

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbès

Faculté de la Technologie

Département de Génie Civil

Laboratoire des Structures et Matériaux Avancés dans le Génie Civil
et Travaux Publics



THÈSE

Présentée pour l'obtention du Diplôme de Doctorat 3^{ème} cycle LMD

Filière Travaux Publics

Option Voies et Ouvrages d'Art

Par

Moustafa HADJ DOULA

Intitulée

Etude de la résistance et la stabilité des structures à parois minces soumises au feu

Soutenue publiquement le : 26/09/ 2022 Devant le jury composé de :

- | | | | |
|----------------------------|-----|-------------|------------------------|
| • BACHIR BOUIADJRA Mohamed | Pr | U.D.L – SBA | Président du jury |
| • ZIANE Noureddine | Pr | U.D.L – SBA | Directeur de thèse |
| • MEFTAH Sid Ahmed | Pr | U.D.L – SBA | Co- Directeur de thèse |
| • YEGHNEM Reda | Pr | U. de SAIDA | Examineur |
| • KROUR Baghdad | MCA | U.D.L – SBA | Invité |

-Année Universitaire 2021/2022-

Résumé :

Ce travail propose un nouveau modèle pour les poutres à paroi mince et à sections ouvertes capable de prédire le flambement et le déversement des éléments métalliques thermiquement retenues avec des sections transversales bi- et mono-symétriques. La cinématique non linéaire raffinée présentée ici tient compte des déplacements du centre géométrique et du centre de cisaillement générés par le gradient thermique. Le problème aux valeurs propres obtenu à partir d'équations d'équilibre géométriquement non linéaires est résolu via des séries de puissances et la technique de Newton-Raphson. Plusieurs exemples sont présentés ; les résultats sont comparés avec ceux fournis par la simulation Abaqus et la littérature.

Mots clés : Comportement au feu, Instabilité, Gradient thermique, Déversement, Poutre à parois minces.

Abstract :

This work proposes a new model for thin-walled open profiles able to predict bending-torsion buckling of thermally restrained steel I beams with bi- and mono-symmetric cross-sections. Refined nonlinear kinematics accounts for the shifts of the centroid and shear centre generated by the thermal gradient. The eigenvalue problem derived from geometrically nonlinear balance equations is solved via power series and Newton-Raphson technique. Several examples are presented; the results are compared with those provided by Abaqus simulation and the literature.

Keywords: Fire behaviour, Instability, Thermal Gradient, Lateral-Torsional buckling (*LTB*), Thin-walled beam.

ملخص:

يقترح هذا العمل نموذجًا جديدًا للحزم ذات الجدران الرقيقة وذات المقاطع المفتوحة القادرة على التنبؤ بالتواء والتواء الجانبي للحزم المعدنية المقيدة حراريًا مع مقاطع عرضية ثنائية وأحادية التناظر. تأخذ الحركات اللاخطية المكررة المعروضة هنا في الحسبان إزاحة مركز الثقل ومركز الالتواء الناتج عن التدرج الحراري. تم حل مشكلة القيمة الذاتية التي تم الحصول عليها من معادلات التوازن اللاخطي هندسيًا عبر سلسلة الطاقة وتقنية نيوتن-رافسون. قدمنا العديد من الأمثلة هنا حيث تمت مقارنة النتائج مع تلك التي قدمتها محاكاة Abaqus والأدبيات.

الكلمات المفتاحية: سلوك النار، عدم الاستقرار، التدرج الحراري، الانحناء الجانبي الالتوائي، روافد رقيقة الجدران.

Remerciements :

Il m'est difficile de remercier tout le monde car c'est grâce à l'aide de nombreuses personnes que j'ai pu mener cette thèse à son terme.

J'aimerais tout d'abord remercier infiniment mon directeur de thèse, M. Noureddine ZIANE et mon co-directeur, M. Sid-Ahmed MEFTAH, pour leur disponibilité, leur patience et leurs remarques constructives.

Je remercie Monsieur Mohamed BACHIR BOUADJRA, directeur du laboratoire des Structures et Matériaux Avancés dans le Génie Civil et Travaux Publics (LSMAGCTP). Cette thèse est le fruit d'une collaboration de plus de quatre années avec lui. C'est à ses côtés que j'ai compris ce que les mots rigueur et précision voulaient dire. Sans oublier aussi mes Professeurs du laboratoire : M. Baghdad KROUR, M. Youcef BELDJELILI, M. Mohamed BOUREMANA, M. Mohamed Atef BENATTA, M. Sid Ahmed MEFTAH et M. Noureddine ZIANE.

Je tiens à remercier M. Mohamed BACHIR BOUIADJRA, M. Réda YEGHNEM et Baghdad KROUR d'avoir accepté d'examiner ma thèse de doctorat et d'avoir pris de leur temps précieux afin de profiter de leurs remarques et de leurs interventions précieuses.

Je remercie aussi l'équipe de la Direction Générale de la Recherche Scientifique et du Développement Technologique (DG-RSDT), Algérie, de nous avoir soutenus tout au long de la réalisation de ce travail.

Je remercie toutes les personnes avec qui j'ai partagé mes études et notamment pendant l'année théorique, particulièrement les doctorants M. G. Taher, M. B. Imad, M. K. Abdelkader, M. R. Abdellah, M. C. Yassine, M. H. Rabie, M. B. Khaled, M. L. Salah Eddine, M. G. Ahmed et M. B. Oussama.

Mes remerciements vont aussi à mon beau-frère, Boubaker ASKRI, d'avoir fait tout son possible pour m'aider.

Je remercie également mes collègues de l'entreprise de l'ADA notamment le DG Mr. Mohamed KHALDI et le DRO Mr. Ahmed ROUINI, qui nous ont fait confiance pour l'achèvement de ce travail.

Des remerciements particuliers à ma chère épouse de m'avoir soutenu et surtout de m'avoir supporté tout au long de ma recherche.

Tables des matières :

Résumé :	ii
Abstract :	iii
:ملخص	iv
Remerciements :	v
Tables des matières :	vi
Notations :	ix
Listes des figures :	xiv
Listes des tableaux :	xvii
Introduction générale :	19
1- Généralités :	19
2- Objectif de l'étude :	20
3- Organisation de la thèse :	20
Chapitre I : Caractéristiques des éléments à parois minces	22
I.1. Introduction :	23
I.2. Catégories des Profilés :	23
I.2.1. Profilés laminés à chaud :	23
I.2.2. Profilés formés (façonnés) à froid :	25
I.2.3. Profilés reconstitués soudés :	26
I.3. Formes de sections et proportion géométriques :	27
I.3.1. Classification des sections transversales :	27
I.3.2. Types et formes des sections droites :	28
I.3.3. Proportions géométriques :	28
I.3.4. Nuances d'acier :	29
I.3.5. Imperfections géométriques et les Contraintes résiduelles :	32
I.3.5.1. Imperfections géométriques :	32
I.3.5.1.1. Imperfections locales :	32
I.3.5.1.2. Imperfections globales :	36
I.3.5.2. Les contraintes résiduelles :	37
I.4. Torsion des poutres (rappels bibliographiques des différents modèles) :	38
I.4.1. Origine de la torsion :	38
I.4.2. Torsion uniforme (Saint-Venant) :	39
I.4.2.1. Torsion uniforme des sections ouvertes à parois minces :	40
I.4.2.1.1. Sections pleines :	40
I.4.2.1.2. Sections formées de plusieurs éléments pleins :	41
I.4.2.2. Torsion uniforme des sections fermées à parois minces :	41
I.4.3. Torsion non uniforme (Vlasov) :	44
I.4.3.1. Importance du bimoment :	44
I.4.3.2. Distribution des contraintes et des déformations :	47
I.4.3.3. Equation différentielle de la torsion non uniforme :	48
I.5. Caractéristiques géométriques en torsion de section à parois minces à sections ouvertes :	50
I.5.1. Moment d'inertie :	50
I.5.2. Surface sectorielle (coordonnées sectorielles) :	51
I.5.3. Centre de torsion :	53
I.6. Conclusion:	56

Chapitre II : Instabilités des poutres à parois minces	57
II.1. Introduction :	58
II.2. Critère d'instabilité :	58
II.2.1. Critère de bifurcation :	59
II.2.2. Critère cinématiques :	59
II.2.3. Critère de l'énergie :	59
II.3. Flambement :	59
II.3.1. Étude analytique du flambement : (flambement par bifurcation)	60
II.3.1.1. Principe de flambement :	60
II.3.1.2. Théorie linéaire du flambement élastique : (flambement par flexion)	60
II.3.1.3. Flambement spatial (flambement par flexion et torsion) :	63
II.3.2. Résistance ultime du flambement :	66
II.3.2.1. Flambement élastique par divergence :	66
II.3.2.2. Imperfections des barres industrielles :	67
II.3.2.2.1. Prise en compte d'un défaut initial :	67
II.3.2.2.2. Contraintes résiduelles :	68
II.3.2.3. Courbes de flambement européennes :	69
II.4. Déversement :	69
II.4.1. Définition du déversement élastique :	69
II.4.2. Principe du déversement élastique :	70
II.4.3. Moment critique de déversement élastique (état fondamental) :	71
II.4.4. Moment critique de déversement élastique (formule empirique) :	73
II.4.4.1. Influence des conditions d'appuis :	74
II.4.4.2. Influence du type de chargement et du niveau de chargement :	75
II.4.4.3. Influence des appuis intermédiaires :	77
II.4.5. Etude normatives du déversement :	77
II.5. Voilement :	80
II.5.1. Définition du Voilement :	80
II.5.2. Théorie linéaire du voilement élastique (phénomènes d'instabilité par bifurcation) :	80
II.5.2.1. Influence du nombre de cloques de voilement :	82
II.5.2.2. Influence des conditions de bord :	83
II.5.2.3. Influence du type de sollicitation :	84
II.5.3. Aspect réglementaire du voilement élastique :	84
II.5.3.1. Critères de vérification :	85
II.6. Conclusion :	86
Chapitre III : L'effet thermique sur les propriétés mécaniques et la résistance des structures métalliques.....	87
III.1. Introduction :	88
III.2. Généralité sur le feu :	88
III.2.1. Déroulement d'un incendie :	89
III.2.1.1. Le triangle du feu :	89
III.2.1.2. Développement d'un incendie :	89
III.2.2. Modélisation d'un incendie :	90
III.2.2.1. Feu normalisé ISO834 (Standard) :	91
III.2.2.2. Feu hydrocarbure :	92

III.2.2.3. Feu extérieur :	92
III.2.2.4. Feu paramétrique :	93
III.2.2.5. Feu réel (naturel) :	94
III.3. Effet du feu sur les matériaux de construction courants :	94
III.3.1. Propriétés thermiques de l'acier :	95
III.3.1.1. Capacité thermique de l'acier :	95
III.3.1.2. Conductivité thermique de l'acier :	95
III.3.1.3. Chaleur spécifique de l'acier :	96
III.3.1.4. Diffusivité thermique de l'acier :	97
III.3.1.5. Facteur de massivité de l'acier :	98
III.3.2. Propriétés mécaniques de l'acier :	99
III.3.2.1. Module d'élasticité de l'acier :	99
III.3.2.2. Limite d'élasticité de l'acier :	100
III.3.2.3. Facteurs de réduction de la limite élastique et du module d'élasticité des éléments en acier :	101
III.3.2.4. Résistance à la traction de l'acier sous l'effet du feu :	102
III.3.3. Propriétés de déformation de l'acier :	102
III.3.3.1. Dilatation thermique de l'acier :	102
III.3.3.2. Fluage de l'acier :	103
III.4. La réaction et la résistance au feu :	105
III.4.1. Critère de réaction au feu :	105
III.4.2. Critère de résistance au feu :	106
III.4.3. Calcul réglementaire de la température dans la section d'acier :	106
III.4.3.1. Selon l'Eurocode 3 partie 1-2 [61] :	106
III.4.4. Calcul de la température critique des structures métalliques :	109
III.5. Conclusion :	110
Chapitre IV : Nouvelle approche pour le calcul des instabilités thermiques et thermomécaniques des éléments métalliques soumis au feu.	111
IV.1. Introduction :	112
IV.2. Formulation théorique :	112
IV.2.1. Cinématique :	114
IV.2.1.1. Champ de déplacements :	114
IV.2.1.2. Champ de déformations :	115
IV.2.2. Formule Variationnelle :	116
IV.3. Conclusion :	121
Chapitre V : Validation du présent modèle et discussion des résultats.	122
V.1. Introduction :	123
V.2. Validation et discussion :	123
V.2.1. Instabilité Thermique :	124
V.2.2. Instabilité thermo-mécanique :	127
V.3. Conclusion :	131
Conclusion générale :	133
Annexes :	135
Références Bibliographiques :	137

Notations :

- L, l : Longueur totale de la poutre ;
 t : Epaisseur de la section transversale de la poutre ;
 t_w : Epaisseur de l'âme de la poutre ;
 b : Largeur de la section transversale de la poutre ;
 h : Hauteur de la section transversale de la poutre ;
 h_c : Distance entre le centre de gravité et la semelle inférieure ;
 w_0 : Déformée initiale de la barre à mi-hauteur ;
 δ_1, δ_2 : Valeur expérimentale de l'imperfection locale maximale ;
 $V_{semelle}$: Valeur expérimentale de l'imperfection locale de la semelle d'une poutre en I ;
 d_1, d_2, d_3, d_4 : les mi- longueurs de la poutre en I ;
 V_m : Valeur expérimentale de l'imperfection locale à mi- longueur d'une poutre en I ;
 n : Nombre de segment qui compose la section ;
 b_k : Longueur du segment 'k' ;
 t_k : Epaisseur du segment 'k' ;
 s : Abscisse curviligne ;
 $r=h(s)$: Bras de levier de l'effort par rapport au centre de cisaillement ;
 S : Centre de cisaillement ;
 C : Centre de gravité (centroïde) ;
 Ω : Courbure (ligne) médiane ;
 e_y et e_z : Excentricité de la charge axiale par rapport au l'axe y et z respectivement ;
 y_s, z_s : Coordonnées de centre de cisaillement S par rapport au centre de gravité C ;
 y_d, z_d : Coordonnées du point D par rapport au centre de gravité ;
 l_k : Longueur de flambement ;
 l_D : Longueur de déversement (distance entre deux appuis latéraux) ;
 A : Aire de la surface limitée par la ligne centrale ;
 A_v : Surface totale des ouvertures ;
 A_t : Surface totale ;
 A_p : Surface concernée de la protection contre le feu par unité de longueur d'élément ;
 p : Périmètre de la section ;
 V : Volume de l'élément par unité de longueur ;
 v, w : Déplacements latéraux de la poutre sous l'effet de torsion ;
 u_0, v_0, w_0 : Amplitudes associées au déplacements ;
 u^i, v^i et w^i : Déplacements ou degré de liberté ;
 h_{eq} : Moyenne pondéré des hauteur des fenètre ;
 C_{eff} : Centre de gravité effectif ;

S_{eff} : Centre de cisaillement effectif ;
 z_a : Distance entre le centre de cisaillement S et le point d'application de la charge ;
 z_s : Distance entre le centre de gravité C et le centre de cisaillement S ;
 z_c^T : Distance entre le centre de gravité et le centre de gravité effectif ;
 z_s^T : Distance entre le centre de cisaillement et le centre de cisaillement effectif ;
 z_s^G : Distance entre le centre de gravité effectif et le centre de cisaillement effectif ;
 φ : Angle de rotation de la section ;
 θ : Angle de torsion (déformation angulaire par rapport à la longueur de la section) ;
 γ : Angle de glissement ;
 ε : Déformation longitudinale de la section d'acier ;
 γ_{xy} et γ_{xz} : Déformation de cisaillement ;
 E : Module d'élasticité longitudinale ;
 G : Module de cisaillement ou de glissement ;
 ν : Coefficient de poisson ;
 J : Moment d'inertie de torsion uniforme (Constante de torsion d'ordre supérieur) ;
 I_ω : Moment d'inertie sectoriel (de gauchissement) ;
 K : Rapports de rigidité de torsion $K = L \sqrt{\frac{GJ}{EI_\omega}}$;
 D : Rigidité en flexion de la plaque $D = Et^3/12(1-\nu^2)$;
 S : Moment statique de la section ;
 I_x, I_y, I_z : Moments quadratiques d'inerties de la section suivant les axes x, y et z respectivement ;
 $\omega = \psi$: Fonction de gauchissement (Coordonnées sectorielles) ;
 S_ω : Moment statique sectoriel ;
 $S_{\omega y}, S_{\omega z}$: Moments centrifuges sectoriels (moments linéaires sectoriels) ;
 $W_{pl,y}$: Module plastique de la section ;
 $W_{el,y}$: Module élastique de la section ;
 $W_{eff,y}$: Module élastique de la section efficace ;
 η_y : Rapport d'élancement ;
 N : Charge axiale dans la direction x ;
 N_{cr} et N_E : Charge critique d'Euler (de flambement élastique) ;
 N_{cry} et N_{crz} : Charge critique du flambement élastique par flexion selon l'axe y et z respectivement ;
 $N_{cr\theta}$: Charge critique du flambement élastique par torsion ;
 N^T : Force axiale sous l'effet thermique ;
 dF : Effort correspondant d'un moment de torsion non uniforme ;
 Q_{pl} : Chargement équivalent à la plastification totale de la section ;
 Q_D : Chargement équivalent au déversement de la section ;

T_y et T_z : Effort tranchant (de cisaillement) dans la direction y et z respectivement ;
 M_{el} et M_{pl} : Moment de flexion élastique et plastique respectivement ;
 M_y et $M_z = M'_z$: Moment fléchissant autour de l'axe y et z respectivement ;
 M_{sup} , M_{inf} : Moments de flexion des semelles supérieures et inférieures autour de l'axe x ;
 M_x : Moment de torsion extérieur ;
 T_{sv} : Moment de torsion uniforme de Saint-venant ;
 T_w : Moment de torsion non-uniforme de Vlasov (de gauchissement) ;
 M_t : Moment de torsion mixte (totale) ;
 M_0 : Moment de torsion à son extrémité libre ;
 M_y^m : Moment de flexion mécanique équilibrant la charge q ;
 M_y^T : Moment de flexion thermique ;
 β_Z^T , M_R^T : Couple de torsion généralisé (couple de Wagner) ;
 f : Flux de contrainte tangentielle de cisaillement dans une section ouvertes sous l'effet de torsion ;
 B_ω : Bimoment ;
 M_{crD} : Moment critique du déversement ;
 $M_{b,Rd}$: Moment résistant vis-à-vis au déversement ;
 $M_{y,Ed}$: Moment sollicitant dans le plan principal y-y ;
 f_u : Limite de rupture en traction de l'acier ;
 f_y : Limite d'élasticité garantie de l'acier ;
 f_{yb} : Limite d'élasticité de base de l'acier ;
 σ : Contrainte normale de traction de l'acier ;
 τ : Contrainte tangentielle de cisaillement ;
 $\sigma_{0,2}$: Contrainte normale de traction de l'acier correspond à la limite d'élasticité conventionnelle à 0.2% ;
 σ_{cr} : Contrainte critique de flambement élastique ;
 $\sigma_{crB} = \sigma_x$: Contrainte critique du voilement élastique ;
 σ_E : Contrainte critique de référence d'Euler de la plaque ;
 i : rayon de giration ;
 i_c : rayon de giration pour flambement par flexion ;
 λ : Paramètre de l'Elancement ;
 $\bar{\lambda}$: Elancement réduit ;
 λ_{LT} : Elancement réduit au déversement ;
 β : Caractéristique sectorielle de la section ;
 α_t, β_t : Coefficients dépendant de formes de section (Calcul de J et τ_{max}) ;
 α : Facteur de l'imperfection pour le calcul du flambement ;
 α_{exp} : Facteur de l'imperfection expérimentale pour le calcul du flambement ;
 χ_{LT} : Coefficient de réduction au déversement ;

α_{LT} : Facteur d'imperfection pour le calcul du déversement ;

β_w : Facteur dépendant de la classe de la section pour le calcul du déversement ;

$\bar{\sigma}$: Coordonnées non dimensionnelles des courbes européennes de flambement $\bar{\sigma} = \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}$;

ch, sh, th : Fonctions hyperboliques;

L : La ligne médiane de la section ;

$M(y, z)$: Point courant dans la section à étudier ;

ζ, η, ξ : Systèmes d'axes de la poutre à l'état de déformée (déversement) ;

C_1, C_2 et C_3 : Facteurs dépendant du type de chargement et des conditions d'appui ;

k_w, k_ϕ : Coefficients d'encastrement aux appuis ;

γ_{M1} : Coefficient partiel pour la résistance des barres aux instabilités ;

k : Coefficient du voilement de la plaque ;

Γ : Temps modifié en fonction du facteur d'ouverture ;

b : Absorptivité thermique ;

ρ : Densité ;

λ_p : Conductivité thermique du matériau;

O : Facteur d'ouverture ;

a : Diffusivité thermique ;

$\frac{A_m}{V}$: Facteur de masse (massivité thermique) des éléments en acier sans protection ;

$\frac{A_p}{V}$: Facteur de masse (massivité thermique) des éléments en acier avec protection ;

$k_{E, \theta}$: Facteur de réduction de la limite élastique en cas d'incendie ;

$k_{y, \theta}$: Facteur de réduction du module d'élasticité en cas d'incendie ;

α : Coefficient de dilatation thermique ;

μ_0 : Degré d'utilisation ;

Φ : Facteur de vue (Dans la majorité des cas, il est pris égal à 1) ;

ε_{res} : Coefficient d'émissivité résiduelle ;

U : Energie potentielle élastique ;

W : Travail des charges extérieurs ;

θ_g : Température ambiante (du gaz) présente dans l'espace défini ou près d'une paroi de séparation ;

$\Delta T, \Delta \theta_{a,t}$: Gradient du température des section en acier protégées ou non protégées pendant l'intervalle de temps Δt ;

T, θ_a : Température de l'acier ;

θ_r : Température de rayonnement ;

θ_g : Température des gaz ambiants ;

q : Charge uniformément répartie ;

t^* : Temps en heures ;

t : Temps en minutes ;

Δt : Intervalle de temps ;

α_c : Coefficient de transfert thermique par convection ;

k_{sh} : Coefficient d'ombre ;

Θ_d : Température de calcul ;

$\Theta_{cr,d}$: Température critique ;

$T_{fi, requ}$: Durée d'incendie requise ;

$E_{fi, d}$: Effet d'actions de calcul en situation d'incendie ;

$R_{fi, d,0}$: Résistance de calcul en situation d'incendie ;

h_{net} : Flux net de chaleur dépend du modèle du feu sélectionné et des propriétés thermiques des couches de protection ;

T_b, T_t : Températures des surfaces inférieures et supérieures de la poutre ;

T_f : Température de fusion du matériau ;

T_{ave} : Températures moyenne ;

$\delta\Gamma$: Variation de l'énergie de déformation ;

$\delta\Pi$: Variation des travaux des forces externes ;

Listes des figures :

Fig. 1. 1 : Phases principales du laminage à chaud [8].....	24
Fig. 1. 2 : Sections laminées à chaud [9].....	24
Fig. 1. 3 : Exemples de produits façonnés à froid [10], [8].	25
Fig. 1. 4 : Procédé de profilage à froid [11].	25
Fig. 1. 5 : Exemples des profilés tubulaires [8].	26
Fig. 1. 6 : Profilés reconstitués soudés (P.R.S) [12].	26
Fig. 1. 7 : Courbes de comportements des classes de section transversale [13, 14].	27
Fig. 1. 8 : Section transversale de Section à parois minces [6].	28
Fig. 1. 9 : Section droites typiques : a) - massives ; b) -fermées à parois minces ; c) -ouvertes à parois minces [15].	28
Fig. 1. 10 : Courbes typiques contrainte-déformation pour l'acier inoxydable et l'acier au carbone à l'état de recuit (pour une traction longitudinale) [17].	32
Fig. 1. 11 : Imperfection initiale en arc.	33
Fig. 1. 12 : les imperfections locales pour les profilés en C [21].	33
Fig. 1. 13 : Plate-forme de mesure des imperfections utilisée par Zhao, Tootkaboni et Schafer (2017) ; (a) scanner laser ; (b) platine rotative ; (c) système de mouvement linéaire ; (d) spécimen [26].	35
Fig. 1. 14 : (a)-Mesure des imperfections ; (b)- Calcul des imperfections sur semelles $v_{semelle}$ [28].	35
Fig. 1. 15 : Influence des contraintes résiduelles sur : (a)- l'équilibre d'une section comprimée ; (b)- l'évolution du comportement jusqu'à la ruine [33].	37
Fig. 1. 16 : Moment de torsion appliqué à des barres de section fermée ou ouverte [8].	39
Fig. 1. 17 : Photos de la "grille" avant (à gauche) et après (à droite) déformation [36].	39
Fig. 1. 18 : Torsion de Saint-Venant [9].	39
Fig. 1. 19 : Répartition des contraintes tangentielles dans une section rectangulaire [1, 15].	40
Fig. 1. 20 : Sections ouvertes à parois minces : calcul de J [15].	41
Fig. 1. 21 : Analogie de la membrane et contraintes τ d'une section fermée à parois minces [8].	42
Fig. 1. 22 : Influence de la forme de la section sur le comportement à la torsion [8].	44
Fig. 1. 23 : Chargement initial (Traction N) ;	Fig. 1. 24 : Chargement équivalent
Fig. 1. 25 : Chargement équivalent de N ;	Fig. 1. 26 : Flexion par rapport à l'axe y
Fig. 1. 27 : Flexion par rapport à l'axe z	46
Fig. 1. 28 : Fusion des trois sollicitations après l'isolation.	46
Fig. 1. 29 : Charge manquants ;	Fig. 1. 30 : le bimoment.
Fig. 1. 31 : Exemple de barre à section en double té soumise à un effort de torsion.	47
Fig. 1. 32 : Décomposition des déformations de la section et contraintes tangentielles induites [37].	48
Fig. 1. 33 : Déformations et contraintes résultant de la flexion des ailes [8].	48
Fig. 1. 34 : Caractéristiques géométriques des sections ouvertes à parois minces [1].	50
Fig. 1. 35 : Coordonnées sectorielles [6].	51
Fig. 1. 36 : Coordonnées sectorielles [41].	52
Fig. 1. 37 : Centre de torsion d'une section à paroi mince [43].	53
Fig. 2. 1 : Stabilité de forme d'une barre comprimée [8].	60
Fig. 2. 2 : Flambement plan d'une barre bi-articulée (bifurcation de l'équilibre) [8].	61
Fig. 2. 3 : Longueur de flambement l_k d'une barre comprimée pour différentes conditions d'appui [49].	62
Fig. 2. 4 : Allure des courbes de flambement selon les hypothèses effectuées [8].	63
Fig. 2. 5 : Différents types de flambement d'une barre comprimée [50].	63
Fig. 2. 6 : Flambement : a) - par flexion ; b) - par flexion-torsion [8, 51].	64
Fig. 2. 7 : Charges critiques de flambement pour une section ayant les centres de torsion et de gravité confondus [8].	65
Fig. 2. 8 : Flambement par divergence d'équilibre [8, 34].	66
Fig. 2. 9 : déplacement transversal causé par l'influence de la déformée initiale [38].	68
Fig. 2. 10 : influence des contraintes résiduelles sur la rigidité d'une section [8].	68

Fig. 2. 11 : Courbe de flambement européenne des barres en acier [39].	69
Fig. 2. 12 : Phénomène de déversement d'une poutre en console [56].	70
Fig. 2. 13 : Comportement d'un élément fléchi sous chargement [8].	71
Fig. 2. 14 : Déversement d'une poutre à section en double té bi-symétrique, sollicitée en flexion pure [8].	71
Fig. 2. 15 : Condition d'appui, charges et types de sections transversales [8].	73
Fig. 2. 16 : Coefficients d'encastrement d'appui pour différents types d'appuis [57].	75
Fig. 2. 17 : Coefficients d'encastrement d'appui pour : a) - Encastrement parfait de la poutre à la torsion, b) - Encastrement parfait de la poutre à la flexion et à la torsion [57].	75
Fig. 2. 18 : effet de positionnement de la charge [57, 58].	76
Fig. 2. 19 : Exemple de poutre continue comportent deux maintiens latéraux intermédiaires [57].	77
Fig. 2. 20 : Voilement d'une plaque parfaitement plane [8].	80
Fig. 2. 21 : Voilement d'une plaque rectangulaire sous l'effet de compression [34].	81
Fig. 2. 22 : Relations entre k et le rapport a/b d'une plaque [34].	83
Fig. 2. 23 : Plaque simplement comprimée dans une direction [8].	83
Fig. 2. 24 : Valeurs du coefficient de voilement k en fonction du type de sollicitation [8].	84
Fig. 3. 1 : Triangle du feu.	89
Fig. 3. 2 : Phases de développement d'un incendie [63].	90
Fig. 3. 3 : Courbe nominale du feu standard ISO834.	91
Fig. 3. 4 : Courbes de feux normalisées [65].	92
Fig. 3. 5 : Exemple du feu paramétrique [67].	93
Fig. 3. 6 : Exemple du feu naturel [64].	94
Fig. 3. 7 : la conductivité thermique de l'acier à des températures élevées [62].	96
Fig. 3. 8 : Chaleur spécifique de l'acier [61, 62].	97
Fig. 3. 9 : Chaleur spécifique volumétrique de l'acier à haute température [62].	98
Fig. 3. 10 : Facteur de massivité de l'acier [68].	98
Fig. 3. 11 : Module d'élasticité de l'acier à des températures élevées [62].	100
Fig. 3. 12 : Courbes de contrainte-déformation pour un acier doux (ASTM A36) à différentes températures [62].	101
Fig. 3. 13 : la résistance de certains aciers à haute température [62].	101
Fig. 3. 14 : Facteurs de réduction $k_{y, \theta}$, $k_{E, \theta}$ de l'acier sous l'effet du feu [70, 61].	101
Fig. 3. 15 : Expansion thermique des aciers ferrites [62].	103
Fig. 3. 16 : Courbe typique de fluage [72].	104
Fig. 3. 17 : Organigramme de l'analyse avec résistance au feu [68].	108
Fig. 3. 18 : Trois vérifications équivalentes de résistance au feu [76].	110
Fig. 4. 1 : Géométrie et chargement d'une poutre en I à section transversale mono-symétrique.	113
Fig. 4. 2 : a) Dimensions et coordonnées et b) distribution de la température pour une section I mono-symétrique.	114
Fig. 5. 1 : Sections IPE250 : a) bi-symétrique ; b) mono-symétrique ; c) mono-symétrique inversé ; Sections HEA200 : d) bi-symétrique ; e) mono-symétrique ; f) mono-symétrique inversé.	123
Fig. 5. 2 : Gradient de température critique en fonction de la température moyenne de l'IPE250 Encastrée-encastree.	124
Fig. 5. 3 : Gradient de température critique en fonction de la température moyenne de la section mono-symétrique et mono-symétrique inversée IPE250 encastrée-encastree avec $\eta\gamma = 40$.	126
Fig. 5. 4 : Gradient de température critique en fonction de la température moyenne de la section mono-symétrique et mono-symétrique inversée HEA200 simplement appuyées avec $\eta\gamma = 40$.	126
Fig. 5. 5 : Température de la semelle inférieure en fonction de la durée du feu selon [106].	127
Fig. 5. 6 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section bi-symétrique HEA200 simplement appuyées avec $\eta\gamma = 40$.	127

Fig. 5. 7 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section bi-symétrique IPE250 à double encastrement avec $\eta\gamma = 45$	129
Fig. 5. 8 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section mono-symétrique HEA200 simplement appuyées avec $\eta\gamma = 40$	129
Fig. 5. 9 : Charge critique en fonction de la température et de la durée de l'incendie d'une section mono-symétrique IPE250 à double encastrement avec $\eta\gamma = 45$	130
Fig. 5. 10 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section mono-symétrique inversée HEA200 simplement appuyées, avec $\eta\gamma = 40$	130
Fig. 5. 11 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section mono-symétrique inversée IPE250 à double encastrement avec $\eta\gamma = 45$	131

Listes des tableaux :

Tableau 1. 1 : Méthode de calcul en fonction de la classe de section transversale [14].....	27
Tableau 1. 2 : Nuances d'acier pour les aciers des structures laminés à chaud [2].	29
Tableau 1. 3 : Nuances d'acier pour les tôles formés à froid [3].....	29
Tableau 1. 4 : Nuances des aciers inoxydables [4].....	31
Tableau 1. 5 : Courbe de flambement [18].....	33
Tableau 1. 6 : Valeurs des facteurs d'imperfection [29].	36
Tableau 1. 7 : Valeurs de τ_{\max} et J pour une section rectangulaire [37].....	40
Tableau 1. 8 : Coefficients α et β [8].....	41
Tableau 1. 9 : Caractéristiques de torsion des sections à parois minces [40].....	55
Tableau 2. 1 : Valeurs des facteurs C1, C2 et C3 pour $k\phi=1$ [8].	76
Tableau 2. 2 : Résistance au déversement - Méthodologie [59].....	78
Tableau 2. 3 : Valeurs des coefficients d'imperfections [2].....	79
Tableau 2. 4 : Choix des courbes pour le calcul de déversement [2].	79
Tableau 3. 1 : Valeurs température – temps pour la courbe ISO834 [63, 62].	91
Tableau 3. 2 : Facteurs de réduction pour les relations contrainte-déformation de l'acier au carbone aux températures élevées [61].....	102
Tableau 3. 3 : Classement Euroclasses selon NF EN 13501-1 [74].	105
Tableau 5. 1 : Données de maillage pour l'analyse FEM.....	125
Tableau 5. 2 : Gradient de température critique et température moyenne des sections bi-symétriques IPE250 et HEA200 encastrée-encastrée avec $\eta\gamma = 50$	125

Introduction Générale :

Introduction générale :

1- Généralités :

A travers l'histoire, le feu n'a pas cessé de dévaster des structures voir des villes entières. Le grand incendie de Rome qui a eu lieu au 1^{er} siècle AP. JC nous a servi de témoin sur la grandeur de ce phénomène à travers toutes les époques.

Bien que les anciennes constructions (avant la révolution industrielle) étaient réalisées en grande partie avec des matériaux combustibles, les constructions métalliques modernes ont aussi prouvé leur vulnérabilité envers le feu. Récemment, les études de la catastrophe du 11 septembre 2001 ont révélé que la percussio du World Trade Center (WTC) par les avions et même les explosions des appareils à l'intérieur des immeubles n'étaient pas la cause ultime de l'effondrement mais les pertes de résistance et de stabilité causées par l'incendie post-percussio qui ont été fatales pour les structures.

Il est bien connu dans le jargon des structures soumises aux incendies que le problème de la stabilité des structures sous l'effet du feu n'est qu'un élément essentiel d'un problème beaucoup plus vaste et plus complexe, en l'occurrence le problème de la sécurité des structures contre les dommages qui peuvent être causés par le feu. Cette sécurité est assurée par une protection active (gicleurs, extincteurs, etc.) et par une protection passive contre l'incendie (conception structurelle anti-incendie) ; la protection active n'est pas abordée ici, puisque notre intérêt se concentre sur la protection passive.

Le monde assiste à des évolutions rapides et modernes de découvertes et progrès techniques dans la fabrication et l'utilisation des structures en acier. Ce type de structures est très utile dans les grands projets de génie civil, aéronautique, automobile, maritime...etc. Les structures métalliques sont généralement des structures à parois minces. Ainsi, l'innovation technologique nous permet de fabriquer des éléments de plus en plus minces et résistants. Ce qui conduit à des structures très légères. Cette réduction de poids a pour conséquence la réduction des moyens de transport et des moyens de levage nécessaires pour la réalisation sur chantier.

Rappelons qu'une poutre à parois minces est une poutre dont l'épaisseur des parois est essentiellement plus petite que les autres dimensions de la section transversale ($\leq 0.1 \times$ la largeur de la paroi). Dans la mesure où les sections transversales peuvent être considérées comme indéformables, les modèles classiques de calcul des contraintes et déformations établis pour les poutres à section pleine peuvent être employés. Néanmoins, du fait de leurs rapports géométriques particuliers, le principe de Saint-Venant ne leur est pas toujours applicable et, sous certains modes de sollicitation comme la torsion, les sections droites sont le siège de contraintes dont la répartition est tributaire de leur gauchissement.

Cependant, l'emploi massif des éléments minces rend les structures très sensibles aux instabilités de forme. Ces instabilités peuvent être globales ou locales. Lorsqu'un élément est affecté par une instabilité sur toute sa longueur, on dit qu'elle est globale. C'est le cas du flambement des poteaux (instabilité par effort normal) ou du déversement des poutres (instabilité par flexion). Lorsqu'il s'agit d'une petite partie d'un élément (zone restreinte d'un élément), l'instabilité est dite locale. Le voilement est le terme qui désigne ce phénomène. C'est le cas d'une partie de la semelle comprimée d'une poutre qui se voile.

L'étude des instabilités consiste à trouver les charges maximales qu'une structure peut supporter sans perte d'équilibre. On parle alors de charges critiques. Généralement, les instabilités globales peuvent être traitées par la théorie des poutres. Pour le calcul des charges critiques correspondant aux instabilités locales, la théorie des plaques ou coques doit être appliquée.

En plus de l'instabilité de la forme des poutres à parois mince, le feu est également l'une des principales causes de perte de résistance et de stabilité des structures. Ce travail est particulièrement dédié l'étude et la modélisation des incendies, ainsi qu'aux effets thermiques sur les propriétés mécaniques, les déformations et les instabilités des poutres métalliques exposés au feu, tout en considérant une protection partielle contre les incendies.

2- Objectif de l'étude :

La littérature disponible traitant l'état de l'art du comportement des poutres avec des effets indirectes soumises simultanément à des charges mécaniques transversales et un gradient thermique, révèlent qu'en dépit des approches analytiques simplifiées développées par quelques auteurs, la grande majorité des résultats liés à ce sujet ont été obtenus soit expérimentalement soit numériquement à l'aide de logiciels appropriés (Ansys et Abaqus). D'autant plus que l'effet du gradient thermique sur la position du centre de cisaillement a été négligé par la quasi-totalité de ces auteurs.

L'objectif du présent travail est de combler ces vides théoriques, en proposant une méthode exacte pour le calcul des charges critiques du déversement des poutres métalliques à section bi- et mono-symétriques avec des conditions aux limites bi-encastées et simplement appuyées. La position du centre de cisaillement et le moment fléchissant induits par le gradient thermique ainsi que la force axiale induite par la température moyenne sont pris en considération dans ce travail. A l'issue du développement du présent modèle, dans une première étape, nous entamerons une étude comparative entre les températures critiques du présent modèle et ceux de la littérature disponible. Cependant, en raison de l'indisponibilité des résultats pour la validation de la deuxième partie de notre modèle, nous effectuerons des simulations FEM via le logiciel Abaqus pour une comparaison complémentaire des charges mécaniques critiques.

3- Organisation de la thèse :

Ce travail s'inscrit dans la problématique des instabilités des poutres soumises aux incendies. De ce fait, la présente thèse est subdivisée en cinq chapitres structurés de la façon suivante :

Dans le chapitre I, Nous présentons une explication détaillée sur les différents types de fabrication des profilés métalliques en les classifiant en trois catégories (laminé à chaud, formés à froid et profilé en P.R.S). Une recherche bibliographique sur la sensibilité des poutres aux imperfections géométriques locales et globales est également évoquée dans cette partie. Par conséquent, nous passons en revue les concepts fondamentaux de la torsion uniforme des poutres (Torsion de Saint-venant) ainsi que la théorie fondamentale de la torsion non uniforme des poutres tridimensionnelles dite aussi la théorie de Vlassov. Les différentes sections transversales à parois minces et leur impact sur le comportement des poutres soumises à des efforts de flexion et de torsion sont aussi abordés dans ce chapitre.

Le deuxième chapitre est consacré à la littérature dédiée aux phénomènes d'instabilité tels que le flambement, le déversement et le voilement des éléments à parois minces. Un intérêt particulier est porté à l'aspect réglementaire des phénomènes d'instabilité conformément aux normes européennes (Eurocode 3).

Nous traitons ensuite dans le chapitre 3 l'effet du feu sur les structures métalliques en commençant par les caractéristiques du déroulement et du développement d'un incendie ainsi qu'aux notions essentielles de la résistance au feu. Les normes Américaine (ASCE) et Européenne (Eurocode 3 partie 1-2) régissant l'effet de la température sur les éléments métalliques tels que les propriétés thermiques et mécaniques sont également présentées dans ce chapitre.

Le chapitre 4, est réservé au développement du présent modèle pour lequel nous avons raffiné la théorie non-linéaire des poutres à parois minces en ajoutant un axe neutre effectif et un centre de cisaillement effectif (engendrés par un gradient thermique). Basée sur une formulation variationnelle et la méthode de Galérkin, la solution de l'équation différentielle à coefficients variables est obtenue numériquement via la méthode des séries de puissance (PSM). La technique proposée dans ce chapitre est une méthode numérique exacte valable pour les poutres à section bi- et mono-symétrique soumises à des charges thermomécaniques et des conditions aux limites engendrant l'effet thermique indirect.

Enfin, le cinquième (dernier) chapitre est consacré à la validation des résultats obtenus par le modèle proposé dans le chapitre précédent. Des exemples de poutres métalliques à sections bi- et mono-symétriques et aux extrémités encastree-encastree et simplement appuyées (appuis double) ont été traités et comparés aux résultats de la littérature disponible et à ceux des simulations par éléments finis en utilisant le logiciel Abaqus. Dans ces exemples nous avons mis en exergue l'effet du feu et notamment celui du gradient thermique sur l'instabilité des poutres.

Chapitre I :

Caractéristiques des éléments à parois minces

I.1. Introduction :

La construction métallique légère s'est taillée une place de toute première importance au cours des dernières décennies parce que ses caractéristiques (fabrications en séries, possibilités de standardisation, légèreté) correspondent aux impératifs de la construction métallique et mixte (génie civil et travaux publics). Cette large réputation est due à l'utilisation au maximum des avantages des éléments de construction présentant des parois minces. Ces éléments de construction dont les parois doivent le plus souvent être affectés du qualificatif "mince" se divisent en trois catégories (i.e., profilés laminés à chaud, profilés formés à froid et profilés reconstitués soudés) [1].

Selon la valeur du rapport de l'épaisseur sur la largeur de la paroi, les profilés métalliques, qu'ils soient laminés ou soudés, sont catégorisées en deux catégories principales (i.e., sections massives, section à parois minces ouvertes et/ou fermées). Les différentes classes de sections dépendent globalement de deux critères (i.e., la résistance et la stabilité) définis par l'élanement des parois, la distribution des contraintes de compression, la nuance d'acier et la capacité de rotation. La fabrication des profilés laminés à chaud, formés à froid ou reconstitués soudés se fait généralement en acier en carbone ou en acier inoxydable, qui se caractérisent par leurs propriétés mécaniques (limite d'élasticité nominales et résistance à la traction) données par les tableaux de l'Eurocode 3 (EC3) partie 1-1 [2], la partie 1-3 pour les profilées à parois minces formés à froid [3] et la partie 1-4 pour les aciers inoxydables [4].

Les profilés de sections à parois minces sont affectés par des imperfections géométriques locale et globale et par les contraintes résiduelles qui peuvent affaiblir sérieusement leur capacité de charge, de ce fait, on verra plus tard quelques études scientifiques qui traitent ces imperfections.

Le comportement des poutres à parois minces et notamment la torsion élastique a été élaborée par plusieurs études basées sur la théorie principale développée par Navier et Saint Venant (e.g., Timoshenko [5], Vlasov [6] ainsi qu'à des études auxiliaires telles que Wagner [7] et d'autres). La théorie de la torsion comporte deux parties : la torsion uniforme de Saint Venant et la torsion non uniforme de Vlasov. La réponse en torsion de l'élément, dépend des conditions aux limites et de la forme de la section transversale. La torsion de Saint Venant est principalement utilisée pour les sections pleines, tandis que la torsion de Vlasov est dédiée aux poutres à parois minces dont les sections sont ouvertes. La différence entre ces deux théories réside dans le fait que le gauchissement dû à la torsion ne peut pas être négligé dans le cas des poutres à parois minces contrairement aux poutres à section pleine.

I.2. Catégories des Profilés :

I.2.1. Profilés laminés à chaud :

L'acier, qui est une variante du fer alliée au carbone, a souvent d'autres éléments ajoutés pour le préparer à la transformation et à l'utilisation industrielle tels que le phosphore, le soufre, le silicium, la magnésie, le nickel, le chrome, etc. C'est le domaine thermique activé dans lequel on distingue le laminage à chaud et à froid. L'acier laminé à chaud est confectionné par le déroulement suivant :

Une fois les phases terminées (l'affinage, la fusion et le coulage du métal en fusion dans les lingotières), l'acier passe par la phase de laminage qui est un procédé de mise en forme par déformation plastique dans lequel se met le métal à écraser (préalablement réchauffé) entre deux

cylindres contrarotatifs (tournant en sens inverse l'un de l'autre). L'entraînement du produit s'accompagne d'une déformation imposée par l'espace laissé libre entre les cylindres. Une première phase de dégrossissage est effectuée dans un laminoir spécial appelé *bloom* (pour les produits longs de section carré ou rectangulaire) ou *slabbing* (pour les produits plats), de tels sorte que le produit soit présenté en section carrée (*bloom*) ou bien rectangulaire (*brame*) (Fig. 1.1). Afin d'avoir une bonne finition, on utilise le matériel adéquat selon la forme des produits finis, des cylindres cannelés pour les profilés et des cylindres lisses pour les tôles.

Il existe un autre procédé de traitement de l'acier, c'est la coulée continue. Dans ce procédé l'acier n'est pas coulé dans plusieurs lingotières, mais il est coulé dans un moule sans fond en cuivre refroidi à l'eau. Il se solidifie pendant son passage et ressort de façon continue sous forme de barre carrée ou rectangulaire selon la section du moule. Le boudin d'acier sortant de la machine de coulée continue est sectionné à la longueur voulue par un chalumeau. Ce procédé présente l'avantage de supprimer l'étape des lingots pour lesquels un réchauffement intermédiaire est nécessaire, et également, de diminuer la durée de fabrication des profilés. On cite par exemple les profilés en double *Té* à ailes étroites (*IPE, IPN*) dont le moment d'inertie I_z est petit par rapport à I_y , les profilés en double *Té* à ailes larges (*HEA, HEB, HEM* et *HDD*) dont I_z est supérieur à I_y , les profilés en *U* (*UNP* et *UAP*), les fers marchands (Cornière à ailes égales et cornières à ailes inégales *LNP*), fers *Té* à âme haute (*TPH*), fers à semelle large (*TPB*), profilés en *Z* (*ZNP*), fers plats (*FLA*), fers ronds (*RND*) et fers carrés (*VKT*), les produits plats tel que les larges-plats (*FLB*), les tôles (*BLE*) et les tubes (Fig. 1.2). Les dimensions standards de ces profilés sont données sous forme de catalogues par les constructeurs.

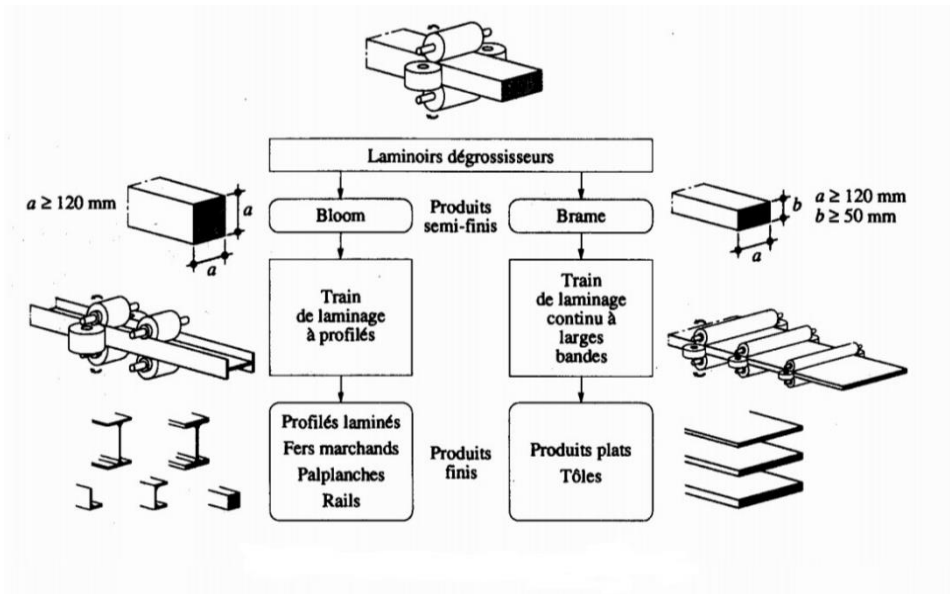


Fig. 1. 1 : Phases principales du laminage à chaud [8].

