

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Djillali Liabes de Sidi Belabbes

Faculté des sciences de l'Ingénieur

Département de Génie Civil



THÈSE

Présentée pour l'obtention du Diplôme de Doctorat

Spécialité Génie Civil

Option Structures & Matériaux

Par : **KEDDOURI Ahmed**

Intitulée

ANALYSE ET MODELISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DES STRUCTURES SANDWICHES EN MATERIAUX A GRADIENT DE PROPRIETES

Soutenue publiquement le 2021 devant le jury composé de :

BOURADA Mohamed	Pr	Président	UDL SBA
HADJI Lazreg	MCA	Directeur de thèse	UBK TIARET
TOUNSI Abdelouahed	Pr	Co- Directeur de thèse	UDL SBA
BENYOUCEF Samir	Pr	Examineur	UDL SBA
AIT AMAR MEZIANE Mohamed	Pr	Examineur	UBK TIARET
ZINE Abdellah	MCA	Examineur	U. DE REIZANE

Année universitaire 2021/2022

REMERCIEMENTS

Remerciements

Je remercie Dieu le tout puissant de M'avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce travail ainsi pour la faveur qu'Il a bien voulu m'accorder. Je lui donne toute la Gloire et toute la Louange.

Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu voir le jour sans l'aide de Mes encadreur directeurs de thèse Mr Hadji Lazreg, maîtresse de conférences à l'Université ibn Khaldoun Tiaret, Mr Tounsi Abdelouahed professeur à l'université Djilali Lyabes Sidi Belabes, ayant accepté de diriger ce travail. Leur soutien, leur compétence et leur clairvoyance m'ont été d'une aide inestimable

Pour la qualité de leur encadrement exceptionnel, pour leur patience, leur rigueur et leur disponibilité durant la préparation de cette thèse

Je tiens également à remercier les membres de jury d'avoir accepté de lire, corriger et évaluer ce travail

Résumé

L'objectif de ce travail est d'effectuer une analyse de la flexion statique des plaques sandwichs poreuses en matériaux à gradient évalués en utilisant une théorie raffinée de déformation de cisaillement transverse à quatre variables. Cette théorie prend en compte les effets de cisaillement transversal et la distribution parabolique des contraintes de cisaillement suivant l'épaisseur de la plaque et satisfait les conditions de nullité de la contrainte de cisaillement sur les faces supérieure et inférieure de la plaque FGM sans l'aide de facteurs de correction de cisaillement. Dans cette étude, les propriétés des matériaux des peaux FGM varient continuellement à travers l'épaisseur de la plaque en fonction de la loi de puissance P-FGM ou la fonction sigmoïde S-FGM en termes des fractions volumiques des constituants. Les couches de face sont considérées comme étant en FGM tandis que le cœur est constitué d'une couche homogène en céramique. Quatre nouvelles formes de porosité ont été utilisées dans cette étude. Les équations gouvernantes sont dérivées du principe des déplacements virtuels. La solution analytique est obtenue en utilisant la méthode de Navier. Des résultats numériques sont présentés pour montrer l'effet de la répartition des matériaux, de la géométrie de la plaque sandwich et de la porosité sur la flèche et les contraintes des plaques sandwich en FGM. La validité de la présente théorie est étudiée en comparant certains résultats obtenus avec d'autres résultats publiés dans la littérature.

Mots clés : Matériaux fonctionnellement gradués ; Plaques sandwichs ; Théorie raffinée des plaques ; Flexion ; Solution Navier ; Porosité.

Abstract

The objective of this work is to perform a static bending analysis of porous sandwich plates in gradient materials evaluated using a refined theory of four-variable transverse shear strain. This theory takes into account the effects of transverse shearing and the parabolic distribution of the shear stresses according to the thickness of the plate and satisfies the conditions of nullity of the shear stress on the upper and lower faces of the plate FGM without the aid shear correction factors. In this study, the material properties of FGM skins vary continuously across plate thickness as a function of the P-FGM power law or the S-FGM sigmoid function in terms of the volume fractions of the constituents. The face layers are considered to be FGM while the core consists of a homogeneous ceramic layer. Four new forms of porosity were used in this study. The governing equations are derived from the principle of virtual displacements. The analytical solution is obtained using the Navier method. Numerical results are presented to show the effect of material distribution, sandwich plate geometry and porosity on deflection and stresses of FGM sandwich plates. The validity of the present theory is studied by comparing certain results obtained with other results published in the literature.

Keywords: Functionally graduated materials; Sandwich plates; Refined plate theory; Flexion; Navier solution; Porosity

ملخص

الهدف من هذه الدراسة هو إجراء تحليل الانحناء الثابت لألواح الساندويتش المسامية في المواد المتدرجة وظيفياً التي تم تقييمها باستخدام نظرية مصقولة لإجهاد القص العرضي ذي الأربعة متغيرات. تأخذ هذه النظرية في الاعتبار تأثيرات القص المستعرض والتوزيع الانحنائي المكافئ لإجهادات القص وفقاً لسماك اللوحة وتفي بشروط إبطال إجهاد القص على الوجوه العلوية والسفلية للوحة المصنوعة من المواد المتدرجة وظيفياً بدون ادراج عوامل تصحيح القص. في هذه الدراسة، تختلف خصائص القشرة السطحية للمواد المتدرجة بشكل مستمر عبر سمك اللوحة اعتماداً على قانون القدرة P-FGM أو دالة S-FGM السينية من حيث القطع الحجمية للمكونات.

تتكون الطبقات الخارجية من المواد المتدرجة وظيفياً بينما يتكون اللب من طبقة خزفية متجانسة. مع استخدام أربعة أشكال جديدة من المسامية في هذه الدراسة.

المعادلات الحاكمة مشتقة من مبدأ الإزاحة الافتراضية. ويتم الحصول على الحل التحليلي باستخدام طريقة Navier. حيث تم عرض النتائج العددية لتوضيح تأثير توزيع المواد وهندسة الألواح العازلة والمسامية على انحراف وضغوط ألواح شطيرة المواد المتدرجة وظيفياً. وتم دراسة صحة النظرية الحالية من خلال مقارنة بعض النتائج التي تم الحصول عليها مع النتائج الأخرى المنشورة في المراجع

مفاتيح الكلمات: مواد متدرجة وظيفياً؛ الواح ساندويتش، نظرية الصفائح الدقيقة، حل نايفي، المسامية

Sommaire

Résumé.....	i
Abstract	ii
ملخص.....	iii
Liste des figures	viii
Liste des tableaux	ix
Introduction générale.....	2
I.1. Introduction.....	1
I.2. Origine du mot Sandwich	1
I.3 Définition d'un élément sandwich.....	4
Fig I.1 Schéma d'un panneau sandwich structurel	5
I.4. Matériaux et propriétés des matériaux dans le sandwich.....	5
I.4.1. Les peaux	5
I.4.1.1 Matériaux de peaux.....	6
I.4.2 L'âme	7
I.4.2.1 Matériaux de l'âme.....	7
I.4.3 L'interface.....	10
I.4.3.1 Adhésifs - Description et propriétés	10
a) Exigences relatives à l'adhésif.....	11
b).Préparation de surface.....	11
c) Solvants	11
d) Curing vapeurs	12
e) Pression de liaison.....	12
f) Viscosité adhésive	12
g) Épaisseur de liaison.....	12
h) Force	13
i) Contraintes thermiques	13
j) Dureté.....	13
I.4.3.2. Propriétés viscoélastiques	13
I.4.3.3. Rétrécissement au durcissement	14
I.4.3.4. Traitement exothermique	14
I.5 Caractéristique géométrique des sandwiches	15
I.5.1 Procédés de fabrication :.....	15
I.5.1.1 Technologies par voie humide (imprégnation directe)	16
I.5.1.2. Technologies par voie sèche (imprégnation indirecte)	16
I.6. Avantages et inconvénient des matériaux composites.....	16
I.7. Conception des structures sandwiches.....	17

I.7.1. Résistance en flexion	17
I.7.2. Résistance aux chocs.....	18
I.7. 3. Résistance à la compression.....	18
I.7.4. Résistance au décollement (pelage)	18
I.7.5. L'isolation	18
I.7.6. Absorption d'eau.....	19
I.8 Mode d'endommagement et ruine des structures Sandwichs	19
I.8.1 Flambement généralisé des peaux	20
I.8.2 Flambement généralisé des peaux « crimping »	20
I.8. 3 Flambement localisé « wrinkling » ou « dimpling »	21
I.8.4 Rupture des peaux en traction ou en compression.....	22
I.8.5 Mode de rupture par indentation localisée.....	22
I.8.6 Rupture de l'âme en cisaillement	22
I.8.7 Dégradation de l'adhésif.	23
I.9 Théorie des plaques sandwichs	24
I.9.1 Hypothèses de la théorie des matériaux sandwichs	24
I.10. Techniques d'assemblages des matériaux sandwichs	24
I.10.1. Le collage de peau sur l'âme :	24
I.10.2. Technique de pliage :	25
I.11 Intérêt des structures sandwichs	26
I.12 Domaines d'application des matériaux sandwichs	27
I.13 Conclusion	27
II.1. Introduction	29
II.2. Historique	29
II.3. Définition et domaines d'application	30
II.3. Domaines d'utilisation des matériaux FGM	31
II.3.1. Dans les applications d'ingénierie	31
II.3.2. Origine des matériaux fonctionnellement gradués	32
II.4. Principales techniques de fabrication de matériaux fonctionnellement gradués	33
II.5. Matériaux composites et FGM	34
II.6. Classification des matériaux avec gradation fonctionnelle	35
II.7. Applications FGM	36
II.8 Tribologie et FGM.....	38
II.9. Processus de fabrication pour les matériaux à gradation fonctionnelle (FGM)	38
II.9.1. Dépôt physique en phase vapeur (PVD).....	39
II.9.2. Dépôt / infiltration chimique en phase vapeur.....	39
II.9.3. Métallurgie des poudres.....	40

II.9.4. Méthode de centrifugation.....	40
II.9.5. Techniques de fabrication additive.....	41
II.9.6. Dépôt de métal au laser (LMD).....	41
II.9.7. Fabrication directe par faisceau d'électrons.....	41
II.9.8 Technologies de dépôt d'arc	41
II.9.10. Méthode de fabrication de forme libre solide (SFF)	41
II.10. Actualités et défis futurs	42
II.11. Applications des matériaux à gradient fonctionnel	43
II.11.1. L'aérospatiale.....	43
II.11.2. Médical	43
II.11.3. Défenses.....	44
II.11.4. Énergie.....	44
II.11.5. Optoélectronique	44
II.11.6. Construction sur le terrain	44
II.11.7. Autres applications	44
II.12. Revue sur les différentes lois qui régissent la variation des propriétés matérielles suivant l'épaisseur d'une plaque FGM	45
II.12.1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM.....	45
II.12.2. Propriétés matérielles de la plaque S-FGM.....	47
II.12.3 Propriétés matérielles de la plaque E-FGM.....	48
II.13. Développements récents et défis des FGM	49
II.14. Conclusion	50
III.1. Introduction	52
III.2. Définition	52
III.3.Historique de développement de la théorie des plaques	53
III.4.Les Theories Des Plaques	54
III.4.1. La théorie classique des plaques de Love-Kirchhoff (CPT)	54
III.4.2. Théorie des plaques du premier ordre (FSDPT)	55
III.4.3 Les modèles d'ordre supérieur :	56
III.4.4 Approche par couche.....	58
III.4.4.1. Les modèles zig-zag	59
III.4.4.2 Modèles couches discrètes	60
III.5. Conclusion.....	62
IV.1. Introduction.....	64
IV.2. Théorie raffinée des plaques sandwiches en FGM	66
IV.2.1. Plaque sandwich P-FGM	66
IV.2.2. Plaque sandwich Sigmoidale S-FGM	67
IV.3. Plaques sandwich FGM dépendant de la porosité	67

IV.3.1. FGM imparfaite avec des porosités égales (Imparfaite I).....	68
IV.3.2. FGM imparfaites avec des porosités inégales (Imparfaite II).....	68
IV.3.3. FGM imparfaites avec des porosités logarithmiques inégales (Imparfaite III)	68
IV.3.4. FGM imparfaites avec des porosités linéaires inégales (imparfaite IV).....	69
IV.4. Formulation mathématique	69
IV.4.1. Hypothèses de base	69
IV.4.2. Cinématique et équations constitutive	70
IV.4.3. Équations gouvernantes	71
IV.4.4. Solutions de Navier pour les plaques sandwichs rectangulaires en FGM simplement supportées.....	74
IV.5. Conclusion	76
V.1. Introduction	78
V.2. Caractéristiques de la plaque considérée.....	79
V.3. Variations des paramètres étudiées	79
V.4. Analyse des résultats et discussions	80
V.5. Conclusion.....	97
Conclusion générale et perspectives	99
Références bibliographiques	102

Liste des figures

Figure I.1 : Schéma d'un sandwich	5
Figure I.2 : Matériaux pour les peaux	7
Figure I.3 : Matériaux sandwiches à âmes pleines	9
Figure I.4 : Matériaux sandwiches à âmes creuses : (a) nid d'abeilles; (b) âme ondulée	9
Figure I.5 : Matériaux pour les âmes.....	10
Figure I.6 : Schéma représentatif d'un sandwich	15
Figure I.7 : différentes sollicitations (M, N, T) appliquées à un sandwich.	19
Figure I.8: Mode de ruine par Flambement généralisé des peaux du sandwich.....	20
Figure I.9: Mode de ruine par Flambement généralisé de l'ame du sandwich.....	20
Figure I.10: Flambement localisé « wrinkling »	21
Figure I.11: Flambement localisé «damppling».....	21
Figure I.12: Mode de dégradation par rupture des peaux du sandwich.	22
Figure I.13: Modes de rupture par indentation localisée.....	22
Figure I.14: Mode de Rupture de l'âme par cisaillement.....	22
Figure I.15: Type de dégradation de l'adhésif.	23
Figure I.16: panneaux réalisés par collage à partir de profiles divers.....	25
Figure I.17 : Pliage de panneaux sandwiches.	26
Figure. II.1 :Un FGM avec les fractions de volume de phases constitutives graduées dans la direction verticale. [19].	30
Figure. II.2 : Champs potentiellement applicables aux FGM	31
Figure. II.3 : Coupe transversale de la tige de bambou montrant la répartition et l'épaisseur radiale des fibres.....	32
Figure. II.4 : Transition entre structures spongieuses et compactes en coupe transversale d'un os humain	32
Figure. II.5 : Augmentation progressive de la concentration de carbone sur une surface soumise au traitement de cimentation.....	33
Figure. II.6 : Structures avec gradation : a) FGM; b) Multicouches.....	34
Figure. II.7 : Schéma de l'installation pour la préparation d'un SiC/C FGM par le dépôt chimique en phase vapeur (CVD).....	40
Figure. II.8 : Les dimensions de la plaque FGM.....	46
Figure. II.9: La variation du module de Young dans une plaque P-FGM.....	46
Figure. II.10 : La variation du module de Young dans une plaque S-FGM.....	48

Figure II.11: La variation du module de Young de la plaque E-FGM.....	49
Figure. III. 1 : Plaque et système de coordonnées associé (x, y, z).....	53
Figure. III.2 : Schématisation des déformations des plaques par la théorie classique « CPT »	55
Figure. III.3: Illustration de la plaque de Reissner-Mendlin [Reddy, 1997].....	56
Figure .III.4 : Illustration de la plaque d'ordre élevé [Reddy, 1997].	57
Figure. III.5 : Champs de déplacements des modèles couches discrètes, approche cinématique.	59
Figure. III.6 : Champs de déplacements des modèles zig-zag, approche cinématique.....	59
Figure. III.7 : Champs de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre.	60
Figure. III.8 : Champs de déplacements des modèles zig-zag d'ordre supérieur.	60
Figure IV.1 : Géométrie d'une plaque sandwich rectangulaire FGM en coordonnées cartésiennes.	66
Figure.V.1 : Géométrie d'une plaque sandwich rectangulaire FGM en coordonnées cartésiennes..	79
Figure.V.2 : Contrainte normale adimensionnel à travers l'épaisseur de la plaque sandwich FGM (a/h=10)	84
Figure.V.3 : Contrainte de cisaillement adimensionnel à travers l'épaisseur de la plaque sandwich FGM (a/h=10)	87
Figure.V.4 : Déflexion centrale adimensionnel de la plaque sandwich FGM en fonction du rapport a/h (p=2)	88
Figure.V.5 : Déflexion centrale adimensionnel de la plaque sandwich FGM en fonction du rapport a/h (p=2)	89
Figure.V.6 : Effet du coefficient de porosité α sur la déflexion centrale de la plaque sandwich FGM (2-1-2) avec p=2.....	90
Figure.V.7 : Effet du coefficient de porosité α sur la distribution de la contrainte normale adimensionnel de plaque sandwich FGM (2-1-2) avec p=2.....	91
Figure.V.8 : Effet du coefficient de porosité α sur la distribution de la contrainte de cisaillement adimensionnel de plaque sandwich FGM (2-1-2) avec p=2.....	92

Liste des tableaux

Tableau II.1 : Classification des méthodes de traitement des MGF.....	35
Tableau II.2 : Classification fonctionnelle des MGF.....	37
Tableau V.1 : Effets de l'indice de la fraction volumique p sur la déflexion adimensionnel de la plaque sandwich FGM ($a/h=10$).....	93
Tableau V.2 : Effet de l'indice de la fraction volumique p sur la contrainte normale adimensionnelle de la plaque sandwich FGM ($a/h=5$).....	94
Tableau V.3 : Effet de l'indice de la fraction volumique p sur la contrainte de cisaillement adimensionnelle de la plaque sandwich FGM ($a/h=10$).....	95
Tableau V.4 : Effets de la porosité α sur la déflexion adimensionnelle de la plaque sandwich carrée en FGM ($a/h=10, p = 2$).....	96

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Les matériaux composites légers dont les rapports de résistance/poids et épaisseur/poids sont très grands, ont été utilisés avec succès dans l'industrie de génie civil, aéronautique et dans d'autres applications technologiques. Cependant, les matériaux composites traditionnels sont inutilisables sous un environnement à hautes températures. Les métaux ont été généralement utilisés dans le domaine de la technologie pendant plusieurs années grâce à leur excellente résistance mécanique et dureté. Mais dans des conditions de hautes températures, la résistance mécanique du métal devient faible comme pour les matériaux composites traditionnels. Les matériaux en céramique ont d'excellentes caractéristiques en résistance, thermique. Cependant, les applications de la céramique sont habituellement limitées du fait de leur faible dureté.

Le développement des matériaux composites a permis d'associer des propriétés spécifiques à différents matériaux au sein d'une même pièce. L'optimisation locale de ces propriétés par association d'un matériau de haute dureté à la surface d'un même matériau tenace pose le problème de l'interface, La transition brusque dans les propriétés des matériaux à travers l'interface entre les matériaux discrets peut entraîner une grande contrainte inter-laminaire ou une forte concentration de contraintes conduisant à la déformation plastique ou de fissuration. Une technique pour surmonter ces effets nuisibles et d'utiliser un matériau à gradient évalué (de l'anglicisme FUNCTIONALLY GRADED MATERIALS (FGM)).

Récemment, une nouvelle classe de matériaux composites connue sous le nom de matériau fonctionnellement gradués (FGM), ou matériaux à gradient de propriétés, a attiré une attention particulière.

Au stade de la production des matériaux fonctionnellement gradués (FGM), des micro-vides et des porosités peuvent se produire en raison d'erreurs de production ou techniques. Avec la porosité, le comportement mécanique des matériaux fonctionnellement gradués change considérablement. Ainsi, l'effet de la porosité sur les matériaux fonctionnellement gradués est un problème important et doit être étudié afin de concevoir en toute sécurité ces composites.

Plusieurs chercheurs ont étudié le comportement des plaques en matériau FGM, et qui ont définis la fraction volumique en utilisant plusieurs lois de mélange ; tel que la loi de puissance P-FGM, la loi exponentielle E-FGM ou encore la loi sigmoïde S-FGM pour assurer une répartition harmonieuse des contraintes entre toutes les interfaces.

Suite à l'importance de ces matériaux ainsi que leur large application, des analyses statiques, vibratoires, thermomécaniques et de flambement des structures en FGM ont été exposé par de nombreux chercheurs.

Le présent travail s'intéresse à l'étude du comportement mécanique en flexion des plaques sandwiches avec des peaux en FGM poreuses. Les propriétés matérielles des peaux de la plaque sandwich varient continuellement à travers l'épaisseur selon la loi de puissance P-FGM ou la fonction sigmoïde S-FGM en termes des fractions volumiques des constituants. Quatre modèles de distribution de la porosité sont proposés. Pour ce fait, notre thèse est composée de cinq chapitres, Dans le chapitre I, on a essayé de définir d'une manière générale les matériaux sandwiches et de donner un aperçu dans le chapitre II sur les matériaux fonctionnellement gradués "FGM", leur concept ainsi que leur domaine d'application. Le chapitre III, est consacré pour la présentation des différentes théories des plaques. Alors que le chapitre IV, consiste à mettre en œuvre une méthode analytique pour l'analyse de la flexion des plaques sandwiches rectangulaires en matériaux à gradient évaluée avec la présence des porosités au cours de la fabrication de ces matériaux FGM. Le chapitre V s'intéresse à l'étude de la réponse des plaques sandwiches poreuses P-FGM et S-FGM en flexion statique avec des conditions aux bords simplement appuyées. Certaines courbes ont été présentées pour permettre d'étudier le comportement mécanique des plaques sandwiches en P-FGM et S-FGM avec la présence des pores au niveau des peaux de la plaque sandwich. Un programme de calcul a été élaboré pour cette fin. Ce travail, se termine par une conclusion générale relative à la recherche effectuée incluant des perspectives pour des travaux futurs.

CHAPITRE I

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES MATERIAUX SANDWICHES

I.1. Introduction

Les panneaux sandwich ont été utilisés avec succès depuis de nombreuses années dans l'aviation et industries aérospatiales, ainsi que dans les applications de génie maritime, mécanique et civil. Cela est dû à la rigidité élevée et aux rapports résistance / poids élevés des systèmes sandwich [1]. L'utilisation des constructions sandwich dans les structures aérospatiales peut être retracée à la Seconde Guerre mondiale lorsque le bombardier britannique De Havilland Mosquito avait utilisé la constructions sandwich [5].

Au début de l'utilisation, la structure sandwich était une très simple construction, avec des revêtements simples en tissu, ou en métal mince et du bois tendre utilisé comme noyau. La construction sandwich classique comprend un noyau relativement épais, ce matériau de faible densité qui sépare les plaques frontales (ou faces, ou parements) supérieure et inférieure qui sont relativement minces mais rigides. Les matériaux utilisés dans les constructions sandwich ont été nombreux et variés, mais ces derniers temps, l'intérêt pour la construction sandwich a augmenté avec l'introduction de nouveaux matériaux à utiliser dans les parements (par ex. composite renforcé de fibres de matériau stratifié) et dans le noyau (par exemple mousses solides) [2]

I.2. Origine du mot Sandwich

John Montagu (1718-1792), seigneur britannique de l'Amirauté pendant la révolution Américaine, a donné le nom de sandwich, qui était un joueur de billard dévoué, a inventé à manger à la table de billard [2] - en 1762, il passa 24 heures à table sans autre nourriture que ses sandwiches [3]. Le sandwich archétypal se compose de deux tranches de pain avec de la viande entre les deux. La construction sandwich discutée dans ce texte est construite d'une manière similaire au comestible à sandwich mais au lieu de pain deux fines feuilles de matériau de haute performance, et entre celles-ci le remplissage est remplacé par un matériau de faible densité.

Historiquement, les avantages du concept d'utilisation de deux faces coopérantes séparées par une distance aurait été discuté pour la première fois par le Français, Duleau, en 1820, et plus tard par Fair bairn [4]. Bien que ce ne soit que 110 ans plus tard, le concept a été appliqué pour la première fois dans le commerce.

Dans des panneaux sandwich de la Première Guerre mondiale en amiante avec un noyau en panneaux de fibres ont été utilisés avant La Seconde Guerre mondiale, une certaine utilisation a été faite de panneaux sandwich dans de petits avions. Cependant, c'était l'invention et l'acceptation répandue des adhésifs structuraux en Angleterre et aux États-Unis

les années 30 qui ont permis l'application de composites sandwich collés. L'avion Mosquito, produit en Angleterre pendant la Seconde Guerre mondiale, a vu la production de masse de stratifiés sandwich pour la première fois, en utilisant des faces de placage avec un noyau en balsa [5]. Cela était cependant principalement dû à une pénurie d'autres matériaux par opposition à une appréciation de l'efficacité structurelle du concept. C'était vers l'achèvement de la Seconde Guerre mondiale, à la fin des années 40, que certains travaux sur les constructions sandwich ont été publiés. Depuis ces premiers jours, la technologie des stratifiés sandwich a considérablement progressé, et aujourd'hui, une utilisation beaucoup plus complète des avantages des stratifiés sandwich est en cours de réalisation.

Le développement des matériaux de base s'est poursuivi des années 40 à aujourd'hui dans un effort pour réduire le poids du stratifié sandwich. Le balsa, le premier matériau de base à être utilisé, est toujours utilisé où le poids n'est pas critique comme dans les yachts de croisière et les lancements. Bien qu'il soit encore lourd il offre généralement des avantages par rapport aux modèles à peau unique. La fin des années 40 et 50 a vu l'avènement de matériaux d'âme en nid d'abeille, développés principalement pour l'industrie aérospatiale. Les noyaux en nid d'abeille offrent actuellement les meilleurs rapports résistance au cisaillement et rigidité / poids, mais nécessitent des précautions pour assurer l'adhérence adéquate aux faces. Les matériaux de base ont été produits sous diverses formes et développé pour une gamme d'applications, utilisant généralement une forme de cellule hexagonale pour une efficacité. Le coût toujours élevé des noyaux en nid d'abeille a limité leur application principalement à l'industrie aérospatiale.

La fin des années 1950 et le début des années 1960 ont provoqué l'avènement du poly (chlorure de vinyle) (PVC) et matériaux d'âme en polyuréthane (PUR) couramment utilisés aujourd'hui dans les applications à faible et moyen coût. Bien que les mousses PVC aient été développées en Allemagne au début des années 40, elles n'ont pas été utilisées commercialement jusqu'à 15 ans plus tard en raison de la douceur de ces premiers noyaux.

Au cours des vingt dernières années peu de nouveaux noyaux ont été développés avec des recherches orientées vers les matériaux de revêtement, le noyau et les techniques de collage. La prochaine génération de matériaux de base en cours de développement c'est les noyaux cellulaire thermoplastiques dont les propriétés peuvent être adaptées en orientant la structure cellulaire. Les recherches sur l'analyse théorique des constructions sandwich ont commencé après la Seconde Guerre mondiale avec plusieurs articles publiés entre 1945 et 1955 sur la solidité et la stabilité des poutres, colonnes et plaques sandwich. Une liste complète de ces premiers travaux, jusqu'en 1960, est publié par Plantema [6] dans son livre sur ce sujet. La recherche théorique a généralement précédé

l'application pratique des constructions sandwich, à partir de l'année 1940 jusqu'aux temps modernes. Dans les premières années, cela était principalement dû aux difficultés pratiques telles que liaison des parements à l'âme, fournissant des noyaux d'une rigidité suffisante et établissant des procédures de réparation et d'inspection. Plus récemment, des problèmes similaires restreignent encore l'utilisation de composites sandwich dans des domaines tels que la structure principale de l'aéronef. Une partie considérable des premières recherches sur les constructions sandwich a été entreprise par les Laboratoires des produits forestiers de United States Forest Service, [7]. Ces travaux sont à la fois expérimentaux et théoriques ce laboratoire a produit plusieurs travaux significatifs. Ces articles présentent des solutions à divers problèmes de flexion des poutres et des panneaux, en utilisant un certain degré de simplification pour résoudre les divers problèmes. Aussi pendant cette période Reissner [8] a publié sa théorie bien connue sur les plaques sandwich qui dérive de l'équation différentielle de la déflexion d'un panneau sandwich. D'autres travaux importants sur les panneaux sandwich sont ceux de Libove et Batdorf [9], Hoff [10] et Mindlin [11]. dérivés d'équations différentielles des forces de flexion et de cisaillement dans les panneaux orthotropes à faces minces, Hoff [10] considère l'énergie de déformation d'un panneau sandwich en termes de transversal et dans le plan de fléchissements et dérive l'équation de base pour un panneau sandwich isotrope mais par rapport aux faces épaisses, Mindlin [6] a dérivé l'équation de mouvement pour une plaque isotrope en tenant compte à la fois des déformations transversales de cisaillement et de l'inertie rotative. Ces théories forment la base des deux textes importants sur les constructions sandwich publiés dans les années 1960 par Plantema [6] et Allen [12]. Au cours des vingt dernières années, l'accent dans la recherche théorique s'est déplacé vers l'optimisation de stratifiés, avec analyse par éléments finis utilisée comme outil de conception pour les problèmes d'analyse des panneaux. Comme un résultat, peu de travaux supplémentaires ont été menés sur l'analyse théorique des panneaux sandwich, principalement en raison de la difficulté d'obtenir des solutions plus exactes pour dériver et résoudre les équations différentielles pour la déformation des panneaux sandwich. Les erreurs dans les approximations courantes utilisés sont souvent négligeables pour les stratifiés composites pratiques, mais doivent être prise en considération.

Fini les techniques d'élément utilisant des éléments sandwich spécialement conçus permettent également une analyse précise des problèmes de conception sandwich. Ceux-ci sont généralement plus précis que la plupart des solutions analytiques qui nécessitent plusieurs approximations et l'utilisation de méthodes de différences finies pour résoudre l'équation différentielle. La recherche sur les constructions sandwich au cours des deux dernières décennies a principalement tourné autour des domaines de la résistance aux chocs, de la fatigue et de l'analyse des fractures avec ces domaines sont une préoccupation majeure pour l'industrie aérospatiale. Cette recherche permet désormais

l'introduction de matériaux composites dans la structure primaire des avions. Les analyses théoriques des poutres et plaques sandwich ont reçu peu d'attention avec le contenu de l'industrie aérospatiale à utiliser l'analyse par éléments finis à des fins de conception.

I.3 Définition d'un élément sandwich

Un sandwich se compose de trois parties principales, comme illustré sur la figure I.1. Deux peaux fines, rigides et fortes sont séparés par un noyau épais, léger et plus faible. Les faces sont collées au noyau pour obtenir un transfert de charge entre les composants.

L'ASTM définit une structure sandwich comme suit :

“ Un sandwich structurel est une forme spéciale d'un composite stratifié comprenant une combinaison de différents matériaux qui sont liés les uns aux autres de manière à utiliser les propriétés de chaque composant séparé à l'avantage structurel de l'ensemble de l'assemblage.”

Le modus operandi d'un sandwich est sensiblement le même que celui d'une poutre en I , qui est une forme structurelle car autant que possible que le matériau est placé dans les bords les plus éloigné du centre de la flexion ou de l'axe neutre. Il ne reste que suffisamment de matériel dans la connexion âme pour faire agir les bords de concert et résister au cisaillement et au flambage. Dans un sandwich les peaux prennent la place des bords et l'âme prend la place du noyau. La différence est que le noyau d'un sandwich est d'un matériau différent des faces et il est étalé comme un support continu pour les peaux plutôt que concentrés dans une toile étroite. Les peaux agiront ensemble pour former un couple de contraintes efficaces ou moment de résistance contrebalançant le moment de flexion externe. Le noyau résiste au cisaillement et stabilise les faces contre le flambage ou le froissement. Le lien entre les peaux et le noyau doit être suffisamment solide pour résister aux efforts de cisaillement et de traction qui s'établissent entre eux. L'adhésif qui lie les faces au noyau est donc d'une importance critique.

Dans le type d'éléments sandwich considéré dans ce texte, les faces sont généralement minces et, dans une signification classique, un matériau très performant tandis que le matériau de base est un matériau épais, léger mais relativement de faible performance. Le choix des constituants dépend principalement de l'application spécifique et des critères de conception mis en place par celui-ci. La conception d'un sandwich structurel ne sera pas uniquement géométrique mais un processus intégré de conception géométrique et de sélection des matériaux.



Fig I.1 Schéma d'un panneau sandwich structurel

I.4. Matériaux et propriétés des matériaux dans le sandwich

Comme indiqué dans les sections précédentes, un sandwich se compose de trois composants ou plus ; les peaux les âmes et les joints adhésifs. En général, les peaux peuvent être de matériaux différents et même les deux joints adhésifs peuvent être constitués d'adhésifs différents, tous en fonction des exigences de la structure et du processus de fabrication. Le choix des matériaux est vaste et depuis l'introduction des composites de fibres, le choix des matériaux de peau a augmenté à un nombre presque infini de différents matériaux, tout avec des propriétés différentes. Même le nombre d'âmes disponibles a augmenté dramatiquement ces dernières années depuis l'introduction de plastiques cellulaires de plus en plus compétitifs. Par conséquent, la conception de structures sandwich est tout autant un problème de sélection de matériaux qu'un problème de dimensionnement. Le grand nombre de choix de matériaux peut apparaître comme une complexité supplémentaire mais est vraiment l'une des principales caractéristiques de l'utilisation de constructions sandwich ; les matériaux les mieux adaptés à l'application peuvent être utilisés et certains inconvénients peuvent être surmontés par un dimensionnement géométrique. Par exemple, certains plastiques renforcés n'ont pas l'avantage de la rigidité élevée des métaux, mais en augmentant l'épaisseur du noyau, une rigidité réalisable peut encore être obtenue. Les matériaux sont souvent choisis pour des raisons qui ne sont pas purement mécaniques mais plutôt pour des raisons telles que la résistance aux agents d'environnement, finition de surface, utilisation d'une méthode de fabrication spécifique, coût, résistance à l'usure, etc.

I.4.1. Les peaux

Généralement de faibles épaisseurs, les peaux sont constituées de tout matériau pouvant être obtenu sous forme de couche. Elles peuvent être en bois, métal ou matériau composite. Le choix de la nature et de la séquence des couches dépendra de l'utilisation des matériaux composites. Les peaux ont pour but de reprendre les efforts de flexion traduit par des contraintes normales (traction ou compression).

I.4.1.1 Matériaux de peaux

Citant Allen [1], " Presque tous les matériaux structurels disponibles sous forme de feuilles minces peuvent être utilisés pour former les faces d'un panneau sandwich ", donne une bonne vue de la variété disponible en sélection des matériaux. C'est une caractéristique principale du concept, le concepteur a la possibilité grâce à une conception efficace pour utiliser chaque composant matériel à sa limite ultime. Les propriétés du premier intérêt pour les peaux sont ;

- Rigidité élevée donnant une rigidité à la flexion élevée
- Haute résistance à la traction et à la compression
- Résistance aux chocs
- Finition de surface
- Résistance environnementale (chimique, UV, chaleur, etc.)
- Résistance à l'usure

Les matériaux de peau couramment utilisés peuvent être divisés en deux groupes principaux ; matériaux métalliques et matériaux non métalliques. Le premier groupe comprend l'acier, l'acier inoxydable et les alliages d'aluminium. Il y a une vaste variété d'alliages avec des propriétés de résistance différentes alors que la variation de rigidité est très limitée. Le plus grand des deux groupes est le dernier, y compris les matériaux tels que le contreplaqué, le ciment, le placage, plastique renforcé et composites de fibres.

Les matériaux non métalliques les plus importants sont les composites de fibres qui, depuis leur introduction ont eu un impact majeur sur l'utilisation de constructions sandwich. La raison est que la plupart des composites offrent des propriétés de résistance similaires ou même supérieures à celles des métaux, bien que leur rigidité soit souvent plus faible. Ainsi, afin d'atteindre des rigidités, les composites sont plus souvent pris en sandwich avec un noyau léger. Une autre raison importante est que la fabrication de composites sandwich est beaucoup plus facile que la fabrication de structures sandwich à face métallique. Une autre caractéristique des composites est leur comportement anisotrope, c'est-à-dire qu'ils ont des propriétés différentes dans différentes directions. Il s'agit d'une complexité initiale souvent considérée comme un obstacle pour les ingénieurs mais en réalité un avantage car il offre la possibilité d'adapter les propriétés en conjonction avec les charges appliquées. Par exemple, on peut placer suffisamment de fibres dans une direction pour transporter la charge dans cette direction particulière, et une quantité différente dans une autre direction. Par conséquent, non seulement les composants matériels sont sollicités à leur limite ultime mais le composant lui-même peut être utilisé de manière plus optimisée.

