

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RE-
CHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DJILLALI LIABES SIDI BEL ABBES
Laboratoire des Structures et Matériaux Avancés dans le Génie Civil et Travaux Publics

FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL ET TRAVAUX PUBLICS



THESE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures et matériaux

Présentée par : BAKHADDA Boumediene

Sujet de la thèse

Etude Du Comportement Mécanique Des
Structures En Nano-Composites

Soutenue le 28/11/2021 devant le Jury composé de :

M^f B. KROUR	MC.A	UDL-SBA	Président
M^f M. BACHIR BOUIADJRA	Professeur	UDL-SBA	Directeur de thèse
M^f R. YEGHNEM	Professeur	U-SAIDA	Examineur
M^f H. AIT ATMANE	Professeur	U-CHLEF	Examineur
M^f M. BOUREMANA	Professeur	UDL-SBA	Invité

Année Universitaire 2021/2022

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au Laboratoire des Structures et Matériaux Avancés dans le Génie Civil et Travaux Publics (LSMAGCTP) Laboratoire des Matériaux et Hydrologie à l'université de Djillali Liabès de Sidi Bel Abbés.

J'adresse mes plus vifs remerciements à **Monsieur Mohamed Bachir BOUIADJRA**, professeur de l'université Djillali Liabes, directeur de cette thèse. Je lui suis très reconnaissant pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée tout au long de l'étude, ses conseils éclairés, pour sa grande disponibilité, ainsi que pour sa profonde humanité et ses encouragements qui m'ont beaucoup aidé à achever ce travail.

Je remercie Monsieur le professeur **Baghdad KROUR**, maître de conférence à l'université de Djillali Liabès, d'avoir accepté de présider mon jury de thèse.

Mes sincères remerciements vont également à messieurs : **Redha YEGHNEM**, professeur à l'Université de saïda, **Hassen AIT ATMANE**, professeur à l'Université de Chlef, et **Mohammed BOUREMANA**, professeur à l'université de Djillali Liabès, d'avoir consenti à juger mon travail.

Je remercie Monsieur le professeur EL ABASS ADDA BEDIA, pour ces conseils qui mon permis d'aplanir bien des difficultés et d'exprimer également toute ma reconnaissance au soutien scientifique important qui ma apporter à mon travail de recherche. Je tiens à lui rendre hommage à ses qualités humaines et pédagogiques

Je remercie infiniment Monsieur A.Tounsi, professeur de l'université Djillali Liabes, qui a m'a aidé pour l'intérêt continu porté à mon travail.

Merci à tous mes collègues du laboratoire LSMAGCTP et LMH et à mes amis pour leur motivation que leur amitié que m'ont apportées. Je voudrais adresser mes remerciements à tous les membres du laboratoire des matériaux et hydrologie, doctorants ou permanents, avec qui les échanges scientifiques, techniques ou amicaux ont été très formateurs pour ma personnalité et que leur contribution à apporter un soutien scientifiques important à ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à tous ceux qui m'ont aidé

À la mémoire de mon père

À ma mère

A Ma femme, ma fille (Meriem) et mon fils (Mohamed)

À ma grande famille ;

À mes amis.

RESUME

Résumé

Ce travail examine la réponse en vibration et en flexion de plaques composites renforcées de nanotubes de carbone reposant sur la fondation élastique de type Winkler–Pasternak. Quatre types de distributions de nanotubes de carbone à paroi unique alignés uni-axialement sont considérés pour renforcer les plaques. Les solutions analytiques déterminées à partir de la formulation mathématique basée sur la théorie des plaques à déformation par cisaillement hyperbolique sont présentées dans cette étude. La précision de la théorie proposée est validée numériquement en comparant les résultats obtenus avec ceux disponibles dans la littérature. Divers paramètres considérables de la fraction volumique des nanotubes de carbone, des facteurs constants de ressort, de l'épaisseur de la plaque et des rapports d'aspect, etc. sont pris en compte dans la présente étude. Selon les exemples numériques, il est révélé que le déplacement vertical des plaques diminue avec l'augmentation des paramètres de fondation, tandis que la fréquence naturelle augmente avec l'augmentation des paramètres pour chaque type de plaque.

Mots clés: Flexion ; Vibration; Plaque CNTRC; Fondation élastique de type Winkler–Pasternak; Déformation de cisaillement; Théorie des plaques.

ABSTRACT

Abstract

This work examines vibration and bending response of carbon nanotube-reinforced composite plates resting on the elastic foundation of Winkler-Pasternak type. Four types of distributions of uni-axially aligned single-walled carbon nanotubes are considered to reinforce the plates. Analytical solutions determined from mathematical formulation based on hyperbolic shear deformation plate theory are presented in this study. An accuracy of the proposed theory is validated numerically by comparing the obtained results with some available ones in the literature. Various considerable parameters of carbon nanotube volume fraction, spring constant factors, plate thickness and aspect ratios, etc. are considered in the present investigation. According to the numerical examples, it is revealed that the vertical displacement of the plates is found to diminish as the increase of foundation parameters; while, the natural frequency increase as the increment of the parameters for every type of plate.

Keywords: Bending; Vibration; CNTRC plate; Elastic foundation of Winkler-Pasternak type; Shear deformation; Plate theory.

ملخص

ملخص

يفحص هذا العمل استجابة الاهتزاز والانحناء للصفائح المركبة المقواة بأنابيب الكربون النانوية والمرتكزة على أساس مرن من نوع باسترناك - وينكلار. تم اعتبار أربعة أنواع من توزيعات الأنابيب النانوية الكربونية أحادية الجدار المحاذة أحادي المحور لتقوية الصفائح. يتم تقديم الحلول التحليلية التي تم تحديدها من الصيغة الرياضية على أساس نظرية لوحة تشوه القص القطعي في هذه الدراسة. يتم التحقق من صحة النظرية المقترحة عددياً من خلال مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها مع بعض النتائج المتوفرة في الأدبيات. تم أخذ العديد من المعاملات المعتبرة لكسر حجم الأنابيب النانوية الكربونية ، ومعاملات الزنبرك الثابتة ، وسمك الصفيحة ونسب العرض إلى الارتفاع ، وما إلى ذلك في التحقيق الحالي. وفقاً للأمثلة العددية ، تم الكشف عن أن الإزاحة الرأسية للألواح تتضاءل مع زيادة المعاملات الأساس ؛ بينما يزداد التردد الطبيعي مع زيادة المعاملات لكل نوع من الصفائح.

كلمات مفتاحية: الانحناء؛ اهتزاز؛ صفيحة مركبة مقواة بأنابيب الكربون النانوية ؛ أساس مرن من نوع باسترناك - وينكلار؛ تشوه القص؛ نظرية الصفيحة.

SOMMAIRE

SOMMAIRE

Résumé	i
Abstract	iii
ملخص	v
Sommaire	vii
Liste des figures.....	xi
Liste des tableaux.....	xiv
Liste des abréviations	xvi
Liste des notations	xviii
Introduction générale et objectif de la thèse.....	01

Chapitre I : GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

I.1 Etat des structures nano-composites dans le monde.....	06
I.2 Concept et champ d'application des nano-composites.....	08
I.2.1 Les nanocomposites et leurs différences avec les composites « classiques ».....	10
I.2.2 Classification des nanocomposites.....	11
• Les composites à matrice organique	11
Composites à matrices thermo-plastiques.....	11
Composites à matrices thermodurcissables.....	11
• Les composites à matrice métallique	11
• Les composites à matrice céramique.....	12
I.2.3 Propriétés des nanocomposites (polymère/NTC).....	12
• Propriétés électriques	12
• Conductivité thermiques	12
• Propriétés mécaniques	13
• Comportement au feu	13
• Propriétés optiques et photovoltaïques	13
I.2.4 Interface matrice-renfort dans les nanocomposites à matrice polymère).....	14
I.2.5 Techniques de mise en œuvre	15
• Polymérisation in situ	15
• Mélange en solution	15
• Mélange à l'état fondu	16

I.2.6	Dispersion des renforts	16
	• Utilisation des ultrasons	16
	• Dispersion mécanique par tricylindre	17
I.3	Conclusion.....	19

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

III.1	Introduction.....	21
III.2	Les modèles analytiques des plaques dans l'élasticité bidimensionnelle.....	22
III.2.1	Modèle monocouche équivalente.....	22
	• Les modèles classiques Love-Kirchhoff (théorie classique des plaque stratifiées CLPT)	22
	• Les modèles Reissner-Mindlin (théorie de déformation en cisaillement du premier ordre FSDT)	23
	• Synthèse bibliographique sur les modèles d'ordre supérieur	25
II.3	Modèles éléments finis des structures composites.....	29
II.3.1	Modèles éléments finis 2D.....	30
II.3.2	Modèles éléments finis 3D.....	32
II.4	Etat de l'art des théories d'élasticité locales et non locales.....	33
III.4.1	La Théorie Locale D'élasticité.....	33
III.4.2	La Théorie Non Locale D'élasticité.....	33
II.5	Travaux de recherche effectués antérieurement.....	35
II.6	Les fondations élastiques.....	37
III.6.1	Introduction.....	37
	• A- <i>Fondation superficielle souple</i>	38
	• B- <i>Cas d'une fondation superficielle rigide</i>	38
III.6.2	Modèle de Winkler	39
III.6.3	Modèle du continuum élastique.....	40
III.6.4	Modèles bi-paramétriques.....	41
III.6.5	Modèle du Filonenko-Borodich	41
III.6.6	Modèle d'Hetenyi	42
III.6.7	Modèle de Pasternak	43
III.6.8	Modèle de Kerr	45
III.6.9	Modèle de Reissner.....	45
II.7	Conclusion.....	47

Chapitre III : ANALYSE DES MODELES DES PLAQUES NANO-COMPOSITES

III.1	Introduction	49
III.2	Plaques CNTRC	49
III.3	Champ de déplacement et déformations des plaques CNTRC	51
III.4	Méthode de résolution des problèmes de flexion et de vibration	56
III.5	Conclusion	58

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSION

IV.1	Introduction	60
IV.2	Discussion des résultats du modèle	60
IV.3	Conclusion	72

CONCLUSION GENERALE & PERSPECTIVES.....74

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....76

LISTE DES FIGURES

LISTE DES FIGURES

Chapitre I : GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

Figure I.1 : Production mondiale (en tonnes) de nanocomposites polymères.....	07
Figure I.2 : Production mondiale (montant en millions de dollars) de nanocomposites polymères	08
Figure I.3 : L'influence de la dispersion des (CNTs) par ultrasons.	17
Figure I.4 : a) Tricylindre Exakt 80E	18
Figure I.4 : b) Schéma du circuit d'un fluide dispersé par tricylindre	18

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

Figure II.1 : Cinématique de Love-Kirchhoff	23
Figure II.2 : <i>Cinématique de Reissner-Mindlin</i>	24
Figure II.3 : Variation de la fonction de gauchissement $f(x_3) = x_3$ et $f'(x_3)$ suivant l'épaisseur.....	25
Figure II.4 : <i>Cinématique de la théorie d'ordre supérieur</i>	26
Figure II.5 : Variation de la fonction de forme $f(z)$ des différents modèles en fonction de l'épaisseur.....	29
Figure II.6 : Variation de la dérivée de la fonction de forme $f'(z)$ des différents modèles suivant l'épaisseur	29
Figure II.7 : Elément « sinus » triangulaire 6 nœuds de [Polit 2002].....	31
Figure II.8 : Elément quadrilatère de type Lagrange a 9 nœuds	32
Figure II.9 : Elément quadrilatère de type Lagrange a 16 nœuds	32
Figure II.10 : Eléments finis 3D à 20 nœuds pour déterminer les contraintes interlaminaires	33
Figure II.11. a-: Fondation flexible : Matériaux élastique fins.....	39
Figure II.11. b-: Fondation flexible: Matériaux granulaires.....	39
Figure II.12. a-: Fondation rigide: Matériaux élastique fins	39
Figure II.12. b-: Fondation rigide: Matériaux granulaires.....	39
Figure II.13 : Déplacement du sol d'après le modèle de Winkler.....	40
Figure II.14. Tassement du sol dû à une charge concentrée pour le modèle de continuum élastique.....	41

Figure II.15 : Modèle de Filonenko-Borodich.....	42
Figure II.16. Modèle de d'Hetenyi	43
Figure II.17 : Modèle de Pasternak	44
Figure II.18. Modèle de kerr.....	45

Chapitre III : ANALYSE DES MODELES DES PLAQUES NANO-COMPOSITES

Figure III .1 (a) : Géométrie d'une plaque CNTRC reposant sur la fondation élastique de Pasternak	50
Figure III .1 (b) : Sections transversales avec différents motifs de renforcement par nanotubes de carbone	50

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSION

Figure IV.1 : La flèche adimensionnelle des plaques rectangulaires CNTRC reposant sur une fondation élastique sous une charge uniforme $(a/h = 10, k_w = 100, k_g = 50, V_{cnt}^* = 0.17)$	67
Figure IV.2 : La flèche adimensionnelle des plaques carrées CNTRC reposant sur une fondation élastique sous une charge uniforme $(a/h = 10 ; V_{cnt}^* = 0.17)$	68
Figure IV.3 : La flèche adimensionnelles des plaques carrées CNTRC avec fondation élastique sous une charge uniforme $(a/h = 10 ; k_w = 100, k_g = 50, V_{cnt}^* = 0.17)$	69
Figure IV.4 : les contraintes adimensionnelles des plaques carrées CNTRC avec fondation élastique sous une charge uniforme $(a/h = 10 ; k_w = 100, k_g = 50, V_{cnt}^* = 0.17)$	70
Figure IV.5 : les fréquences fondamentales adimensionnelles des plaques carrées CNTRC avec une fondation élastique $(a/h = 10 ; V_{cnt}^* = 0.17)$	71

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES TABLEAUX

Chapitre I : GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

Tableau I.1 : Avantages et inconvénients de l'ajout de nanoparticules aux polymères	10
---	----

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSION

Tableau IV.1: Comparaisons de la flèche adimensionnelle $(w^* = -10^{-2}(w_0/h))$ de la plaque carrée CNTRC sans fondation élastique	61
Tableau IV.2: la flèche adimensionnelle (\bar{w}) des plaques carrées CNTRC avec et sans fondation élastique sous une charge uniforme et sinusoïdale ($a/h = 10$).....	62
Tableau IV.3: la flèche adimensionnelle et les contraintes des plaques carrées CNTRC avec fondation élastique sous une charge uniforme ($k_w = 100 ; k_s = 50 ; V_{cnt}^* = 0.17$)	64
Tableau IV.4: Comparaison des fréquences adimensionnelles des plaques carrées isotropes et CNTRC sans fondation élastique	65
Tableau IV.5: les fréquences adimensionnelles de la plaque carrée CNTRC avec et sans fondation élastique ($a/h = 10$).....	66

LISTE DES ABREVIATIONS

LISTE DES ABREVIATIONS

CNT, NTC	Nanotube de carbone
CNTRC	Plaque de composite renforcée par des nanotubes de carbone
SWCNT	Nanotube de carbone à paroi unique
MWCNT	Nanotube de carbone à paroi multiple
NC	Nano-composite
FG	Fonctionnellement gradué
TP	Thermoplastique
TD	Thermodurcissables
CMO	Composites à matrice organique
CMC	Composites à matrice métallique
CMM	Composites à matrice métallique
CLPT	La théorie classique des plaques
FSDT	La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre
HSDT	La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé
TSDT	La théorie de déformation en cisaillement du troisième ordre
SSDT	La théorie de déformation en cisaillement sinusoïdale

LISTE DES NOTATIONS

LISTE DES NOTATIONS

a	longueur de la plaque
b	largeur de la plaque
h	l'épaisseur de la plaque
E	Module de Young
E_{11}	Module de Young longitudinal
E_{22}	Module de Young transversal
G_{12}	module de cisaillement
ν	Coefficient de Poisson
G	module de cisaillement transverse
η_1, η_2, η_3	Les paramètres d'efficacité
ν_{12}^{cnt}	Coefficient du poisson du nanotube de carbone
ν^p	Coefficient du poisson de la matrice polymère
ρ^{cnt}	Masse volumique du nanotube de carbone
ρ^p	Masse volumique de la matrice polymère
V_{cnt}	la fraction volumique des CNT
V_p	la fraction volumique de la matrice polymère
V_{cnt}^*	La Fraction de masse du nanotube de carbone
u, v, w	Les déplacements suivant les directions x, y et z
u_0, v_0, w_0	Les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
$\Psi(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
ω, ϖ	Fréquences naturelles
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes normales suivant les directions x, y et z
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Déformations dans les directions x, y et z
γ_{xz}, γ_{yz}	Déformations de distorsion
ϕ_x, ϕ_y	rotations totale de courbure de la section transversale
∂	Dérivée partielle
i, j	nombres naturels

$\delta u, \delta v, \delta w$	Champ virtuel de déplacement
δU_s	Variation de l'énergie de déformation
δU_f	Variation de l'énergie potentielle de la fondation élastique
δV	Variation de l'énergie du travail effectué par les forces externes
δK	Variation de l'énergie cinétique
K_w, K_s	Les modules de Winkler et Pasternak
k_w, k_s	Les facteurs de ressort correspondants
N_x, N_y, N_{xy}	Efforts normaux de membrane
$I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$	Les inerties de masse
$A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij}, E_{ij}, F_{ij}, H_{ij}$	Les Termes de rigidité de la matrice
$U_{MN}, V_{MN}, W_{MN}, \Theta_{xMN}, \Theta_{yMN}$	paramètres arbitraires
Q_{ij}	Les coefficients de rigidité
(m, n)	ième mode propre
$q(x, y)$	Charge transversale
$\{ \}$	Vecteur colonne
$[]$	Matrice

INTRODUCTION GENERALE ET OBJECTIF DE LA THESE

INTRODUCTION GENERALE ET OBJECTIF DE LA THESE

Introduction,

Les performances remarquables des matériaux composites par rapport aux matériaux traditionnels font en sorte que ces matériaux sont de plus en plus présents dans de nombreux domaines d'application tels que l'automobile, l'aéronautique, le sport, le génie civil et les équipements industriels.

En effet, en plus d'apporter des avantages fonctionnels tels que légèreté, résistance mécanique, ils permettent également d'augmenter la durée de vie de certains équipements, la résistance au choc, aux produits chimiques et au feu, et une meilleure isolation thermique et/ou acoustique.

Ces matériaux permettent de concevoir des structures aux formes complexes, conduisant généralement à des solutions technologiques innovantes, et offrant également aux ingénieurs des processus nouveaux de conception permettant de répondre à des exigences que les matériaux traditionnels peuvent difficilement satisfaire.

L'évolution des matériaux polymères est passée par le développement de composites à matrice organique renforcée par des particules de taille micronique (ex : talc, fibre de verre, copeaux de bois, etc.), encore appelées charge. L'introduction de charges permet d'améliorer les propriétés mécaniques et physiques de la matrice pour un coût de revient modéré.

Depuis une dizaine d'années, on a pu assister à un intérêt grandissant pour une nouvelle classe de matériaux renforcés par des particules de taille sub-micronique, les nanocomposites.¹ La spécificité de ces *nouvelles* particules réside dans le fait qu'au moins une de leur dimension est à l'échelle nanométrique. Dans la vaste famille des nanocomposites, les élastomères renforcés avec du noir de carbone figurent sans contestation parmi les premiers nanocomposites développés par les manufacturiers de pneumatique. Aujourd'hui, les enjeux économiques pour le développement de ces matériaux sont multiples et touchent déjà de nombreux domaines d'application comme celui de la construction, des transports, de

INTRODUCTION GENERALE ET OBJECTIF DE LA THESE

l'emballage alimentaire, des articles de sport, du textile, *etc...* Ainsi, selon des prévisions établies en 2004, l'impact économique mondial des biens et des services liés aux nanocomposites devrait atteindre 340 Me par an en 2010.

Parmi la diversité des matériaux composites, notre étude se focalisera sur les composites renforcé par des charges de l'échelle nanométrique (CNT).

Cet engouement pour les nanocomposites s'explique aussi par une amélioration des propriétés, comparées à celles de composites conventionnels, telles que les propriétés mécaniques, de barrière ou encore de tenue au feu. Dans le domaine des polymères nanocomposites, la charge minérale doit être organophile pour permettre sa dispersion dans le polymère. Les propriétés d'échange de l'assemblage organique inorganique jouent ainsi un rôle important dans la compatibilité entre la charge et le polymère.

Des plaques reposant sur une fondation élastique peuvent être trouvées dans différents domaines d'ingénierie structurale deux paramètres du modèle de (Pasternak P.L., 1954) qui considère la déformation par cisaillement entre les ressorts avait été proposé pour décrire l'interaction entre la plaque et la fondation. Le modèle de (Winkler E., 1867) est un cas particulier du modèle Pasternak en fixant le module de cisaillement à zéro.

Quelques travaux antérieurs,

La réponse mécanique des plaques composites reposant sur une fondation élastique Winkler-Pasternak a été étudiée dans certains travaux de recherche.

Au cours des dernières décennies, les plaques supportées par des fondations élastiques ont été largement étudiés par de nombreux chercheurs pour modéliser divers problèmes d'ingénierie. Pour décrire les interactions entre la plaque et les fondations d'une façon appropriée, les chercheurs ont proposés différents types de modèles de fondation, tel qu'il est indiqué dans la référence (Kerr, 1964). Le modèle le plus simple pour la fondation élastique est le modèle de Winkler, qui considère la fondation comme étant une série de ressorts séparés les uns aux autres sans tenir en compte des effets de couplage. L'inconvénient de ce modèle résulte dans la discontinuité de la déformation sur la surface de la plaque. Ce modèle a été ensuite amélioré par Pasternak (1954) en considérant les interactions entre les ressorts séparés en introduisant un nouveau paramètre qui présente la partie du cisaillement du sol. Le

INTRODUCTION GENERALE ET OBJECTIF DE LA THESE

modèle Pasternak a été largement utilisé pour décrire le comportement mécanique de l'interaction structure-fondation (Omurtag et al, 1997;Matsunaga, 2000;Filipich et Rosales,2002; Zhou et al, 2004; Behravan Rad, 2012).

Objectifs principaux,

Les performances des composites sont étroitement liées aux caractéristiques des matrices, des renforts, de l'interface et des conditions de fabrication.

Par conséquent, l'objectif principal de cette thèse est donc de nous permettre de se familiariser et/ou d'approfondir nos connaissances sur les matériaux composites et en particulier L'amélioration de la compréhension du comportement mécanique des structures en nano composites et ainsi optimiser les propriétés de ces matériaux par un choix adéquat du couple renfort/matrice et du procédé de fabrication.

Démarche de l'étude et contenu de la thèse

Pour atteindre nos objectifs, ce travail de thèse est devisé en quatre chapitres.

Dans un premier chapitre, une revue bibliographique sur les nanocomposites

Le deuxième chapitre passe en revue les différentes théories qui permettent la modélisation des plaques à savoir la théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (CPT), La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) et la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT).

Le troisième chapitre a pour objet de présenter la nouvelle théorie hyperbolique des plaques en se basant sur le principe des travaux virtuels permettant d'établir les équations d'équilibre et les conditions aux limites de la plaque.

Le quatrième chapitre présente la discussion des résultats obtenus par la nouvelle théorie à ordre élevé en flexion et vibration de la plaque (CNTRC). La caractéristique la plus intéressante de cette théorie est qu'elle représente une variation hyperbolique des déformations de cisaillement transverse à travers l'épaisseur et satisfait les conditions aux limites de la contrainte de cisaillement nulle sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque sans utiliser le facteur de correction de cisaillement. Des solutions analytiques sont

INTRODUCTION GENERALE ET OBJECTIF DE LA THESE

obtenues et leurs précisions sont vérifiées en comparant les résultats obtenus avec ceux rapportés dans la littérature.

Le présent travail se termine par une conclusion générale ou on souligne l'efficacité de la nouvelle théorie à ordre élevé, ainsi que des perspectives envisagées pour des travaux futurs sont présentés.

Chapitre I

GENERALITES SUR LES NANO- COMPOSITES

GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

I -1 Etat des structures nano-composites dans le monde :

Un nanocomposite est un matériau solide multiphasé dont une des phases a au moins une dimension inférieure à 100 nanomètres. Un nanocomposite est généralement la combinaison d'une matrice massive avec une phase de renfort nanométrique de propriétés différentes résultantes des différences structurales et chimiques.

Les propriétés mécaniques des nanocomposites sont différentes de celles des matériaux composites traditionnels à cause d'un rapport surface/volume élevé du renfort, et de son facteur de forme important. Le renfort peut être sous forme de particules (minéraux), de feuillets (argiles exfoliées) ou de fibres (nanotubes de carbone). L'interface matrice-renfort présente une grande surface qui est typiquement un ordre de grandeur plus grand que celle dans le cas d'un matériau composite traditionnel. Cette interface implique qu'une faible quantité de renfort nanométrique peut avoir un effet observable sur les propriétés macroscopiques du composite. Par exemple, l'ajout de nanotubes de carbone améliore les conductivités électrique et thermique d'un matériau composite. D'autres types de nanoparticules peuvent conduire à l'amélioration des propriétés optiques, diélectriques, la résistance au feu, ou des propriétés mécaniques.

En général, le renfort nanométrique est dispersé dans la matrice lors de l'élaboration du composite. Le taux massique de nanoparticules introduit est souvent très faible (entre 0,5 % et 5 %) à cause du seuil de percolation faible. Ceci est typiquement le cas pour les nanoparticules non-sphériques avec un facteur de forme élevé (par exemple, les argiles sous forme de feuillets, ou les nanotubes de carbone sous forme de fibres).

