus à l'aide d'un essai d'érouissage cyclique.

### **c. les avantages et les inconvénients de la loi de Ellyin et Al:**

#### **Avantages :**

- La loi de Ellyin et al. prend en compte l'histoire du chargement mais seulement pour des niveaux de contrainte supérieurs à celui de la limite d'endurance du matériau,
- La contrainte moyenne, ainsi que la nature de la sollicitation, peuvent être prise en compte au travers de la limite d'endurance.
- La loi peut s'appliquer à des chargements par blocs de plusieurs type de sollicitation à condition de vérifier que des cycles de contrainte de natures différentes et conduisant à une durée de vie identique génèrent densité d'énergie de déformation totale identique.

#### **Inconvénients :**

- La loi proposée considère que les chargements dont le niveau est à la limite d'endurance du matériau ne sont pas endommageant.
- La détermination de la limite d'endurance réduite de par sa procédure et la dispersion habituelle des résultats d'essais de fatigue, ne sembla pas aisée à mettre œuvre.

### **I.3.2 les lois du model basé de propagation de fissure :**

#### **I.3.2.1 La loi bilinéaire d'endommagement de Grover :**

La proposition de loi d'endommagement faite par Grover en 1960 a eu pour origine entre autre le fait que la loi de miner traduisait mal la réalisation du comportement réel en fatigue des matériaux dans certains cas de chargement. Grover souligne également les limitations d'autres formulations de loi de cumul, plus complexes. Qui ont pour inconvénient l'absence de référence à un mécanisme physique clairement identifiée, ou un calage nécessitant beaucoup trop de données expérimentales pour être appliquées concrètement, ou encore une méthodologie de calcul lourde et fastidieuse.

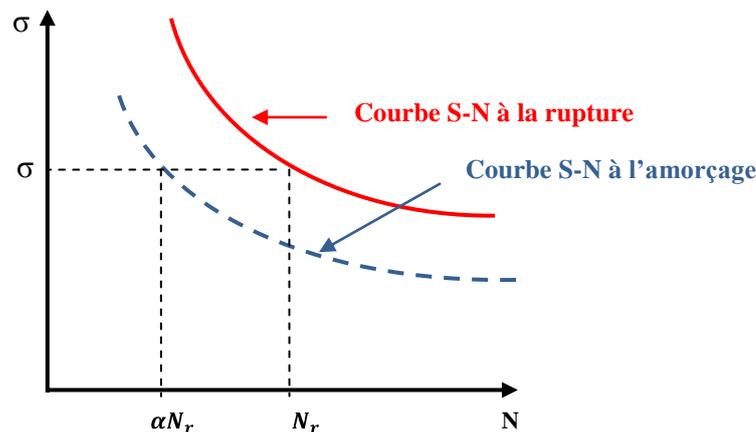
Partant de la, Grover propose une méthode de calcul et de cumul du dommage basée sur deux aspects de l'endommagement par fatigue : la phase d'amorçage d'une fissure macroscopique, puis la phase de propagation jusqu'à la rupture. Chacune des deux phases comprend un

nombre de cycles propres notés respectivement  $N_I$  et  $N_{II}$ . La durée de vie du matériau a la rupture s'exprime donc suivant [4] :

$$N_r = N_I + N_{II}$$

Le nombre de cycles a l'amorçage d'une fissure macroscopique (fin de la phase I) est exprimé en fonction du nombre total de cycles a rupture suivant :  $N_I = \alpha N_r$

Où  $\alpha$  est un coefficient compris entre 0 et 1, et qui présente en général la particularité de diminuer lorsque le niveau de contrainte augmente.



**Figure I-8** : courbes S-N servant au calcul du dommage, selon la loi de grover

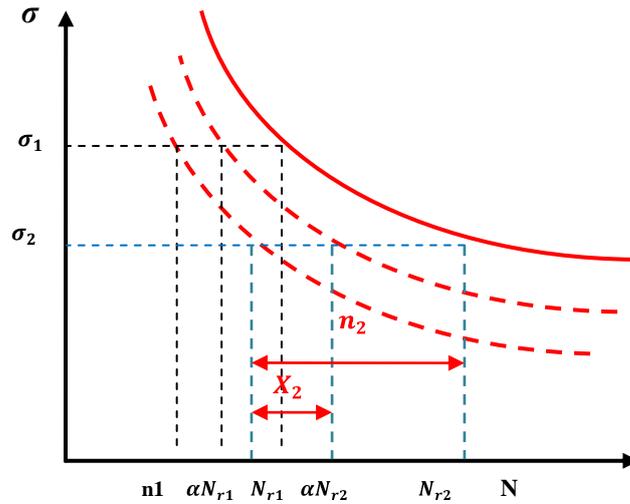
Les données matériau servant au calcul et au cumul du dommage sont donc constituées en fait de deux cour des S-N, l'une à l'amorçage, l'autre à la rupture (figure 8).

Dans son principe. La loi de Grover revient a applique la loi Miner soit aux durées de vie correspondant a l'amorçage d'une fissure macroscopique, soit aux durées de vie correspondant a la phase de propagation.

Le choix de l'une ou de l'autre des deux possibilités, dans le cas d'un chargement à deux niveaux de contrainte par exemple, dépend du niveau.

**1<sup>er</sup> cas** : on applique  $n_1$  cycles au premier niveau,  $n_1 \leq N_{I1} n_{II}$

On cherche le nombre  $n_2$  de cycles du second niveau à la rupture.



**Figure I-9** : cumul du dommage dans la phase d'amorçage

En appliquant la loi de Miner aux durées de vie à l'amorçage, on a :

$$\frac{n_1}{\alpha_1 N_{r1}} + \frac{X_2}{\alpha_1 N_{r2}} = 1 \quad (\text{I.19})$$

Avec  $X_2 = n_2 - (N_{r2} - \alpha_2 N_{r2}) = n_2 - N_{r2}(1 - \alpha_2)$

$$\text{D'où (I.19)} \leftrightarrow \frac{n_1}{\alpha_1 N_{r1}} + \frac{n_2 - N_{r2}(1 - \alpha_2)}{\alpha_2 N_{r2}} = 1$$

$$\frac{n_1}{N_{r1}} + \frac{n_2}{N_{r2}} = 1 + \left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right) \frac{n_1}{N_{r1}} \quad (\text{I.20})$$

**2<sup>ème</sup> cas** :  $n_1$  cycles du premier niveau sont appliqués, avec cette fois-ci  $n_1 \geq N_{r1}$ , en appliquant la loi de Miner aux durées de vie en propagation, on a :

$$\leftrightarrow \frac{n_1 + \alpha_1 N_{r1}}{(1 - \alpha_1) N_{r1}} + \frac{n_2}{(1 - \alpha_2) N_{r2}} = 1$$

$$\leftrightarrow \frac{n_1 - \alpha_1 N_{r1}}{N_{r1}} \frac{1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1} + \frac{n_2}{N_{r2}} = 1 - \alpha_2$$

$$\leftrightarrow \frac{n_2}{N_{r2}} = \frac{1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1} \alpha_1 - \frac{n_1}{N_{r1}} \frac{1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1} + 1 - \alpha_2$$

$$\leftrightarrow \frac{n_2}{N_{r2}} = 1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1} - \frac{n_1}{N_{r1}} \left( 1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1} \right)$$

$$\leftrightarrow \frac{n_2}{N_{r2}} + \frac{n_1}{N_{r1}} = 1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1} \left( 1 + \frac{n_1}{N_{r1}} \right) \quad (\text{I.21})$$

En notant  $r_1 = n_1 / N_{r1}$  et  $r_2 = n_2 / N_{r2}$  les fractions de vie totale correspondant aux blocs de cycles des deux niveaux, on a :

$$r_2 = 1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} r_1 \quad (\text{Dans le premier cas}) \quad (\text{I.22})$$

$$r_2 = \frac{1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1} (1 - r_1) \quad (\text{Dans le second cas}) \quad (\text{I.23})$$

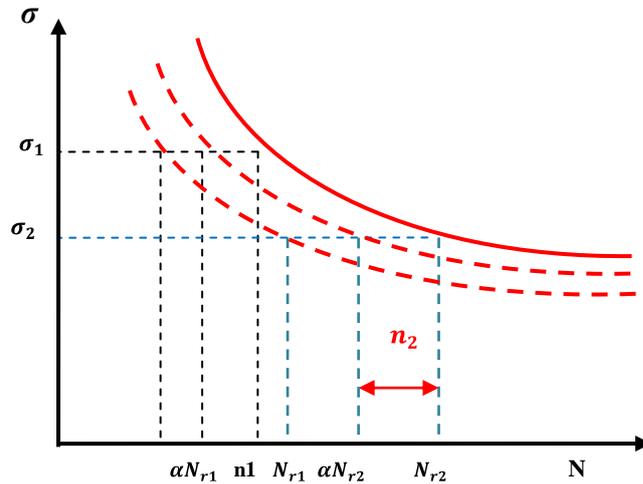


Figure I-10: Cumul du dommage dans la phase de propagation.

### a. Généralisation aux chargements à plusieurs niveaux

Pour une éprouvette soumise à plusieurs blocs de  $n_i$  cycles à chacun des niveaux  $i$  avant amorçage, puis à plusieurs autres blocs de  $n_j$  cycles à chacun des niveaux  $j$  durant la phase de propagation jusqu'à la rupture, le cumul de dommage par fatigue se traduit dans les phases d'amorçage puis de propagation par :

$$\sum_i \frac{n_i}{\alpha_i N_{ri}} = 1$$

$$\sum_j \frac{n_j}{(1 - \alpha_j) N_{rj}} = 1$$

**b. Avantages et inconvénients :****Avantages :**

- la loi Grover est simple d'exploitation.
- Elle permet de prendre en compte l'effet de séquence : il suffit d'observer que les sommes des fractions de vie données par les relations (I.22) et (I.23) différent en permutant l'ordre des deux niveaux 1 et 2 utilisés.

**Inconvénients :**

- La loi de Grover ne prend pas en compte l'influence en fatigue des cycles de contraintes de niveau inférieur à la limite d'endurance.
- La détermination du coefficient  $\alpha$ , qui dépend du niveau de contrainte considéré, n'est pas aisée à réaliser. La difficulté réside en fait dans le choix du critère de détection de l'amorçage,
- La prise en compte de chargements complexes requiert la connaissance des deux courbes S-N (amorçage et propagation) sous ces chargements, ce qui sauf exception, n'est pas envisageable dans le cas le plus général.

**I.3.2.2 La loi d'endommagement bilinéaire de Mason et Al :**

Le formalisme de la loi d'endommagement proposée par Mason et Al est basé sur la prise en compte de deux phases dans le processus d'endommagement. La première est une phase d'amorçage de fissure (phase I). la seconde une phase de propagation de fissure (phase II)[10].

Chacun des deux phases comprend sa propre fonction de dommage linéaire. En cela. La loi de Mason conserve le concept de la loi de Grover. La distinction entre les deux phases se voulant simplement plus rationnelle et plus clairement explicite.

L'objectif principal de la loi proposé est de corriger l'insuffisance de la loi de Miner vis-à-vis de l'effet de l'ordre d'apparition des cycles (effet de séquence).

**a. Les hypothèses retenues par Mason pour l'élaboration de la loi :**

**Hyp.1 :** la durée  $(\Delta N)_{ri}$  de la période de propagation de fissure jusqu'à rupture s'exprime en fonction de la durée de vie totale  $N_{ri}$  (nombre total de cycles, pour la phase d'amorçage et de propagation, sous le niveau  $\sigma_i$  de contrainte ou  $\varepsilon_i$  de déformation) selon [4]:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } N_{ri} > 730 \text{ cycles} \quad (\Delta N)_{ri} = pN_{ri}^b \\ \text{Si } N_{ri} < 730 \text{ cycles} \quad (\Delta N)_{ri} = N_{ri} \end{array} \right\} \quad (\text{I.24})$$

Où  $b$  et  $p$ , ainsi que le seuil de 730 cycles, sont des constantes de la loi propres au matériau. Les valeurs expérimentales de ces constantes, pour les catégories d'acier utilisées par les auteurs, sont :  $b = 0,6$  et  $p = 14$ .

**Hyp.2 :** le nombre de cycle à l'amorçage  $N_{0i}$  est donc :

$$N_{0i} = N_{ri} - (\Delta N)_{ri} \quad (\text{I.25})$$

Dans le cas d'une durée de vie totale très courte (et inférieure à 730 cycle), la phase d'amorçage est négligée. L'apparition d'une fissure est supposée immédiate dès le premier cycle :  $N_{0i} \approx 0$ . En particulier pour une séquence d'amplitude variable, la fissure est considérée comme amorcée dès lors qu'un cycle pour lequel la durée de vie du matériau est inférieur à 730 cycles est rencontrée.

**HYP3 :** les expressions de la fonction de cumul de dommage de la loi bilinéaire de Manson distinguent les phases d'amorçage et de propagation :

- Pour la phase I :  $D_I = \sum \left( \frac{n_i}{N_{0i}} \right) = 1$  à l'amorçage des fissure, dans le cas ou  $(N_{ri} > 730 \text{ cycle})$ .
- Pour la phase II :  $D_{II} = \sum \left( \frac{n_i}{(N)_{ri}} \right) = 1$  à la rupture.

**b. Application de la loi de Mason à un chargement à deux niveaux de contraintes**

La figure 11 illustre l'évolution des fractions de vie  $r_1$  et  $r_2$  à la rupture enregistrées pour un chargement à deux niveaux de contraintes, le premier étant d'amplitude plus élevée que le second (chargement 'Haut-bas').

Le segment de droite AB correspond à un nombre de cycle au premier niveau inférieur à celui correspondant à l'amorçage d'une fissure à ce niveau ( $n_i < N_{0i}$ ). Le bloc de cycles du second niveau comprend alors une partie qui permet d'atteindre l'amorçage puis d'effectuer la propagation de la fissure jusqu'à rupture. Le segment de droite BC correspond au cas où le nombre de cycles  $n_i$  du premier niveau est supérieur au nombre de cycles à l'amorçage de ce niveau ( $n_i > N_{0i}$ ). La fraction de vie du second niveau correspond donc uniquement à une phase de propagation. Le point B intersection des deux parties linéaires du diagramme est le point particulier pour lequel le bloc de cycle du premier niveau a permis de réaliser l'amorçage de la fissure uniquement et le second bloc (second niveau) celle de la propagation.

Sur la figure I-11 est également décrite l'évolution bilinéaire du cumul de dommage dans le cas d'un chargement bas-haut (trait pointillés). Il se situe au-dessus de la droite de Miner.

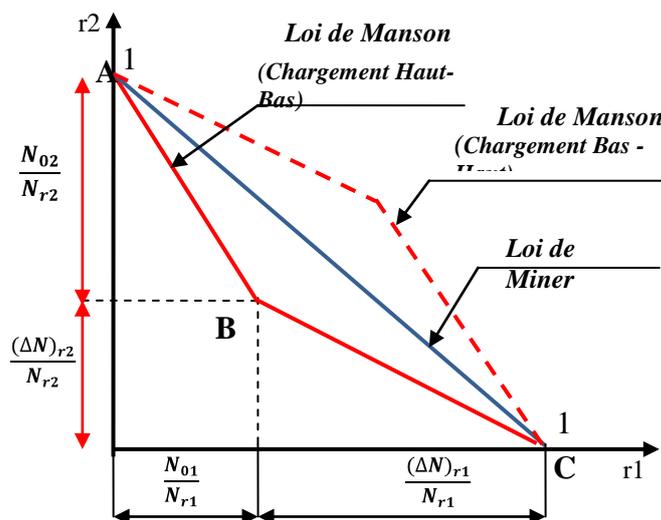


Figure I-11 : cumul du dommage selon la loi de Manson

Les expressions analytiques de la fraction de vie  $r_2$  sont les suivantes :

- Pour  $N_{ri} > 730$  cycles :

$$\text{Si } n_1 < N_{01} \quad n_2 = \left(1 - \frac{n_1}{N_{01}}\right) N_{02} + (\Delta N)_{r2}$$

$$\text{Si } n_1 = N_{01} \quad n_2 = (\Delta N)_{r2}$$

$$\text{Si } n_1 > N_{01} \quad n_2 = \left(1 - \frac{n_1 - N_{01}}{(\Delta N)_{r1}}\right) (\Delta N)_{r2}$$

- Pour  $N_{ri} < 730$  cycles :  $n_2 = \left(1 - \frac{n_1}{N_{r1}}\right) (\Delta N)_{r2}$

**c. Avantages et les inconvénients :****Avantages :**

- La loi de Mason est simple du point de vue de sa mise en application, elle peut s'appliquer à tout type de chargement a priori à condition de connaître les courbes S-N caractéristiques du comportement en fatigue du matériau  $(\Delta N)_{ri} = f(N_{ri})$  et  $N_{ri} = g(\sigma_i)$ .

**Inconvénients :**

- L'effet en fatigue des cycles de contrainte d'amplitude inférieure à la limite d'endurance n'est pas pris en compte,
- La détermination précise de la frontière entre l'amorçage et la propagation de fissure est un peu le talon d'Achille de la caractérisation expérimentale nécessaire en fatigue. L'auteur reconnaît par ailleurs que la distinction optimale à prendre en considération entre les deux phases ne coïncide pas forcément avec l'amorçage effectif d'une fissure.

**I-3.2.3 La loi d'endommagement de Miller et al****a. Présentation du modèle :**

La loi d'endommagement proposée par Miller est basée exclusivement sur la propagation des fissures [15]. L'endommagement par fatigue s'exprime par l'accroissement de la longueur de fissure. Trois types de régimes de propagation de fissure sont distingués, dont les deux premiers concernent ce qu'il est convenu d'appeler les petites fissures.

➤ **Le régime microstructural de propagation des petites fissures :**

L'hypothèse de l'auteur est qu'il y a toujours des défauts au sein du matériau qui peuvent être assimilés à des petites fissures. La première phase de propagation de ces microfissures dépend des barrières dominantes que représente la microstructure, barrières qui sont des importants est un paramètre pris en compte dans la modélisation de la propagation de fissure propre à ce régime :

$$\frac{da}{aN} = A(\Delta\gamma)^\alpha (d - a) \quad (\text{I.26})$$

Où  $a$  est la longueur de la petite fissure,  $\Delta\gamma$  est l'étendue du cisaillement appliqué,

A et  $\alpha$  sont des constantes caractéristiques du matériau concerné.

La longueur des petites fissures concernées est de l'ordre de la distance d.

➤ **Le régime de propagation physique des petites fissures**

Cette phase de propagation (plus précisément la vitesse de propagation) dépend davantage, selon Miller, du niveau de contrainte que de la longueur de fissure. La modélisation de la propagation pour un second régime est régie par :

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta\gamma)^\beta a - C \quad (I.27)$$

Où B et  $\beta$  sont des constantes du matériau ; Et C représente le seuil de propagation.

La limite de cette seconde étape de la propagation est liée à la fois au niveau de contrainte, à la longueur de fissure et au facteur d'intensité de contrainte seuil K.

➤ **Le régime de propagation d'une fissure macroscopique :**

Cette troisième étape est habituellement régie par la mécanique linéaire de la rupture (loi de Paris). L'approche proposée conduit notamment à considérer la limite de fatigue comme une frontière entre la propagation continue et la non propagation des fissures de fatigue, étant entendu (et observé expérimentalement) que des petites fissures sont fréquemment amorcées et se développent au cours de la première phase de propagation mais restent bloquées ensuite grâce aux barrières naturelles de la microstructure.

Les proportions relatives des durées de vie attachées aux trois régimes de propagation sont très dépendantes des niveaux de contraintes appliquées.

**b. Avantages et inconvénients de la loi :**

**Avantages :**

- La loi de Miller, non linéaire, peut rendre compte des effets de séquence,
- Elle s'applique et prend en compte les cycles de contrainte dont les niveaux sont inférieurs à la limite de fatigue du matériau.

**Inconvénients :**

Le calage des modèles de propagation de fissure proposés ne semble pas aisé a priori, car les résultats d'essais dépendent de la microstructure qui n'a pas un caractère déterministe en général et suppose des moyens d'observation poussés pour distinguer les différentes phases considérées.

### I.3.3 Les lois du modèle de variation de la limite d'endurance

#### I.3.3.1 .La loi de Henry :

##### a. Description de la loi :

A la différence des autres lois d'endommagement en fatigue, la loi de Henry lie l'évolution du dommage du matériau à la variation de sa limite d'endurance : le dommage par fatigue est ainsi directement relié à une caractéristique de fatigue du matériau [11].

##### b. Les principales hypothèses de Henry :

**Hyp.1** : la courbe de Wöhler d'un matériau pour un type sollicitation peut être représentée, dans le domaine des contraintes d'amplitude  $\sigma$  supérieure à la limite d'endurance  $\sigma_D$ , par une équation empirique :  $N_r = \frac{k}{\sigma - \sigma_D}$  si le matériau est vierge, elle est donnée par [4]:

$$N_r = \frac{K_0}{\sigma - \sigma_{D0}}, \text{ avec la condition : } \sigma_{D0} < \sigma < 1.5\sigma_{D0}$$

Où  $\sigma_D$  est la limite d'endurance du matériau après n cycles de sollicitation,

$\sigma_{D0}$  est la limite d'endurance du matériau vierge.

K et  $K_0$  sont des coefficients empiriques dépendant du matériau mais aussi de l'état de surface et de la géométrie de l'éprouvette.

**Hyp.2** : la limite d'endurance  $\sigma_D$  est proportionnelle à la constante K. De plus, elle évolue avec l'état d'endommagement du matériau.

**Hyp.3** : le point critique de la pièce où se produit un endommagement peut être considéré comme une entaille de coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  : l'équation empirique de Henry devient :

$$N_r = \frac{K_0}{K_t(\sigma - \sigma_{D0})} = \frac{K}{\sigma - \sigma_D}$$

D'après l'auteur, le coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  est défini par :

$$K_t = \frac{K_0}{K} = \frac{\sigma_{D0}}{\sigma_D}$$

La fonction du dommage peut être exprimée comme la variation de la limite d'endurance du matériau par :

$$D = \frac{\sigma_{D0} - \sigma_D}{\sigma_{D0}} \quad (\text{I.28})$$

L'expression de la limite d'endurance instantanée. Proposée par Henry, est :

$$\sigma_D = \frac{\sigma(1-r)}{\left(\frac{\sigma - \sigma_{D0}}{\sigma_{D0}}\right) + (1-r)} = \frac{\sigma(1-r)}{\gamma - r} \quad (\text{I.29})$$

Où  $r = n/N_r$  est la fraction de vie sous le niveau de contrainte  $\sigma$ .

$$\gamma = \frac{\sigma}{\sigma_{D0}} \text{ est le facteur de surcharge sous le niveau } \sigma.$$

En insérant l'équation (I.29) dans la relation (I.28). L'expression du dommage créé par  $n_i$  cycle de niveau  $\sigma_i$  s'écrit :

$$D_i = \frac{r_i(\gamma_i - 1)}{\gamma_i - r_i} \quad (\text{I.30})$$

La rupture de l'éprouvette le dommage total vaut l'unité. Dans le cas d'un chargement à plusieurs blocs successifs. Henry applique la méthode des cycles équivalents, Ainsi, pour un chargement à deux niveaux de contrainte  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . où on applique d'abord  $n_1$  cycles puis  $n_2$  cycles, la fraction de vie équivalente  $r_{12}$  sous le second niveau a pour expression :

$$r_{12} = \frac{D_1 \gamma_2}{D_1 - \gamma_2 - 1} \quad (\text{I.31})$$

Où

$$D_1 = \frac{r_1(\gamma_1 - 1)}{\gamma_1 - r_1} \text{ est le dommage sous le premier niveau.}$$

La fraction de vie résiduelle  $r_2$  au second niveau de la sollicitation avant la rupture est donnée par :

$$r_1 = 1 - \frac{D_1 \gamma_2}{D_1 - \gamma_2 - 1} = \frac{\gamma_1 (\gamma_2 - 1) (1 - r_1)}{\gamma_1 (\gamma_2 - 1) - r_1 (\gamma_2 - \gamma_1)} \quad (\text{I.32})$$

Cette méthode des cycles équivalents s'applique aussi aux cas de chargement à p blocs de sollicitations. Mais l'auteur suggère d'utiliser un calcul par récurrence pour le dommage total  $D_p$ .

L'expression obtenue est :

$$D_p = \frac{r_p \gamma_p (D_{p-1} + \gamma_p) + D_{p-1} \gamma_p (1 + \gamma_p)}{(D_{p-1} + \gamma_p) (1 - r_p + \gamma_p) - D_{p-1} (1 + \gamma_p)} \quad (\text{I.33})$$

Avec  $\gamma_p = (\sigma_p - \sigma_{D0}) / \sigma_{D0}$  .

### c. Avantages et les inconvénients :

#### Avantages:

- La loi de henry exprime le caractère non linéaire de l'évolution du dommage du matériau,
- L'application de cette loi est simple il n'y a pas de paramètre particulier à déterminer,
- Cette loi prend en compte la nature de la sollicitation par l'intermédiaire de la limite d'endurance du matériau vierge et est valable pour des chargements par blocs avec des niveaux de sollicitations différents. Ces chargements peuvent être symétriques ou dissymétriques.
- Sur le plan physique de d'endommagement par fatigue, la loi de henry est plus réaliste car elle considère comme variable la limite d'endurance qui est une grandeur mesurable.

#### Inconvénients :

La loi de henry ne s'applique pas aux chargements comportant des contraintes de niveau inférieur à celui de la limite d'endurance du matériau.

### I.3.3.2 La loi de GATTS

GATTS propose en 1961 une fonction de dommage en fatigue basée sur la variation de la limite de fatigue d'un matériau soumis à des chargements d'amplitude constante.

**a. Les principales hypothèses de son formalisme :**

**Hyp.1 :** L'endommagement d'un matériau entraîne de diminution de sa résistance en traction monotone ainsi que sa limite d'endurance. Cette hypothèse a été utilisée dans certaines références [11, 12, 13,14].L'endommagement est ainsi à la résistance maximale en traction monotone  $R_m$  par une relation de type

$$\frac{dR_{mn}}{dn} = -FD(R) \quad (\text{I.34})$$

Où  $R$  est une variable homogène à une contrainte,

$F$  est une constante de proportionnalité dépendant du matériau,

$R_{mn}$  est la valeur instantanée de la résistance qui décroît et passe de  $R_{m0}$  à  $R_{mNr}$ .

**Hyp.2 :** Quel que soit le nombre  $n$  de cycles appliqués, la limite d'endurance instantanée  $\sigma_D$  est proportionnelle à la résistance  $R_{mn}$  :

$$\sigma_D = CR_{mn} \quad (\text{I.35})$$

$C$  est une constante empirique. Les conditions aux limites sont :

$$\text{Si } n=0 \rightarrow R_{mn} = R_{m0} = R_u$$

$$\text{Si } n=N_r \rightarrow R_{mn} = R_{mNr} = \sigma$$

Où  $R_u$  est la résistance maximale à la traction monotone.

$\sigma$  est l'amplitude de la contrainte appliquée (limite de fatigue).

**Hyp.3 :** Pour tenir compte des contraintes de niveau inférieur à la limite d'endurance, Gatts donne à la variable du dommage l'expression suivante :  $D(R) = (R - \sigma_D)^P$ .

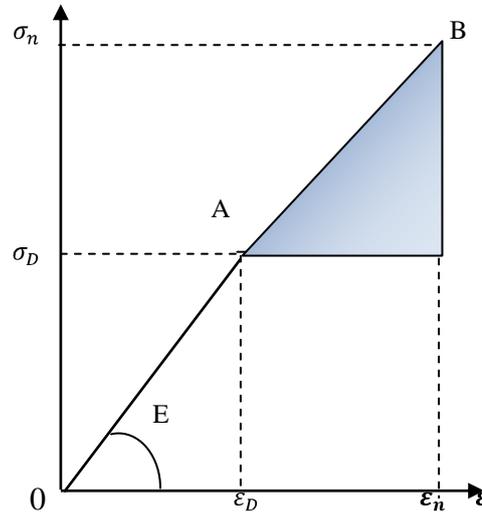
Où l'exposant  $p$  est une constante du matériau ; elle est égale à l'unité d'après l'auteur

$$\text{Si } R - \sigma_D \leq 0 \rightarrow \langle R - \sigma_D \rangle = 0 \quad \text{Si } R - \sigma_D > 0 \rightarrow \langle R - \sigma_D \rangle = R - \sigma_D$$

D'après l'auteur, la relation  $\sigma_D = CR_{mn}$  permet de passer outre cette notation.

**Hyp.4 :** Gatts suppose qu'en traction alternée symétrique, la déformation plastique se produit dès le premier cycle appliqué, et qu'elle peut atteindre une valeur supposée critique pour créer

un dommage .la partie OA de la courbe (figure I-12) représente une déformation élastique par analogie avec la déformation élastique monotone. La partie AB, également élastique mais avec un module différent de celui de OA, correspond aux sollicitations d'amplitude supérieure à la limite d'endurance.



**Figure I-12** : courbe contrainte- déformation ;

L'aire de la zone hachurée est supposée être une mesure possible du dommage en fatigue [20].

**Hyp.5** : dans la zone située sous le segment AB, il existe de petites déformations plastiques, assez critique pour engendrer la ruine du matériau. ce dommage est supposé proportionnel à l'énergie correspondant à l'aire hachurée :

$$\frac{dR_{mn}}{dn} = -F \int_{\epsilon_D}^{\epsilon} (R - \sigma_D) d\epsilon = -F \int_{\sigma_D}^{\sigma} (R - \sigma_D) dR \quad (\text{I.36})$$

F : est un nouveau coefficient de proportionnalité.

**Hyp.6** : GATTS suppose que la limite d'endurance  $\sigma_D$  et le coefficient F restent constants durant le  $n^{\text{ème}}$  cycle, l'intégration de l'équation (I.36) donnant :

$$\frac{dR_{mn}}{dn} = -F' \cdot (\sigma - \sigma_D)^2 \quad (\text{I.37})$$

D'après la seconde hypothèse, on a :

$$\frac{dR_{mn}}{dn} = -F'.(\sigma - CR_{mn})^2 \text{ et } \frac{d\sigma_D}{dn} = \frac{dR_{mn}}{dn}$$

$$\text{D'où : } \frac{d\sigma_D}{dn} = -F'.C.(\sigma - \sigma_D)^2 \quad (\text{I.38})$$

Avec  $F'=F/2$

Les conditions aux limites sont :

$$\text{Si } n=0 \quad \sigma_D = \sigma_{D0}$$

$$\text{Si } n=N_r \quad \sigma_D = c\sigma = \frac{\sigma_{D0}}{R_u \cdot \sigma}$$

L'intégration de l'équation (I.38).d'après l'auteur, donne :

$$pn = \frac{1}{\sigma - \sigma_{D0}} - \frac{1}{\sigma - \sigma_{Dn}} \quad (\text{I.39})$$

P est une nouvelle constante. En utilisant les dernières conditions aux limites,(I.39) devient :

$$pN_r = \frac{1}{\sigma - \sigma_{D0}} - \frac{1}{\sigma(1-c)} \quad (\text{I.40})$$

En éliminant p dans les équations (I.39) et (I.40), et en posant  $r=n/N_r$ ,  $\gamma = \sigma/\sigma_{D0}$   
 $\gamma_D = \sigma_{Du}/\sigma_{D0}$ . Gatts obtient l'équation suivante de la courbe de Wöhler :

$$\gamma_D = \gamma \left[ 1 - \frac{1}{\left( \frac{r}{1-c} + \frac{\gamma}{\gamma-1} (1-r) \right)} \right] \quad (\text{I.41})$$

Note :  $C = \frac{\sigma_{D0}}{R_u}$ , d'après les condition aux limites ci-dessus.

Dans le cas d'un chargement à un seul niveau de contrainte, l'expression de la fraction de vie résiduelle  $r_{res}$  s'obtient à partir des équations (I.39) et (I.40).

Pour les chargements à plusieurs blocs successifs d'amplitudes différentes, Gatts proposent d'utiliser comme dans les lois précédentes la fraction de vie équivalente. La fraction de vie restante  $r_{ires}$  au début de chaque bloc de niveau  $\sigma_i$  est donnée par :

$$r_{ires} = 1 - r_{ieq}$$

$$= 1 - \left( \left( \gamma_i - \frac{\gamma_i(\gamma_i - \gamma_{Dj-1})}{\gamma - 1} \right) / \left( (\gamma_i - \gamma_{Di-1}) \left[ \frac{1}{1-c} - \frac{\gamma_i}{\gamma_{i-1}} \right] \right) \right) \quad (\text{I.42})$$

Avec

$$\gamma_{D-i} = \gamma_{i-1} \left( 1 - \frac{1}{\left( \frac{r_{i-1}}{1-c} + \frac{\gamma_{i-1}(1-r_{i-1})}{\gamma_{i-1}-1} \right)} \right).$$

### b. Application de loi de GATTS à un chargement un à deux niveaux de contraintes :

Supposons que le chargement comporte deux blocs successifs de sollicitations d'amplitudes constantes mais différentes. Le principe des cycles équivalents permet d'écrire [4]:

$$\gamma_{D1} = \gamma_1 \left[ 1 - \frac{1}{\frac{r_1}{1-c} + \frac{\gamma_1}{(\gamma_1-1)}(1-r_1)} \right] = \gamma_2 \left[ 1 - \frac{1}{\frac{r_{12}}{1-c} + \frac{\gamma_2}{(\gamma_2-1)}(1-r_{12})} \right] = \gamma_{D2}$$

Où  $r_{12}$  est la fraction de vie au second niveau équivalente à  $r_1$ . Son expression est :

$$r_{12} = \gamma_2 \frac{(1-c)(\gamma_{D1}-1)}{(\gamma_2-\gamma_{D1})(\gamma-1)}$$

La fraction de vie  $r_2$  au moment de la rupture totale du matériau sous le second niveau de contrainte  $\sigma_2$  après  $n_1$  cycles appliqués sous  $\sigma_1$  vaut :

$$r_2 = 1 - \gamma_2 \frac{(1-c)(\gamma_{D1}-1)}{(\gamma_2-\gamma_{D1})(\gamma-1)} \quad (\text{I.43})$$

### c. Avantages et inconvénients de la loi de gatts :

#### Avantages :

La loi de Gatts tient compte de la nature de la sollicitation et de l'effet de la contrainte moyenne grâce à la limite d'endurance du matériau.

Elle en compte les effets de séquence.

### **Inconvénients :**

Cette loi ne s'applique pas aux chargements de niveau inférieur ou égal à la limite d'endurance : les effets sur les durées de vie des cycles de faible amplitude sont donc ignorés.

### **I.3.3.3 La loi de Bui Quoc et al [1] :**

#### **a. Les principales hypothèses de la loi de Bui Quoc et al :**

**Hyp.1 :** l'endommagement d'un matériau conduit à un abaissement de sa limite d'endurance et de sa résistance statique [11,15];

**Hyp.2 :** l'évolution du dommage est intimement liée au niveau de contrainte appliquée.

**Hyp.3 :** L'endommagement évolue continument dans le même sens que celui de la croissance des fissures de fatigue macroscopiques [16].

**Hyp.4 :** Bui Quoc et al . Reprennent hypothèse de Gatts, selon laquelle, pour des contraintes au-dessus de la limite d'endurance l'endommagement par fatigue est une fonction puissance de la forme :

$$\gamma_D = (\gamma_1/\gamma_u)^m \quad (\text{I.44})$$

Avec  $\gamma_D = \sigma_D/\sigma_{D0}$ ,  $\gamma_u = R_u/\sigma_{D0}$  et  $\gamma_I = \sigma_I/\sigma_{D0}$

Où  $\sigma_{D0}$  est la limite d'endurance du matériau vierge,

$\sigma_D$  est la limite d'endurance Instantanée du matériau (après n cycles),

$\sigma_I$  est la valeur instantanée de la résistance en traction monotone du matériau.

$R_u$  : est la résistance maximale du matériau en traction monotone,

M : est une constante empirique supérieure à l'unité.

**Hyp.5 :** Pour des contraintes maximales supérieures à la limite d'endurance, le taux de variation de la limite d'endurance peut être lié aux paramètres de chargement par la relation suivante :

$$\frac{d\gamma_D}{d_n} = -\frac{1}{K} \gamma_{\max}^b \left( \frac{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}}{\gamma_{\max}} \right) (\gamma_{\max} - \gamma_D)^2 \quad (\text{I.45})$$

Où  $\gamma_{\max} = \sigma_{\max} / \sigma_{D_0}$  et  $\gamma_{\min} = \sigma_{\min} / \sigma_{D_0}$   
 $\sigma_{\max}$  est la contrainte maximale et  $\sigma_{\min}$  a contrainte minimale.

Ket b sont des constantes du matériau, et n le nombre de cycles appliqués.

$\gamma_D$  est la limite d'endurance adimensionnelle du matériau après n cycles de sollicitation,  
et  $\gamma_{D_0}$  celle du matériau verge.

Les conditions à la limite donnée par les auteurs sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } n = 0 \rightarrow \gamma_D = \gamma_{D_0} = 1 \\ \text{Si } n = N_r \rightarrow \gamma_{DC} = \left( \gamma_{\max} / \gamma_u \right)^m \end{array} \right. \quad (\text{I.46})$$

Avec  $\gamma_u = R_u / \sigma_{D_0}$

Où  $N_r$  est le nombre de cycles à rupture, et m la constante dépendant du matériau. D'après les auteurs, m est supérieure à 6 pour les aciers.

En fatigue sous contrainte contrôlée (grand nombre de cycles) les auteurs proposent la solution suivante à l'équation (I.44) :

$$n = \frac{K}{1-R} \frac{1}{\gamma_{\max}^{-1}} \left[ \frac{1}{\gamma_{\max}^{-1}} - \frac{1}{\gamma_{\max} - \gamma_{D_0}} \right] \quad (\text{I.47})$$

Avec  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$  (rapport des contraintes)

En intégrant les conditions aux limites (I.46) dans l'équation (I.47) on obtient l'équation de la courbe de fatigue sous contrainte cyclique maximale :

$$N_r = \frac{K}{1-R} \frac{1}{\gamma_{\max}^b} \left[ \frac{1}{\gamma_{\max}^{-1}} - \frac{1}{\gamma_{\max} - (\gamma_{\max} / \gamma_u)^m} \right] \quad (\text{I.48})$$

cas de sollicitations alternées symétriques (R=-1), elle vaut :

$$N_r = \frac{K}{2} \frac{1}{\gamma_{\max}^{b^*}} \left[ \frac{1}{\gamma_{\max}^{-1}} - \frac{1}{\gamma_{\max} - (\gamma_{\max} / \gamma_u^*)^m} \right] \quad \text{avec } \gamma_u^* = \frac{\sigma_u}{\sigma_e} \quad (\text{I.49})$$

$\sigma_e$  : Limite d'élasticité du matériau,

$b^*$  : Coefficient du matériau pour une sollicitation alternée symétrique.

D'après les auteurs, les coefficients B et  $b^*$  sont liés par la relation :

$$\frac{b}{b^*} = \frac{\gamma_u^* - 1}{\gamma_u - 1} \left( \frac{\gamma_u}{\gamma_u^*} \right)^{\frac{1}{2}}$$

La relation de Bui Quoc qui lie la limite d'endurance  $\gamma_D$  à la fraction de vie r, pour un niveau de contrainte  $\gamma_{max}$  donné, est :

$$\gamma_D = \gamma_{max} - \frac{1}{\frac{(1-r)}{(\gamma_{max}-1)} + r \left[ \gamma_{max} - \left( \frac{\gamma_{max}}{\gamma_u} \right)^m \right]} \quad (I.50)$$

Remarque : Bui quoc a adapté ce modèle au calcul de la contrainte résiduelle statique de traction. il suppose que si un essai de fatigue est arrêté et qu'un essai statique s'en suit, l'éprouvette aura contrainte résiduelle  $\sigma_{resid} = \sigma_s = \gamma_s \sigma_{D0}$ . Exprimée en fonction des paramètres précédent, cette contrainte a la forme :

$$\sigma_{resid} = R_m \left[ \gamma_{max} - \frac{1}{\frac{(1-r)}{(\gamma_{max}-1)} + r \left[ \gamma_{max} - \left( \frac{\gamma_{max}}{\gamma_u} \right)^m \right]} \right]^{\frac{1}{m}}$$

La fonction d'endommagement D proposée par l'auteur est :

$$D = \frac{1 - \gamma_D}{1 - \gamma_{Dc}} \quad (I.51)$$

En tenant compte de (I.44) et (I.50) dans (I.51), il obtient :

$$D = \frac{r(\gamma_{max}-1)}{r(\gamma_{max}-1) + (1-r) \left( \gamma_{max} - \left( \frac{\gamma_{max}}{\gamma_u} \right)^m \right)} \quad (I.52)$$

Pour un chargement à deux niveaux de contrainte définis par  $(r_1, \gamma_{1max}, \gamma_{u1})$  et  $(r_2, \gamma_{2max}, \gamma_{u2})$  au cours duquel  $n_1$  cycles sont appliqués au niveau  $\sigma_1$ , suivis de la sollicitation au second niveau jusqu'à rupture, l'expression de la fraction de vie  $r_{12}$  sous le second niveau qui causerait le même dommage que celui de la fraction  $r_1$  du premier niveau est :

$$r_{12} = \frac{D_1 \left( \gamma_{2max} - \left( \frac{\gamma_{2max}}{\gamma_u} \right)^m \right)}{\gamma_{2max} + D_1 \left( 1 - \left( \frac{\gamma_{2max}}{\gamma_u} \right)^m \right)}$$

La fraction de vie  $r_2$  restant au second niveau peut être alors établie par :

$$r_2 = 1 - r_{12}$$

### **b. Avantage et inconvénients :**

#### **Avantages :**

- L'évolution du dommage décrite par cette loi est non linéaire,
- La loi peut s'appliquer aux chargements d'un seul type de sollicitations simples ou composées.
- Les effets de la contrainte moyenne sont pris en compte par l'intermédiaire de la limite d'endurance du matériau,
- La nature de la sollicitation est aussi prise en compte à la limite d'endurance.

#### **Inconvénients :**

Cette loi n'est pas applicable aux chargements avec des contraintes de niveau inférieur à celui de la limite d'endurance. Par conséquent, l'histoire du chargement n'est que partiellement prise en compte.

### **I.3.4 Les lois du modèle de courbe d'endommagement**

#### **I.3.4.1 La loi de Freudenthal-heller :**

A partir d'essais de simulation des conditions réelles d'utilisation des pièces sous un chargement à plusieurs niveaux de contrainte, Freudenthal et Heller ont développé une théorie qui permet de prendre en compte les effets d'interactions entre les blocs de sollicitations [14].

