



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique

THESE

Présentée pour l'obtention du Diplôme de Doctorat en Sciences

Par :

Monsieur HARCHOUCHE Zine El Abidine

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Mécanique des structures

Intitulé de la thèse

Modélisation analytique des effets thermique et du flux de matière au cours du soudage par friction et malaxage.

Soutenue le :

Devant le Jury Composé de :

M ^r BENGUEDIAB Mohammed	Professeur	Président	UDL Sidi Bel Abbes
M ^r ZEMRI Mokhtar	Professeur	Directeur de thèse	UDL Sidi Bel Abbes
M ^r BOUCHOUICHA Benattou	Professeur	Examineur	UDL Sidi Bel Abbes
M ^r BENACHOUR Mostapha	Professeur	Examineur	U- Tlemcen
M ^r BENHAMENA Ali	Professeur	Examineur	U- Mascara
M ^r GHAZI Abdelkader	MCA	Examineur	U- Mascara

Année Universitaire: 2018-2019

Dédiées

Je dédie ce modeste travail à :

- ✓ *Mes très chers parents qui m'ont encouragé et qui ont bien pris soin de moi, eux qui ont su être toujours présents à mes côtés et consenti beaucoup d'efforts pour satisfaire à mes besoins et qui m'ont, tout le temps assuré, de leurs soutiens moral et matériel.*
- ✓ *Mes chers frères et mes chères sœurs.*
- ✓ *Mes chers neveux.*
- ✓ *A toute ma famille.*
- ✓ *A tous mes camarades et amis.*

Zine Et Abidine Harchouche

Remerciements

Je remercie DIEU tout puissant de m'avoir donné le courage, la patience et la santé durant toutes mes années d'étude. Je tiens à remercier chaleureusement, tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont aidé.

Je tiens tout d'abord remercier Monsieur Mohammed MAZARI, Directeur du laboratoire de matériaux et systèmes réactifs, de m'avoir accueilli comme doctorant au sein du laboratoire

Je remercie mon encadreur Mr Mokhtar ZEMRI pour sa disponibilité, ses conseils et son aide et son encouragement, tout en en lui exprimant toute ma reconnaissance.

Je tiens aussi remercier Monsieur Mohammed BENGUEDHIAB, qui a bien voulu présider le jury de ma thèse.

Je également remercier Monsieur Benattou BOUCHOUICHA, qui m'a honoré en acceptant d'examiner ce travail.

Je souhaite également remercier Monsieur BENACHOUR Mostapha, professeur à l'université de Tlemcen, qui m'a honoré en acceptant d'examiner ce travail.

Je également remercier Monsieur Ali BENHAMENA, professeur à l'université de Mascara, qui m'a honoré en acceptant d'examiner ce travail.

Je tiens aussi remercier Monsieur Abdelkader GHAZI, maître de conférences à l'université de Mascara, qui m'a honoré en acceptant d'examiner ce travail.

J'adresse enfin mes remerciements à tout le personnel du laboratoire de matériaux et systèmes réactifs de l'Université de Sidi Bel Abbés ainsi qu'à tous les enseignants que j'ai eu l'honneur d'avoir tout le long de ma scolarité.

Je remercie tous les amis et les collègues qui ont suivi de près ou de loin ce travail.

Enfin, je remercie profondément toute ma famille qui m'a toujours soutenu et encouragé.

Zine El Abidine Harchouche

Table de matières

Introduction générale

Introduction générale.....	16
----------------------------	----

Chapitre I : Synthèse bibliographique sur le procédé de soudage par friction et malaxage

1.1 Introduction	23
1.2 Aperçu historique du procédé	23
1.3 Description du soudage par friction et malaxage.....	24
1.3.1 Le procédé.....	24
1.3.2 Configurations de soudage.....	26
1.3.3 Avantages et inconvénients du procédé de soudage par friction et malaxage.....	27
1.3.3.1 Avantages.....	27
1.3.3.2 Inconvénients.....	28
1.3.3.3 Matériaux soudables par du soudage par friction et malaxage.....	29
1.3.4 Présentation de machines du soudage par friction malaxage.....	29
1.3.4.1 Le bâti.....	30
1.3.4.2 La cinématique.....	30
1.3.4.3 La broche.....	30
1.3.4.4 La commande numérique.....	31
1.3.5 Outils.....	31
1.3.5.1 Tige ou pointe.....	35
1.3.5.2 Matériaux des outils.....	36
1.3.6 Les principaux domaines applications du soudage friction et malaxage.....	37
1.4 Les paramètres process.....	44
1.4.1 Vitesse d'avance de l'outil.....	45
1.4.2 Vitesse de rotation de l'outil.....	46
1.4.3 Lien entre vitesse de rotation et vitesse de soudage.....	47
1.4.4 Angle d'inclinaison de l'outil.....	48

1.4.5 Les efforts en soudage FSW.....	49
1.4.6 Les efforts en phase de plongée.....	49
1.4.7 Les efforts et les couples mis en jeu.....	50
1.4.8 Les efforts en phase de soudage.....	52
1.4.9 Interaction Outil / Matière.....	53
1.5 Phénomènes physiques se produisant au cours du FSW.....	54
1.5.1 Déformation plastique du matériau soudé.....	54
1.5.2 Les méthodes de visualisation des flux de matière	56
1.5.3 Création de la chaleur.....	61
1.5.4 Température distribution.....	62
1.6 Évolution métallurgiques lors du soudage d'alliages d'aluminium par FSW.....	63
1.6.1 Distinction de zones au sein du cordon.....	63
1.7 Le couplage thermo-métallo-mécanique	65
1.8 Défauts rencontrés en FSW	66
1.9 Techniques de mesures de la température de soudage par friction et malaxage.....	67
1.10 Conclusion.....	70

Chapitre II :L'effet thermique au court le soudage par friction et malaxage

2.1 Introduction	73
2.2 L'état d'art (Solution analytique de champ de la température).....	73
2.3 Phénomènes physiques impliqués intervenant durant le process	77
2.4 Bilan énergétique du soudage par friction et malaxage.....	80
2.5 Conditions tribologiques et loi de comportement	81
2.6 Lois de frottement adoptées.....	85
2.7 Forces de contact.....	86
2.8 Estimer la pression de contact.....	90
2.9 Estimer l'effort de cisaillement tangentiel.....	92
2.10 Les lois de comportement utilisées.....	93
2.11 Relation entre la température et les paramètres cinématiques.....	97
2.12 Influence du champ thermique sur les transformations métallurgiques.....	99

2.13 Coefficient de partage du flux thermique.....	100
2.14 Calcul de la puissance de frottement.....	103
2.15 Pertes de la chaleur générée dans l’outil.....	105
2.16 Paramètres physiques.....	107
2.17 Conclusion.....	108

Chapitre III :Modèle analytique du flux thermique du procédé de soudage par friction et malaxage

3.1 Introduction	110
3.2 Description du problème	110
3.3 Génération et distribution de la chaleur.....	111
3.4 Modèle analytique de champ de la température	112
3.4.1.1 Conditions aux limites	114
3.4.1.2 Conditions aux limites thermiques	115
3.4.1.3 Conditions aux limites mécaniques.....	116
3.4.2 Solution analytique.....	116
3.4.3 Cas l’outil d’un pion conique.....	135
3.4.4 Cas l’outil d’un cône de révolution	141
3.4.5 Cas l’outil d’un pion fileté.....	147
3.5 Conclusion.....	154

Chapitre IV : Validation du modèle analytique

4.1 Introduction	157
4.2 Description du problème	157
4.3 Données collectées par le travail de Hwarg.....	159
4.5Disposition des locaux prédits.....	164
4.5 Résultats des historiques thermiques.....	166
4.5.1Historique thermiques pour la disposition du même côté et de la même distance.....	166
4.5.2Historique thermiques pour la disposition du même côté et inégale.....	174

4.5.3 Historique thermiques pour la disposition descôtés opposé et à une distance égale.	183
4.6 Conclusion	191

Chapitre V :L'effet thermique au cours le soudage par friction et malaxage

5.1 Introduction	193
5.2 Écoulement de matière pendant le procédé.....	193
5.3 Interprétation de l'écoulement la matière en analysant de la microstructure des joints	205
5.3.1 kissing bonds.....	206
5.3.2 Structure en bandes ou "onion rings".....	207
5.4 Modélisation de la cinématique (mécanique) du procédé FSW.....	211
5.4.1 Identification des variables mécaniques.....	211
5.4.2 Modèles basés sur la dynamique des fluides.....	215
5.4.3 Modèles basés sur la mécanique du solide.....	217
5.4.4 Modèles mixtes.....	222
5.5 Les lois de comportement appropriées.....	223
5.5.1 Ecriture de la loi de comportement.....	223
5.5.2 Loi de comportement élastoplastique.....	224
5.5.3 Loi de comportement élastoviscoplastique de Chaboche.....	224
5.5.4 Loi de comportement élastoviscoplastique dit bicouche.....	226
5.6 Conclusion.....	229

Chapitre VI : Modèle analytique du flux matière au cours FSW

6.1 Introduction	231
6.2 Etude en comportement fluide.....	231
6.3 Principe géométrie.....	232
6.4 Écoulements de matière au cours fsw.....	234
6.4.1 Champ de coutournement.....	234

6.4.2 La vitesse de circulation.....	239
6.4.3 Combinaison des vitesses de coutournement et de circulation.....	243
6.5 Graphique de potentiel.....	243
6.7 Champ de pression.....	246
6.8 Champ de vortex	247
6.9 Pression radiale autour du pion.....	253
6.10 Problème mécanique instationnaire.....	255
6.10.1 Hypothèses du problème.....	255
6.11 Problème de mécanique des solides.....	266
6.11.1 Régime élasto–plastique.....	266
6.11.2 Régime élastoplastique écouissable.....	269
6.11.3 Phase de comportement élastique.....	272
6.11.4 Phase de comportement élastoplastique.....	274
6.11.5 Phase de comportement plastique.....	277
6.11.6 Charge de la structure.....	278
6.11.7 Décharge de la structure	279
6.11.8 Extension au cas des grandes transformations ‘le cas rigide plastique.....	281
6.11.9 Matériau à écouissage cinématique.....	284
6.12 Conclusion.....	286

Chapitre VII : Application et résultats du modèle analytique du flux matière au cours FSW

7.1 Introduction	288
7.2 Description du problème.....	288
7.2.1 Mise en données du problème.....	289
7.2.3 Conditions aux limites du problème.....	289
7.3 Lignes de courant autour du pion d’outil du soudage au cours du soudage friction et malaxage	289
7.4 Les champs de vitesse au cours du soudage friction et malaxage.....	302
7.5 Les profils de pression autour de la jonction de soudure.....	306
7.6 Les champs de pression autour de la jonction de soudure.....	310

7.7 Résultats de la force de portance (théorème de Kutta-Joukowski)	312
7.8 Les champs de pression autour du pion de soudure.....	315
7.9 Résultats le champ de vitesse transitoire mécanique instationnaire.....	319
7.10 Résultats du solide -le viscosimètre de Couette-.....	320
7.10.1 Résultats de la phase élastique.....	321
7.10.2 Résultats de la phase élastoplastique.....	324
7.10.4 Décharge.....	326
7.10.5 Grandes transformations.....	327
7.11 Conclusion.....	329

Conclusion générale

Conclusion générale et perspective	333
--	-----

Références bibliographiques

Références bibliographiques.....	337
----------------------------------	-----

Table de figures

Figure 1.1 : Etapes principales du soudage par friction et malaxage [Cazes.02].....	26
Figure 1.2 : différentes configurations de soudage rencontrées dans l'industrie [Cazes.02].....	26
Figure 1.3 : Une Machine FSW (MTS) de l'institut de soudure [Nejah .06].....	30
Figure 1.4 : L'outil de soudage.....	31
Figure 1.5 : Design d'épaulements[Mishra.07].....	32
Figure 1.6 : L'outil de MX Triflute TM [Nejah.06].....	32
Figure 1.7 : Différentes géométries du pion.....	33
Figure 1.8 : Différentes tige de l'outil [Christneret al.15].....	36
Figure 1.9: Mazda Rx-8 (image Mazda) [Zimmer .16].....	38
Figure 1.10: Soudage de profilé du train Hitachi [Nejah.06].....	39
Figure 1.11 : Réservoir cryogénique chez Boeing Space [Baptiste .05].....	40
Figure 1.12: Voilure d'avion soudée par FSW [Tongne.17].....	41
Figure 1.13 : Application caisson central Airbus - Soudage bord à bord de panneaux extrudés autoraidis [Marie et al.18].....	41
Figure 1.14 : Applications potentielles du FSW au fuselage.....	42
Figure 1.15 : Applications potentielles du FSW à la pointe avant.....	42
Figure 1.16 : l'enfouissement des déchets hautement radioactifs.....	43
Figure 1.17 :T9000 FSW robotic gantry system.....	43
Figure 1.18: Panneaux préfabriqués (Hydro Marine Aluminium) destiné au pont du bateau de croisière "The World" [Zimmer. 16].....	44
Figure 1.19: Bateau de croisière TheWorld dont le pont est soudé par FSW[Zimmer.16]....	44
Figure 1.20: Allure des vitesses en fonction de l'épaisseur [Lienert et al. 25].....	47
Figure 1.21: Schématisation de la phase de plongée [Zaeh et al. 29].....	49
Figure 1.22: Force axiale et couple à la broche lorsque l'outil entre dans la matière [Gelrich et al.27].....	50
Figure 1.23: Correspondance entre les efforts et couples générés par rapport à la position de l'outil [Gelrich et al.27].....	51
Figure 1.24: Comparaison des efforts de plongée avec et sans pré-trou[Zaeh et al. 29].....	52
Figure 1.25: Efforts générés lors du soudage avec un contrôle en position de la hauteur de l'outil [Johnson .32].....	53
Figure 1.26: Efforts sur l'outil en cours de FSW [Balasubramanian et al. 33].....	53
Figure 1.27: Courbes caractéristiques des efforts. Direction de soudage : axe x. Soudure réalisée par un robot polyarticulé piloté en effort [Voellner et al.35].....	54
Figure 1.28: Description schématique de l'écoulement du matériau [Schneider et al .37]....	55
Figure 1.29 : Configuration des marqueurs : de type billes placées autour du pion avant et après le soudage [Colligan et al.38].....	57
Figure 1.30: Distribution des billes d'acier après soudage en fonction de leur position originelle [Colligan et al.38].....	57

Figure 1.31 : Configuration des marqueurs : des morceaux d'aluminium AA5454-H32 insérés en différentes positions dans l'alliage AA2195-T8 [Seidel et al.40].....	58
Figure 1.32: Disposition du feuillard de cuivre dans des pièces d'aluminium 7020 [Guedoiri.43].....	58
Figure 1.33 : Dispersion d'un fil de tungstène après le passage de l'outil [Schneider et al .37].....	59
Figure 1.34 : Image extraite du film de l'écoulement de la matière dans la plasticine [Gratecap .44].....	59
Figure 1.35: Soudage des plasticines, composition rhéologique d'un cordon de soudure (différentes couleurs de plasticines) [Nejah.06].....	60
Figure 1.36 : Flux de matière dans le cas du soudage hétérogène. (a) AA6061-cuivre, (b) AA6061-AA2024.....	60
Figure 1.37 : Schéma d'une coupe transverse d'une soudure FSW.....	63
Figure 1.38 : Microstructure d'un joint soudé pour un alliage d'Aluminium de type 2024[Connolly et al.53].....	64
Figure 1.39 : Schéma des interactions thermo-métallo-mécanique.....	65
Figure 1.40 : Défauts et Flux de matière observés sur des cordons de soudure de l'aluminium 7020-T6 [Guedoiri .43].....	67
Figure 1.41: Photographies et images obtenues par caméra au moment où l'outil se retire (a) à la surface des tôles et (b) au niveau du contre-appui.....	68
Figure 1.42 : Courbes de températures en fonction du temps, obtenues à partir des acquisitions par caméra infrarouge : (a) courbes à différentes vitesses de rotation et différents efforts et (b) positions auxquelles les courbes de températures sont acquises.....	69
Figure 1.43: Photographie du dispositif de mesure par thermocouples avec le schéma de l'outil montrant l'emplacement du thermocouple.....	70
Figure 2.1 : Couplages phénomènes physiques.....	78
Figure 2.2 : Principales interactions physique au cours du FSW [Nejah.06].....	80
Figure 2.3 : Présentation d'un bilan énergétique en FSW [Nejah.06].....	81
Figure 2.4 : Evolution de la contrainte d'écoulement en régime d'adoucissement [Colegrove.98].....	83
Figure 2.5 : Conditions de vitesse à la surface de l'outil [Riahi et al. 105].....	84
Figure 2.6: Distribution des forces surfaciques s'exerçant sur le pion.....	87
Figure 2.7: Modèles des forces surfaciques au niveau du contact épaulement /pièces.....	88
Figure (2.8): Contact avec la distribution de pression pour a) l'appartement et b) les bouts	90
Figure (2.9) : Répartition de la pression de contact [Thomas et al.118],[Mijajlović et al. 119] et [Mijajlović et al. 120]: a) côté de pion, b) extrémité d'épaule, c) conditions de contact définissant la pression de contact Mijajlović.121],[Stamenković.122] et[Mijajlović et al.119].....	91
Figure 2.10: Représentation des tendances de différents comportements	96
Figure 2.11 : Illustration des conditions de soudage. Cas du soudage de l'aluminium AA7020-T6 (IS).....	98
Figure 2.12 : Intervalle de conditions de soudage optimales en fonction de la force	

verticale appliquée [Kim et al. 80].....	99
Figure 2. 13 : Schématisation de la distribution des aspérités dans un contact glissant.....	101
Figure 2. 14 : Distribution du flux thermique généré par frottement entre deux solides en contact [Bogdanovich et al.145].....	102
Figure 2.15 : Chaleur de friction générée par l'outil FSW circulaire.....	104
Figure 2.16: Température mesurée et température calculé par une valeur de h donnée [Guedoiri .43].....	107
Figure 3.1: System des pièces soudées et de serrage.....	110
Figure 3.2 :Chaleur de friction générée par l'outil FSW circulaire dans une plaque rectangulaire finie.....	111
Figure 3.3 : Chaleur de friction générée par l'outil FSW circulaire dans une plaque rectangulaire finie.....	113
Figure (3.4) : Coordonnées du point de départ et des coordonnées des centres de l'outil se déplaçant suivant une trajectoire linéaire.....	114
Figure 3.5 : Conditions aux limites thermique.....	115
Figure 3.6 : Types des conditions aux limites mécaniques dans une configuration FSW...	116
Figure 3.7: Zones infinitésimales de contact entre l'outil du soudage et la pièce [Bastier.24].....	136
Figure 3.8 : Zones infinitésimales de contact entre l'outil du soudage d'un cône de révolution et la pièce [Schmidt et al. 113].....	141
Figure 3.9 : Chaleur de friction générée par l'outil fileté circulaire dans une plaque rectangulaire finie.....	147
Figure 4.1: system Illustration schématique des pièces soudées et du système de serrage..	158
Figure 4.2a : Disposition des thermocouples à l'intérieur de la pièce ; Le type-même côté et distance égale.....	160
Figure 4.2b : Disposition des thermocouples à l'intérieur de la pièce ; Le type-même côté et distance inégale.....	160
Figure 4.2c : Disposition des thermocouples à l'intérieur de la pièce ; Le type- côté opposé et distance égale.....	161
Figure 4.3a: Disposition des locaux prédits à l'intérieur de la pièce ; Le type-même côté et distance égale.....	164
Figure 4.3b: Disposition des locaux prédits à l'intérieur de la pièce ; Le type -même côté et de distance inégale-.....	165
Figure 4.3c: Disposition des locaux prédits à l'intérieur de la pièce ; Le type - côté opposé et distance égale -.....	166
Figure 4.4a: Historique thermique pour la disposition du type- même côté et à distance égale d=0 mm.....	167
Figure 4.4b : Historique thermique pour la disposition du type- même côté et à distance égale et d=15 mm.....	167
Figure 4.4c : Historique thermique pour la disposition du type- même côté et à distance égale et d=29 mm.....	168
Figure 4.4d: Historique thermique pour la disposition du type- même côté et à	

distance égale et $d=44$ mm.....	168
Figure 4.5: Historique thermique pour la disposition du type - même côté et à distance égale.....	170
Figure 4.6a : Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance égale $d=0$ mm.....	171
Figure 4.6c : Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance égale $d=15$ mm.....	171
Figure 4.6b : Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance égale $d=29$ mm.....	172
Figure 4.6d : Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance égale $d=44$ mm.....	172
Figure 4.8 : Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance égale.....	174
Figure 4.9a : Historique thermique pour la disposition du type- même côté et à distance inégale- $X=6$ mm et $Y=10$ mm.....	175
Figure 4.9b: Historique thermique pour la disposition du type- même côté et à distance inégale- $X=12$ mm et $Y=8$ mm.....	175
Figure 4.9c: Historique thermique pour la disposition du type- même côté et à distance inégale- $X=18$ mm et $Y=6$ mm.....	176
Figure 4.9b: Historique thermique pour la disposition du type- même côté et à distance inégale- $X=24$ mm et $Y=4$ mm.....	176
Figure 4.10 : Historique thermique pour la disposition du même côté et à distance égale $d=0$ mm.....	178
Figure 4.11a: Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance inégale $X=6$ mm et $Y=10$ mm.....	179
Figure 4.11b : Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance inégale $X=12$ mm et $Y=8$ mm.....	179
Figure 4.11c: Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance inégale $X=18$ mm et $Y=6$ mm.....	180
Figure 4.11d: Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance inégale $X=24$ mm et $Y=4$ mm.....	180
Figure (4.12): Variation thermique pour la disposition du type- même côté et à distance inégale.....	182
Figure 4.13a : Historique thermique pour la disposition du type- côtés opposés et à une distance égale- $X=15$ mm et $Y=6$ mm.....	183
Figure 4.13b: Historique thermique pour la disposition du type- côtés opposés et à une distance égale- $X=15$ mm et $Y=-6$ mm.....	183
Figure 4.13c: Historique thermique pour la disposition du type- côtés opposés et à une distance égale : $X=29$ mm et $Y=6$ mm.....	184
Figure 4.13d: Historique thermique pour la disposition du type - côtés opposés et à une distance égale : $X=29$ mm et $Y=-6$ mm.....	184
Figure 4.14a: Historique thermique pour la disposition du type - côtés opposés et à une	

distance égale : local : X=29mm et Y=6mm et local : X=29mm et Y=-6mm.....	186
Figure 4.14b: Historique thermique pour la disposition du type - côtés opposés et à une distance égale : local : X=15mm et Y=6mm et local : X=15mm et Y=-6mm.....	186
Figure 4.15a: Variation thermique pour la disposition du type- côtés opposés et à une distance égale-X=15mm et Y=6mm.....	187
Figure 4.15b: Variation thermique pour la disposition du type- côtés opposés et à une distance égale-X=15mm et Y=-6mm.....	188
Figure 4.15c: Variation thermique pour la disposition du type- côtés opposés et à une distance égale-X=29mm et Y=6mm.....	188
Figure 4.15d : Variation thermique pour la disposition du type- côtés opposés et à une distance égale-X=29mm et Y=-6mm.....	189
Figure 4.16a: Variation thermique pour la disposition du type- côtés opposés et à une distance égale- X=15mm et Y=6mm et local : X=15mm et Y=-6mm.....	190
Figure 4.16b : Variation thermique pour la disposition du type- côtés opposés et à une distance égale- X=29mm et Y=6mm et local : X=29mm et Y=-6mm.....	190
Figure 5.1 : Visualisation des flux de matière à travers un joint soudé entre une tôle en alliage d'aluminium 2024 (blanche) et une plaque en alliage d'aluminium 6061(noire) [Li et al.48].....	193
Figure 5.2 : Schéma de la technique de marqueur en billes d'acier utilisée par Colligan [Colligan et al.38].....	195
Figure 5.3 : Distribution des billes d'acier après soudage en fonction de leur position originelle [Colligan et al.38].....	196
Figure 5.4 : Observation de l'empreinte de l'outil dans la matière après la technique "stop action"[Colligan et al.38].....	197
Figure 5.5 : Observation de l'empreinte de l'outil dans la matière après la technique de "stop action" [Chen et al.50].....	198
Figure 5.6 : Suivi de l'écoulement d'une feuille de cuivre insérée entre deux plaques en aluminium [Schmidt et al.51].....	198
Figure 5.7 : Distribution du marqueur après soudage par combinaison de deux images [Seidel et al.40].....	199
Figure 5.8 : Méthode utilisée par Schneider [Schneider et al .154] pour analyser l'écoulement de la matière pendant le soudage FSW.....	200
Figure 5.9 : Mécanisme de formation des couches de matière observé par [Gratecap et al .155].....	201
Figure 5.10 : Observation d'un cordon d'alliage d'aluminium 6061-T6 montrant deux lobes de matière dans le cordon [Gratecap et al .155].....	202
Figure 5.11 : Écoulement de la matière pendant le soudage FSW [Heurtier et al .152].....	202
Figure 5.12 : Image extraite du film de l'écoulement de la matière dans la plasticine [Gratecap et al. 155].....	203
Figure 5.13 : Soudage des plasticines, composition rhéologique d'un cordon de soudure (différentes couleurs de plasticines) [Nejah.06].....	203
Figure 5.14 : Effet de la vitesse de rotation sur les différents alliages d'aluminium à vitesse	

de soudage constante.....	204
Figure 5.15 : Effet de la vitesse de soudage sur différents alliages d'aluminium à vitesse de rotation constante.....	205
Figure 5.16 : Coupe transversale du cordon de soudure sur une tôle d'alliage 2024 de 3mm d'épaisseur ([Zhang et al.158]).....	207
Figure 5.17 : "Kissing bonds" montrant la distorsion de l'interface des plaques assemblées [Xu et al.41].....	207
Figure 5.18 : Effet de l'écoulement de matière proche de l'interface de deux plaques différentes en fonction de la position transversale de l'interface des plaques [Chung et al .162].....	208
Figure 5.19 : Identification d'un entrainement en rotation de la matière au pied et en hauteur de la soudure [Gratecap et al.155].....	209
Figure 5.20 : Mesure de champ de déformation montrant les bandes fortement déformées (HSB) et les bandes faiblement déformées (LSB) (Sutton et al. [2004]).....	210
Figure 5.21 : Coupe horizontale de la structure en bandes en électron secondaire [Sutton et al .168].....	211
Figure 5.22 : Évolution de la structure en bandes en fonction des vitesses de soudage [Yang et al .169].....	211
Figure 5.23 : Représentation schématique des champs de vitesse.....	214
Figure 5.24 : Évolution du champ de circulation (m/s) pendant une rotation complète de l'outil.....	214
Figure 5.25 : Représentation eulérienne de l'écoulement [Colegrove et al .171].....	216
Figure 5.25 : Représentation de l'écoulement sous la forme de lignes de courant ; le modèle est utilisé pour comparer l'effet de trois géométries d'outil [Colegrove et al al .174].....	218
Figure 5.26 : Utilisation d'une formulation ALE pour modéliser l'écoulement plastique du matériau et prédire l'apparition de défaut de soudage [Schmidt et al. 140].....	221
Figure 5.27 : Modèle rhéologique du comportement élastoviscoplastique de Chaboche....	225
Figure 5.28 : Modèle rhéologique du comportement élastoviscoplastique dit bicouche....	226
Figure 6.1 : Configuration FSW et conditions aux limites [Guedoiri .43].....	232
Figure 6.2 : Problème de FSW en coordonnées cylindriques.....	232
Figure 6.3 : Repère cylindrique associé au point M [Tongne.17].....	235
Figure 6.4 :Champ de la vitesse de circulation.....	240
Figure 6.5 : Potentiel des vitesses et la fonction de courant - circulation -.....	242
Figure 6.6 : Ecoulement autour d'un cylindre tournant cas1.....	245
Figure 6.7 : Ecoulement autour d'un cylindre tournant cas2.....	245
Figure 6.8: Ecoulement autour d'un cylindre tournant cas3.....	245
Figure 6.9 : Champ de vortex [Pirotton et al .186]	247
Figure 6.10 : Champ de vortex dans le cas puits.....	248
Figure 6.11 : Champ de vortex dans le cas source.....	248
Figure 6.12 : Champ de vortex dans le cas source et le cas puits.....	250
Figure 6.13 : Champ de vortex dans le cas doublet source-puits.....	252

Figure 6.15 : Forces de portance et la force de traînée créées.....	253
Figure 6.16 : Problème de mécanique des solides viscosimètre [Heuzé et al.52].....	254
Figure 6.17 : Torsion d'un viscosimètre élasto-plastique [Suquet.198].....	267
Figure 6.18 : Vecteur contrainte en un point de facette de normale e_r [Suquet.198].....	270
Figure 6.19: Rayon de la couronne plastique c- élastoplastique écrouissable [Heuzé et al.52].....	270
Figure 6.20 : Evolution de comportement élastoplastique [Heuzé et al.52]	272
Figure 6.21 : Rayon de la couronne plastique c- comportement élastique [Heuzé et al.52]..	273
Figure 6.22 : Rayon de la couronne plastique c - comportement élastoplastique [Heuzé et al.52].....	275
Figure 6.23 : Courbe de charge de la structure (l'écrouissage isotrope du matériau) [Suquet.198].....	278
Figure 6.24 : Courbe de décharge de la structure [Suquet.198].....	279
Figure 6.25 : Longueur d'arc curviligne.....	282
Figure 6.26 : Relation de comportement rigide plastique [Heuzé et al.52]	283
Figure 6.27 : Modèle rhéologique de l'écrouissage cinématique [Suquet.198].....	284
Figure 7.1: system Illustration schématique des pièces soudées et du système de serrage...	288
Figure 7.2 : Positions des lignes de courant autour du pion d'outil du soudage au cours du soudage friction et malaxage pour des différentes vitesses de soudage à vitesse de rotation constante.....	291
Figure 7.3 :Positions des lignes de courant autour du pion d'outil du soudage au cours du soudage friction et malaxage pour différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante.....	293
Figure 7.4 :Les champs de vitesse (rad/s) dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure au cours du soudage friction et malaxage.....	297
Figure 7.5 :Les champs de vitesse (rad/s) dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure au cours du soudage friction et malaxage.....	301
Figure 7.6 :Les champs de pression dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante	303
Figure 7.7 :Les champs de pression dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante.....	305
Figure 7.8 :Les champs de pression des contournement et circulation dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024autour de la jonction de soudure pour différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante.....	307
Figure 7.9 :Les champs de pression des contournement et circulation dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024autour de la jonction de soudure pour différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante.....	309
Figure 7.10 :Forces de portance pour les valeurs de la vitesse de soudage(100, 200	

,400,700 ,800 ,1000 mm/min) à vitesse de rotation constante (900 tour /min).....	311
Figure 7.11 :Forces de portance pour les valeurs de la vitesse de rotation (400, 600 ,900 ,1200,1400 et 2000 tour/min) à vitesse de soudage constante (1000 mm/min).....	311
Figure 7.12 : Les champs de pression autour du pion de soudure pour les différentes des valeurs de rayon.....	312
Figure 7.13 : Les champs de pression autour du pion de soudure pour les différentes des hauteurs du pion.....	313
Figure 7.14 : Les champs de pression autour du pion de soudure pour les différentes des hauteurs du pion.....	314
Figure 7.15 : Fonction de Bessel de première espèce.....	315
Figure7.16 :Fonction de Bessel de seconde espèce.....	315
Figure 7.17 : Combinaison de la fonction de Bessel de première et seconde espèce.....	316
Figure 7.18 : Champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide (vitesse en fonction des rayons des couronnes).....	316
Figure 7.19 : Champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide (vitesse en fonction des rayons des couronnes pour différentes vitesse de soudage).....	317
Figure 7.20 : Champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide (vitesse en fonction le temps pour différentes vitesse de soudage).....	318
Figure 7.21: Champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide (vitesse en fonction le temps).....	319
Figure 7.22 : Champ de déplacement dans la structure (aluminium 2024) en l'état élastique au cours le soudage par friction et malaxage.....	320
Figure 7.23 : Champ de contraintes dans la structure élastique.....	321
Figure 7.24: Champ de déplacement dans la phase élastoplastique (Zone plastique).....	322
Figure 7.25 : Champ de contrainte dans la phase élastoplastique (Zone plastique).....	322
Figure 7.26 : Champ de déformation dans la phase élastoplastique (Zone plastique).....	323
Figure 7.27 : Champ de déplacement dans la phase élastoplastique (Zone élastique).....	324
Figure 7.28 : Champ de contrainte dans la phase élastoplastique (Zone plastique).....	324
Figure 7.29 : Champ de déformation plastique cumulée dans la phase plastique.....	325
Figure 7.30 : Champ de contraintes dans la phase plastique.....	326
Figure 7.31 : Champ de déplacement résiduel.....	327
Figure 7.32 : Champ de déplacement au cadre de grandes transformations.....	328
Figure 7.33 : Champ de contraintes en grandes transformations.....	328

Liste des tableaux

Tableau 2.1 : Classification des conditions de contact aux interfaces outil-pièce.....	84
Tableau 4-1: Composition chimique de A6061-T6 (wiegth %) [Awang .150].....	158
Tableau 4-2: Propriétés du matériau dépendant de la température pour l'alliage d'aluminium 6061-T6 [Awang .150].....	158
Tableau 4-3: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149] ; type- même côté et distance égale. Température – Temps.....	161
Tableau 4-4: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149] ; type-même côté et distance égale. Température- Distance.....	162
Tableau 4-5: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149]; même côté et distance inégale. Température – Temps.....	162
Tableau 4-6: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149] ; même côté et distance égale. Température – Distance.....	163
Tableau 4-7: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149]; type-même côté et distance égale. Température – Distance.....	163
Tableau 4-8: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149]; côté opposé et distance égale. Température – Distance.....	164
Tableau 5.1 : Paramètres procédés en fonction des propriétés de matériaux de base.....	204

INTRODUCTION GENERALE

Contexte

Dans les industries certains métaux, tels que les alliages d'aluminium utilisés en domaines aéronautique (séries 2XXX et 7XXX), ont des propriétés métallurgiques qui les produisent peu ou pas soudables par les techniques classiques par exemple la technique de la fusion. En effet, la présence de cuivre, entre autres, augmente l'ampleur du retrait volumique lors de la solidification, remettant ces alliages très sensibles à la fissuration à chaud et à la formation de porosités. Le soudage par frottement malaxage est maintenant reconnu comme une nouvelle technique d'assemblage permettant d'éviter ces problèmes, puisque le matériau soudé à l'état solide. En 1991, le soudage par friction et malaxage communément connu sous le nom de « Friction Stir Welding (FSW) » a été créé par l'institut de soudure (TWI) du Royaume-Uni en grande Bretagne, et plus tard a été breveté par cet institut. Cette technique a été réalisée pour garantir un réel besoin dans les divers secteurs tel que : le transport aérien, naval et ferroviaire. Cette méthode de soudure, relativement nouvelle, comporte un processus de jonction. Ce procédé induit des modifications microstructurales, des contraintes résiduelles au niveau du joint et des distorsions difficiles à maîtriser. Néanmoins, il est considéré comme un procédé prometteur dans le monde de l'assemblage. Son évolution lui permet d'être bien placé pour remplacer le soudage à l'arc pour les alliages d'aluminium 5000 et 6000 et le rivetage pour les alliages à durcissement structural tels que les séries 2000 et 7000.

Malgré la nouveauté du soudage par friction et malaxage par rapport aux procédés de soudage traditionnel, le FSW est considéré comme très prometteur pour l'industrie. Toutefois, le fort couplage entre les phénomènes physiques en FSW reste un obstacle majeur pour maîtriser le procédé. Plusieurs études simulation, et expérimentales ont été contribué pour la compréhension des phénomènes physiques qui présents au cours du soudage par friction et malaxage ainsi que les interactions paramètres opératoires/qualité (la vitesse de rotation d'outil / dureté du joint par exemple) du cordon FSW.

Des efforts importants ont été faits dans l'industrie ainsi que dans les laboratoires de recherche pour comprendre les caractéristiques de la soudure et le comportement des flux thermiques le processus FSW. La description de l'historique des flux de chaleur reste

complexe et des contributions analytiques sont encore nécessaires aujourd'hui. Cela devrait permettre à moyen terme de réduire le nombre des tests requis et donc de réduire les coûts.

Problématique

Le soudage par friction et malaxage (FSW) peut être utilisé pour réaliser plusieurs types de joints soudés, notamment les joints de recouvrement et les joints bout à bout, deux configurations communément utilisées dans l'assemblage des tôles minces. Le FSW peut être décrit par l'action d'un outil cylindrique en rotation muni d'une tige à son extrémité. Au cours de la phase de plongée, cette tige (épaulement) est enfoncée dans l'interface entre les pièces à assembler. La pénétration est complétée lorsque le bout du cylindre en périphérie de la tige, appelé épaulement, entre en contact avec la surface des pièces. L'outil en rotation est maintenu en place pendant quelques secondes (phase d'attente), puis il est soumis à un mouvement de translation dans le sens du joint (phase d'avance). Le frottement à l'interface entre l'outil et le matériau doit être suffisamment important pour provoquer l'écoulement du métal, de manière à éliminer l'interface entre les pièces. Cette technique, contrairement aux procédés de soudage à l'arc électrique ou au laser, ne fait pas fondre l'alliage.

Lors du soudage, le matériau est soumis à du frottement, à des variations de température et à une déformation plastique intense. Cette histoire thermomécanique a une grande influence sur la microstructure résultante du joint soudé et sur la présence de défauts dans ce dernier. Cette influence est d'autant plus complexe que les phénomènes thermiques et mécaniques sont interdépendants. Par exemple, la déformation plastique dissipe de la chaleur et le matériau est plus facile à déformer lorsqu'il est plus chaud.

Les mécanismes physiques qui gouvernent la création de la chaleur et la déformation plastique du matériau doivent être étudiés. D'une part, les effets des paramètres de soudage sur l'histoire thermomécanique ne sont pas identifiés précisément. De plus, l'influence de l'histoire Les mécanismes physiques qui gouvernent la création de la chaleur et la déformation plastique du matériau doivent être étudiés. D'une part, les effets des paramètres de soudage sur l'histoire thermomécanique ne sont pas identifiés précisément. De plus, l'influence de l'histoire thermomécanique subie par le matériau sur sa microstructure résultante et sur la présence de défauts dans le joint soudé n'a pas été étudiée de façon systématique. D'une manière plus générale, le manque de connaissances fondamentales quant

aux phénomènes thermomécaniques se produisant lors du soudage fait en sorte qu'il est difficile de comprendre les effets des paramètres de soudage sur les propriétés du joint soudé.

Objectifs

Le but de ce travail est de présenter la mise en œuvre des modélisations analytiques décrivant des effets thermique et du flux de matière au cours du soudage par friction et malaxage. De plus, ces études analytiques de ces aspects bien comprennent de ce phénomène et alors comme réduction significative du temps de calcul par rapport aux calculs résultant d'un modèle par éléments finis ou par éléments différentiels. La connaissance de ce champ de température est une donnée indispensable pour la formation de la simulation des contraintes et les distorsions résiduelles. En ce sens, nous proposons dans cette thèse un modèle analytique pour calculer la distribution de température tridimensionnelle pendant le processus du soudage par friction-malaxage "FSW". Pour cette raison, la méthode de séparation des variables est utilisée pour résoudre l'équation associée à ce problème. Les résultats de cette étude sont comparés avec des données provenant de la littérature pour valider notre modèle. En suite, nous proposons encore dans cette thèse un autre modèle analytique afin de décrire l'écoulement qui peut mener à une meilleure compréhension des phénomènes métallurgiques, lesquels ont une influence très importante sur les propriétés mécaniques du joint soudé. Dans ce dernier modèle on va s'appuyer sur des solutions classiques de mécanique des fluides pour décrire le comportement fluide de matériau soudées et sur des solutions esprit le phénomène d'un viscosimètre de Couette qui sera considéré avec un matériau solide et qui exige la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles, exprimant la compatibilité du champ de déformation, les équations d'équilibre, la loi de comportement et les conditions aux limites correspondantes.

Organisation du document

Le manuscrit de cette thèse se décompose en sept chapitres :
Le premier chapitre est une synthèse bibliographique focalisée sur les présentations d'un aperçu du principe du soudage par friction et malaxage, leurs avantages et les domaines d'application de ce soudage ainsi que l'équipe telle que la machine et les outils utilisés. On va présenter Les paramètres processus les principaux domaines applications du soudage

friction et malaxage, les phénomènes physiques se produisant au cours du soudage, les techniques de mesures de la température et les méthodes de visualisation des flux de matière les types de modélisations existant dans la littérature.

Dans le deuxième chapitre nous nous intéressons à la présentation de l'état d'art des solutions analytique de champ de la température des processus des soudages et particulièrement le soudage par friction et malaxage afin de circonscrire l'ensemble des connaissances à approfondir. Dans la deuxième partie, on va présenter les phénomènes physiques impliqués intervenant durant le process ainsi que le bilan énergétique de ce soudage. Ensuite, on va montrer les conditions topologie et les lois comportements les plus significatifs de la littérature concernant les phénomènes thermiques au cours du procédé FSW. Aussi, on va présenter les paramètres intervenant durant le processus FSW qui sont distingués selon leurs rôles physiques (le coefficient de transfert thermique entre tôle/plaque support et tôle/ambient...etc). Ensuite, on va terminer par exposer quelques interrogations sur les Pertes de la chaleur générée dans l'outil et le choix exact des paramètres physiques notamment Le coefficient de transfert thermique entre tôle/plaque support.

Le troisième chapitre est consacré à la modalisation analytique de flux thermique au cours du procédé FSW, Pour cela un modèle analytique aura présenté afin de décrire le champ de température de ce problème. Donc, on prise en compte à la source surfacique La source surfacique ;le flux surfacique de chaleur au niveau de la zone de contact entre l'outil et les tôles à souder) autrement dit, le couplage entre le modèle thermique et le modèle mécanique en se basant sur la méthode de séparation des variables afin d'établir une relation entre la distribution de la température de la zone de malaxage entourant l'outil et les paramètres de la plaque à souder tels que la conductivité thermique, coefficient de transfert intérieur et masse volumique ...etc. Ensuite, on va présenter les modèles analytiques de flux thermique au cours du procédé FSW pour différents cas ; l'outil d'un pion conique, l'outil d'un cône de révolution et l'outil d'un pion fileté respectivement en déterminant l'énergie qui provient du frottement entre ces outils et les plaques pour chaque cas.

Le quatrième chapitre est consacré à la validation de notre modèle avec les résultats issus de littérature. Pour cela, on va comparer nos résultats avec les données recueillies par Yeong

(Yeong-Maw Hwang 2008) afin de valider le modèle. Donc, en 2008, dans les travaux qui ont été réalisés par Yeong (Yeong-Maw Hwang) des différents types de disposition de thermocouple sont conçus pour mesurer les histoires de la température pendant le procédé FSW à des différents endroits sur les pièces par rapport à la direction du soudage. En conséquence, La comparaison dans ce chapitre est consistée à trois parties. Le premier type est du même côté et à une distance égale par rapport à la direction du soudage alors que le deuxième type est du même côté et à une distance inégale par rapport à la direction du soudage et le dernier type est des côtés opposés et à une distance égale par rapport à la direction du soudage.

La connaissance de la description de l'écoulement peut mener à une meilleure compréhension des phénomènes métallurgiques, lesquels ont une influence très importante sur les propriétés mécaniques du joint soudé ainsi qu'une meilleure description du champ de vitesse serait aussi utile pour la modélisation de la thermique du procédé, puisqu'une grande partie de la puissance thermique provient de l'énergie d'auto-échauffement. Dans le cinquième chapitre de ce manuscrit, nous faisons l'état de l'art des travaux concernant la description de l'écoulement de matière autour le joint du soudé pendant le soudage FSW ainsi que l'interprétation de l'écoulement la matière en analysant de la microstructure des joints. En outre, on va présenter les modèles qui existent dans les travaux provenant de la littérature telle que les modèles basés sur la dynamique des fluides, les modèles basés sur la mécanique du solide et le modèles mixtes. Également, on va présenter les écritures de la loi de comportement appropriées ; la loi comportement élastoplastique, comportement élastoviscoplastique de Chaboche et comportement élastoviscoplastique dit 'bichuoche'. La maîtrise du champ est de l'écoulement nécessaire afin d'assurer une soudure de bonne qualité.

Le sixième chapitre est divisé en deux parties, la première partie concerne le développement des solutions analytiques de référence dans le cas d'un comportement fluide. La solution de cette partie s'appuie sur un problème classique de mécanique des fluides. Cette solution traditionnellement présente en mécanique stationnaire et instationnaire. En ce qui concerne la deuxième partie, un viscosimètre de Couette sera considéré avec un matériau dans plusieurs phases telle que la phase élastique, la phase élastoplastique et la phase plastique en conservant

les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur du viscosimètre de Couette est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur. Donc, le cas du comportement solide la détermination de l'état d'équilibre (contraintes et déformations) du viscosimètre de Couette exige la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles, exprimant la compatibilité du champ de déformation, les équations d'équilibre, la loi de comportement et les conditions aux limites correspondantes.

Dans le septième chapitre, on va exposer différents résultats de modéliser pour apprécier la pertinence de notre modèle qui permet d'obtenir les lignes de courant autour du pion d'outil, les champs de vitesse et les profils de pression autour de la jonction de soudure au cours du soudage friction et malaxage dans les cas suivants ; différentes vitesses de soudage à vitesse de rotation constante et différentes vitesses de rotation à vitesse de soudage constante. Aussi, on va présenter les résultats du champ de vitesse transitoire pendant ce procédé. Dans la deuxième partie de ce chapitre, on va montrer différents résultats du cas le matériau solide (viscosimètre de Couette). Ces résultats sont présentés par le champ de déplacement, le champ de contraintes et la déformation du viscosimètre de Couette. Ces résultats ayant pour le cadre des petites perturbations. Par la suite, on va présenter les résultats de la solution avec un comportement élastoplastique avec écrouissage aura été développée en considérant un chargement monotone croissant.

CHAPITRE I

Synthèse bibliographique sur le procédé de soudage par friction et malaxage

1.1 Introduction :

Ce chapitre est une synthèse bibliographique focalisée sur les présentations un aperçu du principe du soudage par friction et malaxage, leurs avantages, les domaines d'application et l'équipe de ce soudage tel que la machine et les outils utilisés. Egalement on va présenter les paramètres du soudage, les phénomènes physiques se produisant au cours du FSW et quelques défauts rencontrés en FSW.

1.2 Aperçu historique du procédé :

La technique de soudage par Friction Stir Welding (FSW) a été créée en 1991 par l'Institut de Soudure britannique TWI (The Welding Institute) pour répondre à un besoin réel dans les secteurs du transport aérien, naval et ferroviaire. Il se classe parmi les processus d'assemblage les plus récents et il est considéré comme une nouvelle technique du 21^{ème} siècle. Dès 1995, les laboratoires de recherche de Suresnes et d'Ottobrunn ont commencé à évaluer ce nouveau procédé, puis en ont acquis les licences d'exploitation auprès de TWI. Avec la création d'EADS, ces deux laboratoires ont combiné pour former le Corporate Research Center (CRC), et poursuivent le développement du FSW dans le cadre de programmes de recherche compagnons. Ensuite, ce fut au tour de l'Institut de Soudure (IS) de s'intéresser à ce procédé. L'IS a créé en 2002 une nouvelle activité basée sur le développement et la mise en œuvre industrielle du soudage FSW. Un centre IS exclusivement dédié à cette technique a été créé à Goin, près de Metz, et est opérationnel depuis 2004. Ce centre a avant tout pour vocation de fournir aux industriels les données nécessaires pour leur permettre d'intégrer le FSW dans leurs applications spécifiques [Genevois.01].

En pleine phase de développement en Europe, mais elle est déjà bien appliquée industriellement aux USA et en Allemagne (Aéronautique et Spatial depuis 1994), au Japon (transport ferroviaire) et dans les pays scandinaves (construction navale). Le FSW intéresse également l'automobile, et les poids lourds. Il devrait entraîner de profonds changements dans certains secteurs, par exemple en permettant l'assemblage de profilés de grande taille (citernes, bordés de navires en aluminium...) [Cazes.02]. Le procédé

Friction Stir Spot Welding (FSSW), dérivé du FSW, est apparu quant à lui uniquement en 2002 grâce au centre de recherche allemand GKSS.

1.3 Description du soudage par friction et malaxage :

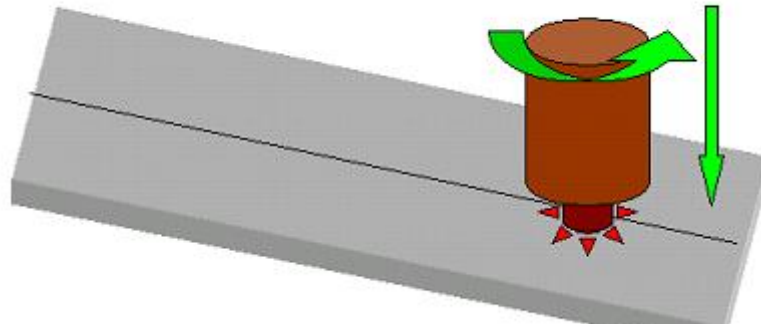
1.3.1 Le procédé :

Le processus de soudage par friction et malaxage inclut trois étapes principales, est représenté sur la figure (1.1). La première étape est l'étape de pénétration, dans laquelle le pin tournant pénètre dans les tôles soudées, jusqu'à ce que l'épaulement de l'outil entre en contact avec les tôles soudées. Celles-ci sont strictement fixées l'une contre l'autre sur un support fixe, les efforts de bridage doivent être importants pour éviter l'échappement de ces dernières atteignant plusieurs dizaines de KN. L'outil de ce processus reste dans cette position pendant quelque temps et induit l'élévation de la température des tôles à souder. Cette étape s'appelle également l'étape de préchauffage qui est utilisée pour fournir la température maximale nécessaire et faciliter la pénétration de l'outil afin d'obtenir une bonne qualité de soudure à la prochaine étape. La durée requise de cette étape dépend de la dureté et de la force appliquée. Par exemple, les métaux durs tels que les alliages de titane ont besoin de plus de longueur de l'étape de préchauffage comparée aux métaux plus mous tels que les alliages d'aluminium pour atteindre la température maximale requise pour la plastification de la matière première. Par conséquent, le champ de la température induit par cette étape peut être utile pour déterminer une durée appropriée de l'étape de préchauffage. Il est évident que l'élévation de la température induite par l'étape de préchauffage ne soit pas uniforme et ne diminue pas en augmentant la distance du point de pénétration, qui fait changer l'état initial pour que l'étape de soudure du point au point. Pour l'effort vertical qu'il applique par l'épaulement de l'outil sur les tôles à souder est très important, allant de quelques KN et dans d'autres cas atteint une trentaine de KN suivant le cas. Par exemple, dans les travaux effectués par Khandkar [Khandkar et al.03] la force exercée est 22.24 KN et 25 KN dans les travaux de Song [Song et al.04].

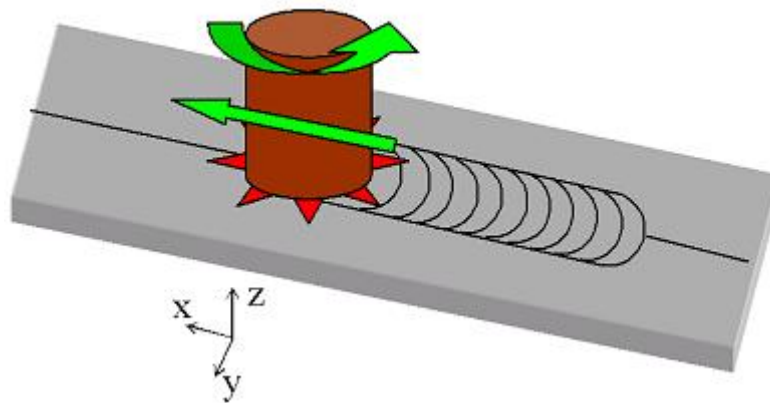
La deuxième étape est l'étape de soudure, dans laquelle l'outil traverse le long de l'approche d'ensemble à une vitesse constante de soudure, tout en maintenant sa rotation. La température maximale est affectée par l'étape précédente (étape de préchauffage). A la suite de l'échauffement provoqué par le frottement, d'une part, entre le pion et les surfaces des tôles à

soudés, et, d'autre part, entre l'épaulement et les surface des tôles à soudés, De plus, lors de cette étape, le travail des déformations plastiques constitue une autre source de chaleur .Cet échauffement provoqué rend la matière pâteuse permettant l'avancement de l'outil à travers les tôles à soudés.la rotation de l'outil provoque également un brassage complexe de la matière.

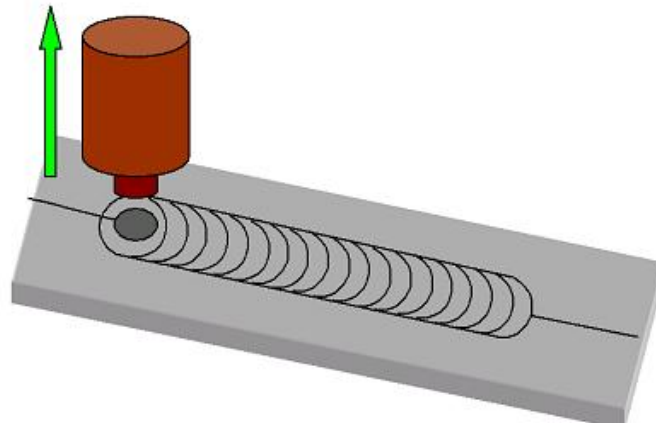
En fin, la troisième étape est la période de refroidissement. Donc, la température du joint diminue avec le temps et le taux de refroidissement dépend évidemment du coefficient de transfert de chaleur de convection d'air. Dans cette étape, l'outil est rétracté des tôles à soudés laissant apparaitre un trou.



(a) Mise en rotation de l'outil et plongée dans les plaques



(b) Avancement de l'outil en rotation



(c) Rétracter de l'outil en rotation

Figure 1.1 : Etapes principales du soudage par friction et malaxage [Cazes.02].

1.3.2 Configurations de soudage :

Il existe différentes configurations de soudage rencontrées dans l'industrie. Elles sont présentées sur la figure (1-2). Certaines sont plus ou moins complexes et nécessitent un bridage adapté pour maintenir les pièces en position et en contact les unes avec les autres. La configuration en bout à bout (Figure 1-2-1) est celle apportant le gain de poids maximal puisque aucun recouvrement de matière n'est présent. Cependant, en fonction des tolérances sur les pièces, les 2 tôles peuvent avoir une légère différence d'épaisseur. Le robot n'est alors pas complètement à plat sur la surface totale des pièces à souder, son axe est légèrement incliné par rapport à la normale aux surfaces des 2 tôles. Ceci peut engendrer des imprécisions de soudage. La configuration par recouvrement (Figure 1-2-3 et Figure 1-2-4) ne présente pas ce genre de défaut mais n'apporte pas autant de gain de poids.

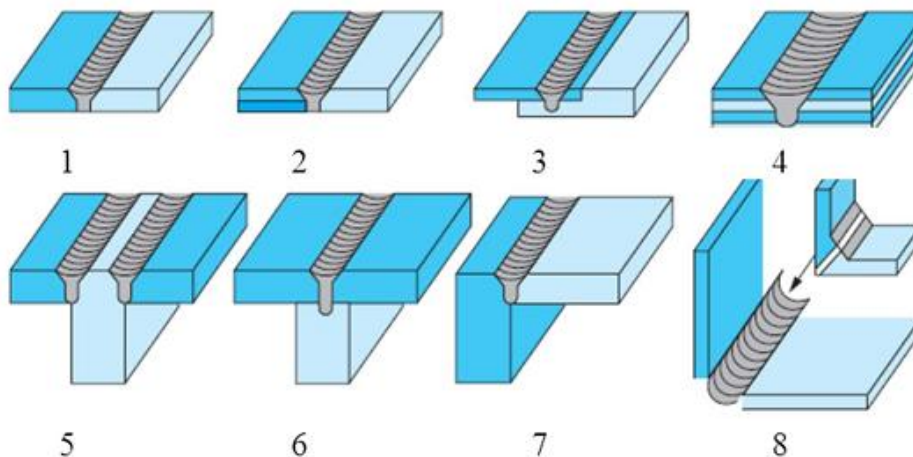


Figure 1.2 : Différentes configurations de soudage rencontrées dans l'industrie [Cazes.02].

1.3.3 Avantages et inconvénients du procédé de soudage par friction et malaxage :

Ce processus procède de nombreux avantages et inconvénients suivants.

1.3.3.1 Avantages :

- Les choix d'assemblages offerts par le FSW sont nombreux. La gamme d'épaisseur s'étend de la tôle mince, de l'ordre du millimètre, au profilé ou forgé massif soudable en une seule passe jusqu'à 20 mm d'épaisseur environ.
- Le procédé de soudage par friction et malaxage ne nécessite souvent pas un qualificateur spécifique.
- Le procédé FSW est propre, il n'est pas nécessaire d'abraser les tôles avant de souder.
- Le procédé FSW particulièrement mis en œuvre dans des conditions peu dangereuses ; un gaz de protection ou un fil d'apport n'est pas requis.
- La température requise reste toujours au-dessous de la température de fusion du matériau.
- Le FSW permet d'obtenir des joints soudés aux caractéristiques mécaniques élevées par rapport à des joints soudés qui sont obtenus par les soudages classiques.
- Le soudage par FSW est un procédé peu consommateur en énergie à celles des soudures obtenues au moyen des techniques classiques.
- La formation de défauts liés à la solidification du bain fondu tels que les porosités ou les fissures rencontrées habituellement avec les procédés de soudage classiques par fusion n'apparaissent pas dans du procédé FSW à cause du forage qui est réalisé par l'épaulement de l'outil du soudage.
- Ne nécessite pas de métal d'apport au permet de réaliser des joints chimiquement homogènes.
- L'application du procédé FSW implique une mécanisation de type machine-outil s'apparentant à une installation de fraisage qui assure les fonctions classiques de support et de déplacement de la tête de soudage.
- les déformations engendrées par les cycles de soudage relativement étant faibles, même dans des grandes longueurs.
- les problèmes rencontrés lors du soudage par les procédés classiques (soufflures, fissuration à chaud, inclusions) sont considérablement réduits.

- Le FSW ne se limite pas à l'assemblage de pièces en configuration bord à bord, il permet de réaliser des soudures par transparence ou des soudures en coin [Baptiste .05].
- Le soudage par FSW est un procédé capable de réaliser des assemblages hétérogènes (Aluminium/Cuivre, Aluminium/Acier.....).
- Le soudage des alliages par exemple les alliages d'aluminium des séries 2xxx et 7xxx peuvent être soudable par contre dans les procédés classiques il y a des difficultés soudables de ces alliages.
- Enfin, le FSW permet de souder une large gamme de matériaux, alliages légers et métaux durs, en configuration homogène ou hétérogène : aluminium-aluminium, aluminium-cuivre, aluminium-magnésium [Baptiste .05].
- le FSW est considéré comme l'unique procédé capable de souder les alliages d'aluminium aéronautique de dernière génération [Baptiste .05].

1.3.3.2 Inconvénients :

- L'impossibilité visuelle directe est un handicap dans la recherche de paramètres et dans la surveillance du soudage en cours ; s'impose ainsi la nécessité de disposer d'un système de surveillance et de contrôle des paramètres en temps réel.
- les efforts de soudures verticaux requis à la consolidation du joint, sont considérables Les structures de machines et d'outillages de bridages doivent être très robustes
- Le risque de défaut de racine constitue l'important inconvénient du FSW. Ce défaut est le résultat d'une pénétration insuffisante de l'outil, il peut être assimilé à un manque de collage à la racine du joint soudé. L'absence de défaut de racine est difficile à garantir au cours du soudage et seules les méthodes destructives permettent de détecter de manière fiable la présence d'un défaut de racine
- Au niveau du cordon soudé, le retrait de l'outil laisse un trou qu'il n'est pas possible de combler de façon simple par FSW.
- Dans les cas des soudures linéaires ouvertes, il nécessite la mise en œuvre de taquets à éliminer en début et en fin de cordon.
- Actuellement, seuls les matériaux à bas point de fusion (Al, Cu, Mg) sont soudables industriellement, pour des raisons de durée de vie de l'outil.

- Le coût de l'équipe de ce soudage (machine, outillage et bridage) reste relativement élevé, même le coût de brevet de la technologie (acquisition des licences et royalties).

1.3.3.3 Matériaux soudables par du soudage par friction et malaxage

Certains matériaux sont réputés difficilement soudables par les procédés de soudage traditionnels par fusion. Le FSW, en restant un soudage à l'état solide, supprime cette difficulté. Par ailleurs, les soudures hétérogènes sont plus faciles, car, d'une part, l'utilisation de métal d'apport n'est pas nécessaire, et, d'autre part, une éventuelle sur chauffe est moins problématique du fait que la température de fusion des matériaux n'est pas atteinte. Selon TWI, les matériaux suivants sont soudables par FSW :

- a) les alliages d'aluminium des séries 2000, 5000, 6000, 7000 et 8000,
- b) le titane et ses alliages,
- c) le plomb,
- d) le cuivre et ses alliages
- e) les alliages de magnésium,
- f) le zinc,
- g) les alliages de nickel,
- h) les aciers inox,
- i) les aciers doux et aciers au carbone-manganèse,
- j) les matériaux plastiques.

Toutefois, le soudage par FSW de matériaux comme les aciers et le titane reste délicat. De plus, l'usure rapide de l'outil rend difficile l'utilisation du FSW pour certains matériaux.

1.3.4 Présentation de machines du soudage par friction malaxage :

Les machines classiques de soudage par friction malaxage ressemblent à des machines de fraiseuses. Elles sont munies d'un outil porté en rotation et animé de mouvements relatifs par rapport à des pièces soudées solidement fixées sur une table ou un support appelé également enclume. Elle a été développée particulièrement pour réaliser du soudage par friction malaxage. Il s'agit d'une machine de type portique avec trois axes de translation (X_0 , Y_0 , Z_0). Une tête de soudage assure deux mobilités en rotation autour de X_0 et Y_0 . La broche permet d'assurer la vitesse de rotation ainsi que le pilotage soit de l'effort de forgeage, soit de la pénétration. Elle permet les deux types de contrôle. Le pilotage en effort est essentiel

à la broche et n'est pas certain par l'ensemble de la structure. Une Machine FSW (MTS) de l'institut de soudure [Nejah.06], est présentée sur la figure (1.3).

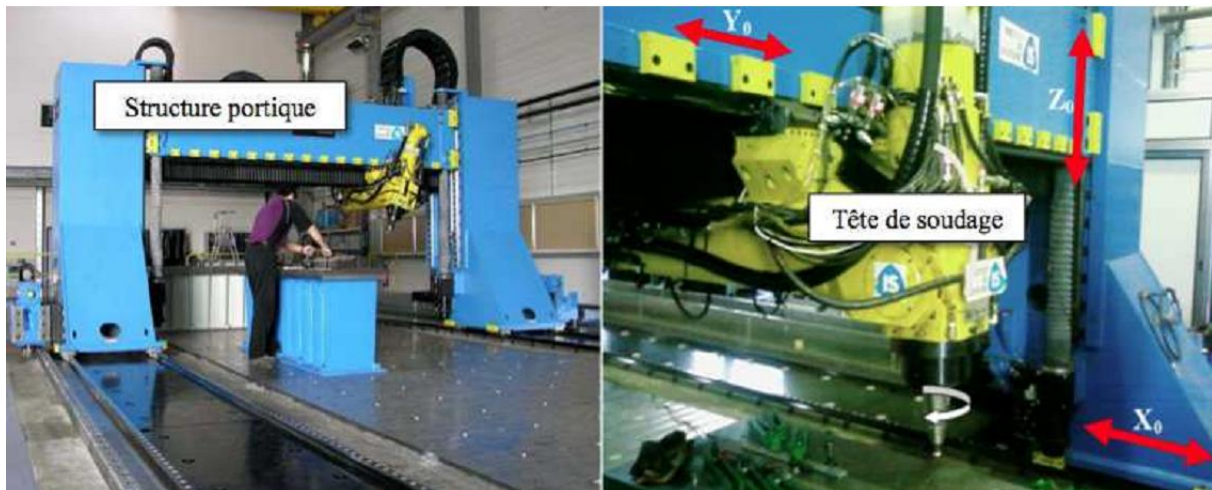


Figure 1.3 : Une Machine FSW (MTS) de l'institut de soudure [Nejah .06].

1.3.4 1 Le bâti :

Les efforts générés lors de l'opération de soudage sont en fonction du matériau, de l'épaisseur soudée et des paramètres de soudage. Ces efforts sont transmis à la structure de la machine. Ils peuvent être très importants, notamment lors du soudage de fortes épaisseurs ou de matériaux résistants tels que l'acier ou le titane. Le bâti doit donc être suffisamment rigide pour limiter les déformations (fléchissement de la machine) entraînant des imprécisions au niveau du joint. Pour assurer une rigidité suffisante, les premières machines de FSW possédaient un bâti en béton.

1.3.4 .2 La cinématique :

Généralement lors du soudage, les pièces assemblées sont fixes (et solidement bridées) et la tête de soudage se déplace selon les différents axes de la machine pour réaliser la trajectoire de soudage programmée avec précision. Pour ce faire, les différents axes doivent être équipés de moteurs hydrauliques ou électriques.

1.3.4 .3 La broche :

L'outil est monté sur une broche permettant sa mise en rotation et la transmission du couple nécessaire à l'opération de soudage.

1.3.4 .4 La commande numérique :

Tout comme les machines-outils utilisées en usinage, les machines de FSW disposent d'une interface Homme / Machine pour paramétrer et sauvegarder les paramètres opératoires (trajectoire de soudage, effort de forgeage, vitesse d'avance et de rotation, etc.). La répétitivité du procédé est ainsi assurée. Il est possible de définir la trajectoire de soudage et les paramètres opératoires de soudage à l'aide de logiciels de Fabrication Assistés par Ordinateur (FAO). Les données sont alors transférées au niveau de la commande numérique de la machine. Ce type de logiciel facilite l'opération de soudage de façon significative lors du soudage de formes gauches ou de pièces de forme complexe. Certaines machines peuvent être équipées d'un système de suivi de joint. Une caméra est placée à l'avant de la tête de soudage. Un logiciel d'analyse d'images permet de reconstituer la trajectoire du joint. Il n'est alors pas nécessaire de corriger « manuellement » une trajectoire qui, pour des grandes longueurs de soudage, est rarement parfaitement rectiligne.

1.3.5 Outils :

La forme de l'outil de soudage forme la base du procédé car il ouvre son potentiel d'applications en termes de matériaux, d'épaisseurs soudables et de performances techniques et économiques.

L'outil de soudure en FSW conventionnel construit de deux parties un épaulement associé à une tige ou pointe coaxiale l'un et l'autre de révolution.

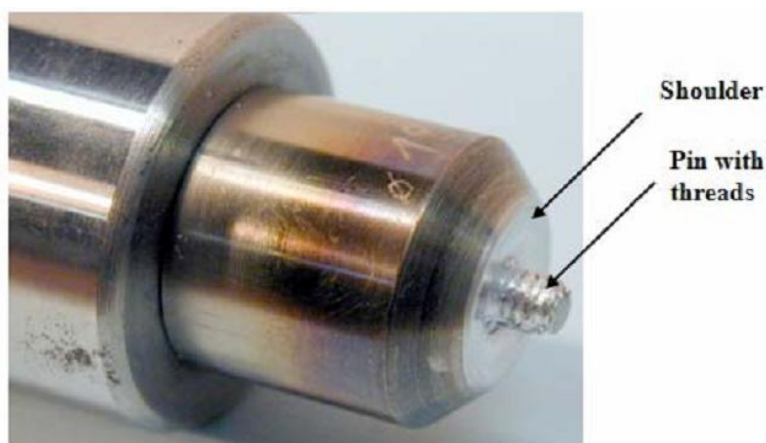


Figure 1.4 : L'outil de soudage.

L'épaulement ayant une grande importance. Le rôle de l'épaulement est de fournir une butée déterminant la pénétration de la tige et assure la friction et le malaxage de la matière ainsi que de bloquer le reflux de la matière vers le haut. Sa forme est globalement plane et

perpendiculaire à l'axe de rotation, ses dimensions transversales restant suffisamment grands et de cinq fois environ le diamètre de la tige afin de couvrir totalement la zone affectée. Sa forme a une influence directe sur la dimension et la qualité des joints. L'épaulement a l'effet principal dans une opération de soudage par friction malaxage.

En effet, la géométrie de l'épaulement influe directement sur la quantité de chaleur résultante par frottement. La forme du pion influe sur la génération de la chaleur, l'écoulement plastique et le malaxage de matière au sein de la soudure.

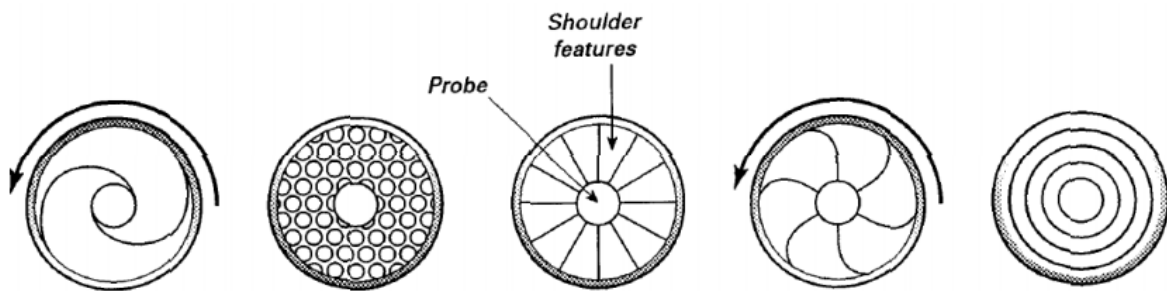


Figure 1.5 : Design d'épaulements [Mishra.07].

Des recherches sont focalisées sur l'amélioration de la géométrie des outils, surtout les outils présentées par le TWI.

Plusieurs conceptions d'outil ont été développées et brevetées par TWI comme l'outil MX Triflute TM construisant des reliefs sous forme de nervures hélicoïdales pour augmenter l'effet de malaxage du métal qui donne un meilleur écoulement de matière.



Figure 1.6 : L'outil de MX Triflute TM [Nejah.06].

Dans le but de la compréhension du phénomène d'écoulement de matière à travers différentes configurations d'outil, Zhao [Zhao et al .08] a utilisé quatre types de pion pour le

soudage de l'alliage 2014 par FSW. Leurs conclusions montrent bien l'effet significatif de la géométrie et la conception du pion sur la structure soudée. La résistance à la traction peut atteindre 75% de celle du métal de base en utilisant un pion fileté avec l'absence des vides et la symétrie relative du joint.

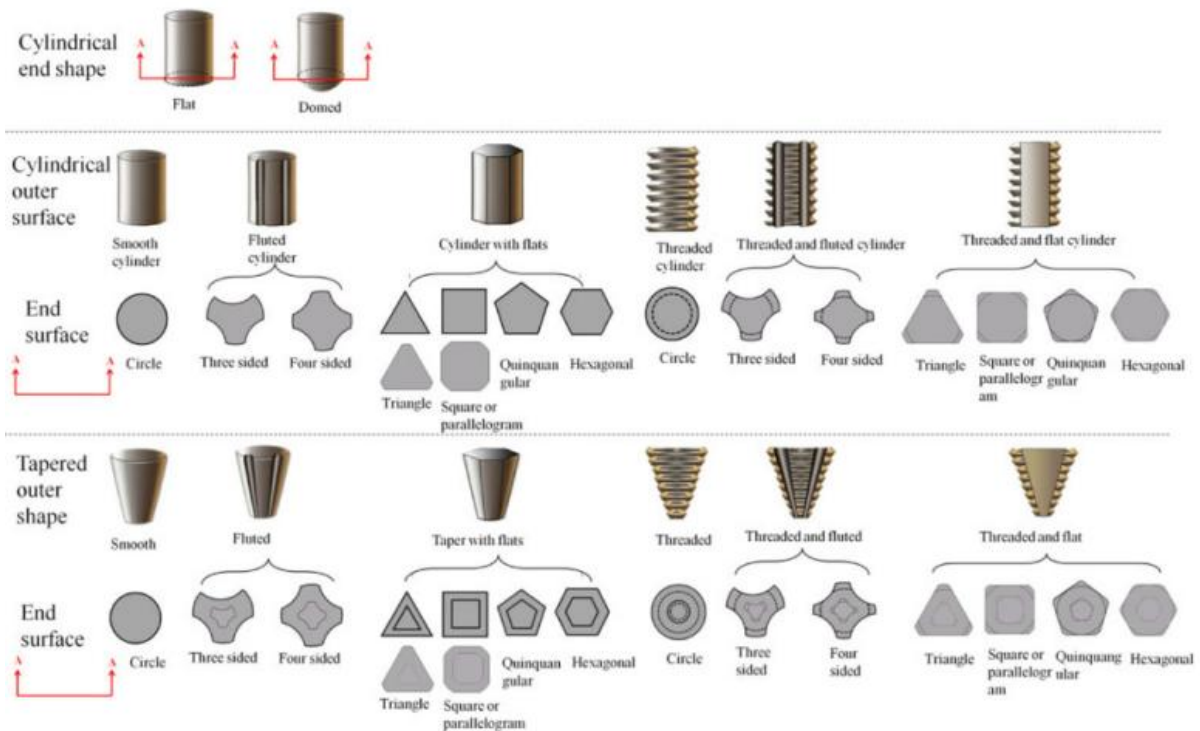


Figure 1.7 : Différentes géométries du pion.

Dans leurs études expérimentales sur l'alliage d'aluminium AA2219, Elangovan et V. Balasubramanian [Elangovan et al.09] ont effectués des études expérimentales sur l'alliage d'aluminium AA2219. Leurs résultats ont montré que le profil de pion jouait un rôle important sur la qualité de la soudure. Ils ont utilisé cinq formes différentes de pion (cylindrique, cylindrique fileté, conique triangulaire et carrée). Les profils avec des facettes plates (carrées, rectangulaires) sont associés à une excentricité ce qui permet la circulation du flux de matière autour du pion. L'analyse macrostructurale des joints de soudure montre l'absence des défauts dans le noyau dans le cas du profil carré, ce qui met en évidence l'importance de la forme de l'outil. Des essais de dureté ont montré qu'avec le profil carré, on obtenait la dureté la plus élevée dans le noyau. Ceci est corrélé avec l'analyse de la microstructure où on observe une taille moyenne du grain plus fine avec le profil carré. Ces

mêmes chercheurs ont observé que le diamètre de l'épaulement influe sur la structure des joints, ils ont remarqué que des défauts étaient présents si on utilisait des rapports de diamètre épaulement/pion égales à 3.5 ou 2.5 [Elangovan et al.09]; les meilleures qualités mécaniques (essai de traction) du joint de soudure sont obtenus avec un rapport égale à 3.

Ils ont remarqué qu'avec un diamètre supérieur à 18 mm, les zones (ZAT, ZATM) sont plus larges ce qui réduit les qualités mécaniques (résistance à la traction) du joint, de même un diamètre plus petit provoque des défauts au niveau du noyau dus au manque d'apport de chaleur due aux frottements.

Dans le cadre d'une étude portant sur l'influence de la géométrie de l'épaulement sur la microstructure et la tenue mécanique du joint d'aluminium 6082 T6 obtenues par FSW Arbegast [Arbegast.10], Scialpi [Scialpi et al 11] a obtenu des meilleures qualités de surface de la soudure avec un outil qui comporte à la fois une cavité et un filet au niveau de l'épaulement. Les essais de traction transversale sur des joints obtenus par trois types d'épaulement ont montré une très grande similarité. Par contre, de grandes différences ont été observées lors des essais de traction suivant la direction longitudinale du cordon. Les meilleures qualités sont obtenues par l'outil TCF (cavité+filet). En plus une légère différence de la taille des grains a été observée due à la variation de l'apport de chaleur de chaque type d'épaulement.

Les études expérimentales de McClure [McClure et al 12] ont montré l'efficacité d'avoir des filetages dans le pion avec un nombre de filet précis. Le pion restant immergé dans la matière jusqu'à la phase de refroidissement McClure [McClure et al 12] a analysé différentes sections avec ce cas de configuration. Cette technique est appelée : « stop action ».

Le cuivre utilisé comme traceur a permis d'observer le mouvement flux de matière au cours du soudage. Les filets permettent une meilleure agitation de la matière, seuls les joints de soudure obtenus avec le plus faible nombre de filets par millimètre possèdent certains micropores. Une étude menée par Kulekci [Kulekci et al.13] analyse l'effet du diamètre de pion sur la tenue en fatigue des joints soudés par recouvrement en FSW. Une augmentation du diamètre a pour effet une diminution de la tenue en fatigue. Ce qui peut être expliqué par l'élargissement des zones affectées thermiquement. Les auteurs concluent qu'une optimisation entre la vitesse rotation de l'outil, son diamètre et la vitesse

de soudage sera nécessaire pour obtenir une meilleure tenue en fatigue des structures soudées par recouvrement.

Buffa [Buffa et al .14] présente une étude basée sur un modèle éléments finis 3D pour évaluer l'influence de la variation de la conicité du pion sur le processus du FSW. Avec ce modèle il conclut que les températures globales et maximales de la zone de soudure augmentent avec l'augmentation de l'angle du pion. Ainsi les zones affectées thermiquement sont plus larges.

D'autre part cette augmentation provoque une distribution plus uniforme du champ de température et un meilleur écoulement de matière ce qui est favorable pour la réduction des contraintes résiduelles et des déformations. Ces effets restent limités à des angles et des vitesses d'avance optimisés. De ce fait, le modèle fournit un outil efficace pour le choix optimal de certains paramètres du FSW.

On a également cherché à contrôler la pression de l'épaulement par des galets latéraux prenant appui et roulant sur la surface des tôles.

1.3.5 .1 Dimensions appropriées de la tige ou pointe :

La tige (ou pointe) proprement dite est de dimensions appropriées à la nature des matériaux et à l'épaisseur à souder. Sa longueur est adaptée à la pénétration, qui est nécessairement complète en principe, et elle ne doit pas excéder l'épaisseur des tôles à souder. Ainsi qu'on peut le voir sur la figure (1.8), la tige peut prendre diverses formes simples ou sophistiquées. Elle est généralement tronconique et (ou) prismatique avec évidements ou collets hélicoïdaux subtilement répartis. Certains profils intéressants ont fait l'objet de marques déposées. Dans certaines applications, on a excentré la tige par rapport à son axe de rotation, ce qui est un autre moyen d'amplifier le malaxage. Les dispositions peuvent varier à l'infini, amenant chacune à tel résultat particulier. Mais il faut prendre garde qu'une trop grande liberté dans ce domaine peut conduire à masquer certains effets importants et, de là, conduire à l'échec et au rejet du procédé.

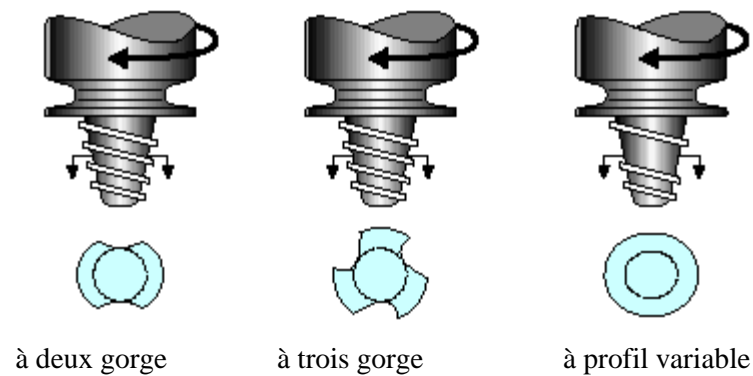


Figure 1.8 : Différentes tige de l'outil [Christneret al.15].

1.3.5.2 Matériaux des outils :

Il faut noter aussi que les nuances des matériaux utilisés dans la fabrication de l'outillage de FSW sont souvent inaccessibles pour des raisons de confidentialité et des brevets liés à ces informations.

Il est évident que le choix d'un outil dépend de plusieurs critères tels que l'épaisseur et la nuance des pièces à souder, le type de soudage à effectuer et bien évidemment sa rentabilité.

Les matériaux utilisés pour les outils sont principalement des aciers résistant à haute température et ayant un bon comportement à l'usure, car en fonctionnement, la température de l'outil s'élève à 300/400°C environ. Du fait de ces possibilités nouvelles en regard des procédés classiques, de nombreux développements et brevets ont été réalisés et pris à ce niveau, entourés souvent de confidentialité, tout particulièrement chez les utilisateurs ayant en main leurs propres développements.

Il y a aussi des autres outils choisis dans la littérature :

- ✓ En acier, généralement pour le soudage de pièces en alliages d'aluminium. Des aciers alliés contenant du chrome et du molybdène, traités thermiquement (trempe à l'air et revenu) tels que AISI H13, ont montré de bons résultats sur des alliages d'aluminium.
- ✓ En carbure de tungstène et autres composites à matrice métallique, ces derniers se comportent bien à haute température, présentent une bonne résistance mécanique et à l'abrasion.
- ✓ En nitrure de bore cubique ; ces outils obtenus par métallurgie des poudres sont généralement utilisés lorsque les pièces à souder sont en acier à haute résistance. Ils présentent de très hautes performances à haute température et sont très résistants.

Cependant, leur caractère fragile et leur prix les réserve à certaines applications bien particulières.

- ✓ On trouve aussi quelques alliages à base de nickel ou cobalt ou certains métaux réfractaires.

C'est pourquoi les informations concernant les outils et les paramètres utilisés dans certaines applications sont difficiles sinon impossibles à obtenir. Les effets de l'outil sur la formation de la soudure combinent, la plupart du temps, celui de l'épaulement et celui de la tige, indissociables dans le fonctionnement du système.

1.3.6 Les principaux domaines d'applications du soudage friction et malaxage :

Généralement dans les secteurs industriels, le facteur poids est capital. Le procédé de soudage friction et malaxage a un avantage considérable en matière de diminution du poids des structures, facteur influençant directement la consommation en carburant des appareils. Le procédé de soudage friction et malaxage offre une alternative au rivetage systématique des différents ensembles. De plus, il permet une réduction du temps d'assemblage par rapport au rivetage automatique. En 1991, le soudage friction et malaxage a connu un développement particulièrement rapide et un succès augmentant. Plusieurs applications industrielles remarquables ont vu le jour, principalement dans les domaines de l'industrie telle que l'industrie spatiale, aérospatiale, ferroviaire, automobile, maritime, navale ...etc. Une liste ci-dessous non exhaustive d'applications du procédé dans divers industriels est exposée.

Dans le domaine automobile tel que les portes arrière du modèle Mazda Rx , composées de panneaux d'aluminium, sont soudées par points par le procédé friction et malaxage robotisé.

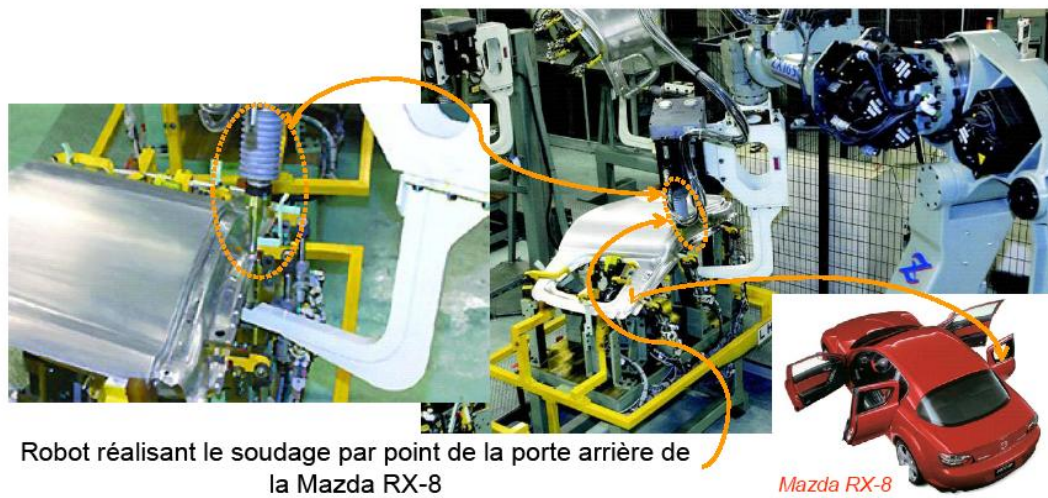


Figure 1.9: Mazda Rx-8 (image Mazda) [Zimmer .16].

D'autres sociétés des constructeurs automobiles comme Ford utilisent ce procédé friction et malaxage pour l'assemblage d'éléments au niveau de la suspension ou d'ouvrants comme les capots, portières en remplacement des techniques plus classiques comme le clinchage ou le rivetage.