Les nanocomposites sont une catégorie de nouveaux matériaux, des composites pour lesquels au moins l'un des constituants affiche des dimensions de l'ordre du nanomètre. Dans ce cas, la matrice est généralement massive et le renfort nanométrique. Un tel matériau peut se présenter sous la forme de particules, de trichites, de fibres, de tubes, etc.

C'est notamment grâce à un rapport surface/volume élevé de leur renfort que les nanocomposites intéressent chercheurs et industriels. De fait, une petite quantité de renfort peut suffire à obtenir un effet observable sur les propriétés macroscopiques du matériau

Chapitre I: GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

composite. Ainsi, un renfort de nanotubes de carbone en améliore les conductivités électrique et thermique.

D'après un rapport de la « business communication », le marché mondial total pour les nanocomposites polymères, en 2003, a atteint (**11123 tonnes**) pour une valeur de (**90,8 millions de dollars**). Avec une croissance annuelle estimée à (**18,4%**), il devrait représenter, en 2008, (**36000 tonnes**) soit une valeur de (**211 millions de dollars**). Même si les productions des thermodurcissables et thermoplastiques sont sensiblement les mêmes en volume actuellement, la valeur totale des thermoplastiques est 3,5 fois plus importante. En 2008, les thermoplastiques devraient représenter (**77%**) de la production en volume et (**85%**) en valeur. Concernant le marché de l'emballage pour les nanocomposites, BRG Townsend Inc. prévoyait, en 2002, que la consommation pourrait atteindre (**2200 tonnes**) par an d'ici 2007 et (**45000 tonnes**) en 2011.

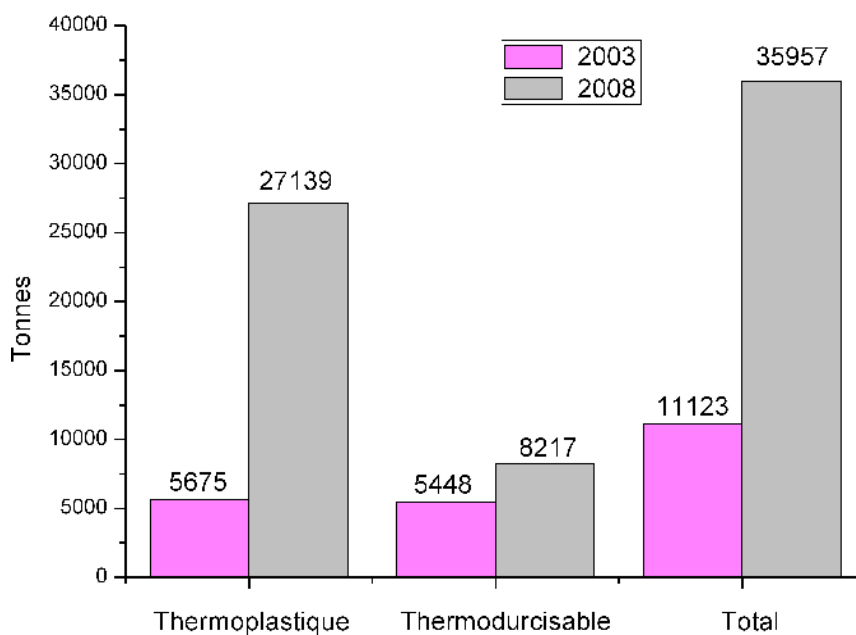


Figure I.1 Production mondiale (en tonnes) de nanocomposites polymères. [Zidour 2012]

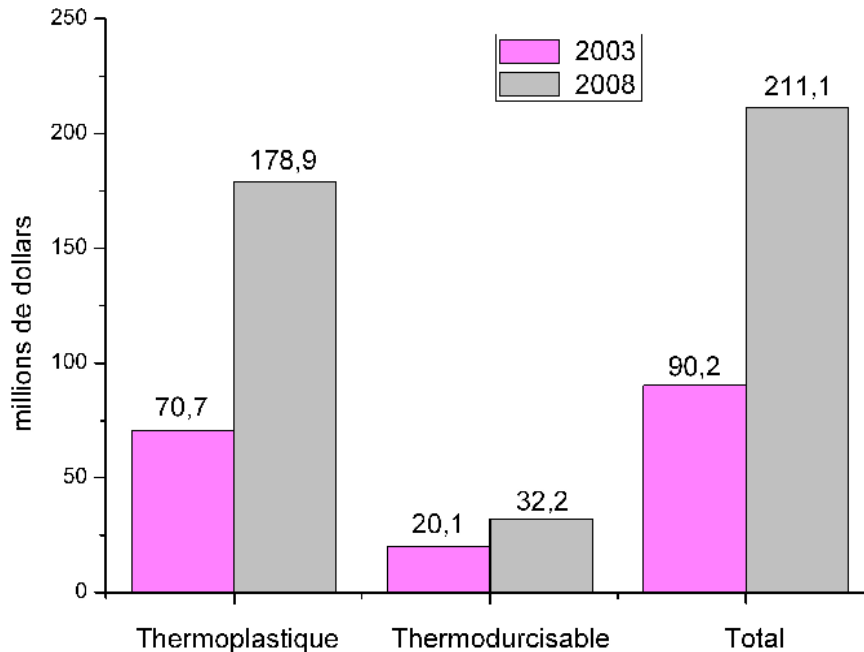


Figure I.2 Production mondiale (montant en millions de dollars) de nanocomposites polymères.
[Zidour 2012]

I -2 Concept et champ d'application des nano-composites :

Le terme de nanocomposite décrit un matériau biphasé dont la phase de renfort présente une dispersion de taille nanométrique. La matrice peut être métallique, céramique ou polymère ; dans le cadre de ce dossier, seul le dernier type sera considéré. D'un point de vue général, il est couramment admis de classer les nanocomposites suivant le facteur de forme de la charge incorporée (rapport entre la longueur et l'épaisseur ou le diamètre). Il est ainsi possible de distinguer les nanocomposites à renforts lamellaires, fibrillaires, tubulaires, sphériques et autres.

Les nanocomposites sont les matériaux renforcés par des particules de taille nanométrique. Leur particularité, par rapport aux autres composites, est de présenter une très grande quantité d'interfaces, et une petite distance inter-particulaire. De fait, les phénomènes physiques, mis en jeu à la surface, vont jouer un rôle non négligeable dans le comportement mécanique des matériaux usinés. Les forces d'interaction entre particules de renforts mêmes faibles, peuvent donner lieu à une agrégation des charges, allant jusqu'à l'échelle de l'échantillon (percolation).

Le facteur de forme est le paramètre clé. Pour des valeurs comprises entre 50 à 2 000, les surfaces spécifiques sont de l'ordre de 750 à 800 m²/g dans le cas de renforts lamellaires.

Chapitre I: GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

Ainsi, l'effet renforçateur des nanoparticules est non seulement lié à leur facteur de forme, mais aussi aux interactions matrice – particule qui en résultent. En faisant abstraction de la géométrie du renfort, un facteur de forme de 500 assure un effet renforçateur équivalent à un composite à fibres longues. En outre, lorsque leur fraction volumique est supérieure à une fraction volumique critique φ_m , des interactions fortes entre renforts apparaissent.

Il s'avère que les nanocomposites et le polymère sont source de progrès pour l'industrie mécanique. En associant les deux, nous obtenons de nouvelles matières synonymes de progrès pour la mécanique. Dans ce qui suit, il nous apparaît judicieux de faire une vulgarisation de ce concept.

Un polymère pur, très performant à température ambiante, verra souvent ses propriétés chuter lorsque la température augmente. Dans un nanocomposite, le polymère va jouer le rôle de matrice dans laquelle les charges renforçantes vont être incorporées. L'idée de ce mélange est de conjuguer les avantages des polymères aux propriétés d'une phase inorganique rigide et de donner naissance à des matériaux aux propriétés modifiées et améliorées tels que par exemple, les nanofibres de carbone, les nanotubes de carbone, le graphène, le nanoargiles, le nanosilice, le nanocellulose.

Selon le constituant de la matrice, il existe plusieurs types de nanocomposites :

- nanocomposites à matrice polymère.
- nanocomposites à matrice céramique.
- nanocomposites à matrice métallique.

Comme c'est le cas pour les matériaux composites classiques qui se rangent en trois catégories, les matériaux composites à matrice organique (CMO), les matériaux composites à matrice céramique (CMC) et les matériaux composites à matrice métallique (CMM), les matrices des nanocomposites peuvent être polymères, céramiques ou métalliques.

Dans la famille des nanocomposites à matrice céramique, le SiO_2/Fe pourrait servir de catalyseur haut performance. Dans celle des nanocomposites à matrice métallique, Ni/PZT pourrait servir à la conception de revêtements résistant à la chaleur. Enfin, dans celle des nanocomposites à matrice polymère, le polycaprolactone (un polyester biodégradable)/ SiO_2 pourrait être utile à la mise en œuvre d'os bioérodables pour la réparation de tissus du squelette.

I.2.1 Les nanocomposites et leurs différences avec les composites «classiques »:

Les nanocomposites (*NTC/Polymère*) font l'objet d'une littérature très abondante. [Yam 1995], [Tho 2001], [Rak 2001], [Lau 2002], [Pet 2003], [Pop 2004], [Tho 2005], [Col 2006].

Ils sont également composés d'une matrice contenant des charges. La différence par rapport aux matériaux composites classiques provient du fait que les charges possèdent au moins une dimension de l'ordre du nanomètre. Ces nano-charges peuvent être monodimensionnelles (*NTC*), bidimensionnelles (argiles en feuillets) ou encore tridimensionnelles (nano-sphères).

Les (*NC*) présentent plusieurs intérêts par rapport aux composites classiques. Un premier intérêt réside dans la surface interfaciale entre les nanocharges et la matrice. Pour un poids donné, les nanoparticules présentent une surface d'échange beaucoup plus importante que les particules de taille microscopique. Les (*NC*) ont donc de meilleures propriétés comparativement aux composites classiques, comme par exemple une meilleure répartition des contraintes à l'intérieur de la matrice.

Bien que l'ajout de charges microscopiques dans une matrice permette d'améliorer quelques propriétés, cela se fait au détriment d'autres propriétés. Les (*NC*) présentent souvent des propriétés similaires aux composites classiques mais pour des teneurs en charges jusque 20 fois inférieures, limitant ainsi par la même occasion la dégradation des propriétés provoquée par l'ajout de charges macroscopiques. [Penu 2008]

Tableau I.1 Avantages et inconvénients de l'ajout de nanoparticules aux polymères. [Koo 2006]

Propriétés améliorées	Inconvénients
-Propriétés mécaniques (ténacité, rigidité)	-Augmentation de la viscosité (processabilité)
-Barrière aux gaz	-Difficultés de dispersion
-Retardateurs de flammes	- Coloration noire lorsque des particules de carbone sont utilisées.
-Expansion thermique	
-Conductivité thermique	
-Résistance chimique	
-Renforcement	

I.2.2 Classification des nanocomposites:

On peut appliquer l'ancienne classification des composites suivant la nature de la matrice, dans l'ordre croissant de la température d'utilisation. Les matériaux composites à matrice organique ne peuvent être utilisés que dans un domaine de températures ne dépassant pas (**200 à 300°C**), alors que les autres types de composites sont utilisés au-delà : jusqu'à (**600°C**) pour une matrice métallique et jusqu'à (**1000°C**) pour une matrice céramique.

- **Les composites à matrice organique:**

Aussi appelés composites à matrice polymère, ils sont sûrement les plus développés du fait de l'importance commerciale de ces derniers et de la maîtrise (coût et savoir-faire) de nombreux processus de fabrication. Les composites à matrice organique se subdivisent en deux groupes:

- ✓ **composites à matrices thermoplastiques (TP):**

L'intérêt des thermoplastiques réside dans leur faible coût, résultant à la fois de matières premières disponibles et des procédés de fabrication. Toutefois, ce faible coût est lié à des propriétés mécaniques et thermomécaniques faibles. Cependant, ils possèdent la propriété de pouvoir être mis en forme plusieurs fois par chauffage et refroidissement successifs. Ils peuvent donc être récupérés et facilement recyclés.

- ✓ **composites à matrices thermodurcissables (TD):**

Contrairement aux composites à matrices thermoplastiques, les composites à matrices thermodurcissables ne peuvent être mises en forme qu'une fois. En effet, après polymérisation par apport de chaleur en présence d'un catalyseur, ces résines conduisent à un réseau très réticulé qui ne peut être détruit que par un apport important de chaleur. Ainsi, ils possèdent des propriétés mécaniques et thermiques plus élevées que les composites à matrices thermoplastiques.

- **Les composites à matrice métallique:**

Dont certains procédés de fabrication s'inspirent de la métallurgie des poudres. Les particules de seconde phase peuvent être des oxydes, borures, carbures, nitrures. Les composites à matrice métallique encore appelés (*MMCs*) (metal-matrix composites) se sont développés grâce à la

facilité et à la maîtrise des procédés de fabrication ainsi qu'à leur faible coût.

- **Les composites à matrice céramique:**

Ils sont utilisés pour des applications à plus haute température comme des oxydes, carbures ou nitrures. L'utilisation des céramiques est limitée notamment par leur ténacité à rupture, leur résistance à la fatigue et aux chocs thermiques. Pour résoudre ces problèmes, l'incorporation d'une seconde phase ductile dans la matrice céramique est une solution.

I.2.3 Propriétés des nanocomposites (*polymère/NTC*):

- **Propriétés électriques:**

Le noir de carbone était, la charge conductrice la plus communément employée pour améliorer les propriétés électriques des polymères. Cependant, pour atteindre une conductivité électrique notable, un taux de noir de carbone proche de (15%) en masse doit être introduit. Cette quantité importante de charges affecte fortement les propriétés mécaniques du polymère par la création des défauts. L'utilisation de plus en plus abondante des (*NTC*) s'explique par la faible quantité de charge à introduire pour l'amélioration significative des propriétés électriques. Un taux de charges inférieur à (5%) en masse suffit à l'obtention d'un polymère conducteur. Zhang et al [Zhang 2006], ont de cette manière amélioré la conductivité électrique de films de polyéthylène en incorporant (5%) en masse de (*NTC*). La conductivité électrique passe alors de (10^{-14} S/cm) pour le polymère vierge à (10^{-3} S/cm) pour le polymère chargé, soit (10^{11}) fois plus conducteur. Pötschke et al [Pötschke 2002]. Observent également une conductivité électrique de (10^{-3} S/cm) pour le polycarbonate chargé à seulement (2%) en masse de (*NTC*). Une faible quantité de nanotubes, parfois proche de (0,5%), suffit à apporter des propriétés antistatiques voire conductrices aux polymères.

- **Conductivité thermiques:**

L'élaboration d'un matériau composite avec un niveau de conductivité thermique élevé est un défi important à relever du fait des applications prometteuses, en particulier dans la réalisation de composants électroniques. Diverses études ont récemment montré une augmentation de (40%) de la conductivité thermique d'une résine époxy ou du polyuréthane chargée à (0,5%) en masse de (*CNTs*). [Cai 2008], [Wang 2009]

- **Propriétés mécaniques:**

L'amélioration des propriétés mécaniques des polymères ne tient pas uniquement aux excellentes propriétés des nanotubes. En effet, la liaison interfaciale entre les charges et la matrice ainsi que la dispersion des charges sont également à prendre en compte. Ainsi la contrainte à la rupture peut être diminuée par la présence de défauts associés aux agglomérats de nanotubes [Andrews 2002]. La résistance à la rupture de ces composites est améliorée lorsque la matrice et les charges possèdent une énergie interfaciale suffisante pour permettre le transfert des efforts de la matrice au renfort. La dispersion des nanotubes dans une matrice polyéthylène téréphtalate permet d'augmenter le module d'Young du polymère de (1,5 GPa à 1,9 GPa) ainsi que la contrainte à la rupture de (60 MPa à 68 MPa) avec (2%) de (NTC) [Kim 2007]. Avec ce même taux de charge une augmentation de (214%) du module d'élasticité est observée dans une matrice polyamide [Liu 2004]. Dans une matrice polyéthylène une amélioration de (89% et 56%) respectivement du module d'Young et de la contrainte à la rupture peut être observée à (10%) de charges. [Xiao 2007]

- **Comportement au feu:**

L'utilisation de nano-charges comme alternative aux agents retardateurs de flamme conventionnels permet d'améliorer fortement le comportement au feu des polymères. La charge la plus communément utilisée à cet effet est l'argile. Cependant, l'étude de nanocomposites chargés en nanotubes de carbone montre l'efficacité de ces charges en tant qu'agent retardateur. Kashiwagi et al [Kashiwagi 2002], ont montré que le pic de débit calorimétrique de composites (PP/NTC) contenant (1%) et (2%) en volume de (NTC) ne représentait respectivement que (27%) et (32%) du pic de débit calorifique du polypropylène seul. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus pour des composites (PP/PP-g-AM) (polypropylène greffé anhydride maléique)/argile. L'introduction de (5%) en masse de (NTC) dans une matrice polyamide-6 montre également l'efficacité de ces charges dans le retard au feu [Schartel 2005] même si le mécanisme n'est pas encore totalement élucidé.

- **Propriétés optiques et photovoltaïques:**

Avant la fin de la première moitié de ce siècle, la conversion directe de la lumière du soleil en électricité grâce au photovoltaïque devrait franchir le seuil qui le rendra compétitif par rapport aux autres sources de production d'électricité. L'oxyde d'indium-étain (90 % indium, 10 % étain)

Chapitre I: GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

est le matériau le plus utilisé actuellement pour la fabrication d'électrodes transparentes. Appliqué en couches minces sur une pellicule de plastique transparent, il confère à cette pellicule des propriétés conductrices tout en préservant sa transparence.

Toutefois, à cause de sa friabilité, de sa faible capacité à plier et de sa faible résistance à l'abrasion, il est inadéquat pour de nombreuses applications. De plus, l'indium se fait rare et son coût s'en trouve en conséquence augmenté. Les nanotubes de carbone offrent une alternative intéressante, car ils sont mécaniquement plus souples et résistants que l'oxyde d'indium-étain, tout en offrant une meilleure conductivité électrique. Ces électrodes peuvent être utilisées dans des produits tels que les écrans tactiles, les cellules photovoltaïques, les écrans à cristaux liquides, les systèmes d'éclairage à diodes électroluminescentes organiques (*OLEDs*), les téléphones cellulaires. Canestraro et al [Canestraro 2006], ont démontré l'amélioration des propriétés optiques (absorption de la lumière) et des propriétés électriques (transfert de charges) par l'incorporation de (*NTC*) dans un film de poly-3-hexylthiophène pour la préparation d'appareils photovoltaïques.

I.2.4 Interface matrice-renfort dans les nanocomposites à matrice polymère:

La liaison entre la matrice et les renforts est un phénomène physico-chimique fondamental qui est créé lors de la phase d'élaboration du matériau composite. C'est l'interface (matrice/renfort) qui sera déterminante au niveau des propriétés finales du composite, et notamment du point de vue mécanique. [Ajayan 2007]

Il est à rappeler que pour la plupart des matrices polymères, la compatibilité avec les (*CNTs*) est faible du fait de leurs structures chimiques très différentes. En effet, l'adhésion entre un CNT et un polymère est mauvaise du fait des tensions superficielles trop élevées [Gao 2005]. Ce désagrément empêche par ailleurs une dispersion efficace et homogène des (*CNTs*) à l'intérieur de la matrice.

De nombreuses études sont menées afin de comprendre et d'améliorer les phénomènes à l'interface [Wei 2006], [Ajayan 2000]. Il s'agit principalement de travailler au niveau de la cohésion entre les deux éléments constitutifs du composite. Ceci peut être réalisé grâce à une modification de surface des (*CNTs*) avant leur insertion dans la matrice.

I.2.5 Techniques de mise en œuvre:

Les nanocomposites polymères/nanotubes de carbone (*NTC*) peuvent être mis en œuvre suivant plusieurs procédés : la polymérisation in-situ, le mélange en solution par voie solvant ou le mélange par voie fondue.

- **Polymérisation in situ:**

La fabrication de (*NC*) par un procédé de polymérisation in situ est divisée en plusieurs étapes. Dans un premier temps, les charges sont ajoutées au monomère liquide. Etant donné la faible viscosité de ce dernier, la dispersion des charges peut s'effectuer grâce à l'utilisation d'ultrasons ou encore via agitation mécanique en régimes turbulents. Une fois les charges bien dispersées dans la matrice, on débute la polymérisation.

Lorsque la polymérisation est achevée, il ne reste plus qu'à extraire le monomère résiduel (exemple: Par dégazage sous vide).

Le premier avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas l'utilisation de solvants qui sont coûteux et difficiles à éliminer. Le deuxième avantage est qu'elle permet d'obtenir un bon état de dispersion notamment grâce au fait que les charges sont introduites dans le monomère fondu qui a une faible viscosité. [Penu 2008]

- **Mélange en solution:**

Cette méthode est notamment utilisée pour l'élaboration d'élastomère [Sui 2008]. Mais aussi pour certain type de (*TP*) [Liu 2008]. Elle permet en effet d'abaisser la viscosité permettant ainsi de faciliter la dispersion des (*NTC*). Le solvant du polymère utilisé doit également pouvoir disperser de manière homogène les nanotubes de carbone. La matrice polymère est tout d'abord mise en solution dans son solvant. Les nanotubes sont de leur côté dispersés dans le même solvant sous agitation par ultrasons. Cette solution de (*NTC*) est ensuite ajoutée à la matrice solubilisée sous agitation. Les nanotubes peuvent de cette manière s'introduire entre les chaînes macromoléculaires du polymère. En fin Le solvant est extrait par évaporation.

L'un des principaux inconvénients de cette méthode est l'utilisation et l'élimination du solvant, sachant que ce solvant peut influencer les propriétés mécaniques du nanocomposite comme le montrent U. Khan et Al. [Khan 2007]. Un autre inconvénient provient de l'utilisation

Chapitre I: GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

des ultrasons, qui bien que très efficaces pour disperser les (*NTC*), peuvent également détruire les chaînes macromoléculaires. [Aubry 2009]

- **Mélange à l'état fondu:**

Cette méthode est la plus simple. Dans ce cas, le polymère et les nanotubes sont incorporés, dans une extrudeuse chauffée. Le cisaillement apporté par la rotation des vis est l'élément déterminant dans la qualité de la dispersion des charges. Les (*NTC*) peuvent ainsi circuler au sein du polymère fondu. Des nanocomposites à base de polyéthylène, polypropylène, polyamide, polycarbonate, polyéthylène téréphtalate, polylactide, polyméthacrylate de méthyle et autres polymères thermoplastiques ont été obtenus par cette méthode. [Aubry 2009]. L'inconvénient de cette méthode est que la viscosité augmente considérablement avec le taux de (*NTC*) [Lee 2008].

La mise en forme de matériaux composites à matrice polymère, nécessite la mise en place de procédés très précis afin d'obtenir un matériau de qualité. En effet, la synthèse d'un polymère thermodurcissable s'avère plus complexe que celle d'un thermoplastique.

Le second paramètre à prendre en compte dans la fabrication de composites est la dispersion des renforts au sein de la matrice. La dispersion des renforts est certainement l'étape fondamentale du procédé de fabrication de composites.

I.2.6 Dispersion des renforts:

- **Utilisation des ultrasons:**

L'usage des ultrasons, est une technique très connue et utilisée en abondance dans le domaine [Xiong 2006], [Sluzarenko 2006]. Ce procédé consiste à utiliser les vibrations de la solution dans un bain US pour casser les enchevêtrements de (*CNTs*) en deux étapes:

- dans un premier temps, la masse appropriée de (*CNTs*) est introduite dans un volume d'éthanol et placée aux ultrasons pendant (*~ 1 heure*), jusqu'à l'évaporation du solvant.
- ensuite la poudre de (*CNTs*) est ajoutée à la base et à nouveau soumise aux ultrasons durant (*1 heure*).

La dernière étape d'élaboration du composite consiste à rajouter le catalyseur à la solution précédente pour procéder à la réticulation du polymère.

Chapitre I: GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

Les images ci-dessous montrent que l'usage des ultrasons peut fournir des résultats assez satisfaisants. En effet, un tel procédé permet de briser les gros agrégats de (CNTs). Cependant, des observations au microscope optique sur une gouttelette de la solution constituée de base + (CNTs) (après 2 heures de passages aux ultrasons) montrent que des agglomérats de tailles micrométriques persistent (Figure I.3).

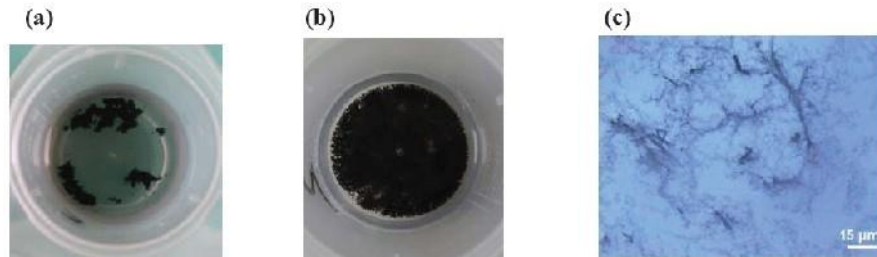


Figure I.3: L'influence de la dispersion des (CNTs) par ultrasons. (a) (CNTs) dans l'éthanol avant passage aux ultrasons. (b) Après 1 heure aux ultrasons. (c) Image microscope optique d'une gouttelette de base + (CNTs) après 2 heures de dispersion. Des agrégats sont encore présents. [Bozlar 2009]

Les inconvénients de l'utilisation des ultrasons sont:

- Volume de matière limité.
- Nécessite des liquides de basse viscosité pour qu'elle soit efficace.
- l'US n'engendre pas suffisamment de force de cisaillement pour «désagglomérer» les (NTC).
- Des recherches [Lu 1996], [Gu 2008] ont montré que l'énergie fournie par les vibrations aux fréquences ultrasonores induit des défauts, voire même la coupure des (NTC).