### a. Les hypothèses de loi :

**Hyp.1 :** les imperfections de la loi de Miner proviennent de la sommation linéaire de dommages et de l'hypothèse de l'indépendance de la courbe dommage-fraction de vie du niveau de la sollicitation [4].

**Hyp.2 :** ils supposent qu'il existe un point de coordonnées  $(N^*, \sigma_{max}^*)$  où convergent la courbe S-N du matériau vierge et sa courbe S-N théorique (figure 13). Ce point, indépendant du chargement considéré, est choisi de telle sorte que son abscisse  $N^*$  soit comprise entre  $10^3$  et  $10^4$  cycles.

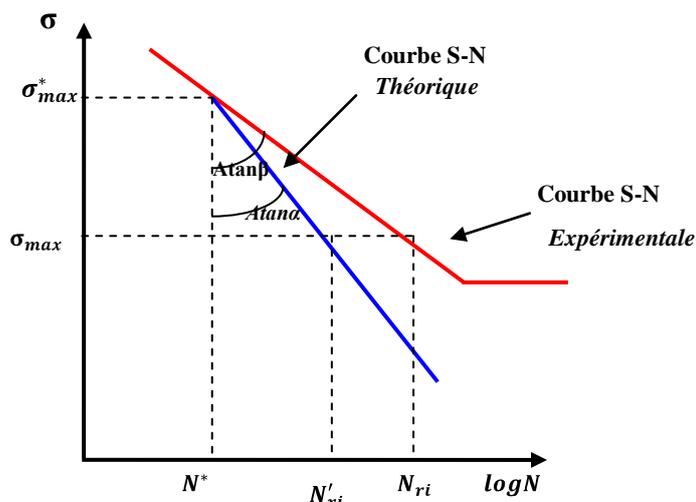
La durée de vie  $N'_{ri}$  (sur la courbe S-N théorique) correspondant à la contrainte  $\sigma_{i max}$  donnée par :

$$\frac{N'_{ri}}{N^*} = \left( \frac{\sigma_{max}^*}{\sigma_{i max}} \right)^\delta \quad (I.54)$$

La durée de vie  $N_r$  (sur la courbe S-N expérimentale) pour la même contrainte est donnée par :

$$\frac{N_{ri}}{N^*} = \left( \frac{\sigma_{max}^*}{\sigma_{i max}} \right)^\beta \quad (I.55)$$

Où  $\beta$  et  $\delta$  sont des constantes du matériau et sont déterminée expérimentalement.



**Figure I-13 :** représentation des courbes S-N théorique et expérimentale [17].

Pour un chargement à  $p$  niveaux de contrainte, le nombre total de cycles appliqués occasionnant la rupture du matériau peut être calculée à l'aide des relations suivantes :

- Pour la courbe S-N expérimentale :

$$N_r = \sum_{i=1}^P \frac{N_{ri}}{\alpha_i} \quad (I.56)$$

- pour la courbe S-N théorique :

$$N'_r = \sum_{i=1}^P \frac{N'_{ri}}{\alpha_i} \quad (I.57)$$

Où  $\alpha_i$  est la proportion du nombre de cycles à rupture sous le niveau  $\sigma_i$ .

Le rapport terme à terme des équations (I.56) et (I.57) donne :

$$\frac{N'_r}{N_r} = \frac{\sum_{i=1}^P \left( \frac{N'_{ri}}{\alpha_i} \right)}{\sum_{i=1}^P \left( \frac{N_{ri}}{\alpha_i} \right)} \quad (I.58)$$

En tenant compte des équations (I.52) et (I.53) dans l'équation (I.58), on peut établir la relation suivante qui lie les deux durées de vie :

$$N'_{ri} = N_r \frac{\sum_{i=1}^p (\alpha_i (\sigma'_{i \max} / \sigma_{\max}^*)^\delta)}{\sum_{i=1}^p (\alpha_i (\sigma_{i \max} / \sigma_{\max}^*)^\beta)} \quad (I.59)$$

### b. Détermination des paramètres :

La courbe S-N réelle (ou expérimentale) permet de déterminer la valeur de la constante  $\beta$  à partir de l'équation (I.55). D'après les auteurs, des essais de fatigue sous chargement particulier à plusieurs niveaux de contrainte fournissent la valeur de  $N_r$ . La valeur de  $N'_r$  est calculée à l'aide de la loi de Miner. Par suite, la formule (I.59) permet de calculer la valeur de la pente  $\delta$  de la courbe modifiée.

### c. Avantages et inconvénients de la loi:

#### Avantages :

- La loi de freudenthal et heuler donne une expression simple de la courbe S-N,
- Cette loi prend en compte l'histoire du chargement.

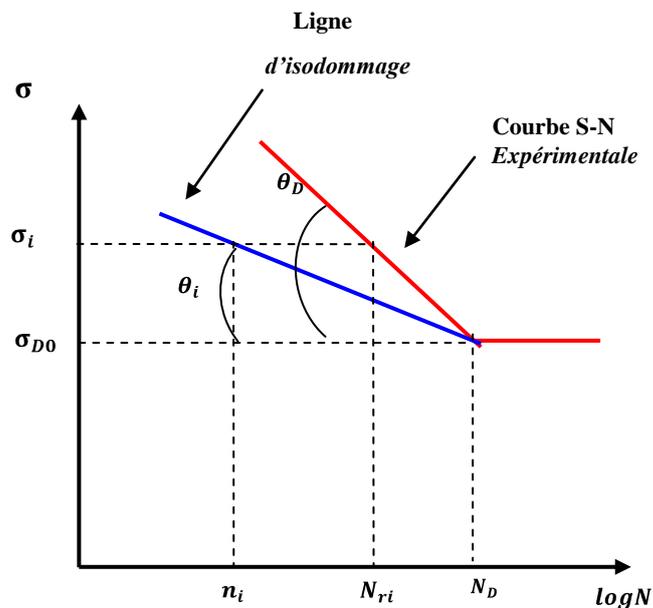
#### Inconvénients :

- Le point de référence ( $N^*, \sigma_{max}^*$ ) ne peut être déterminé avec une grande précision sur une courbe S-N, ce qui rend les résultats assez approximatifs
- Le calcul de durée de vie nécessite des essais d'endurance à plusieurs niveaux de contrainte. Ce qui complique la tâche des utilisateurs de cette loi,
- L'effet des cycles de petite amplitude n'est pas pris en compte,

### I.3.4.2 Loi de Subramanyan :

#### a. Les hypothèses utilisées par Subramanyan

**HYP.1** : toutes les lignes d'isodommage convergent vers la limite d'endurance du matériau (figure I-14). La courbe S-N du matériau vierge (ou courbe de durée de vie) délimite le domaine de fatigue utilisable [18].



**Figure I-14** : Position d'une courbe d'isodommage par rapport à la courbe S-N expérimentale (d'après [18]).

**Hyp.2 :** pour des contraintes de niveau  $\sigma_i$  ( $\sigma_i > \sigma_{D0}$ ), le dommage élémentaire  $D_i$  peut être mesuré à l'aide de la pente de la ligne d'isodommage considérée et de celle de la courbe de durée de vie [18] :

$$\begin{aligned} D_i(\sigma_i, n_i) &= tg\theta_i / tg\theta_D = \left( \frac{\sigma_i - \sigma_{D0}}{\log N_D - \log n_i} \right) / \left( \frac{\sigma_i - \sigma_{D0}}{\log N_D - \log N_{ri}} \right) \\ &= \frac{\log N_D - \log N_{ri}}{\log N_D - \log n_i} \end{aligned} \quad (I.60)$$

Où  $n_i$  est le nombre de cycles appliqués sous le niveau de contrainte  $\sigma_i$ ,  
 $N_{ri}$  est le nombre de cycles à rupture pour ce niveau de contrainte.

Cette hypothèse suppose que la limite d'endurance reste constante à tous les stades de l'endommagement. C'est un postulat qui permet d'obtenir une expression mathématique linéarisée du dommage au point anguleux de la courbe S-N, de coordonnées  $(N_D, \sigma_{D0})$ .

Pour un chargement comprenant deux niveaux de contrainte  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ , Subramanyan utilise la méthode des cycles équivalents décrite précédemment en posant :

$$D_1 = \frac{\log N_D - \log N_{r1}}{\log N_D - \log n_1} = \frac{\log N_D - \log N_{r2}}{\log N_D - \log n_{12}} \quad (I.61)$$

Où  $N_{r1}$  et  $N_{r2}$  sont les nombre de cycles à rupture aux niveaux  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  respectivement.  
 $n_{12}$  est le nombre de cycles qu'il faut appliquer au second niveau pour obtenir le même dommage qu'avec  $n_1$  cycles du premier niveau.

L'équation (61) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\log N_D - \log N_{r2}}{\log N_D - \log N_{r1}} = \frac{\log N_D - \log n_{12}}{\log N_D - \log n_1} = \frac{(\log N_D - \log N_{r2}) - (\log N_D - \log n_{12})}{(\log N_D - \log N_{r1}) - (\log N_D - \log n_1)}$$

Ainsi

$$\frac{\log N_D - \log N_{r2}}{\log N_D - \log N_{r1}} = \frac{\log n_{12} - \log N_{r2}}{\log n_1 - \log N_{r1}} = \frac{\log\left(\frac{n_{12}}{N_{r2}}\right)}{\log\left(\frac{n_1}{N_{r1}}\right)}$$

Soit

$$\frac{\log N_D - \log N_{r2}}{\log N_D - \log N_{r1}} = \alpha = \frac{\log\left(\frac{n_2}{N_{r2}}\right)}{\log\left(\frac{n_1}{N_{r1}}\right)} \quad (\text{I.62})$$

En posant  $r_1 = \frac{n_1}{N_{r1}}$  et  $r_2 = \frac{n_2}{N_{r2}}$  et sachant que  $r_1 = N_{r2} - n_2$ , l'expression de la fraction de vie résiduelle sous le second niveau  $\sigma_2$ , déduite de l'équation (I.61) est :

$$r_2 = 1 - r_1^\alpha \quad (\text{I.63})$$

Pour les cas de chargement comportant plus de deux niveaux de contrainte, et en utilisant le même principe de cycle équivalent, la fraction de vie résiduelle au  $i^{\text{ème}}$  niveau a l'expression suivante :

$$r_i = 1 - \left\{ r_{i-1} + \left[ r_{i-2} + \dots + \left( r_2 + r_1^{\alpha_1} \right)^{\alpha_2} \dots \right]^{\alpha_{i-2}} \right\}^{\alpha_{i-1}} \quad (\text{I.64})$$

$$\alpha_K = \log(N_{r(K+1)}/N_D) / \log(N_{rk}/N_D) \quad K = 1, 2, \dots, i - 1$$

### b. Avantages et inconvénients :

#### Avantages :

- La loi de Subramanyan est simple d'application et ne nécessite que la courbe de Woler comme données matériau.
- Elle prend en compte les effets séquence du chargement.
- Elle tient compte de la nature de la sollicitation ainsi que des effets de la contrainte moyenne à travers la limite d'endurance du matériau.

#### Inconvénients :

- Cette approche n'est pas valable pour des niveaux de contraintes proches de la limite d'endurance du matériau, pour les deux raisons suivantes :
- Le point anguleux est un point singulier pour les lignes d'isodommage qui passent pour ce point,

- La courbe S-N expérimentale n'est pas linéaire au voisinage de la limite de fatigue.
- La loi ne prend pas en compte l'effet des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance.

### I.3.5. La loi d'endommagement continu de Lemaitre et Chaboche

A l'origine, les théories de l'endommagement continu ont été élaborées par Rabotnov et Kachanov pour expliquer le processus de détérioration continue du matériau soumis à un essai de fluage. Le succès de cette modélisation de l'endommagement par fluage a suscité son extension à l'endommagement par fatigue [4].

Chaboche a proposé en 1974 le premier modèle. Depuis lors, de nombreuses tentatives d'amélioration ont été développées, Nous ne nous intéressons qu'aux derniers développements [19,20].

#### a. Les hypothèses fondamentales de cette loi :

**Hyp.1 :** Les sollicitations sont supposées périodiques.

**Hyp.2 :** pour des essais de fatigue à amplitude de contrainte constante dans le domaine des faibles nombres de cycle stabilisé de la forme  $\Delta\varepsilon_p = f(\Delta\sigma)$ . Cette relation est applicable quand la fréquence de la sollicitation est suffisamment élevée pour éliminer les effets de viscosité.

**Hyp.3 :** la loi cyclique reste valable durant tout l'essai, condition de remplacer l'amplitude de la contrainte nominale par une amplitude effective  $\Delta\sigma_{eff} = \frac{\Delta\sigma}{1-D}$ .

**Hyp.4 :** les paramètres de chargement dont dépend l'état d'endommagement du matériau sont la contrainte maximale  $\sigma_{max}$  la contrainte moyenne  $\sigma_m$  de chaque cycle. D'autres paramètres tels que la fréquence de la sollicitation, la température et un paramètre décrivant l'histoire du chargement sont supposés constants et connus. Ces derniers définissent les conditions initiales et finales du problème.

**Hyp.5 :** l'amorçage et la propagation des microfissures se manifestent par une évolution continue du dommage, traduite par l'équation différentielle de la variable de dommage  $D$  qui vaut zéro à l'état initial (matériau vierge) et 1 à la rupture (quand une fissure macroscopique est amorcée) :

$$dD = D^{\alpha(\sigma_{max}, \sigma_m)} \left( \frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(\sigma)_m} \right)^\beta dn \quad (I.65)$$

Où  $\alpha$  est un coefficient positif ;  $\alpha$  est une fonction définie par :

$$\alpha = 1 - a \left\langle \frac{\sigma_{max} - \sigma_D(\sigma_m)}{R_u - \sigma_{max}} \right\rangle$$

la notation  $\langle X \rangle$  signifie :

$$\langle X \rangle = 0 \text{ si } X \leq 0 \text{ et } \langle X \rangle = X \text{ si } X > 0 \quad (\text{finalement } 0 \leq \alpha \leq 1)$$

$\sigma_D$  est la limite d'endurance courante du matériau.

$M$  est un coefficient dépendant de la contrainte moyenne :

$$M(\sigma_m) = M_0(1 - b\sigma_m).$$

$$\text{Avec } M_0 = B[a(\beta + 1)]^{\frac{1}{\beta}}.$$

$a$  et  $B$  sont des constantes du matériau dépendant de la température.

$b$  est un coefficient matériau qu'on peut déterminer à partir de la pente du diagramme de haigh en traction. Modélisé par :  $\sigma_D = \sigma_m + \sigma_{D0}(1 - b\sigma_m)$  (ou  $b=1/R_u$ . d'après [20].

L'intégration de l'équation (I.64), pour  $\sigma_{max}$   $\sigma_m$  constantes, donne l'expression suivante de la durée de vie en fatigue :

$$N_r = \frac{1}{1-\alpha} \left( \frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)} \right)^\beta \quad (I.66)$$

Dans le cas d'une sollicitation à deux niveaux de contrainte, la fraction de vie second niveau est donnée par :

$$\frac{n_2}{N_{r2}} = 1 - \left( \frac{n_1}{N_{r1}} \right)^P \quad (I.67)$$

Avec

$$p = \frac{1-\alpha_2}{1-\alpha_1} = \frac{1-\alpha(\sigma_{max2}, \sigma_{m2})}{1-\alpha(\sigma_{max1}, \sigma_{m1})} \quad (I.68)$$

Afin de prendre en compte les interactions des différents types d'endommagement, Les auteurs ont remplacé la variable D par la fonction  $1 - (1 - D)^{\beta+1}$  dans l'équation (I.54) et obtiennent [21] :

$$dD = [1 - (1 - D)^{\beta+1}]^{\alpha(\sigma_{max}, \sigma_m)} \left[ \frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)(1-D)} \right] dn \quad (I.69)$$

L'expression de la durée de vie en fatigue à la rupture devient :

$$N_r = \frac{1}{(\beta+1)(1-\alpha(\sigma_{max}, \sigma_m))} \left( \frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)} \right)^{-\beta} \quad (I.70)$$

ement, l'évaluation du dommage est établie par :

$$D = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{n}{N_r} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{\beta+1} \quad (I.71)$$

Pour des essais à deux niveaux de contraintes, la fraction de vie  $r_2$  restant au second niveau peut être calculée en tenant compte des situations suivantes :

**1<sup>ere</sup> cas** :  $\sigma_2 > \sigma_D$  ( $\alpha < 1$ ) :

$$\frac{n_2}{N_{r2}} = 1 - \left( \frac{n_1}{N_{r1}} \right)^\eta \quad (I.72)$$

$$\text{Avec } \eta = \frac{1-\alpha_2}{1-\alpha_1} = \left( \frac{\sigma_{2max} - \sigma_D(\sigma_{m2})}{\sigma_{1max} - \sigma_D(\sigma_{m1})} \right) \left( \frac{R_u - \sigma_{1max}}{R_u - \sigma_{2max}} \right) = \frac{N_{r1}}{N_{r2}} \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^\beta$$

Où  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont les amplitudes des cycles de contrainte aux niveaux correspondants.

**2<sup>eme</sup> cas** :  $\sigma_2 \leq \sigma_D$  ( $\alpha = 1$ ) :

Ce cas de situation inclut les sollicitations de niveau inférieur à la limite de fatigue.

L'équation (I.64). en terme de contrainte sous le second niveau, s'écrit :

$$\frac{(1-D)^\beta}{1-(1-D)^{\beta+1}} dD = \left( \frac{\sigma_{max2}-\sigma_{m2}}{M(\sigma_{m2})} \right)^\beta dn \quad (I.73)$$

Le nombre  $n_2$  de cycles résiduels est issu de intégration (I.72) : il a pour expression :

$$n_2 = -N_{r2} \left( \frac{\sigma_{max1}-\sigma_{m1}}{\sigma_{max2}-\sigma_{m2}} \right)^\beta \ln \left( \frac{n_1}{N_{r1}} \right) \quad (I.74)$$

### b. généralisation à plusieurs niveaux de contrainte

Pour une succession de blocs de sollicitations de niveau  $\sigma_1$ . De durée  $n_i$  et nombre de cycles à rupture  $N_{ri}$ , Les auteurs proposent de distinguer deux cas.

**1<sup>ere</sup> cas** : pour les cycles d'amplitude supérieure à la limite d'endurance, la relation établie est :

$$\left[ 1 - (1 - D_i)^{\beta+1} \right]^{1-\alpha_i} = \left[ 1 - (1 - D_{i-1})^{\beta+1} \right]^{1-\alpha_{i-1}} + \frac{n_i}{N_{ri}} \quad (I.75)$$

Si avec  $n_i$  cycles le second membre de cette relation est supérieur à 1, la rupture a lieu au cours du bloc  $i$ , Le nombre de cycles à rupture est alors :

$$N_r = n_1 + n_2 + \dots + n_{i-1} + N_{ri} \left[ 1 - \left[ 1 - \left[ 1 - D_{i-1} \right]^{\beta+1} \right]^{1-\alpha_i} \right] \quad (I.76)$$

**2<sup>eme</sup> cas** : pour les cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance, les auteurs obtiennent :

$$1 - (1 - D_i)^{\beta+1} = \left[ 1 - (1 - D_{i-1})^{\beta+1} \right] \exp^{(\beta+1) \left( \frac{\sigma_{maxi}-\sigma_{mi}}{M(\sigma_{mi})} \right)^\beta} \quad (I.77)$$

### c. Extension aux cas de sollicitations multiaxiales :

La généralisation de la loi de Lemaitre et Chaboche consiste à utiliser simultanément :

- L'anisotropie de la loi d'endommagement qu'on peut exprimer par l'intermédiaire d'un critère de fatigue, par exemple le critère de Sines :

$$A_{II} = \frac{1}{2} \text{Max}_{t_0} \text{Max}_t J_2 (\bar{\sigma}(t) - \bar{\sigma}(t_0)) \quad (\text{I.78})$$

Avec  $A_{II} \leq A_{II}^*(\sigma_{mH}) = \sigma_I(1 - 3b\sigma_{mH})$

- Un critère tridimensionnel de limite d'élasticité, par exemple celui de Von Mises dans le domaine d'endurance illimitée :

$$\sigma_{eq} = J_2(\bar{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I.79})$$

La loi unidimensionnelle qui permet de décrire l'évolution de l'endommagement en traction et les effets de cumul non linéaire par l'intermédiaire de la fonction  $\alpha$  :

$$\alpha(A_{II}, \sigma_{mH}, \sigma_{eq \max}) = 1 - a \left\langle \frac{A_{II} - A_{II}^*(\sigma_{mH})}{R_u - \sigma_{eq \max}} \right\rangle \quad \text{et} \quad M(\sigma_{mH}) = \sigma_{10}(1 - 3b\sigma_{mH})$$

- L'amplitude de la contrainte effective tridimensionnelle peut être exprimée sous la forme de :  $\tilde{A}_{II} = \frac{1}{2} \text{Max}_{t_0} \text{Max}_t J_2 (\bar{\sigma}(t) - \bar{\sigma}(t_0))$

Ainsi la loi différentielle du dommage pour les cas de sollicitations multiaxiales devient :

$$dD = [1 - (1 - D)^{\beta+1}]^{\alpha(A_{II}, \sigma_{mH}, \sigma_{eq \max})} \left[ \frac{\tilde{A}_{II}}{M(\sigma_{mH})} \right]^{\beta} dn \quad (\text{I.80})$$

#### d. Détermination des constantes $\beta$ et $aM_0^{-\beta}$ :

L'équation de la courbe S-N du matériau, Dans le cas d'une traction alternée symétrique ( $\sigma_D = \sigma_{-1}$ ), peut être mise sous la forme :

$$N_{ri} = \left( \frac{1}{\beta+1} \right) \left( \frac{1}{aM_0^{-\beta}} \right) \left( \frac{R_u - \sigma_{max}}{\sigma_{maxi} - \sigma_{-1}} \right) \frac{1}{\sigma_{maxi}^{\beta}} \quad (\text{I.81})$$

On en déduit une expression logarithmique suivante :

$$\ln \left( N_{ri} \cdot \frac{\sigma_{maxi} - \sigma_{-1}}{R_u - \sigma_{maxi}} \right) = -\beta \ln \sigma_{maxi} + \ln \left( \frac{1}{(\beta+1) a M_0^{-\beta}} \right) \quad (I.82)$$

Dans le repère  $\left( \ln \left( N_{ri} \frac{\sigma_{maxi} - \sigma_{-1}}{R_u - \sigma_{maxi}} \right), \ln \sigma_{maxi} \right)$  cette équation peut être mise sous la forme :  
 $Ax_i + C = y_i$ .

#### e. Avantages et inconvénients :

##### Avantages :

- La loi de Lemaitre et Chaboche prend en compte l'histoire du chargement.
- Elle prend en compte également l'effet de la contrainte moyenne pour tout rapport de contrainte.
- Elle décrit la non linéarité du cumul de dommage.
- Dès que le dommage initié, l'effet des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance est en compte.
- La loi est applicable aux sollicitations multiaxiales et aux chargements constitués de sollicitations successives de natures différentes.

##### Inconvénients :

La loi de Lemaitre et Chaboche comporte un certain nombre de paramètres à déterminer. Cependant on n'a pas besoin de connaître tous ces paramètres pour son application.

#### I.4 Méthodes de comptage :

Une méthode de comptage est une méthode permettant de recenser un événement statistique dans une séquence aléatoire de chargement. Cet événement peut être, par exemple, des extrema, des étendues ou cycles du signal. Une méthode de comptage de cycles de contrainte détermine donc le nombre ou la densité de présence des cycles de contrainte dans le signal de chargement [2].

En d'autres termes, la méthode de comptage consiste à discrétiser la séquence de chargement variable en cycles élémentaires simples faciles à mettre en œuvre dans tout processus de prévision de durée de vie en fatigue. En effet, chaque cycle élémentaire, extrait de la séquence de chargement, est repéré par son amplitude  $\sigma_a$  et sa valeur moyenne  $\bar{\sigma}$  auxquels correspond une durée de vie bien définie. Ensuite, le dommage élémentaire du cycle extrait est calculé à l'aide d'une règle d'endommagement. Le processus se répète le long de la séquence étudiée

pour évaluer le dommage total  $D_T$  à l'aide d'une loi de cumul, et par suite déterminer le nombre de séquences à la rupture [5].

Quelques méthodes de comptage ont été mises au point par les experts. Elles conduisent toutes à des résultats différents et donc, pour certaines, à des erreurs dans le calcul de la durée de vie. Nous pouvons citer à titre d'exemple six grandes familles de techniques de comptage, décrites dans différents ouvrages [22, 23] :

- le comptage des temps de maintien,
- le comptage des extrema entre deux passages par la valeur moyenne,
- le comptage des étendues,
- le comptage des étendues appariées,
- le comptage des dépassements de niveaux,
- le comptage de cycle Rainflow dit de « la goutte d'eau ».

Chacune de ces méthodes contient de nombreuses variantes. Les trois premières techniques sont décrites dans [24]. Les autres méthodes (méthode Rainflow, Paires étendues et comptage par dépassements de niveaux), de loin les plus utilisées, sont présentées dans le prochain paragraphe.

Le choix d'une méthode dépend de la façon dont sont définis les cycles de contrainte. Chaque méthode procède, à partir d'une définition de la notion de cycle qui lui est propre, à l'évaluation du nombre de cycles et de ses étendues, pour une durée  $t$  de la séquence étudiée. Il est à noter que les méthodes de comptage de cycles ne peuvent être appliquées qu'à une seule variable. Les deux dernières « méthode de comptage Rainflow » et « méthode des dépassements de niveaux » sont les plus utilisées par les auteurs des méthodes de calcul.

#### **I.4.1 Méthode Rainflow de comptage de cycles**

Plusieurs méthodes de comptage baptisées Rainflow existent. Elles sont toutes issues de la méthode de comptage des étendues. Toutes ces versions possèdent des nuances algorithmiques (comparaison de deux ou trois étendues successives, traitement du résidu), et

elles définissent toutes le cycle de contrainte comme une boucle d'hystérésis fermée dans un diagramme contrainte-déformation. La méthode est aussi appelée "méthode de la goutte d'eau" (Rainflow) ou des "étendues en cascade" [2].

Dans le cadre d'une concertation engagée au niveau national (France) sous l'égide de deux groupes de travail de la Société Française de Métallurgie et des Matériaux GT4 « Fatigue sous chargement d'amplitude variable » et G.T.7 « Informatisation », un consensus a été établi sur la terminologie et la méthodologie Rainflow [25]. La figure I.20 donne une représentation d'une séquence de sollicitation à amplitude variable.

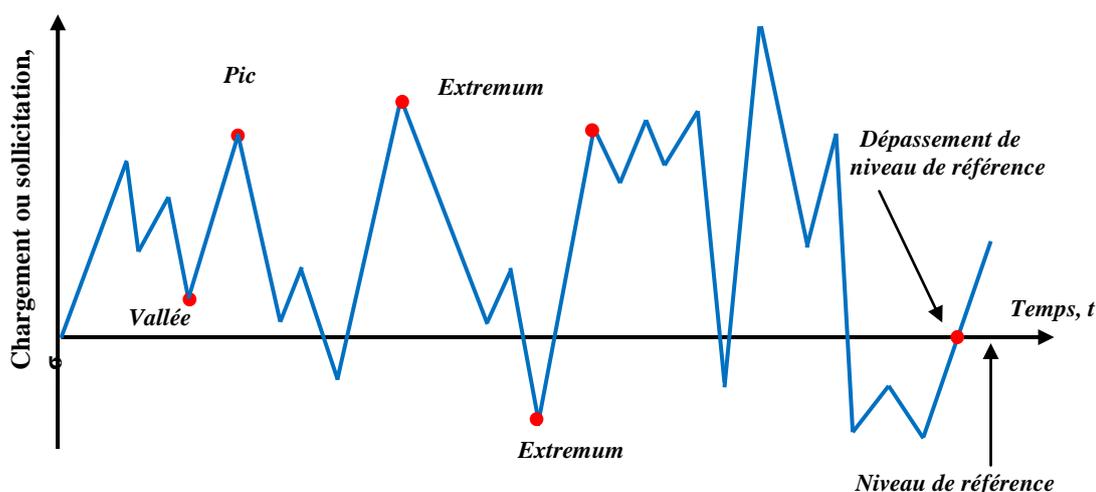


Figure I.15 : Signal uniaxial d'amplitude variable.

### I.3.2 Traitement préliminaire du signal

#### a. Epuration du signal

La suite de points échantillonnés (avec une fréquence définie) au cours de l'enregistrement du signal est traitée. Seuls les points utilisés par les méthodes de comptage de type Rainflow, sont les pics et les vallées du signal (là où on a un changement de signe de l'évolution de la contrainte en fonction du temps). Les points intermédiaires situés entre deux extremums relatifs du signal sont éliminés (figure I.21, a et b) [2].

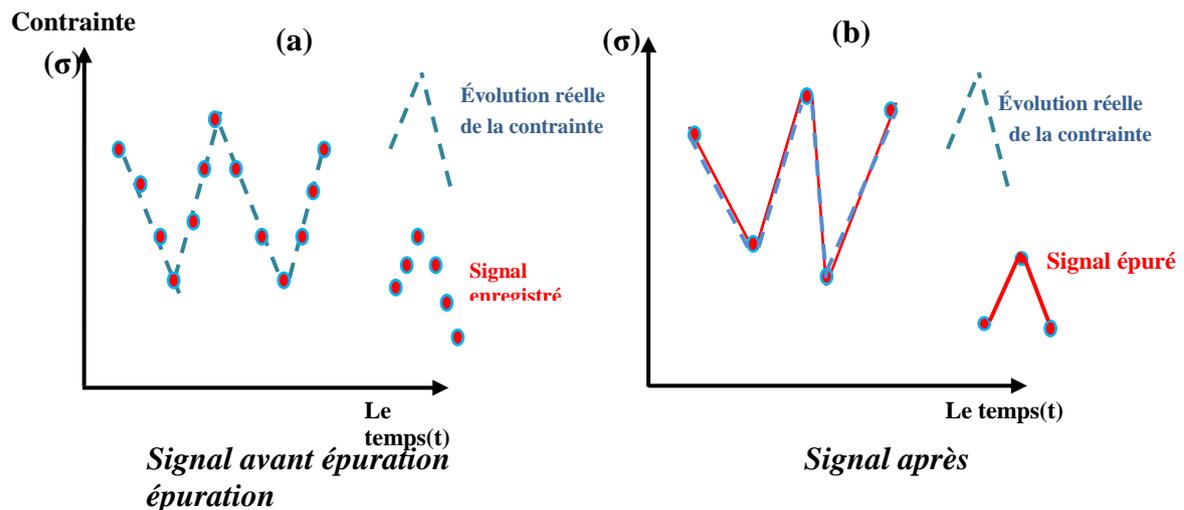


Figure I.21 : Processus d'épuration du signal.

**b. Normalisation du signal**

Le stockage des résultats des méthodes de comptage et la rapidité de l'exploitation de ces résultats lors des calculs de durée de vie amènent à normaliser les valeurs des contraintes. Le signal sera découpé en classe d'égal intervalle ou pas et toutes les valeurs (pics et vallées) situées dans une classe donnée sont ramenées à une valeur représentative de la classe, en général sa valeur moyenne [2].

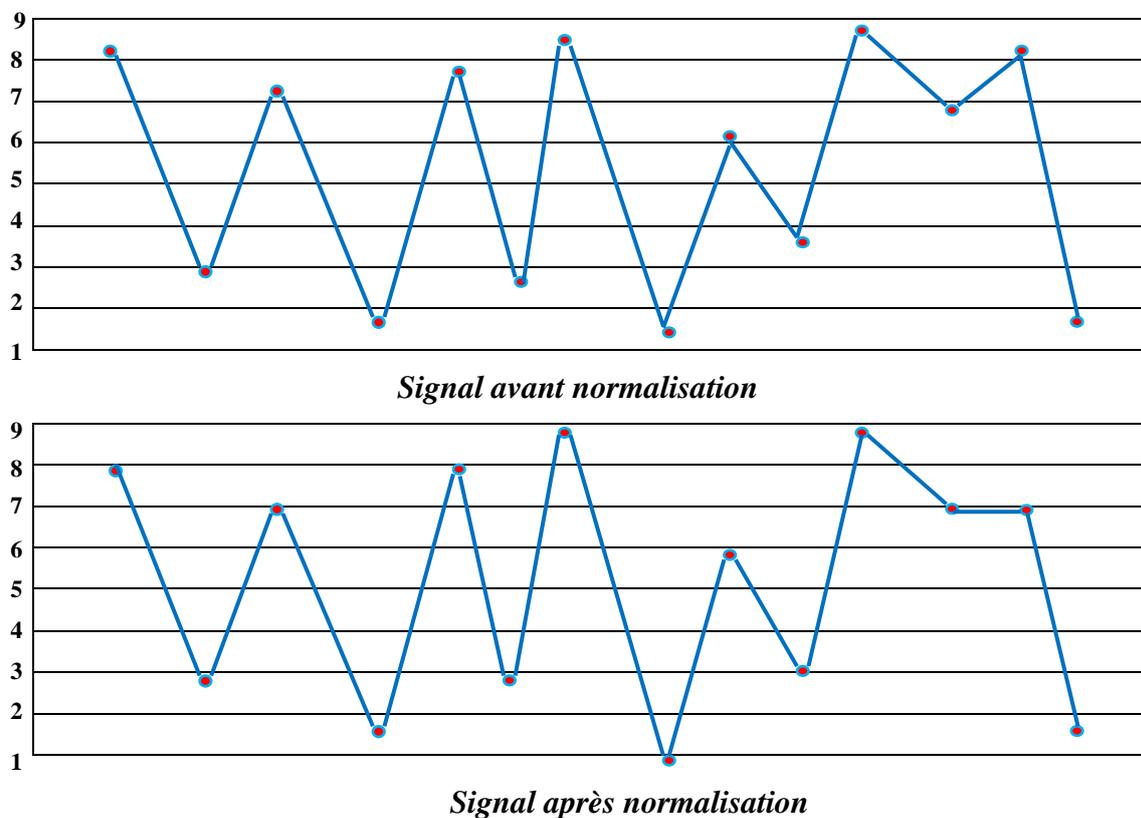


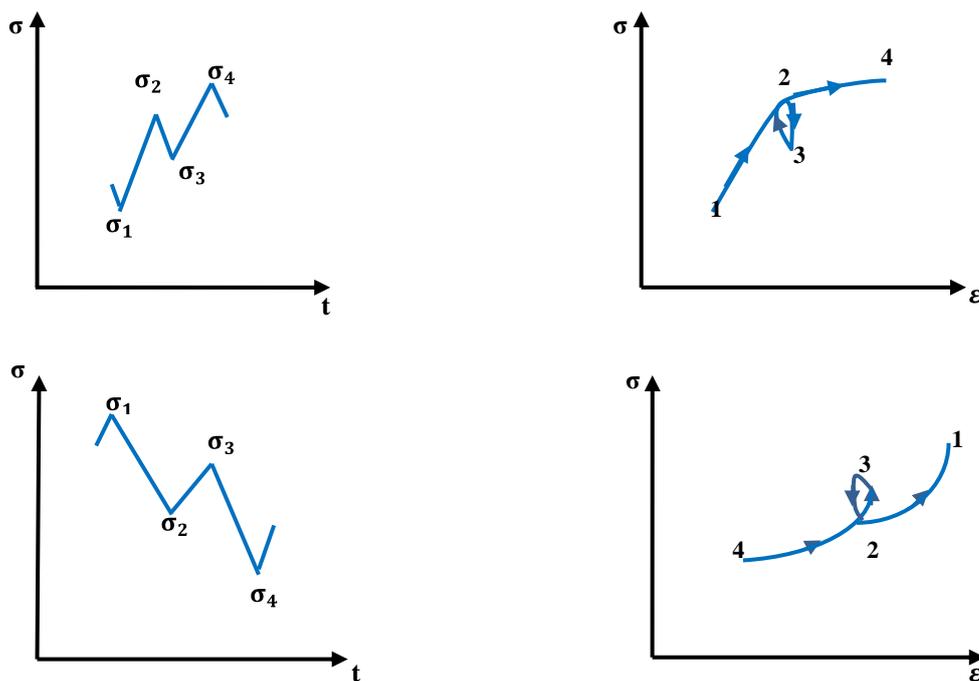
Figure I.22 : Processus de normalisation du signal

Ces étapes ont pour objectif de préparer le signal enregistré et le décomposer en cycles élémentaires simples. Une telle méthode permet ainsi d'analyser de façon simple des chargements quelconques et de ne plus se limiter aux cas simples des chargements d'amplitude constante. Ainsi nous allons utiliser cette technique pour réaliser l'analyse de signaux aléatoires complexes afin d'en extraire une série de cycles élémentaires à contraintes moyennes et alternées bien identifiées [2].

### c. Principe d'identification d'un cycle :

Un cycle Rainflow se traduit par une boucle fermée dans le plan contrainte-déformation ( $\sigma, \epsilon$ ). La figure I.23 illustre la définition de l'extraction, dans les cas croissants et décroissants, d'un cycle (exemple le cycle ( $\sigma_2, \sigma_3$ )).

Le principe général d'extraction d'un cycle de chargement par la méthode Rainflow repose sur l'utilisation de quatre points successifs notés respectivement 1,2,3 et 4 [2].



**Figure I.23 :** Définition des cycles extraits par la méthode Rainflow, dans les repères ( $\sigma, t$ ) et ( $\sigma, \epsilon$ ).

### d. Procédure :

On calcule les étendues de variation des trois transitions successives

$$\Delta\sigma_1 = |\sigma_2 - \sigma_1|, \Delta\sigma_2 = |\sigma_3 - \sigma_2| \text{ et } \Delta\sigma_3 = |\sigma_4 - \sigma_3| \quad (\text{I.83})$$

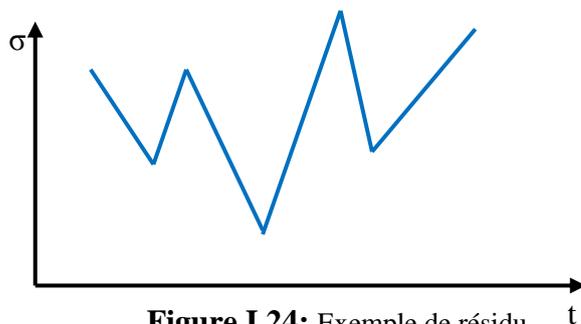
Si les conditions :  $\Delta\sigma_2 \leq \Delta\sigma_1$  et  $\Delta\sigma_2 \leq \Delta\sigma_3$  (l'étendue  $\Delta\sigma_2$  de la transition intermédiaire est inférieure ou égale aux étendues  $\Delta\sigma_1$  et  $\Delta\sigma_3$  des deux transitions qui l'encadrent) sont remplies alors un cycle est identifié et extrait du signal :

- Le cycle représenté par ses deux valeurs extrêmes  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  est extrait du signal en vue de traitement (analyse en fatigue, calcul et cumul de dommage, stockage) ;
- Les deux points  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  sont éliminés du signal ;
- Les deux parties du signal situées de part et d'autre du cycle extrait sont raccordées
- Si la condition n'est pas remplie, on décale d'une unité le rang des quatre points considérés et on applique à nouveau comme précédemment.

La procédure est renouvelée jusqu'au dernier point du signal ; une fois ceci réalisé, les points restants constituent le résidu. Ce résidu sera traité pour identifier les cycles qui le constituent [2].

#### e) Traitement du résidu

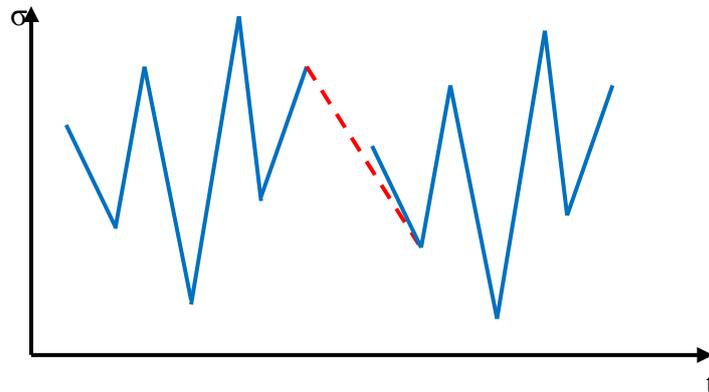
Les étendues de variations successives du résidu vont en croissant et en décroissant (figure I.24).



**Figure I.24:** Exemple de résidu

La décomposition du résidu en cycles élémentaires nécessite, en général, deux étapes principales :

On effectue un duplicata du résidu qu'on raccorde à sa suite, moyennant quelques précautions éventuelles au niveau du raccordement suivant les valeurs des extremums concernés ainsi que la première et la dernière pente du résidu, ceci afin de conserver une suite de pics et de vallées successifs au sein de la nouvelle séquence formée.



**Figure I.25** : Séquence utilisée pour la décomposition du résidu en cycles

On applique la procédure de comptage décrite ci-dessous sur le signal de la figure I.25; on obtient en fin du comptage un deuxième ensemble de cycles et un résidu identique à celui dont on est parti. C'est cette propriété qui permet d'affirmer que les cycles extraits du nouveau signal et le principe de raccordement des deux résidus correspond bien aux cycles contenus dans le résidu. Le traitement du résidu tel qu'il est réalisé peut s'écrire [10]:



### I.4.3 Méthode des dépassements de niveaux

Le but de cette méthode est la classification des séquences de chargement par une forme cumulative afin de générer des sollicitations par blocs [26].