En Norvège depuis 1996, le soudage friction et malaxage est utilisé pour la fabrication industrielle de structures de bateaux rapides en aluminium, telles que des panneaux de coques, de ponts ou de plateformes. Au Japon, le soudage friction et malaxage est utilisé dans les domaines de la fabrication de matériel ferroviaire (rames de métro, plancher du train à grande vitesse Shinkansen, ...). Les fabricants européens (ALSTOM, SAPS, ...) et japonais (Hitachi) de tramways et de trams utilisent le soudage friction et malaxage pour le soudage des profilés d'aluminium extrudés. Il a été montré lors de crash tests que la tenue des rames soudées par FSW est améliorée. Les fabricants ont trouvé avec le soudage friction et malaxage un moyen de souder des profilés en aluminium longs en limitant les déformations. Le train, développé et fabriqué par Hitachi représenté sur la figure (1.10), est composé de profilés d'aluminium soudés par FSW sur toute la longueur.

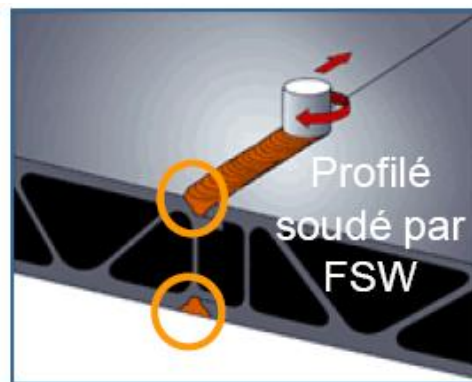


Figure 1.10: Soudage de profilé du train Hitachi [Nejah.06].

Dans le domaine aérospatial, le soudage friction et malaxage participe à la fabrication de réservoirs cryogéniques en alliage d'aluminium-lithium. La figure (1.11) présente un réservoir cryogénique en alliage d'aluminium-lithium soudée par le soudage friction et malaxage.



Figure 1.11 : Réservoir cryogénique chez Boeing Space [Baptiste .05].

Plus récemment, le soudage friction et malaxage a fait son apparition sur l'avion léger Eclipse 500 (Eclipse Aviation) en remplacement de rivets pour l'assemblage des lisses et des cadres sur les panneaux de fuselage (263 cordons soit 136 mètres de soudure en remplacement de 7378 rivets) [Christneret al.15]. La figure (1.12) présente une voilure d'avion soudée par le soudage friction et malaxage.

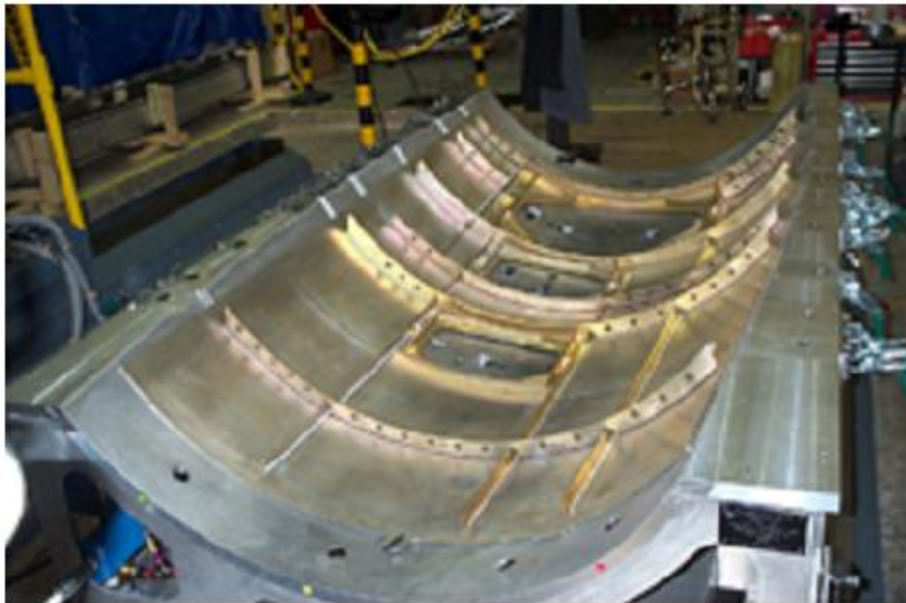


Figure 1.12: Voilure d'avion soudée par FSW [Tongne.17].

L'application soudée par le soudage friction et malaxage d'alliages d'aluminium au sein du groupe EADS reste nombreux. Malgré l'utilisation important de matériaux composites.

Le panneau extradors de caisson central Airbus, actuellement réalisé par rivetage du raidisseur sur la peau, pourrait être le premier cas d'industrialisation du soudage friction et malaxage dans le groupe. La nouvelle conception étudiée est basée sur une ébauche intégrale constituée de panneaux extrudés autoraidis, d'épaisseur 10 mm, en alliage d'aluminium de la série 7000, soudés bord à bord par le soudage friction et malaxage [Marie et al.18].

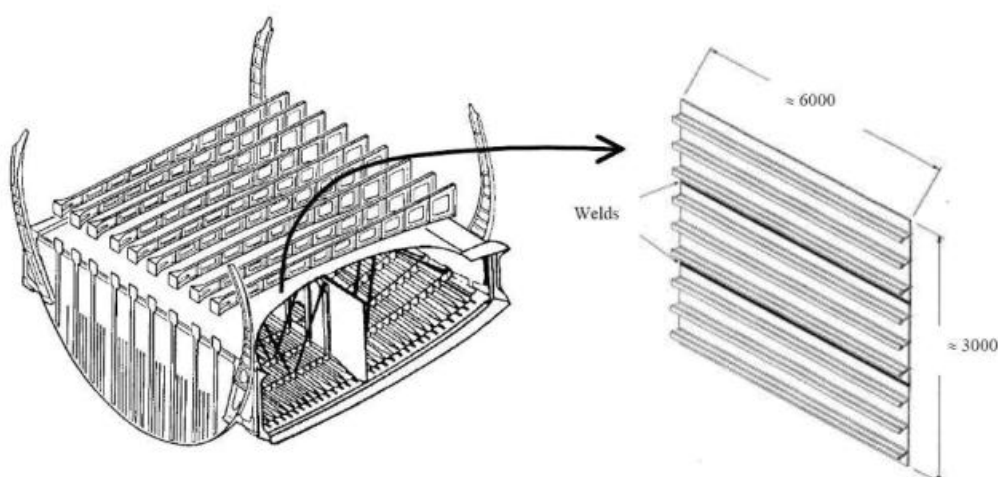


Figure 1.13 : Application caisson central Airbus - Soudage bord à bord de panneaux extrudés autoraidis [Marie et al.18].

D'autres applications sont visées, en particulier au niveau de l'assemblage d'éléments de fuselage ou de pointe avant :

- ✓ Joints longitudinaux : remplacement de l'assemblage complexe par rivetage (avec surépaisseur) par un simple joint FSW bord à bord [Lohwasser .19],
- ✓ Joints circonférentiels : soudure FSW entre deux cadres en remplacement des rivets.

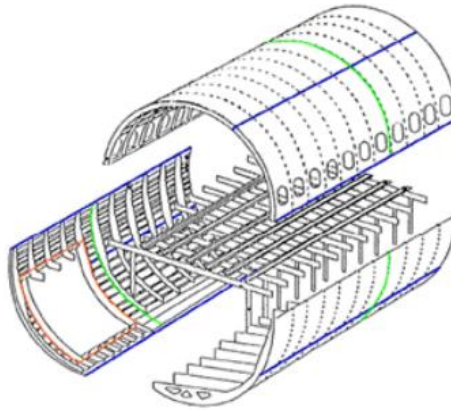


Figure 1.14 : Applications potentielles du FSW au fuselage.

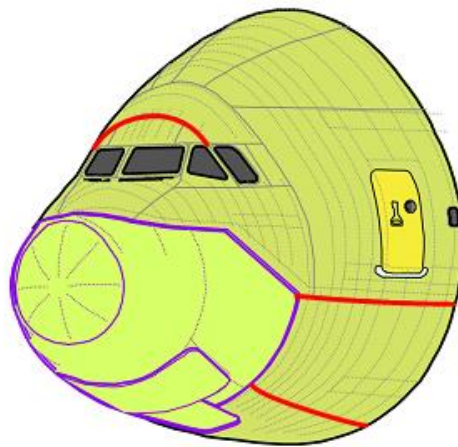


Figure 1.15 : Applications potentielles du FSW à la pointe avant.

Des études sont en cours en Suède pour le soudage par FSW d'un couvercle de conteneur en cuivre, destinés à l'enfouissement des déchets hautement radioactifs.



Figure 1.16 : l'enfouissement des déchets hautement radioactifs.

En 1995 Tendsetters, une société scandinave d'aluminium extrudé a été la première à appliquer le soudage friction et malaxage pour la fabrication de panneaux creux d'aluminium trempé. Ces panneaux ont spécialement été utilisés pour la structure de ponts de bateau [Zimmer. 16] .



Figure 1.17: T9000 FSW robotic gantry system.

Actuellement, les structures légères fabriquées par le soudage friction et malaxage ont révolutionné la construction des ferries à un rythme élevé, des bateaux de croisières et des hovercrafts (Figure (1.18) et Figure (1.19)).



Figure 1.18: Panneaux préfabriqués (Hydro Marine Aluminium) destiné au pont du bateau de croisière "The World" [Zimmer. 16].



Figure 1.19: Bateau de croisière "The World" dont le pont est soudé par FSW [Zimmer. 16].

1.4 Les paramètres process :

De nombreux paramètres ayant des influencées non négligeables sur la qualité finale du joint soudé par le processus de soudage par friction et malaxage impliquant le déplacement complexe de la matière et de la déformation plastique. Les principaux paramètres de conduit sont abordés :

- ✓ La vitesse de rotation de l'outil.
- ✓ La vitesse d'avance de l'outil.

- ✓ Profondeur de plongée de l'outil ; dimensions de l'outil : diamètres de l'épaulement et du pion, longueur du pion. Certains ajoutent aussi un angle d'inclinaison de l'outil, ayant pour but de consolider la matière après le passage du pion.
- ✓ Enfin, suivant le type de pilotage de la machine, on ajoute soit la position axiale de l'outil lors du soudage, soit l'effort axial appliqué par l'outil sur la matière.
- ✓ Force de plongée.
- ✓ Localisation de la plongée de l'outil qui donne l'endroit où est introduit l'outil dans les plaques en fonction des bords des plaques.
- ✓ Durée de stabilisation de l'outil (temps s'écoulant entre la fin de la phase de plongée de l'outil et le début de la phase d'avancement).
- ✓ Interaction mécanique entre l'outil et la matière

L'ensemble de ces paramètres jouent un rôle sur les efforts ressentis par l'outil pendant son avancement, sur la distribution de température dans les tôles soudées ainsi que dans l'outil et finalement sur la qualité du joint obtenu.

Dans l'espace construit avec tous ces paramètres process, on peut construire une zone appelée « Domaine de Soudabilité Opératoire » (DSO) dans laquelle la combinaison de certaines valeurs des paramètres conduit à une qualité de soudure acceptable. Les frontières de cette zone dépendent de la nature des matériaux des pièces à souder, de leur géométrie ainsi que de celle de l'outil. Certaines études ont eu pour objet de qualifier et délimiter le DSO, parmi lesquelles Arbegast [Arbegast .19] et Okamura [Okamura .20]. La zone est généralement présentée dans un plan vitesse de rotation - vitesse d'avance de l'outil (Ω , V_a). En dehors de cette zone de soudabilité, différents types de défauts apparaissent [Zimmer. 16], et conduisent généralement à une qualité médiocre de la soudure.

1.4.1 Vitesse d'avance de l'outil :

De nombreuses études portent sur l'optimisation du procédé via une analyse paramétrique où l'effet de chacune des variables énumérées est analysé. Par exemple, certains résultats montrent que la vitesse d'avance a une influence plus importante sur la microstructure du joint que la vitesse de rotation [Yan et al.21]. Toutefois, seule une variation de la vitesse d'avance peut modifier le profil de dureté dans la zone affectée thermiquement (ZAT). Cette

dernière, pour une plus grande vitesse (donc un temps de passage plus court), est moins étendue et la dureté y est plus grande. Cette observation est confirmée par d'autres auteurs Reynolds et al [Reynolds et al .22], qui constatent que la vitesse d'avance est le principal facteur qui influence les vitesses de chauffage et de refroidissement. Le matériau est affecté thermiquement pendant une période plus courte lorsque la vitesse (v) augmente.

1.4.2 Vitesse de rotation de l'outil :

La vitesse de rotation de l'outil maintient constante au cours du soudage. D'abord, on met en évidence une phase d'approche au cours de laquelle l'outil prend sa place dans la matière. Cela donne lieu à l'apparition, à son niveau, du couple résistant sous forme quelque peu irrégulier au départ. Le régime permanent s'établit ensuite, ce que traduisent la stabilisation de la valeur du couple ainsi que la distribution transversale des températures atteintes dans le matériau [Cazes.23].

Cela permet aisément alors le déplacement de l'outil. La distribution transversale des températures prend un maximum dans la zone de friction où le matériau se trouve à l'état pâteux. En ce point, la vitesse tangentielle de l'outil à son diamètre utile doit correspondre à la vitesse de « friction » propre à chaque matériau selon sa courbe viscosité/température. A cette valeur, le couple résistant est maximal de même que par suite le rendement énergétique du système. C'est à partir de cette condition observable que l'on détermine en pratique la vitesse de rotation que doit prendre l'outil. Cette vitesse est donc un paramètre dépendant du matériau. Elle doit en outre, à l'évidence, être réglée en raison inverse du diamètre de l'outil ainsi qu'en raison inverse de l'épaisseur à souder. Son efficacité est principalement et directement liée aux reliefs pratiqués sur la tige et de nature à modifier notablement, en vue de l'améliorer, l'efficacité de la friction et du malaxage. La vitesse de rotation peut prendre des valeurs dans une large étendue et se détermine par approches successives. Il n'existe pas encore de tableau de valeurs recommandées pour des applications devenues courantes. On entre sur ce point particulier dans un domaine encore confidentiel où les résultats restent dépendants de développements coûteux [Cazes.23].

Dans les applications connues, la vitesse de soudage reste limitée et généralement inférieure au mètre par minute. En effet, la progression de l'outil doit permettre à la matière de fluer correctement de l'avant vers l'arrière de l'outil. Il en résulte une vitesse de déplacement inférieure à celle du procédé par fusion pour lesquels ce phénomène n'existe pas.

Des essais d'optimisation ont permis d'établir une loi simple sur laquelle on peut se baser pour préétablir l'économie du procédé (Figure (1.20). Elle est de la forme [Bastier .24] :

$$V_{\text{soudage}} = k \frac{1}{e}$$

Avec :

V : vitesse de soudage (en mm/min),

k : facteur dépendant du matériau et de l'outil,

e : épaisseur à souder (en mm).

À ces vitesses, les avantages obtenus demeurent prépondérants dans le bilan de la plupart des applications.

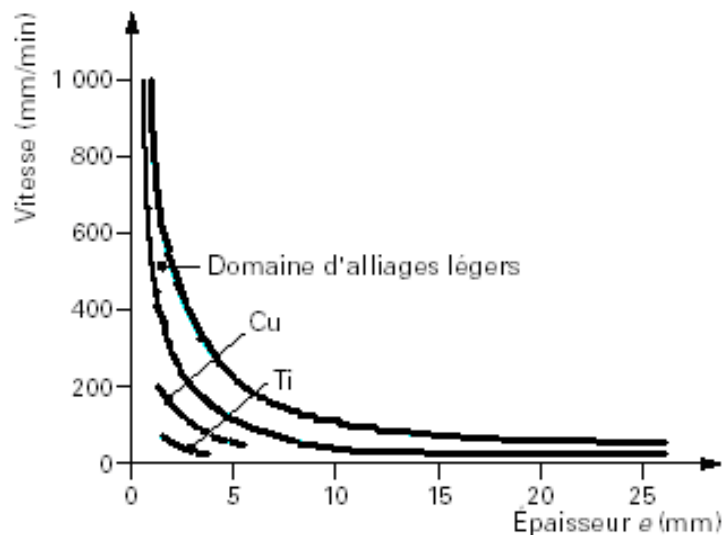


Figure 1.20: Allure des vitesses en fonction de l'épaisseur [Lienert et al. 25].

1.4.3 Lien entre vitesse de rotation et vitesse de soudage :

La vitesse de soudage et la vitesse de rotation de l'outil sont certainement variables en fonction de nature de l'alliage à assembler et des dimensions des tôles à soudées. Dans la plus part, les applications connues, la vitesse de rotation est de l'ordre de 200 à 500tr/min et la vitesse de soudage reste limitée et généralement inférieure à 1m/min. En effet, l'avancement de l'outil doit permettre à la matière de s'écouler correctement de l'avant vers l'arrière de

l'outil. Le couple entre ces variables doit donc être adapté afin que l'échauffement et le brassage de la matière soient optimaux tout en assurant une bonne qualité de procédé.

Ces deux vitesses sont liées par le rapport de la vitesse d'avance et le rayon du pion multiple par la vitesse de rotation afin que le domaine de soudage soit qualifié [Bastier .24]

$$\eta = \frac{\text{vitesse de soudage}}{\text{rayon du pion} \times \text{vitesse de rotation}}$$

Lorsque ce rapport est très grand, on parlera de « soudage froid » car la chaleur dissipée par le frottement entre l'outil et les plaques ainsi que le malaxage de la matière n'induiront pas des températures très élevées dans les pièces ; la température sera plus faible comparativement à un soudage optimal. À l'inverse, si ce rapport est faible, on parlera de « soudage chaud » car le malaxage et la chaleur dissipée par frottement seront élevés et engendreront de fortes températures.

On peut aussi indiquer la dissolution de la fine couche limite (la couche de contact entre l'outil et les tôles soudées) au sein du métal pâteux lorsque la configuration de soudage (vitesse de soudage et rotation de l'outil) est optimale. Dans le cas contraire, des petits éléments de cette couche d'alumine sont observables au niveau du cordon. Celui-ci correspond à une malingre qualité de matière entraînée par adhérence avec l'outil ; elle est donc soumise à des déformations et des températures très importantes. L'interface entre cette couche limite et le reste de la matière correspond à une surface de discontinuité de l'écoulement de matière. Cependant, la description de cette couche est relativement limitée.

1.4.4 L'angle d'inclinaison de l'outil :

L'angle d'inclinaison de l'outil par rapport à la surface des tôles à souder ou ce qu'on appelle "angle de tilt" est un facteur important à prendre en considération dans l'optimisation du procédé car son choix adéquat permet à la matière de passer aisément de l'avant vers l'arrière [Timesli.26].

1.4.5 Les efforts en soudage FSW :

Comme cela vient d'être présenté, lors d'une opération de FSW des interactions thermomécaniques fortes interagissent entre l'outil et la matière. Pour assurer la formation du cordon de soudage, des efforts et couples sont imposés par l'outil sur la matière. Dans un contexte d'industrialisation, il est nécessaire de les étudier. En effet, ils vont limiter le domaine de soudabilité opératoire initial par des contraintes d'accessibilité machine [Zimmer. 16].

1.4.6 Les efforts en phase de plongée :

Dans cette première phase opératoire, l'outil est mis en rotation et il est inséré progressivement dans le plan de joint comme schématisé à la figure (1.21). Pour permettre à l'outil de progresser dans l'interface des pièces, un effort ou un mouvement axial lui est imposé. Les déformations plastiques et les frottements mis en jeu entre le pion et les pièces provoquent une montée progressive en température du matériau [Gelrich et al.27]et [Mandal et al.28]. Sous l'action de l'effort axial et grâce au changement de comportement du matériau avec la température, le pion va s'enfoncer progressivement entre les deux pièces en extrudant la matière malaxée. Il pénètre dans la matière jusqu'à ce que l'épaulement soit en contact avec la surface des pièces à souder.

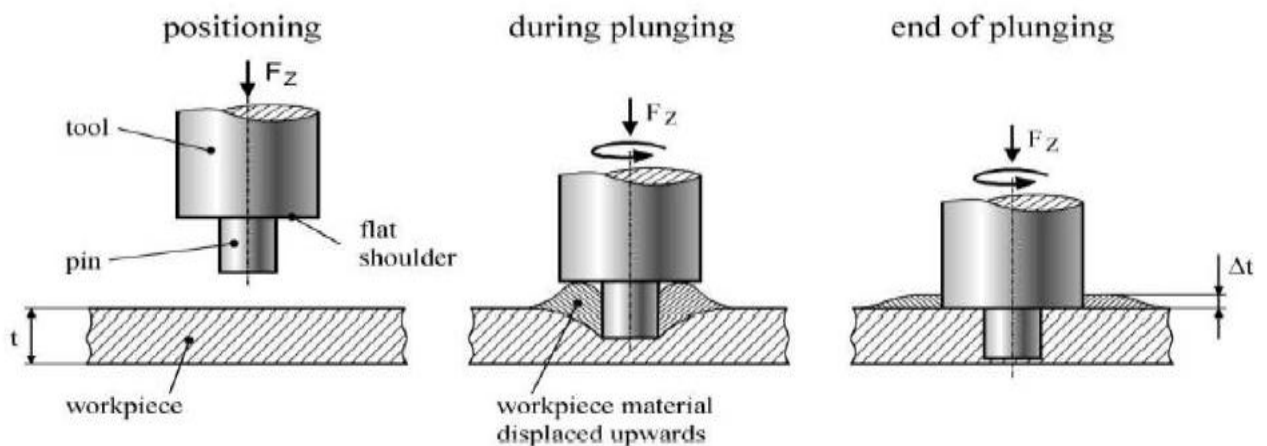


Figure 1.21: Schématisation de la phase de plongée [Zaeh et al. 29].

Comme souligné par Gerlich [Gelrich et al.27] cette phase opératoire est peu étudiée dans la littérature. Pourtant, elle initie les conditions thermomécaniques dans lesquelles l'opération de soudage va débuter [Gelrich et al.27] et [Mandal et al.28].

1.4.7 Les efforts et les couples mis en jeu :

Gerlich et al [Gelrich et al.27] ont étudié l'évolution des courbes d'effort et de couple générées lors de la phase de plongée, (Figure (1.22)). Ils identifient deux pics d'effort distincts.

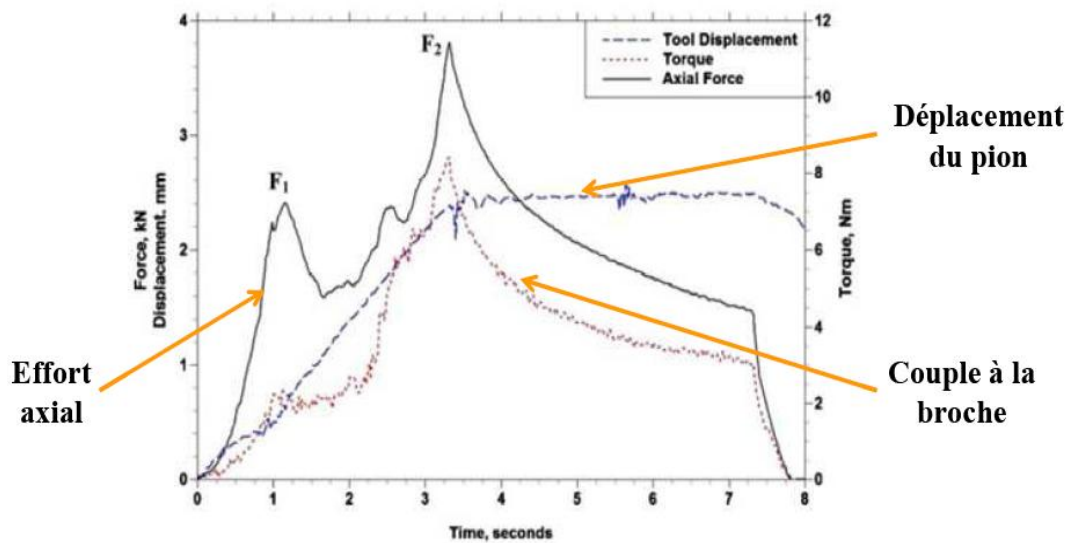


Figure 1.22: Force axiale et couple à la broche lorsque l'outil entre dans la matière [Gelrich et al.27].

Le premier pic, F1, correspond à l'amorçage de l'insertion du pion au sein du matériau froid Lienert [Lienert et al.30] et [Gelrich et al.27]. L'éjection de petits débris de matière peut être visualisée sur la figure (1.23-A).

D'après Gerlich [Gelrich et al.27], le contact entre l'outil et les pièces génère le cisaillement de la matière, entraînant la formation et la propagation de fissures. En atteignant la surface des pièces, elles conduisent à la formation des débris visualisés.

L'immersion progressive du pion génère des déformations plastiques et des frottements provoquant un échauffement de la matière. Les températures les plus élevées se situent sous le pion, comme montré par Gerdoux [Gerdoux .31] à l'aide de la simulation numérique. Ceci aisément l'avancement du pion au sein de matière et se traduit par une chute de l'effort axial.

L'adoucissement de la matière et la cinématique du pion entraînent la formation de matière extrudée qui remonte le long du pion [Gelrich et al.27]et[Zaeh et al. 29], voir la figure (1.23-B). Le volume de matière déplacée équivaut, selon Zaeh [Zaeh et al. 29] au volume du pion immergé. Lorsque l'épaulement entre en contact avec le matériau extrudé, la figure (1.23-C), l'intensité de l'effort axial connaît un nouvel accroissement. La matière extrudée se retrouve alors emprisonnée entre l'épaulement et la surface des pièces [Gelrich et al.27]. La matière est ainsi forgée et déformée plastiquement puis refoulée sous l'épaulement à la fin de la plongée [Gelrich et al.27]. Un second pic d'effort F2 apparaît lorsque l'épaulement est parfaitement en contact avec la surface des pièces [Zaeh et al. 29].

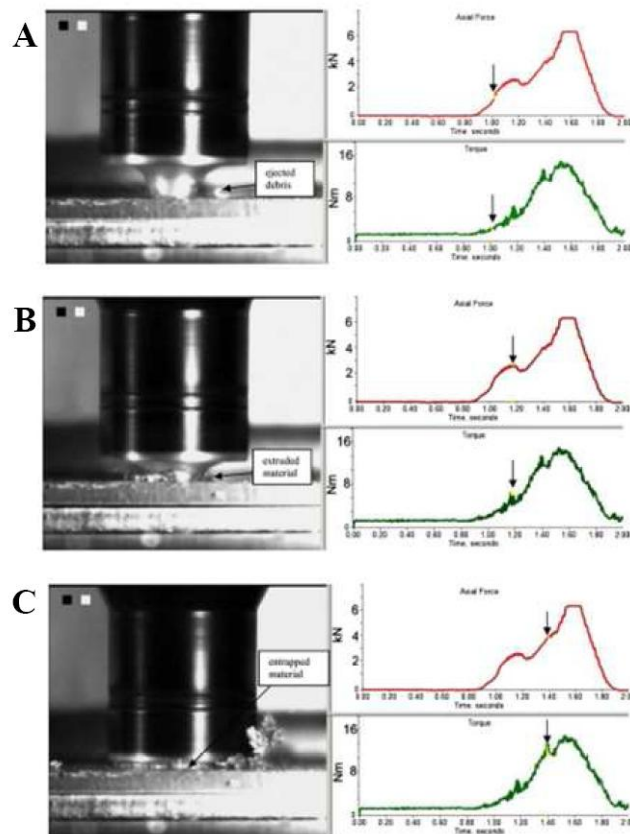


Figure 1.23: Correspondance entre les efforts et couples générés par rapport à la position de l'outil [Gelrich et al.27].

Zaeh [Zaeh et al. 29] montrent que l'usinage d'un pré-trou permet de réduire les efforts appliqués en fin de pénétration. La figure (1.24) présente l'effort axial maximal obtenu avec

et sans pré-trou. Les efforts les plus faibles sont obtenus pour le pré-trou réalisé avec le plus grand diamètre. Le pré-trou réduit le volume de matière extrudée, remontant le long du pion. Ainsi, l'effort nécessaire pour écraser la matière extrudée, se trouvant entre l'épaulement et la surface des pièces, est plus faible.

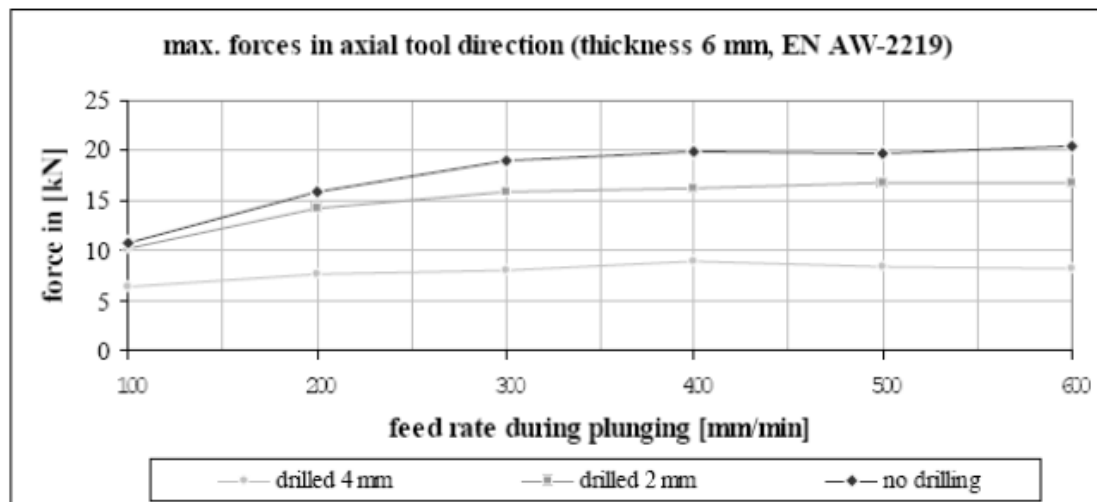


Figure 1.24: Comparaison des efforts de plongée avec et sans pré-trou [Zaeh et al. 29].

1.4.8. Les efforts en phase de soudage :

La constitution du cordon de soudure FSW s'effectue grâce au flux de matière résultant de l'application des paramètres de conduite sur l'outil tel que la vitesse de rotation, la vitesse d'avance des efforts et des couples appliqués. Le torseur des actions mécaniques est en fonction du matériau soudé et des paramètres de conduite appliqués [Johnson .32]. La phase de plongée présentée précédemment est généralement poursuivie du dwell time, ou temps de maintien, afin que la matière située autour de l'outil d'atteindre l'état visco-plastique adapté pour démarrer l'opération de soudage .Alors, le travail expérimentalement a été effectué par Johnson [Johnson .32] concernant l'étude de la durée de cette phase. Il constate au cours de celle-ci une chute du couple et de l'effort F_z . La figure (1.25) clarifie les efforts F_z et F_x ainsi que le couple C_z pendant les phases de temps de maintien et en soudage.

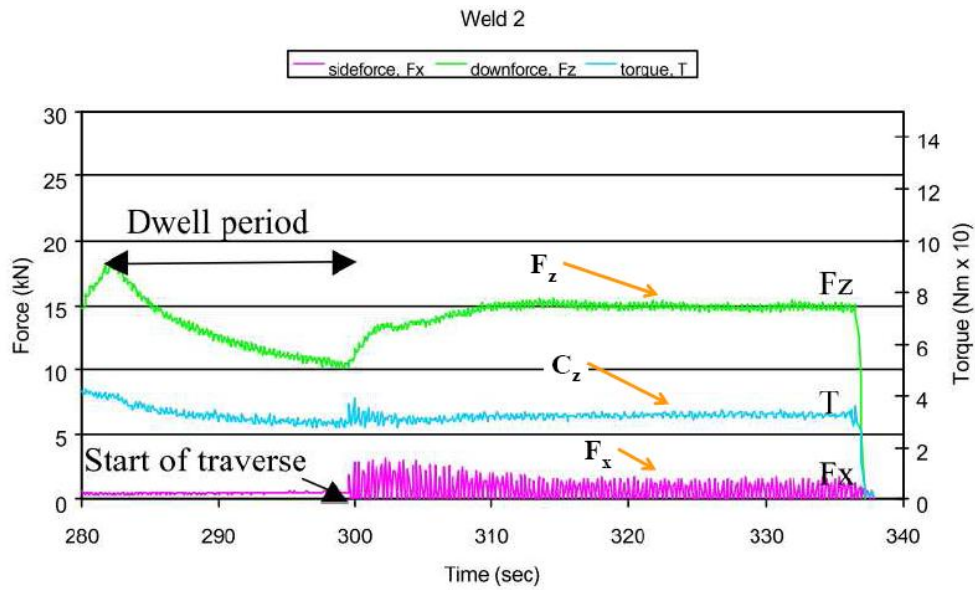


Figure 1.25: Efforts générés lors du soudage avec un contrôle en position de la hauteur de l'outil [Johnson .32].

1.4.9. Interaction Outil / Matière :

La figure (1.26) illustre une schématisation des efforts et des couples appliqués sur l'outil pendant le soudage. Ce qui connaît le FSW est un procédé « mécanique » d'assemblage dans lequel l'outil rotatif est mis en contact avec les pièces à souder. L'interaction mécanique qui produit entre l'outil et les pièces à souder génère l'apport d'énergie nécessaire à la formation du joint .Donc, cette interaction mécanique expliquée par l'application d'un torseur des actions mécaniques sur l'outil [Balasubramanian et al.33].

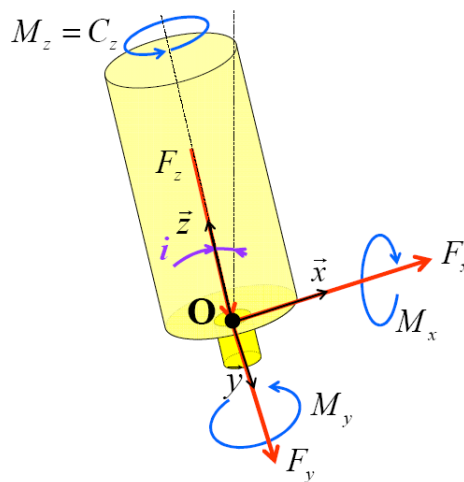


Figure 1.26: Efforts sur l'outil en cours de FSW [Balasubramanian et al. 33].

D'après [Zaeh et al.29] l'opération de soudage peut se décomposer en deux phases différentes, une phase de plongée et une phase de soudage. Donc, Les phases opératoires sont présentées sur la figure (1.27). Selon Zaeh [Zaeh et al.29], la phase de pénétration est caractérisée par un bref pic de l'effort suivant Z, lorsque l'épaulement entre en contact avec la surface des pièces. L'amplitude de ce pic est en fonction de la vitesse de plongée [Simar.34]. Une fois l'outil animé d'un mouvement d'avance, l'effort selon Z atteint une valeur constante lorsque l'opération est pilotée en position [Zaeh et al.29]. Il est à noter que ces deux phases se distinguent par la cinématique et par les efforts appliqués.

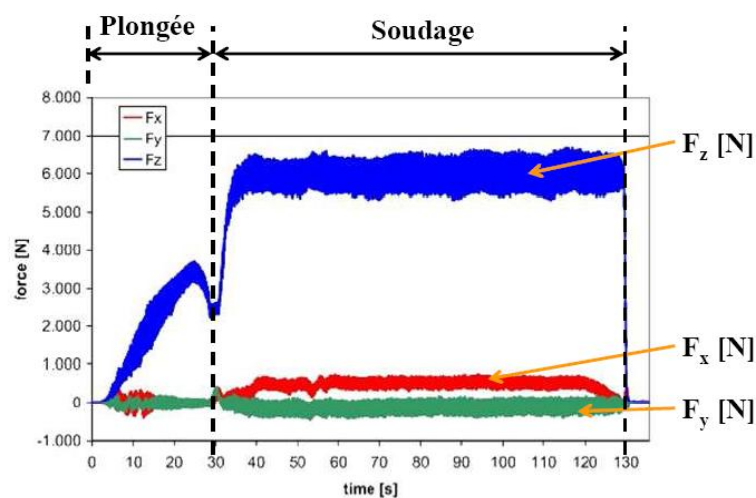


Figure 1.27: Courbes caractéristiques des efforts. Direction de soudage : axe x. Soudure réalisée par un robot polyarticulé piloté en effort [Voellner et al.35].

1.5. Phénomènes physiques se produisant au cours du FSW :

1.5.1 Déformation plastique du matériau soudé :

L'écoulement du matériau qui provient du passage de l'outil et qui conduit à la formation du joint est un phénomène qui provoque de multiples interrogations. En effet, L'observation directe de cet écoulement reste impossible mais certaines méthodes indirectes ont dues être développées afin d'en déduire les caractéristiques [Gemme.36].

Il est important de comprendre les propriétés des matériaux pour acquérir la meilleure conception de l'outil afin acquérir des soudures à haute efficacité structurelle.

Cela a conduit à de nombreuses études sur le comportement du flux de matière pendant le FSW. Un certain nombre d'approches, telles que la technique des traceurs par marqueur, le

soudage d'alliages / métaux dissemblables, ont été utilisées pour visualiser le modèle de flux de matière dans les FSW. En outre, certaines méthodes de calcul, y compris FEA, ont également été utilisées pour modéliser le flux de matière.

Comme le soudage est réalisé à l'état solide, le FSW peut être vu comme une opération de mise en forme au même titre que le forgeage ou l'extrusion. La déformation plastique du matériau dépend donc de la géométrie et de la cinématique de l'outil. Cette cinématique conçoit un mouvement de rotation et un mouvement de translation. Le mouvement de rotation produit un champ de vitesse tangentiel qui entraîne le matériau dans un écoulement cylindrique autour du pion (Figure (1-28a)). Cet écoulement peut tenir une forme conique pointant vers le bas. Dans ce cas, les arêtes du cône coïncident avec celles de l'épaulement et de la tige [Gemme.36].

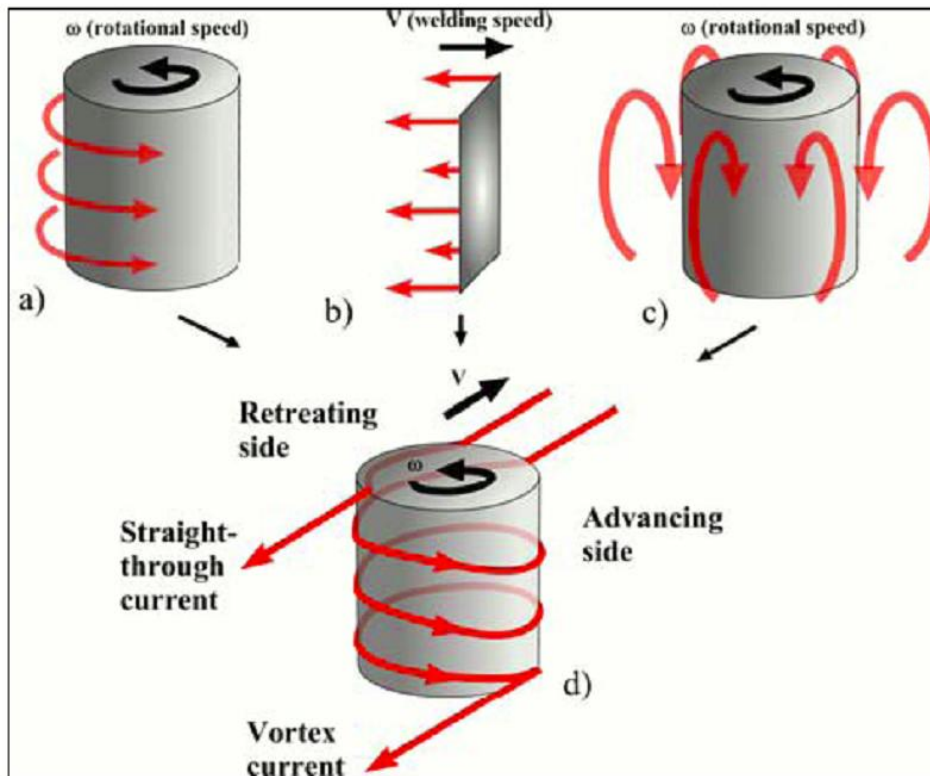


Figure 1.28: Description schématique de l'écoulement du matériau [Schneider et al .37].

La translation de l'outil dans le sens du joint produit un mouvement horizontal de matière (Figure (1-28b)). Le matériau échauffé est déplacé horizontalement entre la paroi de l'outil et

le matériau environnant qui est plus froid, selon un écoulement qui s'apparente à celui observé pour le procédé d'extrusion.

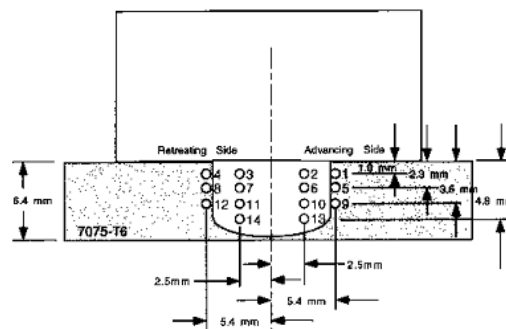
Pour un outil fileté ou vrillé, le matériau situé à proximité de la tige est déplacé verticalement. La direction de cet écoulement (vers le haut ou vers le bas) dépend de la géométrie des filets ou de la vrille par rapport au sens de la rotation. Comme le métal incompressible est confiné par l'épaule, le support inférieur et le matériau froid environnant, le matériau est soumis à une succession de déplacements ascendants et descendants (Figure (1-28c)). La combinaison de ces trois mouvements de matière engendrerait un écoulement en forme de spirale tel que montré à la figure (1-28d)[Schneider et al .37].

1.5.2 Les méthodes de visualisation des flux de matière :

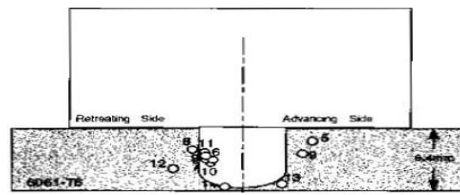
L'explication du flux de matière formé par FSW est très compliqué car elle dépend de la géométrie de l'outil en particulier la forme du pion et des paramètres procédés ainsi que du type de matériau.

Les méthodes de suivi du mouvement du flux de matière sont nombreuses ; la première méthode est : Visualisation par la technique des traceurs (utilisation d'un marqueur) ; L'utilisation des billes en acier comme [Colligan et al.38] a utilisé des billes d'acier de faible diamètre pour mettre en évidence deux types de comportements. À proximité immédiate de l'épaule, les écoulements sont désordonnés et le matériau est poussé vers la racine du joint sous l'effet de l'épaule.

Plus loin de l'épaule, la distribution des billes à l'arrière de l'outil est linéaire, avec un léger décalage vertical. Les résultats de ces travaux sont schématisés à la figure (1.29).



(a) Avant soudage



(b) Après soudage

Figure 1.29 : Configuration des marqueurs : de type billes placées autour du pion avant et après le soudage [Colligan et al.38].

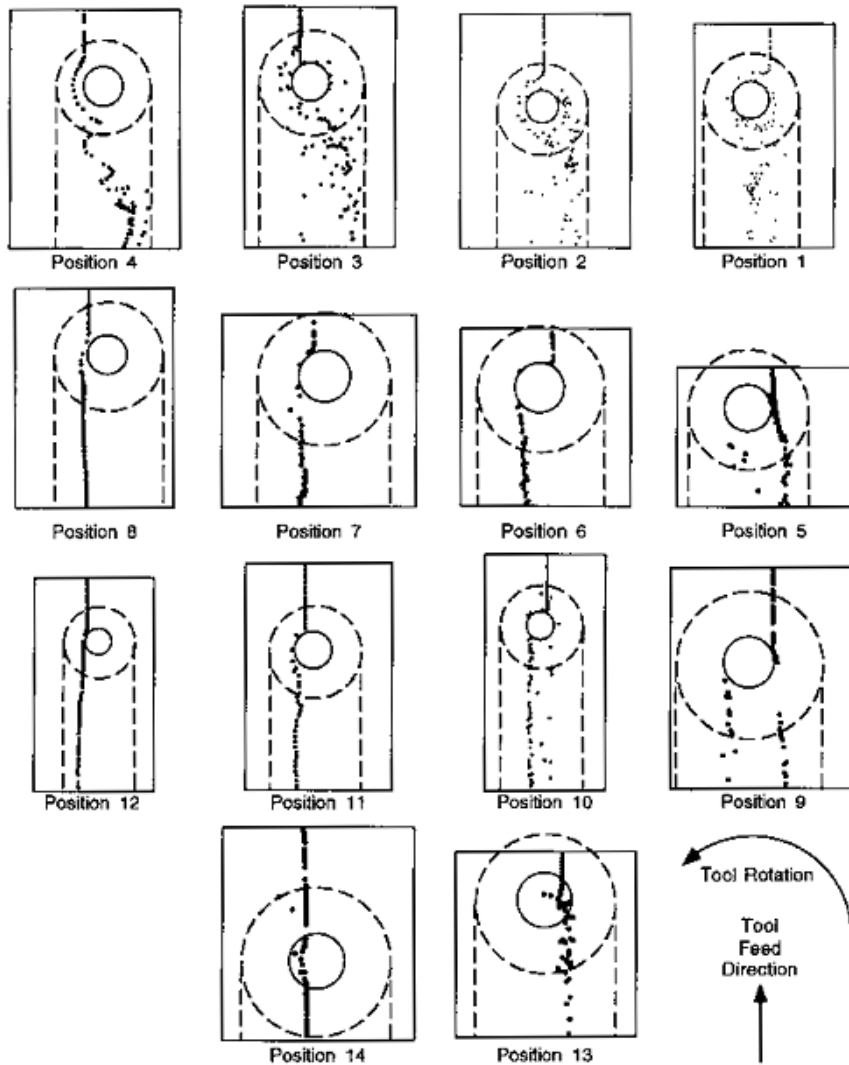


Figure 1.30: Distribution des billes d'acier après soudage en fonction de leur position originelle [Colligan et al.38].

D'autres techniques de types feuillard de cuivre ou d'aluminium, fil de tungstène ou composition chimique sont utilisées par [Guerra et al. 39], [Seidel et al. 40], [Xu et al. 41], [Schneider et al. 37] et [Sanders. 42].

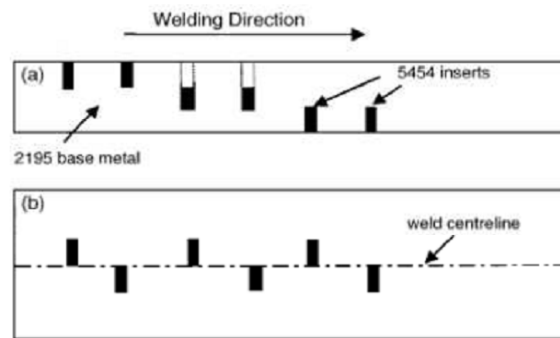


Figure 1.31 : Configuration des marqueurs : des morceaux d'aluminium AA5454-H32 insérés en différentes positions dans l'alliage AA2195-T8 [Seidel et al. 40].

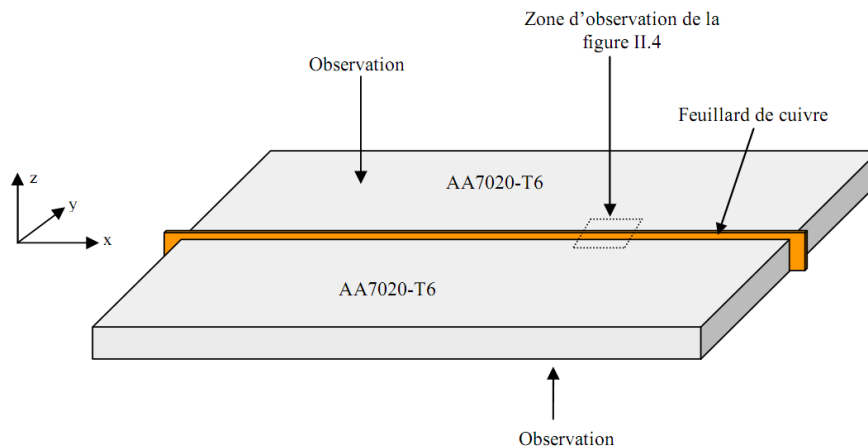


Figure 1.32: Disposition du feuillard de cuivre dans des pièces d'aluminium 7020 [Guedoiri. 43].

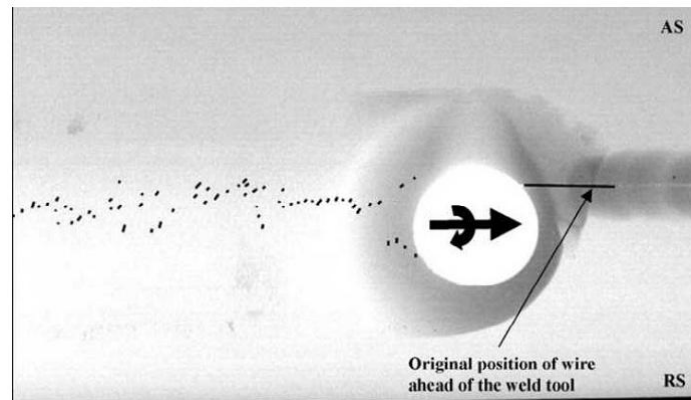


Figure 1.33 : Dispersion d'un fil de tungstène après le passage de l'outil [Schneider et al .37].

Cette technique "de marqueur" reste la seule capable d'examiner le mouvement de matière tout en assurant la qualité de joint souhaitée. Le soudage hétérogène ou le soudage de la plasticine semblent aussi comme les techniques des marqueurs. La figure (1.34) montre l'image extraite du film de l'écoulement de la matière dans la plasticine [Gratecap .44].et La figure (1.35) montre Soudage des plasticines, composition rhéologique d'un cordon de soudure (différentes couleurs de plasticines) [Nejah.06].



Figure 1.34 : Image extraite du film de l'écoulement de la matière dans la plasticine [Gratecap .44].



Figure 1.35: Soudage des plasticines, composition rhéologique d'un cordon de soudure (différentes couleurs de plasticines) [Nejah.06].

Les deuxième méthode est Visualisation par des matériaux dissimilaires : Au outre de la technique des traceurs, il y a la méthode des matériaux dissimilaires pour visualiser le phénomène d'écoulement complexe qui est couramment utilisée. on illustre quelques travaux dans le cas du soudage hétérogène ; [Ouyang et al. 45] : soudage du AA2024 avec AA6061 (Figure (1.36)) , [Filhoet et al.46]: soudage du 2024-T351 avec 6056-T4 , [Li et al.47] et [Li et al. 48] : soudage du AA2024 avec AA6061 (Figure (1.36a))et Somasekharan et al [Somasekharan et al.49] : soudage du 6061-T6 avec AZ31B-H24 et 6061-T6 avec AZ91D. La figure (1.36a) montre la mixtion entre l'aluminium et le cuivre dans la zone du noyau (Nugget zone) et la figure (1.36b) présente la disposition du flux de matière au cours du soudage entre deux nuances d'aluminium.

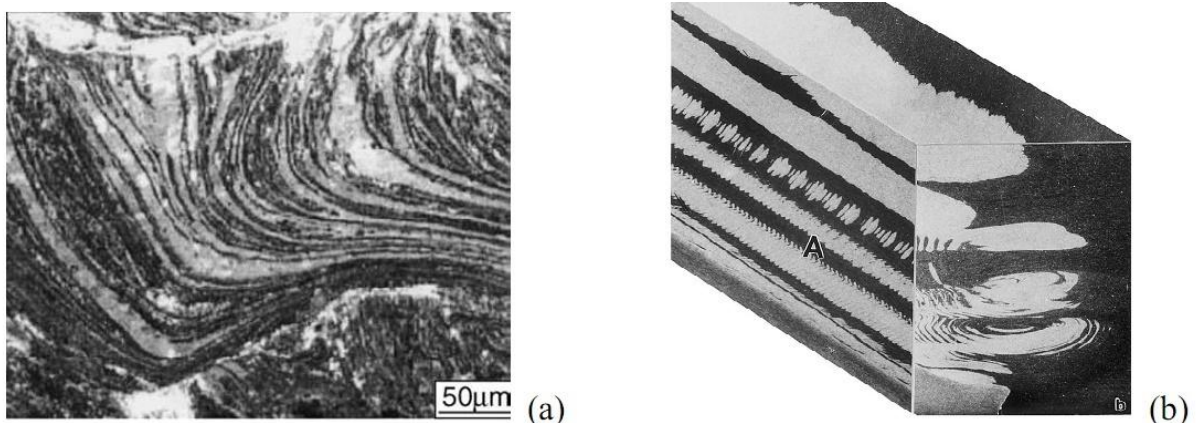


Figure 1.36 : Flux de matière dans le cas du soudage hétérogène. (a) AA6061-cuivre, (b) AA6061-AA2024.

Le but principal de ces auteurs est le suivi et la compréhension de l'écoulement de la matière et par conséquent l'analyse l'influence des paramètres procédés sur la microstructure. Au outre, Chen [Chen et al. 50] a utilisé un marqueur afin de déterminer la vitesse de l'écoulement de la matière et de définir la couche de cisaillement à proximité du pion.

Durant ces dernières années les travaux expérimentaux et numériques ont été nombreux. Ils ont permis de mieux comprendre les caractéristiques des flux de l'écoulement. Les études avec des feuillards placés longitudinalement ou transversalement montrent que la majorité des flux de matière se produit du coté retraîting et le transport de la matière plastique s'effectue derrière l'outil.

Dans le cas d'un feuillard métallique placé à l'interface des deux plaques à souder, il se découpe en fragments sans qu'ils n'effectuent nécessairement un tour complet [Schmidt et al. 51].

1.5.3. Création de la chaleur :

L'assemblage de la plaque engendrée par la technique de soudage par fiction et malaxage provient de la déformation en plastique intense autour de l'outil tournant et le frottement entre l'outil et les plaques. La déformation plastique du matériau est une source volumique de chaleur, alors que le frottement génère un flux surfacique situé à l'interface pièce/outil. Les proportions dans lesquelles la chaleur est produite par ces deux sources dépendent de la nature du contact à l'interface entre l'outil et le matériau.

Un contact dit collant correspond au cas limite pour lequel le matériau à l'interface et l'outil se déplacent à la même vitesse. Dans un tel cas, toute la chaleur est créée par la déformation plastique du matériau puisqu'il n'y a pas de frottement. Lorsque le matériau à l'interface a une vitesse inférieure à celle de l'outil, il y a glissement et un flux de chaleur dû au frottement apparaît.

Ces deux facteurs contribuent à l'augmentation de la température dans et autour de la zone soudée. Puisque la distribution de la température a des influences directement sur la zone soudée, la microstructure de cette zone, la taille de grain, le caractère de frontière de grain, la dissolution des précipités et des propriétés mécaniques des soudures. Il est important d'obtenir l'information au sujet de la distribution de la température pendant le FSW. Cependant, les mesures de la température dans la zone soudée sont très difficile à cause de la déformation en

plastique intense produite par la rotation et l'avance de l'outil. Par conséquent, les températures maximales dans la zone soudée pendant le FSW ont été l'une ou l'autre estimés à partir de la microstructure de la soudure ou enregistré en enfonçant le thermocouple dans les régions à côté du pin tournant.

1.5.4 Distribution de la température au cours le cycle de soudage :

Comment bien connu le cycle de soudage est réalisé en quatre phases :

1-Pendant la phase de plongée, le pion s'enfonce doucement dans la matière en créant le premier trou; la descente lente de l'outil génère des déformations plastiques et donc une montée progressive en température du matériau.

2-Le frottement et le malaxage sont assurés de manière conjointe grâce au pion et à l'épaulement : l'adoucissement de la matière et la géométrie du pion entraînent la formation de la matière extrudée qui remonte le long du pion. La matière arrachée par ce dernier se trouve écrasée et confinée par l'épaulement. La durée de cette séquence est conditionnée par la température moyenne de la zone de contact, celle-ci se situe à environ 70% de la température de fusion. Généralement cette phase est appelée «dwell time» ou « temps de maintien » ; elle est indispensable pour permettre à la matière située autour de l'outil d'atteindre l'état viscoplastique adapté pour démarrer l'opération de soudage.

3-Lorsque l'épaulement entre en contact avec le matériau extrudé, l'outil commence à avancer le long de la surface de séparation afin d'achever la jonction, c'est la phase de soudage proprement dite. Le pion plongé au niveau de la surface de séparation continue à creuser alors que l'épaulement frotte, malaxe et remet la matière dans l'évidement créé. La matière est ainsi forgée et déformée plastiquement durant toute la phase pour assurer la jonction. Pendant cette phase, la température atteint 0,75 à 0,8 e f (e f indique la température de fusion) selon le matériau étudié ainsi que les paramètres opératoires choisis. La phase de soudage est couramment analysée expérimentalement et modélisée et simulée numériquement.

4-Le retrait (pulling out) est la dernière phase du cycle de soudage qui correspond au retrait complet de l'outil de soudage. Après le passage de l'outil, un refroidissement a lieu et finalise l'assemblage des deux plaques.

1.6.Évolution métallurgiques lors du soudage d'alliages d'aluminium par friction et malaxage :

1.6.1 Distinction de zones au sein du cordon :

L'inconvénient du processus de soudage par friction et malaxage correspondant l'affabilité dans les propriétés mécaniques de l'assemblage par rapport à celles du métal de base. Cette différence dans les propriétés mécaniques provient des modifications métallurgiques intervenant lors du processus de soudage par friction et malaxage. Cependant, le soudage fait de ne pas amener le métal au-delà de son point de fusion c'est -à-dire à l'état solide permet de limiter les modifications métallurgiques moins importantes que lors des autres procédés tel que le soudage par fusion, et permet donc de limiter la génération de contraintes résiduelles par rapport aux autres procédés, dans lesquels le cycle thermique est nettement plus sévère.

L'observation au microscope optique de coupes transversales distingue quatre zones. Ces zones sont différentes en fonctions des températures atteintes, des déformations subies ainsi que de considérations métallurgiques .Elles sont correspondantes schématiquement sur la figure où « retreating side » se trouve à droite et « advancing side » à gauche. Dans la suite, La morphologie du processus de soudage par friction et malaxage peut être décrite par quatre régions comme montré dans la même figure (1.37) .On remarque aussi (Figure (1.38)) que la rotation et le mouvement d'avance de l'outil créent une dissymétrie du joint de soudure par rapport à la ligne de soudage, se traduisant à la fois sur le champ thermique et l'écoulement de matière pendant le procédé mais aussi sur les champs mécaniques et métallurgiques résiduels [Heuzé.52].

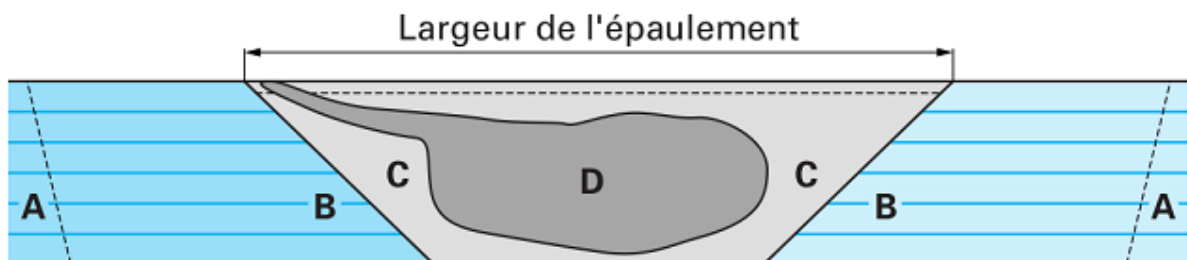


Figure 1.37 : Schéma d'une coupe transversale d'une soudure FSW.

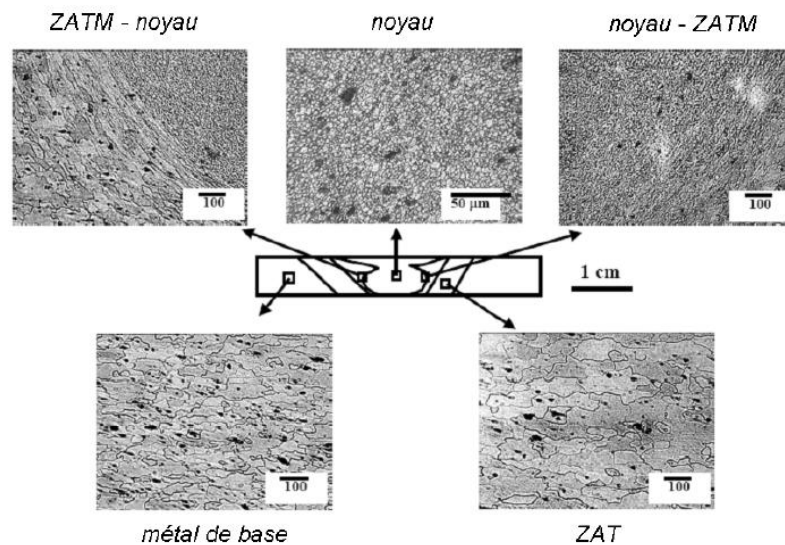


Figure 1.38 : Microstructure d'un joint soudé pour un alliage d'Aluminium de type 2024 [Connolly et al.53].

Zone A : La région est un métal base, une section où le métal acier a été loin de la soudure donc ses propriétés mécaniques globales ainsi que sa microstructure sont restées inchangées au cours de ce procédé.

Zone B : La région est une zone affectée thermiquement (ZAT), une section où le matériel a éprouvé un cycle thermique sans subir la déformation en plastique. Dans cette section, le métal a subi une élévation de température affectant un changement dans la microstructure et les propriétés mécaniques, mais de façon relativement modérée. Ces changements de propriétés sont analogues à ceux de la zone effectuée thermiquement obtenue par des procédés de soudage traditionnelles tel que le soudage par arc et laser.

Zone C : La région III est une zone affectée thermomécaniquement (TMAZ) encadrant le noyau soudé, une section où le métal a été en plastique déformé par le frottement de l'outil de soudure et a subi un cycle thermique. Donc, La température dans cette zone suffisamment élevée pour entraîner des modifications microstructurales significatives.

Zone D : La région IV est une zone noyau soudé (weld nugget, en anglais), cette région le métal a soumis des déformations encore plus importantes que dans la région thermomécaniquement (TMAZ) et la température dans cette région s'approche de son point de fusion, correspond sévèrement à l'endroit du pion pendant la soudure.

1.7 Le couplage thermo-métallo-mécanique :

Le procédé FSW implique des interactions complexes entre les aspects mécaniques, thermiques et métallurgiques. Ces interactions ont une influence direct sur le chauffage et le refroidissement, la déformation plastique et l'écoulement, le phénomène de la recristallisation dynamique et l'intégrité mécanique du joint.

Les aspects thermo-métallo-mécaniques décrits précédemment mettent en évidence les forts couplages physiques que fait intervenir le soudage par FSW. La figure (1.39) schématise le couple entre les aspects thermo-métallo-mécaniques.

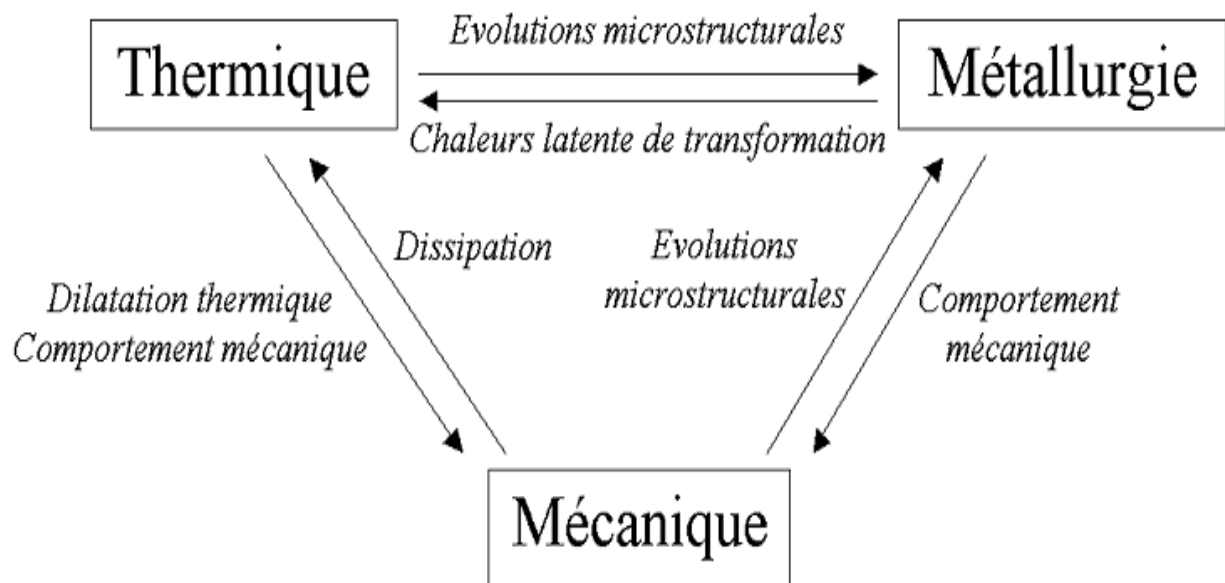


Figure 1.39 : Schéma des interactions thermo-métallo-mécanique.

Tous ces phénomènes physiques sont fortement couplés par :

- l'effet des cinétiques thermiques vécues sur les évolutions microstructurales,
- l'influence des transformations métallurgiques sur les cinétiques thermiques par l'effet des chaleurs latentes de transformation,
- l'influence de la température sur le comportement mécanique et l'importance de la dilatation thermique sur l'équilibre mécanique,

- l'effet de l'état microstructural sur le comportement mécanique,
- l'influence de la dissipation mécanique sur les champs thermiques,
- l'intervention des déformations mécaniques sur les évolutions microstructurales (ex: la recristallisation dynamique au niveau du noyau) [Eric.52].

1.8 Défauts rencontrés en FSW :

Chen et al. [Chen et al.50] et Threadgill [Threadgill.54] ont dressé une liste des principaux défauts rencontrés en FSW. Le flash est le premier défaut rencontré, bien que le terme imperfection soit plus adapté pour désigner cette perte de matière plastifiée en bordure d'épaulement. Le défaut de type cavité ou void désigne un défaut volumique, pouvant être assimilé à un manque de matière et qui résulte de paramètres de soudage inadéquats. Le résidu de plan de joint line est un défaut surfacique ; il désigne un dépôt de particules d'oxyde provenant du plan de joint original. Le défaut de racine ou root flaw désigne un manque de collage à la racine du joint soudé.

L'utilisation de conditions de soudage qui ne sont pas optimales peut mener à la production de joints présentant des défauts. Ces défauts peuvent être classés en trois catégories [Kim et al. 55]. Premièrement, l'apparition de nombreuses bavures en surface du joint survient lorsque l'apport de chaleur est trop grand. Par contre, pour un apport de chaleur qui n'est pas suffisant, une cavité du côté entrant est souvent observée. Cette cavité apparaît car le matériau n'est pas suffisamment mou pour remplir le vide laissé par le passage de l'outil. Dans ce cas, l'application d'une force verticale plus grande permet d'atténuer le problème. Le troisième type de défaut observé est une cavité qui serait causée par un brassage anormal du matériau. Ce brassage anormal peut être causé par un gradient de température trop important entre le matériau situé à la surface de la plaque et celui situé dans l'épaisseur. En effet, ce type de défaut survient lorsqu'une grande vitesse de rotation est combinée à une vitesse de soudage élevée (Figure (1.40)). Dans ce cas, la valeur de la force verticale a peu d'effet sur le résultat.

Un autre type de défaut est observé dans les joints pour lesquels il y a manque de pénétration [Bradley et al.56]. Ces défauts dits « à la racine » du joint sont caractérisés par un contact très intime des faces de chacune des pièces à assembler, sans toutefois qu'il y ait création d'un lien métallurgique. En raison de sa petite taille, il s'agit du défaut le plus

difficile à détecter par des méthodes non-destructives. L'amorçage de fissure en fatigue peut s'y produire [Baptiste.05].

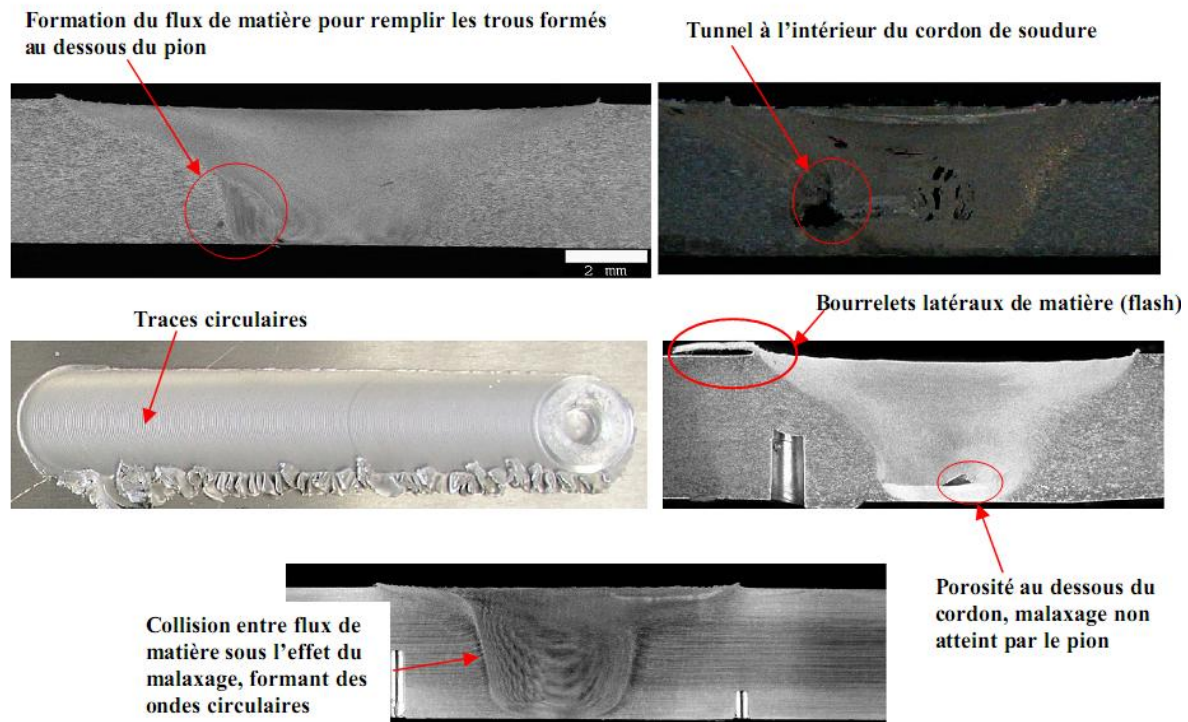


Figure 1.40 : Défauts et Flux de matière observés sur des cordons de soudure de l'aluminium 7020-T6 [Guedoiri .43].

1.9 Techniques de mesures de la température de soudage par friction et malaxage:

Un thermocouple et par une caméra thermique sont des dispositifs afin de mesurer les températures atteintes durant le cycle de soudage.

a) Mesures en surface par caméra thermique :

Afin de pouvoir observer les champs thermiques obtenus sur les points FSW, des acquisitions d'images ont été réalisées par caméra infrarouge. Les champs ne peuvent alors être observés qu'à la surface des tôles. Le matériel utilisé pour ces mesures est une caméra JADE MWF/3 (InSb) de résolution thermique de $0,02^{\circ}\text{C}$ et de réponse spectrale de 3 à $5\ \mu\text{m}$. L'incertitude de mesure sur la température est de $\pm 2^{\circ}\text{C}$.

Les températures ont été mesurées à la surface supérieure des tôles (Figure. (1.40a)) et en dessous des tôles (Figure (1.40b)), pour différents paramètres de soudage. Trois conditions de soudage ont été choisies afin de connaître l'effet de variations de l'effort de soudage (6000 N et 8000 N) et de la vitesse de rotation (1300 et 1500 tr/min). Le temps de soudage, quant à lui, reste fixé à 2,5 s. Les acquisitions par une caméra ont été exploitées afin d'obtenir les courbes aux trois emplacements décrits sur la figure (1.40).

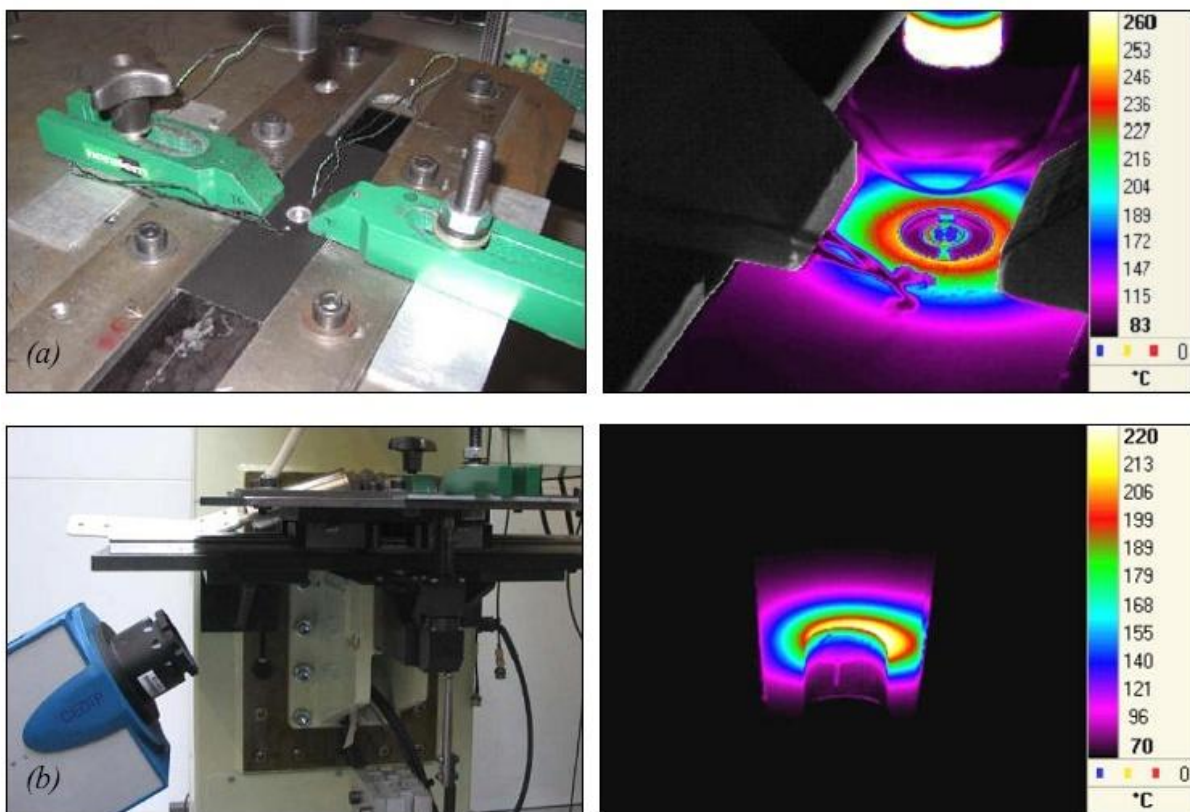


Figure 1.41: Photographies et images obtenues par caméra au moment où l'outil se retire (a) à la surface des tôles et (b) au niveau du contre-appui

Les courbes obtenues (Figure (1.41)) permettent de mettre en évidence le cycle thermique du soudage FSSW. La température augmente rapidement en périphérie de l'outil jusqu'à environ 320°C, puis continue à croître plus lentement jusqu'à atteindre sa valeur maximale en fin de cycle entre 420°C et 460°C selon les conditions de soudage. Le champ thermique se propage progressivement dans les tôles. Toutefois, plus on s'éloigne de la soudure (points 2 et 3), plus les températures atteintes sont bien sûr plus faibles.

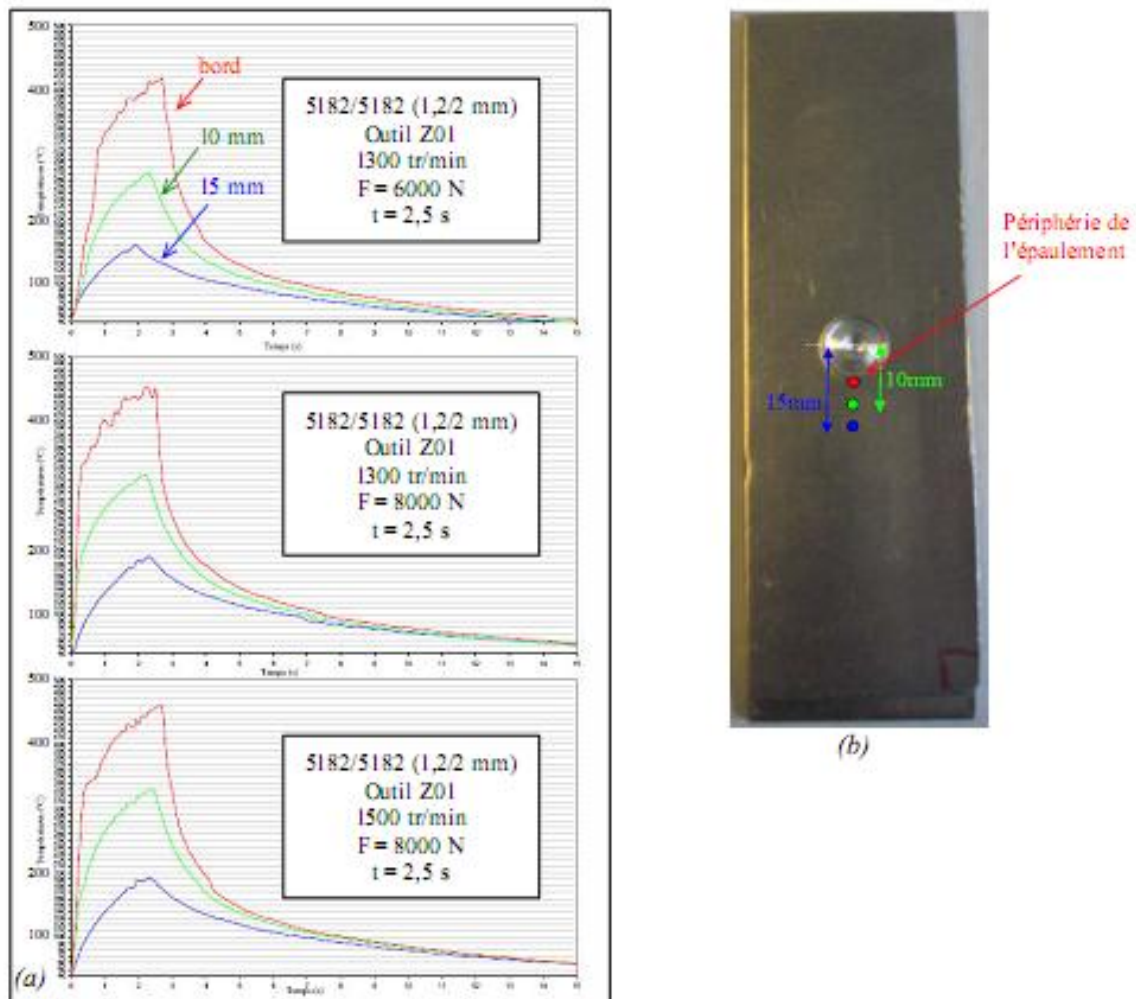


Figure 1.42 : Courbes de températures en fonction du temps, obtenues à partir des acquisitions par caméra infrarouge : (a) courbes à différentes vitesses de rotation et différents efforts et (b) positions auxquelles les courbes de températures sont acquises.

b) Mesures par thermocouples :

Des mesures par thermocouples (Figure(1.42)) ont également été effectuées, dans un premier temps en surface, afin de valider les acquisitions par comparaison avec la caméra thermique. On a pu en conclure que les écarts ne dépassaient pas 5°C entre les deux techniques de mesure .

Pour connaître les températures au plus proche de la zone de malaxage, nous avons tenté également de mesurer les températures à l'extrémité du pion de l'outil, à 1 mm de la surface du pion, avec un système embarqué, et en volume dans les tôles. Les mesures ne semblent pas fiables. En effet, les valeurs mesurées par thermocouples sont très faibles par rapport à ce qui est attendu (température maximale à la surface du pion de 484°C, et températures inférieures à 200°C en volume dans les tôles). Dans les tôles, les thermocouples semblent se déplacer pendant le soudage, les valeurs ne sont donc pas exploitables. Ensuite, en ce qui concerne les températures à la surface de l'outil, les mesures sont fiables, mais malheureusement l'acquisition n'étant possible que toutes les secondes alors que le soudage ne dure que 2,5 s, les valeurs enregistrées ne sont pas assez nombreuses et la valeur maximale n'est pas enregistrée.

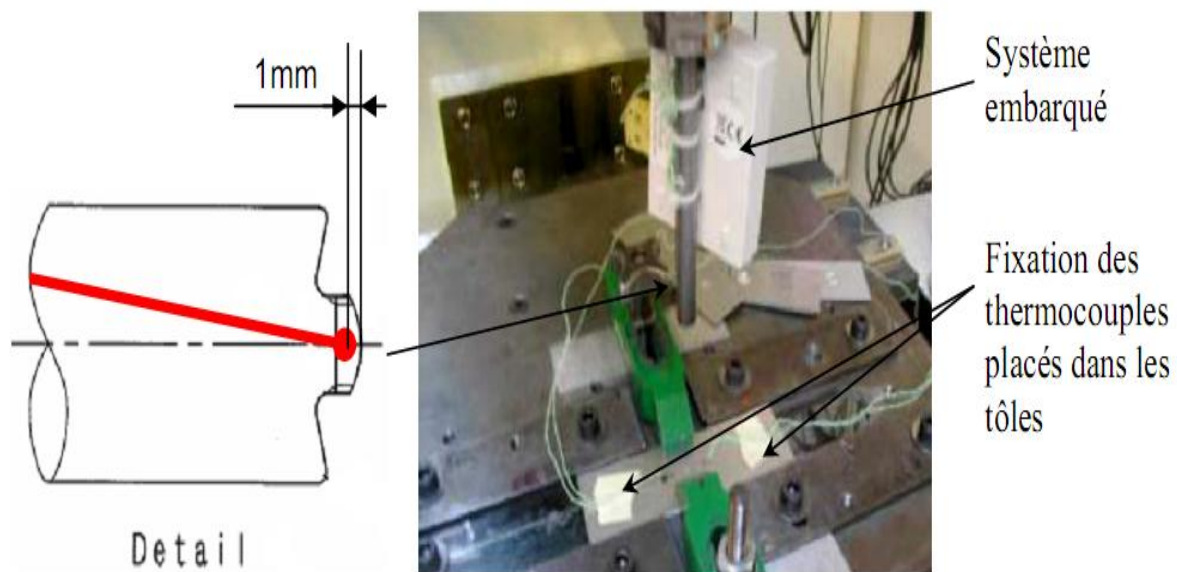


Figure 1.43: Photographie du dispositif de mesure par thermocouples avec le schéma de l'outil montrant l'emplacement du thermocouple.

1.10 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous nous sommes concentrés sur plusieurs points, étudiés dans la littérature, caractérisant le procédé de soudage par friction et malaxage : (1) le principe du procédé ainsi que les avantages identifiés par rapport à d'autres procédés d'assemblage

classiques (2) Les paramètres processus les principaux domaines d'applications du soudage friction et malaxage (3) les phénomènes physiques se produisant au cours du soudage (4) les techniques de mesures de la température et les méthodes de visualisation des flux de matière des types de modélisations existant dans la littérature .

CHAPITRE II

*L'effet thermique au
court le soudage par
friction et malaxage*

2.1 Introduction :

Dans la première partie de ce deuxième chapitre on va présenter l'état d'art des solutions analytique de champ de la température des processus des soudages et particulièrement le soudage par friction et malaxage afin de circonscrire l'ensemble des connaissances à approfondir. Dans la deuxième partie, on va présenter les phénomènes physiques impliqués intervenant durant le process ainsi que le bilan énergétique de ce soudage. Ensuite, on va montrer les conditions topologie et les lois comportements les plus significatifs de la littérature concernant les phénomènes thermiques au cours du procédé FSW. Aussi, on présente les paramètres intervenant durant le processus FSW qui sont distingués selon leurs rôles physiques (le coefficient de transfert le thermique entre tôle/plaque support et tôle/ambient...etc).