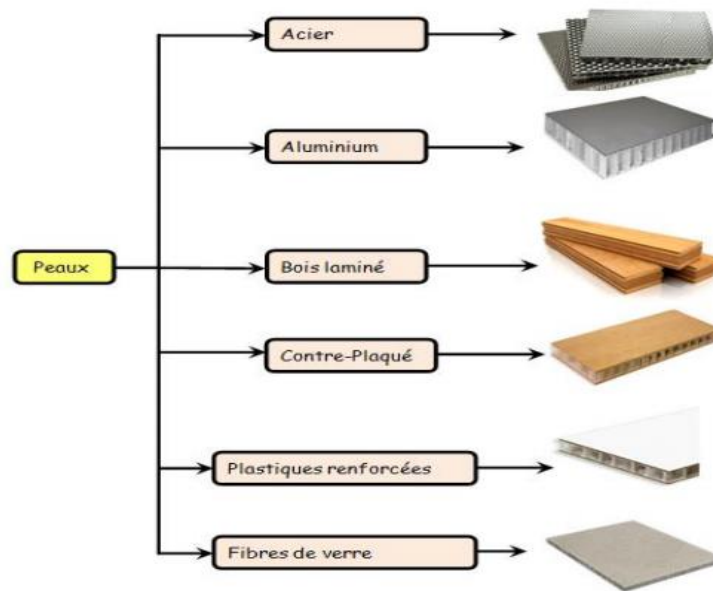


Fig I.2 Matériaux pour les peaux

I.4.2 L'âme

Légère, l'âme a en général une très faible résistance à la flexion. La fonction essentielle de l'âme du Sandwich est de transmettre par cisaillement transverse, les actions mécaniques d'une peau à l'autre.

I.4.2.1 Matériaux de l'âme

Cette composante matérielle est peut-être la plus importante de toutes, même si elle ne semble pas à première vue. C'est aussi la composante matérielle dont l'ingénieur a généralement la moindre connaissance. Les noyaux utilisés dans les constructions sandwich porteuses peuvent être divisés en quatre groupes ; carton ondulé, nid d'abeille, bois de balsa et mousses,

Première de tout, le noyau doit avoir une faible densité afin d'ajouter le moins possible au poids total du sandwich. Même si les forces transversales créant des contraintes normales σ_z dans le noyau sont généralement faibles, même une petite diminution de l'épaisseur du noyau créerait une forte diminution de la rigidité à la flexion et donc le module de Young perpendiculaire aux faces doit être élevé. Le noyau est principalement soumis au cisaillement et les contraintes de cisaillement du noyau produisent des déformations globales et des contraintes de cisaillement du noyau.

Ainsi, il faut choisir un noyau qui ne faillira pas sous la charge transversale appliquée et avec un module de cisaillement suffisamment élevé pour donner la rigidité de cisaillement requise. La charge de plissement critique dépend à la fois du module d'Young et du module de cisaillement du noyau. Autres fonctions du sandwich telles que l'isolation thermique et acoustique dépendent

principalement du matériau de l'âme et de son épaisseur. Les propriétés d'intérêt principal pour le noyau peuvent être résumées comme suit :

- Densité
- Module de cisaillement
- Résistance au cisaillement
- Rigidité perpendiculaire aux faces
- Isolation thermique
- Isolation sonore

Elle peut être réalisée avec les matériaux suivants :

- **Mousses** : Ces matériaux légers peu onéreux, facilement usinables et ont cependant de très faibles caractéristiques mécaniques.
- **Balsa** : Est un bois bien connu pour ces différentes utilisations et de leurs principales qualités que la légèreté, le haut pouvoir d'isolation thermique et acoustique et la non déformation aux variations thermiques.
- **Nid d'abeille** : Cette structure est réalisée généralement à partir du matériau en plaques minces (alliage d'aluminium, papier polyamide). Des raies de colle sont disposées en bande régulières sur les plaques qui sont collées entre elles pour former un bloc, ce dernier est coupé en tranches qui seront, transformées à leur tour en planche de nida ' **Nid d'abeille** ' par expansion.

Il existe deux types d'âmes :

- **Les âmes pleines** [13] parmi les quelle on retrouve :
 - Le Balsa ou bois cellulaires (Figure I.3a)
 - Diverses mousses cellulaires (Figure I.3b)
 - Des résines chargées de microsphères creuses de verres appelés mousses syntactiques

Cette âme pleine ou alvéolaire est considérée comme isotrope (propriétés matérielles identiques dans toutes les directions : 2 constantes indépendantes suffisent alors pour définir la loi de comportement du matériau).

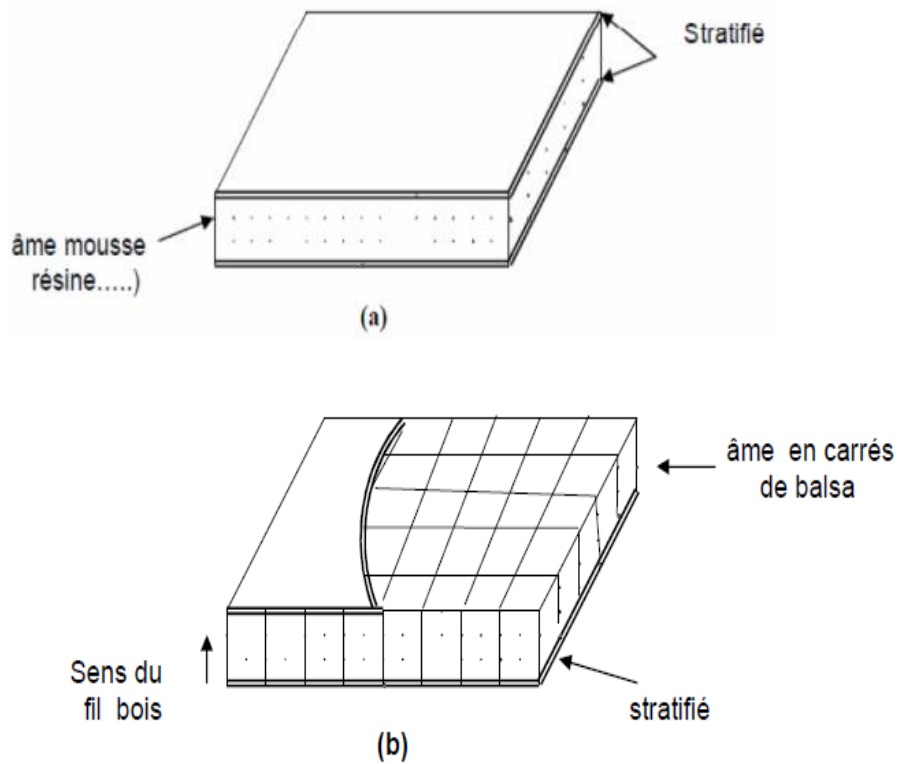


Figure I.3 : Matériaux sandwichs à âmes pleines.

- **Les âmes creuses** [13], essentiellement de type nid d'abeilles (Fig I.4) elles sont :
 - Des alliages métalliques légers
 - Des papiers kraft
 - Du papier polyamide, type papier Nomex.

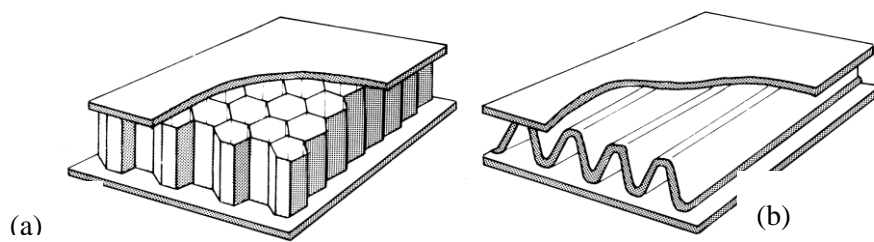


Figure I.4 : Matériaux sandwichs à âmes creuses : (a) nid d'abeilles; (b) âme ondulée.

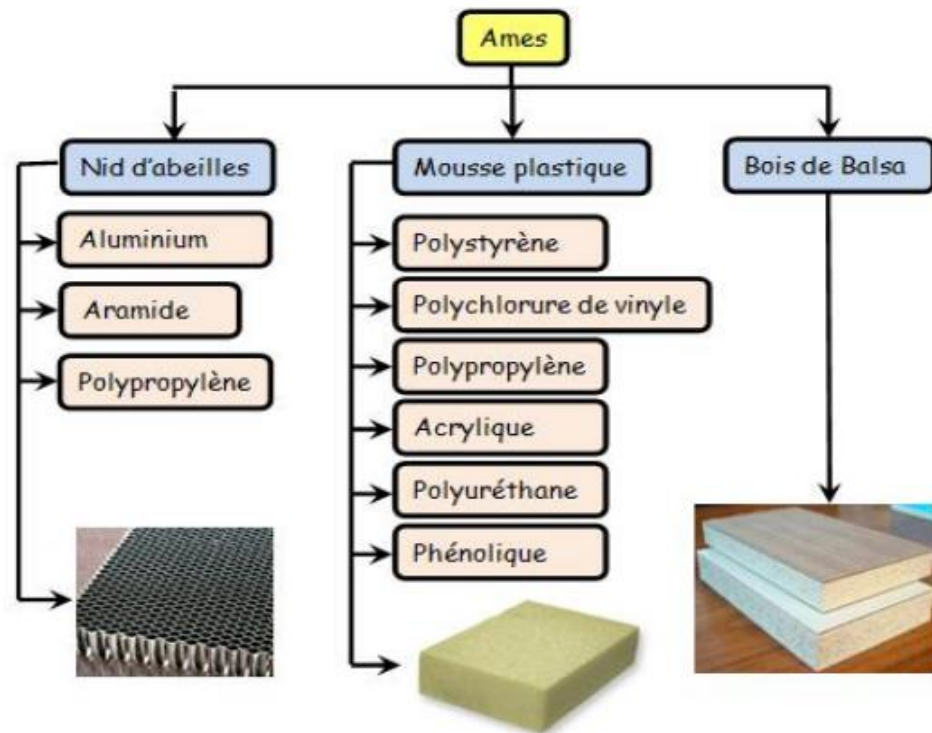


Fig I.5 Matériaux pour les âmes

I.4.3 L'interface

L'assemblage de la structure sandwich peut être réalisé par collage, soudage ou brasage. Lors des simulations numériques, on suppose que, quel que soit le mode d'assemblage des différentes couches, le lien est parfait entre les constituants.

Les matériaux sandwiches sont caractérisés par :

- Une grande légèreté à titre de comparaison, la masse surfacique de la coupole de la basilique Saint – Pierre (45 mètres de portée) et de 2600 kg/m² (construction en pierre).

La masse surfacique d'une même coupole en Sandwich acier/ mousse de polyuréthane est de 33kg/m² [14].

- Une grande rigidité flexionnelle due à l'écartement des peaux.
- Excellentes caractéristiques d'isolation thermiques. En revanche, les matériaux sandwiches n'amortissent pas et leur tenue au feu n'est pas bonne pour certaines catégories d'âmes et le risque de flambement est plus élevé que pour les structures classiques.

I.4.3.1 Adhésifs - Description et propriétés

Tout d'abord, quelques caractéristiques de base de l'adhésif lorsqu'il est utilisé dans des structures sandwich sont discutées. Les exigences de l'adhésif sont quelque peu différentes de l'utilisation normale dans ce sandwich de collage structurés implique la liaison de deux constituants très

dissemblables, un composant compact solide à un cellulaire plus doux. Ce fait implique qu'il faut prêter attention à certains aspects lors du choix de l'adhésif.

a) Exigences relatives à l'adhésif

Ceci est un résumé de certaines exigences relatives aux adhésifs utilisés pour le collage de panneaux sandwich [15]

b).Préparation de surface

Les surfaces en métal et en matériau composite doivent être préparées avant le collage de la même manière comme lors de la liaison, par exemple, métal sur métal ou composite sur composite. Cela implique généralement un nettoyage, soit mécaniquement, soit chimiquement, et parfois l'amorçage. Le collage aux surfaces métalliques est généralement grandement amélioré par un prétraitement avec un apprêt de lavage. Le noyau, en revanche, peut-être plus difficile à nettoyer mais les mêmes exigences sont valables pour tous les noyaux, ils doivent être de propres particules, graisse, huile et autres substances qui peuvent influencer la liaison. La poussière peut être éliminée par vide ou soufflage avec de l'air comprimé sans huile. La graisse et l'huile peuvent être éliminées du métal nid d'abeilles en utilisant une immersion liquide, par exemple, le trichloréthylène. Les mousses et le balsa sont plus difficiles lorsqu'il s'agit d'éliminer la graisse et l'huile. Le mieux est de s'assurer que le noyau n'est pas exposé à de tels substances avant le collage. Dans certains cas, le noyau doit être préparé par un sciage ou une opération de ponçage qui enlève la couche superficielle et laisse donc des surfaces propres pour le collage. Cependant, lors du sciage et du ponçage de mousses, il faut s'assurer que l'outillage est affûté, de sorte qu'il coupe correctement toutes les parois cellulaires. Des outils inadéquats endommageront les cellules de surface en laissant les parois cellulaires partiellement attachées comme des couvercles recouvrant les cellules. Si tel est le cas, l'adhésif adhère aux couvercles plutôt que de pénétrer dans les cellules de surface, créant ainsi une mauvaise liaison.

c) Solvants

Certains matériaux de base sont très sensibles à certains solvants. Par exemple, les mousses de polystyrène sont sensibles au styrène, ce qui signifie que les résines polyester ou vinylester ne peuvent pas être utilisées comme adhésifs car ils contiennent du styrène. Les époxydes et polyuréthanes peuvent très bien être utilisés sur les noyaux. Similaire les combinaisons peuvent être étudiées avant le choix de l'adhésif

d) Curing vapeurs

Certains adhésifs, comme les phénoliques, dégagent de la vapeur lors du séchage. Puisque la ligne de liaison est située dans un espace fermé entre la peau et le noyau cela pourrait conduire à plusieurs problèmes tels que :

- (i) Accumulation de pression interne empêchant les surfaces de se fixer pendant le durcissement,
- (ii) La pression pourrait endommager le noyau.
- (iii) Le matériau du noyau pourrait bouger pendant le durcissement, ce qui entraînerait des pièces inutilisables.
- (iv) Corrosion des faces ou du noyau due à l'action chimique de la vapeur

e) Pression de liaison

Certains adhésifs nécessitent une pression de liaison pour éviter la création de pores dans l'adhésif. Dans ces cas, des précautions doivent être prises pour que le noyau lui-même ne tombe pas en panne en raison de la compression lorsque la pression de liaison est appliquée.

f) Viscosité adhésive

Lors du collage sur des noyaux en nid d'abeille, l'adhésif doit avoir exactement la bonne combinaison de mouillage de la surface et écoulement contrôlé afin que l'adhésif ne s'écoule pas dans la cellule [16]. C'est favorable si l'adhésif coule dans une certaine mesure le long de la paroi cellulaire, augmentant ainsi la surface de contact avec le noyau. Dans le cas d'un sandwich en mousse ou en balsa, la viscosité doit être faible suffisamment pour permettre à l'adhésif de remplir correctement les cellules de surface en laissant aussi peu d'air emprisonné que possible. Une faible viscosité présente dans ce cas un autre avantage lorsque la pression de liaison est appliquée, l'adhésif coulera des zones riches vers des zones plus sèches, voire totalement sèches, lissant l'épaisseur de la ligne de liaison. D'autre part, si la viscosité est trop faible, il est possible que la pression de liaison fera sortir l'adhésif entre la peau et le noyau, une fois de plus laissant une ligne de liaison trop fine.

g) Épaisseur de liaison

La quantité d'adhésif appliquée doit être suffisamment grande pour garantir que les deux surfaces sont correctement humides et qu'aucune zone sèche n'existe. Chaque type de matériau de base nécessitera des quantités différentes selon la taille des cellules, les formes des cellules, le type d'adhésif, etc. Les fabricants de matériaux de base peuvent normalement fournir ces informations.

Cependant, la ligne de liaison ne doit pas être plus épaisse que nécessaire car cela ajoute du poids à la pièce.

h) Force

Le joint adhésif doit pouvoir transférer les charges de conception, c'est-à-dire avoir la traction et résistance au cisaillement. Même si la liaison a la résistance statique requise, elle peut toujours provoquer une défaillance prématurée en raison de la fatigue. La plupart des adhésifs ont une résistance variable avec la température. L'adhésif utilisé doit donc avoir une résistance adéquate dans la plage de températures de son environnement final.

i) Contraintes thermiques

Les contraintes thermiques sont une cause fréquente de défaillances de décollement. Si une peau est chauffée, par exemple par la lumière du soleil ou toute autre source de chaleur, il se déformera en raison de la dilatation thermique. Étant donné que la plupart des matériaux de base sont de très bons isolants il y aura un gradient thermique élevé sur la ligne de liaison. Cela signifie que les contraintes de cisaillement peuvent se développer à l'interface (la ligne de liaison) entre la peau et l'âme, et initier le décollement. Si la structure doit être utilisée dans un tel environnement, la peau et le noyau des matériaux ont des dilatations thermiques très différentes, il est nécessaire d'utiliser un adhésif ductile, c'est-à-dire avec une forte contrainte à l'échec.

j) Dureté

Quand on parle d'adhésifs, la ténacité fait généralement référence à la résistance de l'adhésif pour permettre la formation de fissures d'interface et la croissance sous charge d'impact. La dureté dans ce contexte dépend de plusieurs paramètres tels que la ductilité de l'adhésif, l'épaisseur de la ligne de liaison, la préparation de la surface, la face du matériau, matériau de noyau, taille de cellule de noyau, etc. [15]. Il existe cependant des adhésifs durcis sur le marché pour une meilleure résistance aux chocs. Ce sont souvent des résines ordinaires dans lesquelles l'élastomère des particules comme le caoutchouc ont été ajoutées.

I.4.3.2. Propriétés viscoélastiques

La plupart des adhésifs ont un comportement viscoélastique important, c'est-à-dire leur résistance et leur rigidité dépendent non seulement de la température mais aussi du taux de chargement. Généralement, les adhésifs perdent leur rigidité et deviennent plus ductiles à mesure que le taux de charge diminue, principalement en raison de la relaxation des contraintes ou du fluage. Les

adhésifs viscoélastiques peuvent être avantageux par exemple lorsqu'il y a des gradients thermiques élevés.

I.4.3.3. Rétrécissement au durcissement

Certaines résines adhésives, comme les polyesters, présentent un changement de volume important lors du durcissement. En fait, comme une diminution de 7% du volume de son état non durci à son état complètement durci est courant. Des problèmes se produisent lorsque ceux-ci sont liés à des matériaux d'âme assez rigides comme les mousses à haute densité, où le retrait créera des contraintes de cisaillement d'interface élevées. Le problème est encore plus important lorsqu'un stratifié humide est déposé directement sur le noyau, auquel cas la résine elle-même agit comme adhésif. L'implication est clairement visible si une seule face est posée sur un noyau, ce qui fait que l'ensemble du panneau courbe une fois durci. L'ampleur de ces contraintes de cisaillement d'interface peut être si élevée qu'elles diminuent la résistance du joint adhésif [17].

I.4.3.4. Traitement exothermique

La plupart des adhésifs thermodurcissables présentent un durcissement exothermique, c'est-à-dire que le processus de durcissement dégage de la chaleur. Ceci est rarement un problème car la couche adhésive est mince et étalée sur une grande surface. Cependant, si un stratifié humide entier est durci en une seule pièce sur le noyau, l'exothermie peut se produire, car seule la chaleur peut entraîner un écoulement du stratifié dans une direction en raison de l'isolation thermique élevée du noyau, et créer des températures si élevées qu'elles endommageront non seulement l'âme mais aussi le stratifié.

I.4.3.5 Adhésifs et leurs propriétés

Il existe une variété d'adhésifs, trop nombreux pour les mentionner tous dans le cadre de ce texte. Plus sont à des fins spéciales, par exemple, Polyuréthanes spécial pour le collage sur l'acier inoxydable, époxy trempé pour aluminium dans les applications à haute température, etc. Ce texte ne donnera donc qu'une introduction aux adhésifs les plus couramment utilisés et aux principales caractéristiques de chaque groupe. Le choix de l'adhésif se concentre principalement sur la recherche d'un adhésif qui satisfait aux exigences mécaniques du structure de fournir une bonne liaison entre les composants matériels dans l'environnement que la structure doit fonctionner, et des considérations telles que la fatigue, la résistance à la chaleur, force, vieillissement et le fluage sont d'intérêt primordial. Heureusement, il existe une grande variété d'adhésifs sur le marché qui satisfait aux exigences d'une bonne liaison mécanique entre presque tous les plausibles combinaison de matériaux sandwich. Deuxièmement, l'adhésif doit également répondre aux exigences

d'environnement dans lequel il est censé être utilisé. Ainsi, des problèmes tels que les considérations de santé, la technique de fabrication, le temps de durcissement, la température de durcissement, les exigences d'outillage spéciaux, etc. tout autant du choix du système adhésif pour l'application et les conditions particulières de l'environnement, et ces exigences auront généralement la plus grande influence sur le choix.

Résines époxydes, Epoxy modifiés, Phénoliques, Polyuréthanes, Acrylates d'uréthane et Résines polyester et vinylester

I.5 Caractéristique géométrique des sandwichs

Du fait de la fabrication des sandwichs, les propriétés mécaniques sont adaptées en faisant varier la nature des peaux (identiques ou non), de l'âme et de l'épaisseur de chacune des phases. En règle générale, les peaux ont la même épaisseur t_f et le rapport t_f/h_c (h_c étant l'épaisseur de l'âme) est compris entre 0,01 et 0,1. D'après Allen [1], les sandwichs sont classés en trois catégories selon la valeur du rapport d/t_f , d étant la distance entre les axes neutre des peaux du sandwich :

- Pour un rapport de d/t_f inférieur à 5.77, le sandwich est dit à peaux épaisses.
- Pour un rapport de d/t_f compris entre 5.77 et 100, le sandwich est dit à peaux fines.
- Pour un rapport de d/t_f supérieur à 100, le sandwich est dit à peaux très fines.

Ces bornes limites sont définies par rapport à la contribution de chaque constituant vis-à-vis de la rigidité en flexion et en cisaillement du sandwich.

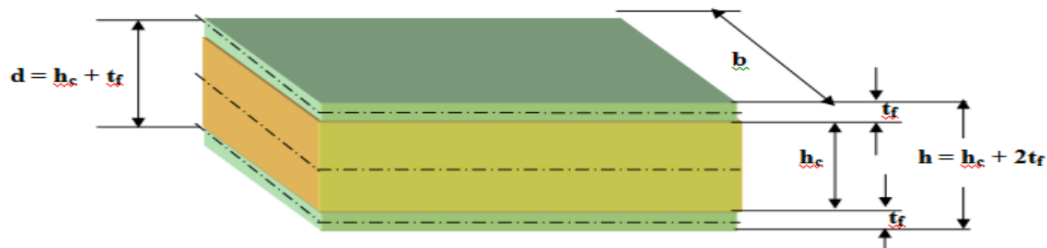


Figure I.6 : Schéma représentatif d'un sandwich

I.5.1 Procédés de fabrication :

La fabrication de structures sandwichs fait appel, dans un grand nombre de cas, à des technologies de transformation standard des composites (moulage au contact, moulage au sac sous vide, moulage par injection de résine, moulage à la presse, moulage par enroulement filamentaire ou centrifugation...), qui permettent d'intégrer une âme dans l'épaisseur de la structure ainsi fabriquée. On citera dans cette partie les procédés les plus utilisés pour l'élaboration d'un sandwich.

I.5.1.1 Technologies par voie humide (imprégnation directe)

Les sandwichs peuvent être obtenus traditionnellement par des procédés de mise en œuvre dits par « voie humide », les renforts secs étant imprégnés par la résine thermodurcissable au cours de la mise en forme, soit par moulage au contact, soit par projection simultanée, soit encore par injection de résine, ou par enroulement filamentaire. Les structures obtenues par contact ou projection simultanée présentent des propriétés mécaniques moyennes, en particulier si les peaux ont été fabriquées à partir de fibres coupées. Le taux de résine, le taux de porosité et, plus généralement, la qualité du stratifié, dépendent de l'habileté du mouleur. Celles produites par enroulement filamentaire ou par injection de résine (sous vide ou sous pression) présentent des propriétés mécaniques plus élevées du fait de l'utilisation possible de renforts à fibres continues (unidirectionnels, tissus) et de l'obtention de taux de fibres plus importants.

I.5.1.2. Technologies par voie sèche (imprégnation indirecte)

Les procédés de mise en œuvre par voie sèche (ou procédés d'imprégnation indirecte) consistent à réaliser des structures sandwiches dont les peaux sont obtenues à partir de pré imprégné. La mise en œuvre peut s'effectuer sous vide en étuve, sous presse chauffante, ou sous vide en autoclave. Le recours aux préimprégnés permet de garantir une imprégnation des renforts uniforme et de qualité, et confère à la pièce sandwich de bonnes propriétés mécaniques résultant du taux de fibres élevé. L'excès de résine contenu dans le préimprégné, qui sera extrait par l'application de la pression et de la température adéquates, peut être utilisé pour assurer le collage âme/peau.

- **Assemblage par collage** L'assemblage des sandwichs par collage reste un procédé très répandu, qui consiste à associer à l'aide d'un adhésif l'âme et les peaux préalablement préformées. Les phases de mise en forme et d'assemblages sont alors bien distinctes. La préparation des surfaces est une étape importante qui permet d'assurer une adhésion de qualité :

- nettoyage afin d'éliminer les matières grasses ou la poussière ; augmentation de la rugosité ;
- apprêt par attaque chimique des peaux métalliques... L'adhésif, dont la nature est fonction des matériaux constitutifs du sandwich, doit être appliqué uniformément. L'empilement (âme + adhésif + peaux) est chauffé et mis sous pression, l'application de la pression pouvant se faire à la presse, en autoclave sous vide, par moulage au sac.

I.6. Avantages et inconvénient des matériaux composites :

I.6.1. Avantages :

- Gain de masse ;
- Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombre

d'interface (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques) ;

- Grande résistance à la fatigue ;
- Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf en cas de contact entre l'aluminium et des fibres de carbone) ;
- Insensibles aux produits chimiques « mécaniques » comme la graisse, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole...etc.

I.6.2. Inconvénients :

- Vieillissement sous l'action de l'eau et de la température,
- Attention aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes,
- Tenue à l'impact moyenne par rapport aux métalliques,
- Coût parfois prohibitifs (temps, coût, étude et mise en œuvre),
- Grande concentration de contraintes dans les composites stratifiés et les sandwichs.

I.7. Conception des structures sandwiches

Bien que généralement conçues pour être soumises à des efforts en flexion, les structures sandwiches le sont aussi pour répondre à d'autres exigences, comme l'isolation thermique, acoustique, etc.

Le choix du type de sandwich dépend surtout de son application. Les principaux objectifs du concepteur d'un « sandwich » sont de choisir les matériaux appropriés constituant la structure ainsi que de déterminer les épaisseurs respectives des peaux et de l'âme de façon à résister aux moments fléchissant, au cisaillement et aux contraintes axiales induites par les forces appliquées sur elles.

Généralement, la conception est basée sur la théorie des sandwiches (théorème des poutres homogènes) et la sélection de matériaux ayant les propriétés appropriées.

I.7.1. Résistance en flexion

Généralement, les structures sandwiches sont plus rigides que les poutres conventionnelles. Cela étant dû à la distribution géométrique efficace et au support des efforts par les peaux qui permettent l'obtention d'un facteur de rigidité (EI) plus élevé.

Les peaux doivent adhérer le mieux possible à l'âme puisque le comportement mécanique final de la structure Sandwich est directement lié à cette adhérence.

I.7.2. Résistance aux chocs

La résistance à l'impact d'une structure Sandwich composite est largement influencée par la capacité d'absorption de l'énergie par l'âme.

Cette capacité d'absorption peut être améliorée en augmentant la densité du matériau qui compose l'âme. Soumis à un impact, on observe un comportement tout à fait différent s'il s'agit d'une âme en mousse ou d'une âme en nid d'abeilles.

L'âme en mousse diffusera l'énergie de l'impact à l'intérieur même du Sandwich en l'absorbant dans sa structure cellulaire. C'est pourquoi les mousses PVC d'origine thermoplastique

Dans le cas d'une âme en nid d'abeilles, les parois transfèrent l'énergie perpendiculairement d'une peau à l'autre, ce qui peut donc occasionner la déchirure de la peau opposée.

I.7.3. Résistance à la compression

Les charges de compression sont totalement transférées à l'âme du Sandwich. Les structures en nid d'abeilles permettent de supporter des contraintes de compression, normales aux panneaux, élevées. Par contre leur anisotropie favorise leur rupture lorsqu'elles sont chargées dans plusieurs directions comme dans le cas des pièces soumises à des charges hydrostatiques. On préconise alors comme solution une combinaison nid d'abeilles et mousse.

I.7.4. Résistance au décollement (pelage)

Une résistance insuffisante au décollement peut conduire au délaminage des peaux et être la cause de ruptures catastrophiques. En général, dans les sandwichs à âme en mousse, la résistance du joint de colle entre les peaux et l'âme doit être supérieure à la résistance au cisaillement de l'âme. Les mousses de PVC donnent des forces d'adhésion supérieures à celles obtenues avec le balsa ou le polyméthacrylimide (PMI). Les mousses de polyuréthane (PU), sont fragiles, ce qui rend leur collage difficile. Quant aux âmes en nid d'abeilles, leur surface de contact réduite explique qu'il est difficile d'obtenir une résistance élevée au pelage.

I.7.5. L'isolation

La diminution de poids, l'isolation acoustique et thermique ainsi que l'amortissement des vibrations sont nécessaires dans plusieurs applications. Grâce à leur structure cellulaire, beaucoup de mousses obtiennent de très bons résultats en ce qui a trait à l'isolation thermique et acoustique alors que les structures en nid d'abeilles offrent des performances moins probantes, plus limitées.

Par conséquent, lorsqu'il est nécessaire d'avoir de bonnes propriétés en termes d'isolation thermique et acoustique, les structures sandwichs avec âme en mousse sont des choix judicieux. Lorsque la diminution de poids est le seul objectif, les structures sandwichs avec âme en nid d'abeilles devraient être envisagées.

I.7.6. Absorption d'eau

L'absorption d'humidité et d'eau par l'âme des structures sandwichs peut causer une diminution importante et significative de ses propriétés mécaniques. Dans le cas où les peaux des sandwichs seraient abîmées, l'utilisation d'âmes sensibles à l'eau ou à l'humidité augmente encore plus le risque de délaminage. Même en service normal, l'évaporation interne d'eau absorbée peut causer un délaminage des peaux. Pour solutionner ce problème, un traitement thermique additionnel de l'âme est parfois nécessaire avant la mise en œuvre du Sandwich.

I.8 Mode d'endommagement et ruine des structures Sandwichs

Les modes d'endommagement et ruine des structures sandwichs ont été étudiés par plusieurs chercheurs dans le domaine [21, 22, 23, 24 et 25]. *Petras A. et al* [26, 27], ont montré que le processus des modes d'endommagement lors du chargement en flexion trois points, dépend de la charge, du rapport de la longueur entre appuis et de l'épaisseur des peaux et de la densité du cœur. *Triantafillou et Gibson (1987)* [28], répertorient les différents modes de dégradation d'un sandwich soumis à la flexion.

Ils existent sept modes principaux de dégradation :

- Déformation plastique de la peau,
- Flambement de la peau en compression ou "Wrinkling",
- Flambement des cellules du cœur (l'âme),
- Rupture en cisaillement du cœur,
- Indentation du cœur et de la peau au point d'application de la charge centrale.

Dans cette partie, nous décrivons les modes de ruptures des structures sandwichs soumises aux sollicitations données par la figure I.7 [29].

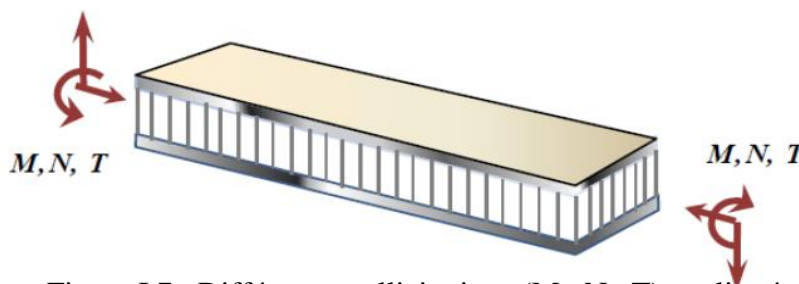


Figure I.7 : Différentes sollicitations (M , N , T) appliquées sur un sandwich

I.8.1 Flambement généralisé des peaux

Une poutre Sandwich soumise à de la compression, de bout peut céder sous l'effet des conditions d'instabilité (Figure I.8). Le flambement généralisé peut aussi survenir quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures aux résistances à la rupture. La charge, causant le flambement du sandwich, dépend des paramètres tels que les dimensions dans le plan de la poutre et les conditions aux limites, qui ne peuvent être modifiées que partiellement lors de la conception.

D'autres grandeurs, également importantes dans la définition de la charge de flambement, dépendent directement du type de sandwich, exemple la rigidité de flexion du sandwich, l'épaisseur des peaux, les propriétés élastiques des peaux, l'épaisseur de l'âme, ou le module de cisaillement de l'âme. Si l'on craint un flambement généralisé, on peut utiliser des peaux ayant un module d'élasticité plus élevé, augmenter l'épaisseur des peaux, et l'épaisseur de l'âme, ou encore utiliser pour l'âme un matériau de module de cisaillement plus élevé

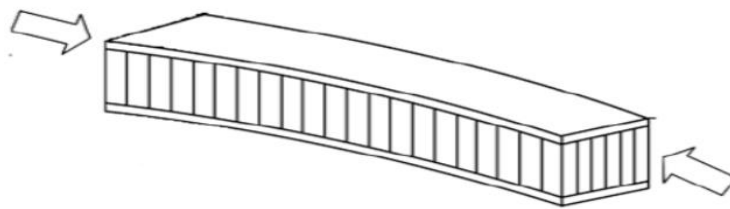


Figure I.8 : Mode de ruine par « flambement généralisé » des peaux du sandwich [29].

I.8.2 Flambement généralisé des peaux « crimping »

Si le rapport longueur sur épaisseur est relativement faible, et que la rigidité de cisaillement est négligeable devant la rigidité de flexion, le flambement généralisé prend la forme du flambement de l'âme (figure I.9). Le flambement de l'âme ne dépend pratiquement pas des propriétés des peaux, mais augmente de façon linéaire avec l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement dans l'âme. Pour augmenter la résistance à cette charge critique, il faut donc soit augmenter l'épaisseur de l'âme, soit utiliser une âme de module de cisaillement plus élevé.

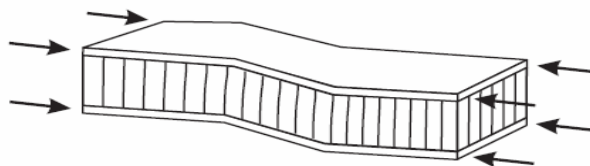


Figure I.9 : Mode de ruine par flambement généralisé « général buckling » de l'âme du sandwich [29].

I.8. 3 Flambement localisé « wrinkling » ou « dimpling »

Les peaux considérées par elles-mêmes, sans connexion avec l'âme, flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur. C'est l'âme qui empêche leur flambement. Cependant si on atteint la contrainte limite, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement. Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » se produit (figure I.10).

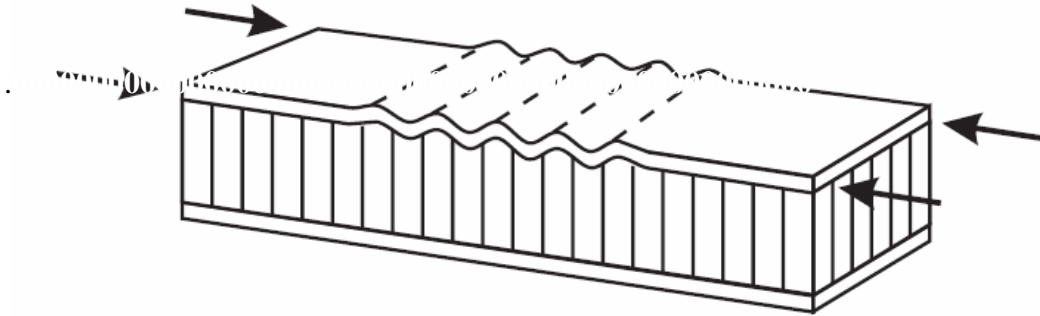


Figure I.10 Flambement localisé « wrinkling » [29].

Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes, qui ne dépendent ni de la géométrie de la structure ni des conditions aux limites. Par contre, il est influencé par les modules élastiques des peaux et de l'âme, et le module de cisaillement de l'âme.

Si l'on craint un flambement localisé de la peau, on peut soit utiliser pour les peaux un matériau de module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme un matériau présentant des propriétés élastiques plus élevées. Dans le cas d'une âme en nid d'abeille, mise à part les ruptures par « wrinkling », il peut survenir aussi un autre mode de rupture par flambement localisé de la peau en fossettes (figure I.11), appelée « dimpling ».

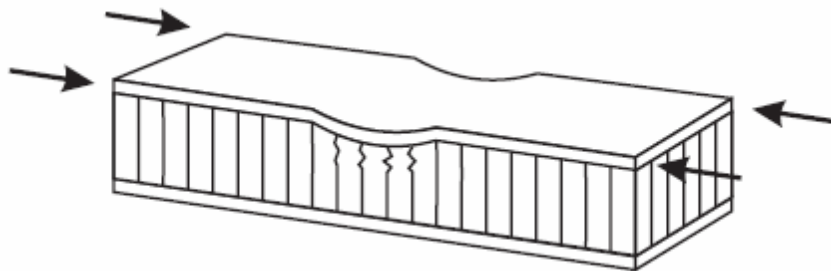


Figure I.11 : Mode rupture par flambement localisé « dimpling » [29].

I.8.4 Rupture des peaux en traction ou en compression

Il s'agit du cas où les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles pour matériaux constituant les peaux (Figure I.12). Ce phénomène peut être évité en utilisant un matériau dont les contraintes à rupture sont plus élevées, ou en augmentant l'épaisseur des peaux, ce qui réduit les contraintes appliquées, ou en augmentant l'épaisseur de l'âme, ce qui permet également de réduire les contraintes dans les peaux.



Figure I.12: Mode de dégradation par rupture des peaux du sandwich [29].

I.8.5 Mode de rupture par indentation localisée.

L'indentation locale est un mode localisé de rupture due à une concentration de contraintes résultant, soit de l'application d'une charge localisée, soit de la position d'un appui de type ponctuel ou linéique (figure I.13).

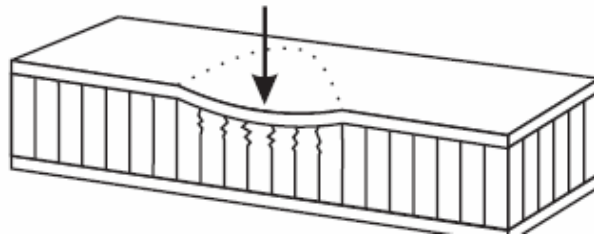


Figure I.13: Mode de rupture par indentation localisée [29].

I.8.6 Rupture de l'âme en cisaillement

Si la contrainte de cisaillement (prépondérante dans l'âme) dépasse la résistance au cisaillement du matériau de l'âme, il y a rupture de l'âme (figure I.14). Dans ce cas, on peut soit utiliser un matériau pour l'âme possédant une résistance au cisaillement plus élevée, soit augmenter l'épaisseur de l'âme. Par contre, utiliser un matériau différent pour les peaux, ou changer leur épaisseur n'aura aucun effet

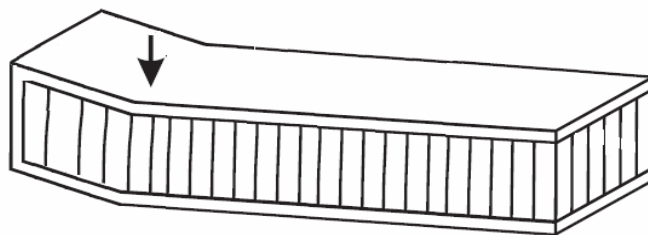


Figure I.14: Mode de rupture par cisaillement de l'âme.

I.8.7 Dégradation de l'adhésif.

Les panneaux sandwichs sont correctement conçus à résister à tous les types de dégradation pendant le service. La dégradation de l'adhésif provoque plusieurs mécanismes d'endommagement tel que : le flambage généralisé « crimpling », et le flambage localisé des peaux « wrinkling ».

La dégradation des attaches du nœud des cellules du sandwich diminue la rigidité en cisaillement du cœur et provoquant donc, une diminution de la résistance au flambage généralisée « crimpling », et au flambage « buckling - wrinkling » des peaux du panneau du sandwich. Aussi, elle peut réduire la stabilité au flambage général « général buckling stability ».

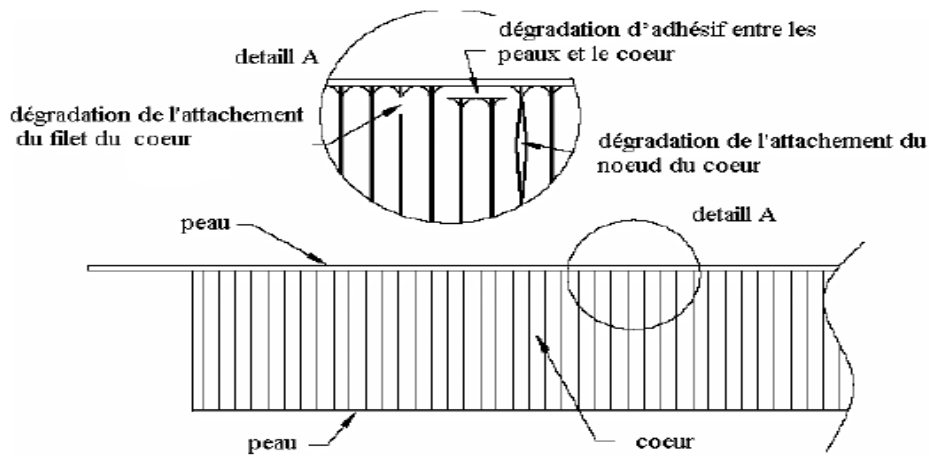


Figure I.15: Type de dégradation de l'adhésif

I.9 Théorie des plaques sandwiches

Un matériau Sandwich est constitué d'un matériau de faible masse volumique (cœur) sur lequel sont collées des couches (les peaux) à rigidité et résistance élevées. La fonction essentielle de l'âme du Sandwich est de transmettre par cisaillement transverse, les actions mécaniques d'une peau à l'autre. Les peaux peuvent être constituées par des stratifiés ou par des matériaux métalliques d'épaisseur h_1 (peau inférieure) et d'épaisseur h_2 (peau supérieure).

L'épaisseur de l'âme sera notée h_c et l'épaisseur totale du Sandwich H ($H = h_1 + h_c + h_2$). En chaque point de la structure Sandwich, le système de coordonnées sera choisi de manière que le plan (x, y) soit le plan moyen.

I.9.1 Hypothèses de la théorie des matériaux sandwiches

La théorie des matériaux sandwiches est basée sur les hypothèses suivantes :

- L'épaisseur de l'âme est plus élevée que celle des peaux ($h_c \gg h_1, h_2$).
- Les déplacements du cœur u_c et v_c suivant les directions x et y sont des fonctions linéaires de la coordonnée z .
- Les déplacements u et v suivant les directions x et y sont uniformes dans l'épaisseur des peaux.
- Le déplacement transverse w est indépendant de la variable z : la déformation ε_{zz} est négligée.
- L'âme ne transmet que les contraintes de cisaillement transverse σ_{xz}, σ_{yz} : les contraintes σ_{xx} et σ_{yy}, σ_{xy} et σ_{zz} sont négligées.
- Les contraintes de cisaillement transverse τ_{xz} et τ_{yz} sont négligées dans les peaux.
- Enfin la théorie traite les problèmes d'élasticité en faibles déformations.

I.10. Techniques d'assemblages des matériaux sandwiches

I.10.1. Le collage de peau sur l'âme :

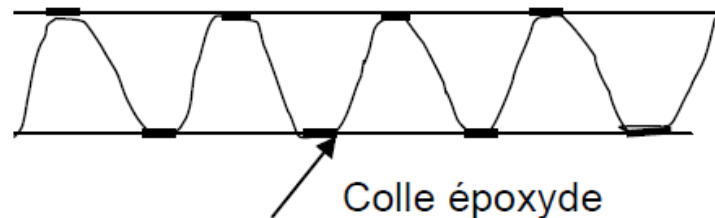
Pour que les structures sandwiches jouent pleinement leur rôle, il est nécessaire de veiller à avoir une solidarisation parfaite de l'ensemble âme – peaux de manière à répartir les efforts entre âme et peaux.

L'assemblage est réalisé selon la (Figure I.16) par un collage à l'aide de résines compatibles avec les matériaux en présence.

I.10.2. Technique de pliage :

Après mise en œuvre les panneaux sandwichs peuvent être formés par pliage comme il est indiqué sur la (Figure I.17).

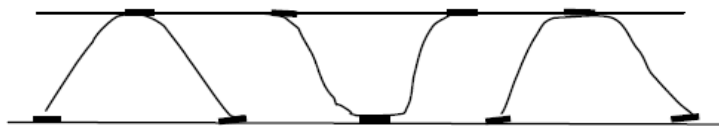
On commence par dégarnir une bande de l'un des revêtements en suivant l'axe de la pliure et sur une largeur qui est fonction de l'épaisseur de la plaque et l'angle de pliage souhaité, ensuite on plie et on maintient l'angle dans la position choisie.



(a) : collage de tôle ondulée ou raidisseurs ω sur tôle



(b) : panneaux avec tubes carrés



(c) : panneaux avec ω inversés

Figure I.16: panneaux réalisés par collage à partir de profils divers.

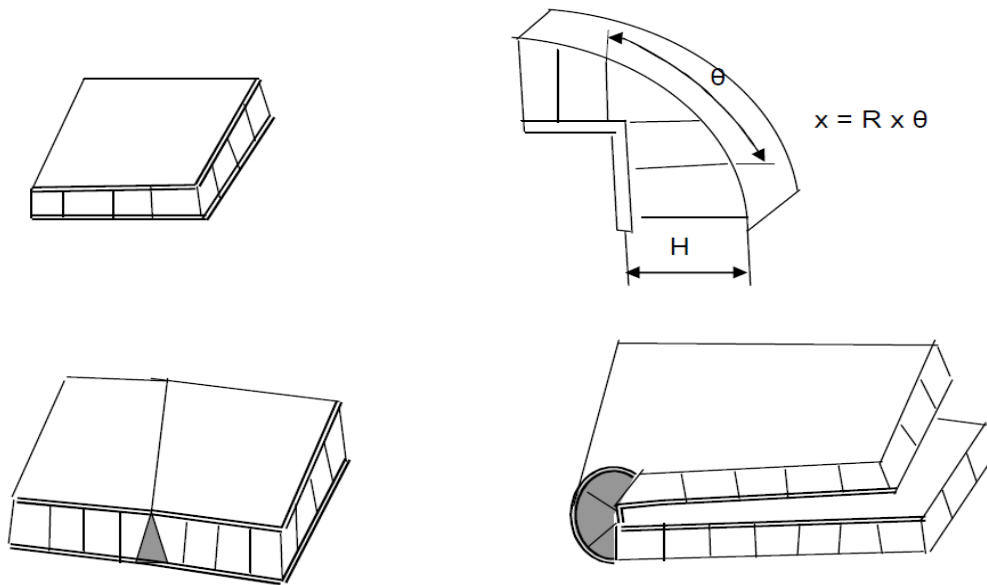


Figure I.17 : Pliage de panneaux sandwiches.

I.11 Intérêt des structures sandwiches

L'intérêt principal des structures sandwiches, par opposition aux composites traditionnels dits monolithique, réside dans leur rigidité spécifique très élevée. La densité de l'âme est couramment de l'ordre de 100 kg/m^3 . En modifiant la nature et l'épaisseur de la peau et/ou de l'âme, on parvient à donner à la structure le matériau qui convient le mieux. Ainsi, l'amélioration de la rigidité qui traduit le comportement en flexion du matériau, s'obtient en augmentant soit l'épaisseur de l'âme qui conduit à l'augmentation de son moment d'inertie, soit le module d'élasticité des peaux. Puisque l'âme du Sandwich possède une faible densité, la masse du composite n'évolue pas de façon importante.

Les matériaux composites sandwiches disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans

chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels,), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes.

I.12 Domaines d'application des matériaux sandwiches

Les ingénieurs et les constructeurs de bateaux sont à la recherche de matériaux de substitution dans le but d'améliorer la construction. Ces quinze dernières années, plusieurs constructeurs de bateaux ont adopté avec succès la méthode du sandwich FRP (Plastique Renforcé par Fibres). Quelques-uns des domaines où le sandwich-FRP Divinycell a été employé sont les ferries de passagers grande vitesse (jusqu'à 350 passagers et 54 nœuds), les bateaux de pêche, les bateaux pilotes, les embarcations de sauvetage, les ponts mobiles sur car-ferries, les hayons de proue sur car-ferries, les bateaux de plaisance, les yachts. Dans l'aéronautique, l'automobile, la construction navale et ferroviaire et le domaine du génie civil.

La raison la plus commune pour l'utilisation de la technique de sandwich-FRP est le gain de poids pour la coque et les superstructures. Mais il existe d'autres raisons : coût, stabilité, sûreté, résistance au choc, durée de vie des bâtiments, propriétés à la fatigue, dégradation à l'eau, bruit, isolation thermique, plus grande capacité de charge, plus grand rayon opérationnel, maintenance réduite de la coque et facilité de réparation, utilisation maximale du volume intérieur et parois intérieures "propres", fini attractif.

I.13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à présenter et à définir la notion de matériau Sandwich. Dans un premier temps, nous avons présenté les principales propriétés mécaniques des structures sandwiches, les différents types d'assemblages et les modes d'endommagements, les exigences et les types d'adhésifs ainsi que les avantages et les inconvénients d'utilisation de ce matériau

CHAPITRE II

GENERALITES SUR LES MATERIAUX A GRADIENTS DE PROPRIETES

II.1. Introduction

Les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) en anglais "Functionally Graded Material" constituent un nouveau groupe de matériaux caractérisés par une distribution spatiale continue de deux ou plusieurs composants. En raison de propriétés spéciales des matériaux de ce groupe, ils deviennent de plus en plus largement étudiés. En particulier, FGM céramique-métal

Dans un matériau à graduation fonctionnelle (FGM), la composition et la structure change progressivement au fil du volume, entraînant un changement dans les propriétés du matériau. L'unité structurelle d'un FGM est appelée élément [30] ou ingrédient matériel [31, 32]. C'est un concept d'unité de construction d'un FGM qui comprend divers aspects de composition de son produit chimique, son état physique et sa configuration géométrique. Le terme, ingrédient matériel, exprime probablement le mieux le concept global.

Les ingrédients matériels peuvent ressembler les unités biologiques telles que les cellules et les tissus. Par exemple, bambou, coquille, dent, et les os ont tous des structures graduées constituées de matériel biologique, les composites, présentent des propriétés telles que la relaxation efficace des contraintes thermique, dureté, résistance à la rupture élevée et bonne résistance à la corrosion Ils peuvent être utilisés dans de nombreuses applications allant de l'aérospatiale à l'industrie chimique. Plusieurs méthodes ont été proposées pour obtenir une distribution de gradient de particules métalliques dans une matrice céramique.

II.2. Historique

L'idée générale des gradients structurels a d'abord été avancée pour les composites et les matériaux polymères en 1972 [33, 34]. Différents modèles ont été suggérés pour gradients de composition, de concentration du filament et de polymérisation ainsi que des applications possibles pour les structures graduées résultantes. Cependant, il n'y a pas eu d'enquête réelle sur la façon de concevoir, fabriquer, et évaluer les structures graduées jusqu'aux années 1980.

En 1985, l'utilisation du contrôle continu de la texture a été proposée afin d'augmenter la force d'adhérence et minimiser les contraintes thermiques dans la céramique des revêtements et des joints en cours de développement pour le moteur-fusée réutilisable [35]. les développeurs ont réalisé que ce contrôle continu d'une propriété pouvait être étendu à un concept plus général qui pourrait être appliqué pour transmettre de nouvelles propriétés et fonctions de tout matériau en

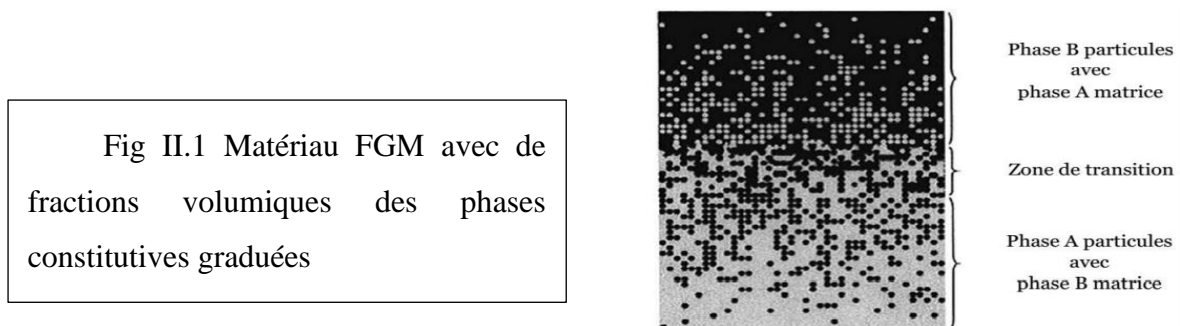
modifiant progressivement sa texture ou sa composition. A cette époque, le concept de l'ingrédient matériel était introduit pour la conception de ces matériaux [30].

En 1986, ces types de matériaux étaient appelés matériaux à gradients fonctionnels, qui sont rapidement devenus abrégé en FGM, désormais familières. En 1995, à la suite d'une discussion lors du troisième Symposium international sur les FGM organisées à Lausanne en 1994, il a été décidé de changer le nom complet aux matériaux fonctionnellement gradués car il est plus précis à la fois descriptivement et grammaticalement.

Étant donné que les FGM ne sont pas des matériaux homogènes, il a été reconnu qu'afin de les créer, des études approfondies devraient être effectuées dans la conception méthodologie et modélisation théorique ainsi que dans le traitement et l'évaluation. Par conséquent, en 1987, un programme de recherche de 5 ans, " Études fondamentales sur la relaxation des contraintes thermique par adaptation des structures graduée", a été lancé au Japon [36]. L'objectif du programme était de développer les FGM pour une utilisation à haute température dans le but de les utiliser pour avion spatial hypersonique. Depuis 1989, les résultats de ces recherches et les programmes de développement ont été diffusés dans le monde entier via des articles, Rencontres internationales et programmes d'échanges. Un colloque international sur les FGM a eu lieu tous les 2 ans en commençant par le premier en 1990 à Sendai suivi de San Francisco, Lausanne, Tsukuba, et Dresde. Aujourd'hui, le concept FGM s'étend sur une variété de domaines de matériaux à l'échelle mondiale.

II.3. Définition et domaines d'application

Les matériaux à gradient fonctionnel sont une nouvelle classe de matériaux composites dont les propriétés thermomécaniques varient selon une loi de fonction continue (figure II.1) à travers l'épaisseur [37]. Les FGM possèdent une structure spéciale, ce qui permet d'éviter les concentrations de contraintes aux niveaux des interfaces (provoquant le délaminage) et grâce à l'association des matériaux, les propriétés mécaniques et thermiques sont plus améliorées.



Le concept de la FGM est applicable à de nombreux domaines, comme illustré dans Fig.II.2

II.3. Domaines d'utilisation des matériaux FGM

II.3.1. Dans les applications d'ingénierie

Pour les outils de coupe, les pièces de machines et composants des moteurs, fonctions incompatibles telles que la chaleur, l'usure et la résistance à la corrosion plus la ténacité et l'usinabilité sont incorporées dans une seule pièce. Par exemple, des copeaux jetables pour les outils de coupe en carbure de tungstène / cobalt (WC / Co) et carbonitride de titane (TiCN) -WC / Co ont été développés et commercialisés qui intègrent les propriétés de vitesse d'usinage élevée, de vitesses d'avance élevées et de longue durée de vie [38]. Diverses combinaisons de ces fonctions habituellement incompatibles peuvent être appliquée pour créer de nouveaux matériaux pour l'aérospatiale, les usines chimiques et les réacteurs d'énergie nucléaire

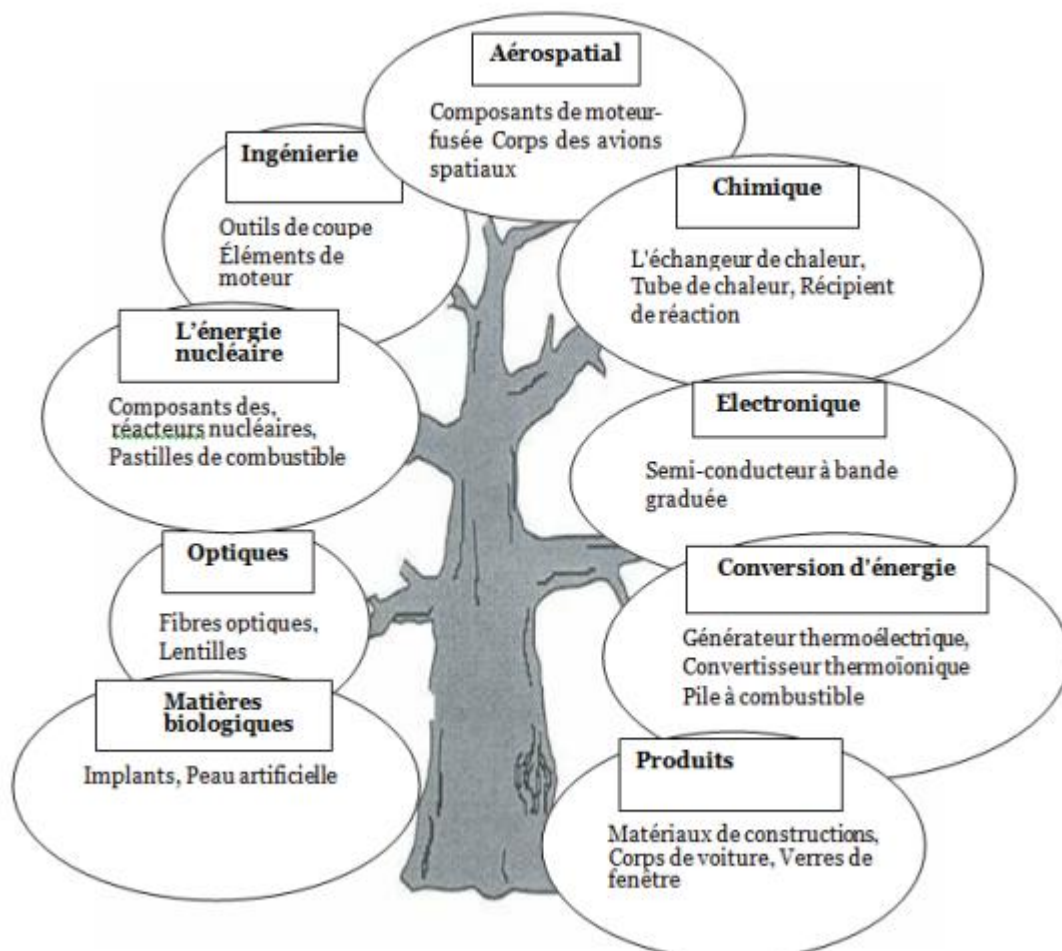


Fig II.2 Champs potentiellement applicables aux FGM.

II.3.2. Origine des matériaux fonctionnellement gradués

Malgré l'énorme intérêt suscité par le développement d'applications pour les matériaux fonctionnellement gradués dans les technologies de pointe, ce ne sont pas des nouveautés et peuvent souvent être trouvés dans la nature. Analyser des plantes telles que le bambou, les troncs d'arbres, les coquilles des mollusques ou de la structure osseuse de plusieurs animaux, il est possible de voir la présence d'une transition progressive de sa composition et de sa structure selon les demandes auxquelles ces matériaux sont soumis[39] la section transversale d'une tige de bambou, illustrée à la figure II.3, sert comme exemple pour cette déclaration où il est possible de vérifier la variation structurelle, qui cherche à donner une plus grande résistance à la plante. Un autre exemple est la structure osseuse humaine qui se comporte d'une manière similaire. La figure II.4 montre la structure interne d'un fémur humain, où il est possible de remarquer la transition progressive entre la structure spongieuse, avec moins de résistance, et le compact, avec une plus grande résistance.

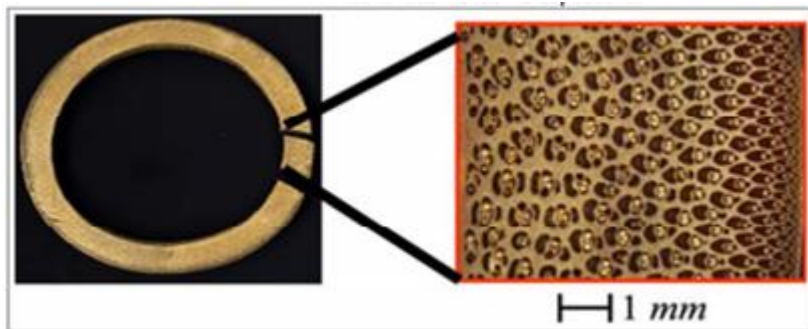


Figure II.3 - Coupe transversale de la tige de bambou montrant la répartition et l'épaisseur radiale des fibres.

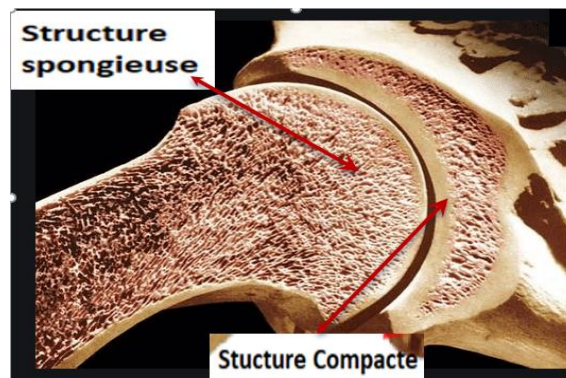


Figure II.4 - Transition entre structures spongieuses et compactes en coupe transversale d'un os humain

L'homme fabrique également depuis longtemps des matériaux fonctionnellement gradués. Un bon exemple sont les métaux soumis au traitement de cémentation, une technique qui ajoute du carbone par diffusion dans une couche proche de la surface des aciers à faible teneur en carbone pour permettre la dureté de cette couche. La figure II.5 illustre cette situation, montrant la variation progressive de la concentration de carbone dans une pièce soumise au traitement de cimentation

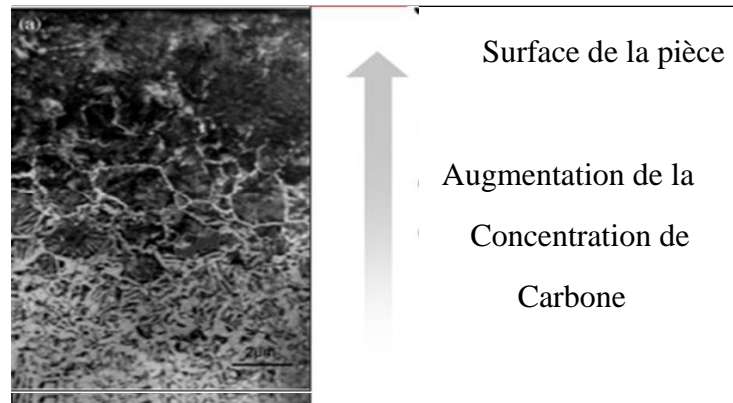


Figure II.5 - Augmentation progressive de la concentration de carbone sur une surface soumise au traitement de cimentation.

L'image de la figure II.5 montre qu'il existe une concentration maximale de carbone immédiatement sous la surface qui diminue progressivement avec la profondeur. En raison de la concentration élevée de carbone, la région proche de la surface devient trempable et la trempabilité diminue dans la même proportion que la concentration en carbone diminue. Avec le traitement thermique de revenu, la couche trempable devient dure, mais l'intérieur reste ductile. Le composant est capable de résister aux contraintes mécaniques sans rupture et à la surface même avec une plus grande résistance à l'usure et des contraintes de compression résiduelles. Une telle configuration peut également être interprétée comme un FGM

II.4. Principales techniques de fabrication de matériaux fonctionnellement gradués

La première recherche visant à obtenir des matériaux fonctionnellement gradués visait à améliorer, dans un premier temps, les propriétés des matériaux composites et polymères et a commencé à être développé en 1972 [40] Des recherches plus spécifiques, portant sur la conception, la fabrication et l'évaluation des gradients ont été menées dans les années 1980,

aboutissant à l'introduction du terme FGM (Functionally Graded Materials) en 1995 [40]. L'amélioration des techniques de fabrication des FGM a permis le contrôle local de la microstructure et des propriétés du matériau fabriqué. Le contrôle de la structure du matériau est important car il permet la combinaison de caractéristiques non présentes dans les matériaux traditionnels. Dans un matériau spécialement conçu pour une application exigeante variées, différentes propriétés sont combinées, résultant en des composants qui peuvent remplir plusieurs fonctions [41].

Les FGM sont parmi les matériaux les plus complexes produits aujourd'hui et leurs principales techniques de fabrication sont le dépôt en phase vapeur (Techniques de dépôt en phase vapeur - VDT), métallurgie des poudres Métallurgie - PM), la coulée centrifuge (Centrifugal Casting - CS) et la fabrication de forme libre² (Méthode de fabrication de forme libre solide - SFFM) [42].

II.5. Matériaux composites et FGM

Les matériaux fonctionnellement gradués font partie du groupe des matériaux composites. Cette classe de matériaux présente des structures hétérogènes, caractérisées par des transitions entre leurs propriétés [43]. Les transitions peuvent être classées en deux types, discrets (par étapes) ou continue. La figure II.6 montre les deux exemples de structures graduées.

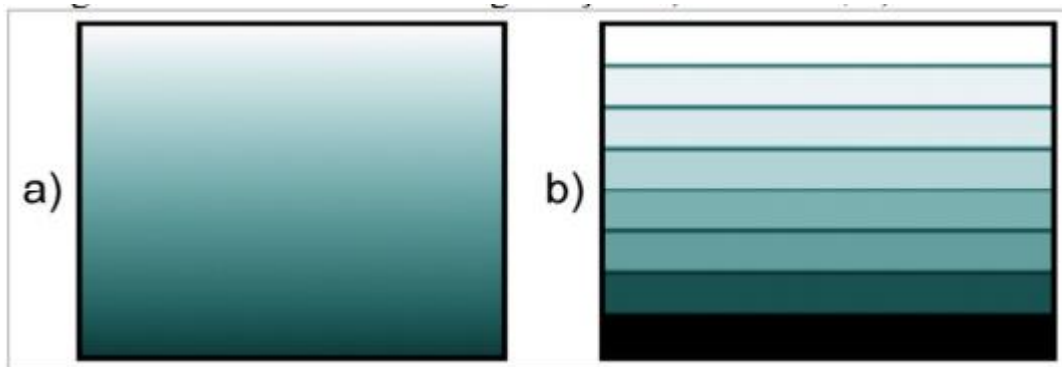


Figure II.6 - Structures avec gradation : a) FGM; b) Multicouches.

Dans la structure à gradation continue, les propriétés varient en douceur et dans la structure avec des transitions discrètes, cette variation est formée par plusieurs incréments [11].

Le principal inconvénient des joints discrets avec des variations brusques est l'accumulation possible de contraintes, qui peuvent être des résidus internes ou causé par des contraintes externes appliquées au matériau. La théorie des matériaux de qualité fonctionnelle suggère que

de telles contraintes peuvent être minimisées s'il y a une transition progressive entre les deux matériaux [44].

II.6. Classification des matériaux avec gradation fonctionnelle

Il existe plusieurs techniques de fabrication de matériaux à gradation fonctionnelle et il est possible de classer les types de FGM selon la technique utilisée pour l'obtenir.

Selon S. Suresh (1998) [45], les matériaux à gradation fonctionnelle peuvent être classés en deux grandes catégories, la première étant basée sur des processus de construction et la seconde sur des processus de transport de masse.

La base de la fabrication des FGM par la fabrication additive est formée par certains processus inclus dans la catégorie des processus constructifs, comme la densification des poudres et l'ajout de stratifiés. Le tableau 2.1 présente une classification plus détaillée, proposée par Miyamoto et al. (1999) [40]. La première colonne du tableau montre les types de procédé utilisés pour fabriquer les FGM et les deuxième et troisième colonnes présentent les mécanismes utilisés pour consolider les matières premières lors de la fabrication des FGM.

Tableau II.1 - Classification des méthodes de traitement des MGF.

Processus	Méthodes	
	Empilement	Consolidation des couches
Traitement de particules	Poudre	Élimination des pores
	Fibres	Infiltration
	Feuilles	
Traitement des couches	Dépôt moléculaire	Dépôt mécanique
	Vapeur	Laminage
	Électrique	Vaporisateur
Traitement des préformes	La diffusion	Champs gradués
	Solide	Thermique
	Liquide	Électrique
	Vapeur	Autres
Traitement liquide	Décantation	Solidification

La classification de Miyamoto est basée sur le type de matériau utilisé, qui peut être en particules, en couches, en préforme ou en liquide.

La catégorie basée sur le traitement des particules, dans la classification proposée par Miyamoto, comprend les technologies de SLS / SLM pouvant être utilisé pour fabriquer des FGM.

Le processus de fabrication étant basé sur l'ajout de couches, il est possible de faire varier les paramètres de fabrication pour chaque couche, ou même, ceux-ci peuvent avoir leurs compositions progressivement modifiées, résultant en une pièce avec le gradient souhaité [46].

II.7. Applications FGM

Dans une grande variété d'applications, des composants capables de combiner des caractéristiques antagonistes. Par exemple, il y a des applications où la dureté et la ductilité sont souhaitables dans différents composants. Les matériaux fonctionnels peuvent répondre à ce type de demande [47].

La littérature présente un large éventail d'applications pour les FGM, parmi eux, des composants pour des applications tribologiques [48]. Implants d'administration de médicaments [49], génie tissulaire [50], composants pour l'industrie aérospatiale [51-52-53] conduction thermique dans les moules [44], détection intégrée [54], entre autres. La transition progressive dans les FGM peut être appliquée dans n'importe quelle situation dans laquelle la recherche de la réduction des tensions causées par brusquerie de composition, comme dans les matériaux directement liés (Matériau Directement Jointé - DJM). Les inconvénients de DJM sont qu'ils favorisent la formation de fissures, qui sont responsables de courant dans certains composants de roulements [55] ou boucliers thermiques [56-57]. Cet inconvénient peut être réduit par la transition progressive promue par les FGM [58]. De plus, l'utilisation des FGM permet l'optimisation des composants mécaniques, permettant des caractéristiques physiques en ligne avec demandes imposées par l'application, [59]. Bien qu'il ne soit pas possible de trouver diverses combinaisons de propriétés antagonistes du même matériau de manière naturelle, des matériaux avec des dégradés fonctionnels peuvent être utilisés pour couvrir ce type de demande [47]. En plus des applications structurelles, il est possible de faire varier l'aspect thermodynamique, électrique, chimique, biologique et même optique.

Le tableau 2.2 montre les effets obtenus dans chaque catégorie et les exemples fonctionnels et d'application

Tableau II.2 - Classification fonctionnelle des MGF.