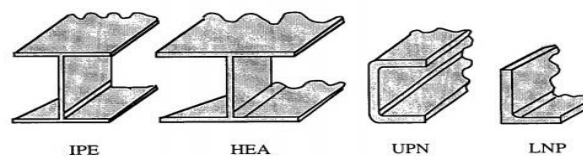


Fig. 1. 2 : Sections laminées à chaud [9].

I.2.2. Profilés formés (façonnés) à froid :

Contrairement à l'acier laminé à chaud (produit à haute température), l'acier laminé à froid est produit à température ambiante. Le laminage à froid n'est nécessaire généralement que pour obtenir des tolérances serrées et un bon état de surface. D'un point de vue pratique, la différence entre le procédé à chaud et le procédé à froid tient donc surtout à la différence des géométries des produits qu'ils traitent. En l'occurrence, plus épais pour les laminages à chaud et plus minces pour les laminages à froid, ces derniers sont caractérisés par une microstructure particulière et une meilleure qualité de surface (les dimensions exactes) et leur forme parfois assez élaborée et par leur faible épaisseur ; ce sont surtout des tôles minces et plus rarement des profilés (**Fig. 1.3**). Il est principalement un acier laminé à chaud qui a subi d'autres traitements. Une fois que l'acier laminé à chaud est refroidi, ensuite relaminé à température ambiante pour atteindre une géométrie souhaitée aux futurs traitements ou recuits de l'acier, en passant l'acier à travers un certain nombre de rouleaux laminaires réversibles après refroidissement du métal de la production initiale. L'acier est réduit en épaisseur en traversant une série de galets ou à l'aide des presses (**Fig. 1.4**). Le laminage s'effectue sous film d'huile minérale afin de faciliter l'écoulement du métal, élimine la chaleur produite par le laminage et lubrifie les équipements internes de la cage de laminage.

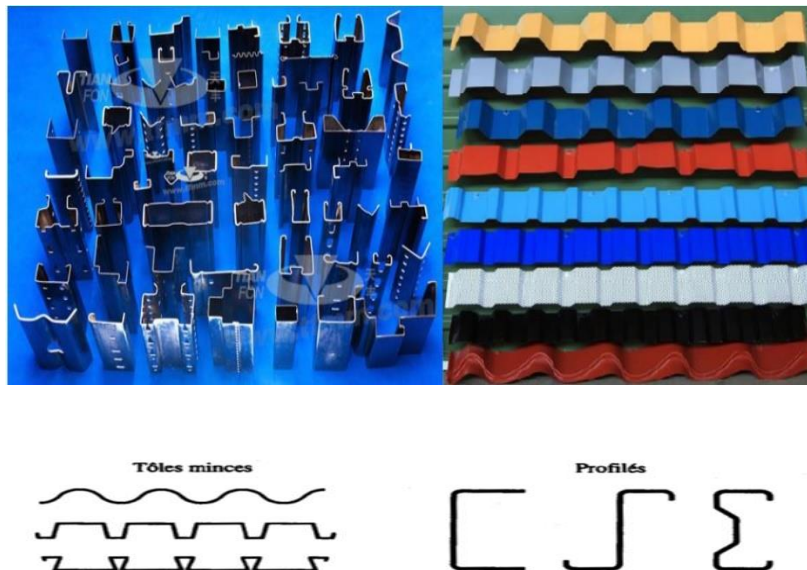


Fig. 1. 3 : Exemples de produits façonnés à froid [10], [8].



Fig. 1. 4 : Procédé de profilage à froid [11].

On cite par exemple les profilés tubulaires ouverts de sections carrés, rectangulaires et ronds, les tôles laminées à froid (*XC*), les cornières égales ou inégales (*LPAF*) (**Fig. 1.5**), ...etc. Les profilés tubulaires sont plus chers que les profilés usuels mais présentent l'avantage, par rapport au flambement, d'avoir une inertie identique selon les deux axes. De plus, ils sont souvent préférés pour des raisons esthétiques [8].



Fig. 1.5 : Exemples des profilés tubulaires [8].

I.2.3. Profilés reconstitués soudés :

Les Profilés Reconstitués Soudés (*P.R.S*) sont utilisés dans les plus grandes constructions à travers le monde, telles que les aéroports, les parkings, les stades ..etc. Grâce à ces profils en acier, nous pouvons réaliser tout type de projet de bâtiment avec de grandes dimensions et grandes hauteurs. Souvent, les poutres principales d'un pont, sont des *P.R.S* à inertie variable. Elles permettent pour les moyennes portées d'alléger les sections en les ajustant strictement aux sollicitations de tels sorte qu'on réduit les sections d'âme dans les zones de faible effort tranchant. Elles réduisent aussi les épaisseurs des semelles dans les zones de moments de flexion réduits. Une autre caractéristique importante des *P.R.S* est l'utilisation des plaques minces pour la fabrication métallique. Par exemple, les profilés en *I* reconstitués à partir de plaques prédécoupées aux dimensions voulues (Un rapport hauteur/épaisseur pour l'âme égal à 200 n'est pas difficile à atteindre) (**Fig. 1.6**). Ils se caractérisent le plus souvent par une section de grande hauteur (élancement), et ainsi, ils ont pour but d'atteindre des modules de flexion très élevés, nettement supérieure à ceux des profilés laminés à chaud, Ces profilés minces, de sections diverses (*Z*, *U*, ...), sont plus légers, et donc plus économiques. Mais, ce gain de poids est obtenu au détriment de l'inertie. La faible rigidité de la torsion est ainsi à l'origine de nombreux incidents et notamment les phénomènes d'instabilités.



Fig. 1.6 : Profilés reconstitués soudés (*P.R.S*) [12].

I.3. Formes de sections et proportion géométriques :

I.3.1. Classification des sections transversales :

L'EC3 1-1 [2] et CCM97 [13] ont introduit la notion de classe de sections. Cette notion innovante, définit quatre classes de section, de la plus performante (classe 1) à la plus faible (classe 4). La classe de section est déterminée par un certain nombre de critères, notamment l'élanement des parois, la distribution des contraintes de compression, la nuance d'acier, la capacité de rotation ..etc.

On définit :

- **Sections transversales de classe 1** : les sections pouvant atteindre leur résistance plastique, sans risque de voilement local, et possèdent une capacité de rotation importante pour former une rotule plastique.
- **Sections transversales de classe 2** : les sections pouvant atteindre leur résistance plastique, sans risque de voilement local, mais avec une capacité de rotation limitée.
- **Sections transversales de classe 3** : les sections pouvant atteindre leur résistance élastique en fibre extrême, mais non leur résistance plastique, du fait des risques de voilement local.
- **Sections transversales de classe 4** : les sections ne pouvant pas atteindre leur résistance élastique, du fait des risques de voilement local. Leur résistance est calculée par des méthodes appropriées en introduisant la notion de largeur effective [2, 13].

Le fait de déterminer la classe d'une section permet d'avoir des renseignements sur son comportement et sa résistance et donc permet de choisir la méthode de calcul adaptée (Tableau 1.1). La **Fig. 1.7** représente cette classification à partir de la relation moment-rotation des sections fléchies par rapports aux valeurs des moments plastiques M_{pl} et élastiques M_{el} . Les diagrammes de contraintes associés sont indiqués pour chacune des quatre classes. A noter que les différents parois d'une section transversale (âme ou semelle) peuvent être de classes différentes. La classe de la section sera dans ce cas, la plus défavorable (la moins performante) [14].

Tableau 1. 1 : Méthode de calcul en fonction de la classe de section transversale [14].

Classe	Méthode de calcul
1	Plastique (autorisant la formation d'une rotule plastique)
2	Plastique (pas de rotule)
3	Elastique sur section complète
4	Elastique sur section effective

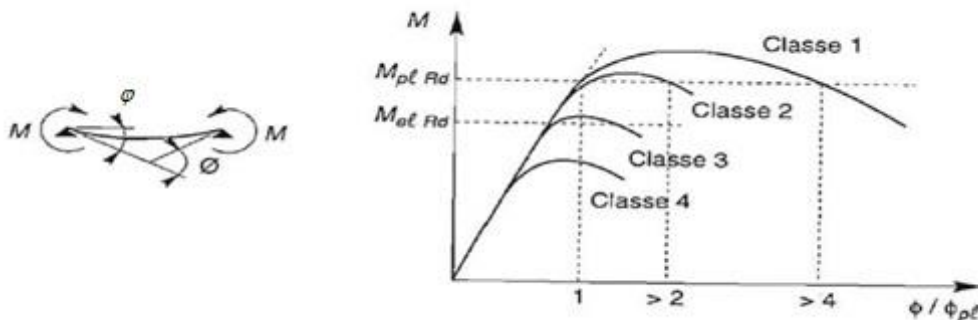


Fig. 1. 7 : Courbes de comportements des classes de section transversale [13, 14].

I.3.2. Types et formes des sections droites :

Les sections peuvent être classées géométriquement en deux catégories principales : les sections massives et les sections à parois minces, ces dernières se subdivisent en sections fermées et sections ouvertes.

La section est massive si ses diverses dimensions sont du même ordre de grandeur (**Fig. 1.9-a**).

Une pièce est dite à parois minces si elle est composée d'éléments (parois) dont l'une des dimensions (l'épaisseur) est faible vis-à-vis des deux autres. Soit l'épaisseur t des parois, la largeur b de la section et la longueur L d'une pièce (**Fig. 1.8**). La section est considérée à parois minces si les proportions suivantes sont satisfaites :

$$\frac{t}{b} \leq 0,1 \quad ; \quad \frac{b}{L} \leq 0,1 \quad (1.1)$$

Selon Vlasov [6], nous pouvons classer les structures données comme de longues coques cylindriques. Cette appellation de coques vient malgré la forme et les dimensions géométriques de la section transversale. La section de ce genre de pièces peut être fermée (tubulaire ou en caisson voir **Fig. 1.9-b**) ou bien ouvertes (voir **Fig. 1.9-c**). Si l'épaisseur est constante, ces sections peuvent être caractérisées par la ligne moyenne de leurs parois.

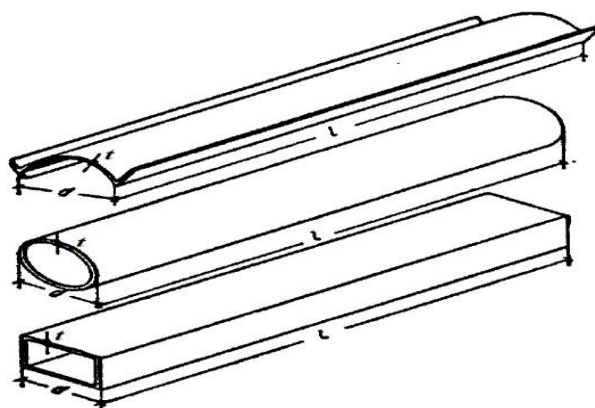


Fig. 1.8 : Section transversale de Section à parois minces [6].

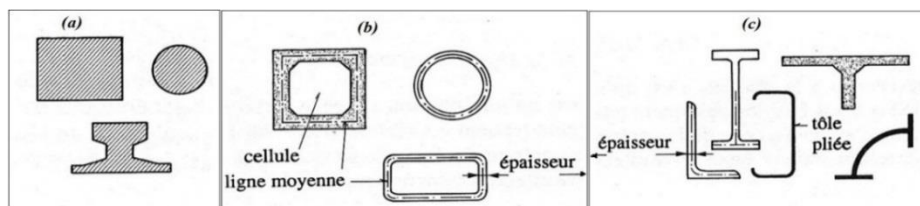


Fig. 1.9 : Section droites typiques : a) - massives ; b) -fermées à parois minces ; c) -ouvertes à parois minces [15].

I.3.3. Proportions géométriques :

Selon Vlasov [6], le profil considéré peut-être classé comme barre à parois minces quel que soit la forme de sa section. Cependant, il faut ajouter des limites supérieures pour les rapports largeur-épaisseur des parois minces afin d'empêcher des déformations exagérées de celles-ci. Ces limites supérieures sont toujours liées aux profils formés à froid. Elles sont données dans les divers codes et supposées représenter le champ pour lequel les expériences et les vérifications par tests sont suffisantes. Les règles de l'EC3 1-3 [3] ne sont valables que si les limites suivantes sont respectées [16] :

$$\frac{h}{b} < 500; \quad \frac{b}{t} < 60; \quad \frac{c}{t} < 50 \quad (1.2)$$

Où h : est la hauteur, b : est la largeur de la section et c : est la largeur du raidisseur.

I.3.4. Nuances d'acier :

L'acier au carbone, l'acier inoxydable et l'aluminium allié peuvent tous être utilisés pour fabriquer des profils à paroi mince soit laminés à chaud ou formés à froid. Ces principaux aciers de construction sont différenciés par plusieurs caractéristiques mécaniques et notamment la nuance d'acier. Celle-ci est établie sur la base de la limite d'élasticité garantie f_y et la limite de rupture en traction f_u . Un acier ayant une valeur nominale de limite d'élasticité $f_y=235$ N/mm² est appelé Fe E 235 (Fe pour Fer, E pour limite d'élasticité). Selon l'EC3 [2-4], les tableaux ci-dessous explicitent les nuances d'acier au carbone pour les profilés laminés à chaud, formés à froid et des aciers inoxydables.

Tableau 1. 2 : Nuances d'acier pour les aciers des structures laminés à chaud [2].

Norme et nuance d'acier	Épaisseur t mm ^{*)}			
	t ≤ 40 mm		40 mm < t ≤ 80 mm	
	f _y [N/mm ²]	f _u [N/mm ²]	f _y [N/mm ²]	f _u [N/mm ²]
EN 10025-2				
S 235	235	360	215	340
S 275	275	430	255	410
S 355	355	510	335	490
S 450	440	550	410	550
EN 10025-3				
S 275 N/NL	275	390	255	370
S 355 N/NL	355	490	335	470
S 420 N/NL	420	540	390	520
S 460 N/NL	460	570	430	550
EN 10025-4				
S 275 M/ML	275	380	255 ¹⁾	360 ¹⁾
S 355 M/ML	355	470	335 ¹⁾	450 ¹⁾
S 420 M/ML	420	520	390 ¹⁾	500 ¹⁾
S 460 M/ML	460	550	430 ¹⁾	530 ¹⁾
EN 10025-5				
S 235 W	235	360	215	340
S 355 W	355	510	335	490
EN 10025-6				
S 460 Q/QL/QL1	460	570	440	550
¹⁾ Pour les produits plats: 40 mm < t ≤ 63 mm uniquement;				
^{*)} t est l'épaisseur nominale de l'élément				

Les aciers utilisés dans la production de profilés et de tôles formés à froid doivent être ductiles. Le code européen EC3 1-3 [3] spécifie les nuances d'acier appropriées. Le tableau 1.3 présente certaines des nuances d'acier disponibles. Lors du laminage ou du façonnage à froid des profilés, le processus de formage mécanique crée des déformations plastiques en dépassant la limite d'élasticité de l'acier. L'écrouissage augmente la limite d'élasticité de l'acier pendant ce processus de fabrication.

Tableau 1. 3 : Nuances d'acier pour les tôles formés à froid [3].

Types d'acier (qualité structurale)	Norme	Nuance	f_{yb} (N/mm ²)	f_u (N/mm ²)
Tôles laminées à chaud à partir d'aciers non alliés	EN 10025: Part 2	S 235	235	360
		S 275	275	430
		S 355	355	510
Tôles laminées à chaud à partir d'aciers à haute résistance	EN 10025: Part 3	S 275 N	275	370
		S 355 N	355	470
		S 420 N	420	520
		S 460 N	460	550
		S 275 NL	275	370
		S 355 NL	355	470
		S 460 NL	460	550
Tôles relaminées à froid	ISO 4997	CR 220	220	300
		CR 250	250	330
		CR 320	320	400
Tôles galvanisées à chaud	EN 10147	S 220 GD+Z	220	300
		S 250 GD+Z	250	330
		S 280 GD+Z	280	360
		S 320 GD+Z	320	390
		S 350 GD+Z	350	420

Les nuances d'acier inoxydable décrites dans le tableau 1.4 figurent dans l'EC3 1-4 [4]. En raison de l'absence d'un plateau de plasticité comme dans les aciers au carbone, la limite d'élasticité f_y est généralement définie comme la contrainte nominale équivalente à 0,2 % de déformation plastique irréversible.

Tableau 1. 4 : Nuances des aciers inoxydables [4].

Type d'acier inoxydable	Nuance	Forme de produit							
		Bande relaminée à froid		Bande laminée à chaud		Plaque laminée à chaud		Barres et sections	
		t ≤ 6 mm		t ≤ 12 mm		t ≤ 75 mm		t ≤ 250 mm	
		f _y	f _u	f _y	f _u	f _y	f _u	f _y	f _u
		N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²
Aciers ferriques	1.4003	280	450	280	450	250 ²⁾	450 ²⁾	260 ³⁾	450 ³⁾
	1.4016	260	450	240	450	240 ²⁾	430 ²⁾	240 ³⁾	400 ³⁾
	1.4512	210	380	210	380	-	-	-	-
Aciers austéniques	1.4306							180	460
	1.4307	220	520	200	520	200	500	175	450
	1.4541							190	500
	1.4301	230	540	210	520	210	520		
	1.4401							200	500
	1.4404	240	530	220	530	220	520	230	530
	1.4539								
	1.4571		540		540			200	500
	1.4432	240	550	220	550	220	520		
	1.4435								
	1.4311	290	550	270	550	270	550	270	550
	1.4406	300	580	280	580	280	580	280	580
	1.4439	290		270		270			
	1.4529	300	650	300	650	300	650		
	1.4547	320	650	300	650	300	650	300	650
1.4318	350	650	330	650	330	630	-	-	
Aciers austéniques - ferriques	1.4362	420	600	400	600	400	630	400 ¹⁾	600 ¹⁾
	1.4462	480	660	460	660	460	640	450	650

¹⁾ t ≤ 160 mm; ²⁾ t ≤ 25 mm; ³⁾ t ≤ 100 mm;

Le comportement contrainte-déformation des aciers inoxydables diffère de celui des aciers au carbone par un certain nombre d'aspects. La différence la plus importante réside dans la forme de la courbe contrainte-déformation. Alors que l'acier au carbone montre typiquement un comportement élastique linéaire jusqu'à la contrainte d'écoulement et un plateau avant que l'écrouissage apparaisse, l'acier inoxydable possède un comportement plus curviligne sans contrainte d'écoulement bien définie. La **Fig. 1.10** montre des courbes contrainte-déformation expérimentales typiques, Ces courbes sont représentatives de la gamme de matériaux pouvant être fournis et il convient de ne pas les utiliser dans le calcul.

Les aciers inoxydables peuvent absorber un choc considérable sans rupture grâce à leur excellente ductilité (surtout les nuances austénitiques) et à leurs caractéristiques d'écrouissage [17].

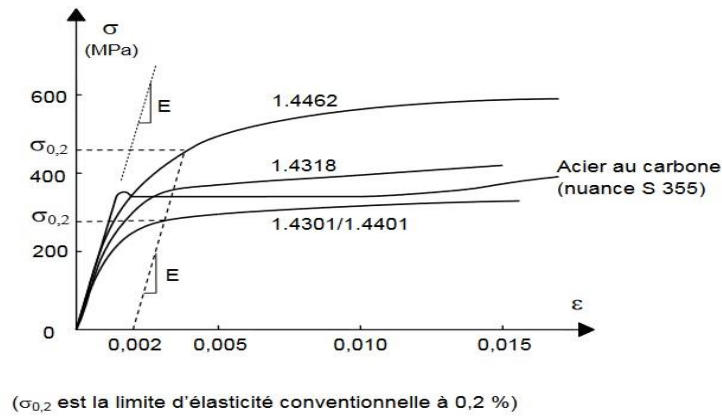


Fig. 1. 10 : Courbes typiques contrainte-déformation pour l'acier inoxydable et l'acier au carbone à l'état de recuit (pour une traction longitudinale) [17].

I.3.5. Imperfections géométriques et les Contraintes résiduelles :

La réalisation d'une structure, en respectant les règles de l'art, entraîne nécessairement l'apparition d'imperfections initiales. Le premier obstacle qui doit être pris en compte de façon appropriée dans l'analyse d'une structure et de ses éléments, c'est le manque de connaissance de l'état initial du profil et de la non-unification dans la détermination des grandeurs et des distributions pour modéliser les imperfections initiales. L'état initial d'un profil à parois minces peut être caractérisé par les imperfections géométriques locale et globale (i.e., flèches, vrillages initiaux, défauts de verticalité, de rectitude, de planéité, d'ajustage et d'excentricités mineurs dans les assemblages) et les contraintes résiduelles qui sont dues à la mise en forme de la section par flexion plastique. Il y'a lieu de prendre en compte :

- Les imperfections globales : pour les ossatures, correspondant aux effets ($P-\Delta$) et affectant l'instabilité globale de la structure ;
- Les imperfections locales : pour les barres, correspondant aux effets ($P-\delta$) et affectant l'instabilité locale des éléments poutres et colonnes ;
- Les imperfections pour les systèmes de contreventements [18].

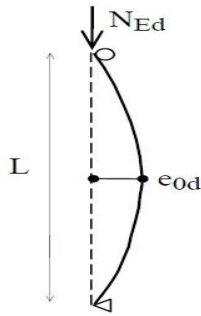
I.3.5.1. Imperfections géométriques :

Les imperfections géométriques sont la déviation du profil par rapport à la géométrie parfaite c'est à-dire, elles incluent tous les écarts dans la forme de l'élément de structure par rapport à la configuration géométrique idéalement supposée. Elles comprennent le défaut de rectitude le long du profil, le défaut de planéité des parois et le vrillage d'une section à l'autre [19].

I.3.5.1.1. Imperfections locales :

L'imperfection locale d'élément à utiliser pour prendre en compte les défauts géométriques et structuraux des barres réelles, est représentée par une cambrure comme indiquée dans la **Fig. 1.11** ci-dessous. On peut observer que son effet est identique à celui provoqué par la flèche réelle de l'élément lui-même, résultant de la charge axiale et de la flexion, c'est-à-dire que l'élément est soumis à un effet ($P-\delta$) [18].

Tableau 1.5 : Courbe de flambement [18].



Courbe de flambement selon Tableau 6.1	Analyse élastique	Analyse plastique
	e_0 / L	e_0 / L
a ₀	1 / 350	1 / 300
a	1 / 300	1 / 250
b	1 / 250	1 / 200
c	1 / 200	1 / 150
d	1 / 150	1 / 100

Fig. 1.11 : Imperfection initiale en arc.

Le seul facteur dominant contribuant à l'écart entre la théorie et l'expérience pour les profilés est l'imperfection géométrique initiale. Beaucoup de recherches ont donc été réalisées sur la sensibilité de poutres et coques à cette imperfection. Les contributeurs les plus notables de cette recherche sont Schafer et Peköz [20-21], Mulligan et Peköz [22], V. Zeinoddini et B.W. Schafer [23], Per-Olof Thomasson [24], Young et Rasmussen [25], Zhao et Schäfer [26], Charlotte Mercier et al. [27] et Hasham et Rasmussen [28].

Selon Schäfer et Peköz [20], le mode de distorsion est plus sensible aux imperfections que le mode local. Cependant, dans le domaine post-critique cette sensibilité est plus petite que les autres modes. Ils ont également conçu des méthodes simplifiées pour calculer la charge critique. En plus, ils ont proposé la méthode de résistance directe *DSM* (Direct Strength Method) comme alternative à la méthode de la largeur effective.

Après avoir effectué plusieurs mesures expérimentales, Schäfer et Peköz [21] ont divisé les défauts de planéité des parois en deux types. Dans le type 1, l'imperfection locale maximale est située au niveau de l'âme du profilé contrairement au type 2, où la déviation maximale est située au niveau des semelles (voir Fig. 1.12). Pour les épaisseurs de paroi inférieures à 3 mm, ils ont proposé des équations simples pour calculer le degré de l'imperfection.

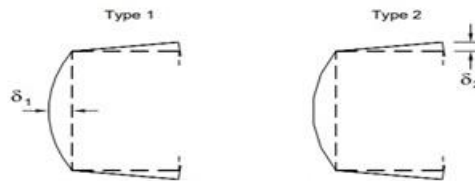


Fig. 1.12 : les imperfections locales pour les profilés en C [21].

- Pour le type1 : le rapport du hauteur/épaisseur (h/t) doit être inférieur à 200 :

$$\delta_1 \approx 0.006 h \quad (\delta_1 \text{ et } t \text{ en mm}) \quad (1.3)$$

Une autre expression exponentielle est aussi recommandée permettant de prédire l'imperfection maximale est proposée :

$$\delta_1 t \sim 6te^{-2t} \quad (\delta_1 \text{ et } t \text{ en mm}) \quad (1.4)$$

$$\delta_2 \approx 152.4te^{-50.8t} \quad (\delta_2 \text{ et } t \text{ en mm}) \quad (1.5)$$

- Pour le type 2, le rapport largeur/épaisseur (b/t) doit être inférieur à 100, la déviation maximale est prise approximativement égale à l'épaisseur de la plaque :

$$\delta_2/t \approx 1 \quad (\delta_1 \text{ et } t \text{ en mm}) \quad (1.6)$$

Le type 1 peut être considéré comme convenant au flambement local des plaques et le type 2 caractérise le flambement distorsionnel de la semelle.

L'influence du flambement local sur le comportement structurel des poteaux à sections monosymétriques en acier formés à froid a été évoquée par Mulligan et Peköz [22]. Ce travail a pour objet l'étude de l'influence des imperfections initiales locales et globales sur le flambement local, l'interaction du flambement local et global des éléments de plaque dans les sections structurales à parois minces et l'influence du flambement local sur les modes globaux. Basé sur les imperfections initiales, ces auteurs ont présenté une enquête expérimentale. Des essais de colonne et de poutre-colonne à sections en C sont rapportés. Cette étude a révélé l'importance des imperfections initiales locales et globales sur les instabilités.

V. Zeinoddini et B.W. Schäfer [23] ont investigué dans leur projet de recherche (imperfections globales et variations dimensionnelles des éléments en acier formés à froid). Ils ont présenté des résultats d'un programme expérimental visant à mesurer ces derniers. Des tests ont été effectués dans sept usines de fabrication différentes aux États-Unis dont un total de 210 sections transversales a été mesurées pour les imperfections globales. Chaque section transversale a été mesurée à trois endroits et tous les 305 mm (12 in.) sur la longueur. Ils ont conclu que les amplitudes des imperfections globales sont importantes pour la détermination de la résistance des éléments en acier formés à froid.

Per-Olof Thomasson [24] dans son ouvrage intitulé "Panneaux en forme de C à paroi mince en compression axiale" à démontrer après la comparaison des données expérimentales sur les imperfections globales maximales avec les recommandations des spécifications existantes que les parois minces de sections en forme de C qui avaient un rapport L/r constant de 70, et a rapporté une imperfection globale maximale absolue de $L/2500$. Par conséquent, ses résultats satisfont aux exigences ci-dessous,

$$\delta_1 < L/1000 \quad (\delta_1 \text{ et } t \text{ en mm}) \quad (1.7)$$

De même, le code suédois pour la construction en tôle *StBK-N5*, tel que rapporté par Per-Olof Thomasson [24], impose les restrictions suivantes concernant les imperfections globales :

$$\delta_1 < 2 \times 10^{-5} L(L/i) \quad \text{Pour } L/i > 50 \quad (\delta_1 \text{ et } t \text{ en mm}) \quad (1.8)$$

$$\delta_1 < L/1000 \quad \text{Pour } L/i \leq 50 \quad (\delta_1 \text{ et } t \text{ en mm}) \quad (1.9)$$

Où : i est le rayon de giration.

Young et Rasmussen [25] ont construit un système utilisant cinq transducteurs de déplacement à tension linéaire (Linear Voltage Displacement Transducer) désormais (*LVDT*) et un moteur à balais pour déplacer les cadres de mesure le long de l'échantillon étudié afin de mesurer les imperfections de l'âme et des semelles (**Fig. 1.13**).

Zhao et Schäfer [26] ont conçu et configuré une plate-forme de mesure des imperfections basée sur un laser qui utilise un scanner linéaire précis pour mesurer les dimensions des sections. Cette plateforme est composée d'un anneau rotatif et d'un système de mouvement linéaire permettant au laser de tourner et de se déplacer le long de l'échantillon souhaité (**Fig. 1.13**).

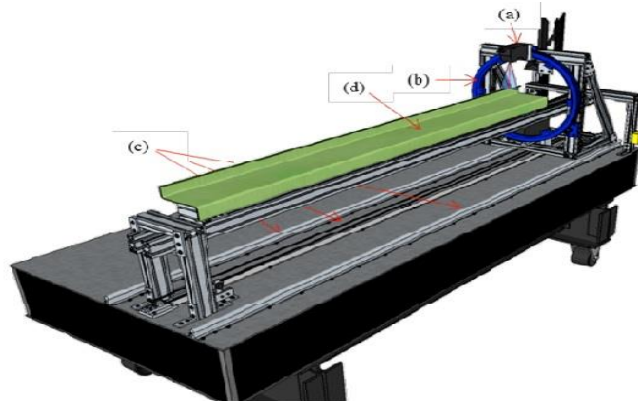


Fig. 1.13 : Plate-forme de mesure des imperfections utilisée par Zhao, Tootkaboni et Schafer (2017) ; (a) scanner laser ; (b) platine rotative ; (c) système de mouvement linéaire ; (d) spécimen [26].

En se basant sur la géométrie du mode de flambement élastique critique de la structure, Charlotte Mercier et al. [27] propose une nouvelle façon de décrire tous les défauts de la structure comme une seule imperfection. La comparaison des courbes charge-déplacement théoriques et expérimentales révèle que le comportement théorique des sections de tubes creux formés à froid (facteur d'imperfection = 0,49) ne correspond pas à leur comportement réel. Le comportement expérimental des sections tubulaires creuses laminées à chaud est plus proche du comportement théorique (le facteur d'imperfection est égal à 0,21).

Étant donné que l'interaction du flambement local et global est sensible à l'existence des imperfections, Hasham et Rasmussen [28] ont installé trois lasers sur un cadre qui a été tiré le long de barres de haute précision à vitesse constante par un moteur électrique, tout en mesurant avec précision les distances à la surface de l'échantillon. La vitesse de translation du cadre a été fixée à 10 mm/s, tandis que la fréquence d'échantillonnage était de 10 Hz, ce qui a donné une lecture dans chaque millimètre. D'autre part, ces auteurs, considèrent que les imperfections sont positives dans les directions indiquées sur la (**Fig. 1.14.(a)**). En conséquence, ils conseillent de calculer une valeur pour l'imperfection locale de la semelle $V_{semelle}$ comme la moyenne des valeurs absolues de d_1 , d_2 , d_3 et d_4 à mi-longueur (**Fig. 1.14.(b)**).

$$V_{semelle} = (|d_1| + |d_2| + |d_3| + |d_4|) \quad (1.10)$$

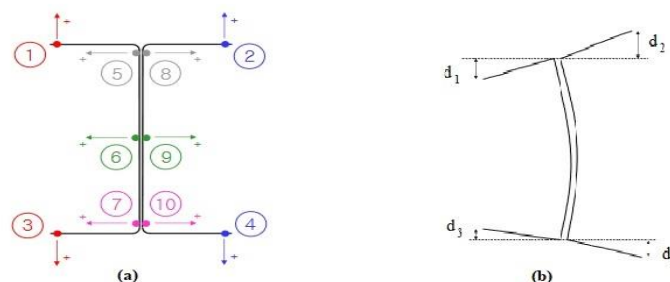


Fig. 1.14 : (a)-Mesure des imperfections ; (b)- Calcul des imperfections sur semelles $V_{semelle}$ [28].

Cependant, les lignes 1 à 4 sont mesurées par rapport aux points correspondants aux extrémités de l'éprouvette, et non par rapport aux extrémités de l'âme indiquées par les lignes pointillées de la (Fig. 1.14.(a)), et incluent la contribution possible d'une imperfection globale autour de l'axe fort de l'éprouvette. Si les spécimens ne présentaient aucune imperfection globale dans cette direction, la moyenne statistique de la variable.

$$V_m = \frac{[(Line_1) + (Line_2) - (Line_3) - (Line_4)]}{4} \quad (1.11)$$

Sur un nombre théoriquement infini de mesures serait nulle. Ainsi, en présence d'une imperfection globale, une estimation de cette imperfection peut être obtenue en calculant V_m à mi-longueur. L'imperfection locale de la semelle $V_{semelle}$ peut ensuite être calculée comme suit :

$$V_{semelle} = \frac{[|(Line_1) - V_m| + |(Line_2) - V_m| + |(Line_3) + V_m| + |(Line_4) + V_m|]}{4} \quad (1.12)$$

I.3.5.1.2. Imperfections globales :

D'une façon générale, pour les imperfections globales correspondants aux défauts de rectitude des structures, divers travaux scientifiques, notamment ceux de R. Maquoi et J. Rondal [29], Koiter [30], C. R. Calladine, [31] et Dieudonné BAZONGA [32], ont permis de tirer un certain nombre de conclusions concernant les imperfections globales.

D'autres recherches sur le flambement ont amené certains auteurs à critiquer les courbes de flambement proposées par la C.E.C.M. (Convention européenne de la construction métallique). René Maquoi et Jacques Rondal [29], parmi ces chercheurs, qui ont présenté dans leur ouvrage relatif à l'étude du comportement des éléments comprimés une équation mathématique pour définir les cinq courbes de flambement :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \cdot \left(1 + \alpha\sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04 + \bar{\lambda}^2} - \sqrt{\left(1 + \alpha\sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04 + \bar{\lambda}^2} \right)^2 - 4\bar{\lambda}^2} \right) \quad (1.13)$$

À partir de l'expression ci-dessus, au sujet de l'estimation des imperfections initiales affectant les sections circulaires creuses, ils ont conclu et déterminé les valeurs expérimentales du facteur d'imperfection, désignée par α_{exp} , qui ont été calculée pour chacune des deux valeurs conventionnelles issues de l'évaluation statistique. Le tableau 1.6 énumère les facteurs d'imperfection découverts.

Tableau 1. 6 : Valeurs des facteurs d'imperfection [29].

Section	α_{exp}
48,3mmx3,2mm	0,3112
48,3mmx3,2mm	0,1147

Il est clair que le facteur d'imperfection théorique indiqué dans l'Eurocode 3 (CEN, 2005) ne reflète pas exactement les résultats trouvés ici pour les pièces courantes. Les résultats obtenus sont plus proches des valeurs d'imperfection pour les sections tubulaires formées à chaud, qui sont de $\alpha = 0,21$.

Selon Koiter [30], les petits écarts par rapport à la forme exacte de la géométrie peuvent entraîner une perte de stabilité. Un tiers de la contrainte potentielle du flambement axial pour des membrures cylindriques idéaux peut être réduit par des imperfections dans l'épaisseur de la paroi.

C. R. Calladine [31] a constaté et observé dans son travail intitulé "comprendre la sensibilité aux imperfections dans le flambement des coques à parois minces", que le flambement de ces éléments se produit soudainement, et qu'il est parfois difficile d'estimer la résistance exacte de ces membrures, même dans un environnement de laboratoire. Dans la littérature, l'expression "structure sensible aux imperfections" a été utilisée pour décrire les structures qui présentent ce comportement.

Dieudonné Bazonga [32], dans sa recherche intitulée "étude expérimentale non linéaire des pylônes à section tubulaires rectangulaires à parois minces", explicite la mesure des imperfections géométriques initiales sur les spécimens de section tubulaire polygonale. Ces derniers, ont été mesurées de façon à fournir les valeurs maximales pour les imperfections globales et locales. Et les résultats des imperfections initiales de tous les spécimens étaient de 0,8955 mm dans une section octogonale (OCT-4-A), avec une moyenne de 0,2913 mm pour les imperfections globales et 0,5292 mm dans une section hexagonale (HEXA-4-A), avec une moyenne de 0,1529 mm pour les imperfections locales. La valeur maximale de l'amplitude maximale des imperfections initiales pour tous les spécimens est de 0,5292mm, qui correspond à 1/1474 de la longueur de la plaque et 1/113 de la largeur de la plaque.

I.3.5.2. Les contraintes résiduelles :

Les contraintes résiduelles, qui forment un état de contrainte auto-équilibrant sur une section droite, peuvent être d'origine thermiques (formage à chaud de certains profilés, soudage des profilés reconstitués, oxycoupage des tôles...etc.) ou mécaniques (dressage, qui est le processus consistant à rendre droite une section qui a été exagérément courbée pendant sa fabrication). La (Fig. 1.15) décrit l'évolution des contraintes dans une section en I comprimée soumise à des contraintes résiduelles.

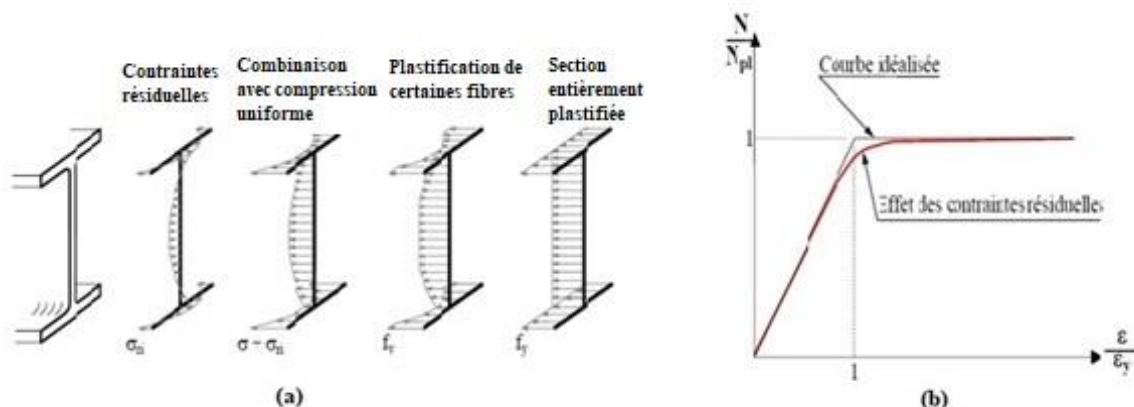


Fig. 1. 15 : Influence des contraintes résiduelles sur : (a)- l'équilibre d'une section comprimée ; (b)- l'évolution du comportement jusqu'à la ruine [33].

Les formes d'éléments de structure en acier laminé et les plaques contiennent des contraintes résiduelles, dues au refroidissement irrégulier à l'issue du laminage ; il en est de même des éléments

reconstitués soudés, pour lesquels c'est une conséquence de l'apport local en chaleur et du refroidissements liés au matériau constituant la soudure et du matériau support autour. De la même manière et en raison des grandes déformations plastiques résultant du processus de formage, il existe des contraintes résiduelles dans les sections formées à froid. Pour des éléments non chargés, à l'équilibre, les contraintes résiduelles doivent constituer un état d'auto-contraintes [34].

Les contraintes résiduelles ne jouent pratiquement aucun rôle sur la valeur de la résistance ultime d'une section transversale (**Fig. 1.15.(a)**). Par contre, elles ont une influence importante sur leur loi de comportement et sur les déformées initiales que présentent les pièces (**Fig. 1.15.(b)**) [33].

En règle générale, et d'après l'EC3 1-1 [2] et EC3 -2 [35], « Les effets des imperfections, y compris les contraintes résiduelles et les imperfections géométriques tels les défauts de verticalité, les défauts de rectitude, les défauts de planéité, les défauts d'ajustage ainsi que les inévitables excentricités mineures présentes dans les assemblages de la structure non chargée, doivent être pris en compte dans l'analyse structurel et ce de façon appropriée ».

Selon [35] « On peut utiliser des imperfections géométriques équivalentes adéquates, avec des valeurs qui reflètent les effets possibles de tous les types d'imperfections, à moins que ces effets soient inclus dans les formules de résistance utilisées pour la vérification des éléments ».

I.4. Torsion des poutres (rappels bibliographiques des différents modèles) :

La construction métallique utilise fréquemment des pièces à parois minces et à section ouverte. Il s'agit de l'une des constructions les plus courantes et les plus rationnels, car elle permet d'obtenir une rigidité maximale pour un poids minimal. On les appelle minces parce que leur épaisseur est nettement inférieure aux dimensions de la section transversale (environ 1/10), mais leur plus grand inconvénient est leur faible résistance à la torsion. Par conséquent, on évite autant que possible de les solliciter en torsion, en supposant que la charge est appliquée au niveau de la ligne moyenne de l'élément.

I.4.1. Origine de la torsion :

La résistance à la torsion dépend de la géométrie de la section transversale (pleine et massive, à parois minces, ouverte ou fermée) et du matériau qui la compose. Le moment de torsion M_x agissant sur une barre est équilibré par des efforts intérieurs de deux types bien distincts. Le premier, qui est prépondérant dans les sections fermées (**Fig. 1.16 (a)**), est un flux de cisaillement fermé à l'intérieur de la section (et du matériau) ; le second, qui est prépondérant dans les sections ouvertes (**Fig. 1.16 (b)**) est composé de contraintes normales et de contraintes tangentielles induites par la variation de ces mêmes contraintes normales. La résistance à un moment de torsion est donc décomposée en deux modes de résistance, d'une part la torsion *uniforme* ou de *Saint-Venant* T_{sv} (l'indice *sv* provient de Saint-Venant) et d'autre part la torsion *non uniforme* T_w (indice *w* pour *Warping*) [8].

Si la torsion est uniforme, toutes les sections transversales se gauchissent de la même valeur, c'est la torsion de Saint-Venant, le gauchissement dans ce cas ne cause que des contraintes tangentielles ; il n'apparaît pas de contraintes normales. Tandis que si le gauchissement est empêché, la torsion non-uniforme dans ce cas amène des contraintes normales et tangentielles (**Fig. 1.17**).

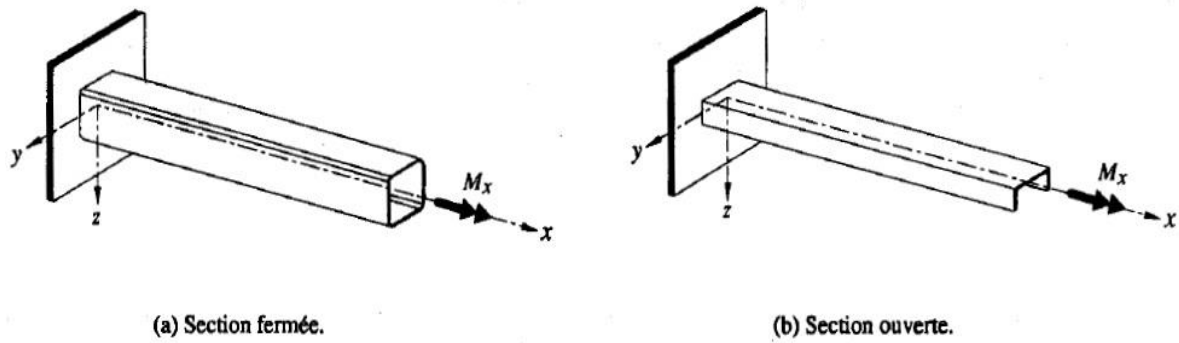


Fig. 1. 16 : Moment de torsion appliqué à des barres de section fermée ou ouverte [8].

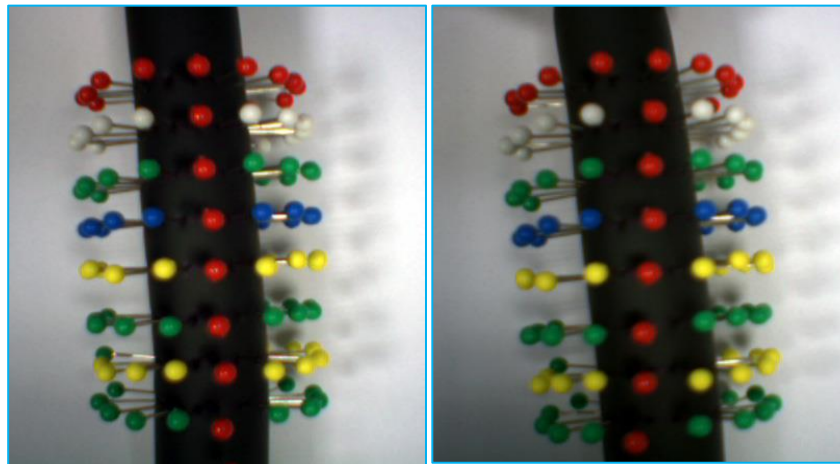


Fig. 1. 17 : Photos de la 'grille' avant (à gauche) et après (à droite) déformation [36].

I.4.2. Torsion uniforme (Saint-Venant) :

Le modèle de la torsion uniforme est développé par Saint-Venant en 1855. Dans ce modèle, on suppose que la section gauchit librement hors de son plan et le taux de torsion de la section est considéré constant. Ce modèle a été développé à partir de la généralisation du problème de torsion des poutres cylindriques (Fig. 1.18). [9].

Il considère que la déformation de la barre en torsion est caractérisée par l'angle de rotation d'une section située à l'abscisse x relativement à une section d'origine. Ce type de torsion ne produit pas de contraintes normales, mais uniquement des contraintes de cisaillement, c'est à dire que les contraintes de cisaillement s'écoulent tangentiellement aux lignes de niveaux de la membrure [1].

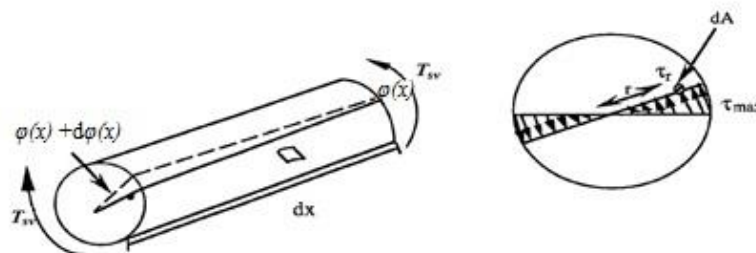


Fig. 1. 18 : Torsion de Saint-Venant [9].

L'étude de la torsion uniforme repose sur les hypothèses fondamentales de la statique des barres et de la résistance des matériaux, à savoir :

- ✓ Les déformations sont petites par rapport aux dimensions du corps
- ✓ Le matériau est continu, homogène et isotrope.
- ✓ La loi de Hooke est applicable ($\sigma = E\varepsilon$ et $\tau = G\gamma$ avec $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$)
- ✓ Les sections transversales conservent leur forme [8].

L'angle de rotation $\varphi(x)$ d'une section située à l'abscisse x d'une section d'origine caractérise la déformation d'une barre soumise à un moment de torsion. Considérons un élément de barre de longueur dx soumise à un moment de torsion intérieur T_{sv} (**Fig. 1.18**). La relation suivante, qui est l'équation différentielle pour la torsion uniforme, est utilisée pour définir l'angle unitaire de torsion qui est une grandeur globale ne dépendant que de x (angle de rotation spécifique) $\theta(x)$:

$$\theta(x) = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{T_{sv}}{GJ} \quad \text{Ou bien} \quad T_{sv} = GJ \frac{d\varphi}{dx} \quad (1.14)$$

Où :

T_{sv} : moment de torsion intérieur à l'abscisse x .

G : module de cisaillement du matériau

J : moment d'inertie de torsion uniforme (ou bien constante de torsion)

I.4.2.1. Torsion uniforme des sections ouvertes à parois minces :

I.4.2.1.1. Sections pleines :

La répartition des contraintes tangentielles de torsion dans les poutres à section pleine quelconque est difficile à modéliser analytiquement. Pour répondre au problème, nous pouvons utiliser l'analogie de la membrane (qui nous permet de calculer la grandeur et la direction des contraintes tangentielles). Dans le cas de sections rectangulaires de hauteur b et d'épaisseur t , les contraintes de cisaillement peuvent être calculées ; ces contraintes varient proportionnellement de zéro au centre de la section à la valeur maximale à l'extrémité de la section (**Fig. 1.19**), les valeurs exactes de τ_{max} et J sont données dans les tableaux **1.7** et **1.8**.

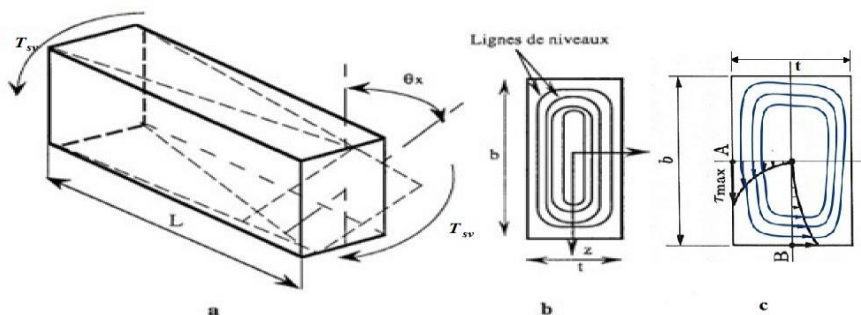


Fig. 1. 19 : Répartition des contraintes tangentielles dans une section rectangulaire [1, 15].