2.2 L'état d'art (Solution analytique du champ de la température) :

Initialement, en 1941, les solutions ont été approchées par des solutions analytiques classiques du domaine de température transitoire, telles que les solutions de Rosenthal [Rosenthal.57] pour les plaques semi-infinies soumises à des sources de chaleur ponctuelles ou linéaires. Ces solutions peuvent être utilisées pour prédire le champ de température à distance de la source de chaleur mais ne peuvent pas prédire la température au voisinage de la source de chaleur car la singularité à l'origine de la source se traduit par des niveaux de température infinies, On trouve des modèles de source de chaleur récents dans des régions où la température ne dépasse pas 20% du point de fusion des matériaux [Goldak et al .58][Goldak et al .59]. De nombreux chercheurs, tels que Manca [Manca et al.60] ont suivi les principes proposés par Rosenthal et basé leurs méthodes sur les trois dimensions (3D). Ce travail a été développé par Rosenthal huit ans plus tard. Weichert [Weichert et al.61] a également réalisé plusieurs études concernant le champ de température autour d'une source de chaleur en mouvement. D'autre part, en 1942, Jeager [Jeager et al.62] a conçu une solution pour obtenir la distribution de température autour des surfaces de glissement dans des plaques métalliques et a utilisé la plaque semi-infinie et la source de chaleur rectangulaire mobile avec des surfaces de glissement à vitesse constante. En1969, Pavelic [Pavelic et al.63] a d'abord suggéré que la source de chaleur devrait être distribuée et ont proposé une distribution gaussienne du flux par un modèle de disque circulaire. De plus, la modélisation utilisant les

distributions de surface et du volume de la source de chaleur avec la fonction de Gauss a été développée et calculée en 2D et 3D par différentes méthodes (numériques et analytiques). En 1983 Eagar et Tsai [Eagar et al.64] ont modifié la théorie de Rosenthal pour inclure une source de chaleur gaussienne bidimensionnelle (2D) avec un paramètre de distribution constant qui représente le rayon effectif de l'arc. Ils fournissent ainsi une solution analytique de la distribution de la température dans un solide semi-infini soumis à cette source de chaleur en mouvement. Leur solution était un pas en avant considérable pour la prédiction de la distribution de température dans les régions près de la source de chaleur. En 1985, Goldak et al. [Goldak et al .58][Goldak et al .59] ont été les premiers à introduire la modélisation avec une source de chaleur mobile 3D de type ellipsoïde double. Une formulation par les éléments finis a été utilisée pour le calcul du champ de température. Malheureusement, il n'existe pas encore de modèle général du soudage 3D complet, incorporant une source de chaleur en mouvement avec les détails de la circulation et de la diffusion de la masse fondue à la soudure, valable pour tout procédé. En 1997 Jeong et Cho [Jeonget al .65] ont introduit une solution analytique pour le champ de température transitoire dans les soudures de soudure à base d'une source gaussienne 2D avec différents paramètres de distribution (dans les deux directions x et y). Bien que les solutions utilisent une distribution gaussienne de la chaleur pour prédire la température dans les régions immédiates de la source de chaleur, elles sont encore limitées par le fait que ce modèle de source de chaleur 2D présente des conditions aux limites semi-finies et que les propriétés physiques sont considérées comme invariables. Cependant, il convient de souligner qu'une forme modifiée du modèle 3D précédent a été développée récemment en 2005, comme dans le modèle de Fang et al [Fang et al.66]. Ce modèle traite du déplacement avec des déviations cycliques de l'arc (soudage avec tissage). Pour une application MIG / MAG avec un double fil de soudure, ce modèle est capable de simuler le champ de température et la forme du bain (profondeur-largeur) avec plus de précision que le modèle double ellipsoïde, qui ne dévie pas cycliquement l'arc. En particulier, en 1998, D.I. Pantelis [Pantelis et al .67] utilise le principe de Duhamel, intégré analytiquement en utilisant une approximation de Taylor pour estimer la profondeur de la zone affectée par la chaleur (HAZ) dans le cas où il n'y a pas de fusion, et même des profils de distribution d'énergie laser compliqués et la zone fondue au laser (LMZ), pendant le traitement de surface au laser. En outre, en 2005, Lu et al. [Luet al .68] Les employés

temporaires de la transformation de Laplace et la méthode de séparation des variables et ont profité de la série de Fourier pour approcher la limite dépendante pour résoudre le problème de la conduction thermique dans un composé multidimensionnel. Il n'est pas possible d'envisager une itération numérique. Cet avantage est le point remarquable de leur méthode. En 2005, iSTIR a été utilisé comme modèle analytique thermique 2D et 3D dans le procédé FSW, pour simuler le champ de chaleur asymétrique à partir de la rotation de l'outil FSW et de la composition des vitesses linéaires Vilac et al. [Vilacet et al.69],[Vilacet.al.70]. Après cela, en 2006 Hu [Hu et al. 71] a également effectué une simulation du soudage avec et sans déviations cycliques au cours du soudage (soudage avec / sans tissage). À cet égard, en 2006, Araya et Gutierrez [Araya et al.72] ont conçu une solution transitoire pour les dimensions finies en utilisant la méthode de séparation des variables et ont utilisé la transformation de Laplace pour résoudre l'équation de conduction thermique inhomogène. Il semble que des hypothèses simplificatrices considérables aient été l'aspect indispensable des solutions présentées. Ainsi, malgré l'efficacité des solutions citées, les chercheurs sont devenus enclins à des solutions plus précises avec des hypothèses moins simplistes. Dans le cas du développement de sources de chaleur liées au soudage par points laser, en 2007, Trivedi et al [Trivedi et al.73] ont utilisé une source de chaleur volumique adaptable dans leur modèle pour remplacer le flux thermique de surface, représentant ainsi le champ du faisceau laser. Pour le procédé du soudage par faisceau laser continu, en 2008, Balasubramanian et al [Balasubramanian et al.74] ont appliqué une source de chaleur 3D cône gaussien dans leur modèle pour déterminer la taille et la forme du bain avec l'optimisation de nombreux paramètres; sa formulation est présentée dans la partie modélisation. À cet égard, en 2008, Kidawa-Kukla [Kidawa et al.75] a développé une solution analytique pour trouver un champ de température 3D induit par une source de chaleur rectangulaire se déplaçant dans une plaque finie. L'utilisation de la fonction Green a grandement minimisé les hypothèses simplificatrices. Pour calculer la condition d'état de température 3D, Osman et Boucheffa [Osman et al.76] ont présenté en 2009 une solution analytique utilisant une intégrale fréquentielle et une Transformée Intégrale de Fourier cosinus fini, dans laquelle la Transformée de Fourier finie était considérée comme une solution appropriée à la température. Un solide avec une convergence rapide. Contemporain, Ferro et Bonollo [Ferro et al.77] avaient l'intention d'obtenir de la chaleur de la FSW et également de la distribution de

température dans le procédé FSW en ne tenant pas compte de l'étape de préchauffage, en utilisant un modèle thermique semi-analytique. Un an plus tard, une autre solution analytique a été proposée par Winczek [Winczek et al.78] à la température transitoire induite par une source de chaleur volumétrique en mouvement variable dans un corps semi-infini. Cette solution peut être employée avec succès pour obtenir la distribution de chaleur, comme les procédés du soudage à l'arc et au laser. Visant à réduire le temps du calcul dans les problèmes de conduction thermique inverse, Fernandes, et al. [Fernandes et al.79] a également appliqué la fonction de Green. En 2011, Kim [Kim et al.80] a utilisé la série de Fourier pour envisager les paramètres utiles pour déterminer les paramètres les plus efficaces sur le champ de température autour d'une source de chaleur rectangulaire mobile. Jain et al. [Jain et al.81] ont présenté la même année une solution analytique pour la conduction de chaleur multicouche instable 2D en coordonnées multiples sphériques dans la direction radiale. Ils ont conclu que la solution du problème de conduction de chaleur 2D multicouche en coordonnées sphériques et le problème correspondant dans les coordonnées cartésiennes multidimensionnelles ne sont pas similaires. Le couplage de la méthode de perturbation de l'homotopie (HPM) et des valeurs propres radiales dans la direction tangentielle n'est pas explicite. La méthode d'itération variationnelle (VIM) est une technique efficace pour résoudre les problèmes de valeur limite initiale. En 2012, Hedayati [Hedayati et al.82]. Navneet .KumarLamba et N. W. Khobragade [Navne et al.83] basés sur des techniques de transformation intégrale; Transformation de Marchi-Fasulo, transformée de Marchi-Zgrablich, pour trouver la solution thermoélastique. Les résultats sont obtenus en termes de fonctions de Bessel sous la forme de séries infinies pour déterminer la réponse thermoélastique découplée d'un cylindre épais de longueur $2h$ dans lequel des sources de chaleur sont générées selon la fonction linéaire de la température. En 2013, Haghpanahi et al [Haghpanahi et al.84] a présenté une solution en utilisant la fonction de Green pour déterminer le champ de température autour d'une source de chaleur uniforme se déplaçant dans une plaque finie avec des conditions aux limites non homogènes. CM Jadhav BR Ahirrao et NW Khobragade [Jadhav et al.85] ont appliqué une technique de transformée de Marchi-Fasulo et de Laplace pour déterminer la distribution de température inconnue, le déplacement et les contraintes thermiques (thermoélastiques) sur le bord $z = h$ de la mince plaque rectangulaire, La frontière aimable et la condition initiale .En 2014, Salimi et al [Salimiet al.86] ont utilisé l'intégrale finie transformée par Mikhailov pour

résoudre le problème de conduction thermique dans des plaques dissemblables assemblées en un outil ou un faisceau de soudure. Les résultats obtenus montrent un grand accord avec les données expérimentales, ce qui accentue la précision de la solution analytique. Plus récemment, en 2015, Salimi et al [Salimi et al.87] ont étendu la solution analytique précédente [Haghpanahi al.84] pour couvrir l'application d'une source de chaleur non uniforme. Ainsi, les études récentes ont été réalisées en utilisant les méthodes mathématiques pures dans des applications réelles d'ingénierie pratique et en traduisant la langue officielle d'équations complexes au langage désinvolte des résultats, des contours et des figures. Parmi les outils et méthodes d'investigation d'un procédé de soudage, la modélisation analytique est un moyen privilégié pour avoir accès aux champs de température et mécaniques pendant les étapes le process. Cette modélisation analytique des procédés de soudage par friction et malaxage peut permettre de mieux comprendre certains mécanismes physiques intervenant durant le process et d'observer l'influence de chaque paramètre process sur le résultat obtenu. En effet, les champs de température, de contraintes et de déformations sont plus facilement abordables analytiquement que par l'expérience.

2.3. Phénomènes physiques impliqués intervenant durant le process :

On présente dans cette section les principaux ingrédients, liés aux différents phénomènes physiques impliqués au cours de soudage par friction et malaxage. Dans le soudage par friction et malaxage il y a plusieurs événements physiques qui sont donc couplés tel que Thermique- Métallurgie et Thermique- Mécanique et Mécanique- Métallurgie.

Pendant le procédé, l'outil génère un intense échauffement et de fortes déformations plastiques au sein de la matière. L'échauffement produit pilote les cinétiques de transformation microstructurales se produisant dans le milieu, l'état microstructural influençant à son tour les propriétés mécaniques.

Les phénomènes physiques mis en jeu au cours du process de soudage peuvent être classés en trois catégories :

- Thermique : conduction, convection et apport de chaleur.
- Mécanique : déformation et contraintes induites lors du soudage, frottement
- Métallurgie : évolutions microstructurales, proportions de phase et transformations métallurgique [Baptiste.05].

Généralement, Le champ de température doit être déterminé avant les autres grandeurs. Pour cela, il est nécessaire de connaître le comportement thermique du matériau et la quantifier de chaleur.

La Figure (2.1) présente ces phénomènes physiques impliqués et leurs interactions.

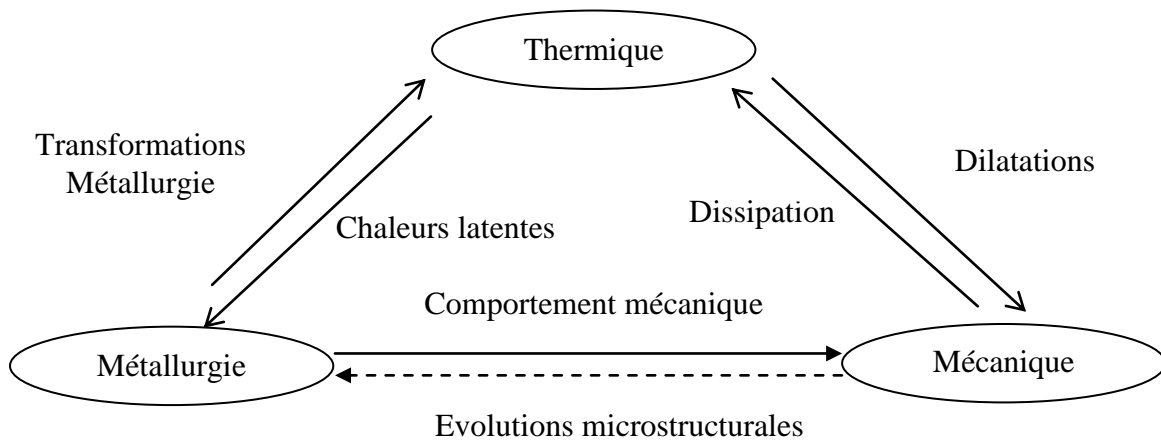


Figure 2.1 : Couplages phénomènes physiques.

La liste ci-dessous présente les influences des différents aspects entre eux :

- L'effet des cinétiques thermiques vécues sur les évolutions microstructurales,
- l'influence des transformations métallurgiques sur les cinétiques thermiques par l'effet des chaleurs latentes de transformation,
- L'influence de la température sur le comportement mécanique et l'importance de la dilatation thermique sur l'équilibre mécanique,
- L'effet de l'état microstructural sur le comportement mécanique,
- L'influence de la dissipation mécanique sur les champs thermiques,
- L'intervention des déformations mécaniques sur les évolutions microstructurales (exemple: la recristallisation dynamique au niveau du noyau) [eric.52]

L'aspect thermique inclut l'apport de chaleur, les phénomènes de conduction et de convection dans le milieu avec l'air ambiant et avec le support de la machine. Le champ de température conduit les évolutions microstructurales et leurs cinétiques de transformation. Ces évolutions sont déterminées à partir de la microstructurales initiale de la pièce et des cinétiques de transformation. En retour, ces transformations métallurgiques influent sur le

champ de température par le biais des chaleurs latentes lorsqu'un changement d'état se produit. Les chaleurs latentes interviennent surtout dans les procédés de soudage par fusion, dans le cas du procédé de soudage par friction et malaxage le joint de soudure étant effectué à l'état solide, elles n'ont pas d'effets.

L'état mécanique tel que les contraintes et les déformations sont déterminées par le comportement mécanique de la matière et par les conditions aux limites du problème (chargements mécaniques, chargements thermiques, bridage). Les états thermique et métallurgique du système changent les propriétés mécaniques de la matière. La dépendance en fonction des phases des propriétés mécaniques, les dilatations thermiques et les changements de volume se produisant au cours des transformations, la plasticité de transformation où sont des effets influant directement sur l'état mécanique du système [Heuzé.52].

L'état mécanique influe à son tour sur le champ de température au travers de la dissipation mécanique due aux déformations irréversibles. Ce couplage est souvent négligé dans le cas des procédés de soudage conventionnels qui ne mettent en jeu que de faibles vitesses de déformation. Dans le cas des procédés par friction et malaxage, les forts taux de déformation générés par le malaxage de l'outil donnent beaucoup plus d'importance à la dissipation mécanique et un couplage fort thermomécanique doit être pris en compte.

Enfin l'état mécanique influe sur l'état métallurgique, les cinétiques de transformation dépendant aussi de l'état de contrainte. Un exemple classique est celui de la recristallisation dynamique se produisant dans la matière lorsque celle-ci est fortement malaxée. En fait, ce dernier couplage est souvent considéré comme étant du second ordre en termes d'ordre de grandeur et négligé [Heuzé.52].

D'autre part, La modélisation thermique du procédé de soudure FSW est indispensable pour représenter correctement le bilan thermique ainsi gérer la gestion de la puissance au cours du soudage. Le problème thermique dans la Figure (2.2) est le centre des interactions mises en jeu lors du FSW. La résolution de ce problème thermique est essentielle pour comprendre la liaison entre les paramètres du procédé et la qualité du joint obtenu [Nejah.06].

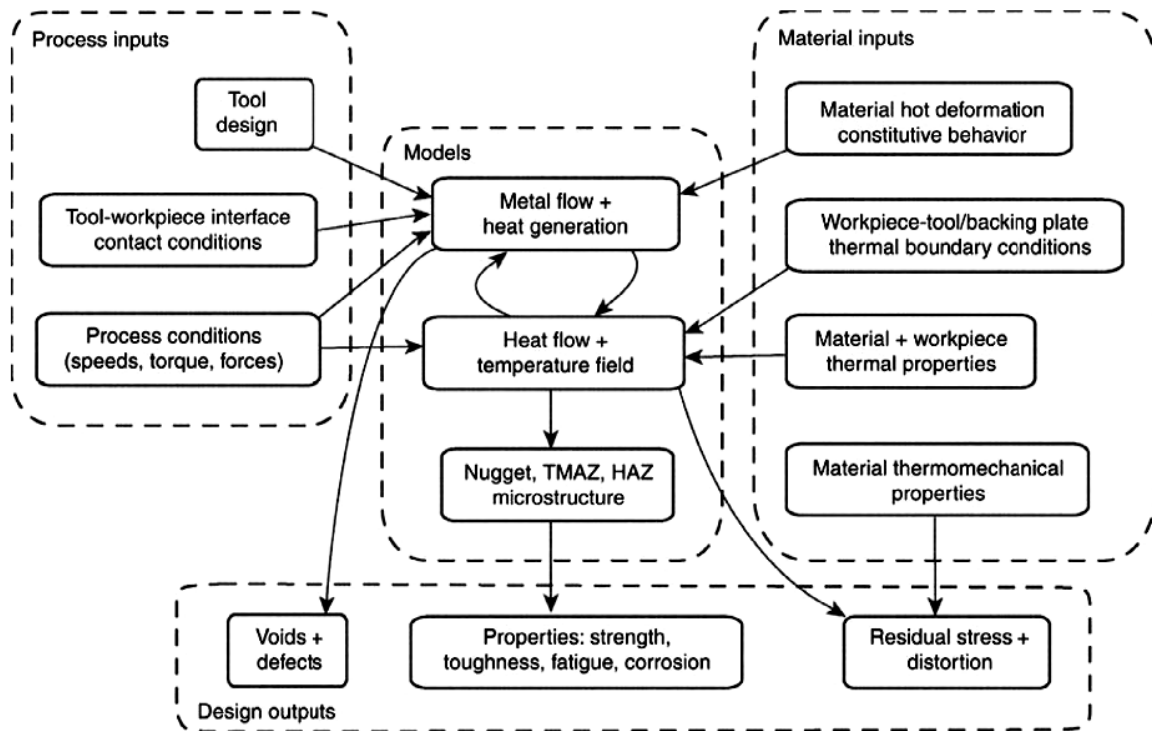


Figure 2.2 : Principales interactions physique au cours du FSW [Nejah.06].

2.4. Bilan énergétique du soudage par friction et malaxage :

En cours le soudage par friction et malaxage, les processus mécaniques et thermiques permettant la formation du cordon sont très couplés. Un bilan énergétique est indispensable pour une meilleure compréhension de ces processus. En effet, la définition du gradient de température dans les pièces servant à définir les transformations métallurgiques susceptibles de se produire lors du soudage, n'est possible que par la détermination de la répartition de la densité de flux de chaleur moyenne.

En phase de soudage du FSW, une partie de l'énergie mécanique totale est dissipé par frottement entre l'outil et la matière. L'autre partie sert à déformer plastiquement la matière. Zhang et al [Zhang et al. 88] montrent que le rapport entre dissipation plastique/dissipation par frottement est égal à 0.29 en soudant avec une vitesse de 2mm/s un alliage d'aluminium 6061-T6.

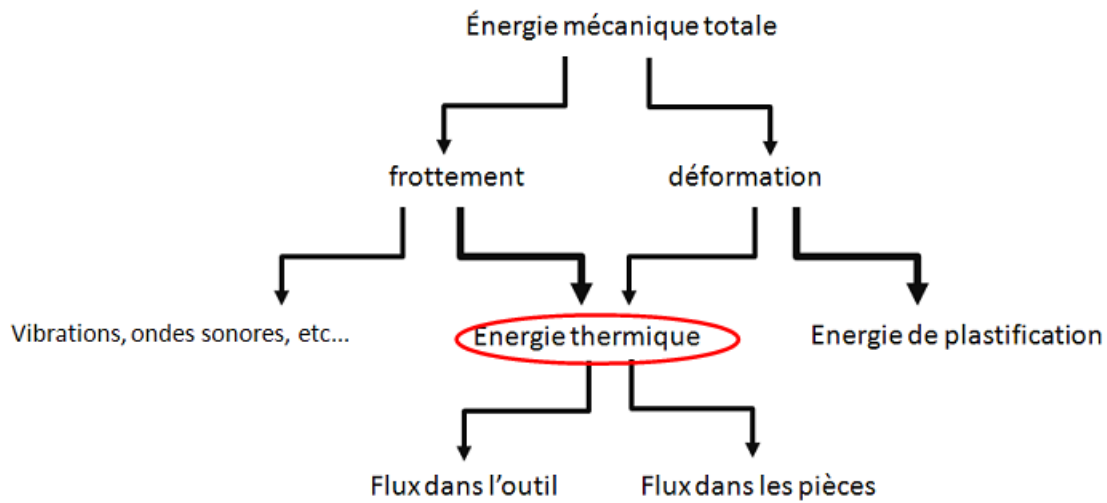


Figure 2.3 : Présentation d'un bilan énergétique en FSW [Nejah.06].

L'énergie générée par frottement à l'interface l'outil/pièce est dissipée dans la plus grande partie sous forme de chaleur. Dans les travaux Zhang et al [Zhang et al. 89], 85.3% de l'énergie transmise aux pièces à souder de nuance 2024-T3 est transformée en chaleur dissipée par frottement. Les autres types d'énergie telle que l'énergie de vibration, ondes sonores, etc... sont relativement faible donc peuvent être négligés par rapport à celle de l'énergie générée par frottement.

La quantité de chaleur provenant de cette énergie thermique permettant l'élévation de la température peut être considérée comme la somme de la quantité de chaleur dû au frottement et celle de la déformation plastique de la matière.

2.5. Conditions tribologiques et loi de comportement :

Le soudage par friction et malaxage est un procédé de soudage en phase solide basé sur le malaxage de la matière à l'état pâteux dans la zone à souder. Le frottement au niveau des contacts épaulement-plaque et pion-plaque combiné à la dissipation par déformation plastique du matériau provoque un échauffement de la matière qui permet d'atteindre la température requise, [Schmidt et al. 90] et [Nandan et al. 91]. La température optimale du soudage est celle qui permet d'avoir un état "pâteux". Le déplacement de l'outil dans la matière, suivant la cinématique du procédé, est donc rendre facile par son état pâteux et il en résulte un brassage de la matière (malaxage) assurant la formation du cordon de soudure.

Les conditions de frottement entre la pièce et l'outil ont donc un effet important et direct sur les sources de chaleur qui induisent l'échauffement de la matière. Afin de modéliser d'une manière satisfaisante ces conditions de frottement, plusieurs mécanismes doivent être pris en compte:

- Le caractère collant-glissant du contact outil-pièce
- Une loi de partage du flux de chaleur généré par frottement entre l'outil et la pièce
- Une loi de frottement dynamique ($f = f(w, r, \dots)$)

D'autre part, il est essentiel d'avoir une meilleure compréhension du couplage entre la dissipation par déformation plastique et la loi de comportement du matériau à souder. Cette loi de comportement doit être suffisamment représentative des conditions thermo-viscoplastiques dans la zone de malaxage. Il convient de noter que les phénomènes physiques liés aux aspects tribologiques et comportement du matériau, dans des conditions proches de celles du procédé du soudage par friction et malaxage, non seulement sont mal connus mais aussi difficiles à modéliser.

Dans la littérature, l'état pâteux du matériau est généralement modélisé par un matériau ayant un comportement de type fluide visqueux non-newtonien. Sa viscosité μ dépend de la température T et de la vitesse de déformation ε et elle peut être déterminée empiriquement à partir du comportement du matériau à haute température. Selon Perzyna, la viscosité μ peut être exprimé à partir de la contrainte d'écoulement σ et la vitesse de déformation effective. Aussi, dans la littérature, on trouve différents types de lois de comportements ($\sigma = f(T, \varepsilon, \dots)$). Dans [Ulysse. 92], la contrainte d'écoulement du matériau σ devaient être imposées en vertu de la loi de Sellars-Tegart [Sellars et al. 93]. D'autres lois, telles que Johnson-Cook ou Norton-Hoff, ont été également utilisées par différents auteurs: [Colegrove et al.94], [Liechty et al.95], [Jacquin et al. 96] et [Feulvarch et al. 97].

Une loi de comportement appropriée qui caractérise le procédé FSW pour les grandes variations de température, déformation et vitesse de déformation, n'existe pas à ce jour. Dans la différence entre le modèle et les mesures expérimentales a été attribué à l'inadéquation de la loi de comportement avec les conditions thermomécaniques du malaxage [Ulysse.92]. Colegrove [Colegrove.98] a pour sa part introduit un régime

empirique ($T_s - T_m$) où la contrainte d'écoulement évolue linéairement et s'annule en T_s (température de solidus), (Figure(2.4)).

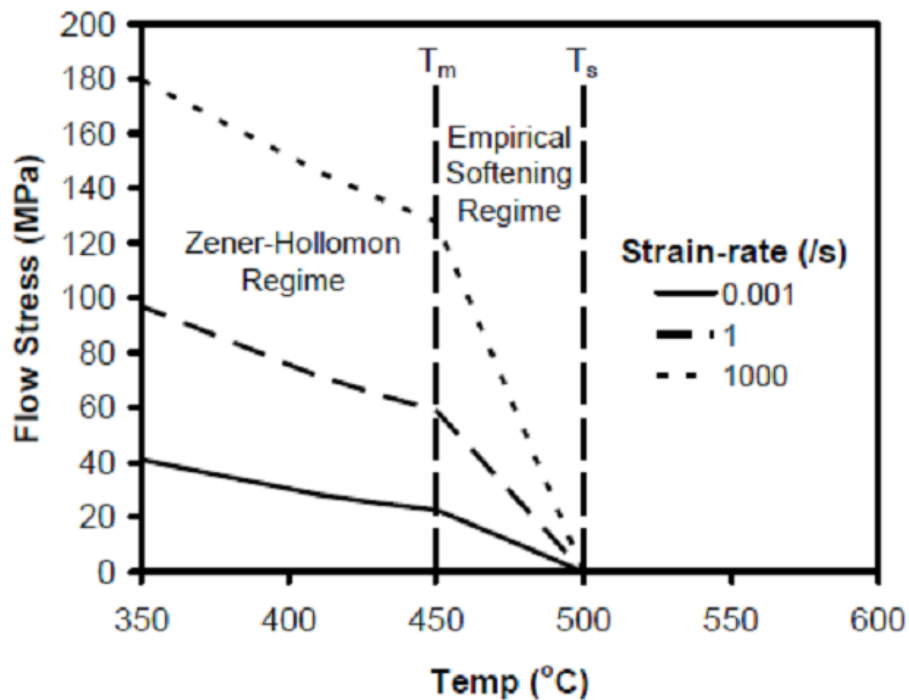


Figure 2.4 : Evolution de la contrainte d'écoulement en régime d'adoucissement [Colegrove.98].

Avec l'hypothèse d'un comportement de type fluide visqueux non-newtonien, la dissipation thermique peut être calculée par déformation plastique et par unité de volume dQ_f à partir de l'expression suivante :

$$dQ_v = 3\beta\mu(\bar{\dot{\epsilon}})^2 dV \quad (2.1)$$

Avec dV un volume élémentaire.

Le paramètre β est le coefficient de Taylor-Quinney représentant la proportion de l'énergie de déformation plastique $\sigma_{ij}\epsilon_{ij}$ dissipée en chaleur. Dans les processus 'classiques' de mise en forme (mise en forme par déformation plastique, usinage...etc.), ce paramètre est généralement pris égal à 0.9. Pour le procédé de soudage friction et malaxage, il n'y a pas d'étude précise permettant de préciser la valeur de ce paramètre en liaison avec les conditions thermomécaniques de la matière dans la zone de malaxage. Ainsi, la valeur de β varie suivant les auteurs ; de 0.6 à 0.8 selon les travaux Colegrove et al [Colegrove .99] et

0.32 selon Lorrain [Lorrain .100]. En ce qui concerne les conditions tribologiques aux interfaces de contact épaulement/tôles et pion/tôles, les modèles de la littérature peuvent être regroupés en trois catégories: (i) contact glissant [Chao et al. 101], (ii) contact collant [Ulysse. 92], [Colegrove et al.99], [Lammlein et al. 102] et [Lorrain 100] (iii) contact collant-glissant (contact mixte) [Schneider et al. 103] et [Schmidt et al. 104]. D'une manière générale, la source surfacique de chaleur dQ_f due aux conditions tribologiques du contact peut être exprimée sous la forme suivante:

$$dQ_v = (wr - v_a \sin \theta) [(1 - \delta) fP + \delta \tau_y] \quad (2.2)$$

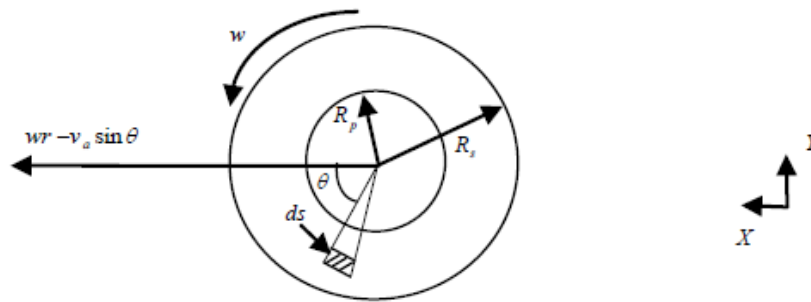


Figure 2.5 : Conditions de vitesse à la surface de l'outil [Riahi et al. 105].

Où le terme $(wr - v_a \sin \theta)$ représente la vitesse tangentielle en tout point de l'interface outil/plaques, avec θ et r sont respectivement la position angulaire et radiale. P et τ_y correspondent respectivement à la pression de contact et la contrainte d'écoulement du matériau en cisaillement. Le paramètre $\delta (0 \leq \delta \leq 1)$ représente le rapport entre la partie glissante de la surface de contact et la surface totale du contact aux interfaces épaulement/tôle et pion/tôle. Une classification des conditions de contact outil/pièce suivant le paramètre δ est donné dans le tableau 2.1, [Schmidt et al. 104].

Tableau I.1 : Classification des conditions de contact aux interfaces outil-pièce.

Condition de contact	Vitesse de matière $v_{matière}$	Vitesse d'outil v_{outil}	Contrainte de cisaillement τ_f	Paramètre δ
collant	$v_{matière} = v_{outil}$	$v_{outil} = WR$	$\tau_f > \tau_y$	$\delta = 1$
Collant/glissant	$v_{matière} < v_{outil}$	$v_{outil} = WR$	$\tau_f \geq \tau_y$	$1 > \delta < 1$
glissant	$v_{matière} = 0$	$v_{outil} = WR$	$\tau_f < \tau_y$	$\delta = 0$

Le modèle fourni par l'équation. (2.2), a été utilisé dans de nombreux travaux, Schmidt et al. [Schmidt et al.104], Nandan et al [Nandan et al. 106], Nandan et al [Nandan et al. 107], Nandan et al [Nandan et al. 108] et Hosein et al [Hosein et al. 109]. Cependant, il est important de préciser que cette approche est basée sur plusieurs paramètres locaux qui sont inaccessibles expérimentalement. Ainsi, le coefficient de frottement μ dans la zone glissante (loi de Coulomb) et le paramètre δ donnant l'étendue de la part glissante du contact ne peuvent pas être déterminé directement à partir d'un essai de soudage par friction et malaxage. Théoriquement, ces deux paramètres doivent être déterminés à partir d'essais tribologiques dans des conditions proches de celles du procédé par fiction et malaxage. Cependant, comme les données tribologiques sur μ et de δ ne sont pas disponibles dans la littérature, différents auteurs ont supposé un contact mixte en calibrant μ et δ de telle sorte à coïncider avec les données expérimentales sur la température et/ou sur le couple, [Kong et al. 110], [Deng et al. 111] et [Nandan et al. 106].

Pour ces verrous scientifiques, une autre difficulté tient à la loi de partage de la source de chaleur par frottement entre l'outil et la pièce. Dans les travaux de [Fourment et al. 112], ils sont supposés que le coefficient de partage J n'est calculé que par le rapport des effusivités des matériaux de l'outil et de la pièce:

$$\tau_{cot} = \frac{\sqrt{\rho C_p k_{pièces}}}{\sqrt{\rho C_p k_{pièces}} + \sqrt{\rho C_p k_{outil}}} \quad (2.3)$$

Où J : est la part qui va dans la pièce.

2.6. Lois de frottement adoptées :

La question de la nature du contact outil/matière reste un point important non seulement pour la modélisation de la chaleur générée par l'outil et le transfert de la thermique entre cette outil et les pièces à souder, mais aussi pour la modélisation du chargement mécanique, c'est-à-dire de l'entraînement de la matière. En effet, suivant la géométrie de l'outil et les matériaux en contact de l'outil et des pièces à souder, il peut être préférable des conditions de contact parfait, décollement et/ou glissement (avec/sans frottement) [Schmidt et al.113].

L'approche la plus simple consiste à supposer un contact parfait entre la matière et l'outil. Ceci revient à imposer une vitesse tangentielle égale à celle d'un point de l'enveloppe de

l'outil. On peut aussi pondérer cette vitesse [Ulysse.92], considérant alors un glissement à l'interface sans décollement possible.

Une autre approche consiste à considérer un cisaillement sur ce bord du domaine. Des lois de frottement sont alors utilisées pour établir une relation entre la vitesse de glissement et la contrainte tangentielle donnée en un point de la zone de contact. Les lois les plus utilisées sont généralement :

La loi de Coulomb, pour laquelle deux états se présentent, considérant la décomposition suivante :

✓ Adhérence :

$$\|F_T\| \leq \mu |F_N| \quad \text{alors } [V_T] = 0 \quad (2.4)$$

✓ Glissement :

$$\|F_T\| = \mu |F_N| \quad \text{alors il existe } \lambda \geq 0 \text{ tel que } [V_T] = -\lambda F_t \quad (2.5)$$

Où μ est le coefficient de frottement à l'interface et λ est déterminé par la résolution du problème mécanique aux limites. Ceci conduit à la notion de cône de frottement : la résultante d'effort est située à l'intérieur du cône de frottement dans le cas de l'adhérence, ou sur le cône de frottement (et elle y reste) dans le cas du glissement.

La loi de Norton-Hoff, qui lie de façon biunivoque la contrainte tangentielle et la vitesse de glissement. Elle peut donc être facilement utilisée par des algorithmes d'intégration de relation de comportement :

$$F_T = -\mu |F_N| \left\| [V_T] \right\|^{p-1} [V_T] \quad (2.6)$$

Où les paramètres μ et p peuvent dépendre de la température [Heuzé.52].

2.7 Forces de contact

Le contact pion/pièces et épaulement /pièces engendre des distributions surfaciques des forces. Les forces surfaciques agissant sur le pin seront supposées et ne dépendent que de la variable β , celle-ci représente l'écart angulaire entre la direction d'avance et la direction radiale joignant le centre d'une section droite du pin à un point situé sur le contour de cette même section. Aussi, la répartition, des pressions générée par le contact pièces/pin sur le front d'attaque de l'outil, peut être représentée, comme l'indique la Figure (2.6), par un profil de

pression ayant un maximum P_0 situé sur l'axe d'avance. Quelle que soit leur nature, les forces de frottement, agissant en sens opposé à la vitesse de glissement resteront tangentes en tout point au contour de la section considérée, et permettent la même direction que la vitesse de glissement, celle-ci est exprimée par la relation :

$$\vec{V}_M(\beta) = -wR_p \cos \beta \vec{X} + (wR_p \sin \beta + V_a) \vec{Y} \quad (2.7)$$

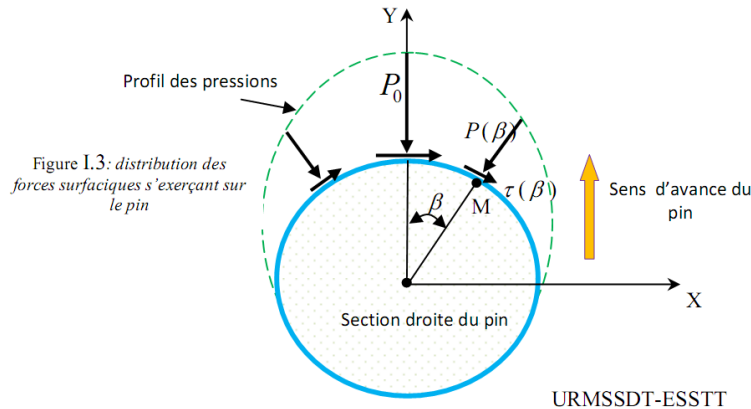


Figure 2.6: Distribution des forces surfaciques s'exerçant sur le pion.

Les forces surfaciques, générées par le contact épaulement /pièces, résultent d'une répartition de pressions que nous considérons uniforme, comme l'illustre la Figure (2.7). Toutefois, les contraintes tangentielles, en tout point de la surface de contact sont directement opposées à la vitesse de glissement de l'épaulement par rapport aux deux pièces.

Il convient de noter qu'en tout point M de la surface de contact, la ligne d'action de la contrainte tangentielle dépend de l'orientation et de l'intensité de la vitesse circulaire V_c ainsi que de la vitesse de soudage V_a . Il en résulte qu'indépendamment quelle que soit de la loi de frottement qui est retenue, la répartition de ces contraintes surfaciques ne peut être symétrique. Ceci est une conséquence de l'asymétrie que pose la vitesse de glissement, qui admet pour expression suivante :

$$\vec{V}_M(r, \alpha) = -wr \sin \alpha \vec{X} + (wr \cos \alpha + V_a) \vec{Y} \quad (2.8)$$

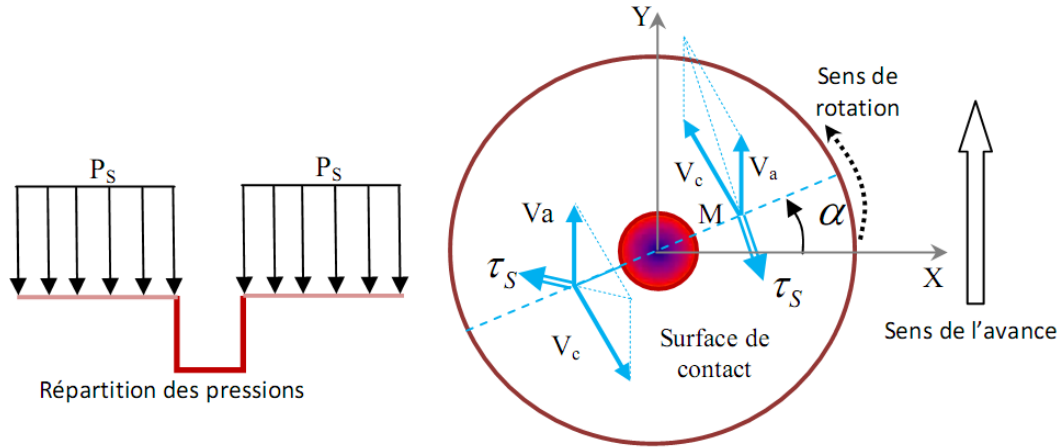


Figure 2.7: Modèles des forces surfaciques au niveau du contact épaulement /pièces

Dans le cas l'assemblage concerne deux matériaux dissimilaires, un frottement solide/solide entre outil et pièces sera caractérisé par des coefficients constants f_1 et f_2 . Les efforts mis en jeu pendant les séquences de friction et de soudage sont déduits à partir des lois de distributions des densités des forces surfaciques.

- ✓ Action mutuelle (Pion /pièces) :

Pression de contact :

$$p(\beta) = p_0 \cos^2 \beta \quad (2.9)$$

Densité des forces surfaciques :

$$\vec{F}_p(\beta) = p(\beta) \left((f \cos \beta - \sin \beta) \vec{X} - (\cos \beta + f \sin \beta) \vec{Y} \right) \quad (2.10)$$

- ✓ Action mutuelle (épaulement /pièces) :

Pression de contact : P_s

Densité des forces surfaciques :

Où

$$\vec{F}_p(r, \alpha) = f P_s \frac{\left(wr \sin \alpha \vec{X} - (wr \cos \alpha + V_a) \vec{Y} \right)}{\sqrt{w^2 r^2 + V_a^2 + 2V_a wr \cos \alpha}} + P_s \vec{Z} \quad (2.11)$$

$$f = f_1 \quad \text{pour} \quad 0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.12)$$

$$f = f_2 \quad \text{pour} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2} \quad (2.13)$$

Les puissances mécaniques mises en jeu pendant les différentes séquences s'obtiennent par intégration sur la totalité des surfaces frottantes des puissances élémentaires développées par les actions mutuelles définies par leurs densités.

Faire le développement des calculs il est possible d'établir les relations définissant les densités surfaciques des puissances mécaniques mises en jeu, les expressions analytiques de ces quantités énergétiques au niveau des deux pièces :

✓ Contact (Pion/pièces) :

$$\vec{F}_p(\beta)\vec{V}_M(\beta) \quad (2.14)$$

Puissance perdue par unité de surface :

$$J_m(\beta) = -fp(\beta)(wR_p + V_a \sin \beta) - p(\beta)V_a \cos \beta \quad (2.15)$$

Avec :

$$f = f_1 \quad \text{pour} \quad 0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.16)$$

$$f = f_2 \quad \text{pour} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq 0 \quad (2.17)$$

✓ Contact (épaulement /pièces) :

$$\vec{F}_s(\beta)\vec{V}_M(\alpha, r) \quad (2.18)$$

Puissance perdue par unité de surface :

$$J_m(r, \alpha) = -fP_s \sqrt{w^2 r^2 + V_a^2 + 2V_a wr \cos \alpha} \quad (2.19)$$

Avec :

$$f = f_1 \quad \text{pour} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.20)$$

$$f = f_2 \quad \text{pour} \quad \frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{3\pi}{2} \quad (2.21)$$

Et :

$$R_p \leq r \leq R_e \quad (2.22)$$

Il doit être noté enfin que des relations relatives aux puissances mécaniques mises sont valables aussi bien pendant la séquence de friction que la séquence de soudage. Pendant la phase friction, la vitesse d'avance ou de soudage devra être maintenue égale à zéro ($V_a=0$)[Guedoiri et al. 114].

2.8 Estimer la pression de contact :

La pression p de contact apparaît au début de la phase de plongement en raison de la charge axiale F_z de l'outil sur les plaques soudures. Hertz a proposé le premier modèle pour décrire la distribution de pression de contact dans le cas un cylindre a un axe vertical plan du soudage, alors que Munisamy et al [Munisamy et al .115] et Levytsky [Levytsky .116] ont proposé des modèles décrivant la distribution de pression de contact et la génération de la chaleur quand l'axe du cylindre est incliné .

La distribution de la pression de contact fournie par le bout plat de pion illustre dans la Figure (2.8), est [Galini.117] :

$$p(r,t) = \frac{2F_z(t)}{d\pi\sqrt{d^2 - 4r^2}}, t_0 \leq t \leq t_{st}, 0 \leq r \leq \frac{d}{2} \quad (2.23)$$

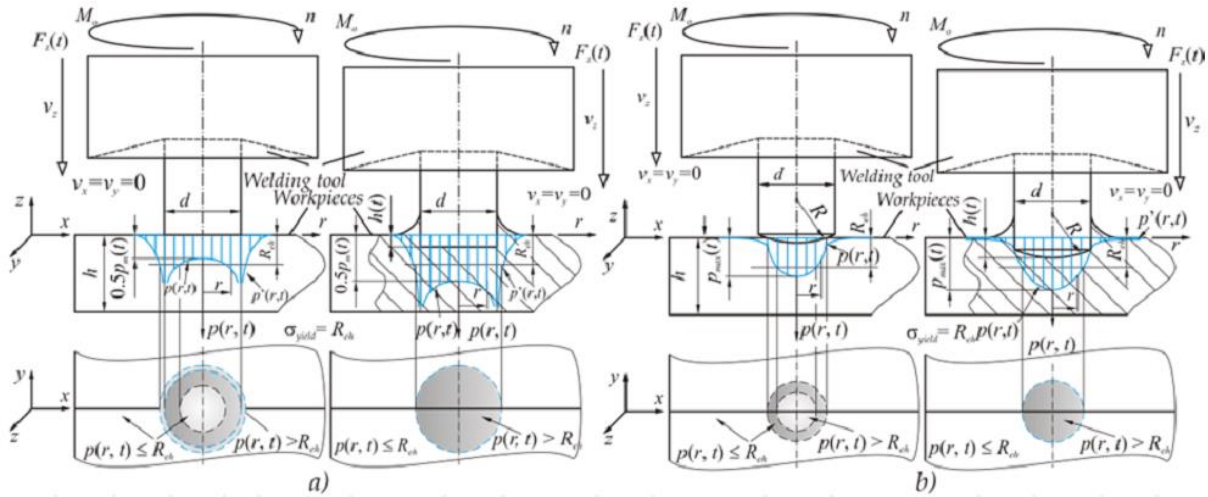


Figure (2.8): Contact avec la distribution de pression pour a) l'appartement et b) les bouts sphériques de pion [Thomas et al.118],[Mijajlović et al. 119] et [Mijajlović et al. 120].

Si le bout de pion a une forme sphérique, de la pression de contact est distribuée (Figure (2.9b) comme [Galini.117] :

$$p(r,t) = \frac{2}{\pi} \sqrt{d^2 - 4r^2} \sqrt[3]{\frac{2F_z(t) \bar{E}^2}{d^5}}, t_0 \leq t \leq t_{st}, 0 \leq r \leq \frac{d}{2} \quad (2.24)$$

E : représente le module d'élasticité médian estimé comme :

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_{wt}^2}{E_{wt}} + \frac{1 - \nu_{wp}^2}{E_{wp}} \quad (2.25)$$

E_{wt} : le module d'élasticité du matériau de l'outil de soudage, ν_{wt} : le rapport de poisson du matériau de l'outil de soudage, E_{wp} : le module d'élasticité du matériau de la pièce, ν_{wp} : le rapport de Poisson du matériau de la pièce.

Pour la pratique, la pression de contact médiane $p_m(t)$ donnée par :

$$p \approx p_m(t) = \frac{4F_z(t)}{d(t)^2 \pi}, d(t) = d, t_0 \leq t \leq t_{st}, 0 \leq r \leq \frac{d}{2} \tag{2.26}$$

Les recherches Mijajlović et Stamenković [Mijajlović.121],[Stamenković.122],[Mijajlović et al.119],[Mijajlović et al.120] et [Mijajlović.123] ont montré que la pression de contact répartie sur les pièces atteignait des valeurs différentes selon les zones. Dans certaines zones, elle dépassait la limite d'élasticité de pièces, alors que dans les autres zones, ses valeurs sont inférieures à la limite d'élasticité (Figure (2.12c)).

L'existence de telles zones augmente la résistance des pièces à soudés et une profonde de plongée et un intensif de plongement apparaît[Mijajlović.121],[Stamenković.122],[Mijajlović et al.119],[Mijajlović et al.120] et [Mijajlović.123] :

$$p \approx p_m(t) \geq k_{eh} \sigma_{yield}(T); k_{eh} = 1.5 - 3 \tag{2.27}$$

$\sigma_e(T)$ - limite d'élasticité des pièces en fonction de la température T.

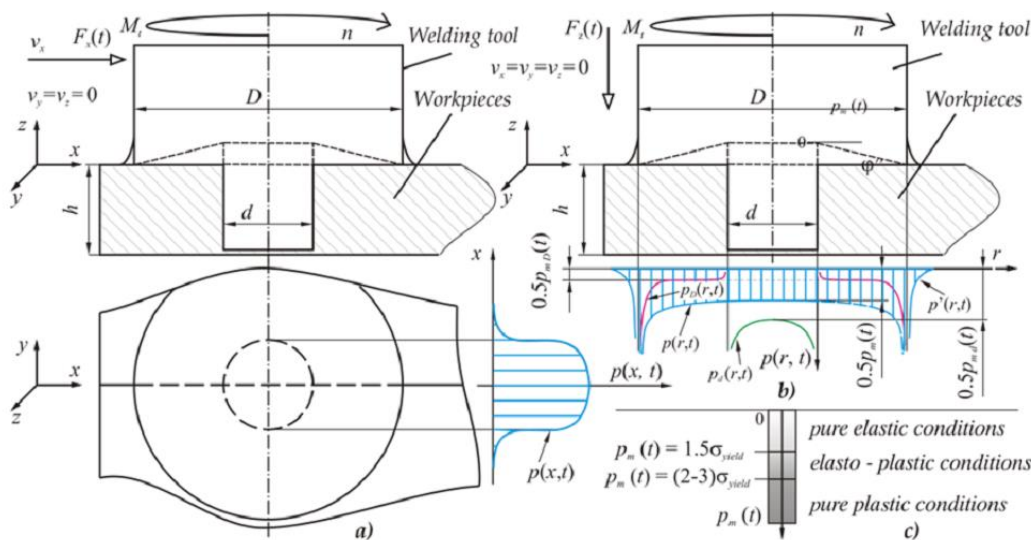


Figure (2.9) : Répartition de la pression de contact [Thomas et al.118],[Mijajlović et al. 119] et [Mijajlović et al. 120]: a) côté de pion, b) extrémité d'épaule, c) conditions de contact définissant la pression de contact Mijajlović.121],[Stamenković.122] et[Mijajlović et al.119]

La pression de contact fournie par l'épaule plate est répartie de manière similaire (Figure (2 .9b)) avec le pion plat [Mijajlović.121]. Il apparaît en légèreté puisque le bout de l'épaule est continuellement impliqué dans soudage. La pression de contact superposée délivrée par le pion plat et l'épaule plate [Mijajlović.121] est:

$$p \approx p_m(t) = \frac{4F_z(t)}{d(t)^2 \pi}, d(t) \begin{cases} \approx \frac{d-D}{t_{st}-t_1}(t-t_{st}) + d, t_{st} \leq t \leq t_1 \\ = D \end{cases} \quad (2.28)$$

La pression de contact fournie par le côté pion (Figure (2 .9a)) est un cas de problème de contact modifié «cylindre dans cylindre» [Munisamy et al .115] , [Levytsky .116], [Galin.124] et [Goryacheva et al .125].Les fils du côté du pion augmentent la complexité d'analyse de la répartition de la pression de contact, avec ou sans filet, la pression de contact médiane du côté du pion est:

$$p \approx p_m(t) \begin{cases} \approx \frac{F_x(t)}{dh}, t_2 \leq t \leq t_3 \\ \approx 0, \quad t \leq t_2, t \geq t_3 \end{cases} \quad (2.29)$$

$F_x(t)$ - force dans le sens de la soudure, h - hauteur du pion/ des pièces.

2.9 Estimer l'effort de cisaillement tangentiel :

Quand la déformation des pièces apparaît, la couche de rotation du matériel ramolli se déplace vers l'outil de soudure [Mijajlović et al. 121],[Schmidt et al. 113], [Colligan.126] et [Ouyang et al.127]. Celui-ci est possible seulement si les charges fournies par l'outil de soudure des efforts tangentiels plus grands que les efforts la contrainte d'écoulement du matériau en cisaillement. La valeur d'un tel effort tangentiel de cisaillement (contact), de critère de Von Misses dans la tension uni-axiale et le cisaillement pur [Mijajlović et al. 121],[Schmidt et al. 113], [Rai et al. 128] et [Mijajlović.119], est :

$$\tau_{cont} = \tau_{cont}(T) = \tau_{yield}(T, \varepsilon) = \frac{\sigma_{yield}(T, \varepsilon)}{\sqrt{3}} \quad (2.30)$$

Où $\tau_{cont}(T)$: l'effort tangentiel de contact en fonction de la température.

$\tau_{yield}(T, \varepsilon)$: La contrainte d'écoulement du matériau en cisaillement en fonction de la température et le taux de contrainte.

$\sigma_{yield}(T, \varepsilon)$: La contrainte d'écoulement du matériau en fonction de la température et le taux de contrainte.

La force de contraintes du matériel dépend fortement du taux de la température et de contrainte, et l'analyse des efforts tangentiels dans le soudage par friction et malaxage exige la pleines température et histoire de contrainte dedans des pièces dans une zone large autour de l'outil de soudure [Mijajlović et al. 121],[Djurdjanović et al .129], [Nandan et al. 91]Frigaard et al.130].Cependant, l'analyse de la génération de la chaleur dans le soudage par friction et malaxage peut négliger l'influence de la contrainte sur la diminution de limite d'élasticité et maintenir et encore maintenir la précision suffisante[Schmidt et al. 113].Négliger est possible depuis les températures maximales de l'extension matérielle environ 80% [Djurdjanović et al.131] de la température de fusion lorsque la déformation a des valeurs significatives en raison de conditions de quasi-fusion dans le matériau [Russell et al.132], [Colegrove et al.133] .L'effort de cisaillement tangentiel de contact est :

$$\tau_{cot} = \frac{\sigma_{yield}(T)}{\sqrt{3}} \quad (2.31)$$

Où : $\sigma_{yield}(T)$: force de rendement des pièces matériels en fonction de la température.

2.10 Les lois de comportement utilisées :

Les travaux ont été réalisés par Seidel et al[Seidel et al.134] , Ulysse [Ulysse. 92], Colegrove et al [Colegrove et al. 94] ,Shercliff et al[Shercliff et al. 134] et Fourment et al [Fourment et al. 112]en adoptant d'un comportement purement visqueux (parfois appelé viscoplastique). Ce groupe est le premier de travail étudiés afin décrire le matériau. Le cadre théorique de ces lois de comportement est d'abord étudié par Chenot [Chenot et al. 135] et Besson [Besson et al.136] ensuite les différentes lois de comportement utilisées sont présentées. Ces travaux utilisent une approche eulérienne ; le travail réalisé revient alors à une simulation d'écoulement de fluide. Les champs de vitesse et de pression sont les inconnues principales du problème. Ce type de comportement visqueux est plus utilisé pour la description des procédés de mise en forme des métaux à chaud car la matière devient pâteuse sans être liquide ; il s'agit d'un fluide à grande viscosité. Revenir la modélisation du soudage par friction et malaxage à un calcul d'écoulement de fluide permet de traiter d'une façon correcte les zones à grandes déformations au niveau de l'outil car la matière s'y trouve sous

forme pâteuse. Dans les autres zones c'est-à-dire les zones plus éloignées, le métal reste sous sa forme solide, mais on peut considérer qu'il s'agit du même fluide dont la viscosité est très élevée voire infinie. Ce considérable permet de ne pris en compte qu'une seule loi de comportement pour décrire les plaques soudées .Donc, la loi de comportement d'un tel fluide purement visqueux est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \sigma = -pI + \frac{\partial\phi}{\partial d} & \text{où } d = \frac{1}{2}(\nabla v + {}^t\nabla v) \\ \text{div } v = 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

Où $\phi(d)$ est le potentiel visqueux convexe et positif suivant l'hypothèse de Besson et al [Besson et al.136] .l'équation exprime l'incompressibilité du fluide. Dans la pression correspond au multiplicateur de Lagrange associé à cette liaison interne.

Dans le cas de matériaux isotropes le potentiel ne s'exprime qu'en fonction des invariants de d . On va supposer que le second invariant d est le seul argument du potentiel visqueux. Donc :

$$\frac{\partial\phi}{\partial d} = \frac{1}{3d} \frac{\partial\phi}{\partial d} d \quad (2.33)$$

Implique l'équation se réécrit comme suite :

$$\sigma = -pI + 2\mu(\bar{d})d \quad \text{où } \mu(\bar{d}) = \frac{1}{3d} \frac{\partial\phi}{\partial d} \quad (2.34)$$

$\mu(\bar{d})$ est la viscosité dynamique

Donc, la contrainte équivalente de von Mises est donnée par :

$$\sigma_{eq} = \frac{\partial\phi}{\partial d} \quad \text{où } \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} s : s} \quad (2.35)$$

Ensuit, on va examiner les différentes lois de comportement bâties à partir de ce cadre :

✓ Le fluide newtonien incompressible

Un tel fluide est définit par une linéarité des contraintes avec les termes ∇v et p cette définition est équivalente au comportement comme suivant :

$$\begin{cases} \sigma = -pI + 2\mu(T)d \\ \text{div } v = 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

Donc, la viscosité peut être une fonction de la température, dans le cas d'un couplage avec un modèle thermique.

✓ **Les fluides non-newtoniens incompressibles**

Dans ce cas la viscosité de fluide ne dépend pas seulement de la température. Donc sa viscosité est fonction de la température ainsi que des invariants de d .

1. Le fluide de type Norton-Hoff est défini par le potentiel suivant :

$$\phi(\bar{d}, T) = \frac{K(T)}{n+1} (\sqrt{3}\bar{d})^{n+1} \quad \text{où } K(T) = \exp\left(\frac{\alpha}{T}\right) \quad (2.37)$$

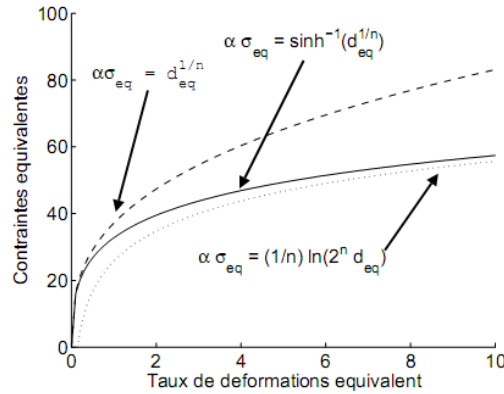
Où K et n sont des paramètres du matériau. La forme de la viscosité est donnée par :

$$\mu(\bar{d}, T) = K(T) (\sqrt{3}\bar{d})^{n-1} \quad (2.38)$$

Ce choix de comportement est utilisé par Fourment [Fourment et al. 113] où une approche euléro-lagrangienne. Dans ce cas le potentiel visqueux d'un fluide newtonien correspond au potentiel d'un fluide de Norton-Hoff pour $n=1$.

En plus les lois de comportement précédemment mentionnées, il y a d'autres auteurs ; Seidel et al [Seidel et al.40] et Ulysse et al [Ulysse.92] utilisent le comportement de Sellars-Tegart qui décrit par Sheppard et al [Sheppard et al.137]; Sheppard et al [Sheppard et al. 138]. Cette loi de comportement est dérivée de travaux sur le fluage qui ont été transposés à des procédés de déformation de métaux à chaud. Cette loi de comportement combiné de deux parts : la première loi (en pointillés sur la Figure (2.6) correspond des contraintes faibles et la seconde loi considérée pour des contraintes élevées (des points sur la Figure(2.10)). En effet, en combinant de ces lois, on peut trouver une forme plus générale (lignes continue sur la Figure(2.6)).

$$\bar{d} = A \left(\sinh(\alpha \sigma_{eq}) \right)^n \quad (2.39)$$



Figure(2.10):Représentation des tendances de différents comportements :

Dans la figure ci-dessus la loi de Norton-Hoff est représentée en pointillés, celle pour des fortes contraintes est représentée par des points et la ligne continue représente la loi de Sellars-Tegart. Ici, d_{eq} représente exceptionnellement le taux de déformation équivalent.

L'ajout de l'influence de la température est possible dans cette loi de comportement par le biais du paramètre de Zener-Hollomon dont présenté par l'expression suivante :

$$Z(T, \bar{d}) = \bar{d} \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \quad (2.40)$$

Où Q représente une énergie d'activation

L'expression précédemment est transformée en remplaçant \bar{d} par $\bar{d} Z(T, \bar{d})$:

$$\bar{d} \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) = A \left(\sinh(\alpha \sigma_{eq})\right)^n \quad (2.41)$$

On peut obtenir les expressions suivantes pour la viscosité de Sellars-Tegart :

$$\mu(T, \bar{d}) = \frac{1}{\bar{d} 3\alpha} \sinh^{-1} \left[\left(\frac{Z(T, \bar{d})}{A} \right)^{\frac{1}{n}} \right] = \frac{1}{\bar{d} 3\alpha} \ln \left[\left(\frac{Z(T, \bar{d})}{A} \right)^{\frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \left(\frac{Z(T, \bar{d})}{A} \right)^{\frac{2}{n}}} \right] \quad (2.42)$$

Dans le cadre des approches eulérienne ou bien euléro-lagrangienne, d'autres auteurs comme Askari [Askari et al.139] et Schmidt [Schmidt et al. 140] ont adopté un comportement différent du fluide visqueux motionné précédemment. Donc, le matériau a été caractérisé par un solide élasto-visco-plastique à écrouissage isotrope. Ceci ayant l'avantage de garder une

part de déformations élastiques au sein des déformations totales afin décrire le comportement des zones éloignées de l'outil. Les déformations sont représentées par une façon additive. Le critère de plasticité choisi par Askari [Askari et al. 139] et Schmidt [Schmidt et al. 140] est celui de von Mises et l'écroutissage isotrope est représenté par la loi de Johnson-Cook en 1983 suivante :

$$\begin{cases} f(\sigma, \sigma_y) = \sigma_{eq} - \sigma_y(\varepsilon^p, \dot{\varepsilon}^p, T) \\ \sigma_y(\varepsilon^p, \dot{\varepsilon}^p, T) = \left(A + B(\varepsilon_{eq}^p)^n \right) \left(1 + C \ln \frac{\bar{d}}{d_0} \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_{fus}}{T_{fus} - T_{ref}} \right)^m \right) \end{cases} \text{ où } \varepsilon_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon^p : \varepsilon^p} \quad (2.43)$$

Où \bar{d}_0 représente la vitesse de déformation de référence.

T_{fus} représente la température de fusion du matériau

T_{ref} représente la température de référence

A, B, C, n et m : sont les caractéristiques du matériau

n représente la limite d'élasticité initiale

B représente la sensibilité de l'écroutissage à la déformation plastique

C détermine la sensibilité à la vitesse de déformation et m la sensibilité à l'élévation de température. On peut remarquer que le troisième facteur est nul lorsque la température est égale à la température de fusion du matériau.

2.11 Relation entre la température et les paramètres cinématiques :

La déformation plastique du matériau qui se produit au cours le soudage par friction et malaxage dépend de la géométrie et de la cinématique de l'outil. La cinématique de l'outil est le résultat de la vitesse d'avance et de la vitesse de rotation et elle est responsable de la définition de l'état thermomécanique lors du soudage. La qualité du joint est définie en fonction du rapport des vitesses (d'avance et de rotation) et de la force de forgeage. Si ce rapport est faible, la soudure est dite "froide" et pour un rapport important la soudure est dite "chaude". La gamme d'intervalles définissant le type de soudure, selon ce rapport, est donnée par Vilac [Vilac et al.69]. Ces auteurs ont montré pour quelle valeur de ce rapport, la quantité d'énergie nécessaire à la création d'un joint sans défauts. Les essais réalisés par l'institut de soudure (IS) sur l'alliage AA7020-T6 montrent l'influence de la

source de chaleur sur la qualité de soudure. Si la source de chaleur est importante ou insuffisante, des défauts de type flash (bavure) ou de type tunnel (cavité) apparaissent (Figure (2.11)). Une bavure apparaît quand le matériau est trop ramolli et compressé (lorsque le terme R est important) par contre la cavité apparaît car le matériau n'est pas suffisamment ramolli pour remplir le vide laissé par le passage de l'outil. Dans ce cas, l'application d'une force verticale optimale permet d'atténuer ce problème. Un mélange anormal du matériau est observé lorsque les deux vitesses de soudage sont importantes.

$R < 0.25$ conditionFSWdetype'chaude'

$0.25 < R < 0.5$ conditionFSWintermédiaire

$R > 0.5$ conditionFSWdetype'froide'

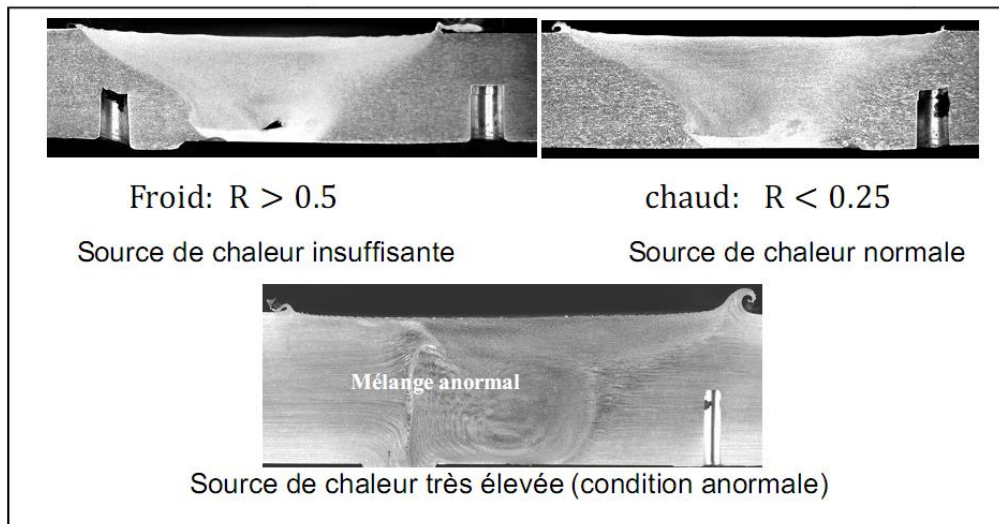


Figure 2.11 : Illustration des conditions de soudage. Cas du soudage de l'aluminium AA7020-T6 (IS)

Dans les essais à force contrôlée, le couple entre les paramètres cinématiques et la force de forgeage joue un rôle important sur la production de chaleur. Kim et al. [Kim et al. 80] ont défini une zone de soudabilité (Figure(2.12)). La zone définissant le domaine de soudabilité augmente dès que la pression de l'outil augmente.

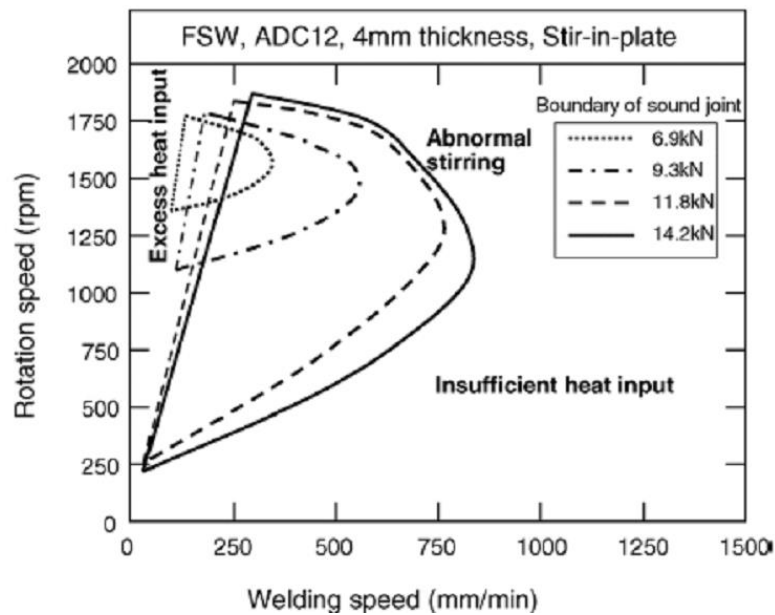


Figure 2.12 : Intervalle de conditions de soudage optimales en fonction de la force verticale appliquée [Kim et al. 80].

2.12 Influence du champ thermique sur les transformations métallurgiques :

Les modèles métallurgiques employés pour le Friction Stir Welding se restreignent généralement aux alliages d'aluminium, domaine d'application privilégié du procédé. Les transformations métallurgiques, lorsqu'elles sont modélisées, sont décrites de façon phénoménologique. Ces cinétiques de transformation sont modélisées par des équations différentielles. Les modèles les plus courants sont :

La cinétique isotherme de Johnson-Mehl-Avrami, notamment utilisée dans [Feulvarch et al. 97], exprime l'évolution de la proportion volumique de phase-fille en fonction du temps, à température constante :

$$x(t) = X \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^n} \right) \quad (2.44)$$

Où τ et n sont des paramètres, $x(t)$ représente la proportion volumique de phase transformée et X la proportion maximale pouvant être transformée. Ce type de loi permet entre autres de décrire des cinétiques de recristallisation statique, notamment pour des alliages à durcissement par écrouissage.

Un modèle isotherme de cinétique de dissolution des précipités durcissants, développé par Myhr et al [Myhr et al.141], s'appliquant aux alliages à durcissement structural et utilisé notamment dans [Basset.142] ;[Feng et al.143]. On peut noter que ce modèle ne prend pas en

compte l'influence des variables mécaniques sur le comportement métallurgique. Le phénomène de dissolution correspond à une instabilité des précipités lorsqu'ils sont portés à haute température. Ce modèle est fondé sur le mécanisme de diffusion des éléments de soluté dans la matrice. On note X_d la fraction de précipités dissous, t le temps du traitement isotherme et t^* un temps caractéristique. On a alors :

$$X_d = \left(\frac{t}{t^*} \right)^n \quad \text{où } t^* = t_r^* \exp \left[\frac{Q_{eff}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_f} \right) \right] \quad (2.45)$$

$$\text{et } Q_{eff} = Q_s + nQ_d$$

Où R est la constante des gaz parfaits, n une constante positive (≤ 0.5) ; t_r^* représente le temps maximal pour dissoudre tous les précipités à la température T_r , Q_s correspond à l'enthalpie du solvus métastable et Q_d est l'énergie d'activation de diffusion.

Dans le cas anisotherme, ce même modèle est modifié en divisant le cycle thermique anisotherme en une succession de paliers infinitésimaux isothermes (réaction isocinétique 2) [Grong et al.144] ; [Feng et al.143] . On remplace dans l'équation (2.45) le terme t/t^* par dt/t^* ,et on intègre sur le cycle global :

$$X_d = \left(\int_0^t \frac{dt'}{t'^*} \right)^n \quad (2.46)$$

La dureté en un point donné de la zone soudée est alors reliée à la fraction de précipités :

$$H_v = (1 - X_p)(H_{vmax} - H_{vmin}) + H_{vmin} \quad (2.47)$$

Où H_{vmax} et H_{vmin} sont les duretés respectives du métal de base et de l'alliage en l'absence de précipités.

2.13 Coefficient de partage du flux thermique :

La modélisation des phénomènes thermiques pendant le soudage par friction malaxage requiert une étude énergétique permettant de définir le contact outil/matière. L'énergie thermique ainsi que son partage entre deux solides en frottement a été assez étudiés dans la littérature spécialement dans la modélisation de la coupe orthogonale. Une telle identification permet d'évaluer les coefficients de partage. Une telle modélisation devrait permettre d'évaluer les niveaux des températures de contact et le coefficient de partage de flux

généralisé entre les solides. En effet, la dissipation d'énergie par frottement à l'interface outil/pièce n'est pas symétrique. Ceci contient une densité de flux thermique dissipée dans l'outil différente à celle dissipée dans les pièces à souder. Donc un coefficient de partage entre les différentes zones de frottement doit nécessairement introduire pour définir et calcul cette énergie par frottement à l'interface outil/pièce. Etant donné que ce problème est courant dans les applications industrielles, on trouve dans la littérature plusieurs travaux qui ont été menés pour identifier le coefficient de partage entre deux solides en frottement.

Parmi les problèmes évoqués dans ces études est l'estimation de la surface réelle de contact entre les deux objets en frottement. En effet, le contact entre ces deux derniers n'est effectué que par quelques pics d'aspérités.

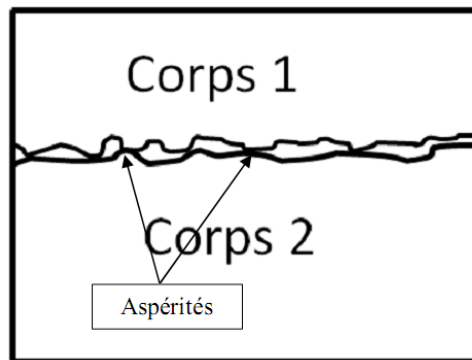


Figure 2.13 : Schématisation de la distribution des aspérités dans un contact glissant.

Dans notre cas, nous considérons que la zone réelle de contact entre l'outil et la matière est égale à la totalité des surfaces de contact outil/matière sans prendre compte des aspérités. Cette hypothèse vient du fait que les différentes parties de l'outil en contact avec la matière sont immergées dans celui-ci.

Dans le frottement sec, la chaleur produite par frottement entre deux corps est distribuée entre les deux corps avec des portions différentes. Ces portions sont exprimées par un facteur appelé coefficient de partage thermique α . Le coefficient de partage du flux thermique entre deux solides est défini comme suit:

$$\alpha = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \quad (2.48)$$

Le flux de chaleur dissipé par la pièce 1 représente une fraction du flux total. Il sera égal à :

$$\varphi_r = \alpha \varphi_T \quad (2.49)$$

L'autre partie du flux sera dissipé par la pièce 2 et égale à :

$$\varphi_2 = (\alpha - 1)\varphi_1 \quad (2.50)$$

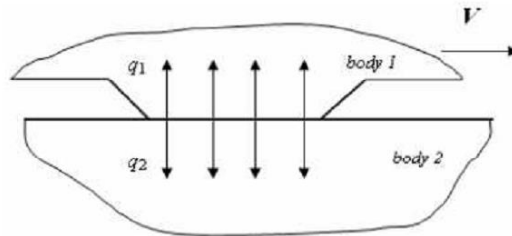


Figure 2.14 : Distribution du flux thermique généré par frottement entre deux solides en contact [Bogdanovich et al.145].

Dans les littératures, on trouve plusieurs modèles permettant de calculer le coefficient de partage dans un frottement sec glissant [Bogdanovich et al.145],[Manda et al.146] . Ces modèles sont liés directement à la vitesse de glissement.

Les études menées par Bastier et al [Bastier 90] et Nandan et al [Nandan et al. 107] ont montré que le coefficient de séparation thermique constant est égal à:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \quad (2.51)$$

En imposant l'égalité de la température maximale entre deux pièces en contact [Mandal et al. 146], le coefficient de partage s'exprime sous la forme suivante:

$$\alpha = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + \lambda_1} \quad (2.52)$$

Avec λ est coefficient d'effusivité thermique donné par la formule :

$$\lambda = \sqrt{\rho C_p k} \quad (2.53)$$

k : Conductivité thermique du matériau ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)

ρ : Densité (kg.m^{-3})

C_p : Chaleur massique ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)

Cette relation est utilisée dans la modélisation du soudage par friction et malaxage par Fourment [Fourment et al. 113].

La seconde approche est basée sur le nombre de Péclet. Dans ce cas le coefficient de partage des flux entre les pièces en contact dépend de la géométrie du contact les propriétés physiques des matériaux en contact ainsi de la vitesse de glissement. Le coefficient de partage s'écrit sous la forme :

$$\alpha = \frac{\lambda_1 \sqrt{\pi}}{\lambda_1 \sqrt{\pi} + \lambda_2 \sqrt{\frac{16}{P_e}}} \quad (2.54)$$

Avec P_e est le nombre de Péclet qui caractérise la nature de contact, il définit la proportion entre la chaleur dissipée par convection et conduction. Il est calculé à partir de la relation suivante :

$$P_e = \frac{\rho C_p V L}{k} \quad (2.55)$$

V: Vitesse de glissement (m.s^{-1})

L : Largeur caractéristique du contact (m)

2.14 Calcul de la puissance de frottement :

Les déformations plastiques et les forces de frottement ne peuvent pas être calculées sans quelques hypothèses simplificatrices. Si on suppose que la chaleur est créée par un cisaillement constant sur une surface circulaire de rayon $R_{ép}$, la puissance générée par le frottement peut être estimée analytiquement :

$$W_f = \int_{\Gamma} \tau v_g d\Gamma = \int_0^{2\pi} \int_0^R \tau \left(\frac{2\pi w}{60} r \right) r dr d\theta \quad (2.56)$$

Où ω est la vitesse de rotation de l'outil (rpm) et le terme V_g correspond à la vitesse tangentielle. L'équation précédente surestime la puissance de frottement puisque la vitesse de glissement, lorsqu'il y a frottement, est inférieure à la vitesse de l'outil. L'intégration de l'équation ci-dessus donne l'expression suivante :

$$W_f = \tau \frac{2\pi w}{60} \frac{R_e^3}{3} 2\pi = \tau w R_e^3 \frac{3\pi^2}{45} \quad (2.57)$$

Le résultat obtenu montre que le cisaillement à l'interface doit être quantifié pour pouvoir calculer la puissance de frottement. Ce cisaillement ne peut être mesuré directement. Il doit être estimé à l'aide d'une loi de frottement. La loi de frottement de Coulomb est souvent utilisée. La contrainte normale correspond à une force verticale appliquée sur une surface circulaire dont le rayon est le même à celui de l'outil. Elle peut être calculée à partir de la force verticale F_z qui est souvent mesurée expérimentalement. La puissance de frottement est alors donnée par l'expression suivante :

$$W_f = \mu_f F_z \omega R \frac{\pi}{45} \quad (2.58)$$

Ainsi, La puissance de frottement peut donc être estimée analytiquement si la valeur du coefficient de frottement est connue. Une partie de la chaleur créée par le frottement est perdue dans l'outil. Le flux de frottement Q_f qui est transmis vers le matériau soudé peut être déterminé en proportion des effusivités du matériau soudé (b_1) et de l'outil (b_2) :

$$Q_f = \frac{b_1}{b_1 + b_2} W_f \quad (2.59)$$

Où l'effusivité b est donnée par :

$$b = \sqrt{k_T \rho c} \quad (2.60)$$

Où k_T est la conductivité thermique, ρ est la densité et c est la chaleur spécifique du matériau considéré. Le calcul du flux de frottement présenté ci-dessus ne tient pas compte des caractéristiques géométriques de l'outil. Ces caractéristiques ont été analysées dans le cadre de travaux plus récents de Schmidt et al [Schmidt et al.104]. Dans ces travaux, les pertes dans l'outil sont négligées.

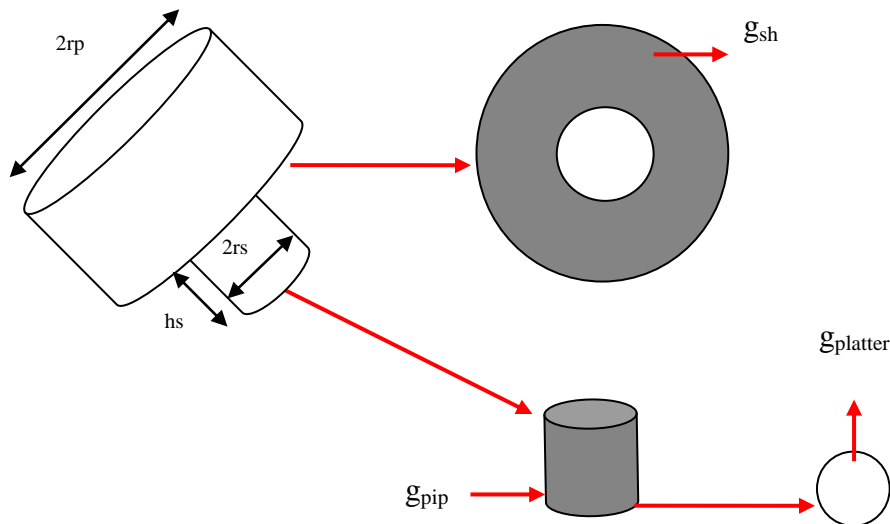


Figure 2.15 : Chaleur de friction générée par l'outil FSW circulaire

Ainsi, en supposant que l'épaulement est plat, les flux de frottement générés par l'épaulement et par le bout du pion (Figure (2.15)) sont présentés par les deux relations suivantes, respectivement:

$$Q_f = \int_0^{2\pi} \int_{R_p}^{R_e} \tau \left(\frac{2\pi w}{60} r \right) r dr d\theta = \tau \left(\frac{\pi^2 w}{45} \right) (R_e^3 - R_p^3) \quad (2.61)$$

Et

$$Q_p = \int_0^{2\pi} \int_0^{R_p} \tau \left(\frac{2\pi w}{60} r \right) r dr d\theta = \tau \left(\frac{\pi^2 w}{45} \right) R_p^3 \quad (2.62)$$

Sur une surface verticale, comme par exemple le côté du pion si cette dernière est lisse, le flux est donné par :

$$Q_p = \int_0^{2\pi} \int_0^H \tau \left(\frac{2\pi w}{60} \right) R_p^2 dz d\theta = \tau \frac{\pi^2 w}{15} R_p^2 H \quad (2.63)$$

Où H est la longueur du pion. Globalement, le flux de frottement total est donné en additionnant toutes les participations :

$$Q_{total} = \tau \frac{\pi^2 w}{45} (R_e^3 + 3R_p^2 H) \quad (2.64)$$

Le calcul du cisaillement à l'interface τ peut être effectué à l'aide de la loi de Coulomb. Il est possible, à partir des différentes expressions de flux obtenues, d'établir la contribution de chacune des parties de l'outil. La part de chacune des composantes de l'outil dépend des dimensions relatives de chacune d'elles. Par exemple, pour l'outil à l'étude, Schmidt et al [Schmidt et al. 90] obtiennent des contributions de 86 %, 11 % et 3 % pour l'épaule, le côté du pion et le bout du pion, respectivement. De leur côté, Simar et al [Simar et al.147] obtiennent, dans le même ordre, des contributions de 79,2 %, 17,3 % et 3,5 %, ce qui les incite à négliger la part provenant du bout du pion. Enfin, Gallais et al [Gallais et al. 10] obtiennent une fraction de 17,4 % pour le pion d'outil.

Le calcul du flux de frottement peut ensuite être utilisé pour analyser l'impact thermique du soudage. Par exemple, ce flux de chaleur peut servir à quantifier la source de chaleur ponctuelle en mouvement du modèle de Rosenthal. Ce modèle permet de calculer les températures maximales atteintes lorsque cette source de chaleur se déplace le long d'une ligne correspondant au joint de soudure. L'expression suivante donne la valeur de la température maximale en un point défini par les coordonnées cylindriques (r, θ, z):

$$T - T_0 = \frac{Q_{total}}{2\pi K_T (r_0^2 + z_0^2)} \exp \left[-\frac{v}{2D} \left(r \cos \theta - R_e \cos \theta + \sqrt{(r_0^2 + z_0^2)} \right) \right] \quad (2.65)$$

Où T_0 est la température uniforme initiale de la plaque, Q_{total} est le flux de chaleur issu du frottement, k_T est la conductivité thermique, v est la vitesse de soudage et D est la diffusivité thermique. La position initiale de la source de chaleur est donnée par r_0 et z_0 qui sont connus. La résolution de l'équation est faite à l'aide de méthodes numériques. Ce modèle permet de relier le champ de température aux paramètres de soudage. Le principal désavantage est l'utilisation d'une source ponctuelle plutôt qu'une surface. De plus, ce modèle ne permet pas de représenter l'évolution des profils de température dans le temps, ni les pertes de chaleur dans les milieux environnants.

2.15 Pertes de la chaleur générée dans l'outil :

La partie de la chaleur générée par le frottement qui est perdue dans l'outil n'est pas toujours comptée à l'aide du rapport des effusivités. Durant le frottement s'effectué entre l'outil et les plaques soudés au cours du soudage par friction et malaxage dont est perdue dans l'outil n'est pas toujours calculée à l'aide du rapport des effusivités.

Ces pertes sont plutôt considérées en utilisant un terme de rendement. En 2003 , Khandkar et al. [Khandkar et al. 03] se sont intéressés à ce problème et citent d'autres travaux qui estiment qu'environ 13 % de la puissance totale est transmise à l'outil. De leur côté, en 2006, Simar et al [Simar et al. 147] ont obtenu une perte de 5 % dans l'outil à l'aide de mesures de température dans ce dernier. L'analyse des transferts de chaleur lors du procédé réalisée par Chao et al. [Chao et al.40] permet de quantifier la quantité d'énergie fournie à l'outil et à la plaque lors du soudage. En effet, des mesures de température par thermocouple ont été effectuées à l'intérieur de l'outil et dans l'épaisseur de la plaque. Une méthode numérique inverse est employée pour optimiser les flux allant vers l'outil et vers la plaque en fonction des mesures expérimentales. Ces flux sont quantifiés et la quantité de chaleur transmise à l'outil constitue environ 5 % de l'énergie totale dépensée.

2.16 Paramètres physiques :

Le coefficient de transfert thermique entre tôle/plaque support et tôle/ambiant, de manière similaire comme coefficient de frottement doit être apprécié pour chaque condition de soudage. Il est utilisé pour déterminer la vitesse de chauffage et de refroidissement du joint et par suite prédire l'état résiduel du matériau. Ce coefficient est un paramètre qui a servi dans la condition aux limites de Newton. Il estime la proportion de puissance perdue dans l'environnement, il est désigné par h (W/m^2k) dans l'équation de flux de chaleur ci-dessous:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x_n} = h(T - T_a) \quad (2.66)$$

X_n : représente la normale à la surface d'échange avec l'extérieur

Le coefficient h représente le contact entre les pièces et le milieu environnant. La valeur qui représente le contact entre les plaques et l'air ambiant est comprise entre 10 et 30 W/m^2k et pour celui entre les plaques et l'enclume, une valeur exacte n'est pas encore déterminée pour ce paramètre. Il varie entre 50 W/m^2k selon le travail de Lammlein et al [Lammlein et al. 102] à 1000 W/m^2k selon le travail de Khandkar et al [Khandkar et al.03] avec T_a est supérieure à la température ambiante, de l'ordre de 100°C selon le travail de Bastier [Bastier .24]. L'écart en température entre mesure expérimentale et modèle numérique après le passage de l'outil, montré par la Figure (2.16) [Hilgert et al.42], s'explique par une valeur de h inadéquate.