Fonction	Type d'effet souhaité	Exemple d'application
De construction	<ul style="list-style-type: none"> • Rigidité • La résistance • Dureté / Résistance à 	<ul style="list-style-type: none"> • Friction • Réservoirs spatiaux légers • Moteurs légers et performants
Thermodynamique	<ul style="list-style-type: none"> • Conduction / diffusion thermique • Thermoélectrique • Émissivité / Absorbance 	<ul style="list-style-type: none"> • Conduite différentielle moules • Pales de turbine résistantes à la Chaleur
Électrique	<ul style="list-style-type: none"> • Conduction / Isolation • Diélectriques • Piézoélectrique • Semi-conducteur • Batterie active • Thermocouple 	<ul style="list-style-type: none"> • Détection intégrée • Piles légères déformables • La production d'énergie
Produits chimiques	<ul style="list-style-type: none"> • Biocompatibilité • Produits biochimiques 	<ul style="list-style-type: none"> • Prothèses • Biocapteurs • Appareils de livraison de médicaments
Optique	<ul style="list-style-type: none"> • Diffraction / Réfraction 	<ul style="list-style-type: none"> • Lentilles graduées (Grin Lentilles)

La littérature scientifique explore plusieurs de ces applications pour différents types de matériaux

II.8 Tribologie et FGM

Un domaine largement exploré dans plusieurs ouvrages est l'optimisation des propriétés tribologiques [60-61-62]. Normalement, la face de la pièce soumise au frottement doit présenter des propriétés qui minimisent les effets secondaires du frottement, tels que l'usure et l'érosion, tandis que la base doit être ductile et résistante. Selon [63], l'usure ou l'érosion consiste en la détérioration d'une surface solide, entraînant généralement une perte de matériau progressif, du fait du mouvement relatif entre les surfaces, entre une surface et un fluide, un fluide à plusieurs Composants ou une collision de liquides ou particules solides.

Une façon de surmonter l'usure et l'érosion consiste à l'utilisation de revêtement dédié à ces effets. Les matériaux composites sont une option et ont été utilisés pour la réduction des applications tribologiques. Ces matériaux sont normalement déposés dans la forme d'un revêtement de protection de surface [62-64] cependant dans certaines applications les revêtements peuvent être liés à des incompatibilités des coefficients de dilatation thermique, des modules d'élasticité et de dureté entre les matériaux. Les défaillances sont renforcées par les contraintes résiduelles induites par le processus ou liés au mode de fonctionnement du composant et sont responsable du délaminage des couches déposés ou des fissures inter faciales [60-62].

Lorsque des revêtements antifricition sont produits dans la forme de MGF, il existe des avantages liés à la résistance, à la propagation des fissures et concentration des contraintes [62-64]

Diverses propriétés physiques peuvent être optimisées en utilisant FGM dans plusieurs applications. Dans les matériaux soumis au frottement, revêtement de la pièce avec des matériaux résistants au frottement à l'aide de FGM peut entraîner une perte de poids, une plus grande adhérence entre les matériaux, une diminution des contraintes résiduelles internes, en plus d'une résistance accrue à la propagation des défauts de surface [47-62-64]

II.9. Processus de fabrication pour les matériaux à gradation fonctionnelle (FGM)

Les matériaux à gradient fonctionnel sont généralement minces comme revêtements de surface, de sorte que les processus de dépôt de surface sont une grande variété de processus à sélectionner en fonction des exigences du service

Les matériaux à gradient fonctionnel peuvent être obtenus à l'aide de diverses techniques différentes, [65] , par exemple, les classent en méthodes basé sur des procédés en phase gazeuse, liquide, des procédés en phase solide et des structures biopolymère à gradient fonctionnel.

II.9.1. Dépôt physique en phase vapeur (PVD)

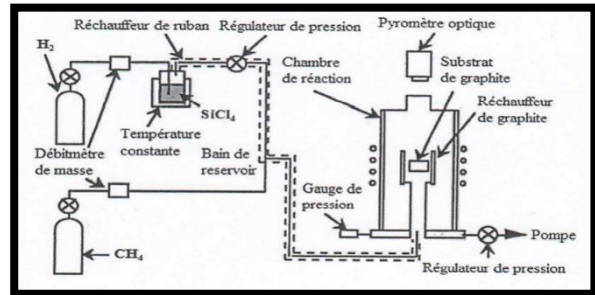
Le processus se déroule sous vide et est basé sur la vaporisation d'un matériau qui plus tard il sera déposé sur la surface à revêtir, il y a trois possibilités de vaporiser le matériau solide, qui modifie le procédé PVD, ce sont des PVD par évaporation, PVD pour l'usure et PVD pour la projection plasma. Le processus d'évaporation PVD consiste en l'évaporation du matériau par chauffage et plus tard vaporisation en utilisant une source de chaleur appropriée, enfin le matériau est déposé sur la surface souhaitée. Cette méthode présente les avantages d'un processus simple, sa vitesse de dépôt élevée et la possibilité de fabriquer des revêtements optiques et diélectriques. Comme inconvénients, le procédé n'a pas de revêtement uniforme et le revêtement dépend de la géométrie de la pièce, il est également difficile de chauffer uniformément les matériaux et les dépôts peuvent être affectés par la contamination à la surface du matériau cible. Le processus d'usure PVD dépend de l'utilisation d'un gaz inerte pour l'usure, les ions de ce gaz entrent en collision avec la surface du matériau cible en raison de la haute énergie cinétique dans laquelle se trouve le gaz, la collision entraîne l'usure des atomes du matériau cible, qui agit comme une cathode, ceux-ci seront déposés sur un substrat souhaité, qui agit comme une anode. Comme avantage, le processus produit plus de vaporisation / usure homogène que le processus d'évaporation et permet le dépôt dans des matériaux avec géométries non homogènes, en outre, la possibilité de décomposition des matériaux est trop petite. Comme inconvénients s'il y a une faible usure, un faible dépôt de matériau, la composition du gaz inerte doit être contrôlée afin qu'il n'y ait pas de contamination et l'investissement initial est élevé. Le procédé PVD par projection plasma est une nouvelle méthode qui combine un faible coût et une faible pression de vaporisation du plasma avec des techniques de dépôt PVD, ce processus permet le dépôt même sur des surfaces non uniformes. [66]

II.9.2. Dépôt / infiltration chimique en phase vapeur

Cette méthode consiste à déposer une couche mince avec un gradient fonctionnel sur un autre matériel. Le matériau à déposer peut-être vaporisé par chauffage ou par réduction de pression

inférieure à la pression de vapeur saturante du matériau. Cette vapeur est la prochaine déposée sur l'autre matériau par réaction chimique dans un environnement sous vide. Ce processus a l'avantage d'être faible en énergie car il nécessite un vide de bas niveau. En outre, cette méthode permet le dépôt de couches dans des matériaux très divers, de formes différentes complexe et maintenant un haut niveau de pureté. Cependant, les précurseurs utilisés peuvent être produits, températures élevées. [66]

Fig II.7 Schéma de l'installation pour la préparation d'un SiC/C FGM par le dépôt chimique en phase vapeur (CVD)



II.9.3. Métallurgie des poudres

Cette méthode consiste à déposer des couches de différentes poudres de composition dans une séquence choisie pour obtenir un matériau volumineux à gradient fonctionnel. Est ensuite compactée (frittage). [67] Il existe plusieurs types de frittage possibles, comme le pressage à chaud ou la presse isostatique chaude. Cependant, un tel frittage peut provoquer une homogénéisation entre les couches du volume de matériau formé, éliminant la caractéristique progressive de propriétés matérielles. Une bonne solution à ce problème est l'utilisation du frittage par plasma à étincelle, également connu sous le nom de technique de frittage assisté par champ ou frittage par courant électrique pulsé. Le principe de cette méthode est le frittage par compression uni axiale à haute température générée par l'effet Joule. [68]

Le fort courant électrique déchargé entre les poudres permet des zones à haute température qui permet le frittage avec le matériau ramolli ou fondu dans le système. Ce processus dure ainsi, la diffusion est limitée, la taille des grains contrôlée et le gradient conservé fonctionnel. [65]

II.9.4. Méthode de centrifugation

Le procédé consiste à couler le renfort en métal fondu pour faire un mélange uniforme et par la suite l'utilisation de la force centripète résultant de la rotation du moule ajouté à la différence de densités permet de fabriquer des matériaux à gradient fonctionnel, cependant, cette méthode ne produit que des matériaux cylindriques. Cette méthode est divisée en deux catégories, en fonction de la différence entre la température d'alliage principal et la température de processus. Si la température de processus est supérieure à la température de l'alliage principal alors le processus peut être effectué pendant la solidification, sinon la température de l'alliage principal

est supérieure à la température du processus, la deuxième phase reste solide dans le moule métallique [69-70]

II.9.5. Techniques de fabrication additive

Le processus est également connu sous le nom d'impression 3D, ce processus assemble les matériaux par dépôt de couche par couche. Les avantages de cette méthode sont la possibilité d'obtenir des matériaux aux formes complexes produits rapidement et utilisant peu d'énergie [69]

II.9.6. Dépôt de métal au laser (LMD)

C'est l'une des techniques les plus adaptées pour produire des FGM. Elle permet la fabrication (Quelques heures) de matériaux aux formes complexes, épaisses ou fines, continues ou lots à composition variable et contrôlée. Un faisceau laser à haute énergie crée un bain de fusion dans une matière première, et un autre matériau en poudre est pulvérisé devant ce laser bien nivelé créant un dépôt. Ce processus de dépôt a trois degrés de liberté permettant la fabrication d'objets tridimensionnels

II.9.7. Fabrication directe par faisceau d'électrons

Cette méthode utilise des faisceaux d'électrons comme source d'énergie et des fils de matière première et, comme le LMD, c'est aussi une technique de dépôt à énergie dirigée elle permet la fabrication de matériaux moyens à grands avec de bonnes propriétés mécanique et microstructure se poursuit avec une large gamme de vitesses de dépôt, Cependant, ils doivent être usinés et / ou soumis à des traitements thermiques.

II.9.8 Technologies de dépôt d'arc

La méthode consiste à déposer du métal par soudure pour créer un FGM, les soudures utilisées sont TIG, gaz inerte de tungstène, ou MIG, gaz inerte métallique, les deux systèmes utilisent une alimentation en métal, et pour être mieux exécutés, ils peuvent être des systèmes autonomes robotiques. [69]

II.9.10. Méthode de fabrication de forme libre solide (SFF)

La forme libre solide est une méthode de fabrication alternative qui présente de nombreux avantages tels que la vitesse de production élevée, la faible consommation d'énergie requise, l'utilisation optimale des matériaux, la production de formes compliquées avec une brise de

conception où les conceptions dessinent sur CAO (programme AutoCAD) et prennent directement. SFF se compose de cinq étapes essentielles : dessiner la conception sur CAO (programme AutoCAD), convertir les données CAO en fichier STL (Standard Triangulation Language), puis convertir le fichier (STL) en profils 2D, construire le composant couche par couche, et enfin supprimer et finition. La fabrication de forme libre solide a de nombreux types de technologies de méthodes, les procédés laser sont principalement utilisés pour produire des matériaux fonctionnellement gradués. Cette technologie consiste en une méthode basée sur le revêtement laser, le frittage laser sélectif (SLS), l'impression 3D (3-DP) et la fusion laser sélective (SLM). Le système laser de revêtement et le laser sélectif de fusion ont la capacité de produire des composants plus denses. La forme libre solide est considérée comme plus flexible par rapport au processus de fabrication par rapport à d'autres processus, mais la finition de surface est médiocre [69]

II.10. Actualités et défis futurs

De nouvelles techniques sont toujours mises en œuvre pour rendre ces types de matériaux plus efficaces la fabrication additive a été l'un des meilleurs outils pour ce processus.

Des exemples de ces nouveautés sont l'utilisation de l'impression 3D dans le processus, la technique LENS (laser engineered net shaping) , où à l'intérieur il peut se produire l'augmentation des alliages superficiels à laser avec addition de poudre (alliage de surface laser avec poudre pré-placée), entre autres techniques.

L'utilisation de l'impression 3D a été bien acceptée comme l'avantage de l'impression de pièces est donnée en couches afin que vous puissiez mieux définir le dégradé de chaque partie de la pièce en obtenant une plus grande efficacité, évoluant dans des domaines tels que l'ingénierie tissulaire, divers appareils électronique, robotique douce et méta matériaux haute performance. Cependant, un obstacle à cette technique est que «l'impression 3D ne peut imprimer les pièces qu'avec une seule propriété de matériau ou plusieurs propriétés discrètes sans contrôle des gradients mécaniques complexes [71], puisque, ces gradients complexes se produisent naturellement comme par exemple. La technique LENS, comme dans l'impression 3D, utilise un logiciel pour façonner la pièce, mais fonctionne de manière similaire au LMD, qui consiste à implémenter différents matériaux à des niveaux microscopiques étant un excellent moyen de mettre en œuvre différents gradients dans chaque partie de la pièce, et avec la mise en œuvre

d'alliages de surface pour laser à poudre, on peut obtenir des propriétés différentes pour chaque partie différente de la pièce en raison des différents types d'alliages qui peuvent être formés. Un bon exemple est l'utilisation dans l'optimisation du titane, malgré «le titane et ses alliages de haute résistance mécanique, faible densité, faible module d'élasticité, bonne biocompatibilité et haute résistance à la corrosion, c'est pourquoi ils sont utilisés dans plusieurs domaines tels que l'aérospatiale, la marine, la chimie et la fabrication d'implants médicaux. Le titane et ses alliages ont des propriétés tribologiques inadéquates, telles qu'un coefficient de frottement élevé et une faible dureté, ce qui le rend inadapté à certaines applications. Cependant, avec l'utilisation de cette technique que vous pouvez contourner, en pondérant les propriétés en fonction des applications voulus. Les prochaines étapes à franchir dans ce domaine consistent à améliorer le contrôle, la précision et atteindre des niveaux de dimensionnement encore plus bas visant une plus grande efficacité et variation de propriétés en une seule pièce

II.11. Applications des matériaux à gradient fonctionnel

Il existe de nombreuses applications pour les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) et en dessous de certaines d'entre elles :

II.11.1. L'aérospatiale

FGM sont utilisés dans les industries aérospace en raison de la capacité de ces matériaux à supporter un gradient thermique extrêmement élevé fait de ces matériaux des structures adaptées au corps d'avion, les composants du moteur de fusée et de nombreuses autres applications dans l'espace [72].

II.11.2. Médical

Le corps humain contient de nombreux tissus qui se caractérisent comme des matériaux naturels fonctionnellement gradués tels que les os et les dents et pendant les accidents, les tissus humains souffrant de dommages et dans la plupart des conditions, ces dommages sont impossibles à traiter, il a donc besoin de pièces alternatives pour le remplacer. Selon [73-74-75-76] Des matériaux fonctionnellement gradués pourraient être utilisés dans le domaine médical pour remplacer les tissus endommagés tels que les dents et les os par des matériaux biomédicaux

II.11.3. Défenses

D'après les propriétés des matériaux fonctionnellement gradués, il est bien connu que ces matériaux ont une excellente aptitude à empêcher la propagation des fissures. Ces caractéristiques aident à appliquer ces matériaux en défense spécialement pour protéger les soldats des armes à feu en produisant des plaques de blindage et des gilets pare-balles, [77]

II.11.4. Énergie

Selon [78-79], les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) sont utilisés pour générer de l'énergie parce qu'ils produisaient de l'énergie solaire, ainsi que la conversion d'énergie des appareils comme il est utilisé comme protection thermique pour protéger le revêtement des aubes de turbine dans le moteur de turbine à gaz.

II.11.5. Optoélectronique

Les matériaux fonctionnellement gradués pourraient également être utilisés dans le domaine de l'optoélectronique comme les lasers de bord à courant de seuil bas (GRINSCH), les supports de stockage en particulier les disques magnétiques (audio-vidéo) et les photodétecteurs accordables en raison de l'indice de réfraction gradué de ces matériaux [80]

II.11.6. Construction sur le terrain

L'industrie de la construction est confrontée à de nombreux défis liés à la performance des matériaux, au coût des matériaux et à leur impact environnemental. De même, le changement de fonctionnalité des structures du bâtiment, qui varie en fonction de l'emplacement du bâtiment, ouvre la voie à l'utilisation de matériaux fonctionnellement gradués (FGM) dans le domaine de la construction [81]. Lors de l'utilisation (FGM), la structure et la composition des matériaux seront modifiées progressivement au fil du volume, ce qui a conduit à diverses caractéristiques des matériaux [82].

II.11.7. Autres applications

En plus de cela, il existe de nombreux domaines susceptibles d'utiliser (FGM) comme matériaux de base tels que le revêtement d'outils de coupe [83], les composants de moteurs automobiles, les composants de réacteurs nucléaires, les aubes de turbine, les échangeurs de chaleur, capteurs d'incendie, tribologie (matériaux avancés), portes ignifuges et bien d'autres

applications. Apparition de toutes ces applications qui naissent du fait du coût de production et de la possibilité de contrôler et d'améliorer les propriétés des FGM, [84].

II.12. Revue sur les différentes lois qui régissent la variation des propriétés matérielles suivant l'épaisseur d'une plaque FGM

Considérant une plaque élastique rectangulaire (figure II.7). Les coordonnées x et y définissent le plan de la plaque, tandis que l'axe z lancé sur la surface moyenne de la plaque est dans la direction de l'épaisseur. Les propriétés matérielles, module de Young, densité et le coefficient de Poisson, sur les surfaces supérieure et inférieure sont différent mais sont déterminés selon les demandes d'exécution. Cependant, le module de Young, la densité et le coefficient de Poisson des plaques changent sans interruption seulement dans la direction d'épaisseur (l'axe z), $E = E(z)$, $\rho = \rho(z)$, $\nu = \nu(z)$. Delale et Erdogan [85] ont indiqué que l'effet du coefficient de Poisson sur la déformation est beaucoup moins important que celui du module de Young. Donc, on suppose que le coefficient de Poisson de la plaque F.G.M est constant dans tout point de la plaque ; d'ailleurs cette propriété est sensiblement la même pour les matériaux avec lesquels on va travailler. Alors, le module de Young et la densité changent dans la direction de l'épaisseur de la plaque FGM suivant une fonction de loi de puissance (P-FGM), une fonction exponentielle (E-FGM), ou une fonction sigmoïde (S-FGM).

Notant que S représente la propriété mécanique qui varie selon l'épaisseur ; donc elle peut être le module de Young $E(z)$ ou la densité $\rho = \rho(z)$.

II.12.1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM

La fraction volumique dans les P-FGM est assurée par une loi de puissance sous la forme :

$$V(z) = \left(\frac{z + \frac{h}{2}}{h} \right)^p \quad (\text{II.1})$$

Où p est un paramètre du matériau et h est l'épaisseur de la plaque. Une fois que la fraction de volume local $g(z)$ est définie, les propriétés matérielles d'une plaque P-FGM peuvent être déterminées par la loi des mélanges :

$$P(z) = V(z).P_1 + [1 - V(z)].P_2 \quad (\text{II.2})$$

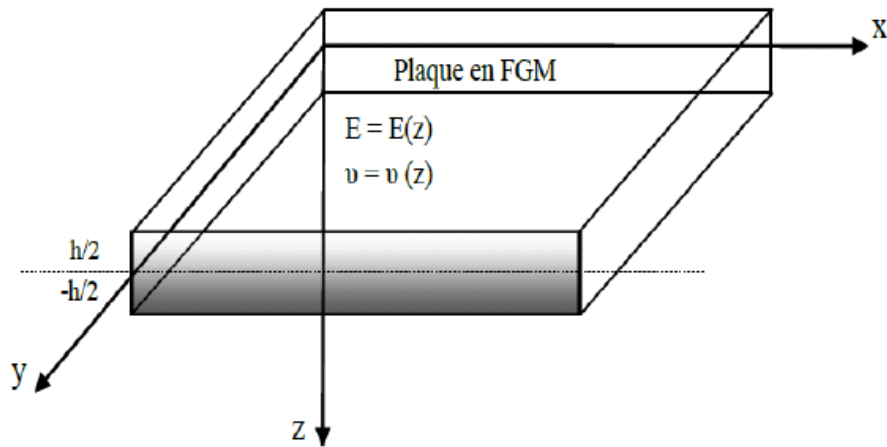


Figure II.8 : Les dimensions de la plaque FGM.

Où S_1 et S_2 sont respectivement les propriétés matérielles (modules de Young ou densité) de la surface inférieure ($z = h/2$) et de la surface supérieure ($z = -h/2$) de la plaque FGM. La variation de ces propriétés dans la direction de l'épaisseur de la plaque P-FGM est représentée sur la figure II.8, il apparaît clairement que le module de Young par exemple change rapidement près de la surface inférieure pour $p > 1$, et augmente rapidement près de la surface supérieure pour $p < 1$.

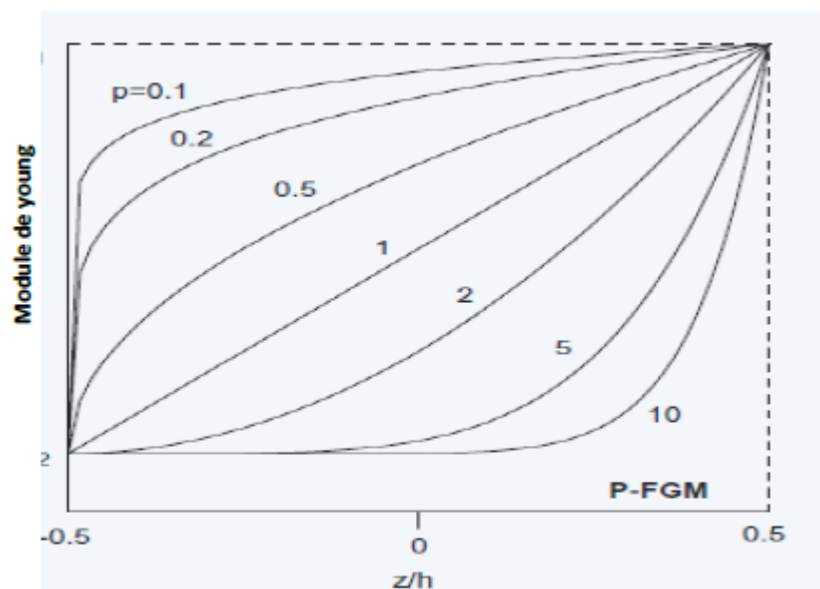


Figure II.9 : La variation du module de Young dans une plaque P-FGM.

Comme il est présenté sur la figure II.8, le changement de la valeur de P produit un nombre infini de distributions de composition. Afin de modéliser exactement les propriétés matérielles de FGM, les propriétés doivent avoir une dépendance entre la température et la position. Ceci est réalisé par une loi simple de mélange des matériaux composites (modèle de Voigt). Pour une résolution numérique, par éléments finis par exemples, Les propriétés matérielles effectives S de la couche de FGM, comme le module de Young E , et la densité ρ et le coefficient de poisson ν peut alors être exprimé comme suit :

$$P = \sum_{j=1} P_j \cdot V_j \quad (\text{II.3})$$

Là où P_j et V_j sont les propriétés matérielles et la fraction volumique de la couche jj et la somme des fractions de volume de tous les matériaux constitutifs fait l'unité :

$$\sum_{j=1} V_j = 1 \quad (\text{II.4})$$

II.12.2. Propriétés matérielles de la plaque S-FGM

Si l'on rajoute une plaque P-FGM d'une simple fonction de loi de puissance à une plaque composite multicouche, les concentrations des contraintes apparaissent sur l'interface des deux matériaux Par conséquent, Chung et chi ont défini la fraction de volume de la plaque FGM en utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définies par :

$$V_1(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{h/2-z}{h/2} \right)^p \quad \text{Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.5.a})$$

$$V_2(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{h/2+z}{h/2} \right)^p \quad \text{Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{II.5.b})$$

En utilisant la loi des mélanges, la propriété S de la plaque S-FGM peut être calculé par :

$$\text{Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.6.a})$$

$$P(z) = V_2(z) \cdot P_1 + [1 - V_2(z)] \cdot P_2 \quad \text{Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{II.6.b})$$

La figure II.9 montre que la variation du module de Young selon les équations (II.6.a) et (II.6.b) avec des distributions sigmoïdes, donc la plaque FGM est ainsi appelée (Plaque S-FGM).

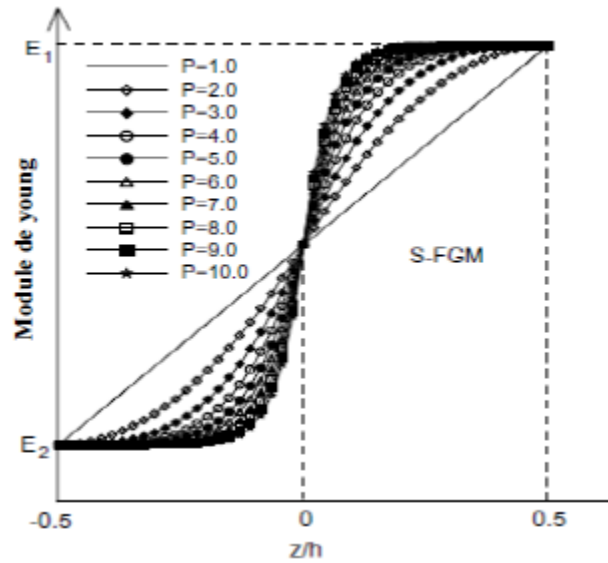


Figure II. 10 : La variation du module de Young dans une plaque S-FGM.

II.12.3 Propriétés matérielles de la plaque E-FGM

Beaucoup de chercheurs utilisent la fonction exponentielle pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la fonction exponentielle est donnée par [85] :

$$P(z) = A \cdot e^{B \cdot (z+h/2)}$$

(II.7.a)

Avec

$$A = P_2 \quad \text{Et} \quad B = \frac{1}{h} \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

(II.7.b)

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la plaque E-FGM est représentée dans la figure II.10.

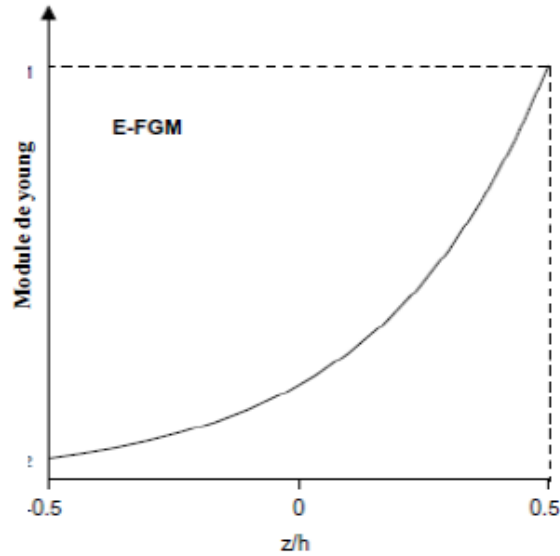


Figure II. 11 : La variation du module de Young de la plaque E-FGM.

II.13. Développements récents et défis des FGM

Dans le cas de la plupart des FGM, une propriété matérielle varie dans le sens de l'épaisseur [86]. Cependant, les applications modernes peuvent exiger des matériaux FGM dans lesquels les propriétés du matériau varient à la fois dans l'épaisseur et dans les directions axiales [87]. Récemment, un matériau à gradient dont les propriétés varient dans les deux sens a également été développé et étudié de manière approfondie [88-89]. Ces matériaux intelligents sont connus sous le nom de matériaux à gradient fonctionnel bidirectionnel (BDFGM). La technique AM basée sur le dépôt de métal par laser est la plus appropriée pour produire de tels BDFGM [90]. Bien que des progrès technologiques substantiels aient été réalisés dans le domaine des FGM, peu de problèmes critiques doivent encore être résolus. Une base de données appropriée des FGM en termes de paramètres et de tests n'est toujours pas disponible. Les méthodes de test et de mesure conventionnelles peuvent ne pas convenir pour évaluer les performances des FGM modernes, de sorte que le développement de méthodes de test avancées est nécessaire [90]. La plupart des techniques de traitement des FGM étant très coûteuses, la technique de traitement à faible coût qui peut produire en masse des FGM de grande taille et de forme complexe reste un défi. La sélection du matériau approprié adapté à l'application prévue est le défi immédiat et direct du développement technologique futur dans le domaine de la recherche sur les FGM

II.14. Conclusion

Les problèmes des (FGM) est l'une des révolutions qui s'est produite au 21ème siècle et qui changera le monde de la fabrication est les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) qui est un matériau avancé largement utilisé. Malgré les (FGM), l'utilisation et les applications sont devenues si célèbres, mais il existe de nombreuses limitations pour atteindre l'objectif de changer le monde de la fabrication. Les limitations sont diverses selon le domaine d'application, mais la plupart d'entre elles se concentrent sur le coût tel que le coût consacré aux méthodes de traitement et de fabrication de la poudre. Par exemple, la fabrication de forme libre solide (SFF) est l'une des techniques utilisées pour produire (FGM), mais elle présente encore de nombreux problèmes nécessitant une solution efficace. Aussi de nombreuses recherches doivent être menées pour améliorer les performances des (SFF) afin de créer une base de données contrôlant les propriétés des matériaux à classification fonctionnelle (FGM). Et enfin, les processus (FGM) sont toujours manuels, il faut donc beaucoup d'améliorations pour le rendre totalement automatisé afin d'améliorer les performances globales du processus, réduire le coût des (FGM) et améliorer la fiabilité du processus de fabrication.

Pour résumer, les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) sont considérés comme l'un des matériaux les plus importants qui pourraient s'appliquer dans le domaine de l'ingénierie et dans d'autres domaines, mais le coût de production (FGM) est si cher pour cette raison qu'il a des utilisations limitées. Cette partie présente un aperçu des (FGM), des différentes méthodes de fabrication et se concentre sur la méthode de forme libre solide en raison des avantages de cette méthode par rapport aux autres processus et en raison de la flexibilité de fabrication qu'elle offre. En outre, il donne un aperçu de divers domaines d'application a également présenté comment le domaine d'application peut améliorer et également étendu en réduisant le coût de fabrication en améliorant la méthode de fabrication la plus prometteuse (SFF)

CHAPITRE III

LES THEORIES DES PLAQUES

III.1. Introduction

Comme les poutres, les plaques sont des éléments structurels conçus pour résister à l'application charges transversales en développant des contraintes de flexion. La différence facteur pourrait être considéré et les équations de plaque pourraient être dérivés en simplifiant la plaque en tant qu'élément bidimensionnel. L'étude théorique des plaques à l'aide des théories des plaques est une manière approximative d'étudier le comportement statique et dynamique des plaques. Théorie classique des plaques (CPT), proposée au 19e siècle, est la théorie élémentaire de base dans le domaine des théories des plaques.

III.2. Définition

Une plaque est un élément structurel mince et plat. « Mince », cela signifie que la dimension transversale de la plaque, ou épaisseur, est petite par rapport aux dimensions de longueur et de largeur. En mathématique l'expression de cette idée est : L/t où t représente l'épaisseur de la plaque et L représente une longueur ou une largeur représentative. (Voir Fig III.1). Plaque et système de coordonnées associé $(x, y, z) \dots$). Les plaques peuvent être classées comme très mince si $L/t > 100$, modérément mince si $20 < L/t < 100$, épais si $3 < L/t < 20$ et très épais si $L/t < 3$. La théorie « classique » des plaques est applicable aux plaques très minces et moyennement minces, tandis que « les théories d'ordre supérieur » pour les plaques épaisses sont utiles. Pour les plaques très épaisses, cependant, cela devient plus difficile et moins utile pour voir l'élément structurel comme une plaque - une description basée sur la théorie tridimensionnelle de l'élasticité est requise

On définit :

- Le plan moyen (plan médian) : plan situé à équidistance entre les faces.
- La fibre neutre : élément de matière d'épaisseur infinitésimale situé autour du plan moyen (O, x, y) , avec $z = 0$.
- Une fibre normale : ensemble des points situés sur une normale au plan médian, à un endroit (x, y) donné ; elle a pour direction z .
- L'épaisseur h : l'épaisseur de la plaque ; le plan inférieur est donc le plan $z = -h/2$ et le plan supérieur est le plan $z = h/2$.

Les plaques sont utilisées dans différents domaines, industries automobile, aéronautique, naval et dans d'autre industrie. Elles sont souvent utilisées comme éléments structurels pouvant

supporter des charges latérales. Tout comme les poutres, les plaques travaillent en flexion mais dans deux plans différents. Bien que la plaque puisse supporter des charges dans son plan,

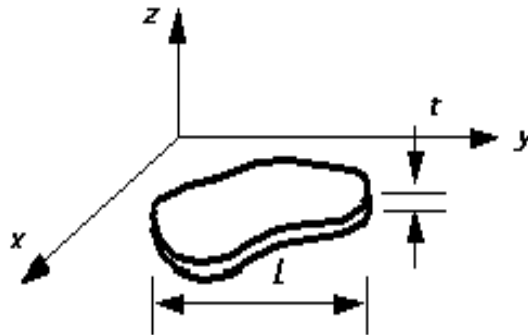


Fig III.1. Plaque et système de coordonnées associé (x, y, z)

III.3. Historique de développement de la théorie des plaques

Voici dans un ordre chronologique les principaux événements marquant l'évolution de la théorie des plaques. En 1750, Leonhard Euler et Jacques Bernoulli ont été les premiers à donner une approche mathématique au comportement des poutres, en introduisant respectivement deux notions, l'indéformabilité axiale de la fibre neutre (elle se déforme en flexion sans se contracter ni se comprimer) et la faculté des sections droites à rester droites après déformation. En 1764, par analogie aux poutres, Leonhard Euler est arrivé à définir une équation différentielle du second ordre décrivant la vibration libre de la peau des tambours assimilée à une membrane élastique [91]. En 1787, Ernst Chladni, physicien allemand, connu pour être le fondateur de l'acoustique moderne, publia ses études expérimentales sur les vibrations des plaques, où il cherchait une méthode de mesure de la vitesse du son dans les corps solides. L'expérience de Ernst Chladni consistait à faire vibrer des plaques de taille, de forme et d'épaisseur différentes, saupoudrées de sable fin, et déposées horizontalement sur un support fixe à leurs centres, à l'aide d'un archet. La vibration des plaques fait migrer les grains de sable des zones de forte vibration aux zones de faible vibration, faisant apparaître des figures correspondantes aux différents modes de vibration des plaques. En 1811, l'Académie Française des sciences a lancé un concours pour la détermination d'une théorie mathématique expliquant les travaux du physicien Ernst Chladni, et c'est en 1816 que Sophie Germain mathématicienne et philosophe française obtient finalement l'équation de la déformée en ajoutant un terme à l'équation d'Euler tenant compte des rayons de courbure dans les deux directions

perpendiculaires. En 1821, Henri Navier présente un mémoire sur les lois de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques, ces derniers sont considérés comme le fondement de la théorie d'élasticité. Les travaux de Henri Navier ont été suivi par d'autres travaux tels ceux d'Augustin Louis Cauchy, de Siméon Denis Poisson, de Gabriel Lamé et d'Émile Clapeyron. Gustav Robert Kirchhoff l'un des plus grands physiciens du XIXe siècle, a réussi par ces travaux, à cerner le champ de validité de la solution de Navier, en calculant toutes les composantes du champ de déformation et de contrainte. Et il constata que la solution classique ne satisfaisait pas les conditions aux limites en déplacement pour une plaque d'étendue finie (appuyée ou encadrée), mais précisa que l'écart tend à s'annuler lorsque l'épaisseur relative de la plaque tend vers 0 et c'est en 1850 qu'il arriva à établir de façon correcte des conditions aux limites en partant du principe des déplacements virtuels et de l'expression du travail des contraintes de la plaque. En 1888, Augustus Edward Hough Love utilise les hypothèses de Gustav Kirchhoff, pour fonder une théorie des plaques minces. C'est ainsi que les trois principales théories feront leurs apparitions dans les années qui suivent.

III.4. Les Theories Des Plaques

III.4.1. La théorie classique des plaques de Love-Kirchhoff (CPT)

La théorie classique des plaques CPT est fondée sur les hypothèses de Love Kirchhoff, selon lesquelles une droite normale au plan moyen de la plaque reste perpendiculaire après déformation ce qui revient à négliger les effets de déformation en cisaillement transverse. Cette théorie est considérée comme le modèle le plus simple des théories ESL et elle ne convient qu'aux plaques minces où la flèche générée par les déformations de cisaillement reste négligeable devant la flèche générée par la courbure de la plaque. Dans le cas d'une plaque homogène isotrope, la part de cisaillement dans la flèche est directement reliée à l'élancement (L/h). [92] Et [93]. A partir des hypothèses ci-dessus, le champ de déplacement peut s'écrire tel qui suit :

$$\begin{aligned} u_0(x, y, z) &= -z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v_0(x, y, z) &= -z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w_0(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned}$$

Avec (u_0, v_0, w_0) sont les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque ($z = 0$).