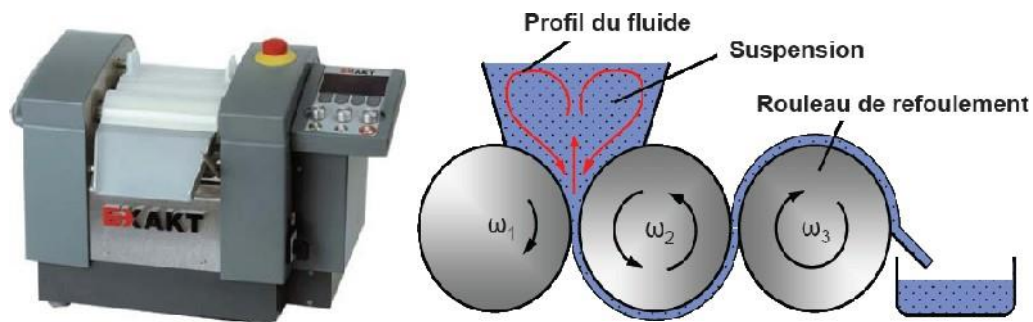
Malgré ces points négatifs, l'utilisation d'ultrasons reste bien souvent nécessaire pour disperser les (NTC) lorsque ceux-ci sont en suspension dans un solvant (avant de mélanger ce dernier à la matrice polymère). Les ultrasons permettent en effet de séparer les amas de tubes, allant même jusqu'à les individualiser. L'étude réalisée par [Liao 2004] montre l'importance de l'utilisation des ultrasons pour améliorer la dispersion des (NTC).

- **Dispersion mécanique par tricylindre:**

A l'origine, cet appareil a été conçu pour broyer des produits dans l'industrie pharmaceutique ou alimentaire (Figure I.4 a). Son utilisation pour disperser les (CNTs) est récente. Thostenson et al [Thostenson 2006], ont montré que le tricylindre est un outil assez performant pour disperser

Chapitre I: GENERALITES SUR LES NANO-COMPOSITES

de manière homogène les (*CNTs*) dans une résine epoxy. Ils ont pu ainsi obtenir des niveaux de conductivités électriques et thermiques supérieurs à d'autres travaux (utilisant notamment les ultrasons).



Le principe général de ce système mécanique consiste à appliquer une combinaison de forces de cisaillements et de pressions sur un fluide en régime laminaire. La solution à disperser est introduite au niveau des rouleaux 1 et 2. (Figure I.4b) Le cylindre du milieu (*numéro 2*) tourne dans un sens opposé aux deux autres. On peut modifier la vitesse de rotation du rouleau de refoulement ω_3 (*tr/min*), qui peut varier entre (30 et 600 *tr/min*). Ensuite, les deux autres cylindres tournent à des vitesses de rotation différentes avec un rapport de démultiplication tel que: [Bozlar 2009]

$$\begin{cases} \omega_2 = \frac{1}{3} \omega_3 \\ \omega_1 = \frac{1}{3} \omega_3 \end{cases}$$

Le second paramètre que l'on peut modifier avec cet appareil est la distance entre chaque rouleau. Elle peut être comprise entre (5 et 130 μm). La combinaison de ces deux paramètres permettant aussi bien de régler la vitesse de rotation des rouleaux (forces de cisaillement) et la distance (pression exercée sur le fluide).

L'avantage que nous voyons à ce procédé est qu'il permet une grande cadence de fabrication. Ce procédé a été récemment utilisé par les membres de l'équipe de K. Schulte à Hambourg [Goj 2004] et celle de Thostenson à Virginia Tech. (USA) [Tho 2005] pour disperser des (*NTC*) dans des polymères époxyde.

I.3 Conclusion:

Le présent chapitre est dédié à l'acquisition des connaissances théoriques nécessaires pour étudier notre problématique. Dans un premier temps, nous avons présenté quelques notions générales concernant les nanocomposites, un aperçu sur les différences entre Les nanocomposites et les composites « classiques ».

Les nanocomposites constituent une classe de matériaux à part entière: bien qu'ils aient la même composition que les composites classiques, notamment concernant la nature de la matrice, leur différence réside dans la taille des composants (matrice ou renfort) et dans le fait que certaines propriétés spécifiques n'apparaissent qu'à l'échelle du nanomètre.

Chapitre II

LES THEORIES DES PLAQUES

LES THEORIES DES PLAQUES

II.1. Introduction :

Le terme plaque peut avoir différentes significations, mais en construction et en génie mécanique, une plaque est une pièce dont l'épaisseur est négligeable devant les autres dimensions.

La théorie des plaques est une théorie permettant de calculer les déformations et les contraintes dans une plaque soumise à des charges. Elle s'inspire de la théorie des poutres. En 1888, Love utilise les hypothèses de Gustav Kirchhoff, elles-mêmes inspirées des hypothèses d'Euler-Bernoulli pour les poutres, afin de fonder une théorie sur plaques minces.

La théorie des plaques épaisse a été consolidée par Mindlin à partir des travaux de [Rayleigh 1877], [Timoshenko 1921] et [Reissner 1945].

Comme pour l'étude des poutres, on met en relation une forme finale de la plaque. Grâce au principe d'équivalence, on peut établir la relation entre le champ des déplacements et le champ de tenseur des déformations, ainsi que les efforts de cohésion avec le tenseur des contraintes. Quant à la liaison entre les contraintes et le tenseur des déformations, s'écrit grâce à la loi de Hooke généralisée.

Une plaque composite multicouche peut être considérée comme un corps hétérogène constitué d'un nombre fini de couches homogènes anisotropes et collées. La modélisation des structures multicouches modernes avec une forte anisotropie (par exemple : faible rapport du module de cisaillement transverse de l'âme par rapport au module d'élasticité longitudinal des peaux dans le cas des structures sandwich) exige des théories raffinées qui prennent en compte une bonne description des cisaillements transverses.

De même, la prise en compte des endommagements spécifiques aux stratifiées (délaminages, fissure transverse,...) exige une bonne description des champs au voisinage des interfaces, sites privilégiés de ces endommagements. En outre, une approche 3D peut fournir des informations dans certains cas (bord libre droit, plaque trouée,...) mais il est

préférable d'envisager des démarches bidimensionnelles (2D) de type plaque plus opératoires. Dans la suite ce sont ces approches 2D qui seront mentionnées.

Plusieurs modèles bidimensionnels ont été développés ces dernières années, pour la modélisation des structures multicouches. Ces modèles permettent de réduire le problème d'élasticité 3D en 2D; en considérant un champ de déplacement continu suivant l'épaisseur avec également une continuité de déformation entre les différentes couches.

Ils peuvent être regroupés en fonction du type d'approche adopté :

- Approche monocouche équivalente,
- Approche par couche,
- Approche développement asymptotique,

II.2. Les modèles analytiques des plaques dans l'élasticité bidimensionnelle:

II.2.1. Modèle monocouche équivalente :

Dans l'approche monocouche équivalente, le nombre d'équations ne dépend pas du nombre de couches, la plaque multicouche est homogénéisée, donc considérée comme une seule couche.

Depuis le premier travail de Sophie Germain en 1815 sur les plaques minces en passant par les modèles du premier ordre de Love-Kirchhoff et de Reissner-Mindlin, de nombreux auteurs ont développé des théories de plaques à partir de cinématiques ou champs de contraintes plus raffinés. Nous passons en revue, dans ce qui suit, les principaux modèles.

II.2.1.1. Les modèles classiques Love-Kirchhoff (théorie classique des plaque stratifiées CLPT) :

En commence par le model le plus simple est le plus général appelé model de Love-Kirchhoff. Ce modèle est basé sur une distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur [Reissner 1961]. L'hypothèse adoptée est celle de Love-Kirchhoff [Kirchhoff 1850] des contraintes planes, les déformations dues au cisaillement transverse sont négligées. La normale à la surface moyenne de la plaque reste perpendiculaire et droite à celle-ci après déformation (Figure II.1).

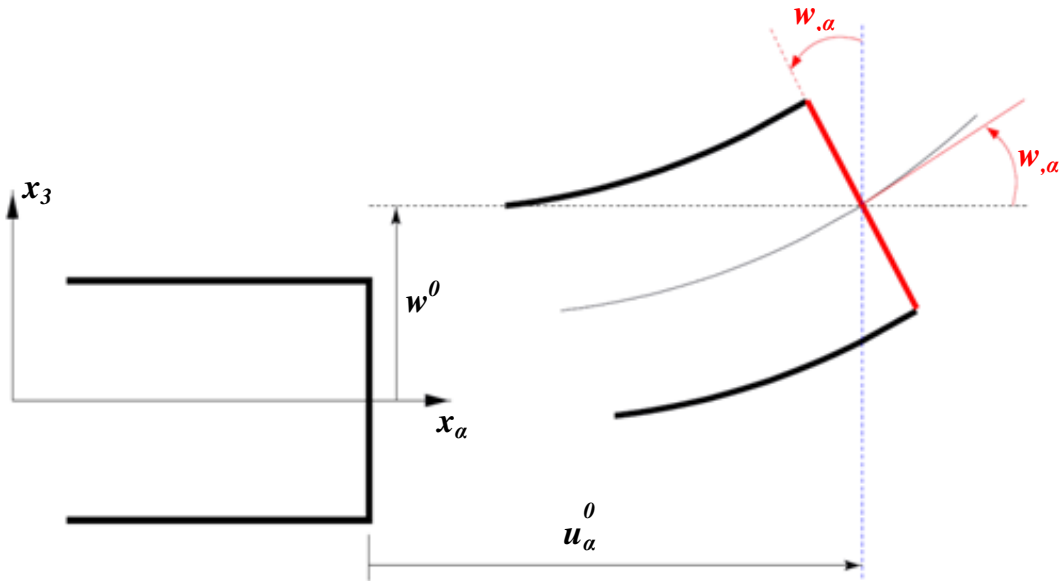


Figure. II.1 : Cinématique de Love-Kirchhoff.

Le champ de déplacements de Love-Kirchhoff s'écrit alors,

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha^0(x_1, x_2) - z w_{,\alpha}(x_1, x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad , \alpha = 1, 2 \quad (\text{II.1})$$

Avec,

u_α^0 : Le déplacement de membrane dans la direction α ,

w : La flèche de la plaque,

$w_{,\alpha}$: La rotation due à la flexion (sans cisaillement).

II.2.1.2. Les modèles Reissner-Mindlin (théorie de déformation en cisaillement du premier ordre FSĐT) :

Le cisaillement transverse ne peut être négligé; sa prise en compte est adoptée par Mindlin dont l'hypothèse cinématique est la suivante :

La normale reste droite mais non perpendiculaire à la surface moyenne (à cause de l'effet du cisaillement transverse) dans la configuration déformée (Figure II.2). Le champ de déplacements de reissner-mindlin s'écrit :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = \mathbf{u}_\alpha^0(x_1, x_2) - z\phi_{,\alpha}(x_1, x_2) \\ \mathbf{u}_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Avec,

ϕ_α : La rotation de la normale au plan moyen autour des axes x_α ,

$\gamma_\alpha^0 = (w_{,\alpha} + \phi_\alpha)$: La déformation de cisaillement transverse mesurée sur le plan moyen.

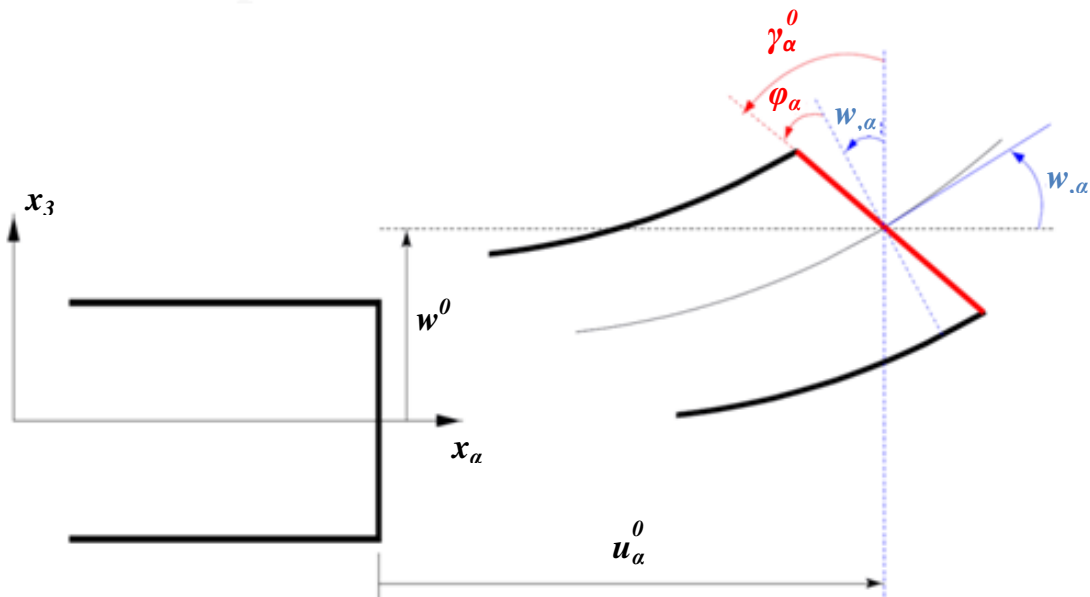


Figure. II.2 : Cinématique de Reissner-Mindlin.

Avec ce choix de la forme des champs de déplacements, les déformations transversales sont constantes en z . Les contraintes de cisaillement sont donc uniformes à n'importe quel point suivant l'épaisseur et ça évite la discontinuité entre les couches dans les composites conventionnels. Cette mauvaise description d'uniformité de distribution des contraintes oblige à introduire des coefficients correcteurs pour mieux prendre en compte, dans l'écriture de l'énergie, les effets du cisaillement transversal [Whitney 1973]. Les résultats obtenus dépendent essentiellement du choix empirique dans des situations complexes des coefficients correcteurs et l'étude des plaques épaisses reste aléatoire par ce type d'approche cinématique.

La Figure II.3 montre la variation de la fonction de forme ainsi que sa dérivée par rapport à l'épaisseur de la plaque. Cette variation est plus authentique pour le cas des plaques

stratifiés ou au niveau de l'interface il ya une discontinuité de distribution des propriétés alors que pour les FGM ce problème est résolu.

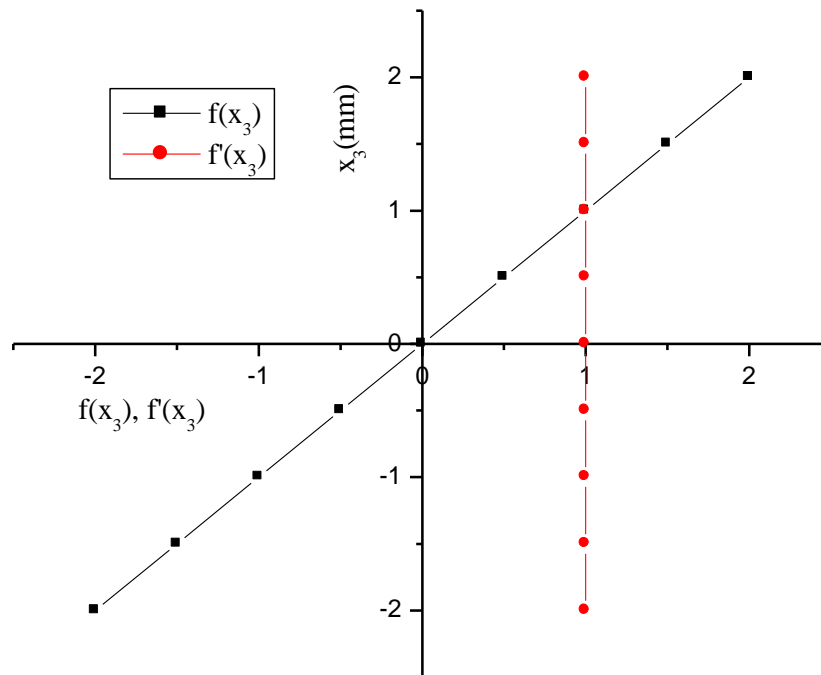


Figure. II.3 : Variation de la fonction de gauchissement $f(x_3) = x_3$ et $f'(x_3)$ suivant l'épaisseur.

II.2.1.3. Synthèse bibliographique sur les modèles d'ordre supérieur :

Pour franchir les limites des théories du premier ordre, plusieurs auteurs proposent des théories à un ordre supérieur. Les modèles sont basés sur une distribution non linéaire des champs suivant l'épaisseur. Ces modèles permettent de représenter le gauchissement de la section dans la configuration déformée (Figure. II.4) [Liberescu 1967], [Whitney 1973], [Touratier 1991], [Nguyen 2004]. La plupart des modèles d'ordre supérieur utilisent un développement en série de Taylor des champs de déplacements qui s'écrivent de la forme :

$$u_i(x_1, x_2, x_3) = u_i^0(x_1, x_2) + z\phi_i^{0(1)}(x_1, x_2) + z^2\phi_i^{0(2)}(x_1, x_2) + z^3\phi_i^{0(3)}(x_1, x_2) + z^4\phi_i^{0(4)}(x_1, x_2) + \dots \text{(II.3)}$$

Partons de ce principe, nous pouvons utiliser différents ordres, en fonction de la complexité du problème et de la précision souhaitée. La plupart des études sont basées sur un développement en 3ème ordre, assurant ainsi un niveau minimum de complexité. La valeur $\phi_j^{0(i)}$ détermine la nature de la théorie. Ainsi, la théorie du premier ordre de Reissner-Mindlin est obtenue en posant : $\phi_j^{0(i)} = 0$ pour $j = 2, 3, 4 \dots$

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

En principe, les modèles d'ordre supérieur sont plus précis que les modèles du premier ordre. La précision augmente avec l'ordre de développement, c'est à dire avec le nombre de paramètres supplémentaires. Cependant, les conditions aux limites sur les bords sont difficiles à satisfaire et le nombre de variables de déplacement indépendantes dépasse celui des modèles classiques. Pour réduire le nombre de paramètres de déplacement, plusieurs simplifications sont proposées. On impose souvent les conditions de nullité des contraintes de cisaillement transverse aux surfaces supérieure et inférieure de la plaque. Le développement en série de Taylor est utilisé avec $\phi_i^{o(4)} = \phi_i^{o(2)} = \phi_i^{o(3)} = \phi_i^{o(1)} = 0, \phi_i^{o(3)}, \alpha = \{1,2\}$ Le champ de déplacement devient :

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha^0(x_1, x_2) - z w_{,\alpha} + f(z) \gamma_\alpha^0(x_1, x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

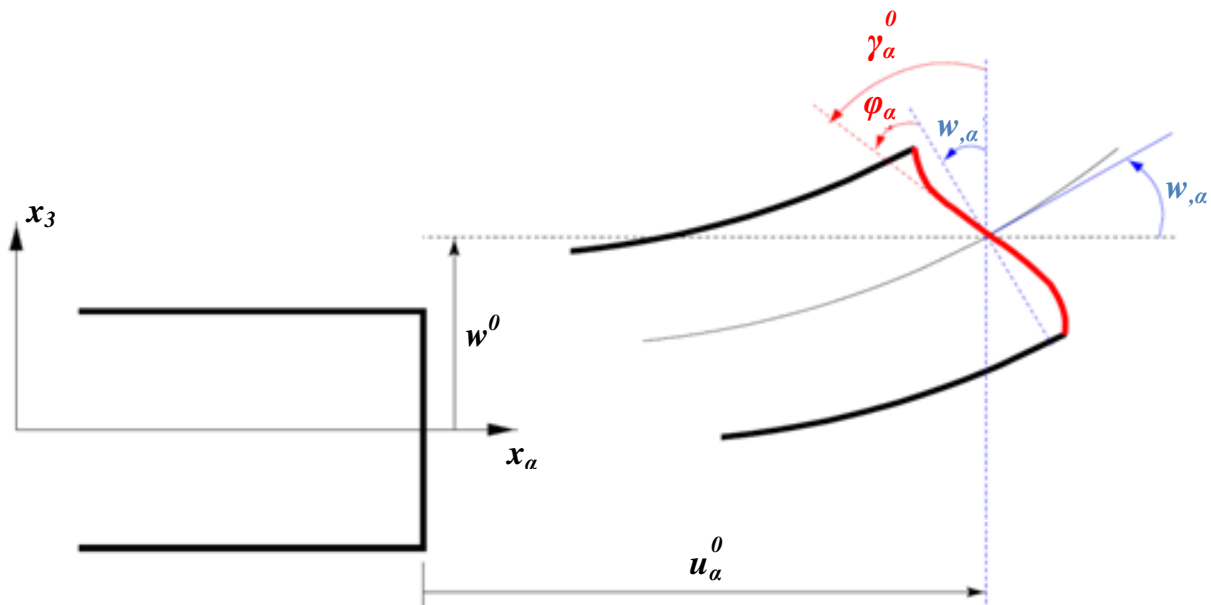


Figure. II.4 : Cinématique de la théorie d'ordre supérieur.

Voici quelques contributions importantes de développement de modèles d'ordre supérieur qui se sont distingués dans la littérature et qui diffèrent par la fonction de formes $f(z)$:

- L'approche d' [Ambartsumyan 1969] avec ;

$$f(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad (\text{II.5})$$

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

- L'approche de [Reissner 1945], Panc et Kaczkowski avec ;

$$f(z) = \frac{5}{4}z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{II.6})$$

- L'approche de [Reddy 1987] avec ;

$$f(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{II.7})$$

Dans le modèle de [Reddy 1987], le champ de déplacement membranaire est cubique et le déplacement normal w est constant. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution élastique tridimensionnelle. La distribution des contraintes de cisaillement transversal est parabolique suivant l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

L'approche de Touratier [Touratier 1991] avec ;

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{z}{h}\right) \quad (\text{II.8})$$

Touratier propose le modèle "sinus" qui est différent des autres modèles d'ordre supérieur puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement suivant l'épaisseur. La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} f(z) &= \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{z}{h}\right) = \frac{h}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \left(\frac{\pi z}{h}\right)^{2n+1} \\ &= z \left(1 - \frac{\pi^2}{3!} \frac{z^2}{h^2} + \frac{\pi^4}{5!} \frac{z^4}{h^4} - \frac{\pi^6}{7!} \frac{z^6}{h^6} + \dots \right) \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Les différents termes du développement correspondent aux différents modèles cités précédemment. Suivant la troncature choisie, on obtient la théorie Love-Kirchhoff, la théorie Reissner-Mindlin ou les modèles d'ordre supérieur (aux coefficients près). Les contraintes de cisaillement transversal déterminées par le modèle "sinus" prennent une forme cosinusoidale dans l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de [Reddy 1984].

Récemment, Afaq et al. [Afaq 2003] propose un modèle exponentiel avec une cinématique plus riche.

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

La fonction de cisaillement transverse est de la forme suivante :

$$f(z) = ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad (\text{II.10})$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance pair et impair de la variable z alors que la fonction "sinus" [Touratier] ne permet qu'un développement en puissances impaires.

L'approche de [Aydogdu 2005] avec ;

$$f(z) = z\alpha^{\frac{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}{\ln(\alpha)}} \quad \alpha > 0 \quad (\text{II.11})$$

h : étant l'épaisseur du multicouche.

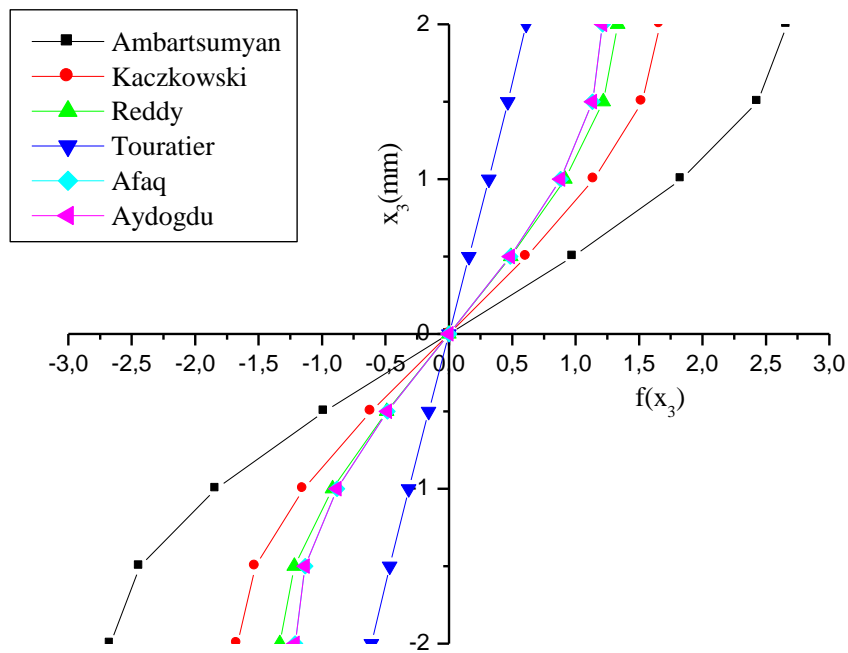


Figure. II.5 : Variation de la fonction de forme $f(z)$ des différents modèles en fonction de l'épaisseur.