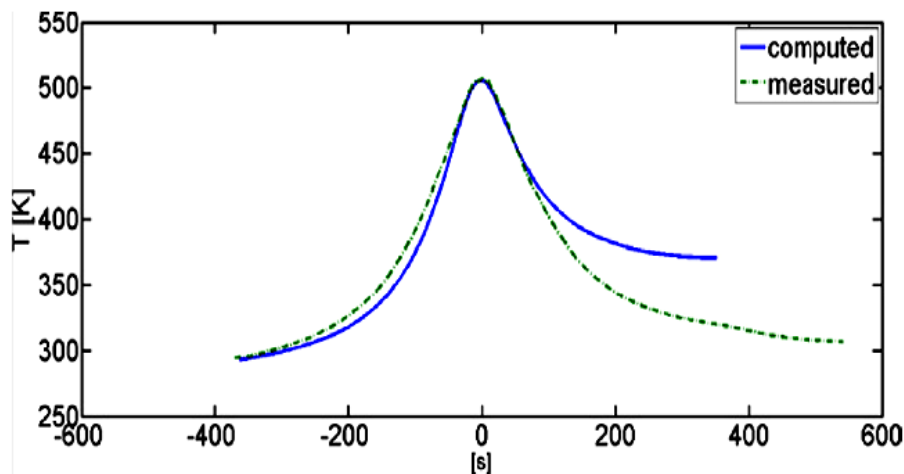


Figure 2.16: Température mesurée et température calculé par une valeur de h donnée [Guedoiri .43]

2.17 Conclusion :

Nous avons mis l'accent sur plusieurs points ;les solutions analytiques de champ de la température des processus des soudages et surtout le soudage par friction et malaxage, le bilan énergétique de ce soudage tel que l'énergie surfacique (frottement) et l'énergie volumique (déformation) qui permet d'atteindre la température requise, les conditions tropologie et les lois comportements les plus significatifs de la littérature concernant les phénomènes thermiques au cours du procédé FSW et les paramètres intervenant durant le processus FSW qui sont distingués selon leurs rôles physiques (le coefficient de transfert le thermique entre tôle/plaque support et tôle/ambient...etc).

CHAPITRE III

Modèle analytique de l'effet thermique au court le soudage par friction et malaxage

3.1 Introduction :

Dans ce chapitre on va présenter un modèle analytique décrivant le flux thermique au cours du procédé FSW. Donc, on a pris en compte à la source surfacique c'est-à-dire le flux surfacique de chaleur au niveau de la zone de contact entre l'outil et les tôles à souder. Autrement dit, le couplage entre le modèle thermique et le modèle mécanique en se basant sur la méthode de séparation des variables qui nous permet de résoudre l'équation différentielle associée à ce problème et établir une relation entre la distribution de la température de la zone de malaxage entourant l'outil et les paramètres de la plaque à souder tels que la conductivité thermique, coefficient de transfert intérieur et masse volumiqueetc.

3.2 Description du problème :

Nous considérons deux pièces d'épaisseur l_3 et de dimensions $l_1 \times 2l_2$ dans le plan xy comme montré sur la figure (3.1) et immobilisées par un serrage pour éviter leur écartement. Le matériel soudé se déplace dans la direction x avec une vitesse constante V . La surface $l_1 \times 2l_2$, à $z = 0$, est entièrement refroidie par un coefficient de convection thermique h_{air} . Cette surface est soumise à une température ambiante tandis que la surface inférieure de la pièce en contact avec la plaque du support $z = l_3$ est maintenue à la même température du support T_1 . Les faces latérales sont adiabatiques. On suppose que la conductivité thermique solide λ et la diffusivité thermique α sont indépendantes de la température.

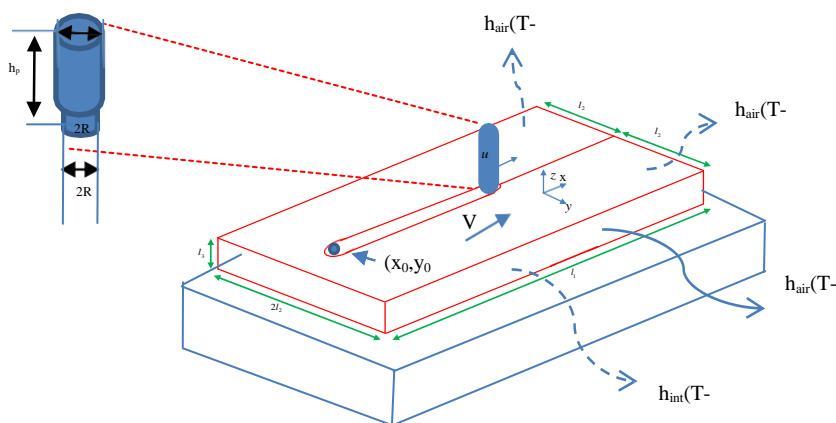


Figure 3.1: System des pièces soudées et de serrage.

Ce qui est rationnel pour la convection naturelle entre les plaques d'aluminium et l'air. A la surface arrière, lorsque la pièce est serrée sur une plaque d'acier du support, un coefficient de

transfert de chaleur par convection est supposé prendre en compte le flux thermique à travers l'interface du contact.

3.3 Génération et distribution de la chaleur:

La détermination d'un modèle précis pour la génération et la distribution de chaleur FSW en raison d'un besoin impératif de comprendre le mécanisme correspondant qui reste un sujet difficile dans la littérature FSW. Sur les conditions tribologiques aux interfaces de contact entre l'épaupe / plaque et le pion / plaque, les modèles de la littérature peuvent être regroupés en trois catégories: (1) contact glissant [Chao et al. 101], ce modèle propose que la génération de chaleur pendant FSW se produise en raison du chauffage par friction sous l'outil et autour du pion. (2) le contact collant [Ulysse. 92], [Colegrove et al.99], [Lammlein et al. 102] et [Lorrain 100] propose de relier la génération de chaleur à la déformation plastique adiabatique entre le matériel plastifié et l'outil. (3) contact collant-glissant (contact mixte) Schneider et al. 103] et [Schmidt et al. 104] dans ce dernier modèle (les modèles mixtes) suggèrent que les deux mécanismes sont actifs, et que la transition peut se produire selon le paramètres de processus.

En général, la source de chaleur de surface due aux conditions tribologiques du contact peut s'écrire sous la forme suivante :

$$dQ_f = (wr - v_a \sin \theta) \tau_{contact} dS \quad (3.1)$$

Où le terme Q_f représente la vitesse tangentielle à n'importe quel point de l'interface outil/plaque, où w et r sont respectivement la vitesse angulaire et le rayon.

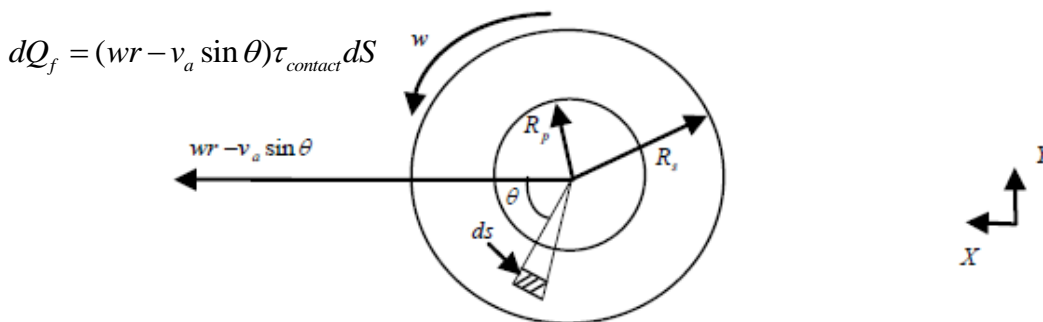


Figure 3.2 : Chaleur de friction générée par l'outil FSW circulaire dans une plaque rectangulaire finie.

Le calcul du cisaillement à l'interface τ peut être fait en utilisant la loi de Coulomb :

$$\tau_{contact} = \delta \tau_{yield} + (1 - \delta) \mu p \quad (3.2)$$

Dans l'expression ci-dessus, μ est le coefficient de frottement, P et τ_y correspondent respectivement à la pression de contact et à la contrainte d'écoulement du matériau en cisaillement. Le paramètre ($0 \leq \delta \leq 1$) représente le rapport entre la partie coulissante de la surface de contact et la surface totale du contact à l'interface épaulement / l'interface de pièce et pion / l'interface de pièce. δ est la variable d'état de contact qui est égale à 0 et 1 pour les conditions de glissement et de collage, respectivement.

La contrainte d'écoulement est liée à la résistance ultime du matériau (basée sur le critère de Von Mises entre la limite d'élasticité en cisaillement et la limite d'élasticité en traction [Riahi et al.105]).

$$\tau_{yield} = \frac{\sigma_{UTL}}{\sqrt{3}} \quad (3.3)$$

Cette quantité de friction générée par l'outil FSW est obtenue par l'intégration sur la surface du frottement entre l'outil de soudage et les tôles à souder. En conséquence, la chaleur produit par le frottement de l'épaulement et le pion est donné par la relation suivante :

$$g_{sh} = \frac{2}{3} w \pi (r_{sh}^3 - r_p^3) \tau_{contact} \quad (3.4)$$

$$g_{pside} = 2 w \pi l (r_p^2) \tau_{contact} \quad (3.5)$$

$$g_{pside} = \frac{2}{3} w \pi r_p^3 \tau_{contact} \quad (3.6)$$

3.4 Modèle analytique de champ de la température :

La description analytique transitoire des phénomènes de transfert de chaleur dans une plaque rectangulaire est représentée à l'aide de l'équation de conduction thermique dans un système de coordonnées cartésien ($x, y, z,$) :

$$\rho C_p \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right) + g(x, y, z, t) \quad (3.7)$$

Où C_p et p sont la conductivité, la capacité calorifique spécifique et la densité respectivement. Les propriétés thermophysiques de la pièce sont supposées uniformes et indépendantes de la température.

Dans l'équation (3.7), $g(x, y, z, t)$ est la chaleur de friction générée par l'outil FSW circulaire dans une plaque rectangulaire finie aux conditions aux limites homogènes, qui prend la forme [Haghpanahi et al.85] :

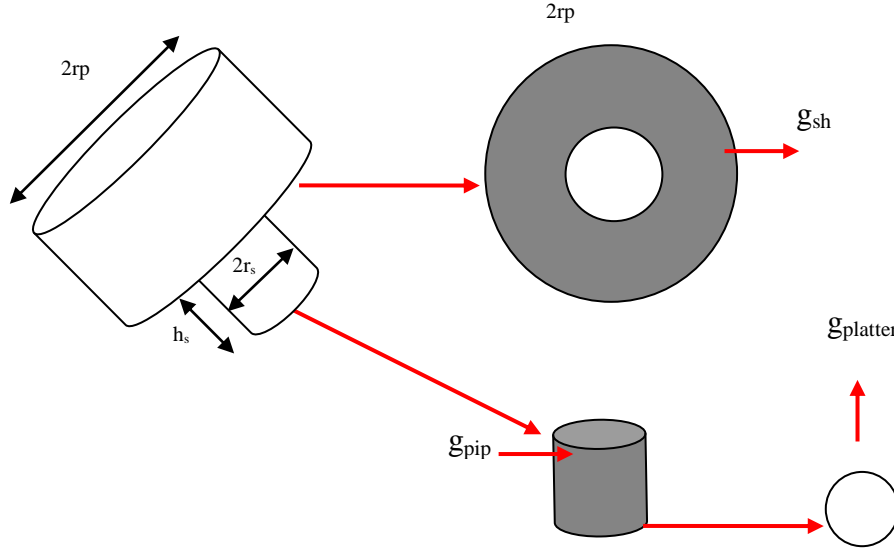


Figure 3.3 : Chaleur de friction générée par l'outil FSW circulaire dans une plaque rectangulaire finie.

$$g(x, y, z, t) = \begin{cases} \frac{g_{sh}}{\pi(r_s^2 - r_p^2)} \delta(z - h) \Rightarrow \\ \text{for } \left(\bar{x}(t) - \sqrt{r_s^2 - (y - \bar{y}(t))^2} < x < \bar{x}(t) + \sqrt{r_s^2 - (y - \bar{y}(t))^2} \right), \bar{y}(t) - r_s < y < \bar{y}(t) + r_s & (3.9) \\ -\frac{g_{sh}}{\pi(r_s^2 - r_p^2)} \delta(z - h) \Rightarrow \\ \text{for } \left(\bar{x}(t) - \sqrt{r_p^2 - (y - \bar{y}(t))^2} < x < \bar{x}(t) + \sqrt{r_p^2 - (y - \bar{y}(t))^2} \right), \bar{y}(t) - r_p < y < \bar{y}(t) + r_p & (3.10) \\ \frac{g_{tip}}{\pi r_p^2} \delta(z - (h - l_p)) \Rightarrow \\ \text{for } \left(\bar{x}(t) - \sqrt{r_s^2 - (y - \bar{y}(t))^2} < x < \bar{x}(t) + \sqrt{r_s^2 - (y - \bar{y}(t))^2} \right), \bar{y}(t) - r_s < y < \bar{y}(t) + r_s & (3.11) \\ \frac{g_{platter}}{2\pi l_p r_p} \delta(z - h) \Rightarrow \\ \text{for } \sqrt{(x - \bar{x}(t))^2 - (y - \bar{y}(t))^2} = r_p, h - l_p < z < h & (3.12) \\ 0 \Rightarrow \text{otherwise} \end{cases}$$

Où $\bar{x}(t)$ et $\bar{y}(t)$ représentent les centres de l'outil se déplaçant le long d'une trajectoire linéaire, et $\delta(\cdot)$ est la fonction de Dirac delta [Haghpanahi et al.85] :

$$\bar{x}(t) = x_0 + vt \quad (3.13)$$

$$\bar{y}(t) = y_0 \quad (3.14)$$

Où x_0 et y_0 représentent l'emplacement du point de pénétration comme point de départ du mouvement linéaire. v représente également la vitesse de soudage. Les détails de l'illustration schématique du point de pénétration et de l'outil se déplaçant sont représentés à la figure (3.4) suivante :

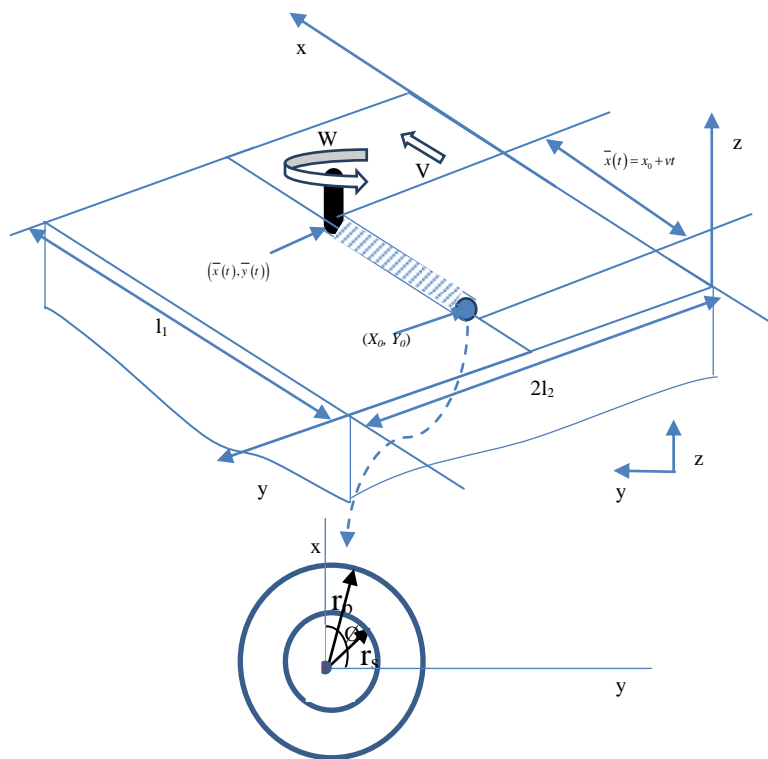


Figure 3.4 : Coordonnées du point de départ et des coordonnées des centres de l'outil se déplaçant suivant une trajectoire linéaire.

3.4.1.1 Conditions aux limites :

Dans ce chapitre, nous présentons un modèle analytique pour décrire du flux thermique au cours du procédé friction et malaxage avec la prise en compte du couplage thermomécanique. Donc on a deux types de conditions aux limites : mécaniques et thermiques. Selon une configuration de soudage donnée, on peut illustrer les deux types de conditions aux limites:

3.4.1.2 Conditions aux limites thermiques :

Les conditions aux limites thermiques sont exprimées soit en termes de température imposée, soit en termes de flux thermique. Ils sont appliqués sur différentes surfaces constituant la frontière. Les trois types de conditions aux limites souvent rencontrées dans les transferts de chaleur sont :

$$T(x, y, z, 0) = T_0 \quad (3.15)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right)_{x=0} = \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \right)_{x=l_1} = 0 \quad (3.16)$$

$$\left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \quad (3.17)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right)_{y=l_2} - h_{air} [T(x, y, z, t) - T_{amb}]_{y=l_2} = 0 \quad (3.18)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \right)_{y=-l_2} - h_{air} [T(x, y, z, t) - T_{amb}]_{y=-l_2} = 0 \quad (3.19)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right)_{z=l_3} - h_{int} [T(x, y, z, t) - T_{int}]_{z=l_3} = 0 \quad (3.20)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right)_{z=0} + h_{air} [T(x, y, z, t) - T_{amb}]_{z=0} = 0 \quad (3.21)$$

La figure (3.5) suivante présente les conditions aux limites thermiques.

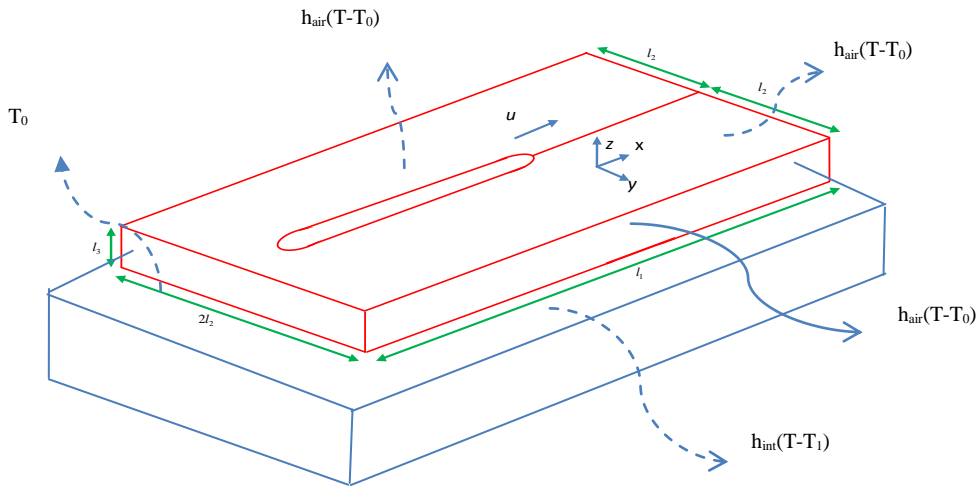


Figure 3.5 : Conditions aux limites thermique.

3.4.1.3 Conditions aux limites mécaniques :

L'avance de l'outil est remplacée par une condition aux limites sur la face d'entrée où une vitesse égale à la vitesse de soudage est imposée. Au niveau du pion et de l'épaulement, un contact collant est considéré. Pour modéliser des conditions de contact glissant, la vitesse de la matière w est strictement inférieure à la vitesse de l'outil; le paramètre δ définit la part de glissement entre l'outil et la matière [Schmidt et al. 90], [Nandan et al. 106] et [Hosein et al. 109]. Les deux facettes latérales ont la même vitesse que celle de soudage dans le sens d'écoulement et une vitesse nulle perpendiculairement à celles-ci. A la sortie, on suppose qu'il y a conservation de matière.

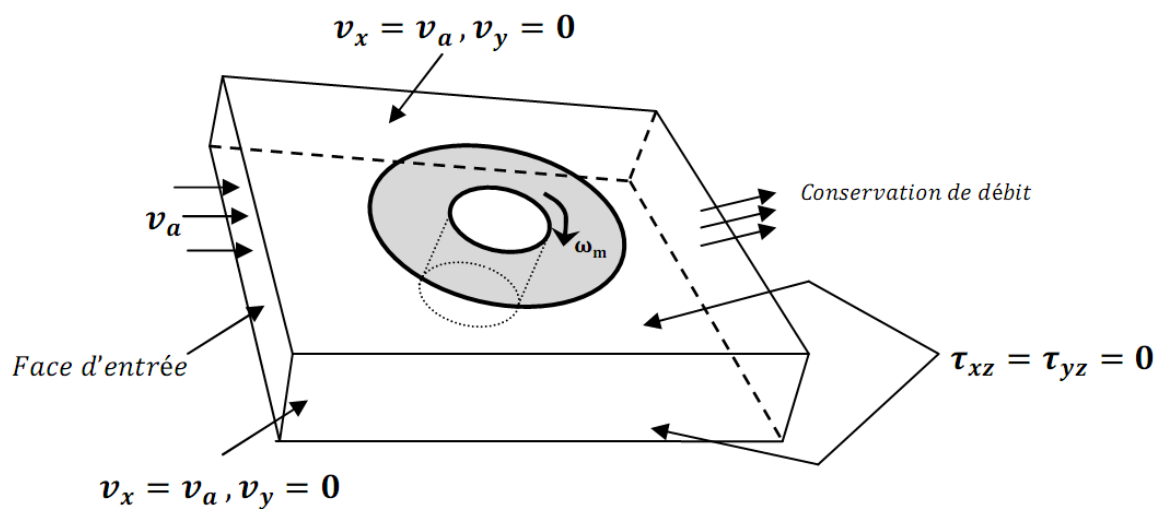


Figure 3.6 : Types des conditions aux limites mécaniques dans une configuration FSW

3.4.2 Solution analytique :

La solution analytique a été dérivée par la méthode de séparation des variables, en deux étapes : d'abord en utilisant la partie homogène de l'équation de la chaleur. Ensuite en traitant la source d'énergie termes en forme de série. Cette méthode est appropriée pour des équations différentielles partielles linéaires pour un milieu de dimension finie avec des propriétés thermiques constantes.

Étape 1 sans termes source :

Les valeurs propres et les fonctions propres sont calculées, à partir de l'équation de la chaleur homogène ($g(x, y, z, t) = 0$). La solution homogène peut être exprimée comme le produit de quatre fonctions, dépendant seulement de x, y, z et t .

L'utilisation de la méthode de séparation des variables nous permet d'écrire la solution de l'équation, sous la forme :

$$T(x, y, z, t) = \mathfrak{S}(x, y, z)T(t) \quad (3.22)$$

Avec :

$\mathfrak{S}(x, y, z), T(t)$: Sont respectivement les fonctions spatiales et la fonction temporelle.

En substituant l'équation (3.22) dans l'équation (3.7) sans le second terme de la deuxième partie de cette équation, on obtient l'équation suivante :

$$\lambda \nabla^2 \mathfrak{S}(x, y, z)T(t) = \rho c_p \frac{\partial \mathfrak{S}(x, y, z)T(t)}{\partial t} \quad (3.23)$$

Et

$$\lambda \nabla^2 \mathfrak{S}(x, y, z) = \rho c_p \frac{\mathfrak{S}(x, y, z) \partial T(t)}{T(t) \partial t} \quad (3.24)$$

En considérant

$$\frac{\partial T(t)}{T(t) \partial t} = -\chi_i^2 \quad (3.25)$$

Où χ_i : Valeur propre du problème de Sturm-Liouville.

À partir la relation suivante (3.25), l'équation (3.23) devient

$$\lambda \nabla^2 \mathfrak{S}(\chi_i, x, y, z) + \rho c_p \chi_i^2 \mathfrak{S}(\chi_i, x, y, z) = 0 \quad (3.26)$$

L'équation d'espace peut s'écrire comme suit :

$$\mathfrak{S}(\chi_i, x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) \quad (3.27)$$

Avec: X (x) fonction de x seule, Y (y) fonction de y seule, et Z (z) fonction de z.

Ainsi, selon l'équation (3.15) - (3.21) des conditions limites et initiales homogénéisées, les valeurs propres et les fonctions propres doivent être obtenues :

Donc, les valeurs propres et les fonctions propres pour la direction x doivent être données comme suit.

$$X_n(x_n) = \cos(k_n y) \quad \text{où } k_n = \frac{n\pi}{l_1} \quad n = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (3.28)$$

De même, les valeurs propres et les fonctions propres pour la direction y doivent être données comme suit :

$$Y_m(y_m) = \cos(\gamma_m y) \quad \text{où } \tan(\gamma_m l_2) = \frac{h_{air}}{\lambda \gamma_m}, m = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (3.29)$$

Enfin, les valeurs propres et les fonctions propres pour la direction z doivent être données comme suit :

$$Z_p(z_p) = \frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \cos(\beta_p z_p) + \sin(\beta_p z_p) \quad (3.30)$$

Où

$$\tan(\beta_p l_3) = \frac{(h_{air} \lambda \beta_p + h_{int} \beta_p \lambda)}{(\beta_p^2 \lambda^2 - h_{int} h_{air})}, p = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (3.31)$$

Les valeurs propres des directions y et z sont respectivement les racines des équations suivantes :

$$h_{air} c_3 \cos(\gamma_m l_2) = \lambda \gamma_m c_3 \sin(\gamma_m l_2) \quad (3.32)$$

Et

$$\lambda \left(-\frac{\beta_p^2 \lambda}{h_{air}} \sin(\beta_p l_3) + \beta_p \cos(\beta_p l_3) \right) + h_{int} \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \cos(\beta_p z) + \sin(\beta_p z) \right) = 0 \quad (3.33)$$

Selon la méthode graphique, on peut calculer ces valeurs propres des directions y et z.

En remplaçant l'équation (3.28) et l'équation (3.29) et l'équation (3.30) dans l'équation (3.22), on obtient :

$$T(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} C_{nmp}(t) \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \cos(\beta_p z) + \sin(\beta_p z) \right) \quad (3.34)$$

Étape 2 avec un terme source :

Les termes non homogènes (termes sources volumétriques) sont exprimés sous la forme d'une combinaison linéaire des fonctions propres. Tandis que les cas de transfert de chaleur homogènes et non homogènes peuvent être exprimés en série, il peut être prouvé que les termes sources peuvent être exprimés de la même manière.

En remplaçant l'équation (3.38) dans l'équation (3.8), on obtient :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \cos(\beta_p z) + \sin(\beta_p z) \right) \quad (3.35)$$

$$\left[-\frac{\rho c_p}{\lambda} \frac{dC_{nmp}(t)}{dt} - (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) C_{nmp}(t) \right] + g_{nmp}(x, y, z, t) = 0$$

La forme de la source de chaleur est prise en compte comme suit :

$$\overline{g_{nmp}}(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \overline{q_{nmp}}(t) \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \cos(\beta_p z) + \sin(\beta_p z) \right) \quad (3.36)$$

En remplaçant l'équation (3.36), l'équation (3.35) donne :

$$\frac{dC_{nmp}(t)}{dt} + \frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) C_{nmp}(t) - \overline{q_{nmp}}(t) = 0 \quad (3.37)$$

La dernière équation (3.41) prend la forme de l'équation différentielle ordinaire.

Où :

$$C_{nmp}(t) = T_0 \quad (3.38)$$

Premièrement, le terme $q_{nmp}(t)$ doit être déterminé en utilisant la relation d'orthogonalité et les conditions initiales suivantes :

$$q_{nmp}(t) = \frac{\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \overline{Q}(x, y, z, t) X_n(x) Y_m(y) Z_p(z) dx dy dz}{\int_0^{l_1} X_n^2(x) dx \int_0^{l_2} Y_m^2(y) dy \int_0^{l_3} Z_p^2(z) dz} \quad (3.39)$$

Où:

$$\int_0^{l_1} X_n X_l dx = \begin{cases} 0 & \text{si } n \neq l \\ N_l & \text{si } n = l \end{cases} \quad (3.40)$$

$$\int_0^{l_2} Y_m Y_e dy = \begin{cases} 0 & \text{si } m \neq e \\ N_e & \text{si } m = e \end{cases} \quad (3.41)$$

$$\int_0^{l_3} Z_p Z_r dz = \begin{cases} 0 & \text{si } p \neq r \\ N_r & \text{si } p = r \end{cases} \quad (3.42)$$

Après le développement, la relation d'orthogonalité pour la direction X est représentée par :

$$N_l = \frac{l_l}{2} + \frac{\sin(2k_l l_l)}{4k_l} \quad (3.43)$$

La relation d'orthogonalité pour la direction Y est :

$$N_e = \frac{2l_2 (\lambda^2 \gamma_e^2 + h_{air}^2) + \lambda h_{air}}{2 (\lambda^2 \gamma_e^2 + h_{air}^2)} \quad (3.44)$$

Enfin, La relation d'orthogonalité pour la direction Z est :

$$N_r = \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right)^2 \left(\frac{l_3}{2} \right) + \left(\frac{l_3}{2} \right) + \left(\left(\frac{\lambda}{4h_{air}} \right)^2 \beta_p - \frac{1}{4\beta_p} \right) 2 \sin(\beta_r l_3) \cos(\beta_r l_3) + \left(\frac{\lambda}{2h_{air}} \right) \sin^2(\beta_r l_3) \quad (3.45)$$

Les parties de la source de chaleur la surface inférieur de l'épaulement, la surface latérale du pion et la surface inférieure de pion sont représentés respectivement par les intégrales suivantes. La somme de toutes ces contributions de portions donne la totalité de la source de

chaleur mobile formant l'interface de contact entre un outil FSW rotatif et une pièce de soudure stationnaire.

La puissance mécanique due au mouvement transversal n'est pas prise en compte, car cette quantité est négligeable par rapport à la puissance de rotation [Diogo et al. 148]. le modèle analytique pour la génération de chaleur, qui inclut la distribution de pression non uniforme ou les contraintes de cisaillement dépendant du taux de déformation, le flux de matière entraîné par les filets ou les fluides, n'est pas pris en compte [Schmidt et al. 113]. La fonction Dirac delta résulte de l'évaluation de ses fonctions dépendantes à l'endroit de son impulsion lorsqu'elle est intégrée.

$$q_{nmp}(t)_{sh} = \frac{g_{sh}}{\pi(r_s^2 - r_p^2)} \frac{1}{N_l N_e N_e} \left[\begin{aligned} & \int_{\bar{x}(t)-\sqrt{r_s^2-(y-\bar{y}(t))^2}}^{\bar{x}(t)+\sqrt{r_s^2-(y-\bar{y}(t))^2}} \int_{\bar{y}(t)-r_s}^{\bar{y}(t)+r_s} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) dx dy \\ & - \int_{\bar{x}(t)-\sqrt{r_p^2-(y-\bar{y}(t))^2}}^{\bar{x}(t)+\sqrt{r_p^2-(y-\bar{y}(t))^2}} \int_{\bar{y}(t)-r_p}^{\bar{y}(t)+r_p} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) dx dy \end{aligned} \right] \quad (3.46)$$

Et

$$q_{nmp}(t)_{ptip} = \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p r_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p (h - l_p)) + \sin(\beta_p (h - l_p)) \right) \left[\begin{aligned} & \int_{\bar{x}(t)-\sqrt{r_p^2-(y-\bar{y}(t))^2}}^{\bar{x}(t)+\sqrt{r_p^2-(y-\bar{y}(t))^2}} \int_{\bar{y}(t)-r_p}^{\bar{y}(t)+r_p} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) dx dy \end{aligned} \right] \quad (3.47)$$

Et

$$q_{nmp}(t)_{platter} = -\frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \left[\begin{aligned} & \int_{l_3-l_p}^{l_3} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p z) + \sin(\beta_p z) \right) dz \end{aligned} \right] \quad (3.48)$$

1-Source de la chaleur de surface inférieure de l'épaulement :

Les coordonnées x et y selon la figure (3.4) peuvent être exprimées par l'équation suivante :

$$y = r \sin \theta + \bar{y}(t) \quad (3.49)$$

$$x = r \cos \theta + \bar{x}(t) \quad (3.50)$$

Impliqué

$$\frac{y - \bar{y}(t)}{r} = \sin \theta \quad (3.51)$$

À partir des équations ci-dessus(3.50)-(3.51), nous pouvons déduire les relations suivantes

$$\bar{x}(t) + \sqrt[2]{r_s^2 - (y - \bar{y}(t))^2} = \bar{x}(t) + \sqrt[2]{r_s^2 (1 - (\sin^2 \theta_1))} \quad (3.52)$$

Et

$$\bar{x}(t) + \sqrt[2]{r_s^2 - (y - \bar{y}(t))^2} = \bar{x}(t) + \sqrt[2]{r_s^2 (\cos^2 \theta_1)} \quad (3.53)$$

Finalement, on obtient :

$$\bar{x}(t) + \sqrt[2]{r_s^2 - (y - \bar{y}(t))^2} = \bar{x}(t) + r_s \cos \theta_1 \quad (3.54)$$

En appliquant les mêmes procédures à la dernière équation de rayon r_p , on obtient :

$$\bar{x}(t) + \sqrt[2]{r_p^2 - (y - \bar{y}(t))^2} = \bar{x}(t) + r_p \cos \theta_2 \quad (3.55)$$

En supposant le changement suivant de variables :

$$x = r \cos \theta + \bar{x}(t) \quad (3.56)$$

Et

$$y = r \sin \theta + \bar{y}(t) \quad (3.57)$$

En remplaçant ce changement des variables dans l'équation (3.46), on obtient :

$$q_{nmp}(t)_{sh} = \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{1}{N_l N_e N_e} \left(\int_{\bar{x}(t)-r_s \cos \theta}^{\bar{x}(t)+r_s \cos \theta} \int_{\bar{y}(t)-r_s}^{\bar{y}(t)+r_s} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) dx dy \right) - \left(\int_{\bar{x}(t)-r_p \cos \theta}^{\bar{x}(t)+r_p \cos \theta} \int_{\bar{y}(t)-r_p}^{\bar{y}(t)+r_p} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) dx dy \right) \quad (3.58)$$

Intégrant l'équation (3.58), on obtient :

$$q_{nmp}(t)_{sh} = \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{1}{N_l N_e N_e k_n} \left(\left[2 \left[\sin(k_n r_s \cos \theta) \cos(k_n \bar{x}(t)) \right] \int_{\bar{y}(t)-r_s}^{\bar{y}(t)+r_s} \cos(\gamma_m y) dy \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \right) - \left(\left[2 \left[\sin(k_n r_p \cos \theta) \cos(k_n \bar{x}(t)) \right] \int_{\bar{y}(t)-r_p}^{\bar{y}(t)+r_p} \cos(\gamma_m y) dy \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \right) \quad (3.59)$$

Selon la figure (3.1), nous pouvons déduire les relations suivantes

$$dy = r \cos \theta d\theta \quad (3.60)$$

En remplaçant cette relation dans l'équation (34), on obtient :

$$q_{nmp}(t)_{sh} = \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_i N_e N_e k_n} \cos(k_n \bar{x}(t)) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \left(\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin(k_n r_s \cos \theta) \cos(\gamma_m(\bar{y}(t) + r_s \sin \theta_1)) r_s \cos \theta d\theta \right) - \left(\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin(k_n r_p \cos \theta) \cos(\gamma_m(\bar{y}(t) + r_p \sin \theta_2)) r_p \cos \theta d\theta \right) \quad (3.61)$$

Nous utilisons les relations de fonction de Bessel suivantes pour déterminer l'intégrale précédente [Salimi et al. 87].

$$\cos(r \sin(u)) = 2 \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(r) \cos(2iu) \quad (3.62)$$

$$\sin(r \sin(u)) = 2 \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(r) \cos((2i+1)u) \quad (3.63)$$

$$\cos(r \cos(u)) = 2 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(r) \cos(2iu) \quad (3.64)$$

$$\sin(r \cos(u)) = 2 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i+1}(r) \cos((2i+1)u) \quad (3.65)$$

Où $J_n(r)$ est la fonction de Bessel de la première espèce et $X_0=0.5$, $X_1=1$ pour $i=1, 2, \dots, n$ en appliquant les équations. (3.62)-(3.65), on obtient:

$$\begin{aligned}
q_{nmp}(t)_{sh} = & \left(\begin{aligned} & \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{1}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_s 2 \cos(k_n(x_0 + vt)) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\ & \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_s) \cos(2i\theta_1) \cos\theta_1 d\theta_1) \right) \\ & + \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_s) \sin((2i+1)\theta_1) \cos\theta_1 d\theta_1) \right) \\ & - \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{1}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_p 2 \cos(k_n(x_0 + vt)) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\ & \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_1) \cos\theta_1 d\theta_1) \right) \\ & - \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_1) \cos\theta_1 d\theta_1) \right) \end{aligned} \right) \quad (3.66)
\end{aligned}$$

Notez que $q_{nmp}(t)_{sh}$ contient vt , qui est une fonction de t . Il est nécessaire de séparer tous les termes qui le contiennent. On considère les formelles suivantes :

$$\begin{aligned}
S_{nmp}(t)_1 = & \cos(k_n(x_0 + vt)) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \\ & \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_s) \cos(2i\theta_1) \cos\theta_1 d\theta_1 \right) \quad (3.67)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{nmp}(t)_2 = & \cos(k_n(x_0 + vt)) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \\ & \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_s) \sin((2i+1)\theta_1) \cos\theta_1 d\theta_1 \right) \quad (3.68)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{nmp}(t)_3 = & \cos(k_n(x_0 + vt)) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \\ & \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_1) \cos\theta_1 d\theta_1 \right) \quad (3.69)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{nmp}(t)_4 = & \cos(k_n(x_0 + vt)) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \\ & \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_1) \cos\theta_1 d\theta_1 \right) \quad (3.70)
\end{aligned}$$

Donc, on obtient :

$$q_{nmp}(t)_{sh} = \left[\begin{aligned} & \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) S_{nmp}(t)_{fs1} \right] \\ & - \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[-r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) S_{nmp}(t)_{fs2} \right] \\ & - \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) S_{nmp}(t)_{fs3} \right] \\ & + \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[-r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) S_{nmp}(t)_{fs4} \right] \end{aligned} \right] \quad (3.71)$$

2-Source de chaleur la surface latérale du pion

En remplaçant le changement des variables dans l'équation (3.47), on obtient :

$$q_{nmp}(t)_{ptip} = \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p r_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \left[\int_{\bar{x}(t)-r_p \cos \theta_2}^{\bar{x}(t)+r_p \cos \theta_2} \int_{\bar{y}(t)-r_p}^{\bar{y}(t)+r_p} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p (h-l_p)) + \sin(\beta_p (h-l_p)) \right) dx dy \right] \quad (3.72)$$

D'après l'intégral, on peut trouver :

$$q_{nmp}(t)_{ptip} = \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r} \left[\sin(k_n r_p \cos \theta_2) \cos(k_n \bar{x}(t)) \left(\int_{\bar{y}(t)-r_p}^{\bar{y}(t)+r_p} \cos(\gamma_m y) dy \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p (h-l_p)) + \sin(\beta_p (h-l_p)) \right) \right) \right] \quad (3.73)$$

Avec les propriétés des fonctions trigonométriques :

$$\left[\sin(k_n (\bar{x}(t) + r_s \cos \theta_1)) - \sin(k_n (\bar{x}(t) - r_s \cos \theta_1)) \right] = 2 \left[\frac{\sin\left(\frac{(k_n (\bar{x}(t) + r_s \cos \theta_1) - (k_n (\bar{x}(t) - r_s \cos \theta_1))}{2}\right)}{\cos\left(\frac{(k_n (\bar{x}(t) + r_s \cos \theta_1) + (k_n (\bar{x}(t) - r_s \cos \theta_1))}{2}\right)} \right) \right]$$

$$\left[\sin(k_n (\bar{x}(t) + r_p \cos \theta_2)) - \sin(k_n (\bar{x}(t) - r_p \cos \theta_2)) \right] = 2 \left[\frac{\sin\left(\frac{(k_n (\bar{x}(t) + r_p \cos \theta_2) - (k_n (\bar{x}(t) - r_p \cos \theta_2))}{2}\right)}{\cos\left(\frac{(k_n (\bar{x}(t) + r_p \cos \theta_2) + (k_n (\bar{x}(t) - r_p \cos \theta_2))}{2}\right)} \right) \right] \quad (3.74)$$

D'après la simplification, nous avons :

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{l} \sin\left(\frac{(k_n(\bar{x}(t)+r_s \cos \theta_1)-(k_n(\bar{x}(t)-r_s \cos \theta_1))}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{(k_n(\bar{x}(t)+r_s \cos \theta_1)+(k_n(\bar{x}(t)-r_s \cos \theta_1))}{2}\right) \end{array} \right] = \left[\sin(k_n r_s \cos \theta_1) \cos(k_n \bar{x}(t)) \right] \\
& \left[\begin{array}{l} \sin\left(\frac{(k_n(\bar{x}(t)+r_p \cos \theta_2)-(k_n(\bar{x}(t)-r_p \cos \theta_2))}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{(k_n(\bar{x}(t)+r_p \cos \theta_2)+(k_n(\bar{x}(t)-r_p \cos \theta_2))}{2}\right) \end{array} \right] = \left[\sin(k_n r_p \cos \theta_2) \cos(k_n \bar{x}(t)) \right]
\end{aligned} \tag{3.75}$$

En appliquant les équations. (3.67)-(3.70), on obtient:

$$\begin{aligned}
q_{nmp}(t)_{ptip} &= \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p r_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r k_n} r_p 2 \cos(k_n(x_0 + vt)) \\
& \left(\left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3)) + \sin(\beta_p(l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) \right) \right. \\
& \left. \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) 2 \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \cos \theta_2 d\theta_2 \right. \\
& \left. + \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p r_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r k_n} r_p 2 \cos(k_n(x_0 + vt)) \right. \\
& \left. \left(\left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3)) + \sin(\beta_p(l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) \right) \right) \right. \\
& \left. \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) 2 \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_2) \cos \theta_2 d\theta_2 \right. \\
& \left. \right) \tag{3.76}
\end{aligned}$$

On considère les formelles suivantes :

$$\begin{aligned}
S_{nmp}(t)_5 &= \cos(k_n(x_0 + vt)) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \\
& \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \cos \theta_2 d\theta_2 \right) \tag{3.77}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{nmp}(t)_6 &= \cos(k_n(x_0 + vt)) (\cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \\
& \left(4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_2) \cos \theta_2 d\theta_2 \right) \tag{3.78}
\end{aligned}$$

Donc, on obtient :

$$\begin{aligned}
q_{nmp}(t)_{ptip} &= \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} S_{nmp}(t)_5 \\
&\left(\left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3)) + \sin(\beta_p(l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) \right) \right) \\
&+ \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} S_{nmp}(t)_6 \\
&\left(\left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3)) + \sin(\beta_p(l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.79}$$

3-Source de chaleur de la surface inférieure de pion :

D'après l'intégration de l'équation (3.48), on peut trouver :

$$\begin{aligned}
q_{nmp}(t)_{platter} &= -\frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right]
\end{aligned} \tag{3.80}$$

On appliquant le changement des coordonnées, on a :

$$\begin{aligned}
q_{nmp}(t)_{platter} &= -\frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \cos(k_n(r \cos \theta + \bar{x}(t))) \cos(\gamma_m(r \sin \theta + \bar{y}(t))) \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right]
\end{aligned} \tag{3.81}$$

D'après le développement, on trouve :

$$\begin{aligned}
q_{nmp}(t)_{platter} &= -\left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \left(\sin(\beta_p l_3) - \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) \right) - \frac{1}{\beta_p} \left(\cos(\beta_p l_3) + \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right) \right] \\
&\frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \left(\cos(k_n r_p \cos \theta_1) \cos(k_n(\bar{x}(t))) - \sin(k_n r_p \cos \theta_1) \sin(k_n(\bar{x}(t))) \right) \\
&\left(\cos(\gamma_m r_p \sin \theta_1) \cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) - \sin(\gamma_m r_p \sin \theta_1) \sin(\gamma_m(\bar{y}(t))) \right)
\end{aligned} \tag{3.82}$$

Avec :

$$\cos(\gamma_m(\bar{y}(t) + r_s \sin \theta_1)) = \cos(\gamma_m \bar{y}(t)) \cos(\gamma_m r_s \sin \theta_1) - \sin(\gamma_m \bar{y}(t)) \sin(\gamma_m r_s \sin \theta_1) \tag{3.83}$$

Et

$$\cos(\gamma_m(y_0 + r_s \sin \theta_1)) = \cos(\gamma_m y_0) \cos(\gamma_m r_s \sin \theta_1) - \sin(\gamma_m y_0) \sin(\gamma_m r_s \sin \theta_1) \tag{3.84}$$

Et

$$\cos(k_n(r_s \cos \theta_1 + \bar{x}(t))) = \cos(k_n(\bar{x}(t)))\cos(k_n r_s \cos \theta_1) - \sin(k_n(\bar{x}(t)))\sin(k_n r_s \cos \theta_1) \quad (3.85)$$

D'après le développement, on trouve :

$$\begin{aligned} q_{nmp}(t)_{platter} = & -\frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \left(\cos(k_n r_p \cos \theta_1) \cos(k_n(\bar{x}(t))) \cos(\gamma_m r_p \sin \theta_1) \cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \right) \\ & \frac{1}{N_l N_e N_r} \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \\ & + \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \left(\cos(k_n r_p \cos \theta_1) \cos(k_n(\bar{x}(t))) \sin(\gamma_m r_p \sin \theta_1) \sin(\gamma_m(\bar{y}(t))) \right) \\ & \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \\ & + \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \left(\sin(k_n r_p \cos \theta_1) \sin(k_n(\bar{x}(t))) \cos(\gamma_m r_p \sin \theta_1) \cos(\gamma_m(\bar{y}(t))) \right) \\ & \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \\ & - \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \left(\sin(k_n r_p \cos \theta_1) \sin(k_n(\bar{x}(t))) \sin(\gamma_m r_p \sin \theta_1) \sin(\gamma_m(\bar{y}(t))) \right) \\ & \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \end{aligned} \quad (3.80)$$

Donc, nous avons :

$$\begin{aligned}
q_{nmp}(t)_{platter} &= -\frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \cos(k_n(x_0 + vt)) \cos(\gamma_m(y_0)) \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \\
&\left(\begin{aligned} &4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \\ &+ 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i\theta_2)) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \end{aligned} \right) \\
&+ \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \cos(k_n(x_0 + vt)) \sin(k_n(y_0)) \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \\
&\left(\begin{aligned} &-4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\ &4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \end{aligned} \right) \quad (3.87)
\end{aligned}$$

Notez que $q_{nmp}(t)_{sh}$ contient vt , qui est une fonction de t . Il est nécessaire de séparer tous les termes qui le contiennent.

$$\begin{aligned}
q_{nmp}(t)_{platter} &= -\frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \cos(k_n(x_0 + vt)) \cos(\gamma_m(y_0)) \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \\
&\left(\begin{aligned} &4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \\ &+ 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i\theta_2)) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \end{aligned} \right) \\
&+ \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \cos(k_n(x_0 + vt)) \sin(k_n(y_0)) \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \\
&\left(\begin{aligned} &4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\ &-4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \end{aligned} \right) \quad (3.88)
\end{aligned}$$

On considère les formelles suivantes :

$$S_{nmp}(t)_7 = \cos(k_n(x_0 + vt)) \quad (3.89)$$

$$\cos(\gamma_m(y_0)) 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2)$$

$$S_{nmp}(t)_8 = \sin(k_n(x_0 + vt)) \quad (3.90)$$

$$\cos(k_n(y_0)) 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i\theta_2)) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2)$$

$$S_{nmp}(t)_9 = \cos(k_n(x_0 + vt)) \quad (3.91)$$

$$4 \sin(k_n(y_0)) \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2)$$

$$S_{nmp}(t)_{10} = -\sin(k_n(x_0 + vt)) \quad (3.92)$$

$$4 \sin(k_n(y_0)) \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2)$$

Donc, on obtient :

$$q_{nmp}(t)_{platter} = -\frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} S_{nmp}(t)_7$$

$$\left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) (\sin(\beta_p l_3) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p))) - \frac{1}{\beta_p} (\cos(\beta_p l_3) - \cos(\beta_p (l_3 - l_p))) \right]$$

$$+ \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} S_{nmp}(t)_8 \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) (\sin(\beta_p l_3) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p))) - \frac{1}{\beta_p} (\cos(\beta_p l_3) - \cos(\beta_p (l_3 - l_p))) \right] \quad (3.93)$$

$$+ \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} S_{nmp}(t)_9 \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) (\sin(\beta_p l_3) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p))) - \frac{1}{\beta_p} (\cos(\beta_p l_3) - \cos(\beta_p (l_3 - l_p))) \right]$$

$$- \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} S_{nmp}(t)_{10} \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) (\sin(\beta_p l_3) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p))) - \frac{1}{\beta_p} (\cos(\beta_p l_3) - \cos(\beta_p (l_3 - l_p))) \right]$$

Donc, La somme de toutes ces contributions de portions donne la totalité de la source de chaleur mobile formant l'interface de contact entre un outil FSW rotatif et une pièce de soudure stationnaire.

$$\begin{aligned}
q_{nmp\ sh, platter, ptip}(t) &= q_{nmp}(t)_{sh} + q_{nmp}(t)_{ptip} + q_{nmp}(t)_{platter} = \\
&\left(\frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} \left[\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right] (r_s S_{nmp}(t)_{fs1} - r_s S_{nmp}(t)_{fs2}) \right. \\
&\left. - \frac{g_{sh}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right] (r_p S_{nmp}(t)_{fs3} + [-r_p S_{nmp}(t)_{fs4}]) \right) + \\
&\frac{g_{ptip}}{\pi(r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} S_{nmp}(t)_5 \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3)) + \sin(\beta_p(l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) \right) \\
&+ \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} S_{nmp}(t)_6 \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3)) + \sin(\beta_p(l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) \right) \\
&- \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} S_{nmp}(t)_7 \left(\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right) \\
&+ \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} S_{nmp}(t)_8 \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \\
&+ \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} S_{nmp}(t)_9 \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right] \\
&- \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} S_{nmp}(t)_{10} \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p(l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p(l_3 - l_p)) \right]
\end{aligned} \tag{3.94}$$

L'équation (3.37) est l'équation différentielle ordinaire de premier ordre qui peut être résolue avec la méthode du facteur d'intégration.

En considérant la fonction suivante :

$$\mu(t) = e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \tag{3.95}$$

En remplaçant l'équation de relation (3.95) dans l'équation (3.37) on obtient :

$$e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \frac{dC_{nmp}(t)}{dt} + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) C_{nmp}(t) - e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} q_{nmp\ sh, platter, ptip}(t) = 0 \tag{3.96}$$

Par conséquent, on peut obtenir :

$$C_{nmp}(t) = \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \int_0^t e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} q_{nmp\ sh, platter, ptip}(t) dt + R_{nmp} e^{-\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \tag{3.97}$$

Donc :

$$C_{nmp}(t) = \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \int_0^t e^{\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \left(q_{nmp}(t)_{sh} + q_{nmp}(t)_{ptip} + q_{nmp}(t)_{platter} \right) dt \quad (3.98)$$

$$+ R_{nmp} e^{-\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t}$$

Le coefficient indéterminé satisfait la condition initiale :

$$R_{nmp} = \frac{\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} X_n(x) Y_m(y) Z_p(z) dx dy dz}{\int_0^{l_1} X_n^2(x) dx \int_0^{l_2} Y_m^2(y) dy \int_0^{l_3} Z_p^2(z) dz} \quad (3.99)$$

D après l'intégration, on obtient :

$$R_{nmp} = \frac{1}{N_n N_l N_e} \left[\left[\frac{1}{k_n} \sin(k_n l_1) \right] \left[\frac{1}{\gamma_m} \sin(\gamma_m l_2) \right] \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) + \frac{1}{\beta_p} \right] \right] \quad (3.100)$$

En considérant :

$$\int_0^t e^{\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} q_{nmp}(t)_{sh} dt = X_{nmp}(t)_{sh} \quad (3.101)$$

Et

$$\int_0^t e^{\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} q_{nmp}(t)_{platter} dt = X_{nmp}(t)_{platter} \quad (3.102)$$

Et

$$\int_0^t e^{\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} q_{nmp}(t)_{ptip} dt = X_{nmp}(t)_{ptip} \quad (3.103)$$

Donc

$$\begin{aligned}
X_{nmp}(t)_{sh} = & \left(\frac{(k_n v)^2}{(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \left(e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - 1 \right) \right] \right. \\
& \left. \frac{1}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 k_n v} \frac{g_{sh}}{\pi (r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_i N_e N_e k_n} \left[r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \right. \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_s) \cos(2i\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& + \frac{(k_n v)^2}{(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \left(e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - 1 \right) \right] \\
& \frac{1}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 k_n v} \frac{g_{sh}}{\pi (r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_i N_e N_e k_n} \left[r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_s) \sin((2i+1)\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& - \frac{(k_n v)^2}{(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \left(e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - 1 \right) \right] \\
& \frac{1}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 k_n v} \frac{g_{sh}}{\pi (r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_i N_e N_e k_n} \left[r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& - \frac{(k_n v)^2}{(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \left(e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - 1 \right) \right] \\
& \frac{1}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 k_n v} \frac{g_{sh}}{\pi (r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_i N_e N_e k_n} \left[r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left. \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \right]
\end{aligned} \tag{3.104}$$

Et

$$\begin{aligned}
X_{nmp}(t)_{platter} = & -\frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \cos(\gamma_m(y_0)) \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
& \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \\
& + \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \cos(k_n(y_0)) \frac{k_n v}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \\
& \left[\cos(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \sin(k_n vt) - 1 \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i\theta_2)) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
& + \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \sin(k_n(y_0)) \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
& \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
& - \frac{g_{platter}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) (\sin(\beta_p l_3) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p))) - \frac{1}{\beta_p} (\cos(\beta_p l_3) + \cos(\beta_p (l_3 - l_p))) \right] \\
& \left[\cos(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \sin(k_n vt) - 1 \right] \sin(k_n(y_0)) \\
& \frac{4k_n v}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2)
\end{aligned}$$

(3.105)

133

Et

$$\begin{aligned}
X_{nmp}(t)_{ptip} &= \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} r_p \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
&\left[e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \left(\sin(k_n v t) + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \cos(k_n v t) \right) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
&\left(\left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p (l_3)) + \sin(\beta_p (l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) \right) \right) \\
&\left(4(\cos(\gamma_m y_0)) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \cos\theta_2 d\theta_2 \right) \\
&+ \frac{g_{ptip}}{\pi(r_p r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} r_p \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
&\left[e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \left(\sin(k_n v t) + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \cos(k_n v t) \right) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
&\left(\left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p (l_3)) + \sin(\beta_p (l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) \right) \right) \\
&\left(4(\cos(\gamma_m y_0)) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_2) \cos\theta_2 d\theta_2 \right)
\end{aligned} \tag{3.106}$$

En remplaçant les équations (3.102)-(3.104)-(3.106) dans l'équation (3.98) on obtient :

$$\begin{aligned}
C_{nmp}(t) &= \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{sh} + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{platter} \\
&+ \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{ptip} + \frac{1}{N_n N_l N_e} e^{-\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \\
&\left(\left[\frac{1}{k_n} \sin(k_n l_1) \right] \left[\frac{1}{\gamma_m} \sin(\gamma_m l_2) \right] \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) + \frac{1}{\beta_p} \right] \right)
\end{aligned} \tag{3.107}$$

La substitution l'équation (3.107) dans l'équation (3.38) on obtient :

$$T(x, y, z, t) = \left(\begin{array}{l} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p z) + \sin(\beta_p z) \right) \\ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \left(\begin{array}{l} \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{sh} + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{platter} \\ + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{pip} + \frac{1}{N_n N_l N_e} e^{-\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \\ \left(\left[\frac{1}{k_n} \sin(k_n l_1) \right] \left[\frac{1}{\gamma_m} \sin(\gamma_m l_2) \right] \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) + \frac{1}{\beta_p} \right] \right) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (3.108)$$

3.4.3 Cas l'outil d'un pion conique :

En cas général, la surface en contact entre l'outil et les plaque soudées est caractérisée par sa position et son orientation par rapport à l'axe de rotation de l'outil. Si l'axe de rotation de l'outil est vertical (le long de l'axe z), la surface d'un épaulement plat serait alors horizontale ou dans le plan (θr) . Une surface cylindrique sur l'outil serait verticale ou dans le plan (θz) . Ce cas est représenté à la figure (3.3).

Dans le cas un pion conique qui représente dans la figure (3.7) la surface de contact est composée de trios surfaces élémentaires: une portion d'un cône de révolution définie par le rayon externe de l'épaulement r_e et le rayon du pion r_i (la zone de contact entre la matière et l'épaulement), une surface latérale d'un cylindre de rayon r_i et de hauteur h (la zone de contact entre la surface latérale du pion et la matière), un disque de rayon r_i (la zone de contact entre la surface inférieure du pion et la matière). Ces zones infinitésimales de contact entre l'outil du soudage et la matière sont représentées par la figure suivante.

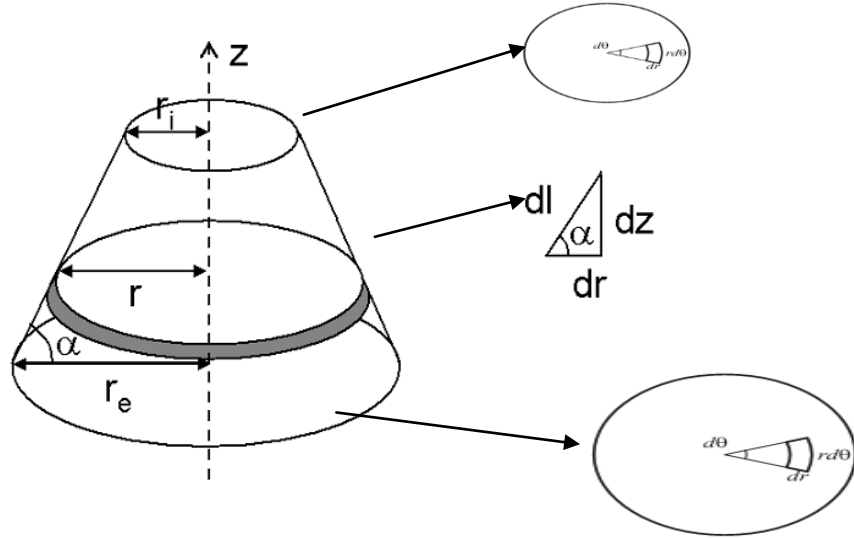


Figure 3.7: Zones infinitésimales de contact entre l'outil du soudage et la pièce [Bastier.24].

La zone infinitésimale de contact entre la surface inférieure du pion et la matière :

$$dA_{\text{pion inf}} = rd\theta dr \quad (3.109)$$

Cette zone infinitésimale contribue avec une force infinitésimale qui donne par :

$$dF_{\text{pion inf}} = \tau_{\text{contact}} dA_{\text{pion inf}} \quad (3.110)$$

Et le couple correspondant est :

$$dC_{\text{pion inf}} = r_p dF_{\text{pion inf}} \quad (3.111)$$

La génération de chaleur de cette zone est :

$$dQ_{\text{pion inf}} = wrdF_{\text{pion inf}} = wr\tau_{\text{contact}} dA_{\text{pion inf}} = wr^2\tau_{\text{contact}} d\theta dr \quad (3.112)$$

L'intégration de cette dernière équation(3.112) donne la génération de chaleur au pion :

$$Q_{\text{pion inf}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_p} w\pi r^2 \tau_{\text{contact}} d\theta dr = \frac{2}{3} \pi w \tau_{\text{contact}} r_p^3 \quad (3.113)$$

La zone infinitésimale de contact entre la matière et l'épaulement :

$$dA_{\text{epaulement}} = rd\theta dr \quad (3.114)$$

Cette zone infinitésimale contribue avec une force infinitésimale :

$$dF_{\text{epaulement}} = \tau_{\text{contact}} dA_{\text{epaulement}} \quad (3.115)$$

Et le couple correspondant dans ce cas est :

$$dC_{\text{épaulement}} = r dF_{\text{épaulement}} \quad (3.116)$$

La génération de chaleur de cette zone est :

$$dQ_{\text{épaulement}} = wr dF_{\text{épaulement}} = wr \tau_{\text{contact}} dA_{\text{épaulement}} = wr^2 \tau_{\text{contact}} d\theta dr \quad (3.117)$$

L'intégration de cette équation donne la génération de chaleur à l'épaulement :

$$Q_{\text{épaulement}} = \int_0^{2\pi} \int_{r_p}^{r_e} w \pi r^2 \tau_{\text{contact}} d\theta dr = \frac{2}{3} \pi w \tau_{\text{contact}} (r_e^3 - r_p^3) \quad (3.118)$$

La zone de contact entre la surface latérale conique du pion et la matière est :

$$dA_{\text{pion latérale}} = r d\theta dr dl \quad (3.119)$$

D'après la figure (3.7), l'infinitésimale de hauteur du pion :

$$dl = \frac{dr_p}{\cos \alpha} \quad (3.120)$$

En remplaçant cette formule dans la formule La zone de contact correspondante :

$$dA_{\text{pion latérale}} = r d\theta \frac{dr}{\cos \alpha} \quad (3.121)$$

Cette zone infinitésimale contribue avec une force infinitésimale de :

$$dF_{\text{pion latérale}} = \tau_{\text{contact}} dA_{\text{pion latérale}} \quad (3.122)$$

Et le couple est :

$$dC_{\text{pion latérale}} = r dF_{\text{pion latérale}} \quad (3.123)$$

La génération de chaleur de cette zone est :

$$dQ_{\text{pion latérale}} = wr dF_{\text{pion latérale}} = wr \tau_{\text{contact}} dA_{\text{pion latérale}} = wr^2 \tau_{\text{contact}} d\theta \frac{dr}{\cos \alpha} \quad (3.124)$$

L'intégration de cette équation donne la génération de chaleur au pion :

$$Q_{\text{pion latérale}} = \int_0^{2\pi} \int_{r_p}^{r_e} w \pi r^2 \tau_{\text{contact}} d\theta dr = \frac{2}{3} \pi w \frac{\tau_{\text{contact}}}{\cos \alpha} (r_e^3 - r_p^3) \quad (3.125)$$

Donc, le flux thermique au cours du procédé pour l'outil filet s'écrit comment suite :

$$T(x, y, z, t)_{\text{conique}} = \left(\begin{array}{l} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p z) + \sin(\beta_p z) \right) \\ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \left(\begin{array}{l} \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{\text{coniqueptip}} + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{\text{coniquepside}} \\ + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{\text{coniquesh}} + \frac{1}{N_n N_l N_e} e^{-\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \\ \left(\left[\frac{1}{k_n} \sin(k_n l_1) \right] \left[\frac{1}{\gamma_m} \sin(\gamma_m l_2) \right] \left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) + \frac{1}{\beta_p} \right] \right) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (3.126)$$

Avec

$$X_{nmp}(t)_{\text{coniquepside}} = \frac{Q_{\text{pion latérale}}}{\pi(r_p r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} r_p \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{array}{l} \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \\ \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3)) + \sin(\beta_p (l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) \right) \\ 4(\cos(\gamma_m y_0)) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \cos\theta_2 d\theta_2 \end{array} \right] \\ + \frac{Q_{\text{pion latérale}}}{\pi(r_p r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} r_p \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{array}{l} \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \\ \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3)) + \sin(\beta_p (l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) \right) \\ 4(\cos(\gamma_m y_0)) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_2) \cos\theta_2 d\theta_2 \end{array} \right] \quad (3.127)$$

Et

$$\begin{aligned}
X_{nmp}(t)_{\text{coniques}h} = & \left(\frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{aligned} & \sin(k_n v t) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n v t) \\ & - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right] \right. \\
& \frac{Q_{\text{épaulement}}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_s) \cos(2i\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& + \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{aligned} & \sin(k_n v t) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n v t) \\ & - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right] \\
& \frac{Q_{\text{épaulement}}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_s) \sin((2i+1)\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& - \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{aligned} & \sin(k_n v t) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n v t) \\ & - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right] \\
& \frac{Q_{\text{épaulement}}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& - \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{aligned} & \sin(k_n v t) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n v t) \\ & - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right] \\
& \frac{Q_{\text{épaulement}}}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right)
\end{aligned}
\tag{3.128}$$

Et

$$\begin{aligned}
X_{mnp}(t)_{\text{conique}p} = & -\frac{Q_{\text{pion inf}}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \cos(\gamma_m(y_0)) \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
& \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \\
& + \frac{Q_{\text{pion inf}}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \cos(k_n(y_0)) \frac{k_n v}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \\
& \left[\cos(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \sin(k_n vt) - 1 \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i\theta_2)) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
& + \frac{Q_{\text{pion inf}}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \frac{1}{\sin(k_n(y_0))} \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
& \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
& - \frac{Q_{\text{pion inf}}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \frac{1}{\sin(k_n(y_0))} \frac{k_n v}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \\
& \left[\cos(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \sin(k_n vt) - 1 \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right]
\end{aligned} \tag{3.129}$$

3.4.4 Cas l'outil d'un cône de révolution :

En cas général, la surface en contact entre l'outil et les tôles soudées est distincte par sa position et son orientation par rapport à l'axe de rotation de l'outil (Figure (3.8)). Si l'axe de rotation de l'outil est vertical (le long de l'axe z), la surface d'un épaulement plat serait alors inclinée au plan (θr). Une surface cylindrique sur l'outil serait verticale ou dans le plan (θz). Comme le premier cas, les contraintes de cisaillement non proportionnelles à la distribution de pression ou à la contrainte de déformation, ainsi que le flux de matière entraîné par des filetés, n'est pas pris en compte.

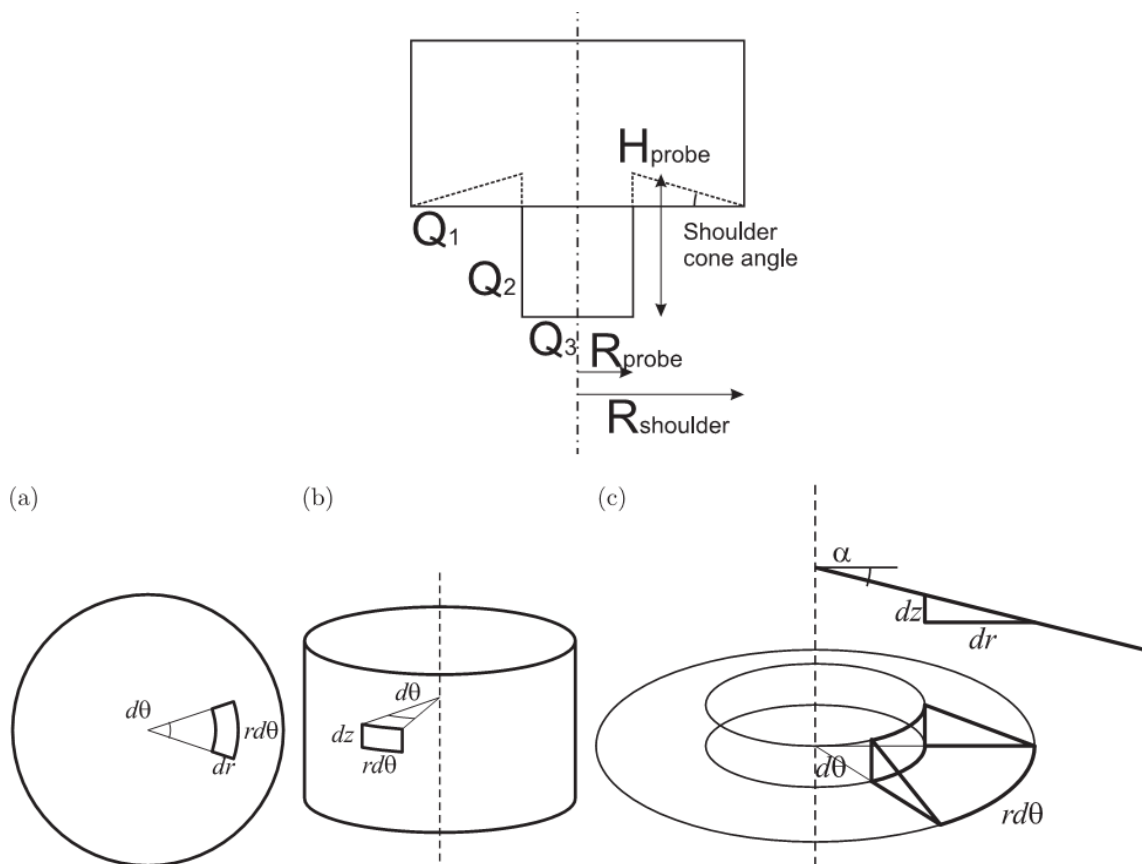


Figure 3.8 : Zones infinitésimales de contact entre l'outil du soudage d'un cône de révolution et la pièce [Schmidt et al. 113]

Pour le cas l'outil d'un cône de révolution. Il est possible de caractériser un épaulement d'outil FSW à rotation symétrique et des surfaces de pion par ces trois générations de chaleur.

- génération de chaleur par le pion :

Horizontal. Afin de calculer la génération de chaleur à partir d'une surface d'outil circulaire horizontale en tournant autour de l'axe du centre de l'outil, un segment infinitésimal sur cette surface est étudié dans le cas précédent.

La zone de segment infinitésimale :

$$dA_{HP} = rd\theta dr \quad (3.130)$$

Ce segment contribue avec une force infinitésimale de :

$$dF_{HP} = \tau_{contact} dA_{HP} \quad (3.131)$$

Et le couple est :

$$dC_{HP} = rdF_{HP} \quad (3.132)$$

La génération de chaleur de ce segment est :

$$dQ_{HP} = rwdF_{HP} = rw\tau_{contact} dA_{HP} = wr^2\tau_{contact} d\theta dr \quad (3.133)$$

Verticale. Pour une surface cylindrique sur l'outil, la génération de chaleur à partir d'un segment de surface infinitésimal de surface :

$$dA_{VP} = rd\theta dz \quad (3.134)$$

La génération de chaleur de ce segment est :

$$dQ_{VP} = wrdF_{VP} = wr\tau_{contact} dA_{VP} = wr^2\tau_{contact} d\theta dr \quad (3.135)$$

➤ génération de chaleur par l'épaulement :

Dans le cas d'un segment de surface conique, une approche semblable est adoptée comme dans le cas de l'horizontale et de la verticale. En fait, la contribution force / couple du segment incliné est décomposée en contribution d'un segment horizontal et d'un segment vertical, la zone du segment incliné étant projetée sur les plans principaux par rapport à l'axe de rotation de l'outil. L'orientation inclinée est caractérisée par l'angle du cône α , qui est l'angle entre le plan horizontal ($r\theta$) et l'orientation du segment dans le plan (rz).

$$dF = dF_{VP} + dF_{HP} \quad (3.136)$$

La projection de la zone du segment incliné est donnée par :

$$dz = \tan \alpha dr \quad (3.137)$$

Donc :

$$dA_{HE} = rd\theta dr \quad (3.138)$$

Et

$$dA_{VE} = r \tan \alpha d\theta dr \quad (3.139)$$

Insérant l'équation (3.138) et l'équation (3.139) dans l'équation (3.136) donne :

$$dF = \tau_{contact} dA_{VE} + \tau_{contact} dA_{HE} = \tau_{contact} r \tan \alpha d\theta dr + \tau_{contact} r d\theta dr = \tau_{contact} r d\theta dr (1 + \tan \alpha) \quad (3.140)$$

Une interprétation de ceci est que la surface du segment est agrandie de la fraction de $\tan \alpha$ par rapport à un segment horizontal. La modification de la chaleur générée sur le segment incliné est :

$$dQ_E = wrdF = wr^2 \tau_{contact} d\theta dr (1 + \tan \alpha) \quad (3.141)$$

L'intégration de l'équation (3.141) sur l'épaulement de R_p à R_s donne la génération de chaleur à l'épaulement, Q_1 .

$$Q_E = \int_0^{2\pi} \int_{R_p}^{R_E} wr^2 \tau_{contact} (1 + \tan \alpha) d\theta dr = \frac{2}{3} \pi (R_E^3 - R_p^3) w \tau_{contact} (1 + \tan \alpha) \quad (3.142)$$

Génération de chaleur à partir du pion. Le pion est simplifié sur une surface cylindrique avec un rayon de R_p et une hauteur de pion H . La chaleur générée par le pion consiste en deux contributions; Q_2 de la surface latérale et Q_3 de la surface inférieure. L'intégration de l'équation (3.135) sur la zone du côté de le pion donne :

$$Q_{vp} = \int_0^{2\pi} \int_0^{H_p} w R_p^2 \tau_{contact} d\theta dz = 2\pi w R_p^2 \tau_{contact} H_p \quad (3.143)$$

Et en intégrant le flux de chaleur basé sur l'équation (3.133) sur la surface inférieure du pion, en supposant que la surface est plate, donne :

$$Q_{Hp} = \int_0^{2\pi} \int_0^{R_p} wr^2 \tau_{contact} d\theta dr = \frac{2}{3} \pi w R_p^3 \tau_{contact} \quad (3.144)$$

Les trois contributions sont combinées pour obtenir l'estimation de la production de chaleur totale Q_{total} :

$$Q_{total} = Q_E + Q_{vp} + Q_{Hp} = \frac{2}{3} \pi w \tau_{contact} \left((R_E^3 - R_p^3)(1 + \tan \alpha) + R_p^3 + 3R_p^2 H_p \right) \quad (3.145)$$

Génération de chaleur à partir de l'épaulement. La surface des épaulements d'un outil FSW moderne est dans la plupart des cas ayant des formes concave ou conique. Le but de cette caractéristique géométrique est pour agir comme un volume d'échappement lorsque le pion est immergé dans les tôles pendant la plongée opération, améliorant ensuite l'extrusion et la consolidation du matériau pendant l'opération de soudure.

Donc, le flux thermique au cours du procédé pour l'outil filet s'écrit comment suite :

$$T(x, y, z, t)_{\text{cone}} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \left(\begin{aligned} & \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p z) + \sin(\beta_p z) \right) \\ & \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{\text{coneptip}} + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{\text{coneptside}} \right. \\ & \left. + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{\text{conesh}} + \frac{1}{N_n N_l N_e} e^{-\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \right. \\ & \left. \left(\left[\frac{1}{k_n} \sin(k_n l_1) \right] \left[\frac{1}{\gamma_m} \sin(\gamma_m l_2) \right] \left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) + \frac{1}{\beta_p} \right] \right) \right) \end{aligned} \right) \quad (3.146)$$

Avec

$$X_{nmp}(t)_{\text{coneptip}} = \frac{Q_{hp}}{\pi(r_p r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} r_p \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{aligned} & \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right] \\ \left(\begin{aligned} & \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3)) + \sin(\beta_p (l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) \right) \\ & 4(\cos(\gamma_m y_0)) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \cos\theta_2 d\theta_2 \end{aligned} \right) \\ + \frac{Q_{hp}}{\pi(r_p r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} r_p \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{aligned} & \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right] \\ \left(\begin{aligned} & \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3)) + \sin(\beta_p (l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) \right) \\ & 4(\cos(\gamma_m y_0)) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_2) \cos\theta_2 d\theta_2 \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.147)$$

Et

$$\begin{aligned}
X_{nmp}(t)_{\text{conesh}} = & \left(\frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2 k_n v} \frac{1}{\left[\begin{aligned} & \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) \\ & - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right]} \right. \\
& \frac{Q_E}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_s) \cos(2i\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& + \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2 k_n v} \frac{1}{\left[\begin{aligned} & \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) \\ & - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right]} \\
& \frac{Q_E}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_s) \sin((2i+1)\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& - \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2 k_n v} \frac{1}{\left[\begin{aligned} & \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) \\ & - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right]} \\
& \frac{Q_E}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& - \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2 k_n v} \frac{1}{\left[\begin{aligned} & \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) \\ & - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \end{aligned} \right]} \\
& \frac{Q_E}{\pi(r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{air}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& \left. \right) \tag{3.148}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{mnp}(t)_{\text{conepside}} = & -\frac{Q_{hp}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \frac{1}{\cos(\gamma_m(y_0))} \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
& \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \\
& + \frac{Q_{hp}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \frac{1}{\cos(k_n(y_0))} \frac{k_n v}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \\
& \left[\cos(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \sin(k_n vt) - 1 \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i\theta_2)) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
& + \frac{Q_{hp}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \frac{1}{\sin(k_n(y_0))} \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
& \left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
& - \frac{Q_{hp}}{2\pi(r_p l_p) N_l N_e N_r} \frac{1}{\sin(k_n(y_0))} \frac{k_n v}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \\
& \left[\cos(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \sin(k_n vt) - 1 \right] \\
& 4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
& \left[\left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{air}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right]
\end{aligned} \tag{3.149}$$

3.4.5 Cas l'outil d'un pion fileté :

Dans ce cas le modèle proposé est présenté pour décrire du flux thermique au cours du soudage friction et malaxage avec un outil du soudage de type fileté. Les parties de la source de chaleur la surface inférieure fileté de l'épaulement, la surface latérale fileté du pion et la surface inférieure de pion sont représentés respectivement par les intégrales. Les trois contributions de portions sont combinées pour obtenir toute l'évaluation de génération de la chaleur formant l'interface de contact entre un outil du soudage de type fileté rotatif et des pièces de soudure stationnaire.

Les différentes surfaces topologies du frottement entre l'outil de soudage de type fileté et les tôles à souder se devinent par différentes quantités de chaleur générées sur celles-ci qui donnent des différentes expressions pour estimer la quantité de chaleur générée qui se produit au cours du soudage friction et malaxage figure(3.9).

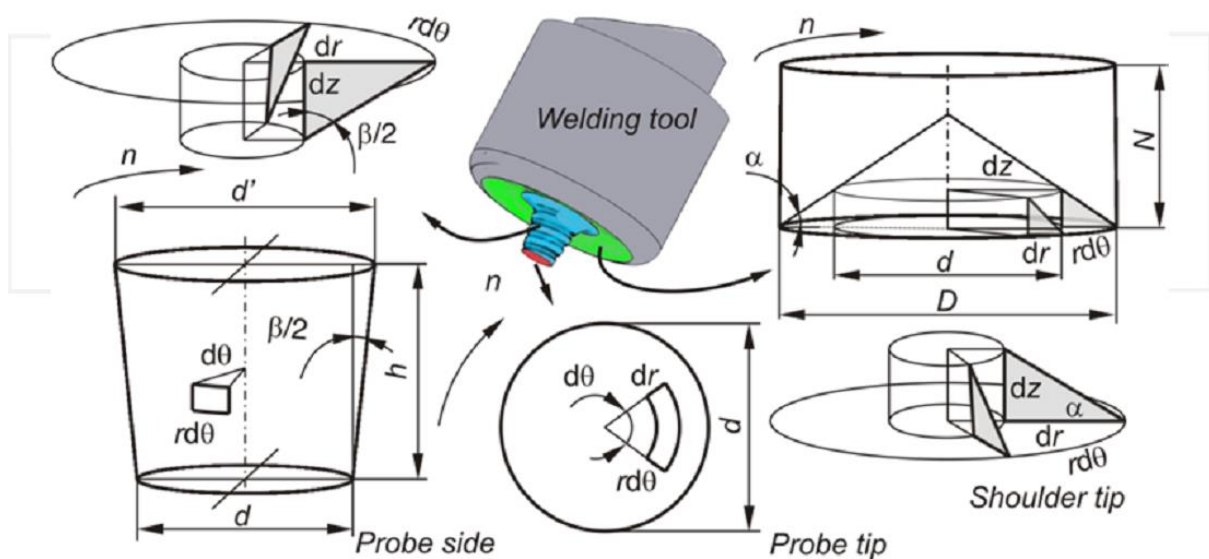


Figure 3.9 : Chaleur de friction générée par l'outil fileté circulaire dans une plaque rectangulaire finie

Les mêmes procédés de décrire du flux thermique au cours du procédé FSW dans le cas l'outil lisse. Donc, le flux thermique au cours du procédé pour l'outil fileté s'écrit comme suit :

- Génération de chaleur par le pion
 - ✓ Partie inférieure du pion

La zone infinitésimale de contact entre la surface inférieure du pion et la matière :

$$dA_{pion\ inf} = r_p d\theta dr_p \quad (3.150)$$

Cette zone infinitésimale contribue avec une force infinitésimale de :

$$dF_{pion\ inf} = \tau_{contact} dA_{pion\ inf} \quad (3.151)$$

Et le couple est :

$$dC_{pion\ inf} = r dF_{pion\ inf} \quad (3.152)$$

La génération de chaleur de cette zone est :

$$dQ_{pion\ inf} = wr dF_{pion\ inf} = wr \tau_{contact} dA_{pion\ inf} = wr^2 \tau_{contact} d\theta dr \quad (3.153)$$

L'intégration de cette équation donne la génération de chaleur au pion :

$$Q_{pion\ inf} = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_p} w \pi r^2 \tau_{contact} d\theta dr = \frac{2}{3} \pi w \tau_{contact} r_p^3 = \frac{2}{3} \pi w \tau_{contact} \left(\frac{d}{2}\right)^3 \quad (3.154)$$

✓ Partie latéral du pion

Dans ce cas le segment de surface est conique, une approche similaire est adoptée comme dans le cas de l'horizontale et de la verticale. En fait, la contribution force / couple du segment incliné est décomposée en contribution d'un segment horizontal et d'un segment vertical, la zone du segment incliné étant projetée sur les plans principaux par rapport à l'axe de rotation de l'outil. L'orientation inclinée est caractérisée par l'angle du cône β , qui est l'angle entre le plan horizontal ($r\theta$) et l'orientation du segment dans le plan (rz).

$$dF = dF_{pion\ H} + dF_{pion\ V} \quad (3.155)$$

Une interprétation de ceci est que la surface du segment est agrandie de la fraction de $\tan \beta$ par rapport à un segment horizontal. La projection de la zone du segment incliné est donnée par :

$$dA_{pion\ V} = r_p \tan \frac{\beta}{2} d\theta dz \quad (3.156)$$

Où

$$dr = \tan \frac{\beta}{2} dz \quad (3.157)$$

Insérant l'équation (3.150) et l'équation (3.156) dans l'équation (3.155) donne :

$$\begin{aligned} dF &= \tau_{contact} dA_{pion\ H} + \tau_{contact} dA_{pion\ V} = \tau_{contact} R_p \tan \frac{\beta}{2} d\theta dz + \tau_{contact} R_p d\theta dz \\ &= \tau_{contact} R_p d\theta dz \left(1 + \tan \frac{\beta}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.158)$$

La modification de la chaleur générée sur le segment incliné est :

$$dQ = wR_p dF = wR_p^2 \tau_{contact} d\theta dz \left(1 + \tan \frac{\beta}{2}\right) \quad (3.159)$$

L'intégration de cette équation donne la génération de chaleur au pion dans le parti latéral :

$$Q_{pion \text{ latéral}} = \int_0^{2\pi} \int_0^h wR_p^2 \tau_{contact} \left(1 + \tan \frac{\beta}{2}\right) d\theta dz = 2\pi R_p^2 w\tau_{contact} h \left(1 + \tan \frac{\beta}{2}\right) \quad (3.160)$$

La génération de chaleur par le pion donne :

$$Q_{pion} = Q_{pion \text{ latéral}} + Q_{pion \text{ inf}} \quad (3.161)$$

Par conséquent, en insérant l'équation (3.154) et l'équation (3.160) dans l'équation (3.161) donne :

$$Q_{pion} = 2\pi r_p^2 w\tau_{contact} h \left(1 + \tan \frac{\beta}{2}\right) + \frac{2}{3} \pi w\tau_{contact} r_p^3 \quad (3.162)$$

➤ Génération de chaleur par l'épaulement

D'une manière similaire de démonstration de la géométrie du pion, une approche similaire est adoptée comme dans le cas de l'horizontale et de la verticale. En fait, la contribution force / couple du segment incliné est décomposée en contribution d'un segment horizontal et d'un segment vertical, la zone du segment incliné étant projetée sur les plans principaux par rapport à l'axe de rotation de l'outil. L'orientation inclinée est caractérisée par l'angle du cône α , qui est l'angle entre le plan horizontal ($r\theta$) et l'orientation du segment dans le plan (rz).

$$dF = dF_{\text{épaulementH}} + dF_{\text{épaulementV}} \quad (3.163)$$

Horizontal. Pour calculer la génération de chaleur à partir d'une surface d'outil circulaire horizontale en tournant autour de l'axe du centre de l'outil.