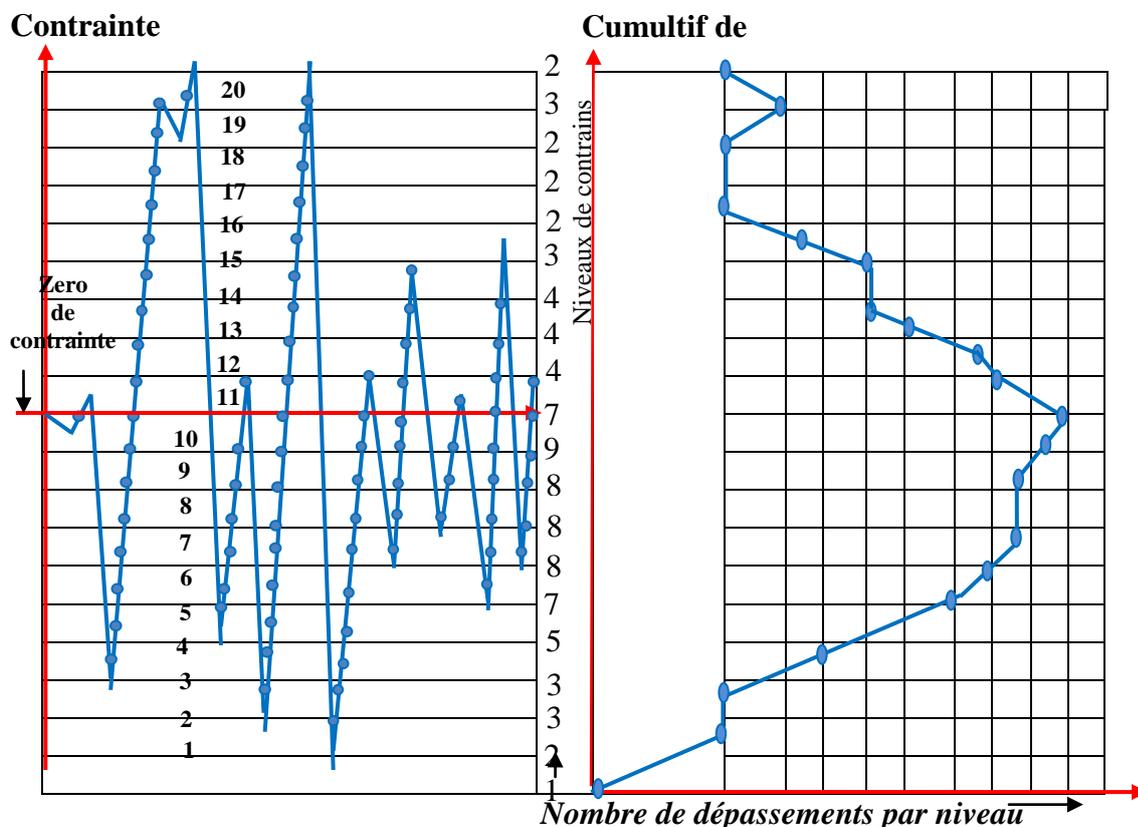
Un niveau de référence, souvent la valeur moyenne de chargement, est établi. On sur la figure I.26.

Le cumulatif de charge correspondant est obtenu en reportant dans un repère ( $\log(N)$  ou  $N, \sigma$ ) les nombres de dépassements comptabilisés pour tous les niveaux (partie droite de la figure).

Pour chaque classe, la différence entre le nombre de passages dans celle-ci et le nombre de passages dans la classe voisine donne le nombre de cycles (de niveau de contrainte égal à celui de la classe) à appliquer lors de l'essai de simulation (blocs programmés).

Le cumulatif de charge correspondant est obtenu en reportant dans un repère ( $\log(N)$  ou  $N, \sigma$ ) les nombres de dépassements comptabilisés pour tous les niveaux (partie droite de la figure).

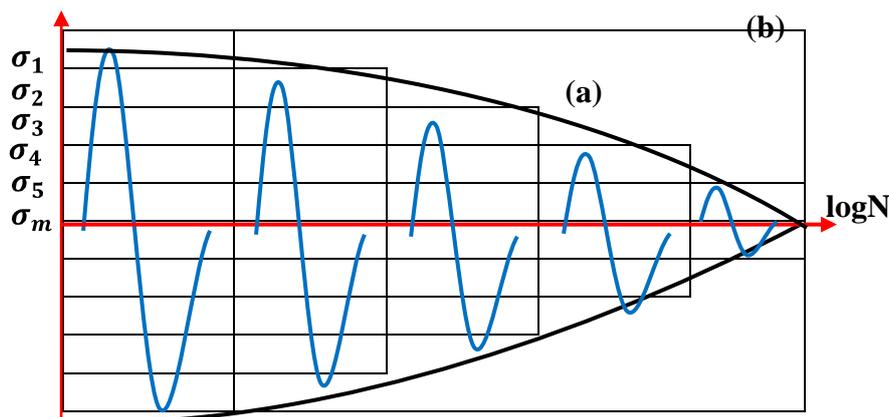
Pour chaque classe, la différence entre le nombre de passages dans celle-ci et le nombre de passages dans la classe voisine donne le nombre de cycles (de niveau de contrainte égal à celui de la classe) à appliquer lors de l'essai de simulation (blocs programmés).



**Figure I.26** : Principe de comptage par dépassements de niveaux [27]

Les dépassements de niveaux ont été utilisés à l'origine pour remplacer au niveau de l'expérimentation un signal aléatoire par une succession de groupes de cycles périodiques (d'amplitude différente d'un bloc à l'autre) présentant le même cumulatif de charge par dépassement de niveaux. La technique dite des blocs programmés (figure I.27) est basée sur l'observation suivante : un chargement périodique présente un cumulatif de charge rectangulaire (cas a) et le cumulatif d'un chargement quelconque (cas b) est décomposé en une série de blocs offrant un cumulatif de charge proche de celui du chargement initial [28]. L'intérêt de cette procédure venait du fait qu'il était plus facile pour la simulation sur machine de réaliser des blocs de chargements à amplitude constante qu'un chargement à amplitude variable.

Pour un intervalle de contraintes]  $\sigma_2$ ,  $\sigma_1$  [, on relève les nombres de dépassements  $N_1$  et  $N_2$  du cumulatif. On obtient ainsi  $(N_2 - N_1)$  cycles d'amplitude  $(\sigma_1 - \sigma_m)$  et sa valeur moyenne  $\sigma_m$ . On répète l'opération de sorte à balayer l'ensemble des contraintes supérieures à  $\sigma_m$ .



**Figure I.27 :** Cumulatifs de charge obtenue pour un signal (a) périodique, (b) quelconque.

#### I.4.4 Méthode des Paires-Étendues

Après les étapes préliminaires du traitement du signal enregistré (épuration et normalisation), on procède comme suit [28,29]:

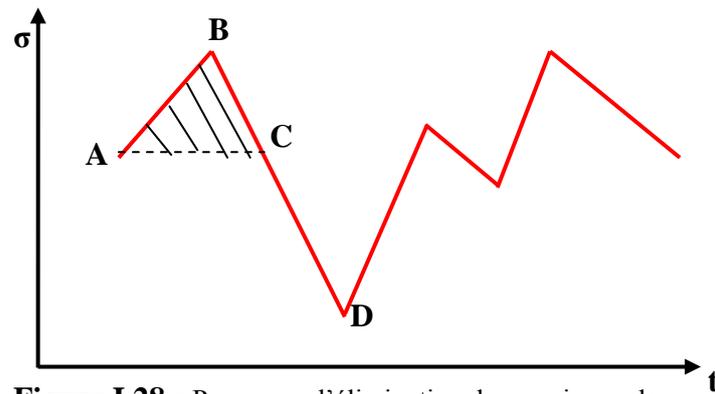
On calcule les étendues de variation des deux transitions successives

$$\Delta\sigma_i = |\sigma_{i+1} - \sigma_i| \quad \text{et} \quad \Delta\sigma_{i+1} = |\sigma_{i+2} - \sigma_{i+1}|$$

Si  $\Delta\sigma_i \leq \Delta\sigma_{i+1}$  (l'étendue  $\Delta\sigma_i$  de la première transition est inférieure ou égale à l'étendue  $\Delta\sigma_{i+1}$ ), alors un cycle est identifié et extrait du signal :

- Le cycle représenté par ses deux valeurs extrêmes  $\sigma_i$  et  $\sigma_{i+1}$  est extrait du signal en vue de traitement (analyse en fatigue, calcul et cumul de dommage, stockage) ;
- Les deux points  $\sigma_i$  et  $\sigma_{i+1}$  sont éliminés du signal ;
- Les deux parties du signal situées de part et d'autre du cycle extrait sont raccordées.
- Si la condition précédente n'est pas remplie, on décale d'une unité le rang des trois points considérés et on applique à nouveau la condition précédente. La procédure est renouvelée jusqu'au dernier point du signal. S'il demeure seulement deux points à la fin, ils peuvent être comptés comme formant un cycle complet ou un demi-cycle.

L'inconvénient majeur de cette méthode est illustré par la figure suivante :



**Figure I.28** : Processus d'élimination du premier cycle

L'étendue A-B étant plus petit que l'étendue B-D, donc les points A et B seront supprimés et forment le cycle stocké. Le signal restant démarrera alors du point D. La partie C-D de l'évolution de la contrainte est perdue. Ceci se répète évidemment à chaque fois qu'on élimine la première étendue.

## II. les méthodes de prévision de la durée de vie sous chargement aléatoire uniaxial :

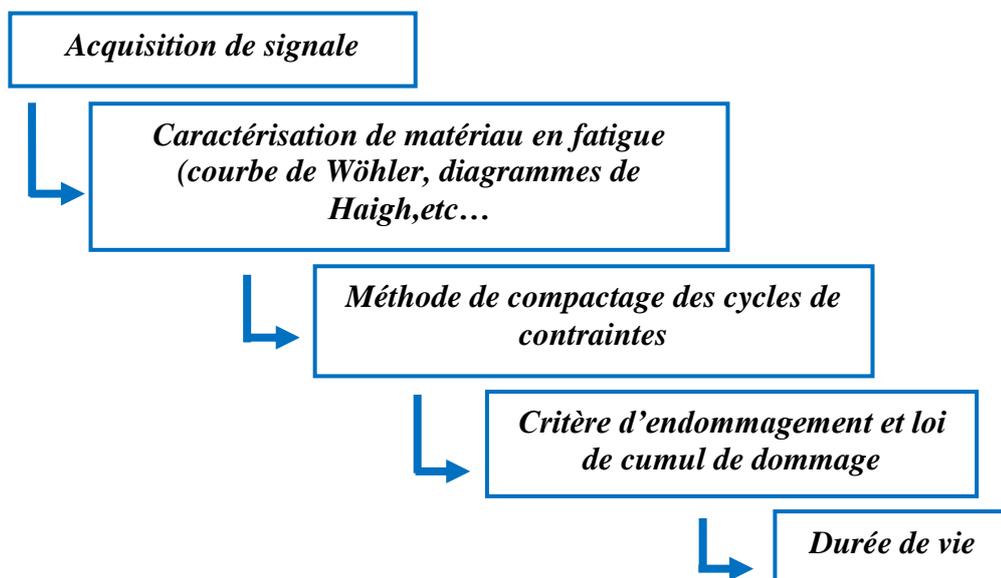
L'estimation de la durée de vie en fatigue d'une structure est un phénomène complexe, mais plusieurs chercheurs ont sacrifiés leurs temps pour proposer des méthodes et des critères pour faciliter cette tâche.

Dans ce chapitre nous avons présenté l'essentiel des méthodes de la prévision de la durée de vie des pièces dans le cadre des sollicitations uniaxiales d'amplitude variable ainsi que les différents critères de fatigue uniaxial et multiaxial.

Les méthodes de prévision de la durée de vie des pièces soumises à un chargement aléatoire s'articule généralement autour de quatre critères essentiels [24] :

- le tracé de la courbe de Wöhler.
- l'utilisation d'un critère de fatigue,
- l'introduction d'une loi de cumul d'endommagement,
- l'utilisation d'une méthode de comptage de cycles.

L'organigramme suivant résume la démarche de calcul de durée de vie en fatigue sous chargement aléatoire :



**Figure II.1 :** Organigramme de la démarche de résolution d'un problème de fatigue sous chargement aléatoire uniaxiale.

- Une courbe de Wöhler (ou courbe S-N) est une courbe représentant, pour une probabilité donnée d'amorçage de fissure (généralement 50% de probabilité de rupture), l'amplitude de la sollicitation cyclique considérée (pour un rapport  $R_\sigma = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$  fixe) en fonction de la durée de vie  $r$ . Cette courbe est obtenue par des essais de fatigue sur éprouvettes sous un chargement cyclique d'amplitude constante. Il existe plusieurs modèles de ces courbes : on peut citer bien le modèle de Basquin, de Stromeyer, de Bastenaire.
  
- Un critère de fatigue est un seuil, défini par un formalisme mathématique pour une durée de vie fixée et pour un matériau donné, séparant l'état où la pièce est non fissurée de l'état où elle est fissurée par fatigue. Il est calculé en un point critique de la pièce. Par exemple, pour une sollicitation de traction, ce critère peut être une combinaison linéaire de la contrainte moyenne et de la contrainte alternée (ex. critère de Goodman). D'une façon générale, les critères de fatigue sont développés pour des chargements cycliques d'amplitude constante.
  
- Une loi de cumul d'endommagement est une règle permettant d'accumuler une variable d'endommagement (D), elle-même définie par une loi d'endommagement. Pour les chargements cycliques, la variable d'endommagement (D) est généralement calculée grâce aux caractéristiques d'un cycle de chargement (amplitude de contrainte, contrainte moyenne, contrainte maximum, etc...). La majorité des lois de cumul d'endommagement (plus d'une cinquantaine de lois) ont été recensées par Fatemi et Yang [30]. La plus utilisée aujourd'hui est la loi de cumul d'endommagement linéaire de Palmgren-Miner [31] qui reste le meilleur compromis entre la simplicité d'application et la qualité des prévisions pour de grandes durées de vie [7].

La figure (II.2) représente l'enchaînement des étapes de calcul de durée de vie en fatigue sous chargement aléatoire. Le calcul de durée de vie par l'organigramme de la figure (II.2) donne des résultats avec une précision satisfaisante pour les bureaux d'étude [24].

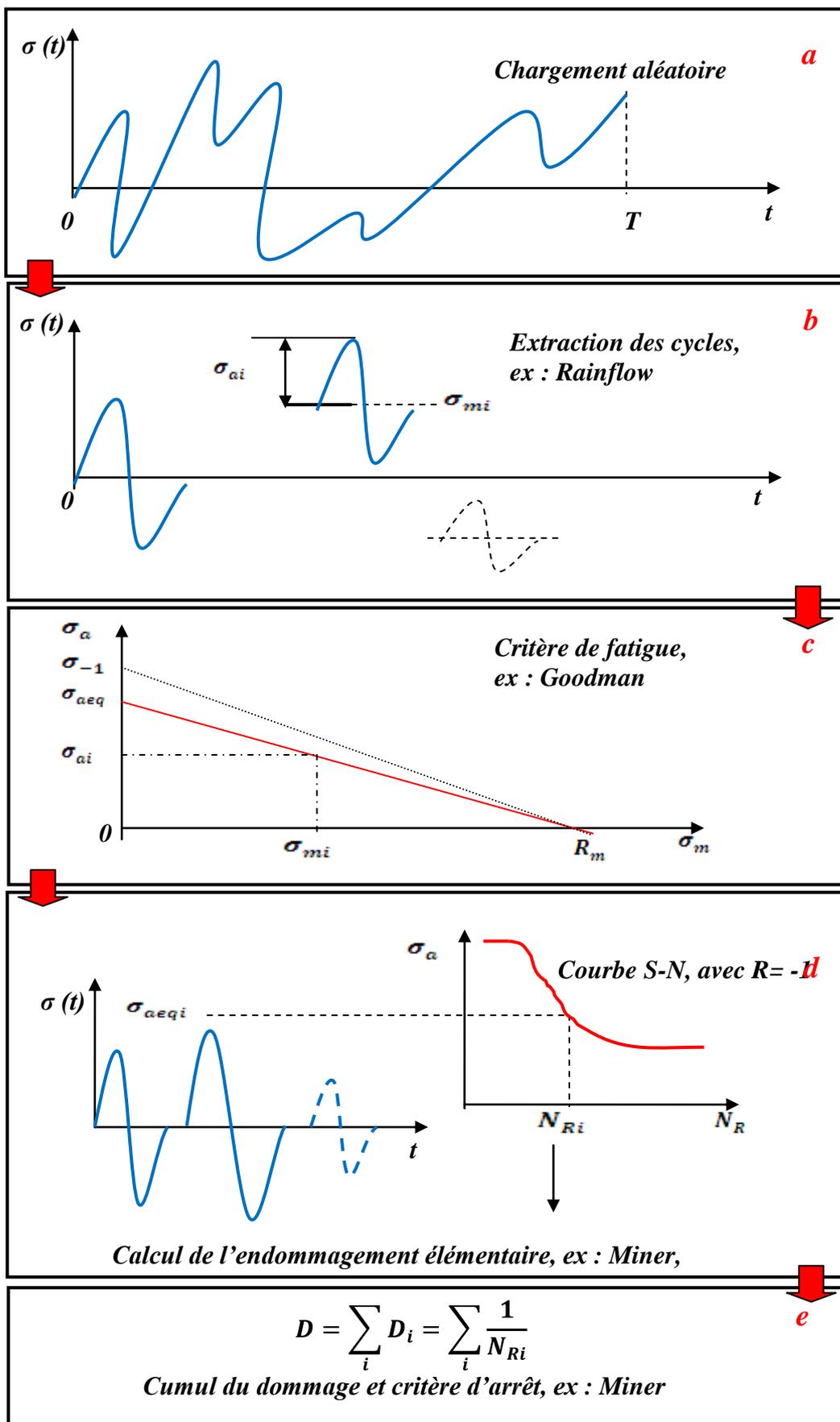


Figure II.2 : illustration d'un calcul classique de durée de vie pour un état uniaxial aléatoire.

Une méthode de comptage est une méthode permettant de recenser un “évènement statistique” dans une histoire aléatoire de chargement. Cet évènement peut être, par exemple, des extrema, des étendues ou des “cycles” du signal. Une méthode de comptage de cycles de contrainte détermine donc, le nombre ou la densité de présence des cycles de contrainte dans le signal aléatoire de chargement. Ces cycles recensés sont généralement répartis par niveaux d’amplitude représentable dans une matrice. Cette matrice sert aussi bien à calculer des niveaux d’endommagement, qu’à générer l’essai de fatigue (méthode des blocs programmés par exemple). Les méthodes de comptage de cycles adoptées aujourd’hui par les auteurs sont la méthode Rainflow, Paires-etendues. Pour la technique de comptage des cycles Rainflow appliquée sur la séquence de chargement aléatoire, chaque cycle  $i$  de contrainte extrait du chargement est repéré, par son amplitude ( $\sigma_{ai}$ ) et sa valeur moyenne ( $\sigma_{m,i}$ ). Le diagramme de High (Goodman, Gerber ...) représentés par la figure II.2.c est utilisé par la suite pour une correction de la contrainte moyenne et le calcul des amplitudes des cycles alternés symétriques équivalents ( $\sigma_{aeqi}$ ) (au sens du critère) associées à chacun des cycles extraits (Fig. II.2.d). A l’aide d’une courbe S-N modélisée selon Basquin (ou Bastenaire) et d’une loi de cumul d’endommagement, l’endommagement élémentaire ( $D_i$ ) associé à chaque cycle extrait est calculé. L’endommagement ( $D$ ) à la fin de la séquence considérée, résulte de l’accumulation, conformément à la loi de cumul d’endommagement choisie, des endommagements élémentaires ( $D_i$ ). La fissuration se produit lorsque la variable d’endommagement ( $D$ ) choisie, atteint sa valeur critique (souvent 1).

## II.1 Courbe de Wöhler

En fatigue, les matériaux sont caractérisés par des essais semblables à celui présenté par la figure (II.3) où une éprouvette est soumise à un chargement alterné sinusoïdal d’amplitude constante jusqu’à ce que l’amorçage d’une fissure soit observé. Le nombre de cycles à l’amorçage obtenu, expérimentalement est alors confondu au nombre de cycles à rupture. De tels essais sont répétés pour différents niveaux d’amplitudes de chargement afin d’établir la courbe de Wöhler du matériau, donnant en ordonnée l’amplitude de la contrainte notée  $a \sigma$  ou  $\sigma$  (suivant le rapport de chargement  $R$ ) en fonction de la durée de vie à l’amorçage ou à la rupture (en échelle logarithmique).

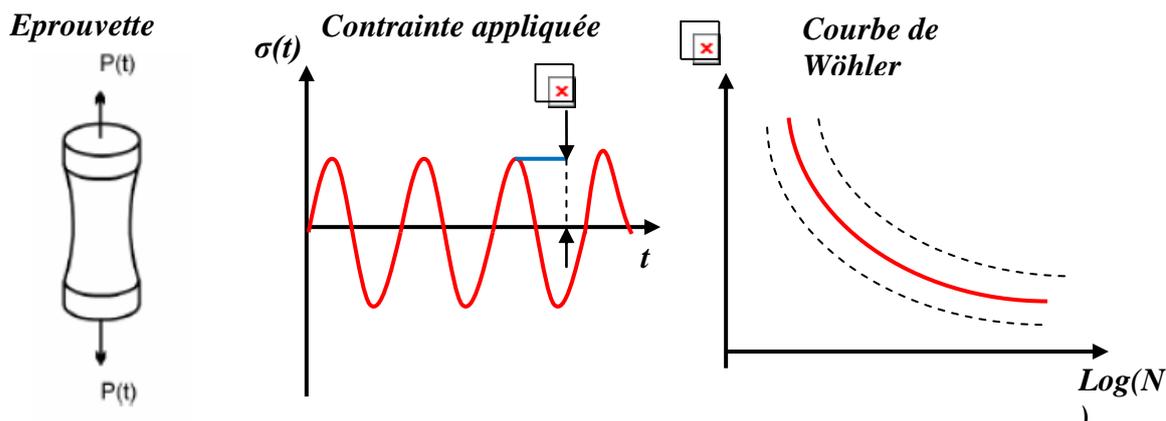


Figure II. 3 : Essai de fatigue et courbe de Wöhler

Lorsque la courbe de Wöhler est représentée par une double échelle logarithmique, une relation linéaire entre le nombre de cycles et la contrainte est observée. Cette relation peut être exprimée sous la forme suivante [32] :

$$N_R \sigma^\beta = C \quad (\text{II.1})$$

Où C et  $\beta$  sont des constantes du matériau. Cette équation est connue sous le nom d'équation de Basquin; elle est très utilisée en fatigue uniaxiale aléatoire. D'autres représentations mathématiques ont été proposées et sont décrites dans de nombreux ouvrages, par exemple Lieurade & la commission fatigue des métaux de la S.F.M [26]. On peut citer à titre d'exemple l'expression de Bastenaire [33] :

$$N_R = \frac{A}{\sigma - \sigma_D} \cdot \exp \left[ - \left( \frac{\sigma - \sigma_D}{B} \right)^C \right] \quad (\text{II.2})$$

$N_R$  : étant nombre de cycles à rupture,

$\sigma$  : la contrainte appliquée,

$\sigma_D$ : la limite d'endurance.

et A,B,C des constantes

Le lissage de la courbe par l'équation de Bastenaire se fait suivant trois options :

$B = C = 0$  ;  $B = 0, C \neq 0$  ;  $B \neq 0, C = 0$ .

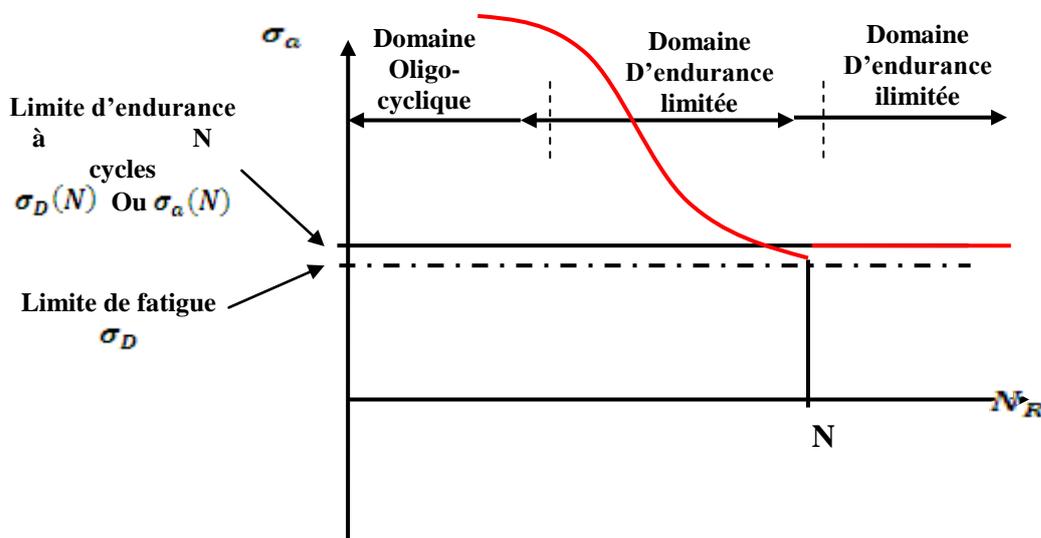
L'équation de Basquin ne permet pas de rendre compte de l'existence d'une asymptote horizontale observée principalement dans le cas des aciers, une contrainte seuil de coupure est alors introduite. En effet, une amplitude minimale  $\sigma_{-1}$  de la contrainte en dessous de laquelle l'éprouvette résiste au chargement pour un nombre de cycles largement supérieur à  $N_R = 10^6$  à  $10^7$  cycles est souvent mise en évidence. Cette amplitude est appelée limite d'endurance. Les métaux non-ferreux ne présentent en général pas de telle limite.

Il est également important de noter que les résultats de ces essais de fatigue sont distribués statistiquement et qu'ils sont présentés sous forme de courbes d'iso-probabilité d'amorçage. En pratique, la courbe de Wöhler est généralement donnée pour une probabilité d'amorçage  $p = 0,5$  (voir Figure I.4). Les dispersions observées en fatigue résultent de la nature même de l'endommagement par fatigue et sont considérées comme étant l'un des aspects physiques du phénomène : ces dispersions sont dues à des variations d'une éprouvette à l'autre, variations qui peuvent être internes au matériau (microstructure, défauts), ou liées à la préparation des éprouvettes (usinage, géométrie), ou aux conditions externes (charge appliquée, environnement). Notons enfin, qu'en présence du seul mode d'endommagement par fatigue, la fréquence de la sollicitation ne semble pas avoir d'influence significative sur la durée de vie [34], sauf dans le cas des métaux mous tels que les aciers austénitiques.

### II.1.1 Courbe de Wöhler et les différents domaines de fatigue

La courbe de Wöhler est appelée courbe S-N (Stress - Number of cycles) dans les pays anglo-saxons. Universellement connue, la courbe de Wöhler est la plus ancienne et la seule qui permet de visualiser la tenue de la pièce ou des matériaux dans le domaine de fatigue. Elle définit une relation entre la contrainte appliquée ( $\sigma$ ) (parfois notée S) et le nombre de cycles à la rupture ( $N_R$ ) (en fait nombre de cycles pour lequel on observe P% de ruptures). En pratique, la courbe de Wöhler est généralement donnée pour une probabilité de rupture  $p = 0.5$ . Pour la tracer, on réalise généralement des essais simples qui consistent à soumettre chaque éprouvette à des cycles d'efforts périodiques, d'amplitude de chargement constante fluctuant autour d'une valeur moyenne fixée, et à noter le nombre de cycles au bout duquel l'amorçage d'une fissure est observé, appelé ici nombre de cycles à rupture ( $N_R$ ). Pour plus de commodité, ce nombre ( $N_R$ ) est reporté en abscisse sur une échelle logarithmique, et l'amplitude de contrainte  $\sigma_a$  est reportée en ordonnée sur une échelle linéaire. Ainsi, à chaque pièce essayée, correspond donc un point du plan ( $N_R, \sigma_a$ ) et à partir d'un certain nombre

d'essais à contrainte généralement décroissante, on peut établir la courbe de Wöhler (Fig. 1.1) qui a l'allure suivante [2]:



**Figure II.4** – Courbe de Wöhler et les différents domaines de fatigue

Sur cette courbe, connue sous les noms de courbe de Wöhler et courbe S-N (Stress-Number of cycles), on peut distinguer trois domaines :

– Domaine de fatigue plastique oligocyclique , pour faible nombre de cycles (soit par exemple, des durées de vie inférieures à  $10^5$  cycles pour un matériau donné). Il correspond à des contraintes élevées pour lesquelles se produit une déformation plastique macroscopique du matériau. On peut situer ce domaine depuis la contrainte correspondant à la limite d'adaptation macroscopique jusqu'à celle correspondant à la charge de rupture statique  $R_m$  du métal considéré, sollicité dans les mêmes conditions.

Dans cette zone, la rupture survient après un certain nombre de cycles et est précédée d'une déformation plastique notable. Par suite de l'amplitude de la contrainte maximale, chaque cycle d'effort entraîne une déformation plastique d'ensemble accompagnée le plus souvent soit d'un durcissement notable, soit d'un adoucissement du métal. Coffin [20] a montré que, dans le cas uniaxial, le nombre de cycles ( $N_R$ ) était relié à la déformation plastique élémentaire  $\Delta\varepsilon^P$  accompagnant chaque cycle par la relation :

$$\frac{\Delta\varepsilon^P}{2} = A(2N_R)^a \quad (\text{II.3})$$

A et a étant des constantes liées au matériau.

– Domaine de fatigue ou d'endurance limitée, où la rupture survient après un nombre limité de cycles ( $10^5$  à  $10^7$ ) sans être accompagnée d'une déformation plastique d'ensemble, mesurable. La réponse de l'éprouvette peut être purement élastique (comportement élastique dès les premiers cycles) ou bien adapté (comportement devenu élastique après stabilisation cyclique). Dans ce régime, le nombre de cycles ( $N_R$ ) croît quand l'amplitude de la contrainte périodique ( $\sigma_a$ ) décroît. De nombreuses formules mathématiques ont été proposées pour relier ( $N_R$ ) à ( $\sigma_a$ ). On peut citer à titre d'exemple celle donnée par Basquin (1910) :

$$N_R \sigma_a^\beta = C \quad (\text{II.4})$$

- Domaine d'endurance illimitée ou zone de sécurité, qui correspond aux contraintes les plus petites, inférieures à une contrainte seuil, dite limite de fatigue. En deçà de cette valeur limite de ( $\sigma$ ), notée ( $\sigma_D$ ), il n'y a jamais de rupture par fatigue quel que soit le nombre de cycles appliqué. Cette limite peut ne pas exister ou être mal définie pour certains matériaux (aciers à haute résistance, métaux non ferreux). Dans ce cas, on introduit la notion de limite de fatigue conventionnelle ou limite d'endurance. Il s'agit, pour une contrainte moyenne  $\sigma_m$  donnée, de l'amplitude de contrainte pour laquelle il est constaté 50% de rupture après un nombre fini ( $N$ ) (appelé censure) de cycles. On la note ( $\sigma_D$ )( $N$ ), et selon le matériau la censure ( $N$ ) varie entre  $10^6$  à  $10^8$  cycles. Pour les aciers ( $N$ ) est habituellement pris à  $10^7$  [2].

## II.2 Classification des chargements :

Les efforts résultant des actions extérieures agissant sur les pièces mécaniques peuvent être des sollicitations de type simple (traction, flexion ou torsion), une combinaison de ces sollicitations (flexion-torsion, traction-torsion) ou complexes (contacts frottant, thermomécaniques). Quel que soit le mode de sollicitation, simple ou combiné, les composantes du tenseur des contraintes développées dans la pièce varient suivant une fonction du temps et correspondent à des signaux de types différents. On classe ces signaux suivant quatre groupes (voir figure II.5) [5]:

1. Signal simple d'amplitude constante. On en distingue les signaux périodiques « sinusoidaux », « triangles », « carrés ».

2. Signal constitué de deux blocs de charge d'amplitude constante. Le deuxième bloc est appliqué jusqu'à rupture. De ce type, on peut étudier les effets de séquences Haut-Bas ou Bas-Haut.

3. Signal constitué de plusieurs blocs d'amplitude constante. La méthode des blocs programmés de GASSNER est l'exemple le plus connu [35].

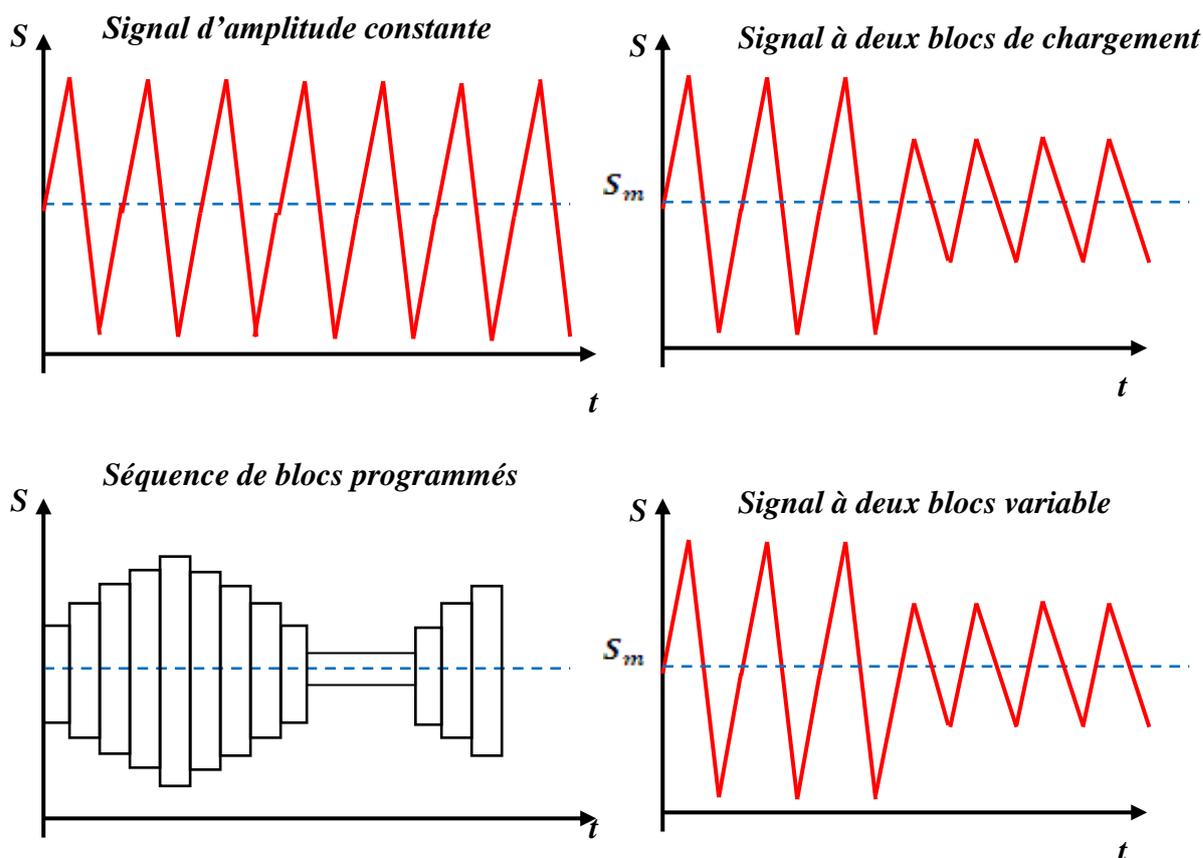
4. Signal d'amplitude variable. Il s'agit de signaux réels relevés en service. On en distingue deux catégories : les signaux d'amplitude variable à bande large et ceux à bande étroite. On peut les différencier en utilisant le facteur d'irrégularité  $I$  du signal ou bien la densité spectrale de puissance. Le facteur d'irrégularité  $I$  ( $I = N_0/N_e$ ) est par définition le rapport du nombre de passages à zéro du signal ( $N_0$ ) et du nombre d'extrema ( $N_e$ ) contenus dans le signal. Quand  $I$  tend vers 1, le signal est dit à "bande étroite". Cependant quand  $I$  tend vers 0, il est qualifié de "bande large". La densité spectrale de puissance définit en valeur quadratique moyenne  $X_{RMS}$  (R.M.S : Root Mean Square) la contribution de chaque fréquence à l'intensité de la sollicitation. Elle est donnée par l'équation (1.3) :

$$X_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [X(t) - X_m]^2 dt \quad (\text{II.5})$$

Où  $T$  est la durée du signal considéré, et  $X_m$  est la valeur moyenne du signal définie par l'équation (88) :

$$X_m = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt \quad (\text{II.6})$$

Ce dernier type constitue dans le cas général le signal à amplitude aléatoire. L'aspect aléatoire est lié pour sa part à la nature imprévisible des sollicitations. Le signal aléatoire est souvent caractérisé par des paramètres statistiques. En particulier, un signal est dit stationnaire si ces caractéristiques calculées sur une partie du signal restent valables pour l'ensemble du signal ou encore si sa structure de probabilité reste invariante vis-à-vis d'un changement de l'origine des temps.



**Figure II.5** – Différents types de signaux

Après avoir présenté les différentes formes que peuvent prendre les composantes du tenseur des contraintes, nous classons les chargements en deux catégories. En effet, les chargements induisent en général un état de contrainte multiaxial au niveau de la structure. A un instant  $t$  donné, l'état de contrainte peut être représenté par un point dans l'espace des contraintes.

Ce point représentatif décrit une courbe  $\varphi$  qui est strictement fermée pour les chargements périodiques. On qualifie ainsi le chargement par « affine » ou « non affine » selon la nature de sa trajectoire dans l'espace des contraintes.

### II.3. Les critères de fatigue :

#### II. 3.1 Critères de fatigue uniaxial

##### a) Diagramme de Haigh

Ce diagramme est constitué en portant l'amplitude de la contrainte  $\sigma_a$  sur l'axe des ordonnées et de la contrainte moyenne  $\sigma_m$  sur l'axe d'abscisse, pour un nombre de cycles de rupture

donné. Les observations expérimentales ont mis en évidence que lorsqu'une contrainte statique positive  $\sigma_m$  est superposée au chargement cyclique d'amplitude  $\sigma_a$ , la durée de vie de l'éprouvette ou de la pièce se voit diminuer. L'effet inverse est observé en présence d'une contrainte moyenne de compression. Afin de prendre en compte ce phénomène, des essais complémentaires peuvent être réalisés afin d'établir un diagramme de Haigh donnant, pour une durée de vie fixée  $N$  (en général  $10^7$  cycles et peut être établi pour des nombres de cycles quelconques [36]), la contrainte alternée admissible  $\sigma_a$  en fonction de la contrainte moyenne  $\sigma_m$ . Dans le cas général de sollicitations complexes, le diagramme de Haigh permet de transformer chaque cycle de contrainte moyenne non nulle  $\sigma_m$  et d'amplitude  $\sigma_a$  en un cycle de contrainte moyenne nulle et d'amplitude  $\sigma_{aeq}$ . Là encore, plusieurs modélisations mathématiques de ce diagramme ont été formulées. La figure ci-dessous représente les fameuses représentations du diagramme de Haigh nulle et d'amplitude  $\sigma_{aeq}$ . Là encore, plusieurs modélisations mathématiques de ce diagramme ont été formulées. La figure ci-dessous représente les fameuses représentations du diagramme de Haigh.

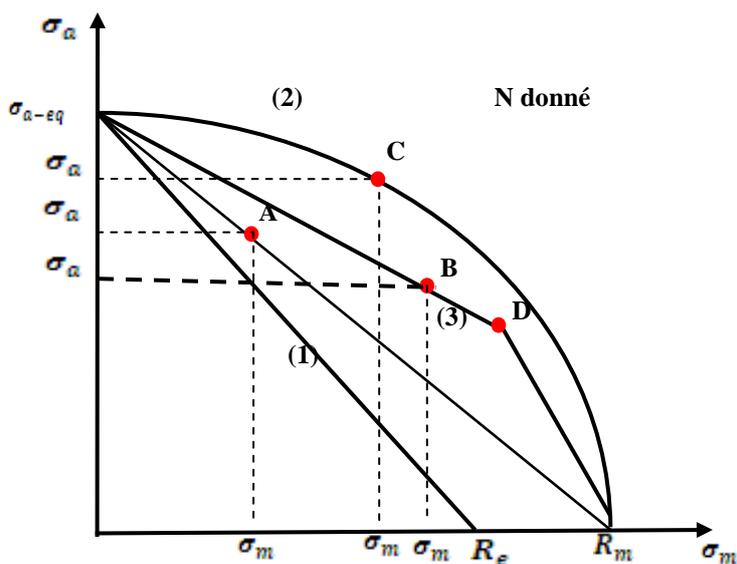


Figure II.6 : Modélisation du diagramme de Haigh.

- (1) droite de Goodman.
- (2) Parabole de Gerber.
- (3) Modélisation du CETIM

### a.1) Droite de Goodman

La valeur de la contrainte  $\sigma_{aeq}$  représente l'ordonnée à l'origine de la droite passant par les

points A( $\sigma_{mi}$ ,  $\sigma_{ai}$ ) et B( $R_m$ , 0). Elle est donnée par :

$$\sigma_{aeq} = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m}\right)} \quad (\text{II.7})$$

### a.2) Parabole de Gerber

La valeur de la contrainte  $\sigma_{aeq}$  est le sommet de la parabole passant par les points C ( $\sigma_{mi}$ ,  $\sigma_{ai}$ ) et B( $R_m$ , 0). On obtient :

$$\sigma_{aeq} = \frac{\sigma_a}{\left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{R_m}\right)^2\right]} \quad (\text{II.8})$$

La parabole de Gerber a pour axe symétrie l'axe des ordonnées.

### a.3) Modélisation du Cetim1

La valeur de la contrainte  $\sigma_{aeq}$  est l'ordonnée à l'origine de la droite passant par le point B( $\sigma_{mi}$ ,  $\sigma_{ai}$ ) et le point D  $\left(R_m - \frac{\sigma_{aeq}}{2}, \frac{\sigma_{aeq}}{2}\right)$ . L'expression de la modélisation du diagramme de haigh dans ce cas est donnée par [25] :

$$\sigma_{aeq} = R_m + \frac{1}{2}(\sigma_a - \sigma_m) - \sqrt{\left(R_m + \frac{1}{2}(\sigma_a - \sigma_m)\right)^2 - 2 \cdot \sigma_a \cdot R_m} \quad (\text{II.9})$$

L'utilisation de ces modélisations pour le calcul de  $\sigma_{aeq}$  revient à modifier la courbe de Wöhler pour chaque cycle de contrainte moyenne non nulle. La diminution de la durée de vie qu'entraîne la superposition d'une contrainte moyenne positive à une contrainte alternée donnée peut être obtenue en abaissant la courbe de Wöhler initiale.

Pour des types de sollicitations autres que celui de la traction-compression, il est possible d'utiliser ces formules en se ramenant à un état équivalent de contrainte [25].

### II.3.2 Critères de fatigue multiaxiale

Le caractère brutal et imprévisible des ruptures par fatigue a poussé les industriels à dimensionner leurs pièces et leurs structures de telle sorte que les contraintes qu'elles subissent n'entraînent pas leur ruine. Ils ont ainsi défini des domaines de sécurité à partir des critères, valables dans le domaine de grand nombre de cycles, en choisissant celui qui s'adapte le mieux aux problèmes posés. Mais la multitude des modèles rend ce choix très difficile et il semblait que la qualité recherchée par les bureaux d'étude soit avant tout la facilité de mise en œuvre et la rapidité d'utilisation.