Tableau 1. 7 : Valeurs de τ_{max} et J pour une section rectangulaire [37].

Section	τ_{max}	J
Rectangulaire avec $b/t \leq 10$	$\frac{T_{sv}}{\alpha_t b t^2}$	$\beta_t b t^2$
Rectangulaire avec $b/t > 10$	$\approx \frac{3T_{sv}}{b t^2}$	$\approx \frac{1}{3} b t^3$

Le tableau suivant définit les coefficients α_t et β_t :

Tableau 1. 8 : Coefficients α et β [8].

b/t	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	6.0	8.0	10.0
α_t	0.208	0.231	0.246	0.258	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313
β_t	0.141	0.196	0.229	0.249	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313

I.4.2.1.2. Sections formées de plusieurs éléments pleins :

Dans le cas des sections se composant de n éléments pleins d'aires A_i et de formes géométriques simples (sections ouvertes), on peut admettre que, si la forme de la section transversale est conservée, chaque élément situé à l'abscisse x subit la même rotation spécifique. Le moment d'inertie de torsion uniforme J de la section totale est donc égale à la somme des moments d'inertie de torsion uniforme J_k , de chaque élément k [8] :

$$J = \sum_{k=1}^n J_k \tag{1.15}$$

Si la section est formée d'éléments rectangulaires étroits ($t/b < 0,1$ sections ouvertes à parois minces), on peut écrire, sur la base de la valeur correspondante de J_k donnée par [37] :

$$J \cong \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n b_k t_k^3 \tag{1.16}$$

Avec :

n : nombre du segment qui compose la section.

b_k : Longueur du segment "k".

t_k : Épaisseur du segment "k".

Sur la base du principe d'analogie des membranes, la valeur maximale τ_{max} de la contrainte tangentielle dans chaque élément k est fournie par l'Eq. (1.17) suivante :

$$\tau_{max} = \frac{T_{sv}}{J} t_k \tag{1.17}$$

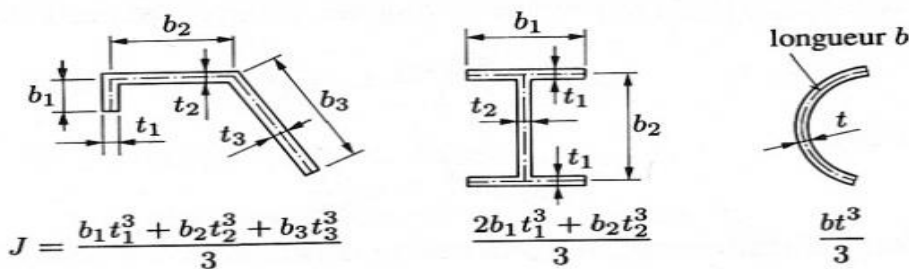


Fig. 1. 20 : Sections ouvertes à parois minces : calcul de J [15].

I.4.2.2. Torsion uniforme des sections fermées à parois minces :

Le comportement des sections fermées à parois minces vis-à-vis la torsion uniforme est assez différente à celui des sections ouvertes. La contrainte de cisaillement est considérée constante sur l'épaisseur de la paroi t à condition que celle-ci soit mince. Cela s'explique avec l'analogie de la membrane, ou l'on peut admettre pour une paroi mince que la pente de la membrane (qui correspond à la contrainte tangentielle) est constante. Cette condition permet de définir le flux de contraintes tangentielles de cisaillement (**Fig. 1.21**) par la relation suivante :

$$f = \tau(s) t(s) = \text{constante} \quad (1.18)$$

Où :

f : flux de contraintes tangentielles de cisaillement.

s : abscisse de curviligne.

$\tau(s)$: contraintes tangentielles de cisaillement à l'abscisse s .

$t(s)$: épaisseur de la paroi à l'abscisse s .

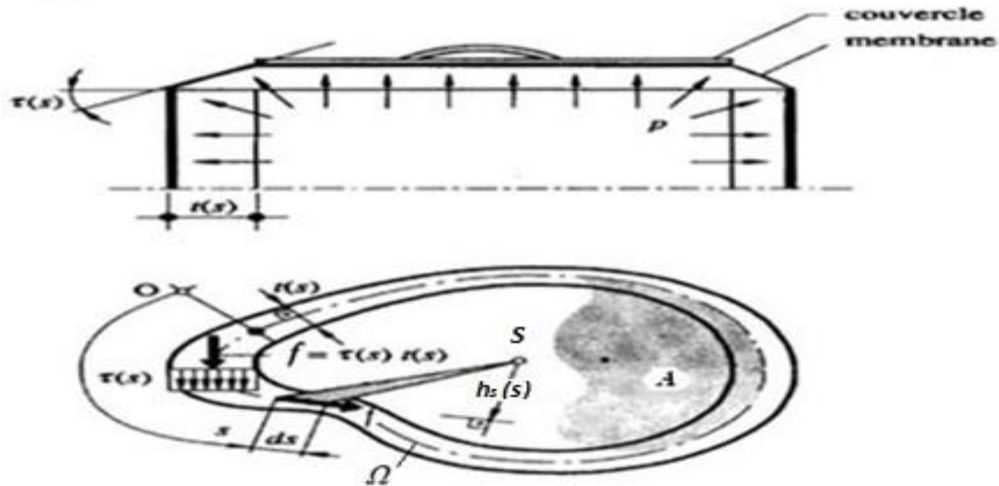


Fig. 1. 21 : Analogie de la membrane et contraintes τ d'une section fermée à parois minces [8].

Conformément à la **Fig. 1.21**, sur la base de l'équilibre de la section, l'expression de l'équation (1.19) présente la relation entre le couple de moment dT_{sv} de torsion uniforme et la contrainte de cisaillement τ . Naturellement, un moment est le produit d'un effort dF avec le bras de levier r ($r=h(s)$) qui est la distance normale du centre de cisaillement S au vecteur $f ds$ [39].

$$dT_{sv} = r dF = \tau t ds \cdot r = f ds \cdot r \quad ; \quad \text{avec } dF = f ds \quad (1.19)$$

La part de la torsion uniforme reprise par un élément de paroi de longueur ds peut s'exprimer ainsi :

$$dT_{sv} = \tau t ds r = f r ds \quad (1.20)$$

Cela permet de déterminer après l'intégration le flux de contraintes tangentielles f , (l'intégrale de dT_{sv} le long de la courbure médiane Ω) :

$$dT_{sv} = \oint_{\Omega} f \cdot r \cdot ds \quad (1.21)$$

L'intégrale de contour est obtenue selon :

$$\oint_{\Omega} f \cdot r \cdot ds = 2 \cdot A \quad ; \quad T_{sv} = 2 f A \quad \text{Et} \quad f = \frac{M_t}{2A} \quad (1.22)$$

Où la grandeur A : représente l'aire de la surface limitée par la ligne centrale. Et par conséquent, avec l'Eq. (1.18), la contrainte tangentielle devient :

$$\tau = \frac{T_{sv}}{2At} \quad (1.23)$$

L'expression de la contrainte tangentielle τ présentée par l'Eq. (1.23) est connue comme la première formule de Bredt, elle est applicable pour un matériau de comportement linéaire ou non-linéaire,

déformation élastique ou plastique, matériaux isotropes ou anisotropes. La contrainte maximale tangentielle de cisaillement à partir de l'Eq. (1.23) devient :

$$\tau_{max} = \frac{T_{sv}}{2At_{min}} \quad (1.24)$$

En raison du manque d'informations sur le comportement de la barre sous l'effet de torsion, le principe de conservation de l'énergie reste la meilleure approche pour déterminer les déformations de la section à paroi mince sous l'effet de torsion.

Le concept de conservation de l'énergie est appliqué si le matériau à un comportement élastique :

$$U=W \quad (1.25)$$

D'où U représente l'énergie potentielle élastique et W le travail des charges extérieures, représentées par l'expression suivantes :

$$U = \frac{1}{2} \oint_{\Omega} \tau \gamma d\Omega \quad \text{Et} \quad d\Omega = t ds \quad (1.26)$$

Et

$$W = \frac{1}{2} T_{sv} \theta \quad (1.27)$$

On peut écrire la déformation angulaire θ par rapport à l'unité de longueur de la section à parois minces sous l'effet d'un effort de torsion T_{sv} sous la forme :

$$\theta = \frac{1}{GT_{sv}} \oint \tau^2 t ds \quad \text{Et} \quad \theta(x) = \frac{T_{sv}}{GJ} \quad (1.28)$$

Avec

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad (1.29)$$

En remplaçant l'expression de la contrainte de l'Eq. (1.23) dans l'Eq. (1.28), l'expression de la déformation angulaire θ en fonction du couple de rotation, le module de cisaillement G et les propriétés géométrique de la section transversale J :

$$\theta = \frac{T_{sv}}{4GA^2} \oint \frac{ds}{t} \quad (1.30)$$

Par analogie les deux Eqs. (1.28) et (1.30) de la déformation angulaire θ , on obtient l'expression du paramètre géométrique J (moment d'inertie de torsion) pour une section à paroi mince fermée qui est la 2^{ème} formule de Bredt :

$$J = \frac{4 A^2}{\oint \left(\frac{ds}{t}\right)} \quad (1.31)$$

Pour une paroi d'épaisseur constants : $e(s) = e = C^{te}$, l'Eq. (1.31) devient :

$$J = \frac{4 A^2 t}{p} \quad (1.32)$$

Où : p le périmètre de la section.

I.4.3. Torsion non uniforme (Vlasov) :

Cette partie est consacrée à l'étude d'une barre soumise à une torsion non uniforme. Les efforts correspondant à ce mode de résistance ne peuvent se développer que si la section transversale tend à gauchir mais son gauchissement est empêché par des conditions d'appui adéquates. On dit qu'une section plane gauchit lorsqu'elle ne reste pas plane après déformation sous l'action d'un moment de torsion extérieur.

Le comportement d'une barre soumise à la torsion en fonction de sa section transversale est illustré à la **Fig. 1.22**. Les sections de la barre de section circulaire à paroi mince fermée restent planes, tandis que celles de la barre à section circulaire à paroi mince ouverte se déforment hors de leurs plans : elles gauchissent. Si ce gauchissement est empêché (section à $x=0$), la section résiste uniquement en torsion non uniforme T_ω ; ailleurs (pour $x>0$), comme le gauchissement n'est que limité, la section résiste en torsion mixte M_t , et l'extrémité libre, la section résiste essentiellement en torsion uniforme, ce qui veut dire que la section ne présente aucune résistance à ce point, donc la section à cette abscisse résiste uniquement au moment de torsion uniforme T_{sv} St-Venant [8].

$$M_t = T_{sv} + T_\omega \quad (1.33)$$

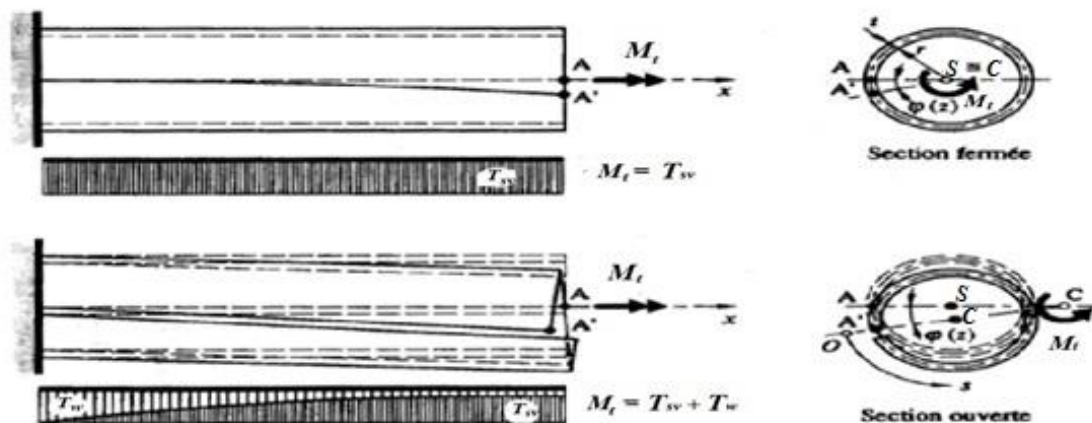


Fig. 1. 22 : Influence de la forme de la section sur le comportement à la torsion [8].

Afin d'examiner la torsion non-uniforme, nous supposons que :

- Les contraintes normales sont constantes sur l'épaisseur des parois (parois minces),
- Les contraintes tangentielles agissant sur la ligne moyenne des éléments de parois sont considérées comme constantes sur l'épaisseur de celles-ci.
- La déformation due au cisaillement est négligeable.

I.4.3.1. Importance du bimoment :

Revenons à la théorie classique des poutres (CBT) d'Euler-Bernoulli, les contraintes normales σ et tangentielles (de cisaillement) τ sont calculées au niveau de la ligne moyenne des éléments ainsi sollicités par des efforts (N , T_y , T_z , M_y , M_z , M_x), cela veut dire que les contraintes normales sont dues à l'effort normal N et aux moments fléchissant M_y et M_z , agissant au tour des axes Y et Z , tandis que les contraintes tangentielles sont dues aux efforts tranchant T_y , T_z et au moment de torsion M_t .

Les profilés ouverts à parois minces de type *I*, *U*, *C* et *Z*, peuvent subir en plus des déplacements régis par la torsion uniforme, des déplacements longitudinaux complémentaires dus au gauchissement de la section dans différents points.

Pour montrer l'effort du bimoment dans une section ouverte à parois mince, en considérant une poutre console en double té (*T*) chargée à son extrémité libre par une force longitudinale de traction *N* au niveau de la semelle inférieure avec une excentricité suivant les axes principaux *Y* et *Z* respectivement $e_y=b/2$ et $e_z=h/2$ (**Fig. 1.23**). D'après la théorie classique, ce chargement susmentionné d'effort de traction *N* est statiquement équivalent à un effort normal de traction *N* au centre de gravité et deux moments de flexion $M_y=Ne_z=Nh/2$ et $M_z=Ne_y=Nb/2$ (**Fig. 1.24**).

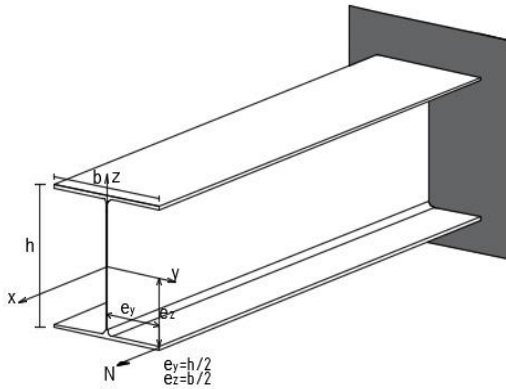


Fig. 1. 23 : Chargement initial (Traction *N*) ;

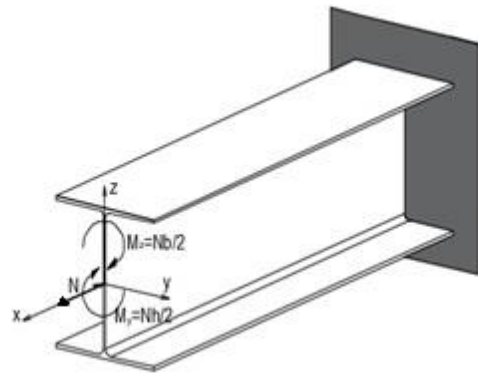


Fig. 1. 24 : Chargement équivalent

La charge longitudinale de traction seule est représentée par le chargement statiquement équivalent appliqué au niveau des semelles (**Fig. 1.25**). De la même manière, les charges longitudinales dues aux moments de flexion M_y et M_z sont représentées respectivement dans les **Figs. (1.26 et 1.27)**.

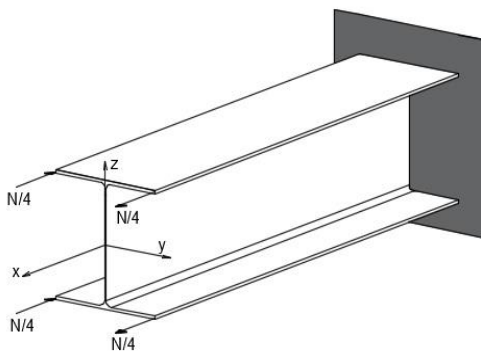


Fig. 1. 25 : Chargement équivalent de *N* ;

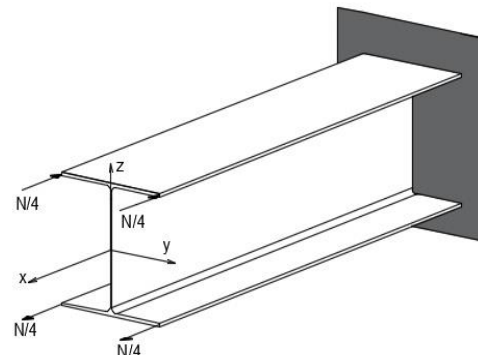


Fig. 1. 26 : Flexion par rapport à l'axe *y*

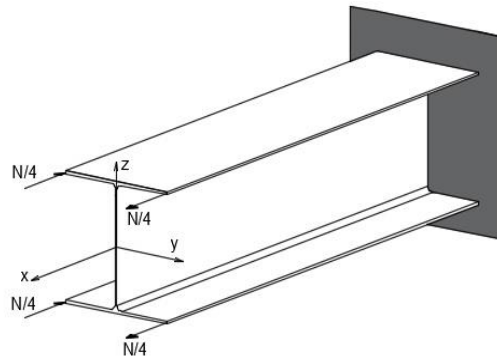


Fig. 1. 27 : Flexion par rapport à l'axe z.

Si on fusionne à nouveau les trois sollicitations isolées préalablement **Figs. (1.25, 1.26 et 1.27)**, on obtient un nouvel état de charge (voir **Fig. 1.28**) qui est différent chargeant initial (**Fig. 1.23**), donc il est incomplet.

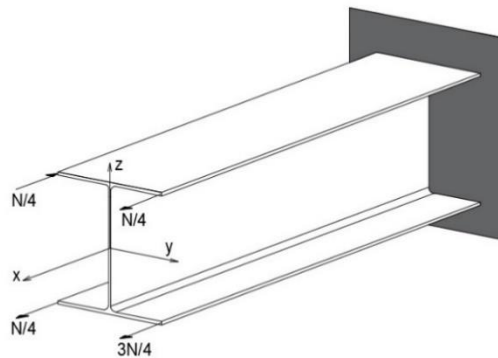


Fig. 1. 28 : Fusion des trois sollicitations après l'isolation.

Pour retrouver le chargement initialement imposé, on doit ajouter celui de la (**Fig. 1.29**). Une telle charge équivaut à deux moments fléchissant égaux et de signes contraires, agissant dans les deux plans des ailes de la poutre et provoquant leur flexion dans le sens opposées (**Fig. 1.30**).

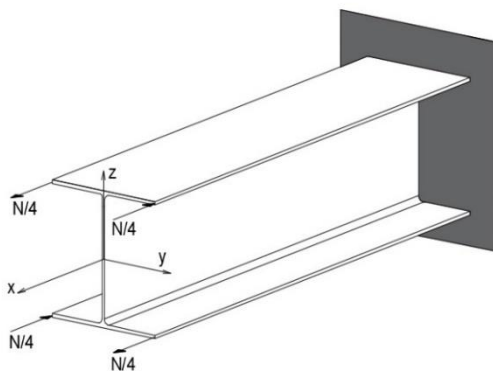


Fig. 1. 29 : Charge manquants ;

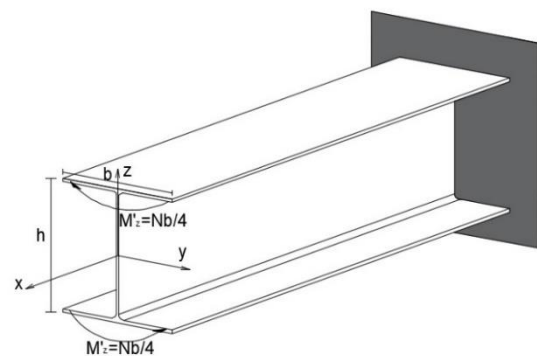


Fig. 1. 30 : le bimoment.

Cette quantité d'effort présentée par un couple de deux moments égaux M'_z (**Fig. 1.30**), de sens opposés écartés par une distance h et dont la dimension est $N.m^2$ est appelé par Vlasov [6] le

bimoment, il en résulte une déformation appelée gauchissement. On voit que pour dimensionner une poutre de section ouverte à parois mince, on est dans l'obligation de prendre en considération la résistance de la section transversale au gauchissement par le calcul du bimoment B_ω [39].

$$M'_z = bN/4 \quad (1.34)$$

$$B_\omega = hM'_z \quad (1.35)$$

I.4.3.2. Distribution des contraintes et des déformations :

L'apparition de cette nouvelle quantité de force appelée bimoment dans les sections ouvertes à parois mince chargées par une combinaison de forces de flexion le long des axes y et z et de force de traction simple le long de l'axe x a été démontrée dans le paragraphe précédent ; ainsi, le bimoment est la force interne qui provoque le gauchissement des sections.

Nous allons maintenant examiner les différentes équations qui représentent les déformations de gauchissement et les contraintes induites d'une poutre en console à paroi mince et à section ouverte sollicitée en torsion (section en double T) (**Fig. 1.31**).

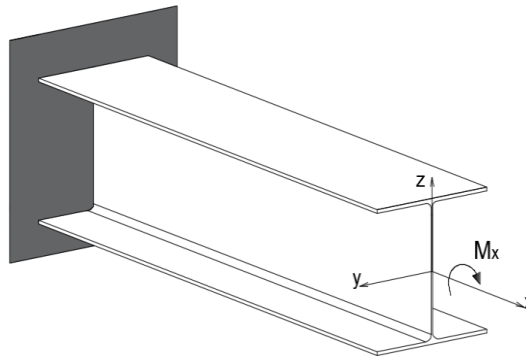


Fig. 1.31 : Exemple de barre à section en double té soumise à un effort de torsion.

On remarque que :

- ✓ En plus de l'angle de torsion θ des éléments constituant la section, qui engendre un flux fermé de contraintes tangentielles τ_v dans chaque élément de la section, qui, intégré sur ceux-ci, constitue le moment de torsion uniforme de saint venant T_{sv}
- ✓ Un déplacement latéral v des deux semelles du profilé, dû aux flux des contraintes normales σ_w et tangentielles τ_w , qui constituent le moment de torsion non uniforme T_ω (**Fig. 1.32**)

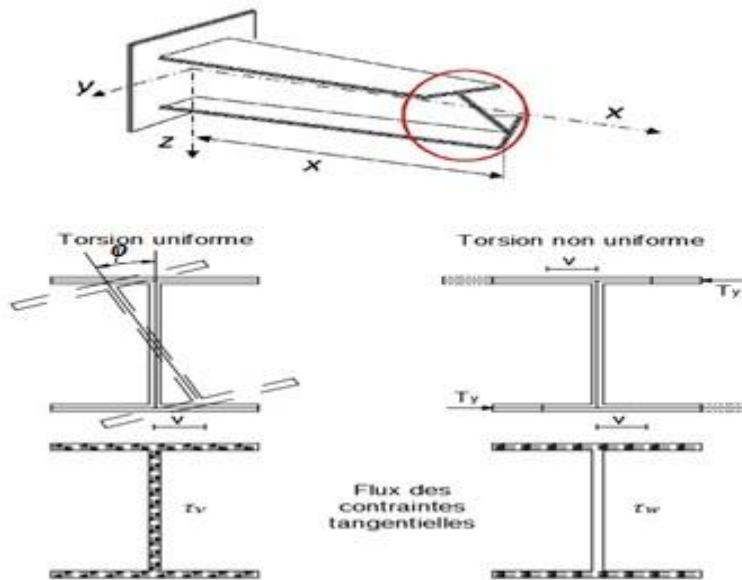


Fig. 1. 32 : Décomposition des déformations de la section et contraintes tangentielles induites [37].

Donc concernant la barre console à section en double té à parois minces, le moment de torsion est la résultante M_t des moments de torsion uniforme T_{sv} et non uniforme T_{ω} .

$$M_t = T_{sv} + T_{\omega} = GJ \frac{d\varphi}{dx} + T_y h \tag{1.36}$$

I.4.3.3. Equation différentielle de la torsion non uniforme :

La résistance en torsion non-uniforme d’une barre à section en double té peut être étudiée en tant que flexion des ailes dans leur plan. La Fig. 1.33 montre que les résultantes des contraintes normales et tangentielles correspondent à un moment de flexion M_{sup} et M_{inf} , qui correspond à un moment M_z , ainsi qu’à un effort tranchant T_y qui s’applique respectivement sur les ailes [8].

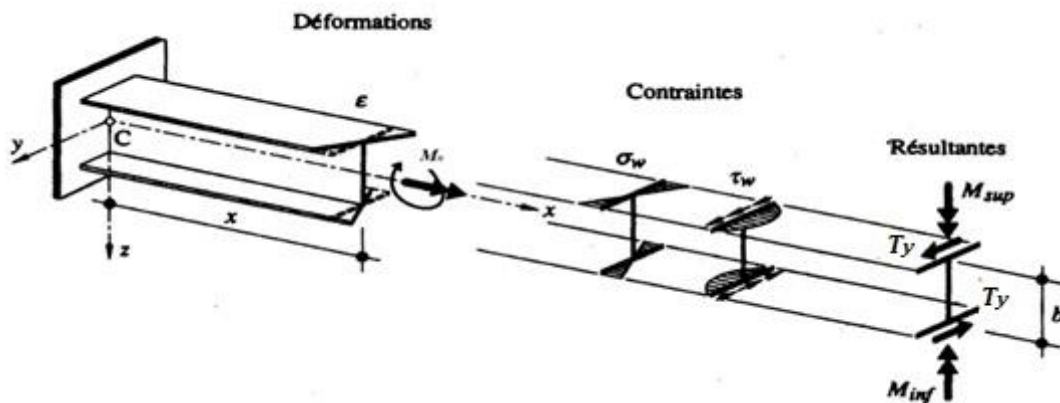


Fig. 1. 33 : Déformations et contraintes résultant de la flexion des ailes [8].

Dans l’hypothèse des petits déplacements ($\tan \varphi \approx \varphi$), on peut exprimer v en fonction de φ par la relation suivante :

$$v = \varphi \frac{h}{2} \tag{1.37}$$

Le déplacement latéral de la semelle v est relié au moment de flexion M_z par :

$$M_z = -EI_z \frac{d^2 v}{dx^2} \quad (1.38)$$

I_z : Moment d'inertie d'une semelle par rapport à l'axe z.

L'effort de cisaillement T_y sollicitant les semelles est lié au moment de flexion M_z , par la relation suivante :

$$T_y = \frac{dM_z}{dx} \quad (1.39)$$

En tenant compte de l'Eq. (1.37), Eq. (1.38) et Eq. (1.39) devient :

$$T_y = -EI_z \frac{h}{2} \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \quad (1.40)$$

Le moment de la torsion de gauchissement développé au niveau d'une semelle s'écrit :

$$T_\omega = T_y h \quad (1.41)$$

Donc le moment T_ω s'écrit :

$$T_\omega = T_y h = -EI_z \frac{h^2}{2} \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \quad (1.42)$$

On définit I_ω comme étant le moment d'inertie sectorielle :

$$I_\omega = \frac{I_z h^2}{2} \quad (1.43)$$

En remplaçant l'Eq. (1.43) par sa valeur, l'Eq. (1.42) devient :

$$T_\omega = -EI_\omega \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \quad (1.44)$$

En fin, l'équation différentielle reliant le moment des torsion M_t (Eq. (1.36)) et l'angle de torsion est donnée par :

$$M_t = T_{sv} + T_\omega = GJ \frac{d\varphi}{dx} - EI_\omega \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \quad (1.45)$$

J : Moment d'inertie de torsion uniforme.

I_ω : Moment d'inertie de gauchissement.

EI_ω : Rigidité de la torsion non uniforme.

Vlasov [6] a proposé l'Eq. (1.45) qui relie le moment de torsion appliqué à l'angle de torsion θ dans la poutre en fonction des inerties de torsion uniforme de Saint-venant J et de l'inertie de gauchissement I_ω de torsion non uniforme. Un angle de torsion non linéaire le long de la poutre est obtenu en résolvant l'équation différentielle (Eq. (1.45)).

La solution de l'Eq. (1.45) du Vlasov [6] dépend des conditions d'équilibre d'appuis, comme le cas étudié pour une poutre console de section ouverte à parois minces (section en double té) sollicité en torsion à son extrémité libre M_0 (GJ et EI_ω constantes), les conditions aux limites se traduisent par les équations suivantes [37] :

$$\varphi(x=0) = 0, \varphi'(x=0) = 0, \varphi''(x=l) = 0 \text{ et } M(x=l) = M_0.$$

A partir de ces conditions on peut résoudre l'Eq. (1.45), on obtient :

$$\varphi_x(x) = \frac{M_0}{GJ} \left(x - \frac{L}{K} th(K) - \frac{L}{K} sh\left(\frac{K}{L}x\right) + \frac{L}{K} th(K) ch\left(\frac{K}{L}x\right) \right) \quad (1.46)$$

Avec :

$$K = L \sqrt{\frac{GJ}{EI\omega}} \quad (1.47)$$

K : le rapport des rigidités de torsion de la poutre console.

ch, sh, th : fonctions hyperboliques.

L'effort de gauchissement est défini par :

$$\theta_x(x) = \frac{d\varphi_x}{dx} = \frac{M_0}{GJ} \left(1 - ch\left(\frac{K}{L}x\right) + th(K) sh\left(\frac{K}{L}x\right) \right) \quad (1.48)$$

I.5. Caractéristiques géométriques en torsion de section à parois minces à sections ouvertes :

Pour les poutres à parois minces, les caractéristiques géométriques habituelles de la section tel que le centre de gravité, l'aire de section et les moments d'inertie statiques et quadratiques (S, I_x, I_y, \dots) sont complétées par des caractéristiques géométriques sectorielle faisant intervenir la torsion non uniforme, en particulier, le centre de torsion, la cordonnée sectorielle, le moment d'inertie de torsion uniforme et de gauchissement. Elles correspondent, dans leur appellation, à celles données par les principaux auteurs ayant pris part à l'élaboration de la théorie classique des barres à parois minces. Parmi ces auteurs, on peut citer Vlasov [6] et Wagner [7].

I.5.1. Moment d'inertie :

Les moments d'inerties et quadratiques classiques (liés à la théorie classique des poutres), sont données par des relations suivantes :

$$A = \int dA \quad , \quad S_y = \int z dA \quad , \quad S_z = \int y dA \quad (1.49)$$

$$I_y = \int z^2 dA \quad , \quad I_z = \int y^2 dA \quad , \quad I_{yz} = \int yz dA \quad (1.50)$$

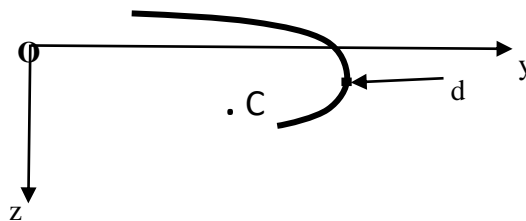


Fig. 1. 34 : Caractéristiques géométriques des sections ouvertes à parois minces [1].

Dans l'analyse des poutres à parois minces de sections ouvertes, les coordonnées d'un point se trouvant sur le contour de la section transversale, sont repérées par rapport aux axes principaux centraux. La position de l'origine et la direction de ces axes principaux sont définies par les trois conditions suivantes [9] :

$$\begin{cases} S_y = \int_A z dA = 0 & (a) \\ S_z = \int_A y dA = 0 & (b) \\ I_{yz} = \int_A yz dA = 0 & (c) \end{cases} \quad (1.51)$$

Les deux Eqs. (1.51 (a) et 1.51 (b)) sont utilisées pour déterminer et localiser l'origine des coordonnées principales « Centre de gravité de la section transversale ». L'Eq. (1.51 (c)) appelé le moment centrifuge ou produit d'inertie, donne la direction des axes principaux.

I.5.2. Surface sectorielle (coordonnées sectorielles) :

Dans la mesure où les sections transversales peuvent être considérées comme indéformables, les modèles classiques de calcul de contraintes et déformations établis pour les poutres à section pleine peuvent être employés. Cependant, du fait de leurs rapports géométriques particuliers, le principe de Saint Venant ne leur est pas toujours applicable. Le principe de Navier-Bernoulli non plus. Sous certains types de sollicitations, comme la torsion, les sections droites subissent des contraintes complémentaires dérivées de leur gauchissement. Pour cela, dans le calcul de la torsion non uniforme, on utilise la coordonnée sectorielle ω qui définit le gauchissement de la section en ce point par sa ligne moyenne dotée d'une abscisse curviligne et d'une épaisseur t (fonction arithmétique). $I(y, z)$ est l'origine des abscisses curvilignes, $M(y, z)$ est le point courant, $S(y_s, z_s)$ est le pôle (point du plan et centre de torsion) [40].

La coordonnée sectorielle du point M , mesurée à partir du centre de torsion S et du point initial M_I (en $s=0$) est représenté par deux fois l'aire formée par les deux segments SM, SM_I et l'arc MM_I [9].

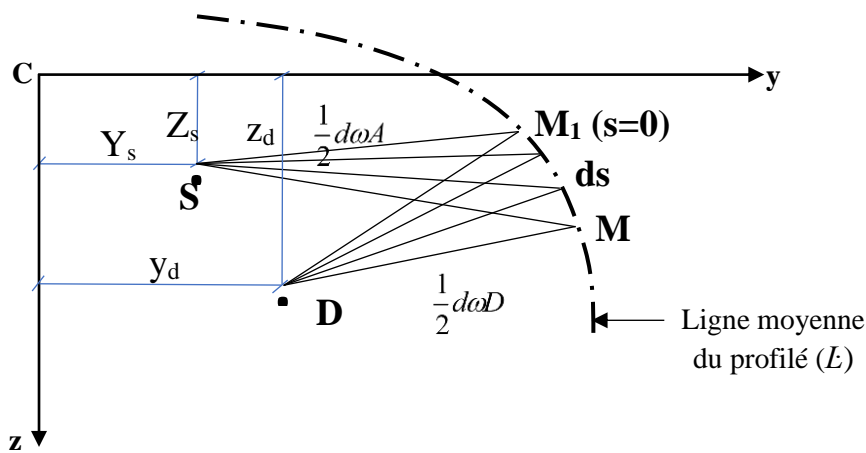


Fig. 1. 35 : Coordonnées sectorielles [6].

Soient ω_s et ω_D les surfaces sectorielles qui correspondent respectivement aux pôles S et D . l'aire du triangle SMM_I , selon la **Fig. 1.36**, est donnée par [40] :

$$SMM_I = SAM - SBM_I - BAMM_I \quad (1.52)$$

D'où :

$$\text{Aire}(SMM_1) = \frac{1}{2}[(y - y_s) + dy][(z - z_s) + dz] - \frac{1}{2}(y - y_s)(z - z_s) - \left(z - z_s + \frac{1}{2}dz\right) dy \quad (1.53-a)$$

L'aire du triangle DMM1 est donnée par :

$$\text{Aire}(DMM_1) = \frac{1}{2}[(y - y_d) + dy][(z - z_d) + dz] - \frac{1}{2}(y - y_d)(z - z_d) - \left(z - z_d + \frac{1}{2}dz\right) dy \quad (1.53-b)$$

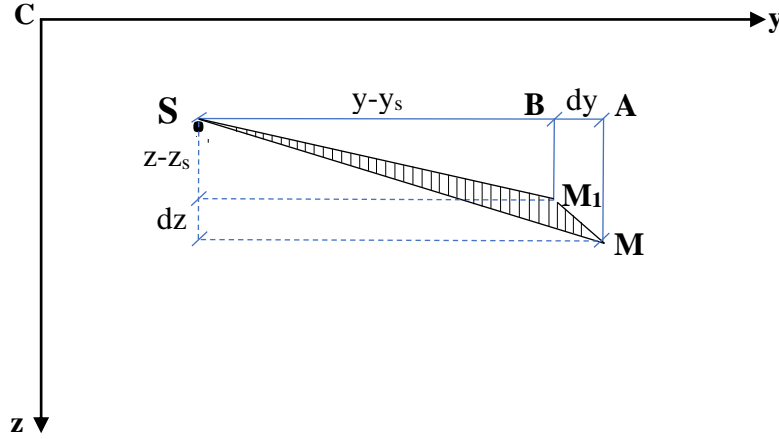


Fig. 1. 36 : Coordonnées sectorielles [41].

Comme la surface sectorielle est le double de l'aire balayée par le point M , en se déplaçant sur le contour transversal de la section par rapport à un pôle quelconque, on a [40] :

$$\begin{cases} d\omega_s = 2x\text{Aire}(SMM_1) = -(z - z_s)dy + (y - y_s)dz & (a) \\ d\omega_D = 2x\text{Aire}(DMM_1) = -(z - z_d)dy + (y - y_d)dz & (b) \end{cases} \quad (1.54)$$

La différence des deux surfaces sectorielles Eq. (1.54 (a)) et Eq. (1.54 (b)) donne :

$$d(\omega_s - \omega_D) = \omega_D + (z_s - z_d)dy - (y_s - y_d)dz \quad (1.55)$$

L'intégration de l'Eq. (1.55) donne :

$$\omega_s = \omega_D + (z_s - z_d)y - (y_s - y_d)z + S_0 \quad (1.56)$$

Où S_0 est un constant arbitraire qui dépend du point de départ de la mesure des surfaces sectorielles.

On suppose que :

- Le point $M_I(y_I, z_I)$ est l'origine des arcs s .
- Les surfaces sectorielles ω_s et ω_D sont également comptées à partir de ce point M_I , c'est-à-dire que pour $s=0$ on a $\omega_s = \omega_D = 0$. D'après ces conditions :

$$S_0 = -(z_s - z_d)y_I + (y_s - y_d)z_I \quad (1.57)$$

Après avoir remplacé S_0 par sa valeur, l'Eq. (1.56) devient :

$$\omega = \omega_s = \omega_D + (z_s - z_d)(y - y_I) - (y_s - y_d)(z - z_I) \quad (1.58)$$

A partir de relation de l'Eq. (1.58), on constate que l'unité de ω est le m^2 .

Les caractéristiques sectorielles sont définies par rapport au centre de torsion, elles sont données par [42] :

$$S_{\omega} = \int_A \omega dA ; \quad \begin{cases} S_{\omega y} = \int_A z \omega dA \\ S_{\omega z} = \int_A y \omega dA \end{cases} ; \quad I_{\omega} = \int_A \omega^2 dA \quad (1.59)$$

S_{ω} : les moments statiques sectoriels.

$S_{\omega y}, S_{\omega z}$: les moments centrifuges sectoriels (moments linéaires sectoriels).

I_{ω} : le moment d'inertie sectoriel.

I.5.3. Centre de torsion :

Le centre de torsion (de cisaillement) est un point particulier de la section transversale (massive ou mince, ouverte ou fermée). Lorsque les charges appliquées à la poutre ne passent pas par ce centre, la flexion de la poutre s'accompagne nécessairement d'une torsion. Le centre de torsion a pour propriété de rendre la surface sectorielle orthogonale aux coordonnées (y, z) mesurées dans les axes principaux centraux d'inertie [40], ce qui se traduit par :

$$\int_A y \omega dA = 0 \quad ; \quad \int_A z \omega dA = 0 \quad (1.60)$$

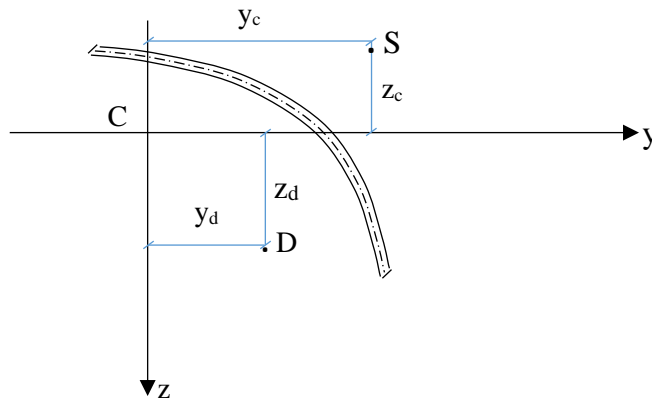


Fig. 1. 37 : Centre de torsion d'une section à paroi mince [43].

Après avoir remplacé l'Eq. (1.58) par sa valeur, on trouve :

$$\begin{cases} \int_A y \omega_D dA + \int_A y^2 (z_s - z_d) dA - \int_A (y_s - y_d) z y dA = 0 & (a) \\ \int_A z \omega_D dA + \int_A z^2 (y_s - y_d) dA - \int_A (z_s - z_d) z^2 dA = 0 & (b) \end{cases} \quad (1.61)$$

En identifiant ces deux expressions (Eq. (1.61) (a) et Eq. (1.61) (b)), on trouve les coordonnées (x_s, y_s) du centre de torsion, par rapport à celles du point D :

$$\begin{cases} y_s = y_d + \frac{I_z \int \omega_D z dA - I_{yz} \int \omega_D y dA}{I_z I_y - I_{yz}^2} \\ z_s = z_d - \frac{I_y \int \omega_D y dA - I_{yz} \int \omega_D z dA}{I_z I_y - I_{yz}^2} \end{cases} \quad (1.62)$$

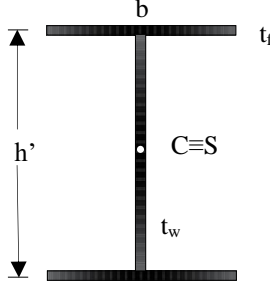
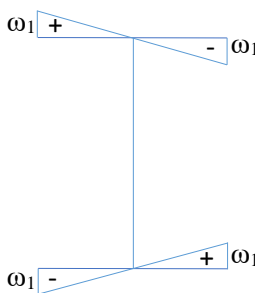
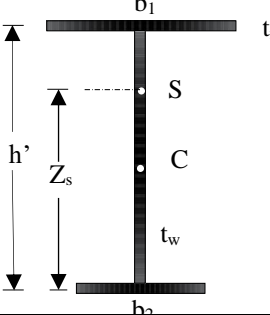
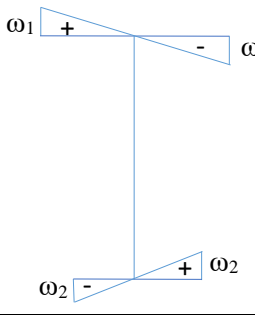
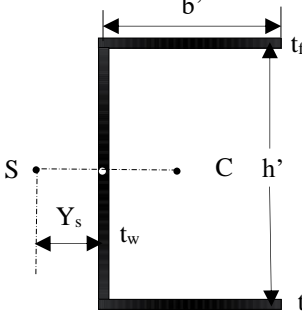
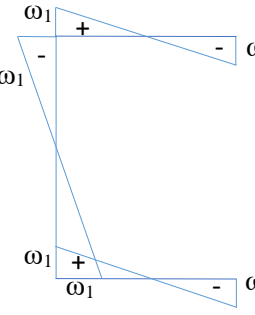
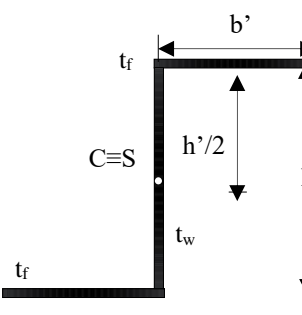
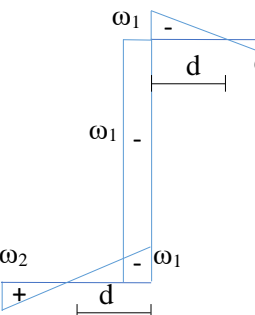
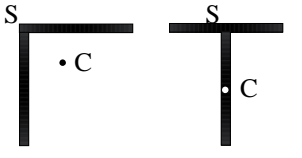
Dans le cas particulier où les axes y et z de la section sont des axes principaux, l'Eq. (1.62) devient :

$$\begin{cases} y_s = y_d + \frac{\int \omega_D z dA}{I_y} \\ z_s = z_d - \frac{\int \omega_D y dA}{I_z} \end{cases} \quad (1.63)$$

En général, le centre de torsion n'est pas confondu avec le centre de gravité. Cependant, il se trouve dans le plan de symétrie du profil. Cependant, ces deux centres peuvent être confondus si le profil a au moins deux plans de symétrie. En fonction des caractéristiques géométriques de la section, le tableau 1.7 montre la distribution de la coordonnée sectorielle principale des profils ouverts, la position du centre de torsion et l'expression du moment d'inertie sectoriel.

Plusieurs logiciels de calcul peuvent calculer l'aire d'une section ouverte à parois minces, la position du centre de gravité et du centre de torsion, de même que les moments axiaux et les moments quadratiques principaux. Les méthodes utilisées ne sont généralement pas spécifiées par les concepteurs des logiciels [37].

Tableau 1.9 : Caractéristiques de torsion des sections à parois minces [40].

Section	Coordonnée sectorielle ω (m ²)	Caractéristique de torsion
<p>Profils I symétrique</p> 		$\omega_1 = \frac{bh'}{4}$ $h' = h - t_f$ $I_\omega = I_z \left(\frac{h'}{4}\right)^2 = \frac{t_f b^3 h'^2}{24}$
<p>Profils I monosymétrique</p> 		$z_s = \frac{(I_z)_1}{(I_z)_1 + (I_z)_2} h'$ $h' = h - t_f$ $\omega_1 = \frac{b_1(h' - z_c)}{2}$ $\omega_2 = \frac{b_2(z_c)}{2}$ $I_\omega = (I_z)_1(h' - z_s)^2 + (I_z)_2(z_s)^2$
<p>Profils en U</p> 		$h' = h - t_f \quad ; \quad b' = b - \frac{t_w}{2}$ $y_s = \frac{b' t_f}{2bt_f + \frac{h' t_w}{3}}$ $\omega_1 = \frac{y_s(h')}{2} ; \quad \omega_2 = \frac{h'(b' - y_s)}{2}$ $I_\omega = \frac{1}{6}(b' - 3y_s)b'^2 h'^2 t_f + I_z y_s^2$
<p>Profils en Z</p> 		$d = \frac{b'^2 t_f}{h' t_w + 2b' t_f}$ $h' = h - t_f \quad ; \quad b' = b - \frac{t_w}{2}$ $\omega_1 = \frac{h' d}{2}$ $\omega_2 = \frac{b' - d}{2}$ $I_\omega = \frac{b'^3 t_f h'^2}{12} \cdot \frac{2h' t_w + b' t_f}{h' t_w + 2b' t_f}$
<p>Cornière, Profils en T</p> 	<p>Gauchissement négligeable</p>	$\omega = 0$ $I_\omega = 0$

I.6. Conclusion:

L'objet de ce chapitre est d'établir les notions de base et les différentes théories qui permettent le calcul des poutres soumises à la torsion. Les méthodes de calcul dépendent du type de sections (massive, à parois minces, rectangulaire, circulaire, carrée, ouvertes et fermées). Or, il est impossible d'établir une théorie générale de la torsion des poutres. Cela dépend de la géométrie des sections ainsi que des conditions cinématiques.

Les théories la plus simple sont celles de saint-Venant qui s'est intéressé à la torsion uniforme des poutres à sections pleines circulaire, la théorie de Bredt qui porte sur les sections fermées à parois minces et la théorie de Vlasov destinée à la torsion non uniforme des poutres à section ouverte à parois minces.

Chapitre II :

Instabilités des poutres à parois minces

II.1. Introduction :

Le calcul d'une structure exige que, sous toutes les combinaisons d'actions possibles, définies réglementairement, la stabilité statique soit assurée, tant globalement, au niveau de la structure, qu'individuellement, au niveau de chaque élément. Ces actions provoquent diverses déformations, et contraintes.

Il est donc essentiel de vérifier que les contraintes et déformations restent dans les limites admissibles afin d'augmenter le degré de sécurité souhaité. Ceci peut être divisé en deux catégories : Dans le cas de déformations infimes (petites), on admet que les sollicitations ne changent pas (ou seulement de façon marginale) suite aux déformations, ce qui conduit à la simple vérification que : $\sigma < \sigma_{de\ ruine}$. Dans le cas des grandes déformations, les déformations modifient sensiblement les sollicitations qui les ont provoquées, ce qui nécessite des calculs particuliers. Et que les déformations substantielles influencent les parties comprimées des pièces, entraînant trois formes distinctes de comportement caractéristique connu sous le nom de phénomènes d'instabilité :

- Le flambement, qui affecte les barres simplement comprimées (flambement simple) ou comprimées et fléchies (flambement flexion),
- Le déversement, qui affecte les semelles comprimées des pièces fléchies,
- Le voilement, qui affecte les âmes des pièces fléchies.