La zone de segment infinitésimale :

$$dA_{\text{épaulementH}} = r_e d\theta dr \quad (3.164)$$

Ce segment contribue avec une force infinitésimale de :

$$dF_{\text{épaulement}} = \tau_{contact} dA_{\text{épaulement}} \quad (3.165)$$

Et le couple est :

$$dC_{\text{épaulement}} = r dF_{\text{épaulement}} \quad (3.166)$$

La génération de chaleur de ce segment est :

$$dQ_{\text{épaulementH}} = wr_e dF_{\text{épaulementH}} = wr_e \tau_{\text{contact}} dA_{\text{épaulementH}} = wr_p^2 \tau_{\text{contact}} d\theta dr_p \quad (3.167)$$

Verticale. Pour une surface cylindrique sur l'outil, la génération de chaleur à partir d'un segment de surface infinitésimal de surface :

$$dA_{\text{épaulement}} = r_p d\theta dz \quad (3.168)$$

La génération de chaleur de ce segment est :

$$dQ_{\text{épaulementV}} = wr dF_{\text{épaulementV}} = wr_p \tau_{\text{contact}} dF_{\text{épaulementV}} = wr_p \tau_{\text{contact}} d\theta dz \quad (3.169)$$

La projection de la zone du segment incliné est donnée par :

$$dz = \tan \alpha dr \quad (3.170)$$

Donc :

$$dA_{\text{épaulementV}} = r_p \tan \alpha d\theta dr \quad (3.171)$$

Insérant l'équation (3.164) et l'équation (3.168) dans l'équation (3.163) donne :

$$\begin{aligned} dF &= \tau_{\text{contact}} dA_{\text{épaulementH}} + \tau_{\text{contact}} dA_{\text{épaulementV}} \\ &= \tau_{\text{contact}} r_p \tan \alpha d\theta dr + \tau_{\text{contact}} r_p d\theta dr = \tau_{\text{contact}} r_p d\theta dr (1 + \tan \alpha) \end{aligned} \quad (3.172)$$

Une interprétation de ceci est que la surface du segment est agrandie de la fraction de $\tan \alpha$ par rapport à un segment horizontal. Donc, la modification de la chaleur générée sur le segment incliné est :

$$dQ_{\text{Epaulement}} = wr_p dF = wr_p^2 \tau_{\text{contact}} d\theta dr (1 + \tan \alpha) \quad (3.173)$$

L'intégration de cette équation donne la génération de chaleur à l'épaulement, Q_1 .

$$Q_{\text{Epaulement}} = \int_0^{2\pi} \int_{R_p}^{R_E} wr_p^2 \tau_{\text{contact}} (1 + \tan \alpha) d\theta dr = \frac{2}{3} \pi (R_E^3 - R_p^3) w \tau_{\text{contact}} (1 + \tan \alpha) \quad (3.174)$$

Par conséquent :

$$Q_{\text{Epaulement}} = \frac{2}{3} \left(\left(\frac{D}{2} \right)^3 - \left(\frac{d}{2} \right)^3 \right) w \tau_{\text{contact}} (1 + \tan \alpha) \quad (3.175)$$

Donc, le flux thermique au cours du procédé pour l'outil fileté s'écrit comment suite :

$$T(x, y, z, t)_{\text{fileté}} = \left(\begin{array}{l} \cos(k_n x) \cos(\gamma_m y) \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p z) + \sin(\beta_p z) \right) \\ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \left(\begin{array}{l} \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{\text{filetéptip}} + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{\text{filetépside}} \\ + \frac{\lambda}{\rho c_p} e^{-(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} X_{nmp}(t)_{\text{filetésh}} + \frac{1}{N_n N_l N_e} e^{-\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \\ \left(\left[\frac{1}{k_n} \sin(k_n l_1) \right] \left[\frac{1}{\gamma_m} \sin(\gamma_m l_2) \right] \left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}} \right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) + \frac{1}{\beta_p} \right] \right) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (3.176)$$

Avec

$$X_{nmp}(t)_{\text{filetéptip}} = \frac{Q_{\text{pion inf}}}{\pi(r_p r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} r_p \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{array}{l} \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \\ \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3)) + \sin(\beta_p (l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) \right) \\ 4(\cos(\gamma_m y_0)) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \cos\theta_2 d\theta_2 \end{array} \right] \\ + \frac{Q_{\text{pion inf}}}{\pi(r_p r_p)} \frac{2}{N_l N_e N_r k_n} r_p \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \left[\begin{array}{l} \sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p}(\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \\ \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3)) + \sin(\beta_p (l_3)) - \left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) - \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) \right) \\ 4(\cos(\gamma_m y_0)) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_2) \cos\theta_2 d\theta_2 \end{array} \right] \quad (3.177)$$

$$\begin{aligned}
X_{nmp}(t)_{\text{filetésh}} = & \left(\frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2 k_n v} \frac{1}{\kappa_n v} \left[\sin(k_n v t) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\rho c_p} \left(\frac{\lambda}{\kappa_n v}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n v t) \right] \right. \\
& \left. - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
& \frac{Q_{\text{Epaulement}}}{\pi (r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_s) \cos(2i\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& + \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2 k_n v} \frac{1}{\kappa_n v} \left[\sin(k_n v t) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\rho c_p} \left(\frac{\lambda}{\kappa_n v}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n v t) \right] \\
& - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \\
& \frac{Q_{\text{Epaulement}}}{\pi (r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_s \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_s) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_s) \sin((2i+1)\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& - \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2 k_n v} \frac{1}{\kappa_n v} \left[\sin(k_n v t) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\rho c_p} \left(\frac{\lambda}{\kappa_n v}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n v t) \right] \\
& - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \\
& \frac{Q_{\text{Epaulement}}}{\pi (r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right) \\
& - \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2 k_n v} \frac{1}{\kappa_n v} \left[\sin(k_n v t) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\rho c_p} \left(\frac{\lambda}{\kappa_n v}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n v t) \right] \\
& - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \\
& \frac{Q_{\text{Epaulement}}}{\pi (r_e^2 - r_p^2)} \frac{2}{N_l N_e N_e k_n} \left[r_p \left(\left(\frac{\beta_p \lambda}{h_{\text{air}}} \right) \cos(\beta_p l_3) + \sin(\beta_p l_3) \right) \right] \\
& \left(4(\cos \gamma_m \gamma_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_1) \sum_{i=0}^{\infty} J_{2i+1}(\gamma_m r_p) \sin((2i+1)\theta_1) \cos \theta_1 d\theta_1 \right)
\end{aligned} \tag{3.178}$$

Et

$$\begin{aligned}
X_{mnp} (t)_{\text{filé épais}} &= -\frac{Q_{\text{pion latéral}}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \cos(\gamma_m(y_0)) \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
&\left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
&4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos(2i\theta_2) \\
&+ \frac{1}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \cos(k_n(y_0)) \frac{k_n v}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \\
&\left[\cos(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \sin(k_n vt) - 1 \right] \\
&4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i\theta_2)) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
&+ \frac{Q_{\text{pion latéral}}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \sin(k_n(y_0)) \frac{(k_n v)^2}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \frac{1}{k_n v} \\
&\left[\sin(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \cos(k_n vt) - \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) \right] \\
&4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos(2i\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} \chi_i J_{2i}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right] \\
&\frac{Q_{\text{pion latéral}}}{2\pi(r_p l_p)} \frac{1}{N_l N_e N_r} \sin(k_n(y_0)) \frac{k_n v}{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right)^2 (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2)^2 + (k_n v)^2} \\
&\left[\cos(k_n vt) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} + \frac{1}{\kappa_n v} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p}\right) (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) e^{\frac{\lambda}{\rho c_p} (\kappa_n^2 + \gamma_m^2 + \beta_p^2) t} \sin(k_n vt) - 1 \right] \\
&4 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \chi_i J_{2i}(\gamma_m r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i J_{2i+1}(k_n r_p) \cos((2i+1)\theta_2) \\
&\left[\left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p l_3) - \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p l_3) - \left(\frac{\lambda}{h_{\text{air}}}\right) \sin(\beta_p (l_3 - l_p)) + \frac{1}{\beta_p} \cos(\beta_p (l_3 - l_p)) \right]
\end{aligned}
\tag{1.179}$$

3.5 Conclusion :

Dans ce chapitre de la thèse, la solution analytique a été présentée pour décrire le flux thermique au cours du procédé FSW. Ce développement a été effectué par la méthode de séparation des variables qui nous permet de résoudre l'équation différentielle partielle associée à ce problème. Cette solution avait pour objet de la description à la fois des champs thermiques au cours de ce procédé FSW en trois dimensions. La chaleur de friction générée par l'outil FSW circulaire dans une plaque rectangulaire finie aux conditions aux limites homogènes. Les parties de la source de chaleur de la surface inférieure de l'épaulement, la surface latérale du pion et la surface inférieure de pion sont prises en compte donc la source totale de l'outil. La fonction de Dirac delta résulte de l'évaluation de ses fonctions dépendantes à l'endroit de son impulsion a été présentée afin la description des sources énergétiques engendrées par le frottement entre l'outil de soudage et les tôles souder.

CHAPITRE VI

Validation du modèle analytique

4.1 Introduction :

Pour valider de notre modèle qui a été déterminé dans le chapitre précédant il le doit comparer nos résultats avec les résultats issus de littérature. Pour cela, on va comparer nos résultats avec les données recueillies par Hwarg [Hwarg et al.149] afin de valider le modèle. Donc, des différents types de disposition de thermocouple sont conçus pour mesurer les histoires de la température pendant ce procédé à des différents endroits sur les pièces par rapport à la direction du soudage. La comparaison dans ce chapitre consiste à trois parties. Le premier type est du même côté et à une distance égale par rapport à la direction du soudage et le deuxième type est du même côté et à une distance inégale par rapport à la direction du soudage et le dernier type est des côtés opposés et à une distance égale par rapport à la direction du soudage.

4.2 Description du problème :

Nous considérons deux pièces d'épaisseur l_3 et de dimensions $l_1 \times 2l_2$ dans le plan xy comme montré sur la figure (4.1) et immobilisées par un serrage pour éviter leur écartement. Le matériel soudé se déplace dans la direction x avec une vitesse constante V . La surface $l_1 \times 2l_2$, à $z = 0$, est entièrement refroidie par un coefficient de convection thermique. Cette surface est soumise à une température ambiante $T_0 = 27^\circ \text{C}$ tandis que la surface inférieure de la pièce en contact avec la plaque du support $z = l_3$ est maintenue à la même température du support T_1 . Les faces latérales sont adiabatiques. On suppose que la conductivité thermique solide λ et la diffusivité thermique α sont indépendantes de la température. La composition chimique de la pièce et les propriétés des matériaux dépendants de la température de l'alliage d'aluminium 6061-T6 sont respectivement indiquées dans les tableaux 1 et 2. Comme le montre la figure (3.1), l'outil FSW en acier a un rayon d'épaulement (R_s) de 15 mm, un rayon de pion cylindrique (R_p) de 3,6 mm et une longueur de pion (H_p) de 3,8 mm.

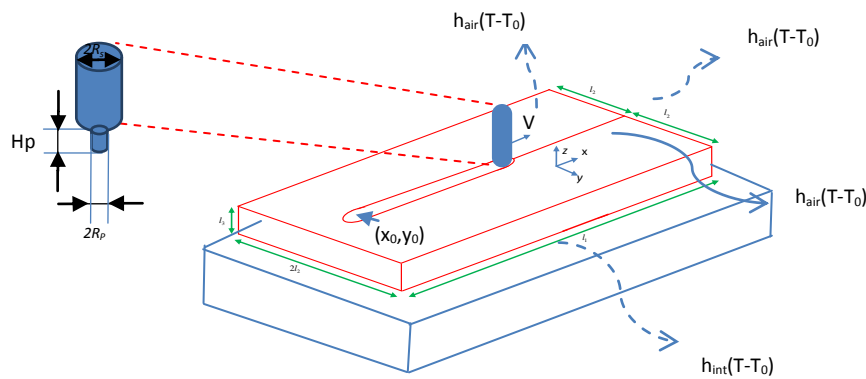


Figure 4.1: Schématique des pièces soudées et du système de serrage.

Tableau 4-1: Composition chimique de A6061-T6 (weight %) [Awang .150].

Cu	Fe	Si	Mn	Mg	Zn	Cr	Ti	Al
0.15-0.4	0.70	0.4-0.8	0.15	0.8-1.2	0.25	0.01-0.35	0.15	Bal

Tableau 4-2: Propriétés du matériau dépendant de la température pour l'alliage d'aluminium 6061-T6 [Awang .150].

Temperature(°C)	37.8	93.3	148.9	204.4	260	315.6	371.	
426.6								
Thermal Cond W/m°C	162	177	184	192	201	207	217	223
Density Kg/m ³	2685	2685	2667	2657	2657	2630	2630	2602
Heat Capacity J/Kg°C	945	978	1004	1028	1052	1078	1104	1133
Young's modulus GPa	68.54	66.19	63.09	59.16	53.99	47.48	40.34	31.72
Yield Strength MPa	274.4	264.6	248.2	218.6	159.7	66.2	34.5	31.72
Thermal Exp 10- 6/°C	23.45	24.61	25.67	26.60	27.56	28.53	29.57	17.9

Un coefficient de transfert de chaleur par convection de la surface supérieure de la pièce est considérée égal à $20 \text{ W} / \text{m}^2\text{C}$, ce qui est rationnel pour la convection naturelle entre les plaques d'aluminium et l'air. A la surface arrière, lorsque la pièce est serrée sur une plaque d'acier du support, un coefficient de transfert de chaleur par convection de $200 \text{ W} / \text{m}^2\text{C}$ est supposé prendre en compte le flux thermique à travers l'interface du contact.

4.3 Données collectées par le travail de Hwarg [Hwarg et al.149] :

Le travail a été réalisé par Hwarg [Hwarg et al.149] pour explorer expérimentalement les histoires thermiques et les distributions de la température dans des pièces pendant le procédé du soudage par friction et malaxage (soudage bout à bout). Le matériau dans cette étude est l'aluminium 6061-T6. Donc, des différents types de disposition de thermocouple sont conçus pour mesurer les histoires de la température pendant ce procédé à des différents endroits sur les pièces dans la direction du soudage. Les positions des thermocouples à l'intérieur des pièces sont montrées dans les figures suivantes. Trois types de dispositions sont conçus pour mesurer les histoires de la température dans la direction de soudure et la distribution de la température dans la direction de largeur des pièces.

Dans la figure (4.2a), les thermocouples (TC1, TC2, TC3 et TC4) sont alignés sur le même côté de la pièce avec les distances suivantes respectivement ;(0, 15, 29 et 44mm) par rapport à le point du départ de soudage et positionnés avec une distance de (6mm) de la pointe des thermocouples à la ligne de joint. Ce type de disposition est appelé « même côté et même distance », qui est utilisé pour obtenir les températures dans la direction de la ligne de la pièce. Pour la figure (4.2b), les thermocouples (TC1, TC2, TC3 et TC4) sont placés du même côté de la pièce et positionnés avec des distances respectivement de 10, 8, 6 et 4 mm de leurs extrémités par rapport à la ligne de joint. Ce type de disposition est appelé « même côté et distance inégale », qui est utilisé pour mesurer les températures dans le sens de la largeur de la pièce. Notez que les thermocouples dans les cas précédents sont tous positionnés sur le côté d'avancement de la pièce.

Pour la figure (4.2c), deux des quatre thermocouples sont placés d'un côté, et les deux autres sont placés du côté opposé. La distance entre les positions de chacun des thermocouples et la ligne de joint est égale à 6mm. Les distances de leurs extrémités au point de départ du soudage sont respectivement de 15 mm pour TC1, TC2 et de 29 mm pour TC3 et TC4. Ce type de disposition est appelé « côté opposé et distance égale », qui est utilisé pour mesurer les histoires de la température sur le côté d'avancer et le côté de retraiter du sens du soudage.

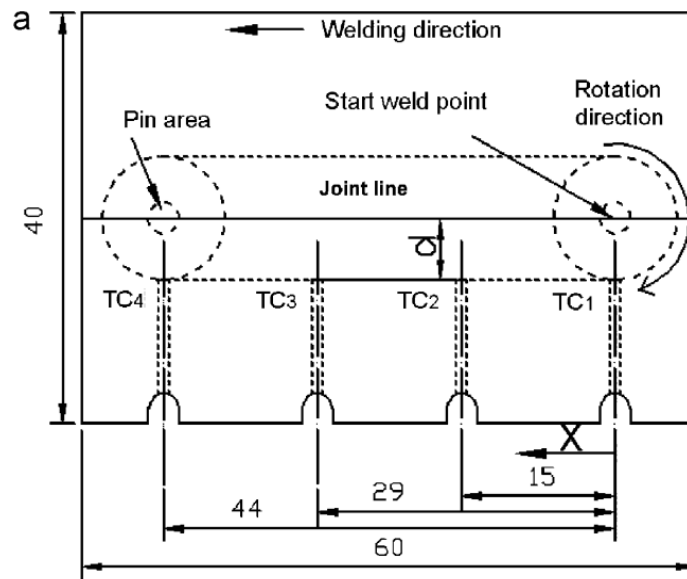


Figure 4.2a : Disposition des thermocouples à l'intérieur de la pièce;
Le type-même côté et distance égale

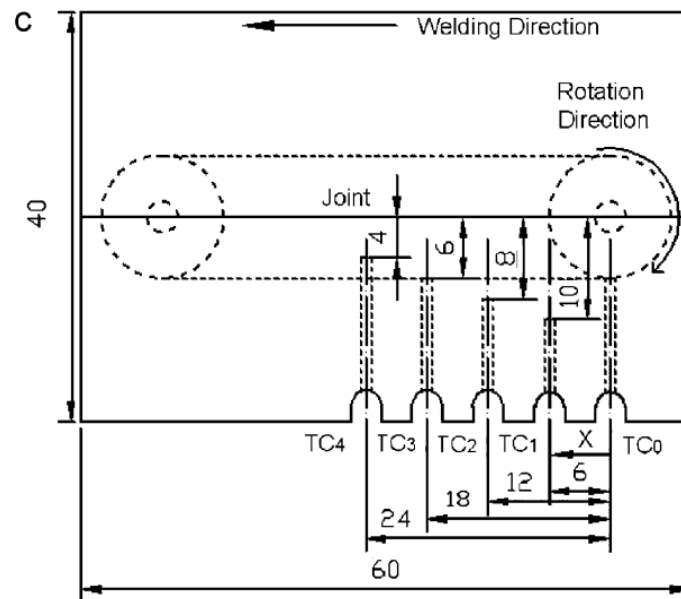


Figure 4.2b: Disposition des thermocouples à l'intérieur de la pièce ;
Le type-même côté et distance inégale

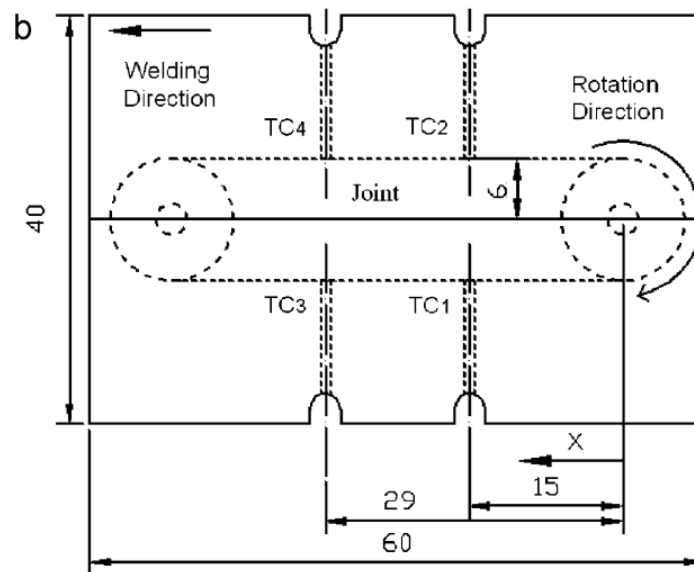


Figure 4.2c : Disposition des thermocouples à l'intérieur de la pièce ;
Le type- côté opposé et distance égale

L'origine x est relative au bord longitudinal de la pièce, d'où l'outil FSW a commencé à avancer. L'origine y est sur la ligne de soudure, avec des positions de y négatives sur le côté d'avance de la ligne de soudure. L'origine z est relative au haut de la plaque de la pièce, positive avec une profondeur croissante dans la plaque.

Les tableaux ci-dessous présentent les valeurs des températures pendant le procédé du soudage par friction et malaxage qui ont été mesurées par le thermocouple K-type fondés avec un diamètre de 1 mm. Un thermomètre numérique, TM-747D, a été utilisé pour relier quatre thermocouples à un ordinateur individuel qui a contenu un système d'acquisition de données installé pour enregistrer les histoires des températures pendant ce procédé. Des petits trous avec un diamètre de 1mm ont été forcés de l'objet d'installation pour adapter aux thermocouples.

Tableau 4-3: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149] ; type-même côté et distance égale. Température - Temps.

Temps (s)	Température (K) Thermocouples TC1 x=0, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC2 x=15, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC3 x=29, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC4 x=44, y=6, z=0.1
2,02703	298,57088	300,98576	300,4933	297,15197
27,7027	309,08491	305,57968	303,7278	305,26516
52,027	380,36099	319,60959	316,6658	306,36016
78,3784	467,34607	372,32626	339,3073	319,47069
103,378	570,29659	440,52329	365,1833	339,96299
129,054	620,23403	461,8264	393,825	363,41355
154,73	655,23403	538,08805	423,701	383,9639
179,73	573,33743	643,39444	465,453	411,65792
204,73	523,34882	613,05281	553,933	460,17078
230,405	496,34607	540,83492	639,647	546,89334
256,757	467,40749	502,17656	596,45	643,92742
266,757	453,40749	478,17656	573,395	659,92742
282,432	426,59392	450,52329	488,008	516,89334

Tableau 4-4: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149]; type-même côté et distance égale. Température - Distance.

Distance (mm)	Température (K) Thermocouples TC1 x=0, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC2 x=15, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC3 x=29, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC4 x=44, y=6, z=0.1
0	620,23403	461,8264	393,825	363,41355
5	655,23403	538,08805	423,701	383,9639
10	573,33743	643,39444	465,453	411,65792
15	523,34882	613,05281	553,933	460,17078
23	496,34607	540,83492	639,647	546,89334
30	467,40749	502,17656	596,45	643,92742
38	453,40749	478,17656	573,395	659,92742

Tableau 4-5: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149]; type-même côté et distance inégale. Température - Temps.

Temps (s)	Température (K) Thermocouples TC1 x=0, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC2 x=15, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC3 x=29, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC4 x=44, y=6, z=0.1
2,02703	298,57088	300,98576	300,4933	297,15197
27,7027	309,08491	305,57968	303,7278	305,26516
52,027	380,36099	319,60959	316,6658	306,36016
78,3784	467,34607	372,32626	339,3073	319,47069
103,378	570,29659	440,52329	365,1833	339,96299

129,054	620,23403	461,8264	393,825	363,41355
154,73	655,23403	538,08805	423,701	383,9639
179,73	573,33743	643,39444	465,453	411,65792
204,73	523,34882	613,05281	553,933	460,17078
230,405	496,34607	540,83492	639,647	546,89334
256,757	467,40749	502,17656	596,45	643,92742
266,757	453,40749	478,17656	573,395	659,92742
282,432	426,59392	450,52329	488,008	516,89334

Tableau 4-6: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149];type-même côté et distance égale.Température - Distance.

Distance (mm)	Température (K) Thermocouples TC1 x=0, y=6,z=0.1	Température (K) Thermocouples TC2 x=15,y=6,z=0.1	Température (K) Thermocouples TC3 x=29,y=6,z=0.1	Température (K) Thermocouples TC4 x=44, y=6,z=0.1
0	620,23403	461,8264	393,825	363,41355
5	655,23403	538,08805	423,701	383,9639
10	573,33743	643,39444	465,453	411,65792
15	523,34882	613,05281	553,933	460,17078
23	496,34607	540,83492	639,647	546,89334
30	467,40749	502,17656	596,45	643,92742
38	453,40749	478,17656	573,395	659,92742

Tableau 4-7: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149];type-côté opposé et distance égale.Température - Temps.

Temps (s)	Température (K) Thermocouples TC1 x=15, y=6,z=0.1	Température (K) Thermocouples TC2 x=15,y=-6,z=0.1	Température (K) Thermocouples TC3 x=29,y=6,z=0.1	Température (K) Thermocouples TC4 x=29, y=-6,z=0.1
1,5528	302,2379	302,2379	299,8331	299,8331
21,5625	312,1913	312,1913	304,8253	304,8253
42,8125	336,4526	332,4526	319,1778	319,1778
62,8125	375,022	371,022	334,1544	325,1544
84,0625	408,614	400,614	360,9875	350,9875
102,188	452,782	441,782	385,324	377,324
124,687	469,579	459,579	394,061	384,061
131,25	543,607	528,607	452,719	432,719
134,688	613,902	596,902	488,913	467,913
136,875	651,849	637,849	539,459	522,459
143,437	609,547	595,547	659,271	639,271
150,937	547,961	531,961	605,605	595,605
157,187	506,281	500,281	553,187	538,187
165,313	471,445	461,445	494,739	489,739
178,125	412,347	408,347	430,254	429,254

Tableau 4-8: Données de localisation pour les thermocouples Hwarg [Hwarg et al.149]; type-côté opposé et distance égale. Température - Distance.

Distance (mm)	Température (K) Thermocouples TC1 x=15, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC2 x=15, y=-6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC3 x=29, y=6, z=0.1	Température (K) Thermocouples TC4 x=29, y=-6, z=0.1
1,2529	469,447	461,447	394,51	387,51
6,6059	482,403	474,403	399,888	389,888
11,6173	525,588	520,588	412,794	405,794
16,5148	651,545	641,545	454,739	446,739
21,9818	652,265	639,265	503,137	497,137
26,7654	601,162	590,162	562,291	557,291
31,8907	545,741	532,741	649,407	641,407
34,738	516,231	503,231	666,616	658,616
37,3576	488,881	475,881	644,03	636,03
42,2551	478,804	466,804	578,423	570,423
44,533	652,265	639,265	567,668	559,668

4.4 Disposition des locaux prédits

Dans la figure (4-3a), les locaux (Tloc1, Tloc2, Tloc3 et Tloc4) sont alignés sur le même côté de la pièce et sont placés avec une distance de (6mm) à la ligne de joint respectivement. Ce type de disposition est appelé « même côté et même distance », qui est utilisé pour obtenir les températures dans la direction de la ligne de la pièce.

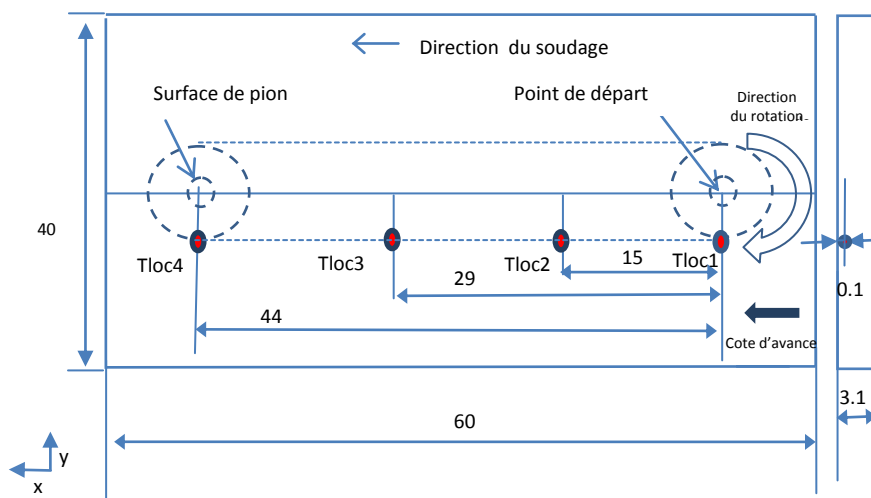


Figure 4.3a: Disposition des locaux prédits à l'intérieur de la pièce ;
Le type-même côté et distance égale

Pour la figure (4-3b), ces locaux (Tloc1, Tloc2, Tloc3 et Tloc4) sont placés du même côté de la pièce ; cependant, les distances de leurs extrémités à la ligne de joint sont respectivement de 10, 8, 6 et 4 mm pour (Tloc1, Tloc2, Tloc3 et Tloc4). Ce type de disposition est appelé « même côté et distance inégale », qui est utilisé pour obtenir les températures dans le sens de la largeur de la pièce.

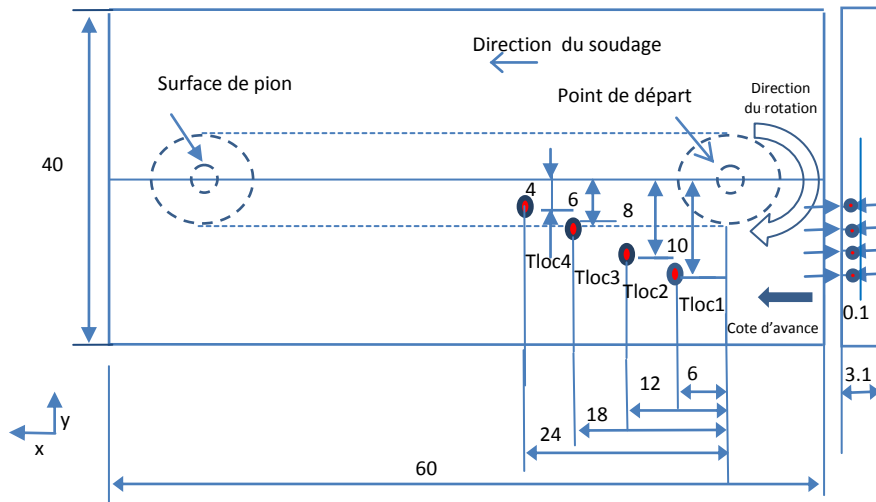


Figure 4.3b: Disposition des locaux prédits à l'intérieur de la pièce ;
Le type -même côté et de distance inégale-

Notez que les locaux (Tloc1, Tloc2, Tloc3 et Tloc4) dans les deux cassons sont situés sur le côté d'avancement de la pièce.

Pour la figure (4.3c), deux des quatre locaux sont placés d'un côté, et les autres deux sont placés du côté opposé. La distance entre les positions de chacun des locaux et la ligne de joint est égale à 6 mm. Les distances de leurs extrémités au point de départ du soudage sont respectivement de 15 mm pour TC1, TC2 et de 29 mm pour TC3 et TC4. Ce type de disposition est appelé « côté opposé et distance égale », qui est utilisé pour mesurer les histoires de la température sur le côté d'avancer et le côté de retrait du sens du soudage.

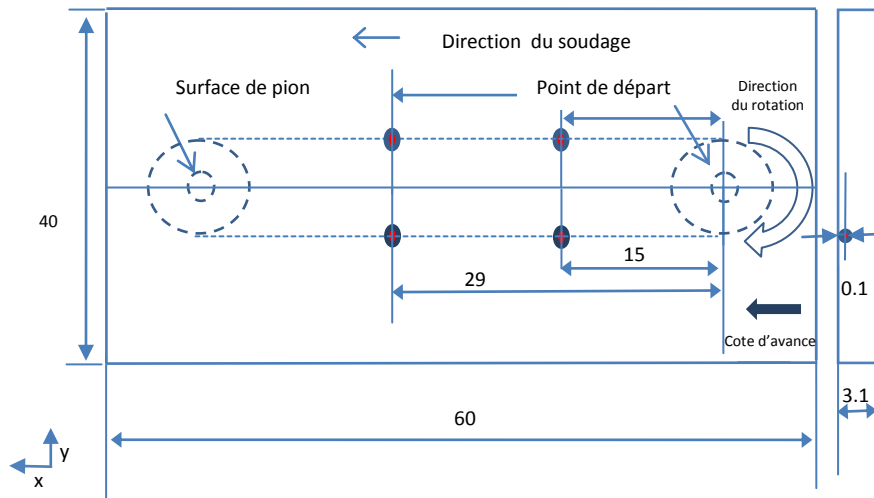


Figure 4.3c: Disposition des locaux prédits à l'intérieur de la pièce ;
Le type - côté opposé et distance égale -

4.5 Résultats des historiques thermiques :

Les résultats suivants montrés dans les figures ci-dessous présentent la comparaison entre notre résultats avec les données recueillies par Hwarg [Hwarg et al.149]. Ces résultats donnent la variation des historiques thermiques en fonction du temps de soudage et en fonction du déplacement de l'outil depuis le point du départ pour la disposition du type- même côté et distance égale – , la disposition du type- même côté et distance inégale- et la disposition du type- même côté et distance inégale- respectivement.

4.5.1 Historique thermiques pour la disposition du même côté et de la même distance :

Les premières figures comparent le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur 0,1 mm dans la pièce et à la même distance 6 mm du centre de la ligne de soudure et aux distances 0, 15, 29 et 44 mm respectivement du point du départ de l'outil. Les historiques de température des quatre thermocouples (Hwarg [Hwarg et al.149]) en fonction du temps de soudage. Les conditions de soudage de l'outil sont la vitesse de rotation $w = 920 \text{ tr / min}$ et la vitesse de déplacement $v = 20 \text{ mm / min}$. Les emplacements correspondant aux thermocouples (TC1, TC2, TC3 et TC4) sont représentés sur la figure (4.3a).

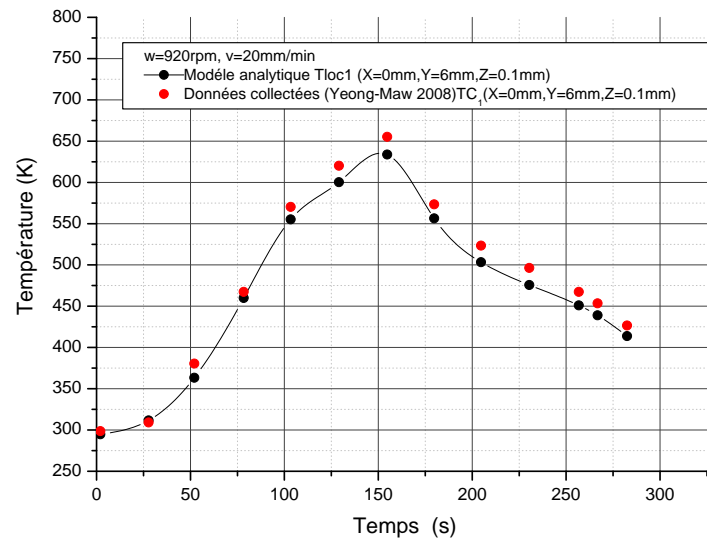


Figure 4.4a: Historique thermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale $d=0$ mm.

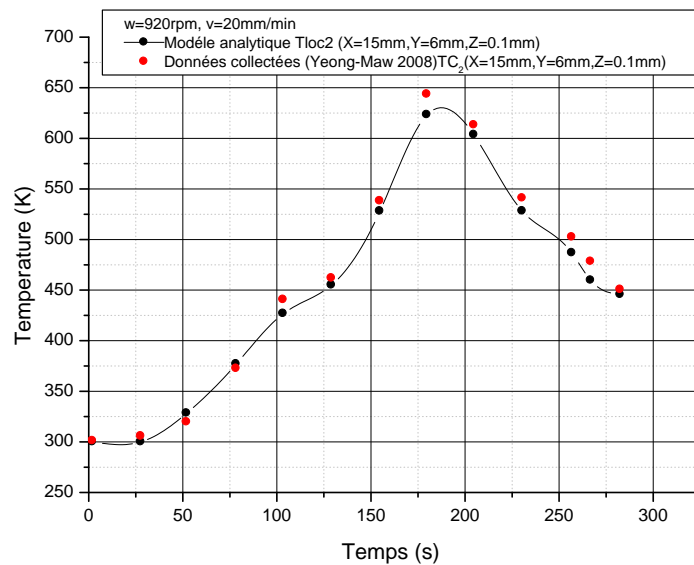


Figure 4.4b : Historique thermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale $d=15$ mm.

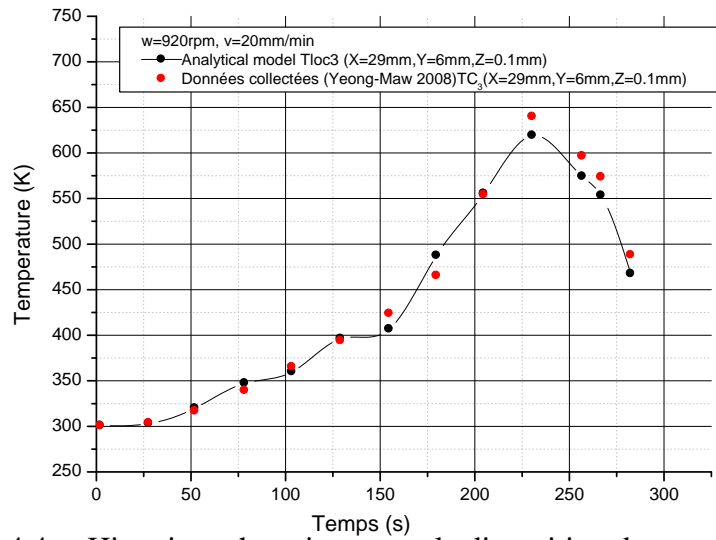


Figure 4.4c : Historique thermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale et $d=29$ mm.

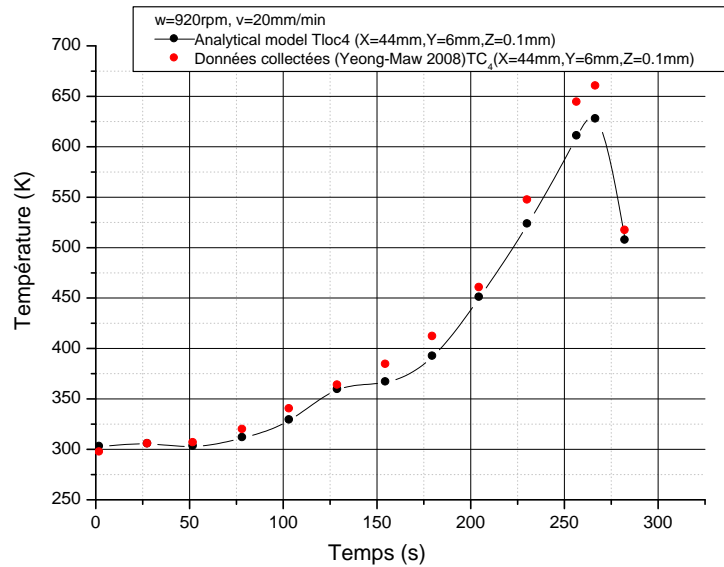


Figure 4.4d: Historiquethermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale et $d=44$ mm.

La figure (4.4a) montre l'évolution de la température pour le local Tloc1, positionné sur le point du départ du soudage. La valeur maximale des historiques thermiques est de 628 K. Les instants correspondant aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc1

sont de 157 s. Cela signifie qu'il y a un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₁ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.4b) présente la température évoluée pour le local Tloc2 situé à 15 mm au point du départ de l'outil. La valeur maximale des historiques thermiques pour ce local Tloc2 est de 626 K. Les instants correspondant aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc₂ sont de 166 s. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₂ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.4c) présente la température évoluée pour le local Tloc3 situé à 29 mm au point du départ de l'outil. La valeur maximale des historiques thermiques pour ce local Tloc3 est de 624K. Les instants correspondant aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc3 sont de 236 s. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₃ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.4d) montre la température évoluée pour le local Tloc4 positionnée à 44 mm au point du départ de l'outil. La valeur maximale des historiques thermiques pour ce local Tloc4 est de 629 K. Les instants correspondant aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc₄ sont de 266 s. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₄ (Hwarg [Hwarg et al.149]). Ces données montrent que l'histoire thermique dans la direction de soudage pendant le processus de soudage est assez stable et que des températures adéquates autour de la ligne du joint pour le processus de soudage réussi sont d'environ 625-630 K. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]).

De manière générale, les historiques thermiques pour la disposition des deux types obtenus sur les figures (4.4a, 4b, 4c et 4d) pour nos modèles sont stables et acceptables.

Le deuxième graphique compare le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce et à la même distance de 6 mm au centre de la ligne de soudure et aux distances 0, 15, 29 et 44 mm respectivement au point du départ de l'outil. Les conditions du soudage de l'outil sont la vitesse de rotation $w = 920$ tr / min et la vitesse du déplacement $v = 20$ mm / min.

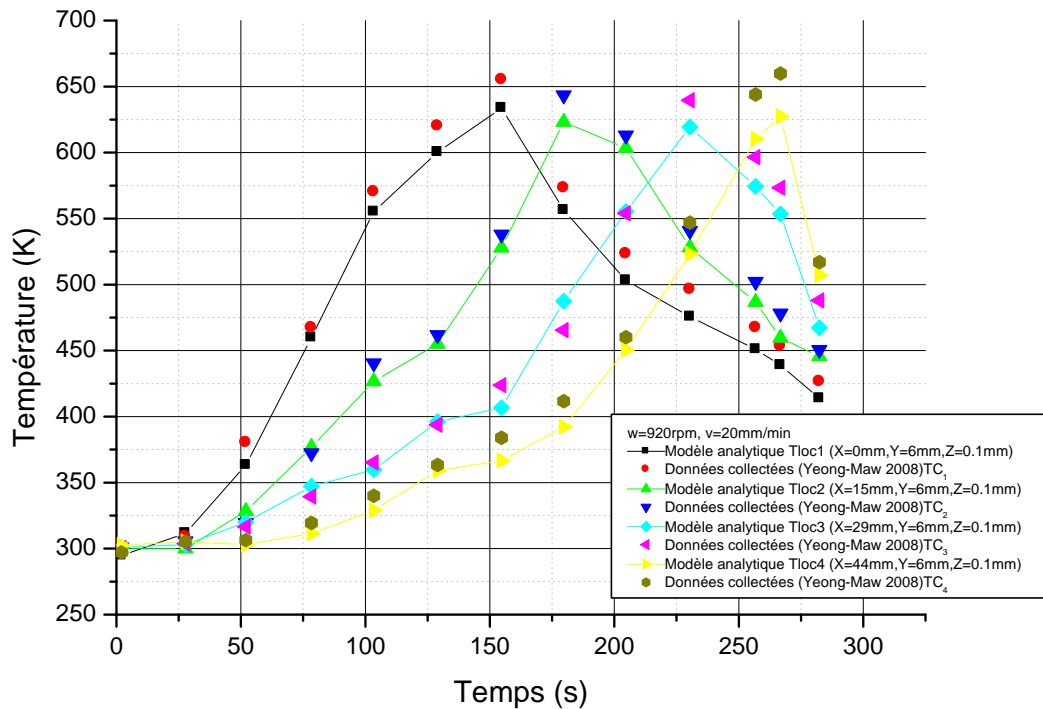


Figure 4.5: Historique thermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale.

Il y a une augmentation rapide de la température lorsque l'outil s'approche du thermocouple et ralentit sa croissance lorsqu'il s'éloigne. Cette évolution est observée systématiquement pour les locaux Tloc1 et Tloc2. Mais, on observe également une diminution rapide de la température des derniers locaux Tloc3 et Tloc4. Ceci est expliqué par les locaux Tloc1 et Tloc2 sont systématiquement distancés par l'approche du point de procéder et localisent dans la sortie de l'outil.

Les figures suivantes comparent le modèle thermique aux données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce et à la même distance de 6 mm au centre de la ligne de soudure et aux distances 0, 15, 29 et 44 mm respectivement au point du départ de l'outil. Les historiques de température des quatre thermocouples (Hwarg [Hwarg et al.149]) par rapport au déplacement de l'outil depuis le point du départ. Les emplacements pour les thermocouples correspondent (TC_1 , TC_2 , TC_3 et TC_4) sont représentés sur la figure (4.3a). Les conditions du soudage de l'outil sont la vitesse de rotation $w = 920 \text{ tr / min}$ et la vitesse du déplacement $v = 20 \text{ mm / min}$.

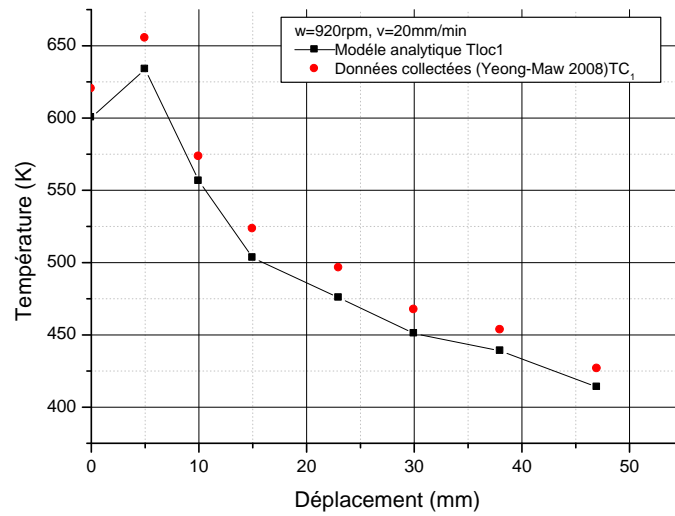


Figure 4.6a : Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale $d=0$ mm.

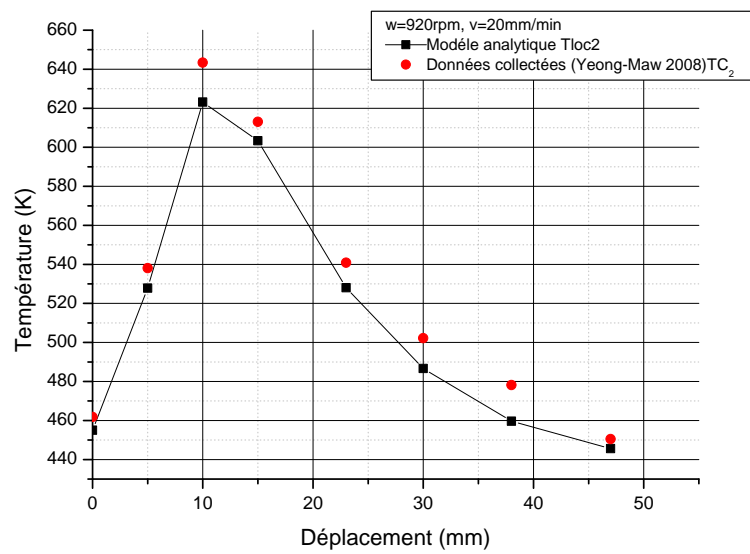


Figure 4.6c : Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale $d=15$ mm.

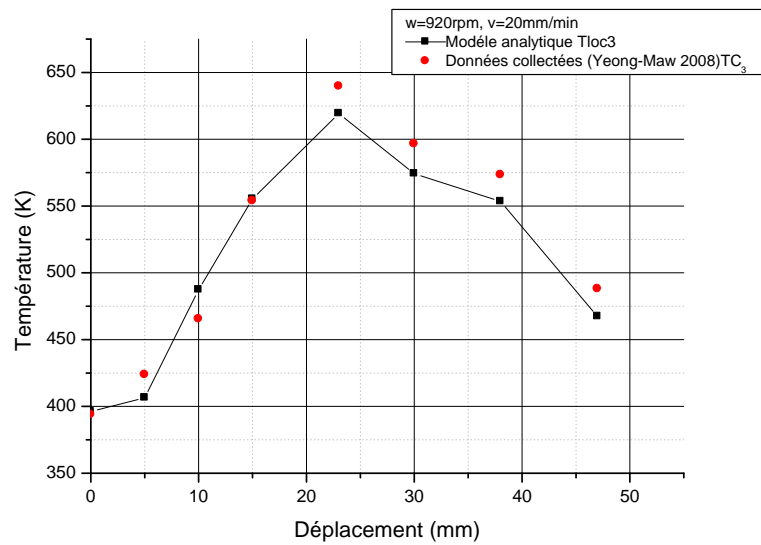


Figure 4.6b : Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale $d=29$ mm.

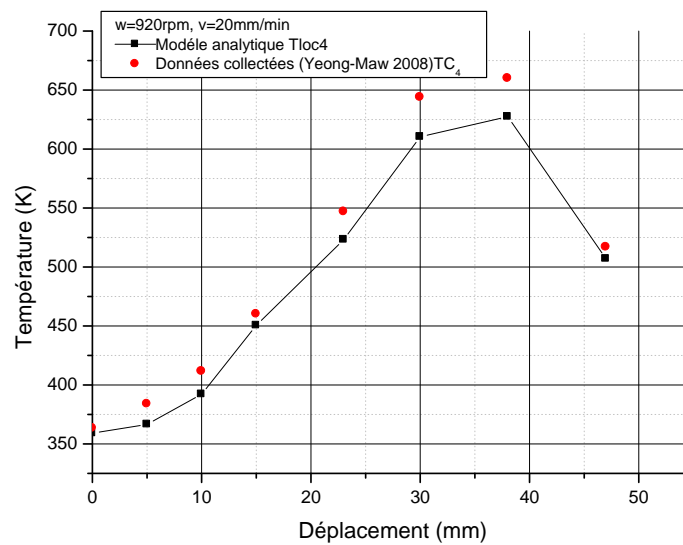


Figure 4.6d : Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale $d=44$ mm.

La figure (4.6a) montre l'évolution de la température pour le local Tloc1, positionné sur le point du départ du soudage dont l'abscisse est le déplacement de l'outil du point du départ, on sait que le déplacement du pion de l'outil correspondant à la valeur maximale du profil de température du local Tloc1, localisé au point du départ, est de l'ordre de 5 mm. Il y a un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₁ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.6b) montre l'évolution de la température pour le local Tloc2 positionné à 15mm de l'outil à partir du point du départ dont l'abscisse est le déplacement de l'outil du point du départ, on sait que le déplacement du pion de l'outil correspondant à la valeur maximale du profil de température du local Tloc2, est d'environ 10 mm. Il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₂ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.6c) montre l'évolution de la température pour le local Tloc3 à 29 mm au point du départ de l'outil dont l'abscisse est le déplacement de l'outil du point du départ, il est connu que le déplacement du pion de l'outil correspondant à la valeur maximale du profil de température du local Tloc3, est d'environ 23 mm. Il y a une bonne concordance entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₃ (Yeong-Maw 2008).

La figure (4.6d) montre l'évolution de la température pour le local Tloc4 positionné à 44 mm de l'outil à partir du point du départ dont l'abscisse est le déplacement de l'outil du point du départ, on sait que le déplacement du pion de l'outil correspondant à la valeur maximale du profil de la température du local Tloc4, localisé au point de sortie, est d'environ 37 mm. Signifie qu'il y a une bonne concordance entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₄ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

Le graphique suivant compare le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce et à la même distance de 6 mm au centre de la ligne de soudure et à des distances 0, 15, 29 et 44 mm respectivement du point de départ de l'outil. Les historiques de température des quatre thermocouples (Hwarg [Hwarg et al.149]) en respectant le déplacement de l'outil depuis le point du départ. Les conditions du soudage de l'outil sont la vitesse de rotation $w = 920$ tr / min et la vitesse de déplacement $v = 20$ mm / min.

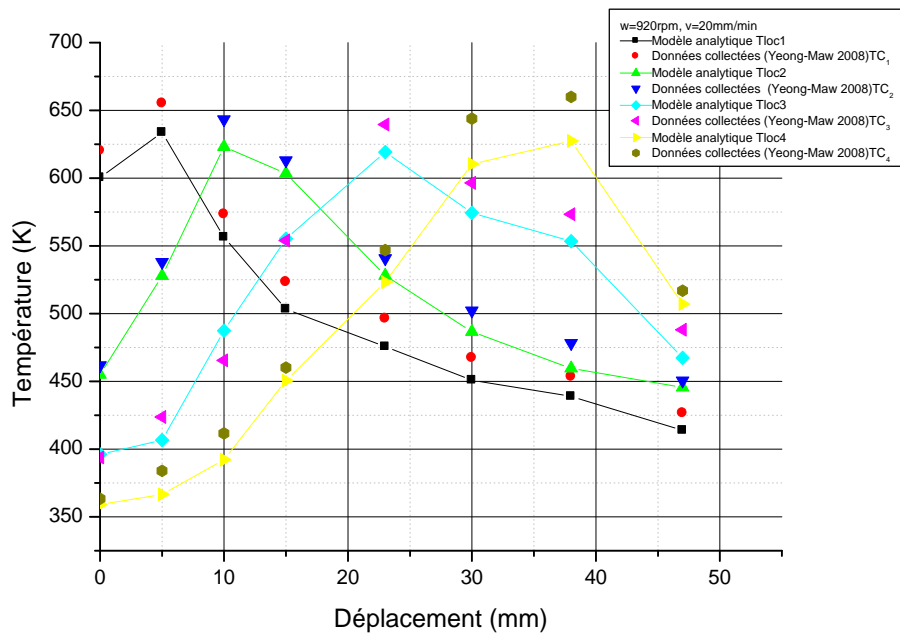


Figure 4.8 : Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance égale

Ces données montrent que l'histoire thermique dans la direction du soudage pendant le processus du soudage est assez stable et que les températures adéquates autour de la ligne de joint pour le processus du soudage réussi sont d'environ 620-630 K, et celles pour les températures les plus élevées des quatre locaux Tloc1, Tloc2, Tloc3 et Tloc4 sont respectivement d'environ 4, 10, 23 et 37 mm. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]). D'une manière générale, les historiques thermiques pour la disposition du type- même côté et à distance égale-obtenus sur la figure (4.8) pour nos modèles sont stables et acceptables.

4.5.2 Historique thermiques pour la disposition du même côté et inégale :

Les premières figures comparent le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce et aux distances respectives de 10, 8, 6 et 4 mm du centre de la ligne de soudure et aux distances respectives de 6, 12, 18 et 24 mm au point du départ de l'outil. Les conditions du soudage de l'outil sont la vitesse de rotation $w = 920 \text{ tr / min}$ et la vitesse de déplacement $v = 20 \text{ mm / min}$. Les emplacements correspondants aux thermocouples correspondent (TC₁, TC₂, TC₃ et TC₄) sont représentés sur la figure (4.3b).

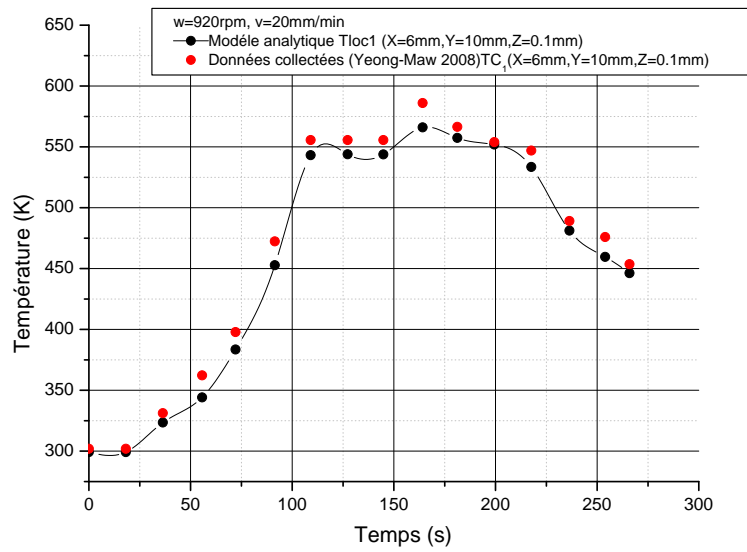


Figure 4.9a : Historiquethermique pour la disposition du type-même côté et à distance inégale- $X=6\text{mm}$ et $Y=10\text{mm}$

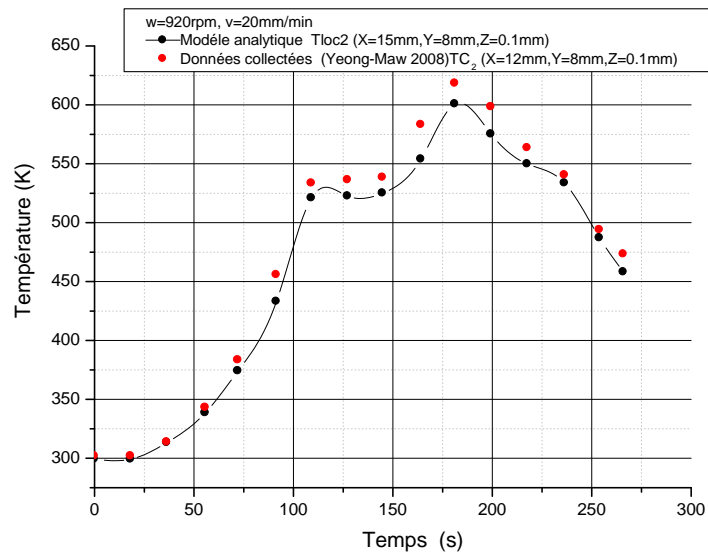


Figure 4.9b: Historiquethermique pour la disposition du type-même côté et à distance inégale- $X=12\text{mm}$ et $Y=8\text{mm}$

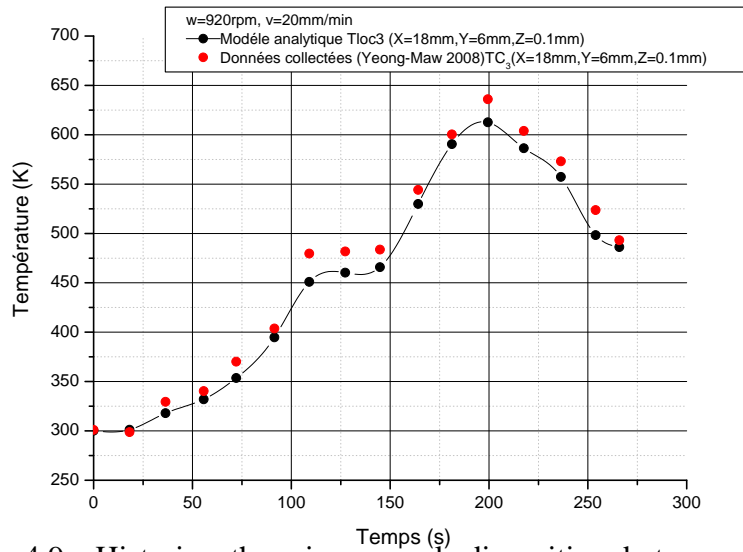


Figure 4.9c: Historiquethermique pour la disposition du type-même côté et à distance inégale-X=18mm et Y=6mm

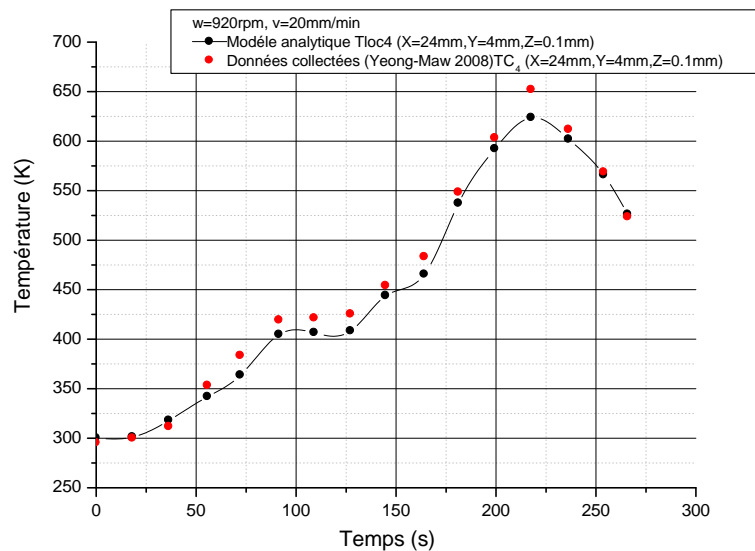


Figure 4.9b: Historiquethermique pour la disposition du type-même côté et à distance inégale-X=24mm et Y=4mm

La figure (4.9a) montre l'évolution de la température pour le local Tloc1 positionné à 10 mm de la ligne de soudure et à une distance de 6 mm au point du départ de l'outil. La valeur maximale des historiques thermiques pour ce local Tloc1 est 570K. Les instants correspondants aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc1 sont de

170 s. Cela signifie qu'il y a un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₁ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.9b) présente la température évoluée pour le local Tloc2 situé à 8mm de la ligne de soudure et à une distance de 12 mm au point du départ de l'outil. La valeur maximale des historiques thermiques pour ce local Tloc2 est de 600 K. Les instants correspondants aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc2 sont de 189 s. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₂ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.9c) présente l'évolution de la température pour le local Tloc3 situé à 6 mm de la ligne de soudure et à une distance de 18 mm au point du départ de l'outil. La valeur maximale des historiques thermiques pour le local Tloc3 est 620 K. Les instants correspondants aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc3 sont de 200 s. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₃ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.9d) montre l'évolution de la température pour le local Tloc4 situé à 4 mm de la ligne de soudure et à une distance de 24 mm au point du départ de l'outil. La valeur maximale des historiques thermiques pour le local Tloc4 est de 624 K. Les instants correspondant aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc4 sont de 221 s. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₄ (Hwarg [Hwarg et al.149]). Ces données montrent que l'historique thermique dans la direction du soudage pendant le processus du soudage est assez stable et que des températures adéquates autour de la ligne de joint pour le processus du soudage réussi sont d'environ 570-624 K. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]).

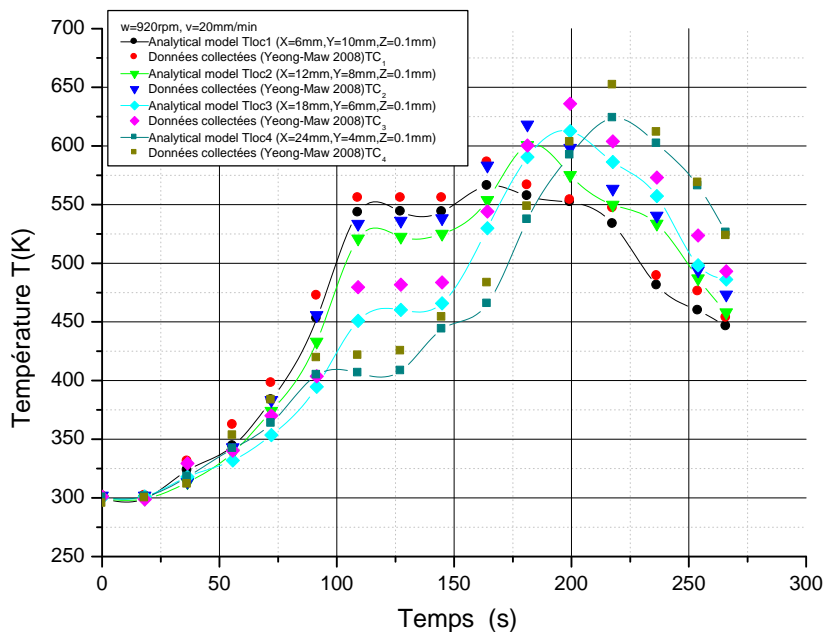


Figure 4.10 : Historique thermique pour la disposition du même côté et à distance égale $d=0$ mm.

La deuxième figure compare le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce et aux distances respectivement de 10, 8, 6 et 4 mm du centre de la ligne de soudure et aux distances 6, 12, 18 et 24 mm respectivement au point du départ de l'outil. Les conditions du soudage sont la vitesse de rotation $w = 920$ tr / min et la vitesse de déplacement $v = 20$ mm / min. Parce que le local Tloc1 est le plus proche de la ligne du cordon, son profil de température est plus élevé que celui des autres. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]).

De manière générale, les historiques thermiques pour la disposition du type même côté et distance inégale obtenue sur la figure (4.10) pour nos modèles sont stables et acceptables.

Les figures suivantes comparent le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce et aux distances respectivement de 0, 15, 29 et 44 mm du centre de la ligne de soudure et aux distances 0,15, 29 et 44 mm respectivement au point du départ de l'outil. Les emplacements pour les thermocouples correspondent (TC_1 , TC_2 , TC_3 et TC_4) sont représentés sur la figure

(4.3b). Les conditions du soudage sont la vitesse de rotation $w = 920 \text{ tr / min}$ et la vitesse de déplacement $v = 20 \text{ mm / min}$.

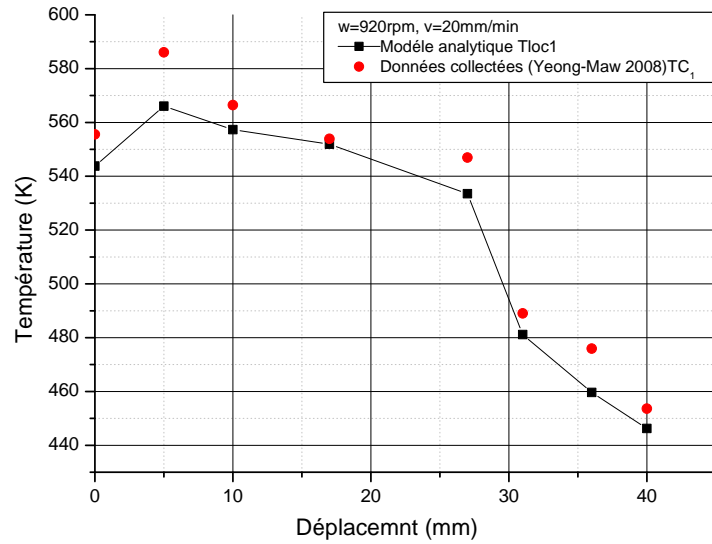


Figure 4.11a : Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance inégale $X=6 \text{ mm}$ et $Y=10 \text{ mm}$

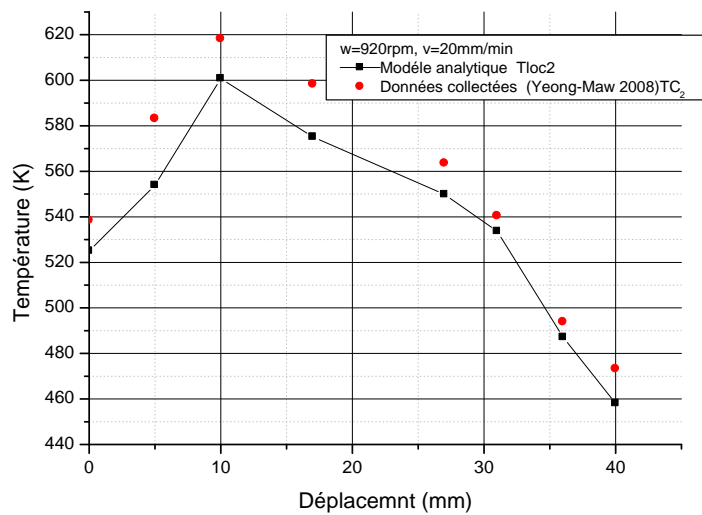


Figure 4.11b : Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance inégale $X=12 \text{ mm}$ et $Y=8 \text{ mm}$

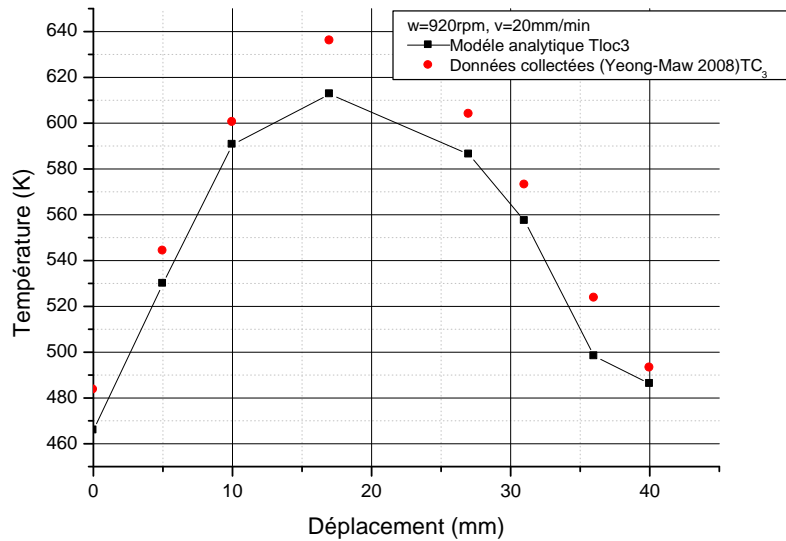


Figure 4.11c : Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance inégale $X=18\text{mm}$ et $Y=6\text{mm}$

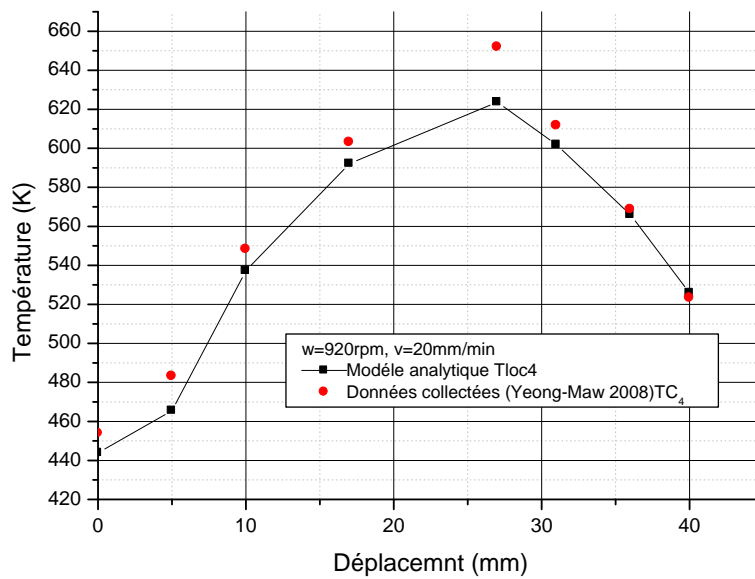


Figure 4.11d : Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance inégale $X=24\text{mm}$ et $Y=4\text{mm}$

La figure (4.11a) montre l'évolution de la température pour le local Tloc1 situé à 10 mm de la ligne de soudure et à une distance de 6 mm au point du départ de l'outil dont l'abscisse est le déplacement de l'outil du point du départ, on sait que le déplacement du pion de l'outil correspondant à la valeur maximale du profil de température du local Tloc1, situé au point du départ, est d'environ 5mm. Il y a un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₁ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.11b) présente la température évoluée pour le local Tloc2 situé à 8mm de la ligne de soudure et à une distance de 12 mm au point du départ de l'outil dont l'abscisse est le déplacement de l'outil du point du départ, on sait que le déplacement du pion de l'outil correspondant à la valeur maximale du profil de température du localTloc2, est d'environ 10 mm. Il y a une bonne concordance entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₂ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.11c) présente la température évoluée pour le local Tloc3 situé à 6 mm de la ligne de soudure et à une distance de 18 mm au point du départ de l'outil dont l'abscisse est le déplacement de l'outil du point du départ, on sait que le déplacement du pion de l'outil correspondant à la valeur maximale du profil de température du localTloc3, est d'environ 17 mm. Il y a un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₃ (Hwarg [Hwarg et al.149]). La figure (4.11d) montre l'évolution de la température pour le local Tloc4 à 4 mm de la ligne de soudure et à une distance de 27 mm de l'outil par rapport au point du départ dont l'abscisse est le déplacement de l'outil du point du départ, on sait que le déplacement du pion de l'outil correspondant à la valeur maximale du profil de température du localTloc4, situé au point de sortie, est d'environ 29 mm. Il y a un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₄ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

Le graphique suivant compare le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce et aux distances respectivement de 10, 8, 6 et 4 mm au centre de la ligne de soudure et aux distances 6, 12, 18 et 24 mm respectivement au point du départde l'outil. Les historiques de température des quatre thermocouples (Hwarg [Hwarg et al.149]) par rapport au déplacement de l'outil depuis le point du départ. Les conditions de soudage de l'outil sont la vitesse de rotation $w = 920 \text{ tr / min}$ et la vitesse dedéplacement $v = 20 \text{ mm / min}$.

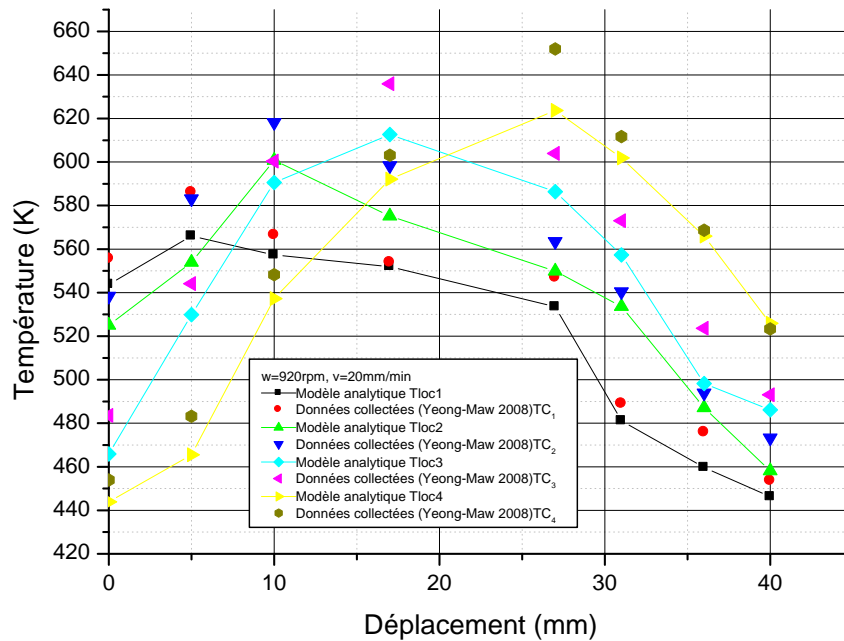


Figure (4.12): Variation thermique pour la disposition du type-même côté et à distance inégale

La figure (4.12) est une présentation de plusieurs caractéristiques concernant le champ de température pendant le soudage par friction malaxage. Ces données montrent que l'historique thermique dans le soudage est assez stable et que des températures adéquates autour de la ligne de joint pour un soudage réussi le processus est d'environ 570-624 K et ceux pour les positions des températures les plus élevées des quatre locaux Tloc1, Tloc2, Tloc3 et Tloc4 sont respectivement d'environ 14,9, 15,3 et 13,2 mm. Parce que le local Tloc1 est le plus proche de la ligne du cordon, son profil de température est plus élevé que celui des autres. Les périodes de chauffage et de refroidissement sont distinctes parce que le taux de chauffage est beaucoup plus élevé que le taux de refroidissement. De plus, pour chacune des lignes, les maxima sont atteints après un temps plus long que la ligne considérée est éloignée du cordon de soudure. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]).

En règle générale, les histoires thermiques pour la mise en page du type - même côté et à distance inégale- obtenue sur la figure (4.12) pour nos modèles sont stables et acceptables.

4.5.3 Historique thermiques pour la disposition descôtés opposé à une distance égale :

Les figures suivantes comparent le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce où deux des quatre locaux sont placés d'un côté (le côté d'avance), et les deux autres sont placés d'un côté opposé (le côté de retrait). La distance entre les positions de chacun des locaux et la ligne de joint est égale à 6mm. Les distances de leurs extrémités au point de départ du soudage sont respectivement de 15 mm pour TC₁, TC₂ et de 29 mm pour TC₃ et TC₄.

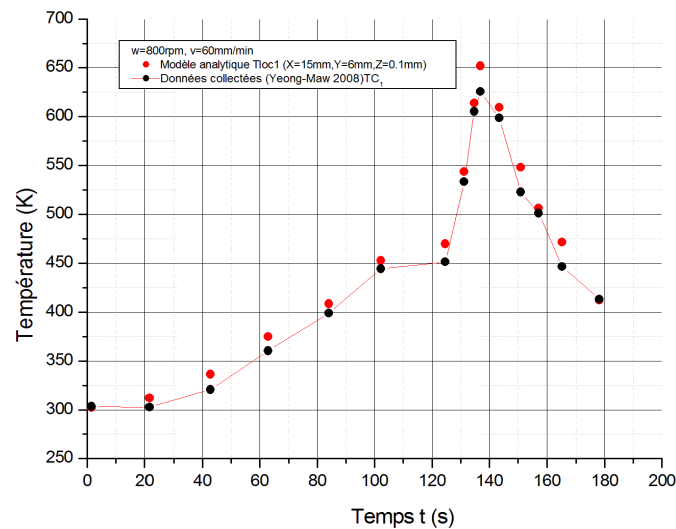


Figure 4.13a : Historiquethermique pour la disposition du type-côtés opposés et à une distance égale-X=15mm et Y=6mm

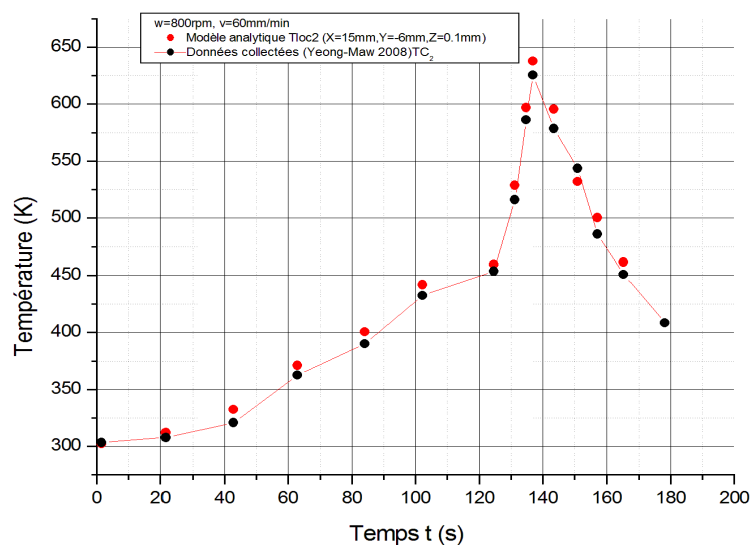


Figure 4.13b: Historiquethermique pour la disposition du type-côtés opposés et à une distance égale-X=15mm et Y=-6mm

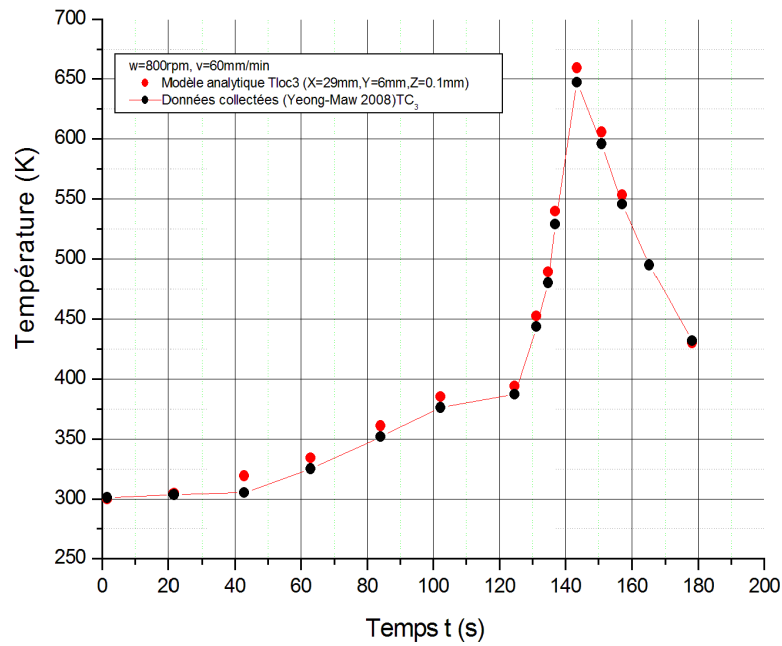


Figure 4.13c: Historique thermique pour la disposition du type-côtés opposés est à une distance égale : $X=29\text{mm}$ et $Y=6\text{mm}$

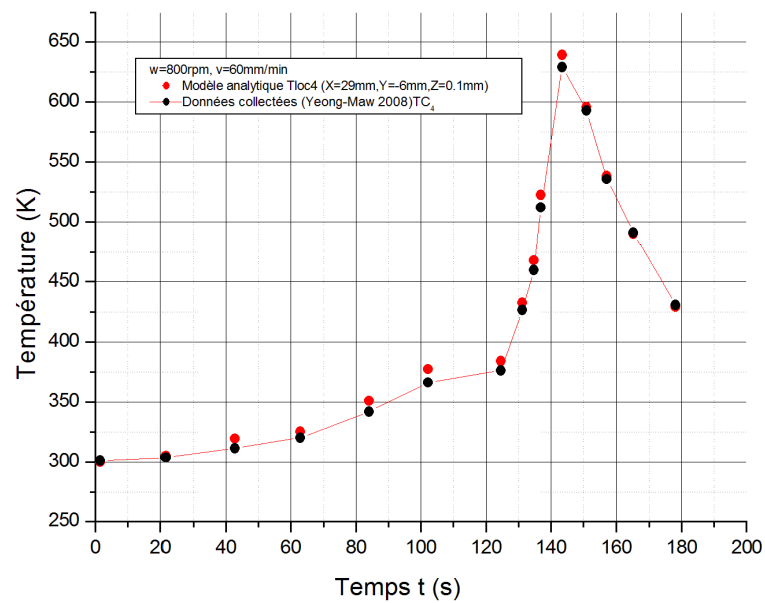


Figure 4.13c: Historique thermique pour la disposition du type -côtés opposés est à une distance égale : $X=29\text{mm}$ et $Y=-6\text{mm}$

La figure (4.13a) montre l'évolution de la température pour le local Tloc1, situé à 15 mm au point du départ de l'outil du soudage et positionné sur le côté d'avance par rapport à la ligne de soudage. La valeur maximale des historiques thermiques est de 628 K. L'instant correspondant aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc1 est de 137 s. Cela signifie qu'il y a un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₁ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.13b) présente la température évoluée pour le local Tloc2 situé à 15 mm au point du départ de l'outil du soudage et positionné sur le côté de retrait par rapport à la ligne de soudage. La valeur maximale des historiques thermiques pour ce local Tloc2 est de 633 K. Dans ce cas l'instant correspondant aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc2 prédiction est de 137 s. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₂ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.13c) présente la température évoluée pour le local Tlco1 situé à 29 mm au point du départ de l'outil du soudage et positionné sur le côté d'avance par rapport à la ligne de soudage. La valeur maximale des historiques thermiques pour ce local Tlco3 est de 642K. Les instants correspondant aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tloc3 sont de 236 s. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₃ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

La figure (4.13d) montre la température évoluée pour le local Tlco4 positionné à 44 mm au point du départ de l'outil. La valeur maximale des historiques thermiques pour ce local Tlco4 est de 629 K. Les instants correspondant aux valeurs maximales des historiques thermiques de ce local Tlco4 sont de 266 s. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour le thermocouple TC₄ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

Ces données montrent que l'histoire thermique dans la direction de soudage pendant le processus de soudage est assez stable et que des températures adéquates autour de la ligne du joint pour le processus de soudage réussi sont d'environ 625-630 k. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]).

Les deuxièmes figures suivantes comparent le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce où un des deux locaux est placé d'un côté (le côté d'avance), et l'autre est placé d'un côté opposé (le côté de retrait). La distance entre les positions de chacun des locaux et la ligne de joint est égale à

6mm. Les distances de leurs extrémités au point de départ du soudage sont respectivement de 15 mm pour TC₁, TC₂ et 29mm pour TC₃, TC₄.

Les conditions du soudage de l'outil sont la vitesse de rotation $w = 920 \text{ tr / min}$ et la vitesse de déplacement $v = 20 \text{ mm / min}$.

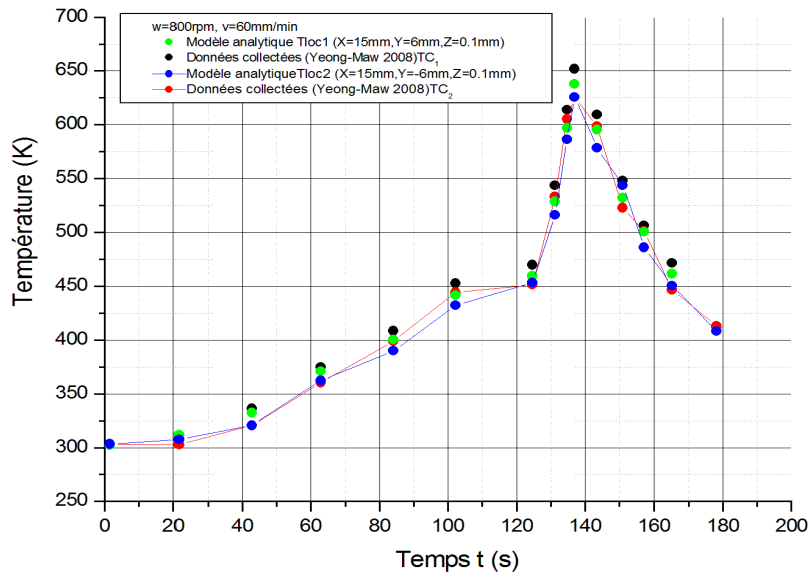


Figure 4.14a: Historique thermique pour la disposition du type -côtés opposés est à une distance égale :local : X=15mm et Y=6mm etlocal : X=15mm et Y=-6mm mm.

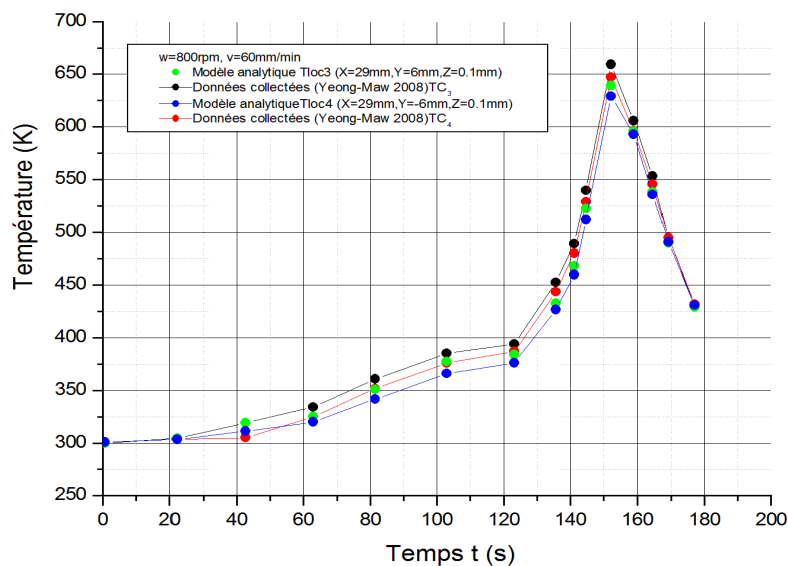


Figure 4.14b: Historique thermique pour la disposition du type -côtés opposés est à une distance égale :local : X=29mm et Y=6mm etlocal : X=29mm et Y=-6mm mm.