Les critères de fatigue multiaxiale à longue durée de vie ont pour objectif de vérifier la tenue d'une pièce mécanique soumise à des sollicitations variables au cours du temps, chargement multiaxial aléatoire qu'on lui associe forcément un caractère statistique.

#### a) Formulation générale d'un critère de fatigue :

Un Critère de Fatigue Multiaxiale permet de savoir si la limite d'endurance ou plus généralement la limite de fatigue à  $N$  cycles du matériau est atteinte pour une succession d'états de contraintes définissant un cycle multiaxial.

Un critère de ce type met en relation des grandeurs issues du cycle multiaxial de contraintes  $[\sigma_{ij}]_T$  définies sur la période  $T$  (amplitudes, valeurs moyennes, valeurs maximales, parties alternées) et des limites d'endurance ou de fatigue suivant plusieurs modes de sollicitations simples (traction alternée symétrique  $\sigma_{-1}$ , flexion alternée symétrique  $\sigma_{-1}$ , traction répétée  $\sigma_0$ , flexion répétée  $f_0$ , torsion alternée symétrique  $\tau_{-1}$ ).

Un critère de fatigue multiaxiale peut donc être représenté à l'aide d'une fonction de fatigue dans laquelle intervient le cycle multiaxial de contrainte et plusieurs limites d'endurance ou de fatigue du matériau. Cette fonction est prise égale à 1 lorsque la limite d'endurance ou de fatigue est atteinte. La fonction de fatigue dans le cas multiaxial est de la forme :

$$E([\sigma_{ij}(t)]_T, \sigma_{-1}, f_{-1}, \sigma_0, f_0, \tau_{-1}) = 1$$

Un critère de fatigue, par l'intermédiaire de la valeur de  $E$ , situe ainsi tout cycle multiaxial de contraintes  $[\sigma_{ij}(t)]_T$  par rapport à la limite d'endurance ou la limite de fatigue du matériau. Il traduit le caractère endommageant du cycle de contrainte appliquée.

Les différentes fonctions de fatigue ou indicateur d'endommagement relatif aux multiples formulations sont normalisées de sorte qu'ils atteignent théoriquement la valeur 1 lorsque la limite d'endurance est atteinte.

### b) Classification des Critères de Fatigue Multiaxiale

L'ensemble de ces critères est réparti en trois approches distinctes qui se différencient par leur concept.

**La 1<sup>ère</sup> approche**, dite empirique, regroupe les critères dont le formalisme est issu de résultats expérimentaux obtenus pour un type de sollicitations multiaxiales particulières et un matériau donné.

**La 2<sup>ème</sup> approche**, dite globale, réunit les critères où interviennent des invariants du tenseur de contraintes ou de son déviateur.

**La 3<sup>ème</sup> approche**, de type plan critique, rassemble les critères dont la formulation est basée sur la recherche d'un plan physique critique. L'endommagement du matériau par fatigue, est lié à leur action sur le plan en question.

#### II.3.2.a Critères d'approche empirique

Ces critères sont issus des résultats expérimentaux obtenus généralement pour un matériau donné et un type de sollicitations multiaxiales déterminées. Il s'agit de : traction-torsion ou de flexion torsion le plus souvent en phase. Pour déterminer leurs indicateurs d'endommagement, les auteurs utilisant ces critères font appel aux amplitudes et aux valeurs moyennes des composantes du tenseur de contraintes des sollicitations considérées séparément (traction, flexion, torsion) ainsi qu'aux limites d'endurance des différentes sollicitations simples et la résistance maximale à la traction et au cisaillement, qui sont définis par [2]:

$\sigma a$  : Amplitude de contrainte de traction.

$f a$  : Amplitude de contrainte de flexion.

$\tau a$  : Amplitude de contrainte de torsion.

$\sigma -1$  : Limite d'endurance en traction alternée symétrique.

$f-1$  : Limite d'endurance en flexion alternée symétrique.

$\tau-1$  : Limite d'endurance en cisaillement alternée symétrique.

$R m$ : Résistance maximale à la traction.

$\tau m$ : Résistance maximale au cisaillement.

**a1. Critère de Hohenemser & Prager (1933)**

Il a été obtenu à partir d'essais de traction-torsion où cisaillement. L'expression du critère est donnée en fonction de la contrainte moyenne de traction  $\sigma_m$  par la relation :

$$E_{HP} = \left( \frac{\tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 + \frac{\sigma_m}{R_m} \quad (\text{II.10})$$

**a2. Critère de Gough & Pollard (1935)**

A partir de nombreux essais de flexion-torsion en phase, les auteurs ont défini deux formulations qui représentent, dans le repère lié aux amplitudes de la contrainte normale de flexion et de la contrainte de cisaillement, des ellipses. La première expression est destinée aux matériaux ductiles :

$$E_{GP} = \left( \frac{f_a}{f_{-1}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 \quad (\text{II.11})$$

La seconde formulation, fait intervenir les mêmes quantités que précédemment, mais est améliorée pour les matériaux fragiles. L'indicateur de l'endommagement a la forme suivante :

$$E_{GP} = \frac{\tau_a}{\tau_{-1}} + \left( \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} - 1 \right) \left( \frac{f_a}{f_{-1}} \right)^2 + \left( 2 - \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \right) \left( \frac{f_a}{f_{-1}} \right) \quad (\text{II.12})$$

**a3. Critère de Davies (1935)**

L'auteur propose un modèle basé sur l'amplitude de la contrainte normale de flexion admissible en fonction d'une contrainte de cisaillement statique  $\tau_m$  comme suit :

$$E_{DA} = \left( \frac{f_a}{f_{-1}} \right)^2 + \frac{\tau_m}{\tau_u} \quad (\text{II.13})$$

**a4. Critère de Nishihara & Kawamoto (1941)**

Les auteurs proposent deux modèles issus de leurs constatations expérimentales qui se distinguent par le rapport  $f_{-1} / \tau_{-1}$  entre la limite d'endurance en flexion alternée symétrique et la limite d'endurance en torsion alternée symétrique. Les deux modèles s'écrivent :

$$E_{NK} = \left( \frac{\tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 + \left( \frac{f_a}{f_{-1}} \right)^2 \quad \text{Si} \quad \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \geq \sqrt{3} \quad (\text{II.14})$$

$$E_{NK} = \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(3 - \left(\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2\right) \frac{f_a}{f_{-1}} + \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{f_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2\right) \left(\frac{f_a}{f_{-1}}\right)^2 \text{ si } \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} \leq \sqrt{3} \quad (\text{II.15})$$

### a5. Critère de Lee 1 [37]

L'auteur propose un modèle issu d'essais de flexion-torsion hors phase. Il introduit un exposant  $\alpha$  dépendant du déphasage  $\varphi$  entre les deux sollicitations. Le critère est donné par la relation suivante :

$$E_{LEE1} = f_a \left[ 1 + \left( \frac{\tau_a \cdot f_{-1}}{f_a \cdot \tau_{-1}} \right)^\alpha \right]^{1/\alpha} \quad (\text{II.16})$$

L'exposant  $\alpha$  est défini par la relation :  $\alpha = 2(1+\beta \cdot \sin\varphi)$  où  $\beta$  est une constante liée au matériau.

### a6. Critère de Lee 2 [38]

En 1989, Lee a modifié son premier critère afin d'y ajouter l'influence d'une flexion moyenne. Ce critère fait intervenir un exposant empirique ( $n$ ) compris entre 1 et 2 :

$$E_{LEE2} = \frac{E_{LEE1}}{\left[ 1 - \left( \frac{\sigma_m}{R_m} \right)^n \right]} \quad (\text{II.17})$$

L'ensemble de ces critères modélise de façon précise un ensemble de sollicitations multiaxiales particulières. Ils offrent pour ces cas de chargement une bonne représentation du domaine limite d'endurance ( $E=1$ ) pour un grand nombre de matériaux.

## II-3.2.b Critères de type plan critiques

Les auteurs de ces critères considèrent que l'endommagement est localisé sur un plan dit plan critique qui dépend du cycle multiaxial considéré. Le comportement en fatigue d'un matériau en un point donné de la structure est imposé par le plan matériel le plus sollicité passant par ce point.

Les termes des contraintes intervenant dans les critères de type plan critique sont principalement les composantes normales et tangentielles des contraintes agissant sur un plan physique de normale  $h$  au cours du cycle de fatigue multiaxial considéré. Celles-ci sont

obtenues par projection des états de contraintes sur le plan et sur sa normal. A l'instant  $t$ , le tenseur de contrainte  $[\sigma(t)]$  agit sur le plan de normal  $h$  par le biais de son vecteur contrainte  $\phi$   $h(t)$  défini par :

$$\phi_h(t) = [\sigma(t)] \cdot h \quad (\text{II.18})$$

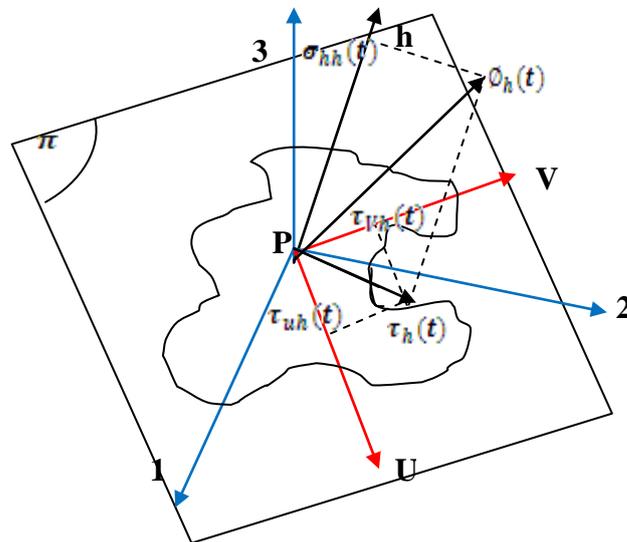
Le vecteur  $(t)h\phi$  se décompose en une contrainte normale  $(t)hh\sigma$  et une contrainte tangentielle  $(t)h\tau$  sur le plan physique de la façon suivante :

$$\sigma_{hh}(t) = h \cdot [\sigma(t)] \cdot h \quad \text{et} \quad \tau_h(t) = \sqrt{\sigma_{uh}^2(t) + \sigma_{vh}^2(t)} \quad (\text{II.19})$$

$$\text{Avec} \quad \sigma_{uh}(t) = u \cdot [\sigma(t)] \cdot h \quad \text{et} \quad \tau_{vh}(t) = v \cdot [\sigma(t)] \cdot h \quad (\text{II.20})$$

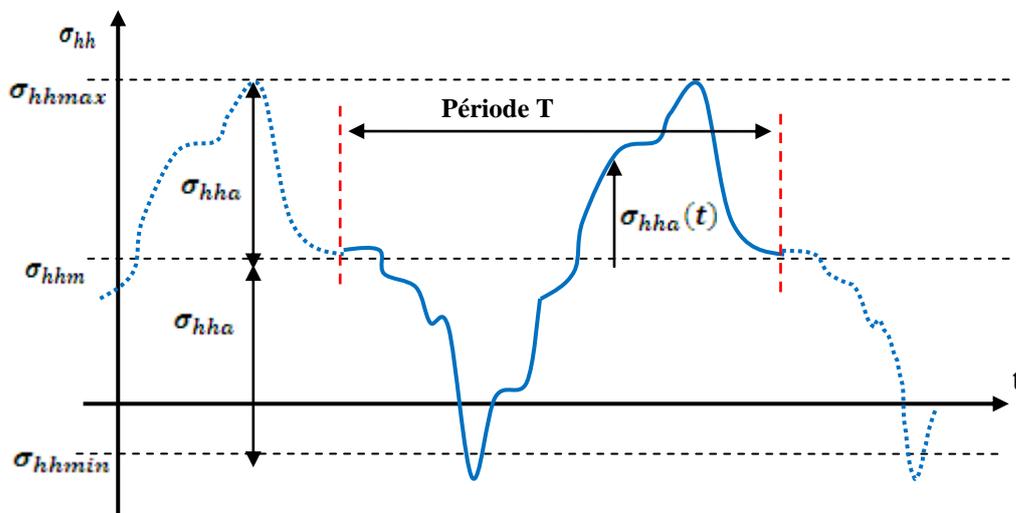
où  $(u,v,h)$  est le repère lié au plan physique.

La figure (I.6) donne une représentation de la décomposition du vecteur contrainte  $\phi h(t)$  sur le plan  $(\pi)$  de normale  $h$  passant par le point  $P$  à l'instant  $t$ . Le repère lié à la matière et dans lequel sont exprimées les contraintes est  $(1,2,3)$ .



**Figure II.7:** Décomposition du vecteur contrainte  $\phi h(t)$  dans le repère  $(u,v,h)$  lié au plan physique de normale  $h$ .

Les caractéristiques de la contrainte  $\sigma_{hh}(t)$  sont définies sur la figures II.8.



**Figure II.8:** Définition des différents termes liés à la contrainte normale  $\sigma_{hh}(t)$

➤ **Termes liés à la contrainte normale**

Les différents critères utilisent plusieurs quantités issues de l'évolution de la contrainte normale  $\sigma_{hh}(t)$  au plan physique au cours du cycle :

$\sigma_{hh\ min}$  : Contrainte normale minimale

$\sigma_{hh\ max}$  : Contrainte normale maximale

$\sigma_{hh\ a}$  : Amplitude de la contrainte normale

$\sigma_{hh\ a}(t)$  : Partie alternée de la contrainte normale à l'instant  $t$

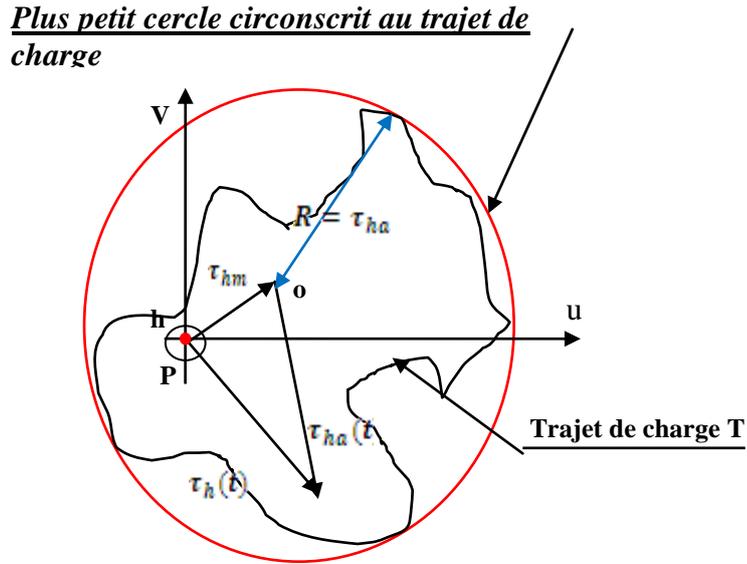
$\sigma_{hh\ m}$  : Contrainte normale moyenne.

Ces différentes quantités sont liées par les relations suivantes :

$$\sigma_{hhm} = \frac{\sigma_{hhmax} + \sigma_{hhmin}}{2}, \sigma_{hha} = \frac{\sigma_{hhmax} - \sigma_{hhmin}}{2}, \sigma_{hha}(t) = \sigma_{hh}(t) - \sigma_{hhm} \quad (\text{II.21})$$

➤ **Termes relatifs aux contraintes tangentielles**

La contrainte tangentielle a un caractère bidimensionnel. La détermination de l'amplitude, de la partie alternée et de la valeur moyenne nécessite de la construction du plus petit cercle circonscrit au trajet de charge (Figure I.8).



**figure II.9:** Définition des différents termes de la contrainte tangentielle  $\tau_h(t)$

Les termes suivants sont utilisés :

$\tau_{ha}$  : Amplitude de la contrainte tangentielle (rayon du plus petit cercle circonscrit au trajet de charge).

$\tau_{ha}(t)$  : Partie alternée de la contrainte tangentielle à l'instant  $t$  avec  $\tau_{ha}(t) = \tau_h(t) - \tau_{hm}$ .

$\tau_{hm}$  : Contrainte tangentielle moyenne (vecteur PO) où O est le centre du cercle.

**b1. Critère de Stulen & Commings (1954)**

Ce critère recherche le plan critique en balayant tous les plans possibles afin de trouver celui où la quantité  $\Sigma_h$  est maximale avec :

$$\Sigma_h = \max_h \left( \frac{\tau_{ha}}{\beta - \alpha \sigma_{hh \max}} \right)$$

Le critère s'écrit, sur le plan critique, de la façon suivante :

$$E_{sc} = \frac{\tau_{ha} + \alpha \sigma_{hh \max}}{\beta} \tag{II.22}$$

$\alpha$  et  $\beta$  sont déterminés à partir des deux limites de fatigue  $\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$ , on obtient :

$$\alpha = 2 \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1 \quad \text{et} \quad \beta = \tau_{-1}$$

le domaine de validité du critère est obtenu par la condition

$\alpha > 1$  (contribution effective au dommage par la contrainte normale  $\sigma_{hhmax}$  c-à-d :

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2} \quad (\text{II.23})$$

### b2. Critère de Findly (1957)

Ce critère se différencie du critère précédent par le choix de son plan critique, obtenu en recherchant le plan où la quantité  $\tau_{ha} + \alpha\sigma_{hhmax}$  est maximale. Le critère s'écrit :

$$E_{FD} = \frac{\tau_{ha} + \alpha \cdot \sigma_{hh \max}}{\beta} \quad (\text{II.24})$$

### b3. Critère de Yokobori (1966)

La formulation de ce critère est proposée où la définition du plan critique est directement liée à l'expression du critère. On définit alors un indicateur d'endommagement par plan  $E_h$  dont la maximisation à  $h$  constitue la recherche du plan critique.  $E_h$  s'écrit :

$$E_h = \frac{\max_t(\tau_h(t)) + \alpha \cdot \sigma_{hh \max}}{\beta} \quad (\text{II.25})$$

et le critère s'écrit :  $E_{YK} = \text{Max}_h(E_h)$

Le calage du critère, à l'aide de deux limites de fatigue ( $\tau_{-1}$  et  $\sigma_{-1}$ , avec  $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}$ ), conduit à des constantes  $\alpha$  et  $\beta$  identiques à celles des critères de Stulen & Commings et de Findly.

$$\alpha = 2 \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1 \quad \text{et} \quad \beta = \tau_{-1}.$$

### b4. Critère de Mc Diarmid 1 (1973)

Le plan critique est défini comme celui où l'amplitude de cisaillement est maximale, c'est à dire « $\text{Max}_h(\tau_{ha})$ ». La fonction de fatigue du critère est donnée par :

$$E_{MDI} = \frac{\tau_{ha} + B(\sigma_{hha})^{3/2}}{A} \quad (\text{II.26})$$

A et B sont déterminées en vérifiant le critère (EMD1=1) pour deux limites de fatigue du matériau en traction et en torsion ( $\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$ ). On obtient :  $A = \tau_{-1}$  et

$$B = \tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2} / \left( \frac{\sigma_{-1}}{2} \right)^{3/2}, \text{ le critère est valide sous respect de la condition : } \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}$$

On note que ce critère ne tient pas compte de l'influence de la contrainte moyenne.

### b5. Critère de Mc Diarmid 2 (1974)

L'auteur a ajouté l'influence de la valeur moyenne de la contrainte normale. La nouvelle formule s'écrit :

$$E_{MD2} = \frac{\left(1 - \frac{2\sigma_{hmm}}{R_m}\right)^{1/2} \cdot \tau_{ha} + B(\sigma_{hha})^{3/2}}{A} \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2} \text{ et } \frac{\sigma_{hmm}}{R_m} > \frac{1}{2}$$

La validité du critère impose deux conditions à respecter :

### b6. Critère de DANG VAN 1 (1973)

Ce critère utilise la partie alternée du cisaillement et la pression hydrostatique. La fonction de fatigue est une maximisation d'un indicateur de dommage par plan  $E_h$ , défini par :

$$E_h = \text{Max} \left\{ \frac{\tau_{ha}(t) + \alpha P_H(t)}{\beta} \right\} \quad (\text{II.28})$$

$$\text{avec } P_H = \frac{\sigma_{11}(t) + \sigma_{22}(t) + \sigma_{33}(t)}{3}$$

La fonction de fatigue du critère s'écrit alors :  $E_{DV1} = \text{Max}(E_h)$

A la limite de fatigue du matériau, on a  $EDVI=1$ , et plus particulièrement pour les limites de fatigue en traction et en torsion alternées symétriques, servant du calage du critère, avec

:  $\alpha = 3 \left( \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2} \right)$  et  $\beta = \tau_{-1}$ . La condition de validité du critère est réalisée lorsque :

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}.$$

**b7. Critère de Mataka (1977)**

Ce critère est semblable aux critères C1 et C2. Il ne s'en différencie que par le choix du plan critique, celui où l'amplitude de cisaillement est maximale, c'est à dire ( $Max h \tau h a$ ). La fonction de fatigue s'écrit :

$$E_{Mt} = \frac{\tau_{ha} + \alpha \sigma_{hh \max}}{\beta} \quad (\text{II.29})$$

Les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  et la condition de validité du critère sont identiques à celle de Findley.

**b8. Critère de Dang Van 2 [39]**

L'objectif de cette version est d'accélérer les calculs en évitant de balayer l'ensemble des plans pour la détermination du plan critique, la fonction de fatigue devient :

$$E_{DV2} = Max_t \frac{\tau_{pr}(t) + \alpha P_H(t)}{\beta} \quad (\text{II.30})$$

Avec  $\tau_{pr}(t) = \frac{1}{2} Max(|S_{Ia} - S_{IIa}|, |S_{IIa} - S_{IIIa}|, |S_{IIIa} - S_{Ia}|)$

où  $S_{Ia}$ ,  $S_{IIa}$ ,  $S_{IIIa}$  sont les valeurs principales du tenseur déviateur alterné.

**B9. Critère de Froustey dérivé Yokobori [40]**

L'auteur apporte une modification à l'expression de l'indicateur du dommage par plan Eh. Il remplace le cisaillement maximal  $Max_t (\tau h(t))$ , par l'amplitude de ce même cisaillement  $\tau h a$  et le critère devient similaire au critère de FINDLY.

**b10. Critère de Munday & Mitchell [41]**

Les auteurs modifient le plan critique comme étant celui où le cisaillement est maximal, c'est à dire :  $Max h(Max t \{\tau h(t)\})$ . Ils expriment la fonction de fatigue en s'inspirant de l'ellipse de GOUGH et POLLARD. Les amplitudes des contraintes normales et tangentielles sont respectivement comparées aux limites de fatigue en flexion et en torsion alternées symétriques. La fonction de fatigue est donnée comme suit :

$$E_{MM} = \left( \frac{\sigma_{hha}}{f_{-1}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{ha}}{\tau_{-1}} \right)^2 \quad (\text{II.31})$$

Ce critère ne tient pas en compte de l'influence de la contrainte moyenne.

### b11. Critère de Robert [25]

L'auteur définit un indicateur d'endommagement par plan  $E_h$  dans lequel il dissocie l'influence des contraintes  $\tau_{ha}(t)$ ,  $\sigma_{hha}(t)$  et  $\sigma_{hhm}$ . L'indicateur du dommage est une maximisation sur le cycle des quantités précédentes :

$$E_h = \text{Max}_t \left\{ \frac{\tau_{ha}(t) + \alpha \sigma_{hha}(t) + \beta \sigma_{hhm}}{\theta} \right\} \quad (\text{II.32})$$

La fonction de fatigue est basée sur la recherche du plan critique, celui dont l'indicateur D'endommagement  $E_h$  est maximal.

$$E_{RB} = \text{Max}_h (E_h) \quad (\text{II.33})$$

Les constantes  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\theta$  sont déterminées en vérifiant la formulation à l'aide des trois limites de fatigue :  $\sigma_{-1}$ ,  $\sigma_0$  et  $\tau_{-1}$ . Les expressions des trois constantes sont :

$$\alpha = \frac{\frac{2\tau_{-1}-1}{\sigma_{-1}}}{\sqrt{\frac{2\tau_{-1}-1}{\sigma_{-1}} \left( 2 - \frac{2\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} \right)}} \quad ; \theta = \tau_{-1} \sqrt{\alpha^2 + 1} \quad ; \beta = \frac{2\theta}{\sigma_0} - \frac{\sigma_0}{8\theta} - \alpha \quad (\text{II.34})$$

Le domaine de validité du critère est donné par :  $\frac{1}{2} < \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} < 1$  et  $\frac{1}{2} < \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_0} < 1$

### II.3.2.C. Critères d'approche globale :

Ces critères sont basés sur des invariants du tenseur de contraintes ou de son déviateur, sur la moyenne quadratique d'un indicateur d'endommagement. Ils possèdent un caractère global par sa formulation. Ces critères prennent en compte les indicateurs d'endommagement relatifs à toutes les facettes passant par le point où est effectué le cumul.

La majorité de ces critères utilisent le 1er invariant  $I_1(t)$  du tenseur  $[\sigma_{ij}(t)]$  ou le second invariant  $J_2(t)$  de son déviateur  $[S_{ij}(t)]$ . Utilisés par leur valeur moyenne ou leur amplitude, ces invariants représentent la globalité des contraintes de par leur définition. La liste ci-dessous récapitule les termes utilisés relatifs à ces deux invariants :  $I_{1\max}/I_{1\min}$  : valeur maximale/minimale (au cours du cycle) du premier invariant du tenseur contrainte.

$$I_{1m} = \frac{I_{1\max} + I_{1\min}}{2} : \text{Valeur moyenne du premier invariant du tenseur contraint,}$$

$$I_{1a} = \frac{I_{1\max} - I_{1\min}}{2} : \text{Amplitude du premier invariant du tenseur contrainte,}$$

$$P_{Hm} : \text{Pression hydrostatique moyenne } (P_{Hm} = \frac{I_{1m}}{3}),$$

$$P_{Ha} : \text{Amplitude de la pression hydrostatique } (P_{Ha} = \frac{I_{1a}}{3}),$$

$J_2$  : Deuxième invariant du tenseur contraintes,

$J_{2a}$  : Amplitude du deuxième invariant du déviateur du tenseur de contrainte. Elle correspond généralement à la valeur maximale du deuxième invariant du déviateur des contraintes

alternées, soit  $J_{2a} = \text{Max}_t(\sqrt{J_{2a}(t)})$  où

$$J_{2a}(t) = (S_{ija}^2(t) + 2S_{ija}^2(t))/2 \quad (\text{II.35})$$

$J_{2m}$  : Valeur moyenne du deuxième invariant du déviateur des contraintes moyennes.

### C1. Critère de Sines (1955) :

L'auteur a étudié l'influence des valeurs moyennes de la contrainte de cisaillement et de contrainte normale. L'indicateur d'endommagement est une fonction de  $J_{2a}$  et  $I_{1m}$  donné par:

$$E_{SI} = \frac{\sigma_{eq}}{A} = \frac{\sqrt{J_{2a} + \alpha \cdot I_{1m}}}{A} \quad (\text{II.36})$$

À la limite de fatigue en traction répétée ( $\sigma_0$ ) et la limite de torsion alternée symétrique ( $\tau_{-1}$ ),

les constantes  $\alpha$  et  $A$  s'expriment par  $A = \tau_{-1}$  et  $\alpha = 2 \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_0} - \frac{1}{\sqrt{3}}$  la validité du critère est

assurée par la condition  $\alpha > 0$ , c'est à dire par :  $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_0} > \frac{1}{2\sqrt{3}}$  Ce critère est illustré par la figure

suivante :

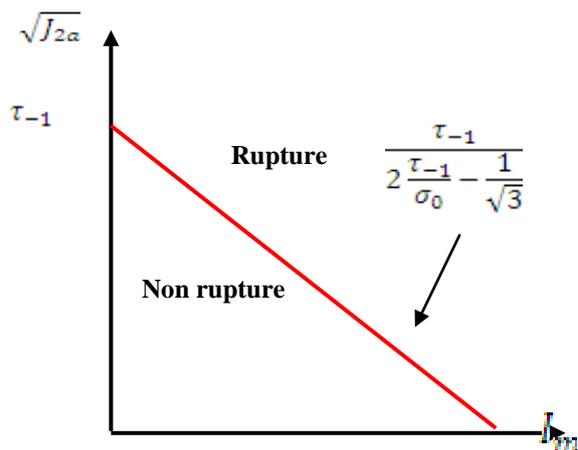


Figure II.10 : Représentation du critère de Sines dans l'espace  $(I_m, m J_2)$ .

**C2. Critère de Crossland (1956)**

Ce critère est très voisin du précédent, l'auteur propose d'utiliser la valeur maximale du premier invariant des contraintes  $I_{max}$  au lieu de la moyenne. La fonction de fatigue s'écrit :

$$E_{CR} = \frac{\sqrt{J_2 a} + B \cdot I_{1max}}{A} \tag{II.37}$$

Le critère de Crossland est représenté par la figure suivante :

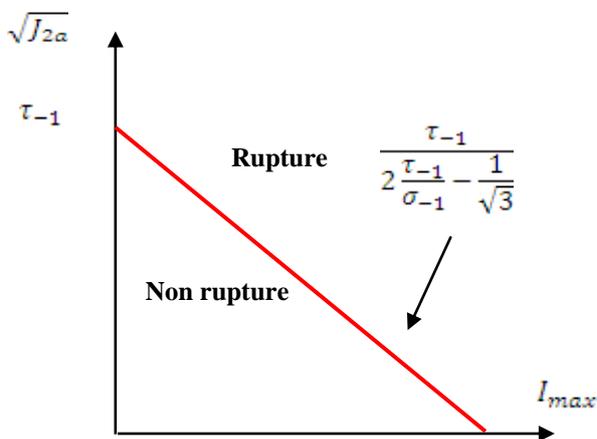


Figure II.11 : Représentation du critère de Crossland dans l'espace  $(I_{max}, m J_2)$ .

Les deux constantes A et B, obtenues par le calage du critère sur les deux limites de fatigue  $\sigma-1$  et  $\tau-1$ , s'expriment par :

critère sur les deux limites de fatigue  $\sigma-1$  et  $\tau-1$ , s'expriment par :

$$A = \tau-1 \quad \text{et} \quad B = \frac{\tau-1}{\sigma-1} - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Le critère est valide pour  $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

### C3. Critère de Marin (1956) :

Marin utilise la contrainte équivalente au sens de Von Mises. Le critère s'écrit :

$$E_{MA} = \left( \frac{\sqrt{3}\sqrt{J_{2a}}}{\sigma_{-1}} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}\sqrt{J_{2m}}}{R_m} \right)^2 \quad (\text{II.38})$$

### C4. Critère de Deitman & Isseler (1974) :

En s'inspirant de la modélisation du diagramme de Haigh par la parabole de Gerber, les auteurs proposent leur critère comme suit :

$$E_{DI} = \left( \frac{\sqrt{3}\sqrt{J_{2a}}}{f_{-1}} \right)^2 + \frac{3P_{Hm}}{R_m} \quad (\text{II.39})$$

### C5. Critère de Kinasushvili (1976) :

L'indicateur d'endommagement est déterminé à l'aide du 2ème invariant des parties moyennes  $J_{2m}$  et alternées  $J_{2a}$  du tenseur déviateur des contraintes. Ces quantités sont combinées linéairement par des coefficients dépendant des limites  $\sigma_0$  (en traction répétée) et  $\sigma_{-1}$  (en traction alternée). Le critère s'écrit :

$$E_{KS} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{J_{2a}}}{\alpha} + \beta\sqrt{J_{2m}} \quad (\text{II.40})$$

Avec  $\alpha = \sigma_{-1}$  et  $\beta = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_{-1}\sigma_0}$

### C6. Critère de Kakuno & Kawada (1979) :

La formulation de ce critère distingue les influences respectives de l'amplitude et la valeur

moyenne de la pression hydrostatique ainsi que du 2ème invariant des parties alternées du tenseur déviateur des contraintes. Le critère est donné par :

$$E_{KK} = \frac{\sqrt{J_{2a}} + \alpha \cdot P_{Hm} + \beta \cdot P_{Ha}}{\gamma} \quad (\text{II. 41})$$

En vérifiant le critère ( $E_{KK}$ ) en torsion ( $\tau-1$ ), en traction alternées symétriques ( $\sigma-1$ ) et en traction répétée ( $\sigma_0$ ), on obtient les valeurs des constantes :

$$\alpha = 3\tau_{-1} \left( \frac{2}{\sigma_0} - \frac{1}{\sigma_{-1}} \right); \beta = 3 \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{3} \quad (\text{II. 42})$$

$\gamma = \tau$ , le domaine de validité du critère est défini par :  $\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_0} > \frac{1}{2}$  et  $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

### C7. Critère de Fogue & Bahuaud [42] :

Ce critère est basé sur le moyen quadratique de l'indicateur d'endommagement  $E_h$ .

Avec :  $E_h = \frac{a \cdot \tau_{ha} + b \cdot \sigma_{hha} + d \cdot \sigma_{hhm}}{\sigma_{-1}}$ . Les auteurs font l'intégration pour toutes les directions en utilisant une sphère unitaire ( $S=4\pi$ ) pour trouver la valeur moyenne de  $E_h$ .

$$E_{FG} = \sqrt{\frac{1}{S} \int E_h^2 ds} \quad (\text{II. 43})$$

Le calage du critère, effectué avec les trois limites de fatigue ( $\tau-1$ ,  $\sigma-1$  et  $\sigma_0$ ), conduit aux constantes a, b, c et au domaine de validité comme suit :

$$a = \sqrt{\frac{12 \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 - 21 + b^2}{2}}; d = \frac{1}{3} \left\{ -(3b + 2a) + \sqrt{(3b + 2a)^2 + 45 \left( 4 \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 - 1 \right)} \right\}$$

$$b = \sqrt{\frac{15 - \sqrt{9 \left( 25 - 8 \left[ \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 - 3 \right]^2 \right)}}{2}} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} < \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} < \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} < 1$$

**C8. Critère de Papadopoulos [43] :**

Ce critère est proche du critère DV2 (C8) car faisant partie des critères microscopiques. Sa formulation est la suivante :

$$E_{PA} = \frac{k^* + \alpha \cdot P_{Hmax}}{\beta} \quad \text{avec } k^* = \max \sqrt{J_{2a}(t)} \quad (\text{II. 44})$$

où  $k^*$  est le rayon de la plus petite hyper-sphère contenant le cycle multiaxial de contraintes dans l'espace du déviateur de contraintes. Dans le cas de chargements multiaxiaux

proportionnels, ce critère coïncide avec celui de CROSSLAND puisque  $\sqrt{J_{2a}(t)} = \sqrt{J_{2a}}$ .

Les constantes sont déterminées à partir des essais simples de torsion ( $\tau$ -1) et de traction ( $\sigma$ -1)

alternées, et on a :  $\beta = \tau_{-1}$  et  $\alpha = 3 \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{3}$ . Le critère est valide lorsque :  $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

### III. Programmation et simulation numérique :

L'objectif de ce chapitre est de programmer tous les éléments nécessaires permettant d'obtenir l'évolution de l'endommagement dans la structure et d'estimer la durée de vie totale des pièces mécaniques.

Le modèle d'endommagement implanté au logiciel utilisé est celui de Miner, ce modèle est le plus utilisé pour quantifier le dommage par sa simplicité. Ce modèle est une loi linéaire qui ne prend pas en compte l'histoire du chargement. Les autres théories sont des lois non linéaires, dont l'utilisation nécessite la connaissance de plusieurs paramètres qui rendent difficile leur usage.

Les diverses théories se distinguent par l'expression analytique pour représenter la courbe d'endommagement et par la façon de cumuler le dommage. Le critère utilisé dans ce travail est l'indicateur qui présente une loi d'évolution de l'endommagement en fatigue, la loi proposée est une loi non linéaire qui prend en compte l'effet de l'histoire du chargement. Le modèle utilisé est connecté à la courbe S-N expérimentale et ne nécessite pas de nouveaux paramètres à identifier, ce qui rend son utilisation aisée.

L'algorithme et description du modèle de la contrainte endommagée est présenté par le calcul du dommage par le modèle de la contrainte endommagée est donné par l'équation (III.1)

$$D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\sigma_u - \sigma_i} \quad (\text{III.1})$$

où :  $\sigma_{edi}$  : contrainte endommagée à un niveau de contrainte  $\sigma_i$ , pour un nombre de cycles  $n_i$ .  $\sigma_i$ : Contrainte appliquée au niveau  $i$ ,  
 $\sigma_u$ : Contrainte ultime du matériau.

Au premier cycle ( $D_i=0$ ), la contrainte endommagée est bien égale à la contrainte appliquée et au dernier cycle ( $D_i=1$ ) la contrainte endommagée est égale à la contrainte ultime  $\sigma_u$ . L'indicateur est bien "normalisé" à 1 à la rupture

La procédure de calcul du dommage et de l'estimation de la durée de vie par le modèle de la contrainte endommagée est donnée par l'organigramme présenté par la figure (III.1) suivante.

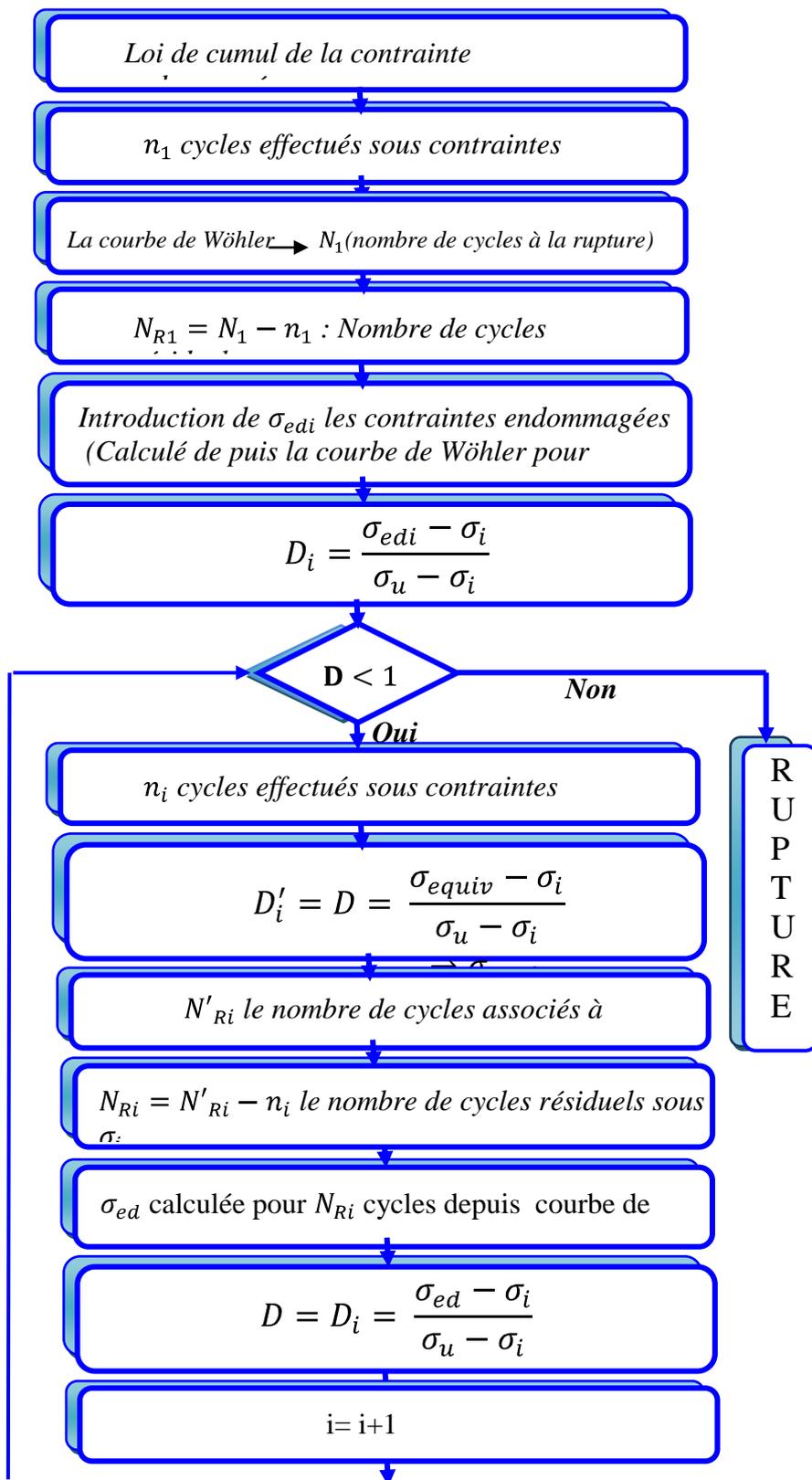


Figure III.1 : Procédure de calcul de l'indicateur de dommage de la contrainte endommagée [44]

Le dommage se transpose aisément du niveau  $i$  au niveau  $i+1$  par la relation

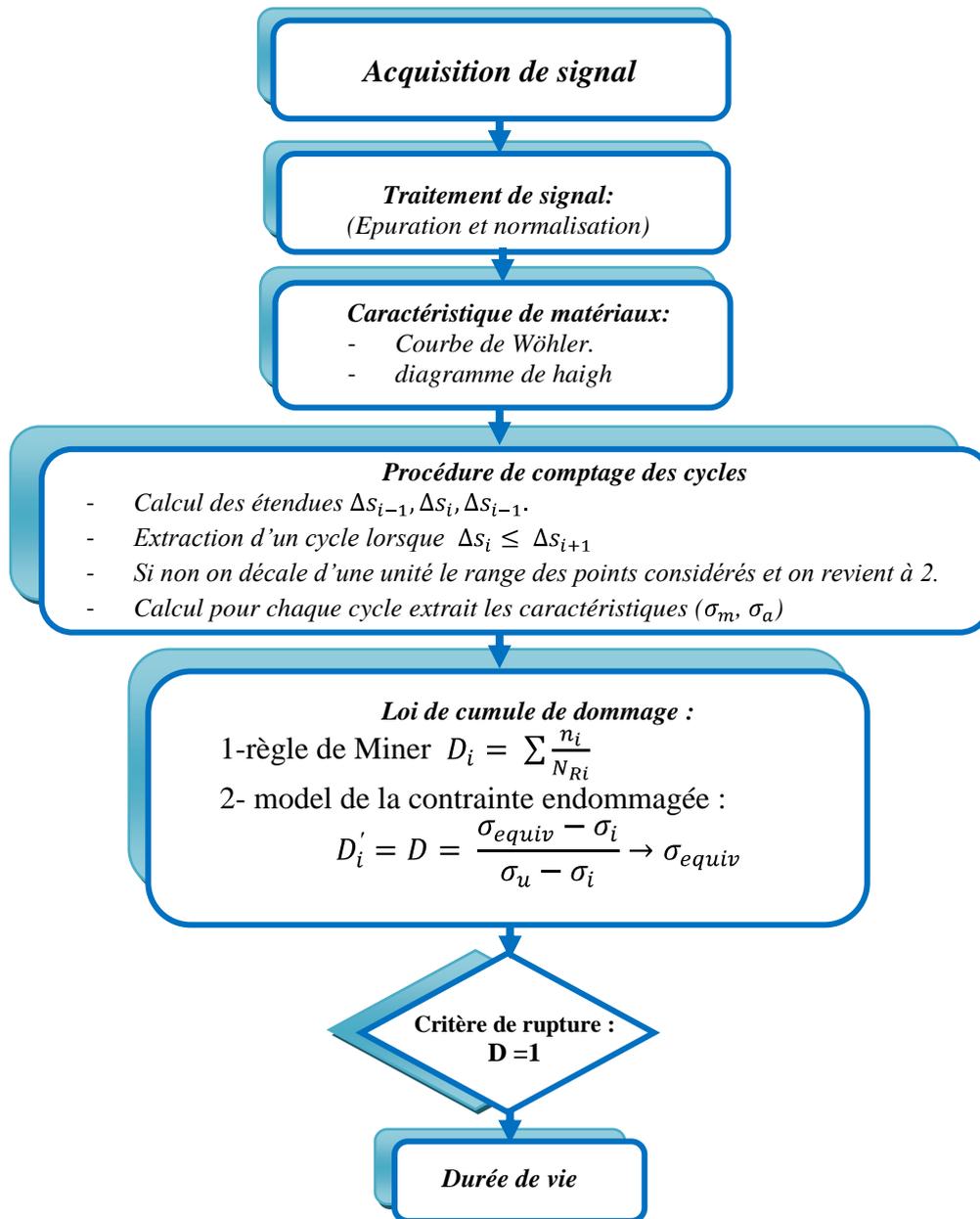
$$D_i = \frac{\sigma_{edi} - \sigma_i}{\sigma_u - \sigma_i} = \frac{\sigma_{equiv} - \sigma_{i+1}}{\sigma_u - \sigma_{i+1}} \quad (\text{III.2})$$

$\sigma_{equiv}$ : Contrainte équivalente endommagée au niveau  $i+1$ ,

$\sigma_{i+1}$ : Contrainte au niveau  $i+1$ .