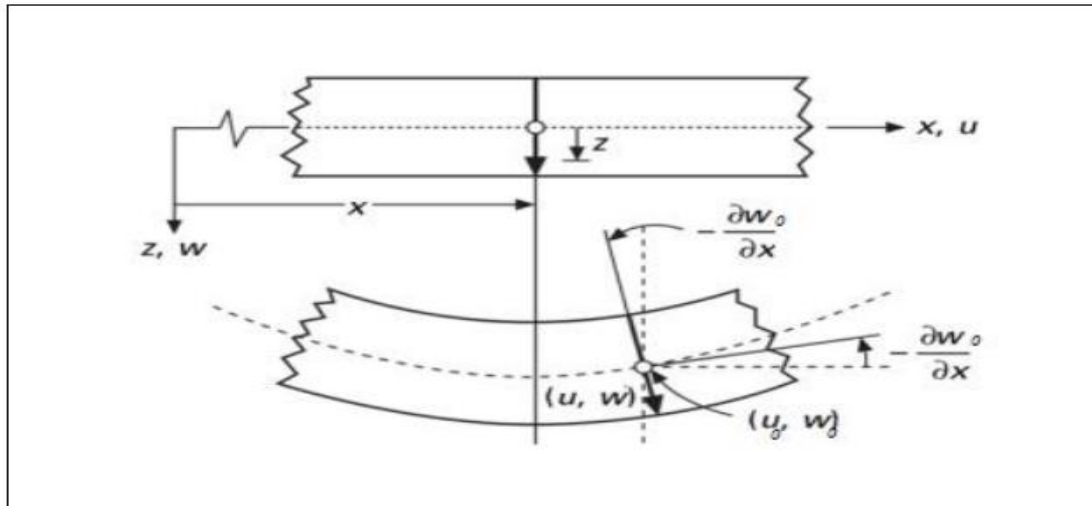


Figure III.2 : Schématisation des déformations des plaques par la théorie classique « CPT ».

L'effet de la déformation en cisaillement transverse augmente d'une manière significative lorsque le rapport d'élanement h/a ou h/b est supérieur ou égal à 0.05. Etant donné que cette théorie néglige la flexibilité de cisaillement transverse, ceci conduit à des résultats imprécis pour des plaques épaisses qui peuvent être interprétées par une surestimation de la rigidité de flexion et par conséquent une surestimation des fréquences propres de vibration et une sous-estimation des déplacements.

III.4.2. Théorie des plaques du premier ordre (FSDPT)

Cette théorie (également appelée théorie de Mindlin) est une extension des travaux de [94], et est considérée comme une amélioration de la théorie classique des plaques minces (théorie de Kirchhoff). Cette amélioration consiste à rajouter la déformation en cisaillement transverse dans les hypothèses cinématiques. La distribution de cette déformation est supposée constante dans l'épaisseur. Figure III.3. La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre a prolongé la théorie classique des plaques en tenant compte de l'effet de cisaillement transverse, dans ce cas les contraintes et les déformations sont constantes à travers l'épaisseur de la plaque, ce qui oblige l'introduction d'un facteur de correction. Les études sur la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) peuvent être référées dans [95], [96] qui a mené au modèle de plaque de Reissner-Mindlin. Ainsi que Timoshenko et al., [97],[98]. La théorie du premier ordre est basée sur le champ de déplacement suivant

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\phi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned}$$

Avec : (u_0, v_0, w_0) ϕ_x, ϕ_y sont les déplacements en membranes et les rotations autour des axes x et y , respectivement. Le champ de déplacement définis dans l'expression ci-dessus permet de reprendre la théorie classique des plaques décrite dans la dernière section par le remplacement

$$\phi_x = \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \phi_y = \frac{\partial w_0}{\partial y}$$

La théorie des déformations du premier ordre nécessite un facteur de correction du cisaillement qui est difficile à déterminer à cause de sa dépendance à la fois, de la géométrie, du coefficient de Poisson à travers l'épaisseur, des charges appliquées et des conditions aux limites. Timoshenko a été le premier à avoir étudié les effets des déformations de cisaillement et de l'inertie de rotation dans l'analyse des poutres, c'est pourquoi le modèle de la poutre avec une théorie du premier ordre est aussi appelé modèle ou poutre de Timoshenko.

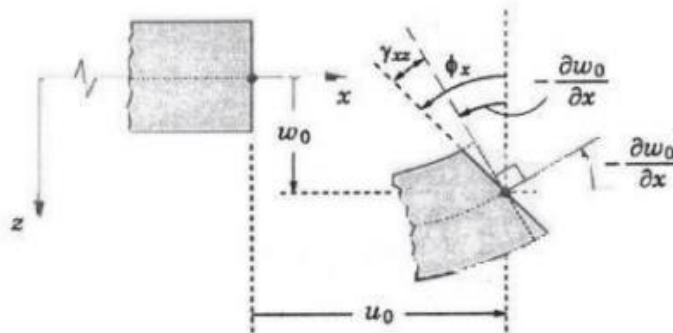


Fig III.3 : Illustration de la plaque de Reissner-Mendlin [Reddy, 1997]

III.4.3 Les modèles d'ordre supérieur :

À la différence de la théorie CPT et la théorie FSDT avec les acceptations de la distribution linéaire du déplacement par l'épaisseur, la théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs dans l'épaisseur. Par conséquent, on tient compte des effets de la déformation transversale de cisaillement et / ou de la déformation normale transversale. Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction. Les références sur de tels modèles peuvent être trouvées dans [95], [96], [99], [100], [101]. Nous avons introduit ici quatre modèles de plaque utilisés pour analyser le comportement des matériaux à gradient de propriétés.

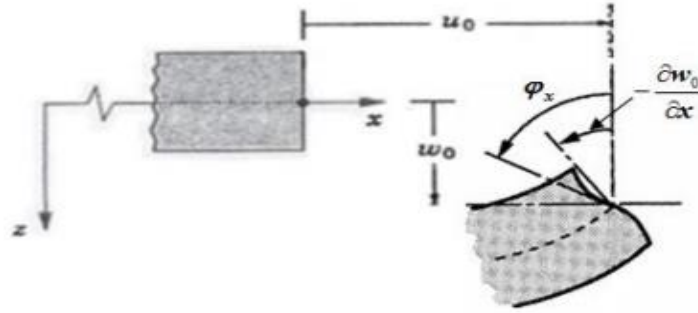


Fig III.4: Illustration de la plaque d'ordre élevé [Reddy, 1997].

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suit :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} + \psi(z) \phi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} + \psi(z) \phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned}$$

Avec : (u_0, v_0, w_0) ϕ_x, ϕ_y sont les déplacements en membranes et les rotations autour des axes x et y, Respectivement

$$\left(\phi_x = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x, \phi_y = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right)$$

$\Psi(z)$ est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes.

Selon l'expression de la fonction de cisaillement, quelques modèles d'ordre élevés se sont distingués dans la littérature. Nous citons en particulier : L'approche de Reddy [92] - [93]: théorie des plaques de troisième ordre de cisaillement (TSDPT) est donné comme suit :

$$\psi(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right)$$

La théorie des plaques de déformation en cisaillement sinusoïdale (SSDPT) de Touratier [104] et de Zenkour et Alghamdi [105] est donnée comme suit

$$\psi(z) = \frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right)$$

En outre, la théorie des plaques de déformation de cisaillement exponentielle (ESDPT) de Karama [106] est donnée comme suit :

$$\psi(z) = z e^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}$$

Avec h : l'épaisseur de la plaque.

La théorie des plaques de troisième ordre de cisaillement (TSDPT) est la théorie d'ordre élevé la plus utilisée due à sa simplicité. Cette théorie a été adoptée par Saidi et al. [107] pour dériver des solutions analytiques pour la déflexion et les contraintes des plaques en FG soumises à des charges transversales par la méthode de Levy. Thai et Kim [108] ont reformulé la TSDT basée sur la surface neutre, ont dérivée par la solution de Levy la charge de flambement des plaques FG reposant sur une fondation élastique. Nguyen et Pham [109] ont étudié le comportement post flambement des plaques FG reposant sur une fondation élastique. Des solutions analytiques pour la charge de flambement et la température de flambement des plaques FG sous sollicitations mécaniques et thermiques ont été obtenues en utilisant la TSDT et la méthode de Galerkin.

Nouvelle théorie raffinée de déformation des plaques : Shimpi [110] a développé un modèle raffiné pour les plaques isotropes (RPT : Refined Plate Theory). Les caractéristiques les plus intéressantes de cette méthode et qu'elle ne contient que deux variables qui donne seulement quatre inconnus à trouvés au lieu des cinq

Dans le cas des autres théories d'ordre élevés. En plus, cette théorie n'exige pas de facteur de correction de cisaillement et donne une distribution parabolique des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur de la plaque. Aussi, elle présente beaucoup de similitudes avec la théorie classique des plaques quant aux équations d'équilibres, les conditions aux limites et les expressions des moments. Ait Atmane et al.[111] ont adaptée une théorie raffinée pour étudier la flexion des plaques FGM. Thai et Kim [112] - [113] et Hadji et al. [114] ont utilisés la RPT, à l'étude du flambement des plaques orthotropes, et à la vibration libre des plaques stratifiées et sandwichs respectivement. Boudarba et al.[115] Ont étudiés la réponse en flexion thermomécanique des plaques FG sandwiches reposants sur fondation élastique en utilisant une théorie raffinée de cisaillement trigonométrique.

III.4.4 Approche par couche

Ces approches sont destinées justement à mieux décrire les effets d'interface pour les matériaux composites conventionnels. Ainsi différents modèles issus de l'approche par couche ont été proposés [116] -[117]- [118] - [119]. Le multicouche est subdivise en sous structures (correspondant en fait à chaque couche ou chaque ensemble de couches). On applique à chaque sous structure une théorie du premier ordre ou un modèle d'ordre supérieur, imposant un champ de déplacement vérifiant la continuité aux interfaces entre les différentes couches. Les modèles de ce type sont relativement coûteux (l'ordre des équations de comportement dépend du nombre

de couche), mais ils permettent l'obtention de résultats plus précis, notamment en ce qui concerne le calcul des contraintes hors plan. D'une manière générale, les modèles issus de l'approche par couche peuvent être classés en deux groupes :

Les modèles couches discrètes où chaque couche est considérée comme une plaque en imposant les conditions de continuité en déplacements ou en contraintes aux interfaces. Les modèles zig-zag ou la cinématique satisfait à priori les conditions de contact est indépendante du nombre de couches (Figures. III.5 et III.6)

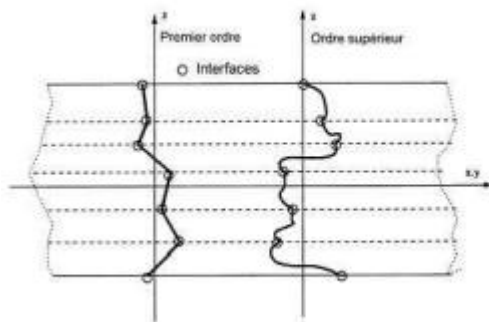
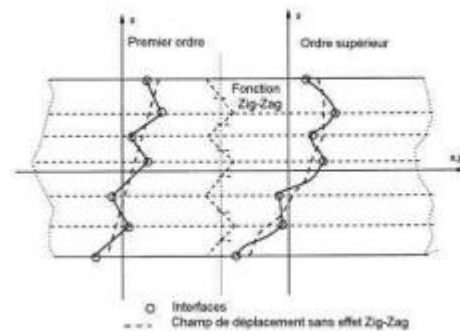


Fig III.5

Champs de déplacements des modèles
Couches discrètes, approche cinématique.[121]



FigIII.6

Champs de déplacements des modèles zig-
zag, approche cinématique. [121]

III.4.4.1. Les modèles zig-zag

Afin de réduire le nombre de paramètres inconnus, Di Sciuva est le premier à proposer le modèle zig-zag du premier ordre [120]. Dans ce modèle, les déplacements membranaires sont les résultats de la superposition du champ de déplacement global d'une théorie du premier ordre et d'une fonction zig-zag (avec l'emploi de la fonction d'Heaviside). La fonction zig-zag donne une contribution des déplacements membranaires qui est continue en z mais sa dérivée première est discontinue à l'interface (voir Figure.III.7). Les déformations transversales sont donc discontinues et la continuité des contraintes de cisaillement transverse aux interfaces est assurée

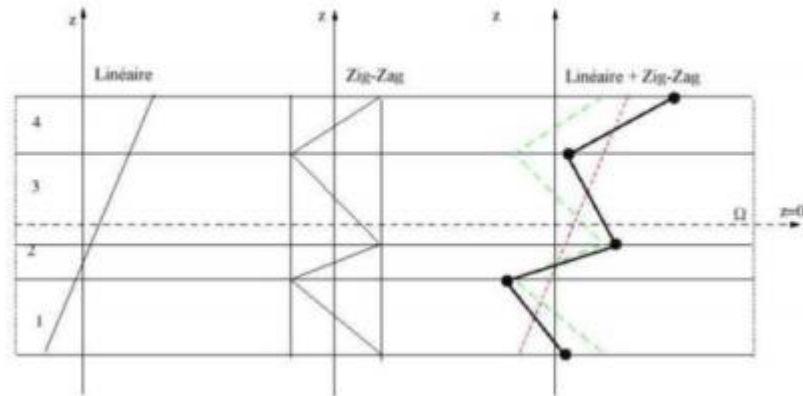


Fig III.7 Champs de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre.[121].

En se basant sur ce concept [122] plusieurs auteurs ont réalisé des améliorations significatives pour le modèle zig-zag. L'amélioration principale est l'introduction d'une distribution non linéaire des déplacements. On superpose le champ zigzag (linéaire par morceau) à un champ de déplacement d'ordre supérieur (souvent cubique) (voir Figure.III.8).

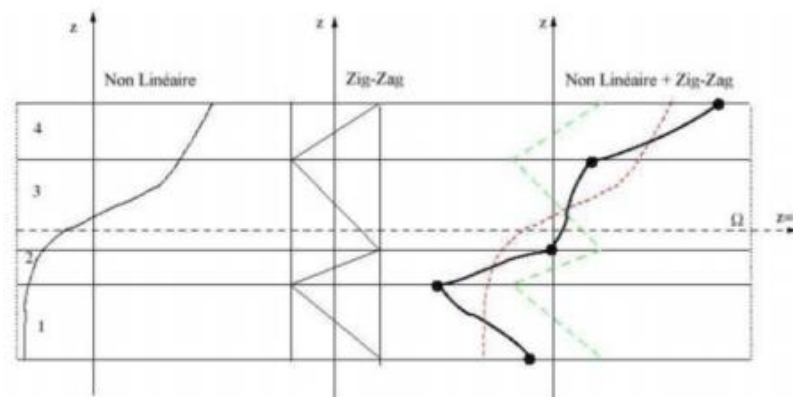


Figure (III.8) Champs de déplacements des modèles zig-zag d'ordre supérieur.[121].

Les conditions de compatibilité sont satisfaites sur les surfaces supérieure et inférieure des plaques pour réduire le nombre de paramètres. Dans les travaux de Ossadzow [124] et Karama [123], la fonction zig-zag est ajoutée à la fonction "sinus" [125] de déplacement pour raffiner les effets de cisaillement. Afaq et al. [126] Combine le modèle exponentiel avec l'effet zig-zag pour une cinématique plus riche. Le modèle zig-zag assure un bon compromis entre la précision des solutions et le coût de calcul. Cependant quand l'épaisseur diminue, le calcul des contraintes de cisaillement transverse devient moins précis [127].

III.4.4.2 Modèles couches discrètes

Les modèles couches discrètes adoptent une approximation plus fine des champs suivant l'épaisseur du multicouche que les modèles de plaque d'ordre supérieur ou zig-zag puisqu'ils

proposent une cinématique par couche plutôt qu'une cinématique globale. En fait, avec les modèles couches discrètes, le multicouche est représenté par un ensemble de plaques (objets 2D) couplés par des efforts d'interface. Les conditions de continuité aux interfaces sont assurées. Le nombre de paramètres inconnus dépend du nombre de couche de la plaque composite. Dans les travaux de [128] - [129],[130] , on postule une cinématique du premier ordre ou d'ordre supérieur par couche. Les équations fondamentales par couche sont obtenues en utilisant le principe des travaux virtuels. Les conditions aux limites sont également données couche par couche. D'une manière alternative, les travaux de [131] - [132] - [133] utilisent une approximation des champs de contraintes par couche ou une mixte contrainte cinématique. Ainsi [131] utilise un champ de contrainte dont la composante de cisaillement transversal est quadratique par couche et les déplacements sont considérés cubiques par couche et continus aux interfaces. Dans [132], le champ de contrainte est construit sous la forme d'un produit de fonctions à variables séparées, par couche, à partir de l'équilibre des forces et moments. Les contraintes planes sont supposées constantes suivant l'épaisseur. Dans[133], les fonctions de contraintes sont utilisées par couche pour déterminer les contraintes inter laminaires. Elles sont approximées de façons polynomiale dans l'épaisseur. Nous passons à présent à une famille de modèles couches discrètes particulières, les modèles multi particulières. Le premier travail semble être celui de Pagano qui propose le modèle local dans [134]. Le modèle local a été construit à partir de la formulation variationnelle d'Hellinger-Reissner et d'une approximation polynomiale des champs de contraintes par couche. Les polynômes sont du premier degré pour les contraintes membranaires, quadratique pour les contraintes de cisaillement et donc cubique pour les contraintes normales. La formulation variationnelle d'Hellinger-Reissner restreinte aux approximations de ces champs de contraintes conduit à une cinématique du multicouches à $7n$ champs en $(x; y)$, (n : étant le nombre de couches de la plaque). Ces champs cinématiques contiennent des composantes correspondantes à des moments du second ordre qui n'ont pas un sens physique très clair.

La formulation mixte d'Hellinger-Reissner permet de déduire le comportement élastique linéaire généralisé du modèle. Ce modèle pose quelques difficultés au niveau des conditions aux limites et reste assez lourd compte tenu du nombre élevé de champs cinématiques intervenants. Ce modèle a été le point de départ pour un ensemble de travaux menés à l'ENPC dont l'objectif est de proposer une série de simplifications permettant d'alléger tout en conservant un bon niveau de prédictibilité [121].

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre on a décrit les différentes théories des plaques à savoir l'approche monocouche équivalente, l'approche par couche et l'approche développement asymptotique. Nous concluons aussi que l'approche monocouche équivalente est mieux adaptée pour les matériaux FGM car il n'y a pas de changement brusque dans les caractéristiques mécaniques contrairement aux composites conventionnels où le délaminage est un problème à ne pas écarter. Donc on a eu recours au modèle monocouche équivalent pour les plaques épaisses et les poutres courtes pour différentes théories d'ordre élevé où la prise en compte du cisaillement transversal est nécessaire pour une étude plus exacte

CHAPITRE IV

ÉTUDE ANALYTIQUE DE LA FLEXION DES PLAQUES SANDWICHES
POREUSES EN FGM

IV.1. Introduction

Les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) sont une classe de composites qui ont reçu une grande attention dans de nombreuses applications d'ingénierie modernes telles que l'armée, l'aérospatiale, l'énergie nucléaire, le biomédical, l'automobile, le génie civil et la marine. En raison de leur résistance élevée aux chocs de température et de l'absence de problèmes d'interface à travers les interfaces des couches, les chercheurs ont examiné de manière approfondie les réponses statiques, aux vibrations et au flambage de ces structures au cours de la dernière décennie [135]; [136]; [137].

Ces dernières années, et avec l'évolution des procédés de fabrication, les FGM sont envisagées dans l'industrie des structures sandwich en raison de la variation progressive des propriétés des matériaux aux interfaces entre les couches des peaux et de l'âme. En raison de l'importance et des applications techniques étendues des structures sandwichs en FGM, la compréhension de leurs réponses devient une tâche importante. Plusieurs recherches ont été effectuées pour analyser le comportement en flexion des poutres et plaques sandwichs en FGM. Zenkour et Alghamdi [138] ont examiné la flexion thermoélastique des plaques sandwichs en FGM sur la base des théories de déformation de cisaillement d'ordre élevés (HSDT). Tounsi [139] a développé une théorie de cisaillement raffinée trigonométrique pour la flexion thermo-élastique des plaques sandwichs en FGM. Xuan [140] analyser par éléments finis isogéométrique les plaques sandwichs composites en utilisant une théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé. Vo [Vo 2015] a développé le comportement statique des poutres sandwichs en FGM en utilisant une théorie quasi-3D. Simsek et Al-shujairi [141] ont étudié la flexion, la vibration libre et forcée des poutres sandwichs FGM excitées par deux charges harmoniques mobiles successives. Li [142] analyse la dynamique des stratifiés anti-symétriques à plis croisés et à plis angulaires pour des plaques rectangulaires hybrides épaisses simplement appuyées. Karamanli [143] a étudié le comportement en flexion de deux poutres sandwichs directionnelles en FGM en utilisant une théorie de déformation de cisaillement quasi-3D. Shashank [144] a utilisé une théorie par couches d'ordre élevé pour les plaques sandwichs en FGM. Zarga [145] a utilisé une théorie simple de cisaillement quasi-3D pour l'étude de la flexion thermomécanique pour les plaques sandwichs en FGM. Meksi [146] a développé une solution analytique pour la flexion, le flambement et la réponse aux vibrations des plaques sandwichs en FGM. Hellal [147] a utilisé une théorie simple de cisaillement d'ordre élevé pour

l'analyse dynamique et de stabilité des plaques sandwichs en FGM dans un environnement hygrothermique.

Au stade de la production des matériaux fonctionnellement gradués FGM, des microvides et des porosités peuvent se produire en raison d'erreurs de production ou techniques. Ceci est dû à la grande différence de températures de solidification entre les constituants du matériau [148] et la porosité, le comportement mécanique des matériaux fonctionnellement gradués change considérablement. Ainsi, l'effet de la porosité sur les matériaux fonctionnellement gradués est un problème important et doit être étudié afin de concevoir en toute sécurité ces composites. Ces dernières années, de nombreux chercheurs sont concentrés sur la recherche de matériaux FGM poreux. Wattanasakulpong [149] a également donné une discussion sur les porosités qui se produisant à l'intérieur des échantillons des matériaux FGM réalisés par une technique d'infiltration séquentielle en plusieurs étapes. Par conséquent, il est important de prendre en compte l'effet de porosité lors de la conception des structures FGM soumises à des charges dynamiques. Récemment, Wattanasakulpong et Ungbhakorn [150] ont étudié les problèmes de vibrations linéaires et non linéaires des poutres FGM élastiquement retenues aux extrémités et présentant des porosités. De la même manière, Ait Yahia et al. (2015) ont étudié la propagation des ondes d'une plaque FGM infinie ayant des porosités en utilisant diverses théories de cisaillement d'ordres élevés. Akbaş [151] analyse les effets thermiques sur la vibration des poutres profondes en FGM avec porosité. Bourada [152] a étudié la dynamique d'une poutre poreuse en FGM en utilisant une théorie de cisaillement sinusoïdal. Récemment, Daikh et Zenkour [153] ont étudié l'effet de la porosité sur l'analyse de la flexion de différentes plaques sandwichs en FGM.

Comme il est connu, il n'y a aucune discussion sur la flexion des plaques sandwichs en FGM avec porosités en utilisant la théorie des plaques raffinée à quatre variables (RPT). Dans la présente étude, une nouvelle distribution des porosités est proposée pour l'analyse de la flexion d'un nouveau modèle des plaques sandwichs en matériau FGM. Les propriétés matérielles des peaux de la plaque sandwich varient continuellement à travers l'épaisseur selon la loi de puissance P-FGM ou la fonction sigmoïde S-FGM en termes des fractions volumiques des constituants. La théorie des plaques raffinées à quatre variables est proposée pour dériver les équations d'équilibres des plaques sandwichs en FGM avec des conditions aux bords simplement appuyées. La caractéristique la plus intéressante de cette théorie est qu'elle ne nécessite pas de facteur de correction de cisaillement et satisfait les conditions d'équilibre sur les faces supérieure et inférieure de la plaque sandwich. La solution de Navier est utilisée pour

obtenir la forme de solution rapprochée pour les plaques sandwichs FGM simplement appuyée. Des exemples numériques sont présentés pour vérifier l'exactitude de la présente théorie de cisaillement à quatre variables. Des résultats numériques sont présentés pour montrer l'effet de la répartition des matériaux, de la géométrie des plaques sandwichs et de la porosité sur les flèches, les contraintes normales et de cisaillement des plaques sandwichs en FGM.

IV.2. Théorie raffinée des plaques sandwichs en FGM

Considérons le cas d'une plaque Sandwich rectangulaire en FGM, d'épaisseur uniforme composée de trois couches hétérogènes (métal-céramique, céramique, céramique-métal), rapportée à un système de coordonnées cartésiennes (x, y, z) comme montré en figure IV.1. Les faces supérieure et inférieure se situent à $z = \pm h/2$, et les bords de la plaque sont parallèles aux axes x et y . La plaque Sandwich est composée de trois couches élastiques, nommées, Couche 1, Couche 2, et Couche 3 de la face inférieure à celle supérieure de la plaque. Les coordonnées verticales de la face inférieure, les deux interfaces, et la face supérieure sont dénotés par $h_1 = -h/2$, h_2 , h_3 , et $h_4 = h/2$, respectivement. Deux types de plaques sandwich sont étudiées: les plaques sandwichs P-FGM et les plaques sandwich sigmoïdes S-FGM.

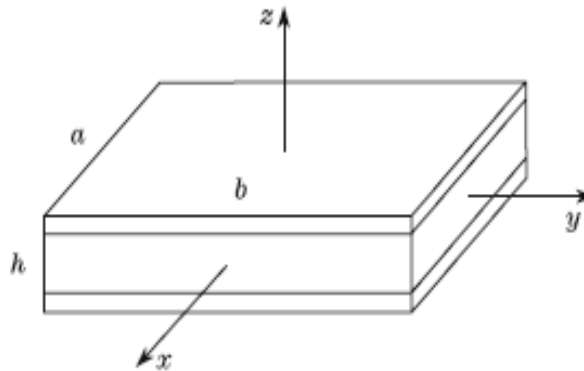


Figure IV.1 : Géométrie d'une plaque Sandwich rectangulaire FGM en coordonnées cartésiennes.

IV.2.1. Plaque sandwich P-FGM

La plaque sandwich est constituée de trois couches, un cœur isotrope et deux couches de peaux FGM. Les faces externes (peaux) sont graduées du métal à la céramique tandis que la

couche centrale (le cœur) est en céramique. La fraction volumique $V^{(n)}$ de la couche n ($n = 1, 2, 3$), varie en fonction de la fonction de loi de puissance à travers l'épaisseur de la plaque:

$$V^{(1)} = \left(\frac{z - h_1}{h_2 - h_1} \right)^p \quad z \in [h_1, h_2] \quad (\text{IV.1a})$$

$$V^{(2)} = 1 \quad z \in [h_2, h_3] \quad (\text{IV.1b})$$

$$V^{(3)} = \left(\frac{z - h_4}{h_3 - h_4} \right)^p \quad z \in [h_3, h_4] \quad (\text{IV.1c})$$

Où p est l'indice de la fraction volumique ($0 \leq p \leq +\infty$), qui indique la variation matérielle à travers l'épaisseur. Lorsque $p = 0$ la plaque est homogène entièrement en céramique.

IV.2.2. Plaque sandwich Sigmoidale S-FGM

Dans ce cas, la fraction volumique varie selon une fonction sigmoïde à travers l'épaisseur comme suit :

$$V_1^{(1)}(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z - h_1}{h_m - h_1} \right)^p, \quad h_1 \leq z \leq h_m \quad (\text{IV.2a})$$

$$V_2^{(1)}(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{z - h_2}{h_m - h_2} \right)^p, \quad h_m \leq z \leq h_2 \quad (\text{IV.2b})$$

$$V^{(2)}(z) = 1, \quad h_2 \leq z \leq h_3 \quad (\text{IV.2c})$$

$$V_1^{(3)}(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{z - h_3}{h_n - h_3} \right)^p, \quad h_3 \leq z \leq h_n \quad (\text{IV.2d})$$

$$V_2^{(3)}(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z - h_4}{h_n - h_4} \right)^p, \quad h_n \leq z \leq h_4 \quad (\text{IV.2e})$$

Où $h_m = (h_1 + h_2)/2$ et $h_n = (h_3 + h_4)/2$ désigne les positions de surface médiane de la couche inférieure et supérieure, respectivement.

IV.3. Plaques sandwich FGM dépendant de la porosité

Les propriétés matérielles effectives des FGM sont influencées par divers facteurs tels que la température élevée, humidité et la porosité. Dans ce chapitre, l'effet de la porosité est étudié. De nombreux modèles de distribution des porosités ont été proposés par les chercheurs pour calculer les propriétés matérielles effectives des plaques FGM poreuses

[Wattanasakulpong 2014]. Dans ce travail, pour la première fois, les porosités sont réparties indépendamment dans chaque couche FGM du sandwich. Quatre modèles de porosité sont utilisés.

IV.3.1. FGM imparfaite avec des porosités égales (Imparfaite I)

Supposons que la plaque sandwich en FGM est fabriquée à partir d'un mélange de métal et de céramique. L'influence des porosités, qui peuvent exister à l'intérieur des matériaux des couches de FGM pendant la production, est incluse. Les porosités sont uniformément réparties sur les couches FGM du sandwich, tandis que la couche centrale est parfaite (non poreuse) et en céramique. En utilisant la loi de mélange, les propriétés matérielles effectives $P^{(n)}$ de la couche n ($n=1,2,3$) avec des porosités uniformément réparties (Imparfaite I), sont données comme suit :

$$\begin{aligned} P^{(1)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(1)}(z) + P_m - \frac{\alpha}{2}(P_c + P_m) \\ P^{(2)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(2)}(z) + P_m \\ P^{(3)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(3)}(z) + P_m - \frac{\alpha}{2}(P_c + P_m) \end{aligned} \quad (IV.3)$$

Où α désigne le coefficient de porosité ($\alpha \ll 1$).

P_c et P_m sont les propriétés correspondantes de la céramique et du métal, respectivement.

IV.3.2. FGM imparfaites avec des porosités inégales (Imparfaite II)

Dans ce cas, les porosités peuvent s'étendre fonctionnellement dans la direction de l'épaisseur du sandwich FGM comme suit :

$$\begin{aligned} P^{(1)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(1)}(z) + P_m - \frac{\alpha}{2}(P_c + P_m) \left[1 - \frac{|2z - h_1 - h_2|}{h_2 - h_1} \right] \\ P^{(2)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(2)}(z) + P_m \\ P^{(3)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(3)}(z) + P_m - \frac{\alpha}{2}(P_c + P_m) \left[1 - \frac{|2z - h_4 - h_3|}{h_4 - h_3} \right] \end{aligned} \quad (IV.4)$$

IV.3.3. FGM imparfaites avec des porosités logarithmiques inégales (Imparfaite III)

Un autre modèle irrégulier basé sur une fonction logarithmique peut être exprimé comme suit :

$$\begin{aligned}
 P^{(1)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(1)}(z) + P_m - \log\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)(P_c + P_m) \left[1 - \frac{|2z - h_1 - h_2|}{h_2 - h_1}\right] \\
 P^{(2)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(2)}(z) + P_m \\
 P^{(3)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(3)}(z) + P_m - \log\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)(P_c + P_m) \left[1 - \frac{|2z - h_4 - h_3|}{h_4 - h_3}\right]
 \end{aligned} \tag{IV.5}$$

IV.3.4. FGM imparfaites avec des porosités linéaires inégales (imparfaite IV)

La densité de porosité est faible sur les surfaces extérieures du sandwich et élevée aux deux positions d'interface, et changé à travers les couches FGM avec une fonction linéaire comme suit :

$$\begin{aligned}
 P^{(1)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(1)}(z) + P_m - \frac{\alpha}{2}(P_c + P_m) \left[1 - \frac{z - h_2}{h_1 - h_2}\right] \\
 P^{(2)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(2)}(z) + P_m \\
 P^{(3)}(z) &= (P_c - P_m)V^{(3)}(z) + P_m - \frac{\alpha}{2}(P_c + P_m) \left[\frac{z - h_4}{h_3 - h_4}\right]
 \end{aligned} \tag{IV.6}$$

IV.4. Formulation mathématique

IV.4.1. Hypothèses de base

Les hypothèses de la présente théorie raffinée des plaques sont les suivantes :

- Les déplacements sont petits par rapport à l'épaisseur de la plaque et, en conséquence les déformations sont infinitésimales.
- Le déplacement transverse w contient deux composantes de flexion w_b et de cisaillement w_s . Ces composantes sont en fonction des coordonnées x et y .

$$w(x, y, z, t) = w_b(x, y, t) + w_s(x, y, t) \tag{IV.7}$$

- La contrainte normale transversale σ_z est négligeable devant les autres contraintes planes σ_x et σ_y .
- Les déplacements U dans la direction x et V dans la direction y sont définis par superposition des déplacements dus aux effets d'extension, de flexion et de cisaillement.

$$u = u_0 + u_b + u_s, \quad v = v_0 + v_b + v_s \tag{IV.8}$$

- Les composantes de flexion u_b et v_b sont supposées ont les même déplacements donnés par la théorie classique des plaques. Donc, les expressions pour u_b et v_b peuvent être donné comme

$$u_b = -z \frac{\partial w_b}{\partial x}, \quad v_b = -z \frac{\partial w_b}{\partial y} \quad (\text{IV.9})$$

- À partir de l'état de déplacement de composantes u_s et v_s se dérivent les composantes de déformation γ_{xz}, γ_{yz} qui varient paraboliquement à travers l'épaisseur de la plaque, tout en assurant la condition de nullité des contraintes de cisaillement τ_{xz}, τ_{yz} aux surfaces inférieure et supérieure de la plaque. Par conséquent, les expressions pour u_s et v_s peuvent être donné Comme :

$$u_s = \left[\frac{1}{4}z - \frac{5}{3}z \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \frac{\partial w_s}{\partial x}, \quad v_s = \left[\frac{1}{4}z - \frac{5}{3}z \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \frac{\partial w_s}{\partial y} \quad (\text{IV.10})$$

Ou

$$f(z) = -\frac{z}{4} + \frac{5z^3}{3h^2} \quad (\text{IV.11})$$

IV.4.2. Cinématique et équations constitutive

En se basant, sur les hypothèses de la section précédente, le champ de déplacement peut être obtenu utilisant Eqs. (IV.7) – (IV.11) comme

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_b(x, y) + w_s(x, y) \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

Le champ de déformations se déduit des déplacements de l'Eq. (IV.12) soit

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z k_x^b + f k_x^s \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + z k_y^b + f k_y^s \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + z k_{xy}^b + f k_{xy}^s \\ \gamma_{yz} &= g \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz} &= g \gamma_{xz}^s \\ \varepsilon_z &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

Où

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, \quad k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v}{\partial y}, \quad k_y^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2}, \quad k_y^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\
 \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad k_{xy}^b = -2\frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y}, \quad k_{xy}^s = -2\frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} \\
 \gamma_{yz}^s &= \frac{\partial w_s}{\partial y}, \quad \gamma_{xz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial x}, \quad g(z) = 1 - f'(z), \\
 f'(z) &= \frac{df(z)}{dz},
 \end{aligned} \tag{IV.14}$$

Pour les FGMs élastiques et isotropes, les relations constitutives peuvent être écrites comme :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}^{(n)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} \tag{IV.15}$$

ou $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{yx})$ et $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{yx})$ sont les composantes de contraintes et de déformations, respectivement. Utilisant les propriétés matérielles définies en Eq. (IV.3), les Coefficients de rigidité Q_{ij} , peuvent être exprimés comme :

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E(z)}{1-\nu^2}, \tag{IV.16a}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu E(z)}{1-\nu^2}, \tag{IV.16b}$$

$$Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)}, \tag{IV.16c}$$

IV.4.3. Équations gouvernantes

Les équations d'équilibre peuvent être dérivées en utilisant le principe des travaux virtuels. Le principe des travaux virtuels dans le présent cas donne :

$$\int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega} [\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz}] d\Omega dz - \int_{\Omega} q(x, y) \delta w d\Omega = 0 \tag{IV.17}$$

Où Ω est la surface et $q(x, y)$ est la charge transversale appliquée.