D'après les figures ci-dessus, le champ de températures observées dans les locaux Tloc1, Tloc2 sont asymétrique en raison de l'effet de rotation de l'outil. Les températures du côté d'avance, lorsque l'outil tourne dans la direction de l'outil en déplacement, sont généralement plus élevées que celles du côté de retrait (Nandan [Nandan et al. 173]).

Cette remarque est répétée dans les locaux Tloc3, Tloc4 où les distances de leurs extrémités au point de départ du soudage sont de 29 mm en raison de l'effet de rotation de l'outil. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour les thermocouples TC₁, TC₂ et TC₃, TC₄ (Hwarg [Hwarg et al. 149]).

Les deuxièmes figures suivantes comparent les résultats du modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al. 149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce où un des deux locaux est placé d'un côté (le côté d'avance), et l'autre est placé du côté opposé (le côté de retrait). La distance entre les positions de chacun des locaux et la ligne de joint est égale à 6 mm. Les distances de leurs extrémités au point de départ du soudage sont respectivement de 15 mm pour TC₁, TC₂ et 29 mm pour TC₃, TC₄. Ces résultats sont représentés par les profils de la variation de température des quatre locaux Tloc1, Tloc2, Tloc3 et Tloc4 par rapport au déplacement X de l'outil. Les conditions du soudage de l'outil sont la vitesse de rotation $w = 920 \text{ tr / min}$ et la vitesse du déplacement $v = 20 \text{ mm / min}$.

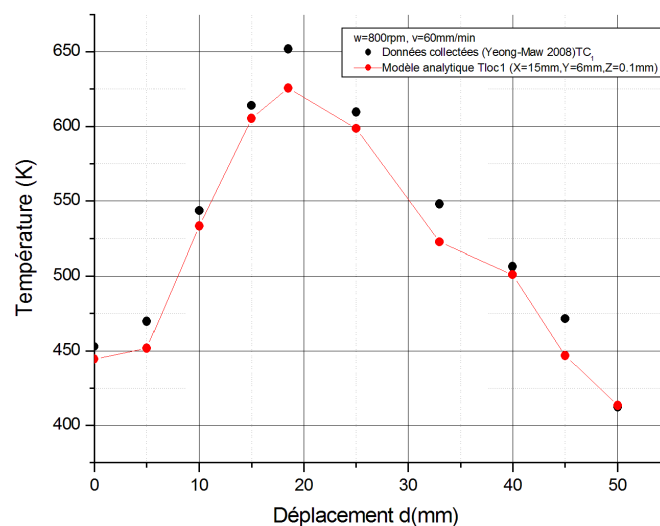


Figure 4.15a: Variation thermique pour la disposition du type-côtés opposés est à une distance égale- $X=15\text{mm}$ et $Y=6\text{mm}$

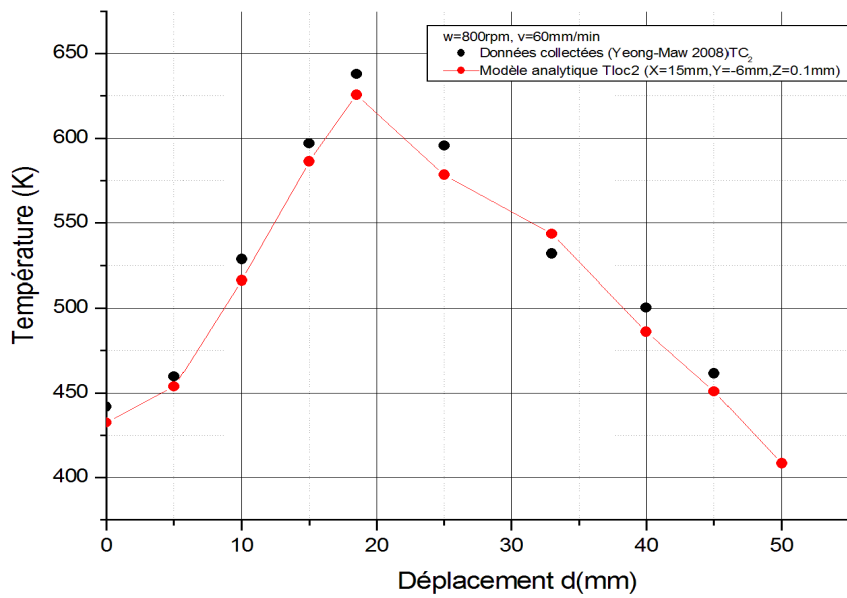


Figure 4.15b: Variation thermique pour la disposition du type-côtés opposés est à une distance égale- $X=15\text{mm}$ et $Y=-6\text{mm}$

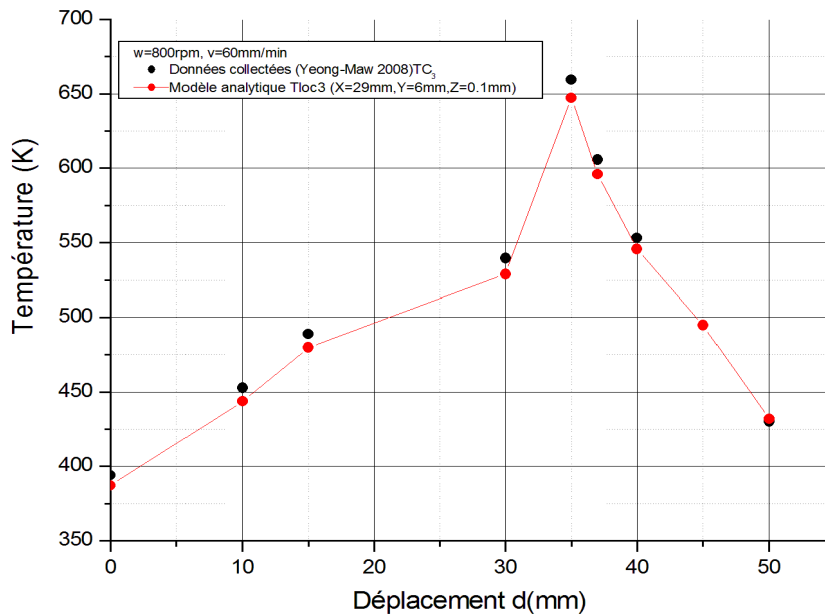


Figure 4.15c: Variation thermique pour la disposition du type-côtés opposés est à une distance égale- $X=29\text{mm}$ et $Y=6\text{mm}$

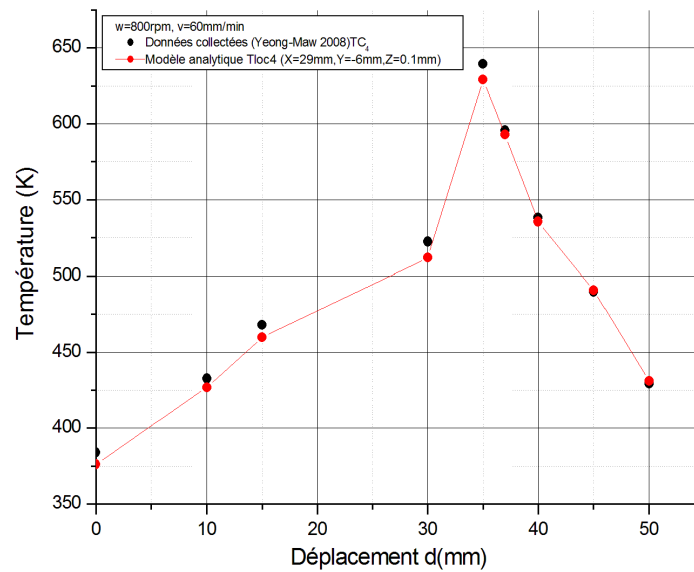


Figure 4.15d : Variation thermique pour la disposition du type-côtés opposés est à une distance égale- $X=29\text{mm}$ et $Y=-6\text{mm}$

Il est connu de cette figure que les déplacements de l'outil correspondant aux valeurs maximales des profils de température de Tloc1 et Tloc2, situés à une distance de 15 mm du point de départ, sont d'environ 18,5 mm. Il y a un décalage de 3,5 mm entre les positions de la température la plus élevée et celle du thermocouple. Cela est dû au transfert de chaleur dans la pièce de la ligne de jonction à la pointe des locaux Tloc1 et Tloc2 et au temps de réponse des thermocouples TC_1 et TC_2 .

Ces remarques sont répétées dans les figures (4.15c) et (4.15d) où les locaux Tloc3 et Tloc4 où les déplacements de l'outil correspondant aux valeurs maximales des profils de température de Tloc1 et Tloc2, situés à une distance de 29 mm du point de départ, sont d'environ 33,5 mm. Il y a un décalage de 4,5 mm entre les positions de la température la plus élevée et celle du thermocouple TC_1 et TC_2 . Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour les thermocouples TC_1 , TC_2 et TC_3 , TC_4 (Hwarg [Hwarg et al.149]).

Les figures suivantes comparent le modèle thermique avec les données collectées (Hwarg [Hwarg et al.149]) à la même profondeur de 0,1 mm dans la pièce où un des deux locaux est placé d'un côté (le côté d'avance), et l'autre est placé du côté opposé (le côté de retrait). La distance entre les positions de chacun des locaux et la ligne de joint est égale à 6mm.

Les distances de leurs extrémités au point de départ du soudage sont respectivement de 15 mm pour TC₁, TC₂ et 29mm pour TC₃, TC₄. Ces résultats sont représentées par les profils de la variation de température des quatre locaux Tloc1, Tloc2, Tloc3 et Tloc4 par rapport au déplacement X de l'outil. Les conditions du soudage de l'outil sont la vitesse de rotation $w = 920 \text{ tr / min}$ et la vitesse du déplacement $v = 20 \text{ mm / min}$.

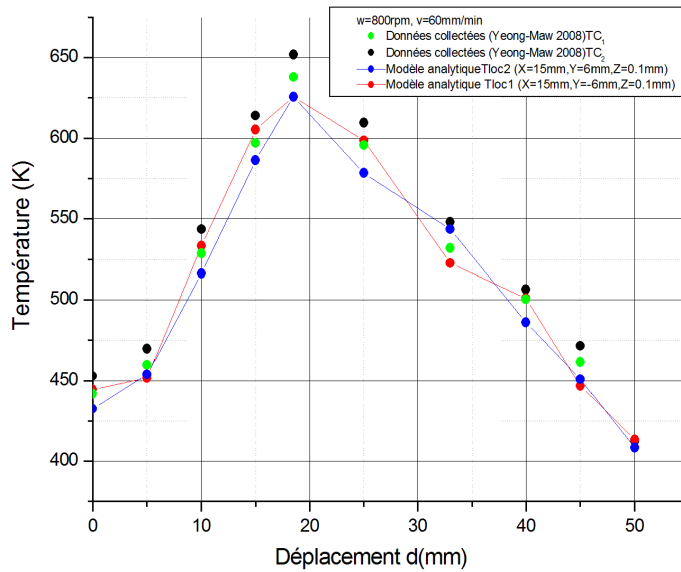


Figure 4.16a: Variation thermique pour la disposition du type-côtés opposés et à une distance égale- $X=15 \text{ mm}$ et $Y=6 \text{ mm}$ et local : $X=15 \text{ mm}$ et $Y=-6 \text{ mm}$.

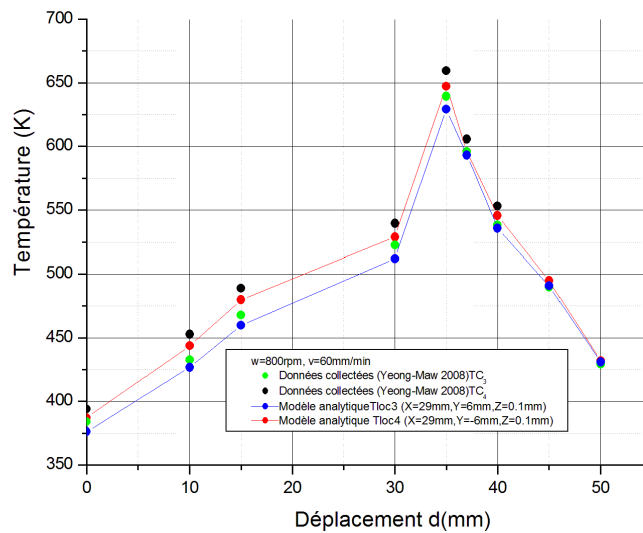


Figure 4.16b : Variation thermique pour la disposition du type-côtés opposés et à une distance égale- $X=29 \text{ mm}$ et $Y=6 \text{ mm}$ et local : $X=29 \text{ mm}$ et $Y=-6 \text{ mm}$.

D'après les figures ci-dessus, le champ de températures observées dans les locaux Tloc1, Tloc1 sont asymétrique en raison de l'effet de rotation de l'outil. Les températures du côté d'avance, lorsque l'outil tourne dans la direction de l'outil en déplacement, sont légèrement hautes que celles du côté de retrait (Nandan [Nandan et al .173]).

Cette remarque est répétée dans les locaux Tloc3, Tloc4 où les distances de leurs extrémités au point de départ du soudage sont de 29 mm en raison de l'effet de rotation de l'outil. Cela signifie qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pour les thermocouples TC₁, TC₂ et TC₃, TC₄ (Hwarg [Hwarg et al.149]).

4.6 Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté l'historique et la variation de la température à divers endroits de la pièce en comparant avec les données recueillies par Hwarg [Hwarg et al.149] afin de valider les résultats obtenus dans notre modèle qui a été déterminé dans le chapitre précédent. Cette comparaison consiste à trois parties. Le premier type est du même côté et à une distance égale par rapport la direction du soudage et le deuxième type est du même côté et à une distance inégale par rapport la direction du soudage et le dernier type est des côtés opposés et à une distance égale par rapport la direction du soudage. On peut conclure qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pendant le procédé du soudage par friction et malaxage (soudage bout à bout) pour des différents types de dispositions des thermocouples de Hwarg [Hwarg et al.149]. De manière générale, les historiques thermiques pour différents types sont stables et acceptables.

CHAPITRE V

Flux de matière au cours FSW

5.1 Introduction :

Dans le cinquième chapitre de ce manuscrit, on va présenter l'état de l'art des travaux concernant la description de l'écoulement de matière autour du joint soudé pendant le soudage FSW ainsi que l'interprétation de l'écoulement de la matière en analysant de la microstructure des joints. En outre, on va présenter les modèles qui existent dans les travaux provenant de la littérature telle que les modèles basés sur la dynamique des fluides, les modèles basés sur la mécanique du solide et les modèles mixtes. Également, on va présenter les écritures de la loi de comportement appropriées ; la loi de comportement élastoplastique, comportement élastoviscoplastique de Chaboche et comportement élastoviscoplastique dit 'bichuoché'. La connaissance de la description de l'écoulement peut mener à une meilleure compréhension des phénomènes métallurgiques, lesquels ont une influence très importante sur les propriétés mécaniques du joint soudé ainsi qu'une meilleure description du champ de vitesse serait aussi utile pour la modélisation de la thermique du procédé, puisqu'une grande partie de la puissance thermique provient de l'énergie d'auto-échauffement.

5.2 Écoulement de matière pendant le procédé :

Les mouvements de rotation et de translation de l'outil au cours du soudage par friction et malaxage produisent la déformation plastique qui a été décrite par de plusieurs interprétations de temps en temps contradictoires. Les travaux de Li [Li et al.48] ont été des premières études en utilisant la technique de différence de dissimilitude pour observer le mélange de la matière dans une soudure hétérogène (Figure 5.1). Toutefois, cette technique ne permet pas de décrire le déplacement de la matière.

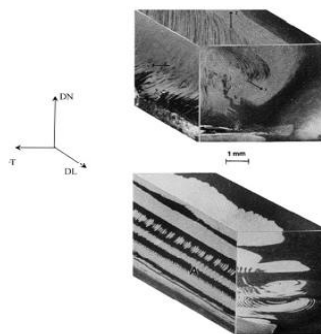
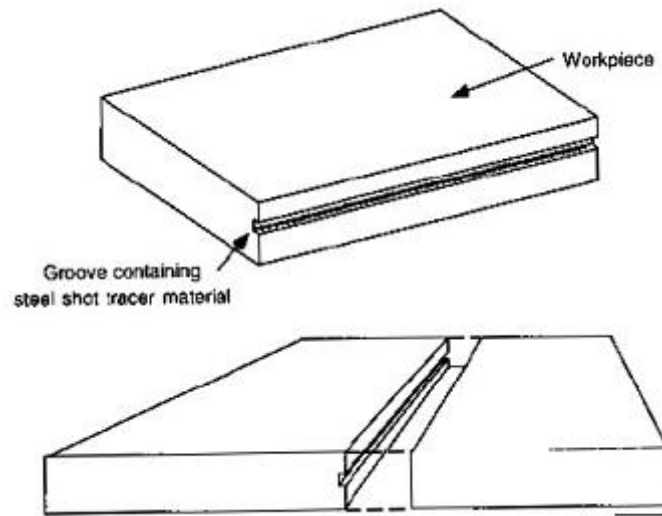


Figure 5.1 : Visualisation des flux de matière à travers un joint soudé entre une tôle en alliage d'aluminium 2024 (blanche) et une plaque en alliage d'aluminium 6061 (noire) [Li et al.48].



(b) vue de la rainure réalisée pour l'encastrement des billes d'acier dans les plaques

Figure 5.2 : Schéma de la technique de marqueur en billes d'acier utilisée par Colligan [Colligan et al.38].

Dans ces travaux Colligan [Colligan et al.38] a utilisé des billes d'acier de faible diamètre pour mettre en évidence deux types de comportements distingués. À proximité immédiate de l'épaulement, les écoulements sont chaotiques et le matériau est poussé vers la racine du joint sous l'effet de l'épaulement. Plus loin de l'épaulement, la distribution des billes à l'arrière de l'outil est linéaire, avec un léger décalage vertical. Les résultats de ces travaux sont montrés sur la figure (5.3).

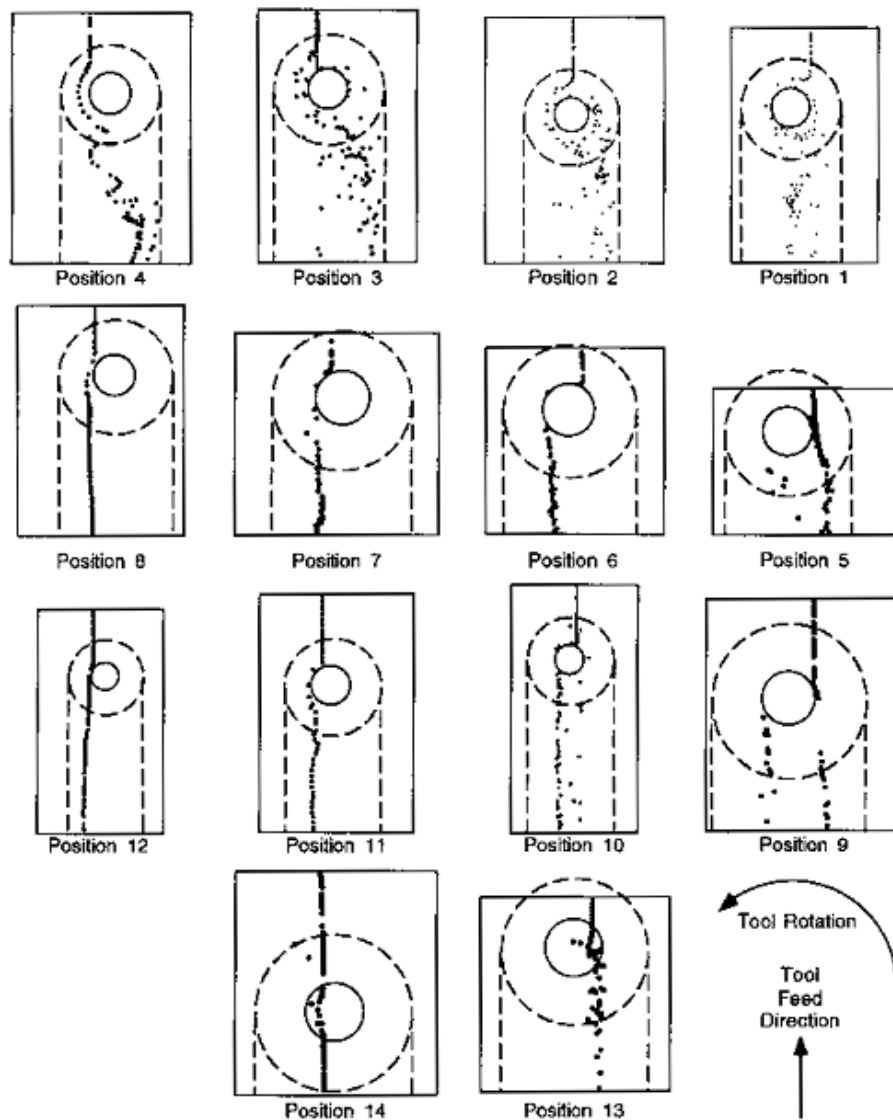


Figure 5.3 : Distribution des billes d'acier après soudage en fonction de leur position originelle [Colligan et al.38]

La limite de cette technique selon l'auteur est que les billes ne peuvent suivre le déplacement de la matière dans les zones fortement déformées (voisinage du pion). Il serait approprié de réduire la taille des billes pour obtenir une description plus précise, mais le problème de détection de ces billes sera montré par rayons X.

La technique "stop action" consiste à bloquer immédiatement le mouvement d'avancé de l'outil tout en le rétractant du matériau, sans affecter la forme imprimée dans cet outil. La figure (5.4) illustre un résultat typique de ces observations en microscopie optique [Colligan

et al.38]. La figure (5.4b) montre qu'en amont de l'outil l'impression du filetage se fait progressivement (repère A) jusqu'à la prise des dimensions équivalentes à celles du filet (repère B). Le repère D montre que la matière en hauteur des plaques monte avant de descendre légèrement au niveau du pion. Ce qui est en concordance avec l'expérience des marqueurs. On peut remarquer, par la bande noire s'étendant du matériau de base au filet imprimé en hauteur, que la matière qui remplit les filets reste liée au matériau de base. Dans ce cas, lorsque l'outil démonte en soudage FSW, cette matière finit par être en majorité cisailée verticalement par le mouvement descendant des filets, laissant ainsi du vide derrière l'outil en hauteur des pièces comme présenté sur la figure (5.4c) repère A. Les filets en arrière de l'outil sont à l'origine de la matière montante située dans la zone repérée C. En effet, après que le filet soit complètement rempli par la matière de base en amont, le mouvement descendant continu des filets génère un cisaillement désolidarisant la matière emprisonnée dans les filets du matériau en volume ce qui crée ainsi une étroite bande blanche dans la périphérie du pion. Le mouvement de rotation provoque alors cette matière désolidarisée du matériau en volume vers l'arrière du pion. Enfin, bien que la géométrie des empreintes soit légèrement influencée par l'accélération de l'outil, les résultats de la technique de "stop action" restent semblables avec ceux des marqueurs.

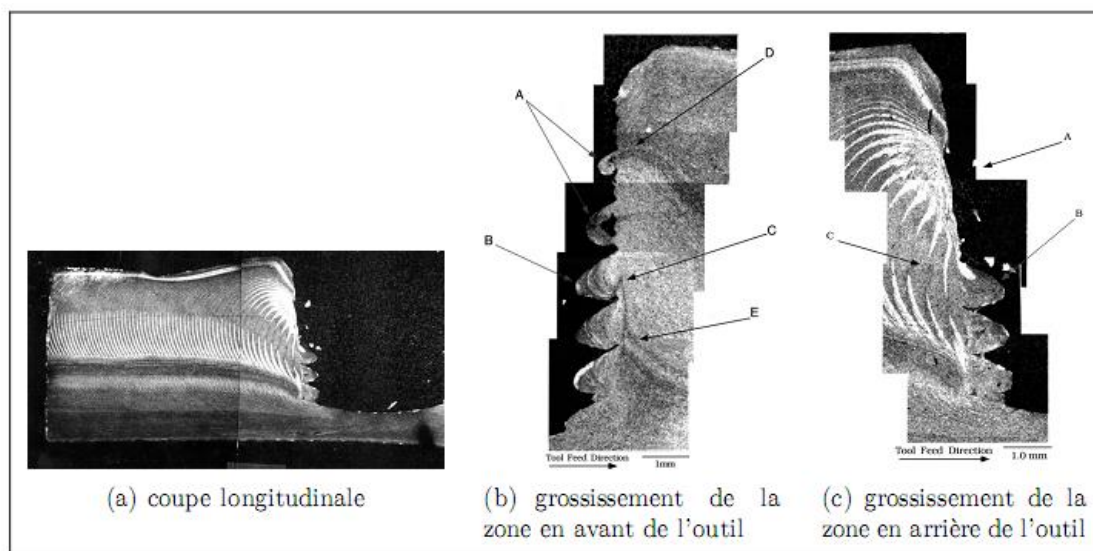


Figure 5.4 : Observation de l'empreinte de l'outil dans la matière après la technique "stop action"[Colligan et al.38].

La même technique a été utilisée par Chen [Chen et al.50] mais en laissant l'outil dans la soudure. Ils ont effectué des micrographies du pion en immersion dans la matière pour ainsi

observer la manière dont le pion interagit avec la couche de matière cisailée à sa proximité et propose une justification de la présence de la structure en bandes concentriques observée dans le noyau de la soudure ("onion rings") (Figure (5.5)).

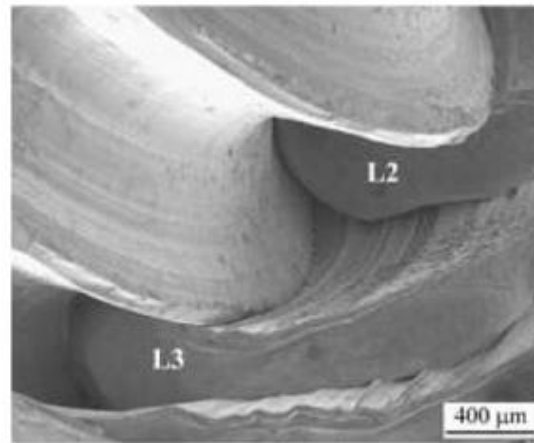


Figure 5.5 : Observation de l'empreinte de l'outil dans la matière après la technique de "stop action" [Chen et al.50]

Reynolds [Reynolds et al .22] et Reynolds [Reynolds.151] ont effectué une analyse d'écoulement de la matière de l'alliage AA2195-T8 dans beaucoup de joints soudés par FSW en utilisant la technique d'insertion de marqueurs. Ces marqueurs en aluminium ont été positionnés transversalement au joint soudé alternativement à l'avancing side et au retreating side.

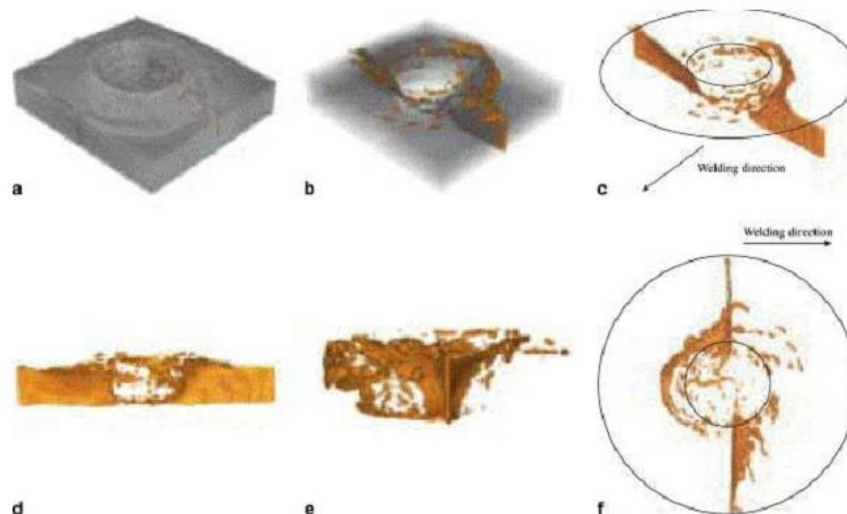


Figure 5.6 : Suivi de l'écoulement d'une feuille de cuivre insérée entre deux plaques en aluminium [Schmidt et al.51]

Les écoulements observés montrent une dissymétrie par rapport à l'axe de soudage. Les marqueurs permettent de déterminer avant et après le soudage, la position de la matière de la zone ZATM (Zone Affectée Thermo Mécaniquement) à partir d'une technique de sectionnement en série. En conséquence, on obtient une représentation tridimensionnelle complète des marqueurs déformés une représentation tridimensionnelle complète des marques déformées est obtenue. Des études avancées ont été faites sur l'écoulement de la matière avec différents paramètres de soudage et géométries d'outil [Seidel et al.40].

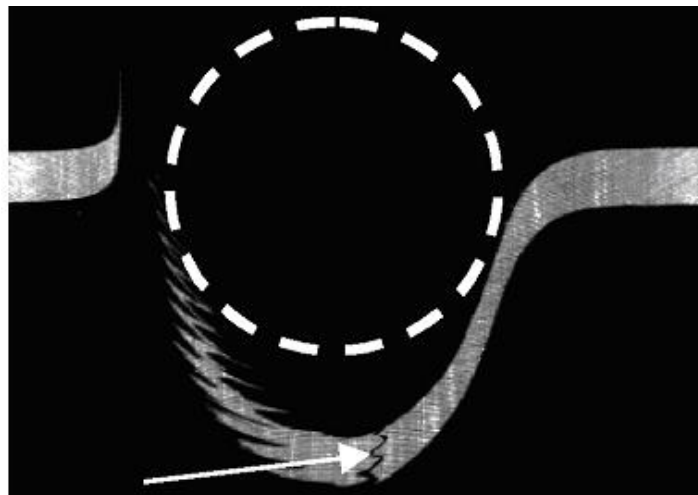


Figure 5.7 : Distribution du marqueur après soudage par combinaison de deux images [Seidel et al.40].

Des mouvements importants de matière ont été observés verticalement à proximité de l'épaulement. Enfin, le déplacement du marqueur le long de l'axe de soudage ne dépasse pas le diamètre du pion. La figure (5.7) montre la combinaison de deux clichés longitudinaux du joint soudé, provenant de l'advancing side et du retreating side. D'autres auteurs ont montré les taux de déformation importants subis par le matériau à l'advancing side alors que ceux-ci sont moindres au retreating side [Guerra et al.39]. Enfin, des déformations importantes à proximité de l'épaulement sont remarquées dans une grande majorité des travaux menés sur le sujet [Heurtier et al.152], [Schmidt et al.51] et [Zettler et al.153]. Cette zone est généralement indiquée par le terme 'flow arm'.

Schneider [Schneider et al.154] critiquent l'utilisation des marqueurs, particulier, les billes d'acier de même que les marqueurs et utilisent pour leur part un fil de tungstène à la place des billes d'acier. Leur expérience ne requiert pas de rainure. Le fil est juste pressé à l'interface de

contact des pièces à mi-hauteur. Ils exécutent deux hypothèses avant l'expérience pour décrire le mode de rupture du fil pendant le soudage : le fil est rigide et il rompt en flexion ou il est flexible et il rompt en traction (Figure 5.10a). Une formule mathématique permet d'exprimer la longueur de cassure du fil dans chaque cas :

1-Le cas :

$$\Delta L = r \sqrt{\frac{\pi \sigma_{wire}}{24 \sigma_{wel}}} \quad (5.1)$$

2-Le cas :

$$\Delta L = r \frac{\sigma_{wire}}{\sigma_{wel}} \quad (5.2)$$

Où r est le rayon du fil σ_{wire} est la contrainte de traction maximale du fil et σ_{wel} est contrainte d'écoulement du matériau.

L'observation à la radiographie aux rayons X montre des segments de fil de même longueur (Figure 5.10b) qui correspondent au résultat de la formule (5.1). Donc, Le fil de tungstène en amont de l'outil est fléchi dans le sens du mouvement de la matière, généré par la rotation de l'outil (perpendiculaire au plan du joint) avant d'être étiré jusqu'à la rupture.

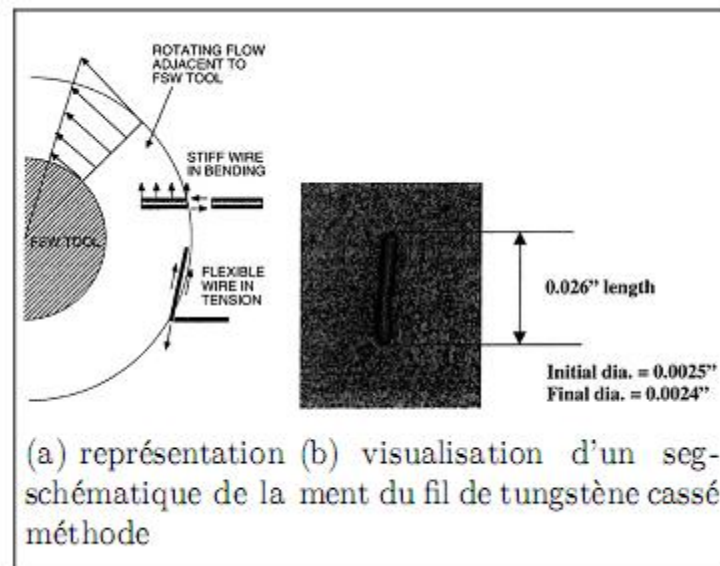


Figure 5.8 : Méthode utilisée par Schneider [Schneider et al .154] pour analyser l'écoulement de la matière pendant le soudage FSW.

Toujours dans le même contexte de la description de l'écoulement de matière, la plasticine a été employée par beaucoup d'auteurs à l'instar de Gratecap [Gratecap et al.155]. Ils ont employé un outil sans épaulement pour observer uniquement l'effet du pion au cours du procédé FSW. Ils ont remarqué la formation de couches successives en arrière de l'outil dont le processus est montré par la figure (5.9). On remarque sur ces figures, le débordement de la matière du côté retreating. Dans le cas d'un outil avec épaulement, cette matière qui déborde est écrasée puis entraînée en rotation par l'outil. C'est ce qui est à l'origine des deux lobes formés sur la figure (5.10) représentant le cas du soudage d'un alliage AA6061-T6 avec un outil normal (outil avec épaulement).

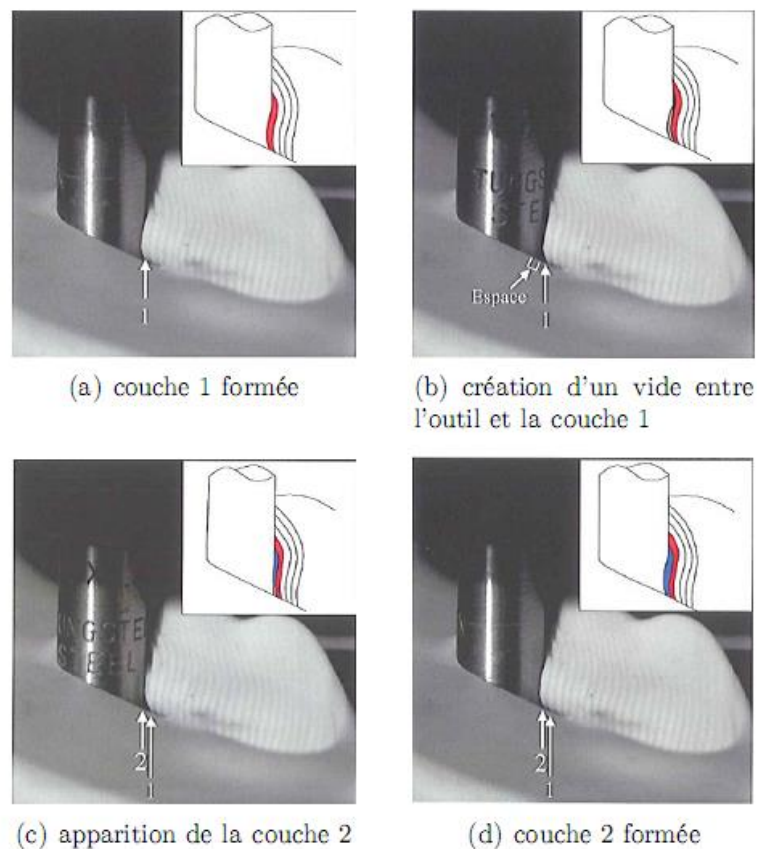


Figure 5.9 : Mécanisme de formation des couches de matière observé par [Gratecap et al .155].

Enfin, de tout ce qui précède, on peut être retenu avec [Heurtier et al .152] l'existence de trois champs de vitesse (Figure 5.11) : Le champ de contournement dû au mouvement d'avance de l'outil semblable à l'écoulement d'un fluide autour d'un cylindre, le champ de torsion dû au frottement de l'épaulement sur les pièces et le champ de vortex créé par le mouvement

descendant des filets sur le pion (cas des outils filetés). Que ce soit par sa géométrie ou non, le pion provoque la matière dans son mouvement de rotation. Ce mécanisme appelé circulation en mécanique des fluides vient s'ajouter aux trois autres champs. C'est le champ qui assure essentiellement le malaxage de l'interface des pièces à assembler.

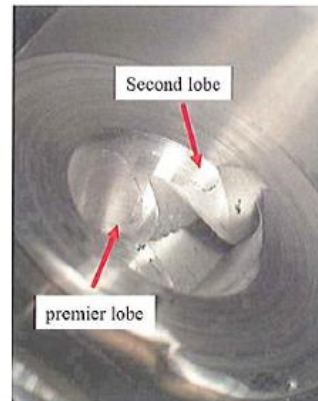


Figure 5.10 : Observation d'un cordon d'alliage d'aluminium 6061-T6 montrant deux lobes de matière dans le cordon [Gratecap et al .155].

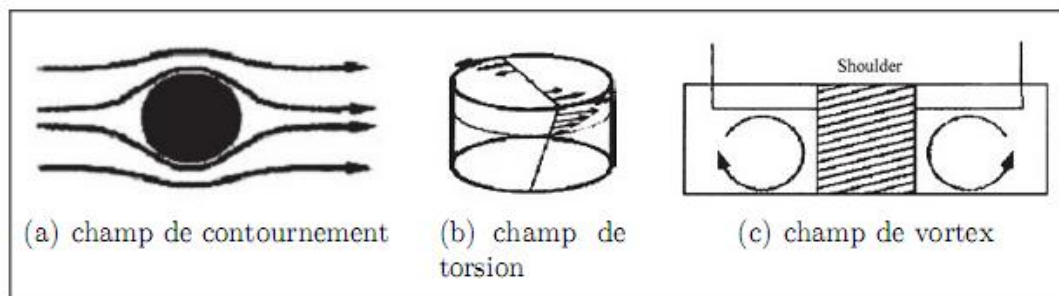


Figure 5.11 : Écoulement de la matière pendant le soudage FSW [Heurtier et al .152].

Récemment, la technique des plasticines a été développée par Gratecap [Gratecap et al .155]. et Nejah [Nejah.06] (figure 5.13). Comme montre sur la figure (5.12), Gratecap [Gratecap et al .155] a constaté que la morphologie de l'écoulement est similaire à celle observée dans l'aluminium, ce qui justifie son emploi pour visualiser les flux de matière.

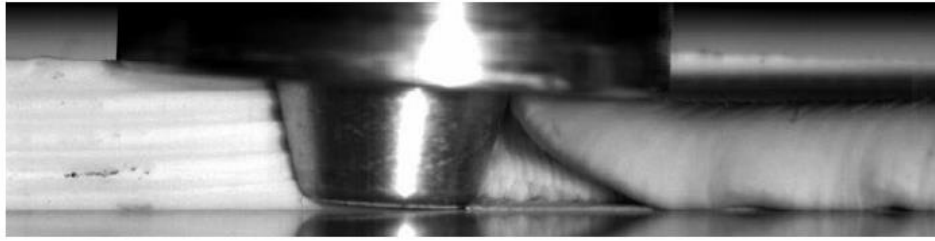


Figure 5.12 : Image extraite du film de l'écoulement de la matière dans la plasticine [Gratecap et al. 155].

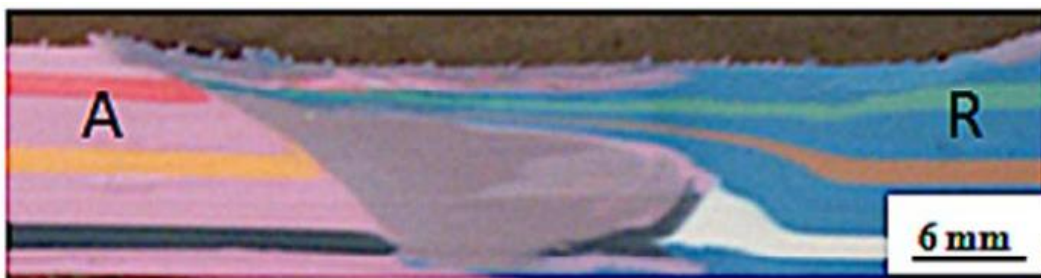


Figure 5.13 : Soudage des plasticines, composition rhéologique d'un cordon de soudure (différentes couleurs de plasticines) [Nejah.06].

Il a constaté que la cinématique de l'outil affectait la morphologie de l'écoulement, de sorte que l'apparition de phénomènes oscillatoires est liée directement au manque de centre de l'outil Nejah [Nejah.06] et Liechty [Liechty et al. 156], en utilisant différentes plasticines les couleurs indiquent que la plupart des écoulements de matière se produisent du côté de retrait et que la matière plastique est déplacée derrière l'outil.

La configuration de la zone de conduction est définie par le comportement du matériau au flux. Par conséquent, le matériau solide dépend des propriétés du matériau à souder, telles que la limite d'élasticité, la ductilité et la dureté ainsi que la géométrie de l'outil et les paramètres procédés. Pour contrôler la déformation plastique lors du soudage FSW, il est obligatoire de connaître les propriétés mécaniques du métal de base. Quand même, Balasubramanian [Balasubramanian .157] a identifié une relation expérimentale entre l'un des paramètres de fonctionnement et l'une des propriétés d'un matériau telles que la limite d'élasticité (σ_0), le module d'Young (E) ou la dureté (H) (tableau 5.1). Les essais sont réalisés sur différentes nuances d'aluminium (AA1050, AA6061, AA2024, AA7039 et AA7075).

Tableau 5.1 : Paramètres procédés en fonction des propriétés de matériaux de base

Relation entre la vitesse de rotation et les propriétés du matériau de base	Relation entre la vitesse de soudage et les propriétés du matériau de base
$\omega = 204(\sigma_o) e^{0.31}$	$v_a = 19363(\sigma_o) e^{-1.02}$
$\omega = 4889(E) e^{-0.49}$	$v_a = 0.26(E) e^{1.93}$
$\omega = 48.7(H) e^{-0.49}$	$v_a = 3.06(H) e^{-2.31}$

Balasubramanian [Balasubramanian .157] a essayé avec ses tests de prédire les paramètres de processus qui s'adaptent aux propriétés du matériau pour obtenir la meilleure soudure de joint pour chaque nuanced'aluminium (Figure 5.14 et Figure 5.15). Ses tests sont effectués en utilisant une force de pénétration constante $F_z=8kN$.

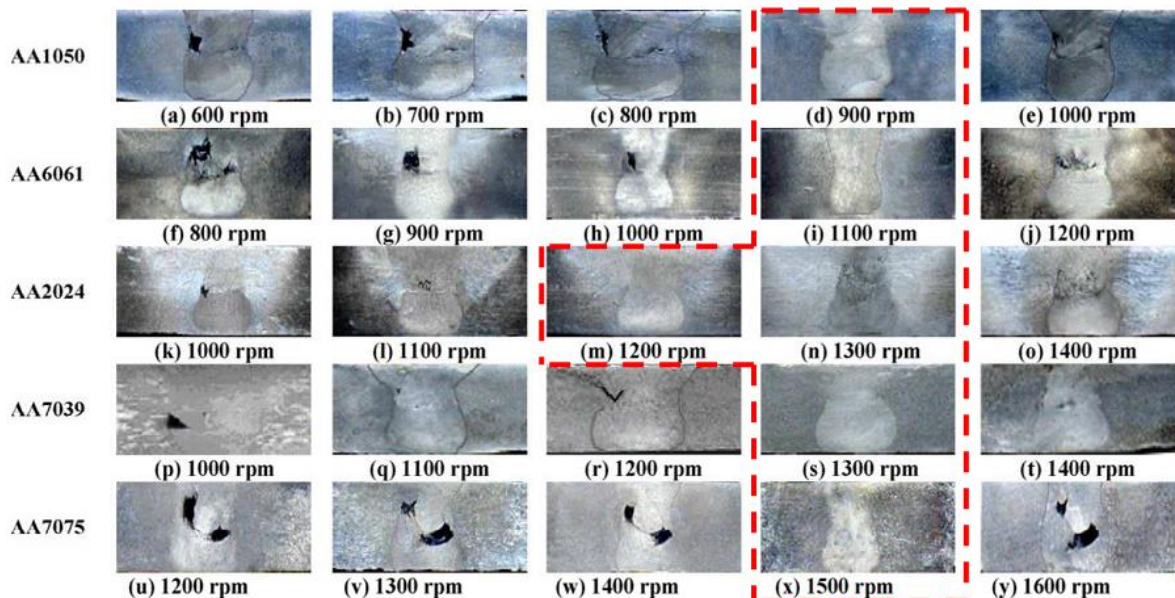


Figure 5.14 : Effet de la vitesse de rotation sur les différents alliages d'aluminium à vitesse de soudage constante.

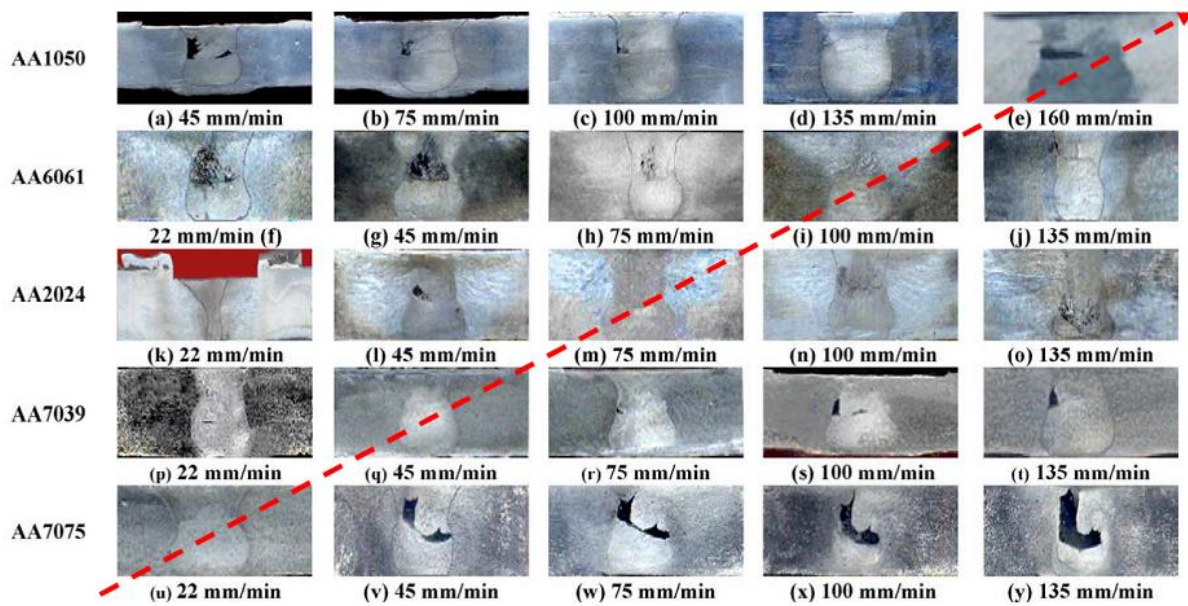


Figure 5.15 : Effet de la vitesse de soudage sur différents alliages d'aluminium à vitesse de rotation constante.

En dépit de la contribution scientifique de ces modèles, ils restent dans de nombreux cas incapables d'interpréter ou de prédire les écoulements autour du pion. Comme le flux de matière pendant le soudage du frottement en mouvement est associé à un processus thermomécanique fortement associé à un modèle qui demande une base de données complète du matériau et un temps de calcul considérable, ce type de simulation devient trop coûteux. Contrairement aux écoulements en usinage qui se traduisent par la formation du copeau tel que le fraisage et le tournage, les écoulements en temps réel au cours de soudage par friction malaxage ne sont pas clair.

5.3 Interprétation de l'écoulement la matière en analysant de la microstructure des joints :

Les éléments de la microstructure d'une soudure FSW peuvent détecter la trajectoire suivie par les particules de la zone observée. Certains défauts comme les défauts de vide et les "kissing bonds" contribuent à la compréhension de l'écoulement de matière tout comme les structures en bandes. Ces analyses ont été effectuées par quelques auteurs dans la littérature et plus en particulier [Xu et al.41].

5.3.1 "kissing bonds"

Les "kissing bonds" sont la rémanence des couches d'oxydes initialement présentes à l'interface des plaques à souder ([Zhang et al.158], [Sato et al.159]). Leur présence indique que l'interface des plaques n'est pas malaxée comme on pouvait le penser. En fait, devant le pion, le matériau situé du côté advancing prend de l'avance sur celle située du côté retreating de manière à être plus proche du pion et pour être déposée du côté advancing derrière l'outil [Xu et al.41]. Par conséquent, La matière provenant du côté advancing reste toujours du côté advancing. La figure (5.16), issue des travaux de Zhang [Zhang et al.158] basés sur l'insertion d'un film d'oxyde à l'interface des plaques et la technique de "stop action", représente bien cette hypothèse. Des assemblages faits avec les matériaux dissemblables confirment également ces hypothèses ([Jr.160], Liechty [Liechty et al. 156], [Peel et al .161]). Dans la coupe transversale de la soudure, les "kissing bonds" ont une forme de zigzag ("s") signifiant que même si l'interface des plaques n'est pas malaxée, elle est énormément déformée pour assurer une liaison suffisante entre les plaques soudées. Cette morphologie des "kissing bonds" indique la compétition entre la matière provenant du côté advancing et celle provenant du côté retreating (Figure 5.a17). Néanmoins, il peut y avoir dans certaines zones de l'épaisseur une décomposition des "kissing bonds". Il s'agit en fait de l'entraînement dans le noyau par convection de l'interface initiale qui se retrouve le long des structures en bandes ("onion rings") (Figure 5.17). Ce mécanisme est appétissant pour la bonne tenue de la soudure. Il peut être amélioré en décalant par rapport au pion, l'interface des plaques à souder vers le côté retreating comme le montre la figure (5.18).

Le champ de vitesse circonférentiel est lié à l'entraînement de la matière en rotation dénommé champ de circulation et n'est pas uniforme dans l'épaisseur. À la hauteur des plaques, le champ de circulation est combiné au champ de torsion qui provient du frottement épaulement/matière. La matière contourne rapidement le pion grâce à ce couplage afin de réduire ainsi la pression devant l'outil. Toutefois, au pied de la soudure, la matière devant le pion est retenue par celle qui est à la racine de la soudure. Donc, le pion éprouve de la difficulté à faire passer la matière derrière. Ces hypothèses sont cohérentes avec les essais de Gratecap [Gratecap et al.155] sur la plasticine et l'alliage d'aluminium 2017-T4 représentés par la figure (5.19).

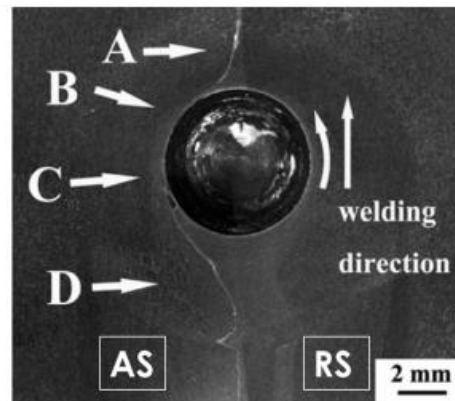


Figure 5.16 : Coupe transversale du cordon de soudure sur une tôle d'alliage 2024 de 3mm d'épaisseur ([Zhang et al.158].

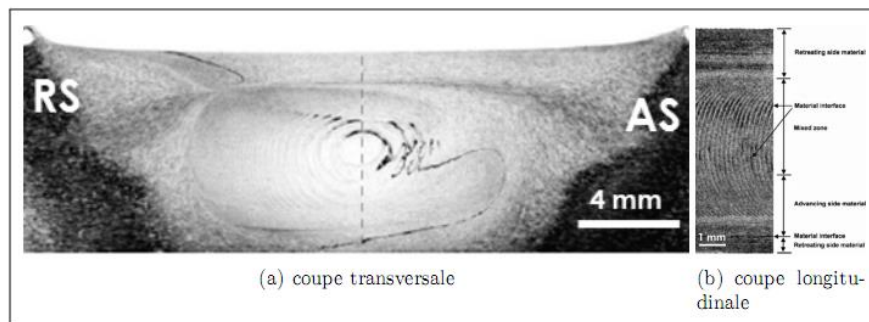


Figure 5.17 : "Kissing bonds" montrant la distorsion de l'interface des plaques assemblées [Xu et al.41].

5.3.2 Structure en bandes ou "onion rings"

La littérature du soudage FSW regorge de publications sur l'origine des structures en bandes mais il demeure toujours difficile de trancher sur l'origine de la différence de contraste entre les bandes. Les auteurs ont utilisé les méthodes d'analyse de l'écoulement de matière à l'instar de la méthode de "stop action". Bien que l'inertie du système influe sur l'efficacité de la méthode de "stop action", les résultats présentés dans la littérature sont pertinents pour l'interprétation de l'origine des structures en bandes. Colligan [Colligan et al.38] propose la formation de deux structures en bandes, une en hauteur et l'autre au pied de la soudure dont les bandes blanches selon l'auteur constituent la matière la plus déformée. Les bandes blanches sont étroites, d'autres études confirment que la bande la plus déformée est étroite. Certains auteurs ont aussi remarqué deux ou plusieurs structures en bandes dans l'épaisseur de

la soudure. Ces types de structures sont souvent produits par les outils filetés. Ces résultats certifient de la complexité de l'écoulement de matière généré par ce type de pion.

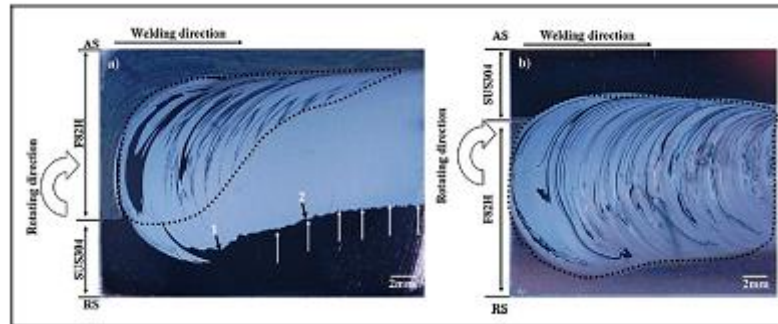


Figure 5.18 : Effet de l'écoulement de matière proche de l'interface de deux plaques différentes en fonction de la position transversale de l'interface des plaques

[Chung et al .162]

La différence de distinction de bande a été étudiée par Prangnell [Prangnell et al .163] sur un alliage d'aluminium. En utilisant la technique de "stop action", ils ont pu identifier l'évolution microstructurale de la matière autour de l'outil pendant le soudage. Par analyse (Diffraction des électrons radiodiffusés, analyse) EBSD, ils observent que la couche de matière juste derrière l'outil n'est pas complètement recristallisée et présente une structure de grain allongée tangente à l'outil avec une faible concentration de joints de forte désorientation (50%). A 1mm derrière l'outil se trouve une autre couche constituée de grains équiaxes semblable à la structure des grains généralement observés dans le noyau d'une soudure FSW. Après cette couche, se trouve une autre couche constitutionnelle aussi de grains équiaxes mais plus grossiers. Cependant, aucune corrélation n'a été trouvée entre la structure en bandes et la taille des grains dans le noyau. L'étude de la texture du noyau présente aussi des similarités avec les textures de cisaillement, mais il existe encore une légère différence des figures de pôle de chaque bande dans le plan et dans la direction de cisaillement. L'origine de la différence de contraste entre les bandes au microscope optique s'explique ici par une différence d'orientation. Cette différence d'orientation est éventuellement due à une perturbation opérant à chaque dépôt de matière derrière l'outil. Ce phénomène identifié à l'origine de la structure en bandes affecterait l'orientation cristallographique des bandes déjà présentes derrière l'outil. Les histoires mécaniques variées subies par le volume de matière entraîné autour de l'outil peuvent être également à l'origine de la différence d'orientation.

Malgré cela, certains auteurs ne sont pas du même avis que Prangnell [Prangnell et al .163]. Certes, ils confirment que l'origine provient d'une différence d'histoire thermomécanique mais indépendante de l'orientation cristallographique.

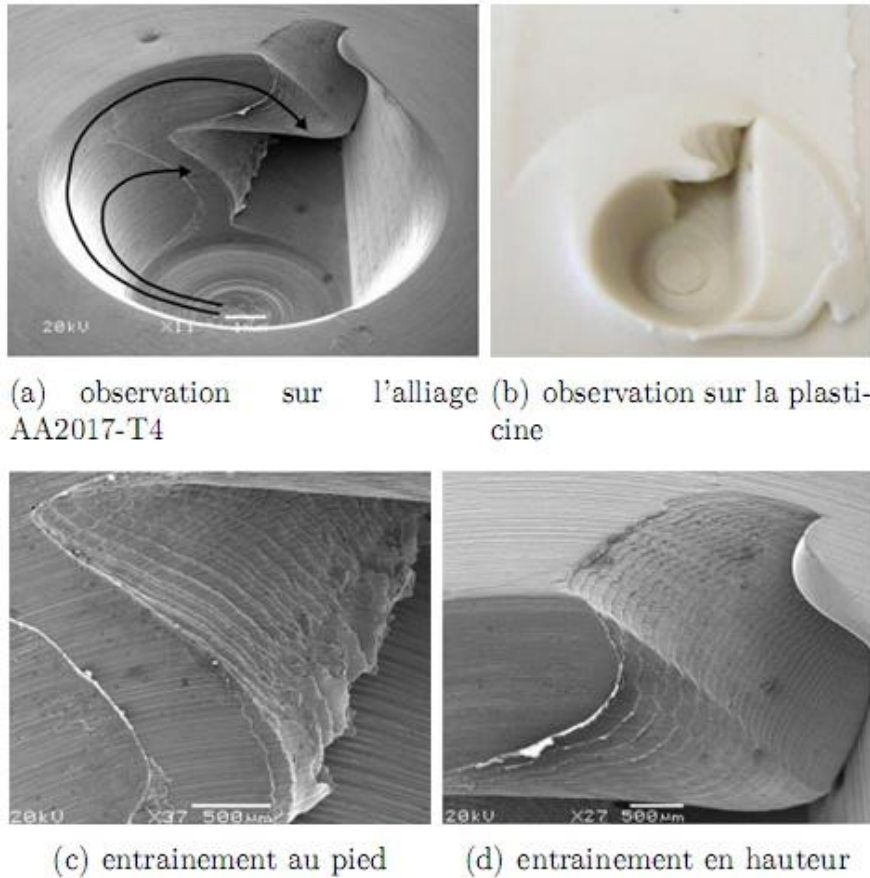


Figure 5.19 : Identification d'un entrainement en rotation de la matière au pied et en hauteur de la soudure [Gratecap et al.155].

Kumar [Kumar et al .164] assurent en conformité avec les études de Okayasu [Okayasu et al .165] que la différence de variance d'origine provient de la différence de concentration ou de taille du sédiment pouvant affecter l'attaque (chimique et électronique ...) utilisée. Une explication similaire est donnée par Attallah [Attallah et al .166] qui identifie le noyau comme une zone de microstructure hétérogène pour les alliages d'aluminium. Cette hétérogénéité est le résultat de l'alternance des bandes de grains fins et grossiers qui coïncident respectivement avec les précipitations aux joints de grains et la ségrégation des particules grossières qui créent un effet de différence particulier à l'attaque.

La Figure (5.20) montre une analyse de Sutton [Sutton et al .168] montrant une distinctive différence de densité de particules entre les bandes dans une soudure en AA2024-T3. Par des

expériences de traction ils montrent aussi que les fissures se propagent le long des zones à forte densité de particules. Dans leurs études, Yang [Yang et al .169] terminent les idées de Sutton [Sutton et al .168] en montrant que les bandes de forte densité de particules ont une taille de grain plus fine et sont plus dures. En outre, ils soulignent que la dureté de ces bandes ne provient pas forcément de la forte densité de particules car, un matériau différent (AA2524-T3) présente une variation de dureté entre les bandes mais pas de variation de densité de particules notable. Ces auteurs ont également montré que la visibilité de la structure en bandes est diminuée avec le rapport de la vitesse de rotation par la vitesse d'avance (Figure (5.22)). Sutton [Sutton et al .168] montrent grâce à des mesures de champ de déformation que la zone à forte densité de particules est la moins déformée (Figure (5.20)).

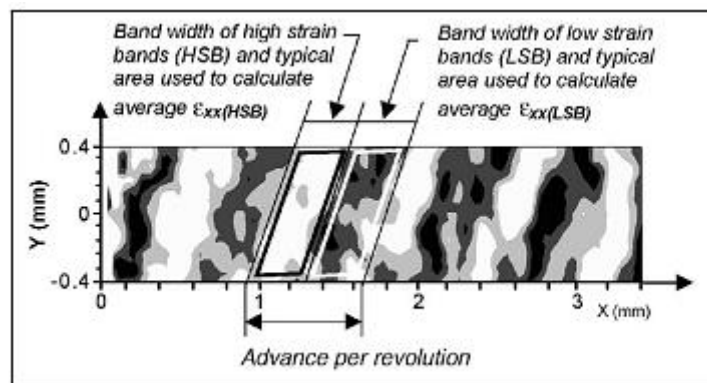


Figure 5.20 : Mesure de champ de déformation montrant les bandes fortement déformées (HSB) et les bandes faiblement déformées (LSB) (Sutton et al. [2004]).

En outre, dans une couche de matière entraînée derrière le pion (en une rotation), on peut distinguer une bande fortement déformée et une bande moins déformée (Figure (5.20)). Entremises entre elles, ces couches constituent une alternance de bande d'épaisseur variable. Ce cas concerne les résultats des essais effectués avec un outil dont le pion présente un profil circulaire [Attallah et al .166]. Cependant, dans le cas où le profil du pion est polygonal, pendant une rotation de l'outil, on distingue plusieurs bandes de même contraste mais d'épaisseur parfois différente [Prangnell et al .163].

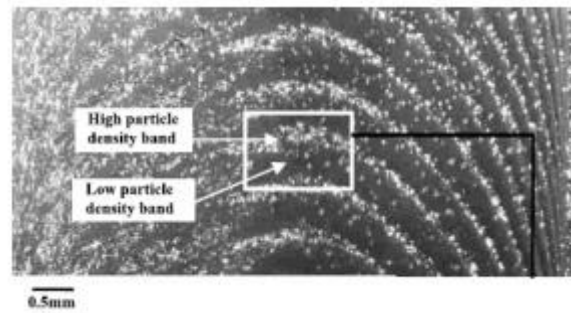


Figure 5.21 : Coupe horizontale de la structure en bandes en électron secondaire
[Sutton et al .168]

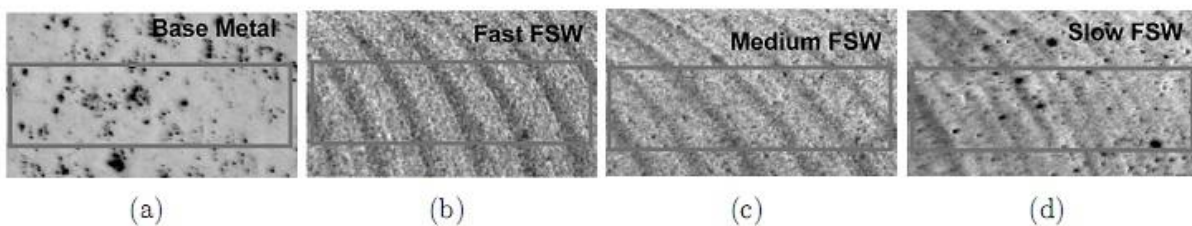


Figure 5.22 : Évolution de la structure en bandes en fonction des vitesses de soudage [Yang et al .169].

5.4 Modélisation de la cinématique (mécanique) du procédé FSW :

5.4.1 Identification des variables mécaniques :

La partie mécanique du procédé de soudage par friction et malaxage peut être liée à l'écoulement de matière représenté par le champ de vitesse v . la maîtrise de ce champ est nécessaire afin d'assurer une soudure de bonne qualité. Dans cette partie, l'effet de ce champ sur l'aspect des variables mécaniques motrices des changements microstructuraux est évalué en vue de son amélioration. Une meilleure description du champ de vitesse serait aussi utile pour la modélisation de la thermique du procédé, puisqu'une grande partie de la puissance thermique provient de l'énergie d'auto-échauffement qui est le dernier terme de l'équation de chaleur ci-dessous :

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \text{grad}(T) \right) = \lambda \Delta T + \Gamma_d \sigma_0 \bar{\varepsilon} \quad (5.3)$$

Cette énergie représente environ les 90% de l'énergie de déformation de l'aluminium.

L'expression du champ de vitesse $\sim v$ est :

$$\vec{v} = \begin{cases} v_x = V_a \left(\underbrace{1 - r_p^2 \frac{(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}}_{\text{contournement}} - \underbrace{\frac{\Gamma y}{2\pi(x^2 + y^2)}}_{\text{circulation}} - \underbrace{c_{ee} W_{outil} \frac{(z - 0.8h)}{(0.2h)}}_{\text{torsion}} + \underbrace{V_r \frac{x}{\sqrt{(x^2 + y^2)}}}_{\text{vortex}} \right) \\ v_y = V_a \left(\underbrace{-2r_p^2 \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}}_{\text{contournement}} + \underbrace{\frac{\Gamma x}{2\pi(x^2 + y^2)}}_{\text{circulation}} + \underbrace{c_{ee} W_{outil} \frac{(z - 0.8h)}{(0.2h)}}_{\text{torsion}} + \underbrace{V_r \frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2)}}}_{\text{vortex}} \right) \\ v_z = V_z \end{cases} \quad (5.4)$$

Les termes décrivant le champ de vitesse ci-dessus dans l'équation (5.4) représentent respectivement, ces quatre types de champ de vitesse qui produisent les écoulements représentés par la figure (5.23). Ces champs de vitesse sont issus des travaux de Heurtier [Heurtier et al. 152] et Jacquin [Jacquin et al. 170]. On peut distinguer :

- le champ de contournement représenté dans la figure (5.23a) qui engendré par le mouvement d'avance de l'outil. La formulation de ce champ est issue de la mécanique des fluides, plus précisément, de l'écoulement potentiel d'un fluide autour d'un cylindre fixe.
- le champ de circulation représente dans la figure (5.23b) qui occasionné par l'interaction circulaire entre le pion et la matière. Il est aussi issu de la mécanique des fluides et représente l'écoulement potentiel d'un fluide entraîné par un cylindre en rotation. La ligne d'écoulement de ce champ montre qu'il affecte une zone très large. Donc, Il a été remplacé par la fonction :

$$C_{ep} W_{outil} a_{pci} \quad (5.5)$$

Où C_{ep} est le coefficient d'entraînement de la matière par le pion et a_{pci} une fonction d'atténuation dont l'expression donnée par :

$$a_{pci} = (\tanh(pent(xpos) + 1)) \quad (5.6)$$

Le principe de la fonction d'atténuation est égal à l'unité près des interfaces (à $xpos = 0$) et de s'annuler loin d'elle. $pent$ représente la pente de cette fonction. Plus $pent$ est grand, plus l'atténuation est rapide. Ces paramètres sont à déterminer expérimentalement.

- le champ de torsion représente dans la figure (5.23c) qui occasionné par l'interaction en rotation entre l'épaulement de l'outil et la matière, diminue linéairement de l'épaulement et

s'annule après le "flow arm zone" qui est le volume en dessous de l'épaulement dont l'épaisseur est le quart de celle des pièces à souder [Heurtier et al.152].

– le champ de vortex représente dans la figure (3.23d) se produisant dans le cas d'un outil fileté. Ce champ est issu des résultats d'une simulation par la méthode des éléments finis adaptable pour différentes géométries d'outil. Néanmoins, le champ de vortex étant complexe et du second ordre pour la prédiction des phénomènes périodiques à l'origine des "onion rings" (sur les outils trigones non filetés), il a été mis de côté. L'expression du champ de vitesse (5.4) excepté le champ de vortex se ramène donc à celle d'un simple outil cylindrique. Au outre, le phénomène périodique, issu du changement des conditions de contact (glissement, frottement) est lié au champ de circulation. Par conséquent, pour le modéliser pour prédire les "onion rings", une condition de contact périodique de fréquence égale à celle de la rotation de l'outil a été appliquée au champ de circulation et plus précisément sur le paramètre C_{ep} .

$$C_{ep} = \cos(\omega_{outil} * t) \quad (5.7)$$

En fait, comme le présente la figure (5.24), la circulation commence devant le pion par le côté advancing, augmente d'intensité de la phase (a) à la phase (c) tant que la pression augmente en raison de l'avance de l'outil dans la matière. Après que la matière localisée devant le pion soit entraînée derrière lui en passant par le côté retreating, la pression en avant du pion diminue mais augmente en arrière après que le vide laissé par l'avance du pion soit rempli (Figure 5.24d–f). Malgré cela, si la pression est trop grande ou la matière n'est pas assez malléable, il y a un glissement au niveau de la surface de contact outil/matière qui entraîne en une circulation trop courte.

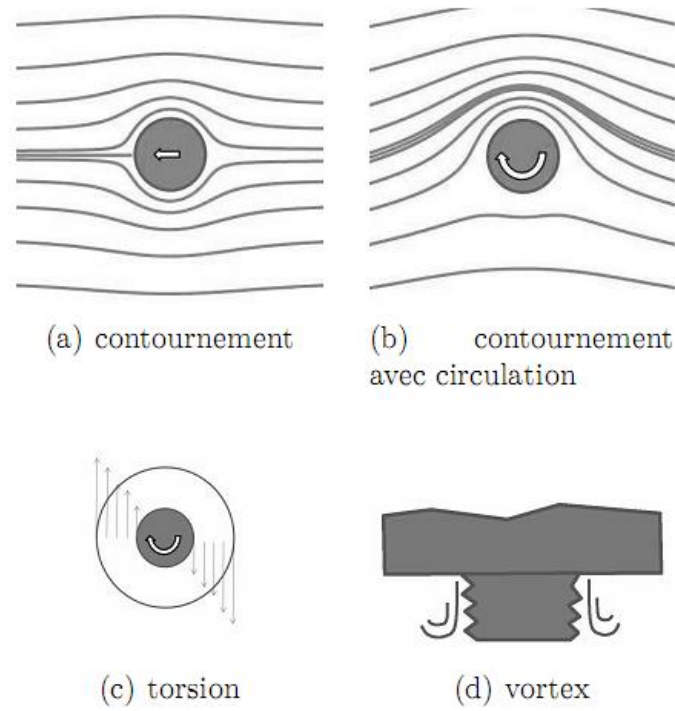


Figure 5.23 : Représentation schématique des champs de vitesse.

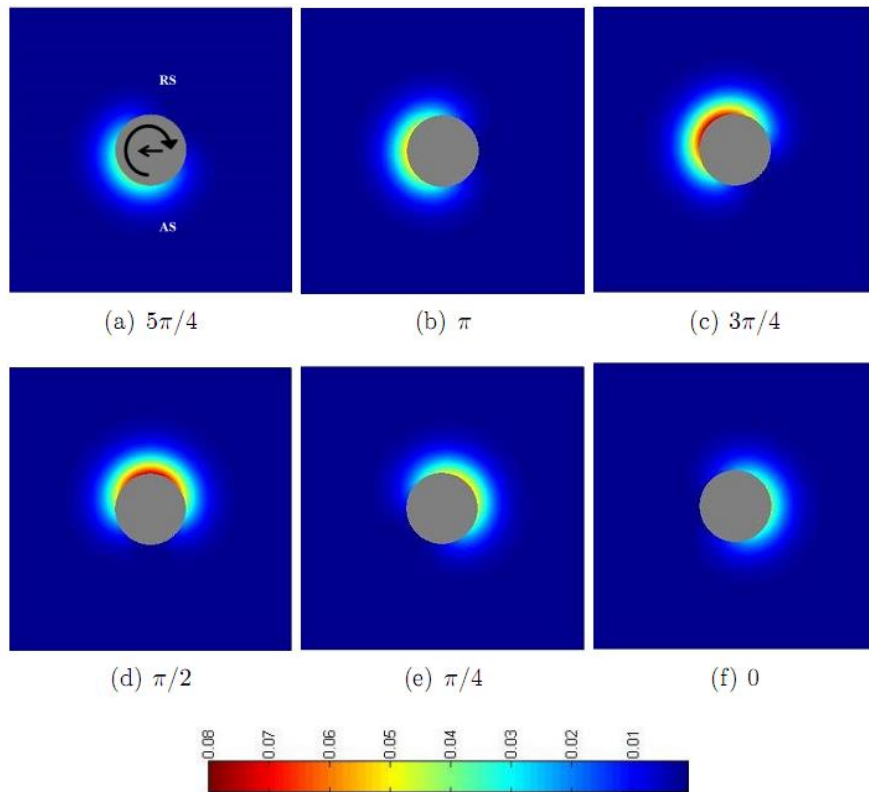


Figure 5.24 : Évolution du champ de circulation (m/s) pendant une rotation complète de l'outil.

Un long tunnel est alors remarqué sur le côté advancing. Ces sortes de situations sont courantes pour les outils cylindriques (non filetés) où l'entraînement en rotation se fait uniquement par frottement même si Gratecap [Gratecap et al. 155] parlent d'une flexion circulaire de l'outil qui rajoute de l'entraînement par obstacle. Dans la situation contraire où la circulation est entière, la matière entraînée sera stoppée par la paroi du défaut de tunnel et la pression diminue prompt. C'est pourquoi il y a une variation périodique des efforts de soudage dans tous les cas de soudure. Il est quasiment impossible d'entraîner la matière de manière continue. C'est pourquoi l'épaisseur des couches de matière observées dans les joints de soudure FSW correspond à l'avance par tour de l'outil. Malgré cela, pour un pion polygone, l'épaisseur des couches devrait être égale à l'avance par tour de l'outil divisé par le nombre de côté du pion polygone [Gratecap et al. 155]. Cette périodicité supplémentaire est associée à l'ordre de symétrie du profil de l'outil lui-même.

5.4.2 Modèles basés sur la dynamique des fluides

Dans la dynamique des fluides, la puissance de déformation plastique est souvent appelée puissance de dissipation visqueuse. En effet, un fluide est caractérisé par sa viscosité, plus facilement mesurable, plutôt que par sa contrainte d'écoulement. La viscosité, par définition, est une constante de proportionnalité entre la contrainte appliquée sur un fluide et la vitesse de déformation de ce fluide :

$$\mu = \frac{\sigma}{\dot{\epsilon}} \quad (5.8)$$

Cette propriété peut être mesurée expérimentalement d'une manière relativement simple. Les résultats de Colegrove [Colegrove et al.99] montrent que pour bien reproduire le comportement du matériau aux températures et vitesses de déformation prévalant lors du soudage par friction et malaxage, la viscosité doit être très basse, c'est-à-dire que le comportement du matériau est proche de celui d'un fluide. La puissance de dissipation visqueuse est donnée par :

$$\dot{w}_\mu = \int_\Omega \sigma \dot{\epsilon} d\Omega = \int_\Omega (3\mu \dot{\epsilon}) \dot{\epsilon} d\Omega = \int_\Omega 3\mu \dot{\epsilon}^2 d\Omega \quad (5.9)$$

Le couplage thermomécanique n'est pas nécessairement toujours pris en compte directement. Par exemple, Colegrove [Colegrove et al. 171] négligent le gradient de température dans le matériau autour de l'outil, ce qui permet de prouver que la viscosité du matériau est la même en tout point et d'évaluer la chaleur générée par dissipation visqueuse. En outre, ils estiment

l'écoulement autour de l'outil en ne tenant pas compte des détails géométriques de l'outil. La viscosité est établie en fonction de données empiriques externes.

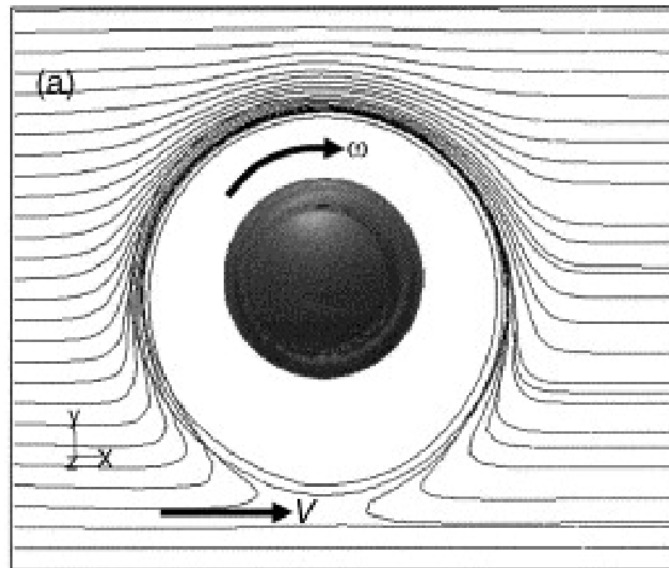


Figure 5.25 : Représentation eulérienne de l'écoulement [Colegrove et al .171].

Dans ce type de représentation, le référentiel est au même endroit que l'outil, donc le matériau qui se déplace par rapport à ce référentiel, Comme illustré par le vecteur représentant la vitesse V dans la figure (5.25). Le métal soudé entre donc dans le volume considéré et en ressort. C'est une représentation eulérienne. Ce type de représentation correspond à la modélisation de phénomènes caractérisés par un régime permanent [Schmidt et al. 90].

L'écoulement du matériau peut être calculé en résolvant l'équation de Navier-Stokes qui dans sa forme vectorielle est donnée par:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \nabla) \vec{v} = \vec{F} - \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{v} \quad (5.10)$$

Où ρ représente la densité du fluide, v représente le champ de vitesse, P représente la pression et F représente la force volumique agissant sur le fluide. La condition d'incompressibilité du fluide doit également être vérifiée :

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (5.11)$$

Les conditions aux limites du problème tiennent la forme de champs de vitesse imposés aux interfaces. Ces champs de vitesses doivent être estimés en fonction de la condition de contact.

Pour un contact adhésif (collant) par exemple, le champ de vitesse imposé à l'interface entre l'outil et le matériau soudé sera le champ de vitesse de l'outil. Pour un contact avec frottement, les vitesses imposées au matériau à l'interface seront définies par une partie des vitesses de l'outil [Kallgren et al .172], [Nandan et al .173]. La condition de contact tel que le contact collant ou le contact frottement et les paramètres de la loi de comportement du matériau peuvent donc être considérés comme des paramètres ajustables du modèle, comme dans le cas des modèles thermiques.

L'objectif principal qui est ciblé par les utilisateurs de cette approche est la reproduction de l'écoulement du matériau pour calculer la puissance de déformation plastique. Ce modèle permet de connaître le déplacement du matériau en régime permanent, mais pas la déformation plastique généralisée subie en chaque point du joint soudé. Par ailleurs, ce type de modèle est utilisé afin de visualiser l'écoulement en fonction de divers paramètres de soudage, notamment la géométrie de l'outil (Figure 5-25). La connaissance de la géométrie de l'écoulement peut permettre à une meilleure compréhension des phénomènes métallurgiques, lesquels ont une influence très importante sur les propriétés mécaniques du joint soudé. Les résultats obtenus à l'aide de modèles qui reposent sur la dynamique des fluides peuvent être comparés à des résultats d'expériences de traçage, au cours desquelles des particules sont introduites dans les pièces soudées pour connaître leur déplacement au cours du soudage.

5.4.3 Modèles basés sur la mécanique du solide

Les modèles qui sont basés sur la théorie de la dynamique des fluides permettent de décrire l'écoulement du matériau et de calculer la puissance de dissipation visqueuse générée par cet écoulement, ce qui conduit à un calcul plus précis de la distribution de température dans la pièce soudée. Néanmoins, ce type de modèle ne permet pas de connaître la quantité de déformation subie par chaque élément de volume du matériau soudé. Cette information peut être utile pour modéliser les changements microstructuraux, tels que la recristallisation, qui dépendent de la quantité de déformation subie par le matériau.

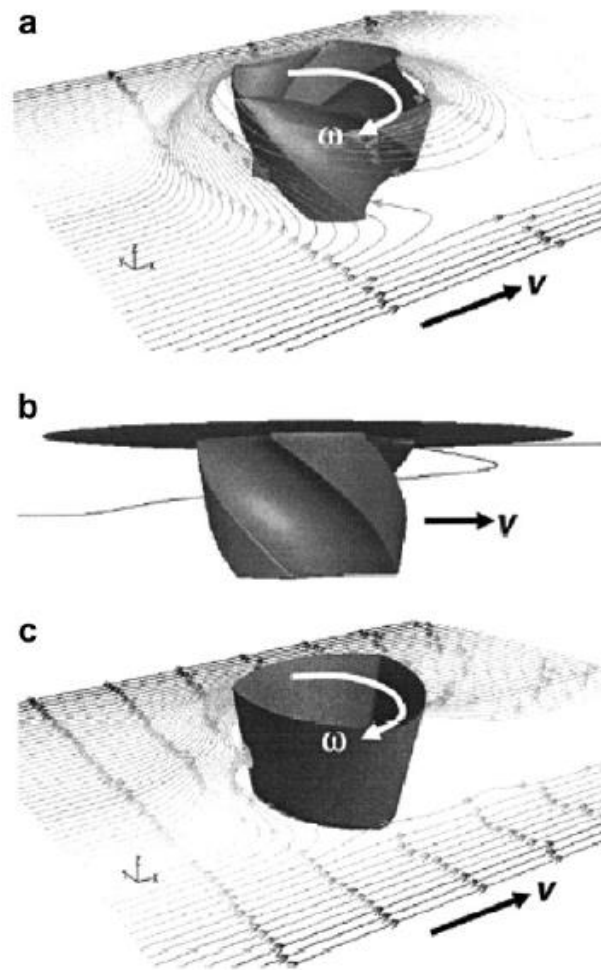


Figure 5.25 : Représentation de l'écoulement sous la forme de lignes de courant. Le modèle est utilisé pour comparer l'effet de trois géométries d'outil [Colegrove et al al .174]. Par conséquent, d'autres études, basées sur la théorie de la plasticité, sont donc apparues dans le but d'obtenir de l'information supplémentaire sur ces deux aspects[Fourment et al. 112],[Schmidt et al. 90],[Schmidt et al. 140] et [Buffa et et al.14]. Dans un tel cas, c'est la formule du modèle, appelée Lagrange, est telle que le référentiel se déplace avec le maillage. Cette représentation est mieux adaptée à la modélisation de phénomènes transitoires [Schmidt et al. 90].La déformation plastique résultant par le mouvement de l'outil est calculée pour chaque élément de volume, et ce à chaque incrément de temps du calcul. L'intégration dans le temps permet de connaître la quantité de déformation généralisée subie par chaque particule et en conséquence de connaître la distribution de la déformation plastique dans le joint. Cette information peut s'avérer utile pour interpréter les différents changements microstructuraux qui surviennent lors du soudage.

Malgré tout, le principal désavantage de ce type de modèle est la gestion de la rupture du matériau et de l'élimination des interfaces pendant du soudage, des phénomènes difficiles à modéliser en raison de la formulation utilisée. En plus, une autre difficulté reste dans le fait que les éléments finis entraînés par l'outil subissent rapidement une dégénérescence, ce qui nécessite des remaillages et augmente le temps de calcul.

Ce type de modèle a fait son apparition plus récemment en raison de la complexité du calcul, qui demande des performances informatiques plus importantes. Les principales paramètres qui influencent le temps de calcul sont le nombre d'éléments finis du modèle, le niveau d'affinement de la discrétisation temporelle et le critère de remailage lorsque celui-ci est utilisé. En général, un gain en temps de calcul se traduit par une perte de précision. Par exemple, une réduction du nombre d'éléments de volume accélère le calcul, mais diminue la résolution spatiale. Ainsi, la démarche de modélisation constitue à obtenir un compromis optimal entre le temps et la précision du calcul [Buffa et al.14].