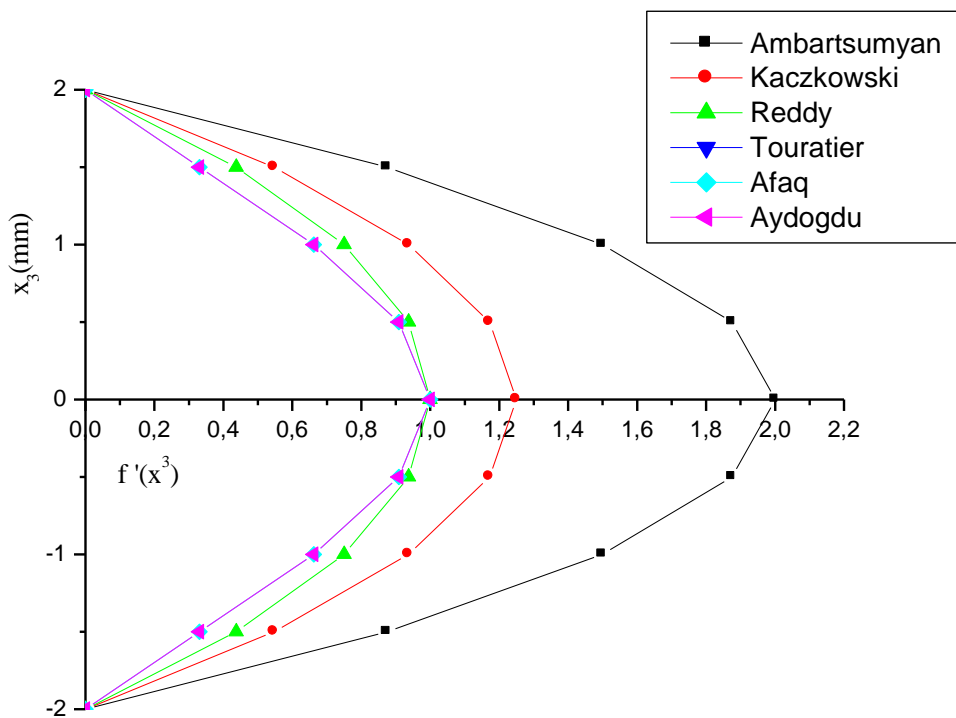


Figure. II.6 : Variation de la dérivée de la fonction de forme $f'(z)$ des différents modèles suivant l'épaisseur.

En fonction des Figures II.5 et II.6 on remarque que les deux approches d'Ambartsumyan et de Kaczkowski sont un sensiblement loin des autres fonctions de forme ; Elles sont servies comme bases pour développer les autres fonctions qui sont plus proches de l'analyse 3D.

II.3. Modèles éléments finis des structures composites :

Les solutions analytiques fournies par les approches décrites précédemment ne concernent que des cas de géométrie, chargement et empilement simples. Pour les cas complexes plusieurs méthodes numériques ont été développées. On ne s'intéresse ici qu'aux méthodes des éléments finis, outil d'ingénierie dominant pour l'analyse des structures. Les éléments finis sont généralement classés suivant le type de description géométrique (2D, 3D), la méthode de construction et le choix du type d'inconnues principales du modèle (déplacements, contraintes, mixtes, hybrides). Ci-dessous, nous passons en revue différentes contributions éléments finis relatives à des modèles mécaniques décrits précédemment.

II.3.1. Modèles éléments finis 2D :

Les premiers éléments finis multicouches sont construits en se basant sur les théories du premier ordre, notamment les modèles Reissner-Mindlin avec facteurs de correction [Reddy 1980], [Ganapathi 1997]. Ces éléments finis possèdent 5 degrés de liberté par nœud. L'intégration numérique réduite est souvent utilisée pour éviter le phénomène de blocage en cisaillement transverse. Grace à leurs avantages numériques (formulation simple, continuité C_0 , les degrés de liberté et les conditions limites physiquement facile à interpréter, convergence rapide. . .) et leurs précisions en estimant des champs globaux, les éléments finis Reissner-Mindlin restent les plus utilisés et sont présents dans tous les codes de calcul commerciaux. Un des inconvénients majeur de ce type d'élément réside dans l'estimation des facteurs de correction. On trouve dans [Nguyen 2004] une procédure en deux phases pour l'estimation correcte de ces facteurs correctifs. Les contraintes de cisaillement transverse calculées par les équations constitutives sont moins précises et discontinues aux interfaces. On intègre donc l'équation d'équilibre 3D pour mieux les estimer [Nguyen 2004].

Un large volume consacré au développement des éléments finis multicouches concerne des éléments finis d'ordre supérieur. Comme déjà discuté ci-dessus, les théories d'ordre supérieur impliquent souvent la dérivée seconde des déplacements transversaux. Cela

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

demande une continuité pour des fonctions de déplacement des éléments finis correspondants. Non seulement les déplacements transversaux w mais encore leurs dérivées normales doivent être continus à travers des frontières inter éléments [Reddy 1999]. Dans [Ren 1986], un élément de continuité $C1$ basé sur le modèle cubique de [Reddy 1984] est proposé. Cet élément contient 7 degrés de liberté par nœud. Les contraintes de cisaillement transverse sont paraboliques dans l'épaisseur et l'élément est libre du blocage de cisaillement transverse. En se basant sur le modèle "sinus" de [Touratier 1991], différents éléments finis quadrilatère et triangulaire de continuité $C1$ sont développés [Nguyen 2004], [Polit 2002]. L'élément triangulaire développé par Polit et al. est capable d'étudier divers problèmes linéaires et non linéaires. L'élément possède 6 nœuds. La continuité des champs aux interfaces et les conditions limites aux surfaces supérieures et inférieures sont assurés. La géométrie de l'élément est présentée sur la Fig. II.7.

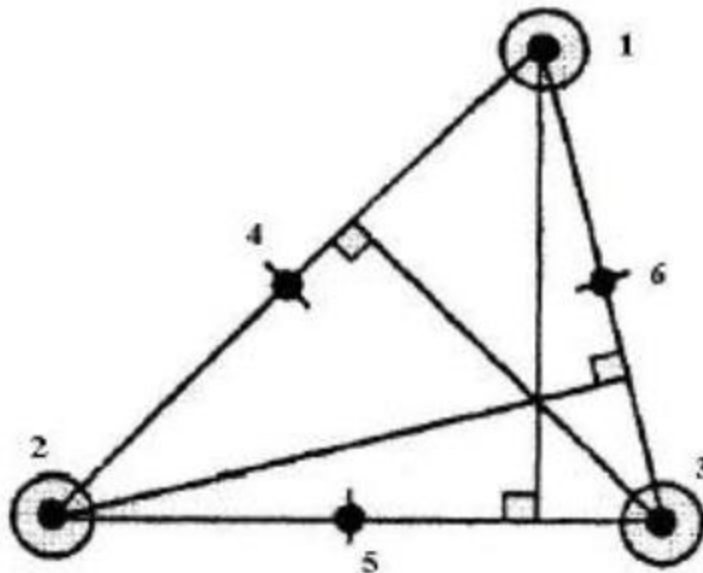


Figure. II.7 : *Elément « sinus » triangulaire 6 nœuds* [Polit 2002].

Les travaux de Khare [Khare 2004], ont pour objectif de développer une famille d'éléments d'ordre supérieur. Plusieurs éléments quadrilatères de type Lagrange à 9 et 16 nœuds sont

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

proposés (Figures. II.8 et II.9). Ils diffèrent par l'ordre du développement en série de Taylor adopté pour le champ de déplacement:

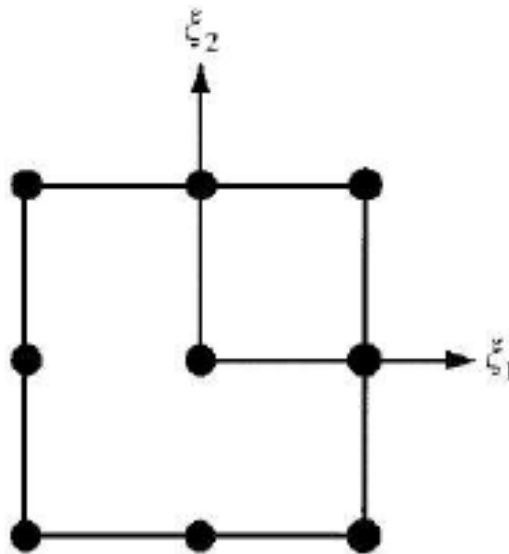


Figure. II.8 : *Elément quadrilatère de type Lagrange à 9 nœuds* [Nguyen 2004].

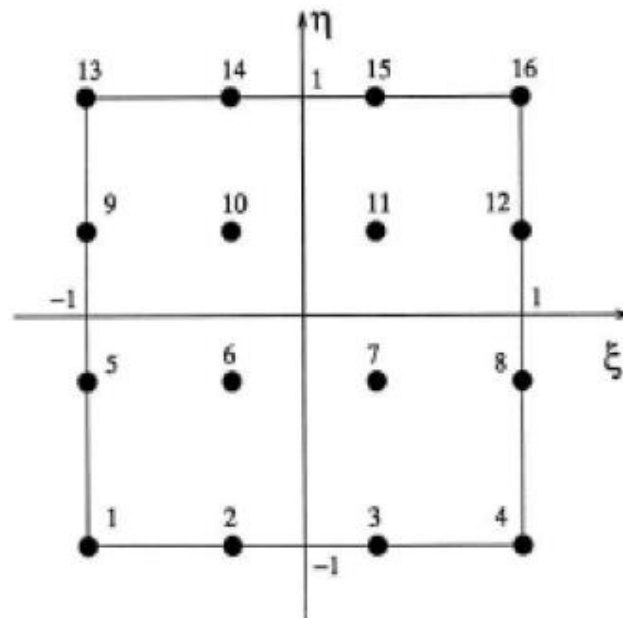


Figure. II.9 : *Elément quadrilatère de type Lagrange à 16 nœuds* [Nguyen 2004].

II.3.2. Modèles éléments finis 3D :

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

Les analyses 3D conduisent à un large système d'équations. Cela nécessite donc un grand espace de stockage qui réserve la modélisation 3D pour l'étude locale des champs dans les zones critiques. Les éléments briques iso paramétrique 20 nœuds de Raju [Raju 1981] sont couramment utilisés pour étudier les champs près des bords libres. Un maillage typique pour l'analyse des contraintes d'interface est présenté sur la Figure. II.10.

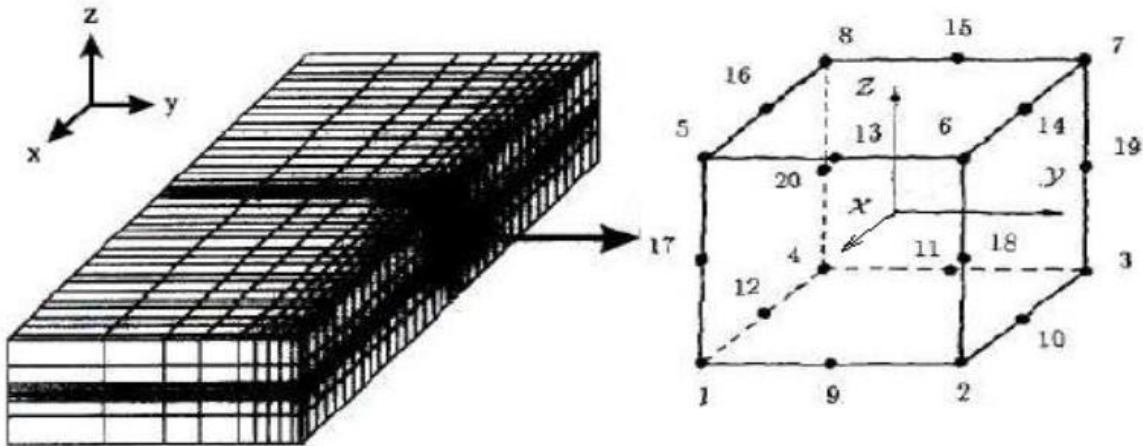


Figure. II.10 : *Eléments finis 3D à 20 nœuds pour déterminer les contraintes interlaminaires* [Nguyen 2004].

II -4 Etat de l'art des théories d'élasticité locales et non locales :

La modélisation des structures est différentes entre le monde macro et le monde micro et nano. La différence qui existe est celle de l'effet d'échelle qui a une grande influence sur le comportement de ces structures au niveau micro et nanométrique.

II.4.1 La Théorie Locale D'élasticité :

C'est tout simplement les théories existées avant le début de l'aire de la minimisation des objets. Cette théorie ne tient pas en compte de l'effet d'échelle dans ces hypothèses et alors néglige les forces entre les atomes. La théorie est applicable dans le cas des structures macro métriques mais incapable d'étudier les structures micro nanométriques.

II.4.2 La Théorie Non Locale D'élasticité :

L'importance croissante des micros et nano technologie a récemment attiré une attention considérable sur le besoin des modèles mathématiques capables de capturer les effets de la petite taille de ces structures. A cet effet, il s'est avéré que les modèles classiques des poutres

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

semblent insatisfaisants pour modéliser un tel système. Pour ces raisons, les chercheurs ont préférés une nouvelle théorie qui est « **non locale** » qui peut résoudre un tel problème [Gioacchino Alotta et al., 2014]. La question qui se pose, pourquoi la non localité ? Le domaine de l'applicabilité des théories classiques d'élasticité est intimement relié à grandes échelles de temps et de longueur.

Si (L) dénote la longueur caractéristique externe (par exemple, longueur de la fissure, longueur d'onde...etc.) et (l) la longueur caractéristique interne (par exemple, distance entre granulaire, paramètre granulaires), dans un champ où $L/l \gg 1$ les théories classiques locales prédisent suffisamment le comportement de ce corps solide, alors que si $L/l \approx 1$, les théories locales échouent et nous devons recourir aux théories atomiques qui peuvent expliquer les attractions interatomique à longue portée, même que cette dernière est bien très couteuse en termes de calcul informatique.

Pour ces raisons et pour le fait que même la construction d'un modèle moléculaire a besoin de quelques considérations théoriques, les chercheurs ont préférés une formulation « enrichie » continue, où les effets de la micro ou nanostructure et les forces intermoléculaires sont pris en considération dans la modélisation, dans un sens approprié, en présentant des termes non locaux appropriés [Gioacchino Alotta et al., 2014].

Pour le cas dynamique, il y aura un raisonnement semblable T/t là où T est le temps caractéristique externe (par exemple, l'échelle de temps des charges appliquées) et t est le temps caractéristique interne (par exemple, l'échelle de temps de la transmission du signal d'une molécule à une autre). Encore, les théories classiques échouent lorsque $T/t \approx 1$, et on se trouve encore face à un besoin d'une théorie non locale. Les théories de l'élasticité non locale sont concernées par la physique des corps matériels dont le comportement à un point matériel est influencé par l'état de tous les points du corps. La théorie non local généralise la théorie classique de champ à deux points : (i) la loi de bilan énergétique est considérée valide globalement (pour le corps entier) ; et (ii) l'état du corps à un point matériel est décrit par les fonctionnels de réponse. Ceci signifie que nous avons besoin de la connaissance complète des variables indépendantes à tous les points du corps pour décrire l'état du corps à chaque point.

La terminologie de la théorie d'élasticité non locale doit être comprise dans ce sens. Eringen a proposé, pour la première fois, l'élasticité non locale pour expliquer l'effet de l'échelle en élasticité en supposant que l'effort à un point de référence peut être considéré comme une fonction du champ de contrainte à chaque point dans le domaine. De cette façon, la taille

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

interne a pu être considérée dans les équations constitutives simplement comme un paramètre matériel.

Dans un travail de Peddieson et al., ils ont proposé une version d'élasticité non local pour formuler une version non local de théorie de poutre d'Euler-Bernoulli. Ils ont conclu que la mécanique continue non locale pourrait potentiellement jouer un rôle utile dans l'analyse liée aux applications de la nanotechnologie [A. CemalEringen, 2002].

Avant les années 60, quelques éléments de théorie de l'élasticité étaient entrés dans la discussion des divers phénomènes physiques qui ont exigé des descriptions mathématiques sous la forme des équations différentielles et intégro-partielles. Par exemple, les équations radiatives du transfert de Chandrasekhar sont de ce type.

D'autres références historiques dans cette catégorie sont données en plusieurs articles dans la *Continuum Physics*, Vol. IV, édité par Eringen. L'approche de l'élasticité non locale dépendante au temps a été faite par Eringen et à l'élasticité micro polaire non locale par Eringen. Ces premières théories n'ont pas inclus l'aspect (i), à savoir, la nature globale des lois d'équilibre.

Cet aspect avec les équations constitutives non locales a été formulé par Eringen et Edelen. Un revu de développement de la théorie, ainsi que les références historiques des années 1976, sont contenus dans la *Continuum Physics*, Vol. IV, édité par Eringen.

II -5 Travaux de recherche effectués antérieurement :

Les nanotubes de carbone (NTC) possèdent d'excellentes caractéristiques mécaniques et, en raison de leurs propriétés exceptionnelles, notamment mécaniques, électriques et thermiques, les nanotubes ont suscité un intérêt croissant et sont considérés comme les matériaux les plus prometteurs pour les applications en nano-ingénierie (Lau et Hui 2002, Lau et al. 2004, Esawi et Farag 2007). De nombreuses applications des NTC ont été développées par les chercheurs : polymères conducteurs, dispositifs de conversion et de stockage de l'énergie, capteurs, écrans à émission de champ, remplacement du silicium dans les microcircuits, puces multi-niveaux, sondes pour la SPM (microscopie à balayage) (Esawi et Farag 2007). Pour fournir des composites structurels et multifonctionnels de haute performance pour différentes applications potentielles, les NTC qui ont un module élastique élevé, une résistance à la traction et une faible densité peuvent être employés comme constituants de renforcement à la place des fibres conventionnelles. La première étude sur les composites renforcés par des nanotubes de carbone

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

(CNTRC) fabriqués à partir de polymères renforcés par des réseaux de NTC alignés a été présentée dans le travail d'Ajayan et al. (1994), et depuis lors, de nombreux chercheurs ont porté leur attention sur l'étude des propriétés matérielles des CNTRC (Odegard et al., 2003 ; Griebel et Hamaekers, 2004 ; Mokashi et al., 2007). De plus, pour introduire l'influence thermique sur les propriétés matérielles des nanocomposites constitués de polymère et de NTC, il a été développé par Fidelus et al. (2005). En termes de macro-échelle, Hu et al. (2005) ont présenté la formulation pour déterminer les propriétés élastiques des CNTRC et la déformation élastique d'un élément de volume représentatif sous différentes conditions de chargement a été examinée dans le travail. En utilisant la dynamique moléculaire (MD), les caractéristiques élastiques des CNTRC peuvent être prédites (Han et Elliott, 2007). Zhu et al. (2007) ont examiné les courbes de contrainte-déformation des composites Epon 862 renforcés de NTC qui démontrent que les propriétés mécaniques, électriques et thermiques des matériaux composites peuvent être considérablement améliorées par l'incorporation de petites quantités de NTC dans la matrice polymère. Afin de mieux comprendre comment améliorer la dispersion et l'alignement des NTC dans une matrice polymère, Xie et al. (2005) ont présenté les méthodes existantes employées à cette fin.

Récemment, de nombreuses théories des plaques sont développées dans la littérature telles que (Yazid et al., 2018 ; Meksi et al., 2018 ; Youcef et al., 2018 ; Attia et al., 2018 ; Chikh et al., 2017 ; Kolahchi et al., 2017ab ; Abdelaziz et al., 2017 ; Hajmohammad et al., 2017 ; Sekkal et al., 2017a ; Fahsi et al., 2017 ; Hachemi et al., 2017 ; Aldousari, 2017 ; Shokravi (2017a), Kolahchi, 2017 ; Khetir et al., 2017; Bellifa et al., 2017a, b ; El-Haina et al., 2017 ; Besseghier et al., 2017 ; Zidi et al., 2017 ; Klouche et al., 2017 ; Menasria et al., 2017 ; Mouffoki et al., 2017 ; Bousahla et al., 2016 ; Houari et al., 2016 ; Kolahchi et al., 2016a ; Ebrahimi et Habibi, 2016 ; Ghorbanpour Arani et al., 2016 ; Barati et Shahverdi, 2016 ; Beldjelili et al., 2016 ; Bounouara et al., 2016 ; Boukhari et al., 2016 ; Boudierba et al., 2016 ; Ahouel et al., 2016 ; Bellifa et al., 2016 ; Belkorissat et al., 2015 ; Mahi et al., 2015 ; Ait Yahia et al., 2015 ; Attia et al., 2015 ; Taibi et al., 2015 ; Zemri et al., 2015 ; Zidi et al., 2014 ; Hebali et al., 2014 ; Ahmed, 2014 ; Boudierba et al., 2013 ; Tounsi et al., 2013). Dans les cas d'analyses 2D des structures CNTRC, les comportements de flexion et dynamiques des plaques CNTRC, ont été résolus en employant la méthode des éléments finis avec la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) (Zhu et al., 2012). Lei et al. (2013) ont analysé la résistance à la stabilité de trois différents types de plaques CNTRC ayant une répartition symétrique des CNT, en

utilisant la méthode kp-Ritz sans éléments. Shen et Zhang (2010) ont fourni les solutions pour la température de stabilité critique et la réponse thermique après flambage des plaques CNTRC à deux couches avec des CNT répartis symétriquement. La réponse dynamique non linéaire des plaques CNTRC soumises à la température a été discutée par Wang et Shen (2011). Kolahchi et al. (2017b) ont étudié la propagation des ondes des plaques sandwichs viscoélastiques encastrées renforcées de FG-CNT intégrées avec un capteur et un actionneur en se basant sur la théorie raffinée du zigzag. Zamanian et al. (2017) ont examiné les effets d'agglomération sur le comportement de flambage des colonnes de béton encastrées renforcées par des nanoparticules de SiO₂. Kolahchi et al. (2017c) ont étudié la propagation des ondes de plaques sandwichs viscoélastiques encastrées renforcées de FG-CNT intégrées avec un capteur et un actionneur en se basant sur la théorie raffinée du zigzag. Bilouei et al. (2016) ont étudié le flambement de colonnes en béton réaménagées avec du polymère renforcé par des nanofibres (NFRP). Kolahchi et al. (2016b) ont discuté de la réponse de la stabilité vibratoire des visco-plaques renforcées de NTC fonctionnellement gradées en fonction de la température et reposant sur un milieu élastomère orthotrope. Madani et al. (2016) ont présenté la méthode de cubature différentielle pour l'analyse vibratoire de coques cylindriques piézoélectriques encastrées renforcées de FG-CNT soumises à des distributions de température uniformes et non uniformes. Kolahchi et Bidgoli (2016) ont présenté un modèle de poutre sinusoïdale dépendant de la taille pour l'instabilité dynamique des nanotubes de carbone à paroi unique. Zarei et al. (2017) ont examiné la réponse sismique de tuyaux en béton de transport de fluide sous l'eau renforcés par des nanoparticules de SiO₂ et une couche de polymère renforcé de fibres (FRP). Shokravi (2017b) a présenté l'analyse vibratoire de poutres en béton renforcées par des nanoparticules de silice en tenant compte des effets d'agglomération. Arani et Kolahchi (2016) ont analysé la réponse au flambement de colonnes en béton encastrées armées de nanotubes de carbone. Shokravi (2017c) a présenté l'analyse de flambement de plaques stratifiées encastrées avec des couches composites renforcées de NTC agglomérées en utilisant FSDT et DQM. En utilisant la théorie des plaques de Reddy, Shokravi (2017d) a étudié le flambage de plaques sandwichs avec des couches renforcées de FG-CNT reposant sur un milieu élastique orthotrope. Mehar et Panda (2017a) ont présenté une analyse thermoélastique d'une plaque composite déformable en cisaillement renforcée par des FG-CNT sous différents chargements. De la même manière, Mehar et Panda (2017b) ont étudié le comportement vibratoire non linéaire thermoélastique d'une structure sandwich à gradient fonctionnel renforcée par des CNT. En utilisant la méthode de Bolotin, Kolahchi et Cheraghbak (2017) ont étudié les effets

d'agglomération sur le flambage dynamique de microplaques viscoélastiques renforcées par des SWCNT.

II.6. Les fondations élastiques :

II.6.1. Introduction :

Les fondations superficielles sont des éléments structuraux permettant la transmission des charges de la superstructure au sol, de très nombreux travaux leurs ont été consacrés depuis près d'un siècle pour établir, valider et améliorer leurs méthodes de calcul. La performance d'une fondation superficielle au cours de sa durée de vie dépend à la fois de l'action de la superstructure et de la réponse du sol. L'interdépendance du comportement mécanique des deux est appelée interaction sol-structure [Emile Youssef 1994, Emad Jahangir 2011, Mohamed El-Hebib Guellil 2010, AD. C. Pronk et Marion E. Van DenBol 1998].

La charge exercée par la superstructure engendre des déformations et une redistribution des contraintes dans le sol sous et au voisinage de la fondation. Cette redistribution des contraintes dépend de la rigidité de la fondation, des propriétés de l'interface et de la nature du sol.

La connaissance de l'état de contrainte au contact sol-fondation est nécessaire pour un dimensionnement adéquat qui prend en compte le seuil de capacité portante du sol. Dans ce qui suit, les différents cas de figures de redistribution des contraintes sous la fondation seront exposés [Emad Jahangir 2011].

A- Fondation superficielle souple :

Quand une fondation souple est soumise à un chargement uniforme et prenant appuis sur un sol, la réaction du ce dernier sur la fondation est par conséquent uniforme. La Figure II.04 montre une fondation souple sur les sols fins et granulaires. La différence du profil de tassement est due au manque de cohésion pour le cas des sols sableux.

Il est à noter que la fondation souple se déplace et se déforme avec le terrain sans modifier l'état de contrainte dans le sol.