L'étude des phénomènes d'instabilité élastique est très importante dans la construction métallique car ils se produisent souvent en raison de l'utilisation de pièces relativement minces et élancées.

Par conséquent, les trois phénomènes d'instabilité de base (flambement, déversement et voilement) sont étudiés dans cette partie de manière séquentielle en termes d'aspects théoriques, expérimentaux et réglementaires [44, 45].

II.2. Critère d'instabilité :

Les théories sur la stabilité ont été élaborées afin de déterminer les conditions par lesquelles une structure, en équilibre, cesse d'être stable. Un équilibre élastique demeure stable si le corps après déformation tend à revenir à son état initial quand on élimine l'action extérieure qui était à l'origine de cette déformation.

Un équilibre est instable si sous l'action d'une sollicitation quelconque, le corps en déformation continue de se déformer dans le même sens que cette déviation imprégnée et ne revient pas à son état initial lorsque la sollicitation cesse son action. Entre ces deux états d'équilibre se trouve un état transitoire dit critique dans lequel le corps peut conserver la forme initiale ou bien la perdre par une sollicitation aussi petite qu'elle soit. L'instabilité est essentiellement une propriété des structures de géométrie extrême, comme par exemple les éléments comprimés d'élancement important, les plaques minces ou encore les coques minces cylindriques. Un critère de stabilité est une condition suffisante définissant un système instable. Plusieurs critères sont utilisés dans le domaine élastique avec beaucoup de succès ; on peut citer [46, 47] :

- ✓ Le critère de bifurcation,
- ✓ Le critère cinétique,
- ✓ Le critère de l'énergie.

II.2.1. Critère de bifurcation :

La méthode géométrique, l'approche classique et la méthode de l'équilibre de voisinage sont autant de noms pour ce critère. Il s'agit d'un problème de valeur propre en mathématiques. Cette approche est assez ancienne et est encore largement utilisée dans le domaine linéaire aujourd'hui. Elle se base sur la réponse de la question suivante : Quelle est le niveau d'une action externe délivrée quasi-statiquement à un système qui lui permet d'occuper plus d'une position d'équilibre alternative mais extrêmement proche ?

II.2.2. Critère cinématiques :

Également connue sous le nom de méthode dynamique, cette méthode établit les équations d'équilibre pour un niveau fini d'action extérieure, qui est, bien entendu, inférieur à la charge critique. Le système est ensuite perturbé et l'influence sur le mouvement est observé ; en même temps, le niveau de charge est progressivement augmenté jusqu'à ce que le mouvement devienne incontrôlé ; le niveau critique est atteint. En conséquence, l'équilibre est considéré comme stable si, en cas de changement modeste de la position d'équilibre du système, celui-ci revient ou reste relativement proche de sa position de départ. Lorsque la différence entre la position initiale et la position finale cesse d'être limitée, la condition critique est atteinte. Rappelons qu'il s'agit d'un critère entièrement dynamique qui ne prend en compte que le mouvement au voisinage de la position d'équilibre. Ainsi, l'équilibre d'un système est stable si le système évolue au voisinage de la configuration d'équilibre pour une perturbation suffisamment modeste.

II.2.3. Critère de l'énergie :

Dans cette méthode, le système doit être conservatif. Lorsque l'énergie potentielle totale du système est minimale, le système est en équilibre stable. La théorie de Lagrange-Dirichlet est utilisée pour déterminer le critère d'énergie. Elle est considérée comme une condition de stabilité à la fois essentielle et suffisante. Il est utilisé pour trouver la charge critique en recherchant simplement le niveau de charge auquel le système ne répond plus de manière cohérente. En d'autres termes, si la variation totale de l'énergie potentielle est positive, le système est stable.

II.3. Flambement :

La principale cause de perte de stabilité pour une structure mécanique conservative est le flambement.

Le flambement est un phénomène d'instabilité. Son apparition peut être observée en particulier sur des éléments élancés de faible raideur de flexion. Au-delà d'un certain niveau de chargement, la structure subit un important changement de configuration (qui peut se manifester par l'apparition soudaine d'ondulations). On distingue deux types de flambement i.e., le flambement par bifurcation et le flambement par divergence [48].

Lorsqu'un élément est sollicité par une charge axiale N de compression, atteint une certaine valeur, cet élément subit une flexion dans la direction perpendiculaire à la direction de la charge. La déformation de l'élément se produit dans le sens de faible inertie (pour les sections qui procèdent une inertie plus faible vis-à-vis l'autre). Cette charge est appelée charge critique de flambement N_{cr} qui peut avoir une nature mécanique ou bien thermique. Autrement dit, le système d'équilibre d'un élément sollicité en compression est *stable* si la valeur de la charge N est inférieure à N_{cr} . Le système est *métastable* ou *indifférent* si N atteint la valeur critique N_{cr} . Cependant, il sera *instable* si la charge N dépasse la valeur critique et ainsi l'élément sollicité ne répond plus aux services souhaités (Fig. 2.1) [39].

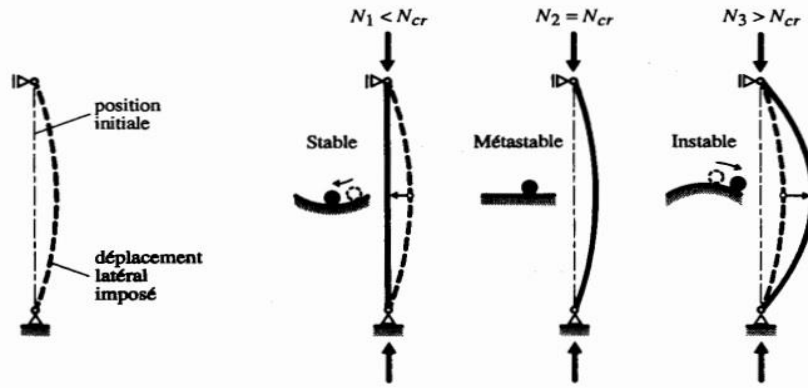


Fig. 2. 1 : Stabilité de forme d'une barre comprimée [8].

II.3.1. Étude analytique du flambement : (flambement par bifurcation)

II.3.1.1. Principe de flambement :

Le flambement a été décrit par le mathématicien Suisse Leonhard Euler (1707 – 1783) qui a déterminé la valeur théorique d'un effort de compression sous lequel une barre se dérobe. Cette valeur est appelée charge critique d'Euler.

Le flambement par bifurcation se produit lorsque des charges sont appliquées au centre de gravité de barres idéales. Si la charge appliquée reste inférieure à la charge critique, la barre reste droite. Lorsque la charge critique est dépassée, la barre se déforme latéralement et prend une nouvelle position d'équilibre.

II.3.1.2. Théorie linéaire du flambement élastique : (flambement par flexion)

Le flambement en mode de flexion d'une barre droite simplement comprimée se base sur les hypothèses suivantes :

- ✓ Barre prismatique bi articulée parfaitement rectiligne ;
- ✓ Barre idéale sans imperfections (déformations initiale, contraintes résiduelles, etc...) ;
- ✓ Barre sollicitée en compression pure par une charge parfaitement centrée ;
- ✓ Matériau infiniment élastique linéaire ;
- ✓ Déformation par torsion empêchée ;

Dans la **Fig. 2.2**. La barre est sous l'effet de charge de compression N . on sait que la barre est en état d'équilibre indifférent, lorsque la charge N est égale à La charge critique N_{cr} . Pour atteindre cette valeur N_{cr} , on impose une déformation à la barre chargée et on écrit son équation d'équilibre dans la position déformée. Cette position représente donc un état d'équilibre possible. Dans la représentation graphique (**Fig. 2.2**), ce phénomène est caractérisé lorsque la charge N est en augmentation, la déformation w associée est nulle, quand la charge N atteint la valeur critique N_{cr} , où le déplacement latéral w comporte un point de bifurcation. L'ensemble des points situés sur les deux tronçons horizontaux de la courbe $N-w$ de la **Fig. 2.2** représentent également un état d'équilibre possible. Ce phénomène est appelé flambement par bifurcation [8].

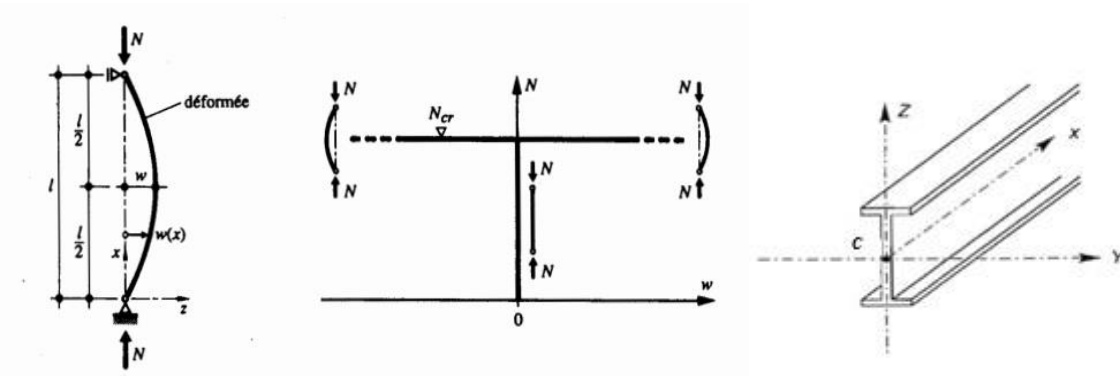


Fig. 2. 2 : Flambement plan d'une barre bi-articulée (bifurcation de l'équilibre) [8].

La condition d'équilibre entre les moments extérieurs et intérieurs permet d'écrire des équations différentielles ci-après, suivant le type de flambement :

$$EI_y \frac{d^2v(x)}{dx^2} = -M_z(x) \quad \text{suivant l'axe } y \quad (2.1)$$

$$EI_z \frac{d^2w(x)}{dx^2} = -M_y(x) \quad \text{suivant l'axe } z \quad (2.2)$$

Où :

$M_y(x)$: Moment fléchissant égal à $M_y(x)=N.w(x)$

$M_z(x)$: Moment fléchissant égal à $M_z(x)=N.v(x)$

Les Eqs. (2.1) et (2.2) devient :

$$\text{Selon l'axe } y : \quad EI_y \frac{d^2w(x)}{dx^2} + Nw(x) = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{Selon l'axe } z : \quad EI_z \frac{d^2v(x)}{dx^2} + Nv(x) = 0 \quad (2.4)$$

La terminologie utilisée pour décrire le type de flambement est nécessairement intéressante et doit être considéré toujours suivant un axe. Autrement dit, le flambement suivant l'axe y dépend de l'inertie I_y , mais correspond à une déformation w dans la direction de l'axe z qui est perpendiculaire à l'axe y. De même, le flambement suivant l'axe z est provoqué par l'inertie I_z et correspond à une déformation v dans la direction de l'axe y qui est perpendiculaire à l'axe z.

La solution des équations différentielles (2.3-4) sont obtenues sous la forme ($w=C_1\cos kx+C_2\sin kx$), où C_1 et C_2 sont définies en introduisant les conditions aux limites pour une barre bi-articulée (i.e., $w=w''=0$ pour $x=0$ et l). La valeur de la charge critique de flambement élastique (flambement d'Euler) est donnée par l'expression suivante :

$$N_{cr} = N_E = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2} \quad (2.5)$$

- E : module d'élasticité.
- I : moment d'inertie par rapport à l'axe perpendiculaire au plan de déformation.
- l_k : longueur libre de flambement dépendant de la longueur réelle de la pièce et du mode de fixation des extrémités. C 'est la longueur sur laquelle se produit le flambement (Fig. 2.3) [8].

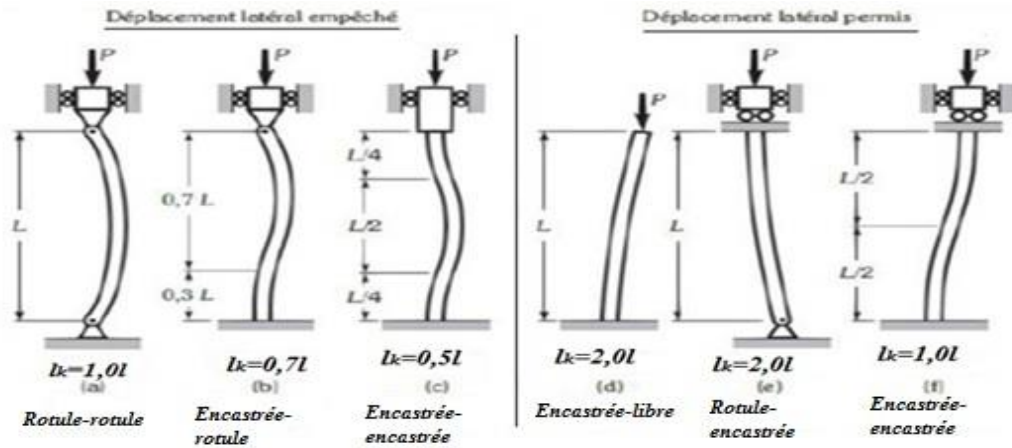


Fig. 2.3 : Longueur de flambement l_k d'une barre comprimée pour différentes conditions d'appui [49].

On remarquera que la force critique dépend de :

- ✓ La géométrie de la section à travers le moment d'inertie.
- ✓ La longueur de la pièce (longueur réelle et du mode de fixation des extrémités).
- ✓ Du matériau.

La contrainte critique d'Euler s'écrit alors :

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{Al_k^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_k^2} \tag{2.6}$$

Où : i_{min} représente le rayon de giration minimal : $i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}$ (2.7)

I_{min} est le moment d'inertie minimal de la barre

λ est l'élancement de la barre défini par : $\lambda_k = \frac{l_k}{i_{min}}$ (2.8)

Il convient de noter que l'élancement (λ_k) peut être exprimé en fonction de la charge critique de flambement à l'aide de l'Eq. (2.6) :

$$\lambda_k = \pi \sqrt{\frac{EA}{N_{cr}}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cr}}} \tag{2.9}$$

La variation de la contrainte d'Euler σ_{cr} en fonction de l'élancement λ_k et de type hyperbolique. Pour les aciers :

- S235 la limite élastique est de 235 MPa ce qui donne un élancement de l'ordre 93.
- S275 la limite élastique est de 275 MPa ce qui donne un élancement de l'ordre 87.
- S355 la limite élastique est de 355 MPa ce qui donne un élancement de l'ordre 76.

Si l'élancement est supérieur à 100, le flambement est élastique. Le flambement ne se produit pas pour un élancement faible, de l'ordre de 20, d'après les expériences. Dans cette situation, la ruine est plastique et le comportement est similaire à celui des pièces courtes comprimées. La droite horizontale correspondant à la limite d'élasticité f_y (Fig. 2.4).

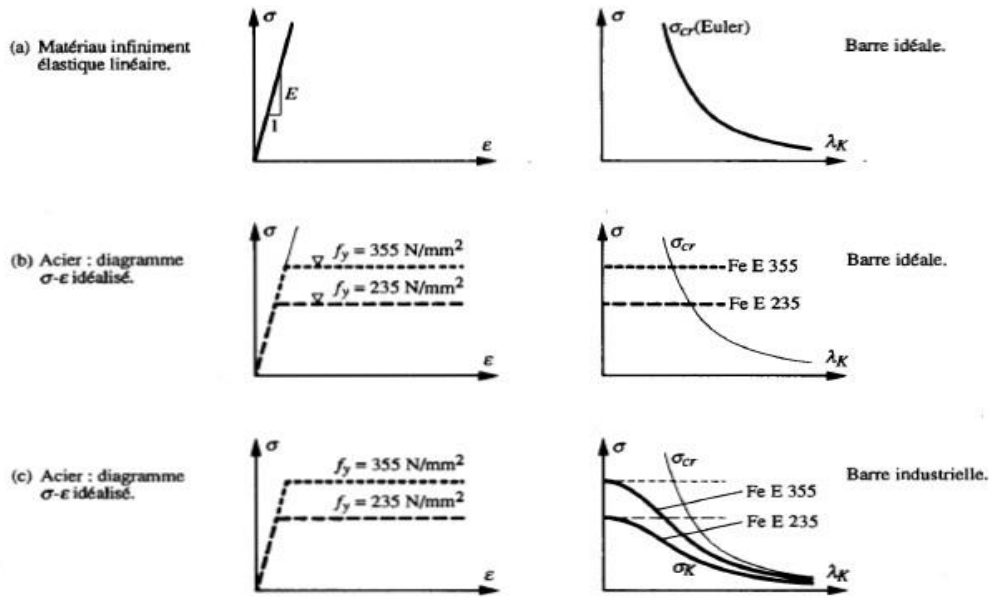


Fig. 2. 4 : Allure des courbes de flambement selon les hypothèses effectuées [8].

En résumé, la théorie linéaire du flambement élastique est insuffisante pour calculer la résistance ultime d'une barre comprimée. Elle met cependant en évidence l'impact de l'élanement (λ_k) sur la valeur de la charge critique (N_{cr} est inversement proportionnel au carré de λ_k). Enfin, comme la charge critique n'est pas directement liée à la limite d'élasticité de l'acier, l'utilisation d'un acier à haute résistance pour les sections élancées n'est pas souhaitable. En fait, pour un élanement important, le calcul de la charge critique relève davantage d'un problème de déformation (flèche inacceptable), fortement influencé par le module d'élasticité du matériau.

II.3.1.3. Flambement spatial (flambement par flexion et torsion) :

Dans ce qui précède, on a étudié dans le détail le flambement par flexion des éléments structuraux comprimés. Ce type d'instabilité est associé à des déplacements latéraux dans un plan de symétrie de la section transversale généralement possédant deux axes de symétrie et un élanement important (Fig. 2.5-a).

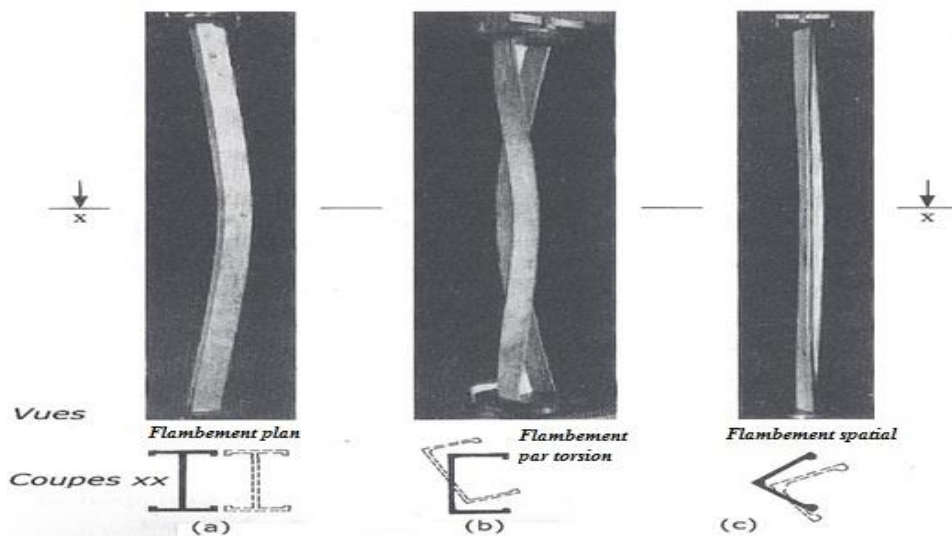


Fig. 2. 5 : Différents types de flambement d'une barre comprimée [50].

Un autre type d'instabilité de flambement peut se produire. Il s'agit toujours d'une instabilité par bifurcation, mais le champ de déplacements qui le caractérise comporte, non seulement des déplacements latéraux de flexion, mais aussi des déplacements de torsion. On parle alors de flambement par flexion-torsion. Lorsque les barres comprimées ont une section transversale ouverte et à parois minces, ce nouveau phénomène d'instabilité est extrêmement important. En raison de ces deux caractéristiques, la rigidité en torsion est assez faible. D'autres sections transversales présentent une rigidité à la torsion nettement supérieure et par conséquent, un comportement géométrique non linéaire, qui est principalement dû à l'instabilité de flexion décrite ci-dessus. Les équations différentielles de la déformation pour une charge axiale appliquée au centre de gravité C de la section représentée dans la **Fig. 2.6**, sont données par les expressions suivantes :

Flexion selon l'axe y :

$$EI_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + N[w(x) - y_s \theta(x)] = 0 \tag{2.10}$$

$$EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + N[v(x) + z_s \theta(x)] = 0 \tag{2.11}$$

Torsion autour de l'axe x (axe longitudinal) :

$$EI_\omega \frac{d^4 \theta(x)}{dx^4} + N(i_s^2 + GJ) \frac{d^2 \theta(x)}{dx^2} + Nz_s \frac{d^2 v(x)}{dx^2} - Ny_s \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = 0 \tag{2.12}$$

y_s et z_s : coordonnée y du centre de cisaillement S ;

v : déplacement du centre de cisaillement S dans la direction de l'axe y ;

w : déplacement du centre de cisaillement S dans la direction de l'axe z ;

θ : rotation de la section ;

I_ω : moment d'inertie sectoriel de la section ;

i_s : rayon de giration ($i_s^2 = y_s^2 + z_s^2 + (I_y + I_z)/A$)

J : constante de torsion uniforme ;

G : module de cisaillement.

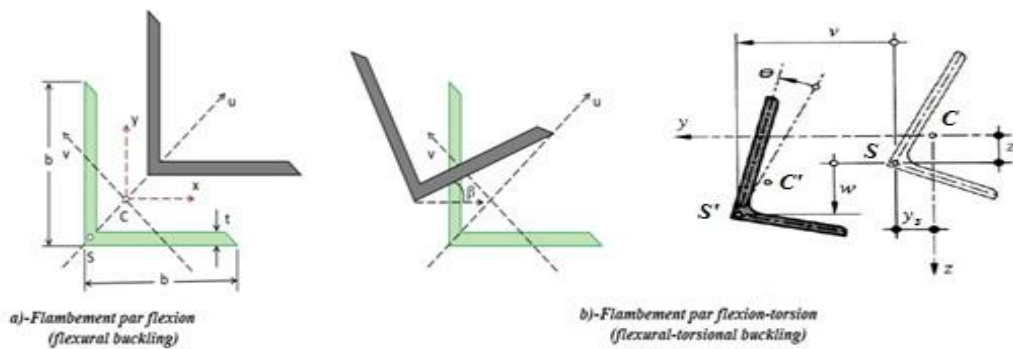


Fig. 2. 6 : Flambement : a) - par flexion ; b) - par flexion-torsion [8, 51].

Nous obtenons la formule suivante en intégrant le système d'équations précédent et en tenant compte des conditions aux limites pour une barre bi-articulée le long de ses deux axes d'inertie (i.e., $v = w = \theta = v'' = w'' = \theta'' = 0$ pour $x = 0$ et l).

II.3.2. Résistance ultime du flambement :

II.3.2.1. Flambement élastique par divergence :

Les solutions classiques des problèmes d'instabilité d'une barre idéale déterminent en général une charge critique qui correspond à la limite entre deux états d'équilibre différents, il y a donc bifurcation d'équilibre.

En réalité, la barre industrielle n'est pas parfaitement rectiligne et les charges sont appliquées avec une certaine excentricité w_0 par rapport à l'axe x , le flambement soudain par bifurcation, est remplacé dans ce cas par une augmentation continue des déplacements (**Fig. 2.8**). Ce phénomène est appelé "*divergence d'équilibre*" pour lequel il n'y a pas de limite de stabilité stricte. Si le matériau reste élastique, la rigidité de la barre (donnée ici par la pente de la courbe $N.w$) est toujours positive, mais une petite perturbation produira de grands déplacements. La dite déformée initiale des barres industrielles est due aux tolérances d'exécution des contraintes résiduelles du laminage et du refroidissement de la section. L'ensemble de ces imperfections conduit à des efforts supplémentaires dans la barre (effets du second ordre) où chaque valeur de la charge N correspond à une déformation w non nulle.

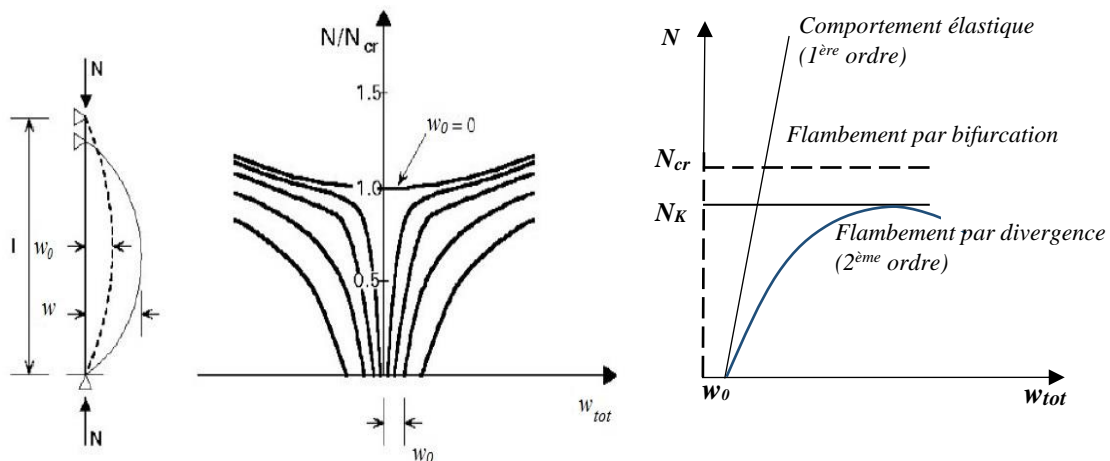


Fig. 2.8 : Flambement par divergence d'équilibre [8, 34].

La diminution de rigidité de la barre est, en général, due à un changement soit de la géométrie, soit des propriétés mécaniques. La diminution de rigidité due à une modification de la géométrie ne crée généralement pas de perte de stabilité, mais conduit à de grands déplacements. Par ailleurs, des diminutions importantes de rigidité proviennent de changements dans les propriétés mécaniques (élastiques ou de rupture) du matériau et, de ce fait, conduisent à l'effondrement de l'élément.

La courbe charge-déformation commence par une déformation w_0 lorsque la barre est chargée, puis elle s'écarte de la ligne droite correspondant au comportement élastique (1er ordre) de la barre (**Fig. 2.8**). Lorsque les efforts internes dépassent la résistance de la section de la barre, la déformation w_{tot} devient rapidement excessive, et la résistance ultime au flambement N_K de la barre est atteinte. La résistance ultime au flambement N_K est toujours inférieure à la charge critique de flambement N_{cr} , comme le montre le diagramme. Le *flambement par divergence*, par opposition au flambement de bifurcation, est le terme utilisé (§ III.3.1.1).

La valeur de la résistance ultime au flambement N_K peut être calculée à l'aide des courbes de flambement européenne de la CECM (Convention Européenne sur la Construction Métallique), qui tiennent compte des nombreuses imperfections qui affectent les barres industrielles. Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, ces défauts se présentent sous différentes natures [8].

II.3.2.2. Imperfections des barres industrielles :

Le flambement est un phénomène difficile à prévoir car il est affecté par des imperfections géométriques. C'est le cas, par exemple, d'une poutre imparfaitement droite, de variation de la section transversale, des défauts de matériaux (variations du module de Young), un encastrement imparfait...etc. Notons que nous avons déjà vu au chapitre I, la littérature consacrée aux travaux traitant l'influence des imperfections géométriques et des contraintes résiduelles sur la résistance ultime au flambement.

II.3.2.2.1. Prise en compte d'un défaut initial :

Le cas des barres parfaites étudiées jusqu'à présent est un modèle idéalisé. Dans la réalité, il faut tenir compte des imperfections inévitables. Les colonnes peuvent, par exemple, être exposées à des charges latérales parasites ou avoir une forme de courbure qui provoque une excentricité initiale. Dans les deux cas, il est important de pouvoir estimer l'amplification de ce défaut initial à l'approche de la valeur critique de la charge de flambement. Si un défaut initial est assimilé à une courbure de colonne avec un déplacement maximal w_0 (ou un moment parasite maximal M_0), le déplacement (ou le moment) à ce même point en fonction de la charge appliquée N est amplifié par le paramètre μ (**Fig. 2.9**) [38] :

Considérons la barre biarticulée comprimée comportant une déformée initiale $w_0(x)$ (**Fig. 2.8**), admettons que l'équation de sa déformée initiale soit sinusoïdale de la forme suivante :

$$w_0(x) = w_0 \sin \frac{\pi x}{l} \quad (2.16)$$

Avec w_0 : déformation initiale de la barre à mi-hauteur ($x=l/2$),

La barre est soumise à un effort normal de compression N et un moment de flexion M_0 , à cause de la déformée initiale.

En remplaçant l'Eq. (2.16) au l'2q. (2.10) on obtient :

$$EI_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + N \left[\left(w_0 \sin \frac{\pi x}{l} + w(x) \right) \right] = 0 \quad (2.17)$$

En intégrant l'Eq. (2.17), en tenant compte les conditions aux limites ($w_0(x)=0$ pour $x=0$ et l), on obtient :

$$w(x) = \frac{w_0}{\left(\frac{\pi^2}{\frac{Nl^2}{EI_y}} - 1 \right)} \sin \frac{\pi x}{l} \quad (2.18)$$

Sachant que $N_{cr} = \pi^2 EI_y / l^2$, la déformation au milieu ($x=l/2$) devient :

$$\frac{w}{w_0} = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad \text{Et} \quad \mu = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (2.19)$$

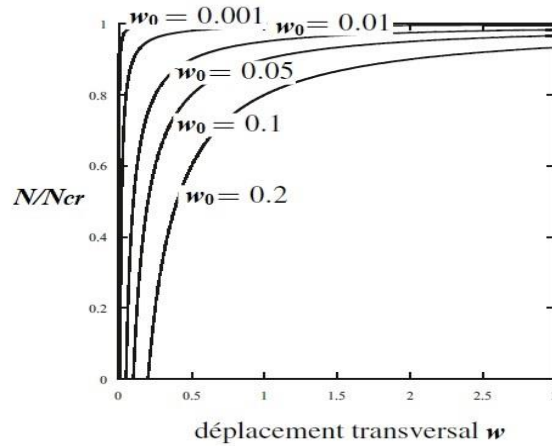


Fig. 2. 9 : déplacement transversal causé par l'influence de la déformée initiale [38].

II.3.2.2.2. Contraintes résiduelles :

Dans une structure, la répartition des champs de contraintes résiduelles peut être plus ou moins variable et capable de causer le flambement quand ces contraintes dépassent un certain niveau critique.

Dans la plupart des procédés de mise en forme, notamment en laminage des tôles minces, le flambement est incontrôlable et peut avoir des effets néfastes sur la structure. De ce fait, ce phénomène doit être analysé assez profondément afin de comprendre ses causes, le modéliser et essayer de l'éviter [52].

Les contraintes résiduelles influencent le comportement d'une barre comprimée. Lorsque la déformation spécifique ε d'une fibre dépasse sa déformation limite élastique ε_y , le module d'élasticité E de cette fibre est nul. Ceci est illustré à la **Fig. 2.10**, où la rigidité de la section reste constante jusqu'à une contrainte normale de compression N égale à la charge N_{el} , qui correspond à la plus grande charge que la section peut supporter sans plastifier aucune fibre. Dès que la charge dépasse N_{el} , la rigidité de la section commence à se détériorer rapidement et devient finalement nulle lorsque toutes les fibres de la section sont plastifiées ($N=N_{pl}$) [8].

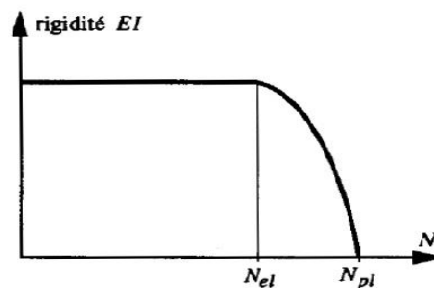


Fig. 2. 10 : influence des contraintes résiduelles sur la rigidité d'une section [8].

Les méthodes numériques modernes, telle que la méthode des éléments finis, permet de simuler les processus de mise en forme des éléments en acier. Ces simulations peuvent fournir des informations utiles sur les contraintes résiduelles pendant la fabrication, ainsi que sur une variété de domaines importants pour les profileurs (déformation maximale du matériau, retour élastique après le profilage...etc.) [53].

II.3.2.3. Courbes de flambement européennes :

La Convention Européenne de la Construction Métallique (CECM) fournit des courbes de flambement qui prennent en compte des paramètres en fonction du rapport d'élanement des barres $\bar{\lambda}$ pour établir la charge critique de flambement N_{cr} via le rapport de contrainte $\bar{\sigma}$.

Les paramètres suivants ont été pris en compte par le CECM lors de l'élaboration des courbes réglementaires :

- Le type de proportion de la section droite.
- Le plan de flambement considéré.
- Le mode de fabrication de la pièce.

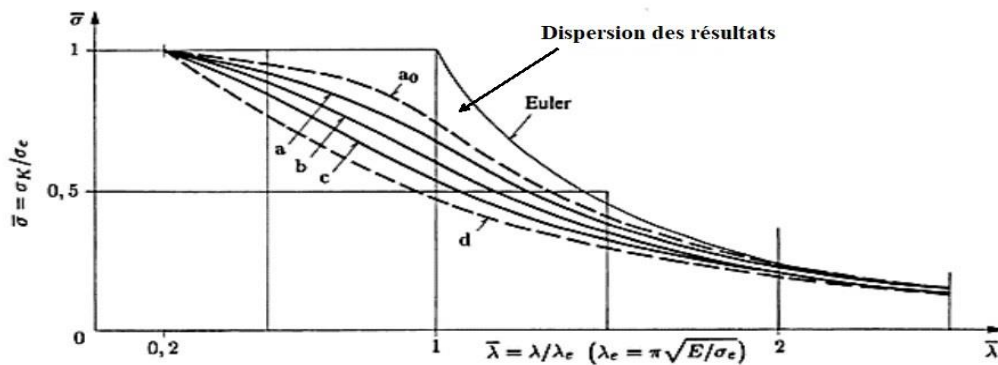


Fig. 2. 11 : Courbe de flambement européenne des barres en acier [39].

La Fig. 2.11 représente quatre courbes de flambement d'une barre simplement comprimée, de la plus basse, qui présente une forte imperfection, à la plus haute, qui présente l'état fondamental d'Euler.

II.4. Déversement :

II.4.1. Définition du déversement élastique :

Une poutre droite fléchie dans un plan de symétrie peut être instable sous une contrainte maximum très inférieure à sa limite d'écoulement. Suivant ses proportions, il arrive qu'elle flambe latéralement on dit qu'elle se déverse.

Il s'agit d'un problème d'instabilité présentant de nombreuses similitudes avec le flambement. La théorie bien connue de Timoshenko [5], fournit une solution dans le cas d'une poutre parfaite avec des matériaux infiniment élastiques et résistants. Dans différentes circonstances de chargement et des formes de section variées, la bifurcation d'équilibre doit se produire théoriquement pour la valeur critique du moment déterminée par Timoshenko. En réalité, le gauchissement commence dès que la charge est appliquée et l'instabilité est causée par une divergence d'équilibre, semblable au flambement. Les études de déversement menées par l'Institut Technique du Bâtiment & des Travaux Publics sur des IPN. Soumis à un moment constant sont représentatives à cet égard. Les formules de Timoshenko présentent d'ailleurs les mêmes dangers que celles d'Euler.

Aucune tentative valable pour établir la théorie de la divergence d'équilibre n'a été rapportée, à l'exception de quelques formules empiriques, dont la plupart sans de grand fondement ; Or, c'est ainsi que l'instabilité se produit, et c'est ce constat qui doit être à la base de toute solution réaliste.

S'il n'y a pas eu de tentative sérieuse, alors qu'elles ont été si nombreuses dans les cas du flambement, c'est que le problème est plus complexe [54].

Le déversement élastique des pièces fléchies est un phénomène d'instabilité qui présente des analogies avec le flambement. Il se produit lorsqu'une poutre fléchie présente une faible inertie à la flexion transversale et à la torsion. Comme il existe un effort normal critique provoquant le flambement pour une barre comprimée, la partie supérieure de la poutre comprimée, flambe latéralement sous une valeur critique du moment de flexion (selon le plan de plus grande raideur), pour laquelle la poutre fléchit dans le plan de sa plus faible raideur et en torsion [55].

Pour illustrer ce phénomène d'instabilité, considérons le scénario d'une poutre en porte-à-faux avec une charge verticale concentrée à l'extrémité libre (**Fig. 2.12**). Si elle ne se déforme que perpendiculairement à son axe de forte inertie pour une petite charge, la partie comprimée de la section se déforme latéralement pour échapper à la compression si la charge augmente. Ainsi, la poutre déverse en faisant subir à chaque section un mouvement de translation horizontale accompagné d'une rotation autour de son centre de cisaillement.

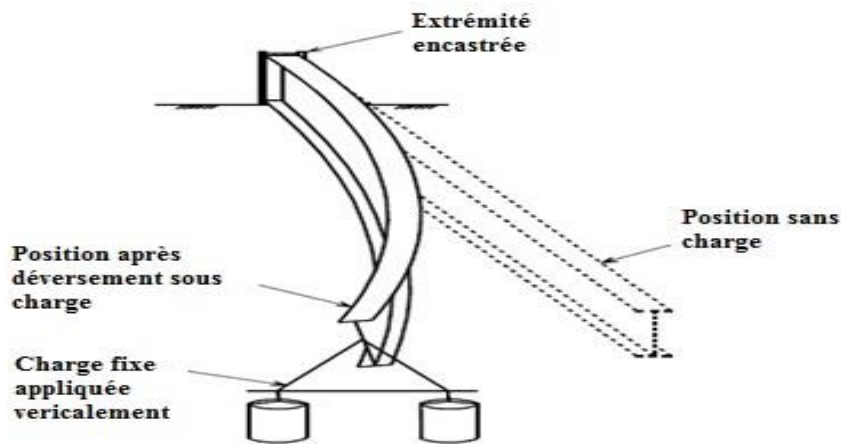


Fig. 2. 12 : Phénomène de déversement d'une poutre en console [56].

II.4.2. Principe du déversement élastique :

La flexion n'est alors plus plane mais déviée et s'accompagne d'une torsion et d'un gauchissement de la section.

Le déversement est très important lorsque $\frac{I_z}{I_y} \ll 1$

Si la zone comprimée est empêchée et maintenue latéralement, il n'y a aucune possibilité de déversement. Les poutres "maintenues latéralement" sont incapables de se déplacer latéralement. Ces poutres ne sont pas affectées par le flambement hors du plan de leur semelle comprimée appelé "déversement".

Les poutres peuvent être considérées comme maintenues latéralement si :

- ✓ Un blocage latéral de la semelle comprimée est assuré, tel qu'un plancher en béton ou des tôles nervurées.
- ✓ Théoriquement, le blocage continu contre la torsion du profilé peut être réalisé à n'importe quel niveau (mais de préférence contre la semelle comprimée), par exemple par des tôles nervurées fixées efficacement sur des profilés bas de moins de 200 mm de hauteur.
- ✓ Il existe des éléments ou dispositifs de contreventement latéral de la membrure comprimée ou de maintien du profilé contre la torsion (pannes, poutres transversales). Dans ce cas, l'élançement de la poutre fléchie le long de l'axe faible sera suffisant [56].

En général, une poutre fléchie qui se déverse atteint sa résistance maximale pour une charge Q_D inférieure à la charge Q_{pl} équivalente à la plastification totale de la section (Fig. 2.13). La poutre présente un comportement instable similaire à celui du flambement par divergence une fois que le déversement s'est produit (Voir Fig. 2.8).

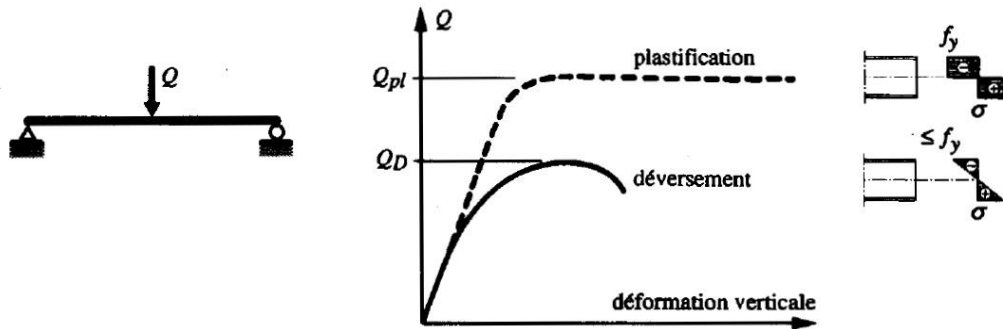


Fig. 2. 13 : Comportement d'un élément fléchi sous chargement [8].

II.4.3. Moment critique de déversement élastique (état fondamental) :

Considérons une barre rectangulaire étroite fléchie dans son propre plan sous l'influence d'un moment constant M (Fig. 2.14), Timoshenko [5] a résolu ce cas fondamental en considérant les hypothèses suivantes :

- ✓ Barre parfaitement rectiligne de section bi-symétrique et constante sur toute sa longueur.
- ✓ Barre idéale sans imperfections.
- ✓ Section transversale indéformable.
- ✓ Appuis de type "appuis à fourche".
- ✓ Matériaux infiniment élastique et linéaire.
- ✓ L'inertie de la section I_z est faible vis-à-vis l'inertie I_y .
- ✓ Petites torsions ($\sin\varphi = \varphi, \cos\varphi = 1$).

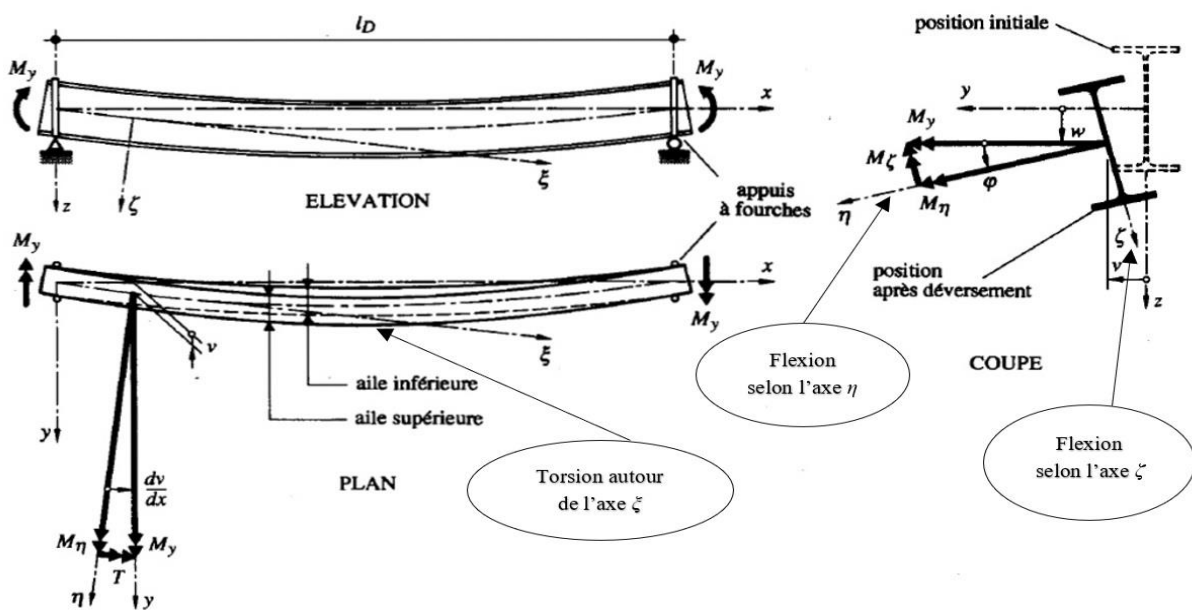


Fig. 2. 14 : Déversement d'une poutre à section en double té bi-symétrique, sollicitée en flexion pure [8].

Dont on peut établir les équations d'équilibres selon l'état déformé de la poutre suivant les axes (ζ, η, ξ) , ce qui représente un système de trois équations à trois inconnues (v, w, φ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} EI_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + M_y = 0 \quad \text{avec : } M_\eta = M_y \cos \varphi \approx M_y \end{array} \right. \quad (2.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + \varphi(x) M_y = 0 \quad \text{avec : } M_\zeta = M_y \sin \varphi \approx \varphi M_y \end{array} \right. \quad (2.21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} EI_\omega \frac{d\varphi^3(x)}{dx^3} - GJ \frac{d\varphi(x)}{dx} + M_y \frac{dv(x)}{dx} = 0 \quad \text{avec : } T = M_y \sin \frac{dv(x)}{dx} \approx M_y \frac{dv(x)}{dx} \end{array} \right. \quad (2.22)$$

Où :

Eq. (2.20) : Flexion suivant l'axe η .

Eq. (2.21) : Flexion suivant l'axe ζ .

Eq. (2.22) : Torsion suivant l'axe ξ

En dérivant une fois l'Eq. (2.22) et en remplaçant $\frac{d^2 v(x)}{dx^2}$ par sa valeur tirée de l'Eq. (2.21), on obtient l'équation différentielle suivante :

$$EI_\omega \frac{d\varphi^4(x)}{dx^4} - GJ \frac{d\varphi^2(x)}{dx^2} - \frac{M_y^2}{EI_z} \varphi(x) = 0 \quad (2.23)$$

Cette expression a été établie pour la première fois par Prandtl en 1899. Dont la solution est :

$$\varphi(x) = A \cosh(a_1 x) + B \sinh(a_1 x) + C \sin(b_1 x) + D \cos(b_1 x)$$

$$\text{Où : } \left\{ \begin{array}{l} a_1^2 = \frac{GJ}{2EI_\omega} + \sqrt{\left(\frac{GJ}{2EI_\omega}\right)^2 + \frac{M_y^2}{EI_z GJ}} \\ b_1^2 = -\frac{GJ}{2EI_\omega} + \sqrt{\left(\frac{GJ}{2EI_\omega}\right)^2 + \frac{M_y^2}{EI_z GJ}} \end{array} \right.$$

Pour déterminer les quatre constantes d'intégration $(A, B, C \text{ et } D)$, on dispose de quatre conditions aux limites (i.e., $\varphi = \varphi'' = 0$ pour $x = 0$ et l_D). Le moment critique de déversement élastique M_{crD} , pour lequel le système est en équilibre métastable, se formule finalement de la façon suivante :

$$M_{crD} = \frac{\pi}{l_D} \sqrt{GJ EI_z \left(1 + \frac{\pi^2 EI_\omega}{l_D^2 GJ}\right)} \quad (2.24)$$

Où :

l_D : Longueur de déversement (distance entre deux appuis latéraux empêchant le déversement) ;

G : Module de cisaillement ;

J : Constante de torsion uniforme ;

E : Module d'élasticité ;

I_z : Moment d'inertie par rapport à l'axe z ;

I_ω : Moment d'inertie sectoriel de la section.

Si les déformations v , w ou φ sont entravées entre appuis (e.g., aile supérieure de la poutre maintenue latéralement), le moment critique de déversement élastique ne pourrait pas être établi avec l'Eq. (2.24).

Pour une section rectangulaire $M_{crD} = \frac{\pi}{l_D} \sqrt{GJ EI_z}$

II.4.4. Moment critique de déversement élastique (formule empirique) :

Le cas particulier précédent de la poutre à section doublement symétrique, sur appuis simples et en flexion pure, se rencontre rarement en pratique dans une structure. En effet :

- ✓ Les appuis peuvent être des encastremets (souvent des encastremets élastiques) à la flexion et à la torsion et peuvent empêcher totalement ou partiellement le gauchissement ;
- ✓ Les charges extérieures (appliquées au-dessus ou en-dessous du centre de torsion de la section) provoquant presque toujours une variation des moments le long de la poutre ;
- ✓ La section peut être asymétrique.

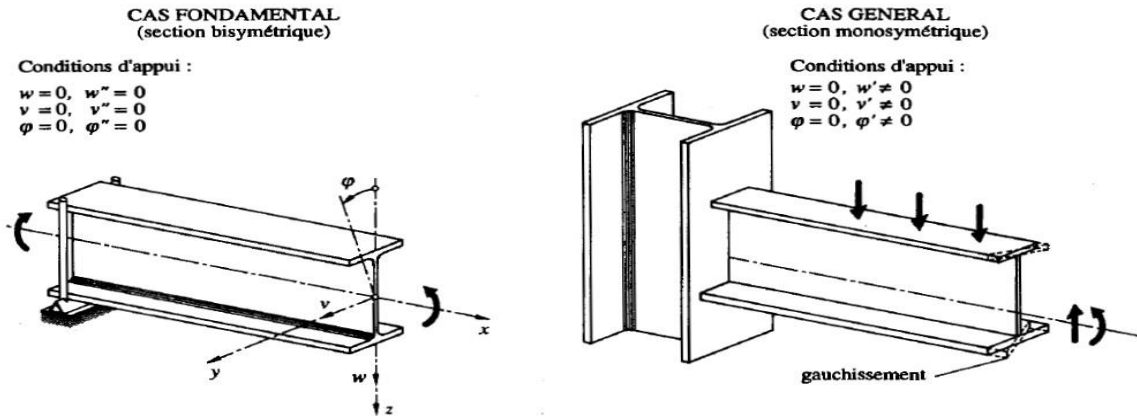


Fig. 2. 15 : Condition d'appui, charges et types de sections transversales [8].