En remplaçant les équations (IV.13) et (IV.15) dans l'équation (IV.17) et en intégrant suivant l'épaisseur de la plaque, Eq. (IV.17) peut être réécrit comme :

$$\int_{\Omega} \begin{bmatrix} N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_y \delta \varepsilon_y^0 + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + M_x^b \delta k_x^b \\ + M_y^b \delta k_y^b + M_{xy}^b \delta k_{xy}^b + M_x^s \delta k_x^s + M_y^s \delta k_y^s \\ + M_{xy}^s \delta k_{xy}^s + S_{yz}^s \delta \gamma_{yz}^s + S_{xz}^s \delta \gamma_{xz}^s \end{bmatrix} d\Omega - \int_{\Omega} q \delta w d\Omega = 0 \quad (\text{IV.18})$$

Où les forces et moments résultants sont donnés comme :

$$\begin{Bmatrix} N_x, & N_y, & N_{xy} \\ M_x^b, & M_y^b, & M_{xy}^b \\ M_x^s, & M_y^s, & M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})^{(n)} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ f(z) \end{Bmatrix} dz \quad (\text{IV.19a})$$

Et

$$(S_{xz}^s, S_{yz}^s) = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} (\tau_{xz}, \tau_{yz})^{(n)} g(z) dz \quad (\text{IV.19b})$$

Où h_{n+1} et h_n sont les coordonnées du haut et du bas de la nième couche.

Les équations d'équilibre gouvernantes peuvent être dérivées de l'équation (IV.18) en intégrant les gradients de déplacement par parties et en mettant les coefficients δu_0 , δv_0 , δw_b , et δw_s égaux à zéro séparément. Ainsi, on peut obtenir les équations d'équilibres associées à la présente théorie de cisaillement des plaques raffinée.

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \quad & \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \\ \delta v_0 : \quad & \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \\ \delta w_b : \quad & \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + q = 0 \\ \delta w_s : \quad & \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} + \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} + q = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.20})$$

En remplaçant les Eq. (IV.15) dans l'Eq. (IV.19) et intégrant à travers l'épaisseur de la plaque, les forces et les moments résultants sont donnés comme :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M^b \\ M^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B^s \\ B & D & D^s \\ B^s & D^s & H^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ k^b \\ k^s \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} S_{yz}^s \\ S_{xz}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44}^s & 0 \\ 0 & A_{55}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz}^s \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.21})$$

Où

$$N = \{N_x, N_y, N_{xy}\}^t, \quad M^b = \{M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b\}^t, \quad M^s = \{M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s\}^t, \quad (\text{IV.22a})$$

$$\varepsilon = \{\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0\}^t, \quad k^b = \{k_x^b, k_y^b, k_{xy}^b\}^t, \quad k^s = \{k_x^s, k_y^s, k_{xy}^s\}^t, \quad (\text{IV.22b})$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.22c})$$

$$B^s = \begin{bmatrix} B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s \end{bmatrix}, \quad D^s = \begin{bmatrix} D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^s \end{bmatrix}, \quad H^s = \begin{bmatrix} H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \quad (\text{IV.22d})$$

$$S = \{S_{xz}^s, S_{yz}^s\}^t, \quad \gamma = \{\gamma_{xz}, \gamma_{yz}\}^t, \quad A^s = \begin{bmatrix} A_{44}^s & 0 \\ 0 & A_{55}^s \end{bmatrix}, \quad (\text{IV.22e})$$

Les coefficients de rigidité A_{ij} , B_{ij} et D_{ij} , etc, sont définis comme :

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & B_{11} & D_{11} & B_{11}^s & D_{11}^s & H_{11}^s \\ A_{12} & B_{12} & D_{12} & B_{12}^s & D_{12}^s & H_{12}^s \\ A_{66} & B_{66} & D_{66} & B_{66}^s & D_{66}^s & H_{66}^s \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} Q_{11}^{(n)}(1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)) \begin{Bmatrix} 1 \\ \nu^{(n)} \\ \frac{1-\nu^{(n)}}{2} \end{Bmatrix} dz \quad (\text{IV.23a})$$

Où

$$(A_{22}, B_{22}, D_{22}, B_{22}^s, D_{22}^s, H_{22}^s) = (A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s) \quad (\text{IV.23b})$$

Et

$$A_{44}^s = A_{55}^s = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} \frac{E(z)}{2(1+\nu)} [g(z)]^2 dz \quad (\text{IV.23c})$$

Équations (IV.20) peuvent être exprimées en termes des déplacements (u_0, v_0, w_b, w_s) en remplaçant les forces résultantes de l'équation (IV.21). Pour la plaque FGM, les équations d'équilibre (IV.20) prennent la forme :

$$\begin{aligned} & A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - B_{11} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial y^2} \\ & - (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial y^2} - B_{11}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3} = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.24a})$$

$$\begin{aligned} & A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} - B_{22} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y^3} \\ & - (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^2 \partial y} - B_{22}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial y^3} = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.24b})$$

$$\begin{aligned} & B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x y^2} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 y} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} \\ & - D_{11} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} - D_{11}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} \\ & - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} + q = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.24c})$$

$$\begin{aligned} & B_{11}^s \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + B_{22}^s \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} \\ & - D_{11}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} - H_{11}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} \\ & - 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - H_{22}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} + A_{55}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + A_{44}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\ & + q = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.24d})$$

IV.4.4. Solutions de Navier pour les plaques sandwichs rectangulaires en FGM simplement supportées

Les plaques rectangulaires sont généralement classées selon le type d'appuis utilisé. Ici, nous nous intéressons aux solutions exactes des équations (IV.24) pour une plaque sandwich FGM simplement appuyées. Sur la base de l'approche de Navier, les solutions sont supposées comme suit :

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ V_{mn} \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \\ W_{bmn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \\ W_{smn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.25})$$

Où U_{mn} , V_{mn} , W_{bmn} , et W_{smn} sont des paramètres à déterminer, et $\lambda = m\pi/a$ et $\mu = n\pi/b$. La charge transversale q est développée en séries de Fourier comme suit :

$$q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \quad (\text{IV.26})$$

Pour le cas d'une charge distribuée de manière sinusoïdale (SL), nous avons

$$m = n = 1 \text{ et } q_{11} = q_0 \quad (\text{IV.27})$$

Où q_0 représente l'intensité de la charge au centre de la plaque.

En remplaçant les équations (IV.25) et (IV.26) dans l'Eq. (IV.24), les solutions analytiques peuvent être obtenues à partir de système suivant :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{bmn} \\ W_{smn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_{mn} \\ q_{mn} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.28})$$

Pour lesquels :

$$\begin{aligned} a_{11} &= A_{11}\lambda^2 + A_{66}\mu^2 \\ a_{12} &= \lambda \mu (A_{12} + A_{66}) \\ a_{13} &= -\lambda [B_{11}\lambda^2 + (B_{12} + 2B_{66})\mu^2] \\ a_{14} &= -\lambda [B_{11}^s\lambda^2 + (B_{12}^s + 2B_{66}^s)\mu^2] \\ a_{22} &= A_{66}\lambda^2 + A_{22}\mu^2 \\ a_{23} &= -\mu [(B_{12} + 2B_{66})\lambda^2 + B_{22}\mu^2] \\ a_{24} &= -\mu [(B_{12}^s + 2B_{66}^s)\lambda^2 + B_{22}^s\mu^2] \\ a_{33} &= D_{11}\lambda^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\lambda^2\mu^2 + D_{22}\mu^4 \\ a_{34} &= D_{11}^s\lambda^4 + 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)\lambda^2\mu^2 + D_{22}^s\mu^4 \\ a_{44} &= H_{11}^s\lambda^4 + 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s)\lambda^2\mu^2 + H_{22}^s\mu^4 + A_{55}^s\lambda^2 + A_{44}^s\mu^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.29})$$

IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre, l'analyse de flexion des plaques FGM fonctionnellement graduées simplement appuyées est examinée par une théorie raffinée à quatre variables. Cette théorie satisfait les conditions des contraintes de cisaillement nulles dans les faces supérieure et inférieure de la plaque. Dans la présente étude, une nouvelle distribution des porosités est proposée pour l'analyse de flexion d'un nouveau modèle de plaques sandwich en matériau FGM. Les propriétés matérielles des couches en FGM varient continuellement à travers l'épaisseur de la plaque selon la loi de puissance P-FGM ou la fonction sigmoïde S-FGM en terme de fractions volumiques des constituants. La théorie des plaques raffinées à quatre variables est proposée pour dériver les équations d'équilibres des plaques sandwiches en FGM avec des conditions aux bords simplement appuyées. La solution de Navier est utilisée pour obtenir la forme de solution rapprochée pour les plaques sandwiches FGM simplement appuyée. Les résultats présentés dans le chapitre suivant permettent d'apprécier clairement l'apport de cette théorie en les comparant avec les résultats des autres théories d'ordre élevé

CHAPITRE V

VALIDATION ET COMPARAISON DES RESULTATS

V.1. Introduction

Dans cette section, divers exemples numériques sont présentés et discutés afin de vérifier l'exactitude de la présente théorie raffinée dans la prédiction de la flexion avec porosité des plaques FGM simplement appuyées. Deux modèles de plaque sandwich FGM sont considérées à savoir, le sandwich avec distribution P-FGM ainsi le sandwich avec distribution S-FGM en termes des fractions volumiques des constituants.

Pour la plaque sandwich en FGM, les propriétés matérielles utilisées dans la présente étude sont :

- Céramique (Zirconia, ZrO_2): $E_c = 151GPa$, $\nu = 0.3$.
- Métal (Aluminium, Al): $E_m = 70GPa$, $\nu = 0.3$.

A des fins de vérification, les résultats obtenus sont comparés à ceux rapportés dans la littérature. Dans tous les exemples, aucun facteur de correction de cisaillement n'est utilisé pour la présente théorie. Le coefficient de Poisson de la plaque est supposé être constant à travers l'épaisseur et égal à 0,3. Les résultats numériques sont présentés en termes des contraintes non dimensionnelles et de la flèche. Les différents paramètres non dimensionnels utilisés sont définie comme :

$$\text{Flèche } \bar{W} : \bar{W} = \frac{10hE_0}{q_0a^2} W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right),$$

$$\text{Contrainte axiale } \bar{\sigma}_x : \bar{\sigma}_x = \frac{10.h^2}{q_0a^2} \sigma_x\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{h}{2}\right),$$

$$\text{Contrainte de cisaillement } \bar{\tau}_{xz} : \bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{q_0a} \tau_{xz}\left(0, \frac{b}{2}, 0\right).$$

Ou $E_0 = 1 GPa$. Plusieurs types de plaques sandwich FGM symétriques et non symétriques sont utilisés.

- Plaque sandwich FGM (1-0-1): La plaque est constituée de deux couches d'épaisseurs égales sans cœur: $h_1 = h_2 = 0$.
- Plaque sandwich FGM (1-1-1): La plaque est constituée de trois couches d'épaisseurs égales: $h_1 = -h_2 = h/6$.
- Plaque sandwich FGM (1-2-1): L'épaisseur du cœur est égale à la somme des épaisseurs des peaux: $h_1 = -h_2 = h/4$.
- Plaque sandwich FGM (2-1-2): L'épaisseur de la couche supérieure est le double de la couche centrale (Cœur) alors qu'elle est la même que celle du bas: $h_1 = -h_2 = h/10$.
- Plaque sandwich FGM (2-2-1): L'épaisseur du cœur est le double de la face supérieure alors qu'elle est la même que celle du bas : $h_1 = -h/10$ et $h_2 = 3h/10$.

V.2. Caractéristiques de la plaque considérée

Considérons le cas d'une plaque sandwich rectangulaire en FGM, d'épaisseur uniforme composée de trois couches hétérogènes (métal-céramique, céramique, céramique-métal), rapportée à un système de coordonnées cartésiennes (x, y, z) comme montré en figure V.1. Les faces supérieures et inférieures se situent à $z = \pm h/2$, et les bords de la plaque sont parallèles aux axes x et y . La plaque Sandwich est composée de trois couches élastiques, nommées, Couche 1, Couche 2, et Couche 3 de la face inférieure à celle supérieure de la plaque. Les coordonnées verticales de la face inférieure, les deux interfaces, et la face supérieure sont dénotés par $h_1 = -h/2$, h_2 , h_3 , et $h_4 = h/2$, respectivement. Deux types de plaques sandwich sont étudiées: les plaques sandwiches P-FGM et les plaques sandwiches sigmoïdes S-FGM.

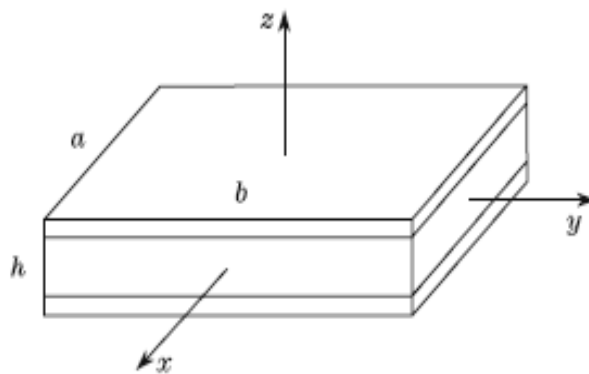


Figure V.1 : Géométrie d'une plaque Sandwich rectangulaire FGM en coordonnées cartésiennes.

V.3. Variations des paramètres étudiées

Les divers paramètres considérés dans cette étude sont :

1. Le rapport d'épaisseur a/h ,
2. L'indice de la fraction volumique p ,
3. La fraction volumique de la porosité α ,
4. La configuration de la plaque sandwich.

V.4. Analyse des résultats et discussions

Afin de prouver la validité de la présente théorie des plaques raffinées, des résultats ont été obtenus pour des plaques entièrement FGM et comparés à ceux existants dans la littérature de Zenkour [136], et à d'autres théories existantes dans la littérature de Daikh [135]. Les résultats numériques pour les plaques sandwiches en FGM à loi de puissance P-FGM et sigmoïde S-FGM sont présentés dans les tableaux V.1, V.2 et V.3 en utilisant la présente théorie raffinée. De plus, nos résultats sont comparés à ceux obtenus par Zenkour [136] utilisant la théorie de déformation en cisaillement du troisième ordre des plaques (PSDT), la théorie de déformation en cisaillement sinusoïdal des plaques (SSDPT), et la fonction de cisaillement à cinq variables proposée par Daikh [135].

Le tableau V.1 présente l'effet de l'indice de la fraction volumique p sur les déflexions centrales des plaques sandwiches en P-FGM et S-FGM avec un rapport $a/h=10$. Cinq types de plaques sandwiches FGM sont utilisées dans cette analyse. Le tableau V.1 montre un bon accord par des comparaisons des plaques P-FGM et S-FGM avec différents indices de fraction volumique $p = 0, 1, 2, 5, 10$ avec d'autres théories. Les flèches adimensionnelles pour les deux types de plaque P-FGM et S-FGM augmentent avec la diminution de la rigidité du matériau, qui est due à l'augmentation de l'indice de la fraction volumique du matériau p . La plaque sandwich 1-0-1 donne la plus grande valeur de la flèche pour les plaques P-FGM et S-FGM par rapport aux autres type de plaque tandis que la plaque 1-2-1 donne la plus faible valeur de la flèche adimensionnelle. Aussi les résultats de la présente théorie raffinée avec quatre variables sont identiques avec les résultats de la théorie parabolique TSDPT de Reddy.

Les contraintes normales et de cisaillement avec différentes valeurs de l'indice matérielle p sont présentées dans les tableaux V.2 et V.3 pour les plaques P-FGM et S-FGM, respectivement. Le rapport épaisseur sur coté (a/h) est égal 5. Aussi, on remarque que les résultats de la présente théorie raffinée avec quatre variables seulement sont en bon accord avec les résultats des autres théories de cisaillement fournies par Zenkour [136] et la théorie proposée par Daikh [135].

L'influence de la distribution de la porosité sur la flèche adimensionnel des plaques sandwich P-FGM et S-FGM avec un rapport d'épaisseur sur coté (a/h) égal 10 et un indice de fraction volumique $p = 2$ est illustré dans le tableau V.4. Quatre nouveaux types de distribution de porosités sont utilisés dans ce tableau. Le coefficient de porosité est choisi comme $\alpha = 0.1, 0.2$. D'après les résultats trouvés, il est clair que la flèche obtenue pour les plaques parfaites

($\alpha = 0$) est plus petite que cela pour $\alpha = 0.1$ et cette dernière est plus petite que celui pour $\alpha = 0.2$.

Le problème majeur dans les structures sandwiches est le changement brusque des propriétés des matériaux à travers les interfaces entre les couches de face et le cœur, les propriétés des

matériaux varient d'une façon continue et graduelle dans les FGM aident à éliminer ce problème en raison du changement effectif et continu des propriétés du matériau aux interfaces.

Une étude comparative des contraintes non dimensionnelles dans les plaques sandwiches P-FGM et S-FGM est présentée sur les figures V.2 et V.3 avec divers types de plaque sandwich FGM. L'indice de la fraction volumique est choisi comme $p = 0.5, 2$. Il est clair que les contraintes normales et de cisaillement dans les plaques sandwiches P-FGM avec $p = 0.5$, et dans les plaques sandwiches S-FGM avec $p = 2$ sont continus et lisses à travers l'épaisseur de la plaque, mais non lisse aux interfaces pour les plaques sandwiches P-FGM avec $p = 2$ et les plaques S-FGM avec $p = 0.5$. Aussi, on remarque que les contraintes normales $\bar{\sigma}_{xx}$ sont de tractions à la surface supérieure et de compression à la surface inférieure (Figure V.2).

D'après la figure V.3, les valeurs maximales des contraintes de cisaillements se produisent en un point sur le plan médian de la plaque où se trouve le schéma sandwich FGM.

La figure V.4 montre la variation de la déflexion centrale \bar{w} avec le rapport côté / épaisseur a/h pour différents schémas de plaques sandwiches FGM. On remarque que la plaque sandwich (1-0-1) donne la plus grande valeur de la déflexion par rapport aux autres schémas des plaques sandwiches, et avec l'augmentation du rapport a/h , la déflexion augmente. De plus, les déflexions des plaques sandwiches S-FGM sont inférieures à celles des plaques sandwiches P-FGM.

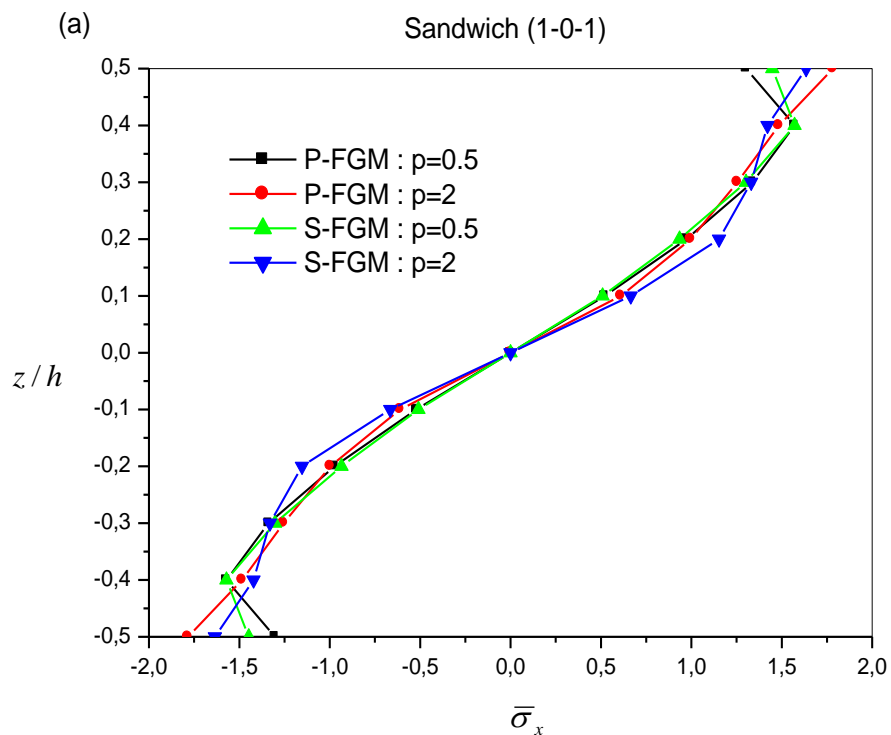
La figure V.5 montre l'effet du rapport côté / épaisseur a/h et les modèles de porosité sur les déflexions centrales des plaques sandwiches (2-1-2) avec l'indice de la fraction volumique $p = 2$ et un coefficient de porosité $\alpha = 0.2$. Les déflexions des plaques avec le modèle de distribution de porosité uniforme (imparfaite I) sont plus élevées que celles des autres modèles des plaques sandwiches FGM imparfaites. Il est clair que la différence entre les déflexions des plaques sandwiches parfaites et imparfaites augmente avec l'augmentation du rapport côté / épaisseur a/h .

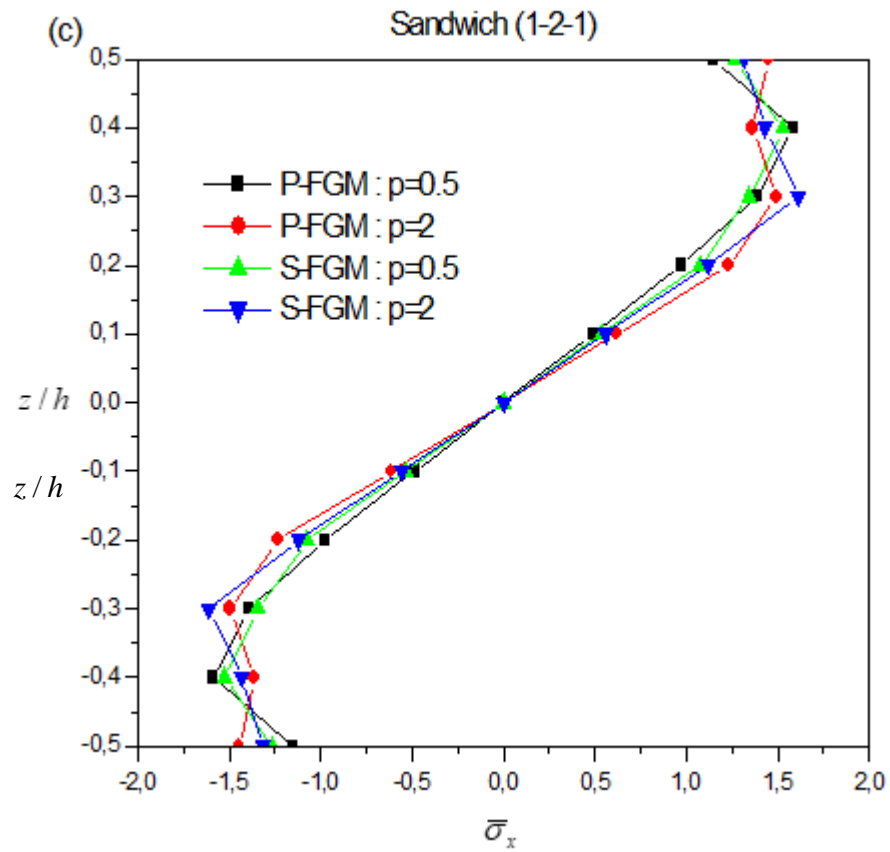
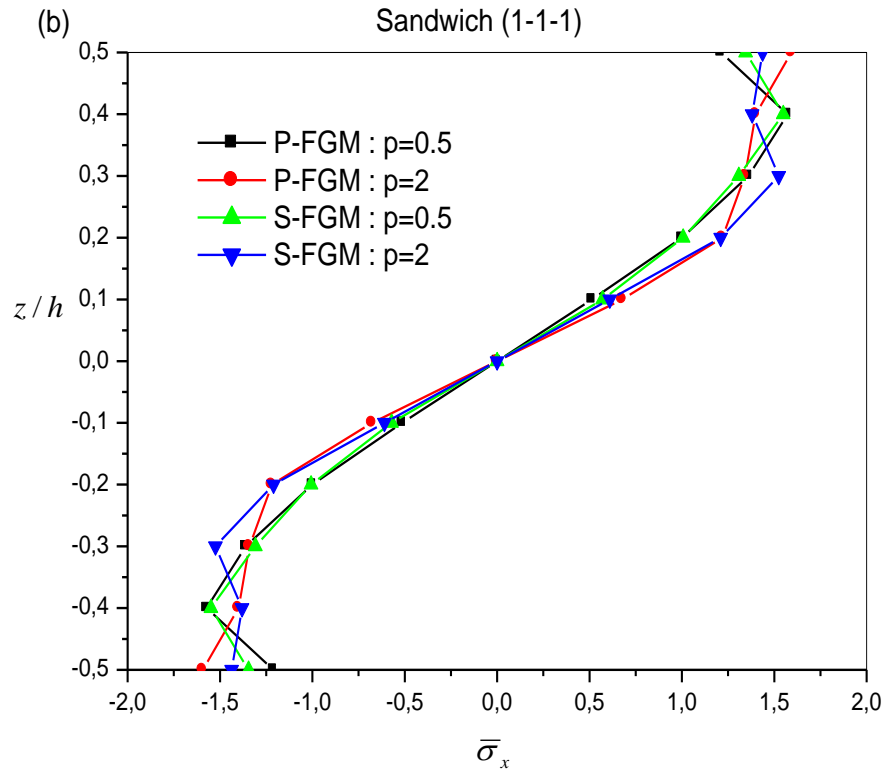
L'effet du coefficient de porosité α sur la flèche adimensionnelle \bar{w} est illustré dans la figure V.6. Le coefficient de porosité α a un effet important sur les déflexions principalement

pour le modèle de distribution uniforme (Imparfaite I) ou l'augmentation du coefficient de porosité augmente les déflexions centrales.

Les figures V.7 et V.8 montrent l'effet du coefficient de porosité α sur la distribution des contraintes normales et de cisaillement, respectivement. Les contraintes normales et les contraintes de cisaillement sont continues et lisses à travers l'épaisseur de la plaque pour les plaques sandwiches

FGM Parfaite ($\alpha = 0$), Imparfaite II et Imparfaite III et non lisse pour le type Imparfaite I et Imparfaite IV.





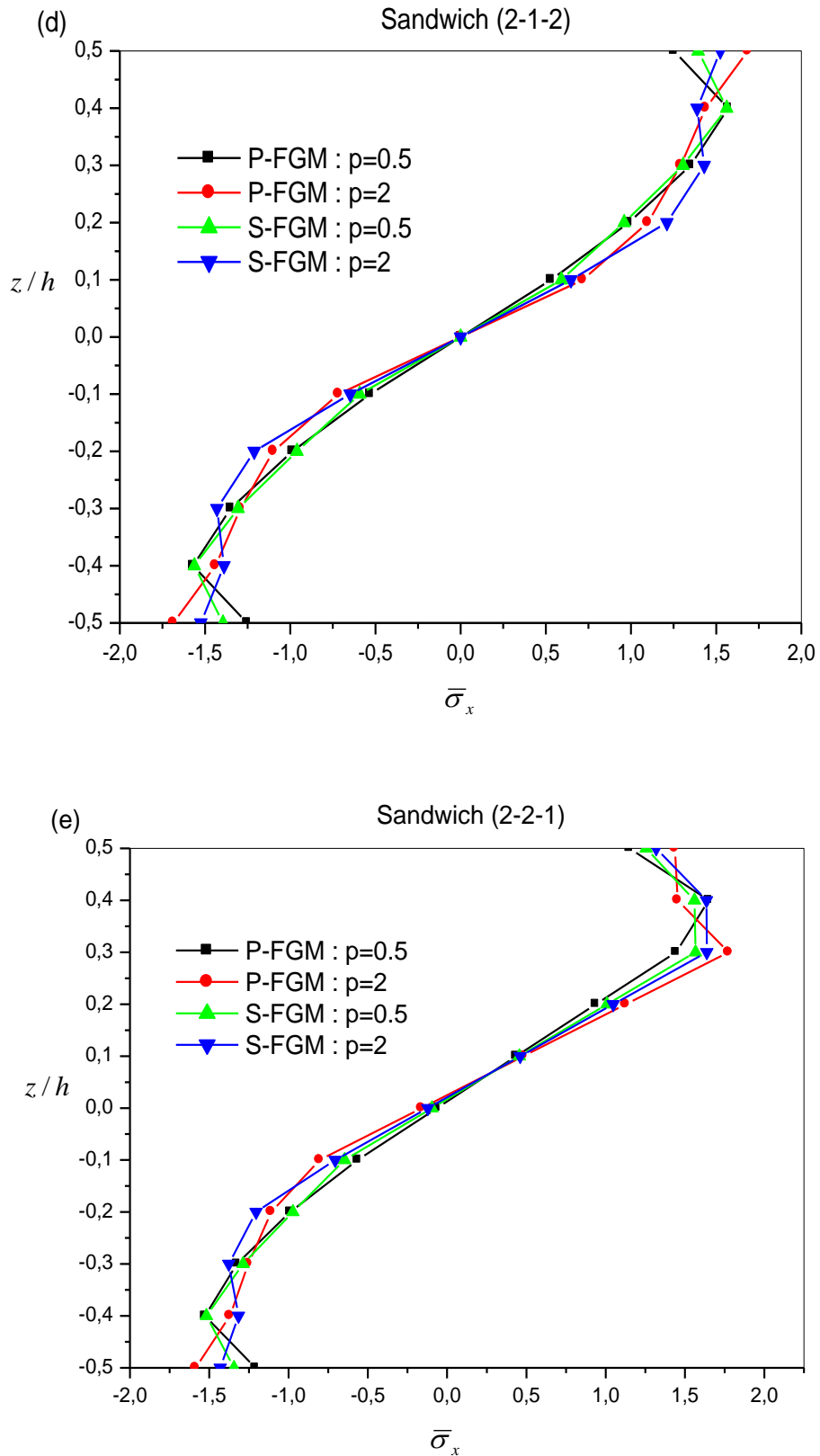
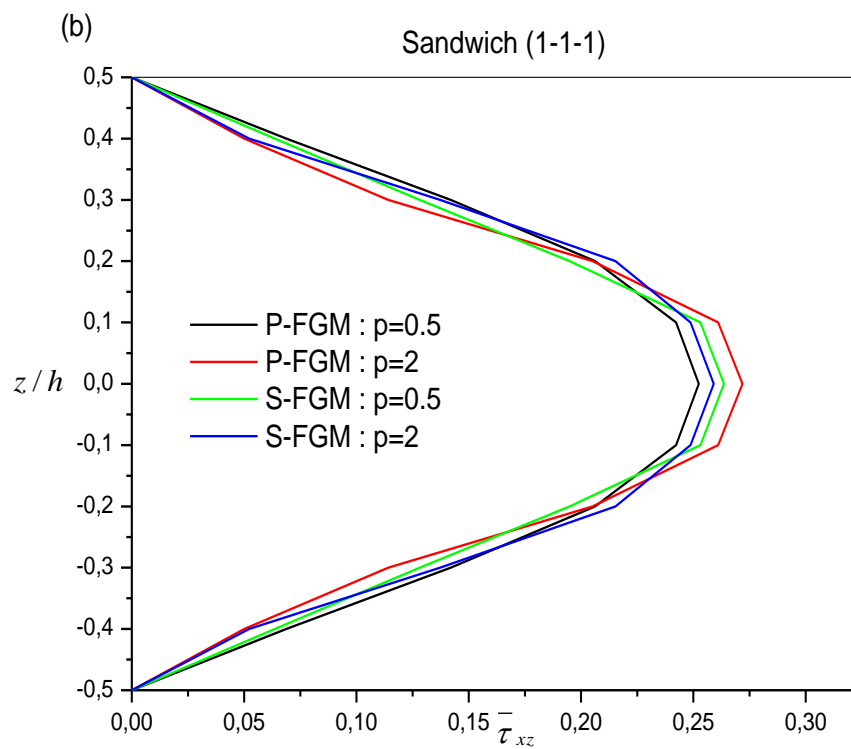
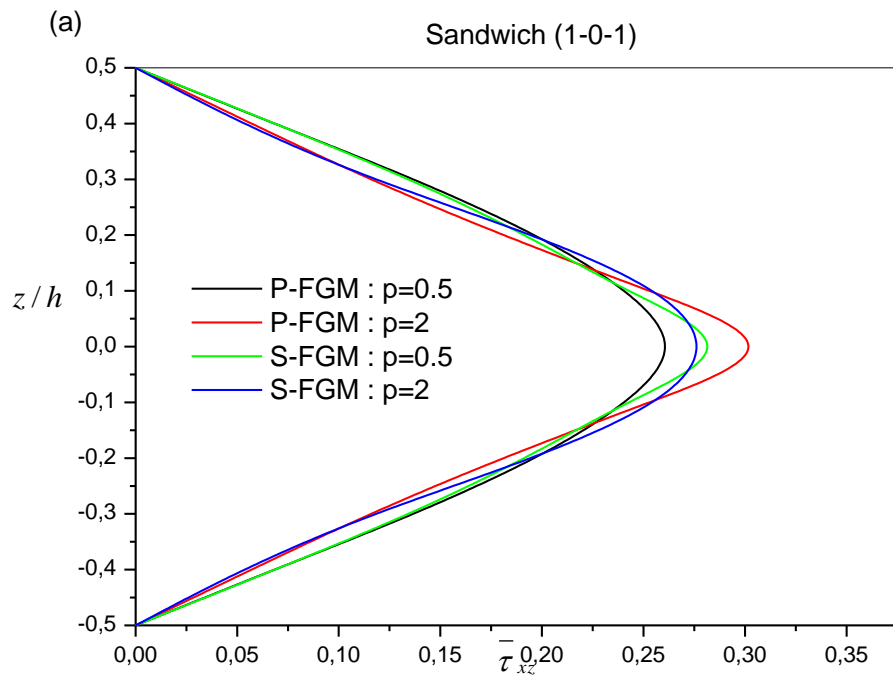
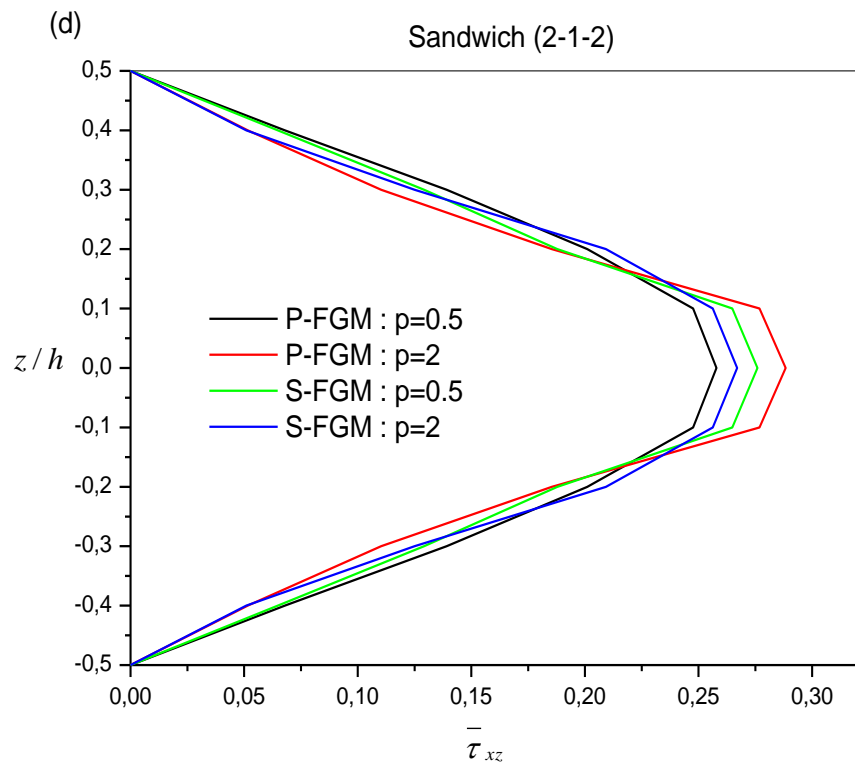
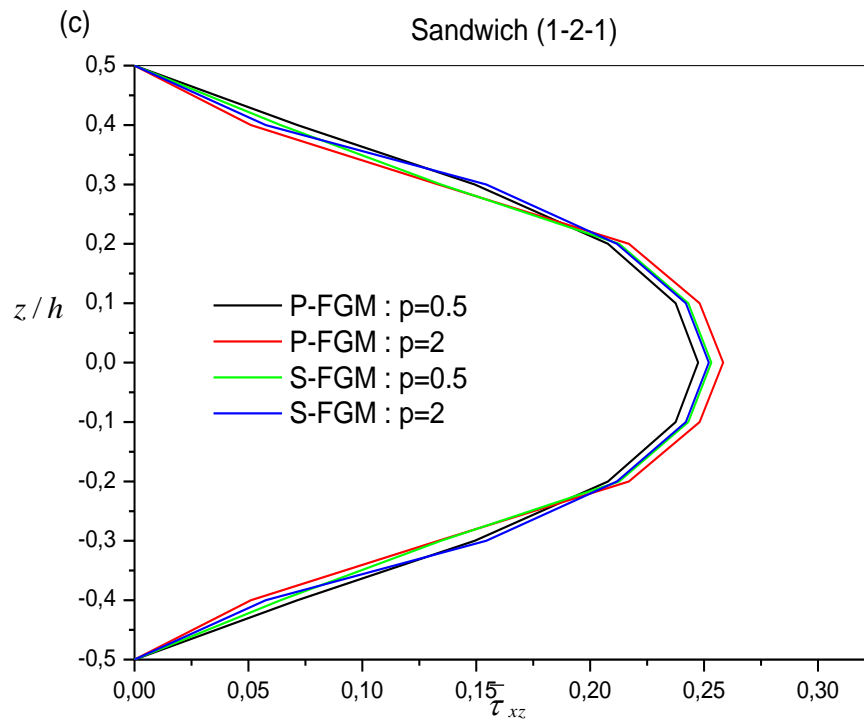


Figure V.2 : Contrainte normale adimensionnel à travers l'épaisseur de la plaque sandwich FGM ($a/h=10$).