La loi utilisée est une loi non linéaire relativement simple pour l'application en prédiction de la durée de vie et le cumul du dommage sans constantes à identifier (sauf la courbe de Wöhler et la contrainte maximale à la traction). On peut alors déterminer à partir de l'équation de la courbe de Wöhler le nombre de cycles ( $N_{equiv}$ ) équivalent au niveau  $(i+1)$  de  $(n_i)$  cycles au niveau  $(i)$ . Le nombre de cycles au niveau  $(i+1)$  sera majoré de  $(N_{equiv})$ .

Afin de pouvoir réaliser à chaque instant l'extraction de chacun des cycles de fatigue, la simple application de la méthode Rainflow n'était pas suffisante. En effet, il faut préparer le diagramme de Haigh pour la correction des cycles, dont leur valeur moyenne de contrainte est différente de zéro (figure III.3).



**Figure III.2 :** Procédure de cumul de dommage et de calcul de la durée de vie en fatigue [45]

Et pour donner plus de réalité de précision à notre travail on a été obligé d'utiliser plusieurs logiciels :

- ANSYS v12
- ANSYS WORKBENCH v12
- SOLIDWORKS
- DELPHI

### III.1.1. Simulation avec ANSYS v 12 :

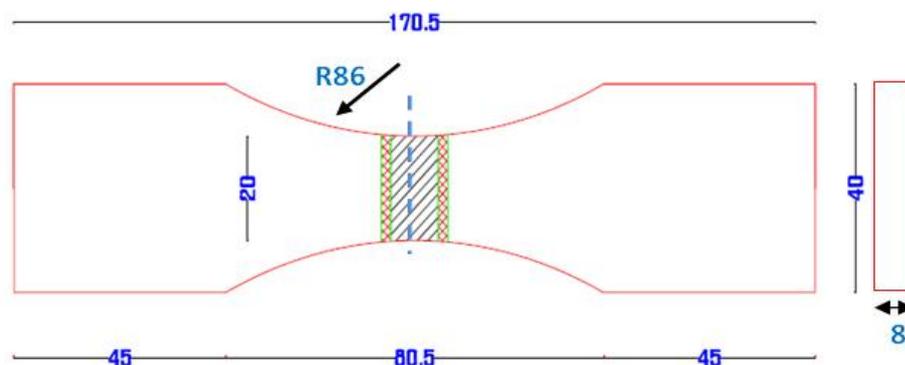
ANSYS est un code des éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physiques en général et mécaniques en particulier. Ces problèmes portent notamment : analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique.

#### III.1.1.1 Les étapes de simulation avec ANSYS

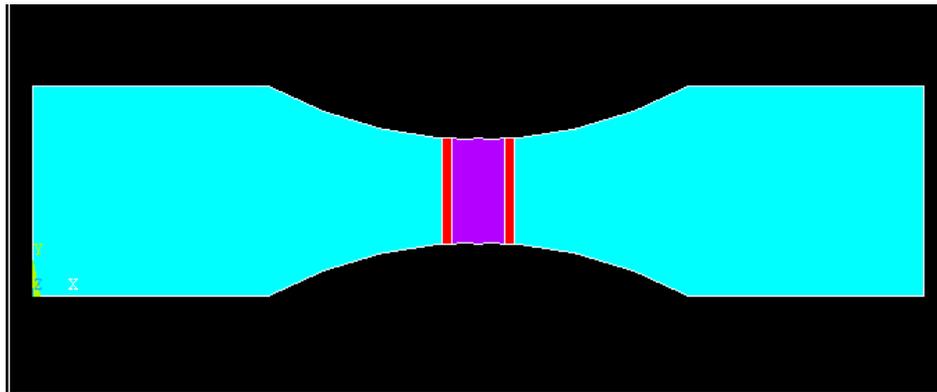
Il ya deux méthodes pour utiliser le logiciel ANSYS, soit en introduisant les informations directement dans la fenêtre d'interface afficher, soit par un sous-programme (langage de commande propre d'ANSYS) (annexe I) dans un éditeur de texte tel que Notepad de Windows, puis le copier et le coller dans la fenêtre de ANSYS.

Pour faire une analyse statique, nous avons utilisé deux éprouvettes d'essais de traction soudées :

- La première éprouvette contenant un cordon de soudure au milieu de la pièce (le métal fondu situé exactement au milieu) (figure III-3).
- La deuxième éprouvette contenant un cordon de soudure mais cette fois la zone affectée thermiquement située au milieu de la pièce (figure III-4).



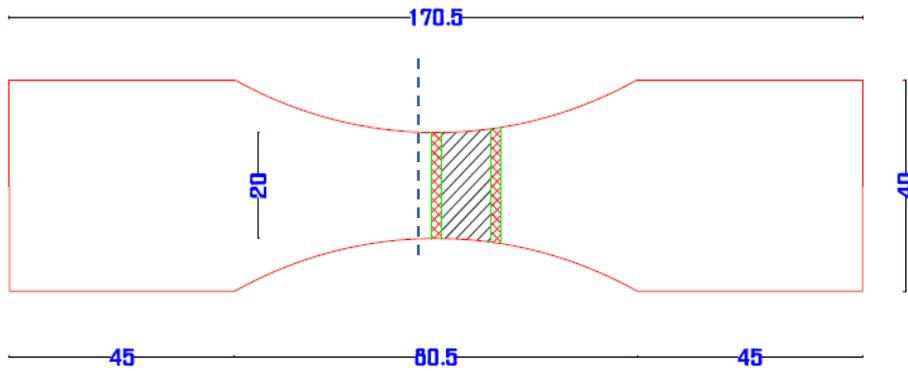
(a)



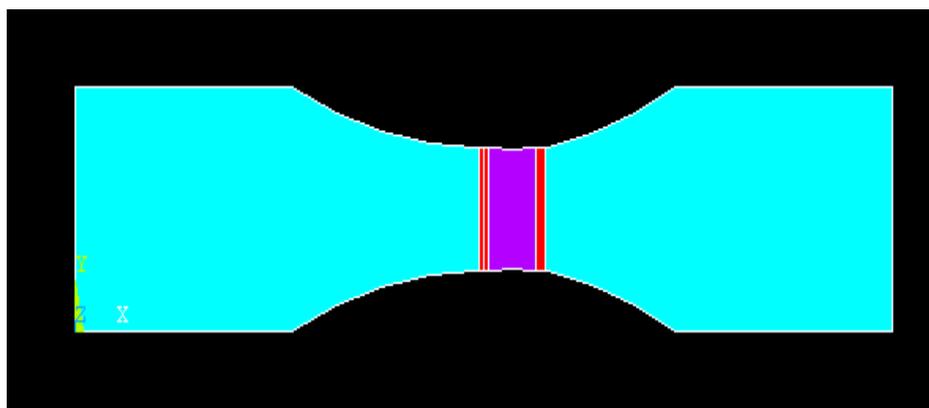
(b)

**Figure III.3 :** La première éprouvette étudiée

- (a) Les dimensions de l'éprouvette
- (b) Epreuve modélisée par ANSYS



(a)



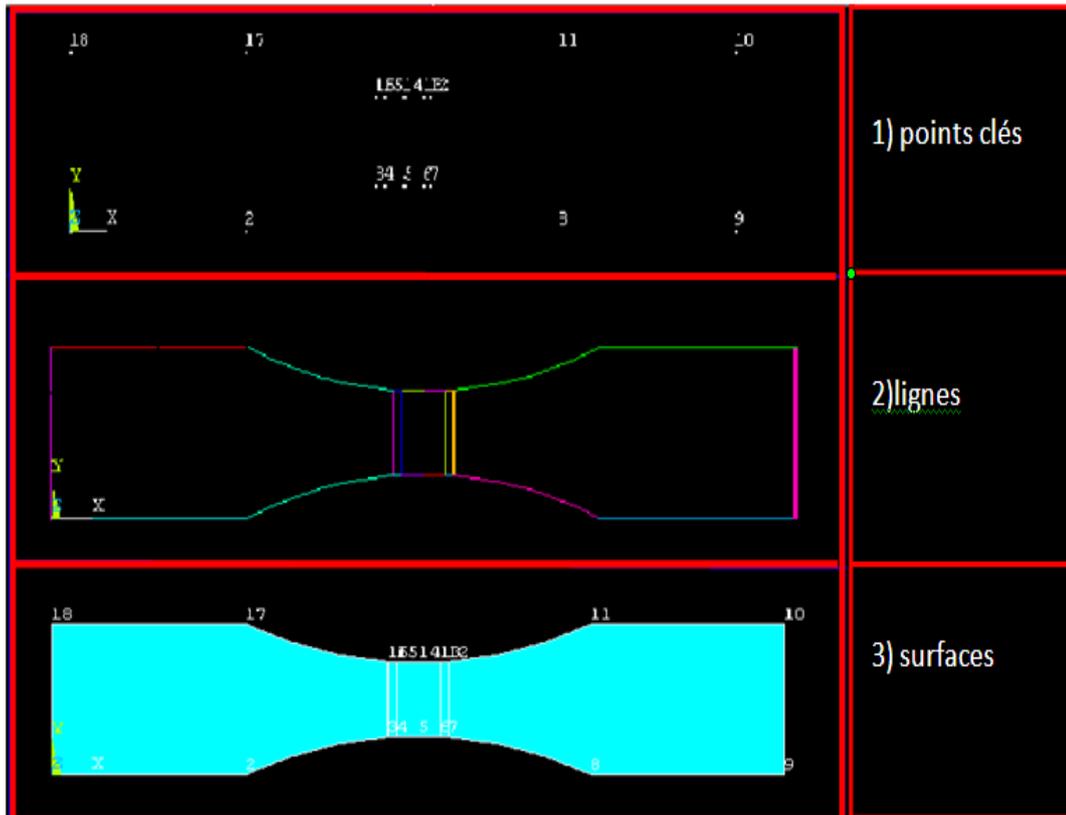
(b)

**Figure III.4 :** La deuxième éprouvette étudiée

- (a) Les dimensions de l'éprouvette
- (b) Epreuve modélisée par ANSYS

De façon générale, une résolution par éléments finis comporte trois étapes :

1. Préparation des données ou (Pré-processing) : définir le problème; les étapes majeurs sont données ci-dessous:
  - Définition des points clés (keypoints) /lignes/surfaces/volumes (Figure III-5);



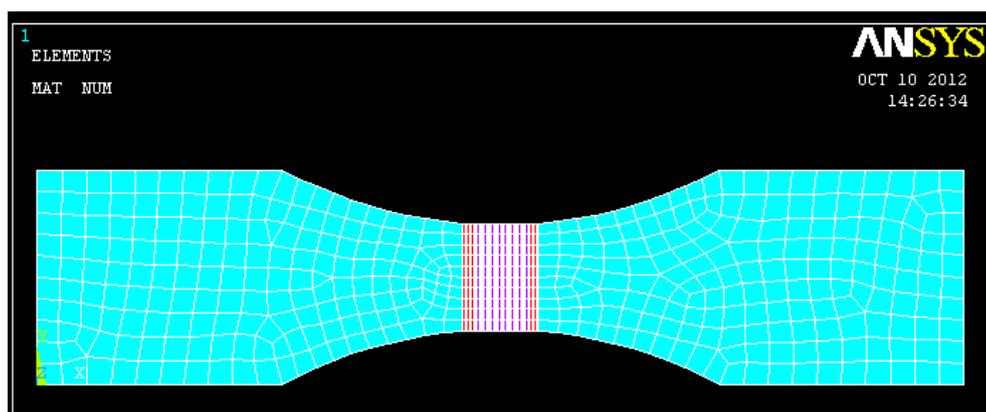
**Figure III-5** : Les étapes de modélisation des pièces sur ANSYS

Définir le type d'élément fini, ses propriétés géométriques et les propriétés physiques des matériaux;

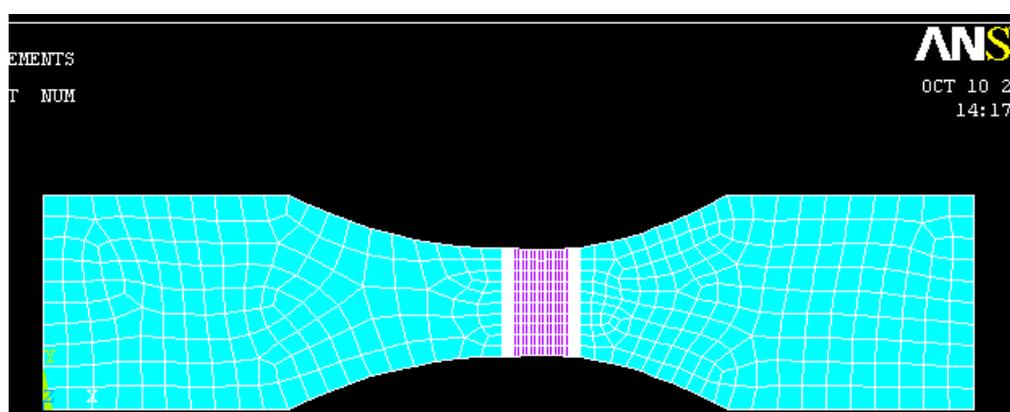
Et pour notre cas nous avons rentré les propriétés mécaniques de chaque zone (métal de base, zone affectée thermiquement et le métal fondu) de matériau C48 :

- Loi de comportement
- Coefficients de Poisson
- Les modules de Yong

- Maillage des lignes /surfaces/volume si cela est requis (figure III.6).



(a)



(b)

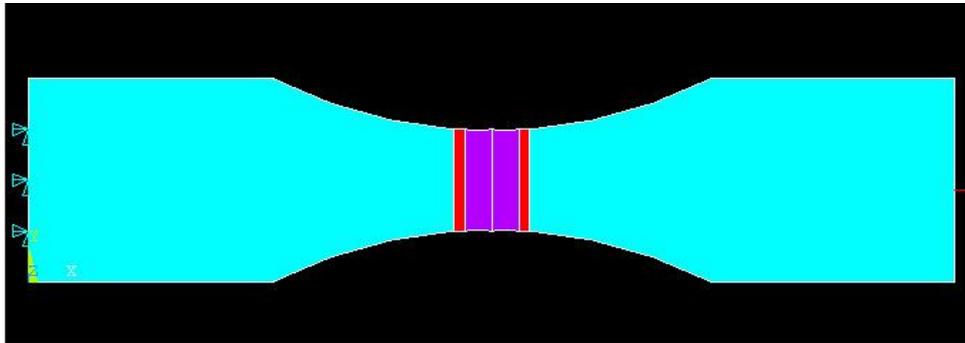
**Figure III-6 : Le maillage des éprouvettes**

- (a) La première éprouvette
- (b) La deuxième éprouvette

2. Traitement ou 'Processing': Assigner les charges, contraintes (conditions aux limites) et résolution; on spécifie notamment la nature des charges (localisées et/ou distribuées), contraintes ou conditions aux limites (translation et rotation).

Pour notre cas :

- On désigne le premier coté de l'éprouvette qui doit être fixé « support fixe ».
- On désigne le deuxième coté qui doit être chargé par une force ou une pression.



**Figure III-7** : Les conditions aux limites de la pièce.

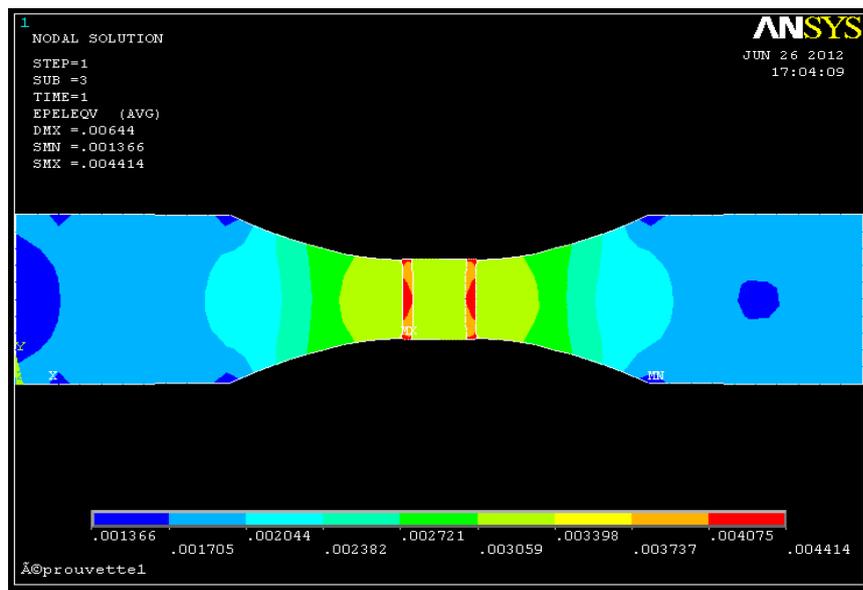
3. Post-processing: analyse et visualisation des résultats; lors de cette étape, on peut examiner:

- La liste des déplacements nodaux ;
- Les forces et des moments au niveau des éléments;
- La Déformation
- Les contraintes

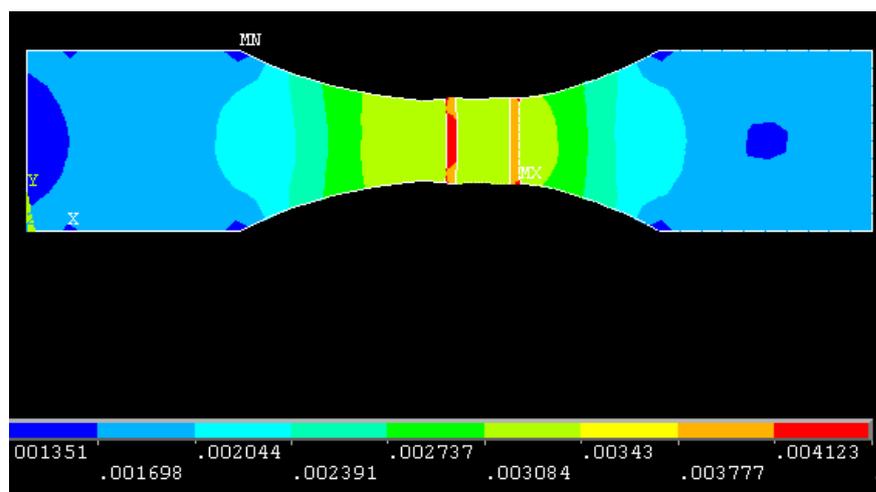
### **III.1.2 Résultats et discussion :**

Pour la sollicitation en statique, nous avons utilisé les mêmes éprouvettes avec la position du cordon de soudure au milieu puis décalé vers la ZAT, et cela dans le but de faire une comparaison ente ces deux cas. Nous avons réalisé une analyse statique puis nous avons estimé les déformations des deux éprouvettes.

Pour une contrainte de 325 MPa nous avons trouvé :



(a)

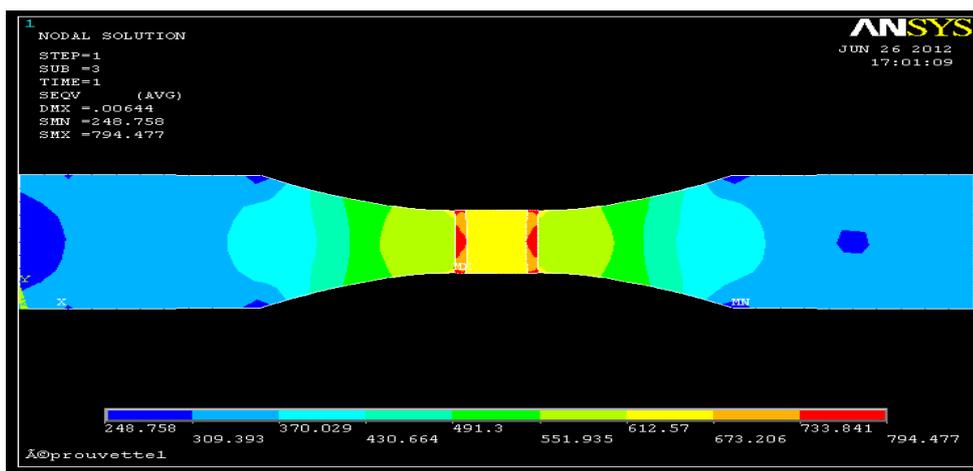


(b)

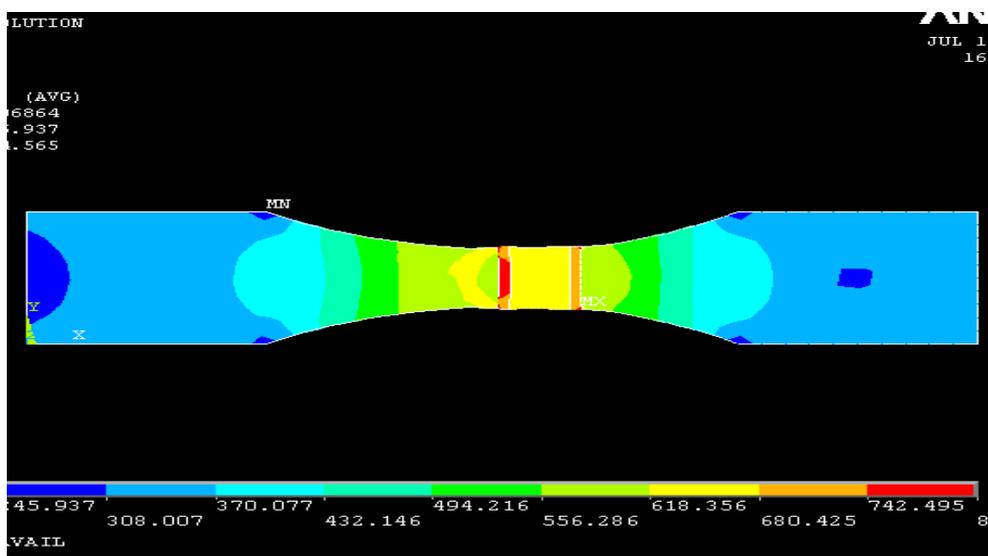
**Figure III-8 : Déformation de Von-Mises**

(a) La première éprouvette.

(b) La deuxième éprouvette.



(c)



(d)

**Figure III-9 : Contrainte de Von-mises**

(c) La première éprouvette.

(d) La deuxième éprouvette.

Les résultats obtenus à partir des figures (III.8 et III.9) ont montré que la zone affectée thermiquement (zat) est la zone qui présente une grande déformation relativement aux autres zones.

Le code de calcul ANSYS ne permet pas l'estimation de la durée de vie, c'est pourquoi nous avons fait recours à un code de calcul complémentaire de la même famille d'ANSYS, c'est le ANSYS WORKBENCH. Sur ce dernier nous pouvons introduire plus de propriétés concernant notre matériau et l'obtention de résultats plus fiables.

### III.2 Simulation par ANSYS-WORKBENCH

Pour faire une analyse des éprouvettes avec ANSYS-WORKBENCH v12, il faut premièrement, choisir le type d'analyse, exemple : Electric (Ansys) , fluid flow (fluent), harmonique response, static structural....Ets.(figure III.10)

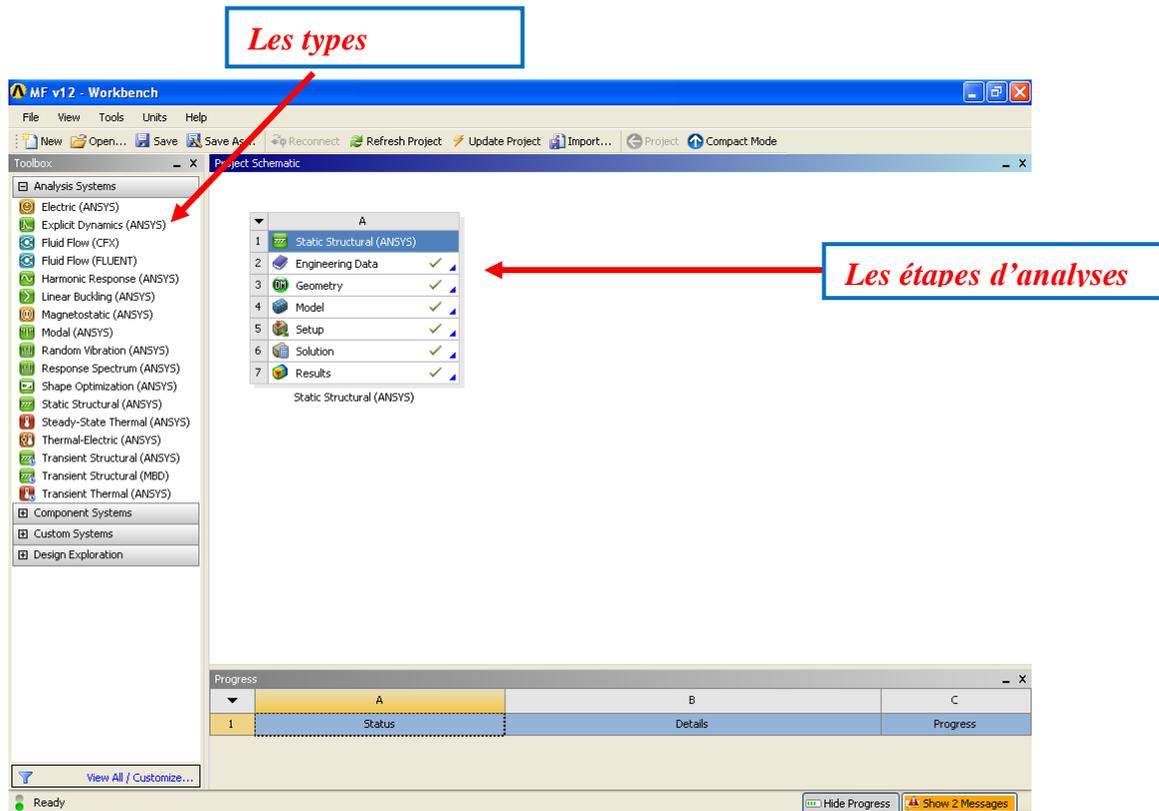


Figure III.10 : Interface de ANSYS WORKBENCH

La simulation avec ANSYS WORKBENCH est normalement faite sous les étapes suivantes :

- Engineering data : le Choix du matériau.
- Géométrie : la modélisation de la pièce.
- Model : le maillage.
- L'analyse.

Et finalement le logiciel donne un rapport final qui contient toutes les étapes, les propriétés, les graphes et les résultats de simulation (annexe II).

### III.2.1 les étapes de simulation :

Dans notre travail nous avons suivi les étapes suivantes (figure III.11):

- 1- Modélisation géométrique des pièces avec SOLIDWORKS.
- 2- Simulation des éprouvettes par ANSYS WORKBENCH.
  - a) Importation des éprouvettes par ANSYS-WORKBENCH.
  - b) Choix du matériau (propriété mécanique).
  - c) Maillage.
  - d) Le choix de type d'analyse soit :
    - Etude statique.
    - Etude dynamique.

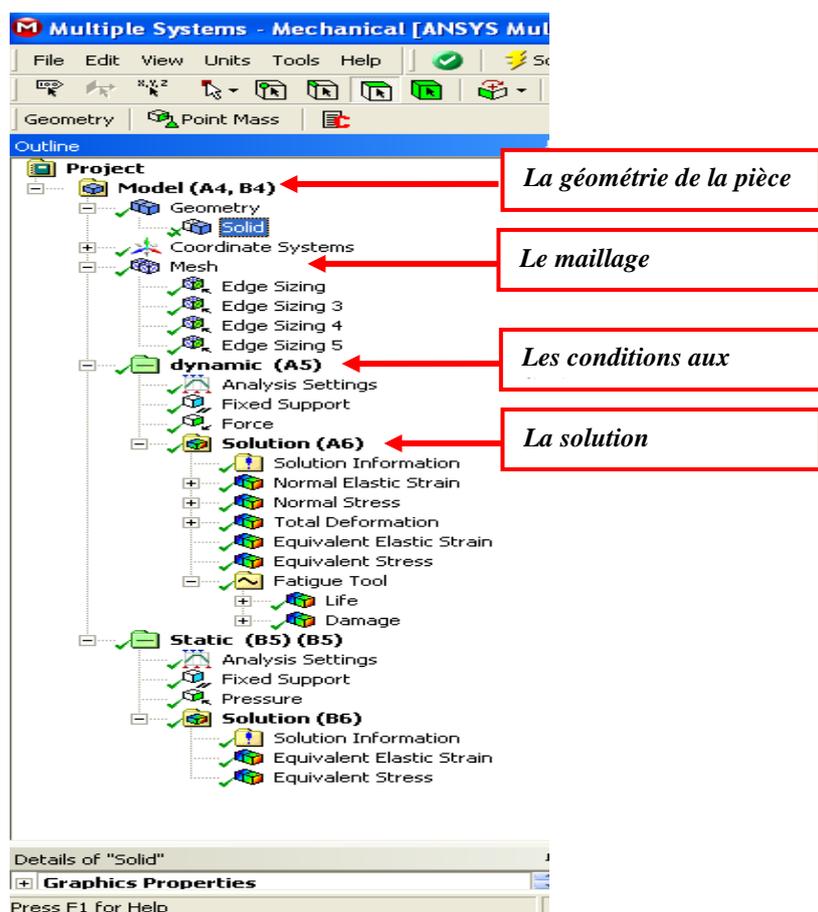


Figure III.11 : Les étapes de la simulation avec ANSYS WORKBENCH

### III.2.1.1 Modélisation de l'éprouvette d'essais de fatigue :

Nous avons choisi le logiciel SOLIDWORKS pour modéliser notre éprouvette car il nous a permis de la réaliser avec une très grande précision du point de vue dimensions et formes géométriques.

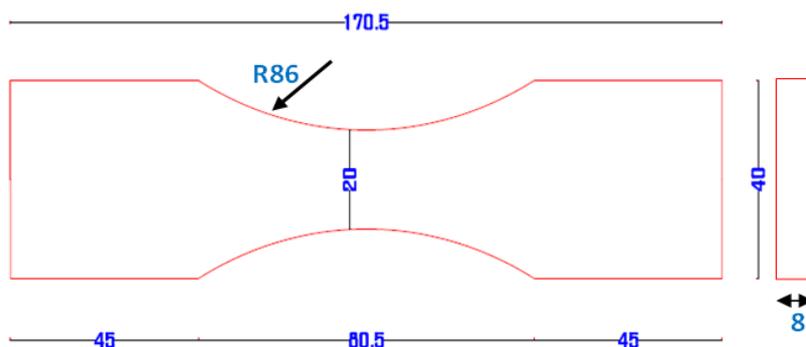
Nous avons modélisé nos éprouvettes avec soudure et sans soudure (Figure III.13):

1- Les éprouvettes avec soudure :

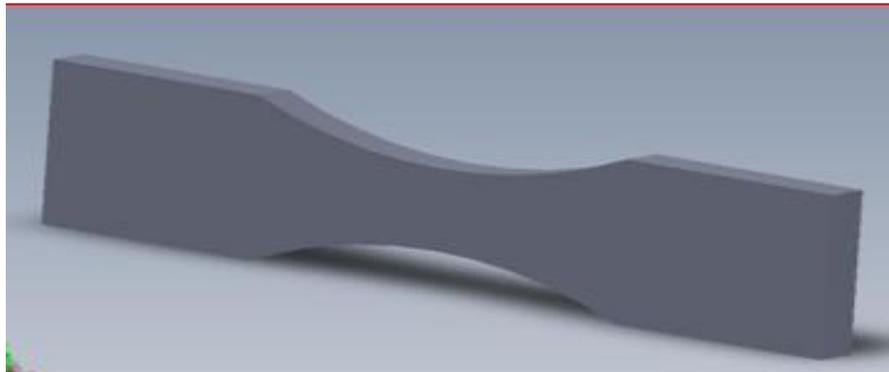
- La première éprouvette contenant un cordon de soudure au milieu de la pièce (le métal fondu est situé exactement au milieu) (figure III-3-a).
- La deuxième éprouvette contenant un cordon de soudure mais cette fois la zone affectée thermiquement est située au milieu de la pièce (figure III-4-a).

2- Les éprouvettes sans soudures avec les mêmes dimensions mais avec différentes propriétés mécaniques (figure III.12):

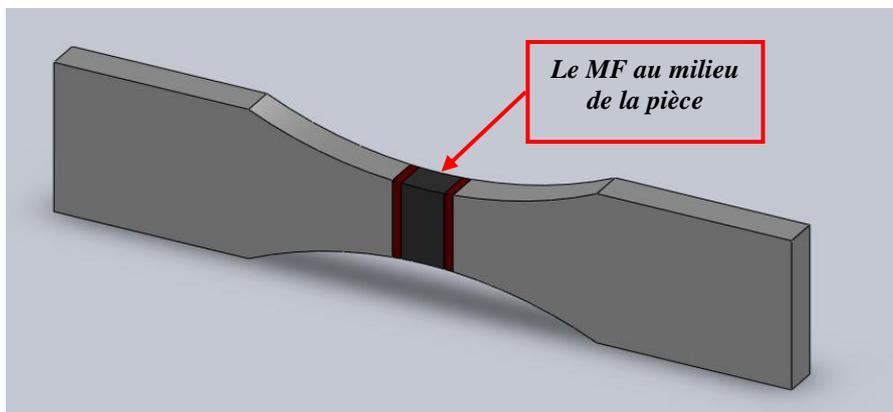
- Eprouvette avec des propriétés mécaniques de métal de base de C48 (MB).
- Eprouvette avec des propriétés mécaniques de métal fondu(MF).
- Eprouvette avec des propriétés mécaniques de la zone affectée thermiquement (Zat).



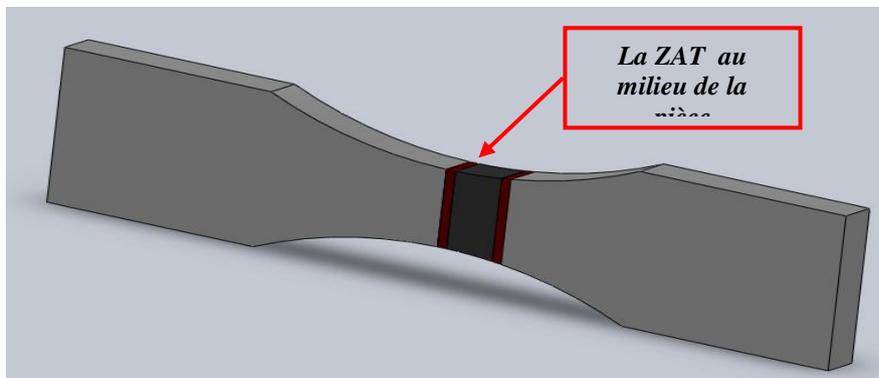
**Figure III.12:** Dimensions des éprouvettes sans soudage.



(a)



(b)



(c)

**Figure III.13 :** Les éprouvettes modélisées avec SOLIDWORKS

- (a) Eprouvettes sans soudage.
- (b) La première éprouvette avec soudage.
- (c) La deuxième éprouvette avec soudage.

Note : Pour les pièces soudées, il faut satisfaire une condition de contact des joints (choisir le type de contact). Pour notre cas, nous avons choisi : (lié totalement) pour garantir une étude de soudure parfaite (figure III.14).

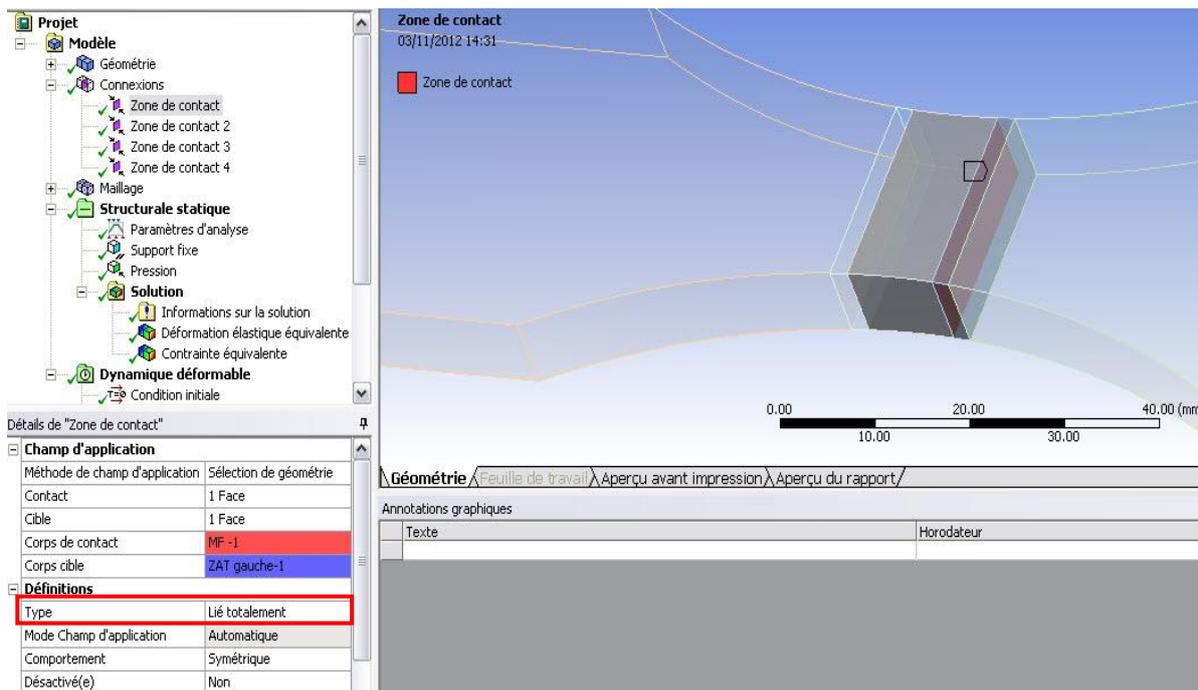


Figure III.14 : Choix de type de contacte entre les zones de soudage.

➤ **Choix du matériau:**

Malgré que le code de calcul ANSYS WORKBENCH possède dans sa bibliothèque une gamme très variée de matériaux (aciers ; alliages d'aluminium ; alliages de cuivre ...), nous avons introduit les valeurs vraies issues de l'expérimentation, pour reproduire au réel le comportement globale et locale du matériau utilisé ainsi que la modélisation du joint de soudure figure III.15.

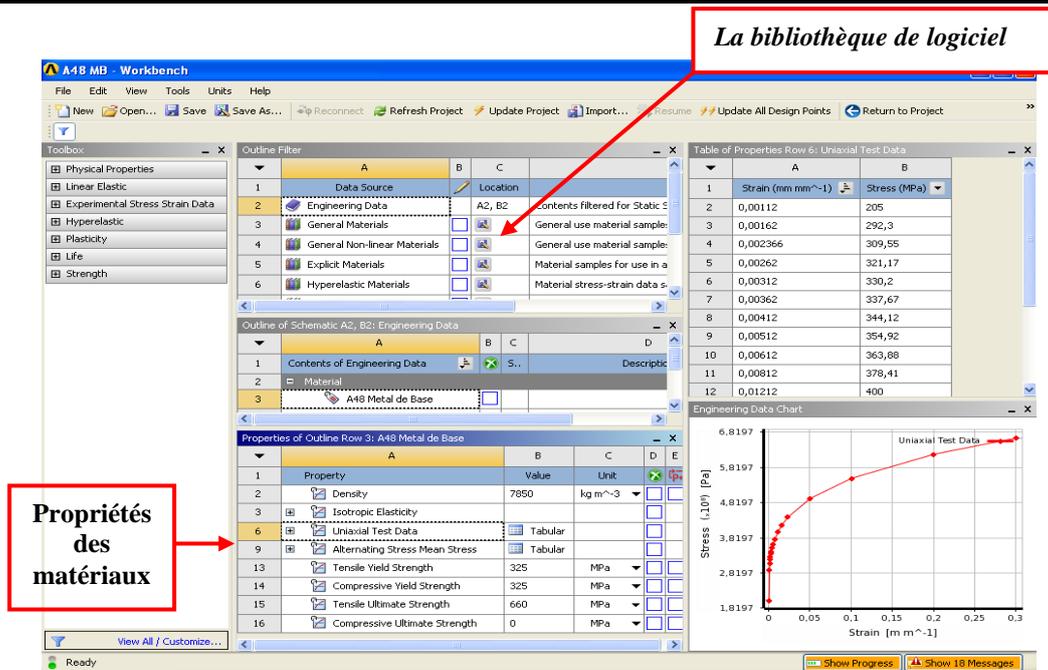


Figure III.15 : Choix du matériau sur ANSYS-WORKBENCH

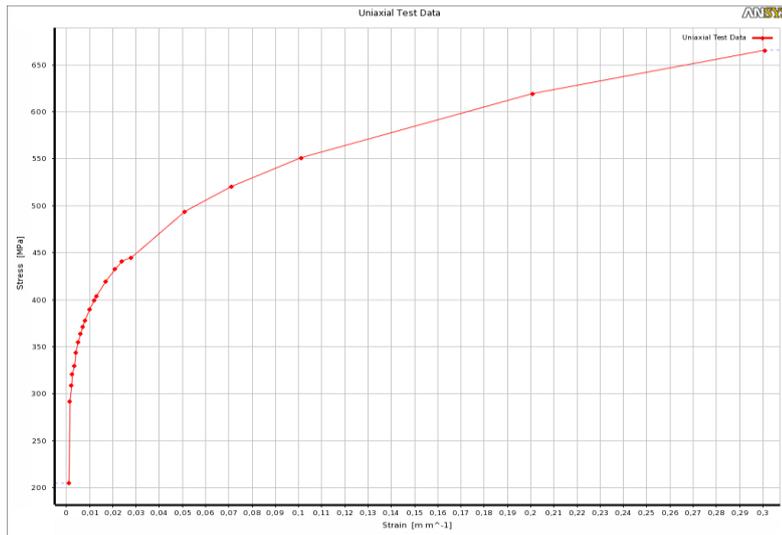
- **Caractéristiques mécaniques:**

Le tableau III.1 donne des valeurs typiques des caractéristiques mécaniques et des propriétés de mise en œuvre.