En conséquence, la recherche a développé une méthode de calcul plus large basée sur les mêmes hypothèses que la théorie de l'élasticité linéaire, mais prenant en compte de manière plus détaillée le type de chargement et son niveau d'application, les conditions d'appui et la forme de la section.

L'expression générale du moment critique élastique pour le cas d'une poutre à section constante mono-symétrique est la suivante :

$$M_{crD} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{k_v k_\varphi l_D^2} + \left[\sqrt{(C_2 z_a + C_3 \beta)^2 + \frac{I_\omega}{I_z} \left(\frac{GJ k_\varphi^2 l_D^2}{\pi^2 EI_\omega} + 1 \right)} - (C_2 z_a + C_3 \beta) \right] \quad (2.25)$$

Où :

C_1, C_2, C_3 : Facteurs dépendant du type de chargement et des conditions d'appui.

k_v, k_φ : Coefficients d'encastrement aux appuis.

z_a : Distance entre le centre de cisaillement S et le point d'application de la charge (positive si ce dernier est situé entre le centre de cisaillement et la semelle tendue).

β : Caractéristique sectorielle de la section définie par :

$$\beta = z_s + \frac{1}{2I_y} \int_A z(y^2 + z^2) dA \quad (2.26)$$

($\beta = 0$ pour une section bisymétrique)

Donc pour une section bi-symétrique ($\beta = 0$), L'Eq. (2.25) doivent :

$$M_{crD} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{k_v k_\phi I_D^2} + \left[\sqrt{(C_2 z_a)^2 + \frac{I_\omega}{I_z} \left(\frac{GJ k_\phi^2 I_D^2}{\pi^2 EI_\omega} + 1 \right)} - (C_2 z_a) \right] \quad (2.27)$$

z_s : Distance entre le centre de gravité C et le centre de cisaillement S (positive si le centre de cisaillement se trouve entre le centre de gravité et la semelle comprimée)

II.4.4.1. Influence des conditions d'appuis :

Selon la formule ci-dessus, la valeur du moment critique de déversement M_{crD} est influencée par les conditions d'appui de la poutre en flexion latérale (coefficient k_ϕ) et par la possibilité de gauchissement de la section à l'appui (coefficient k_v).

Ces coefficients permettent, d'une façon pratique, d'intégrer l'effet des conditions d'appui en modifiant (en réduisant) la longueur de déversement de base correspondant à des appuis à fourche [57].

Pour une poutre simple, on a les deux cas extrêmes suivantes :

- Rotation autour de z-z et gauchissement libres aux deux extrémités ($v = v'' = 0$ et $\phi = \phi'' = 0$) : $k_\phi = k_v = 1,0$ (**Fig. 2.16**) (Cas général ou réel) ;
- Rotation autour de z-z et gauchissement empêchés aux deux extrémités ($v = v' = 0$ et $\phi = \phi' = 0$) : $k_\phi = k_v = 0,5$ (**Fig. 2.17 (b)**) (Cas théorique ou fondamental) ;

La déformabilité des éléments composant les appuis devrait théoriquement être prise en compte pour chaque poutre réelle, car nous sommes presque toujours entre les cas extrêmes indiqués ci-dessus.

En pratique, il faut d'abord empêcher la rotation de la poutre autour de son axe longitudinal $x-x$ et empêcher son déplacement transversal aux appuis. En ce qui concerne k_v et k_ϕ , on peut admettre pour un dimensionnement courant, les valeurs suivantes :

- $k_\phi = 1,0$ (0.7) pour les cas où les deux (un des) appuis de la poutre n'empêchent pas sa flexion latérale (e.g., les appuis constitués d'une colonne dont on néglige habituellement la résistance à la torsion), (**Fig. 2.16**);
- $k_\phi = 0,5$ (0.7) pour les cas où les deux (un des) appuis de la poutre empêchent, par leur rigidité, la flexion latérale (cas rare), (**Fig. 2.17 (a)**) ;
- $k_v = 0,5$ (0.7) pour les cas où les deux (un des) appuis de la poutre empêchent le gauchissement de la section par la présence de plats d'abouts de forte épaisseur et/ou de raidisseurs, (**Fig. 2.17 (b)**) [57, 58].

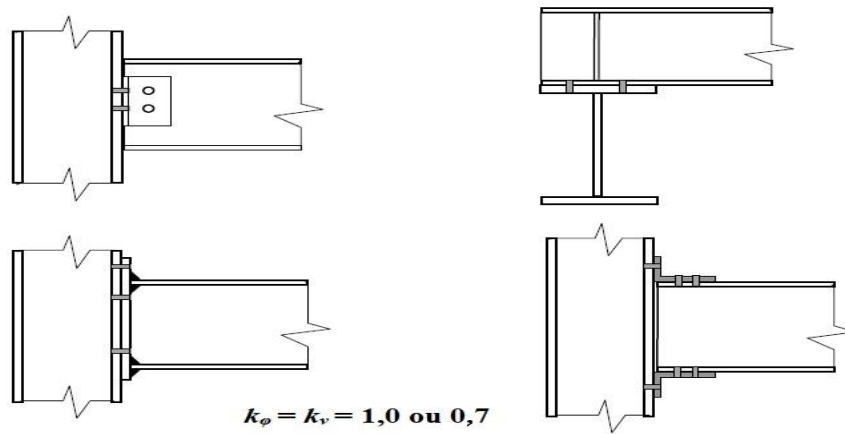


Fig. 2.16 : Coefficients d’encastrement d’appui pour différents types d’appuis [57].

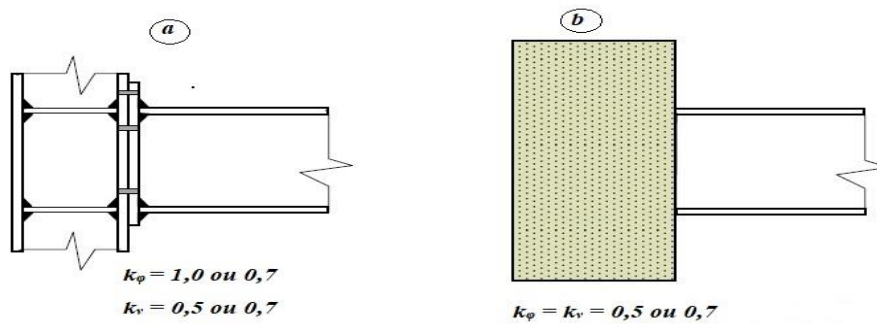


Fig. 2.17 : Coefficients d’encastrement d’appui pour : a) - Encastrement parfait de la poutre à la torsion, b) - Encastrement parfait de la poutre à la flexion et à la torsion [57].

N.B : pour les poutres en porte-à-faux les coefficients d’encastrement d’appui sont comme suit : $k_\phi = 2,0$ et $k_v = 1,0$.

II.4.4.2. Influence du type de chargement et du niveau de chargement :

Le point d’application de la charge par rapport au centroïde de la section transversale a une influence sur le moment critique de déversement élastique M_{crD} . La position du point d’application de la charge est directement liée au centre de cisaillement de la poutre et peut introduire un moment secondaire stabilisateur ou déstabilisateur (**Fig. 2.18**) [58].

Pratiquement, on en tient compte par les facteurs C_1 , C_2 et C_3 dans la formule (2.25) ainsi que de la distance z_a . En ce qui concerne le type de chargement, le cas le plus défavorable est celui de la poutre sur deux appuis à fourche (liaisons d’extrémités minimales) soumise à la flexion pure. En effet, dans ce cas, l’effort maximal dans la semelle comprimée est constant, situation la plus dangereuse d’un point de vue de flambement latéral de celle-ci. Dans le cas d’un moment linéairement variable ou de charges appliquées entre les appuis, la compression maximale n’est atteinte sur toute la longueur de la poutre que dans une seule section, ce qui se traduit par des facteurs C_1 , C_2 et C_3 plus élevés afin de tenir compte de cet effet favorable.

La position des charges est prise en compte par la distance z_a (distance entre le point d'application des charges et le centre de torsion de la section) à introduire, avec son signe, dans la formule du moment critique de déversement élastique M_{crD} (2.25). bien évidemment, $z_a=0$ lorsque la charge est appliquée au centre de torsion C , (Fig. 2.18) [57].

Le tableau suivant donne les valeurs de C_1 , C_2 et C_3 pour les cas de charges les plus courants et pour les conditions d'appui suivantes : $k_\phi = 1$.

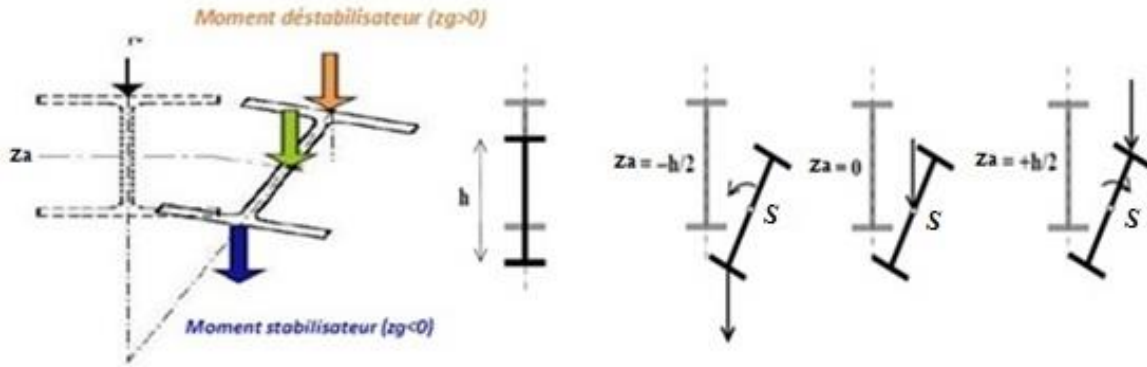


Fig. 2. 18 : effet de positionnement de la charge [57, 58].

Tableau 2. 1 : Valeurs des facteurs C_1 , C_2 et C_3 pour $k_\phi=1$ [8].

Mode de chargement	$k_y = 1.0$			$k_y = 0.5$			$k_y = 2.0$		
	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
$M \left(\Delta \text{---} \circ \right) M$	1.00	⊕	1.00	1.00	⊕	1.14			
$M \left(\Delta \text{---} \circ \right) M/2$	1.32	⊕	0.99	1.51	⊕	2.27			
$M \left(\Delta \text{---} \circ \right)$	1.88	⊕	0.94	2.15	⊕	2.15			
$M \left(\Delta \text{---} \circ \right) M/2$	2.70	⊕	0.68	3.09	⊕	1.55			
$M \left(\Delta \text{---} \circ \right) M$	2.75	⊕	0.00	3.15	⊕	0.00			
$\text{---} q$	1.13	0.46	0.53	0.97	0.30	0.98			
$\text{---} q$	1.28	1.56	0.75	0.71	0.65	1.07			
$\downarrow q$	1.36	0.55	1.73	1.07	0.43	3.06			
$\downarrow q$	1.56	1.27	2.64	0.94	0.71	4.80			
$\uparrow 1/4 \downarrow q \text{---} 1/2 \downarrow q \text{---} 1/4 \uparrow$	1.05	0.43	1.12	1.01	0.41	1.89			
$\uparrow \alpha l \downarrow q$							$\frac{1.28}{\alpha}$	0.43	⊕
$\text{---} q$							2.05	0.83	⊕

⊕ Sans influence s'il n'y a pas de charge transversale
 ⊕ Sans influence pour une section bisymétrique

II.4.4.3. Influence des appuis intermédiaires :

Pour augmenter la valeur de la charge critique de déversement et la réduction de la longueur de déversement, on peut soit choisir une section plus rigide, soit disposer des appuis latéraux intermédiaires (solution en général plus économiques). On cherche à empêcher, au droit de chaque appui, tout déplacement latéral du centre de cisaillement dans la direction de l'axe y ($v = 0$) et toute rotation de la section ($\varphi = 0$) [8].

Lorsqu'une poutre possède de tels appuis latéraux positionnés à intervalles le long de sa portée, il est simple de traiter indépendamment les différents segments entre les maintiens de la poutre. Pour chacun d'entre eux, le calcul du moment critique est estimé et le dimensionnement de la poutre est conçue autour de la partie la plus risquée. Dans ce cas, il y a de fortes chances pour que les formes des diagrammes des moments des différents tronçons ne figurent pas dans le **tableau 2.1**. Par conséquent, ils doivent être assimilés à d'autres circonstances moins complexes et sûres. Il est également essentiel de prendre un coefficient k_φ de 1,0 plutôt que 0,5 ou 0,7.

Les appuis intermédiaires doivent être dimensionnés pour reprendre un effort de stabilisation de l'ordre d'un à deux pourcents de l'effort dans la semelle comprimée de la poutre.

Pour plus de précisions, l'exemple de la **Fig. 2.19** pour une travée de poutre continue comportent deux maintiens latéraux intermédiaires, sera traitée en trois tronçons, en « linéarisant » les diagrammes afin de choisir des coefficient C_1 « sécuritaires »

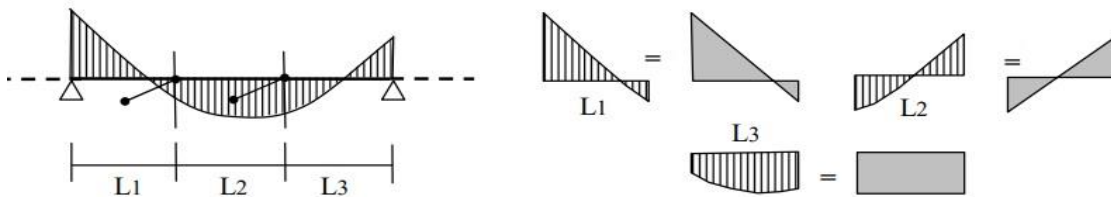


Fig. 2. 19 : Exemple de poutre continue comportent deux maintiens latéraux intermédiaires [57].

II.4.5. Etude normatives du déversement :

La résistance au déversement n'est à vérifier que pour des barres fléchies par rapport à leur axe de forte inertie. Le déversement n'est pas un problème pour les tubes circulaires ou carrés.

Le calcul de la résistance au déversement se fonde normalement sur le moment critique de déversement défini au paragraphe (§ 4.4) (Eqs. (2.25) et (2.27) selon le cas à étudier) [59].

D'autres méthodes (procédures) sont décrites dans le code européen EC3 1-1 [2] (la norme EN 1993-1-1), qui peuvent conduire à des résultats plus favorables dans certains cas.

La méthodologie de vérification est résumée dans le **tableau 2.2**. La méthode générale est limitée pour des raisons de simplicité dans la présentation de ce tutoriel (guide).

Tableau 2. 2 : Résistance au déversement - Méthodologie [59].

Étape	Description	Références
1	Classe de la section	EN 1993-1-1 §5.5
2	Module élastique efficace $W_{el,y}$ pour les sections de Classe 4	EN 1993-1-5 Chapitre 4
3	$M_{cr,D} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\}$	Formule Générale de déversement
4	Élancement réduit $\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{N_{Ed,y} f_y}{A_c}}$ pour les sections transversales de Classe 1 ou 2 $\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{N_{1,Ed,y} f_y}{A_c}}$ pour les sections transversales de Classe 3 $\bar{\lambda}_B = \sqrt{\frac{N_{Ed} f}{A_c}}$ pour les sections transversales de Classe 4	EN 1993-1-1 §6.3.2.2(1) ou méthode simplifiée Paragraphe 4.3
5	Courbe de déversement (a, b, c ou d)	EN 1993-1-1 Tableau 6.4
6	Coefficient de réduction χ_{LT} pour le déversement	EN 1993-1-1 §6.3.2.2(1) ou Figure 1
7	Coefficient de réduction modifié $\chi_{LT,mod}$	EN 1993-1-1 §6.3.2.3(2)
8	Résistance au déversement $M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{el,y} f_y / \gamma_{M1}$ pour les sections de Classe 1 ou 2 $M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{el,y} f_y / \gamma_{M1}$ pour les sections de Classe 3 $M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{el,y} f_y / \gamma_{M1}$ pour les sections de Classe 4	EN 1993-1-1 §6.3.2.1(3)
9	Critère de résistance $\frac{M_{yEd}}{M_{b,Rd}} \leq 1$	EN 1993-1-1 §6.3.2.1(1)

Selon l'EC3 1-1 [2] il faut vérifier que :

$$M_{yEd} < M_{b,Rd} \tag{2.28}$$

Où :

M_{yEd} : la valeur du moment sollicitant dans le plan principal de flexion y-y,

$M_{b,Rd}$: Moment Résistant vis-à-vis au déversement sous la forme d'équation suivante :

Dans l'EC3 1-1 [2], le principe de vérification du déversement se base sur le facteur de réduction χ_{LT} , qui prend en compte tous les effets qui diminuent la capacité due au déversement. La résistance au moment de flexion selon l'EC3 peut être déterminée avec :

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma \tag{2.29}$$

Où :

f_y : limite d'élasticité de l'acier

χ_{LT} : coefficient de réduction.

$W_{pl,y}$: Module de résistance plastique.

γ_{MI} : Coefficient partiel de sécurité.

β_w : facteur en fonction de la classe de section :

- $\beta_w = 1$: module de section plastique pour les sections de classe de 1 et 2.
- $\beta_w = \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$: module de section élastique pour les sections de classe 3.
- $\beta_w = \frac{W_{eff,y}}{W_{pl,y}}$: module de section efficace pour les sections de classe 4.

L'élançement réduit $\bar{\lambda}_{LT}$ est donné par :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{\beta_w W_{pl,y} f_y}{M_{crD}}} \quad (2.30)$$

M_{crD} : est le moment critique de déversement.

L'expression du coefficient de réduction χ_{LT} (semblable à celle du flambement) est donnée par :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad (2.31)$$

La fonction ϕ_{LT} est définie par :

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (2.32)$$

Où :

α_{LT} est le paramètre de défaut (voir **Tableau 2.3**).

Le choix des constantes à prendre dépend de la forme de la section étudiée (**Tableau 2.4**).

Tableau 2.3 : Valeurs des coefficients d'imperfections [2].

Courbe d'imperfection	a	b	c	d
α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Tableau 2.4 : Choix des courbes pour le calcul de déversement [2].

	Limites	Courbe
Sections laminées	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Sections soudées	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Autres	Quelques soit	d

II.5. Voilement :

Etant donné que notre travail se focalise sur le comportement des poutres à parois minces soumises au feu, nous présentons dans cette partie un bref récapitulatif concernant le voilement.

II.5.1. Définition du Voilement :

Nous avons noté au début de ce chapitre que ce phénomène d'instabilité (voilement), affecte les âmes des pièces fléchies. Comme définition de ce dernier, le voilement est un phénomène d'instabilité qui peut être rencontré dans le cas des structures planes élancées de type plaque. De façon analogue au flambement des poutres, il convient d'étudier l'équilibre d'une plaque en position déformée. Il est important de faire l'hypothèse d'une surface "presque plane" afin d'établir les équations d'équilibre d'un élément de plaque soumis à une compression dans son plan.

Considérons la plaque rectangulaire (**Fig. 2.20(a)**) parfaitement plane, articulée le long de ses quatre bords (les déplacements hors du plan sont empêchés, mais les rotations sont libres) et soumise à une compression dans la direction de l'axe x . si, pour une contrainte σ_x faible, on impose à la plaque une déformation w hors du plan, elle va revenir à sa position initiale après suppression de la cause ayant engendré la déformation. La plaque restera déformée et développera une cloque (**Fig. 2.20(b)**) pour une certaine contrainte supérieure $\sigma_x = \sigma_{crB}$; elle est donc en équilibre indifférent (ou métastable) et est considérée comme déformée. La contrainte élastique critique de flambement σ_{crB} est la contrainte pour laquelle le voilement se produit et appelée contrainte critique de voilement élastique.

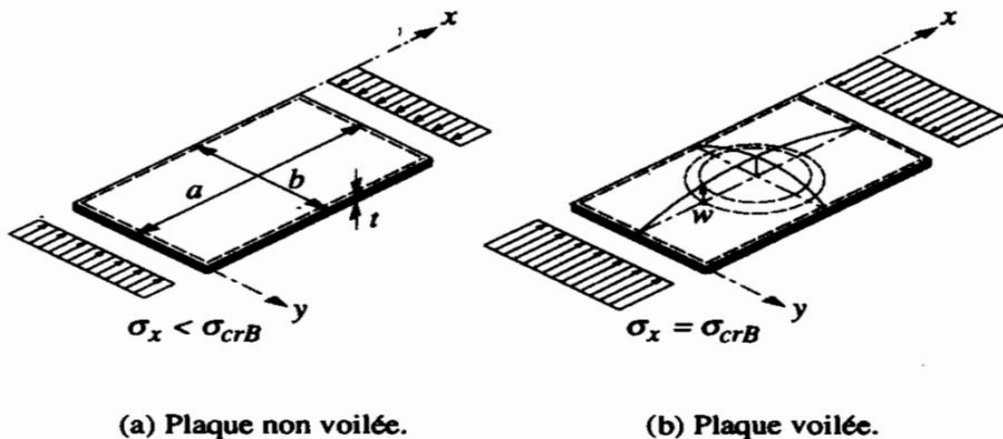


Fig. 2. 20 : Voilement d'une plaque parfaitement plane [8].

Le voilement élastique, contrairement au flambement et au déversement d'une barre, n'entraîne pas la ruine de la plaque. En effet, si l'on continue de charger la plaque déjà voilée, elle va pouvoir résister davantage, au contraire d'une barre isolée, pour laquelle le flambement signifie la ruine. Le fait qu'une barre qui flambe n'est pas retenue dans sa déformation, alors qu'une plaque a un effet de membrure, explique cette différence de comportement.

II.5.2. Théorie linéaire du voilement élastique (phénomènes d'instabilité par bifurcation) :

Considérons la plaque rectangulaire présenté dans la **Fig. 2.21**, articulée sur ses quatre bords. La valeur de la contrainte élastique critique de flambement σ_v peut être calculée à l'aide des hypothèses suivantes si l'on considère le voilement comme une instabilité causée par une bifurcation de l'équilibre [8] :

- La plaque est initialement parfaitement plane,
- Les déformations hors du plan lors du voilement sont faibles,
- La plaque est sollicitée par des charges agissant dans son plan moyen,
- Le matériau est infiniment élastique linéaire.

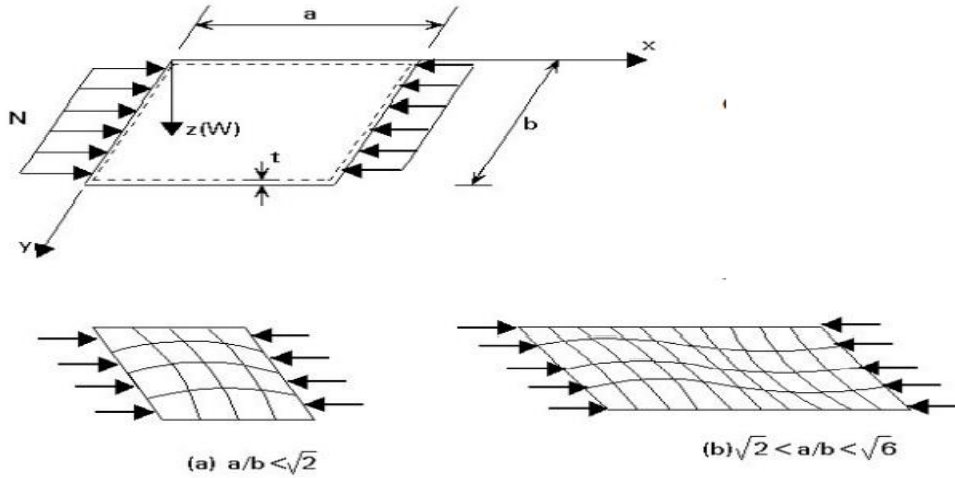


Fig. 2. 21 : Voilement d’une plaque rectangulaire sous l’effet de compression [34].

Le voilement des plaques peut se produire lorsqu'une poutre est constituée de plaques dont les dimensions sont importantes par rapport à leurs épaisseurs. Il entraîne une diminution de la rigidité de la section. La contrainte théorique de voilement dépend des conditions d'appui, des propriétés de l'acier, du type de chargement et des dimensions de la plaque. Le voilement se divise en deux types (i.e., le voilement élastique et le voilement inélastique).

Le voilement est dit élastique lorsque la contrainte théorique de voilement est inférieure à la limite d'élasticité de l'acier (moins les contraintes résiduelles de compression), et inélastique lorsqu'elle est supérieure à la limite d'élasticité de l'acier (moins les contraintes résiduelles de compression).

Le voilement est affecté par les défauts de rectitude et les contraintes résiduelles au même titre que le flambement.

La théorie linéaire du voilement est susceptible de fournir l’expression de la charge critique de voilement élastique. En se basant sur l’équation différentielle (Eq. (2.33)) du flambement d'une plaque, établie par Bryan [60], qui correspond à la Fig. 2.21 :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{N}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{2.33}$$

Où : D représente la rigidité en flexion de la plaque pour une largeur b unitaire :

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu)^2} \tag{2.34}$$

En supposant que la plaque se déforme suivant une forme sinusoïdale représentée par l’équation :

$$w = A \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi x}{b} \quad (2.35)$$

Après l'utilisation des conditions aux limites, la charge critique de voilement élastique est donnée sous la forme suivante :

$$N_{crB} = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \frac{Et}{12(1-\nu)^2} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (2.36)$$

La contrainte critique de voilement est obtenue par l'équation suivante :

$$\sigma_{crB} = k\sigma_E \quad (2.37)$$

Où la contrainte de référence d'Euler σ_E donnée par la relation suivante :

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t} \right)^2} \quad (2.38)$$

Où :

σ_{crB} : Contrainte critique de voilement élastique ;

σ_E : Contrainte de référence d'Euler ;

E : Module d'Young du matériau ;

ν : Coefficient de Poisson du matériau ;

b/t : Rapport d'élanement d'une plaque ;

k : Coefficient de voilement des plaques (fonction des dimensions, des conditions d'appui et du type de chargement).

La contrainte élastique critique de flambement σ_{crB} est proportionnelle au coefficient de flambement k , comme le démontre l'Eq. (2.37). Par conséquent, il est essentiel d'étudier les facteurs qui ont une influence sur sa valeur.

II.5.2.1. Influence du nombre de cloques de voilement :

Pour une plaque idéale (matériaux élastique linéaire, plaque parfaitement plane) simplement appuyée sur quatre côtés et soumise à une compression uniforme ce coefficient de voilement k s'écrit comme suit :

$$k = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 ; \quad \text{tel que : } \alpha = \frac{a}{b} \quad (2.39)$$

Où m désigne le nombre de demi-ondes qui apparaissent dans la direction de chargement.

On constate que quel que soit le nombre m de demi-ondes, k prend une valeur minimum constante égale à 4 si $m = \alpha$. La courbe de k correspondant au voilement en m demi-ondes est représentée dans la **Fig. 2.22**.

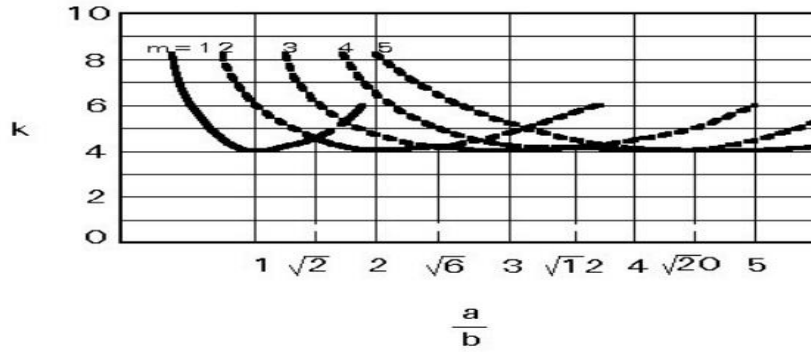


Fig. 2. 22 : Relations entre k et le rapport a/b d'une plaque [34].

Il est intéressant de noter que, pour les valeurs $\sqrt{2}, \sqrt{6}, \dots$ du rapport a/b , il y a coïncidence de deux modes de flambement.

II.5.2.2. Influence des conditions de bord :

En se référant à l'exemple ci-dessus, la plaque rectangulaire articulée sur quatre bords ne constitue qu'un cas particulier d'élément pouvant être sensibles au phénomène de voilement ; d'autres conditions de bord sont possibles. Le type de condition de bord qui doit être utilisé dans le calcul est déterminé par le comportement réel du bord de la plaque, qui est influencé par sa liaison aux éléments adjacents. Les plaques, qui forment normalement les parois des éléments de construction, ne sont jamais parfaitement articulées ou encastées dans la pratique. Dans le cas d'un profilé laminé, par exemple, il existe en réalité un certain encastrement de l'âme dans les ailes. Pour des mesures de commodité, on suppose souvent que ces pièces plates sont articulées au niveau de leurs bords appuyés, ce qui est une hypothèse prudente.

La Fig. 2.23 compare le coefficient de voilement de plaques comprimées dans une direction, dont les bords sont parallèles à la direction de chargement (solicitation) et qui sont soit simplement appuyées soit encastées. Ceci démontre que plus une plaque est tenue rigidement sur ses bords, plus sa résistance au voilement est importante (elle a un coefficient de voilement plus élevé). On peut établir une analogie entre une barre comprimée bi-articulée et une autre bi-encastée dont la contrainte critique de flambement est plus importante.

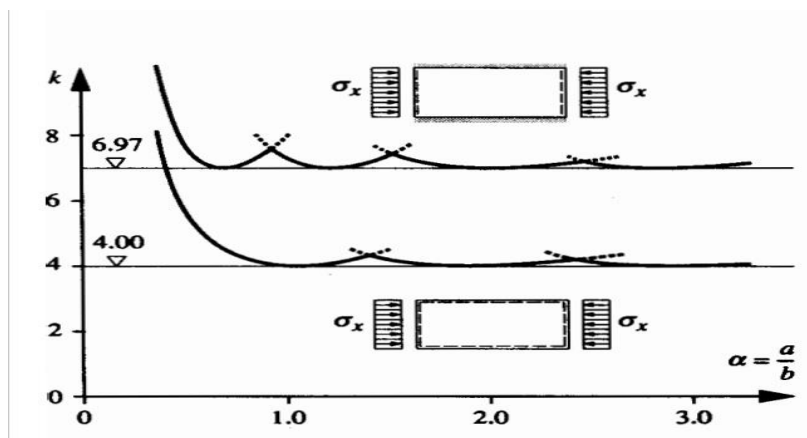


Fig. 2. 23 : Plaque simplement comprimée dans une direction [8].

II.5.2.3. Influence du type de sollicitation :

La traction, la compression et la flexion peuvent toutes provoquer des contraintes normales dans une plaque. Il n'y a aucun risque d'instabilité pour les plaques soumises à des contraintes de traction. En revanche, le voilement constitue un risque dès qu'une partie de la plaque est comprimée. Plus la zone comprimée est grande, plus le coefficient de voilement diminue, ce qui augmente le risque de voilement.

La variation du coefficient de voilement k d'une plaque articulée sur ses quatre côtés est illustrée dans la Fig. 2.24 (a) pour les cas suivants :

- Compression pure (la courbe ① est identique à la Fig. 2.23 avec $k_{min} = 4$) ;
- Flexion pure (courbe ② avec $k_{min} = 23,9$).

Dans le cas de la flexion composée, la courbe ③ de la Fig. 2.24 (b) montre la variation du coefficient de voilement k_{min} en fonction du rapport ψ des contraintes extrêmes. Il est possible de voir les valeurs de $k_{min} = 4$ et 23,9, qui correspondent à la compression pure et à la flexion pure, respectivement.

L'état déformé d'une plaque cisailée révèle la formation d'une bielle comprimée et tendue (Fig. 2.24 (a)). Le voilement peut alors être assimilé au « flambement » de la bielle comprimée hors du plan de la plaque, la bielle tendue contribuant à l'effet de membrane. La courbe ④ (Fig. 2.24 (a)) donne le coefficient de voilement pour ce cas de sollicitation.

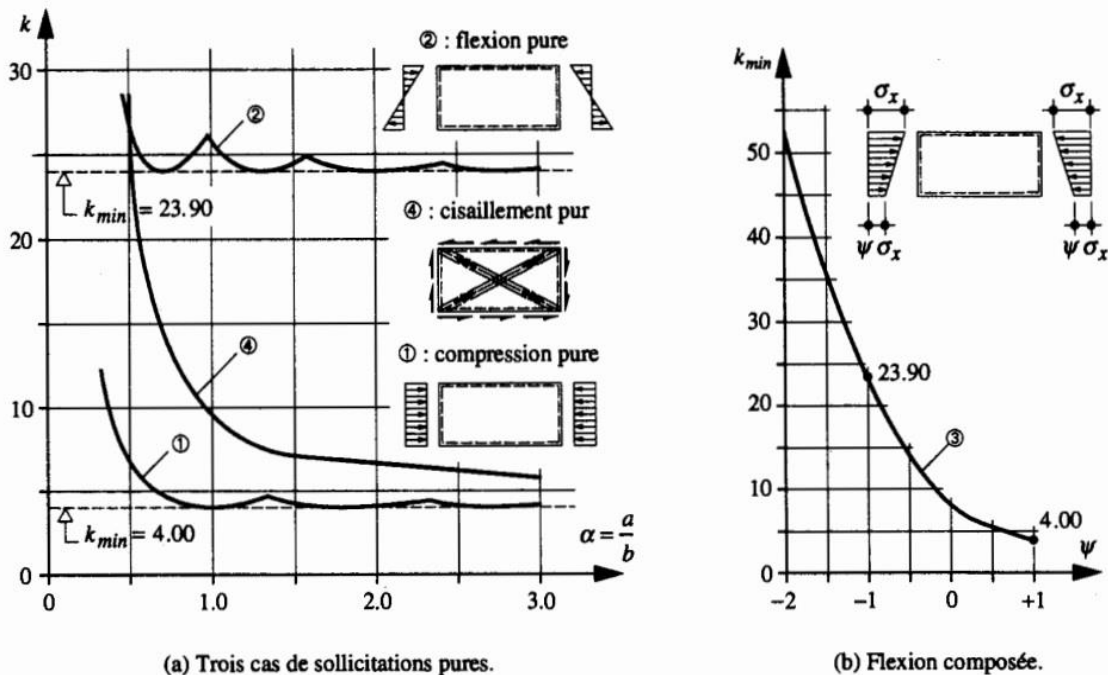


Fig. 2. 24 : Valeurs du coefficient de voilement k en fonction du type de sollicitation [8].

II.5.3. Aspect réglementaire du voilement élastique :

Le calcul de la stabilité des parois des profilés métalliques au voilement est complexe. Il est basé sur la prise en compte des contraintes critiques, dont l'écart par rapport à la rupture expérimentale d'un élément structural donné varie en fonction des combinaisons des sollicitations qui la provoquent. Il est préférable d'utiliser des parois plus minces sur les éléments de structure

métalliques au lieu de celles spécifiées dans les règlements et normes en vigueur, mais cela nécessite généralement l'utilisation de raidisseurs longitudinaux qui exige des vérifications complexes.

L'EC3 1-1 [2], traite séparément le voilement par compression des parois des éléments et le voilement par cisaillement des âmes des poutres.

Le voilement par compression des âmes des poutres, doit être pris en considération dans les critères de classification des sections transversales des éléments décrits dans le premier chapitre et dans les différentes formules de vérification de résistance associées aux différentes classes de sections transversales.

En revanche, La résistance des âmes des poutres au voilement par cisaillement, peut être vérifiée à l'aide de l'une des deux méthodes qui doivent également être vérifiées explicitement :

- La méthode post-critique simple.
- La méthode du champ diagonal de traction.

La méthode post-critique simple peut être utilisée sur les âmes de poutres en I qui ont ou n'ont pas de raidisseurs transversaux intermédiaires, tant que l'âme a des raidisseurs aux appuis. La méthode est applicable pour les poutres raidies avec des rapports d'aspect de $1 < a/d \leq 3$ (d : étant la hauteur de l'âme entre semelles et a : écartement entre nus intérieurs des raidisseurs).

Seule la méthode post critique simple, qui a un domaine d'application qui couvre celui de la méthode du champ diagonal.

Les trois éléments suivants doivent être examinés :

- La vérification de l'âme au voilement par cisaillement.
- La vérification des raidisseurs transversaux au flambement hors plan.
- La vérification des soudures.

II.5.3.1. Critères de vérification :

La résistance au voilement par cisaillement des âmes des poutres dépend du rapport hauteur-épaisseur d/t_w ainsi que de l'espacement des éventuels raidisseurs d'âme intermédiaires.

Donc d'après l'EC 3 [45] et [44], la résistance au voilement est nécessaire :

- $\frac{d}{t_w} > 69 \varepsilon$ Pour des âmes sans raidisseurs (exceptés ceux aux appuis).
- $\frac{d}{t_w} > 30 \varepsilon \sqrt{k_\tau}$ Pour des âmes comportant des raidisseurs transversaux intermédiaires.

Et l'élanement réduit de l'âme défini par l'expression suivante :

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{f_y}{\tau_{cr}}} = \frac{d}{37,4 \varepsilon \sqrt{k_\tau} t_w} \quad (2.40)$$

Avec :

τ_{cr} : résistance critique élastique au voilement par cisaillement ;

k_τ : coefficient de voilement par cisaillement ;

$\bar{\lambda}_w$: Élanement réduit de l'âme.

- Pour $\bar{\lambda}_w > 0.8$, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Dans le cas de raidisseurs transversaux :} \\ \frac{d}{t_w} > 30\varepsilon\sqrt{k_\tau} \\ \bullet \text{ Dans le cas où il n'a pas de raidisseurs transversaux intermédiaires,} \\ \text{on prendre } k_\tau = 5,34 \text{ (valeur qui place en sécurité), d'où :} \\ \frac{d}{t_w} > 30\varepsilon\sqrt{5,34} = 69\varepsilon \end{array} \right.$$

Pour les profilés *IPE*, *HEA*, *HEB* et *HEM* ($h = 600$ mm maxi.), qui constituent l'essentiel des profils utilisés en bâtiment, on a bien $d/t_w < 69\varepsilon$, ce qui signifie qu'une vérification au voilement n'est pas nécessaire. Elle le sera, par contre, pour tous les profilés reconstitués soudés (P.R.S) [44, 45].

II.6. Conclusion :

Nous avons brièvement abordé dans ce chapitre les trois phénomènes d'instabilité des poutres à paroi mince sous divers scénarios de charge, à savoir le flambement, le déversement et le voilement.

Les critères de la résistance et de la stabilité ont été développés pour des cas simplifiés avec des barres idéales où les hypothèses employées ne reflètent pas les barres utilisées dans la pratique. Cependant, afin de prévoir le comportement réel de la barre sollicitée, il faut tenir compte de nombreuses caractéristiques.

L'EC3 est une directive européenne pour les bâtiments en acier qui inclut des formules pour prédire la valeur de la résistance vis-à-vis les phénomènes d'instabilité de flambement et de déversement sujet qu'on a abordé dans cette thèse. Les formules sont basées sur les conditions d'appuis, le type de chargement mécanique, le niveau de chargement et les appuis intermédiaires.

Par ailleurs, qu'arrive-t-il aux poutres à parois minces en termes de résistance à la stabilité structurelle lorsqu'elles sont exposées au feu ? Cela provoque des flambement thermiques et/ou thermomécaniques, qui seront traitées en profondeur dans les prochains chapitres.

Chapitre III :

L'effet thermique sur les propriétés
mécaniques et la résistance
des structures métalliques.

III.1. Introduction :

En Algérie, le feu est l'un des principales causes de perte de vies et de biens. Des techniques permettant de contrôler ou d'atténuer les effets du feu ont été développées au cours des deux dernières décennies à la suite des incendies survenus dans divers endroits du monde. Le développement des connaissances sur les phénomènes de base et la dynamique du feu, ainsi que la création des techniques pour protéger les bâtiments et leurs occupants contre le feu, ont permis de réaliser des progrès significatifs. L'attention portée aux procédures et aux matériaux permet aujourd'hui au concepteur de confiner un incendie dans une partie particulière d'un bâtiment, alors qu'il aurait détruit la structure entière il y a seulement quelques années. La capacité de contenir un incendie et de protéger les habitants d'un bâtiment ne garantit pas toute la sécurité contre les incendies. Ainsi, de la planification à l'achèvement d'un bâtiment, les mesures de sécurité anti-incendie doivent être intégrées consciemment dans les processus de conception et de construction.

Lorsque la température augmente, tous les matériaux de construction perdent de leur résistance. L'acier ne fait pas exception à la règle. Lorsque la température atteint une certaine valeur, il perd toute ou une partie de sa résistance. Cependant, après refroidissement, il retrouve toute sa vigueur. A cet effet, la norme Européenne (l'EC3 partie 1-2 [61]) et la norme Américaine (ASCE [62]) sont destinées à l'étude et la protection des structures métalliques dans le cas d'incendie.

Par conséquent, ce chapitre est consacré à l'étude et la modélisation des incendies, aux effets thermiques sur les propriétés mécaniques et les déformations de l'acier ainsi qu'à la résistance des éléments en acier exposés au feu, comme la température critique de la structure en tenant compte de la protection passive de l'acier.

III.2. Généralité sur le feu :

Le feu est la manifestation d'une combustion non maîtrisée. Celle-ci comprend les éléments inflammables (fluides ou solides) présents dans les structures où nous vivons, travaillons et passons nos loisirs. Dans ce chapitre, nous appellerons ces matériaux des combustibles car ils sont principalement à base de carbone. Malgré les distinctions chimiques et physiques importantes qui les distinguent lorsqu'ils sont brûlés, ces combustibles partagent certaines propriétés. Elles varient en fonction de la facilité avec laquelle ils prennent feu (inflammation ou allumage), de la vitesse à laquelle le feu se propage (propagation de la flamme) et de la quantité d'énergie libérée par unité de temps par leur combustion (débit calorifique). A mesure que nous en apprenons davantage sur le feu et la combustion, nous serons aptes de quantifier et de prévoir le comportement au feu des matériaux et d'appliquer nos connaissances au domaine général de la sécurité en cas d'incendie.

Les objectifs généraux de la sécurité incendie sont d'assurer une protection adéquate contre les risques d'incendie pour les personnes et les biens, et plus particulièrement de protéger :

- ✓ La vie des occupants du bâtiment.
- ✓ La protection des vies des services d'intervention.
- ✓ La préservation de l'intégrité de la structure.
- ✓ La sauvegarde des bâtiments adjacents.

Les exigences les plus fondamentales de la protection contre l'incendie sont les suivantes :

- ✓ Empêcher le feu de se propager.
- ✓ Veiller à ce que les habitants soient évacués rapidement et en toute sécurité.
- ✓ Assister les pompiers dans leur intervention.

III.2.1. Déroulement d'un incendie :**III.2.1.1. Le triangle du feu :**

Pour qu'un feu (une combustion) prenne naissance, trois conditions doivent être réunies simultanément :

- Présence d'un combustible (matière inflammable) : solide (bois, charbon, papier...) ou bien fluide (essence, alcools, butane, propane...).
- Présence d'un comburant : corps qui se combinant avec le combustible qui permet la combustion (oxygène, air, peroxyde...)
- Source d'inflammation : source d'énergie nécessaire au démarrage de la combustion (Flamme, étincelle, décharge électrique...).

Ces trois composantes sont souvent représentées graphiquement sous forme d'un triangle appelé triangle du feu [63].

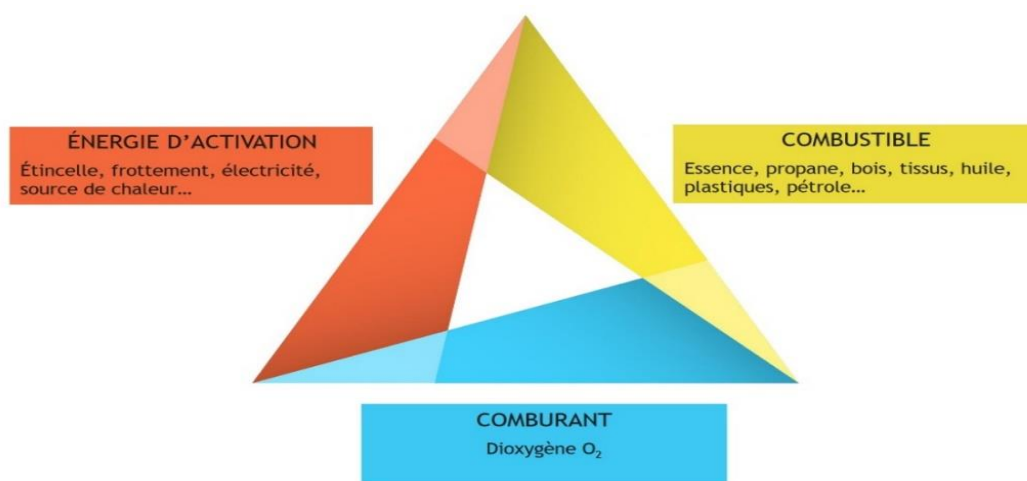


Fig. 3. 1 : Triangle du feu.

III.2.1.2. Développement d'un incendie :

Par convention, le développement d'un incendie dans une pièce se divise en trois périodes principales (**Fig. 3.2**) i.e., période de croissance (ignition + propagation), période de plein développement (plein intensité) et période de déclin (de décomposition ou décroissance).

Les caractéristiques d'un incendie réel sont illustrées par la **Fig. 3.2** et comportent :

- 1- Une phase de commencement ou phase couvante : un feu qui couve à très basse température et dont la durée est difficile à estimer. Elle est définie par divers événements de combustion qui peuvent aboutir à un feu couvant, un feu qui brûle lentement (c'est-à-dire sans la présence de flammes ou de feu apparent), un feu avec des flammes extrêmement petites et peu visibles, ou un feu à caractère incandescent (La **Fig. 3.2** ne représente pas cette période).
- 2- Une phase de croissance et de développement appelée " pré-flashover " (feu localisé) : elle couvre le temps entre la propagation de l'incendie jusqu'à éventuellement le « flashover » ou l'embrasement final de tout le compartiment ; la durée de cette phase est largement déterminée par les caractéristiques du compartiment et les composants combustibles.
- 3- L'embrasement généralisé dit " flashover " est la transition entre un incendie localisé et un

embrasement généralisé causé par l'inflammation spontanée de gaz combustibles, par exemple lorsque la température des gaz dans la couche de fumée atteint une valeur suffisamment élevée.

- 4- La phase de plein développement ou "post-flashover" : elle correspond à un incendie généralisé dont la durée est déterminée par la charge thermique et la ventilation ; elle est caractérisée par un taux de combustion relativement constant.
- 5- La phase d'extinction : L'activité du feu s'apaise (s'éteint) car tous les matériaux combustibles sont brûlés et le feu ne libère plus d'énergie [64].

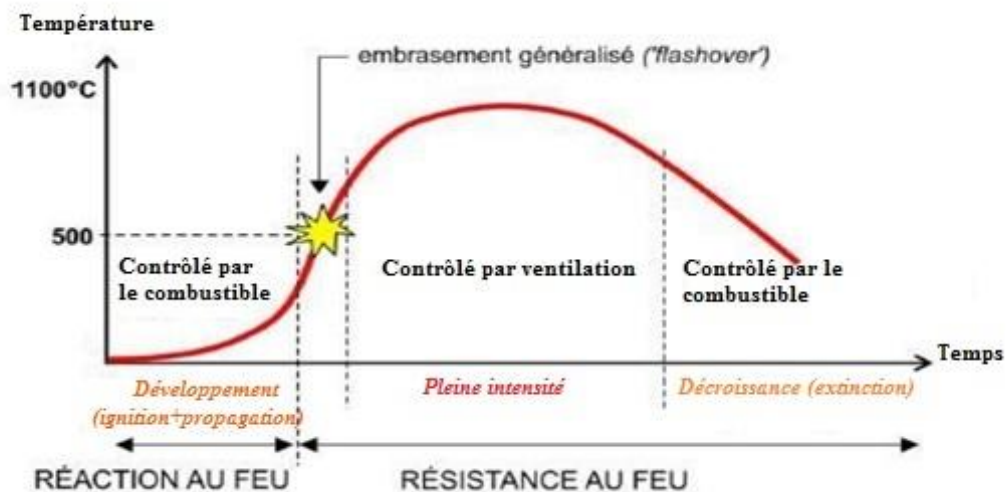


Fig. 3. 2 : Phases de développement d'un incendie [63].