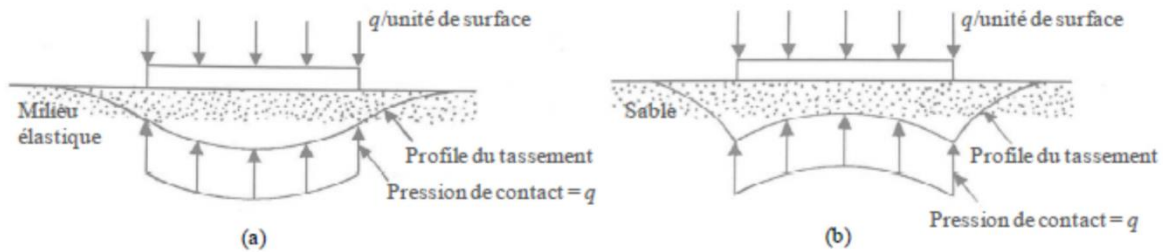


Figure II.11 : *Fondation flexible a- Matériaux élastique fins b-Matériaux granulaires* [Emad Jahangir 2011]

B- Cas d'une fondation superficielle rigide

Quand une fondation rigide est soumise à un chargement uniforme et prenant appui sur un sol, la réaction du ce dernier sur la fondation est par conséquent non-uniforme. En général, la fondation rigide ramène la contrainte vers les extrémités et la réaction est donc maximale aux extrémités.

Pour un matériau granulaire, la réaction est concentrée au milieu de la fondation à cause du manque de cohésion et par conséquent le confinement aux extrémités.

On notera que la fondation rigide résiste aux déformations du terrain et modifie l'état de contrainte de contact.

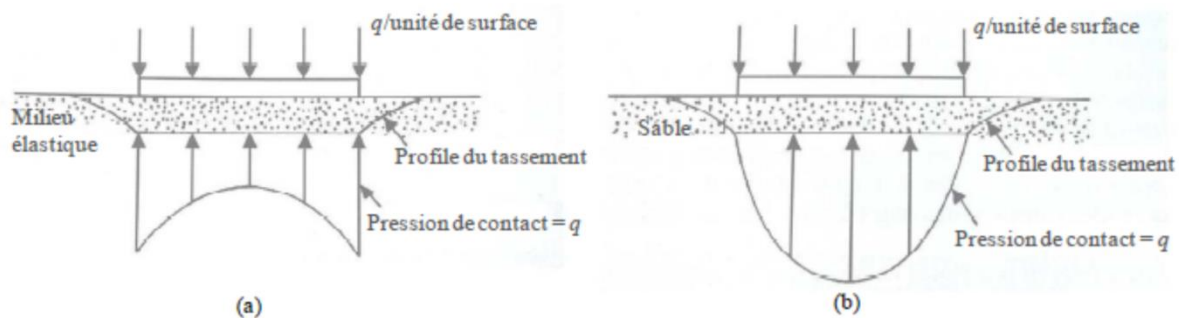


Figure II.12: *Fondation rigide a- Matériaux élastique fins b-Matériaux granulaires*[Emad Jahangir 2011]

En réalité, le comportement d'une fondation est entre les deux cas théorique. La différence de raideur entre le sol et la fondation fait intervenir des phénomènes d'interaction sol-structure. La pression du contact sera donc proportionnelle à la rigidité relative de la fondation et du terrain.

Depuis le 19^{ème} siècle, une importance particulière a été accordée à la modélisation physique du milieu sol, plusieurs modèles ont été proposés, afin de représenter l'effet de l'interaction sol-structure sous chargement statique. On citera ici les modèles proposés.

II.6.2. Modèle de Winkler :

La modélisation des propriétés physique du sol a été proposée pour la première fois par Winkler en 1867, connue pour être la plus simple, elle suppose le milieu sol comme une série de ressorts de raideur constante K_w , infiniment rapprochés, indépendants les uns des autres, linéaires et élastiques. Autrement dit, la réaction du sol q à n'importe quelle coordonnées (x, y) est proportionnelle au tassement w à la même coordonnée (x, y) et indépendante de tous autres tassements, par conséquent, tous tassements se trouvant en dehors de la surface de chargement sont supposés nuls.

Donc, on peut écrire:

$$q(x, y) = K_w \cdot w(x, y) \tag{II.12}$$

Où : K_w est le coefficient de la réaction de sol ou le module de sol

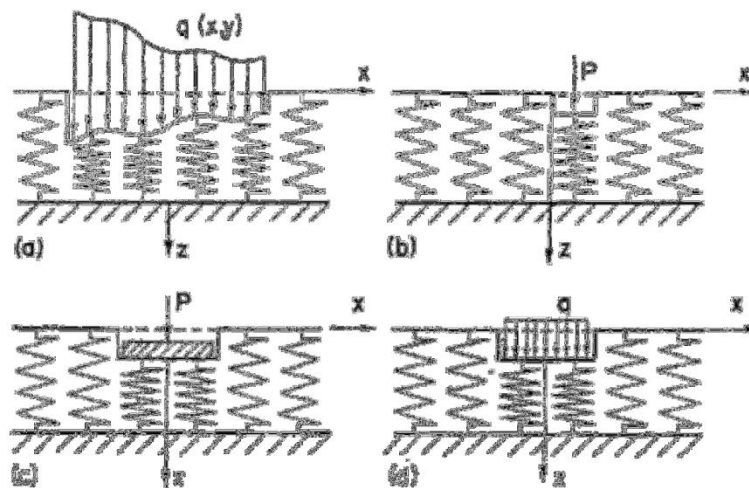


Figure II.13: Déplacement du sol d'après le modèle de Winkler

a- Charge quelconque **b-** Charge concentrée **c-** Fondation rigide **d-** Fondation flexible [Emile Youssef 1994]

II.6.3. Modèle du continuum élastique :

Contrairement au modèle de Winkler, dans le présent modèle le tassement s'étend aux zones adjacentes à la surface de chargement, le sol est modélisé comme un milieu continu, semi-infini, isotrope et élastique, caractérisé par deux paramètres, le module d'élasticité E_s et le coefficient de Poisson ν_s .

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

Les premiers travaux sont attribués à Joseph Boussinesq, qui en 1885 a étudié le problème d'un milieu semi-infini, homogène, isotrope, linéaire et élastique, soumis à une charge verticale concentrée P .

En général, l'application de la théorie du continuum élastique pour résoudre le problème de l'interaction sol-fondation est mathématique extrêmement complexe, cela a limité son adaptation dans la pratique de plus il a été constaté que les tassements réels du sol hors la zone de chargement s'atténuent avant ceux calculés. Cependant, Certaines solutions ont été proposées telles celles de Gorbunov-Pasadov en 1941-1949, Galin en 1961, Lur'e en 1964, Harr en 1966, Popov en 1971, ...etc.

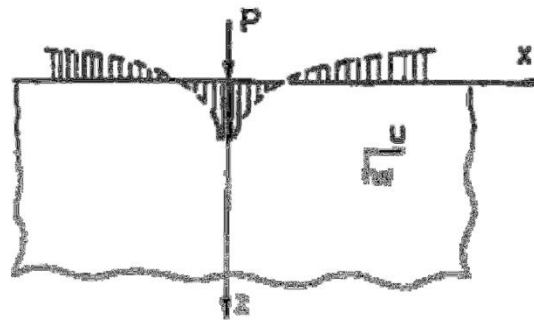


Figure II.14: Tassement du sol dû à une charge concentrée pour le modèle de continuum élastique
[Emile Youssef 1994]

II.6.4. Modèles bi-paramétriques:

Ce nouveau modèle est la conséquence d'une modélisation simple mais grossière du milieu sol par Winkler et d'une complexité mathématique handicapante du modèle du continuum élastique, ce troisième modèle est défini par deux constantes élastiques indépendantes. On distingue deux approches de modèles bi-paramétriques.

La première approche reprend le modèle de Winkler en éliminant son comportement discontinu par l'introduction d'une interaction mécanique entre les ressorts. Ces modèles physiques de comportement du sol ont été proposés par Filonenko-Borodich en 1940- 1945, Hetenyi en 1946 et Pasternak en 1954 où l'interaction entre les ressorts est assurée respectivement par des membranes élastiques, poutres élastiques ou couches élastiques capables d'avoir des déformations tangentielles.

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

La seconde approche reprend le modèle du continuum élastique en introduisant des contraintes ou des hypothèses simplificatrices par rapport à la distribution des déplacements et des contraintes, Ces modèles physiques de comportement du sol ont été proposés par Reissner en 1958, Vlazov et Leontiev en 1949-1966.

II.6.5. Modèle du Filonenko-Borodich :

Le modèle proposé par Filonenko-Borodich en 1940-1945 assure la connectivité entre les ressorts du modèle de Winkler en les reliant à une membrane élastique fine sous une tension constante T_s . Cette membrane est attachée aux extrémités supérieures des ressorts. L'expression de la réaction du sol q reliée au tassement w est exprimée comme suit :

$$q(x, y) = K_w \cdot w(x, y) - T_s \cdot \nabla^2 w(x, y) \quad (\text{II.13})$$

Avec :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (\text{II.14})$$

Dans le cas d'un problème en une dimension, on peut écrire [Emad Jahangir 2011]:

$$q(x) = K_w \cdot w(x) - T_s \cdot \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \quad (\text{II.15})$$

Les deux constantes élastiques du modèle sont le coefficient de réaction K_w et la tension T_s .

La figure suivante montre des exemples de profils du tassement dans le cas d'une charge concentrée et d'une charge uniformément répartie sur fondation rigide et fondation flexible.

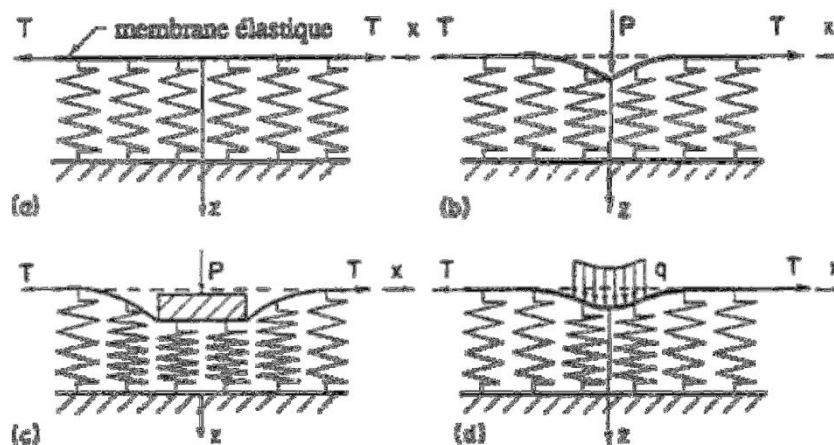


Figure II.15: Modèle de Filonenko-Borodich [Emile Youssef 1994]

II.6.6. Modèle d'Hetenyi :

Dans le modèle proposé par Hetenyi en 1946, la connectivité entre les ressorts indépendants du modèle de Winkler se fait dans le cas tridimensionnel par l'intermédiaire d'une plaque élastique et dans le cas bidimensionnel par une poutre élastique.

Les deux constantes élastiques du modèle sont le coefficient de réaction K_w et la rigidité à la flexion D de la plaque. L'expression de la réaction du sol q reliée au tassement w est exprimée comme suit:

$$q(x, y) = K_w \cdot w(x, y) - D \cdot \nabla^4 w(x, y) \quad (\text{II.16})$$

Avec:

$$D = \frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu_p^2)} ; \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (\text{II.17})$$

Dans le cas d'un problème à deux dimensions, on peut écrire [Emad Jahangir 2011]:

$$q(x) = K_w \cdot w(x) - \frac{E_p h_p^3}{12} \cdot \frac{d^4 w(x)}{dx^4} \quad (\text{II.18})$$

Avec :

E_p Module d'élasticité de la plaque ou de la poutre.

h_p Hauteur de la plaque ou de la poutre.

ν_p Coefficient de Poisson du matériau constituant la plaque ou la poutre.

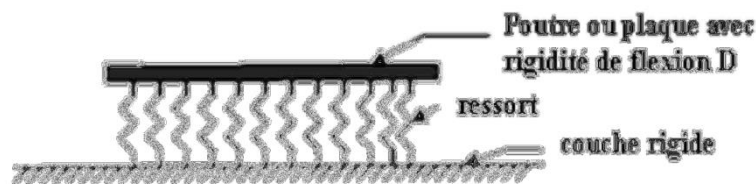


Figure II.16: Modèle de d'Hetenyi [Mohamed El-Hebib Guellil 2010]

II.6.7. Modèle de Pasternak :

Tous les modèles proposés ci-dessus stipulés l'inexistence d'une résistance au cisaillement du sol, comme si le milieu sol est simulé à un liquide, or, il admet que le sol présente une résistance au cisaillement.

Le modèle proposé par Pasternak en 1954, suppose en plus d'une rigidité, l'existence d'une interaction de cisaillement entre les ressorts. Cela est possible en reliant les ressorts à une couche d'éléments verticaux incompressibles qui peuvent subir uniquement des déformations tangentielles.

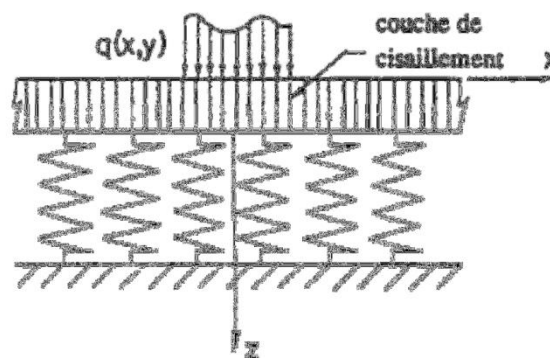


Figure II.17: *Modèle de Pasternak* [Emile Youssef 1994]

En supposant que la couche de cisaillement est isotrope dans le plan (x, y) avec un module de cisaillement $G_x = G_y = K_g$ [Emad Jahangir 2011], on peut écrire:

$$\tau_{xz} = K_g \cdot \gamma_{xz} = K_g \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad \tau_{yz} = K_g \cdot \gamma_{yz} = K_g \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{II.19})$$

L'effort tranchant total par unité de longueur de la couche de cisaillement est :

$$T_x = \int_0^1 \tau_{xz} \cdot dz = K_g \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad T_y = \int_0^1 \tau_{yz} \cdot dz = K_g \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{II.20})$$

Pour l'équilibre des forces dans la direction de z :

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + q - K_w w = 0 \quad (\text{II.21})$$

En intégrant on aura l'expression de la réaction du sol q reliée au tassement w comme suit:

$$q(x,y) = K_w \cdot w(x,y) - K_g \cdot \nabla^2 w(x,y) \quad (\text{II.22})$$

Chapitre II : LES THEORIES DES PLAQUES

Les deux constantes élastiques du modèle de Pasternak sont le coefficient de réaction K_w et le module de cisaillement K_g .

On remarque, qu'il suffit juste de substituer K_g par T_s dans l'équation, pour avoir l'expression proposée par Filonenko-Borodich, physiquement cela veut dire que les tassements ont un profil identique pour les deux modèles. D'autre part, lorsque les trois constantes T_s , D et K_g s'annulent, les équations II.13, II.16 et II.22 se réduisent à celle de Winkler.

II.6.8. Modèle de Kerr :

Proposé en 1964, Kerr a introduit une couche de cisaillement au modèle de Winkler et a supposé que les constantes de ressort au-dessus et au-dessous de cette couche sont différentes. La Fig. II.18 montre la représentation physique de ce modèle mécanique. L'équation de ce modèle peut être exprimée comme suit :

$$\left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right)P = \frac{G}{k_1} \cdot \nabla^2 \cdot P + k_2 \cdot w(x, y) - G \cdot \nabla^2 w(x, y) \quad (\text{II.23})$$

Où : k_1 la constante de ressort de la première couche

k_2 la constante de ressort de la deuxième couche

w la déflexion de la première couche

G le module de cisaillement de la couche introduite.

P la charge appliquée

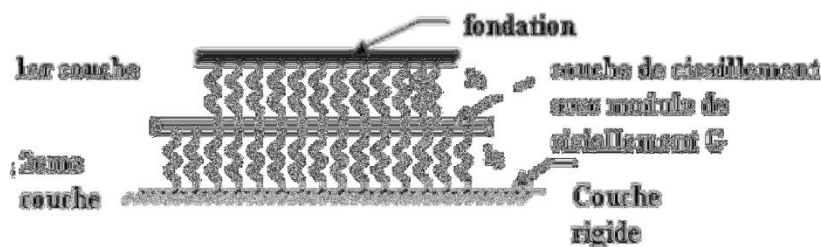


Figure II.18: Modèle de kerr [Mohamed El-Hebib Guellil 2010]

II.6.9. Modèle de Reissner :

En partant du modèle du continuum élastique, Reissner en 1958 a proposé un autre modèle bi-paramétrique, où il a introduit des hypothèses supplémentaires sur les déplacements et les contraintes, afin de simplifier la résolution des équations de base d'un milieu continu isotrope élastique et linéaire.

Les contraintes normales et tangentielles appliquées sur les faces d'un élément du sol sont supposées négligeables, la couche du sol d'épaisseur H , repose sur un substratum rigide, les déplacements u , v et w , respectivement dans les directions x , y et z , sont définis de la façon suivante:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \tau_{xy} = 0$$

$$u = v = w = 0 \quad \text{au substratum rigide (z=H)}$$

$$u = v = 0 \quad \text{à la surface du sol (z=0)}$$

L'expression de la réaction du sol q reliée au tassement w est donnée comme suit:

$$c_1 w - c_2 \nabla^2 w = q - \frac{c_2}{4c_1} \nabla^2 q \quad (\text{II.24})$$

Où c_1 et c_2 sont les deux constantes du modèle définies par :

$$c_1 = \frac{E_s}{H} \quad c_2 = \frac{HG_s}{3} \quad (\text{II.25})$$

Avec :

E_s module d'Young du sol

G_s module de cisaillement du sol

H épaisseur de la couche de sol

II.6. Conclusion

Le présent chapitre est dédié à l'acquisition des connaissances théoriques nécessaires pour étudier notre problématique. Dans un premier temps, nous avons présenté quelques notions générales concernant les nanocomposites, un aperçu sur la théorie des plaques ainsi que les modèles analytiques des plaques en nanocomposite à savoir la théorie classique des plaques (CPT), la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) et la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT) qui servent à analyser et modéliser le comportement des plaques en nanocomposite sous différent chargement.

Enfin nous avons présenté différents types d'approches non-locales et une synthèse bibliographique sur l'interaction sol-fondation. Parmi celles-ci, la théorie non locale intégrale de l'élasticité est intéressante par le fait qu'elle ne nécessite pas l'introduction de conditions aux limites non conventionnelles pour la résolution d'un problème concret. Contrairement à l'élasticité classique, où la contrainte en un point dépend uniquement de la déformation au même point (loi de Hooke), le modèle de comportement non-local relie la contrainte en un point aux déformations dans l'ensemble du solide.

Chapitre III

ANALYSE DES MODELES DES PLAQUES NANO-COMPOSITES

ANALYSE DES MODELES DES PLAQUES NANO-COMPOSITES

III.1. Introduction

Ce chapitre examine la réponse en vibration et en flexion de plaques composites renforcées de nanotubes de carbone reposant sur la fondation élastique de Pasternak. Quatre types de distributions de nanotubes de carbone à paroi unique alignés uni-axialement sont considérés pour renforcer les plaques. Les solutions analytiques déterminées à partir de la formulation mathématique basée sur la théorie des plaques à déformation par cisaillement hyperbolique sont présentées dans cette étude. La précision de la théorie proposée est validée numériquement en comparant les résultats obtenus avec ceux disponibles dans la littérature. Divers paramètres considérables de la fraction volumique des nanotubes de carbone, des facteurs constants de ressort, de l'épaisseur de la plaque et des rapports d'aspect, etc. sont pris en compte dans la présente étude. Selon les exemples numériques, il est révélé que le déplacement vertical des plaques diminue avec l'augmentation des paramètres de fondation, tandis que la fréquence naturelle augmente avec l'augmentation des paramètres pour chaque type de plaque.

Dans ce travail, les plaques CNTRC supportées par la fondation élastique de Pasternak sont examinées. Le modèle généralisé de plaque à déformation par cisaillement est utilisé pour obtenir les équations de mouvement. Diverses solutions précises des déplacements verticaux, des contraintes et des fréquences naturelles de ces plaques sont illustrées et discutées en fonction de plusieurs aspects importants tels que l'épaisseur et les rapports d'aspect de la plaque, les facteurs de constante de ressort, la fraction volumique des CNT et les types de plaques.

III.2. Plaques CNTRC

Dans ce travail, une plaque CNTRC a des dimensions ($a \times b \times h$) telles que " a " la longueur, " b " la largeur et " h " l'épaisseur. La plaque repose sur une fondation élastique, comprenant des ressorts de Winkler et une couche de cisaillement, comme illustré à la figure III.1. Les types de distributions de nanotubes de carbone à travers l'épaisseur pour renforcer la plaque CNTRC sont supposés (plaque UD, plaque O, plaque X et plaque V). Dans la figure III.1, il convient de noter que la distribution symétrique des SWCNT est pour la plaque O et la plaque X, d'autre part la distribution uniforme des SWCNT est pour la plaque UD, et la distribution

Chapitre III : ANALYSE DES MODELES DES PLAQUES NANO-COMPOSITES

de la plaque V a une distribution variable dans la direction de l'épaisseur. Puisque, la plaque est supposée être constituée d'un mélange de SWCNT avec une distribution graduelle à travers l'épaisseur et une matrice isotrope. En utilisant une règle de mélange, nous déterminons les propriétés matérielles effectives du CNTRC. Le module d'Young et le module de cisaillement effectifs peuvent être exprimés comme suit (Shen 2009) :

$$E_{11} = \eta_1 V_{cnt} E_{11}^{cnt} + V_p E^P \quad (III-1a)$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{cnt}}{E_{22}^{cnt}} + \frac{V_p}{E^P} \quad (III-1b)$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{cnt}}{G_{12}^{cnt}} + \frac{V_p}{G^P} \quad (III-1c)$$

Où (E_{11}, E_{22}) , $(E_{11}^{cnt}, E_{22}^{cnt})$, et (E^P) sont le module de Young du composite, du nanotube de carbone et du polymère, respectivement. (G_{12}) est le module de cisaillement du composite et $\eta_j (j=1,2,3)$ est le paramètre d'efficacité des CNT. V_{cnt} et V_p indiquent la fraction volumique des CNT et du polymère, respectivement. Avec $(V_{cnt} + V_p = 1)$.

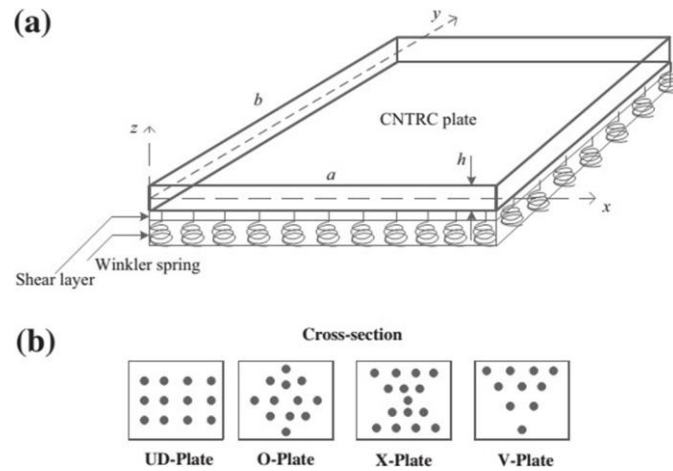


Figure. III.1 : (a) Géométrie d'une plaque CNTRC reposant sur la fondation élastique de Pasternak.

(b) Sections transversales avec différents motifs de renforcement par nanotubes de carbone.

Le coefficient de Poisson et la densité de masse peuvent être écrits comme suit :

$$\nu_{12} = V_{cnt} \nu_{12}^{cnt} + V_p \nu^P ; \rho = V_{cnt} \rho^{cnt} + V_p \rho^P \quad (III-2)$$

Les modèles mathématiques des quatre motifs de renforcement sur l'épaisseur de la plaque (UD, O, X et V) décrivant la distribution des matériaux peuvent être exprimés par les équations (III-3a à III-3d) :

$$\text{Plaque - UD} : V_{cnt} = V_{cnt}^* \quad (\text{III-3a})$$

$$\text{Plaque - O} : V_{cnt} = 2\left(1 - 2\frac{|z|}{h}\right)V_{cnt}^* \quad (\text{III-3b})$$

$$\text{Plaque - X} : V_{cnt} = 4\frac{|z|}{h}V_{cnt}^* \quad (\text{III-3c})$$

$$\text{Plaque - V} : V_{cnt} = \left(1 + \frac{2z}{h}\right)V_{cnt}^* \quad (\text{III-3d})$$

Avec

$$V_{cnt}^* = \frac{W_{cnt}}{W_{cnt} + \left(\rho^{cnt} / \rho^m\right)(1 - W_{cnt})} \quad (\text{III-4})$$

Où V_{cnt}^* représente la fraction de masse des CNTs.

Les paramètres d'efficacité des nanotubes de carbone (η_j) utilisés dans ces travaux sont $\eta_1 = 0.149$ et $\eta_2 = \eta_3 = 0.934$ pour le cas de $V_{cnt}^* = 0.11$; $\eta_1 = 0.150$ et $\eta_2 = \eta_3 = 0.941$ pour le cas de $V_{cnt}^* = 0.14$; $\eta_1 = 0.149$ et $\eta_2 = \eta_3 = 1.381$ pour le cas de $V_{cnt}^* = 0.17$ (Zhu et al., 2012; Wattanasakulpong and Chaikittiratana, 2015).