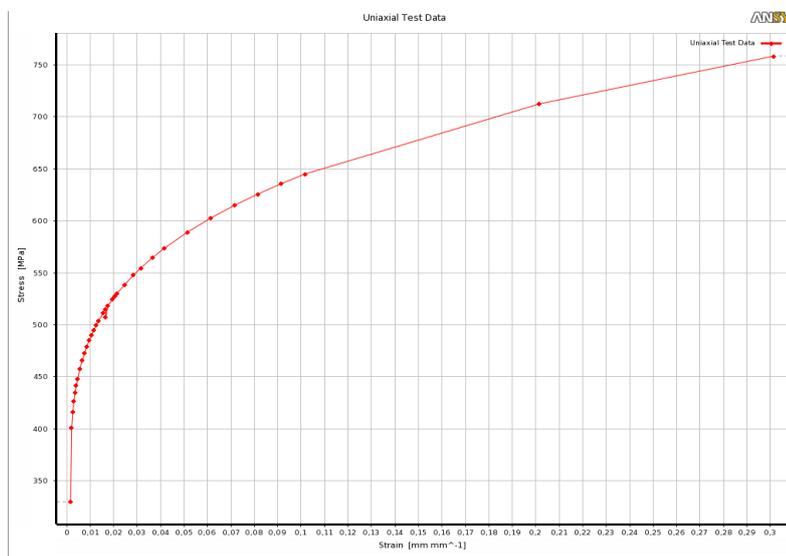
Matériaux	Propriétés mécaniques				
	Re (MPa)	Rm (MPa)	A (%)	k	n
Métal de Base (MB)	325	660	30	980	0,401
Zone affectée thermiquement (ZAT)	445	760	40	836	0,302
Métal fondu (MF)	420	720	35	1009	0,508

Tableau III.1 : Caractéristiques mécaniques du matériau C48

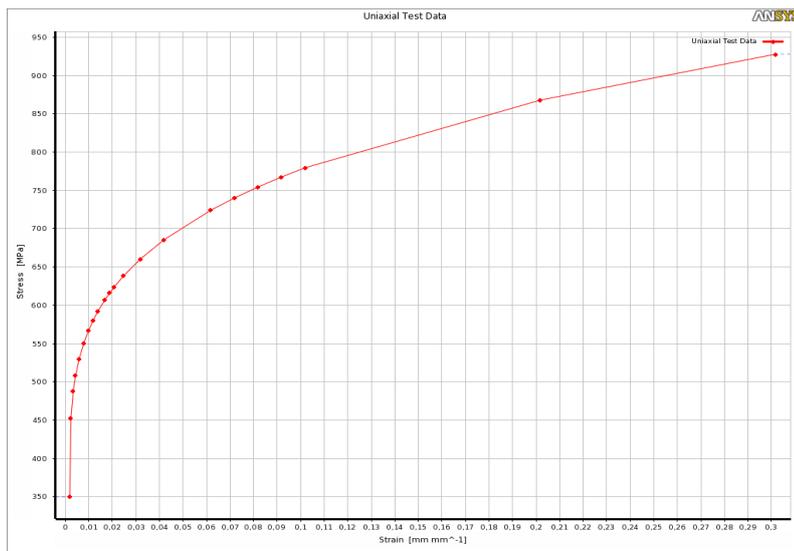
Les graphes suivants représentent les lois de comportement de notre matériau. Ils sont obtenues quand nous introduisant les caractéristiques mécaniques au logiciel (figure III.16).



(a) MB

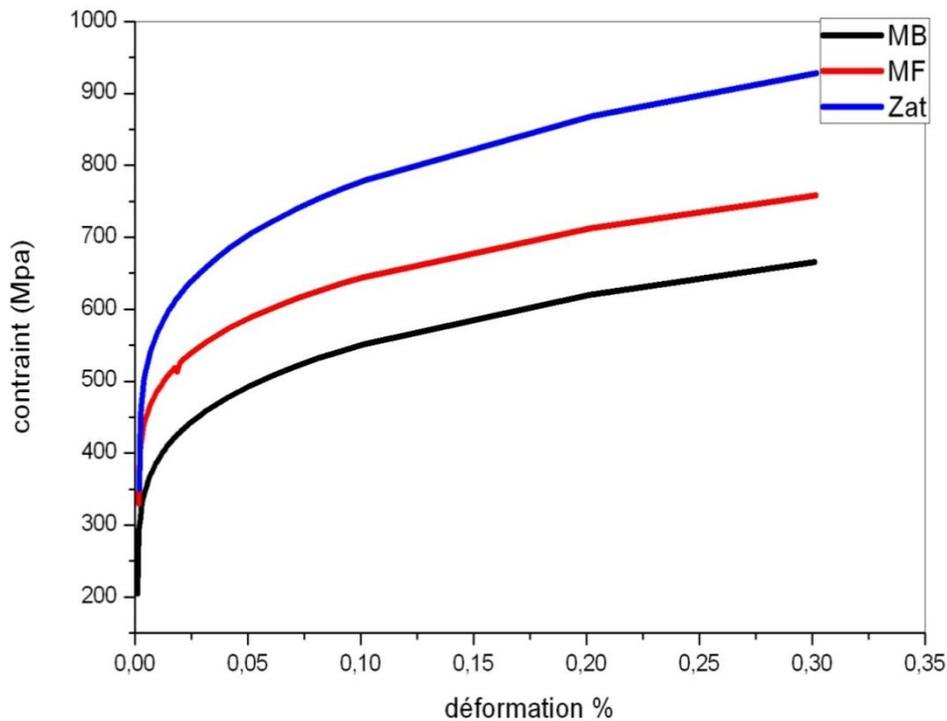


(b) MF



(c) ZAT

Figure III.16. Les Lois des comportements (tracé par le logiciel)



**Figure III.17 :** Lois de comportements des trois matériaux MB, MF et Zat

### ➤ Maillage

Les résultats de cette simulation sont liés au maillage de l'éprouvette, de ce fait nous avons choisi un maillage spécial, pour donner plus de précision aux résultats. (Figure III.19)

Il ya deux méthodes utilisées pour créer un maillage sur l'ANSYS WORKBENCH, soit automatique ou manuelle.

Le maillage automatique donne un maillage homogène et continu soit gros ou fin sur toute la pièce, mais pour notre cas, nous avons utilisé la méthode manuelle pour assurer un raffinement de maillage à la surface la plus faible. Pour cela, on va sélectionner les lignes (ligne par ligne) puis en cliquant à droite pour insérer les dimensions, après on procède à l'introduction des paramètres du maillage sur le tableau qui s'affiche. (Figure III.18)

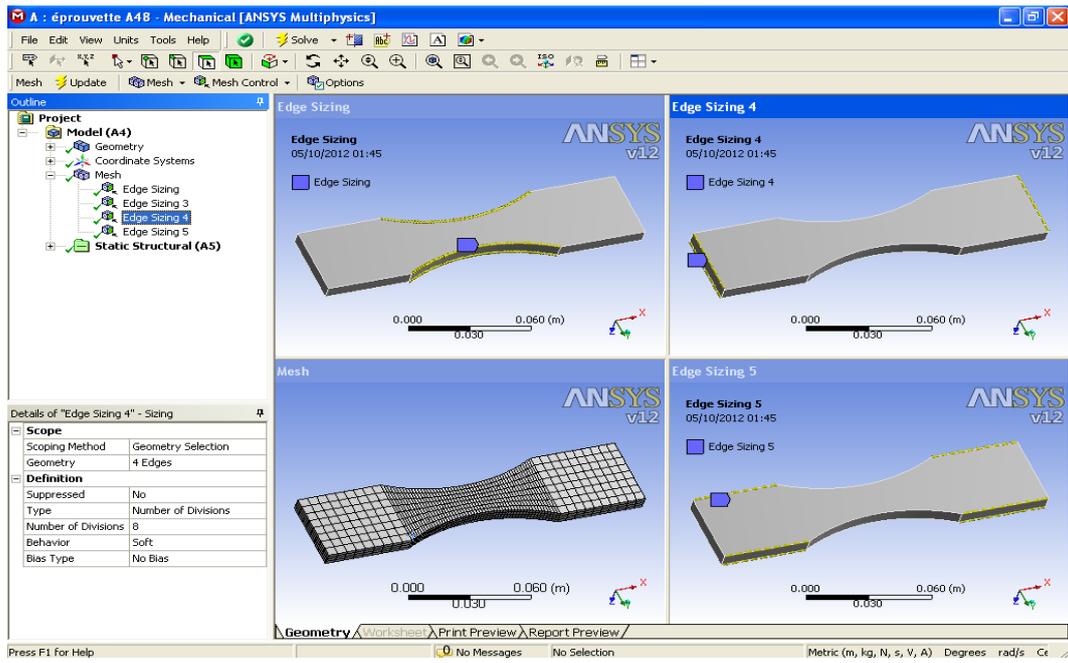
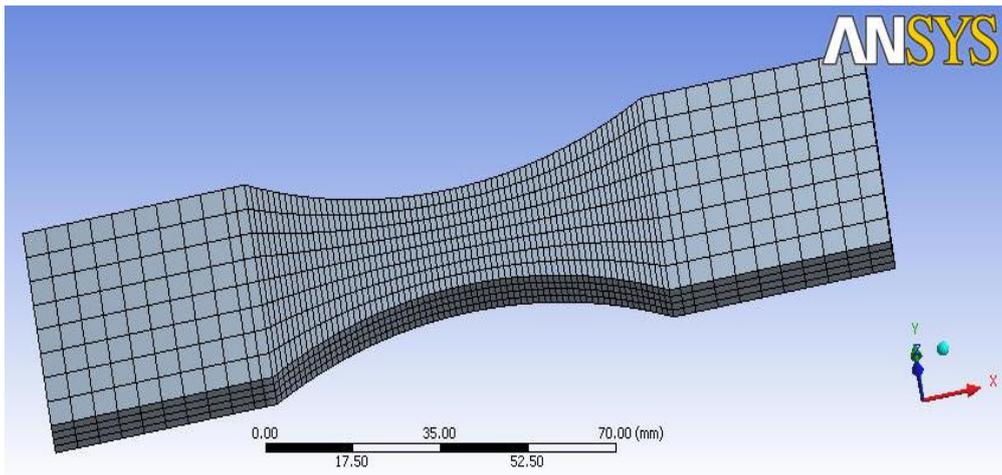
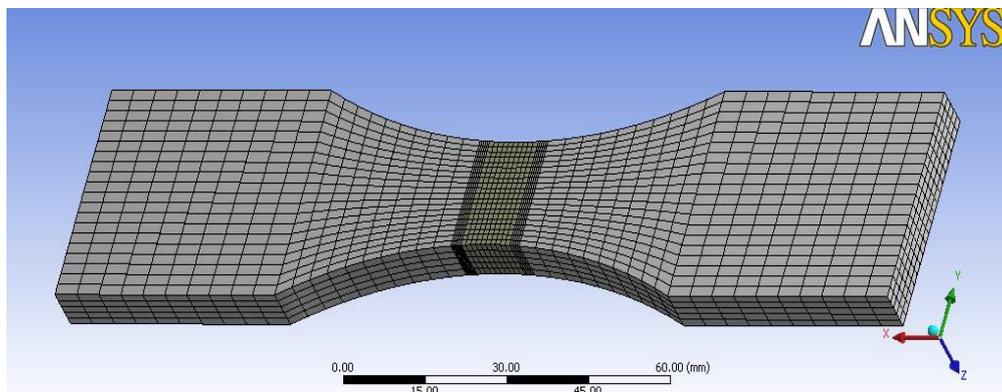


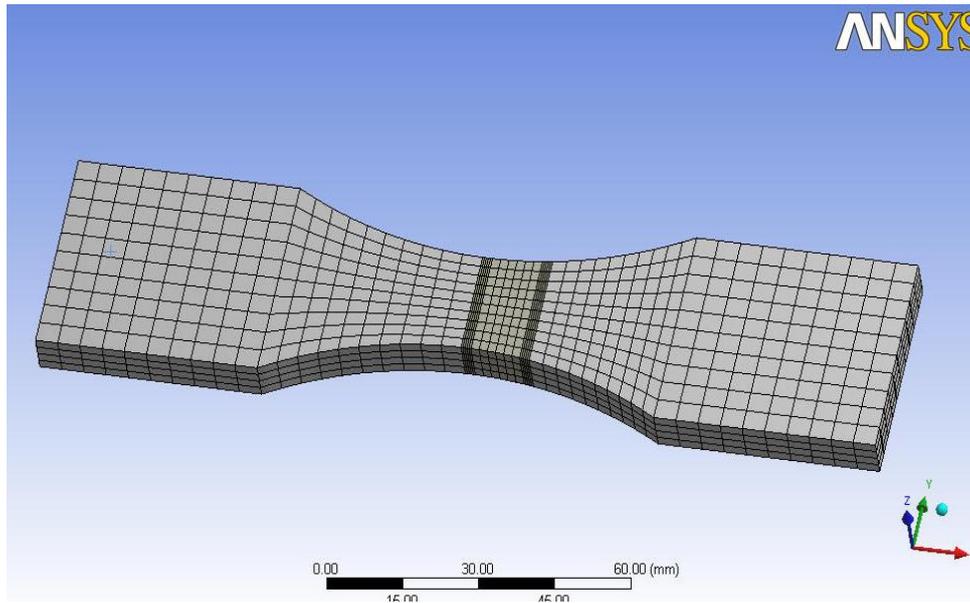
Figure III.18 : Méthode utilisée pour faire le maillage.



(e)



(f)

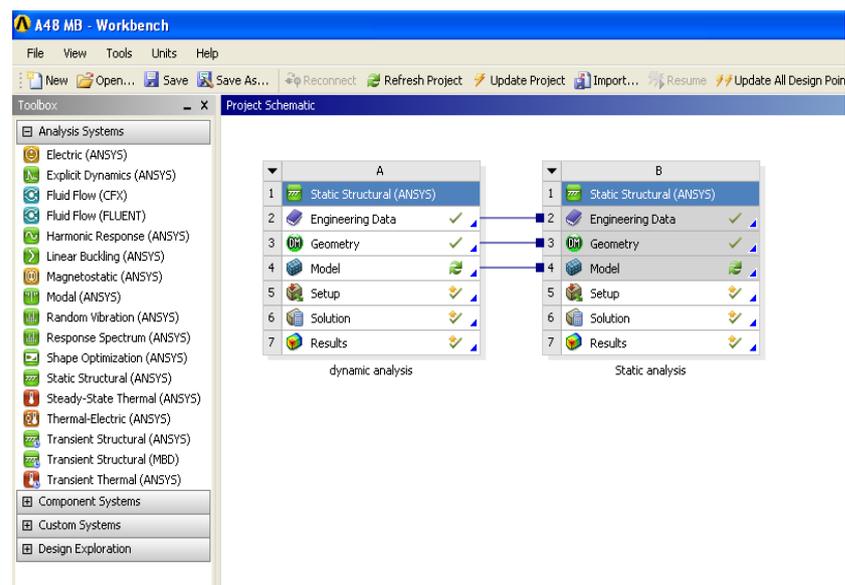


(g)

**Figure III.19 :** Le maillage choisi pour notre éprouvette  
(e) Epreuve sans soudure.  
(f) la première éprouvette soudée.  
(g) la deuxième éprouvette soudée.

➤ **L'analyse :**

Après les deux dernières étapes du choix du matériau et du maillage, nous passons à l'analyse de la pièce soit avec une étude statique ou dynamique (figure III.20).



**Figure III.20 :** Les types d'analyses dans ANSYS-WORKBENCH

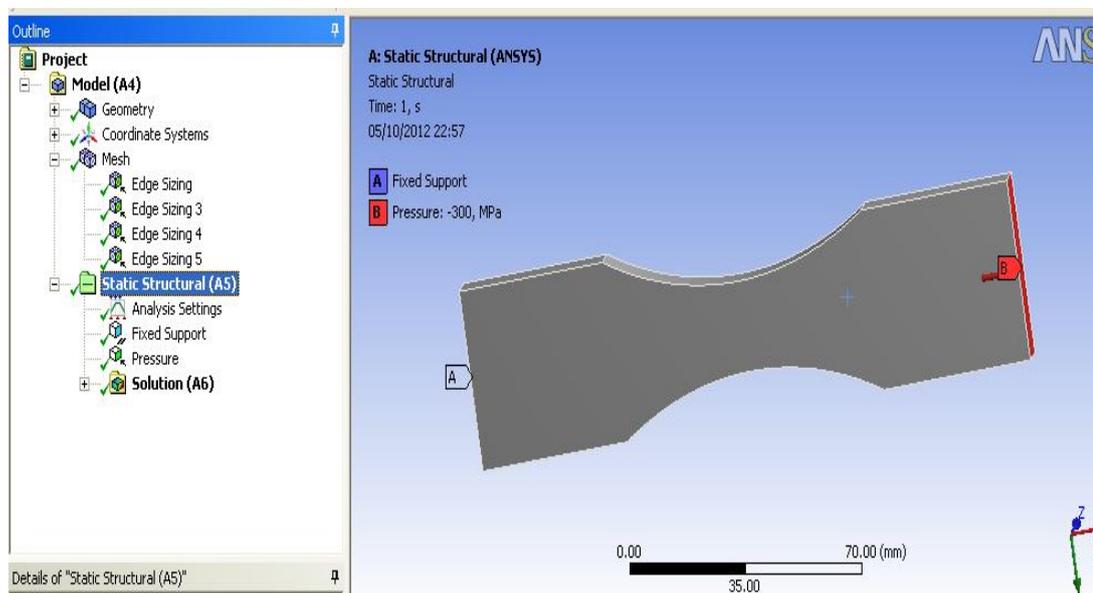
**a) Etude statique:**

Après les étapes précédentes et pour faire une étude statique, on détermine premièrement les conditions aux limites, puis on insère les types de solution demandés.

- **Condition initial** : Pour la fixation et le chargement initial de l'éprouvette (figure III.21)
  - On désigne le premier coté de l'éprouvette qui doit être fixé « support fixe ».
  - On désigne le deuxième coté qui doit être chargé par une force ou une pression.

Pour la solution nous devons faire un choix des types de solutions à savoir (figure III.22):

- Contrainte normale.
- Contrainte équivalent (von-Mises).
- Déformation équivalent de (von-Mises).
- Déformation normale.
- Facteur de sécurité.



**Figure III.21** : Condition initiale pour une étude statique.

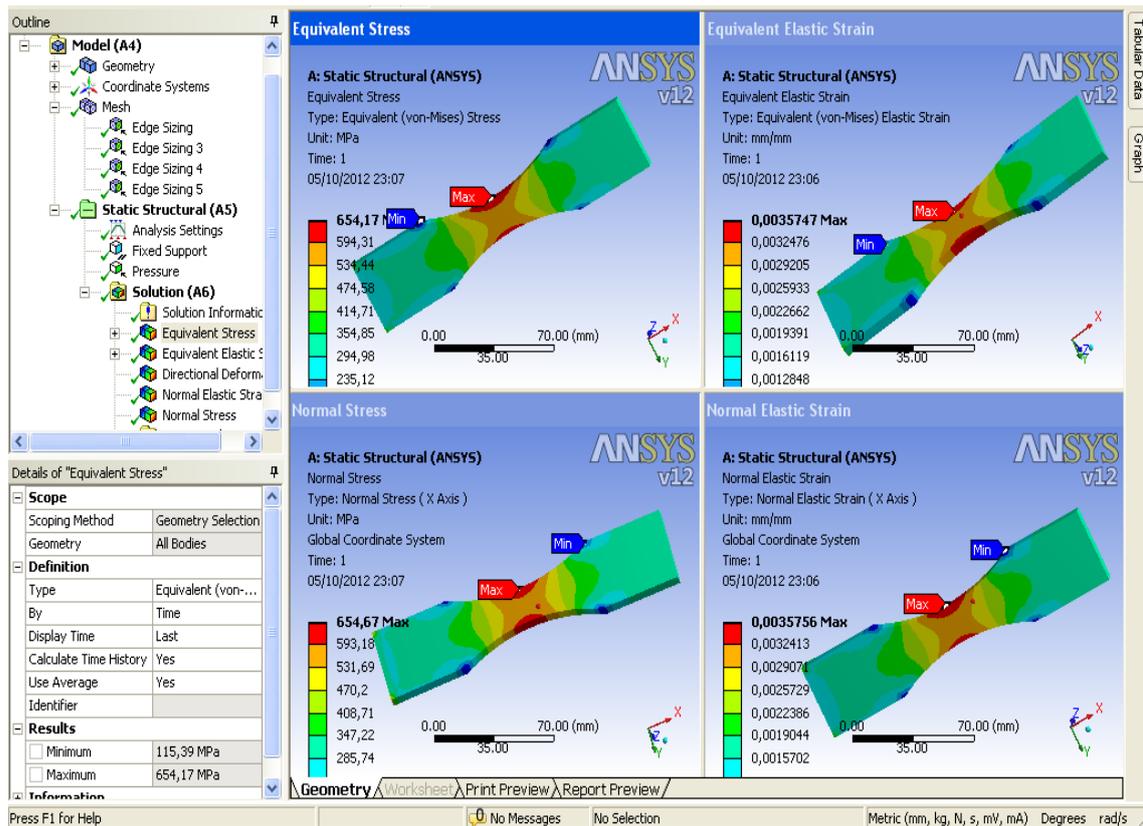


Figure III.22: Exemple d'un résultat de simulation.

Les résultats de la simulation statique : Les résultats de simulations des trois matériaux sont donnés dans le tableau III.2

matériau	Pression (MPa)	Déformation Equivalent (Von-Mises Sim)	Déformation (Exp)
Le métal de base	205	0,0024427	0,00112
	330.20	0,0039346	0.00312
	451.3	0,0053776	0.02812
	665.6	0,15012	0.30112
Le métal fondu	330	0,0039322	0,0016756
	427.15	0,0050898	0.003175
	554.77	0,066105	0.031675
	758.3	0,190357	0,301675
La zone affectée thermiquement	350	0,00424	0,00194
	452,75	0,0054848	0,00244
	660,4	0,01	0,031945
	982	0,1618	0,301945

Tableau III.2 : Les résultats d'étude statique.

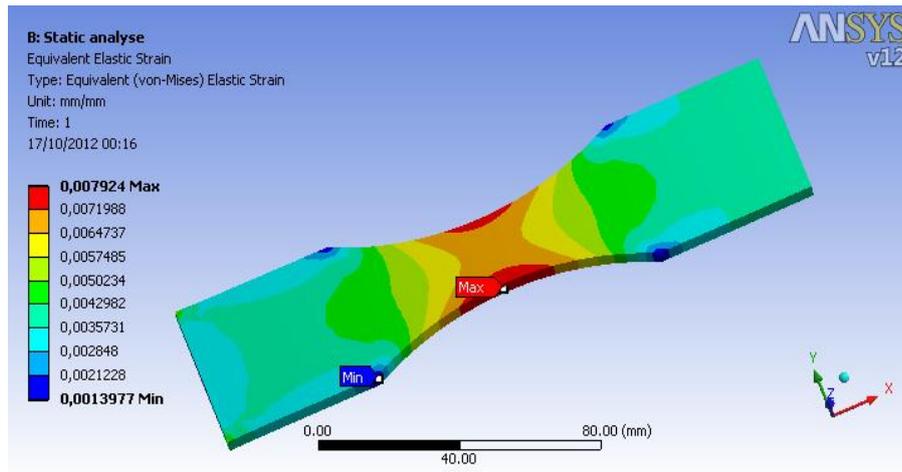


Figure III.23 : Exemple de déformation équivalent de (Von-Mises).

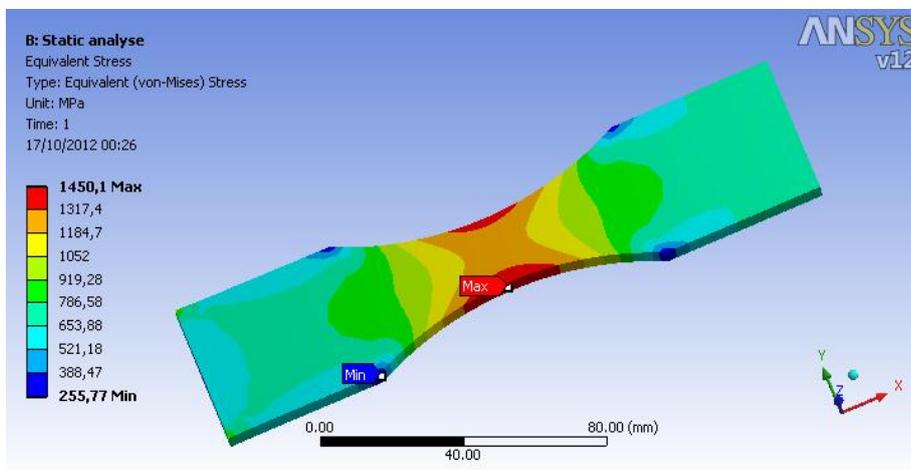


Figure III.24 : Exemple de contraint équivalent de (Von-Mises).

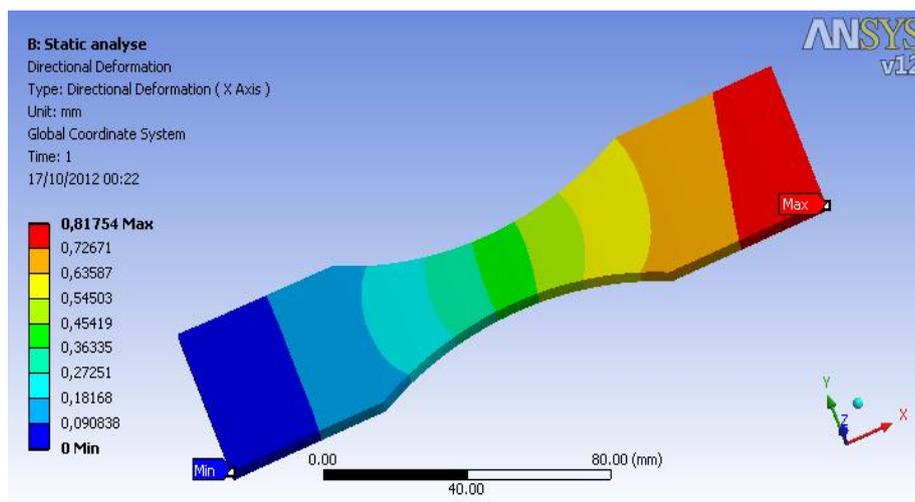
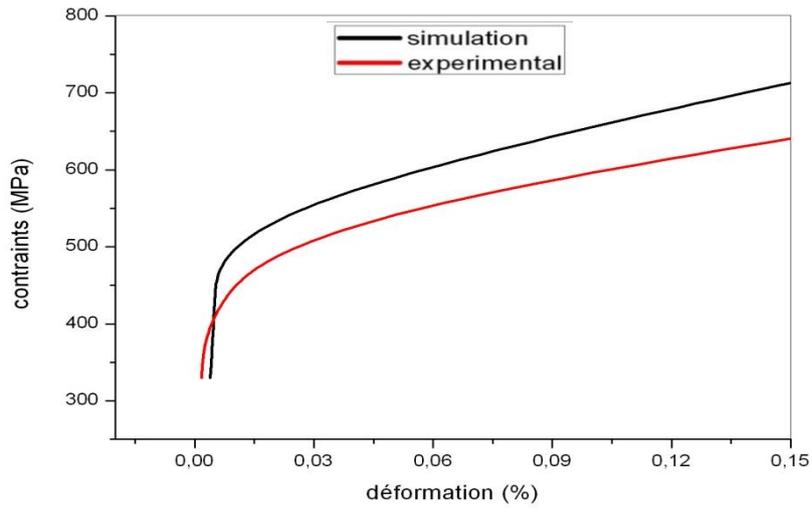
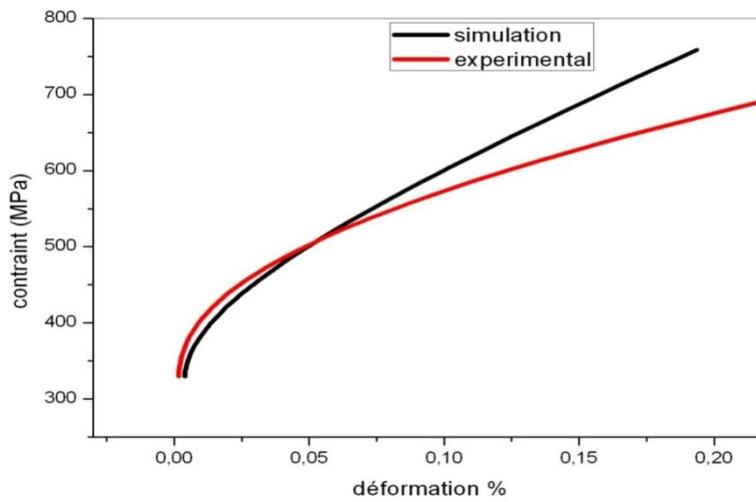


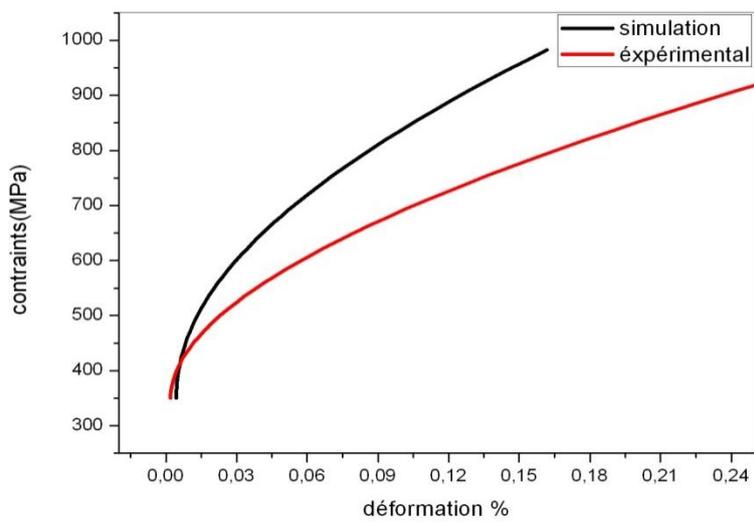
Figure III.25 : Exemple de déformation directionnelle.



**Figure III.26** : La courbe des contraintes-déformations (MB).



**Figure III.27** : La courbe des contraintes-déformations (MF).



**Figure III.28** : La courbe des contraintes-déformations (ZAT).

Les figures (III.26, III.27, III.28) exposent les courbes comparatives entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux des trois cas (MB, MF et ZAT).

- Dans le domaine élastique, les résultats obtenus par le logiciel sont proches aux résultats expérimentaux.
- Le domaine élastique a une plage plus importante que le domaine plastique.

Dans le domaine plastique, il y a un écart important entre l'allure expérimentale et l'allure obtenue par le logiciel.

### b) Etude dynamique:

Après le choix du matériau et du maillage, nous passons à l'analyse de la fatigue et l'estimation de la durée de vie.

- Le chargement initial de l'éprouvette :
  - On désigne le premier coté de l'éprouvette qui doit être fixé « support fixe ».
  - On désigne le deuxième coté qui doit être chargé par une force qui doit être évaluée à 0.1 Newton comme charge initiale .Cette charge initiale est due à la fixation de l'éprouvette entre les deux mors de la machine d'essais (figure III.29).

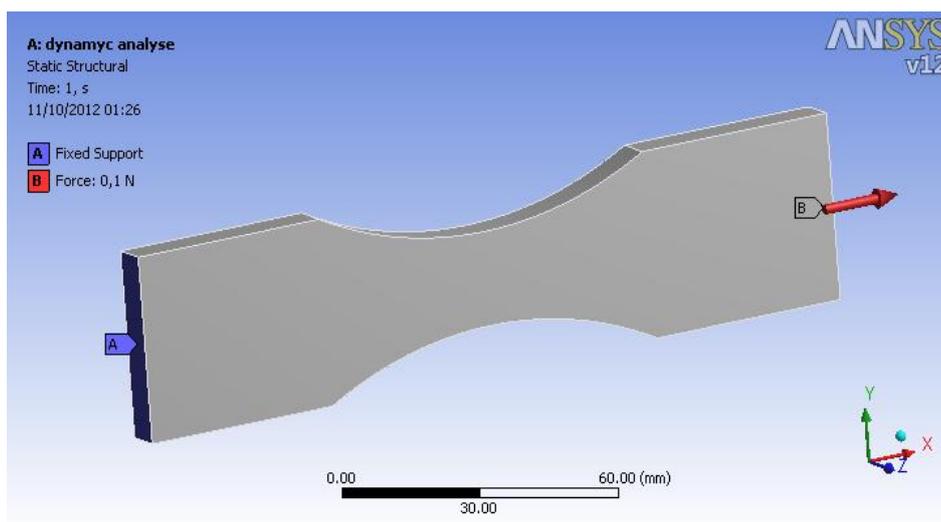


Figure III.29 : Fixation et chargement initial de l'éprouvette.

- Solution

Avant de commencer l'analyse en fatigue, il faut d'abord fixer les paramètres à analyser tels que la contrainte, la déformation et l'outil de fatigue qui est constitué de la durée de vie et le dommage.

Ce programme « ANSYS » nous permet d'avoir une distribution de la contrainte et l'analyser à proximité des endroits dits critiques de la structure. Il permet aussi l'analyse du dommage causé par la contrainte .

L'analyse des contraintes consiste à déterminer les zones critiques pouvant créer une rupture par fatigue, à évaluer les contraintes à l'intérieur de cette zone et à déterminer l'état de contrainte de surface.

- **Paramètres d'analyse :**

\* le coefficient KF ( the fatigue strength factor ) c'est-à-dire le facteur de résistance à la fatigue (Kf) (figure 30) :

$$K_f = \frac{\text{limite d'endurance d'une éprouvette entaillée}}{\text{limite d'endurance d'une éprouvette non entaillée}} \quad (\text{III. 3})$$

Et d'après les calculs pour notre matériau considéré nous avons :

$$K_f = 110/423 = 0,26$$

\* Il faut faire un choix entre les deux types d'analyse (figure III. 30):

(Strain life) ou déformation-durée de vie ce type d'analyse particulier pour la Fatigue oligocyclique qui se réfère généralement à des cycles de moins de 10<sup>5</sup> (100.000) ' Low Cycle Fatigue (LCF).

(Stress life) ou contrainte-durée de vie ce type d'analyse est basé sur les courbes SN et habituellement traite un nombre de cycles élevé (généralement plus de 10<sup>5</sup> (100.000) cycles).

Et pour notre cas nous avons choisi le type (stress life).

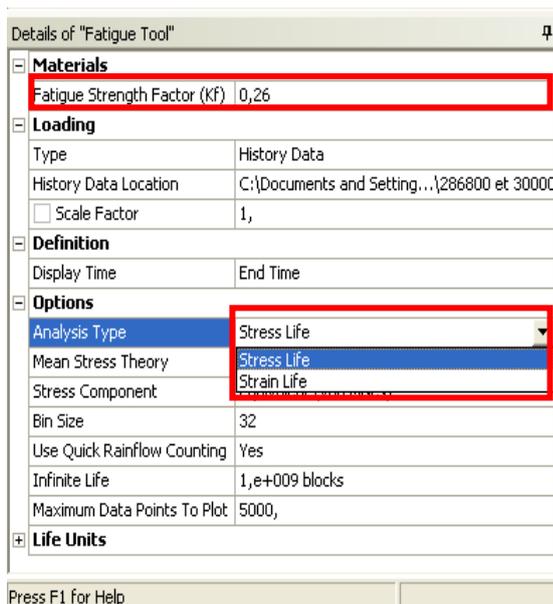


Figure III.30 : Tableau à remplir pour le calcul de fatigue.

\* Après le choix de type d'analyse, il faut remplir le tableau des contraintes alternées avec des données expérimentales (figure III.31).

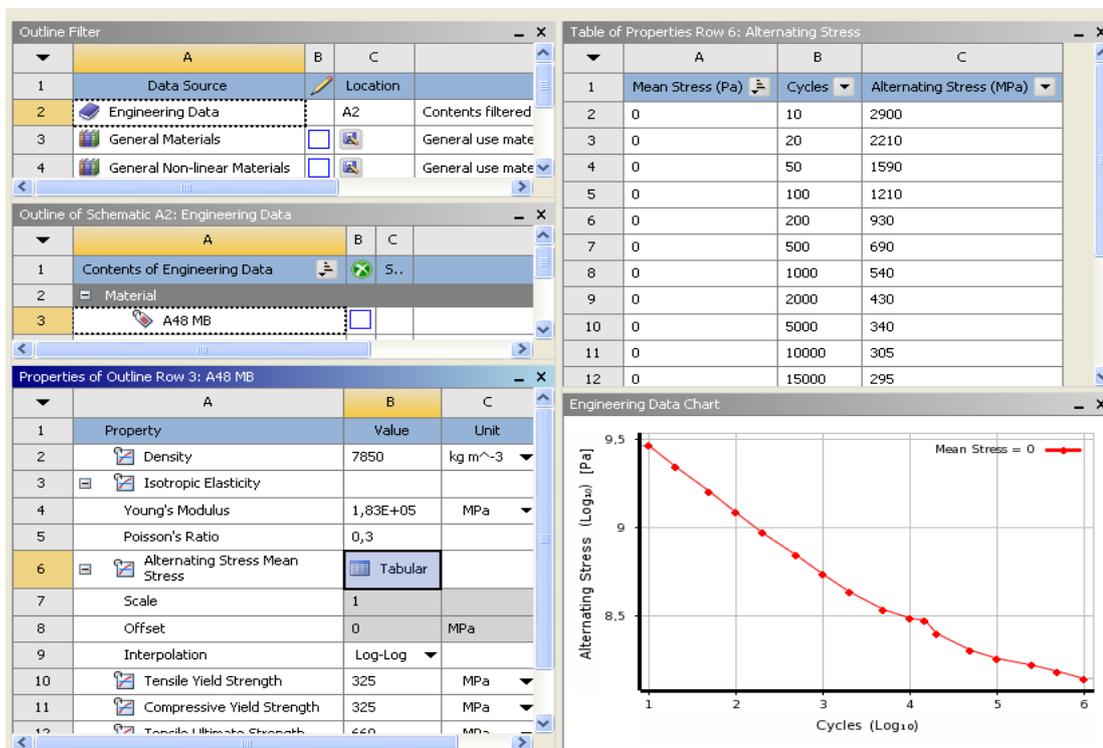


Figure III.31: Exemple de remplissage de tableau des contraintes alternées.

MB		MF		ZAT	
$\sigma_{alt}$	$N_{cycles}$	$\sigma_{alt}$	$N_{cycles}$	$\sigma_{alt}$	$N_{cycles}$
2900	10	3010	10	3150	10
2210	20	2320	20	2460	20
1590	50	1700	50	1840	50
1210	100	1320	100	1460	100
930	200	1040	200	1180	200
690	500	800	500	940	500
540	1000	600	1000	720	1000
430	2000	490	2000	610	2000
340	5000	480	5000	570	5000
305	10000	370	10000	515	10000
295	15000	350	15000	485	15000
250	20000	320	20000	400	20000
200	50000	290	50000	310	50000
180	100000	230	100000	260	100000
165	250000	205	250000	215	250000
152	500000	162	500000	202	500000
138	1000000	150	1000000	160	1000000

**Tableau III.3 :** Les données expérimentales des contraintes alternées.

La simulation sur ANSYS dans le cas de cumul de dommage, consiste à charger l'éprouvette avec une force et un nombre de cycles.

Pour les chargements des forces et des nombres de cycles nous les important à partir du logiciel « DELPHI » sur lequel on enregistre les données des différents chargements (Figure III. 32).

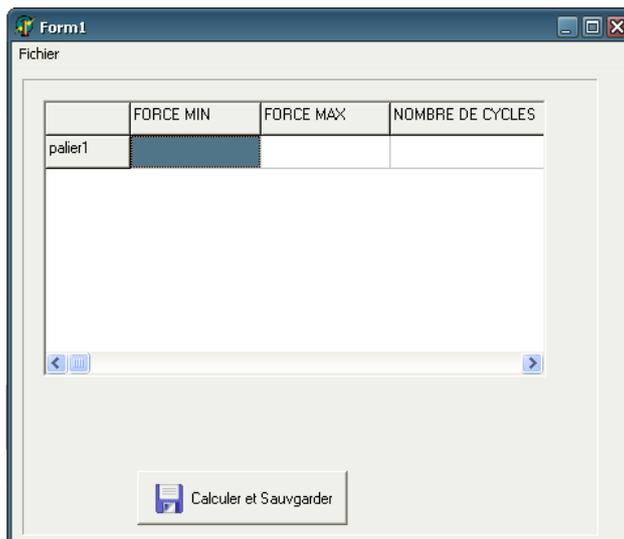


Figure III.32: DELPHI logiciel de calcul.