III.2.2. Modélisation d'un incendie :

Afin de calculer la réponse thermique due à un incendie, les efforts liés au feu doivent être connus. Pour décrire de pareilles charges, une série de modèles de feu est proposée dans l'EC3 1-2 [61]. La création de ces modèles est un processus long qui nécessite la prise en compte d'un grand nombre de variables. Plus le modèle est compliqué, plus il demande de temps et d'efforts, mais plus il se rapproche d'un incendie naturel.

Grâce à des hypothèses simplificatrices, toute méthode basée sur l'utilisation de courbes de feu nominales ne nécessite qu'une quantité minimale de connaissances sur le comportement du feu dans un espace spécifique. Cependant, il convient de noter que l'utilisation de ces méthodes entraînera un dimensionnement trop sûr dans le cas de contraintes plus sévères (par exemple, une exigence de résistance au feu de 60 ou 120 minutes).

La façon la plus simple de représenter un incendie est d'utiliser des courbes nominales (relation donnant l'évolution de la température des gaz en fonction du temps). Ces modèles de feu considèrent l'ensemble du cycle de vie de l'incendie, incluant également la phase de déclin. Les courbes ont été développées sur la base de l'expérience des feux réel, et les plus couramment utilisées sont les suivantes :

III.2.2.1. Feu normalisé ISO834 (Standard) :

Le feu conventionnel (standard) est défini par une température ambiante qui augmente de façon continue avec le temps mais avec un taux de croissance variable.

En laboratoire, une courbe logarithmique est utilisée pour modéliser le feu ; la valeur du temps de résistance au feu n'indique pas combien de temps un composant supportera un incendie de structure. Cette courbe devrait atteindre environ 500°C après seulement 3 minutes, 800°C après 30 minutes et plus de 1000°C après 90 minutes (**Fig. 3.3 et Tableau 3.1**).

De façon générale, Le feu standard est caractérisé par :

- Le feu est présent dans tout l'espace défini, indépendamment de sa taille ;
- Le feu n'a pas de déclin tant qu'il reste des matériaux combustibles ;
- Le feu ne dépend pas des conditions de la ventilation.

Tableau 3. 1 : Valeurs température – temps pour la courbe ISO834 [63, 62].

Temps (min)	Température (C°)
0	20
5	576
10	678
15	739
30	842
60	945
90	1006
120	1049
180	1110
240	1153
300	1186
360	1214

La courbe standard ISO (courbe température-temps) est obtenue via la relation suivante :

$$\theta_g = 20 + 345 \log_{10}(8t+1) \quad (3.1)$$

Avec :

θ_g : température (en °C) du gaz présent dans l'espace défini;

t : temps en minutes.

Le coefficient de transfert thermique par convection est : $\alpha_c = 25 \text{ W/m}^2\text{K}$ [61].

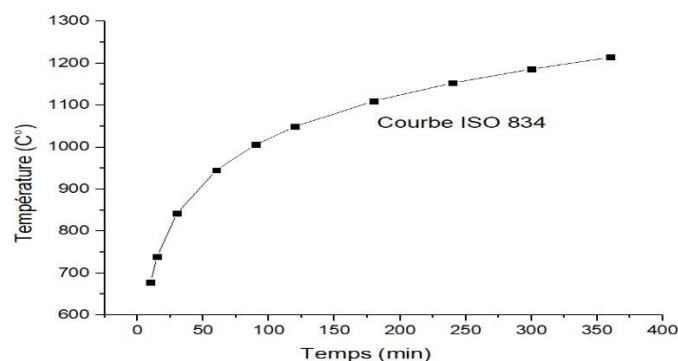


Fig. 3. 3 : Courbe nominale du feu standard ISO834.

III.2.2.2. Feu hydrocarbure :

Ce modèle ne s'applique qu'aux incendies provoqués par la combustion d'hydrocarbures (fioul, diesel, essence, etc.) et se caractérise par une température très élevée, atteignant 900°C dans les 5 premières minutes et un palier à 1100 °C. Il a été développé dans les années 1970 par la compagnie pétrolière Mobil pour évaluer les matériaux résistants au feu dans les plates-formes de forage offshore et les complexes pétroliers (**Fig. 3.4**).

La courbe température-temps est obtenue par :

$$\Theta_g = 20 + 1080(1 - 0.325e^{-0.167t} - 0.675e^{-2.5t}) \quad (3.2)$$

Où :

Θ_g : température des gaz présents dans l'espace défini en °C ;

t : temps en minutes.

Le coefficient de transfert thermique par convection est : $\alpha_c = 50 \text{ W/m}^2\text{K}$ [61].

III.2.2.3. Feu extérieur :

Ce modèle de feu s'applique à la façade extérieure ou aux murs de séparation exposés aux fumées d'incendie qui se développent dans un local en dehors de la zone considérée, de sorte que les températures des matériaux de construction soient plus proches des températures du feu correspondant. Ce feu se caractérise par une faible élévation de température. La température maximale d'un feu extérieur est égale à 20+660°C.

La courbe température-temps est obtenue par l'expression suivante :

$$\Theta_g = 20 + 660(1 - 0.687e^{-0.32t} - 0.313e^{-3.8t}) \quad (3.3)$$

Où :

Θ_g : température des gaz à proximité de l'éléments en °C

t : temps en minutes.

Le coefficient de transfert thermique par convection est : $\alpha_c = 25 \text{ W/m}^2\text{K}$ [61].

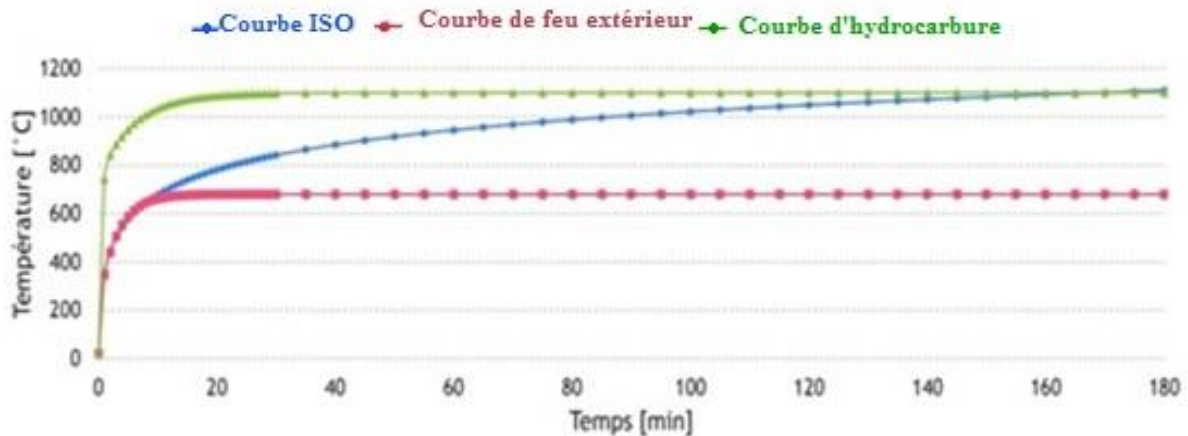


Fig. 3.4 : Courbes de feux normalisées [65].

III.2.2.4. Feu paramétrique :

Un feu paramétré est sensé reproduire un incendie proche de la réalité. L'allure de la courbe température-temps est déterminée à partir des paramètres physiques définissant les conditions à l'intérieur d'un compartiment. Ce qui limite le champ d'application de ce modèle aux conditions de « flashover » dans des compartiments de dimensions modérées. Ils constituent néanmoins un pas significatif vers la considération de la nature réelle d'un feu par rapport aux modèles précédents.

La courbe température-temps d'un feu paramétré dans la phase d'échauffement est donnée par l'EC1 1-2 [66] dont l'expression est la suivante :

$$\Theta_g = 20 + 1325(1 - 0.324e^{-0.2t^*} - 0.204e^{-1.7t^*} - 0.427e^{-19t^*}) \quad (3.4)$$

Où :

Θ_g : température des gaz dans le compartiment en (°C) ;

t^* : $t.\Gamma$ en heures (h) ;

t : temps en heures (h) ;

$\Gamma = (O/0.04)^2 / (b/1160)^2$: coefficient dépendant des paramètres O et b,

$b = \sqrt{\rho c \lambda}$: Paramètre b qui prend en compte les propriétés thermiques du compartiment

ρ : densité de la paroi considéré (kg/m³);

λ : conductivité thermique de la paroi considéré (W/mK);

c : chaleur spécifique de la paroi considéré (J/kgK);

$O = \frac{A_v \sqrt{h_{eq}}}{A_t}$: facteur d'ouverture tel (m^{0,5}) ;

A_v : La surface totale des ouvertures verticales sur tous les murs (m²) ;

h_{eq} : hauteur moyenne des ouvertures (m) ;

A_t : surface totale de l'enceinte (murs, plafond et plancher, y compris les ouvertures), en (m²).

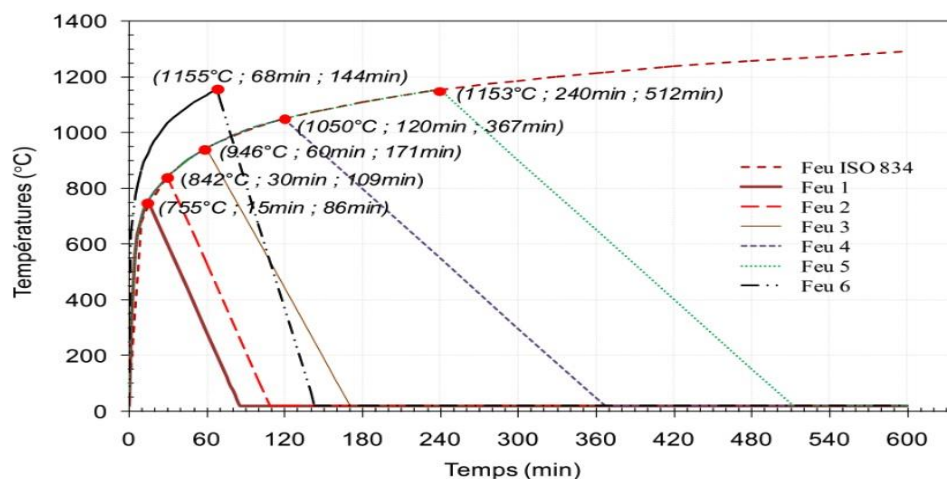


Fig. 3.5 : Exemple du feu paramétrique [67].

L'étude [67] représentée dans la Fig. 3.5, montre par exemple que pour le feu paramétré 4 où $\Gamma=3.6$, la température maximale Θ_{max} des gaz dans le compartiment atteint la valeur de 1050°C pour une durée $t_{max}=120min$. Cependant, $t=367min$ correspond au retour à la température ambiante lors de la phase de refroidissement.

III.2.2.5. Feu réel (naturel) :

C'est l'approche la plus efficace, où l'action thermique est donnée par des scénarios d'incendie réel qui dépendent du type de bâtiment et de son exploitation (compartiment spécifique). En d'autres termes, pour chaque compartiment, les courbes température-temps doivent être générées. La courbe température-temps peut être obtenue en adoptant l'un des modèles suivants :

- Modèles expérimentaux des incendies.
- Modèles numériques simplifiés des incendies.
- Modèles numériques avec fonctionnalités avancées des incendies [63].

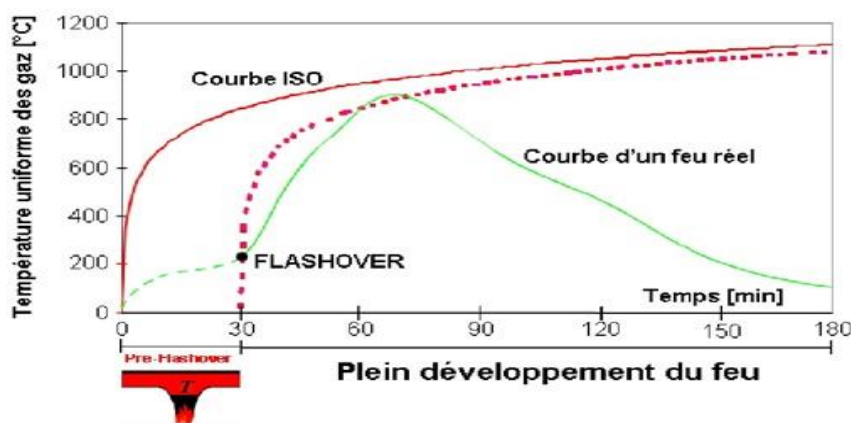


Fig. 3. 6 : Exemple du feu naturel [64].

III.3. Effet du feu sur les matériaux de construction courants :

Il est essentiel de comprendre les propriétés des matériaux qui déterminent le comportement d'un élément à haute température pour concevoir et éventuellement anticiper la performance des éléments structurels sous l'action du feu. Lorsqu'ils sont soumis à des incendies catastrophiques, les matériaux de construction, se détériorent dans une certaine mesure. Les températures élevées finissent par avoir un impact négatif sur la résistance et la rigidité du matériau, et par conséquent sur sa performance structurelle. La combustion, la fonte, le relâchement, l'expansion et le rétrécissement du matériau sont autant des possibilités. L'influence de la température sur les matériaux structurels les plus courants, à savoir l'acier, le béton et le bois, peut normalement être considérée comme insignifiante jusqu'à ce qu'un embrasement généralisé se produise, amenant le feu à son plein développement.

Contrairement au bois, l'acier et le béton sont incombustibles, chose qui n'accroît pas la gravité de l'incendie. Les propriétés de ces matériaux varient toutefois avec l'augmentation de la température. Certaines des propriétés de ces matériaux peuvent être exprimées par des équations, donnant leur valeur en fonction de la température. Cependant, pour plusieurs propriétés, la dépendance à la température ne peut être représentée que par des graphiques.

III.3.1. Propriétés thermiques de l'acier :**III.3.1.1. Capacité thermique de l'acier :**

La capacité thermique de l'acier est la combinaison entre la chaleur spécifique c_a et la densité ρ_a de ce matériau. Cette propriété qui est fortement dépendante de la température, affecte l'élévation et la distribution de la température dans une section d'acier de construction.

Les équations de la capacité thermiques en fonction de la température selon les normes Américaines (ASCE) [62] et Européennes (EC3 1-2) [61], sont données ci-dessous par les équations (3.5) et (3.6), respectivement.

Selon [62]

$$\left. \begin{array}{l} \rho_a c_a = (0,004T + 3,3) \times 10^6 \quad (J.m^{-3}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } 0^\circ\text{C} < T \leq 650^\circ\text{C} \\ \rho_a c_a = (0,068T - 38,3) \times 10^6 \quad (J.m^{-3}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } 650^\circ\text{C} < T \leq 725^\circ\text{C} \\ \rho_a c_a = (-0,086T + 73,35) \times 10^6 \quad (J.m^{-3}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } 725^\circ\text{C} < T \leq 800^\circ\text{C} \\ \rho_a c_a = 4,55 \times 10^6 \quad (J.m^{-3}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } T > 800^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

Selon [61]

$$\left. \begin{array}{l} \rho_a c_a = (425 + 7,73 \times 10^{-1}T - 1,69 \times 10^{-3}T^2 + 2,22 \times 10^{-6}T^3) \times \rho_a \quad (J.m^{-3}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } 0^\circ\text{C} < T < 600^\circ\text{C} \\ \rho_a c_a = \left(666 + \frac{13002}{783 - T} \right) \times \rho_a \quad (J.m^{-3}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } 600^\circ\text{C} \leq T < 735^\circ\text{C} \\ \rho_a c_a = \left(545 + \frac{17820}{T - 731} \right) \times \rho_a \quad (J.m^{-3}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } 735^\circ\text{C} \leq T < 900^\circ\text{C} \\ \rho_a c_a = (650) \times \rho_a \quad (J.m^{-3}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } 900^\circ\text{C} \leq T < 1200^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (3.6)$$

III.3.1.2. Conductivité thermique de l'acier :

L'élévation de température dans un élément en acier causée par un flux de chaleur est fonction de la conductivité thermique λ_a du matériau. À température ambiante, la valeur de cette propriété varie légèrement en fonction de la composition chimique ; toutefois, à des températures élevées, elle est la même pour la plupart des aciers de construction. La variation typique de la conductivité thermique de l'acier en fonction de la température est illustrée dans la **Fig. 3.7** [62]. Cette variation peut être exprimée approximativement par les équations suivantes :

- Selon le code American ASCE [62] :

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_a = -0,022T + 48 \quad (W.m^{-1}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } 0^\circ\text{C} < T \leq 900^\circ\text{C} \\ \lambda_a = 28,2 \quad (W.m^{-1}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } T > 900^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (3.7)$$

- Selon l'EC3 1-2 [61] :

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_a = 54 - 3,33 \times 10^{-2}T \quad (W.m^{-1}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } 0^\circ\text{C} < T < 800^\circ\text{C} \\ \lambda_a = 27,3 \quad (W.m^{-1}.\text{°C}^{-1}) \quad \text{Pour : } T \geq 800^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (3.8)$$

Où :

λ_a : Conductivité thermique, W/m°C

T : Température de l'acier, °C

Cette conductivité thermique est élevée par rapport à celle des matériaux couramment utilisés comme protection de l'acier (environ 100 fois). L'hypothèse selon laquelle l'acier est un conducteur parfait (i.e., les températures sont égales dans toute la section d'acier), est souvent utilisée pour estimer la performance au feu des éléments en acier en raison de sa conductivité thermique comparativement élevée. En réalité, les contraintes internes peuvent être causées par des gradients de température dans les sections d'acier. Les caractéristiques de flux de chaleur des éléments adjacents affecteront également le différentiel de température à travers une section structurale. Le meilleur exemple de cet effet est une dalle de béton reposant sur une poutre en acier (**Fig. 3.7**) [62].

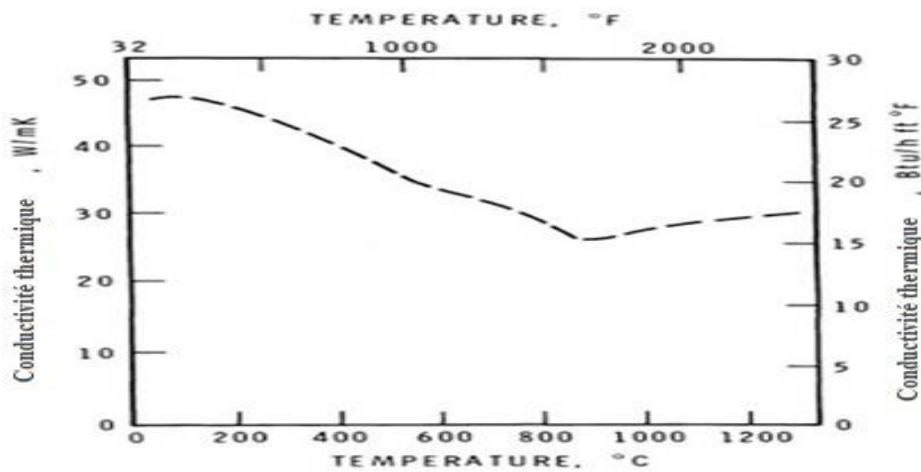


Fig. 3.7 : la conductivité thermique de l'acier à des températures élevées [62].

III.3.1.3. Chaleur spécifique de l'acier :

La chaleur spécifique c_a du matériau est la caractéristique qui décrit la quantité d'apport de chaleur nécessaire pour élever une unité de masse de matériau d'une unité de température. Pour la plupart des aciers de construction, sa valeur augmente progressivement avec la température. Cependant, on observe une forte augmentation de la chaleur spécifique sur une plage de température étroite.

La chaleur spécifique de l'acier c_a (J/kg. °K) est définie comme suit :

- Selon le code American ASCE [62] :

$$\left. \begin{cases} c_a = \frac{(0,004T + 3,3) \times 10^6}{\rho_a} & \text{Pour : } 0^\circ\text{C} < T \leq 650^\circ\text{C} \\ c_a = \frac{(0,068T - 38,3) \times 10^6}{\rho_a} & \text{Pour : } 650^\circ\text{C} < T \leq 725^\circ\text{C} \\ c_a = \frac{(-0,086T + 73,35) \times 10^6}{\rho_a} & \text{Pour : } 725^\circ\text{C} < T \leq 800^\circ\text{C} \\ c_a = \frac{4,55 \times 10^6}{\rho_a} & \text{Pour : } T > 800^\circ\text{C} \end{cases} \right\} (3.9)$$

- Selon l'EC3 1-2 [61] :

$$\left. \begin{array}{l} c_a = 425 + T \times (7,73 \times 10^{-1} - 1,69 \times 10^{-3} T + 2,22 \times 10^{-6} T^2) \quad \text{Pour : } 0^\circ\text{C} < T < 600^\circ\text{C} \\ c_a = 666 + \frac{13002}{783 - T} \quad \text{Pour : } 600^\circ\text{C} \leq T < 735^\circ\text{C} \\ c_a = 545 + \frac{17820}{T - 731} \quad \text{Pour : } 735^\circ\text{C} \leq T < 900^\circ\text{C} \\ c_a = 650 \quad \text{Pour : } 900^\circ\text{C} \leq T < 1200^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

La variation de la chaleur spécifique en fonction de la température est illustrée dans le graphe ci-dessous (**Fig. 3.8**) :

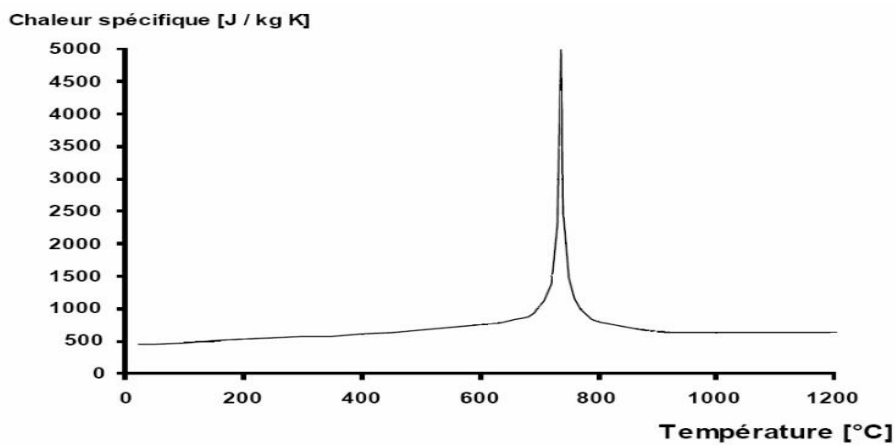


Fig. 3. 8 : Chaleur spécifique de l'acier [61, 62].

Ce graphique montre clairement la relation significative entre la chaleur spécifique et la température de l'acier. Un pic de valeur de 5000 J/Kg K est atteint pour une température de 725°C.

III.3.1.4. Diffusivité thermique de l'acier :

La diffusivité thermique a d'un matériau est une propriété dynamique du matériau car elle intervient dans les transferts en régime transitoire de température. Elle caractérise l'aptitude d'un matériau à transmettre la chaleur (en termes de vitesse). Elle est égale au rapport entre la conductivité thermique et la chaleur spécifique volumétrique du matériau. Plus la valeur de la diffusivité thermique est élevée, plus la chaleur est transportée rapidement loin de la surface à chauffer. Elle s'exprime en ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$).

Ce paramètre est donné par l'équation simplifiée :

$$a = \frac{\lambda_a}{\rho_a \times c_a} \quad (3.11)$$

Où :

a : Diffusivité thermique de l'acier.

λ_a : Conductivité thermique de l'acier.

ρ_a : Densité de l'acier.

c_a : Chaleur spécifique de l'acier.

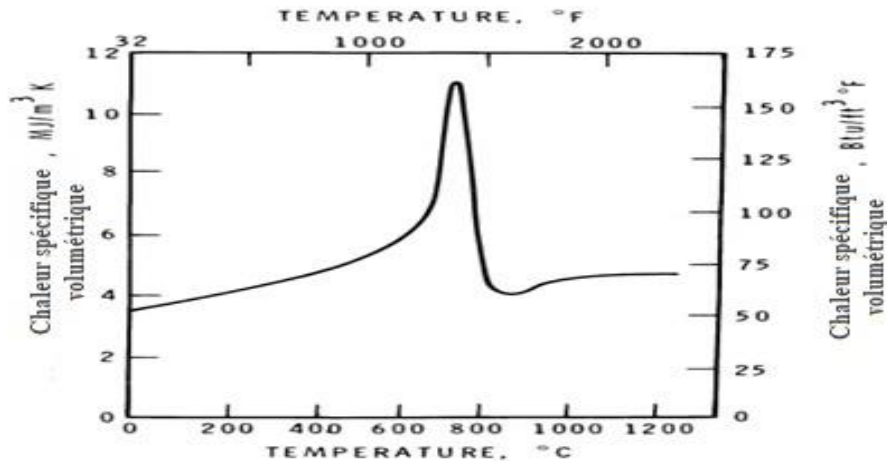


Fig. 3. 9 : Chaleur spécifique volumétrique de l'acier à haute température [62].

Comme les valeurs de la conductivité thermique et de la chaleur spécifique varient avec l'élévation de la température, la valeur de la diffusivité thermique varie également.

III.3.1.5. Facteur de massivité de l'acier :

Le facteur de masse A_m/V (m^{-1}) tient compte des caractéristiques géométriques des sections en acier ainsi que la manière dont elles sont exposées au feu. Le facteur de massivité est le rapport entre le périmètre de la section exposée au feu et la surface totale de la section. Les sections ayant un facteur de massivité très élevé répondent plus rapidement aux charges thermiques et s'échauffent plus rapidement. Par conséquent, une distribution uniforme de la température est souvent justifiée. Les sections en acier ayant un faible facteur de massivité sont plus massives, et ont donc une plus grande inertie thermique. La variation de température au sein même de la section ne peut plus être ignorée.

Le concept de facteur de massivité est illustré ci-dessous (Fig. 3.10).

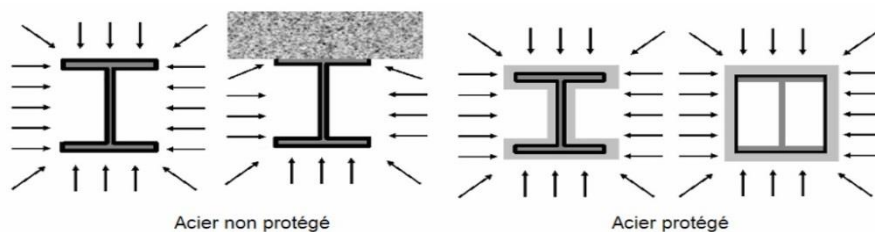


Fig. 3. 10 : Facteur de massivité de l'acier [68].

Quelques remarques concernant ces illustrations :

- Pour les éléments en acier sous un plancher en béton, le transfert de chaleur entre l'acier et le béton est négligé.
- Pour les éléments entourés d'une protection, la surface d'acier est comprise à l'intérieur de l'enveloppe de protection.

Le facteur de massivité des éléments en acier avec protection est exprimé par A_p/V , et les valeurs sont répertoriées dans le tableau 4.3 de l'EC3 1-2 [61].

Il convient de noter que le facteur de massivité des sections en acier protégées ou non protégées est normalement indiqué dans le catalogue du produit.

III.3.2. Propriétés mécaniques de l'acier :

En parlant de comportement mécanique d'une structure en acier exposé à un incendie, cela couvre un ensemble d'actions mécaniques qui se produisent sur la structure pendant toute la durée de l'incendie. La résistance de l'acier de construction laminé à chaud se caractérisent généralement par deux valeurs (i.e., limite d'élasticité et résistance à la traction). La **Fig. 3.12** [62] illustre les courbes de contrainte-déformation typiques de l'acier à diverses températures.

Après avoir utilisé des tests destructifs et coûteux en laboratoire pour déterminer le comportement mécanique d'une structure, on recourt ces jours-ci à l'utilisation de techniques d'analyse pour prévoir le comportement mécanique pour garantir la sécurité structurelle qui se limite simplement à la description de l'impact d'une augmentation de la température sur les propriétés mécaniques de l'acier. Pour cela, Vous trouvez dans la suite, plus d'informations sur le module d'élasticité et la limite d'élasticité de l'acier ainsi que le facteur de réduction de ces propriétés en cas d'incendie.

III.3.2.1. Module d'élasticité de l'acier :

D'après les figures (3.11) [62] et (3.14) [61], le module d'élasticité de l'acier diminue à mesure que la température augmente. Jusqu'à environ 500°C, le module des aciers ferrites diminue presque linéairement avec la température. Au-delà de cette température, le module diminue plus rapidement. Ceci est également vrai pour les barres d'alliage laminées à chaud utilisées dans le béton.

Cependant, dans une plage de température de 20 à 700°C, le module d'élasticité de l'acier étiré (formé) à froid (utilisé pour le fil de précontrainte) est généralement inférieur de 20% à celui de l'acier laminé à chaud.

- Selon le code American ASCE [62] :

$$\left. \begin{array}{l} E_T = \left[1 + \frac{T}{2000 \ln\left(\frac{T}{1100}\right)} \right] E_0 \quad \text{Pour : } 0^\circ\text{C} < T \leq 600^\circ\text{C} \\ E_T = \left[\frac{690 - 0,69T}{T - 53,5} \right] E_0 \quad \text{Pour : } 600^\circ\text{C} < T < 1000^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (3.12)$$

- Selon l'EC3 1-2 [61] :

$$\left. \begin{array}{l} E_T = E_0 \quad \text{Pour : } 0^\circ\text{C} \leq T < 100^\circ\text{C} \\ E_T = (-1 \times 10^{-3} T + 1,1) E_0 \quad \text{Pour : } 100^\circ\text{C} \leq T < 500^\circ\text{C} \\ E_T = (-2,9 \times 10^{-3} T + 2,05) E_0 \quad \text{Pour : } 500^\circ\text{C} \leq T < 600^\circ\text{C} \\ E_T = (-1,8 \times 10^{-3} T + 1,39) E_0 \quad \text{Pour : } 600^\circ\text{C} \leq T < 700^\circ\text{C} \\ E_T = (-4 \times 10^{-4} T + 0,41) E_0 \quad \text{Pour : } 700^\circ\text{C} \leq T < 800^\circ\text{C} \\ E_T = (-2,25 \times 10^{-4} T + 0,27) E_0 \quad \text{Pour : } 800^\circ\text{C} \leq T < 1200^\circ\text{C} \\ 0 \quad \text{Pour : } 1200^\circ\text{C} \leq T \end{array} \right\} \quad (3.13)$$

Où E_T est la fonction de la température fournissant le module élastique ; E_0 désigne la valeur du module de Young à température ambiante.

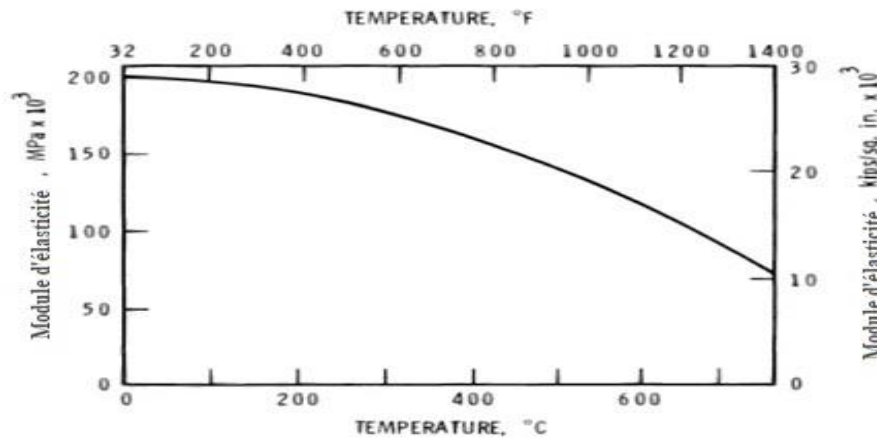


Fig. 3.11 : Module d'élasticité de l'acier à des températures élevées [62].

III.3.2.2. Limite d'élasticité de l'acier :

La limite d'élasticité est généralement la base de la conception des structures en acier. Celle-ci est définie par un point distinct sur la courbe de contrainte-déformation (à température ambiante) où une augmentation significative de la déformation est enregistrée sans augmentation correspondante de la contrainte appliquée. Cette propriété se détériore à mesure que la température augmente, jusqu'à ce que la courbe devienne "arrondie". La méthode "décalage" est utilisée pour déterminer la valeur de la limite d'élasticité dans ces conditions. La variation de cette limite d'élasticité caractéristique en fonction de la température est représentée dans la Fig. 3.13 [62] où aux environs de 600°C, la limite d'élasticité est réduite de 50%.

- Limite d'élasticité selon le code American ASCE [62] :

$$\left. \begin{aligned} f_{yT} &= \left[1 + \frac{T}{900 \ln\left(\frac{T}{1750}\right)} \right] f_{y0} && \text{Pour : } 0^\circ\text{C} \leq T \leq 600^\circ\text{C} \\ f_{yT} &= \left[\frac{340 - 0,34T}{T - 240} \right] f_{y0} && \text{Pour : } 600^\circ\text{C} < T < 1000^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

- Limite d'élasticité selon l'EC3 1-2 [61] :

$$\left. \begin{aligned} f_{yT} &= f_y && \text{Pour : } 0^\circ\text{C} < T < 400^\circ\text{C} \\ f_{yT} &= (-2,2 \times 10^{-3}T + 1,88) f_y && \text{Pour : } 400^\circ\text{C} \leq T < 500^\circ\text{C} \\ f_{yT} &= (-3,1 \times 10^{-3}T + 2,33) f_y && \text{Pour : } 500^\circ\text{C} \leq T < 600^\circ\text{C} \\ f_{yT} &= (-2,4 \times 10^{-3}T + 1,91) f_y && \text{Pour : } 600^\circ\text{C} \leq T < 700^\circ\text{C} \\ f_{yT} &= (-1,2 \times 10^{-3}T + 1,07) f_y && \text{Pour : } 700^\circ\text{C} \leq T < 800^\circ\text{C} \\ f_{yT} &= (-5 \times 10^{-4}T + 0,51) f_y && \text{Pour : } 800^\circ\text{C} \leq T < 900^\circ\text{C} \\ f_{yT} &= (-2 \times 10^{-4}T + 0,24) f_y && \text{Pour : } 900^\circ\text{C} \leq T < 1200^\circ\text{C} \\ 0 &&& \text{Pour : } 1200^\circ\text{C} \leq T \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

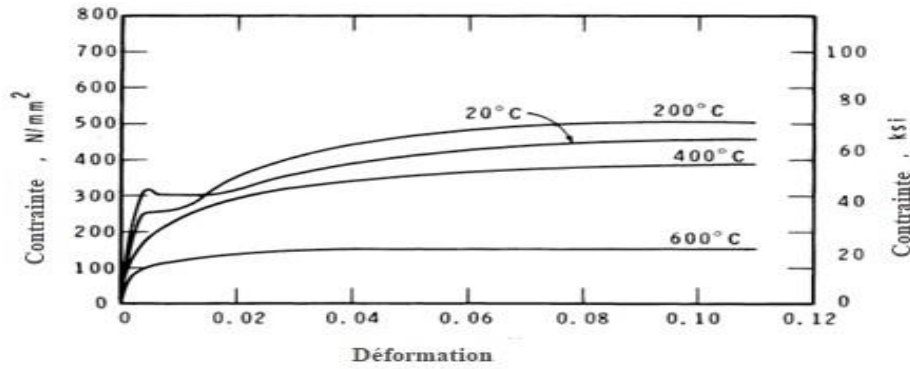


Fig. 3. 12 : Courbes de contrainte-déformation pour un acier doux (ASTM A36) à différentes températures [62].

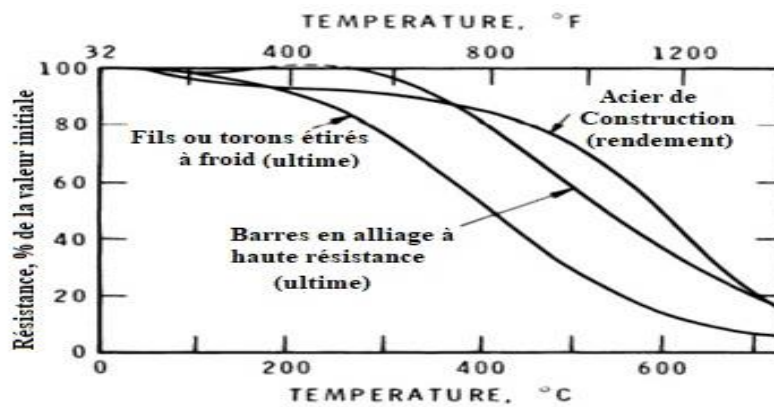


Fig. 3. 13 : la résistance de certains aciers à haute température [62].

III.3.2.3. Facteurs de réduction de la limite élastique et du module d'élasticité des éléments en acier :

La Fig. 3.14 montre graphiquement et explique analytiquement comment les propriétés mécaniques se détériorent par l'effet thermique. Les facteurs de réduction pour la limite d'élasticité efficace $k_{y, \theta}$ et la pente du domaine élastique linéaire $k_{E, \theta}$ définis dans l'EC3 1-2 [61] sont limités aux nuances d'acier S235 à S460.

Les facteurs de réduction de l'EC3 1-2 [61] (Tableau 3.2) sont issus de résultats de tests expérimentaux réalisés principalement sur des aciers doux (nuance S235) à température élevée [69].

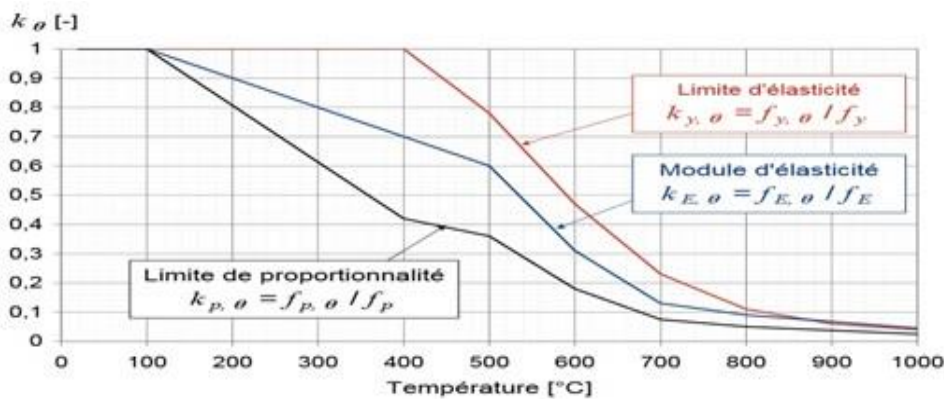


Fig. 3. 14 : Facteurs de réduction $k_{y, \theta}$, $k_{E, \theta}$ de l'acier sous l'effet du feu [70, 61].

Tableau 3. 2 : Facteurs de réduction pour les relations contrainte-déformation de l'acier au carbone aux températures élevées [61]

T°	$k_{y, \theta}$	$k_{p, \theta}$	$k_{E, \theta}$
20 °C	1.000	1.000	1.000
100 °C	1.000	1.000	1.000
200 °C	1.000	0.807	0.900
300 °C	1.000	0.613	0.800
400 °C	1.000	0.420	0.700
500 °C	0.780	0.360	0.600
600 °C	0.470	0.180	0.310
700 °C	0.230	0.075	0.130
800 °C	0.110	0.050	0.090
900 °C	0.060	0.0375	0.0675
1000 °C	0.040	0.0250	0.0450
1100 °C	0.020	0.0125	0.0225
1200 °C	0.000	0.0000	0.0000

On peut voir que la résistance et la rigidité de l'acier-carbone ne chutent de manière significative que pour les températures au-delà de 400°C. A 600°C, la rigidité est réduite à 31% de sa valeur initiale alors que la résistance est réduite à plus ou moins 47% [68].

III.3.2.4. Résistance à la traction de l'acier sous l'effet du feu :

La **Fig. 3.13** [62] montre la résistance à la traction ou résistance ultime de l'acier laminé à chaud, qui est la plus grande résistance atteinte avant la rupture. L'effet de la température sur cette caractéristique est identique à celui de la limite d'élasticité, à l'exception d'une augmentation temporaire de 25% de la résistance dans la plage 150-370°C. La résistance à la traction diminue à partir de ce point jusqu'à des niveaux proches de la limite d'élasticité à 760°C.

La nature des variations de résistance de l'acier étiré (formé) à froid diffère de celle de l'acier laminé à chaud à haute température. L'acier étiré à froid perd de sa résistance à basse température, comme le montre la **Fig. 3.13**.

III.3.3. Propriétés de déformation de l'acier :

Suite à une augmentation de la température, on constate une dilatation de l'acier de la structure lorsque la température augmente. La résistance et la rigidité des matériaux de construction (acier) vont diminuer, entraînant une plus grande déformation et se détériorent au point que la structure ne sera plus capable de supporter les forces auxquelles elle est soumise.

III.3.3.1. Dilatation thermique de l'acier :

La dilatation thermique des aciers est caractérisée par le coefficient de dilatation, qui est défini comme la déformation d'une unité de longueur d'acier lorsque la température est augmentée d'un degré. L'influence de la dilatation et de la contraction de l'élément sur la structure environnante est une préoccupation essentielle pour l'intégrité structurelle du bâtiment lorsqu'il est exposé à des températures élevées. Le coefficient de dilatation thermique est signalé comme étant fondamentalement le même pour tous les aciers de construction typiques. Sa valeur augmente avec l'augmentation des températures. Au-delà de 650°C, la valeur du coefficient diminue jusqu'à zéro à

environ 815°C, puis recommence à augmenter. Ceci est dû à une transformation moléculaire de l'acier dans cette plage de température. L'ordre de grandeur de la dilatation thermique de l'acier est donné dans la Fig. 3.15 [62].

$$\alpha = (11 + 0,0062 T) \times 10^{-6} \quad (^\circ\text{C}^{-1}) \quad \text{Pour } T \leq 650^\circ\text{C} \quad (3.16)$$

Où :

α : coefficient de dilatation thermique ;
 T : température de l'acier, °C.

Les équations couvrant les températures plus élevées sont définies ci-dessous [62] :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \alpha = (12 + 0,004T) \times 10^{-6} & (^\circ\text{C}^{-1}) \quad \text{Pour } 650^\circ\text{C} < T < 1000^\circ\text{C} \\ \alpha = 16 \times 10^{-6} & (^\circ\text{C}^{-1}) \quad \text{Pour } T \geq 1000^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (3.17)$$

Où $\alpha(T)$ est la fonction de la température fournissant le coefficient de dilatation thermique.

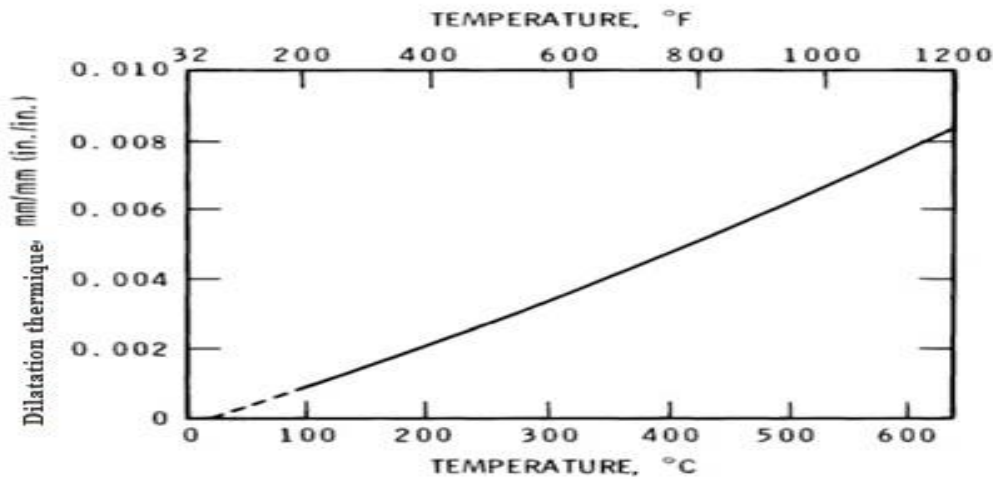


Fig. 3. 15 : Expansion thermique des aciers ferrites [62].

III.3.3.2. Fluage de l'acier :

Les propriétés de traction de la majorité des matériaux structurels à température ambiante sont relativement peu affectées par le temps. En fait, les résultats d'un essai de traction sont relativement peu affectés par la vitesse de chargement. À haute température, les performances de traction sont influencées à la fois par le taux de déformation et par la durée d'exposition aux hautes températures. De nouveaux mécanismes de déformation peuvent être mis en jeu à haute température. Les processus contrôlés par diffusion sont accélérés et ont un impact significatif sur les propriétés mécaniques. Ainsi, le mécanisme de montée augmente la mobilité des dislocations. Le glissement des grains à leurs jonctions peut également contribuer à la déformation.

Les mécanismes mis en jeu à haute température étant largement dépendant du temps, on s'intéresse aux performances mécaniques à haute température, sous sollicitation constante sur des durées importantes. Dans de telles conditions, la déformation progressive du matériau est appelée fluage.

La dépendance en fonction du temps devient conséquente à partir d'une température qui est relative au matériau examiné (ce qui correspond à une haute température pour un matériau peut être classé

dans les basses températures pour un autre). Pour corriger cet effet, on rapporte la température considérée à la température de fusion. Ainsi, généralement, le fluage prend plus d'importance en ingénierie pour des températures supérieures à $0,5T_f$, T_f étant la température absolue de fusion du matériau.

Le fluage peut être défini comme la déformation d'un matériau en fonction du temps. Le fluage est caractérisé par trois périodes : primaire, secondaire et tertiaire (**Fig. 3.16**) [62].

La première partie de la courbe correspond à une décroissance de la vitesse de déformation avec le temps. Ce premier stade du fluage est appelé fluage primaire, ou fluage transitoire. A basse température et basse contrainte, comme dans le fluage du plomb à température ambiante, le fluage primaire est le régime de fluage prédominant.

Le deuxième stade du fluage est connu sous le nom de fluage secondaire ou fluage stationnaire. Il se distingue par une vitesse de déformation constante. Il s'agit de la vitesse de déformation la plus faible et elle correspond au paramètre de dimensionnement le plus critique qui peut être extrait de la courbe de fluage.

Le troisième stade du fluage est connu sous le nom de fluage tertiaire. Il apparaît principalement dans les essais à charge constante, à haute température et à forte contrainte lorsque la réduction de la section de l'éprouvette devient effective, soit du fait de l'apparition d'une striction, soit du fait de la formation de vides internes dans l'éprouvette. Cette troisième étape du fluage est fréquemment liée à des changements métallurgiques tels que le grossissement des précipités et la recristallisation [71].

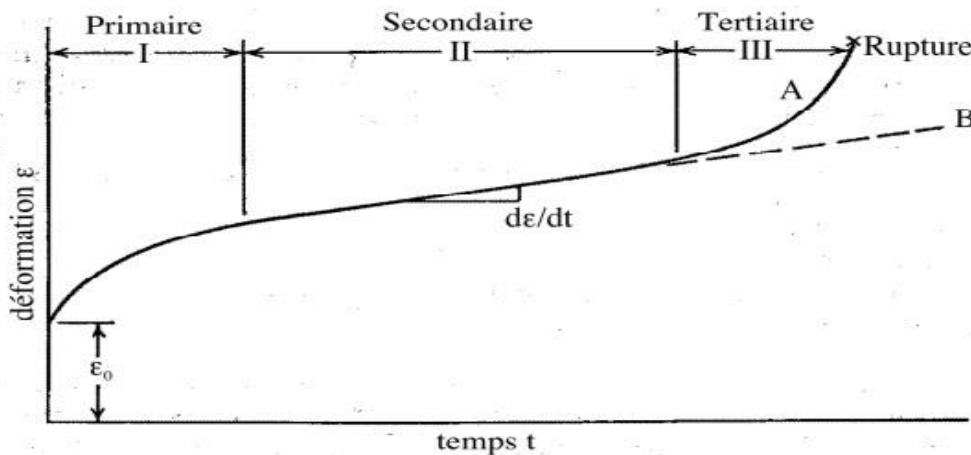


Fig. 3. 16 : Courbe typique de fluage [71].

Le fluage des aciers de construction devient significatif à des températures supérieures à 450°C . L'influence du fluage sur la performance au feu peut être évaluée en utilisant des valeurs de résistance déterminées à un taux (vitesse) de déformation (ou de chauffage) équivalente à celle obtenu pendant le feu. Elle peut également être alternativement évaluée par l'utilisation d'équations de fluage [62].