Les problèmes indissociables aux modèles basés sur la mécanique du solide, i.e. la dégénérescence des éléments et la gestion de la rupture, a conduit certains auteurs Schmidt [Schmidt et al. 140], Fourment [Fourment et al. 112] et Buffa [Buffa et al.14] à utiliser une formulation mixte, dite eulérienne-lagrangienne arbitraire (Arbitrary Lagrangian-Eulerian, ALE). Ce modèle consiste en un écoulement continu du matériau à travers le référentiel eulérien, alors que les interfaces entre le métal et les outils sont lagrangiennes, afin de suivre le matériau qui s'y trouve de manière transitoire. L'inconnue principale de leur simulation reste la condition de contact qui décrit le frottement aux interfaces outil/matériau.

Ce type de modèle est utile pour optimiser du design de l'outil. Par exemple, Buffa [Buffa et al.14] ont pu déterminer qu'un outil dont la partie du pion rattachée à l'épaulement est conique augmente la quantité de déformation à laquelle est soumise le matériau et augmente la taille du noyau. Enfin, ce type de formulation a également été utilisé afin d'optimiser le coefficient de frottement à l'interface [Fourment et al. 112] et afin de prédire l'apparition de défauts durant la phase d'avance [Schmidt et al. 140], comme montré par la figure (5.26).

Le choix de lois rhéologiques représentatives du comportement du matériau dans le volume et à l'interface avec l'outil peut être constitué une étape importante dans la conception d'un modèle thermomécanique. Le premier modèle reposant sur la mécanique [Ulysse.92], a

considéré la variation de la contrainte d'écoulement σ_0 avec la température et la vitesse de déformation en utilisant la loi suivante :

$$\sigma_0 = \frac{1}{\alpha} \sinh^{-1} \left[\left(\frac{z}{A} \right)^{1/n} \right] \quad (5.12)$$

Où α , A et n sont des constantes du matériau, et Z représente le paramètre de Zener-Hollomon donné par l'équation (5.12). Les constantes du matériau peuvent être obtenues à l'aide d'essais de compression réalisés à plusieurs températures et plusieurs vitesses. Il n'est toutefois pas certain que de tels tests de compression soient représentatifs des conditions du soudage par friction et malaxage. En plus, les écarts du modèle d'Ulysse[Ulysse 92] par rapport aux mesures expérimentales peuvent s'expliquer, selon l'auteur, par une loi de comportement inadéquate pour les grandes variations de température, déformation et vitesse de déformation qui caractérisent le FSW [Ulysse.92].

La loi de comportement peut expliquer par d'autres formes. Par exemple, la loi de Johnson-Cook a été utilisée par Schmidt [Schmidt et al. 140]. Cette loi est représentée à l'aide de la relation suivante :

$$\sigma_0 = (A + B\bar{\varepsilon})^n \left(1 + C \ln \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_0}{T_F - T_0} \right)^m \right) \quad (5.13)$$

Où A , B , C , n et m sont des constantes du matériau obtenues expérimentalement, T_F est la température de fusion, T_0 est une température de référence et ε_0 est une vitesse de déformation normalisée. Pareillement, la loi de Norton-Hoff, bien connue en modélisation des procédés de mise en forme comme le forgeage à chaud, a été utilisée par quelques auteurs pour modéliser le soudage par friction et malaxage [Chenot et al .175] et [De Vuyst et al . 176]. Cette loi de comportement s'exprime par la relation suivante:

$$\sigma_0 = K \sqrt{3} \left(\sqrt{3} \bar{\varepsilon} \right)^m \quad (5.14)$$

Où K est une fonction de la température et de la déformation généralisée. Cette fonction prend souvent la forme suivante :

$$K = K_0 = (\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^n \exp \left(\frac{\beta}{T} \right) \quad (5.15)$$

Où K_0 , ε_0 , et β sont des constantes du matériau.

De leur côté, Buffa [Buffa et et al.14] ont choisi une loi de comportement plus simple:

$$\sigma_0 = KT^A \varepsilon^{-B-C} \quad (5.16)$$

Où K, A, B et C représentent des constantes du matériau.

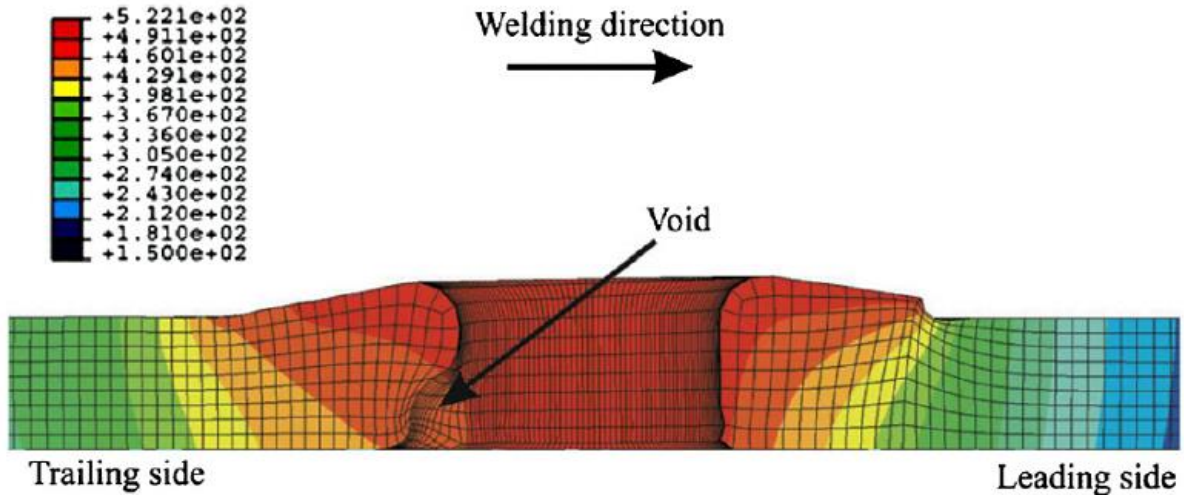


Figure 5.26 : Utilisation d'une formulation ALE pour modéliser l'écoulement plastique du matériau et prédire l'apparition de défaut de soudage [Schmidt et al. 140].

D'autre part, l'état de contact aux interfaces entre l'outil et la pièce doit être décrit par une loi de frottement. Par exemple, la loi de frottement de Coulomb [Schmidt et al. 90] peut être introduite en permettant de relier le cisaillement à l'interface à la pression normale exercée par l'outil. D'autres lois de frottement peuvent être utilisées. Une loi de frottement viscoplastique permet de prendre en compte de la loi de comportement du matériau en décrivant le cisaillement à l'interface τ en fonction de la consistance viscoplastique K (équation (5.14)) :

$$\tau = -\alpha K v_s^p \quad (5.17)$$

Où α représente le coefficient de frottement et p représente l'indice de sensibilité à la vitesse de glissement [Wagoner et al. 177]. Lorsque $m = p = 0$, l'équation (5.17) devient équivalente à la loi de frottement de Tresca, $\tau = -\alpha \sigma_0 / \sqrt{3}$. Dans ce cas, la valeur de α varie entre 0 pour un contact parfaitement glissant et 1 pour un contact parfaitement adhésif.

Le type de contact est perpétuellement un paramètre ajustable du modèle. Cependant, un modèle basé sur la mécanique du solide permet de calculer la chaleur créée par le frottement directement [Simar et al. 178]. Pour une loi de frottement donnée, la valeur choisie pour le

coefficient de frottement est généralement arbitraire, même si ce paramètre a un impact majeur sur l'histoire thermomécanique. Par exemple, Buffa [Buffa et al.14] ont utilisé une loi de frottement de Coulomb avec un coefficient de frottement égal à 0,46, ce qui constitue une valeur relativement basse puisque les résultats qui découlent de cette approche montrent une faible déformation plastique. En effet, des vitesses de déformation de l'ordre de 5 s^{-1} sont obtenues sous l'outil avec une vitesse de rotation de 1000 rpm et une vitesse d'avance de 100 mm/min. La chaleur est dans ce cas dissipée dans une large proportion par le frottement. La température atteinte près de l'outil sera de l'ordre de 450°C . Toutefois, le transfert de chaleur dans les objets environnants (support inférieur, outil) est négligé.

Ces résultats diffèrent de ceux d'Askari [Askari et al. 139] rapportés par McNelley [McNelley et al. 179], où la gamme de vitesses de déformation en vigueur lors du soudage par friction et malaxage sera comprise entre 10 et 100 s^{-1} . Cette gamme serait encore plus élargie pour Gerlich [Gerlich et al. 180] qui estiment, à partir de la taille de grain, que la vitesse de déformation varie de $0,6 \text{ s}^{-1}$ pour une vitesse de rotation élevée (3000 rpm) à 1600 s^{-1} pour une vitesse de rotation plus basse (750 rpm). Cette variation inverse de la vitesse de déformation avec la vitesse de rotation pourrait s'expliquer, selon eux, par une variation de la condition de contact à l'interface : le contact deviendrait glissant à haute vitesse de rotation. Ce comportement a été remarqué pour les alliages 2024 et 7075.

5.4.4 Modèles mixtes :

Comme les différentes approches décrites jusqu'à maintenant se distinguent par leurs avantages et inconvénients respectifs, certains auteurs ont tenté de développer des modèles mixtes, dans lesquelles plusieurs types de modèles sont mis à contribution de manière à optimiser le temps de calcul et la qualité des résultats.

Par exemple, Heurtier [Heurtier et al.152] ont développé un modèle combinant le calcul de la trajectoire du matériau via une formulation basée sur la dynamique des fluides à un modèle thermique classique dont la composante de chaleur induite par la déformation est calculée à partir de la théorie de la plasticité. Pour ce faire, ils identifient les trois composantes du champ de vitesse global, c'est-à-dire les champs de vitesse décrivant les mouvements de translation horizontale, de translation verticale et de rotation. La composante thermique est décrite par une part de frottement, obtenue de manière analytique, et une part reliée à la déformation

plastique du matériau. Cette dernière est calculée par intégration sur la trajectoire subie par un élément de volume de matériau.

En plus, un autre modèle mixte a été développé par Bastier [Bastier et al .181]. Ce modèle effectue d'abord un calcul thermique prend en compte uniquement du frottement pour obtenir le profil de température. En même temps, un champ de vitesse est calculé localement près de l'outil à partir des conditions aux frontières prescrites à l'interface outil/métal. La représentation de la distribution de température et les champs de vitesse sont ensuite utilisés pour calculer la déformation plastique subie par le matériau, dont le comportement est assimilé à celui d'un fluide parfait, i.e. la viscosité du matériau ne dépend pas de la vitesse de déformation. La déformation plastique généralisée est ultérieurement utilisée pour déterminer les contraintes résiduelles dans le joint.

5.5 Les lois de comportement appropriées :

Le modèle mécanique dynamique est exposé dans ce chapitre. Ce modèle est basé sur l'équation de conservation de quantité de mouvement complétée par une loi de comportement appropriée. La section suivante est consacrée à la présentation de différentes lois de comportement tel que la loi comportement élastoplastique, Comportement élastoviscoplastique de Chaboche et Comportement élastoviscoplastique dit 'bichuoche'.

5.5.1 Ecriture de la loi de comportement :

Comme précisé précédemment, le comportement a été pris en compte les aspects visqueux autour de l'outil mais aussi les zones plus éloignées où le comportement mécanique est de type élastoplastique voire élastique. Dans ce qui suit, trois lois de comportement sont présentées de la plus simple à la plus complexe. Les deux premières sont rappelées rapidement alors que la troisième sera décrite plus amplement :

- ✓ Comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire ;
- ✓ Comportement élastoviscoplastique de Chaboche à écrouissage cinématique linéaire ;
- ✓ Comportement élastoviscoplastique dit 'bichuoche'.

Chacun de ces comportements est écrit dans le cadre des petites déformations permettant de partitionner les déformations entre la partir réversible ε^e et la partir irréversible ε^p .

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (5.18)$$

Introduire le phénomène de plasticité dans une loi de comportement nécessite la définition d'un domaine d'élasticité. Pour cela, la fonction critère de von Mises est utilisée :

$$f(\sigma, X) = \sqrt{3J_2(\sigma, X)} - \sigma_y = \sigma_{eq} - \sigma_y \quad (5.19)$$

Où :

$$\begin{cases} J_2(\sigma, X) = \frac{1}{2} dev(\sigma - X) : dev(\sigma - X) \\ \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} dev(\sigma - X) : dev(\sigma - X)} \end{cases} \quad (5.20)$$

X : représente la force thermodynamique associée à la variable d'état décrivant l'évolution de l'érouissage cinématique linéaire. Le domaine d'élasticité est alors défini comme l'ensemble des états de contraintes vérifiant $f(\sigma, X) \leq 0$

5.5.2 Loi de comportement élastoplastique :

Comportement élastoplastique à érouissage cinématique linéaire est donné par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \text{comportement élastique } \sigma = L : (\varepsilon - \varepsilon^p - \alpha \Delta T) \\ \text{érouissage cinématique linéaire } X = \frac{3}{2} C \alpha \\ \text{loi d'écoulement normal } \dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \text{ et } \dot{\alpha} = -\lambda \frac{\partial f}{\partial X} \\ \text{condition de cohérence } \lambda \geq 0, f \leq 0 \text{ et } \lambda f = 0 \end{cases} \quad (5.21)$$

Où C : représente le module d'érouissage cinématique, α : le coefficient de dilatation thermique et $\Delta T = T - T_0$ avec T_0 la température initiale.

5.5.3 Loi de comportement élastoviscoplastique de Chaboche :

Le comportement élastoviscoplastique de Chaboche à érouissage cinématique linéaire, dont le modèle rhéologique est illustré sur la figure (5.27), est donné par les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{comportement élastique } \sigma = L : (\varepsilon - \varepsilon^p - \alpha \Delta T) \\
 \text{écrouissage cinématique linéaire } X = \frac{3}{2} C \alpha \\
 \text{potentiel de dissipation viscoplastique } \Omega(\sigma, X) = \frac{n}{n+1} \left\langle \frac{f(\sigma, X)}{\eta} \right\rangle^{n+1} \\
 \text{loi d'écoulement normal } \dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} \text{ et } \dot{\alpha} = -\frac{\partial \Omega}{\partial X}
 \end{array} \right. \quad (5.22)$$

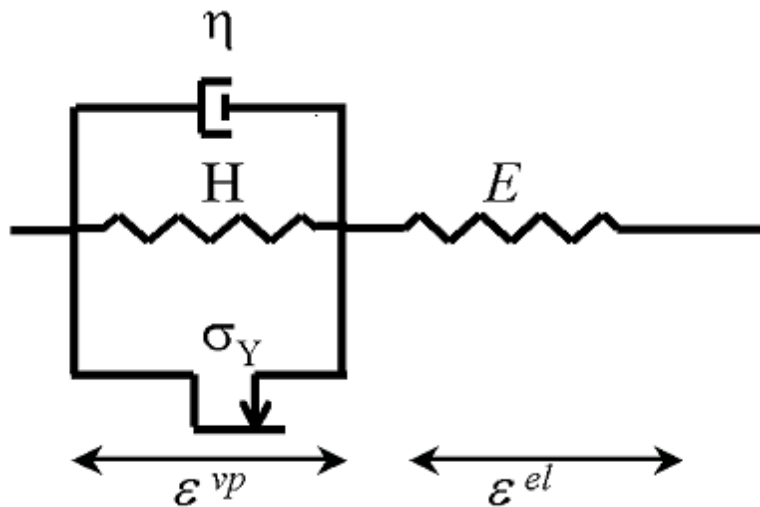


Figure 5.27 : Modèle rhéologique du comportement élastoviscoplastique de Chaboche.

Pour les deux comportements ci-dessus, les expressions (équations (5.22)) correspondant à l'expression des lois d'état écrites à partir de l'énergie libre alors que les équations (5.22) et correspondent aux lois complémentaires obtenues en appliquant la règle de normalité. Elles fournissent la vitesse d'évolution des variables internes ($\varepsilon^p, -\alpha$) en fonction de leurs variables forces associées (σ, X).

Concernant le comportement élastoplastique, les lois complémentaires (5.22) peuvent être écrites à partir d'un potentiel de dissipation comme pour les équations (5.22). Pour cela, il aurait été nécessaire d'introduire le potentiel de dissipation plastique égal à la fonction indicateur du domaine d'élasticité. Cependant, la notation n'en aurait été que plus alourdie.

Pour ces deux comportements, la dissipation intrinsèque par vaut :

$$\phi = \sigma : \dot{\varepsilon}^p - X : \dot{\alpha} \quad (5.23)$$

Etant donné la fonction critère f considérée, on peut facilement montrer l'égalité entre $\dot{\alpha}$ et $\dot{\epsilon}$ pour deux comportements.

Chacun de ces comportements ont des limites. Le comportement élastoplastique ne tient pas compte des effets visqueux à hautes températures. En effet, il est classiquement admis que ces effets visqueux se produisent lorsque les températures sont supérieures à une température estimée aux deux tiers de la température de fusion du métal. L'inconvénient d'un comportement élastoviscoplastique de Chaboche réside aux basses températures où l'on désire avoir un comportement élastoplastique. Or, aux basses températures, la viscosité devenant importante les déformations irréversibles ϵ_p seront de nature visqueuse.

5.5.4 Loi de comportement élastoviscoplastique dit bicouche :

Face à cela, la pensée s'est tournée vers une loi de comportement permettant de prendre en compte les deux aspects mentionnés ci-dessus. Pour cela, on se base sur les travaux de Kichenin [Kichenin .182], Charkaluk [Charkaluk .183] et Constantinescu [Constantinescu et al.184] qui ont utilisé un comportement élastoviscoplastique dit bicouche pour la modélisation du comportement du polyéthylène et de la fonte sur des grandes gammes de températures où se produisent simultanément des phénomènes visqueux et plastiques. Notons qu'aucune application de cette loi de comportement à des alliages d'aluminium n'est connue. Le modèle rhéologique de cette loi est représenté sur la Figure (5.28).

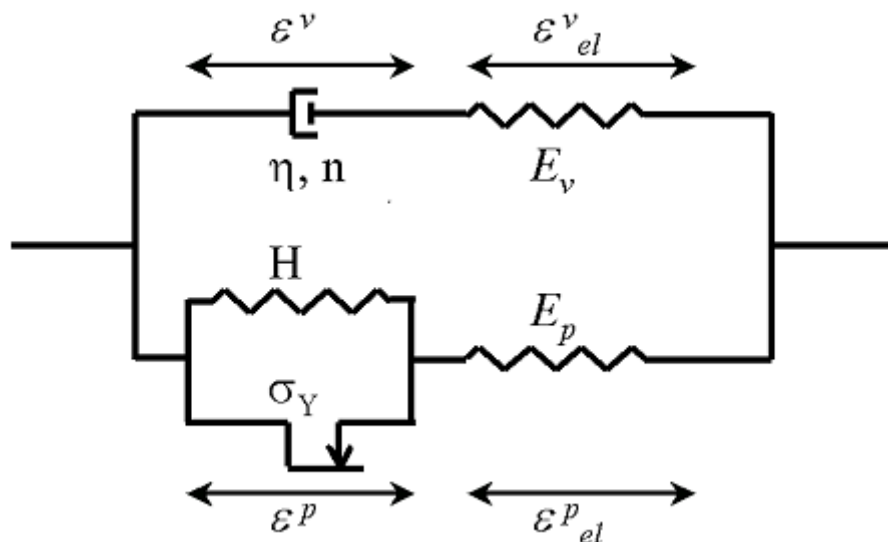


Figure 5.28 : Modèle rhéologique du comportement élastoviscoplastique dit bicouche. Avec ce comportement, les effets plastiques peuvent être distingués des effets visqueux:

-À haute température, la branche élastoplastique peut être calibrée de sorte que son effet soit faible. Pour cela, il faut intervenir sur la valeur du coefficient d'écroutissage et du module d'élasticité E_p .

-A faibles températures, les effets visqueux et la branche viscoélastique sont négligeables contrairement au comportement élastoviscoplastique de Chaboche en raison la viscosité est élevée. Le temps caractéristique de ces effets visqueux est très important à faibles températures, d'autant plus que la branche élastoplastique régit instantanément.

Finalement, ce comportement consiste d'un point de vue rhéologique à place les phénomènes visqueux et les phénomènes plastiques en parallèle. En considérant l'influence de la température sur les paramètres, on retrouve les tendances recherchées, à savoir une plasticité dominante à faibles température et une viscosité dominante à température élevée.

La particularité d'un tel comportement est de pouvoir écrire les déformations totales de deux manières différentes :

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_{el}^v + \varepsilon^v \\ \varepsilon = \varepsilon_{el}^p + \varepsilon^p \end{cases} \quad (5.24)$$

On note σ^p et σ^v respectivement, le tenseur de contraintes dans la branche élastoplastique, le tenseur de contraintes dans la branche viscoélastique. De même, on note L^p et L^v respectivement, le tenseur d'élasticité dans la branche élastoplastique, le tenseur d'élasticité dans la branche viscoélastique. En désignant par σ le tenseur des contraintes totales dans la structure et L le tenseur global d'élasticité, on a donc :

$$\begin{cases} \sigma = \sigma^v + \varepsilon^p \\ L = L^p + L^v \end{cases} \quad (5.25)$$

Pour ce comportement, les variables d'état sont $(\varepsilon_{el}^p, \varepsilon_{el}^v, \alpha)$. leurs variables associées sont alors, (σ^p, σ^v, X) Les variables internes sont $(\varepsilon^p, \varepsilon^v, -\alpha)$ et leurs variables forces associées sont (σ^p, σ^v, X)

En adoptant le même type de raisonnement pour chacune des deux branches du modèle, on déduit les équations qui permettent de définir la loi de comportement élastoviscoplastique dite

'bicouche' :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{comportement élastique dans la branche élastoplastique : } \sigma^p = L^p : (\varepsilon - \varepsilon^p - \alpha \Delta T) \\
 \text{comportement élastique dans la branche viscoélastique : } \sigma^v = L^v : (\varepsilon - \varepsilon^v - \alpha \Delta T) \\
 \text{écrouissage cinématique linéaire : } X = \frac{3}{2} C \alpha \\
 \text{potentiel de dissipation viscoplastique : } \Omega(\sigma^v) = \frac{n}{n+1} \left\langle \frac{\sigma_{eq}^v}{\eta} \right\rangle^{n+1} \\
 \text{loi d'écoulement normal : } \dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma^p} \text{ et } \dot{\alpha} = -\lambda \frac{\partial f}{\partial X} \text{ et } \dot{\varepsilon}^v = \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma^v} \\
 \text{condition de cohérence : } \lambda \geq 0, f \leq 0 \text{ et } \lambda f = 0
 \end{array} \right. \quad (5.26)$$

Pour la branche viscoélastique, le potentiel de dissipation adopté (équation (5.26)) correspond à un comportement visqueux de Norton-Hoff où :

$$\sigma_{eq}^v = \sqrt{\frac{3}{2} dev(\sigma_v) : dev(\sigma_v)} \quad (5.27)$$

Pour ce comportement, la dissipation intrinsèque prend alors la forme suivante :

$$\phi = \sigma^p : \dot{\varepsilon}^p - X : \dot{\alpha} + \sigma^v : \dot{\varepsilon}^v \quad (5.28)$$

En notant s^p , s^v respectivement ; la déviateur de σ^p , respectivement σ^v , et en remarquant que :

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma^p} = -\frac{\partial f}{\partial X} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{s^p - X}{\|s^p - X\|} \quad (5.29)$$

Les lois complémentaires (équation (5.26)) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial f}{\partial \sigma^p} = -\dot{\alpha} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{s^p - X}{\|s^p - X\|} \\
 \dot{\varepsilon}^v = \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{\sigma_{eq}^v}{\eta} \right)^n \frac{s^v}{\|s^v\|}
 \end{array} \right. \quad (5.30)$$

Où la notation $\|\cdot\|$ correspond à une norme liée au produit doublement contracté :

$$\|\sigma\| = \sqrt{\sigma : \sigma} \quad (5.31)$$

5.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a présenté plusieurs points concernant la description de l'écoulement de matière autour du joint de la soudure au cours du soudage FSW ainsi que l'interprétation de l'écoulement de la matière en analysant de la microstructure des joints. En plus, on a présenté les modèles qui existent dans les travaux provenant de la littérature telle que les modèles basés sur la dynamique des fluides, les modèles basés sur la mécanique du solide et les modèles mixtes. Également, on va présenter les écritures de la loi de comportement appropriées ; la loi de comportement élastoplastique, le comportement élastoviscoplastique de Chaboche et le comportement élastoviscoplastique dit 'bichuoché'. En dépit de la contribution scientifique de ces modèles, ils restent dans de nombreux cas incapables d'interpréter ou de prédire les écoulements autour du pion. Comme le flux de matière pendant le soudage du frottement en mouvement est associé à un processus thermomécanique fortement associé à un modèle qui demande une base de données complète du matériau et un temps de calcul considérable, ce type de simulation devient trop coûteux.

CHAPITRE VI

*Modèle analytique du
flux matière au cours*

FSW

6.1 Introduction :

Ce chapitre est divisé en deux parties, la première partie concerne l'étude en cas d'un comportement fluide. La solution de ce comportement s'appuie sur un problème classique de mécanique des fluides. Cette solution traditionnellement présente en quasi-statique. En ce qui concerne la deuxième partie, le viscosimètre de Couette sera considéré avec un matériau solide. Donc, le cas d'un comportement solide la détermination de l'état d'équilibre (contraintes et déformations) du viscosimètre de Couette exige la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles, exprimant la compatibilité du champ de déformation, les équations d'équilibre, la loi de comportement et les conditions aux limites correspondantes.

Tout d'abord, l'étude préalable du cas rigide parfaitement plastique a permis d'observer que la charge limite intervient dès la première charge de plastification et correspond à une localisation de la déformation dans une couronne d'épaisseur infinitésimale. Par la suite, une solution avec un comportement élastoplastique avec écrouissage a été développée en considérant un chargement monotone croissant. L'écrouissage permet de faire croître les contraintes. La plasticité peut ainsi s'étendre radialement en évitant tout phénomène de localisation. Ce problème présente aussi ceci de particulier que de par la variation du champ de contrainte donnée par l'équilibre, la déformation élastique et par voie de conséquence la déformation plastique sont compatibles, d'où il en résulte un champ de contrainte résiduel nul après décharge. Enfin, on a montré qu'une extension de ce problème au cas de grandes transformations, en considérant cette fois un comportement rigide plastique, conduit à des résultats formellement similaires. La partie élastique pouvant être nécessaire en grandes transformations, une solution élastoplastique peut être écrite en négligeant les termes additionnels liés à la dérivée objective. Cette solution s'écrit formellement de la même manière qu'en petites perturbations, en remplaçant le déplacement orthoradial par la longueur d'arc parcourue par un point matériel.

6.2 Etude en comportement fluide :

La résolution analytique du problème de mécanique des fluides consiste à rechercher la distribution de vitesse dans la phase stationnaire du procédé de soudage FSW en tenant compte de la condition d'incompressibilité du fluide et les conditions aux limites en vitesse. La figure (6.1) illustre la configuration FSW.

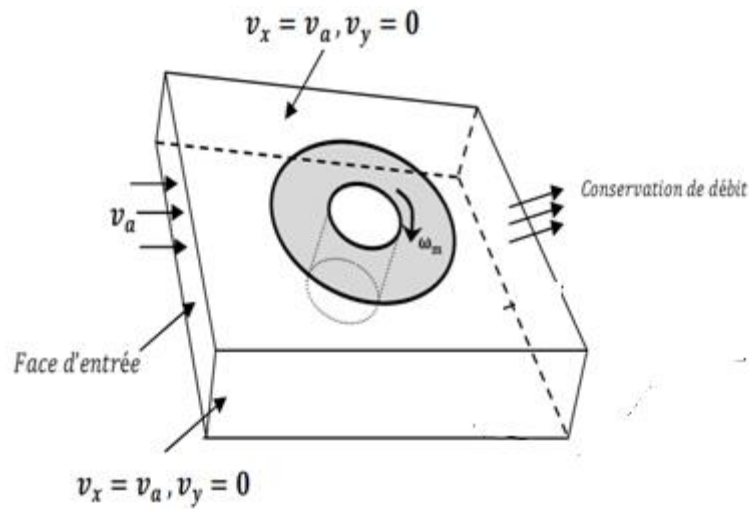


Figure 6.1 : Configuration FSW et conditions aux limites [Guedoiri .43]

6.3 Principe géométrie :

La figure (6.2) illustre la géométrie du problème. Le domaine étudié est un cylindre, défini dans le système de coordonnées cylindriques, excentré de l'axe de rotation de l'outil. La vitesse de la matière est imposée sur la frontière Γ , illustrée en rouge sur la figure (6.2) et correspondant au contact entre matière et épaulement.

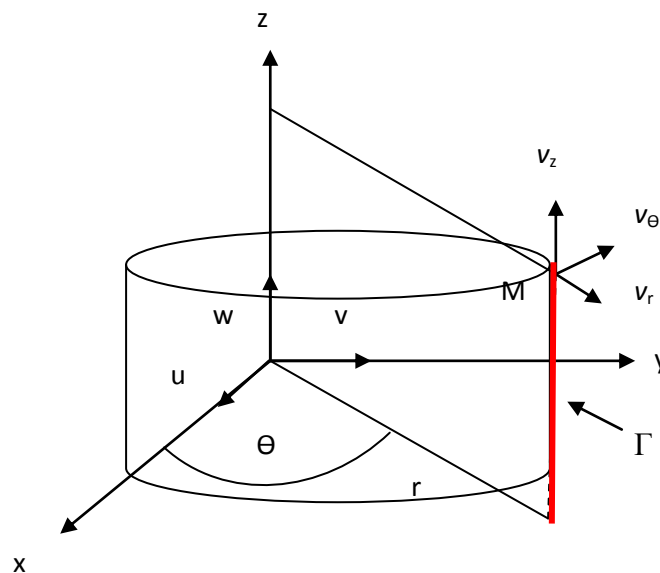


Figure 6.2 : Problème de FSW en coordonnées cylindriques.

Par raison de symétrie (Figure 6.2), les composantes de la vitesse dans un système de coordonnées cylindriques sont telles que [Brun.185] :

$$v_r = \frac{d\varphi}{dr}, v_\theta = \frac{d\varphi}{rd\theta}, v_z = \frac{d\varphi}{dz} \quad (6.1)$$

Avec :

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = z \quad (6.2)$$

Le tenseur suivant s'écrit en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial r} & \frac{\partial v_r}{r\partial\theta} - \frac{v_\theta}{r} & \frac{\partial v_r}{\partial z} \\ \frac{\partial v_\theta}{\partial r} & \frac{\partial v_\theta}{r\partial\theta} + \frac{v_\theta}{r} & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial r} & \frac{\partial v_z}{r\partial\theta} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

Le scalaire suivant s'écrit en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_\theta}{r\partial\theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (6.4)$$

Le vecteur a pour composantes en coordonnées cylindriques :

$$V \cdot \frac{\partial V}{\partial r} = v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta \partial v_r}{r\partial\theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z}, v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta \partial v_r}{r\partial\theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z}, v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta \partial v_z}{r\partial\theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (6.5)$$

Le vecteur a pour composantes en coordonnées cylindriques :

$$\begin{aligned} \Delta v_r &= \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) \right] + \frac{1\partial^2 v_r}{r^2\partial\theta^2} - \frac{2\partial v_\theta}{r^2\partial\theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \\ \Delta v_\theta &= \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) \right] + \frac{1\partial^2 v_\theta}{r^2\partial\theta^2} - \frac{2\partial v_r}{r^2\partial\theta} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \\ \Delta v_z &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1\partial^2 v_z}{r^2\partial\theta^2} - \frac{2\partial^2 v_z}{r^2\partial\theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Le tenseur de taux de déformation suivant s'écrit en coordonnées cylindriques :

$$D = \frac{\partial V}{\partial r} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial r} & \frac{1}{2} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \\ \frac{1}{2} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] & \frac{\partial v_\theta}{r\partial\theta} + \frac{v_\theta}{r} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{r\partial\theta} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{r\partial\theta} \right) & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

Le vecteur tourbillon a pour composantes en coordonnées cylindriques :

$$2\Omega_r = \frac{\partial}{\partial r} \wedge V = \text{rot}V = \frac{\partial v_z}{r\partial\theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial z}, 2\Omega_\theta = \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}, 2\Omega_z = \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} - \frac{\partial v_r}{r\partial\theta} \quad (6.8)$$

6.4 Écoulements de matière au cours fsw :

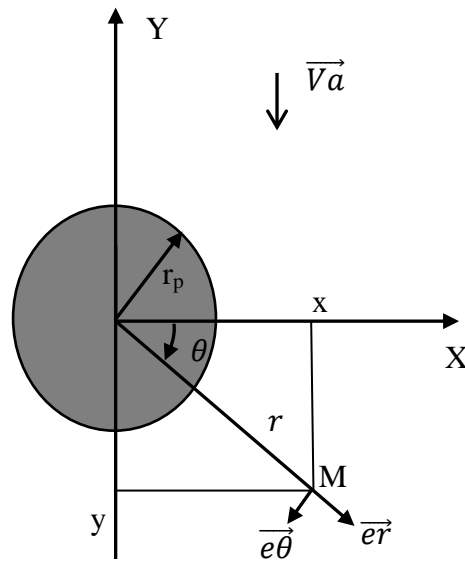
Les écoulements de matière sont très complexes à appréhender en soudage par friction malaxage FSW. Néanmoins, l'utilisation de modèle simple permet, à défaut de simuler complètement les écoulements de matière, de reproduire les phénomènes de contournement du pionet d'entraînement du matériau autour de l'outil. La démarche proposée dans ces travaux consiste à considérer deux champs des vitesses élémentaires : un champ de contournement et un champ de rotation autour du pion (circulation) [Tongne.17].

6.4.1 Champ de contournement :

Le premier champ de vitesse correspond au contournement du pion par le matériau lorsque l'outil avance. En première approche, le problème est assimilé à celui d'un cylindre infini (Figure 6.3), placé dans un champ de vitesse uniforme V_a égale à la vitesse d'avance. Le matériau est considéré comme un fluide parfait, incompressible et irrotationnel.

Ce champ de vitesse dérive d'un potentiel de vitesse solution de l'équation de Laplace. Celui-ci est invariant suivant l'axe Z et doit, en outre, satisfaire les deux conditions aux limites du problème :

- ✓ vitesse loin du pion égale à la vitesse d'avance V_a ,
- ✓ composante normale de la vitesse nulle au contact du pion.

Figure6.3 : Repère cylindrique associé au point M [Tongne.17].

Les équations de Navier-Stokes sont représentées de la façon suivante [Heuzé et al.52] :

$$\rho \nabla \cdot \vec{v} = -\nabla p + \mu \Delta v \quad (6.9)$$

Où ρ , p , μ sont respectivement la masse volumique du fluide, la pression hydrostatique et la viscosité dynamique du fluide.

Dans ce problème le principe de conservation de la masse peut être décrit par l'équation de continuité sous forme suivante :

$$\text{div}(\rho \vec{v}) + \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (6.10)$$

Lorsque le volume de ce problème demeure constant sous l'action de la force qui exerce par l'outil du soudage. Donc on a un fluide incompressible qui s'exprime par l'hypothèse suivante:

$$\rho = Cte \quad (6.11)$$

Donc, la conservation de la masse de ce problème peut être décrit par :

$$\text{div}(\vec{v}) = 0 \quad (6.12)$$

D'une autre part, pour la dynamique de ce fluide, un écoulement est potentiel lorsque son champ des vitesses \vec{v} est le gradient d'un vecteur, le potentiel des vitesses ϕ :

$$\text{rot} \vec{v} = \vec{v} = \overline{\text{grad}} \phi \quad (6.13)$$

Le rotationnel du gradient est toujours égal à zéro c'est-à-dire un écoulement irrotationnel :

$$\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}}\varphi) = \Delta\varphi = 0 \quad (6.14)$$

Implique à ce que :

$$\Delta\varphi = 0 \Rightarrow \frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{d\varphi}{rdr} + \frac{d^2\varphi}{r^2d\theta^2} = 0 \quad (6.15)$$

La solution aurait pu être démontrée en cherchant une solution à variables séparées :

$$\varphi(r, \theta) = v(r)g(\theta) \quad (6.16)$$

En injectant l'équation (6.16) dans l'équation (6.15) :

$$\frac{d^2v(r)g(\theta)}{dr^2} + \frac{dv(r)g(\theta)}{rdr} + \frac{d^2v(r)g(\theta)}{r^2d\theta^2} = 0 \quad (6.17)$$

On peut écrire l'équation (6.15) comme suit :

$$\frac{d^2v(r)}{dr^2} + \frac{dv(r)}{rdr} + v(r)\frac{d^2g(\theta)}{r^2g(\theta)d\theta^2} = 0 \quad (6.18)$$

On considère :

$$\frac{g''(\theta)}{g(\theta)} = -k \quad (6.19)$$

Où k : constante.

En conséquence :

$$g'(\theta) + g(\theta)k = 0 \quad (6.20)$$

L'équation (6.20) est l'équation différentielle ordinaire de premier ordre qui peut être résolue comme suit :

$$g(\theta)k = \cos(k_n\theta) \quad (6.21)$$

En tenant en compte $k_n=1$, l'équation (6.18) devient :

$$\frac{d^2v_\theta(r)}{dr^2} + \frac{dv_\theta(r)}{rdr} - \frac{v_\theta(r)}{r^2} = 0 \quad (6.22)$$

Enconséquence :

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{dv_\theta(r)}{dr} + \frac{v_\theta(r)}{r} \right) = 0 \quad (6.23)$$

Impliquant, l'équation (6.23) s'écrit :

$$\frac{dv_{\theta}(r)}{dr} + \frac{v_{\theta}(r)}{r} = C \quad (6.24)$$

En conséquence, l'équation homogène s'écrit comme suit :

$$\frac{dv_{\theta}(r)}{v_{\theta}(r)} = -\frac{dr}{r} \quad (6.25)$$

L'intégrale générale s'écrit, ce qui conduit :

$$\ln\left(\frac{v_{\theta}}{C_1}\right) = -\ln(r) \quad (6.26)$$

Ce qui conduit :

$$v_{\theta} = \frac{C_1}{r} \quad (6.27)$$

Où C_1 : constante

Maintenant, on cherche la solution particulière sous la forme suivante :

$$v_{\theta(0)} = \frac{K}{r} \quad (6.28)$$

Où K : constante

Substituons ces expressions dans l'équation, qui vérifie :

$$\frac{K}{r^2} + \frac{K}{r^2} = C \quad (6.29)$$

Impliquant :

$$K = \frac{r^2}{2} C \quad (6.30)$$

Donc, la solution particulière devient :

$$v_{\theta(0)} = \frac{C}{2} r \quad (6.31)$$

Donc, les solutions de l'équation sont :

$$v_{\theta}(r) = \frac{C}{2} r + \frac{C_1}{r} \quad (6.32)$$

Où C et C_1 sont deux constantes déterminées à l'aide des deux conditions aux limites.

Substituons ces expressions (6.21) et (6.32) dans l'équation (6.16). Donc, on obtient la solution de l'équation aux dérivées partielles comme suit :

$$\varphi(r, \theta) = \left(\frac{C}{2}r + \frac{C_1}{r} \right) \cos(\theta) \quad (6.33)$$

En injectant cette dernière expression dans l'équation de l'écoulement irrotationnel :

$$\vec{v} = \overrightarrow{\text{grad}}\varphi(r, \theta) = \left(\frac{C}{2} - \frac{C_1}{r^2} \right) \cos(\theta) \vec{e}_r - \left(\frac{C}{2} + \frac{C_1}{r^2} \right) \sin(\theta) \vec{e}_\theta \quad \text{pour } r \geq r_1 \quad (6.34)$$

En appliquant les conditions du problème on obtient :

$$\vec{v}(r \rightarrow \infty) = \left(\frac{C}{2} \right) \cos(\theta) \vec{e}_r - \left(\frac{C}{2} \right) \sin(\theta) \vec{e}_\theta = \left(\frac{C}{2} \right) (\cos(\theta) \vec{e}_r - \sin(\theta) \vec{e}_\theta) = \left(\frac{C}{2} \right) \vec{e}_x \quad (6.35)$$

Et on a :

$$\vec{v}(r \rightarrow \infty) = v_0 \quad (6.36)$$

Donc :

$$C = 2v_0 \quad (6.37)$$

Encore, on a :

$$\vec{v}(r \rightarrow R) = 0 \quad (6.38)$$

En appliquant cette condition, on obtient :

$$\vec{v}(r \rightarrow R) = \left(v_0 - \frac{C_1}{R^2} \right) \cos(\theta) \vec{e}_r - \left(v_0 + \frac{C_1}{R^2} \right) \sin(\theta) \vec{e}_\theta = 0 \quad (6.39)$$

Donc :

$$C_1 = v_0 R^2 \quad (6.40)$$

Donc, le champ de vitesse de couronnement :

$$\vec{v}(r, \theta) = v_0 \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \cos(\theta) \vec{e}_r - v_0 \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \sin(\theta) \vec{e}_\theta \quad (6.41)$$

Une ligne de courant est une courbe de l'espace décrivant le mouvement du fluide ce problème et qui, possède en tout point une tangente parallèle à la vitesse des particules du fluide.

Puisque φ et ψ sont des fonctions harmoniques conjuguées, tout fonction analytique $f(z)$ de la variable complexe $z=x+iy$ peut représenter une ligne de courant dans le plan z avec [Baddari et al .189] :

$$f(z) = \varphi(r, \theta) + i\psi(r, \theta) \quad (6.42)$$

Où l'on peut identifier le potentiel des vitesses (partie réelle) et la fonction de courant (partie imaginaire).

$$\varphi(r, \theta) = Cte \quad (6.43)$$

$$\psi(r, \theta) = Cte \quad (6.44)$$

La fonction de courant (les lignes de courant) et le potentiel des vitesses (les équipotentielles) forment un réseau orthogonal.

Et, en exprimant les vitesses en fonction du potentiel et de la fonction de courant, toujours en coordonnées cylindriques :

$$v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (6.45)$$

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (6.46)$$

En tenant compte des expressions (6.45) et (6.46), les lignes de courant et les équipotentielles sont représentées par les formules suivantes :

$$\varphi(r, \theta) = v_0 \cos(\theta) \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \quad (6.47)$$

$$\psi(r, \theta) = v_0 \cos(\theta) \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \quad (6.48)$$

Par conséquent, le potentiel complexe des vitesses se formule :

$$f(z) = v_0 \cos(\theta) \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) + i v_0 \cos(\theta) \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) = v_0 \left(z + \frac{R^2}{z^2} \right) \quad (6.49)$$

6.4.2 La vitesse de circulation:

Le deuxième champ correspond à l'entraînement orthoradial de la matière autour du pion. Champ axysymétrique par construction, il s'exprime de manière très simple dans le repère cylindrique (Figure (6.4)). Considérons une ligne de flux qui forme une boucle fermée. La vitesse de la ligne de courant en tout point est tangente au rayon de courbure r . Cette ligne de flux est tournée à la vitesse angulaire w dans un cylindre d'axe OZ (perpendiculaire au plan de l'écoulement). Considérons maintenant une petite longueur de cette ligne de flux ds [Piroton et al .186]

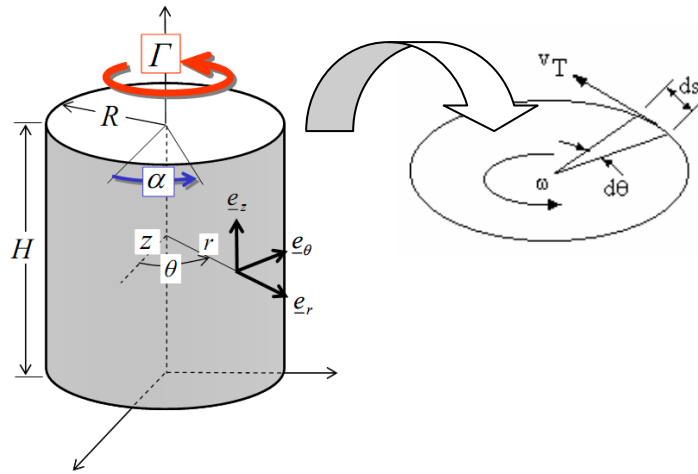


Figure 6.4 : Champ de la vitesse de circulation.

La circulation Γ ayant lieu à travers la surface latérale du cylindre, on peut calculer :

$$\Gamma = \oint_c \vec{v}_\theta \cdot \vec{n} ds \tag{6.50}$$

L'intégration de cette circulation est autour de la boucle entière.

$$\Gamma = \int_0^{2\pi} v_\theta n r d\theta \tag{6.51}$$

Où :

$$\vec{n} = e_\theta \tag{6.52}$$

En conséquence :

$$\Gamma = 2\pi v r \quad \forall r \tag{6.53}$$

Dans d'autre part, le vecteur vitesse en coordonnées polaires s'écrit :

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} v_r \\ v_\theta \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.54}$$

La conservation de la masse permet ainsi d'écrire :

$$\nabla \cdot \vec{U} = \frac{1}{r} \frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0 \tag{6.55}$$

Et

$$v_r = 0 \tag{6.56}$$

Ce qui conduit :

$$rv_{\theta} = C \quad (6.57)$$

Donc :

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{C}{r} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.58)$$

Considérons l'écoulement plan dont le potentiel complexe des vitesses se formule :

$$f(z) = C \ln z \quad (6.59)$$

Où C : est une constante réelle.

Pour faciliter le traitement mathématique, il conviendra de travailler préférentiellement en coordonnées cylindriques ; ainsi :

$$z = r \exp(i\theta) \quad (6.60)$$

Et

$$f(z) = C \ln(r \exp(i\theta)) = C \ln r + iC\theta = \varphi + i\psi \quad (6.61)$$

ù l'on peut identifier le potentiel des vitesses (partie réelle) et la fonction de courant (partie imaginaire) :

$$\varphi(r, \theta) = C \ln r \quad (6.62)$$

$$\psi(r, \theta) = C \theta \quad (6.63)$$

Les lignes de courant sont telles que :

$$\psi(r, \theta) = C \theta = Cte \Rightarrow \theta = Cte \quad \forall r \quad (6.64)$$

Autrement dit il s'agit de droites passent toutes par l'origine du repère. Les équipotentielles doivent vérifier que :

$$\varphi(r, \theta) = C \ln r = Cte \Rightarrow r = Cte \quad \forall \theta \quad (6.65)$$

Et, en exprimant les vitesses en fonction du potentiel et de la fonction de courant, toujours en Coordonnées polaires :

$$v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = 0 \quad (6.66)$$

$$v_{\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = U \quad (6.67)$$

Impliquant :

$$v_r = 0 \quad (6.68)$$

$$v_\theta = -\frac{C}{r} \quad \text{d'où } \vec{v}_\theta = -\frac{C}{r} \vec{e}_\theta \quad (6.69)$$

On a donc un écoulement radial, centré sur l'origine du repère, où la vitesse est inversement proportionnelle à la distance à l'origine la Figure (6.5).

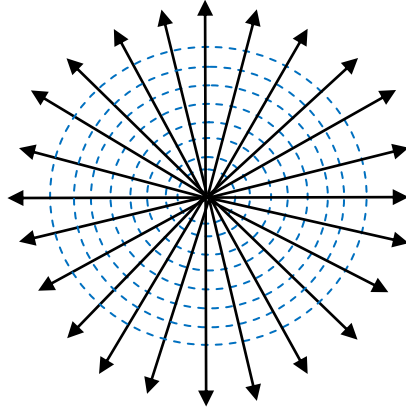


Figure 6.5 : Potentiel des vitesses et la fonction de courant - circulation -

La signification physique de la constante C est en rapport avec la circulation par cette source ou ce puits. On remarquera que selon le signe de la constante C , l'écoulement peut être divergent ou convergent : si $C > 0$ alors l'écoulement est divergent et correspond à l'effet d'une source à l'origine ; si $C < 0$, l'écoulement est convergent et correspond à l'effet d'un puits à l'origine.

En tenant compte les expressions (6.69) et (6.57), la constante C devient :

$$C = \frac{\Gamma}{2\pi} \quad \forall r \quad (6.70)$$

Donc, la vitesse de circulation peut s'écrire comme suit :

$$\vec{v}_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \vec{e}_\theta \quad (6.71)$$

Le potentiel complexe des vitesses se formule :

$$f(z) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r + i \frac{\Gamma}{2\pi} \theta = -i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z \quad (6.72)$$

En conséquence, l'équipotentielle la fonction de courant s'écrit comme suit :

$$\varphi(r, \theta) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r \quad (6.73)$$

$$\psi(r, \theta) = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta \quad (6.74)$$

6.4.3 Combinaison des vitesses de contournement et de circulation :

En tenant compte les expressions de la vitesse de contournement qui a été montré dans la section (6.4.1) par l'équation (6.41) et la vitesse de circulation aussi a été montré dans la section (6.4.2) par les équation (6.73)-(6.74), les vitesses globales sont les suivantes:

$$\vec{v}_r(r, \theta) = v_0 \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \cos(\theta) \vec{e}_r \quad (6.75)$$

$$\vec{v}_\theta(r, \theta) = -v_0 \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \sin(\theta) \vec{e}_\theta + \frac{\Gamma}{2\pi r} \vec{e}_\theta \quad (6.76)$$

Le premier champ de vitesse correspond au contournement du pion par le matériau lorsque l'outil avance. Le second champ correspond à l'entraînement orthoradial de la matière autour du pion.

6.5 Graphique de potentiel :

En tenant compte les expressions du potentiel complexe des vitesses de contournement et du potentiel complexe des vitesses de circulation (6.49) et (6.72), le potentiel complexe des vitesses globales devient :

$$f(z) = V_\infty \left(z + \frac{R^2}{z} \right) - i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z = \varphi + i\psi \quad (6.77)$$

Donc, l'équation des équipotentielles sont la suivante :

$$\varphi = V_\infty \cos \theta \left(r + \frac{R^2}{r} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi} \theta = Cte \quad (6.78)$$

Et celle des lignes de courant sont la suivante :

$$\psi = V_\infty \sin \theta \left(r - \frac{R^2}{r} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r = Cte \quad (6.79)$$

L'expression de la vitesse complexe est :

$$\frac{df}{dz} = u - iv = V_\infty \left(1 - \frac{R^2}{z^2} \right) - i \frac{\Gamma}{2\pi z} \quad (6.80)$$

On peut chercher les points de vitesse nulle. En ces points, on a :

$$\frac{df}{dz} = 0 \quad (6.81)$$

Soit :

$$V_{\infty} \left(1 - \frac{R^2}{z^2} \right) - i \frac{\Gamma}{2\pi z} = 0 \Rightarrow V_{\infty} \left(z^2 - \frac{R^2}{z^2} \right) - i \frac{\Gamma z^2}{2\pi z} = 0 \quad (6.82)$$

Et

$$z^2 V_{\infty} - i \frac{\Gamma}{2\pi} z - R^2 V_{\infty} = 0 \quad (6.83)$$

Les solutions de cette équation z_1, z_2 sont telles que :

$$z_1, z_2 = \frac{i\Gamma \pm \sqrt{16\pi^2 V_{\infty}^2 R^2 + \Gamma^2}}{4\pi V_{\infty}} \quad (6.84)$$

On trouve ainsi deux solutions réelles donc deux points de vitesse nulle si :

$$|\Gamma| \leq 4\pi V_{\infty} R \quad (6.85)$$

Ces deux points ont pour l'ordonnée :

$$y_0 = \frac{\Gamma}{4\pi V_{\infty}} \quad (6.86)$$

Et pour abscisse :

$$x_0 = \pm \left(R^2 - \frac{\Gamma^2}{16\pi^2 V_{\infty}^2} \right)^{1/2} \quad (6.87)$$

Ils sont situés sur le cercle, puisque :

$$x_0^2 + y_0^2 = R^2 \quad (6.88)$$

On a un seul point de vitesse nulle si :

$$|\Gamma| = 4\pi V_{\infty} R \quad (6.89)$$

Ce point, situé aussi sur le cercle a pour les coordonnées :

$$x_0 = 0, y_0 = \frac{\Gamma}{4\pi V_{\infty}} = R \quad (6.90)$$

Les solutions sont imaginaires si :

$$|\Gamma| \geq 4\pi V_\infty R \tag{6.91}$$

Le produit de leur module est égal à R^2 : les deux points correspondants sont sur l'axe Oy l'un à l'intérieur du cercle l'autre à l'extérieur.

Compte tenu de ces résultats, on peut tracer qualitativement les lignes de courant.

Cas 1

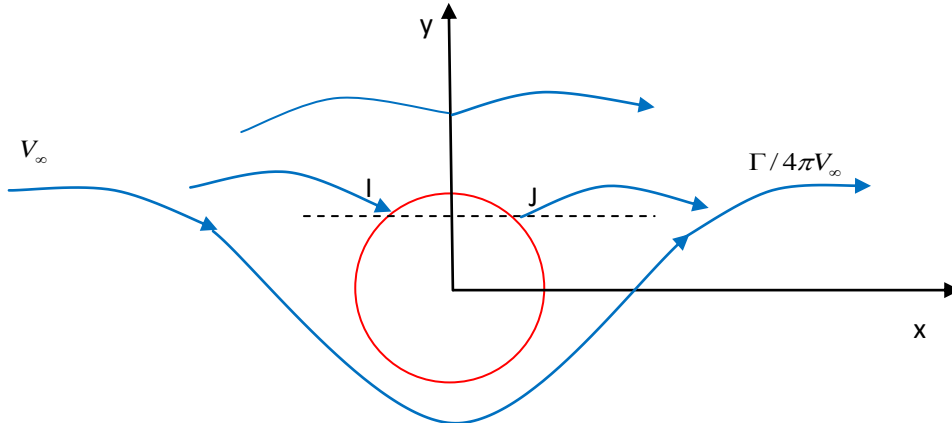


Figure 6.6 : Ecoulement autour du pion tournant-cas1-

Cas 2

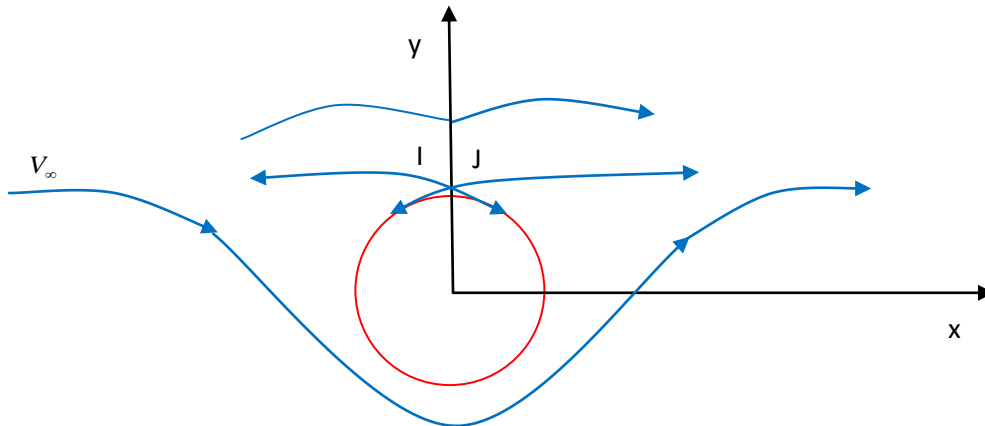


Figure 6.7 : Ecoulement autour du pion tournant-cas2-

Cas 3

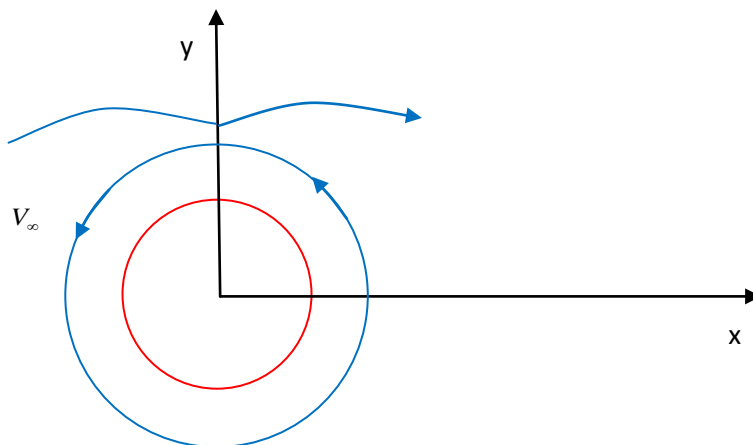


Figure6.8: Ecoulement autour du pion tournant-cas3-

6.7 Champ de pression :

Selon la figure (6.3), les équations de Navier-Stokes donnent en fonction des deux projections :

$$\begin{cases} -\rho g - \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \\ -\rho \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r} \end{cases} \quad (6.92)$$

La dernière des trois équations précédentes s'intègre immédiatement sous la forme :

$$p(z, r) = -\rho g z + f(r) \quad (6.93)$$

En introduisant ce résultat dans la première équation en projection, il vient que :

$$v_\theta^2 = \frac{r}{\rho} \frac{\partial f(r)}{\partial r} = g(r) \quad (6.94)$$

Ce qui montre aussi que la seule composante de vitesse non nulle est une fonction de r seulement.

$$\frac{\partial f(r)}{\partial r} = \frac{\rho v_\theta^2}{r} = \frac{\rho}{r} \left(\frac{C}{2} r + \frac{C_1}{r} \right)^2 \quad (6.95)$$

Après le développement :

$$\frac{\partial f(r)}{\partial r} = \rho \left(\frac{C^2}{4r} r^2 + \frac{C_1^2}{r^3} + 2 \frac{C_1 C}{r} \right) \quad (6.96)$$

En intégrant :

$$f(r) = \int \rho \left(\frac{C^2}{4} r + \frac{C_1^2}{r^3} + \frac{C_1 C}{r} \right) \partial r \quad (6.97)$$

Donc, On obtient :

$$f(r) = \rho \left(\frac{C^2}{8} r^2 - \frac{C_1^2}{2r^2} + C_1 C \ln r \right) + p_0 \quad (6.98)$$

Substituons cette expression dans l'équation (6.95), qui vérifie :

$$P(z, r) = \rho \left(\frac{C^2}{8} r^2 - \frac{C_1^2}{2r^2} + C_1 C \ln r \right) + p_0 - \rho g z \quad (6.99)$$

On a :

$$C = 2v_0 \quad (6.100)$$

Et

$$C_1 = v_0 R^2 \quad (6.101)$$

Donc, l'expression du champ de pression est :

$$P(z, r) = \rho \left(\frac{v_0^2}{2} r^2 - \frac{v_0^2 R^4}{2r^2} + 2R^2 v_0^2 \ln r \right) + p_0 - \rho g z \quad (6.102)$$

6.8 Champ de vortex :

Considérons un écoulement plan (xy) de direction x et d'intensité constante U_∞ , qui compose d'une source et d'un puits, distancés de $2a$, possédant chacun un débit spécifique m . La figure suivante illustre deux cotés de pion de l'outil du soudage ; avant du pion et arrière du pion.

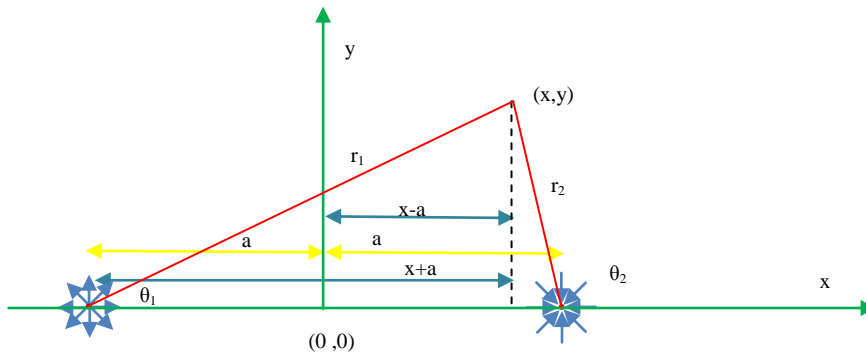


Figure 6.9 : Champ de vortex [Pirotonnet al .186]

De manière à étudier l'écoulement composé par ces deux écoulements principaux, le principe de superposition va être utilisé, c'est-à-dire que les solutions analytiques des deux écoulements principaux vont simplement être additionnées afin de donner la solution analytique du nouvel écoulement.

La solution finale se doit d'être présentée en coordonnées cartésiennes. Pour ce faire, les solutions des écoulements principaux vont donc, avant d'être combinées, être exprimées en coordonnées cartésiennes.

Pour le puits, cela donne :

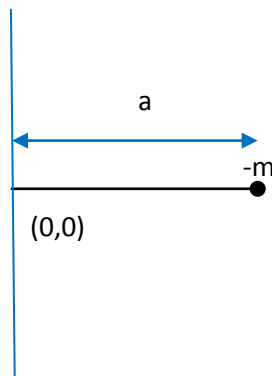


Figure 6.10 : Champ de vortex dans le cas puits

Où

$$\theta_2 = -a \tan\left(\frac{y}{x-a}\right) \quad (6.103)$$

Et

$$r_2 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2} \quad (6.104)$$

En tenant compte les équations (6.103) et (6.104), les lignes de courant circulaires et des équipotentiels radiales sont :

$$\psi = -ma \tan\left(\frac{y}{x-a}\right) \quad (6.105)$$

$$\phi = \pm m \ln\left(\sqrt{(x-a)^2 + y^2}\right) \quad (6.106)$$

Pour la source, on a :

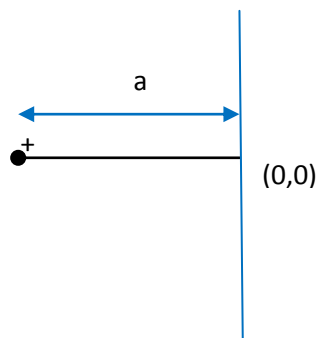


Figure 6.11 : Champ de vortex dans le cas source

Où :

$$\theta_1 = -a \tan\left(\frac{y}{x+a}\right) \quad (6.107)$$

Et :

$$r_1 = \sqrt{(x+a)^2 + y^2} \quad (6.108)$$

En tenant compte les équations (6.107) et (6.108), les lignes de courant circulaires et des équipotentiels radiales sont :

$$\psi = ma \tan\left(\frac{y}{x+a}\right) \quad (6.109)$$

$$\phi = m \ln\left(\sqrt{(x+a)^2 + y^2}\right) \quad (6.110)$$

Pour la fonction potentielle, la combinaison des deux solutions donne alors :

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = m \ln\left(\sqrt{(x+a)^2 + y^2}\right) - m \ln\left(\sqrt{(x-a)^2 + y^2}\right) \quad (6.111)$$

En conséquence :

$$\phi = \frac{1}{2} m \frac{\ln\left((x+a)^2 + y^2\right)}{\ln\left((x-a)^2 + y^2\right)} \quad (6.112)$$

De même, pour la fonction de courant, la combinaison des deux solutions donne :

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = ma \tan\left(\frac{y}{x+a}\right) - ma \tan\left(\frac{y}{x-a}\right) \quad (6.113)$$

Sachant que :

$$\tan(a-b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)} \quad (6.114)$$

Et

$$a \tan(-b) = -a \tan(b) \quad (6.115)$$

On trouve successivement :

$$\frac{\psi}{m} = a \tan \left(\tan \left(\frac{\psi}{m} \right) \right) = a \tan \left(\tan \left(a \tan \left(\frac{y}{x+a} \right) - a \tan \left(\frac{y}{x-a} \right) \right) \right) \quad (6.116)$$

En conséquence :

$$\frac{\psi}{m} = a \tan \left(\frac{\tan \left(a \tan \left(\frac{y}{x+a} \right) \right) - \tan \left(a \tan \left(\frac{y}{x-a} \right) \right)}{1 + \tan \left(a \tan \left(\frac{y}{x+a} \right) \right) \tan \left(a \tan \left(\frac{y}{x-a} \right) \right)} \right) \quad (6.117)$$

Donc :

$$\frac{\psi}{m} = a \tan \left(\frac{\frac{y}{x+a} - \frac{y}{x-a}}{1 + \frac{y}{x+a} \frac{y}{x-a}} \right) = a \tan \left(\frac{-2ya}{x^2 + y^2 - a^2} \right) \quad (6.118)$$

En conséquence :

$$\psi = ma \tan \left(\frac{-2ya}{x^2 + y^2 - a^2} \right) \quad (6.119)$$

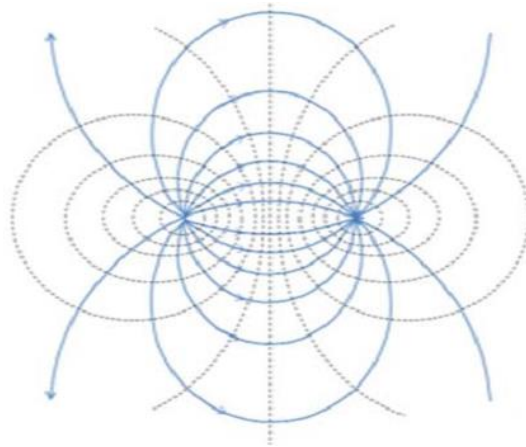


Figure 6.12 :Champ de vortex dans le cas source et le cas puits.

Le dipôle est un cas particulier du doublet source-puits. Il se distingue de celui-ci dans le fait que source et puits sont supposés être au même point, autrement dit que la dimension a est nulle. D'autre part, afin qu'il y ait un débit assuré mathématiquement, il faut imposer que le débit spécifique m soit infiniment grand et que le produit am , que l'on appellera « intensité du dipôle », soit imposé à une valeur finie, soit l .

Pour la fonction de courant, cela donne :

$$\psi \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} = -ma \tan \left(\frac{2ya}{x^2 + y^2 - a^2} \right) \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} \quad (6.120)$$

Etant donné que, par la développement de Taylor :

$$a \tan \left(\frac{x}{a} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left(\frac{x}{a} \right)^{2n+1}, \left\{ \left| \frac{x}{a} \right| \leq 1 \right\} \quad (6.121)$$

En conséquence :

$$\psi \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} = - \left(\frac{2yma}{x^2 + y^2 - a^2} \right) \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} + O \left(\frac{y\lambda}{x^2 + y^2} \right)^3 \quad (6.122)$$

Donc :

$$\psi = - \frac{y\lambda}{x^2 + y^2} \quad (6.123)$$

Pour le potentiel, on a :

$$\phi \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} = - \frac{1}{2} m \ln \left(\frac{\left((x+a)^2 + y^2 \right)}{\left((x-a)^2 + y^2 \right)} \right) \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} \quad (6.124)$$

Etant donné que, par le développement de Taylor :

$$\ln(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x-1)^n, \left\{ |x-1| \leq 1; x \neq 0 \right\} \quad (6.125)$$

En conséquence :

$$\phi \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} = \frac{1}{2} m \left(\frac{\left((x+a)^2 + y^2 \right)}{\left((x-a)^2 + y^2 \right)} - 1 \right) \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} \quad (6.126)$$

Après le développement :

$$\phi \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} = \frac{1}{2} m \frac{(x+a)^2 + y^2 - (x-a)^2 - y^2}{(x-a)^2 + y^2} \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} \quad (6.127)$$

Après la simplification :

$$\phi \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} = \frac{1}{2} m \frac{4ax}{(x-a)^2 + y^2} \Big|_{a \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, 2am = \lambda} = \frac{2amx}{x^2 + y^2} = \frac{\lambda x}{x^2 + y^2} \quad (6.129)$$

Donc :

$$\phi = \frac{\lambda x}{x^2 + y^2} \quad (6.130)$$

Ou encore, en coordonnées polaires :

$$\psi = -\lambda \frac{r \sin \theta}{r^2} = -\lambda \frac{\sin \theta}{r} \quad (6.131)$$

Et

$$\phi = \frac{\lambda r \cos \theta}{r^2} = \frac{\lambda \cos \theta}{r} \quad (6.132)$$

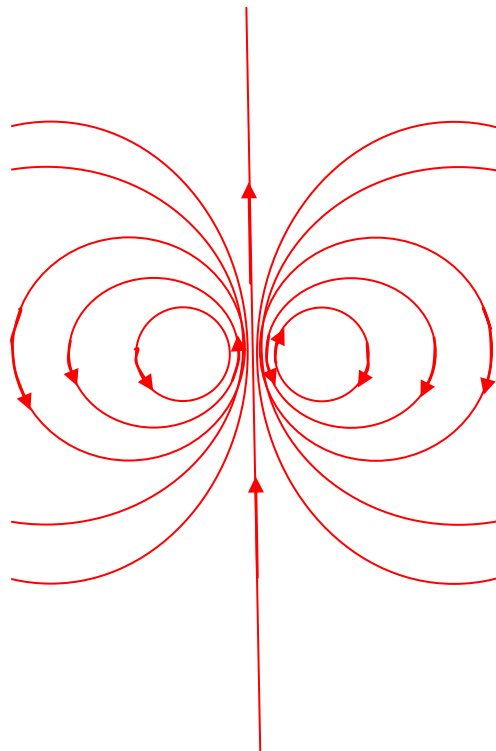


Figure 6.13 : Champ de vortex dans le cas doublet source-puits.

On peut vérifier que le corps formé est bien un cercle en analysant le vecteur vitesse à sa frontière. Il s'agira en effet d'un cercle si, pour son rayon rc , la vitesse est tangente au cercle, c'est-à-dire si la composante radiale de la vitesse est nulle. Le vecteur vitesse peut s'obtenir directement à partir des fonctions définies précédemment :

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (6.133)$$

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \quad (6.134)$$

Enfin, on a : donc le champ de vitesses de vortex :

$$v_r = -\frac{\lambda \cos \theta}{r^2} \quad (6.135)$$

$$v_\theta = -\frac{\lambda \sin \theta}{r^2} \quad (6.136)$$

6.9 Pression radiale autour du pion :

La distribution de pression du fluide autour du pion de l'outil de soudage au cours de soudage peut être étudiée en ayant recours à l'équation de Bernoulli, En considérant une pression de référence à un point de stagnation qui représente dans la figure suivante [Soliman.187] :

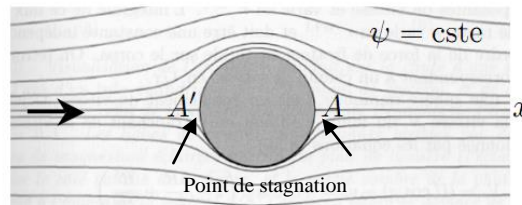


Figure 6.14 : Pression à un point de stagnation

Donc, la pression de référence à un point de stagnation négligeant la gravité, on obtient :

$$p + \rho \frac{v_\theta^2}{2} = p_0 + \rho \frac{v_0^2}{2} \quad (6.137)$$

Dans d'autre part, la combinaison d'un champ d'écoulement à un point de stagnation :

$$v_r(r = a, \theta) = v_0 \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \cos(\theta) \quad (6.138)$$

$$v_r(r = a, \theta = 0) = -v_0 \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \sin(\theta) + \frac{\Gamma}{2\pi a} \quad (6.139)$$

En conséquence :

$$v_r(r = a, \theta) = 0 \quad (6.140)$$

$$v_r(r = a, \theta = 0) = -2v_0 \sin(\theta) + \frac{\Gamma}{2\pi a} \quad (6.141)$$

En remplaçant l'équation (6.141) dans l'équation (6.137), on obtient :

$$p - p_0 = -\frac{\rho}{2} \left(-2v_0 \sin(\theta) + \frac{\Gamma}{2\pi a} \right)^2 \quad (6.142)$$

Impliquant :

$$p - p_0 = \frac{\rho}{2} v_0^2 - \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi^2 a^2} + \frac{\rho \Gamma v_0}{\pi a} \sin(\theta) - 2\rho v_0^2 \sin^2(\theta) \quad (6.143)$$

Le coefficient de la pression la combinaison du champ d'écoulement peut s'écrire sous la formule suivante :

$$C_{cou+cil} = \frac{p - p_0}{\frac{\rho}{2} v_0^2} = \left(1 - \frac{\Gamma^2}{4\pi^2 a^2 v_0^2} + \frac{\Gamma}{\pi a v_0} \sin(\theta) - 4 \sin^2(\theta) \right) \quad (6.144)$$

En tenant compte le champ circulation nulle .Donc, le coefficient de la pression s'exprime par la relation suivante:

$$C_{cou} = \frac{p - p_0}{\frac{\rho}{2} v_0^2} = (1 - 4 \sin^2(\theta)) \quad (6.145)$$

Le rapport entre ces coefficients s'écrit :

$$C_p = \frac{\left(1 - \frac{\Gamma^2}{4\pi^2 a^2 v_0^2} + \frac{\Gamma}{\pi a v_0} \sin(\theta) - 4 \sin^2(\theta) \right)}{(1 - 4 \sin^2(\theta))} \quad (6.146)$$

La distribution est donc symétrique par rapport à l'axe des y, ce qui se traduit par une absence de traînée. Par contre, la distribution n'est pas symétrique par rapport à l'axe des x, il existe dès lors une portance, ce qui est connu sous le nom d'effet Magnus-Robins.

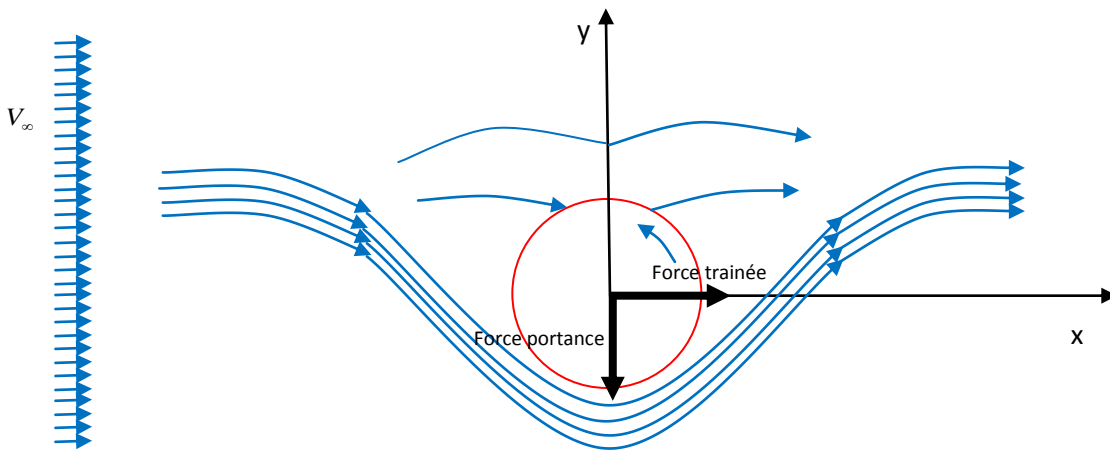


Figure 6.15 : Forces de portance et la force de traînée créées

Les forces de portance (théorème de Kutta-Joukowski)[Piroton et al.186] et traînée prennent ici les expressions suivantes :

$$F_{lift} = - \int_0^{2\pi} p_c \sin(\theta) a d\theta \quad (6.147)$$

$$F_{drag} = - \int_0^{2\pi} p_c \cos(\theta) a d\theta \quad (6.148)$$

Par Bernoulli, on peut écrire :

$$p_c = \rho \frac{v_0^2}{2} - \frac{\rho}{2} \left(2v_0 \sin(\theta) - \frac{\Gamma}{2\pi a} \right)^2 \quad (6.149)$$

La force de portance est obtenue en remplaçant la valeur de p_c de l'équation (6.147) dans l'équation (6.149) :

$$F_{lift} = - \int_0^{2\pi} \left(\rho \frac{v_0^2}{2} - \frac{\rho}{2} \left(2v_0 \sin(\theta) - \frac{\Gamma}{2\pi a} \right)^2 \right) \sin(\theta) a d\theta \quad (6.150)$$

Donc, la force de portance est :

$$F_{lift} = -v_0 \rho \Gamma \quad (6.151)$$

La force de traînée est quant à elle calculée au moyen de la formule (6.148) et (6.149) :

$$F_{drag} = - \int_0^{2\pi} \left(\rho \frac{v_0^2}{2} - \frac{\rho}{2} \left(2v_0 \sin(\theta) - \frac{\Gamma}{2\pi a} \right)^2 \right) \cos(\theta) a d\theta \quad (6.152)$$

Et la force de traînée est :

$$F_{drag} = 0 \quad (6.153)$$

6.10 Problème mécanique instationnaire :

La résolution d'un problème de dynamique des fluides demande normalement de calculer diverses propriétés des fluides comme la vitesse en tant que fonctions de l'espace et du temps. Il est donc suggéré d'utiliser les hypothèses de la section précédente en se plaçant à présent dans le cas transitoire.

6.10.1 Hypothèses du problème :

L'écoulement est instationnaire.

Les équations de mouvement pour ce problème sont écrites comme suit [Heuzé et al.52] :

$$\frac{\rho v_\theta^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (6.154)$$

$$\rho \frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) \quad (6.155)$$

On suppose le champ de vitesse avec les variables de séparation, de la forme:

$$v_\theta(r, t) = f(r)g(t) \quad (6.156)$$

En introduisant (6.156) dans l'équation tangentielle du mouvement (6.155), il vient leséquations différentielles :

$$\mu \left(\frac{d^2 f(r)g(t)}{dr^2} + \frac{df(r)g(t)}{rdr} - \frac{f(r)g(t)}{r^2} \right) = \rho \frac{\partial f(r)g(t)}{\partial t} \quad (6.157)$$

Et

$$\left(g(t) \frac{d^2 f(r)}{dr^2} + g(t) \frac{df(r)}{rdr} - g(t) \frac{f(r)}{r^2} \right) = \frac{\rho}{\mu} f(r) \frac{\partial g(t)}{\partial t} \quad (6.158)$$

Et

$$\left(g(t) f''(r) + g(t) \frac{1}{r} f'(r) - g(t) \frac{f(r)}{r^2} \right) = \frac{\rho}{\mu} f(r) g'(t) \quad (6.159)$$

Et

$$f''(r) + \frac{1}{r} f'(r) - \frac{f(r)}{r^2} = \frac{\rho}{\mu} f(r) \frac{g'(t)}{g(t)} \quad (6.160)$$

Et

$$\frac{g'(t)}{g(t)} = -k \quad (6.161)$$

Et

$$f''(r) + \frac{1}{r} f'(r) - \frac{f(r)}{r^2} = -\frac{\rho}{\mu} f(r) k \quad (6.162)$$

Où α est une constante indéterminée pour l'instant. L'équation différentielle temporelle serésout de manière classique :

$$g(t) = C \exp(-kt) \quad (6.163)$$

EtC : est une constante d'intégration donnée par la condition initiale. On reconnaît que l'équation différentielle spatiale peut s'identifier à une équation différentielle de Bessel. Cette dernière s'écrit de manière plus générale sous la forme :

$$x^2 y''(x) + xy'(x) + (x^2 - n^2)y(x) = 0 \quad (6.164)$$

La solution de cette équation est alors une combinaison linéaire des fonctions de Bessel de première et seconde espèce :

$$y(x) = C_1 J_n(x) + C_2 Y_n(x) \quad (6.165)$$

Pour identifier cette équation de Bessel, on définit un changement de variable et de fonction :

$$x = \gamma r \quad , \quad F(x) = f(r) \quad (6.166)$$

De manière que l'équation différentielle sur F(x) soit une équation de Bessel. On ré-exprime l'équation spatiale avec ce changement :

$$f''(r) + \frac{1}{r} f'(r) + f(r) \left(-\frac{1}{r^2} + \frac{\rho}{\mu} k \right) = 0 \quad (6.167)$$

Et

$$f''(r) + \frac{1}{r} f'(r) + f(r) \left(-\frac{\gamma^2}{x^2} + \frac{\rho}{\mu} k \right) = 0 \quad (6.168)$$

Et

$$\gamma^2 \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + \frac{\gamma^2}{x} \frac{dF(x)}{dx} + F(x) \left(-\frac{\gamma^2}{x^2} + \frac{\rho}{\mu} k \right) = 0 \quad (6.169)$$

En multipliant (6.169) par :

$$\frac{x^2}{\gamma^2} \quad (6.170)$$

Il vient :

$$\gamma^2 \frac{x^2}{\gamma^2} \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + \frac{\gamma^2}{x} \frac{x^2}{\gamma^2} \frac{dF(x)}{dx} + F(x) \left(-\frac{\gamma^2}{x^2} \frac{x^2}{\gamma^2} + \frac{x^2}{\gamma^2} \frac{\rho}{\mu} k \right) = 0 \quad (6.171)$$

Et

$$x^2 \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dF(x)}{dx} + F(x) \left(-1 + \frac{x^2 \rho}{\gamma^2 \mu} k \right) = 0 \quad (6.172)$$

Et

$$x^2 \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dF(x)}{dx} + F(x) \left(-1 + \left(\frac{1}{\gamma^2} \frac{\rho}{\mu} k \right) x^2 \right) = 0 \quad (6.173)$$

On reconnaît une équation de Bessel d'ordre 1 en posant :

$$\left(\frac{1}{\gamma^2} \frac{\rho}{\mu} k \right) = 1 \quad (6.174)$$

Donc :

$$x^2 \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dF(x)}{dx} + F(x) (-1 + x^2) = 0 \quad (6.175)$$

Cette méthode permet d'obtenir les solutions particulières de l'équation (6.175) sous la forme d'un développement en série de la forme [Fellah .188] :

$$F(x) = \sum_{n \geq 0} a_n x^{\alpha+n} \quad \text{avec } a_0 \neq 0 \quad (6.176)$$

Où est un paramètre réel ou complexe à déterminer. A l'intérieur du domaine de convergence de cette série, les dérivées première et seconde de l'équation (6.175) sont données par :

$$F'(x) = \sum_{n \geq 0} (\alpha + n) a_n x^{\alpha+n-1} \quad (6.177)$$

$$F''(x) = \sum_{n \geq 0} (\alpha + n)(\alpha + n - 1) a_n x^{\alpha+n-2} \quad (6.178)$$

En substituant les expressions (6.177) et (6.178) dans l'équation (6.175), on obtient :

$$\begin{aligned} & x^\alpha a_0 (\alpha^2 - n^2) + x^{\alpha+1} a_1 [(\alpha+1)^2 - n^2] + x^{\alpha+2} [a_2 \{(\alpha+1)^2 - n^2\} + a_0] + \dots \\ & \dots + x^{\alpha+n} [a_n \{(\alpha+n)^2 - n^2\} + a_{n-2}] \dots = 0 \end{aligned} \quad (6.179)$$

D'où l'on tire les équations :

$$\begin{aligned}
 a_0(\alpha^2 - n^2) &= 0 \\
 a_1[(\alpha + 1)^2 - n^2] &= 0 \\
 a_2\left[\{(\alpha + 2)^2 - n^2\}\right] + a_0 &= 0 \\
 a_3\left[\{(\alpha + 3)^2 - n^2\}\right] + a_1 &= 0 \\
 \dots & \\
 a_n\left[\{(\alpha + n)^2 - n^2\}\right] + a_{n-2} &= 0 \\
 \dots &
 \end{aligned}
 \tag{6.180}$$

Les premières équations conduit à $\alpha = +n$ ou $\alpha = -n$. on voit qu'on obtient deux solution particulières, l'une correspondant à $\alpha = n$ et l'autre à $\alpha = -n$. commençons par le cas $\alpha = n$.

On a d'une part :

$$a_1 = a_3 = a_5 = \dots a_{2n+1} = \dots = 0 \tag{6.181}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}
 a_2 &= \frac{-a_0}{(\alpha + 2)^2 - n^2} = -\frac{a_0}{4 \cdot 1(\alpha + 1)} \\
 a_4 &= \frac{-a_2}{4 \cdot 2(\alpha + 2)} = -\frac{a_0}{4^2 2!(\alpha + 1)(\alpha + 2)} \\
 \dots & \\
 a_{2n} &= \frac{a_{2n-2}}{2n \cdot 2(\alpha + n)} = (-1)^n \frac{a_0}{4^n n!(\alpha + 1)(\alpha + 2) \dots (\alpha + n)}
 \end{aligned}
 \tag{6.182}$$

On obtient finalement la solution particulière :

$$F(x) = a_0 x^\alpha \left[1 - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1!(\alpha + 1)} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{2!(\alpha + 1)(\alpha + 2)} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{3!(\alpha + 1)(\alpha + 2)(\alpha + 3)} + \dots \right. \\
 \left. + (-1)^n \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2n}}{n!(\alpha + 1)(\alpha + 2) \dots (\alpha + n)} \dots \right]
 \tag{6.183}$$

Cette série est absolument convergente dans tout le plan complexe, car, d'après le critère de l'Alembert, le module du rapport de deux termes consécutifs de cette série :

$$b_{n+1} = (-1)^{n+1} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2n+2}}{(n+1)!(\alpha+1)(\alpha+2)\dots(\alpha+n+1)} \tag{6.184}$$

$$b_n = (-1)^{n+1} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2n}}{n!(\alpha+1)(\alpha+2)\dots(\alpha+n+1)} \tag{6.185}$$

Il vient :

$$\left| \frac{b_{n+1}}{b_n} \right| = \frac{(x)^2}{4(n+1)(\alpha+n+1)} \tag{6.186}$$

La fonction de Bessel de première espèce :

$$a_0 = \frac{1}{2^\alpha \Gamma(\alpha+1)} \tag{6.187}$$

De sorte que :

$$J_\alpha(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^\alpha \left[\frac{1}{\Gamma(\alpha+1)} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1!\Gamma(\alpha+2)} + \dots + (-1)^n \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{n2}}{n!\Gamma(\alpha+n+1)} + \dots \right] \tag{6.188}$$

$$= \left(\frac{x}{2}\right)^\alpha \sum_{n \geq 0} (-1)^n \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{n2}}{n!\Gamma(\alpha+n+1)}$$

Notons que :

$$J_\alpha(0) = 0 \text{ pour } \alpha \geq 0$$

$$\alpha = 0 \quad J_0(0) = 1 \tag{6.189}$$

La seconde solution particulière, correspondant à $\alpha = -\nu$

$$J_{-\alpha}(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{-\alpha} \sum_{n \geq 0} (-1)^n \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{n2}}{n!\Gamma(-\alpha+n+1)} \tag{6.190}$$

A condition que α ne soit pas un nombre entier négative ou nul. La solution générale de l'équation s'écrit :

$$y(x) = AJ_\alpha(x) + BJ_{-\alpha}(x) \tag{6.191}$$

A et B étant deux constantes.