III.2.1.5 résultats et discussions:

Dans le but de l'estimation de la durée de vie, nous avons fixé la force appliquée en variant le nombre de cycle jusqu'à l'obtention de la valeur minimal 1.000 .(nous pouvons remarquer la distribution de la durée de vie le long de l'éprouvette qui montre que la durée de vie minimale est au milieu) ce qui signifie que le chargement se fait en 1.000 fois pour atteindre la rupture de l'éprouvette (D=1).(figure III.33)

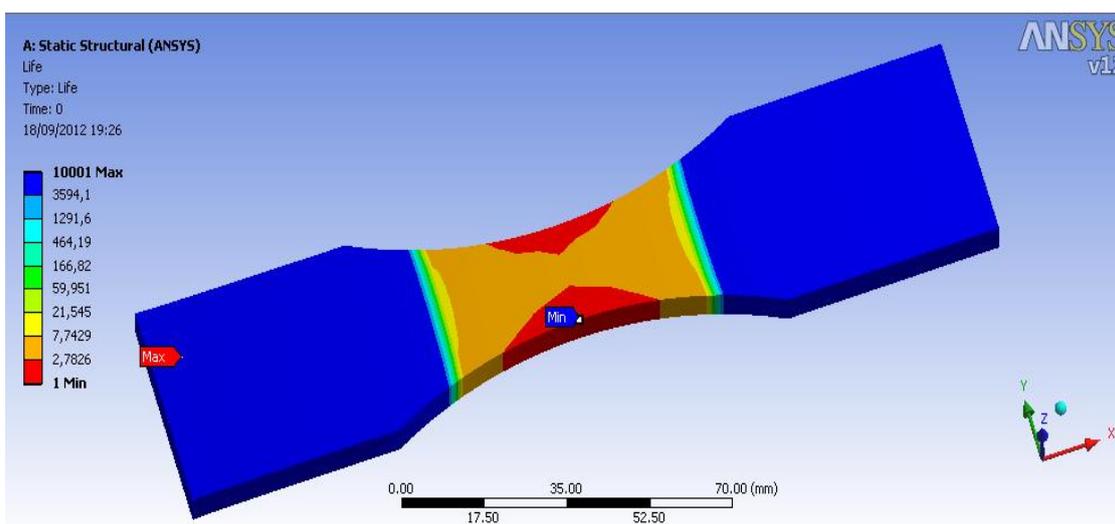


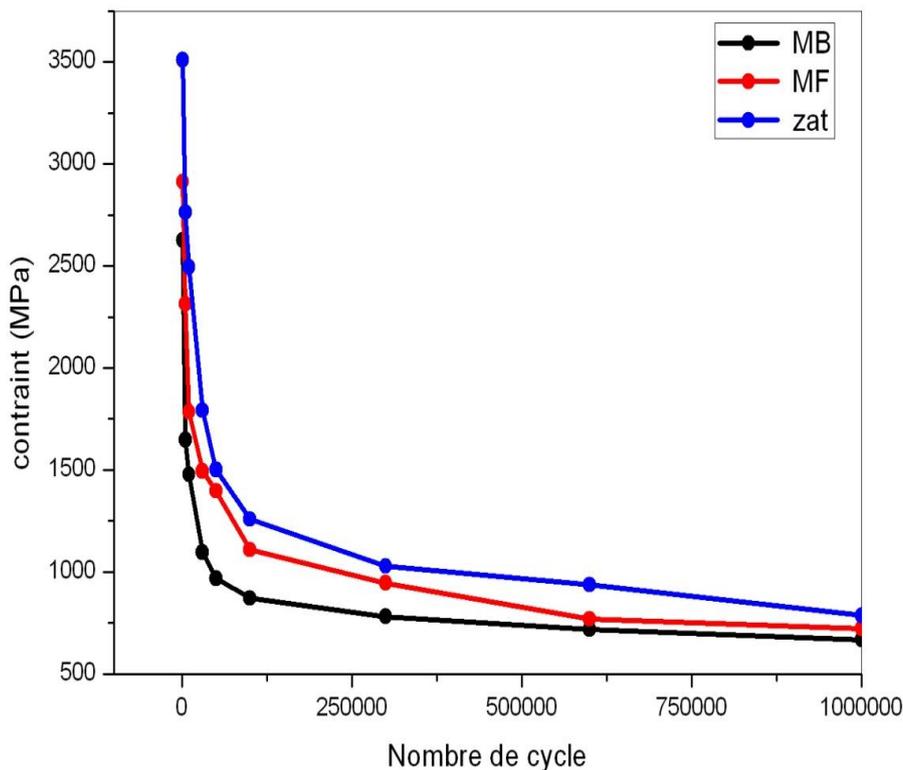
Figure III.33: Exemple de résultats de la simulation en fatigue. (Durée de vie).

➤ **Résultat de simulation des éprouvettes sans soudage :**

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau suivant :

Nombre de cycle	La force appliquée (N)					
	MB		MF		ZAT	
	force (N)	Contraint (MPa)	force (N)	Contraint (MPa)	force (N)	Contraint (MPa)
1000	420200	2626,25	466000	2912,5	561600	3510
5000	263650	1647,8125	370265	2314,15625	441950	2762,1875
10000	236450	1477,8125	285400	1783,75	399250	2495,3125
30000	175560	1097,25	239110	1494,4375	286800	1792,5
50000	155030	968,9375	223700	1398,125	240300	1501,875
100000	139530	872,0625	177420	1108,875	201550	1259,6875
300000	125170	782,3125	151460	946,625	164650	1029,0625
600000	114870	717,9375	123100	769,375	150060	937,875
1000000	106980	668,625	115705	723,15625	125800	786,25
2000000	106950	668,4375	115700	723,125	124034	775,2125
2500000	106940	668,375	115698	723,1125	124050	775,3125

**Tableau III.4 :** Résultats de simulations obtenus pour les trois matériaux MB, MF et ZAT



**Figure III.34 :** Courbes des contraintes-nombres cycles (SN) pour les éprouvettes entières.

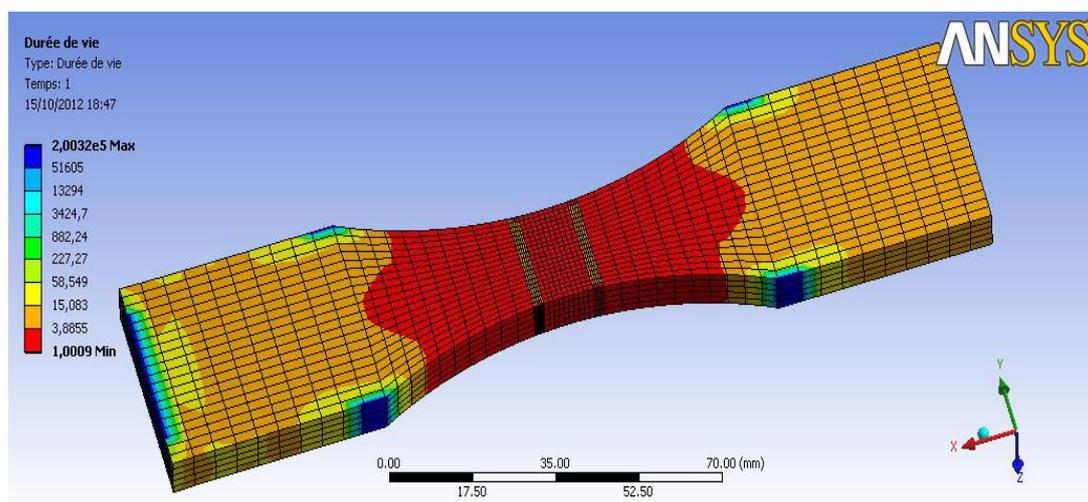
la figure III.34 montre que :

- Les valeurs maximales des contraintes appliqués correspondent à l'éprouvette représentant la ZAT.
- Il y a un écart important entre les trois matériaux (zones) dans le premier domaine (domaine oligocyclique) entre 100 et 100000 cycles. Cette écart décroît avec l'augmentation de nombre de cycles jusqu'à ce qu'ils soient confrontés.

➤ **Résultat de simulation des éprouvettes soudées :** Nous avons fait une estimation des durées de vie pour les deux éprouvettes soudées (éprouvettes présentant un cordon de soudure dans la partie la plus faible), les résultats obtenus sont présentés dans le tableau (III-5) et les figures (III-35-36 et 37).

Nombre de cycle	1ere éprouvette		2eme éprouvette	
	Force (N)	Contraint(Mpa)	Force (N)	Contraint(Mpa)
1000	426000	2662,5	536100	3350,625
5000	338800	2117,5	424000	2650
10000	250500	1565,625	301000	1881,25
30000	191600	1197,5	230300	1439,375
50000	164200	1026,25	197400	1233,75
100000	147800	923,75	177650	1110,3125
300000	133300	833,125	160200	1001,25
600000	122500	765,625	147270	920,4375
1000000	113340	708,375	138003	862,51875
2000000	113335	708,34375	136500	853,125

**Tableau III.5 :** Résultats de simulation obtenus pour les éprouvettes soudées.



**Figure III.35 :** Simulation de la première éprouvette soudée (MF au milieu)

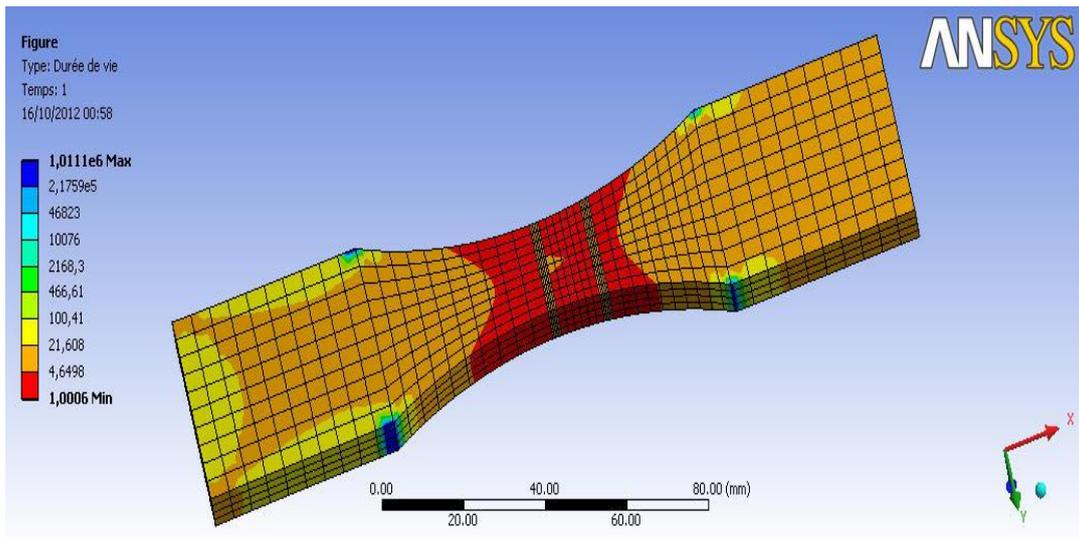


Figure III.36 : Simulation de la deuxième éprouvette soudée (ZAT au milieu).

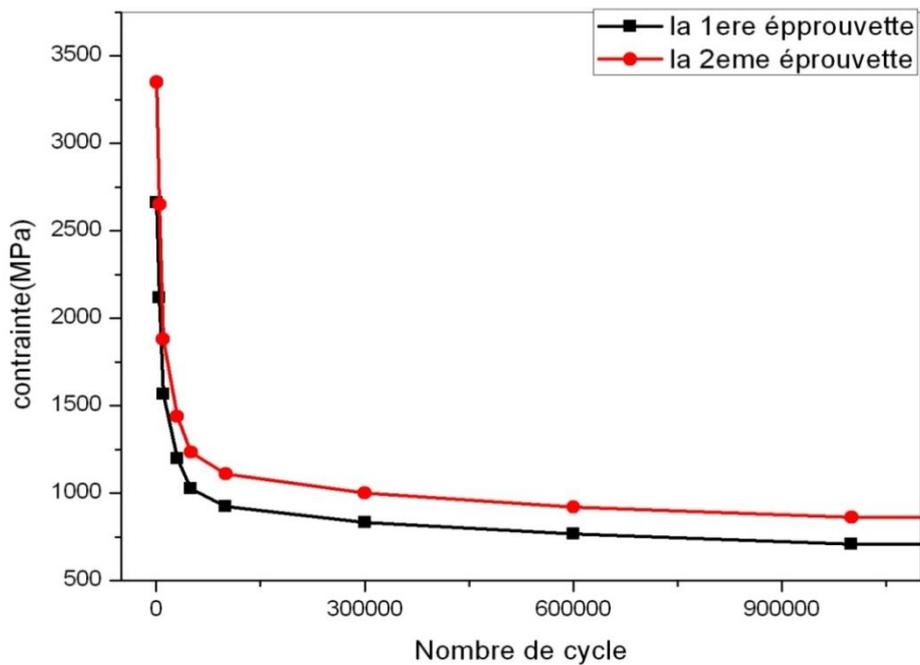
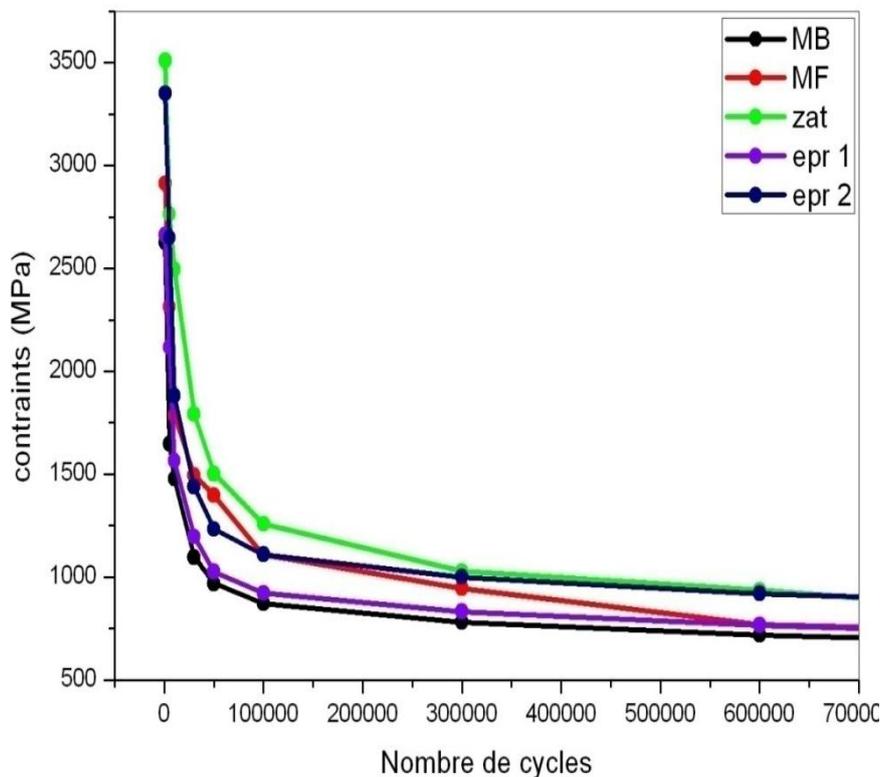


Figure III.37 : Courbes des contraintes-nombres cycles (SN) pour les deux éprouvettes soudées.

La figure (III-37) présente la courbe comparative entre les deux éprouvettes soudées, on remarque que :

- Les valeurs des contraintes appliquées dans la courbe de la deuxième éprouvette sont plus importantes que la courbe de la première éprouvette.
- Il existe un écart décroissant entre les points des deux courbes.



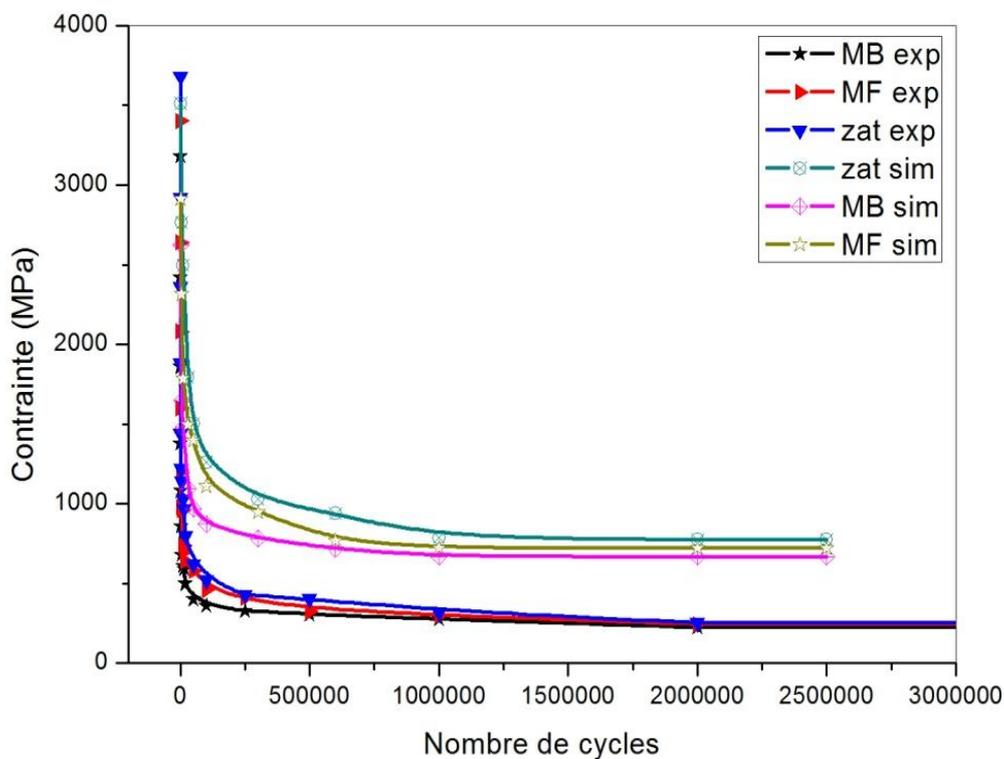
**Figure III. 38 :** La courbe comparative globale de toutes les éprouvettes étudiées.

La figure (III. 38) représente une comparaison entre les différentes éprouvettes et configurations étudiées, les conclusions suivantes ont été tirées :

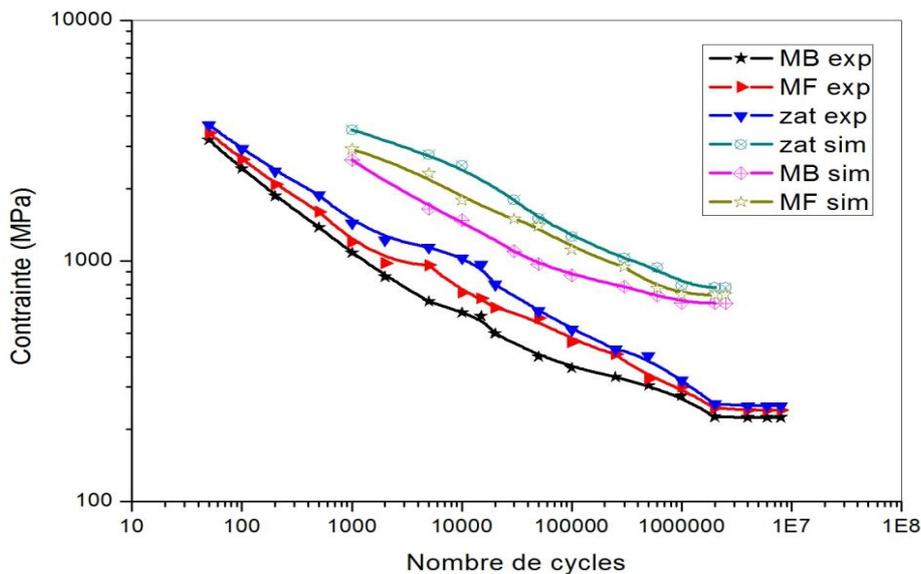
- Les points de la courbe de la première éprouvette soudée (l'éprouvette qui contient un cordon de soudure au milieu de la pièce (figure III-3)), coïncident avec celle de la courbe de l'éprouvette de MB.
- Il existe un écart décroissant entre les points de la deuxième éprouvette soudée (la zone affectée thermiquement située au milieu de la pièce (figure III-4)) et l'éprouvette de Zat mais après 300000 cycles les points coïncident convergent vers des valeurs stables présentent un écart faible.

➤ **Etude comparative des résultats expérimentale et les résultats de simulation :**

Les figures suivantes présentent une comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques, et puisque ceux obtenus numériquement sont limité à  $3.10^6$  et expérimentalement à  $8.10^6$ , nous avons présentés d'autres figures sur des plages de nombre de cycles différentes. En effet sur la figure (III-39) ou la figure (III-40), présentation log/log, on remarque que les deux résultats (expérimentaux et numériques) présentent la même allure globale dans les trois zones, avec un écart n'excédant pas 13% sur le palier contraintes pour le même nombre de cycles.

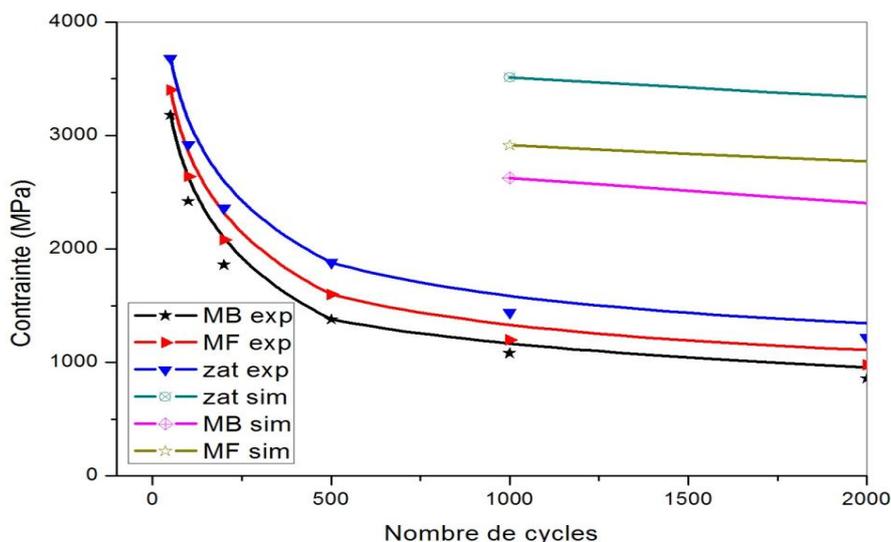


**Figure III. 39 :** Représentation normale comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux.

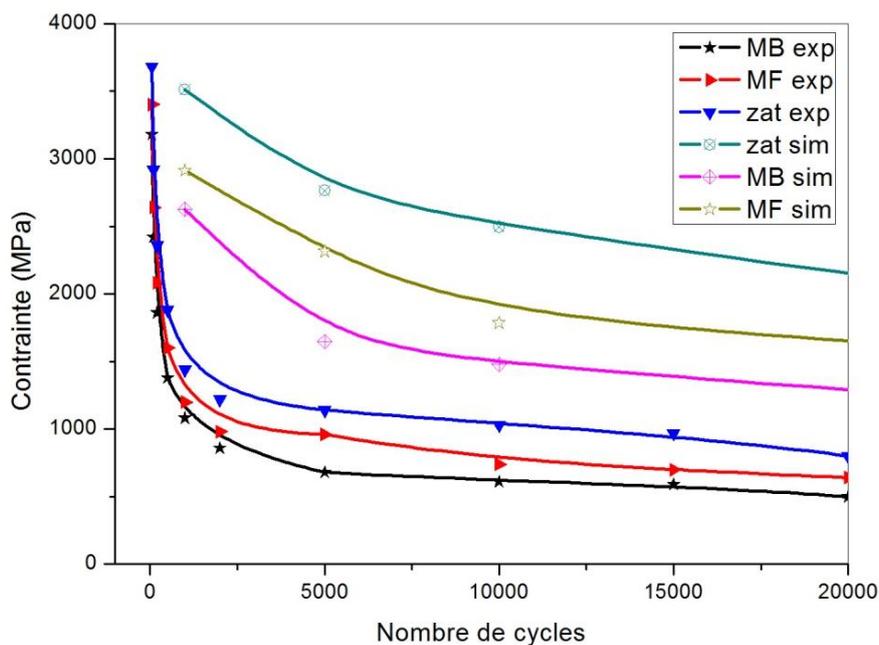


**Figure III. 40 :** Représentation log/log comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux.

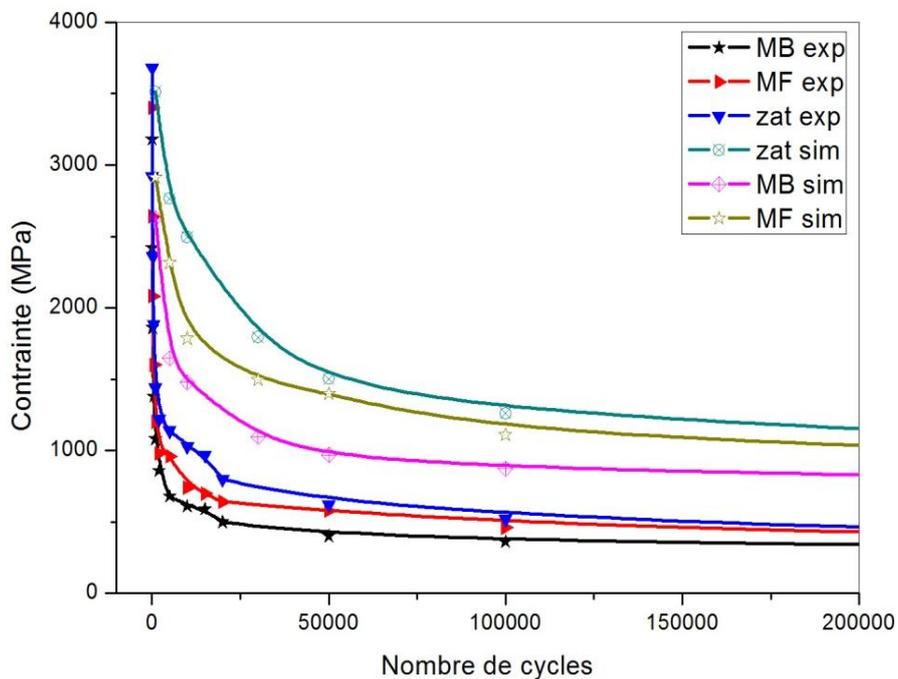
Les courbes (figure III-41), présentant l’intervalle de 100 à 2000 cycles, montrent qu’expérimentalement l’évolution des contraintes sur les trois configurations est très importante pour un nombre de cycle réduit. En effet sur cette plage les contraintes appliquées sont de l’ordre de 6 fois la limite à la rupture. Numériquement cette évolution est moins importantes jusqu’à 1000 cycles. Par contre entre sur le palier 5000/20000 cycles (figure III.42) et jusqu’à 200000 cycles (figure III.43), les deux configurations présentent les mêmes allures avec un écart sur les contraintes appliquées.



**Figure III. 41 :** étude comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux d’intervalle de 100à 2000 cycle.



**Figure III. 42 :** étude comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux d'intervalle de 100à 20000 cycle.



**Figure III. 43 :** étude comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux d'intervalle de 100à 200000 cycle.

## ***CONCLUSION GENERALE***

Nous avons vu que la fatigue est un processus qui produit localement des modifications de structure progressives et permanentes dans un matériau qui est soumis à des sollicitations soit monotones (chargement lié à une mise en forme par exemple), ou variables au cours du temps (chargement généralement endommageant par fatigue). Ces modifications peuvent provoquer des fissures ou même la rupture complète après un nombre suffisant de cycles. Nous nous sommes intéressés dans ce travail qu'à la seconde catégorie de ces sollicitations qui conduit au dommage par fatigue.

Les principaux objectifs atteints dans cette étude est :

Nous avons essayé de présenter une large synthèse sur l'endommagement d'une manière globale et la présentation de différentes lois d'endommagements avec une étude des techniques de comptage des cycles. Nous espérent que cette synthèse soit une base de données pour d'autres étudiants.

Nous avons ensuite fait une présentation sur les différents méthodes expérimentales de la prévision de la durée de vie de pièces dans le cadre des sollicitations uniaxiales d'amplitude variable ainsi que les différents critères de fatigue uniaxial et multiaxial.

Pour la partie simulation numérique, et dans le but de bien cerner le problème, j'ai utilisés des différents logiciels (ANSYS, WORKBENCH et SOLIDWORKS). Cette simulation numérique ma permet de faire :

- La modélisation géométrique des différents éprouvettes étudiées, à savoir : des éprouvettes de traction avec les mêmes dimensions mais avec différents propriétés mécanique présente chaque zone:
  - Epreuve entière avec des propriétés mécaniques de métal de base(MB).
  - Epreuve entière avec des propriétés mécaniques de métal fondu(MF).
  - Epreuve entière avec des propriétés mécaniques de la zone affectée thermiquement (Zat).
  
- La modélisation géométrique d'autres éprouvettes mais cette fois avec soudage sur des différents zone pour faire une étude comparative de la zone la plus faible et la comparer avec les autre éprouvette sans soudage mais qui a les mêmes propriétés

mécanique. Pour donner une meilleure représentation nous avons modélisé la zone étudiée exactement sur la section la plus faible de l'éprouvette.

La simulation numérique de la durée de vie des structures reste, pour l'instant, une affaire complexe. En effet, pour une simulation, il est nécessaire de pouvoir associer des essais expérimentaux à l'essai numérique pour calibrer le modèle, plusieurs conclusions ont été tirées :

La simulation de la durée de vie dans les trois zones de la soudure ainsi que la comparaison avec les résultats expérimentaux était limité à  $3 \cdot 10^6$  cycles. Globalement Les deux résultats (expérimentaux et numériques) présentent la même allure globale dans les trois zones, avec un écart n'excédant pas 13% sur le palier contraintes pour le même nombre de cycles.

Dans l'intervalle de 100 à 2000 cycles, montrent qu'expérimentalement l'évolution de la contrainte sur les trois configurations est très importante pour un nombre de cycle réduit. En effet sur cette plage les contraintes appliquées sont de l'ordre de 6 fois la limite à la rupture. Numériquement cette évolution est moins importante jusqu'à 1000 cycles. Par contre entre sur le palier 5000/20000 cycles et jusqu'à 200000 cycles, les deux configurations présentent les mêmes allures avec un faible écart sur les contraintes appliquées.

# Références bibliographiques

- [1]. Claude BATHIAS, Jean-Paul BAÏLON, La fatigue des matériaux et des structures, édition Hermès – Lavoisier (1997).
- [2]. AID Abdelkrim, Cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale sous sollicitations variables, thèse doctorat(2006)
- [3]. T.BUI-QUOC: Cumul du dommage en fatigue, la fatigue des matériaux et des structures. 1980.
- [4]. Kimtangar NGARGUEUEDJIM, Contribution à l'étude des lois d'endommagement en Fatigue, thèse doctorat (2003).
- [5]. Mohamad JABBADO, Fatigue polycyclique des structures métalliques : durée de vie sous chargements variables, thèse doctorat (2006)
- [6].DOWLING, N.E. (1988). Estimation and correlation of fatigue lives for random loading. International Journal of Fatigue **10**, No 3, 179-185.
- [7].PALIN-LUC, T. (1996). Fatigue multiaxiale d'une fonte GS sous sollicitations combinées d'amplitude variable. Thèse de Doctorat, ENSAM CER de Bordeaux.
- [8].SEKI, M., TANAKA, T., AND DENO, S. (1971). Estimation of the fatigue life under program load including the stresses lower than endurance limit. Bulletin of the J. S. M. E. 14, 69, 183-190.
- [9]. TANAKA, T., AND FUJII, T. (1977). Studies on fatigue damage caused by stresses below the endurance limit. Bulletin of the JSME 20, 143, 505-512.
- [10]. Manson S. S., Freche J. C. et Ensign S. R., Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue. In Fatigue Crack Propagation, ASTM STP 415. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, 1967, 384-412.
- [11]. Henry D.L., A theory of fatigue damage accumulation in steel. Trans. of the ASME, 1955, 77, 913-918.
- [12]. Marco S.M. et Starkey W.L., A concept of fatigue damage. Trans. ASME, 1954, 627-632.
- [13]. Kommers J. B., The effect of overstressing and understressing in fatigue. Proc. American Society for Testing and Materials, 1938, 38 (PART II), 249-268.
- [14]. Bennett J.A., A study of damaging effect of fatigue stressing on X4130 steel. . Proc. American Society for Testing and Materials, 1946, 46, 693-714.
- [15]. Gatts R.R., Application of a cumulative damage concept to fatigue. ASME Journal of Basic Engineering, 1961, 83, 529-540.
- [16]. Valluri S. R., An unified engineering theory of high stress level fatigue. Aerospace Engineering, 1961, 20, 18-19.

- [17]. Freudenthal A.M. et Heller R.A., On stress interaction in fatigue and a cumulative damage rule. *Journal of the Aerospace Science*, 1959, 26 (7), 431-442.
- [18]. Subramanyan S., a cumulative damage rule based on the knee point of the S-N curve. *ASME Journal of engineering Materials and Technology*, 1976, 98 (4), 316-321.
- [19]. Lemaitre J; et Chaboche J. L., aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. *Journal Mécanique appliquée*, 1978, 2 (3) 317-365.
- [20]. Lemaitre J. et Chaboche J.L., *Mécanique des Matériaux Solides*, Dunod, Paris, 1996. 2e édit.
- [21]. Lemaitre J. et Chaboche J.L., *mechanics of solid Materials*, Trans. B. Shrivastava. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1990.
- [22]. AFNOR. (1993). *Fatigue sous sollicitations d'amplitude variable. Méthode Rainflow de comptage*. A 03-406. AFNOR, 1-32.
- [23]. ASTM. (1985). *Standard practices for cycle fatigue counting in fatigue analysis*. Designation E 1049-85, vol. 03.01 of *Metal Test Methods and Analytical procedure*. ASTM, 836-848
- [24]. Alexis BANVILLET, *Prévision de la durée de vie en fatigue multiaxiale sous chargements réels: vers des essais accélérés*. PhD thesis, ENSAM1 CER de Bordeaux, France, 2001. (267 p.).
- [25]. J.L.Robert, *Document de synthèse pour obtenir l'Habilitation à Diriger des Recherches*, INSA de Lyon (1999) France.
- [26]. Lieurade H.P. & La commission fatigue des métaux de la S.F.M. *Méthodes expérimentales et analyses des résultats : La pratique des essais de fatigue*. Pyc Edition (1982).
- [27]. A.BRAND, J.F.FLAVENOT, R.GREGOIRE, C.TOURNIER, *Recueil de données technologiques sur la fatigue*. CETIM, (1980).
- [28]. J.L.Robert, *Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations périodiques ou aléatoires*. Thèse de doctorat d'état, I.N.S.A de Lyon (1992).
- [29]. Christian Lalanne, *Vibrations et chocs mécaniques, tome3*, Edition Hermes Science, Paris 1999.
- [30]. FATEMI, A., AND YANG, Y. *Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of state of the art for homogeneous materials*. *Int. J. Fatigue*, 20, 1 (1998), 9–34.
- [31]. MINER, M. *Cumulative damage in fatigue*. *J. of Applied Mechanics* (September 1945), 159–164.
- [32]. A. Hobbacher, *Recommandations for fatigue design of welded joints and components*. IIW Joint Working Group XIII-XV, Germany (2003).
- [33]. F. Bastenaire, *Estimation et prévision de la résistance et la durée des matériaux en fatigue*.

I.R.S.I.D. Journée d'étude sur la fatigue (1975).

[34]. François D., Pineau A. & Zaoui A., 1993. Comportement Mécanique des Matériaux. Hermès, Paris.

[35]. GASSNER, E. (1973). Zur experimentellen Lebensdauerermittlung von Konstruktionselementen mit zufallsartigen Beanspruchungen. Materialprüfung, Vol. 15, No 6, 197-205.

[36]. X. Pitoixet, Méthodes spectrales pour une analyse en fatigue des structures métalliques sous chargements aléatoires multiaxiaux. Thèse, Université Libre de Bruxelles 2001.

[37]. Lee S.B., Evaluation of theories on Multiaxial Fatigue with discriminating specimens. PhD Thesis, Stanford University, 1980, 174p.

[38]. Lee S.B., A criterion for fully reversed out-of phase torsion and bending. ASTM STP 853, K.J. Miller and M.W. Brown Eds., Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1985, pp.553-568.

[39]. DANG-VAN, K., CAILLETAUD, G., FLAVENOT, J.-F., DOUARON, L., AND LIEURADE, H.-P. Criterion for high-cycle fatigue failure under multiaxial loading. In Biaxial and Multiaxial Fatigue (Sheffield, 1989), M. Brown and K. Miller, Eds., pp. 459-478.

[40]. FROUSTEY, C. Fatigue multiaxial en endurance de l'Acier 30NCD16. PhD thesis, ENSAMCER de Bordeaux, France, 1987. (131 p.).

[41]. Munday E.G. & Mitchell L.D., The maximum distortion energy ellipse as a biaxial fatigue criterion in view of gradient effects. Experimental Mechanics, 1989, vol.29, pp.12-15.

[42]. FOGUE, M. Critère de fatigue à longue durée de vie pour les états multiaxiaux de contraintes sinusoïdales en phase ou hors phase. PhD thesis, INSA, Lyon, 1987. (189 p.).

[43]. Y.V. Papadopoulos, fatigue limit of metals under multiaxial stress conditions: the microscopic approach. Technical Note N°I.93.101, Commission of the European Communities, Joint Research Center, ISEI/IE 2495/93, 1993.

[44]. A.AID, J.CHALET, A.AMROUCHE, G.MESMACQUE, M.BENGUEDIAB, A New Damage Indicator: From Blocks Loading to Random Loading. Fatigue Design 16-18 Nov. 2005 Paris (France).

[45]. A.AID, Z.SEMARI, A.AMROUCHE, G.MESMACQUE, M.BENGUEDIAB, Une procédure de cumul d'endommagement et de détermination de la durée de vie en fatigue sous chargement aléatoire. 5<sup>ème</sup> Journées de la Mécanique, JM'05, 28-29 Mars 2006, Bordj el Bahri (Algérie).