III.4. La réaction et la résistance au feu :

Dans le contexte réglementaire actuel, deux critères sont retenus pour caractériser le comportement au feu des structures et classer les matériaux et les éléments de construction. Ces critères correspondent d'une part, à l'aptitude d'un matériau à participer, notamment par sa propre décomposition, au feu auquel il est exposé (i.e., critère de réaction au feu) et d'autre part, au temps pendant lequel les éléments de construction peuvent jouer le rôle qui leur est dévolu malgré l'action de l'incendie (i.e., critère de résistance au feu) [72].

III.4.1. Critère de réaction au feu :

La réaction au feu est l'aliment que les matériaux sont susceptibles d'apporter par eux-mêmes au feu et à son développement. D'autre part, le classement au feu est le comportement que présente un matériau résistant au feu lorsqu'il est exposé aux flammes.

D'après la norme européenne NF EN 13501-1 [73] ou NF P92-501. Le classement européen permet de catégoriser les matériaux en fonction de leur réaction au feu. Il classe les matériaux du moins combustibles (*A1*) aux plus combustibles (*E*). Les matériaux sont classés comme suit :

- *A1, A2, B* : produits (matériaux) **pas ou peu combustibles**.
- *C, D, E* : produits (matériaux) **combustibles**.
- *F* : pour les produits (matériaux) sont non classés.

Le tableau ci-dessous indique la correspondance du classement Euroclasses vers le classement *M* (et non l'inverse) des produits pour murs, plafonds et autres surfaces [73].

Le système Euroclasses se compose de 3 parties :

- Une lettre de : *A* à *F* justifiant du degré d'inflammabilité.
- Un critère de dégagement de fumée (*s* = smoke), de *s1* (non fumigène) à *s3*.
- Un critère de chute de gouttes enflammées (*d* = droplets), de *d0* (pas de goutte) à *d2*.

Tableau 3.3 : Classement Euroclasses selon NF EN 13501-1 [73].

Classement EUROCLASSES selon NF EN 13501-1			Exigences réglementaires françaises
Comportement au feu	Production de fumée	Gouttelettes enflammées	
A1	-	-	Incombustible
A2	s1	d0	M0
A2	s1	d1	M1
A2	s2 s3	d0 d1	
B	s1 s2 s3	d0 d1	
C	s1 s2 s3	d0 d1	M2
D	s1 s2 s3	d0 d1	M3
			M4 (non gouttant)
E	Non applicable	d1	M4
E	Non applicable	d2	Pas de classement
F	Non applicable	Non applicable	Pas de classement

Les matériaux usuels de classe M : Bois et dérivés, Plaque de plâtre cartonée, Polystyrène, Laine de verre ...etc.

III.4.2. Critère de résistance au feu :

Compte tenu du grand nombre de paramètres qui entrent dans la modélisation des structures soumises aux incendies, le problème de la sécurité de ces structures est compliqué. Les protections active et passive travaillent ensemble pour assurer un niveau de sécurité acceptable. Contrairement à la protection active, qui vise à réduire la probabilité qu'un incendie se produise (via l'utilisation de dispositifs d'extinction), la protection passive vise à garantir que les structures se comportent de manière appropriée lorsqu'un incendie se produit.

Les poutres, poteaux et murs sont des exemples d'éléments de construction qui doivent répondre à des critères de résistance au feu. La durée pendant laquelle les éléments de construction continuent à remplir leurs fonctions malgré l'impact d'un incendie est appelée résistance au feu.

La résistance au feu se base sur trois critères (i.e., Critère de résistance mécanique, Critère d'étanchéité aux flammes, Critère d'isolation thermique) [74].

- Si l'élément n'a qu'une fonction porteuse, par exemple un élément d'ossature (poutre ou colonne), c'est uniquement le critère de résistance mécanique qui doit être satisfait.
- Si l'élément n'a qu'une fonction séparant, par exemple une cloison, l'élément doit satisfaire aux critères d'isolation thermique et d'étanchéité aux flammes.
- Si l'élément a une fonction porteuse et une fonction séparant, il doit satisfaire aux 3 critères simultanément.

III.4.3. Calcul réglementaire de la température dans la section d'acier :

Étant donné que la conductivité thermique de l'acier est beaucoup plus élevée que celle des autres matériaux, la distribution de la température dans une section en acier sera beaucoup plus uniforme que dans une section en béton. C'est pourquoi la grande majorité de la littérature scientifique stipule que la température dans la section métallique d'un élément soumis au feu est uniforme. Par conséquent, les déformations causées par les contraintes seront limitées aux déformations longitudinales, qui seront calculées à l'aide d'une formule analytique basée sur la température de l'acier.

III.4.3.1. Selon l'Eurocode 3 partie 1-2 [61] :

Les équations de l'Eurocode sont établies en partant de l'hypothèse stipulant que la température de l'acier est uniforme dans toute la pièce. Le transfert de chaleur est également considéré comme monodimensionnel. En fait, l'équation différentielle générale de Fourier est simplifiée afin de calculer la température des sections en acier (protégées et non protégées) à un instant t :

- **Pour un élément en acier non protégé :**

$$\Delta\theta_{a,t} = k_{sh} \cdot \frac{1}{\rho_a c_a} \cdot \frac{A_m}{V} \cdot h_{net} \cdot \Delta t \quad (3.18)$$

Où :

k_{sh} : Coefficient d'ombre. Ce coefficient n'est applicable que pour des types de sections dites ouvertes (e.g., section H et I), cependant, une valeur de 1 peut être adoptée pour les sections dites fermées (e.g., section tube).

- Pour une section en I :

$$k_{sh} = 0,9 \frac{\left[\frac{A_m}{V} \right]_{box}}{\left[\frac{A_m}{V} \right]} \quad (3.18.a)$$

- Pour les autres cas :

$$k_{sh} = 1 \frac{\left[\frac{A_m}{V} \right]_{box}}{\left[\frac{A_m}{V} \right]} \quad (3.18.b)$$

Où :

$[Am/V]_{box}$ est la valeur du facteur de massivité du pourtour, et est dépendante du rapport entre la circonférence fictive la plus petite qui contient la section d'acier et l'aire de surface de la section étudié.

• **Pour un élément en acier protégés :**

Pour les pièces d'acier protégées par un isolant d'épaisseur constante d_p , d'une chaleur spécifique c_p et d'une conductivité λ_p , la formule de l'EC3 1-2 est la suivante [61] :

$$\Delta\theta_{a,t} = \frac{\lambda_p}{d_p} \frac{1}{\rho_a c_a} \frac{A_p}{V} \left(\frac{1}{1 + \frac{\theta}{3}} \right) (\theta_g - \theta_a) \Delta t - \left(e^{\frac{\theta}{10}} - 1 \right) \Delta\theta_g \quad (3.19)$$

Où :

A_p/V : est le facteur de massivité pour l'élément en acier isolé par un matériau de protection ;

A_p : est la surface concernée de la protection contre le feu par unité de longueur d'élément ;

V : est le volume de l'élément par unité de longueur ;

c_a : est la chaleur spécifique de l'acier [J/kgK] ;

c_p : est la chaleur spécifique du matériau de protection [J/kgK] ;

d_p : est l'épaisseur du matériau de protection [m] ;

Δt : est l'intervalle de temps [s] ;

$\theta_{a,t}$: est la température de l'acier à l'instant t ;

θ_g : est la température ambiante des gaz ;

$\Delta\theta_{g,t}$: est l'augmentation de la température ambiante des gaz pendant l'intervalle de temps Δt

λ_p : est la conductivité thermique du matériau de protection [W/mK] ;

ρ_a : est la masse volumique de l'acier [kg/m³] ;

ρ_p : est la masse volumique du matériau de protection [kg/m³]

h_{net} : Le flux net de chaleur :

✓ Flux net de chaleur pour les sections acier non protégées :

○ Par rayonnement : $h_{net,r} = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \Phi \cdot \varepsilon_{res} \cdot ((\theta_r + 273)^4 - (\theta_a + 273)^4)$ (3.20)

○ Par convection : $h_{net,r} = \alpha_c (\theta_g - \theta_a)$ (3.21)

Tel que :

Φ : facteur de vue (Dans la majorité des cas, il est pris égal à 1).

ε_{res} : coefficient d'émissivité résiduelle

α_c : coefficient de convection.

θ_a : température de l'acier.

θ_r : température de rayonnement

θ_g : température des gaz ambiant

✓ Flux net de chaleur pour les sections d'acier protégées :

$$h_{net,r} = \frac{\lambda_p}{d_p} (\theta_g - \theta_m) \tag{3.22}$$

ϕ : facteur de participation de la couche de protection.

$$\phi = \frac{c_p \rho_p}{c_a \rho_a} d_p \frac{A_p}{V} \tag{3.23}$$

Les Eqs. (3.18 et 3.19), décrivent la variation de température dans la section en acier pendant une la durée de l'exposition au feu et peuvent être résolues numériquement si les conditions initiales et limites sont connues. Dans les deux cas, la température ambiante est fixée à 20 °C.

L'Eq. (3.19) tient compte d'un certain degré de conservation de la température à l'intérieur des couches de protection, tandis que la température des bords de l'ensemble est fixée à la température des gaz [68].

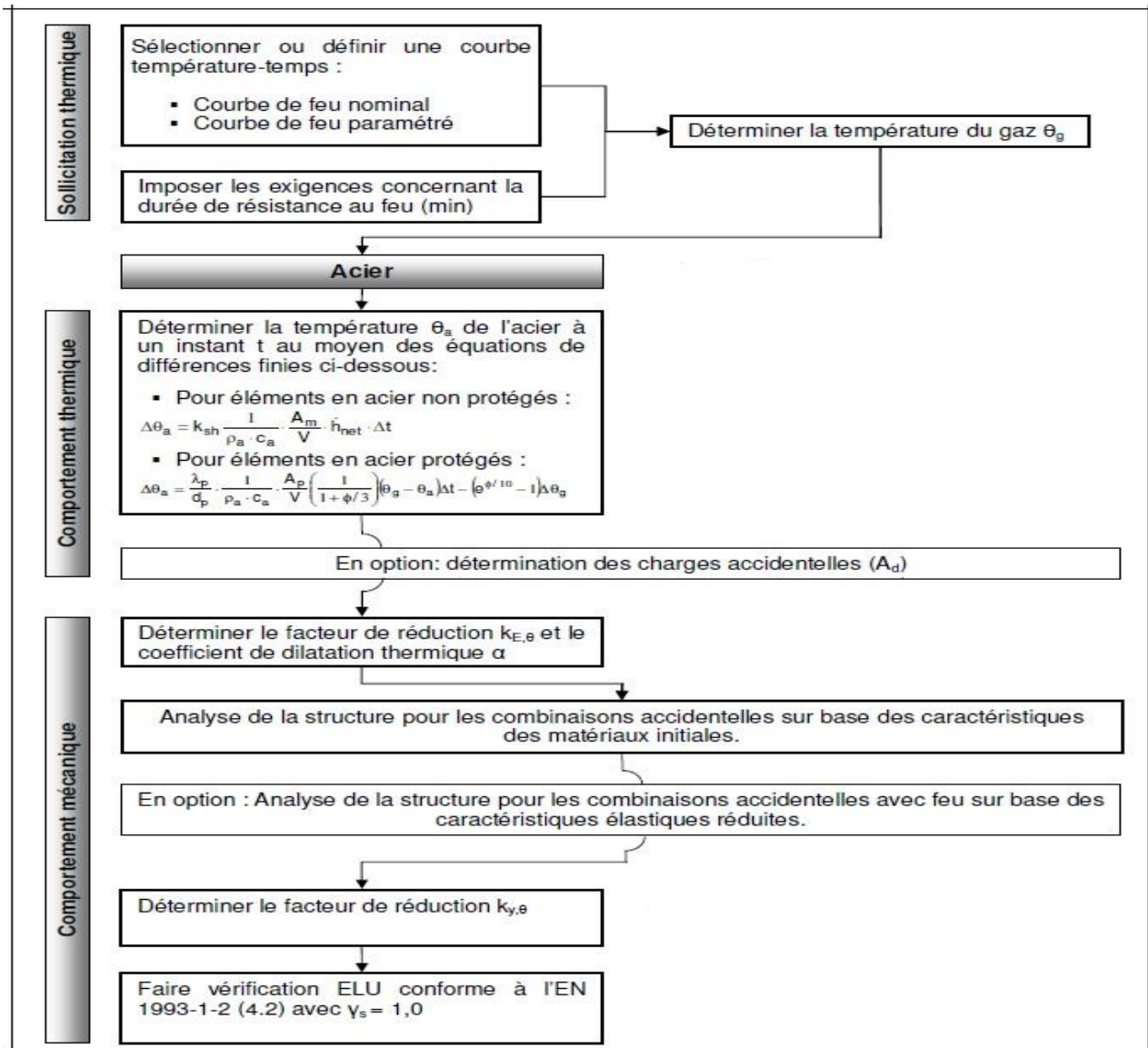


Fig. 3. 17 : Organigramme de l'analyse avec résistance au feu [68].

III.4.4. Calcul de la température critique des structures métalliques :

Il est bien connu dans la mécanique des structures que l'effondrement d'un élément se produit lorsque la valeur de calcul des effets des actions en situation d'incendie ($E_{fi,d}$) est égale à la valeur de calcul de la résistance ($R_{fi,d,0}$) de l'élément en question. Cependant, la littérature sécurise les calculs par une vérification supplémentaire :

$$\theta_d \leq \theta_{cr,d} \quad \text{pour} \quad t_{fi,requ} \quad (3.23)$$

Où :

θ_d : Température de calcul.

$\theta_{cr,d}$: Température critique.

$t_{fi,requ}$: Durée d'incendie requise.

La température critique est donnée par l'expression suivante [61] :

$$\theta_{cr,d} = 39,19 \ln \left(\frac{1}{0,9674 k_{y,\theta}^{3,833}} - 1 \right) + 482 \quad (3.24)$$

Cependant, le facteur de réduction ($k_{y,\theta}$) est remplacé par le degré d'utilisation (μ_0) dans l'EC3 1-2 [61].

$$\theta_{cr,d} = 39,19 \ln \left(\frac{1}{0,9674 \mu_0^{3,833}} - 1 \right) + 482 \quad (3.25)$$

Avec :

$$\mu_0 = \frac{E_{fi,d}}{R_{fi,d,0}} \quad (3.26)$$

Les critères de résistance au feu peuvent être démontrés de trois manières différentes qui sont toutes équivalentes et acceptables. Elles sont illustrées dans la **Fig. 3.18**, qui est valable pour une structure de base avec une température θ_d et une charge $E_{fi,d}$ qui reste constante dans le temps, comme une barre d'acier en tension. Le graphique supérieur de la **Fig. 3.18** montre également la diminution progressive de la résistance $R_{fi,d}$, tandis que le graphique inférieur indique la valeur de la température qui provoque la ruine $\theta_{cr,d}$. La ruine se produit lorsque la résistance est égale à la charge appliquée après un temps $t_{fi,d}$, elle est également produite si la température si égale à la température critique. Le temps de résistance est prescrit par $t_{fi,req}$ [75].

La vérification peut se faire :

- En termes de durée (voir ① **Fig. 3.18**) :
Durée de résistance $t_{fi,d} >$ durée requise $t_{fi,requ}$
- En termes de résistance (voir ② **Fig. 3.18**) :
Résistance $R_{fi,d} >$ Effets d'actions $E_{fi,d}$
- En termes de température (voir ③ **Fig. 3.18**) :
Température $\theta_d <$ température critique $\theta_{cr,d}$

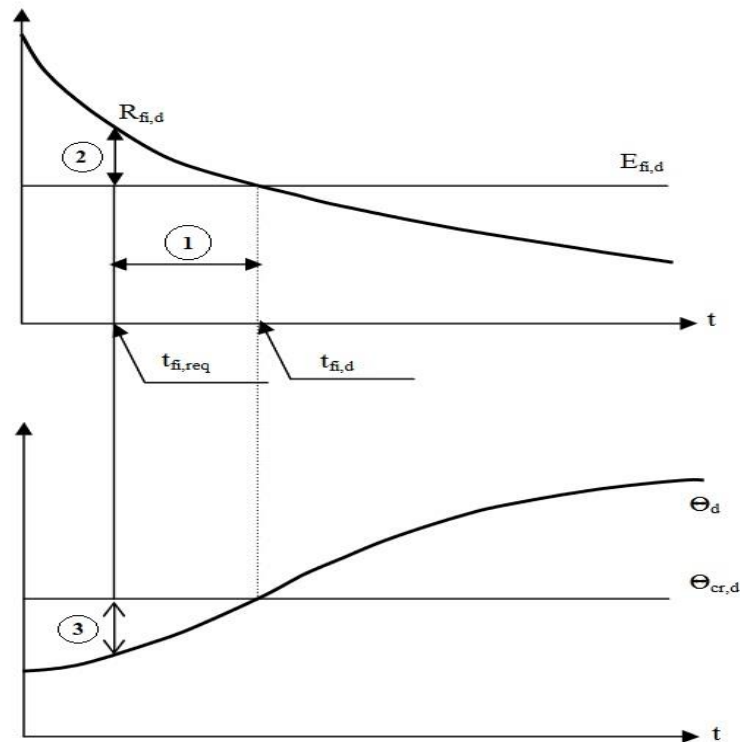


Fig. 3. 18 : Trois vérifications équivalentes de résistance au feu [75].

Contrairement à la littérature disponible où la température critique (uniforme) est régie par la seule expression mentionnée ci-dessus, le présent travail a pour objet de développer une nouvelle méthode numérique plus étendue qui prend en compte les différentes distributions de température (uniforme et non-uniforme).

III.5. Conclusion :

Les exigences en matière de résistance au feu des structures en acier sont fixées par les normes en vigueur tels que l'EC3 1-2 [61] et l'ASCE [62], qui décrivent les méthodes de calcul pour les structures en acier dans les bâtiments avec ou sans protection contre le feu. Les éléments métalliques soumis au feu sont calculés à partir de leurs propriétés mécaniques qui peuvent être considérablement détériorés par l'effet thermique.

Contrairement aux modèles existants et notamment [61] et [62], qui se basent sur une distribution uniforme de température à travers la section transversale des éléments en acier, nous allons développer dans le prochain chapitre, une nouvelle méthode numérique plus étendue qui prend en compte les différentes distributions de température (uniforme et non-uniforme).

Chapitre IV :

Nouvelle approche pour le calcul des
instabilités thermiques et
thermomécaniques des éléments
métalliques soumis au feu.

IV.1. Introduction :

La littérature scientifique consacrée à l'étude du comportement des structures à parois minces est basée (en sa majeure partie) uniquement sur la dégradation thermique des propriétés matérielles des aciers de construction pour une température supposée uniforme sur les sections transversales des poutres. Cependant, Zhang et al. [76] ont montré que le gradient thermique transversal (ce qui est souvent le cas pour le feu réel) est d'une importance majeure dans la conception des structures soumises au feu. Yin et Wang [77] ont présenté une étude numérique utilisant le logiciel ABAQUS pour analyser le comportement de grande déflexion des poutres en acier retenues axialement et en rotation (effets indirects) avec une distribution de température uniforme et non uniforme. Garlock et Quiel [78] ont prouvé que dans les bâtiments exposés au feu, une expansion importante des poutres se développe et les poteaux périphériques se déforment latéralement, générant ainsi de grands moments de flexion. Les modèles théoriques développés par Usmani et al. [79] et Bradford [80] ont permis le calcul des forces et déplacements des poutres retenues sous gradient thermique. Pi et Bradford [81] ont ensuite amélioré ces modèles en ajoutant l'effet du gradient de température sur la position du centre de cisaillement.

Toutefois, l'état de l'art sur le comportement des poutres retenues soumises simultanément à une charge mécanique transversale et à un gradient de température révèlent, qu'en dépit de l'approche analytique simplifiée de Dwaikat et Kodur [82], la grande majorité des résultats liés à ce sujet ont été obtenues soit expérimentalement soit numériquement à l'aide des logiciels Ansys et Abaqus, (i.e., Zhang et al. [83-85]). Cependant, l'effet de la torsion et du gradient thermique sur la position du centre de cisaillement (et par conséquent sur le déversement) a été ignoré par [82].

L'objectif du présent travail est de combler ces lacunes, en proposant une méthode exacte pour le calcul de la valeur critique d'une charge uniformément répartie induisant le déversement des poutres métalliques en I avec des sections transversales bi- et mono-symétriques à la fois bi-encastées et simplement appuyées. L'effet du gradient thermique sur la position du centre de cisaillement sera évalué, ainsi que le moment de flexion et la force axiale induits par le gradient thermique et la température moyenne, respectivement.

IV.2. Formulation théorique :

Considérons une poutre en I à parois minces, dont la géométrie correspond aux **Figs. 4.1** et **4.2**. Cette poutre est soumise à une charge q uniformément répartie sur la longueur L , et fonctionnant dans un environnement à haute température. L'origine du système des coordonnées cartésiennes est fixée au centre géométrique C de la section transversale à une extrémité de la poutre. h_c désigne la distance entre le centre géométrique et la surface inférieure de la poutre.

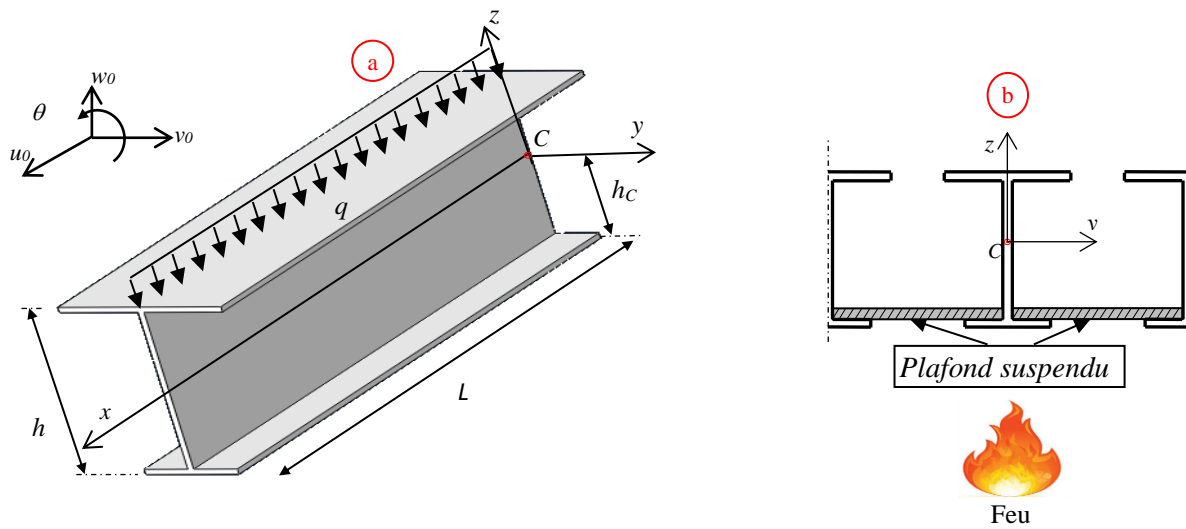


Fig. 4.1 : Géométrie et chargement d'une poutre en I à section transversale mono-symétrique.

Il est bien connu, lorsqu'une poutre en I partiellement protégée par un plafond suspendu (voir **Fig. 4.1.b**) est exposée à un incendie, la surface de la semelle inférieure est chauffée par un transfert thermique radiatif et convectif, tandis que le reste de la poutre est chauffé par transfert convectif et conductif. Ainsi, la température n'est pas uniforme sur la hauteur de la section transversale. Si la hauteur est petite par rapport à la longueur de la poutre, on peut supposer que la température est distribuée linéairement (voir **Fig. 4.2.b**) suivant l'axe z et ce conformément à l'expression suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} T(z) = T_{ave} - \frac{\Delta T}{h} z \\ \text{Où } T_{ave} = \frac{(h - h_c)T_b + h_c T_t}{h} \\ \text{et } \Delta T = T_b - T_t \end{array} \right. \quad (4.1a, b, c)$$

Dans l'Eq. (4.1), T_b et T_t sont les températures des surfaces inférieure et supérieure de la poutre, respectivement, T_{ave} est la température moyenne et ΔT est le gradient de température. Rappelons que la poutre est à température ambiante si $T_b = T_t = 20^\circ\text{C}$ et que, si elle n'est pas protégée et exposée au feu, elle subit une distribution uniforme de la température si $T_b = T_t > 20^\circ\text{C}$.

Nous supposons également que:

- a- Afin d'éviter l'apparition d'une instabilité locale, les sections transversales des poutres sont rigides dans leurs propres plans.
- b- L'hypothèse de la théorie classique des poutres (Euler-Bernoulli) reste valable.
- c- Le coefficient de Poisson ν est supposé être constant.
- d- Les propriétés des matériaux dépendent de la température et sont supposées conformes aux spécifications de l'ASCE [62], dont nous avons discuté en détails au chapitre **III**, (voir les Eqs. (3.12) et (3.17)).

$$U(x, y, z) = u_0(x) - y(v_0' \cos \theta(x) + w_0' \sin \theta(x)) - (z - z_C^T)(w_0' \cos \theta(x) - v_0' \sin \theta(x)) - \psi(y, z)\theta'(x) \quad (4.2c)$$

Où u_0 est le déplacement axial du centre géométrique effectif, (') désigne la dérivée par rapport à x , et ψ est la coordonnée sectorielle par rapport au centre de cisaillement effectif.

Rappelons que dans le cas des poutres à parois minces avec des sections transversales monosymétriques soumises à une température uniforme, les excentricités z_C^T et z_S^T disparaissent donnant ainsi la cinématique non-linéaire habituelle avec une seule excentricité (i.e., z_S^G du centre de cisaillement géométrique).

Dorénavant, pour des raisons de simplification, la dépendance des fonctions indiquées par rapport à leurs variables est donc omise.

IV.2.1.2. Champ de déformations :

Pour le présent modèle (i.e., étude des instabilités des poutres à parois minces), nous avons besoin d'expressions régissant de grandes déformations ; un choix approprié est fourni par le tenseur de déformation de Green, dont les composantes par rapport au repère cartésien choisi sont les suivantes :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} \right) \quad (4.3)$$

En remplaçant Eq. (4.2) dans l'Eq. (4.3), les composantes non-nulles du tenseur de déformation de Green auront la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = u_0' - y(v_0'' \cos \theta + w_0'' \sin \theta) - (z - z_C^T)(w_0'' \cos \theta - v_0'' \sin \theta) - \psi \theta' \\ \quad + \frac{1}{2} \left(v_0'^2 + w_0'^2 + \left(y^2 + (z - z_C^T - z_S^G - z_S^T)^2 \right) \theta'^2 \right) \\ \quad + (z_S^G + z_S^T) \theta' (v_0' \cos \theta + w_0' \sin \theta), \\ \gamma_{xy} = - \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + z - z_C^T - z_S^G - z_S^T \right) \theta', \\ \gamma_{xz} = \left(y - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \theta' \end{array} \right. \quad (4.4a, b, c)$$

Conformément à la théorie non-linéaire classique des poutres à parois minces, les déformations de cisaillement γ_{xy} et γ_{xz} sont linéaires tandis que la déformation longitudinale ε_{xx} est non linéaire, cela n'a rien d'inhabituel et constitue une notion fondamentale et conventionnelle pour ce type de structures. Cependant, tous les termes contenant les excentricités z_C^T et z_S^T , représentent une partie de la contribution originale de la présente étude.

Les équations nécessaires pour ce modèle de poutre sont obtenues par une approche variationnelle standard qui se base sur les déformations virtuelles. Ainsi, à partir de l'Eq. (4.4), nous obtenons la première variation des mesures de déformation (voir les Eqs. (A.1) - (A.3) dans l'annexe).

Le matériau constituant la poutre est supposé être un acier élastique linéaire homogène ; ainsi, une forme généralisée de la loi de Hooke incluant l'effet thermique peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E(z) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{E(z)}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha(z)T(z) \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

Où $(\sigma_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz})$ sont les composantes des contraintes normales et de cisaillement en tout point de la section transversale par rapport au repère cartésien choisi ; $G = E/2(1 + \nu)$ est le module élastique tangentiel.

IV.2.2. Formule Variationnelle :

L'équilibre d'une poutre soumise à un chargement thermomécanique est obtenu que si l'énergie potentielle total est en état stationnaire, i.e., $\delta(\Gamma - \Pi) = 0$ où Γ et Π sont l'énergie de déformation et le travail des forces externes, respectivement.

La variation de l'énergie de déformation est donnée par l'expression suivante :

$$\delta\Gamma = \int_0^L \int_A (\sigma_{xx} \delta\varepsilon_{xx} + \tau_{xy} \delta\gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta\gamma_{xz}) dx dy dz \quad (4.6)$$

A désigne le domaine de la section transversale.

Si la charge répartie q est appliquée à une excentricité e_z par rapport à S_{eff} , la variation de son travail est :

$$\delta\Pi = \int_0^L (q \delta w_0 - q e_z \theta \delta\theta) dx \quad (4.7)$$

L'énergie potentielle totale est obtenue en combinant l'énergie de déformation, Eq. (4.6), le travail de la charge externe, Eq. (4.7), la loi de Hooke, Eq. (4.5), et les composantes du tenseur de déformation, Eqs. (A.1) - (A.3) :

$$\begin{aligned} \int_0^L \left[\int_A \left(\sigma_{xx} \left(\delta u'_0 + v'_0 \delta v'_0 + w'_0 \delta w'_0 + (y^2 + (z - z_C^T - z_S^G - z_S^T)^2 \theta' \delta\theta' - \psi \delta\theta' \right. \right. \right. \\ \left. \left. - y(\cos \theta \delta v'_0 + \sin \theta \delta w'_0 + (w'_0 \cos \theta - v'_0 \sin \theta) \delta\theta) - (z \right. \right. \\ \left. \left. - z_C^T)(\cos \theta \delta w'_0 - w'_0 \sin \theta \delta\theta - \sin \theta \delta v'_0 - v'_0 \cos \theta \delta\theta) + (z_S^G \right. \right. \\ \left. \left. + z_S^T)(\cos \theta \delta v'_0 - v'_0 \sin \theta \delta\theta + \sin \theta \delta w'_0 + w'_0 \cos \theta \delta\theta) \theta' + (z_S^G \right. \right. \\ \left. \left. + z_S^T)(v'_0 \cos \theta + w'_0 \sin \theta) \delta\theta' \right) - \tau_{xy} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + z - z_C^T - z_S^G - z_S^T \right) \delta\theta' \right. \\ \left. + \tau_{xz} \left(y - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \delta\theta' \right] dA - q \delta w_0 + q e_z \theta \delta\theta \Big] dx = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Pour déterminer l'axe neutre effectif, nous devons imposer la condition suivante :

$$-\int_A E(z)(z - z_C^T)w_0'' \delta u_0' dA = 0 \quad (4.9a)$$

Dans ce cas, le travail virtuel dépensé par le moment de flexion autour de l'axe neutre sur l'élongation de l'axe de la poutre doit s'annuler. Après avoir identifié la position z_C^T , en imposant que le travail virtuel dépensé par les contraintes dues au gauchissement sur les élongations correspondantes s'annule, on obtient l'excentricité z_S^T :

$$\int_A E(z)y\psi\theta'' \delta v_0' dA = 0, \quad \psi = \psi_0 + z_S^T y \quad (4.9b, c)$$

Où ψ_0 est la fonction de gauchissement par rapport au centre de cisaillement géométrique. Pour plus de détails sur le calcul de l'axe neutre et du centre de cisaillement, on peut se référer à Pi et Bradford [81].

Une fois que l'axe neutre est défini, nous supposons que la rotation de torsion est petite, autrement dit, $\cos \theta \approx 1$ et $\sin \theta \approx \theta$ sont suffisantes pour le calcul des charges critiques ; en effet, les considérations post-critique dépassent le domaine de la présente étude.

Ainsi, les équations d'équilibre peuvent être simplifiées par rapport aux axes principaux :

$$\begin{aligned} \delta v_0: (M_z + M_y \theta)'' + N^T (v_0'' + (z_S^G + z_S^T) \theta'') &= 0, \\ \delta w_0: (M_z \theta - M_y)'' + N^T w_0'' &= q, \\ \delta \theta: B_w'' - [(\beta_z^T (v_0'' \theta - w_0'') - M_R^T) \theta' + T_{sv}]' \\ + M_z (w_0'' - v_0'' \theta) + M_y (v_0'' \theta + w_0'') + N^T (z_S^G + z_S^T) v_0'' &= -q e_z \theta \end{aligned} \quad (4.10a, b, c)$$

Où :

M_y, M_z, T_{sv} Sont les moments de flexion et de la torsion de Saint-Venant, respectivement ; B_w est le bi-moment. Les trois derniers sont liés à la courbure, à l'angle de torsion et à ses variations (i.e., dérivées par rapport à x), définis comme suit :

$$M_z = EI_z (v_0'' + w_0'' \theta), \quad T_{sv} = GJ \theta', \quad B_w = EI_w \theta'' \quad (4.11a, b, c)$$

Le moment fléchissant M_y qui se produit autour de l'axe neutre, s'écrit sous la forme suivante :

$$M_y = -EI_y (w_0'' - v_0'' \theta) - \int_A E(\bar{z}) \bar{z} \alpha(\bar{z}) T(\bar{z}) dy d\bar{z} = M_y^m - M_y^T \quad (4.11d)$$

Où M_y^m, M_y^T sont le moment de flexion mécanique (équilibrant la charge q) et le moment de flexion thermique, respectivement. En effet, si la poutre était libre de se dilater sous l'effet de la co-action thermique, la déformation correspondante (engendrée par l'effet thermique) serait atteinte sans dépense d'énergie mécanique. Cependant, puisque nous supposons que les poutres considérées sont longitudinalement retenues (i.e., effets indirects pris en compte) contre cette dilatation thermique, une interaction mécanique apparaît, comme indiqué par le mécanisme variationnelle. Les constantes

des équations. (4.11) représentent les rigidités par rapport à la flexion dans les deux plans latéraux xy , xz , à la torsion (uniforme) et au gauchissement (torsion non-uniforme), respectivement ; elles sont données par :

$$EI_z = \int_A E(\bar{z})y^2 dyd\bar{z}, \quad EI_y = \int_A E(\bar{z})\bar{z}^2 dyd\bar{z}, \quad EI_w = \int_A E(\bar{z})\psi^2 dyd\bar{z},$$

$$GJ = \int_A \frac{E(\bar{z})}{2(+\nu)} \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + \bar{z} - z_S^G - z_S^T \right)^2 + \left(y - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \right] dyd\bar{z} \quad (4.12a, b, c, d)$$

La température moyenne (Eq. (4.1)) induirait une dilatation thermique libre si les poutres n'étaient pas retenues longitudinalement. Cependant, comme nous l'avons souligné plus haut, le présent travail traite des poutres avec des effets thermiques indirects, par conséquent, la température moyenne engendre une distribution uniforme de la contrainte normale qui est responsable de la force axiale N^T dans l'Eq. (4.10), dont l'expression est la suivante :

$$N^T = \int_A E(\bar{z})\alpha(\bar{z})T(\bar{z}) dyd\bar{z} \quad (4.13a)$$

Le deuxième terme de l'Eq. (4.10c), représente la dérivée (par rapport à x) d'un couple de torsion généralisé dit couple de Wagner [7]. Il contient deux termes β_z^T , M_R^T induits par les effets indirects (voir les commentaires ci-dessus à ce sujet), où les positions de l'axe neutre et du centre de cisaillement effectif sont prises en considération. Cela, représente une contribution originale de ce travail. Ces coefficients dits de "Wagner", sont donnés par :

$$\beta_z^T = \int_A E(\bar{z})\bar{z}(y^2 + (\bar{z} - z_S^G - z_S^T)^2) dyd\bar{z},$$

$$M_R^T = \int_A E(\bar{z})\alpha(\bar{z})T(\bar{z}) \left[y^2 + (\bar{z} - z_S^G - z_S^T)^2 \right] dyd\bar{z} \quad (4.13b, c)$$

En remplaçant les Eqs. (4.11) - (4.13) dans l'Eq. (4.10), on obtient :

$$\delta v_0: EI_z v_0'''' + N^T v_0'' - (EI_z - EI_y) \left(\frac{M_y^m}{EI_y} \theta \right) + (N^T (z_S^G + z_S^T) - M_y^T) \theta'' = 0,$$

$$\delta w_0: \left(EI_z v_0'' \theta - (M_y^m - M_y^T) \right)'' + N^T w_0'' = q,$$

$$\delta \theta: EI_w \theta'''' + \left(M_R^T - \frac{\beta_z^T M_y^m}{EI_y} - GJ \right) \theta'' - \frac{\beta_z^T M_y^{m'}}{EI_y} \theta' + \left(1 - \frac{EI_z}{EI_y} \right) M_y^m - M_y^T$$

$$+ \left[M_y^m M_y^T - \left(1 - \frac{EI_z}{EI_y} \right) M_y^{m2} \right] \frac{\theta}{EI_y} + N^T (z_S^G + z_S^T) v_0'' = -q e_z \theta \quad (4.14a, b, c)$$

L'ensemble des équations différentielles (4.14), caractérisant notre modèle raffiné et les éventuelles excentricités de charge, qui sont donc original (e.g., le terme $N^T (z_S^G + z_S^T)$ ne se trouve pas dans Pi et Bradford [81]), n'admet pas de solutions simplifiées. Ainsi, dans une première étape, ce problème sera approché au moyen de la technique de Galërkin, afin de trouver des expressions

simplifiées pour les quantités d'intérêt qui peuvent être proposées comme outils techniques pour la conception et la vérification. En effet, il est difficile de remarquer la présence de formules qualitatives simplifiées, dans les applications et même dans les normes standard. Ainsi, au lieu d'appliquer des techniques d'intégration purement numériques, qui ne seront utilisées que pour la vérification de nos résultats, une approche analytique approximative robuste et fiable comme celle de Galërkin est utile pour mettre en évidence les paramètres géométriques et physiques clés impliquées dans les solutions recherchées.

Nous choisissons les fonctions de forme suivantes pour le premier mode, en tenant compte des conditions aux limites :

$$\frac{v_0}{v_{00}} = \frac{w_0}{w_{00}} = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \pi\right) & \text{Encastrée-Encastrée} \\ \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) & \text{simplement appuyée} \end{cases} \quad (4.15)$$

Ou v_{00} et w_{00} sont les amplitudes des déplacements. A partir de l'Eq. (4.15), on peut facilement trouver que :

$$v_0'''' = \begin{cases} -\frac{4\pi^2}{L^2} v_0'' & \text{Encastrée-Encastrée} \\ -\frac{\pi^2}{L^2} v_0'' & \text{simplement appuyée} \end{cases} \quad (4.16)$$

En insérant l'Eq. (4.16) dans l'Eq. (4.14a), la courbure v_0'' est donnée par :

$$v_0'' = \begin{cases} \frac{L^2 \left[\left(1 - \frac{EI_z}{EI_y}\right) (M_y^m \theta)'' + (N^T (z_S^G + z_S^T) - M_y^T) \theta'' \right]}{4EI_z \pi^2 - N^T L^2} & \text{Encastrée-Encastrée} \\ \frac{L^2 \left[\left(1 - \frac{EI_z}{EI_y}\right) (M_y^m \theta)'' + (N^T (z_S^G + z_S^T) - M_y^T) \theta'' \right]}{EI_z \pi^2 - N^T L^2} & \text{simplement appuyée} \end{cases} \quad (4.17)$$

En appliquant la méthode de Galërkin à l'Eq. (4.14b), à l'état fondamental $\{v_0, \theta\} = \{0, 0\}$ nous aurons :

$$M_y^m = \begin{cases} -\frac{EI_y q (32L^2 - 192Lx + 192x^2)}{\pi^2 (4EI_y \pi^2 - N^T L^2)} & \text{Encastrée-Encastrée} \\ \frac{768EI_y q x (L - x)}{5\pi^3 (EI_y \pi^2 - N^T L^2)} & \text{simplement appuyée} \end{cases} \quad (4.18)$$

En remplaçant les équations (4.17) et (4.18) dans l'Eq. (4.14c), on obtient une équation différentielle ordinaire d'ordre 4 à coefficients variables, dans laquelle nous choisissons d'exprimer l'angle de torsion θ en série de puissance jusqu'au terme d'ordre k ; alors, si, λ_n sont des coefficients inconnus, θ s'écrit sous la forme suivante :

$$\theta = \sum_{n=0}^k \lambda_n x^n \quad (4.19)$$

En insérant l'Eq. (4.19) dans l'Eq. (4.14c) et en suivant la procédure habituelle utilisée dans la méthode des séries de puissance (PSM) [88-91], nous obtenons une relation de récurrence pour les coefficients inconnus λ_n :

$$\lambda_{n+4} = \frac{f_1 \lambda_{n-4} + f_2 \lambda_{n-3} + f_3 \lambda_{n-2} + f_4 \lambda_{n-1} + f_5 \lambda_n + f_6 \lambda_{n+1} + f_7 \lambda_{n+2}}{EI_w(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \quad (4.20)$$

Notons que pour $n \geq 0$, les coefficients λ_{n+4} de l'Eq. (4.20) sont obtenus en fonction des quatre premiers coefficients (i.e., $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$).

Dans les poutres Encastree-encastree, nous supposons que l'angle de torsion et le gauchissement sont empêchés au niveau des deux extrémités de la poutre. Les conditions aux limites pour le problème lié à θ sont alors les suivantes :

$$\begin{cases} \theta(0) = 0 \\ \theta'(0) = 0 \\ \theta(L) = 0 \\ \theta'(L) = 0 \end{cases} \quad (4.21a)$$

Dans les poutres simplement appuyées, nous supposons un angle de torsion nul, mais un gauchissement libre aux extrémités. Remarquons que ceci n'est pas en contradiction avec la contrainte thermique supposée, puisque la contrainte externe est supposée agir uniquement sur le mouvement du corps rigide des sections transversales, suivant le modèle de poutre purement flexible d'Euler-Bernoulli. Par conséquent, l'action du Bimoment, doit disparaître (conditions naturelles de la procédure variationnelle) :

$$\begin{cases} \theta(0) = 0 \\ \theta''(0) = 0 \\ \theta(L) = 0 \\ \theta''(L) = 0 \end{cases} \quad (4.21b)$$

En insérant l'Eq. (4.19) dans l'Eq. (4.21), on obtient un problème de valeurs propres $[K(q, T, e_z)]\{\lambda\} = 0$, Où $[K(q, T, e_z)]$ est la matrice de rigidité thermique et $\{\lambda\}$ est le vecteur des λ_n non nuls. Ainsi, pour des valeurs données de la température T et de l'excentricité de la charge e_z , la valeur critique q_{cr} est obtenue en imposant la singularité de la matrice de rigidité (i.e., $\det[K(q_{cr}, \hat{T}, \hat{e}_z)] = 0$).

IV.3. Conclusion :

Basé sur la théorie non-linéaire des poutres à parois minces que nous avons raffiné, l'objectif de cette partie est de développer une nouvelle méthode exacte pour le calcul de la charge critique du déversement d'une poutre en acier avec des sections bi- et mono-symétriques. Cette méthode est valable pour les deux cas de conditions aux limites (i.e., encastree-encastree et simplement appuyée (appuis doubles)) où la poutre étudiée peut être soumise simultanément à une charge mécanique et un gradient de température. Nous avons expliqué en détail dans ce chapitre que le centre géométrique C et le centre de cisaillement S , se déplacent vers le centre géométrique effectif C_{eff} et le centre de cisaillement effectif S_{eff} si la poutre est soumise à un gradient thermique.

En réduisant le système d'équations d'équilibre en une seule équation différentielle ordinaire d'ordre 4 à coefficients variables, dans laquelle nous avons choisi d'exprimer l'angle de torsion θ en série de puissance, les charges critiques du déversement sont obtenues en résolvant le problème aux valeurs propres.

Chapitre V :
Validation du présent modèle et
discussion des résultats.

V.1. Introduction :

L'objectif de cette partie est d'une part, de valider le modèle développé dans le chapitre précédent en comparant nos résultats avec ceux de la littérature disponible pour le cas de l'instabilité thermique et avec ceux obtenus par la méthode des éléments finis pour le cas de l'instabilité thermomécanique et d'autre part de discuter l'influences des paramètres qui ont fait l'objet d'une contribution originale à la présente étude, e.g., le moment induit par le gradient thermique.

V.2. Validation et discussion :

Pour valider le modèle, nous considérons les six poutres en acier de la **Fig. 5.1** avec deux types de conditions aux limites (i.e., bi-encastée et simplement appuyée avec des appuis doubles). Le module d'Young à température ambiante E_0 est pris égal à 200 Gpa tandis que le coefficient de Poisson ν est de 0,3. Introduisons en outre le rapport d'élanement η_y de la poutre par rapport à l'axe des y .

$$\eta_y = L \sqrt{\frac{EA}{EI_y}} \quad (5.1)$$

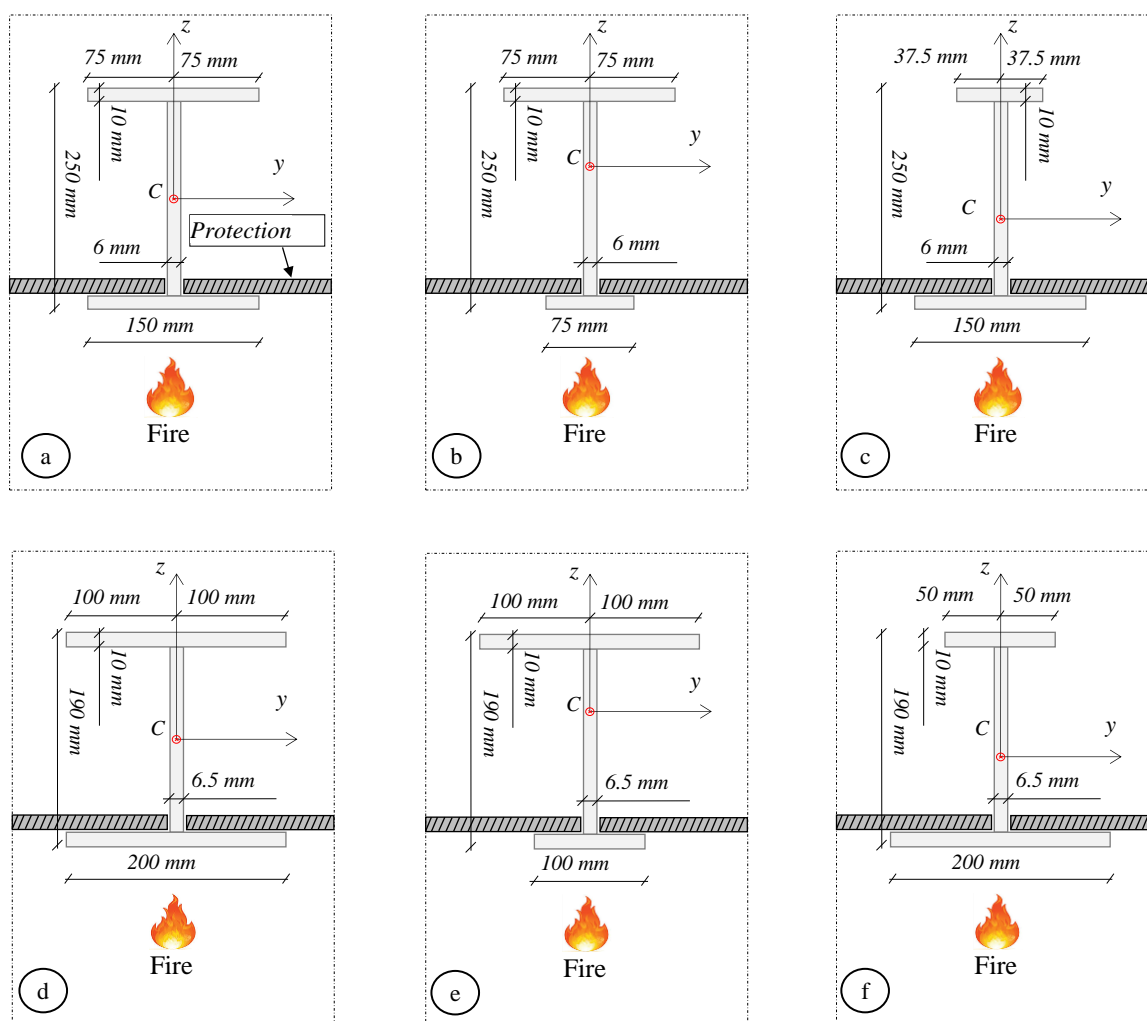


Fig. 5. 1 : Sections IPE250 : a) bi-symétrique ; b) mono-symétrique ; c) mono-symétrique inversé ; Sections HEA200 : d) bi-symétrique ; e) mono-symétrique ; f) mono-symétrique inversé.

V.2.1. Instabilité Thermique :

Notre approche est tout d'abord validée pour les poutres soumises uniquement à des charges thermiques, c'est-à-dire lorsque $q = 0$.