III.3. Champ de déplacement et déformations des plaques CNTRC

Si l'on considère une plaque CNTRC épaisse, la théorie hyperbolique de la déformation en cisaillement des plaques a été utilisée pour rendre compte du champ de déplacement (u, v, w) dans le domaine de la plaque. Le champ de déplacement peut être écrit comme suit :

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - zw_{0x} + \psi(z)\varphi_x \quad (\text{III-5a})$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - zw_{0y} + \psi(z)\varphi_y \quad (\text{III-5b})$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y) \quad (\text{III-5c})$$

Où u_0, v_0, w_0 sont les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque suivant les directions x, y et z , respectivement. φ_x, φ_y sont les rotations totale de courbure de la section transversale suivant les directions x et y , respectivement.

$$\psi(z) = \frac{1}{2}h \tanh\left(\frac{2z}{h}\right) - \frac{4}{3} \frac{z^3}{h^2 \cosh(1)^2} \quad (\text{III-6})$$

Où $\psi(z)$ est la fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse).

Chapitre III : ANALYSE DES MODELES DES PLAQUES NANO-COMPOSITES

Dans cette étude, la fonction de forme dans l'équation (III-6) est exprimée par une fonction hyperbolique et assure une distribution précise de la déformation de cisaillement à travers l'épaisseur de la plaque CNTRC et permet aux contraintes de cisaillement transversales de varier comme une parabole à travers l'épaisseur en satisfaisant les conditions de surface sans contrainte de cisaillement sans utiliser de facteurs de correction de cisaillement. En effet, il convient de mentionner que contrairement à la première théorie de déformation en cisaillement (FSDT), la théorie proposée ne nécessite pas de facteurs de correction de cisaillement.

Les composantes de déformation associées au champ de déplacement basé sur le HSDT dans l'équation (III-5) peuvent être obtenues comme suit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \psi(z) \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \quad (\text{III-7a})$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \psi(z) \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \quad (\text{III-7b})$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \psi(z) \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \quad (\text{III-7c})$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \varphi_x; \gamma_{yz} = \frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \varphi_y \quad (\text{III-7d})$$

L'expression des relations constitutives peut être écrite sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}; \begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (\text{III-8})$$

Où, les coefficients de rigidité peuvent être exprimés comme :

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (\text{III-9})$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad Q_{55} = G_{13} \quad Q_{44} = G_{23}$$

Dans cette recherche, les équations de mouvement ou les équations gouvernantes de la plaque CNTRC reposant sur la fondation élastique sont obtenues en appliquant le principe de Hamilton et peuvent être écrites comme (Ait Amar Meziane et al., 2014 ; Al-Basyouni et al., 2015):

$$\int_t (\delta U_s + \delta U_f + \delta V - \delta K) dt = 0 \quad (\text{III-10})$$

Chapitre III : ANALYSE DES MODELES DES PLAQUES NANO-COMPOSITES

Où $(\delta U_s, \delta U_f, \delta V$ et $\delta K)$ sont les variations de l'énergie de déformation, de l'énergie potentielle de la fondation élastique, du travail virtuel effectué par les forces externes et de l'énergie cinétique, respectivement. t est le temps.

La variation de l'énergie de déformation peut être écrite comme suit :

$$\delta U_s = \int_{-h/2}^{h/2} \int_A (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \delta \varepsilon_{yy} + \sigma_{xy} \delta \gamma_{xy} + \sigma_{yz} \delta \gamma_{yz} + \sigma_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dz \quad (III-11)$$

En substituant l'équation (III-7) dans l'équation (III-11). L'équation (III-11) devient :

$$\delta U_s = \int_A \left(N_{xx} \delta u_{0,x} - M_{xx} \delta w_{0,xx} + P_{xx} \delta \phi_{x,x} + N_{yy} \delta v_{0,y} - M_{yy} \delta w_{0,yy} - P_{yy} \delta \phi_{y,y} \right. \\ \left. - N_{xy} (\delta u_{0,y} - \delta v_{0,x}) - 2M_{xy} \delta w_{0,xy} + P_{xy} (\delta \phi_{x,y} + \delta \phi_{y,x}) + R_{yz} \delta \phi_y + R_{xz} \delta \phi_x \right) dx dy \quad (III-11a)$$

Où, les forces et les moments résultants dans le plan sont définis comme suit :

$$(N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) dz \quad (III-12a)$$

$$(M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} z (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) dz \quad (III-12b)$$

$$(P_{xx}, P_{yy}, P_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} \psi(z) (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) dz \quad (III-12c)$$

$$R_{yz} = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \sigma_{yz} dz \quad R_{xz} = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \sigma_{xz} dz \quad (III-12d)$$

En substituant l'équation (III-8) dans l'équation (III-12), les contraintes résultantes deviennent:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(\psi)} \\ \varepsilon_{yy}^{(\psi)} \\ \varepsilon_{xy}^{(\psi)} \end{Bmatrix} \quad (III-13a)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & E_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(\psi)} \\ \varepsilon_{yy}^{(\psi)} \\ \varepsilon_{xy}^{(\psi)} \end{Bmatrix} \quad (III-13b)$$

$$\begin{Bmatrix} P_{xx} \\ P_{yy} \\ P_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & E_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 \\ F_{12} & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(\psi)} \\ \varepsilon_{yy}^{(\psi)} \\ \varepsilon_{xy}^{(\psi)} \end{Bmatrix} \quad (III-13c)$$

$$\begin{Bmatrix} R_{yz} \\ R_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{44} & 0 \\ 0 & H_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix}, \quad (III-13d)$$

Où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(\psi)} \\ \varepsilon_{yy}^{(\psi)} \\ \varepsilon_{xy}^{(\psi)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_y \\ \varphi_x \end{Bmatrix} \quad (\text{III-14})$$

Les termes $(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, C_{ij}, E_{ij}, F_{ij}, H_{ij})$ sont les composantes de la rigidité du matériau qui peuvent être obtenues à partir des équations suivantes :

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} [1, z, z^2] dz \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (\text{III-15a})$$

$$(C_{ij}, E_{ij}, F_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \psi(z) Q_{ij} [1, z, \psi(z)] dz \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (\text{III-15b})$$

$$H_{44} = \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \right)^2 Q_{44} dz, H_{55} = \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \right)^2 Q_{55} dz \quad (\text{III-15c})$$

La première variation de l'énergie de déformation supplémentaire induite par la fondation élastique peut être exprimée comme suit :

$$\delta U_f = \int_A K_w w_0 \delta w_0 + K_s \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} \right) dx dy, \quad (\text{III-16})$$

Avec

$$K_w = \frac{k_w D_0}{a^4}; \quad K_s = \frac{k_s D_0}{a^2}; \quad D_0 = \frac{E^p h^3}{12 [1 - (\nu^p)^2]} \quad (\text{III-17})$$

Où K_w est la constante de Winkler, K_s est la constante de ressort de la couche de cisaillement et (k_w, k_s) sont les facteurs de ressort correspondants qui sont les paramètres donnés.

La variation du travail virtuel effectué par ces charges de flexion externes q peut être exprimée sous la forme suivante :

$$\delta V = - \int_A q \delta w_0 dx dy \quad (\text{III-18})$$

La variation de l'énergie cinétique virtuelle de la plaque peut être écrite comme suit:

$$\delta K = \int_V \rho(z) (\dot{u}\delta\dot{u} + \dot{v}\delta\dot{v} + \dot{w}\delta\dot{w}) dx dy dz \quad (\text{III-19})$$

$$\begin{aligned} \delta K = \int_A \left\{ I_0 (\dot{u}\delta\dot{u} + \dot{v}\delta\dot{v} + \dot{w}\delta\dot{w}) + I_1 \left(\frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \delta\dot{u}_0 + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \delta\dot{v}_0 + \dot{u}_0 \frac{\partial \delta\dot{w}_0}{\partial x} + \dot{v}_0 \frac{\partial \delta\dot{w}_0}{\partial y} \right) \right. \\ \left. + I_2 \left(\frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \frac{\partial \delta\dot{w}_0}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \frac{\partial \delta\dot{w}_0}{\partial y} \right) + I_3 (\dot{\phi}_x \delta\dot{u}_0 + \dot{u}_0 \delta\dot{\phi}_x + \dot{\phi}_y \delta\dot{v}_0 + \dot{v}_0 \delta\dot{\phi}_y) \right. \\ \left. + I_4 \left(\dot{\phi}_x \frac{\partial \delta\dot{w}_0}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \delta\dot{\phi}_x + \dot{\phi}_y \frac{\partial \delta\dot{w}_0}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \delta\dot{\phi}_y \right) + I_5 (\dot{\phi}_x \delta\dot{\phi}_x + \dot{\phi}_y \delta\dot{\phi}_y) \right\} dx dy \end{aligned} \quad (\text{III-20})$$

Avec

$$(I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2, \psi(z), z\psi(z), \psi^2(z)) \rho(z) dz \quad (\text{III-20a})$$

Où $(I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5)$ sont les inerties de masse et $\rho(z)$ est la densité de masse donnée dans l'équation (III-2).

Sur la base de la théorie de la déformation de cisaillement hyperbolique de la plaque CNTRC reposant sur une fondation élastique, l'équation du mouvement peut être obtenue en substituant les variations de l'énergie de déformation (δU_s), de l'énergie potentielle de la fondation élastique (δU_f), de l'énergie cinétique (δK) et du travail effectué par les forces externes (δV) des équations (III-11), (III-16), (III-18) et (III-19) dans l'équation (III-10) et après intégration par partie et collecte des coefficients de $(\delta\dot{u}_0, \delta\dot{v}_0, \delta\dot{w}_0, \delta\dot{\phi}_x$ et $\delta\dot{\phi}_y)$, les équations du mouvement peuvent être obtenues comme suit :

$$\delta u_0 : \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \ddot{u}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} + I_3 \ddot{\phi}_x \quad (\text{III-21a})$$

$$\delta v_0 : \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = I_0 \ddot{v}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} + I_3 \ddot{\phi}_y \quad (\text{III-21b})$$

$$\begin{aligned} \delta w_0 : \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} - K_w w_0 + K_s \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + q = I_0 \ddot{w}_0 \\ + I_1 \left(\frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \right) - I_2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial y^2} \right) + I_4 \left(\frac{\partial \ddot{\phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{\phi}_y}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (\text{III-21c})$$

$$\delta \phi_x : \frac{\partial P_{xx}}{\partial y} + \frac{\partial P_{xy}}{\partial x} - R_{yz} = I_3 \ddot{u}_0 - I_4 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} + I_5 \ddot{\phi}_x \quad (\text{III-21d})$$

$$\delta\varphi_y : \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial P_{xy}}{\partial x} - R_{yz} = I_3 \ddot{v}_0 - I_4 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} + I_5 \ddot{\phi}_y \quad (\text{III-21e})$$

III.4. Méthode de résolution des problèmes de flexion et de vibration :

Considérons une plaque simplement appuyée sur tous ses bords et placée sur une fondation élastique de Pasternak. La solution en forme fermée pour les problèmes de flexion et de vibration peut être obtenue en appliquant la procédure de Navier, et peut être écrite comme suit :

$$u_0(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} U_{MN} e^{i\omega t} \cos \alpha x \sin \xi y \quad (\text{III-22a})$$

$$v_0(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} V_{MN} e^{i\omega t} \sin \alpha x \cos \xi y \quad (\text{III-22b})$$

$$w_0(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} W_{MN} e^{i\omega t} \sin \alpha x \sin \xi y \quad (\text{III-22c})$$

$$\varphi_x(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} \Theta_{xMN} e^{i\omega t} \cos \alpha x \sin \xi y \quad (\text{III-22d})$$

$$\varphi_y(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} \Theta_{yMN} e^{i\omega t} \sin \alpha x \cos \xi y \quad (\text{III-22e})$$

Avec

$$\alpha = \frac{M\pi}{a}; \xi = \frac{N\pi}{b}; i = \sqrt{-1} \quad (\text{III-23})$$

Où $U_{MN}, V_{MN}, W_{MN}, \Theta_{xMN}$ et Θ_{yMN} sont des paramètres arbitraires et ω est la fréquence de la vibration libre.

La charge transversale (q) peut être donnée comme suit :

$$q(x, y) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} Q_{MN} \sin \alpha x \sin \xi y \quad (\text{III-24})$$

Où

$$Q_{MN} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin \alpha x \sin \xi y dx dy \quad (\text{III-25})$$

Chapitre III : ANALYSE DES MODELES DES PLAQUES NANO-COMPOSITES

Dans cette recherche, deux formes de distribution de la charge sont utilisées (uniforme et sinusoïdale) et peuvent être exprimées par :

$$Q_{MN} = \begin{cases} q_0 (M = N = 1) & \text{pour charges sinusoïdales } q_0 \\ \frac{16q_0}{MN\pi^2} (M = N = 1, 3, 5 \dots) & \text{pour charges uniformes } q_0 \end{cases} \quad (\text{III-26})$$

En substituant les équations (III-13) et (III-22) à l'équation (III-21), les solutions en forme fermée peuvent être présentées sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{MN} \\ V_{MN} \\ W_{MN} \\ \Theta_{xMN} \\ \Theta_{yMN} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ Q_{MN} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{III-27})$$

Avec:

$$\begin{aligned} s_{11} &= -A_{11}\alpha^2 - A_{66}\xi^2; s_{12} = -A_{12}\alpha \xi - A_{66}\alpha\xi; s_{13} = B_{11}\alpha^3 + B_{12}\alpha\xi^2 + 2B_{66}\alpha\xi^2; \\ s_{14} &= -C_{11}\alpha^2 - C_{66}\xi^2; s_{15} = -C_{12}\alpha \xi - C_{66}\alpha\xi; s_{21} = -A_{11}\alpha\xi - A_{66}\alpha\xi; \\ s_{22} &= -A_{22}\xi^2 - A_{66}\alpha^2; s_{23} = B_{12}\alpha^2\xi + B_{22}\xi^3 + 2B_{66}\alpha^2\xi; s_{24} = -C_{12}\alpha \xi - C_{66}\alpha\xi; \\ s_{25} &= -C_{22}\xi^2 - C_{66}\alpha^2; s_{31} = B_{11}\alpha^3 + B_{12}\alpha\xi^2 + 2B_{66}\alpha \xi^2; s_{32} = B_{12}\alpha^2\xi + B_{22}\xi^3 + 2B_{66}\alpha^2\xi; \\ s_{33} &= -D_{11}\alpha^4 - 2D_{12}\alpha^2\xi^2 - D_{22}\xi^4 - 4D_{66}\alpha^2\xi^2 - K_w - K_g(\alpha^2 + \xi^2); \\ s_{34} &= E_{11}\alpha^3 + E_{12}\alpha\xi^2 + 2E_{66}\alpha\xi^2; s_{35} = E_{12}\alpha^2\xi + E_{22}\xi^3 + 2E_{66}\alpha^2\xi; \\ s_{41} &= -C_{11}\alpha^2 - C_{66}\xi^2; s_{42} = -C_{12}\alpha \xi - C_{66}\alpha\xi; s_{43} = E_{11}\alpha^3 + E_{12}\alpha\xi^2 + 2E_{66}\alpha\xi^2; \\ s_{44} &= -F_{11}\alpha^2 - F_{66}\xi^2 - H_{55}; s_{45} = -F_{12}\alpha \xi + F_{66}\alpha\xi; s_{51} = -C_{12}\alpha \xi - C_{66}\alpha\xi; \\ s_{25} &= -C_{22}\xi^2 - C_{66}\alpha^2; s_{53} = E_{12}\alpha^2\xi + E_{22}\xi^3 + 2E_{66}\alpha \xi^2; s_{32} = B_{12}\alpha^2\xi + B_{22}\xi^3 + 2E_{66}\alpha^2\xi; \\ s_{54} &= -F_{12}\alpha \xi - F_{66}\alpha\xi; s_{55} = -F_{22}\xi^2 - F_{66}\alpha^2 - H_{44} \end{aligned} \quad (\text{III-28})$$

Et

$$\begin{aligned} m_{11} &= -I_0; & m_{12} &= 0; & m_{13} &= I_1\alpha; & m_{14} &= -I_3; & m_{15} &= 0; \\ m_{21} &= 0; & m_{22} &= -I_0; & m_{23} &= I_1\xi; & m_{24} &= 0; & m_{25} &= -I_3; \\ m_{31} &= I_1\alpha; & m_{32} &= I_1\xi; & m_{33} &= -I_0 - I_2(\alpha^2 + \xi^2); & m_{34} &= I_4\alpha; & m_{35} &= I_4\xi; \end{aligned} \quad (\text{III-29})$$

Chapitre III : ANALYSE DES MODELES DES PLAQUES NANO-COMPOSITES

$$m_{41} = -I_3; \quad m_{42} = 0; \quad m_{43} = I_4\alpha; \quad m_{44} = -I_5; \quad m_{45} = 0;$$

$$m_{51} = 0; \quad m_{52} = -I_3; \quad m_{53} = I_4\xi; \quad m_{54} = 0; \quad m_{55} = -I_5$$

Les formes adimensionnelles suivantes sont utilisées dans les présents résultats numériques :

Pour la flexion :

$$\bar{w} = \frac{10^3 D_0 w}{a^4 q_0} \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right); \quad \bar{u} = \frac{10^3 D_0 u}{a^4 q_0} \left(0, \frac{b}{2}, -\frac{h}{2} \right); \quad \bar{v} = \frac{10^3 D_0 v}{a^4 q_0} \left(\frac{a}{2}, 0, -\frac{h}{2} \right) \quad (\text{III-30a})$$

$$\bar{\sigma}_{xx} = -\frac{h^2 \sigma_{xx}}{a^2 q_0} \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, -\frac{h}{2} \right); \quad \bar{\sigma}_{yy} = -\frac{h^2 \sigma_{yy}}{a^2 q_0} \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, -\frac{h}{2} \right); \quad (\text{III-30b})$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = \frac{h^2 \sigma_{xy}}{a^2 q_0} \left(0, 0, -\frac{h}{2} \right); \quad \bar{\sigma}_{xz} = -\frac{h^2 \sigma_{xz}}{a^2 q_0} \left(0, \frac{b}{2}, -\frac{h}{2} \right) \quad (\text{III-30c})$$

Où

$$D_0 = \frac{E^p h^3}{12[1 - (\nu^p)^2]} \quad (\text{III-31})$$

Pour les vibrations :

$$\bar{\omega} = \omega h \sqrt{\rho^p / E^p} \quad (\text{III-32})$$

III.5. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons proposé une solution générale du comportement en flexion, et en vibration des plaques CNTRC basées sur une fondation élastique de type Winkler-Pasternak, en proposant une nouvelle théorie de déformation de cisaillement hyperbolique, la formulation proposée est basée sur le principe d'Hamilton. Elle n'exige pas de facteur de correction de cisaillement et donne une description parabolique de la contrainte de cisaillement transverse à travers l'épaisseur tout en respectant la condition de la contrainte de cisaillement nulle sur les deux bords supérieur et inférieur de la plaque.

Chapitre IV

RESULTATS ET DISCUSSION

RESULTATS ET DISCUSSION

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre, la précision de la théorie actuelle de la plaque de déformation en cisaillement hyperbolique est évaluée. Deux types de comportement de la plaque (flexion et vibration libre) seront étudiés. À cette fin, le polymère est utilisé comme matrice et les SWCNT en Armchair (10.10) sont choisis comme matériau pour renforcer la matrice polymère dans la plaque CNTRC. Selon l'étude de Zhu et al. (2012) et Wattanasakulpong et Chaikittiratana (2015), les propriétés des matériaux sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Polymer : } \nu^P = 0.34, \rho^P = 1150 \text{ kg/m}^3, E^P = 2.1 \text{ GPa} \\ \text{SWCNT : } \nu_{12}^{cnt} = 0.175, \rho^{cnt} = 1400 \text{ kg/m}^3, E_{12}^{cnt} = 5.6466 \text{ TPa}, E_{22}^{cnt} = 7.0800 \text{ TPa}, \\ \quad G_{12}^{cnt} = G_{12}^{cnt} = G_{12}^{cnt} = 1.9445 \text{ TPa} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(IV-1)} \\ \text{(IV-2)} \end{array}$$

Dans ce qui suit, plusieurs exemples de flexion et de vibration libre des plaques CNTRC seront présentés. Les résultats de ce modèle sont comparés à ceux de Zhu et al. (2012) basés sur la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT), Wattanasakulpong et Chaikittiratana (2015) basés sur la théorie de déformation en cisaillement du troisième ordre (TSDT) et la théorie de déformation en cisaillement sinusoïdale (SSDT).

IV.2. Discussion des résultats du modèle:

Le tableau IV.1 présente les comparaisons de la flèche adimensionnelle (w^*) de la plaque carrée CNTRC sans fondation élastique sous une charge uniforme transversale ($q_0 = -1.0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$) pour deux valeurs du rapport de géométrie ($a/h = 10, 20$) et les différents motifs de nanotubes de carbone (plaque -UD, X, O et V) et la fraction de volume de nanotubes de carbone ($\nu_{cnt}^* = 0.11, 0.14 \text{ et } 0.17$).

D'après le tableau 1, on peut voir que les résultats actuels sont en bon accord avec ceux obtenus avec FSDT, TSDT et SSDT. Il est remarquable que les plus petites valeurs de la flèche adimensionnelle soient données par une distribution de NTC de type X et que les plus grandes valeurs soient données par la plaque O.

On peut donc dire que la plaque X présente la plus grande capacité de résistance à la charge de flexion uniforme (q_0).

Tableau IV.1 Comparaisons de la flèche adimensionnelle ($w^* = -10^{-2}(w_0/h)$) de la plaque carrée CNTRC sans fondation élastique.

a/h	V_{cnt}^*	Source	UD	X	O	V
10	0.11	Present	0.3704	0.3115	0.5436	0.4438
		TSDT	0.3717	0.3136	0.5410	0.4450
		SSDT	0.3710	0.3123	0.5429	0.4443
		FSDT	0.3739	0.3177	0.5230	0.4466
	0.14	Present	0.3258	0.2802	0.4686	0.3856
		TSDT	0.3272	0.2822	0.4667	0.3869
		SSDT	0.3264	0.2809	0.4683	0.3861
		FSDT	0.3306	0.2844	0.4525	0.3894
	0.17	Present	0.2373	0.2018	0.3470	0.2855
		TSDT	0.2381	0.2027	0.3459	0.2862
		SSDT	0.2376	0.2022	0.3468	0.2858
		FSDT	0.2394	0.2012	0.3378	0.2864
20	0.11	Present	3.627	2.689	6.251	4.881
		TSDT	3.630	2.695	6.239	4.884
		SSDT	3.628	2.691	6.248	4.883
		FSDT	3.628	2.701	6.155	4.879
	0.14	Present	2.989	2.250	5.136	4.013
		TSDT	2.992	2.255	5.125	4.016
		SSDT	2.990	2.252	5.133	4.015
		FSDT	3.001	2.256	5.070	4.025
	0.17	Present	2.348	1.759	4.065	3.178
		TSDT	2.350	1.751	4.059	3.180
		SSDT	2.349	1.750	4.064	3.179
		FSDT	2.348	1.737	4.020	3.174

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSION

Le tableau IV.2 montre la flèche adimensionnelle (\bar{w}) de différents types de plaques carrées CNTRC (plaque -UD, X, O et V) pour ($a/h=10$) et différentes valeurs de fraction volumique de (V_{cnt}^*). Les plaques sont soumises à une charge de flexion uniforme et sinusoïdale. Il ressort des résultats que la flèche adimensionnelle est en relation inverse avec les facteurs de constante de ressort, ceci est dû au fait que les ressorts plus durs rendent le système plus rigide. On peut également noter que l'augmentation de la fraction volumique V_{cnt}^* conduit à une réduction de la flèche adimensionnelle. Les plus petites valeurs de flèche adimensionnelle sont obtenues pour le type de plaque X sous une charge de flexion sinusoïdale.