# Annexe I : le sous programme d'ANSYS

- *La première pièce soudée :*

/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:

/COM, Structural

!\*  
/TITLE,éprouvette 1

/prep7

et,1,plane82

! propriétés du matériau

mp,ex,1,183000

mp,nuxy,1,0.3

mp,ex,2,197000

mp,nuxy,2,0.3

mp,ex,3,180000

mp,nuxy,3,0.3

tb,miso,1,1,37

!MB 1

tbpt,defi,1.12e-3,205

tbpt,defi,0.00162,292,3

tbpt,defi,0.002366,309,55

tbpt,defi,0.00262,321.17

tbpt,defi,0.00312,330.20

tbpt,defi,0.00362,337.67

tbpt,defi,0.00412,344.12

tbpt,defi,0.00512,354.92

tbpt,defi,0.00612,363.88

tbpt,defi,0.00712,371.59

tbpt,defi,0.00812,378.406

tbpt,defi,0.00912,384.532

tbpt,defi,0.01012,390.115

tbpt,defi,0.01112,395.256

tbpt,defi,0.01212,400

tbpt,defi,0.01312,404.49

tbpt,defi,0.01412,408.688

tbpt,defi,0.01512,412.65

tbpt,defi,0.01612,416.409

tbpt,defi,0.01712,419.98

tbpt,defi,0.01812,423.4

tbpt,defi,0.01912,426.67

tbpt,defi,0.02012,429.81

tbpt,defi,0.02112,432.8

tbpt,defi,0.02412,441.26

tbpt,defi,0.02812,451.3

tbpt,defi,0.03112,458.15

tbpt,defi,0.03612,468.5

tbpt,defi,0.04112,477.81

tbpt,defi,0.05112,494.11

tbpt,defi,0.06112,508.15

tbpt,defi,0.07112,520.54

tbpt,defi,0.08112,531.69

tbpt,defi,0.09112,541.85

tbpt,defi,0.10112,551.21

tbpt,defi,0.20112,619.58

tbpt,defi,0.30112,665.67

tb,miso,2,1,37

!MF 2

tbpt,defi,1.6756e-3,330

tbpt,defi,0.002175,401.42

tbpt,defi,0.002675,416.72

tbpt,defi,0.003175,427.15

tbpt,defi,0.003675,435.30

tbpt,defi,0.004175,442.09

tbpt,defi,0.004675,447.96

tbpt,defi,0.005675,457.858

tbpt,defi,0.006675,466.101  
tbpt,defi,0.007675,473.229  
tbpt,defi,0.008675,479.54  
tbpt,defi,0.009675,485.244  
tbpt,defi,0.010675,490.449  
tbpt,defi,0.011675,495.253  
tbpt,defi,0.012675,499.723  
tbpt,defi,0.013675,503.908  
tbpt,defi,0.014675,507.85  
tbpt,defi,0.015675,511.579  
tbpt,defi,0.016675,515.12  
tbpt,defi,0.017675,518.49  
tbpt,defi,0.018675,512.72  
tbpt,defi,0.019675,524.81  
tbpt,defi,0.020675,527.789  
tbpt,defi,0.021675,530.65  
tbpt,defi,0.024675,538.65  
tbpt,defi,0.028675,548.24  
tbpt,defi,0.031675,554.77  
tbpt,defi,0.036675,564.68  
tbpt,defi,0.041675,573.63  
tbpt,defi,0.051675,589.33  
tbpt,defi,0.061675,602.91  
tbpt,defi,0.071675,614.956  
tbpt,defi,0.081675,625.81  
tbpt,defi,0.091675,635.730  
tbpt,defi,0.101675,644.89  
tbpt,defi,0.201675,712.33  
tbpt,defi,0.301675,758.3  
tb,miso,3,1,37  
tbpt,defi,1.944444e-3,350  
!tbpt,defi,0.002445,452.75  
tbpt,defi,0.002945,473.9  
tbpt,defi,0.003445,488.24  
tbpt,defi,0.003945,499.40  
tbpt,defi,0.004445,508.68  
tbpt,defi,0.004945,516.69  
tbpt,defi,0.005945,530.15  
tbpt,defi,0.006945,541.34  
tbpt,defi,0.007945,551  
tbpt,defi,0.008945,559.5  
tbpt,defi,0.009945,567.23  
tbpt,defi,0.010945,574.25  
tbpt,defi,0.011945,580.71  
tbpt,defi,0.012945,586.73  
tbpt,defi,0.013945,592.36  
tbpt,defi,0.014945,597.65  
tbpt,defi,0.015945,602.66  
tbpt,defi,0.016945,607.41  
tbpt,defi,0.017945,612  
tbpt,defi,0.018945,616.26  
tbpt,defi,0.019945,620.4  
tbpt,defi,0.020945,624.38  
tbpt,defi,0.021945,628.2  
tbpt,defi,0.024945,638.9  
tbpt,defi,0.028945,651.7  
tbpt,defi,0.031945,660.4  
tbpt,defi,0.036945,673.6  
tbpt,defi,0.041945,685.5  
tbpt,defi,0.051945,706.3  
tbpt,defi,0.061945,724.3  
tbpt,defi,0.071945,740.2  
tbpt,defi,0.081945,754.5  
tbpt,defi,0.091945,767.6  
tbpt,defi,0.101945,779.6

!ZAT 3

tbpt,defi,0.201945,868.0  
tbpt,defi,0.301945,928

K,1,0,0,,  
K,2,0.045,0,,  
K,3,0.07825,0.01,,  
K,4,0.08025,0.01,,  
K,5,0.08525,0.01,,  
K,6,0.09025,0.01,,  
K,7,0.09225,0.01,,  
K,8,0.1255,0,,  
K,9,0.1705,0,,  
K,10,0.1705,0.04,,  
K,11,0.1255,0.04,,  
K,12,0.09225,0.03,,  
K,13,0.09025,0.03,,  
K,14,0.08525,0.03,,  
K,15,0.08025,0.03,,  
K,16,0.07825,0.03,,  
K,17,0.045,0.04,,  
K,18,0,0.04,,  
K,19,0.08525,-0.076,,  
K,20,0.08525,0.116,,

L, 1, 2  
L, 1, 18  
L, 18, 17  
L, 8, 9  
L, 9, 10  
L, 10, 11  
L, 7, 12  
L, 16, 3  
L, 6, 13  
L, 15, 4  
L, 5, 14

larc,2,3,19,0.086  
larc,3,4,19,0.086  
larc,4,5,19,0.086  
larc,5,6,19,0.086  
larc,6,7,19,0.086  
larc,7,8,19,0.086  
larc,11,12,20,0.086  
larc,12,13,20,0.086  
larc,13,14,20,0.086  
larc,14,15,20,0.086  
larc,15,16,20,0.086  
larc,16,17,20,0.086

/DIST,1,0.729,1  
/REP,FAST  
/DIST,1,0.729,1  
/REP,FAST  
/DIST,1,0.729,1  
/REP,FAST  
/DIST,1,1.37174211248,1  
/REP,FAST  
LPLOT  
/PREP7  
FLST,2,6,4  
FITEM,2,1  
FITEM,2,3  
FITEM,2,2  
FITEM,2,12  
FITEM,2,23

FITEM,2,8  
AL,P51X  
FLST,2,4,4  
FITEM,2,10  
FITEM,2,8  
FITEM,2,22  
FITEM,2,13  
AL,P51X  
FLST,2,4,4  
FITEM,2,10  
FITEM,2,21  
FITEM,2,14  
FITEM,2,11  
AL,P51X  
FLST,2,4,4  
FITEM,2,9  
FITEM,2,11  
FITEM,2,20  
FITEM,2,15  
AL,P51X  
FLST,2,4,4  
FITEM,2,9  
FITEM,2,7  
FITEM,2,19  
FITEM,2,16  
AL,P51X  
FLST,2,9,4  
FITEM,2,6  
FITEM,2,18  
FITEM,2,4  
FITEM,2,17  
FITEM,2,19  
FITEM,2,7  
FITEM,2,20  
FITEM,2,9  
FITEM,2,5  
AL,P51X  
FLST,2,6,4  
FITEM,2,17  
FITEM,2,18  
FITEM,2,7  
FITEM,2,6  
FITEM,2,5  
FITEM,2,4  
AL,P51X  
FLST,5,2,5,ORDE,2  
FITEM,5,1  
FITEM,5,6  
CM,\_Y,AREA  
ASEL, , , P51X  
CM,\_Y1,AREA  
CMSEL,S,\_Y  
!\*  
CMSEL,S,\_Y1  
AATT, 1, , 1, 0,  
CMSEL,S,\_Y  
CMDELE,\_Y  
CMDELE,\_Y1  
!\*  
FLST,5,2,5,ORDE,2  
FITEM,5,2  
FITEM,5,5  
CM,\_Y,AREA  
ASEL, , , P51X  
CM,\_Y1,AREA

```

CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 3, , 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,3
FITEM,5,-4
CM,_Y,AREA
ASEL, , , P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, , 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!/REPLOT,RESIZE
APLOT
FINISH
/SOL
FINISH
/PREP7
FLST,5,7,4,ORDE,4
FITEM,5,2
FITEM,5,5
FITEM,5,7
FITEM,5,-11
CM,_Y,LINE
LSEL, , , P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,10, , , ,1
!*
FLST,5,8,4,ORDE,8
FITEM,5,1
FITEM,5,3
FITEM,5,-4
FITEM,5,6
FITEM,5,12
FITEM,5,17
FITEM,5,-18
FITEM,5,23
CM,_Y,LINE
LSEL, , , P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,10, , , ,1
!*
FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,13
FITEM,5,16
FITEM,5,19
FITEM,5,22
CM,_Y,LINE
LSEL, , , P51X
CM,_Y1,LINE

```

```

CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1,,5,,,,,1
!*
FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,14
FITEM,5,-15
FITEM,5,20
FITEM,5,-21
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1,,15,,,,,1
!*
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
!*
FLST,5,6,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-6
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
SAVE

!*
SAVE
FINISH
/SOL
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,2
!*
/GO
DL,P51X, ,ALL,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,5
/GO
!*
SFL,P51X,PRES,-325,
/STATUS,SOLU
SOLVE

```

- **La deuxième pièce soudée :**

```

/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural
!*
/TITLE,2eme TRAVAIL
/prep7
et,1,plane82
! propriétés du matériau
mp,ex,1,183000
mp,nuxy,1,0.3

```

mp,ex,2,197000  
mp,nuxy,2,0.3  
mp,ex,3,180000  
mp,nuxy,3,0.3  
tb,miso,1,1,37  
tbpt,defi,1,1.2e-3,205  
tbpt,defi,0.00162,292.3  
tbpt,defi,0.002366,309.55  
tbpt,defi,0.00262,321.17  
tbpt,defi,0.00312,330.20  
tbpt,defi,0.00362,337.67  
tbpt,defi,0.00412,344.12  
tbpt,defi,0.00512,354.92  
tbpt,defi,0.00612,363.88  
tbpt,defi,0.00712,371.59  
tbpt,defi,0.00812,378.406  
tbpt,defi,0.00912,384.532  
tbpt,defi,0.01012,390.115  
tbpt,defi,0.01112,395.256  
tbpt,defi,0.01212,400  
tbpt,defi,0.01312,404.49  
tbpt,defi,0.01412,408.688  
tbpt,defi,0.01512,412.65  
tbpt,defi,0.01612,416.409  
tbpt,defi,0.01712,419.98  
tbpt,defi,0.01812,423.4  
tbpt,defi,0.01912,426.67  
tbpt,defi,0.02012,429.81  
tbpt,defi,0.02112,432.8  
tbpt,defi,0.02412,441.26  
tbpt,defi,0.02812,451.3  
tbpt,defi,0.03112,458.15  
tbpt,defi,0.03612,468.5  
tbpt,defi,0.04112,477.81  
tbpt,defi,0.05112,494.11  
tbpt,defi,0.06112,508.15  
tbpt,defi,0.07112,520.54  
tbpt,defi,0.08112,531.69  
tbpt,defi,0.09112,541.85  
tbpt,defi,0.10112,551.21  
tbpt,defi,0.20112,619.58  
tbpt,defi,0.30112,665.67

!MB 1

tb,miso,2,1,37  
tbpt,defi,1.6756e-3,330  
tbpt,defi,0.002175,401.42  
tbpt,defi,0.002675,416.72  
tbpt,defi,0.003175,427.15  
tbpt,defi,0.003675,435.30  
tbpt,defi,0.004175,442.09  
tbpt,defi,0.004675,447.96  
tbpt,defi,0.005675,457.858  
tbpt,defi,0.006675,466.101  
tbpt,defi,0.007675,473.229  
tbpt,defi,0.008675,479.54  
tbpt,defi,0.009675,485.244  
tbpt,defi,0.010675,490.449  
tbpt,defi,0.011675,495.253  
tbpt,defi,0.012675,499.723  
tbpt,defi,0.013675,503.908  
tbpt,defi,0.014675,507.85  
tbpt,defi,0.015675,511.579  
tbpt,defi,0.016675,515.12  
tbpt,defi,0.017675,518.49  
tbpt,defi,0.018675,512.72  
tbpt,defi,0.019675,524.81

!MF 2

tbpt,defi,0.020675,527.789  
tbpt,defi,0.021675,530.65  
tbpt,defi,0.024675,538.65  
tbpt,defi,0.028675,548.24  
tbpt,defi,0.031675,554.77  
tbpt,defi,0.036675,564.68  
tbpt,defi,0.041675,573.63  
tbpt,defi,0.051675,589.33  
tbpt,defi,0.061675,602.91  
tbpt,defi,0.071675,614.956  
tbpt,defi,0.081675,625.81  
tbpt,defi,0.091675,635.730  
tbpt,defi,0.101675,644.89  
tbpt,defi,0.201675,712.33  
tbpt,defi,0.301675,758.3

!ZAT 3

tb,miso,3,1,37  
tbpt,defi,1.944444e-3,350  
!tbpt,defi,0.002445,452.75  
tbpt,defi,0.002945,473.9  
tbpt,defi,0.003445,488.24  
tbpt,defi,0.003945,499.40  
tbpt,defi,0.004445,508.68  
tbpt,defi,0.004945,516.69  
tbpt,defi,0.005945,530.15  
tbpt,defi,0.006945,541.34  
tbpt,defi,0.007945,551  
tbpt,defi,0.008945,559.5  
tbpt,defi,0.009945,567.23  
tbpt,defi,0.010945,574.25  
tbpt,defi,0.011945,580.71  
tbpt,defi,0.012945,586.73  
tbpt,defi,0.013945,592.36  
tbpt,defi,0.014945,597.65  
tbpt,defi,0.015945,602.66  
tbpt,defi,0.016945,607.41  
tbpt,defi,0.017945,612  
tbpt,defi,0.018945,616.26  
tbpt,defi,0.019945,620.4  
tbpt,defi,0.020945,624.38  
tbpt,defi,0.021945,628.2  
tbpt,defi,0.024945,638.9  
tbpt,defi,0.028945,651.7  
tbpt,defi,0.031945,660.4  
tbpt,defi,0.036945,673.6  
tbpt,defi,0.041945,685.5  
tbpt,defi,0.051945,706.3  
tbpt,defi,0.061945,724.3  
tbpt,defi,0.071945,740.2  
tbpt,defi,0.081945,754.5  
tbpt,defi,0.091945,767.6  
tbpt,defi,0.101945,779.6  
tbpt,defi,0.201945,868.0  
tbpt,defi,0.301945,928

K,1,0,0,,  
K,2,0.045,0,,

K,3,0.08425,0.01,,  
K,4,0.08525,0.01,,  
K,5,0.08625,0.01,,  
K,6,0.09625,0.01,,  
K,7,0.09825,0.01,,

K,8,0.1255,0,,  
K,9,0.1705,0,,

K,10,0.1705,0.04,,  
K,11,0.1255,0.04,,

K,12,0.09825,0.03,,  
K,13,0.09625,0.03,,  
K,14,0.08625,0.03,,  
K,15,0.08525,0.03,,  
K,16,0.08425,0.03,,

K,17,0.045,0.04,,  
K,18,0,0.04,,

K,19,0.08525,-0.076,,  
K,20,0.08525,0.116,,

SAVE

L, 1, 2  
L, 1, 18  
L, 18, 17  
L, 8, 9  
L, 9, 10  
L, 10, 11

L, 7, 12  
L, 16, 3  
L, 6, 13  
L, 15, 4  
L, 5, 14

larc,2,3,19,0.086  
larc,3,4,19,0.086  
larc,4,5,19,0.086  
larc,5,6,19,0.086  
larc,6,7,19,0.086  
larc,7,8,19,0.086

larc,11,12,20,0.086  
larc,12,13,20,0.086  
larc,13,14,20,0.086  
larc,14,15,20,0.086  
larc,15,16,20,0.086  
larc,16,17,20,0.086

FINISH

!\*\*\*\*\*

L PLOT

/PREP7

/DIST,1,0.729,1

/REP,FAST

/DIST,1,0.729,1

/REP,FAST

/FOC,1,0.3,,1

/REP,FAST

/FOC,1,-0.3,,1

/REP,FAST

/FOC,1,-0.3,,1

/REP,FAST

/FOC,1,-0.3,,1

/REP,FAST

/FOC,1,-0.3,,1

/REP,FAST

/FOC,1,-0.3,,1

/REP,FAST

FLST,2,6,4

FITEM,2,8

FITEM,2,23

FITEM,2,12  
FITEM,2,1  
FITEM,2,2  
FITEM,2,3  
AL,P51X  
/FOC,1,-0.3,,,1  
/REP,FAST  
/FOC,1,0.3,,,1  
/REP,FAST  
/FOC,1,0.3,,,1  
/REP,FAST  
/FOC,1,0.3,,,1  
/REP,FAST  
FLST,2,4,4  
FITEM,2,8  
FITEM,2,10  
FITEM,2,13  
FITEM,2,22  
AL,P51X  
FLST,2,4,4  
FITEM,2,10  
FITEM,2,11  
FITEM,2,21  
FITEM,2,14  
AL,P51X  
FLST,2,4,4  
FITEM,2,20  
FITEM,2,11  
FITEM,2,9  
FITEM,2,15  
AL,P51X  
FLST,2,4,4  
FITEM,2,19  
FITEM,2,9  
FITEM,2,7  
FITEM,2,16  
AL,P51X  
/FOC,1,-0.3,,,1  
/REP,FAST  
/FOC,1,0.3,,,1  
/REP,FAST  
/FOC,1,0.3,,,1  
/REP,FAST  
/FOC,1,0.3,,,1  
/REP,FAST  
/FOC,1,0.3,,,1  
/REP,FAST  
/FOC,1,0.3,,,1  
/REP,FAST  
FLST,2,6,4  
FITEM,2,18  
FITEM,2,7  
FITEM,2,17  
FITEM,2,6  
FITEM,2,5  
FITEM,2,4  
AL,P51X  
APLOT  
/DIST,1,1.37174211248,1  
/REP,FAST  
/DIST,1,1.37174211248,1  
/REP,FAST  
/DIST,1,1.37174211248,1  
/REP,FAST  
!\*\*\*\*\*!PICKED EREA

```

FINISH
/PREP7
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,6
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 1, , 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
/DIST,1,0.729,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.729,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.729,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.729,1
/REP,FAST
FLST,5,3,5,ORDE,3
FITEM,5,2
FITEM,5,-3
FITEM,5,5
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 3, , 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 4
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, , 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!*****!MESH

FLST,5,7,4,ORDE,4
FITEM,5,2
FITEM,5,5
FITEM,5,7
FITEM,5,-11
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,10, , , ,1
!*
/DIST,1,0.729,1

```

```
/REP,FAST
FLST,5,8,4,ORDE,8
FITEM,5,1
FITEM,5,3
FITEM,5,-4
FITEM,5,6
FITEM,5,12
FITEM,5,17
FITEM,5,-18
FITEM,5,23
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,_,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,10, , , ,1
!*
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,16
FITEM,5,19
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,_,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,10, , , ,1
!*
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,15
FITEM,5,20
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,_,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,20, , , ,1
!*
/DIST,1,0.729,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.729,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.729,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.729,1
/REP,FAST
FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,13
FITEM,5,-14
FITEM,5,21
FITEM,5,-22
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,_,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,5, , , ,1
!*
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
!*
FLST,5,6,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-6
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
```



# Annexe II : exemple d'un rapport finale de WORKBENCH



Project

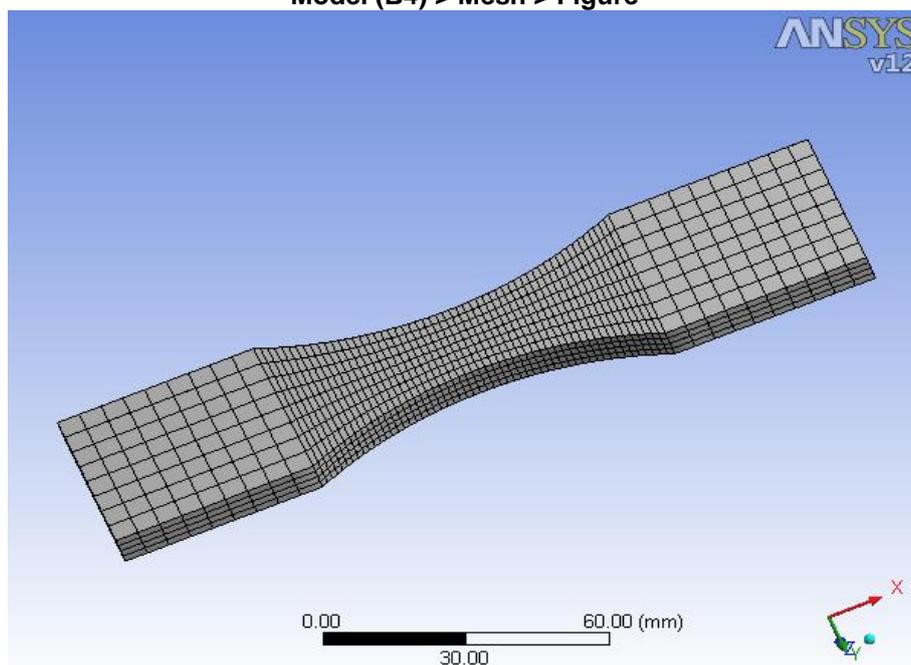
## Eprouvette de la zone affectée thermiquement

static structural :

TABLE 6  
Model (B4) > Mesh > Mesh Controls

Object Name	Edge Sizing	Edge Sizing 2	Edge Sizing 3	Edge Sizing 4
State	Fully Defined			
<b>Scope</b>				
Scoping Method	Geometry Selection			
Geometry	4 Edges	8 Edges	4 Edges	8 Edges
<b>Definition</b>				
Suppressed	No			
Type	Number of Divisions			Element Size
Number of Divisions	55	4	8	
Behavior	Soft			
Bias Type	No Bias			
Element Size				5, mm

FIGURE 2  
Model (B4) > Mesh > Figure



## Static Structural (B5)

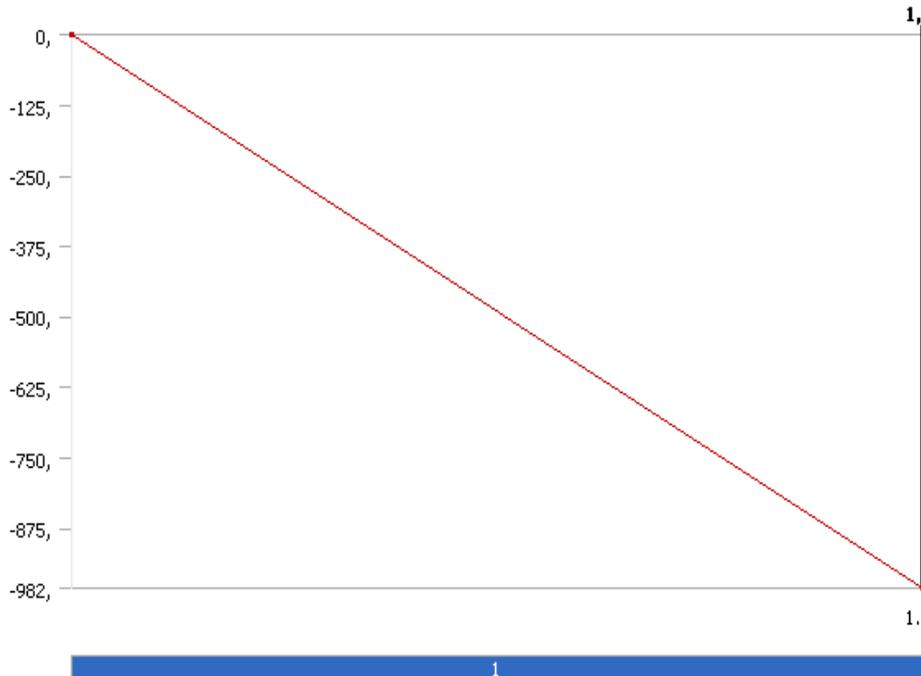
**TABLE 7**  
**Model (B4) > Analysis**

Object Name	<i>Static Structural (B5)</i>	
State	Solved	
<b>Definition</b>		
Physics Type	Structural	
Analysis Type	Static Structural	
Solver Target	ANSYS Mechanical	
<b>Options</b>		
Environment Temperature	22, °C	
Generate Input Only	No	

**TABLE 9**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Loads**

Object Name	<i>Fixed Support</i>	<i>Pressure</i>
State	Fully Defined	
<b>Scope</b>		
Scoping Method	Geometry Selection	
Geometry	1 Face	
<b>Definition</b>		
Type	Fixed Support	Pressure
Suppressed	No	
Define By	Normal To	
Magnitude	-982, MPa (ramped)	

**FIGURE 3**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Pressure**



## Solution (B6)

**TABLE 10**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Solution**

Object Name	<i>Solution (B6)</i>
State	Solved
<b>Adaptive Mesh Refinement</b>	
Max Refinement Loops	1,
Refinement Depth	2,

**TABLE 11**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Solution (B6) > Solution Information**

Object Name	<i>Solution Information</i>
State	Solved
<b>Solution Information</b>	
Solution Output	Solver Output
Newton-Raphson Residuals	0
Update Interval	2,5 s
Display Points	All

**TABLE 12**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Solution (B6) > Results**

Object Name	<i>Directional Deformation</i>	<i>Equivalent Stress</i>	<i>Equivalent Elastic Strain</i>
State	Solved		
<b>Scope</b>			
Scoping Method	Geometry Selection		
Geometry	All Bodies		
<b>Definition</b>			
Type	Directional Deformation	Equivalent (von-Mises) Stress	Equivalent (von-Mises) Elastic Strain
Orientation	X Axis		
By	Time		
Display Time	Last		
Coordinate System	Global Coordinate System		
Calculate Time History	Yes		
Identifier			
Use Average		Yes	
<b>Results</b>			
Minimum	0, mm	377,7 MPa	2,0983e-003 mm/mm
Maximum	1,2274 mm	2141,3 MPa	1,1896e-002 mm/mm
<b>Information</b>			
Time	1, s		
Load Step	1		
Substep	1		
Iteration Number	1		

**FIGURE 4**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Solution (B6) > Directional Deformation > Figure**

**B: static analyse**

Figure

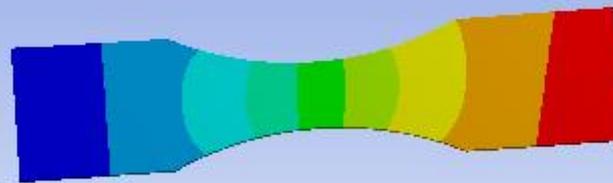
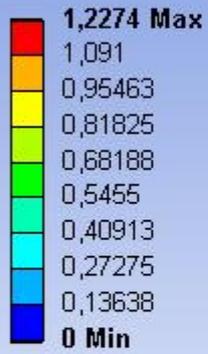
Type: Directional Deformation ( X Axis )

Unit: mm

Global Coordinate System

Time: 1

05/11/2012 00:17



**FIGURE 5**

**Model (B4) > Static Structural (B5) > Solution (B6) > Equivalent Stress > Figure**

**B: static analyse**

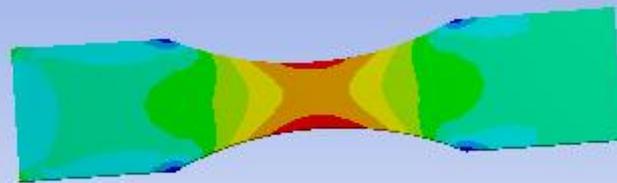
Figure

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

Time: 1

05/11/2012 00:17



**FIGURE 6**  
**Model (B4) > Static Structural (B5) > Solution (B6) > Equivalent Elastic Strain > Figure**

**B: static analyse**

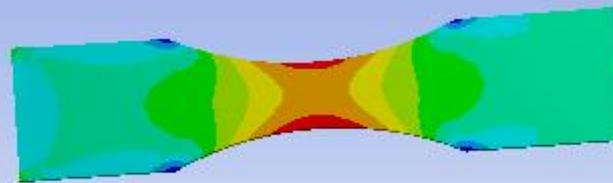
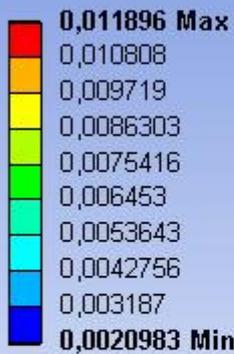
Figure

Type: Equivalent (von-Mises) Elastic Strain

Unit: mm/mm

Time: 1

05/11/2012 00:17



**dynamic Structural (A5)**

**TABLE 7**  
**Model (A4) > Analysis**

Object Name	Static Structural (A5)
State	Solved
<b>Definition</b>	
Physics Type	Structural
Analysis Type	Static Structural
Solver Target	ANSYS Mechanical
<b>Options</b>	
Environment Temperature	22, °C
Generate Input Only	No

**TABLE 8**  
**Model (A4) > Static Structural (A5) > Analysis Settings**

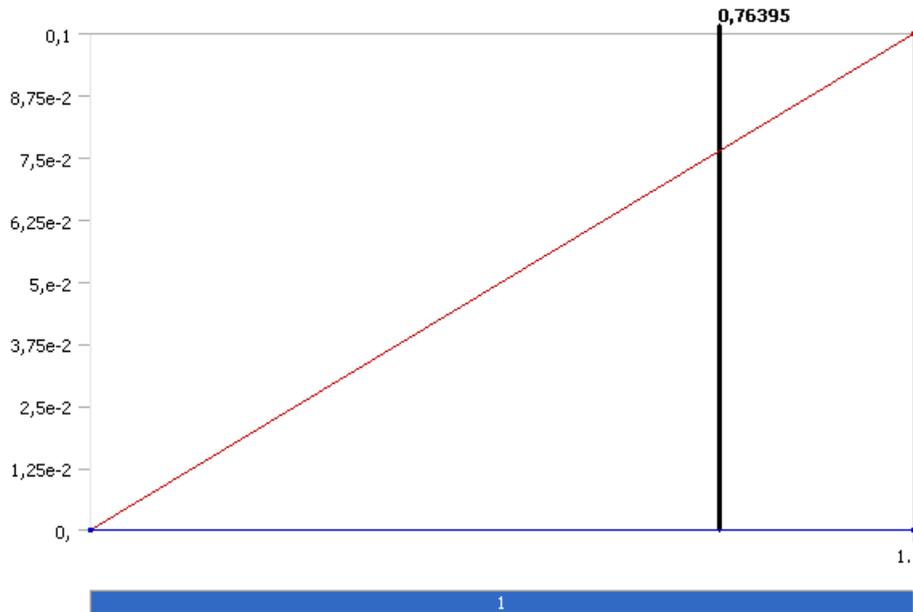
Object Name	Analysis Settings
State	Fully Defined
<b>Step Controls</b>	
Number Of Steps	1,
Current Step Number	1,
Step End Time	1, s
Auto Time Stepping	Program Controlled
<b>Solver Controls</b>	
Solver Type	Program Controlled
Weak Springs	Program Controlled
Large Deflection	Off

Inertia Relief	Off
<b>Nonlinear Controls</b>	
Force Convergence	Program Controlled
Moment Convergence	Program Controlled
Displacement Convergence	Program Controlled
Rotation Convergence	Program Controlled
Line Search	Program Controlled
<b>Output Controls</b>	
Calculate Stress	Yes
Calculate Strain	Yes
Calculate Results At	All Time Points
<b>Analysis Data Management</b>	
Solver Files Directory	C:\Documents and Settings\cheriet\Bureau\simulation\TRAVAIL V12\zat v12\zat v12_files\dp0\SYS\MECH\
Future Analysis	None
Scratch Solver Files Directory	
Save ANSYS db	No
Delete Unneeded Files	Yes
Nonlinear Solution	No
Solver Units	Active System
Solver Unit System	mmm

**TABLE 9**  
**Model (A4) > Static Structural (A5) > Loads**

Object Name	<i>Fixed Support</i>	<i>Force</i>
State	Fully Defined	
<b>Scope</b>		
Scoping Method	Geometry Selection	
Geometry	1 Face	
<b>Definition</b>		
Type	Fixed Support	Force
Suppressed	No	
Define By		Components
Coordinate System		Global Coordinate System
X Component		0,1 N (ramped)
Y Component		0, N (ramped)
Z Component		0, N (ramped)

**FIGURE 1**  
**Model (A4) > Static Structural (A5) > Force**



## Solution (A6)

**TABLE 10**  
Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution

Object Name	<i>Solution (A6)</i>
State	Solved
<b>Adaptive Mesh Refinement</b>	
Max Refinement Loops	0,
Refinement Depth	2,

**TABLE 11**  
Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution (A6) > Solution Information

Object Name	<i>Solution Information</i>
State	Solved
<b>Solution Information</b>	
Solution Output	Solver Output
Newton-Raphson Residuals	0
Update Interval	2,5 s
Display Points	All

**TABLE 12**  
Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution (A6) > Results

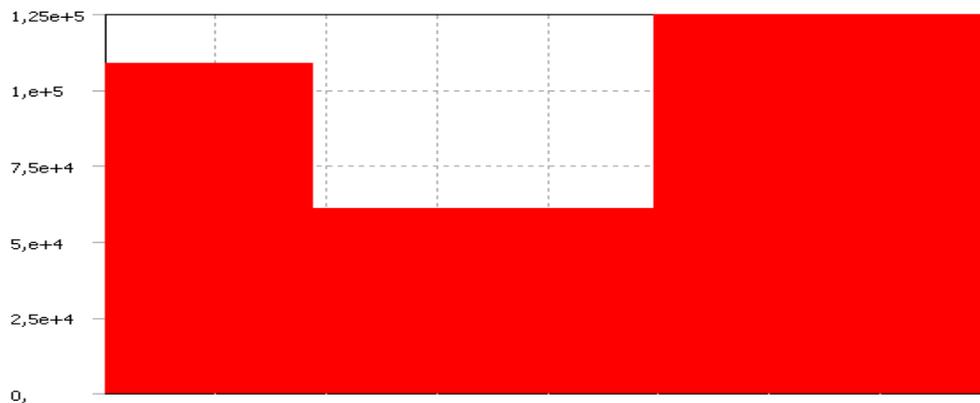
Object Name	<i>Directional Deformation</i>	<i>Equivalent Stress</i>	<i>Maximum Principal Elastic Strain</i>
State	Solved		
<b>Scope</b>			
Scoping Method	Geometry Selection		
Geometry	All Bodies		
<b>Definition</b>			
Type	Directional Deformation	Equivalent (von-Mises) Stress	Maximum Principal Elastic Strain
Orientation	X Axis		
By	Time		
Display Time	Last		
Coordinate System	Global Coordinate System		
Calculate Time History	Yes		

Identifier			
Use Average		Yes	
<b>Results</b>			
Minimum	0, mm	1,2019e-004 MPa	6,5043e-010 mm/mm
Maximum	3,9059e-007 mm	6,8143e-004 MPa	3,787e-009 mm/mm
<b>Information</b>			
Time	1, s		
Load Step	1		
Substep	1		
Iteration Number	1		

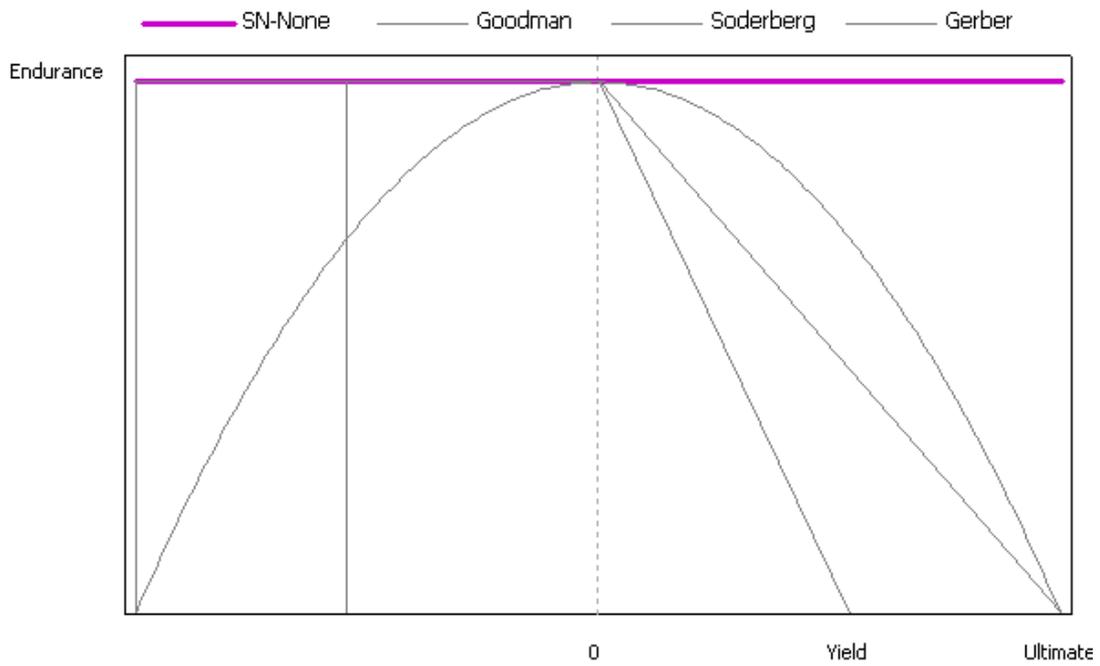
**TABLE 13**  
**Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution (A6) > Fatigue Tools**

Object Name	<i>Fatigue Tool</i>
State	Solved
<b>Materials</b>	
Fatigue Strength Factor (Kf)	0,26
<b>Loading</b>	
Type	History Data
History Data Location	C:\Documents and Settings\cheriet\Bureau\4 10 2012\conf\108800 60800 124800 60 100 980
Scale Factor	1,
<b>Definition</b>	
Display Time	End Time
<b>Options</b>	
Analysis Type	Stress Life
Mean Stress Theory	None
Stress Component	Equivalent (Von Mises)
Bin Size	32
Use Quick Rainflow Counting	Yes
Infinite Life	1,e+009 blocks
Maximum Data Points To Plot	5000,
<b>Life Units</b>	
Units Name	blocks
1 block is equal to	1, blocks

**FIGURE 2**  
**Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution (A6) > Fatigue Tool**  
**Non-Constant Amplitude Load**  
**History Data**



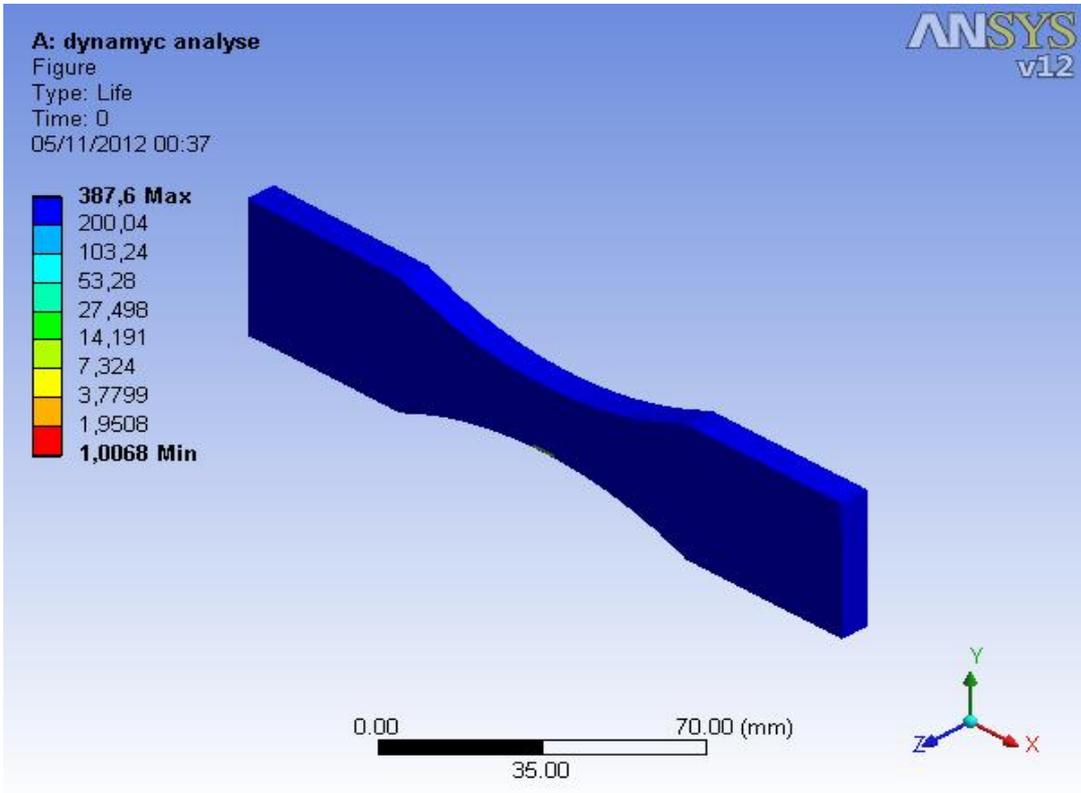
**FIGURE 3**  
**Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution (A6) > Fatigue Tool**  
**Mean Stress Correction Theory**



**TABLE 14**  
**Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution (A6) > Fatigue Tool > Results**

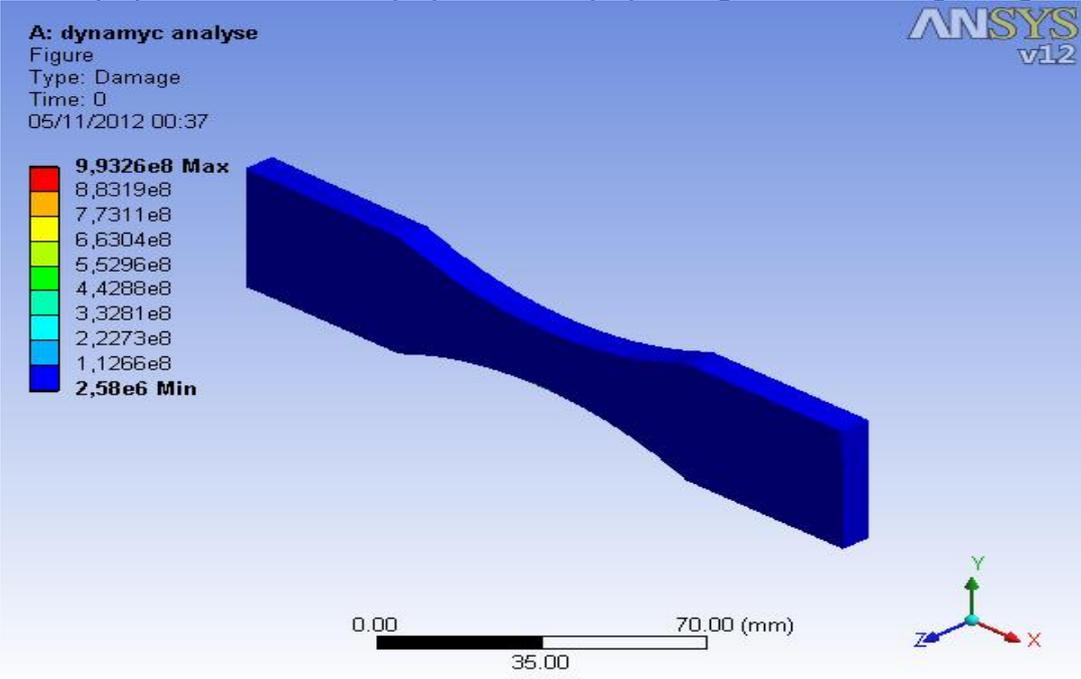
Object Name	<i>Life</i>	<i>Damage</i>
State	Solved	
<b>Scope</b>		
Scoping Method	Geometry Selection	
Geometry	All Bodies	
<b>Definition</b>		
Type	Life	Damage
Identifier		
Design Life		1,e+009 blocks
<b>Results</b>		
Minimum	1,0068 blocks	
Maximum		9,9326e+008

**FIGURE 4**  
**Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution (A6) > Fatigue Tool > Life > Figure**



**FIGURE 5**

**Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution (A6) > Fatigue Tool > Damage > Figure**



# Material Data

## a48 zat v12

**TABLE 13**  
a48 zat v12 > Constants

Density	7.85e-006 kg mm <sup>-3</sup>
---------	-------------------------------

**TABLE 14**  
a48 zat v12 > Isotropic Elasticity

Temperature C	Young's Modulus MPa	Poisson's Ratio
	1.8e+005	0.3

**TABLE 15**  
a48 zat v12 > Alternating Stress

Alternating Stress MPa	Cycles	Mean Stress MPa
3150	10	0
2460	20	0
1840	50	0
1460	100	0
1180	200	0
940	500	0
720	1000	0
610	2000	0
570	5000	0
515	10000	0
485	15000	0
400	20000	0
310	50000	0
260	1.e+005	0
215	2.5e+005	0
202	5.e+005	0
160	1.e+006	0

**TABLE 16**  
a48 zat v12 > Strain-Life Parameters

Strength Coefficient MPa	Strength Exponent	Ductility Coefficient	Ductility Exponent	Cyclic Strength Coefficient MPa	Cyclic Strain Hardening Exponent
836	-0.106	0.302	-0.47	1000	0.2

**TABLE 17**  
a48 zat v12 > Tensile Yield Strength

Tensile Yield Strength MPa
445

**TABLE 18**  
a48 zat v12 > Compressive Yield Strength

Compressive Yield Strength MPa
445

**TABLE 19**  
a48 zat v12 > Tensile Ultimate Strength

Tensile Ultimate Strength MPa
760

**TABLE 20**  
**a48 zat v12 > Compressive Ultimate Strength**

Compressive Ultimate Strength MPa
0

**TABLE 21**  
**a48 zat v12 > Uniaxial Test Data**

Strain mm mm <sup>-1</sup>	Stress MPa
1.94e-003	350
2.44e-003	452.75
3.445e-003	488.24
4.445e-003	508.68
5.945e-003	530.15
7.945e-003	551
9.945e-003	567.23
1.1945e-002	580.72
1.3945e-002	592.36
1.6945e-002	607.41
1.8945e-002	616.26
2.0945e-002	624.38
2.4945e-002	638.9
3.1945e-002	660.4
4.1945e-002	685.5
6.1945e-002	724.3
7.1945e-002	740.2
8.1945e-002	754.5
9.1945e-002	767.6
0.10194	779.6
0.20195	868
0.30195	928