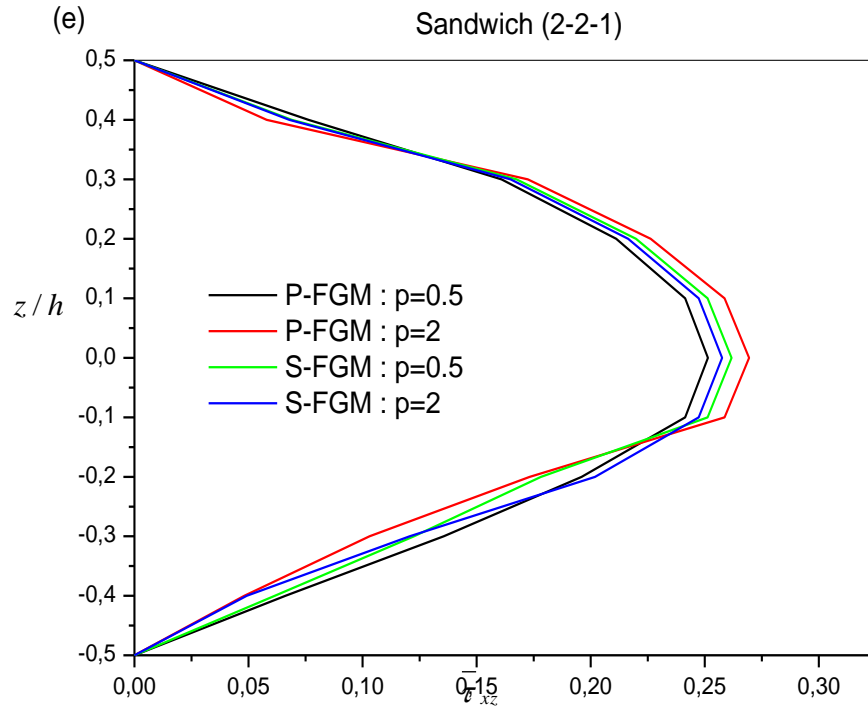


Figure V.3 : Contrainte de cisaillement adimensionnel à travers l'épaisseur de la plaque sandwich FGM ($a/h=10$).

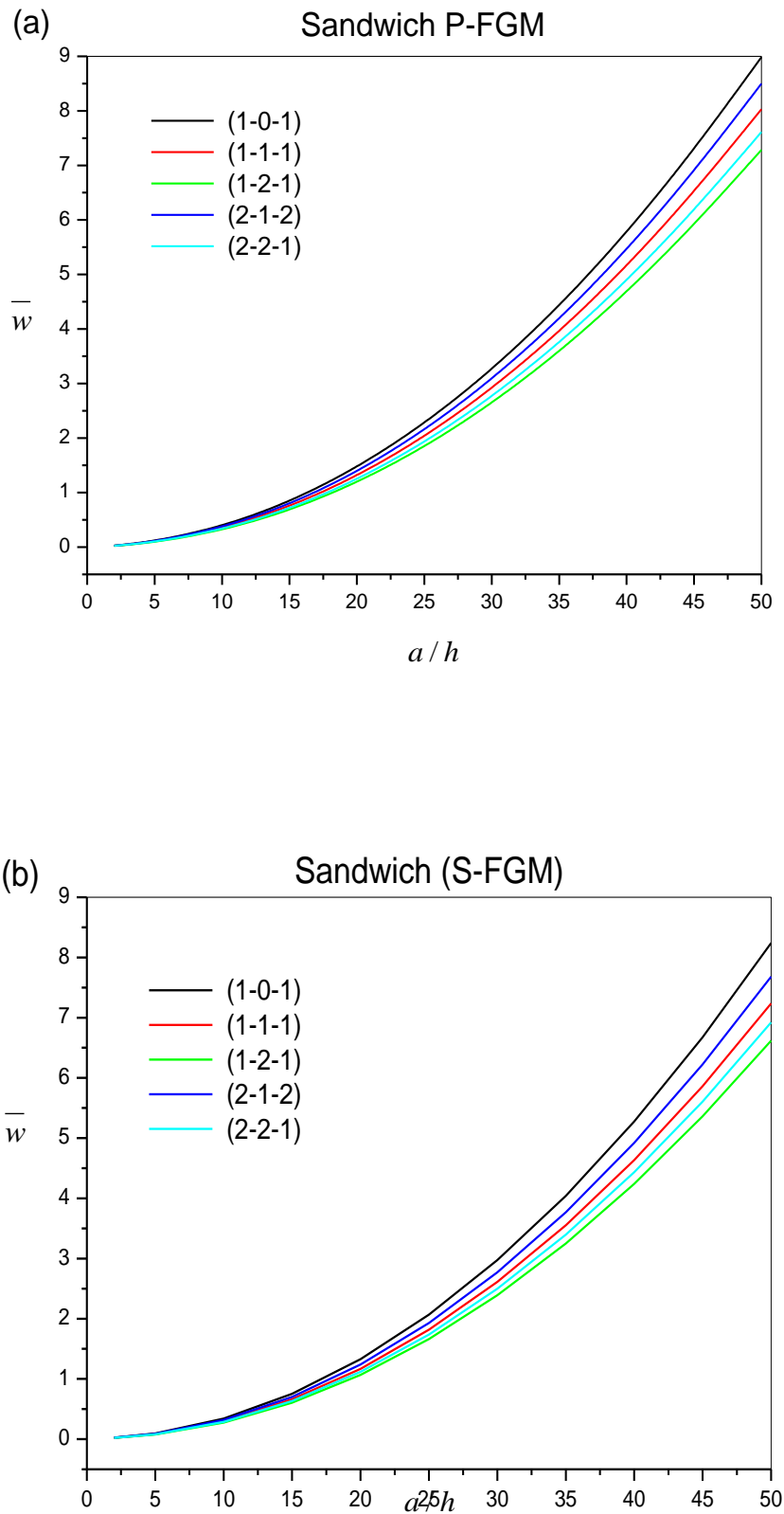


Figure V.4 : Déflexion centrale adimensionnel de la plaque sandwich FGM en fonction du rapport a/h ($p=2$).

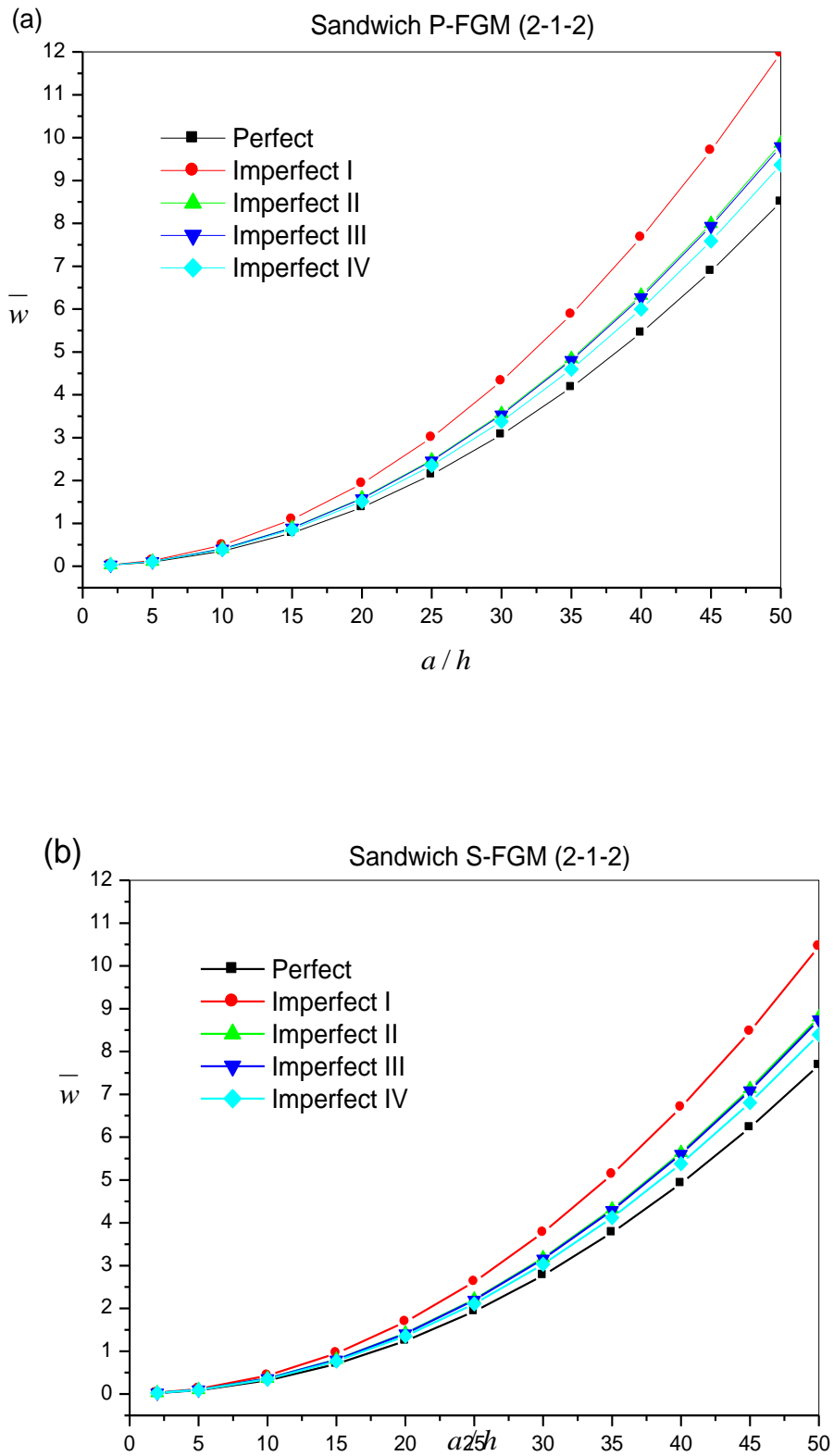


Figure V.5 : Déflexion centrale adimensionnel de la plaque sandwich FGM en fonction du rapport a/h ($p=2$).

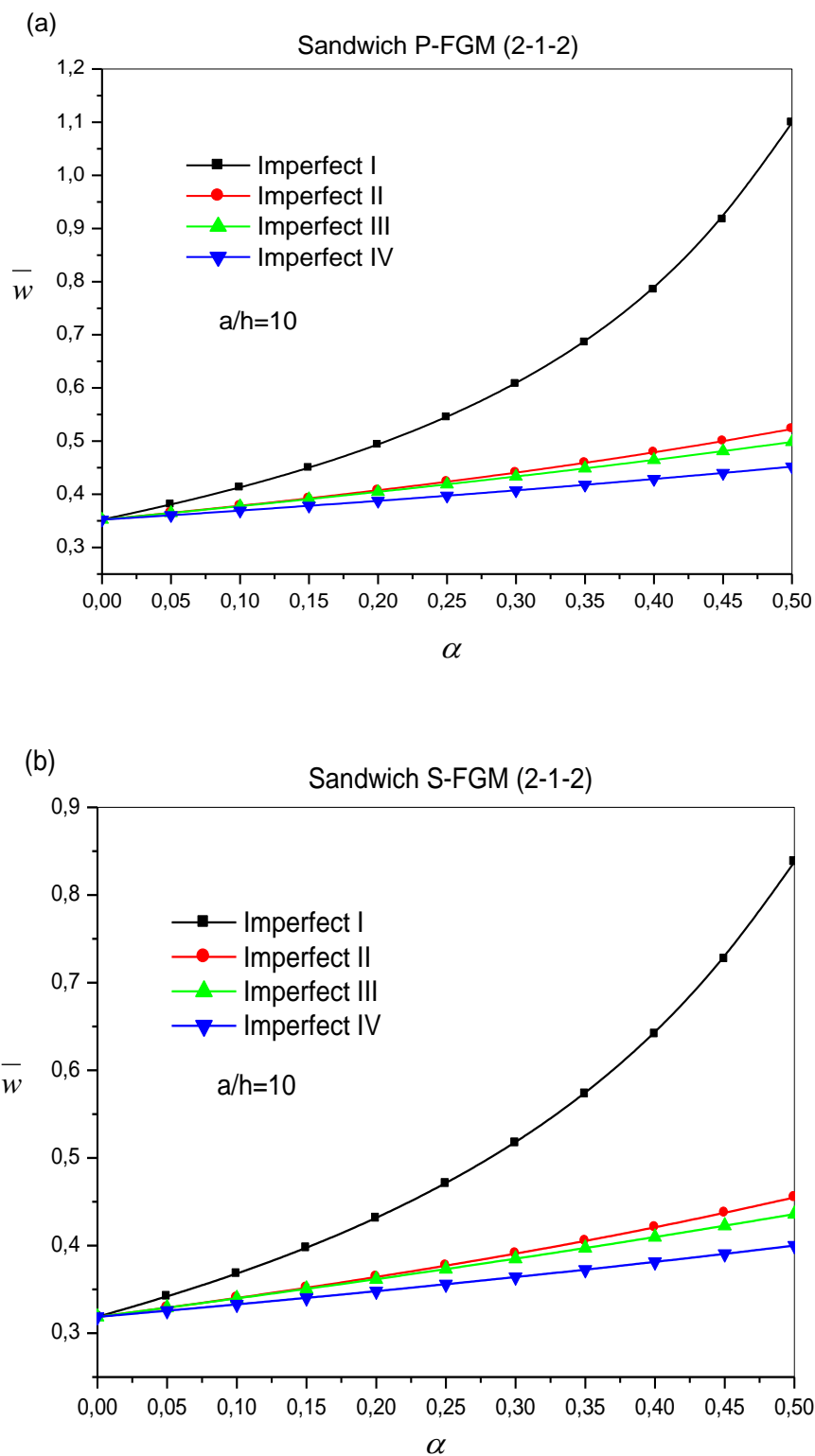


Figure V.6 : Effet du coefficient de porosité α sur la déflexion centrale de la plaque sandwich FGM (2-1-2) avec $p=2$.

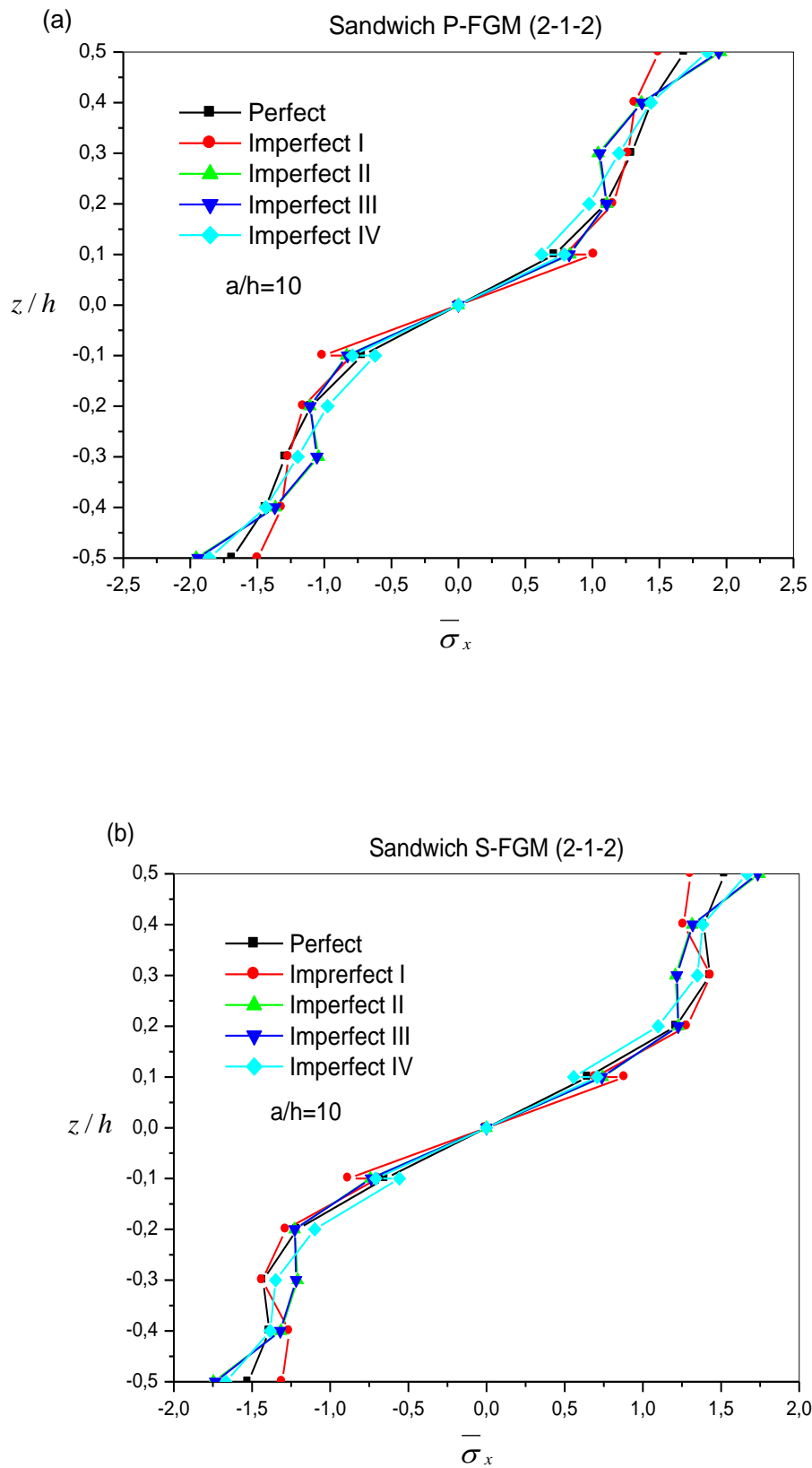


Figure V.7 : Effet du coefficient de porosité α sur la distribution de la contrainte normale adimensionnel de plaque sandwich FGM (2-1-2) avec $p=2$.

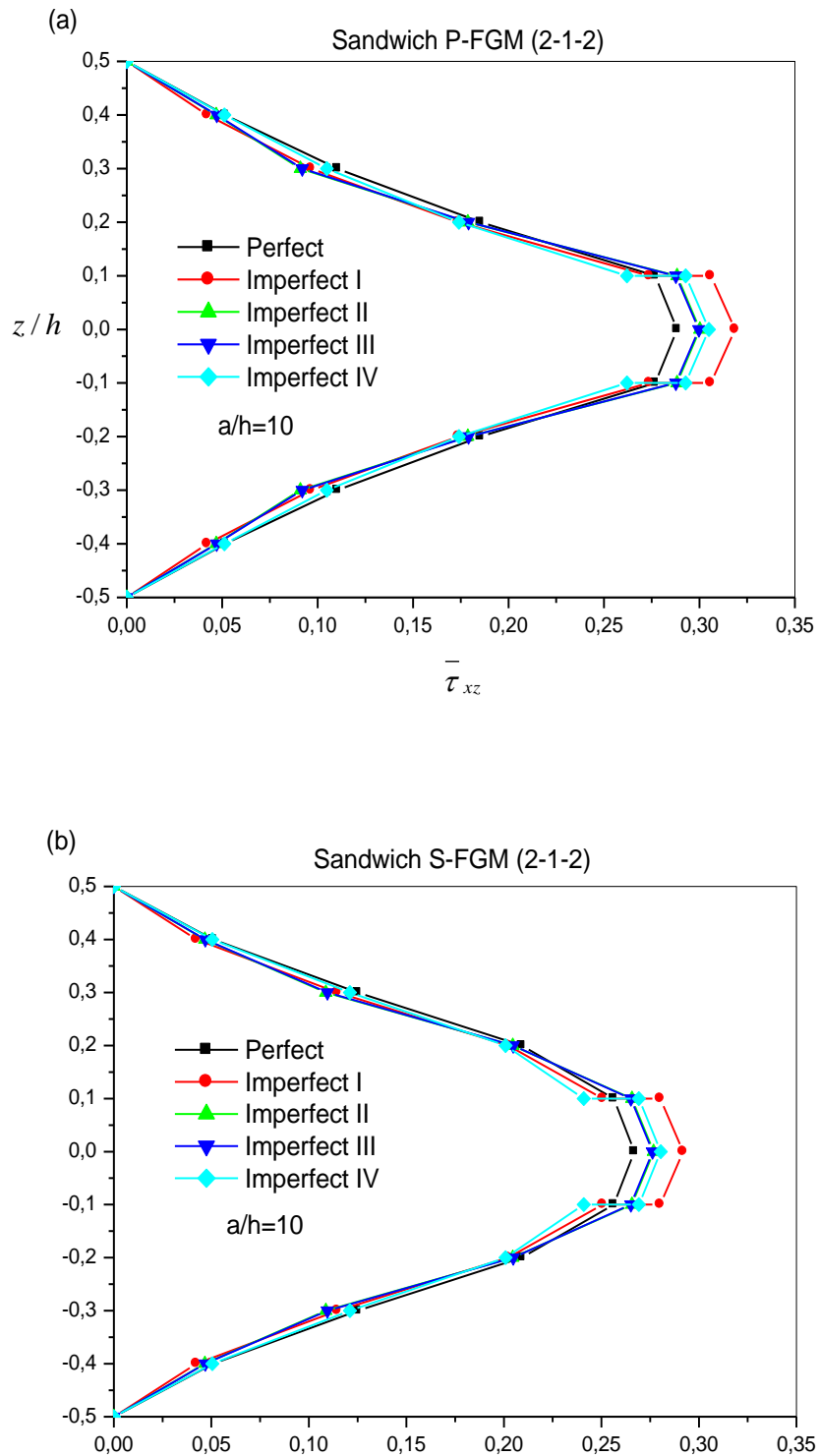


Figure V.8 : Effet du coefficient de porosité α sur la distribution de la contrainte de cisaillement adimensionnel de plaque sandwich FGM (2-1-2) avec $p=2$.

Tableau V.1 : Effets de l'indice de la fraction volumique p sur la déflexion adimensionnel de la plaque sandwich FGM ($a/h=10$).

	P	Théories	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-2-1
P-FGM	0	Présente (4 Variables)	0.19606	0.19606	0.19606	0.19606	0.19606
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.19606	0.19606	0.19606	0.19606	0.19606
		TSDPT* (5 variables)	0.19606	0.19606	0.19606	0.19606	0.19606
		SSDPT* (5 variables)	0.19605	0.19605	0.19605	0.19605	0.19605
	1	Présente (4 Variables)	0.32358	0.29199	0.27094	0.30631	0.28085
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.32353	0.29196	0.27094	0.30627	0.28084
		TSDPT* (5 variables)	0.32358	0.29199	0.27094	0.30631	0.28085
		SSDPT* (5 variables)	0.32349	0.29194	0.27093	0.30624	0.28082
	2	Présente (4 Variables)	0.37335	0.33289	0.30263	0.35231	0.31617
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.37326	0.33283	0.30262	0.35224	0.3161
		TSDPT* (5 variables)	0.37335	0.33289	0.30263	0.35231	0.31617
		SSDPT* (5 variables)	0.37319	0.33280	0.30260	0.35218	0.31611
	5	Présente (4 Variables)	0.40927	0.37145	0.33480	0.39183	0.34960
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.40915	0.37136	0.33477	0.39170	0.34954
		TSDPT* (5 variables)	0.40927	0.37145	0.33480	0.39183	0.34960
		SSDPT* (5 variables)	0.40905	0.37128	0.33474	0.39160	0.34950
	10	Présente (4 Variables)	0.41772	0.38551	0.34824	0.40407	0.36212
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.41761	0.38540	0.34819	0.40392	0.36205
		TSDPT* (5 variables)	0.41772	0.38551	0.34824	0.40407	0.36215
		SSDPT* (5 variables)	0.41750	0.38490	0.34119	0.40376	0.34916
S-FGM FGM	0	Présente (4 Variables)	0.267924	0.26209	0.25377	0.26551	0.25593
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.26791	0.26203	0.25374	0.26546	0.25589
		TSDPT* (5 variables)	0.267924	0.26209	0.25377	0.26551	0.25593
		SSDPT* (5 variables)	0.26790	0.26198	0.25370	0.26540	0.25586
	1	Présente (4 Variables)	0.32358	0.29199	0.27094	0.30631	0.28085
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.32353	0.29196	0.27094	0.30627	0.28084
		TSDPT* (5 variables)	0.32358	0.29199	0.27094	0.30631	0.28085
		SSDPT* (5 variables)	0.32349	0.29194	0.27093	0.30624	0.28082
	2	Présente (4 Variables)	0.34171	0.30063	0.27561	0.31871	0.28795
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.34165	0.30061	0.27562	0.31867	0.28794
		TSDPT* (5 variables)	0.34171	0.30063	0.27561	0.31871	0.28795
		SSDPT* (5 variables)	0.34160	0.30060	0.27562	0.31864	0.28793
	5	Présente (4 Variables)	0.35603	0.30713	0.27906	0.32822	0.29327
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.35597	0.30712	0.27907	0.32819	0.29327
		TSDPT* (5 variables)	0.35603	0.30713	0.27906	0.32822	0.29327
		SSDPT* (5 variables)	0.35591	0.30711	0.27907	0.32817	0.29326
	10	Présente (4 Variables)	0.36015	0.30895	0.28001	0.33092	0.29476
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.36009	0.30895	0.28002	0.33089	0.29475
		TSDPT* (5 variables)	0.36015	0.30895	0.28001	0.33092	0.29476
		SSDPT* (5 variables)	0.36003	0.30894	0.28003	0.33087	0.29475

* Résultats de la Réf. (Zenkour 2005) [156]

Tableau V.2 : Effet de l'indice de la fraction volumique p sur la contrainte normale adimensionnelle de la plaque sandwich FGM ($a/h=5$).

	p	Théories	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-2-1
P-FGM	0	Présente (4 Variables)	2.04985	2.04985	2.04985	2.04985	2.04985
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	2.05248	2.05248	2.05248	2.05248	2.05248
		TSDPT* (5 variables)	2.04985	2.04985	2.04985	2.04985	2.04985
		SSDPT* (5 variables)	2.05452	2.05452	2.05452	2.05452	2.05452
	1	Présente (4 Variables)	1.57923	1.42617	1.32309	1.49587	1.32062
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	1.58081	1.42771	1.32467	1.49740	1.32219
		TSDPT* (5 variables)	1.57923	1.42617	1.32309	1.49587	1.32062
		SSDPT* (5 variables)	1.58204	1.42892	1.32590	1.49859	1.32342
	2	Présente (4 Variables)	1.82167	1.62748	1.47988	1.72144	1.47095
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	1.82327	1.62904	1.48153	1.72295	1.47259
		TSDPT* (5 variables)	1.82167	1.62748	1.47988	1.72144	1.47988
		SSDPT* (5 variables)	1.82450	1.63025	1.48283	1.72412	1.48283
	5	Présente (4 Variables)	1.99272	1.81580	1.63814	1.91302	1.61181
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	1.99439	1.81725	1.63978	1.91441	1.61348
		TSDPT* (5 variables)	1.99272	1.81580	1.63814	1.91302	1.61181
		SSDPT* (5 variables)	1.99567	1.81838	1.64106	1.91547	1.61477
	10	Présente (4 Variables)	2.03036	1.88377	1.70383	1.97126	1.66479
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	2.03226	1.88515	1.70543	1.97261	1.66646
		TSDPT* (5 variables)	2.03036	1.88376	1.70417	1.97126	1.66660
		SSDPT* (5 variables)	2.03360	1.88147	1.64851	1.97313	1.61979
S-FGM	0	Présente (4 Variables)	2.04984	2.01169	1.94995	2.03566	1.91770
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	2.05248	2.01367	1.95202	2.03776	1.32219
		TSDPT* (5 variables)	2.04984	2.01169	1.94995	2.03566	1.91770
	1	SSDPT* (5 variables)	2.05451	2.01518	1.95361	2.03935	1.92165
		Présente (4 Variables)	1.57923	1.42617	1.32309	1.49587	1.32062
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	1.58081	1.42771	1.32467	1.49740	1.32219
		TSDPT* (5 variables)	1.57923	1.42617	1.32309	1.49587	1.32062
	2	SSDPT* (5 variables)	1.58204	1.42892	1.32590	1.49859	1.32342
		Présente (4 Variables)	1.66985	1.46986	1.34697	1.55819	1.35069
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	1.67142	1.47150	1.34863	1.55980	1.35231
		TSDPT* (5 variables)	1.66985	1.46986	1.34697	1.55819	1.35069
	5	SSDPT* (5 variables)	1.67263	1.47278	1.34992	1.56105	1.35357
		Présente (4 Variables)	1.74114	1.50267	1.36453	1.60590	1.37315
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	1.74269	1.50439	1.36625	1.60756	1.37481
		TSDPT* (5 variables)	1.74114	1.50267	1.36453	1.60590	1.37315
	10	SSDPT* (5 variables)	1.74388	1.50573	1.36760	1.60886	1.37610
		Present (4 Variables)	1.76160	1.51186	1.36939	1.61939	1.37942
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	1.76314	1.51360	1.37113	1.62107	1.38109
		TSDPT* (5 variables)	1.76160	1.51186	1.36939	1.61939	1.37942
			SSDPT* (5 variables)	1.76432	1.51496	1.37249	1.62238

*Résultats de la Réf. (Zenkour 2005) [156]

Tableau V.3 : Effet de l'indice de la fraction volumique p sur la contrainte de cisaillement adimensionnelle de la plaque sandwich FGM ($a/h=10$).

	p	Théories	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-2-1
P-FGM	0	Présente (4 Variables)	0.23857	0.23857	0.23857	0.23857	0.23857
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.24278	0.24278	0.24278	0.24278	0.24278
		TSDPT* (5 variables)	0.23857	0.23857	0.23857	0.23857	0.23857
		SSDPT* (5 variables)	0.24618	0.24618	0.24618	0.24618	0.24618
	1	Présente (4 Variables)	0.29202	0.26116	0.25257	0.27104	0.25950
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.29592	0.26498	0.25669	0.27475	0.26353
		TSDPT* (5 variables)	0.29202	0.26116	0.25257	0.27104	0.25950
		SSDPT* (5 variables)	0.29907	0.26809	0.26004	0.27774	0.26680
	2	Présente (4 Variables)	0.32622	0.27188	0.25834	0.28838	0.26939
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.32991	0.27529	0.26224	0.29161	0.27318
		TSDPT* (5 variables)	0.32622	0.27188	0.25834	0.28838	0.26939
		SSDPT* (5 variables)	0.33285	0.27807	0.26543	0.29422	0.27627
	5	Présente (4 Variables)	0.38634	0.28643	0.26512	0.31454	0.28265
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.39046	0.28923	0.26864	0.31720	0.28613
		TSDPT* (5 variables)	0.38634	0.28643	0.26512	0.31454	0.28265
		SSDPT* (5 variables)	0.39370	0.29150	0.27153	0.31930	0.28895
	10	Présente (4 Variables)	0.43206	0.29566	0.26894	0.33242	0.29083
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.43738	0.29817	0.27222	0.33496	0.29420
		TSDPT* (5 variables)	0.43206	0.29529	0.26895	0.33242	0.29080
		SSDPT* (5 variables)	0.44147	0.29566	0.27676	0.33644	0.29671
S-FGM	0	Présente (4 Variables)	0.32601	0.26966	0.25469	0.28775	0.26691
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.33176	0.27318	0.25831	0.29172	0.27083
		TSDPT* (5 variables)	0.32601	0.26966	0.25469	0.28775	0.26691
		SSDPT* (5 variables)	0.33640	0.27599	0.26124	0.29487	0.27399
	1	Présente (4 Variables)	0.29202	0.26116	0.25257	0.27104	0.25950
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.29592	0.26498	0.25669	0.27475	0.26353
		TSDPT* (5 variables)	0.29202	0.26116	0.25257	0.27104	0.25950
		SSDPT* (5 variables)	0.29907	0.26809	0.26004	0.27774	0.26680
	2	Présente (4 Variables)	0.28377	0.25908	0.25207	0.26696	0.25762
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.28725	0.26300	0.25631	0.27063	0.26168
		TSDPT* (5 variables)	0.28377	0.25908	0.25207	0.26696	0.25762
		SSDPT* (5 variables)	0.29005	0.26620	0.25978	0.27361	0.26498
	5	Présente (4 Variables)	0.27751	0.25753	0.25168	0.26389	0.25617
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.28065	0.26152	0.25603	0.26753	0.26026
		TSDPT* (5 variables)	0.27751	0.25753	0.25168	0.26389	0.25617
		SSDPT* (5 variables)	0.28321	0.26480	0.25959	0.27051	0.26360
	10	Présente (4 Variables)	0.27568	0.25707	0.25156	0.26299	0.25575
		Daikh <i>et al.</i> (2019) (5 variables)	0.27871	0.26109	0.25595	0.26663	0.25985
		TSDPT* (5 variables)	0.27568	0.25707	0.25156	0.26299	0.25575
		SSDPT* (5 variables)	0.28119	0.26439	0.25953	0.26961	0.26319

*Résultats de la Réf. (Zenkour 2005) [156]

Tableau V.4 Effets de la porosité α sur la déflexion adimensionnelle de la plaque sandwich carrée en FGM ($a/h=10$, $p = 2$).