Tableau IV.2 la flèche adimensionnelle (\bar{w}) des plaques carrées CNTRC avec et sans fondation élastique sous une charge uniforme et sinusoïdale ($a/h=10$).

k_w	k_s	Source	$V_{cnt}^* = 0.11$				$V_{cnt}^* = 0.14$				$V_{cnt}^* = 0.17$			
			UD	X	O	V	UD	X	O	V	UD	X	O	V
Charge uniforme														
0	0	Present	0.7330	0.6163	1.0756	0.8782	0.6447	0.5544	0.9277	0.7630	0.4697	0.3993	0.6867	0.5649
		TSDT	0.7356	0.6206	1.0705	0.8806	0.6475	0.5583	0.9235	0.7656	0.4712	0.4012	0.6844	0.5663
		SSDT	0.7340	0.6179	1.0743	0.8792	0.6458	0.5559	0.9267	0.7640	0.4702	0.4001	0.6862	0.5655
100	0	Present	0.6960	0.5896	0.9999	0.8265	0.6156	0.5326	0.8704	0.7233	0.4541	0.3880	0.6551	0.5432
		TSDT	0.6983	0.5935	0.9955	0.8286	0.6182	0.5362	0.8666	0.7257	0.4556	0.3997	0.6530	0.5444
		SSDT	0.6969	0.5910	0.9988	0.8274	0.6167	0.5339	0.8695	0.7243	0.4548	0.3887	0.6546	0.5437
100	50	Present	0.4763	0.4243	0.6007	0.5338	0.4375	0.3941	0.5514	0.4889	0.3492	0.3088	0.4567	0.3994
		TSDT	0.4773	0.4262	0.5991	0.5346	0.4387	0.3960	0.5498	0.4898	0.3500	0.3098	0.4557	0.4000
		SSDT	0.4767	0.4250	0.6003	0.5341	0.4380	0.3948	0.5510	0.4893	0.3495	0.3092	0.4565	0.3997
Charge sinusoïdale														
0	0	Present	0.4945	0.4198	0.7111	0.5851	0.4375	0.3790	0.6174	0.5114	0.3165	0.2710	0.4540	0.3758
		TSDT	0.4964	0.4227	0.7081	0.5869	0.4396	0.3817	0.6148	0.5133	0.3177	0.2723	0.4526	0.3769
		SSDT	0.4953	0.4208	0.7104	0.5859	0.4383	0.3800	0.6168	0.5121	0.3170	0.2715	0.4537	0.3763
100	0	Present	0.4712	0.4028	0.6639	0.5528	0.4191	0.3651	0.5815	0.4865	0.3068	0.2639	0.4343	0.3622

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSION

		TSDT	0.4729	0.4056	0.6612	0.5544	0.4210	0.3677	0.5792	0.4882	0.3079	0.2651	0.4330	0.3632
		SSDT	0.4719	0.4038	0.6633	0.5534	0.4199	0.3661	0.5809	0.4872	0.3072	0.2644	0.4340	0.3626
100	50	Present	0.3216	0.2882	0.4011	0.3577	0.2965	0.2684	0.3694	0.3287	0.2355	0.2093	0.3040	0.2668
		TSDT	0.3224	0.2896	0.4001	0.3583	0.2974	0.2698	0.3685	0.3295	0.2361	0.2101	0.3034	0.2674
		SSDT	0.3219	0.2888	0.4009	0.3579	0.2969	0.2689	0.3692	0.3290	0.2357	0.2097	0.3039	0.2671

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSION

Le tableau IV.3 présente la flèche adimensionnelle, les contraintes normales et de cisaillement des plaques carrées CNTRC avec une fondation élastique ($k_w = 100, k_s = 50$) sous une charge uniforme pour les différentes valeurs du rapport d'épaisseur ($a/h = 10, 20$ et 30) pour montrer exactement les variations de la flèche dans le plan et les contraintes de la plaque. On peut noter que la flèche adimensionnelle diminue avec l'augmentation du rapport d'épaisseur (a/h).

Tableau IV.3 la flèche adimensionnelle et les contraintes des plaques carrées CNTRC avec fondation élastique sous une charge uniforme ($k_w = 100 ; k_s = 50 ; V_{cnt}^* = 0.17$).

a/h	Plate type	Source	\bar{u}	\bar{v}	\bar{w}	$\bar{\sigma}_{xx}$	$\bar{\sigma}_{yy}$	$\bar{\sigma}_{xy}$	
10	UD	Present	0.0333	0.0708	0.3492	0.6905	0.0227	0.0292	
		SSDT	0.0332	0.0708	0.3495	0.6882	0.0227	0.0291	
	X	Present	0.0245	0.0629	0.3088	0.9998	0.0233	0.0310	
		SSDT	0.0244	0.0630	0.3092	0.9962	0.0233	0.0309	
	O	Present	0.0545	0.0888	0.4567	0.0277	0.0342	0.0330	
		SSDT	0.0543	0.0887	0.4565	0.0277	0.0341	0.0328	
	V	Present	0.0552	0.0781	0.3994	0.0268	0.0295	0.0303	
		SSDT	0.0551	0.0780	0.3997	0.0268	0.0295	0.0302	
	20	UD	Present	0.0161	0.0269	0.2401	0.6945	0.0147	0.0238
			SSDT	0.0161	0.0270	0.2402	0.6938	0.0147	0.0237
X		Present	0.0115	0.0219	0.1874	0.9818	0.0122	0.0237	
		SSDT	0.0115	0.0219	0.1875	0.9809	0.0122	0.0236	
O		Present	0.0270	0.0380	0.3684	0.0261	0.0278	0.0287	
		SSDT	0.0270	0.0380	0.3683	0.0261	0.0278	0.0286	
V		Present	0.0284	0.0314	0.3059	0.0254	0.0223	0.0268	
		SSDT	0.0284	0.0314	0.3059	0.0254	0.0223	0.0267	
30		UD	Present	0.0161	0.0167	0.2165	0.6940	0.0131	0.0223
			SSDT	0.0106	0.0167	0.2166	0.6937	0.0131	0.0223
	X	Present	0.0075	0.0131	0.1608	0.9746	0.0100	0.0218	
		SSDT	0.0075	0.0131	0.1608	0.9741	0.0100	0.0217	
	O	Present	0.0179	0.0244	0.3495	0.0258	0.0265	0.0275	
		SSDT	0.0179	0.0244	0.3494	0.0258	0.0265	0.0275	
	V	Present	0.0190	0.0198	0.2858	0.0251	0.0208	0.0258	
		SSDT	0.0190	0.0198	0.2859	0.0251	0.0208	0.0258	

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSION

Le tableau IV.4 montre une comparaison des fréquences adimensionnelles des plaques carrées isotropes et CNTRC sans fondation élastique pour ($a/h=5$ et 10) avec différents modes de la plaque (M, N) et une fraction volumique V_{cnt}^* égale à 0.17. On peut voir que les fréquences adimensionnelles sont en relation inverse avec le rapport géométrique (a/h). Les résultats actuels sont en bon accord avec ceux obtenus par la théorie de déformation en cisaillement du troisième ordre (TSDT) et la théorie de déformation en cisaillement sinusoïdale (SSDT). Il convient de noter que les valeurs les plus faibles des fréquences sont obtenues pour une plaque isotrope, suivie par une plaque O, une plaque V et une plaque UD. D'autre part, les plus grandes valeurs des fréquences adimensionnelles sont obtenues pour la plaque X.

Tableau IV.4 Comparaison des fréquences adimensionnelles des plaques carrées isotropes et CNTRC sans fondation élastique.

a/h	Mode (m,n)	Source	Isotropic	UD	X	O	V
5	(1.1)	Present	0.2133	0.4415	0.4562	0.3990	0.4284
		TSDT	0.2132	0.4383	0.4524	0.3992	0.4258
		SSDT	0.2132	0.4404	0.4549	0.3989	0.4275
		HSDT*	0.2113	-	-	-	-
	(1.2)	Present	0.4649	0.6398	0.6578	0.6122	0.6370
		TSDT	0.4645	0.6372	0.6552	0.6114	0.6347
		SSDT	0.4648	0.6388	0.6569	0.6118	0.6362
		HSDT*	0.4623	-	-	-	-
	(2.2)	Present	0.6713	1.0884	1.1199	0.9995	1.0831
		TSDT	0.6703	1.0650	1.0935	0.9912	1.0610
		SSDT	0.6709	1.0806	1.1115	0.9962	1.0758
		HSDT*	0.6688	-	-	-	-
10	(1.1)	Present	0.0584	0.1687	0.1823	0.1407	0.1546
		TSDT	0.0584	0.1683	0.1819	0.1409	0.1544
		SSDT	0.0584	0.1685	0.1821	0.1408	0.1546
		HSDT*	0.0577	-	-	-	-
	(1.2)	Present	0.1317	0.2203	0.2337	0.1992	0.2124
		TSDT	0.1391	0.2201	0.2334	0.1993	0.2122
		SSDT	0.1392	0.2202	0.2336	0.1992	0.2123
		HSDT*	0.1377	-	-	-	-
	(2.2)	Present	0.2133	0.4415	0.4562	0.3990	0.4284
		TSDT	0.2132	0.4383	0.4524	0.3992	0.4258
		SSDT	0.2132	0.4404	0.4549	0.3989	0.4275
		HSDT*	0.2113	-	-	-	-

(*)Thai et Kim (2013).

Le tableau IV.5 illustre les fréquences adimensionnelles de la plaque carrée CNTRC avec et sans fondation élastique pour ($a/h = 10$) et différentes valeurs de facteurs de constante de ressort (k_w, k_s). A partir du tableau, on peut voir que les résultats actuels sont presque identiques à ceux obtenus avec les théories TSDT et SSDT et que les fréquences adimensionnelles de la plaque CNTRC sont en corrélation directe avec les facteurs de constante de ressort. Les valeurs les plus importantes des fréquences adimensionnelles sont obtenues pour le type de plaque X. On peut également observer que l'augmentation de la fraction volumique V_{cnt}^* conduit à une augmentation des fréquences adimensionnelles.

Tableau IV.5 les fréquences adimensionnelles de la plaque carrée CNTRC avec et sans fondation élastique ($a/h = 10$).

k_w	k_s	Source	$V_{cnt}^* = 0.11$				$V_{cnt}^* = 0.14$				$V_{cnt}^* = 0.17$			
			UD	X	O	V	UD	X	O	V	UD	X	O	V
0	0	Present	0.1358	0.1474	0.1132	0.1247	0.1439	0.1547	0.1211	0.1330	0.1687	0.1823	0.1407	0.1546
		TSDT	0.1355	0.1469	0.1134	0.1245	0.1436	0.1541	0.1213	0.1328	0.1683	0.1819	0.1409	0.1544
		SSDT	1.1357	0.1472	0.1132	0.1246	0.1438	0.1545	0.1211	0.1329	0.1685	0.1821	0.1408	0.1546
100	0	Present	0.1391	0.1505	0.1171	0.1283	0.1470	0.1576	0.1248	0.1364	0.1713	0.1848	0.1439	0.1575
		TSDT	0.1388	0.1500	0.1173	0.1281	0.1467	0.1570	0.1250	0.1362	0.1710	0.1843	0.1441	0.1573
		SSDT	0.1390	0.1503	0.1172	0.1282	0.1469	0.1574	0.1248	0.1363	0.1712	0.1846	0.1439	0.1574
100	50	Present	0.1684	0.1779	0.1507	0.1595	0.1748	0.1838	0.1565	0.1659	0.1955	0.2074	0.1720	0.1835
		TSDT	0.1682	0.1775	0.1509	0.1594	0.1746	0.1833	0.1567	0.1657	0.1953	0.2070	0.1721	0.1834
		SSDT	0.1683	0.1777	0.1507	0.1595	0.1747	0.1836	0.1566	0.1659	0.1954	0.2073	0.1720	0.1835

La figure IV.1 montre la flèche adimensionnelle en fonction du rapport dimensionnel (b/a) pour différents types de plaques rectangulaires (UD, X, O et V) reposant sur une fondation élastique sous des charges uniformes avec ($a/h=10, k_w=100, k_s=50$ et $V_{cnt}^*=0.17$). On peut noter que la flèche adimensionnelle augmente avec le rapport dimensionnel et devient constante au-delà de la valeur ($b/a=1$).

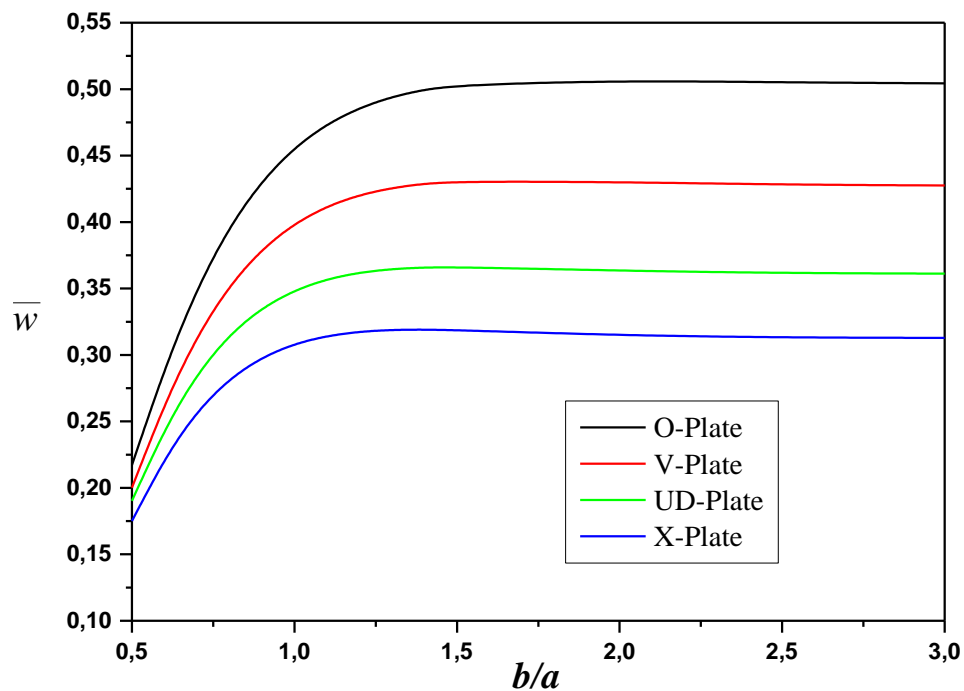


Figure. IV.1: La flèche adimensionnelle des plaques rectangulaires CNTRC reposant sur une fondation élastique sous une charge uniforme ($a/h=10, k_w=100, k_s=50, V_{cnt}^*=0.17$).

La flèche adimensionnelle des plaques carrées CNTRC reposant sur une fondation élastique sous une charge uniforme avec ($a/h=10, k_s = 50, 500$ et $V_{cnt}^* = 0.17$) est illustrée à la figure IV.2. Les quatre types de plaques (O, X, V et plaque UD) sont étudiés. On peut noter sur les graphiques que les flèches adimensionnelles de la plaque carrée CNTRC diminuent avec l'augmentation des facteurs de constante de ressort ($Log10(k_w)$) et la valeur importante de la flèche adimensionnelle est obtenue pour la plaque O. On peut également voir que la flèche (\bar{w}) tend vers zéro pour les grandes valeurs des facteurs de constante de ressort.

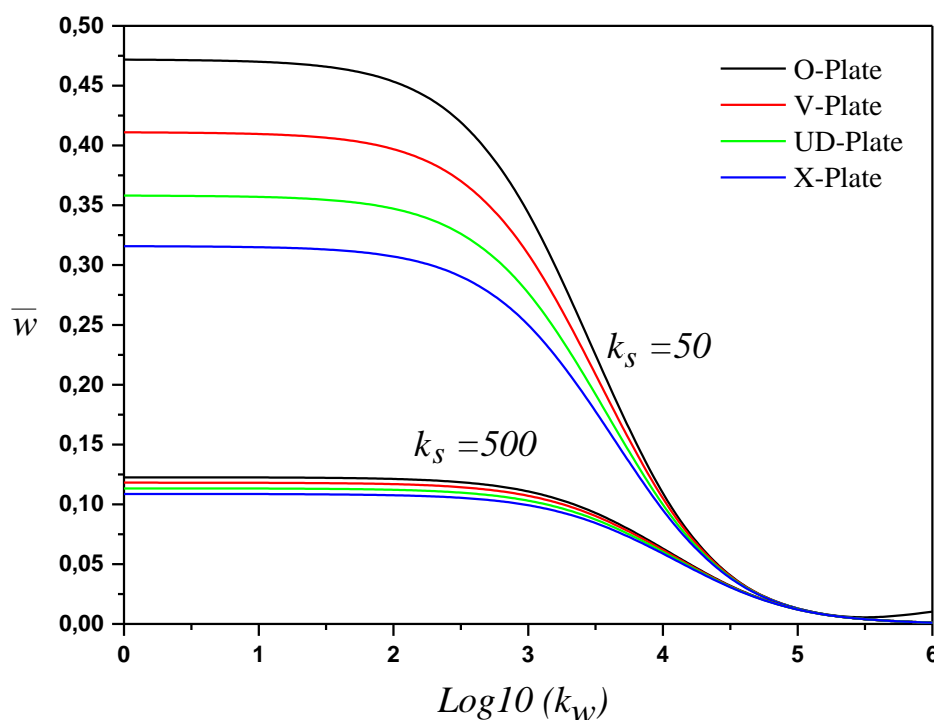


Figure. IV.2 La flèche adimensionnelle des plaques carrées CNTRC reposant sur une fondation élastique sous une charge uniforme ($a/h=10 ; V_{cnt}^* = 0.17$)

La flèche et les contraintes adimensionnelles dans le plan des plaques carrées CNTRC avec fondation élastique ($k_w = 100, k_s = 50$) en fonction de l'épaisseur de la plaque sont illustrées dans les figures IV.3 et IV.4, respectivement. On peut observer sur la figure IV.3 que les flèches adimensionnelles sont nulles au plan médian ($z/h = 0$), sauf que la flèche pour la plaque V est différente de zéro ($\bar{w} \neq 0$). On peut également voir sur la figure IV.4 que les contraintes adimensionnelles de la plaque V ne sont pas nulles au niveau du plan médian et que les contraintes de cisaillement maximales ne sont pas obtenues au niveau du plan médian, ceci est dû à la distribution asymétrique des nanotubes de carbone (une petite quantité de nanotubes de carbone au niveau du plan médian), d'autre part, le maximum de contrainte de cisaillement (σ_{xz}) est obtenu au niveau du plan médian et les valeurs importantes de contraintes de cisaillement sont données par la plaque O.

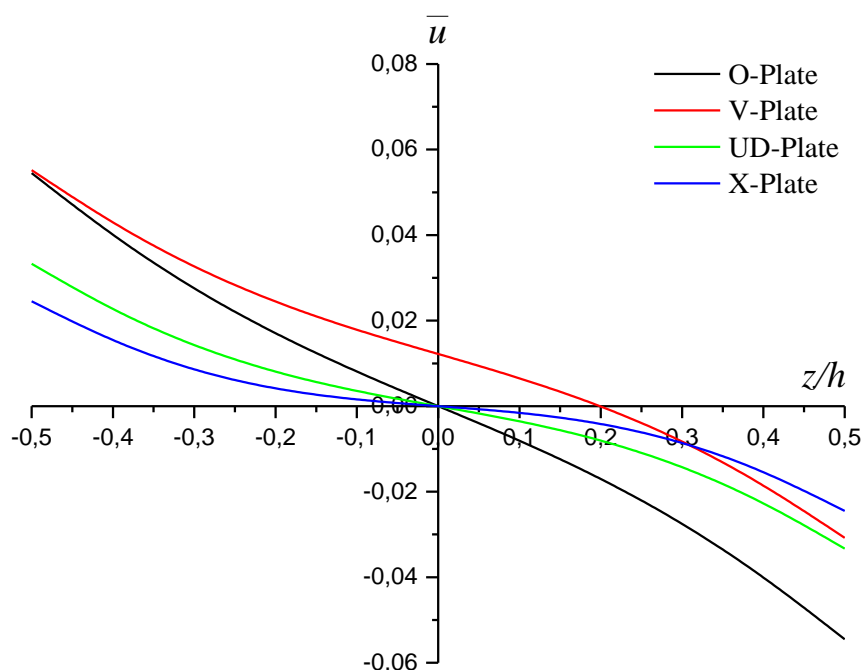


Figure. IV.3 La flèche adimensionnelle dans le plan des plaques carrées CNTRC avec fondation élastique sous une charge uniforme ($a/h = 10 ; k_w = 100, k_s = 50, V_{cut}^* = 0.17$)

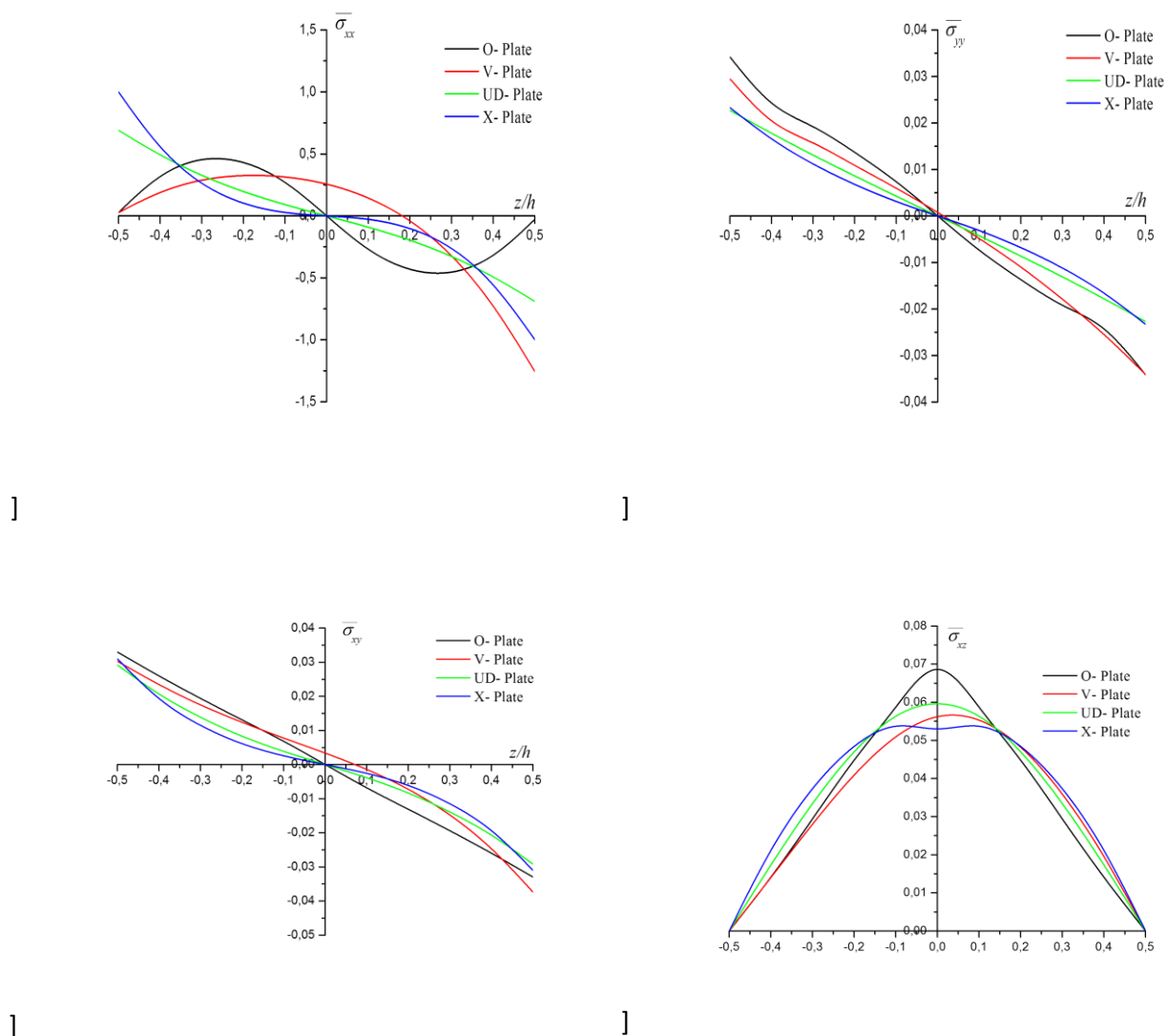


Figure. IV.4 les contraintes adimensionnelles des plaques carrées CNTRC avec fondation élastique sous une charge uniforme ($a/h=10 ; k_w=100, k_s=50, V_{cnt}^* = 0.17$).

La figure IV.5 montre les fréquences fondamentales adimensionnelles ($\bar{\omega} \neq 0$) de différents types de plaques carrées CNTRC avec une fondation élastique. On peut voir que les fréquences fondamentales augmentent avec l'augmentation des facteurs de constante de ressort. On peut également observer que pour les valeurs importantes des facteurs de constante de ressort, la différence entre les valeurs des fréquences fondamentales des différents modèles de plaques (O, X, V et UD) diminue.

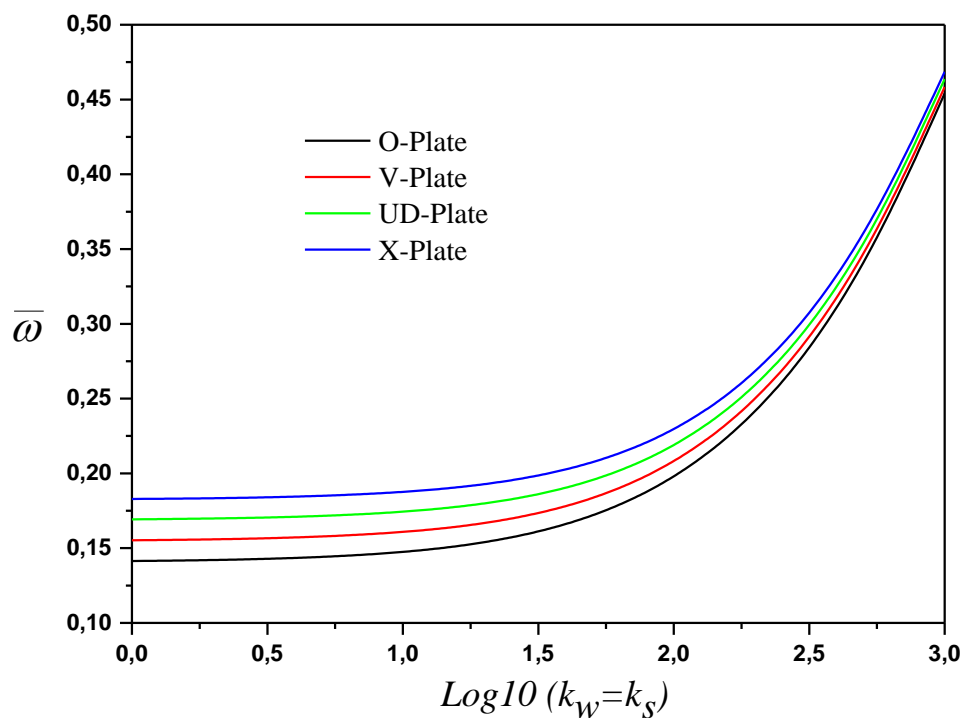


Figure. IV.5 les fréquences fondamentales adimensionnelles des plaques carrées CNTRC avec une fondation élastique ($a/h = 10$; $V_{cnt}^* = 0.17$)

IV.2. Conclusion:

Dans ce chapitre, l'analyse de la réponse en flexion et en vibration de plaques composites renforcées de nanotubes de carbone reposant sur la fondation élastique de Pasternak a été présentée.