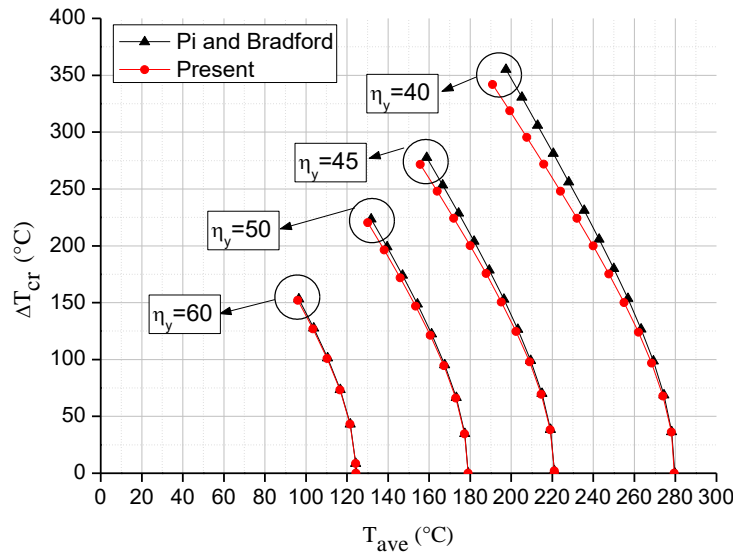


Fig. 5. 2 : Gradient de température critique en fonction de la température moyenne de l'IPE250 Encastree-encastree.

L'étude comparative de l'instabilité thermique illustrée dans la **Fig. 5.2** montre que la différence entre les valeurs du gradient de température critique obtenues ici et celles données par l'Eq. (5.2) de Pi et Bradford [81] est assez faible. En effet, l'erreur relative maximale entre les deux modèles est $< 4 \%$ pour $\eta_y = 40$. Cette légère différence est due au moment de flexion supplémentaire $N^T(z_S^G + z_S^T)$ dans l'Eq. (4.11) du chapitre IV, négligé par [81]. Ce moment dépend de la force axiale N^T et de l'excentricité du centre de cisaillement effectif z_S^T (sachant que $z_S^G = 0$ pour les sections bi-symétriques). Ces deux paramètres augmentent pour un gradient thermique important, qui à son tour atteint des valeurs remarquables dans les poutres courtes, où le rapport d'élancement η_y est petit. Rappelons, toutefois que le modèle de Pi et Bradford [81] n'est valable que pour des coefficients de dilatation thermique indépendants de la température ; dans ce cas, nous avons pris $\alpha = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Dans tous les autres exemples, nous avons supposé qu'ils dépendent de la température selon la formule citée au chapitre précédent ($\alpha = (0.004T + 12)10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$).

Selon [81], les valeurs de la force normale et du moment de flexion induits par le gradient thermique, sont liées par :

$$\left(1 - \frac{N^T}{\frac{4EI_z\pi^2}{L^2}}\right) \left(1 - \frac{N^T}{\frac{EA}{EI_z + EI_y} \left(GJ + \frac{4EI_w\pi^2}{L^2}\right)}\right) = \left(\frac{M_y^T}{\sqrt{\frac{4EI_z\pi^2}{L^2} \left(GJ + \frac{4EI_w\pi^2}{L^2}\right)}}\right)^2 \quad (5.2)$$

Cette formule simplifiée est originale, elle prend en compte l'essentiel des effets évoqués ci-dessus. Elle peut être intéressante dans les applications de conception, dans la vérification et surtout dans la comparaison avec notre modèle, d'ailleurs, c'est la seule référence disponible qui peut nous aider dans la validation de notre modèle.

Pour une comparaison supplémentaire, nous avons effectué des simulations par la Méthode des Eléments Finis (FEM) au moyen du logiciel Abaqus [92] avec deux types différents d'éléments de poutre (i.e., C3D8R pour les poutres encastree-encastree et S4R pour les poutres simplement appuyées). Nous rappelons que C3D8R est un élément solide hexaédrique linéaire à 8 nœuds et que S4R est un élément coque quadratique à 4 nœuds. Les propriétés matérielles de chaque élément sont discrétisées " Temperature-Dependent Data " avec un incrément de 5 °C, suivant les équations (3.12) et (4.1) des chapitres précédents. Les températures critiques sont obtenues par une "boucle" en une seule étape, après avoir supposé une distribution linéaire de la température à travers la hauteur h conformément à l'Eq. (4.1) ("champ prédéfini" avec les valeurs de ΔT obtenues par le présent modèle) multiplié par la valeur propre trouvée à la fin de l'analyse. Les sections transversales des poutres sont maillées selon les données du tableau 5.1.

Tableau 5. 1 : Données de maillage pour l'analyse FEM

Direction de maillage	Condition limite	Simply supported		Fixed-fixed		
	Type d'élément	S4R		C3D8R		
	Section transversale	Bi-symétrique	Mono-symétrique	Bi-symétrique		Mono-symétrique
		HEA200	HEA200	HEA200	IPE250	IPE250
x		7	200	42	120	100
y		8	8	4	4	2
z		10	10	20	20	20

Dans le tableau 5.2, nous présentons une comparaison de résultats, où nous avons pris :

$$\Delta r_i = \frac{|\text{Present results} - \text{FEM results}|}{\text{Min}(\text{Present results}, \text{FEM results})} \quad (5.3)$$

Tableau 5. 2 : Gradient de température critique et température moyenne des sections bi-symétriques IPE250 et HEA200 encastree-encastree avec $\eta_y = 50$.

Présent				FEM				$\Delta r_1(\%)$	$\Delta r_2(\%)$
HEA200		IPE250		HEA200		IPE250			
$T_{ave} (^\circ\text{C})$	$\Delta T_{cr} (^\circ\text{C})$	$T_{ave} (^\circ\text{C})$	$\Delta T_{cr} (^\circ\text{C})$	$T_{ave} (^\circ\text{C})$	$\Delta T_{cr} (^\circ\text{C})$	$T_{ave} (^\circ\text{C})$	$\Delta T_{cr} (^\circ\text{C})$		
274	508	116	191	294	544	112	185	7.2	3.1
308	415	132	144	331	447	127	138	7.8	4.2
324	369	147	94	349	397	140	90	7.6	4.9
358	277	154	68	381	294	146	64	6.3	5.4
393	186	157	54	408	193	148	51	3.9	5.7
445	50	159	39	440	49	151	37	1.0	5.9
456	0	162	0	444	0	154	0	2.7	5.3

Nous pouvons remarquer à partir de cette étude comparative, qu'il est évident que notre méthode est efficace tant pour les poutres simplement appuyées que pour les poutres encastree-encastree que ce soit avec des sections mono ou bi-symétriques. En effet, la comparaison entre les résultats des deux approches, présente une erreur relative maximale $\Delta r = 7.8\%$ pour le cas des HEA200 bi-symétrique encastree-encastree avec $\eta_y = 50$.

Les mêmes résultats sont présentés sous forme graphique dans les **Figs. (5.3)** et **(5.4)**, l'une consacrée à la comparaison entre nos résultats et ceux obtenus par FEM pour les poutres IPE250 doublement encastree et l'autre pour les poutres HEA200 simplement appuyées avec $\eta_y = 40$.

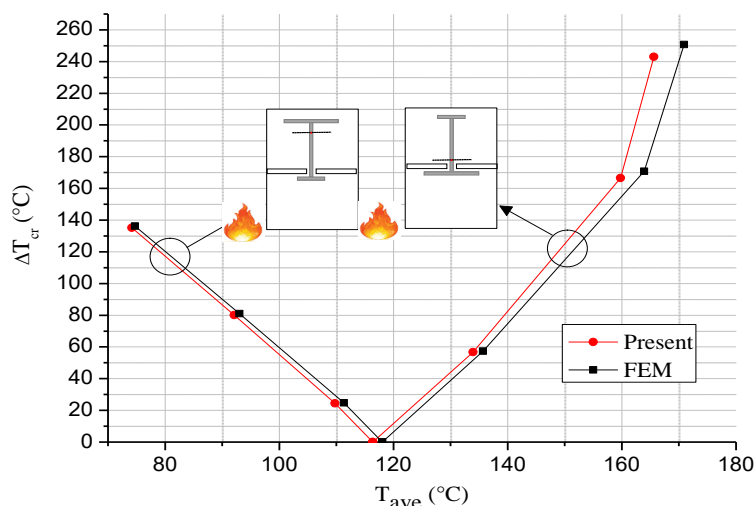


Fig. 5.3 : Gradient de température critique en fonction de la température moyenne de la section mono-symétrique et mono-symétrique inversée IPE250 encastée-encastée avec $\eta_y = 40$.

Comme prévu, les **Figs. (5.3)** et **(5.4)** montrent que pour le même rapport d'élanement ($\eta_y = 40$), les gradients de température critique des poutres encastée-encastée sont plus élevés que ceux des poutres simplement appuyées, ce qui est attendu en raison de la plus grande rigidité globale des premières par rapport aux secondes. De plus, ces figures montrent que les poutres à section transversales mono-symétrique flambent pour des valeurs plus faibles de ΔT par rapport aux mêmes poutres lorsqu'elles sont inversées. Cela est dû au fait que le moment induit par le gradient thermique comprime la petite ou la grande semelle dans le premier ou le second cas ; en règle générale, plus la semelle est grande, plus le matériau résistant à la compression du flambement est important. Cependant, les deux profils se flambent pour la même température lorsque $\Delta T = 0$, autrement dit, lorsqu'il ne se produit qu'une seule dilatation uniforme et aucun couple de flexion induit par les effets thermiques ne se manifeste.

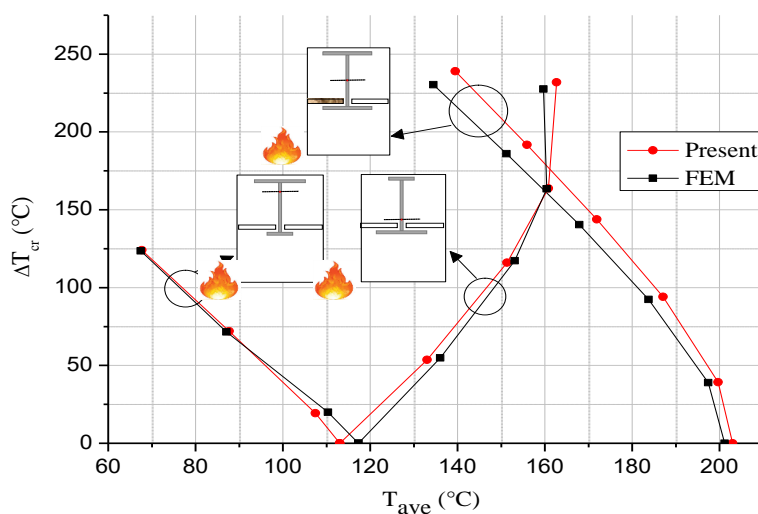


Fig. 5.4 : Gradient de température critique en fonction de la température moyenne de la section mono-symétrique et mono-symétrique inversée HEA200 simplement appuyées avec $\eta_y = 40$.

V.2.2. Instabilité thermo-mécanique :

Nous étudions ici des poutres soumises simultanément au feu et à une charge uniformément répartie ($q \neq 0$), dont la ligne d'action passe par S (i.e., $e_z = 0$). De plus, on suppose que la semelle supérieure reste constamment à température ambiante, i.e., $T_t = 20\text{ °C}$, tandis que la température de la semelle inférieure T_b varie suivant les conditions de l'incendie considéré. Les profils sont les mêmes que ceux de la section précédente (voir la **Fig. 5.1**). En utilisant les données de maillage du Tableau 5.1, les résultats de la FEM sont obtenus en deux étapes. Dans la première étape "Static, général", la poutre est soumise uniquement au gradient thermique imposé "Predefined field". Dans la deuxième étape "Buckle with geometric nonlinearity", une charge uniformément répartie "Line load" de magnitude unitaire est appliquée le long de la ligne joignant les centres de cisaillement. De cette façon, la valeur propre obtenue représente la charge critique qui correspond au gradient thermique donné.

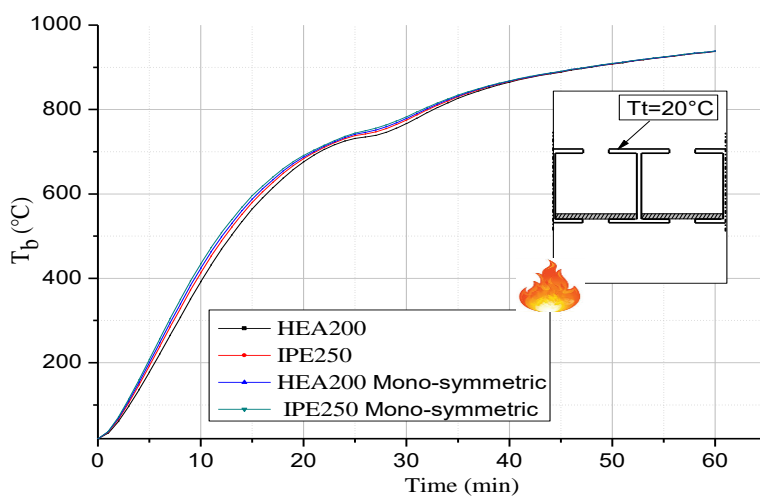


Fig. 5.5 : Température de la semelle inférieure en fonction de la durée du feu selon [93].

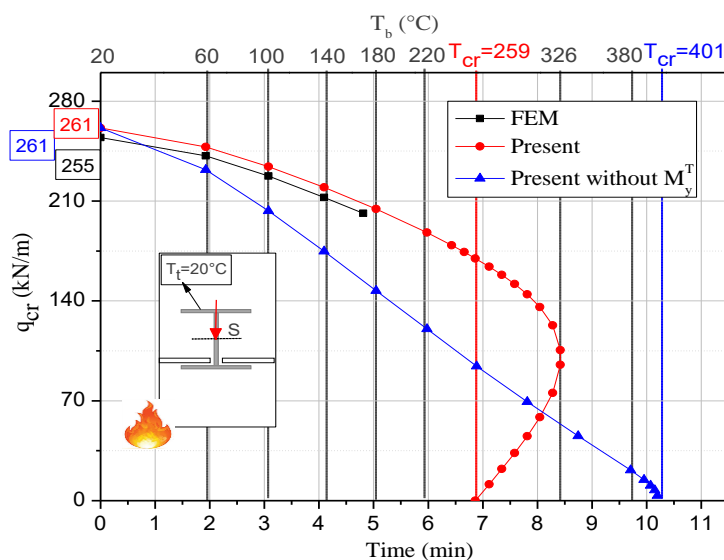


Fig. 5.6 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section bi-symétrique HEA200 simplement appuyées avec $\eta_y = 40$

Bien que l'on puisse facilement voir à partir des **Figs. (5.6-11)** qu'il y a un bon accord entre les résultats de la FEM et les nôtres ($\Delta r < 4\%$), le logiciel Abaqus ne fournit que des courbes courtes qui s'arrêtent avant que le gradient thermique n'atteigne des valeurs critiques.

Comme nous l'avons vu dans la section 2, le présent modèle fournit des charges critiques dans le domaine thermique ; cependant, nous pouvons obtenir leurs équivalents dans le domaine temporel en utilisant les tableaux et les abaques de Franssen et Vila Real [93] afin de convertir la température de la semelle inférieure (exposée à un feu standard ISO 834 sur trois côtés) en durée d'incendie (voir la **Fig. 5.5**).

Les **Figs. (5.6-11)** montrent que la durée d'incendie pour laquelle les poutres sont stables est plus longue pour les poutres bi- et mono-symétriques inversées (i.e., supérieure à 8 minutes selon la **Fig. 5.6**) en comparaison avec celle des poutres mono-symétriques (i.e., inférieure à 3,5 minutes selon la **Fig. 5.9**).

Contrairement aux résultats de la FEM, ces graphiques montrent également que le présent modèle donne des résultats de la charge critique q_{cr} pour les sections bi- et mono-symétriques même au-delà des températures critiques. Pour étudier ce comportement, nous avons d'abord éliminé le moment induit par le gradient thermique M_y^T d'une poutre simplement appuyée avec une section mono-symétrique conformément à la **Fig. 5.8**. Cette figure montre que la charge critique à température ambiante perd 50% de sa valeur initiale à la température critique. Nous pouvons trouver une conclusion similaire dans l'étude de Mohri et al. [94] pour le même type de poutre sous des charges axiales et de flexion combinée.

Si les courbes des **Figs. (5.8-11)** correspondant aux poutres à sections mono-symétriques et mono-symétriques inversées (avec et sans M_y^T) sont en accord avec les résultats du modèle mécanique de [94], les courbes des sections bi-symétriques des **Figs. (5.6-7)** montrent une nouveauté qui peut être interprétée par le fait que les charges critiques calculées sans M_y^T sont obtenues dans un intervalle de température qui ne dépasse pas les valeurs critiques, contrairement aux résultats obtenus avec la prise en compte de M_y^T , qui vont au-delà de la température critique, donnant ainsi des courbes similaires à celles des sections mono-symétriques. Ceci prouve l'anisotropie matérielle évoquée dans le chapitre précédent.

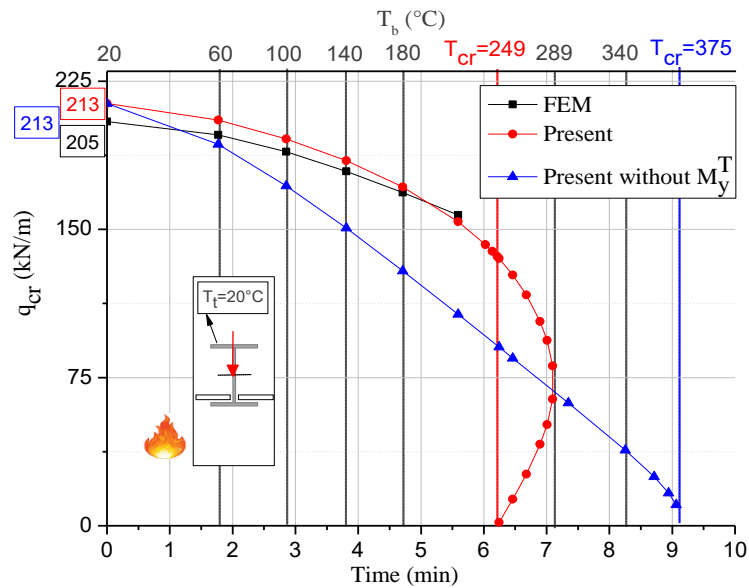


Fig. 5.7 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section bi-symétrique IPE250 à double encastrement avec $\eta_y = 45$.

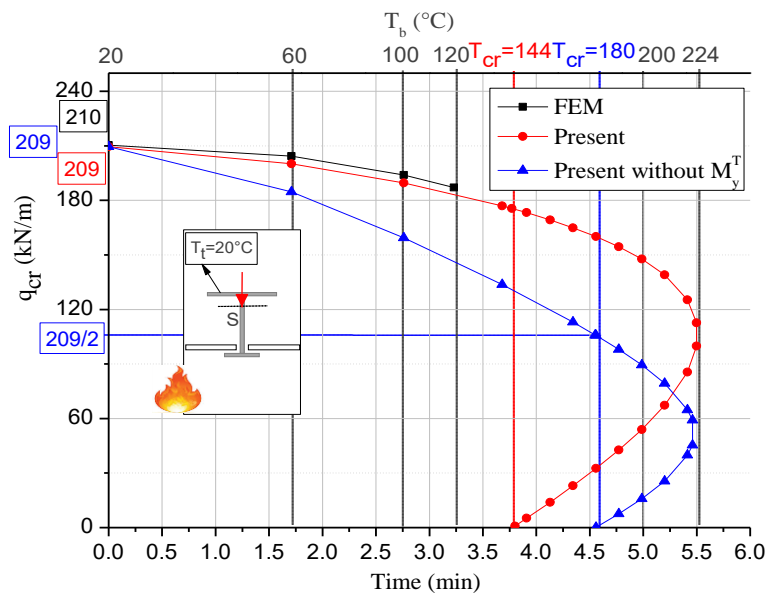


Fig. 5.8 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section mono-symétrique HEA200 simplement appuyées avec $\eta_y = 40$.

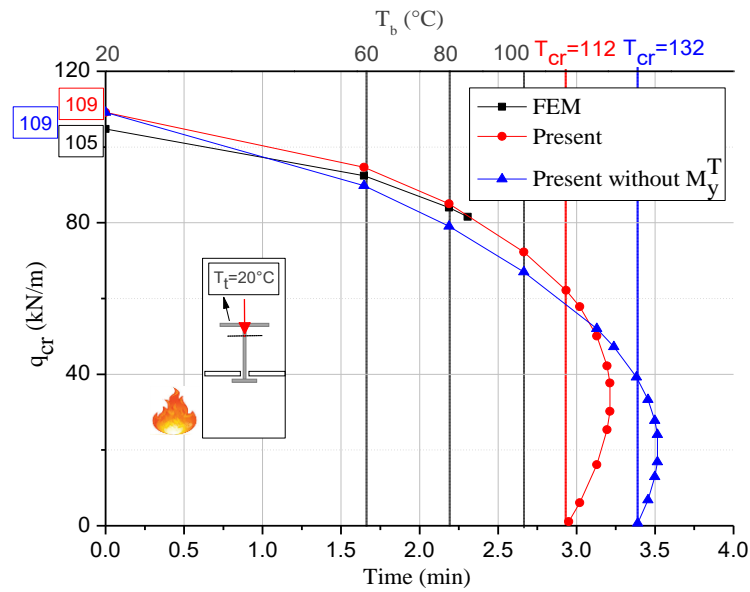


Fig. 5.9 : Charge critique en fonction de la température et de la durée de l'incendie d'une section mono-symétrique IPE250 à double encastrement avec $\eta_y = 45$.

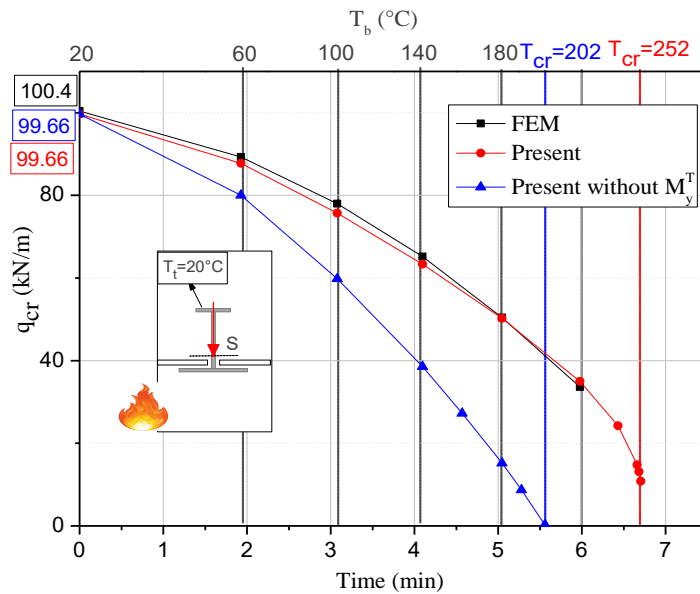


Fig. 5.10 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section mono-symétrique inversée HEA200 simplement appuyées, avec $\eta_y = 40$.

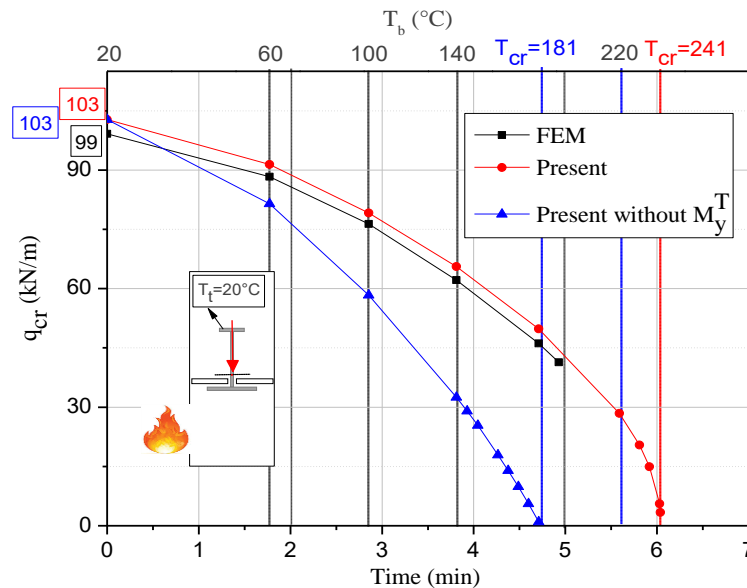


Fig. 5.11 : Charge critique en fonction de la température et durée de l'incendie d'une section mono-symétrique inversée IPE250 à double encastrement avec $\eta_y = 45$.

V.3. Conclusion :

Conformément aux objectifs de ce chapitre, la validation du présent modèle a révélé que les résultats obtenus par notre approche sont en bon accord avec ceux fournis par la littérature et la simulation Abaqus. De plus, les résultats de cette partie montrent que :

- Les valeurs du gradient thermique induisant l'instabilité thermique sont plus importantes pour les poutres à sections mono-symétriques inversées en comparaison avec celles des sections mono-symétriques.
- La durée de la résistance au feu des poutres bi- et mono-symétriques inversées est plus longue que celle des poutres mono-symétriques.
- Les poutres du présent modèle ont le même comportement que celles des modèles mécaniques disponibles dans la littérature.
- Les poutres à section bi-symétrique soumises à un gradient thermique ont le même comportement que celles possédant une section mono-symétrique.

Conclusion Générale :

Conclusion générale :

Conformément aux directives et aux objectifs annoncés au début de cette thèse, nous avons présenté dans le premier chapitre une explication détaillée sur la fabrication des profilés métalliques classés en trois catégories (i.e., laminé à chaud, formés à froid et P.R.S). Une recherche bibliographique sur la sensibilité des poutres aux imperfections géométriques locales et globales a été également évoquée dans cette partie.

En se focalisant sur les normes européennes (Eurocode 3) un intérêt particulier a été porté à l'aspect réglementaire dans le deuxième chapitre. Cette partie a été consacré à la littérature dédiée aux phénomènes d'instabilité tels que le flambement, le déversement et le voilement des éléments à parois minces.

Nous avons traité dans le chapitre 3 l'effet du feu sur les structures métalliques en définissant les caractéristiques du déroulement et du développement d'un incendie ainsi que les notions essentielles de la résistance au feu. Les normes Américaine (ASCE) et Européenne (Eurocode 3 partie 1-2) régissant l'effet thermique sur les éléments métalliques tels que les propriétés thermiques et mécaniques ont été également présentées dans ce chapitre.

L'essentiel de la présente thèse peut se résumer dans le chapitre 4. Afin de développer un nouveau modèle pour le calcul des charges critiques du déversement des poutres à sections bi- et mono-symétriques, soumises à des charges thermomécaniques avec des effets indirects, nous avons raffiné la théorie non-linéaire des poutres à parois minces en ajoutant la position de l'axe neutre et du centre de cisaillement effectif (engendrés par un gradient thermique). L'angle de torsion exprimé en termes de séries de puissance (PSM) a été remplacé dans les équations d'équilibre. En adoptant la technique de Galérkin, nous avons obtenu un problème aux valeurs propres qui a été résolu par la méthode de Newton-Raphson.

Le cinquième (dernier) chapitre a été consacré à la validation et à la discussion des résultats obtenus par le modèle proposé dans le chapitre 4. L'étude comparative entamée au début de ce chapitre a révélé que les résultats obtenus par notre méthode sont en bon accord avec ceux fournis par la littérature et la simulation Abaqus. D'autant plus que les résultats de cette partie ont montré que :

- Les valeurs du gradient thermique induisant l'instabilité thermique sont plus importantes pour les poutres à sections mono-symétriques inversées en comparaison avec celles des sections mono-symétriques.
- En termes de durée, la résistance au feu des poutres bi- et mono-symétriques inversées est plus importante que celle des poutres mono-symétriques.
- Les poutres du présent modèle ont le même comportement que celles des modèles mécaniques disponibles dans la littérature.
- Les poutres à sections bi-symétriques soumises à un gradient thermique ont un comportement similaire à celles ayant des sections mono-symétriques.

Annexes :

Annexes :

$$\begin{aligned}
\delta \varepsilon_{xx} = & \delta u'_0 + v'_0 \delta v'_0 + w'_0 \delta w'_0 + (y^2 + (z - z_C^T - z_S^G - z_S^T)^2 \theta' \delta \theta' - \psi \delta \theta' \\
& - y(\cos \theta \delta v''_0 + \sin \theta \delta w''_0 + (w''_0 \cos \theta - v''_0 \sin \theta) \delta \theta) \\
& - (z - z_C^T)(\cos \theta \delta w''_0 - w''_0 \sin \theta \delta \theta - \sin \theta \delta v''_0 - v''_0 \cos \theta \delta \theta) \\
& + (z_S^G + z_S^T)(\cos \theta \delta v'_0 - v'_0 \sin \theta \delta \theta + \sin \theta \delta w'_0 + w'_0 \cos \theta \delta \theta) \theta' \\
& + (z_S^G + z_S^T)(v'_0 \cos \theta + w'_0 \sin \theta) \delta \theta' \tag{A.1}
\end{aligned}$$

$$\delta \gamma_{xy} = - \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + z - z_C^T - z_S^G - z_S^T \right) \delta \theta' \tag{A.2}$$

$$\delta \gamma_{xz} = \left(y - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \delta \theta' \tag{A.3}$$

Références Bibliographiques

Références Bibliographies :

- [1] A. Brouki. *Déversement des poutres à parois minces et à sections ouvertes : Aspect numériques et réglementaire*, Thèse de doctorat en génie mécanique option génie civil, Université de Metz, 1998, 164 p.
- [2] Eurocode 3 Partie 1-1. *Calcul des structures en acier, Règles générales et règles pour les bâtiments*, Comité Européen de Normalisation CEN, 2003, 87 p.
- [3] Eurocode 3 Partie 1-3. *Calcul des structures en acier, Règles générales- Règles supplémentaires pour profilés et plaques à parois minces formés à froid*, Comité Européen de Normalisation CEN, 2004, 176 p.
- [4] Eurocode 3 Partie 1-4. *Calcul des structures en acier et document application nationale, Règles générales- Règles supplémentaires pour les aciers inoxydables*, Comité Européen de Normalisation CEN, 2004, 58 p.
- [5] S.P. Timoshenko, J.M. Gere. *Theory of Elastic Stability*, International student edition, Second edition, McGraw-Hill International Book Company, 2nd Ed McGraw Hill Inc, New York, 1961, 280 p.
- [6] V.Z. Vlasov. *Thin-Walled Elastic Beams*, Moscow (French Translation: *Pieces Longues En Voiles Minces*), Eyrolles, Paris, 1962, 507 p.
- [7] H. Wagner. *Torsion and Buckling of Open Sections*, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Memorandum, 1934, 20 p.
- [8] A. Hirt Manfred, Rolf Bez. *Construction métallique. Traité de génie civil volume 10*. Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Suisse, 486 p.
- [9] K. EL Hassania. *Etude numérique et expérimentale du comportement des poutres à parois minces et à sections ouvertes*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur option génie mécanique, Université de Metz, 1998, 121 p.
- [10] F. Abdelhamid. *Supports de cours, profilés formés à froid*, Cours de charpente métallique Master 2, Université de Batna 2. 2013, 18 p.
- [11] H. Oualid. *Initiation à l'étude d'une structure simple en profilés formés à froid en utilisant l'Eurocode et l'AJI*, Mémoire de Master, option : Ingénierie des structures, Université Aboubaker Belkaid Tlemcen. 2013, 97 p.
- [12] Société CHEVALIER SA, *Bâtiment industriel, profilés Reconstitués Soudés*, 4 Rue de KERSUGUET Z.I, [en ligne]. Disponible, Site web : <http://www.r-chevalier-sa.fr/construction/profils-PRS.asp>, Fax : 02 96 28 14 41.
- [13] Ministre de l'Habitat. *Règles de conception et de calcul des structures en acier CCM97, DTR B-C-2.44r*, Centre nationale de recherche appliquée en génie parasismique, Ministère de l'habitat, 177 p.
- [14] Z. Abdelhak. *Cours de charpente métallique*, Université Ahmed Zabana Relizane. 2019, 58 p.
- [15] Éric Davalle, *Cours de Mécanique des structures I, Chapitre 8 Torsion uniforme*, Laboratoire de simulation en mécanique de solides -LSMS, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 47 p.
- [16] C. Bui Hung. *Analyse statique du comportement des structures à parois minces par la M.E.F et des bandes finies de type plaque et coque surbaissée déformables en cisaillement*, Thèse de doctorat en sciences en génie civil. Université de Liège. 2008, 209 p.
- [17] B. Nancy. *structures en acier inoxydable, guide de conception (3ème édition)*, Steel Construction Institute, Euro Inox, 2006, 216 p.
- [18] Dehard Ir. Jacques. *Cours de charpente métalliques, Analyse des structures en acier (2)*, Institut Hemes Gramme, Deh, 2009, 12 p.
- [19] Med R. Soltani. *Modélisation numérique du comportement des poutres métalliques avec des ouvertures dans l'âme*, Thèse de doctorat en sciences en génie civil. Université Mantouri de Constantine. 2012, 156 p.

- [20] B. W. Schafer, T. Peköz. *Geometric Imperfections and Residual Stresses for Use in the Analytical Modeling of Cold-formed Steel Members*, 13th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, Missouri University of Science and Technologie, U.S.A, 1996, 17 p.
- [21] B. W. Schafer, T. Peköz. *Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses*, J. Constr. Steel Res. 47, 193–210, 1998, 18 p.
- [22] Gale P. Mulligan, T. Peköz. *The influence of local buckling on the structural behavior of singly-symmetric cold-formed steel columns*, Center for Cold-Formed Steel Structures Library, Missouri University of Science and Technologie, U.S.A, 1983, 380 p.
- [23] V. Zeinoddini, B. W. Schafer. *Global Imperfections and Dimensional Variations in Cold-Formed Steel Members*, International J. Structural Stability and Dynamics. Vol. 11, No. 5, 829–854, 2011, 26 p.
- [24] Per-Olof Thomasson. *Thin-walled C-shaped Panels in Axial Compression*, Swedish Council for Building Research to the Department of Steel Construction, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1978, 287 p.
- [25] B. Young, Kim J. R. Rasmussen. *Measurement techniques in the testing of thin-walled structural members*, Experimental Mechanics 43(1): 32-38, 2003.
- [26] Xi Zhao, B. W. Schafer. *High fidelity imperfection measurements and characterization for cold-formed steel members*, 7th International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures Baltimore, Maryland, November 7-8, U.S.A, 2016, 19 p.
- [27] Charlotte Mercier, A. Khelil, F. Al-Mahmoud, A. Pamies. *Investigations of initial imperfections of steel scaf-fold structures*, 2021 Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin · ce/papers 4, Nos. 2 – 4, 2021, 7 p.
- [28] A. S. Hasham, K. J. Rasmussen. *Nonlinear Analysis of Locally Buckled I-Section Steel Beam-Columns*, Australian J. Structural Engineering. 3 :3, 171-200, 2000, 13 p.
- [29] R. Maquoi, J. Rondal. *Formulation analytique des Nouvelles courbes européennes des Flambement*, Acier-Stahl-Steel. 23-28, 1978, 8 p.
- [30] W. T. Koiter. *The stability of elastic equilibrium*, Stanford University, Californie, U.S.A, 1945, 322 p.
- [31] C. R. Calladine. *Understanding Imperfection-Sensitivity in the Buckling of Thin-Walled Shells*, J. Thin-Walled Structures 23, 215-235, 1995, 21 p.
- [32] D. Bazonga. *Etude expérimentale du comportement en flambement local des pylônes tubulaires*, Mémoire de Maîtrise en génie civil, Université de Sherbrooke, Québec, Canada, 2010, 191 p.
- [33] J.P. Muzeau. *Cours de Construction métalliques, Généralités & modélisation, Eurocode 3 version 1993*, Centre universitaire des sciences et techniques, Polytech Clermont-Ferrand, Aubière-France, 2010, 42 p.
- [34] R. Maquoi. *Cours de Construction métalliques, Stabilité appliquée, Volume °06*, l'Office Technique pour l'Utilisation de l'Acier, immeuble Pacific, 13 cours Valmy, 92070 La Défense Cedex – France, 72 p.
- [35] Eurocode 3 Partie 2. *Calcul des structures en acier* et document d'application nationale, Ponts métalliques, Comité Européen de Normalisation CEN, 2003, 186 p.
- [36] Pierre-Alain Boucard, *Cours de Dimensionnement des Structures, Résistance des Matériaux*, IUT de Cachan, Université de Paris-Saclay, 96 p.
- [37] A. Hmaidia. *Contrôle des instabilités dans les structures à parois minces*, Thèse de doctorat en génie civil, Université Mohammed Seddik BENYAHIA Jijel, 2020, 136 p.
- [38] Arnaud Delaplace, Fabrice Gatingt, Frédéric Ragueneau, *Aide-mémoire, Mécanique des Structures, Résistance des Matériaux*, Dunod, Paris, 2008, 226 p.
- [39] A. Osmani. *Etude de l'instabilité non linéaire des poutres métalliques élancées*, Thèse de doctorat en génie civil, Université Djilali Liabess de Sidi Bel Abess, 2018, 117 p.

- [40] Calgaro Jean-Arnaud, *Poutres à parois minces, étude de cisaillement, la résistance des matériaux en question (problèmes résolus et commentés)*, Hermes, 1998, 188 p.
- [41] Jaccoud, Jean-Paul, Badoux, Jean-Claude, *Contribution au dimensionnement des ponts biais continus à rigidité torsionnelle de Saint-Venant négligeable et à travées d'inertie variable, calcul des efforts intérieurs et des réactions d'appuis à l'aide de l'ordinateur*, Article, Bulletin technique de la suisse romande, 1971, 19 p.
- [42] S. Kliminski, *Structures en poutres-caisson reliées par des dalles*, Article, IABSE publications= Mémoires AIPC = IVBH abhandlungen, 1975, 35 p.
- [43] M. Cazenave, *Cours théoriques et applications pratiques, Résistance Des Matériaux 03*, CNAM. 2008, 254 p.
- [44] Eurocode 3 Partie 1-5. *Calcul des structures en acier, Règles générales, Règles supplémentaire pour les plaques planes, raidies ou non, chargée dans leur plan*, Comité Européen de Normalisation CEN, 1997, 42 p.
- [45] J. Morel. *Calcul des structures métalliques selon l'Eurocode 3*. Editions Eyrolles 61, bd Saint-Germain 75240 Paris Cedex 05, Sixième tirage, 2005, 331 p.
- [46] N. Bourahla ; *Résistance des matériaux de base*. Le Groupement Economique de CONtrôle TEchnique de la Construction (GECOTECH), 290 p.
- [47] T. Belaid. *Modélisation théorique et numérique pour l'étude du déversement élastique des éléments métalliques avec maintien latéral au niveau d'une semelle*, Thèse de doctorat en sciences en génie civil, Université des Sciences et Technologie Houari Boumediene Alger, 2019, 176 p.
- [48] A. Mickaël. *Critères de stabilité structurelle, manuel de référence, code_Aster, version défaut, Fascicule r7.05*, 2018, 29 p.
- [49] I. Ammara. *Cours 8, Notions de référence des matériaux (2ème partie)*, TCH 006 Matériaux, Services des enseignements généraux, ETS Le génie pour l'industrie, 2011, 22 p.
- [50] R. Itterbeek. *Cours Résistance des Matériaux Chapitre 08 Flambement*, 2020, 29 p.
- [51] S. A. Siraquera da. Lima de L.R.O. Vellasco P.C.G da S. Sarquis F.R. Silva da A.T. *Experimental and numerical assessments of hot-rolled carbon steel fixed-ended angles in compression*, Article, Thin-Walled Structures 157, 2020, 107018, 16 p.
- [52] S. Abdelkhalek, H. Zahrouni, M. Potier-Ferry, P. Montmitonnet, N. Legrand et P. Buessler. *Modélisation numérique du flambage des plaques mince et applications au laminage*, Article, Mécanique & Industries 10, 305-309, 2009, 5 p.
- [53] A. Harraq. *Etude de la stabilité de poteaux d'acier formés à froid de section octogonale*, Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées spécialité génie civil, Université de Sherbrooke, Ottawa, Canada, 1997, 117 p.
- [54] D. Jean ; *Théorie de l'instabilité par divergence d'équilibre*, ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [en ligne]. Disponible, www.library.ethz.ch, <http://www.e-periodica.ch>, 2021, 23 p.
- [55] ICAB Force/CR, *L'application des règles de calcul de ruine (Constructions Métalliques, Charpentes en Bois)*, manuel de référence, Toulouse, France, [en ligne]. Disponible, Référence : www.icab.eu v6, 46 p.
- [56] M.D. Bensalah. *Calcul des éléments de charpente métalliques, Phénomènes d'instabilité élastique*, ENSH, 2012, 16 p.
- [57] Dehard Ir. Jacques. *Cours de charpente métalliques, les éléments fléchis*, Institut Hemes Gramme, Deh, 2009, 17 p.
- [58] J. Pascual Ramos. *Etude paramétrique du déversement en sections fermées*, Diplômes-en : Ingénierie de construction, Ecole des Routes, Ecole Technique Supérieure de Génie Civil (UPC BARCELONATECH), Barcelona, Espagne, 2013, 82 p.

- [59] M. Chenaf, A. Bureau, Y. Galea. *Guide Eurocode, Vérification des barres comprimées et fléchies, Dimensionnement des barres en acier comprimées et fléchies vis-à-vis du flambement et du déversement*, CSTB éditions, 2012, 170 p.
- [60] G.H. Bryan. *On the Stability of a Plane Plate Under Thrusts in Its Own Plane, With Application to the "Buckling" of the Sides of a Ship*, Journal des Sciences Mathématiques et Astronomiques (Jornal de Scioncias Mathematicas e Astronomicas). Proc. Of London Math. Soc., 1891, 14 p.
- [61] Eurocode 3 Partie 1-2. *Calcul des structures en acier et document d'application nationale, Règles générales, Calcul du comportement au feu*, Comité Européen de Normalisation CEN, 1997, 98 p.
- [62] T. T. Lie. *Structural Fire Protection*, ASCE Committee on Fire Protection, Structural Division, American Society of Civil Engineers. New York, USA, 1992, 242 p.
- [63] F. Boursas. *Analyse du comportement des structures sous influence du feu*, Mémoire de Magister, option : interaction matériaux, sols, structures, Université Mentouri Constantine. 2010, 150 p.
- [64] ITM-SST. *Etude de stabilité au feu à l'aide d'une approche performancielle, Prescriptions de sécurité incendie, Instruction Technique*, Inspection du Travail et des Mines, Service Incendie et Ambulance, Luxembourg, 2012, 48 p.
- [65] C. Rottier, G. Bonomeau, *Des essais à l'ingénierie de stabilité au feu, Comment évaluer la performance de vos ouvrages en situation d'incendie ? Titan au service de la résistance au feu*, CERIB Centre d'Essais au Feu (CEF), Labo PROMETHEE, France, [en ligne]. Disponible, www.labo-promethee.fr, 32 p.
- [66] Eurocode 1 Partie 1-2. *Actions sur les structures, Actions générales-Actions sur les structures exposées au feu*, Comité Européen de Normalisation CEN, 2003, 61 p.
- [67] F. Fellah, Med S. Dimia. *Résistance Au Feu Naturel Des Poteaux En Béton Armé*, Conférence Internationale Francophone NodMad, Liège Université, 2018, 10 p.
- [68] PowerFrame Buildsoft. *Analyse de la résistance au feu, les bases théoriques et technologiques principales*, Merelbeke, Belgique, [en ligne]. Disponible, <https://www.buildsoft.website/fr/>, 23 p.
- [69] Arbed Recherches, *Practical design tools for unprotected steel columns submitted to ISO-fire, Refao III*, Final Report, Commission of the European Communities, Luxembourg, Belgique, 1993, 342 p.
- [70] Nomogrammes, *Méthode graphique pour déterminer la résistance au feu des structures en acier, selon EN 1993-1-2 :2005*, STAALINFOCENTRUM Centre Information Acier, [en ligne]. Disponible, www.infosteel.be, Bruxelles, Belgique, 6 p.
- [71] L. NAZE. *Chapitre XV : Fluage (travaux dirigés), Mécaniques matériaux des structures*, 10 p.
- [72] D. Gaston, *Développement d'une méthodologie d'évaluation des effets thermiques et toxiques des incendies d'entrepôts (DRA-03), Rapport intermédiaire, Comportement de structures soumises à un incendie*, Institut National de l'Environnement Industriel et des Risques, France, 2001, 48 p.
- [73] NF EN 13501-1 A+, *Fire classification of construction products and building elements, Part1: Classification using data from reaction to the fire*, Comité Européen de Normalisation CEN, 2009, 53 p.
- [74] H. Niandou, G. Sauce. *Analyse de risque incendie sur un ERP*, Unit : Projet cyber ingénieur des risques en génie civil, 2009, 101 p.
- [75] S. Belkada. *Mise au point d'une méthode simplifiée de calcul au feu des colonnes mixtes acier-béton partiellement enrobées en considérant le problème de L'excentricité*, Thèse de magister en génie civil, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2015, 156 p.
- [76] C. Zhang, J.L. Gross, T.P. McAllister, G.-Q. Li, *Behavior of unrestrained and restrained bare steel columns subjected to localized fire*, J. Struct. Eng. 141 (10), 2014, 04014239-1-13, 13 p.
- [77] Y.Z. Yin, Y.C. Wang, *A numerical study of large deflection behaviour of restrained steel beams at elevated temperatures*, J. Constr. Steel Res. 60, 2004, 1029–1047, 19 p.

- [78] M.E. Moreyra Garlock, S.E. Quiel, *The Behavior of Steel Perimeter Columns in a Fire*, Proceedings of the 2005 Structures Congress, New York, 2005, 13 p.
- [79] A.S. Usmani, J.M. Rotter, S. Lamont, A.M. Sanad, M. Gillie, *Fundamental principles of structural behaviour under thermal effects*, Fire Saf. J. 36, 2001, 721–744, 24 p.
- [80] M.A. Bradford, *Elastic analysis of straight members at elevated temperatures*, Adv. Struct. Eng. 9 (5), 2006, 611–618, 8 p.
- [81] Y.-L. Pi, M.A. Bradford, *Thermoelastic Lateral-Torsional buckling of fixed slender beams under linear temperature gradient*, Int. J. Mech. Sci. 50, 2008, 1183–1193, 11 p.
- [82] M. Dwaikat, V. Kodur, *Engineering approach for predicting fire response of restrained steel beams*, J. Eng. Mech. 137 (7), 2011, 447–461, 16 p.
- [83] C. Zhang, G.-Q. Li, A.S. Usmani, *Simulating the behavior of restrained steel beams to flame impingement from localized-fires*, J. Constr. Steel Res. 83, 2013, 156–165, 10 p.
- [84] C. Zhang, J.L. Gross, T.P. McAllister, *Lateral torsional buckling of steel W-beams subjected to localized fires*, J. Constr. Steel Res. 88, 2013, 330–338, 9 p.
- [85] C. Zhang, H.-X. Yuc, L. Choe, J. Gross, G.-H. Li, *Simulating the fire-thermal-structural behavior in a localized fire test on a bare steel beam*, Eng. Struct. 163, 2018, 61–70, 10 p.
- [86] F. Mohri, L. Azrar, M. Potier-Ferry, *Flexural-torsional post-buckling analysis of thin-walled elements with open sections*, Thin-Walled Struct. 39, 2001, 907–938, 32 p.
- [87] L. Librescu, O. Song, *Thin-Walled Composite Beams Theory and Application*, Springer, 2006, 23 p.
- [88] G.D. Zill, M.R. Cullen, *Differential Equations with Boundary-Value Problems*, Brooks/ Cole Publishing Company, California, 2001, 614 p.
- [89] W.E. Boyce, R.C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley & Sons, New York, 1986, 818 p.
- [90] E. Hairer, S.P. Norsett, G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems*, Springer Verlag, Berlin, 2008, 539 p.
- [91] E.L. Ince, *Ordinary Differential Equations*, Dover Publications, New York, 1956, 558 p.
- [92] *Abaqus standard user's manual*, version 6.4, Hibbit: Karlsson and Sorensen Inc, Pawtucket, RI, USA Abaqus, 2003.
- [93] J.-M. Franssen, P. Vila Real, *Fire Design of Steel Structures*, 2nd Edition, Wiley, 2015, 508 p.
- [94] F. Mohri, N. Damil, M. Potier-Ferry, *Buckling and lateral buckling interaction in thin-walled beam-column elements with mono-symmetric cross sections*, Appl. Math. Model. 37, 2013, 3526–3540, 15 p.