Schémas	Théories	Perfect $\alpha=0$	Imperfect I		Imperfect II		Imperfect III		Imperfect IV		
			$\alpha=0.1$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.2$	
P-FGM	1-0-1	Présente	0.3733	0.4416	0.5357	0.4008	0.4317	0.4001	0.4286	0.3891	0.40606
		Daikh <i>et al.</i>	0.3732	0.4415	0.5355	0.4007	0.4315	0.4000	0.4285	0.3897	0.40596
		TSDPT *	0.3733	0.4416	0.5357	0.4008	0.4317	0.4001	0.4286	0.3891	0.40606
		SSDPT *	0.3731	0.4414	0.5354	0.4006	0.4314	0.3999	0.4284	0.3889	0.40587
	1-1-1	Présente	0.3328	0.3841	0.4508	0.3559	0.3815	0.3553	0.3790	0.3495	0.36741
		Daikh <i>et al.</i>	0.3328	0.3840	0.4507	0.3558	0.3814	0.3552	0.3789	0.3494	0.36734
		TSDPT *	0.3328	0.3841	0.4508	0.3559	0.3815	0.3553	0.3790	0.3495	0.36741
		SSDPT *	0.3328	0.3840	0.4507	0.3557	0.3814	0.3552	0.3788	0.3494	0.36728
	1-2-1	Présente	0.3026	0.3401	0.3860	0.3200	0.3390	0.3196	0.3372	0.3167	0.33176
		Daikh <i>et al.</i>	0.3026	0.3401	0.3860	0.3200	0.3390	0.3196	0.3371	0.3167	0.33174
		TSDPT *	0.3026	0.3401	0.3860	0.3200	0.3390	0.3196	0.3372	0.3167	0.33176
		SSDPT *	0.3026	0.3401	0.3860	0.3200	0.3390	0.3196	0.3371	0.3166	0.33171
	2-1-2	Présente	0.3523	0.4121	0.4925	0.3782	0.4074	0.3775	0.4045	0.3693	0.38760
		Daikh <i>et al.</i>	0.3522	0.4120	0.4924	0.3781	0.4073	0.3775	0.4044	0.3692	0.38750
		TSDPT *	0.3523	0.4121	0.4925	0.3782	0.4074	0.3775	0.4045	0.3693	0.38760
		SSDPT *	0.3521	0.4120	0.4923	0.3780	0.4072	0.3774	0.4043	0.3691	0.38741
	2-2-1	Présente	0.3161	0.3596	0.4150	0.3357	0.3574	0.3352	0.3553	0.3307	0.34627
		Daikh <i>et al.</i>	0.3161	0.3596	0.4150	0.3357	0.3574	0.3352	0.3552	0.3306	0.34623
		TSDPT *	0.3161	0.3596	0.4150	0.3357	0.3574	0.3352	0.3553	0.3307	0.34627
		SSDPT *	0.3161	0.3596	0.4149	0.3357	0.3573	0.3352	0.3552	0.3306	0.34619
S-FGM	1-0-1	Présente	0.3417	0.3988	0.4749	0.3650	0.3909	0.3644	0.3883	0.3551	0.36935
		Daikh <i>et al.</i>	0.3416	0.3987	0.4748	0.3649	0.3908	0.3643	0.3882	0.3550	0.36929
		TSDPT *	0.3417	0.3988	0.4749	0.3650	0.3909	0.3644	0.3883	0.3551	0.36935
		SSDPT *	0.3416	0.3986	0.4747	0.3648	0.3907	0.3642	0.3882	0.3550	0.36923
	1-1-1	Présente	0.3006	0.3423	0.3948	0.3196	0.3404	0.3191	0.3384	0.3144	0.32908
		Daikh <i>et al.</i>	0.3006	0.3423	0.3948	0.3195	0.3404	0.3191	0.3384	0.3143	0.32905
		TSDPT *	0.3006	0.3423	0.3948	0.3196	0.3404	0.3191	0.3384	0.3144	0.32908
		SSDPT *	0.3006	0.3422	0.3948	0.3195	0.3404	0.3190	0.3383	0.3143	0.32902
	1-2-1	Présente	0.2756	0.3067	0.3440	0.2902	0.3060	0.2899	0.3045	0.2874	0.30004
		Daikh <i>et al.</i>	0.2756	0.3067	0.3440	0.2902	0.3060	0.2899	0.3045	0.2874	0.30004
		TSDPT *	0.2756	0.3067	0.3440	0.2902	0.3060	0.2899	0.3045	0.2874	0.30004
		SSDPT *	0.2756	0.3067	0.3440	0.2902	0.3060	0.2899	0.3045	0.2874	0.30003
	2-1-2	Présente	0.3187	0.3675	0.4308	0.3401	0.3640	0.3396	0.3616	0.3328	0.34791
		Daikh <i>et al.</i>	0.3186	0.3674	0.4308	0.3401	0.3639	0.3395	0.3616	0.3328	0.34786
		TSDPT *	0.3187	0.3675	0.4308	0.3401	0.3640	0.3396	0.3616	0.3328	0.34791
		SSDPT *	0.3186	0.3674	0.4307	0.3401	0.3638	0.3395	0.3615	0.3327	0.34782
	2-2-1	Présente	0.2879	0.3237	0.3680	0.3043	0.3221	0.3039	0.3204	0.3001	0.31307
		Daikh <i>et al.</i>	0.2879	0.3237	0.3680	0.3043	0.3221	0.3039	0.3204	0.3001	0.31306
		TSDPT *	0.2879	0.3237	0.3680	0.3043	0.3221	0.3039	0.3204	0.3001	0.31307
		SSDPT *	0.2879	0.3237	0.3680	0.3043	0.3221	0.3038	0.3204	0.3001	0.31304

*Résultats de la Réf. (Zenkour 2005) [156]

V.5. Conclusion

La théorie des plaques raffinée à quatre variables est utilisée pour la réponse en flexion des plaques sandwichs rectangulaires poreuses en matériau FGM avec des nouvelles formes de distribution de la porosité en prenant en compte la composition et le schéma de la plaque sandwich. Le nombre des variables primaires dans cette théorie est encore inférieur à celui de la théorie de cisaillement de premier ordre FSDPT et les autres théories d'ordre élevé. Par conséquent, contrairement à toute autre théorie, la théorie présentée ne donne lieu qu'à quatre équations directrices, ce qui entraîne un effort de calcul considérablement inférieur par rapport aux autres théories d'ordre élevé rapportées dans la littérature ayant plus d'équations directrices. Cette théorie tient en compte de la distribution parabolique des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur de la plaque et satisfait les conditions aux limites de traction nulle sur les faces de la plaque sans utiliser le facteur de correction de cisaillement. La précision et l'efficacité de la présente théorie ont été démontrées pour le comportement en flexion des plaques sandwichs FGM simplement appuyées. En général, la loi de puissance est utilisée pour définir la fraction volumique du sandwich FGM. Dans ce travail, pour la première fois, la flexion des plaques sandwichs poreuses en FGM basé sur la loi de puissance P-FGM et la fonction sigmoïde S-FGM avec des couches FGM poreuses est présenté en détail. Quatre modèles de distribution de la porosité sont proposés. En conséquence, les flèches sont minimales pour les plaques sandwichs FGM non poreuses et augmentent lorsque le coefficient de porosité augmente quel que soit le type de porosité. Aussi l'augmentation du rapport côté / épaisseur augmente les déflexions centrales.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Conclusion générale et perspectives

Les structures en matériaux fonctionnellement gradués représentent un domaine de recherche très vaste et des applications immenses tant il est possible de modifier à volonté leur composition et leur architecture pour obtenir de ces matériaux les propriétés recherchées. La conception et l'élaboration de ces matériaux nécessitent le développement d'outils d'analyses adaptés à leurs spécificités géométriques et matérielles.

L'objectif de ce travail est d'apporter une contribution à l'analyse du comportement mécanique en flexion statique des plaques FGM poreuses simplement appuyées avec des nouvelles formes de distribution de la porosité en prenant en compte la composition et le schéma de la plaque sandwich. Pour ce faire, nous avons développé notre travail suivant deux axes :

Premièrement, nous avons proposé un modèle analytique performant basé sur la théorie d'ordre élevé à quatre variables pour l'analyse de la réponse et de comportement mécanique des plaques poreuses en matériau FGM soumises à un chargement statique de forme sinusoïdale. Pour valider ce modèle, nous l'avons comparé avec d'autres issus de la littérature.

La théorie proposée à une forte similitude avec la théorie classique des plaques dans de nombreux aspects, n'exige pas de facteur de correction de cisaillement, et donne une description parabolique de la contrainte de cisaillement à travers l'épaisseur tout en remplissant la condition de contrainte de cisaillement nulle sur les bords libres. Les propriétés matérielles des peaux de la plaque sandwich varient continuellement à travers l'épaisseur selon la loi de puissance P-FGM ou la fonction sigmoïde S-FGM en termes des fractions volumiques des constituants.

Toutes les études comparatives ont démontré que les solutions obtenues en utilisant la présente théorie d'ordre élevé (avec quatre inconnus) et les autres théories de déformation de cisaillement d'ordre élevé (cinq inconnus) sont presque identiques. Par conséquent, on peut dire que la théorie proposée est précise et simple pour résoudre les problèmes de flexion des plaques sandwichs en matériau FGM.

Deuxièmement, cette théorie a été utilisée pour déterminer les équations de base de la plaque sandwich poreuse en P-FGM et S-FGM. Quatre modèles de distribution de la porosité ont été proposés. L'étude paramétrique menée a démontré que la géométrie de la plaque

représentée par les rapports d'épaisseur, le paramètre de porosité ont une très grande influence sur la flexion des plaques sandwiches en FGM.

En perspective, il est prévu d'appliquer le modèle d'ordre élevé à quatre variables pour le calcul de différentes formes de structures sandwiches en FGM sous la combinaison des différents types de chargement (mécanique, vibratoire, hygrothermique) et en tenant compte des changements dans les propriétés matérielles des matériaux constitutives dû à la température.

En plus, il serait très intéressant d'étudier l'influence des défauts de fabrication à savoir la forme de distribution de la porosité sur la réponse globale des plaques sandwiches en FGM sous différentes sollicitations et différentes conditions d'appuis.

En fin, on peut dire que ce modeste travail s'inscrit dans le cadre de la contribution de notre laboratoire dans le domaine des matériaux composites à gradient de propriétés et précisément leurs comportements vis-à-vis des chargements mécaniques.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

- [1] The American Heritage Dictionary, Second Collage Edition, Houghton Mifflin Company.
- [2] The American Peoples Encyclopaedia, Grolier Inc., 1964.
- [3] Encyclopaedia Britannica, vol 10, 15th edition, Encyclopaedia Britanica Inc., 1985.
- [4] W. Fairbairn, An Account of the Construction of the Britannia and Conway Tubular Bridges, John Weale et al., London, 1849.
- [5] Flight, 17 Nov., 1938.
- [6] Plantema F.J., "Sandwich Construction", John Wiley & Sons, New York, 1966.
- [7] March H.W., "Effects of Shear Deformation in the Core of a Flat Rectangular Sandwich Panel - 1. Buckling under Compressive End Load, 2. Deflection under Uniform Transverse Load", U.S. Forest Products Laboratory Report 1583, 1948.
- [8] Reissner E., "The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates, Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol 12, 1945, p A69-A77.
- [9] Libove C. and Batdorf S.B., "A General Small-Deflection Theory for Flat Sandwich Plates", NACA TN 1526, 1948, also in NACA report 899.
- [10] Hoff N.J., "Bending and Buckling of Rectangular Sandwich Plates", NACA TN 2225, 1950.
- [11] Mindlin R.D., "The Influence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates, Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol 18, 1951, p 31-38.
- [12] Allen H.G., Analysis and Design of Structural Sandwich Panels, Pergamon Press, Oxford, 1969.
- [13] Berthelot J. M., "Matériaux composites: Comportement mécanique et analyse des structures", 4 éme édition, 1996.
- [14] M .Chatin, "Matériaux composites – présentation générale", Technique de l'ingénieur BT4, 2000.
- [15] Marshall A, "Sandwich Construction", in Handbook of Composites, ed. George Lubin, Van Nostrand Reinhold Company, New York 1982. p 557-601.
- [16] The Basics on Bonded Sandwich Constructions, TSB 124, Hexcel Corporation, Dublin, California, 1986.

- [17] Åström B.T., "Curing Shrinkage in the Interface between the Core and the Face in Sandwich Panels", M.Sc. thesis (in Swedish), Department of Aeronautics, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, Sweden..
- [18] Structural Sandwich Composites, MIL-HDBK-23A, Government Printing Office, Washington D.C., USA, Dec 1968
- [19] Ströbeck C., "One- and Two-Component Polyurethane for Bonding Sandwich Elements", in Proceeding of the First International Conference on Sandwich Constructions, Eds. KarlAxel Olsson and R.P. Reichard, Stockholm, 1989, EMAS Ltd., UK, p 261-277.
- [20] Norwood L.S., "The Use of Tough Resin Systems for Improved Frame to Hull Bonding in GRP Ships", in Proceeding of the First International Conference on Sandwich Constructions, Eds. Karl-Axel Olsson and R.P. Reichard, Stockholm, 1989, EMAS Ltd., UK, p 279-290.
- [21] Triantafillou T. C, Gibson L. J., *Materials Science and Engng*, 95:37-53, 1987. [20] Avila A. F., *composite structures*, 81: 323-330, 2007.
- [22] Jin Dai, Hahn H., *composite structure*, 61: 247-253, 2003.
- [23] Avila A. F., *composite structures*, 81: 323-330, 2007.
- [24] Yoshi A., *Advanced Composite Materials*, 2(4): 289-305, 1992. [22] Thomesen O. T., *Composite structures*, 30: 85-101, 1995.
- [25] Thomesen O. T., *Composite structures*, 30: 85-101, 1995.
- [26] Petras A., Sutcliffe M.P.F., *Indentation failure Analysis of sandwich Beams. Composite Structures* 50, 2000, pp 311-318.
- [27] Petras A., Sutcliffe M.P.F., *Indentation resistance of sandwich Beams. Composite structures* 46 (1999), pp 413-424.
- [28] Triantafillou T.C, Gibson L.J., *Materials Science and Engng*, 95:37-53, 1987.
- [29] Hexcel Composite. Hex Web tm honeycomb sandwich design technology. <http://www.hexcelcomposite.com>, 2004.
- [3] Hirai, T. (1996) Functional gradient material, in *Processing o/Ceramics, Part 2*, (ed. R.J. Brook), *Materials Science and Tech0nology*, 17B, 293-341, VCH Publishers, Weinheim.
- [31] Mortensen, A. and Suresh, S. (1995) Functionally graded metals and metal-ceramic composites: Part I "Processing", *International Materials Reviews*, 40(6), 239-265.
- [32] Mortensen, A. and Suresh, S. (1998) *Fundamentals o/Functionally Graded Materials*, 10M Communications Ltd., London.

- [33] Bever, M.B. and Duwez, P.E. (1972) Gradients in composite materials, *Mater. Sci. Eng.*, 10, 1-8.
- [34] Shen, M. and Bever, M.B. (1972) Gradients in polymeric materials, *J. Mater. Sci.*, 7, 741-746.
- [35] Niino, M. *et al.* (1984) Fabrication of a high pressure thrust chamber by the eIP forming method, AIAA Paper No. 84-1227.
- [36] Koizumi, M. and Niino, M. (1995) Overview of FGM research in Japan, in *Functionally Graded Materials*, (eds. B.H. Rabin and I. Shiota), *MRS Bull.* XX, 19-21.
- [37] HIRAI, T. (1996), "Functional gradient materials", Processing of ceramics—Part 2, Weinheim, Germany: VCH Verlags gesells chaft mb H Publishers; p. 293–341.
- [38] Miyamoto, Y. (1997) Applications of FGM in Japan, in *Functionally Graded Materials: Manufacture, Properties, and Applications*, (eds. A. Ghosh *et al.*) *Ceramic Transactions, Am. Ceram. Soc.* 76, 171-189.
- [39] SILVA, E. C. N.; WALTERS, M. C.; PAULINO, G. H. Modeling bamboo as a functionally graded material: Lessons for the analysis of affordable materials. *Journal of Materials Science*, v. 41, n. 21, p. 6991–7004, 2006.
- [40] MIYAMOTO, Y. *et al.* *Functionally Graded Materials Design, Processing and Applications*. 1. ed. New York: Springer US, 1999
- [41] RABIN, B. H.; SHIOTA, I. *Functionally Graded Materials*. *MRS Bulletin*, v. 20, n. 1, p. 14–18, 1995
- [42] GUPTA, A.; TALHA, M. Recent development in modeling and analysis of functionally graded materials and structures. *Progress in Aerospace Sciences*, p. 1–14, 2015.
- [43] KIM, J. G. *et al.* Tensile behavior of aluminum/carbon fiber reinforced polymer hybrid composites at intermediate strain rates. *Journal of Composite Materials*, v. 49, n. 10, p. 1179–1193, 2014
- [44] BEAL, V. E. FABRICATION OF FUNCTIONAL GRADIENTS BETWEEN TOOL STEEL AND COPPER PARTS BY SELECTIVE LASER FUSION USING A HIGH POWER Nd:YAG PULSED LASER BEAM TO INJECTION MOULDS APPLICATIONS. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.

- [45] S. SURESH, A. M. Fundamentals of functionally graded materials. Londres: Maney Materials Science, 1998.
- [46] KIEBACK, B.; NEUBRAND, A.; RIEDEL, H. Processing techniques for functionally graded materials. *Materials Science and Engineering A*, v. 362, n. 1–2, p. 81–105, 2003.
- [47] MAHAMOOD, R. M. et al. Functionally Graded Material: An Overview. *World Congress on Engineering*, v. III, p. 2–6, 2012.
- [48] SU, B. et al. Wear and Friction Behavior of the Spray-Deposited SiCp/Al₂O₃-3Cu Functionally Graded Material. *Journal of Materials Engineering and Performance*, v. 22, n. 5, p. 1355–1364, 2013.
- [19] YASUKAWA, T. et al. Intraocular sustained drug delivery using implantable polymeric devices. *Advanced Drug Delivery Reviews*, v. 57, n. 14, p. 2033–2046, 2005.
- [50] SHARIFI, E. et al. Preparation of a biomimetic composite scaffold from gelatin/collagen and bioactive glass fibers for bone tissue engineering. *Materials Science and Engineering: C*, v. 59, p. 533–541, 2016.
- [51] WILLIAMS, J. C.; STARKE, E. A. Progress in structural materials for aerospace systems11The Golden Jubilee Issue—Selected topics in Materials Science and Engineering: Past, Present and Future, edited by S. Suresh. *Acta Materialia*, v. 51, n. 19, p. 5775–5799, 2003.
- [52] FROES, F. H. Aerospace materials for the twenty-first century. *Materials & Design*, v. 10, n. 3, p. 110–120, 1989.
- [53] H, D.; YEOVIL, W.; BA, S. *Materials Technology for Aerospace Applications*. v. 6, n. 1, p. 18–24, 1985.
- [54] SCHULTES, G. et al. Co-deposition of silver nanoclusters and sputtered alumina for sensor devices. *Thin Solid Films*, v. 515, p. 7790–7797, 2007.
- [55] LEADER, M. *Understanding Journal Bearings*. Vibration Institute, Annual Meeting, 2001.
- [56] COOLEY, W. G. *Application of functionally graded materials in aircraft structures*. 2005.
- [57] KOIZUMI, M.; NIINO, M. Overview of FGM Research in Japan. *MRS Bulletin*, v. 20, n. 1, p. 19–21, 1995.

- [58] JUNG, Y.-G. et al. Residual stress and thermal properties of zirconia / metal (nickel , stainless steel 304) functionally graded materials fabricated by hot pressing. *Journal of Materials Science*, v. 32, p. 3841–3850, 1997.
- [59] MUMTAZ, K. A.; HOPKINSON, N. Laser melting functionally graded composition of Waspaloy and Zirconia powders. *Journal of Materials Science*, v. 42, n. 18, p. 7647–7656, 2007.
- [60] MISHINA, H.; INUMARU, Y.; KAITOKU, K. Fabrication of ZrO₂/AISI316L functionally graded materials for joint prostheses. *Materials Science and Engineering A*, v. 475, n. 1–2, p. 141–147, 2008.
- [61] POMPE, W. et al. Functionally graded materials for biomedical applications. *Materials Science and Engineering A*, v. 362, n. 1–2, p. 40– 60, 2003.
- [62] PRCHLIK, L. et al. Friction and wear properties of WC-Co and Mo-Mo₂C based functionally graded materials. *Wear*, v. 249, n. 12, p. 1103–1115, 2001.
- [63] ASTM G40. Standard Terminology Relating to Wear and Erosion, 2015.
- [64] NOVAK, S. et al. The effect of residual stresses in functionally graded alumina-ZTA composites on their wear and friction behaviour. *Journal of the European Ceramic Society*, v. 27, n. 1, p. 151–156, 2007.
- [65] NAEBE, Minoo; SHIRVANIMOGHADDAM, Kamyar. Functionally graded materials: A review of fabrication and properties. *Applied Materials Today*, v. 5, p. 223–245, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.apmt.2016.10.001>>.
- [66] MAHAMOOD, Rasheedat Modupe; AKINLABI, Esther Titilayo. *Functionally Graded Materials*. Gewerbestrasse: Springer, 2017.
- [67] ARANTES, V.L. et al. Materiais com gradiente funcional a base de Al₂O₃ / NbC obtidos por sinterização assistida por corrente elétrica. 2016, Águas de Lindóia: [s.n.], 2016. p. 1629– 1641. Disponível em: <<http://metallum.com.br/60cbc/anais/PDF/11-050TT.pdf>>.
- [68] ERIKSSON, Mirva; RADWAN, Mohamed; SHEN, Zhijian. Spark plasma sintering of WC, cemented carbide and functional graded materials. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, v. 36, p. 31–37, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrmhm.2012.03.007>>.
- [69] BHAVAR, Valmik, Rkp et al. A Review on Functionally Gradient Materials (FGMs) and Their Applications. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, v. 229, n. 1, 2017.

- [70] KIEBACK, B.; NEUBRAND, A.; RIEDEL, H. Processing techniques for functionally graded materials. *Materials Science and Engineering A*, v. 362, n. 1–2, p. 81–106, 2003.
- [71] SCIENCE ADVANCES, Xiao Kuang, Jiangtao Wu, Grayscale digital light processing 3D printing for highly functionally graded materials. Disponible em: <https://advances.sciencemag.org/content/5/5/eaav5790.full>
- [72] Marin, L., 2005. Numerical solution of the Cauchy problem for steady-state heat transfer in two-dimensional functionally graded materials. *International Journal of Solids and Structures*, 42(15), pp.4338-4351.
- [73] MATSUO, S., WATARI, F. and OHATA, N., 2001. Fabrication of a functionally graded dental composite resin post and core by laser lithography and finite element analysis of its stress relaxation effect on tooth root. *Dental materials journal*, 20(4), pp.257-274.
- [74] Pompe, W., Worch, H., Epple, M., Friess, W., Gelinsky, M., Greil, P., Hempel, U., Scharnweber, D. and Schulte, K., 2003. Functionally graded materials for biomedical applications. *Materials Science and Engineering: A*, 362(1-2), pp.40-60. [10] R.J. Butcher, C-E. Rousseau, H.V. Tippur, A functionally graded particulate composite: preparation, measurements and failure analysis, *Acta Materialia* 47/1 (1999) 259-268.
- [75] Watari, F., Yokoyama, A., Omori, M., Hirai, T., Kondo, H., Uo, M. and Kawasaki, T., 2004. Biocompatibility of materials and development to functionally graded implant for biomedical application. *Composites Science and Technology*, 64(6), pp.893-908.
- [76] Radhi N.S., 2015. Preparation, Characterization, and Modeling Functionally Graded Materials in Bio-application. . PhD thesis. University of Technology. Iraq
- [77] Lu, L., Chekroun, M., Abraham, O., Maupin, V. and Villain, G., 2011. Mechanical properties estimation of functionally graded materials using surface waves recorded with a laser interferometer. *NDT & E International*, 44(2), pp.169-177.
- [78] Müller, E., Drašar, Č., Schilz, J. and Kaysser, W.A., 2003. Functionally graded materials for sensor and energy applications. *Materials Science and Engineering: A*, 362(1-2), pp.17-39.
- [79] Niino, M., Kisara, K. and Mori, M., 2005. Feasibility study of fgm technology in space solar power systems (ssps). In *Materials Science Forum* (Vol. 492, pp. 163-170). Trans Tech Publications.
- [80] Bharti, I., Gupta, N. and Gupta, K., 2013. Novel Applications of Functionally Graded Nano, Optoelectronic and Thermoelectric Materials. *International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing*, pp.221-224.

- [81] Craveiro, F., Matos, J.M., Bártolo, H. and Bártolo, P.J., 2011, September. Automation for building manufacturing. In *Innovative Developments in Virtual and Physical Prototyping: Proceedings of the 5th International Conference on Advanced Research in Virtual and Rapid Prototyping, Leiria, Portugal, 28 September-1 October, 2011* (p. 451). CRC Press.
- [82] Craveiro, F., de Matos, J.M., Bártolo, H. and Bártolo, P., 2012, July. An innovation system for building manufacturing. In *ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis* (pp. 175-179). American Society of Mechanical Engineers
- [83] Xing, A., Jun, Z., Chuanzhen, H. and Jianhua, Z., 1998. Development of an advanced ceramic tool material—functionally gradient cutting ceramics. *Materials Science and Engineering: A*, 248(1-2), pp.125-131.
- [84] Malinina, M., Sammi, T. and Gasik, M.M., 2005. Corrosion resistance of homogeneous and FGM coatings. In *Materials Science Forum* (Vol. 492, pp. 305-310). Trans Tech Publications
- [85] F. Delale, F. Erdogan. The crack problem for a nonhomogeneous plane. *ASME Journal of Applied Mechanics* 50, 609 –614, 1983.
- [86] Hao D, Wei C 2016 Dynamic characteristics analysis of bi-directional functionally graded Timoshenko beams *Composite structures* (Sciencedirect), 141, (2016), 253263.
- [87] Simsek M 2015 Bi-directional functionally graded materials (BDFGMs) for free and forced vibration of Timoshenko beams with various boundary conditions *Composite structures* (Sciencedirect), 133, (2015), 968-978.
- [88] Qian LF, Batra RC 2005 Design of bidirectional functionally graded plate for optimal natural frequencies. *J Sound Vib* 2005;280:415–24.
- [89] Enab T Performance improvement of total knee replacement joint through bidirectional functionally graded material *International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering IJMME-IJENS* Vol:14 No:02.
- [90] Udupa G, Rao S, Gangadharan K 2014 Functionally graded composite materials: An overview”, *International conference on advances in manufacturing and material engineering, AMME 2014*.
- [91] Chaouche Abdellah, *Analyse Vibratoire Des Plaques Minces Sous Dégérentes Conditions Aux Limites*, Master Professionnel, université Kasdi Merbah Ouargla, 2013.
- [92] J.N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composites Plates: Theory and Analysis*. CRC Press, Boca Raton, (1997).
- [93] J.N. Reddy, *Theory and Analysis of Elastic plates*. Taylor & Francis, Philadelphia, (1999).

- [94] Timoshenko et al ,1972 .S.P Timoshenko et J.M mechanics of materials, New York Van Nostrand Company , 1972
- [95] Hildebrand et al,1949.F.B Hildebrand, E .Reissner , G.G homas Note -t-on the foundation of theory of small displaments orthotropic shells NACA T,N. N° 18331949
- [96] Naghdi 1957, Naghdi PM on the thin elastic shells quarterly ,Appl , Math 14: 369-380.1957
- [97] Reissner, E., The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. J. Appl. Mech; 12 (2): 69-77, 1945.
- [98] Mindlin, R.D. Influence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic. Elastic Plates. ASME J. Appl. Mech. 18, 31–38 (1951).
- [99] Reissner, E., On transverse bending of plates, including the effects of transverse shear deformation, Int. J. Solids Structures; 25 (5):495-502, 1975.
- [100] Reddy, J.N., A simple higher-order theory for laminated composite plates, Journal of Applied Mechanics; 51 (4): 745-752, 1984.
- [101] Kant, T., Swaminathan, K., Analytical solutions for the static analysis of laminated composite and sandwich plates based on a higher order refined theory. Composite. Structure; 56 (4): 329-344, 2002.
- [102] Reddy, J.N., Mechanics of Laminated Composites Plates: Theory and Analysis. CRC Press, Boca Raton, 1997.
- [103] Reddy, J.N., Theory and Analysis of Elastic plates. Taylor & Francis, Philadelphia, 1999.
- [104] Touratier, M., An efficient standard plate theory, Int. J. Eng. Sc; 29 (8): 901-916, 1991.
- [105] Zenkour A.M. Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates. Applied Mathematical Modelling 30, 67–84 (2006).
- [106] Karama, M., Afaq, K.S., Mistou, S., Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity, Int. J. Solids Structures; 40 (6): 1525-1546, 2003.
- [107] A. Saidi, M. Bodaghi et S. Atashipour, «Levy-type solution for bendingstretching of thick functionally graded rectangular plates based on thirdorder shear deformation theory,» Mech Adv Mater Struct, vol. 19, n° %18, p. 577–89, 2012.

- [108] H. Thai et S. Kim, «Closed-form solution for buckling analysis of thick functionally graded plates on elastic foundation,» *Int J Mech Sci*, vol. 75, p. 34–44, 2013.
- [109] D. Nguyen et H. Pham, «Nonlinear postbuckling of symmetric S-FGM plates resting on elastic foundations using higher order shear deformation plate theory in thermal environments,» *Compos Struct*, vol. 100, p. 566–74, 2013.
- [110] R. Shimpi, «Refined plate theory and its variants,» *AIAA Journal*, p. 137–146, 2002.
- [111] H. Ait Atmane, A. Tounsi, I. Mechab et E. Adda Bedia, «Free vibration analysis of functionally graded plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations using a new shear deformation theory,» *Int. J. Mech. Mater. Design*, vol. 6, n° 12, pp. 113-121, 2010.
- [112] H.-T. Thai et S.-E. Kim, «Free vibration of laminated composite plates using two variable refined plate theory,» *International Journal of Mechanical Sciences*, p. 626–633, 2010.
- [113] H.-T. Thai et S.-E. Kim, «Levy-type solution for buckling analysis of orthotropic plates based on two variable refined plate theory,» *Composite Structures*, p. 1738–1746, 2011.
- [114] L. Hadji, H. Atmane, A. Tounsi, I. Mechab et E. Adda Bedia, «Free vibration of functionally graded sandwich plates using four-variable refined plate theory,» *Applied Mathematics and Mechanics*, p. 925– 942, 2011.
- [115] B. Boudierba, M. Houari et A. Tounsi, «Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations,» *Steel and Composite Structures*, vol. 14, n° 11, pp. 85-104, 2013.
- [116] A. Chabot. Analyse des efforts à l'interface entre les couches des matériaux composites à l'aide de modèles multiparticulaires de matériaux multicouches. PhD thesis, ENPC, 1997.
- [117] E. Carrera. An assessment of mixed and classical theories on global and local response of multilayered orthotropic plates. *Composite structures*, vol. 50, pages 183,198, 2000.
- [118] J.N. Reddy. A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Jornal of Applied Mechanics*, vol. 51, pages 745-752, 1984.
- [119] K.S. Afaq, M. Karama & S. Mistou. Un nouveau modèle raffiné pour les structures multicouches. In *Comptes-rendus des 13 emes Journées Nationales sur les Composites*, pages 289-292. Strasbourg, March 2003.
- [120] M. Di Sciuva. An improved shear-deformation theory for moderately thick mul-tilayered anisotropic shells and plates. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 54, pages 589(596, 1987).

- [121] Viet.Tung. Nguyen. « Modélisation globale et locale des structures multicouches par éléments finis de plaques ». Thèse de doctorat de l'école nationale des ponts et chaussées ,2004.
- [122] M. Di Sciuva. A refined transverse shear deformation theory for multi-layered anisotropic plates. *Atti. Accad. Sci. Torino*, vol. 118, pages 279-295, 1984.
- [123] M. Karama, B. Abou Harb, S. Mistou & S. Caperaa. Bending, buckling and free vibration of laminated composite with a transverse shear stress continuity model. *Composite Part B*, vol. 29, no. 3, pages 223-234, 1998
- [124] C. Ossadzew & M. Touratier. An improved shear-membrane theory for multi-layered shells. *Composite Structures*, vol. 52, pages 85-95, 2001.
- [125] M. Touratier. An efficient standard plate theory. *Engng Sci*, vol. 29, no. 8, pages 901-916, 1991.
- [126] K.S. Afaq, M. Karama & S. Mistou. Un nouveau modèle raffiné pour les structures multicouches. In *Comptes-rendus des 13 emes Journées Nationales sur les Composites*, pages 289-292. Strasbourg, March 2003.
- [127] U. Icardi. Higher-order zig-zag model for analysis of thick composite beams with inclusion of transverse normal stress and sublaminate approximations. *Composites : Part B*, vol. 32, pages 343-354, 2001
- [128] S. Srinivas & A.K. Rao. Flexure of thick plates. *ASME*, pages 298-299, 1973.
- [129] J.N. Reddy. A generalization of two-dimensional theories of laminated composite plates. *Commun. Appl. Numer. Methods*, vol. 3, pages 173-180, 1987.
- [130] M. Tahani & A. Nosier. Edge effect of uniformly loaded cross-ply composite laminate. *Material and Design*, vol. 24, pages 647, 658, 2003.
- [131] J.G. Ren. A new theory of laminated plate. *Composite Science and Technology*, vol. 26, pages 225, 239, 1986.
- [132] C. Kassapoglou & P.A. Lagace. Closed form solutions for the interlaminar stress field in angle-ply and cross-ply laminates. *Journal of Composite Materials*, vol. 27, pages 292-308, 1987.
- [133] W.L. Yin. Interlaminar stress analysis of composite laminates using a sublaminate/layer model. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 31, no. 11, pages 1549, 1564, 1994.
- [134] N.J Pagano. Stress fields in composite laminates. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 14, page 385, 1978.
- [135] Kadoli, R., Akhtar, K., Ganesan, N., Static analysis of functionally graded beams using higher order shear deformation theory, *Appl Math Model*, 32(25), 09-25, 2008.

- [136] Simsek, M., Fundamental frequency analysis of functionally graded beams by using different higher-order beam theories, *Nuc Eng Des*, 240, 697–705, 2010.
- [137] Mena, R., Tounsi, A., Mouaici, F., Mechab, I., Zidi, M., Adda Bedia E.A., (2012), Analytical solutions for static shear correction factor of functionally graded rectangular beams, *Mech Adv Mater Struct*, 19, 641–52, 2012.
- [138] Zenkour, A.M., Alghamdi, N., Bending analysis of functionally graded sandwich plates under the effect of mechanical and thermal loads, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 17, 419-432, 2010.
- [139] Tounsi, A., Houari, M.S.A Benyoucef, S., A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates, *Aerospace science and technology*, 24, 209-220, 2013.
- [140] Nguyen-Xuan H., 2013, An isogeometric finite element formulation for thermal buckling analysis of functionally graded plates, *Finite Elements in Analysis and Design*, 73, 65-76
- [141] Simsek, M., Al-shujairi, M., Static, free and forced vibration of functionally graded (FG) sandwich beams excited by two successive moving harmonic loads, *Composites Part B*, 108, 18-34, 2017.
- [142] Li, X., J. Zhang and Y. Zheng. 2014. “Static and free vibration analysis of laminated composite plates using isogeometric approach based on the third order shear deformation theory.” *Hindawi Publishing Corporation Advances in Mechanical Engineering* 1-16
- [143] Karamanli, A., Bending behaviour of two directional functionally graded sandwich beams by using a quasi-3d shear deformation theory, *Composite Structures*, 174, 70–86, 2017.
- [144] Shashank, P, Pradyumna, S. (2018), Analysis of functionally graded sandwich plates using a higher-order layerwise theory, *Composites Part B*, 153, 325–336, 2018.
- [145] Zarga, D., Tounsi, A., Bousahla, AA., Bourada, F., and Mahmoud, S.R., Thermomechanical bending study for functionally graded sandwich plates using a simple quasi-3D shear deformation theory, *Steel and Composite Structures*, 32(3), 389-410, 2019.

- [146] Meksi, R., Benyoucef, S., Mahmoudi, A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R., An analytical solution for bending, buckling and vibration responses of FGM sandwich plates, *J. Sandw .Struct.Mater.*, 21(2), 727-757, 2019.
- [147] Hellal, H., Bourada, M., Hebali, H., Bourada, F., Tounsi, A., Bousahla, A.A., Mahmoud, S.R., Dynamic and stability analysis of functionally graded material sandwich plates in hygro-thermal environment using a simple higher shear deformation theory, *Journal of Sandwich Structures & Materials*, <https://doi.org/10.1177/1099636219845841>, 2019.
- [148] Zhu, J., Lai, Z., Yin, Z., Jeon, J., Lee, S., Fabrication of ZrO_2 -NiCr functionally graded material by powder metallurgy, *Mater. Chem. Phys*, 68, 130–135, 2001.
- [149] Wattanasakulpong, N., Prusty, B.G., Kelly, D.W., Hoffman, M., (2012), Free vibration analysis of layered functionally graded beams with experimental validation, *Mater. Des*, 36, 182–190, 2012.
- [150] Wattanasakulpong, N., Ungbhakorn, V., Linear and nonlinear vibration analysis of elastically restrained ends FGM beams with porosities, *Aerosp. Sci. Technol*, 32(1), 111–120, 2014.
- [151] Akbaş, S.D., Thermal effects on the vibration of functionally graded deep beams with porosity, *International Journal of Applied Mechanics*, 9(5), 1750076, 2017.
- [152] Bourada, F., Bousahla, A.A., Bourada, M., Azzaz, A., Zinata, A., and Tounsi, A., Dynamic investigation of porous functionally graded beam using a sinusoidal shear deformation theory, *Wind and Structures*, 28(1), 19-30, 2019.
- [153] Daikh, A.A., and Zenkour, A.M., Effect of porosity on the bending analysis of various functionally graded sandwich plates, *Materials Research Express*, 6(6), 065703, 2019.
- [154] Zenkour AM., “A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: Part2-buckling and free vibration”. *Int. Jour. of Sol. and struc.*, 2005, 42:5243–58.