Quatre types de distributions de nanotubes de carbone à paroi unique alignés uni-axialement sont considérés pour renforcer les plaques. Une nouvelle théorie de plaque hyperbolique efficace a été utilisée pour déterminer les équations de base de la plaque CNTRC sur fondation élastique.

Plusieurs comparaisons avec d'autres théories de déformation de cisaillement d'ordre supérieur ont été faites pour montrer l'exactitude de la théorie actuelle où un bon accord a été obtenu. En outre, l'influence de certains paramètres de la plaque comme l'indice de puissance, rapport d'épaisseur, les coefficients de rigidité de la fondation et les types de chargement transversal de flexion sur les flèches, les contraintes et les fréquences fondamentales des plaques CNTRC ont été minutieusement étudiés.

CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES

CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES

Au terme du travail effectué au sein du **Laboratoire des Structures et Matériaux Avancés dans le Génie Civil et Travaux Publics** et laboratoire des matériaux et hydrologie portant sur l'**Etude du comportement mécanique des structures en nano composite**, afin de répondre à certains problèmes, nous avons développé une méthode analytique directe avec une nouvelle théorie de déformation en cisaillement hyperbolique pour l'étude de la flexion, et la vibration libre des plaques CNTRC. Comparée aux résultats rencontrés dans la littérature, notre méthode analytique a montré son efficacité pour la flexion et la vibration libre de la plaque CNTRC en utilisant une nouvelle théorie d'ordre élevé.

Dans cette étude, une nouvelle théorie de déformation en cisaillement hyperbolique est développée pour étudier les comportements en flexion et en vibration libre des plaques CNTRC avec et sans fondation élastique. Quatre plaques sont utilisées dans cette recherche (plaque O, plaque V, plaque X et plaque UD). Plusieurs comparaisons ont été faites pour montrer l'exactitude de la théorie actuelle. Les résultats sont presque identiques à ceux obtenus par les théories existantes dans la littérature (la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT), la théorie de déformation en cisaillement du troisième ordre (TSDT) et la théorie de déformation en cisaillement sinusoïdal (SSDT)). On peut conclure que cette théorie est simple et efficace pour la flexion et la vibration libre de la plaque CNTRC et même pour le flambage. Une amélioration de la présente formulation sera envisagée dans les travaux futurs pour considérer l'effet d'étirement de l'épaisseur en utilisant des modèles de déformation par cisaillement quasi-3D (Bessaim et al. 2013, Bousahla et al. 2014, Belabed et al. 2014, Fekrar et al. 2014, Hebali et al. 2014, Larbi Chaht et al. 2015, Hamidi et al. 2015, Bourada et al. 2015, Bennoun et al. 2016, Draiche et al. 2016, Bouafia et al. 2017, Benchohra et al. 2018, Abualnour et al. 2018) et le problème de la propagation des ondes (Mahmoud et al. 2015, Ait Yahia et al. 2015, Boukhari et al. 2016, Benadouda et al. 2017, Karami et al. 2017 ; Sekkal et al, 2017).

Finalement, on espère que ce modeste travail reflète la modeste contribution de notre laboratoire dans le domaine de recherches des matériaux nanocomposite et précisément leurs comportements en flexion et en vibration.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Abdelaziz, H.H., Ait Amar Meziane, M., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. et Alwabli, A.S. (2017), "An efficient hyperbolic shear deformation theory for bending, buckling and free vibration of FGM sandwich plates with various boundary conditions", *Steel Compos. Struct.* 25(6), 693-704.

Abualnour, M., Houari, M.S.A., Tounsi, A., AddaBedia, E.A. et Mahmoud, S.R. (2018), "A novel quasi-3D trigonometric plate theory for free vibration analysis of advanced composite plates", *Compos. Struct.* 184, 688-697.

Ahmed, A. (2014), " Post buckling analysis of sandwich beams with functionally graded faces using a consistent higher order theory ", *Int. J. Civil Struct. Environ.* 4(2), 59-64.

Ahouel, M., Houari, M.S.A., AddaBedia, E.A., Tounsi, A. (2016) " Size-dependent mechanical behavior of functionally graded trigonometric shear deformable nanobeams including neutral surface position concept ", *Steel and Composite Structures*, 20(5), 963-981.

Ait Amar Meziane, M., Abdelaziz, H.H., Tounsi, A. (2014), " An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions ", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 16(3), 293-318.

AitYahia, S., AitAtmane, H., Houari, M.S.A. et Tounsi, A. (2015), "Wave propagation in functionally graded plates with porosities using various higher-order shear deformation plate theories", *Struct. Eng. Mech.*, 53(6), 1143-1165.

Ajayan, P.M. , Stephen, O. , Colliex, C. , Trauth, D. (1994), "Aligned carbon nanotube arrays formed by cutting a polymer resin-nanotube composite", *Science*, 256, 1212-1214.

Al-Basyouni, K.S., Tounsi, A. et Mahmoud, S.R. (2015), " Size dependent bending and vibration analysis of functionally graded micro beams based on modified couple stress theory and neutral surface position ", *Compos. Struct.* 125, 621-630.

Aldousari, S.M. (2017), "Bending analysis of different material distributions of functionally graded beam", *Appl. Phys.A*, 123, 296.

Arani, A.J., Kolahchi, R. (2016), " Buckling analysis of embedded concrete columns armed with carbon nanotubes ", *Computers and Concrete*, 17(5), 567-578.

Attia, A., Tounsi, A., AddaBedia, E.A. et Mahmoud, S.R. (2015), "Free vibration analysis of functionally graded plates with temperature-dependent properties using various four variable refined plate theories", *Steel. Compos. Struct.* 18(1), 187-212.

Attia, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Alwabli, A.S. (2018), "A refined four variable

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

plate theory for thermoelastic analysis of FGM plates resting on variable elastic foundations", *Struct. Eng. Mech.*, (sous presse).

Barati, M.R., Shahverdi, H. (2016), " A four-variable plate theory for thermal vibration of embedded FG nanoplates under non-uniform temperature distributions with different boundary conditions ", *Structural Engineering and Mechanics*, **60**(4), 707-727.

Belabed, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. et Anwar Bég, O. (2014), "An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates", *Compos... : Part B*, **60**, 274-283.

Beldjelili, Y., Tounsi, A. et Mahmoud, S.R. (2016), "Hygrothermo-mechanical bending of S-FGM plates resting on variable elastic foundations using a four-variable trigonometric plate theory", *Smart Struct. Syst.* **18**(4), 755-786.

Belkorissat, I., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. et Mahmoud, S.R. (2015), "On vibration properties of functionally graded nano-plate using a new nonlocal refined four variable" modèle", *Steel Compos. Struct.* **18**(4), 1063-1081.

Bellifa, H., Benrahou, K.H., Hadji, L., Houari, M.S.A. et Tounsi, A. (2016), "Bending and free vibration analysis of functionally graded plates using a simple shear deformation theory and the concept the neutral surface position", *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, **38**(1), 265-275.

Bellifa, H., Benrahou, K.H., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017a), "A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for nonlinear postbuckling of nanobeams", *Structural Engineering and Mechanics*, **62**(6), 695 - 702.

Bellifa, H., Bakora, A., Tounsi, A., Bousahla, A.A. et Mahmoud, S.R. (2017b), "An efficient and simple four variable refined plate theory for buckling analysis of functionally graded plates", *Steel Compos. Struct.*, **25**(3), 257-270.

Benadouda, M., AitAtmane, H., Tounsi, A., Bernard, F. et Mahmoud, S.R. (2017), "An efficient shear deformation theory for wave propagation in functionally graded material beams with porosities", *Earthq. Struct.* **13**(3), 255-265.

Benchohra, M., Driz, H., Bakora, A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. et Mahmoud, S.R. (2018), "A new quasi-3D sinusoidal shear deformation theory for functionally graded plates", *Struct. Eng. Mech.*, **65**(1), 19-31.

Bennoun, M., Houari, M.S.A. et Tounsi, A. (2016), " A novel fivevariable refined plate theory for vibration analysis of functionally graded sandwich plates ", *Mech. Adv. Mater. Struct.* **23**(4), 423-431.

Bessaim, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. and AddaBedia, E.A. (2013), "A new higher order shear and normal deformation theory for the static and free vibration analysis of sandwich plates

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- with functionally graded isotropic face sheets", *J. Sandw. Struct.Mater.* 15, 671-703.
- Besseghier, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017), "Free vibration analysis of embedded nanosize FG plates using a new nonlocal trigonometric shear deformation theory", *Smart Struct. Syst. J.*, 19(6), 601 - 614.
- Bilouei, B.S., Kolahchi, R., Bidgoli, M.R. (2016), "Buckling of concrete columns retrofitted with Nano-Fiber Reinforced Polymer (NFRP)", *Computers and Concrete*, 18(5), 1053-1063.
- Bouafia, K., Kaci, A., Houari, M.S.A., Benzair, A. et Tounsi, A. (2017), "A nonlocal quasi-3D theory for bending and free flexural vibration behaviors of functionally graded nanobeams", *Smart Struct. Syst.* 19(2), 115-126.
- Bouderba, B., Houari, M.S.A. et Tounsi, A. (2013), "Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations", *Steel Compos. Struct.* 14(1), 85-104.
- Bouderba, B., Houari, M.S.A. et Tounsi, A. et Mahmoud, S.R.(2016), "Thermal stability of functionally graded sandwich plates using a simple shear deformation theory", *Struct. Eng.Mech.*, 58(3), 397-422.
- Boukhari, A., AitAtmane, H., Tounsi, A., AddaBedia, E.A. et Mahmoud, S.R. (2016), "An efficient shear deformation theory for wave propagation of functionally graded material plates", *Struct. Eng. Mech.*, 57(5), 837-859.
- Bounouara, F., Benrahou, K.H., Belkorissat, I. et Tounsi, A. (2016), " A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded nanoscale plates resting on elastic foundation ", *Steel Compos. Struct.* 20(2), 227-249.
- Bourada, M., Kaci, A., Houari, M.S.A. et Tounsi, A. (2015), "A new simple shear and normal deformations theory for functionally graded beams", *Steel Compos. Struct.* 18(2), 409-423.
- Bousahla, A.A., Benyoucef, S., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2016), "On thermal stability of plates with functionally graded coefficient of thermal expansion", *Structural Engineering and Mechanics*, 60(2), 313-335.
- Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. et Adda Bedia, E.A. (2014), "A novel higher order shear and normal deformation theory based on neutral surface position for bending analysis of".
plaques composites avancées", *Int. J. Comput. Meth.* 11(6), 1350082.
- Bozlar, M. Modification de surface des nanotubes de carbone par un polymère conducteur électrogénéré pour la réalisation de nanocomposites multifonctionnels, École Normale Supérieure de Cachan- Paris, 2009.
- Chikh, A., Tounsi, A., Hebali, H., Mahmoud, S.R. (2017), "Thermal buckling analysis of cross-ply laminated plates using a simplified HSDT", *Smart Structures Systems*, 19(3), 289-297.
- Draiche, K., Tounsi, A. et Mahmoud, S.R. (2016), " A refined theory with stretching effect for the flexure analysis of laminated composite plates ", *Geomech. Eng.*, 11(5), 671-690.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Ebrahimi, F., Habibi, S. (2016), " Deflection and vibration analysis of higher-order shear deformable compositionally graded porous plate ", *Steel and Composite Structures*, 20(1), 205-225.
- El-Haina, F., Bakora, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017), "A simple analytical approach for thermal buckling of thick functionally graded sandwich plates", *Struct. Eng. Mech.*, 63(5), 585-595.
- Esawi, A.M. et Farag, M.M. (2007), "Carbon nanotube reinforced composites : potential and current challenges", *Materials & design*, 28(9), 2394-2401.
- Fadelus, J.D. , Wiesel, E. ,Gojny, F.H. , Schulte, K. , Wagner, H.D. (2005), "Thermo-mechanical properties of randomly oriented carbon/epoxy nanocomposites", *Compos. Part A*, **36**, 1555-1561.
- Fahsi, A., Tounsi, A., Hebali, H., Chikh, A., Adda Bedia, E.A. et Mahmoud, S.R. (2017), "A four variable refined nth-order shear deformation theory for mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates", *Geomech. Eng.* , 13(3), 385-410.
- Fekrar, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. et Mahmoud, S.R. (2014), "A new five-unknown refined theory based on neutral surface position for bending analysis of exponential graded plates", *Meccanica*, 49, 795-810.
- GhorbanpourArani, A., Cheraghabak, A. et Kolahchi, R. (2016), " Dynamic buckling of FGM viscoelastic nano-plates resting on orthotropic elastic medium based on sinusoidal shear deformation theory ", *Structural Engineering and Mechanics.* , 60(3), 489-505.
- Griebel, M. ,Hamaekers, J. (2004), "Molecular dynamics simulations of the elastic moduli of polymer carbon nanotube composites", *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* , **193**, 1773–1788.
- Hachemi, H., Kaci, A., Houari, M.S.A., Bourada, A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017), "A new simple three-unknown shear deformation theory for bending analysis of FG plates resting on elastic foundations", *Steel and Composite Structures*, 25(6), 717-726.
- Hajmohammad, M.H., Zarei, M.S., Nouri, A., Kolahchi, R. (2017), " Dynamic buckling of sensor/functionally graded-carbon nanotube-reinforced laminated plates/actuator based on sinusoidal-visco-piezoelasticity theories ", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, (sous presse).
- Hamidi, A., Houari, M.S.A., Mahmoud, S.R. et Tounsi, A. (2015), "A sinusoidal plate theory with 5-unknowns and stretching effect for thermomechanical bending of functionally graded sandwich plates", *Steel Compos. Struct.* 18(1), 235-253.
- Han, Y., Elliott, J. (2007), "Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites", *Comput.Mater. Sci.* **39**, 315-323.
- Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A. et AddaBedia, E.A. (2014), "A new quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates", *ASCE J. Eng. Mech.* , **140**, 374-383.
- Houari, M.S.A., Tounsi, A., Bessaim, A., Mahmoud, S.R. (2016), "A new simple three-unknown sinusoidal shear deformation theory for functionally graded plates", *Steel and Composite Structures*, 22(2), 257 - 276.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Hu, N., Fukunaga, H., Lu, C., Kameyama, M., Yan, B. (2005), "Prediction of elastic properties of carbon nanotube reinforced composites", *Proc. R. Soc. A*, **461**, 1685-1710.
- Karami, B., Janghorban, M. et Tounsi, A. (2017), "Effects of triaxial magnetic field on the anisotropic nanoplates", *Steel Compos. Struct.*, **25**(3), 361-374.
- Khetir, H., Bachir Bouiadjra, M., Houari, M.S.A., Tounsi, A., S.R. Mahmoud, (2017), "A new nonlocal trigonometric shear deformation theory for thermal buckling analysis of embedded nanosize FG plates", *Struct. Eng. Mech.*, **64**(4), 391-402.
- Klouche, F., Darcherif, L., Sekkal, M., Tounsi, A., et Mahmoud, S.R. (2017), "An original single variable shear deformation theory for buckling analysis of thick isotropic plates", *Structural Engineering and Mechanics*, **63**(4), 439-446.
- Kolahchi, R., Bidgoli, A. M. (2016), "Size-dependent sinusoidal beam model for dynamic instability of single-walled carbon nanotubes", *Applied Mathematics and Mechanics.*, **37**(2), 265-274.
- Kolahchi, R., Hosseini, H., Esmailpour, M. (2016a), "Differential cubature and quadrature-Bolotin methods for dynamic stability of embedded piezoelectric nanoplates based on visco-nonlocal-piezoelectricity theories", *Composite Structures*, **157**, 174-186.
- Kolahchi, R., Safari, M., Esmailpour, M. (2016b), "Dynamic stability analysis of temperature-dependent functionally graded CNT-reinforced visco-plates resting on orthotropic elastomeric medium", *Composite Structures*, **150**, 255-265.
- Kolahchi, R., Zarei, M. S., Hajmohammad, M. H., Oskouei, A. N. (2017a), "Visco-nonlocal-refined Zigzag theories for dynamic buckling of laminated nanoplates using differential cubature-Bolotin methods", *Thin-Walled Structures.*, **113**, 162-169.
- Kolahchi, R., Keshtegar, B., Fakhar, M.H. (2017b), "Optimization of dynamic buckling for sandwich nanocomposite plates with sensor and actuator layer based on sinusoidal-visco-piezoelectricity theories using Grey Wolf algorithm", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, (In press).
- Kolahchi, R., Zarei, M.S., Hajmohammad, M.H., Nouri, A. (2017c), "Wave propagation of embedded viscoelastic FG-CNT-reinforced sandwich plates integrated with sensor and actuator based on refined zigzag theory", *International Journal of Mechanical Sciences*, **130**, 534-545.
- Kolahchi, R., Cheraghbak, A. (2017), "Agglomeration effects on the dynamic buckling of viscoelastic microplates reinforced with SWCNTs using Bolotin method", *Nonlinear Dynamics*, **90**(1), 479-492.
- Kolahchi, R. (2017), "A comparative study on the bending, vibration and buckling of viscoelastic sandwich nano-plates based on different nonlocal theories using DC, HDQ and DQ methods", *Aerospace Science and Technology*, **66**, 235-248.
- Kolahchi, R., Zarei, M.S., Hajmohammad, M.H., Nouri, A. (2017b), "Wave propagation of embedded viscoelastic FG-CNT-reinforced sandwich plates integrated with sensor and actuator based on refined zigzag theory", *International Journal of Mechanical Sciences*, **130**, 534-545.
- Larbi Chaht, F., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Anwar Bég, O. et Mahmoud, S.R. (2015), "Bending and buckling analyses of functionally graded material (FGM) size-dependent nanoscale beams including the thickness stretching effect", *Steel Compos. Struct.* **18**(2), 425-442.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Lau, A. K.-T. et Hui, D. (2002), "The revolutionary creation of new advanced materials-carbon nanotube composites", *Composites Part B : Engineering*, **33**(4), 263-277.
- Lau, K.-T., et al. (2004), "Stretching process of single-and multi-walled carbon nanotubes for nanocomposite applications", *Carbon*, **42**(2), 426-428.
- Lei, Z.X., Liew, K.M., Yu, J.L. (2013), "Buckling analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method", *Compos.Struct.* , 98, 160–168.
- Madani, H., Hosseini, H., Shokravi, M. (2016), "Differential cubature method for vibration analysis of embedded FG-CNT-reinforced piezoelectric cylindrical shells subjected to uniform and non-uniform temperature distributions", *Steel and Composite Structures*, 22(4), 889-913.
- Mahi, A., Adda Bedia, E.A. et Tounsi, A. (2015), " A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates ", *Appl. Math. Modelling*, 39(9), 2489-2508.
- Mahmoud, S.R., Abd-Alla, A.M., Tounsi, A. et Marin, M.(2015), "The problem of wave propagation in magneto-rotating orthotropic non-homogeneous medium", *J. Vib. Control*, 21(16), 3281-3291.
- Mehar, K, Panda, S.K. (2017a), " Thermoelastic analysis of FG-CNT reinforced shear deformable composite plate under various loading ", *International Journal of Computational Methods*, 14(2), 1750019.
- Mehar, K, Panda, S. (2017b), "Thermoelastic nonlinear frequency analysis of CNT reinforced functionally graded sandwich structure", *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 65, 384-396.
- Meksi, R, Benyoucef, S., Mahmoudi, A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. et Mahmoud, SR. (2018), "An analytical solution for bending, buckling and vibration responses of FGM sandwich plates", *J. Sandw . Struct. Mater .* , 1099636217698443.
- Menasria, A., Bouhadra, A., Tounsi, A., Bousahla, A.A., Mahmoud, S.R. (2017), "A new and simple HSDT for thermal stability analysis of FG sandwich plates", *Steel and Composite Structures*, 25(2), 157-175.
- Mouffoki, A., AddaBedia, E.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017), "Vibration analysis of nonlocal advanced nanobeams in hygro-thermal environment using a new two-unknown trigonometric shear deformation beam theory", *Smart Structures Systems*, 20(3), 369-383.
- Mokashi, V.V. ,Qian, D. , Liu, Y.J. (2007), "A study on the tensile response and fracture in carbon nanotube-based composites using molecular mechanics", *Compos. Sci. Technol.* , **67**, 530–540.
- Odegard, G.M. , Gates, T.S. , Wise, K.E. , Park, C. ,Siochi, E.J. (2003), "Constitutive modelling of nanotube-reinforced polymer composites", *Compos. Sci. Technol.* , **63**, 1671–1687.
- Shen, H. S., (2009), "Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments", *Compos.Struct.*, **91**, 9-19.
- Shen, H.S., Zhang, C.L. (2010), "Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates", *Mater.Des.* , 31, 3403–3411.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Shokravi, M. (2017a), "Dynamic pull-in and pull-out analysis of viscoelastic nanoplates under electrostatic and Casimir forces via sinusoidal shear deformation theory", *Microelectronics Reliability*, 71, 17-28.
- Shokravi, M. (2017b), "Vibration analysis of silica nanoparticles-reinforced concrete beams considering agglomeration effects", *Computers and Concrete*, 19(3), 333-338.
- Shokravi, M. (2017c), "Buckling analysis of embedded laminated plates with agglomerated CNT-reinforced composite layers using FSDT and DQM", *Geomechanics and Engineering*, 12(2), 327-346.
- Shokravi, M. (2017d), "Buckling of sandwich plates with FG-CNT-reinforced layers resting on orthotropic elastic medium using Reddy plate theory", *Steel and Composite Structures*, 23(6), 623-631.
- Sekkal, M., Fahsi, B., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017a), " A novel and simple higher order shear deformation theory for stability and vibration of functionally graded sandwich plate ", *Steel and Composite Structures*, 25(4), 389-401.
- Sekkal, M., Fahsi, B., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017b), "A new quasi-3D HSDT for buckling and vibration of FG plate", *Structural Engineering and Mechanics*, 64(6), 737-749.
- Taibi, F.Z., Benyoucef, S., Tounsi, A., Bachir Bouiadjra, R., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R. (2015), "A simple shear deformation theory for thermo-mechanical behaviour of functionally graded sandwich plates on elastic foundations", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 17(2), 99 - 129.
- Thai. H.T., Kim. S.E., (2013), "A simple higher-order shear deformation theory for bending and free vibration analysis of functionally graded plates", *Compos.Struct.*, 96, 165-173.
- Tounsi, A., Houari, M.S.A., Benyoucef, S. et AddaBedia, E.A. (2013), "A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates", *Aerosp. Sci. Technol.* 24(1), 209-220.
- Wang,Z.X. ,Shen,H.S. (2011), "Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite plates in thermal environments", *Comput.Mater. Sci.* , 50, 2319-2330.
- Wattanasakulpong. N., Chaikittiratana. A., (2015), "Exact solutions for static and dynamic analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates with Pasternak elastic foundation", *Appl. Math.Modelling*, 39(18), 5459-5472.
- Xie, X.L. , Mai, Y.W. , Zhou, X.P. (2005), "Dispersion and alignment of carbon nanotubes in polymer matrix : a review", *Mater. Sci. Eng.* , 49, 89–112.
- Yazid, M., Heireche, H., Tounsi, A.,Bousahla, A.A. , Houari, M. S.A. (2018), "A novel nonlocal refined plate theory for stability response of orthotropic single-layer graphene sheet resting on elastic medium", *Smart Structures and Systems.* , 21(1), 15-25.
- Youcef, D.O., Kaci, A., Benzair, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A. (2018), "Dynamic analysis of nanoscale beams including surface stress effects", *Smart Structures Systems*, 21(1), 65-74.
- Zamanian, M., Kolahchi, R., Bidgoli, M.R. (2017), "Agglomeration effects on the buckling behaviour of embedded concrete columns reinforced with SiO₂ nano-particles", *Wind and Structures*, 24(1), 43- 57.
- Zarei, M.S., Kolahchi, R., Hajmohammad, M.H., Maleki, M. (2017), "Seismic response of underwater

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- fluid-conveying concrete pipes reinforced with SiO₂ nanoparticles and fiber reinforced polymer (FRP) layer", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 103, 76-85.
- Zemri, A., Houari, M.S.A., Bousahla, A.A., Tounsi, A. (2015), "A mechanical response of functionally graded nanoscale beam : an assessment of a refined nonlocal shear deformation theory beam", *Structural Engineering and Mechanics*, **54(4)**, 693-710
- Zhu, R. , Pan, E. , Roy, A.K. (2007), "Molecular dynamics study of the stress-strain behavior of carbon-nanotube reinforced Epon 862 composites", *Mater. Sci. Eng. A*, **447**, 51–57.
- Zhu, P., Lei, Z.X., Liew, K.M. (2012), "Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory", *Compos Struct.*,**94**, 1450-1460.
- Zidi, M., Tounsi, A., Houari M.S.A., Adda Bedia, E.A. et Anwar Bég, O. (2014), "Bending analysis of FGM plates under hygrothermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory", *Aerosp. Sci. Technol.*, 34, 24-34.
- Zidi, M., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Bessaim, A., Mahmoud, S.R. (2017), "A novel simple two-unknown hyperbolic shear deformation theory for functionally graded beams", *Struct. Eng. Mech.* , 64(2), 145-153.
- Zidour, M., Etude du comportement mécanique des nanotubes en carbone entourés par une matrice polymère, thèse de doctorat, Université Djilali Liabes De Sidi Bel Abbes, (2012).