Examinons maintenant le cas où $\nu=n$ est un entier naturel .L'expression (6.190) devient :

$$J_{-n}(x)=\left(\frac{x}{2}\right)^{-n}\left[\frac{1}{\Gamma(-n+1)}+\frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{1!\Gamma(-n+2)}+\dots\dots(-1)^k\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{k2}}{k!\Gamma(-n+k+1)}+\dots\right] \quad (6.192)$$

Les n premiers termes de ce développement sont nuls, car leurs coefficients comportent les facteurs :

$$\frac{1}{\Gamma(-n+1)}, \frac{1}{\Gamma(-n+2)}, \dots\dots, \frac{1}{\Gamma(-1)}, \frac{1}{\Gamma(0)} \quad (6.193)$$

Le premier terme non nul est celui qui correspond à $k=n$ et dont le coefficient est :

$$\frac{(-1)^n}{n!\Gamma(1)} = \frac{(-1)^n}{1!n!} \quad (6.194)$$

Et le coefficient de $\left(\frac{x}{2}\right)^{n2+2k}$ est :

$$\frac{(-1)^{n+k}}{(n+k)!\Gamma(k+1)} = \frac{(-1)^{n+k}}{k!\Gamma(n+k)!} = \frac{(-1)^{n+k}}{k!\Gamma(n+k+1)} \quad (6.195)$$

Le développement de $J_{-n}(x)$ est donc :

$$J_{-n}(x)=(-1)^n\left(\frac{x}{2}\right)^n\left[\frac{1}{\Gamma(-n+1)}+\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1!\Gamma(-n+2)}+\dots\dots(-1)^k\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{k2}}{k!\Gamma(n+k+1)}+\dots\right] \quad (6.196)$$

En comparant (6.192) et (6.196) dans laquelle on fait $\nu=n$, on voit que :

$$J_{-n}(x)=(-1)^n J_n(x) \quad (6.197)$$

Et donc $J_n(x)$ et $J_{-n}(x)$ ne peuvent constituer un couple de deux solutions linéairement indépendantes.

Pour obtenir une deuxième solution particulière de l'équation de Bessel, valable même lorsque ν est entier, on considère la fonction de Neumann ou fonction de Bessel de seconde espèce d'ordre ν donnée par :

$$N_\nu(x) = \frac{J_\nu(x)\cos(\pi\nu) - J_{-\nu}(x)}{\sin(\pi\nu)} \quad (6.198)$$

Notée également $Y_n(x)$ dans la littérature. On remarque que lorsque ν est entier, $N_n(x)$ prend la forme indéterminée lorsqu'on tient compte de l'équation (6.198).

Comme $J_\nu(x)$ et $J_{-\nu}(x)$ sont des fonctions analytiques de ν , la limite du rapport (6.199), lorsque ν est un entier n , est donc, d'après la règle de l'Hôpital, la même que celle des dérivées des numérateurs et dénominateurs :

$$N_\nu(x) = \lim_{\nu \rightarrow n} \frac{-\pi J_\nu(x)\sin(\pi\nu) - \cos(\pi\nu)\frac{\partial J_\nu(x)}{\partial \nu} - \frac{\partial J_{-\nu}(x)}{\partial \nu}}{\pi \cos(\pi\nu)} \quad (6.199)$$

Soit encore :

$$N_\nu(x) = \frac{1}{\pi} \left[\left. \frac{\partial J_\nu(x)}{\partial \nu} \right|_{\nu=n} - (-1)^n \left. \frac{\partial J_{-\nu}(x)}{\partial \nu} \right|_{\nu=-n} \right] \quad (6.200)$$

Calculons $\delta J_\nu / \delta \nu$. à partir de l'expression (6.188), on obtient :

$$\frac{\partial J_\nu(x)}{\partial \nu} = \sum_{k \geq 0} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{1}{\pi} \left[\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{\nu+2k}}{\Gamma(\nu+k+1)} \right] = \sum_{k \geq 0} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{\partial F(\nu)}{\partial \nu} \quad (6.201)$$

Où l'on a posé :

$$F(\nu) = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{\nu+2k}}{\Gamma(\nu+k+1)} \quad (6.202)$$

Il vient alors :

$$\log F(\nu) = (\nu+2k) \log\left(\frac{x}{2}\right) - \log \Gamma(\nu+k+1) \quad (6.203)$$

Et donc :

$$\frac{1}{F(v)} \frac{\partial F(v)}{\partial v} = \log\left(\frac{x}{2}\right) - \psi(v+k+1) \quad (6.204)$$

Ce qui donne :

$$\frac{\partial F(v)}{\partial v} = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{v+2k}}{\Gamma(v+n+k)!} \left[\log\left(\frac{x}{2}\right) - \psi(v+k+1) \right] \quad (6.205)$$

La dérivée s'écrit :

$$\frac{\partial J_v(x)}{\partial v} = J_v(x) \log\left(\frac{x}{2}\right) - \sum_{k \geq 0} (-1)^k \frac{\psi(v+k+1)}{k! \Gamma(v+n+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2k} \quad (6.206)$$

D'où :

$$\left. \frac{\partial J_v(x)}{\partial v} \right|_{v=n} = J_v(x) \log \frac{x}{2} - \sum_{k \geq 0} \frac{(-1)^k \psi(n+k+1)}{k! (n+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2k} \quad (6.207)$$

Lorsque $v=-n$, le rapport :

$$\frac{\psi(-n+k+1)}{\Gamma(-n+k+1)} \quad (6.208)$$

Pour $k=0,1,\dots, n-1$, prend la forme indéterminée ∞/∞ . pour contourner l'indétermination, on utilise le fait que :

$$\lim_{v \rightarrow -m} \frac{\psi(x)}{\Gamma(x)} = (-1)^{m+1} m! \quad \text{pour } m = 0,1,\dots \quad (6.209)$$

Et donc :

$$\lim_{v \rightarrow -m} \frac{\psi(-n+k+1)}{\Gamma(-n+k+1)} = (-1)^{n-k} (n-k-1)! \quad \text{pour } k = 0,1,\dots, n-1 \quad (6.210)$$

Il vient alors :

$$\left. \frac{\partial J_\nu(x)}{\partial \nu} \right|_{\nu=-n} = J_\nu(x) \log \frac{x}{2} - (-1)^n \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\psi(n-k-1)!}{k!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k-n} - \sum_{k \geq n} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{\psi(-n+k+1)!}{\Gamma(-n+k+1)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k-n} \quad (6.211)$$

Quand on change d'indice de sommation dans cette dernière somme, en posant $k-n=k'$, on obtient :

$$\left. \frac{\partial J_\nu(x)}{\partial \nu} \right|_{\nu=-n} = (-1)^n J_\nu(x) \log \frac{x}{2} - (-1)^n \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\psi(n-k-1)!}{k!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k-n} - \sum_{k \geq 0} \frac{(-1)^{k+n}}{k!} \frac{\psi(k+1)!}{\Gamma(n+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n} \quad (6.212)$$

L'expression (6.199) devient :

$$N_\nu(x) = (-1)^n J_\nu(x) \log \frac{x}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\psi(n-k-1)!}{k!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k-n} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\psi(n+k+1) + \psi(k+1)}{k!(n+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n} \quad (6.213)$$

Où, en remplaçant $\psi(n+k+1)$ et $\psi(k+1)$ par leurs expressions en fonction de la constante d'Euler :

$$N_\nu(x) = \frac{2}{\pi} J_\nu(x) \left[\log \frac{x}{2} + \gamma \right] - \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\psi(n-k-1)!}{k!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k-n} - \frac{1}{\pi} \sum_{k \geq 0} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n}}{(n+k)!} \left\{ \sum_{m=1}^{n+k} \frac{1}{m} + \sum_{m=1}^k \frac{1}{m} \right\} \quad (6.214)$$

Pour $n=0$ et $n=1$ on a :

$$N_0(x) = \frac{2}{\pi} J_0(x) \left[\log \frac{x}{2} + \gamma \right] - \frac{2}{\pi} \sum_{k \geq 0} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{(k!)^2} \left[\frac{1}{k} + \frac{1}{k-1} + \dots + 1 \right] \quad (6.215)$$

$$N_1(x) = \frac{2}{\pi} J_1(x) \left[\log \frac{x}{2} + \gamma \right] - \frac{2}{\pi x} - \frac{x}{2\pi} \sum_{k \geq 0} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{(k!)(k+1)!} \left[\frac{1}{k+1} + \frac{1}{k} + \dots + 1 + \frac{1}{k} + \frac{1}{k-1} + \dots + 1 \right] \quad (6.216)$$

On voit que $N_n(x)$ présente un point singulier à l'origine. Pour $N_0(x)$ ce point est dû à la présence du terme $J_0(x) \log(x/2)$ car, lorsque $x \rightarrow 0$, $J_0(x) \rightarrow 0$ and $N_0(x) \log(x/2)$ tend vers l'infinie. Lorsque $n \geq 1$, $J_n(x) \log(x/2)$ tend vers zéro avec x , cependant $N_n(x)$ devient infini à cause de la présence du terme $(x/2)^n$ dans de deuxième terme du second membre de l'équation (6.214) $N_n(x)$ est donc irrégulière à l'origine.

En conclusion la solution générale de l'équation de Bessel s'écrit :

$$f(x) = AJ_v(x) + BY_v(x) \quad (6.217)$$

En retournant à la première variable. Donc, la solution de l'équation différentielle spatiale ce problèmes'écrit :

$$f(r) = AJ_v(\gamma r) + BY_v(\gamma r) \quad (6.218)$$

En remplaçant les équations (6.218) et (6.165) dans l'équation (6.156).Donc, La solution de l'équation s'écrit :

$$v_\theta(r, t) = (AJ_1(r) + BY_1(r))C \exp(-kt) \quad (6.219)$$

Où A et B sont des constantes déterminées à l'aide de conditions aux limites. Pour résoudre ce problème, il est déterminé que les conditions initiales et les conditions aux frontières sont compatibles avec l'hypothèse des variables séparables. Les conditions aux limites pour le problème sont écrites:

$$v_\theta(r = R, t = 0) = (AJ_1(\gamma R) + BY_1(\gamma R))C \exp(-k0) \quad (6.220)$$

$$v_\theta(r = R_1, t) = (AJ_1(\gamma R_1) + BY_1(\gamma R_1))C \exp(-kt) = 0 \quad (6.221)$$

Donc :

$$C \exp(-kt) \neq 0 \Rightarrow v_\theta(r = R_1, t) = (AJ_1(\gamma R_1) + BY_1(\gamma R_1))C = 0 \quad (6.222)$$

$$v_\theta(r = R, t = 0) = (AJ_1(\gamma R) + BY_1(\gamma R))C = v_0 \quad (6.223)$$

Par conséquent :

$$(AJ_1(\gamma R) + BY_1(\gamma R)) = v_0 \quad (6.224)$$

$$(AJ_1(\gamma R_1) + BY_1(\gamma R_1)) = 0 \quad (6.225)$$

En tenant compte les équations (6.224) et (6.225), les constantes A et B sont :

$$A = \frac{v_0 Y_1(\gamma R_1)}{J_1(\gamma R) Y_1(\gamma R_1) - J_1(\gamma R_1) Y_1(\gamma R)} \quad (6.226)$$

Et

$$B = -\frac{v_0 J_1(\gamma R_1)}{J_1(\gamma R) Y_1(\gamma R_1) - J_1(\gamma R_1) Y_1(\gamma R)} \quad (6.227)$$

En remplaçant ces constantes A et B dans l'équation (6.219). Donc, le champ de vitesse transitoire est :

$$v_{\theta}(r,t) = \left(\frac{v_0 Y_1(\gamma R_1)}{J_1(\gamma R) Y_1(\gamma R_1) - J_1(\gamma R_1) Y_1(\gamma R)} J_1(r) - \frac{v_0 J_1(\gamma R_1)}{J_1(\gamma R) Y_1(\gamma R_1) - J_1(\gamma R_1) Y_1(\gamma R)} Y_1(r) \right) C \exp(-kt) \tag{6.228}$$

D'après la simplification le champ de vitesse transitoires'écrit :

$$v_{\theta}(r,t) = v_0 \left(\frac{Y_1(\gamma R_1) J_1(\gamma r) - J_1(\gamma R_1) Y_1(\gamma r)}{J_1(\gamma R) Y_1(\gamma R_1) - J_1(\gamma R_1) Y_1(\gamma R)} \right) \exp(-kt) \tag{6.229}$$

6.11 Problème de mécanique des solides :

Ce viscosimètre est formé dedeux cylindres coaxiaux comme la figure (6.16) où le rayon du cylindre intérieur est noté a, et le rayonu du cylindre extérieur est noté b. Ils n'ont pas de liaison mécanique entre eux, et le cylindre intérieur est libre autour de son axe. L'expérience consiste à mettre le cylindre extérieur en rotation, à une vitesse constante ω . Alors, on observe que le cylindre intérieur, initialement fixe, se met à tourner dans le même sens.

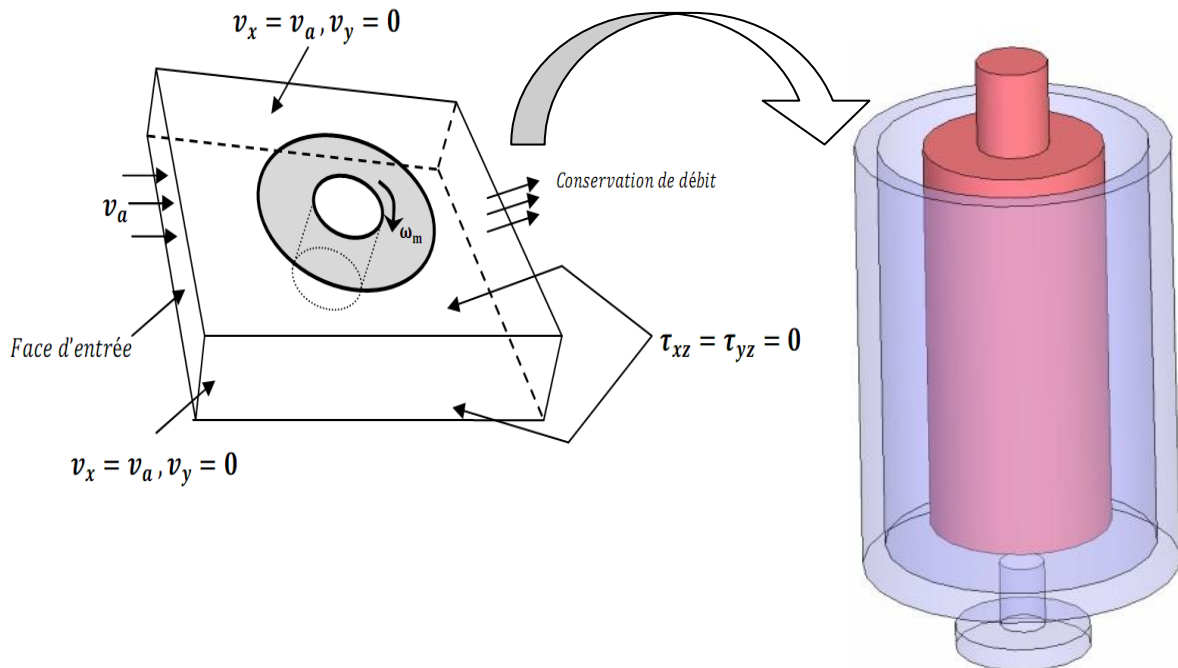


Figure 6.16 : Problème de mécanique des solides viscosimètre [Heuzé et al.52]

6.11.1 Régime élasto-plastique :

Il est intéressant de commencer par le cas d'un matériau rigide parfaitement plastique de Von Mises, et ceci pour au moins deux raisons. D'une part, l'absence d'élasticité permet de se concentrer sur la partie plastique du comportement, et simplifie les équations. D'autre part, l'hypothèse de la plasticité parfaite permet d'étudier les états-limites du système.

Lorsqu'on poursuit le chargement au-delà de (α_0, M_0) , il est naturel d'imaginer que la zone plastique qui se forme initialement au bord du cylindre va progresser vers l'intérieur de l'arbre en respectant la symétrie de révolution du problème, sous forme d'une couronne circulaire. Nous allons vérifier qu'une solution complète du problème peut être construite à partir de cette intuition. Considérons en effet que la zone plastique occupe la couronne $a \leq r \leq R$ où a est le rayon du cœur élastique, pour l'instant inconnu.

L'objet de l'analyse limite est la détermination des chargements limites sur un trajet de chargement donné. Ces derniers résultent en fait uniquement de la nécessaire compatibilité entre l'équilibre du système et la condition de parfaite plasticité de son matériau constitutif. Il est possible de définir entièrement le domaine K des chargements potentiellement supportables par une structure, par un raisonnement de compatibilité équilibre-critère. On montre alors que, sous réserve du principe de Hill (loi de normalité), les chargements potentiellement supportables sont effectivement supportables. Les points limites de K sont alors appelés des chargements limites, et correspondent à des états d'écoulement libre. Les chargements situés à l'extérieur de K ne peuvent être atteints, ils ne satisfont plus la limite assignée aux efforts intérieurs dans le système pour lesquels l'équilibre du système est compatible avec la résistance du matériau, condition nécessaire de stabilité de la structure.

On considère ici le viscosimètre de Couette, et on se propose d'étudier l'état limite du système pour le chargement suivant :

- Le cylindre intérieur ($r = a$) est bloqué, le mouvement du cylindre extérieur ($r = b$) est piloté
- On considère un chargement monotone croissant, partant d'un état initial naturel.

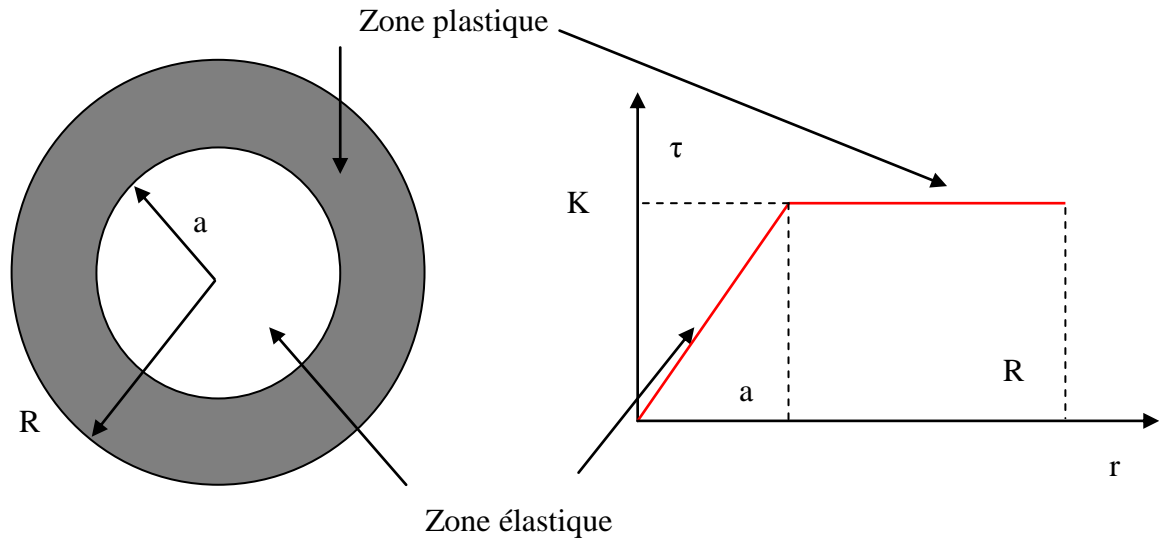


Figure 6.17 : Torsion d'un viscosimètre élasto-plastique [Suquet.198].

Le problème est ici traité dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations. Sous le chargement considéré et les hypothèses formulées.

On cherche un champ de contrainte σ sous forme d'un cisaillement simple dans le plan (e_θ , e_r) :

$$\sigma = \tau(r)(e_r \otimes e_\theta + e_\theta \otimes e_r) \quad (6.230)$$

Ce champ de contrainte vérifie les équations d'équilibre :

$$\text{div} \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad (6.231)$$

Qui se réduisent ici à :

$$\frac{d\tau(r)}{dr} + \frac{2}{r}\tau(r) = 0 \quad (6.232)$$

Le critère de Von -Misès :

$$\sqrt{3}|\tau(r)| = \sigma_0 \quad (6.233)$$

Où σ_0 dénote la limite d'élasticité en traction du matériau.

L'équation (6.232) prend la forme de l'équation différentielle ordinaire.

On peut s'écrire l'équation (6.232) comme la forme suivante :

$$\frac{d\tau(r)}{dr} = -\frac{2}{r}\tau(r) \quad (6.234)$$

En intégrant cette équation, on trouve :

$$\ln \tau(r) = C \ln r^2 \quad (6.235)$$

La résolution l'équation de l'équilibre donne :

$$\tau(r) = \frac{C}{r^2} \quad (6.236)$$

Où C est une constante.

En utilisant la condition du critère de von Mises :

$$\tau(r_0) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} = \frac{C}{r_0^2} \quad \text{i.e.} \quad C = r_0^2 \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (6.237)$$

Cette dernière expression montre que $|\tau|$ est strictement décroissante.

Donc si le critère est atteint en un point r_0 tel que $r_0 > a$, il est nécessairement violé en $r < r_0$ car $|\tau(r)| > |\tau(r_0)| = \sigma_0/\sqrt{3}$. On conclut alors que le critère ne peut être atteint qu'en $r = a$. Donc une fois ce point plastifié, on ne peut plastifier davantage, la charge limite est atteinte.

Cet état limite peut en fait expliquer comme une localisation de la déformation, il se crée une bande de glissement en $r = a$, dans laquelle toute la déformation se localise, il y a alors écoulement libre.

En conclusion :

Pour $0 \leq r \leq a$

$$\tau(r) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{r_0^2}{r^2} \quad (6.238)$$

Et pour $a \leq r \leq R$

$$\tau(r) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (6.239)$$

6.11.2 Régime élastoplastique écrouissable :

Aussi, on se propose d'étudier cette même structure avec un matériau élastoplastique avec un écrouissage positif et non saturant. Le profil de contrainte est donc complètement déterminé dans la zone plastique par la condition de plasticité, mais reste à déterminer en zone élastique.

Les contraintes pouvant à présent croître, la plasticité apparaissant à l'intérieur du viscosimètre va pouvoir s'étendre radialement jusqu'à ce que la structure soit totalement plastifiée. Au cours du chargement, il est alors possible de distinguer trois phases par lesquelles passe le système :

- La phase élastique : la structure se déforme élastiquement.
- La phase élastoplastique : une couronne plastique apparaissant à l'intérieur du viscosimètre, cohabite avec une couronne élastique qui l'entoure.
- La phase plastique : toute la structure est plastifiée.

On conserve les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur :

$$u_\theta(r = a) = 0 \tag{6.240}$$

$$u_\theta(r = b) = u_\theta(b) \tag{6.241}$$

Compte tenu de la forme (6.230) du tenseur des contraintes σ retenu, le vecteur contrainte $\sigma \cdot e_r$ est nul surtout les cercles de centre O, en particulier en $r = a$. La continuité du vecteur contrainte entraîne donc que la force exercée par la zone plastique sur la zone élastique est nulle. Si on considère une facette de normale e_r en un point de la structure (Figure (6.18)), l'action mécanique générée en ce point s'écrit :

$$F(e_r) = \sigma \cdot e_r = \tau e_\theta(r = a) \quad \text{Avec } \tau > 0 \tag{6.242}$$

Cet état de contrainte $\tau > 0$ est compatible avec $\Omega_1 = 0$ et $\Omega_2 > 0$.

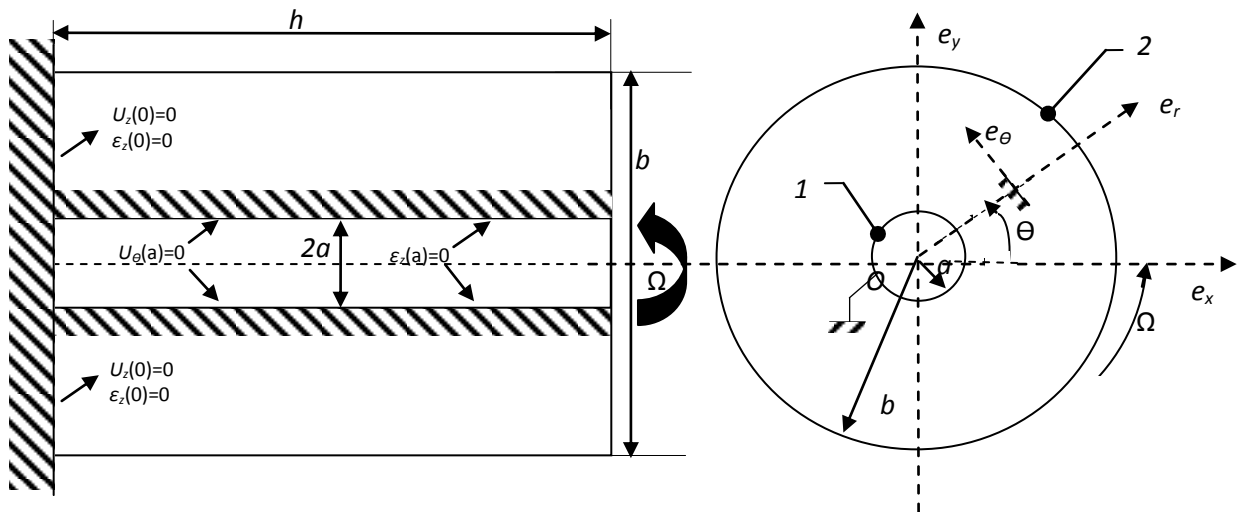


Figure 6.18: Vecteur contrainte en un point de facette de normale e_r [Suquet.198].

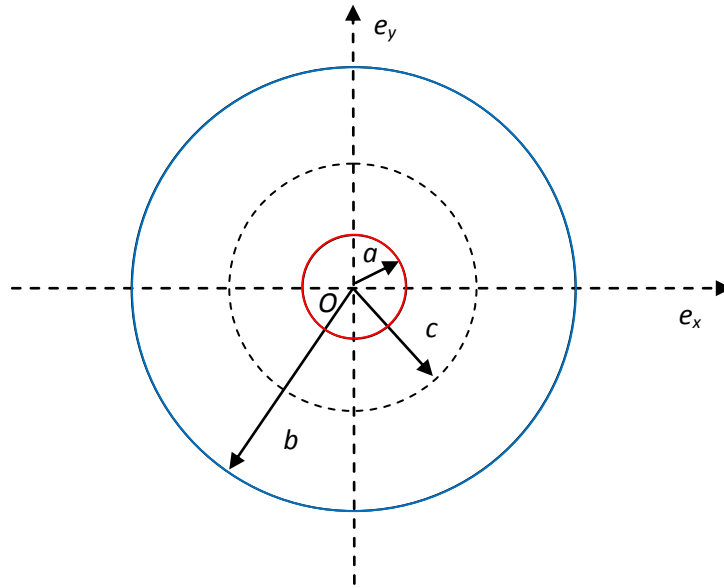


Figure 6.19: Rayon de la couronne plastique c - élastoplastique écrouissable [Heuzé et al. 52].
 D'une façon générale, le rayon C de la couronne plastique (Figure 6.18) intervenant lors de la phase élastoplastique du système, peut aussi être défini formellement quelle que soit la phase dans laquelle se trouve la structure. On introduit alors ce rayon C tel que :

$$\tau(r) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} = k \quad (6.243)$$

Où k dénote la limite d'élasticité en cisaillement donnée par le critère de Mises. On observe alors que lorsque :

- * $c < a$, le système est dans la phase élastique
- * $a < c < b$, le système est élastoplastique
- * $c > b$, le système est complètement plastique.

Dans tous les cas, le champ de contrainte est défini sur la structure par :

$$\tau(r) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{c^2}{r^2} \quad (6.244)$$

Lorsque le champ de contrainte est déterminé, il ne reste qu'à déterminer le champ de déplacement. Afin de lever l'indétermination sur ce champ de déplacement, on utilise la relation de la combinaison entre le comportement et de l'équilibre permet d'exprimer le glissement en fonction d'un paramètre de chargement pertinent, qui peut s'écrire :

$$\gamma = f^{-1} \left(\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{c^2}{r^2} \right) = f^{-1} \left(k \frac{c^2}{r^2} \right) \quad (6.245)$$

Où g est une fonction peut être définie à partir de la fonction réciproque de f , c'est-à-dire la relation de comportement exprimée en contrainte.

$$\gamma = g\left(\frac{c}{r}\right) \quad (6.246)$$

Alors l'équation de compatibilité suivante permet d'avoir le champ de déplacement:

$$\frac{du_\theta}{dr}(r) - \frac{u_\theta(r)}{r} = r \frac{d}{dr}\left(\frac{u_\theta}{r}\right) = g\left(\frac{c}{r}\right) \quad (6.247)$$

Donc, Le champ de déplacement est déterminé en intégrant cette dernière relation de a à r :

$$u_\theta(r) = r \int_a^r \frac{1}{r'} g\left(\frac{c}{r'}\right) dr' \quad (6.248)$$

Parce que le calcul de cette intégrale effectuée sur tout le domaine donc le paramètre pilotant étant donné par l'intégrale suivant :

$$u_\theta(b) = b \int_a^r \frac{1}{r'} g\left(\frac{c}{r'}\right) dr' \quad (6.249)$$

La figure(6.19) représente la courbe bi-linéaire donnant l'évolution la loi de comportement élastoplastique du quelle la contrainte tangentielle est une fonction bilinéaire du glissement. Elle se compose d'une partie élastique (segment de droite de pente égale au module de Yong), suivie d'une demi-droite de pente inférieure, égale au module d'écrouissage.

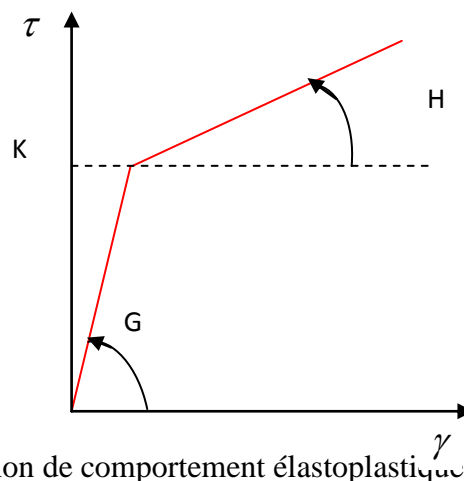


Figure 6.20 : Evolution de comportement élastoplastique γ [Heuzé et al.52] .

6.11.3 Phase de comportement élastique :

Dans ce cas purement élastique le champ de déplacement étant déterminé en utilisant l'équation de compatibilité :

$$\frac{du_{\theta}}{dr}(r) - \frac{u_{\theta}(r)}{r} = r \frac{d}{dr} \left(\frac{u_{\theta}}{r} \right) = g \left(\frac{c}{r} \right) \quad (6.250)$$

Et dans ce cas la contrainte tangentielle est donnée par :

$$\gamma = g \left(\frac{c}{r} \right) = \frac{\tau(r)}{G} \quad (6.251)$$

D'où l'équation d'équilibre :

$$\tau(r) = \tau(a) \frac{a^2}{r^2} \quad (6.252)$$

En remplaçant l'équation(6.252) dans l'équation(6.250), on peut trouver :

$$r \frac{d}{dr} \left(\frac{u_{\theta}}{r} \right) = \tau(a) \frac{a^2}{r^2} \quad (6.253)$$

Donc, le champ de déplacement aisément étant déterminé en intégrant cette équation de a à r :

$$u_{\theta}(r) = r \int_a^r \frac{\tau(a)}{G} \frac{a^2}{r'^3} dr' = r \frac{\tau(a)}{2G} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (6.254)$$

Et le paramètre pilotant $u_{\theta}(b)$:

$$u_{\theta}(b) = b \frac{\tau(a)}{2G} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \quad (6.255)$$

En déduisant que le champ de contrainte s'exprime en fonction du paramètre pilotant :

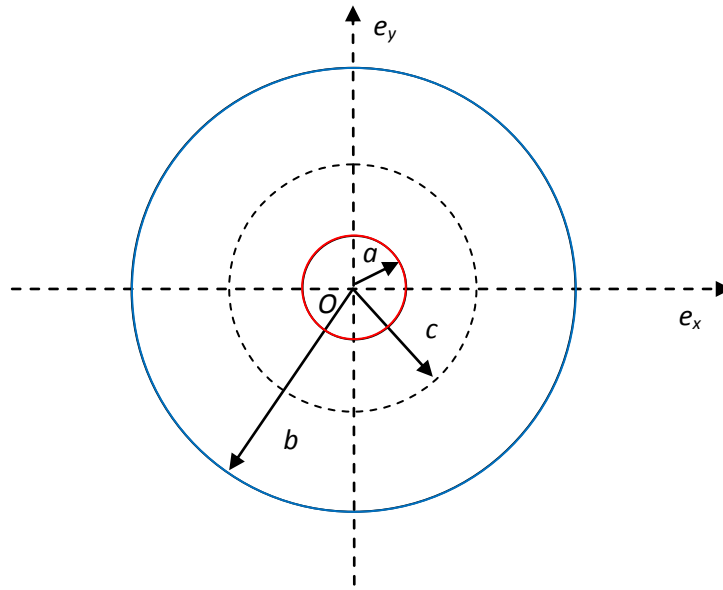
$$\tau(a) = 2 \frac{bG}{b^2 - a^2} u_{\theta}(b) \quad (6.256)$$

En combinant les deux dernières équations, le champ de déplacement élastique est donné par la forme suivante :

$$u_{\theta}(r) = \frac{rb}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) u_{\theta}(b) \quad (6.257)$$

Aussi, le champ de contrainte s'explique en fonction du paramètre pilotant :

$$\tau(r) = \frac{2}{r^2} \frac{a^2 b G}{b^2 - a^2} u_{\theta}(b) \quad (6.258)$$

Figure 6.21 : Rayon de la couronne plastique c - comportement élastique [Heuzé et al.52]

Le couple généré $C_z(b)$, par unité de profondeur, s'écrit :

$$C_z(b) = M(O).z = \left(\int_{r=b} b e_r \wedge (\sigma e_r) dS \right).z = 2\pi b^2 z \tau(b) \quad (6.259)$$

Et par unité de profondeur, s'écrit :

$$C_z(b) = M(O).z = \left(\int_{r=b} b e_r \wedge (\sigma e_r) dS \right).z = 2\pi b^2 \tau(b) \quad (6.260)$$

Ce couple est proportionnel au champ de contrainte.

Et le couple induit par cette contrainte en combinant les relations (6.260) et (6.258):

$$C_{z(e)}(b) = 4 \frac{\pi b a^2 b G}{b^2 - a^2} u_\theta(b) \quad (6.261)$$

Le couple dans cette phase $C_{z(e)}$ est une fonction implicite du paramètre de chargement $u_\theta(b)$, aussi ce couple peut être expliqué par :

$$C_{z(e)}(b) = 2 \frac{\pi b a^2 b^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \tau(a) \quad (6.262)$$

La puissance des efforts extérieurs exercée s'écrit :

$$P_{ex(e)} = C_{z(e)}(b) \dot{p} \quad (6.263)$$

Où \dot{p} la vitesse des paramètres cinématiques qui est donnée par la relation suivante :

$$\dot{p} = \frac{u_\theta(b)}{b} \quad (6.264)$$

Cette expression permet de définir des paramètres duaux généralisés effort-vitesse.

En combinant les deux équations, la puissance des efforts extérieurs exercée élastique est donnée par la forme suivante :

$$p_{ex(e)} = 2 \frac{\pi b a^2 b}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \tau(a) u_\theta(b) \quad (6.265)$$

6.11.4 Phase de comportement élastoplastique :

Pendant la phase de comportement élastoplastique, une couronne intérieure du viscosimètre est plastifiée. Cette couronne plastique située entre les rayons $r=a$ et $r=p$ où le rayon p évolue avec le chargement, le matériau demeurant élastique au-delà $r>p$. L'augmentation du chargement entraîne cette couronne étendant radialement sur la couronne élastique qui l'entoure.

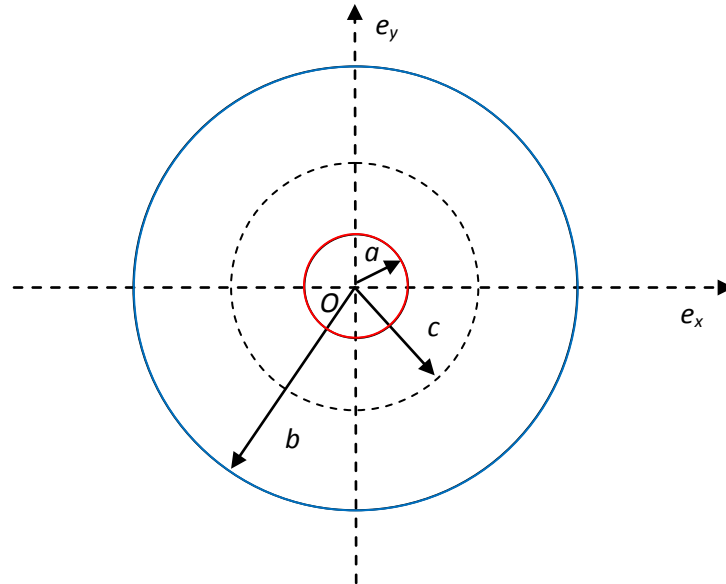


Figure 6.22 : Rayon de la couronne plastique c - comportement élastoplastique [Heuzé et al.52]

Dans cette phase le critère plastique cumulée s'écrit :

$$\gamma = k + h \frac{\varepsilon_{eq}}{\sqrt{3}} \quad (6.266)$$

Aussi, et la déformation plastique cumulée s'écrit :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\gamma^p}{\sqrt{3}} \quad (6.267)$$

Avec la loi d'élasticité :

$$\tau = G(\gamma - \gamma^p) \quad (6.268)$$

Où k est la limite d'élasticité en cisaillement du matériau.

Alors, La contrainte tangentielle est déterminée combinant de ces équations (6.266), (6.267) et (6.268) :

$$\gamma = \frac{h + 3G}{hG} \tau - \frac{3k}{h} \quad (6.269)$$

Donc, le champ de déplacement élastique dans la zone plastique est déterminé en intégrant l'équation (6.248). Il vient :

$$u_\theta(r) = rk \left(\left(\frac{h + 3G}{2hG} \frac{c^2 (r^2 - a^2)}{a^2 r^2} \right) - \frac{3}{h} \ln \left(\frac{r}{a} \right) \right) \quad (6.270)$$

La déformation plastique cumulée correspondante est donnée par la formule suivante :

$$\varepsilon_{eq}(r) = \sqrt{3} \frac{G}{h} k \frac{c^2}{r^2} - \sqrt{3} \frac{G}{(3G+h)} \frac{3k}{h} - \sqrt{3} \frac{k}{(3G+h)} \quad (6.271)$$

Donc, Le champ de contrainte correspondant peut s'écrire :

$$\tau(r) = k \frac{c^2}{r^2} \quad (6.272)$$

Le calcul du champ de déplacement dans la zone élastique intervenue dans la seconde couronne pouvant être déterminé en séparant les intervalles d'intégration de l'équation, pour tenir compte des zones élastique et plastique dans la structure. Cette décomposition donne :

$$u_\theta(r) = r \left(\int_a^c \frac{1}{r'} g^p \left(\frac{c}{r'} \right) dr' + \int_c^r \frac{1}{r'} g^e \left(\frac{c}{r'} \right) dr' \right) \quad (6.273)$$

Où

$$g^e \left(\frac{c}{r'} \right) = \tau(a) \frac{a^2}{Gr'^2} \text{ pour } c \leq r' \leq r \quad (6.274)$$

Cette expression correspond la zone élastique.

$$g^p \left(\frac{c}{r'} \right) = \frac{h + 3G}{hG} \tau(r') - \frac{3k}{h} \text{ pour } a \leq r' \leq c \quad (6.275)$$

Cette dernière expression correspond la zone plastique.

En tenant compte ces expressions le champ de déplacement donne par :

$$u_{\theta}(r) = rk \left(\left(\frac{h + 3G}{2hG} \frac{(c^2 - a^2)}{a^2} \right) - \frac{3}{h} \ln \left(\frac{c}{a} \right) + \frac{1}{2G} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \right) \quad (6.276)$$

En tenant compte les considérations permet de relier explicitement le paramètre de chargement $u_{\theta}(b)$ au rayon de la couronne plastique c :

$$u_{\theta}(b) = bk \left(\left(\frac{h + 3G}{2hG} \frac{(c^2 - a^2)}{a^2} \right) - \frac{3}{h} \ln \left(\frac{c}{a} \right) + \frac{1}{2G} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \right) \quad (6.277)$$

Et le couple induit par cette contrainte en combinant les relations (6.260) et (6.272):

$$C_{ep(z)}(b) = 2\pi b^2 \tau(b) = 2\pi b^2 k \left(\frac{c}{b} \right)^2 \quad \text{i.e.} \quad C_{ep(z)}(b) = 2\pi c^2 k \quad (6.278)$$

De la même manière, La puissance des efforts extérieurs exercée est donnée par :

$$P_{ex(ep)} = 2\pi c^2 k^2 \left(\left(\frac{h + 3G}{2hG} \frac{(c^2 - a^2)}{a^2} \right) - \frac{3}{h} \ln \left(\frac{c}{a} \right) + \frac{1}{2G} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \right) \quad (6.279)$$

6.11.5 Phase de comportement plastique :

On suppose que dans cette phase de comportement plastique, toute la structure est plastifiée, tandis que la couronne plastique de cette phase occupant à présent toute la structure et le rayon c maintenant supérieur à b . Le calcul du champ de déplacement peut être explicité en fonction g^p précédemment explicitée. Donc, Son expression a été identique à celle obtenue pour la zone plastique dans la phase de comportement élastoplastique :

$$u_{\theta}(r) = rk \left(\left(\frac{h + 3G}{2hG} \frac{c^2 (r^2 - a^2)}{a^2 r^2} \right) - \frac{3}{h} \ln \left(\frac{r}{a} \right) \right) \quad (6.280)$$

Et le paramètre de chargement $u_{\theta}(b)$:

$$u_{\theta}(b) = bk \left(\left(\frac{h + 3G}{2hG} \frac{c^2}{a^2} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \right) - \frac{3}{h} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right) \quad (6.281)$$

La détermination de la déformation plastique cumulée dans cette phase s'effectue par la relation (6.280). Alors, il ne reste qu'à calculer le glissement.

En cherchant le glissement sous :

$$\frac{u_{\theta}(r)}{r} = \left(k \frac{h + 3G}{2hG} \frac{c^2}{a^2} - k \frac{h + 3G}{2hG} \frac{c^2}{r^2} - k \frac{3}{h} \ln \left(\frac{r}{a} \right) \right) \quad (6.282)$$

Et

$$\frac{du_{\theta}}{dr}(r) = \left(k \frac{h+3G}{2hG} \frac{c^2}{a^2} + k \frac{h+3G}{2hG} \frac{c^2}{r^2} - k \frac{3}{h} \ln\left(\frac{r}{a}\right) - k \frac{3}{h} \right) \quad (6.283)$$

Donc, en tenant compte de ces dernières expressions le glissement peut s'écrire comme suite :

$$\gamma(r) = \frac{du_{\theta}}{dr}(r) - \frac{u_{\theta}(r)}{r} = \frac{2a^2b^2}{r^2(b^2-a^2)} \left(\frac{u_{\theta}(b)}{b} + \frac{3k}{h} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) - k \frac{3}{h} \quad (6.284)$$

En remplaçant cette dernière expression(6.284) dans l'expression(6.284), ladéformation plastique cumulée correspondante est donnée par la formule suivante :

$$\varepsilon_{eq}(r) = \frac{2a^2b^2G}{r^2(b^2-a^2)(3G+h)} \left(\frac{u_{\theta}(b)}{b} + \frac{3k}{h} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) \quad (6.285)$$

Le couple dans cette zone induit par cette contrainte en combinant les relations (6.285) et (6.281):

$$C_{p(z)}(b) = \frac{4\pi ka^2b^2 hG}{(b^2-a^2)(3G+h)} \left(\frac{1}{k} \frac{u_{\theta}(b)}{b} + \frac{3}{h} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) \quad (6.286)$$

La puissance des efforts extérieurs exercée est donnée par :

$$P_{ex(ep)} = \frac{4\pi ka^2b^2 hG}{(b^2-a^2)(3G+h)} \left(\frac{1}{k} \frac{u_{\theta}(b)}{b} + \frac{3}{h} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) \left(\left(\frac{h+3G}{2hG} \frac{c^2}{a^2} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \right) - \frac{3}{h} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) \quad (6.287)$$

6.11.6 Charge de la structure :

La figure suivante représente la courbe de charge de la structure, On peut montrer ici que son évolution est en fonction du paramètre de chargement.

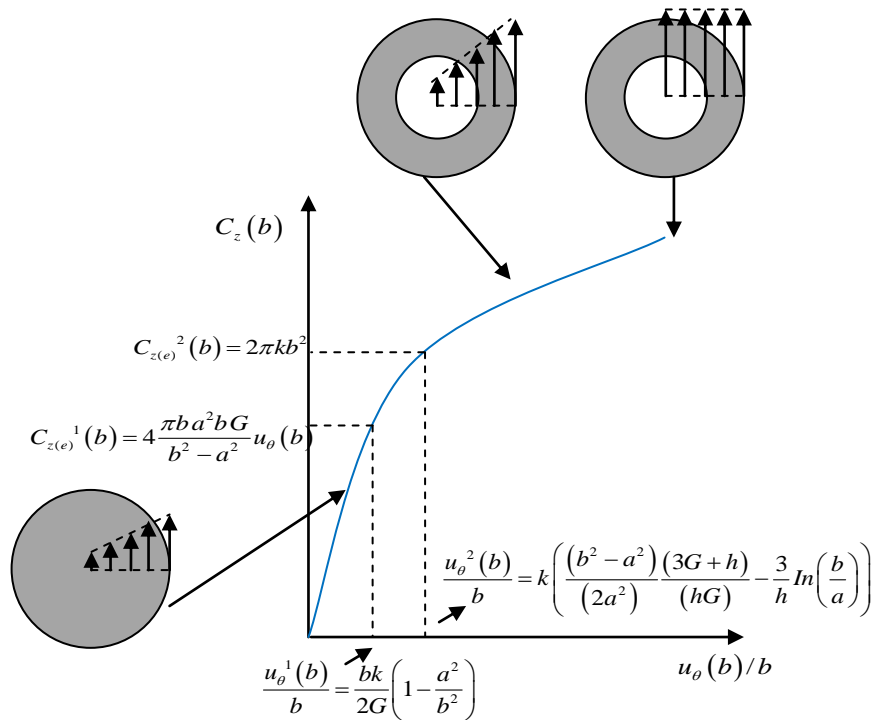


Figure 6.23 : Courbe de charge de la structure (l'écrouissage isotrope du matériau)[Suquet.198].

Le résultat de cette courbe est l'écrouissage isotrope du matériau constitutif intervenant dans la relation de comportement élasto-plastique. Il est montré que les déformations plastiques sont compatibles.

6.11.7 Décharge de la structure :

Il est intéressant d'effectuer une décharge à partir de l'état totalement plastifié du système car ceci permet d'avoir accès aux contraintes et distorsions résiduelles. Une décharge consiste à annuler le paramètre d'effort identifié ($Q = 0$). La figure suivante représente la courbe de décharge de la structure.

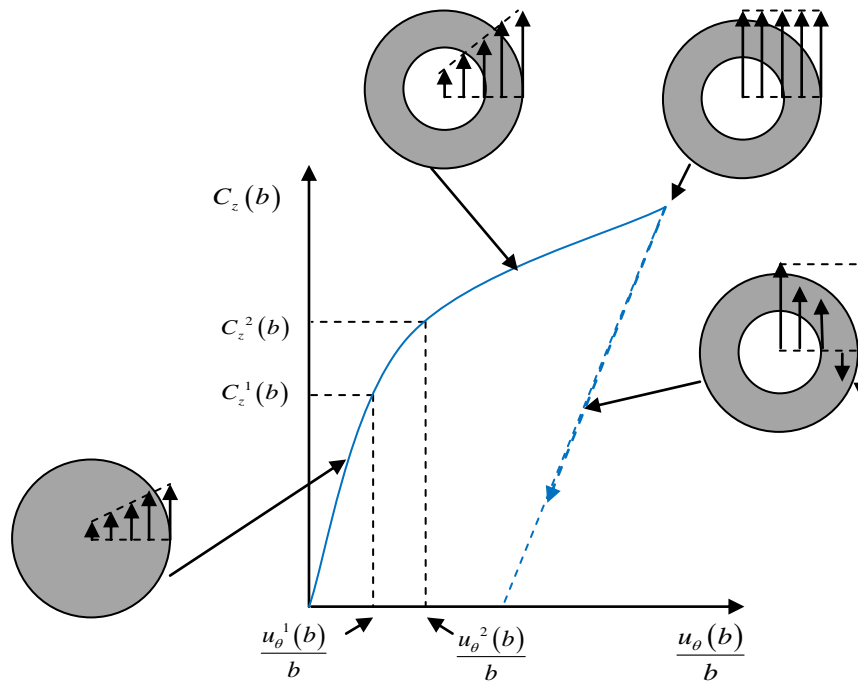


Figure 6.24 : Courbe de décharge de la structure[Suquet.198].

La décharge revient dans notre cas à annuler le couple généré sur le cylindre extérieur, c'est-à-dire la valeur de la contrainte en $r = b$. Il se trouve qu'on a précédemment montré qu'un champ de contrainte statiquement admissible varie toujours en $1/r^2$ sur la structure du viscosimètre de Couette. Par conséquent, la décharge impliquant que $\tau(b)$ soit nul, l'équilibre de la structure implique que la contrainte résiduelle à décharge soit nulle sur toute la structure. Pour justifier l'hypothèse d'une décharge purement élastique en tout point de la structure du viscosimètre de Couette, il suffit de vérifier que le champ de contrainte qui en résulte :

$$\underline{\sigma}_{res} = \underline{\sigma} - \underline{\sigma}_{el} \tag{6.288}$$

Ce champ de contrainte est statiquement et plastiquement admissible :

La décharge en variable généralisée (couple variant de C à 0) se traduit donc, dans le cas présent, par une décharge élastique en tout point du viscosimètre de Couette. Les champs de déplacement, de contrainte et de déformation plastique après décharge sont donc :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{res} = \tau^{res}(r)(e_r \otimes e_\theta + e_\theta \otimes e_r) \quad , \quad \tau^{res}(r) = \begin{cases} \tau(r) - \tau^{el}(r) \\ \tau(r) - \tau^{el}(r) \end{cases} \tag{6.289}$$

Et

$$u^{res}(r) = u(r) - u^{el}(r) \quad (6.290)$$

Il était probable qu'il resterait après décharge un champ résiduel de déformations plastiques. En revanche, la présence d'un champ de contrainte résiduelle est un élément nouveau. Ces contraintes résiduelles, qui restent après décharge, doivent être prises en compte comme un état de contrainte initial dans le calcul de la suite de la vie de la structure.

La valeur du déplacement d'un point du cylindre extérieur se calcule en superposant une décharge élastique à l'état chargé, ce déplacement devant être tel que le champ de contrainte résiduel soit nul.

$$\tau^{res}(r) = \tau(r) - \tau^{el}(r) = 0 \quad (6.291)$$

Alors, La contrainte tangentielle est déterminée combinant de ces équations (6.281), (6.290) et (6.291) :

$$\tau^{res}(r) = \frac{2a^2b^2}{r^2(b^2 - a^2)} \left(\frac{hG}{(3G + h)} \left(\frac{u_\theta(b)}{b} + \frac{3}{h} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) - G \frac{u_\theta^{el}(b)}{b} \right) = 0 \quad (6.292)$$

Où $u_\theta^{el}(b)$: étant le déplacement d'un point du cylindre extérieur lors de la décharge, c'est-à-dire à partir de l'état chargé. Cette concordance devant être examinée, il vient cette valeur de déplacement à la décharge résultant à un champ de contrainte résiduel nul.

En déduisant que le déplacement lors de la décharge est donné par la formule suivante :

$$u_\theta^{el}(b) = \frac{hG}{(3G + h)} \left(\frac{u_\theta(b)}{b} + \frac{3}{h} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) \quad (6.293)$$

Le champ de déplacement résiduel est donné en soustrayant le champ de déplacement lors de la décharge au champ de déplacement totalement plastique :

$$u^{res}(r) = r \left(\left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \frac{b^2}{(b^2 - a^2)} \frac{hG}{(3G + h)} \left(\frac{u_\theta(b)}{b} + \frac{3}{h} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) - \frac{3k}{h} \ln\left(\frac{r}{a}\right) \right) = 0 \quad (6.294)$$

6.11.8 Extension au cas des grandes transformations 'le cas rigide plastique :

Dans les cas précédant le problème du viscosimètre formé d'un matériau solide élastoplastique dont présent dans le cadre des petites perturbations c'est-à-dire le cas particulier. Ce problème peut extensif au cadre des grandes transformations, en considérant un comportement rigide plastique, en tenant compte l'hypothèse du cas particulier avec quelques modifications.

Le comportement élastoplastique en grandes transformations fait intervenir plusieurs composantes de contraintes non nulles du fait de la dérivée objective intervenant dans la loi d'hypoélasticité, conduit à la complication dans la résolution du problème. En considérant un comportement rigide plastique dont est un moyen de simplifier cette résolution, cas plutôt réaliste à mesure que les déformations plastiques deviennent grandes.

En tenant compte de ces hypothèses, on peut montrer que seule la composante des contraintes n'est pas nulle.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{r\theta} & 0 \\ \sigma_{\theta r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.295)$$

L'écriture de l'équation d'équilibre est donnée par :

$$\frac{1}{r} \frac{d\tau}{d\theta} - \frac{dp}{dr} = 0 \quad (6.296)$$

Où p : la pression hydrostatique est constante et indéterminée

L'écriture de l'équation d'équilibre tangentielle reste inchangée par rapport à la section précédente le matériau élastoplastique. Donc, la contrainte tangentielle correspondant s'écrit :

$$\tau = k \frac{c^2}{r^2} \quad (6.297)$$

Où c , rayon de la couronne plastique, est ici toujours supérieur au rayon du cylindre extérieur b , puisqu'on se place dans le régime plastique.

Dans le cadre eulérien, le développement s'effectue sur les vitesses ; la relation de compatibilité s'écrit :

$$2D_{r\theta} = \dot{\gamma} = \frac{dv_{\theta}}{dr} - \frac{v_{\theta}}{r} = \frac{dl}{dr} - \frac{\dot{l}}{r} \quad (6.298)$$

Où l la longueur d'arc curviligne décrit par une particule pendant la transformation qui représente sur la figure. Par intégration, et considérant que le rayon courant est indépendant du temps, il vient la déformation :

$$\gamma = \frac{dl}{dr} - \frac{l}{r} \quad (6.299)$$

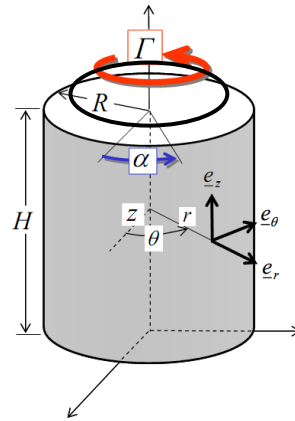


Figure 6.25 :Longueur d’arc curviligne.

Comme le cas des petites perturbations, il est possible de lier cette déformation à la contrainte par une relation désormais affine :

$$\gamma = \frac{dl}{dr} - \frac{l}{r} = g(\tau(r)) \tag{6.300}$$

où g : est une fonction construis à partir de la fonction réciproque de la relation de comportement, c’est-à-dire $\gamma = g(\tau)$. Cette dernière relation nous donne la longueur d’arc parcourue par un point situé à la distance r de l’origine par intégration :

$$l(r) = r \int_a^r \frac{g(r')}{r'} dr' \tag{6.301}$$

La relation de comportement rigide plastique considérée, illustrée sur la Figure (6.26), s’écrit comme une relation affine de la déformation. Reprenant (6.269) et faisant tendre le module de cisaillement G vers l’infini, il vient :

$$\tau = \frac{h}{3} \gamma + k \tag{6.302}$$

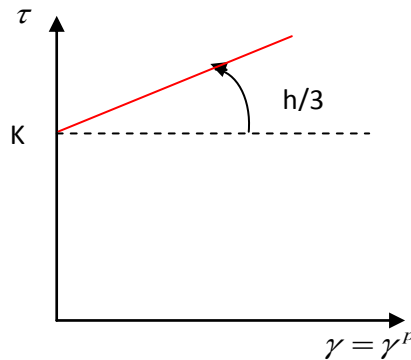


Figure 6.26 :Relation de comportement rigide plastique[Heuzé et al.52] .

En remplaçant la relation (6.301) dans la solution (6.302), l'intégration donne la longueur d'arc parcourue par un point matériel de coordonnée r :

$$l(r) = \frac{3rk}{h} \left(\frac{c^2}{a^2} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - \ln \left(\frac{r}{a} \right) \right) \quad (6.303)$$

Le rayon c peut être relié à la rotation θ_d d'ensemble imposée au cylindre extérieur du viscosimètre, par intégration sur le domaine complet :

$$l(b) = b\theta^d = b \int_a^r \frac{g(r')}{r'} dr' \quad (6.304)$$

Après le calcul :

$$c^2 = \left(\frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \right) \left[\frac{2h}{3k} \theta^d + 2 \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right] \quad (6.305)$$

En combinant la solution (6.302) et l'expression du rayon c , on peut exprimer la longueur d'arc parcourue en fonction de la rotation d'ensemble imposée au cylindre extérieur :

$$l(r) = \frac{3rk}{h} \left(\frac{b^2}{a^2} \left(\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \right) \left[\frac{h}{3k} \theta^d + \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right] - \ln \left(\frac{r}{a} \right) \right) \quad (6.306)$$

En tenant compte ces expressions le champ la contrainte donne par :

$$\tau(r) = k \frac{2}{r^2} \left(\frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \right) \left[\frac{h}{3k} \theta^d + \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right] \quad (6.307)$$

6.11.9 Matériau à écrouissage cinématique :

En considérant maintenant le cas d'un matériau à écrouissage cinématique linéaire, caractérisé par un module d'écrouissage H dépendant d'un seul scalaire H sous la forme [Suquet.198] :

$$\underline{\underline{X}} = \frac{2}{3} \underline{\underline{H}} \varepsilon^p \quad (6.308)$$

Où :

$$(\sigma - X)_{eq} \leq \sigma_0 \quad (6.309)$$

Pour construire une solution au problème en régime élasto-plastique nous considérons comme précédemment qu'il existe un cœur élastique de rayon a entouré d'une zone plastique en forme de couronne. La forme (6.309) conduit à des champs de contrainte statiquement admissibles avec les données du problème et constitue un bon point de départ pour construire

une solution au problème. Dans la zone élastique, on est ramené à résoudre le problème purement élastique (à nouveau la zone plastique n'exerce pas d'efforts sur la zone élastique en $r = a$). Les champs de vitesse et de contrainte sont donc totalement déterminés en zone élastique et donnent par l'équation (6.289). Le rayon a de la zone plastique s'obtient en écrivant que le critère de plasticité est atteint par la solution élastique à la frontière entre zone élastique et zone plastique. La déformation plastique est nulle en ces points et il s'agit donc de la même condition que dans le cas parfaitement plastique qui donne le même résultat pour a qu'en (l'équation 6.243).

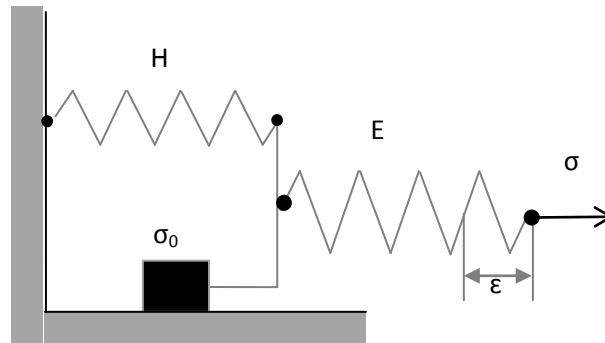


Figure 6.27 : Modèle rhéologique de l'écrouissage cinématique [Suquet.198].

En zone plastique l'application du critère de plasticité ne donne pas immédiatement la solution en contrainte, contrairement au cas parfaitement plastique, puisque le critère (l'équation (6.309)) suppose connue la déformation plastique. Mais en nous inspirant du cas parfaitement plastique nous allons construire une solution en faisant l'hypothèse que le champ de déplacement est donné par l'équation (6.280) et que le champ de déformation plastique est de la forme :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^p = \epsilon^p(r) (\underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_r + \underline{e}_r \otimes \underline{e}_\theta) \tag{6.310}$$

Par définition de la déformation plastique :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^p = \underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{el} \tag{6.311}$$

Les équations à satisfaire en zone plastique $a \leq r \leq R$ sont le critère de plasticité (les équations (6.308)- (6.309)) et la règle de normalité. Compte tenu de la forme de σ et de ϵ^p , le critère de plasticité (les équations (6.308)- (6.309)) s'écrit :

$$\left| \tau(r) - \frac{2}{3} H \epsilon^p \right| = k \frac{c^2}{r^2} \tag{6.311}$$

On en déduit la distribution du cisaillement en zone plastique :

$$\tau(r) = \frac{2}{3} \underline{H} \varepsilon^P + k \frac{c^2}{r^2} \quad (6.312)$$

Donc :

$$\tau(r) = \frac{2}{3} \underline{H} \left(\frac{2a^2 b^2 G}{r^2 (b^2 - a^2) (3G + h)} \left(\frac{u_\theta(b)}{b} + \frac{3k}{h} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right) \right) + k \frac{c^2}{r^2} \quad (6.313)$$

Il reste à montrer que l'on peut trouver un multiplicateur positif $\dot{\lambda}$ tel que la règle de normalité soit satisfaite. En notant que ε^P est un déviateur pur, cette règle s'écrit en général :

$$\dot{\varepsilon}^P = 3 \frac{\dot{\lambda}}{2\sigma_0} \left(\tau(r) - 2 \frac{H}{3} \varepsilon^P \right) \quad (6.314)$$

Où la vitesse de déformation plastique s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}^P = \frac{\sqrt{3} G \dot{\gamma}(r)}{(3G + h)} \quad (6.315)$$

Ou encore, compte tenu des équations (6.313) et (6.314) :

$$\frac{\sqrt{3} G \dot{\gamma}(r)}{(3G + h)} = \pm 3 \frac{\dot{\lambda}}{2\sigma_0} \left(\tau(r) - 2 \frac{H}{3} \varepsilon^P \right) \quad a \leq r \leq R \quad (6.316)$$

Le multiplicateur $\dot{\lambda}$ défini par l'équation (6.315) est positif en charge. Nous avons donc construit une solution complète au problème d'évolution élasto-plastique donnée par l'équation (6.270), les équations (6.314) (6.17) pour le champ de contrainte et les équations (6.310) (6.311) pour le champ de déformation plastique.

6.12 Conclusion :

Dans ce chapitre, des solutions analytiques en mécanique des fluides et des solides ont été présentées pour la description du phénomène du flux de matériau au cours du soudage par friction et malaxage. Ces solutions analytiques ont été effectuées sur la base d'un problème classique de mécanique des fluides et sur le phénomène d'un viscosimètre de Couette qui a été considéré avec un matériau solide pour le comportement solide. Le développement des solutions analytiques en mécanique des fluides ont été effectués dans la mécanique stationnaire et la mécanique instationnaire alors que le développement des solutions

analytiques en mécanique des solides ont été effectués dans deux cas ; le cadre des petites perturbations et le cadre en grandes transformations, compte tenu du comportement plastique rigide. En conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

CHAPITRE VII

*Application et résultats du
modèle analytique du flux
matière au cours FSW*

7.1 Introduction :

Comme le chapitre précédant, ce chapitre est divisé en deux parties, la première partie concerne la présentation des résultats en cas d'un comportement fluide. Ces résultats sont présentés par les lignes de courant autour du pion d'outil, les champs de vitesse et les profils de pression autour du joint soudé des matériaux d'aluminium 2024 au cours du soudage friction et malaxage dans les cas suivants ; différentes vitesse de soudage à vitesse de rotation constante et différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante. Aussi, on va présenter les résultats le champ de vitesse transitoire pendant ce procédé. Dans la deuxième partie de ce chapitre, on va montrer différents résultats du cas le matériau solide (viscosimètre de Couette). Ces résultats sont présentés par le champ de déplacement, le champ de contraintes et la déformation du viscosimètre de Couette. Ces résultats ayant pour le cadre de petites perturbations. Par la suite, on va présenter les résultats de la solution avec un comportement élastoplastique avec écrouissage a été développée en considérant un chargement monotone croissant.

7.2 Description du problème :

Nous considérons deux pièces d'épaisseur l_3 et de dimensions $l_1 \times 2l_2$ dans le plan xy comme montre sur la figure (7.1) et immobilisées par un serrage pour éviter leur écartement. Le matériel soudé se déplace dans la direction x avec une vitesse constante V . Comme le montre la figure (7.1), l'outil FSW en acier a un rayon d'épaule plat (R_s), un rayon de pion cylindrique (R_p) et une longueur de pion (H_p).

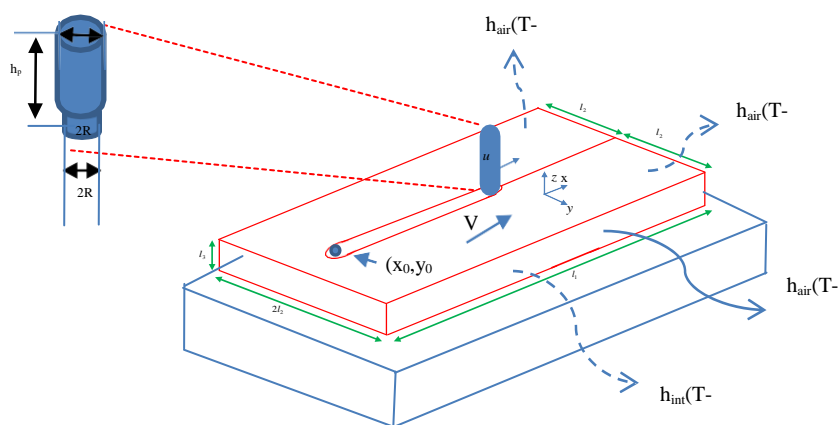


Figure 7.1: Système Illustration schématique des pièces soudées et du système de serrage

7.2.1 Mise en données du problème :

Les rayons intérieur et extérieur du viscosimètre de Couette sont égaux à $a = 1\text{mm}$ $b = 10\text{mm}$ respectivement. Les caractéristiques mécaniques retenues pour le matériau d'aluminium 2024 sont les suivantes :

- * Le module de cisaillement G est égal à 80000 MPa .
- * La limite d'élasticité en traction σ_0 est égal à 650 MPa .
- * le module d'écroutissage h est égal à 50000 MPa .

7.2.3 Conditions aux limites du problème :

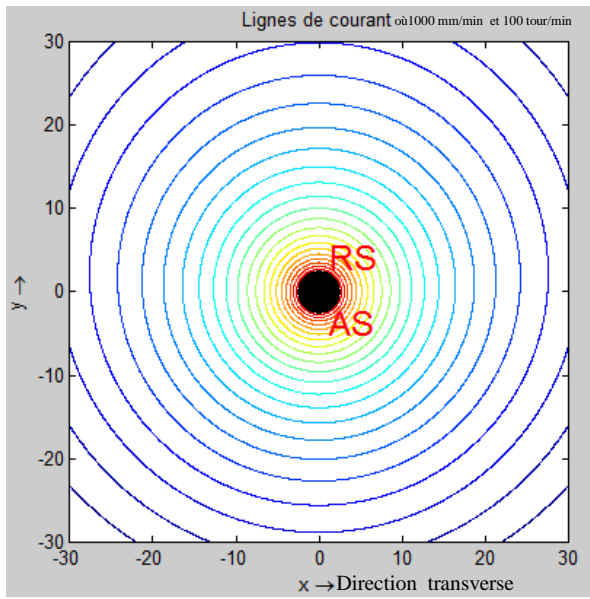
Les conditions aux limites imposées sont du type suivant :

- * Les déplacements des boucles du cylindre intérieur sont bloqués.
- * Les déplacements des boucles du cylindre extérieur sont pilotés, une rotation d'ensemble est imposée.
- * Le déplacement axial des boucles appartenant aux bases du cylindre creux est bloqué.

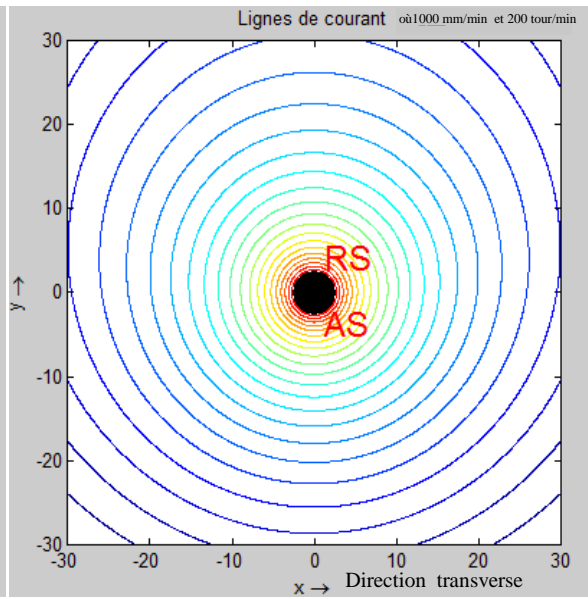
La figure suivante illustre ces conditions aux limites (la deuxième partie).

7.3 Lignes de courant autour du pion d'outil du soudage au cours du soudage friction et malaxage :**Cas 1 : différentes vitesse de soudage à vitesse de rotation constante :**

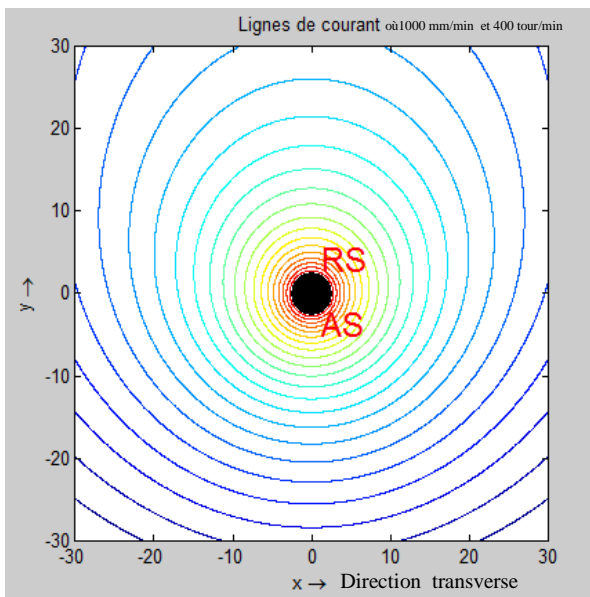
Les figures (7.2 a, b, c, d, e et f) suivantes représentent la distribution des lignes de courant dans la direction transverse au plan de joint de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour du pion d'outil du soudage pour 6 valeurs de la vitesse de soudage ($100, 200, 400, 700, 800, 1000\text{ mm/min}$) à vitesse de rotation constante (900 tour/min).



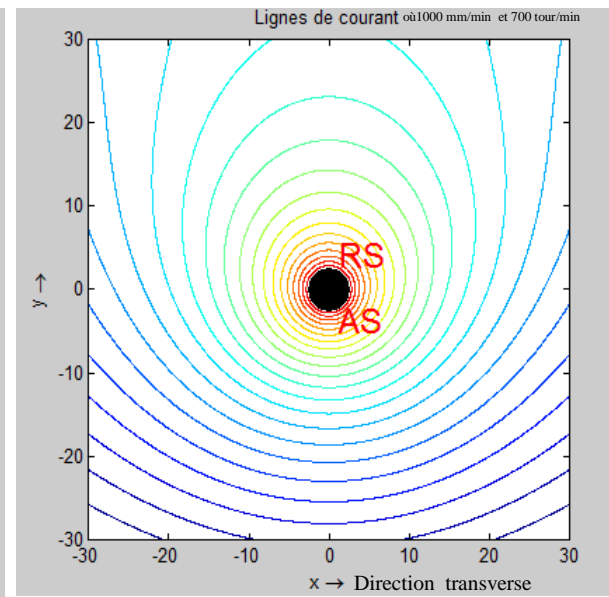
(a)



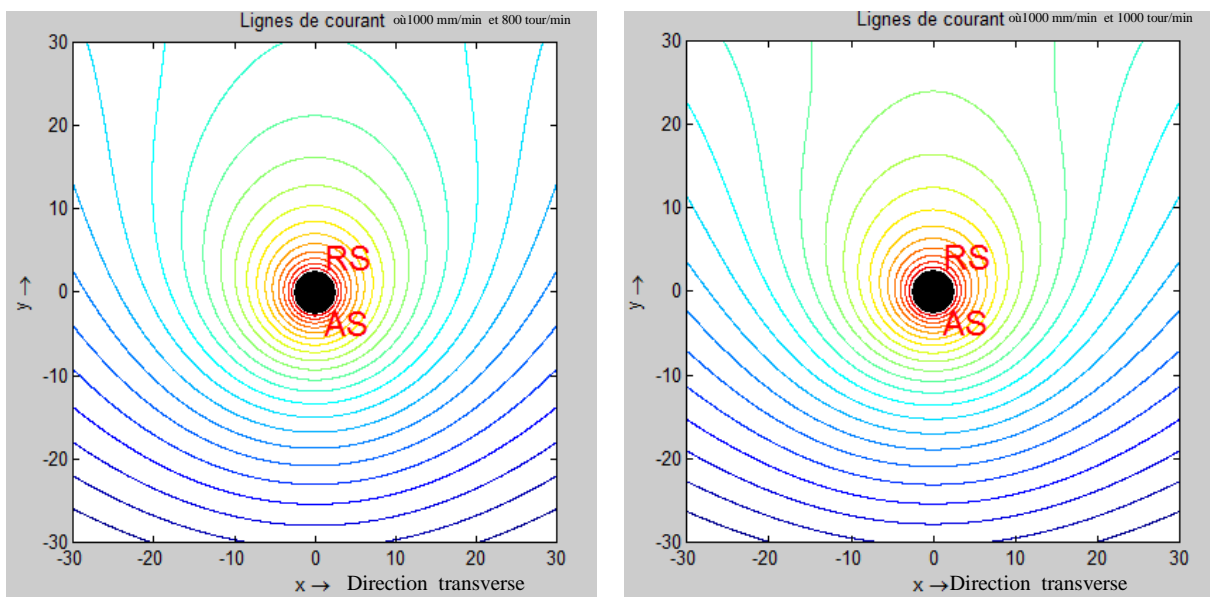
(b)



(c)



(d)



(e)

(f)

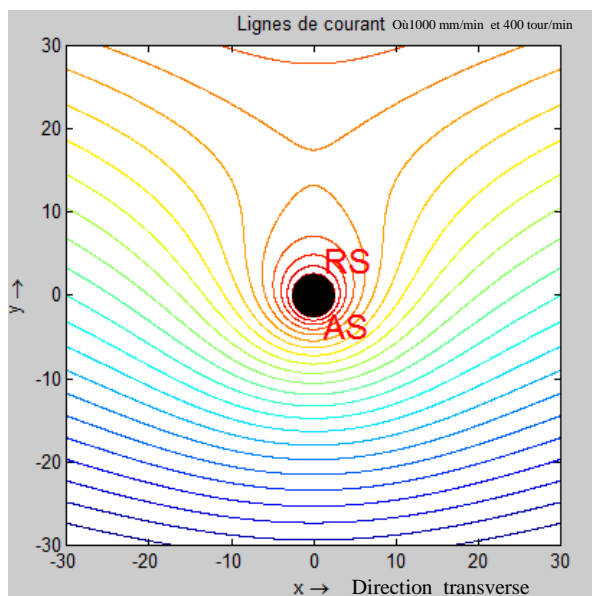
Figure 7.2 : Positions des lignes de courant autour du pion d'outil du soudage au cours du soudage friction et malaxage pour des différentes vitesses de soudage à vitesse de rotation constante.

On remarque que l'écoulement de fluide visqueux au cours du soudage friction et malaxage s'effectue de telle façon que les lignes de courant glissent les unes sur les autres tout en restant parallèles, on peut bien remarquer pour toutes les figures. Les lignes de courant dans le voisinage le pion de l'outil de soudage sont des courbes prend une forme circulaire de plus en plus qu'on s'éloigne des positions du pion. Ces zones sont très influencées par le mouvement de rotation et peuvent coïncider avec la rotation du pion. Cette remarque pour les figures (7.2 a et b) où les vitesses de soudage (100 et 200 mm/min). Pour les autres figures (7.2 d, e et f) où les vitesses de soudage (700, 800, 1000 mm/min). Il existe de deux types de lignes ; le premier type est celui très proche du pion : ces lignes ont la forme d'une ellipse fermée autour du pion et les lignes d'écoulement quasiment linéaires sont les plus proches des parois ; elles peuvent être l'image du métal de base qui ne subit pas de déformations lors du soudage. Donc on s'éloigne légèrement de l'outil les lignes de courant qui ne sont pas affectées par la rotation de l'outil. En effet, dans ce soudage il y a deux parties le côté avance « l'avancingside (AS) » pour laquelle la vitesse d'avance et la vitesse tangentielle de rotation de l'outil sont de même sens et le côté retrait « retraitside (RS) » pour laquelle la vitesse d'avance et la vitesse tangentielle de rotation de l'outil sont de sens

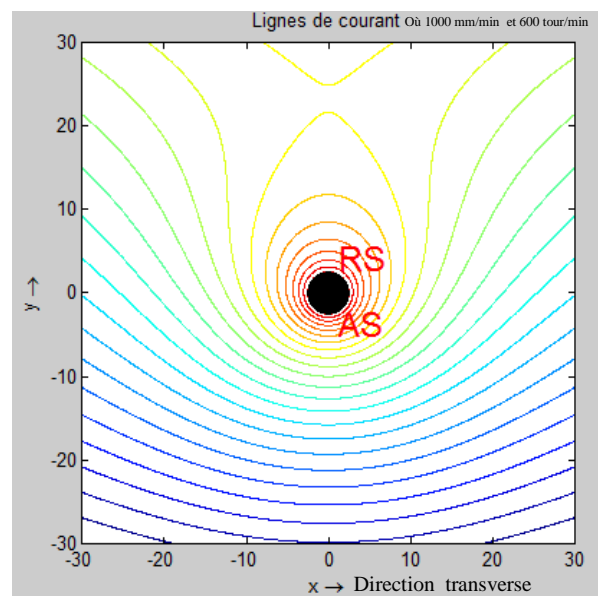
oppose. Ceci justifie que l'écoulement n'est plus symétrique autour du cylindre, et donc qu'il y a une dissymétrie entre l'intrados (RS) et l'extrados (AS) du pion. Cette observation est fréquente pour toutes les figures. Il est convenu que le soudage par friction et malaxage n'est pas symétrique par rapport à la ligne de jonction. Il met en évidence que les lignes de courant sont peu affectées par la rotation de l'outil en tout augmentant de la vitesse de soudage. Cette observation apparaît surtout à la vitesse de soudage 1000 mm/min.

Cas 2 : différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante :

Dans ce cas les figures suivantes (7.3 a, b, c, d, e et f) montrent la distribution des lignes de courant dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour du pion d'outil du soudage pour 6 valeurs de la vitesse de rotation (400, 600, 900, 1200, 1400 et 2000 tour/min) à vitesse de soudage constante (1000 mm/min).



(a)



(b)

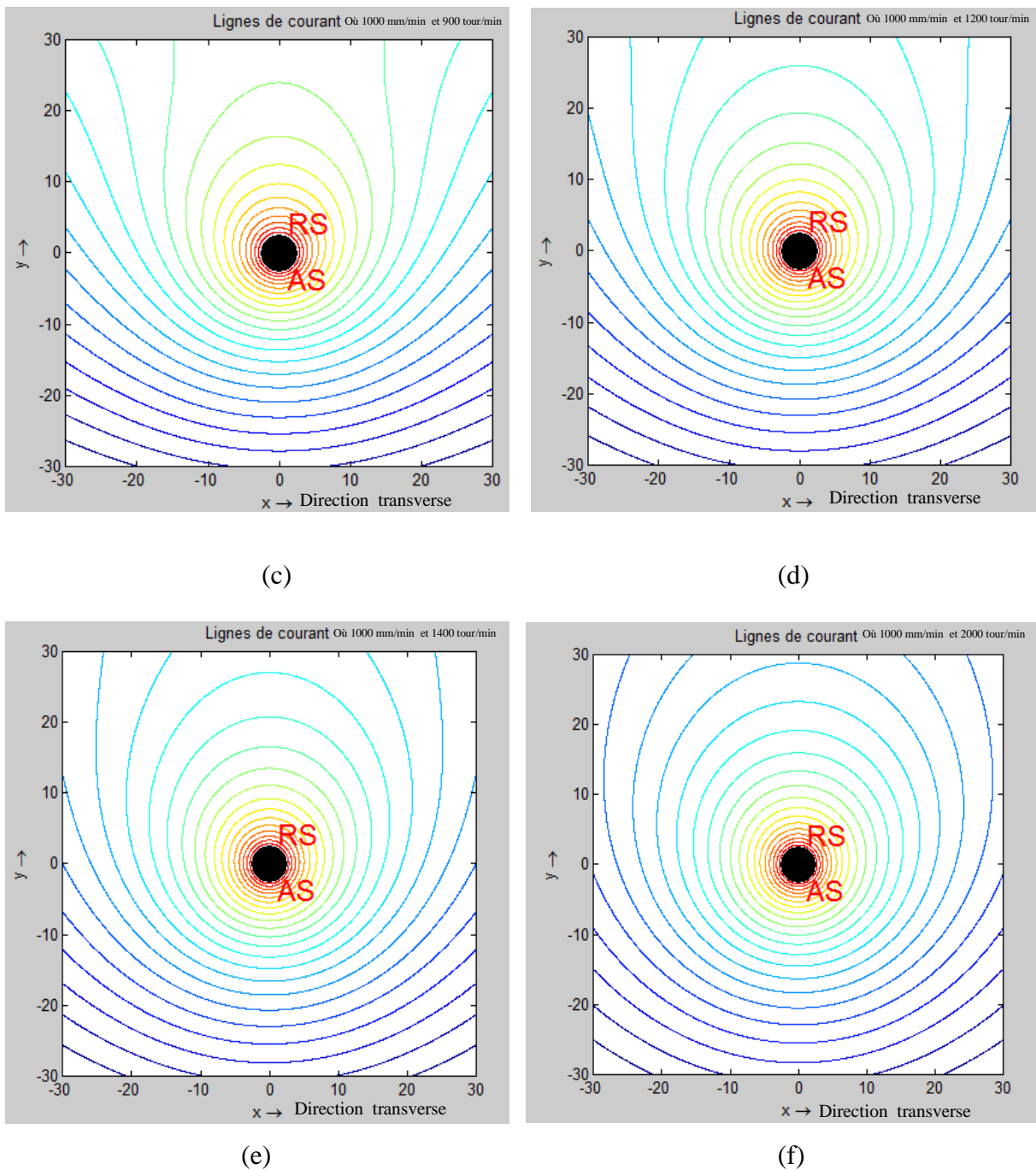


Figure 7.3 : Positions des lignes de courant autour du pion d'outil du soudage au cours du soudage friction et malaxage pour différentes vitesses de rotation à vitesse de soudage constante.

Comme le cas précédant les lignes de courant glissent les unes sur les autres tout en restant parallèles. Ce cas l'écoulement n'est plus symétrique autour du pion, et donc qu'il y a une

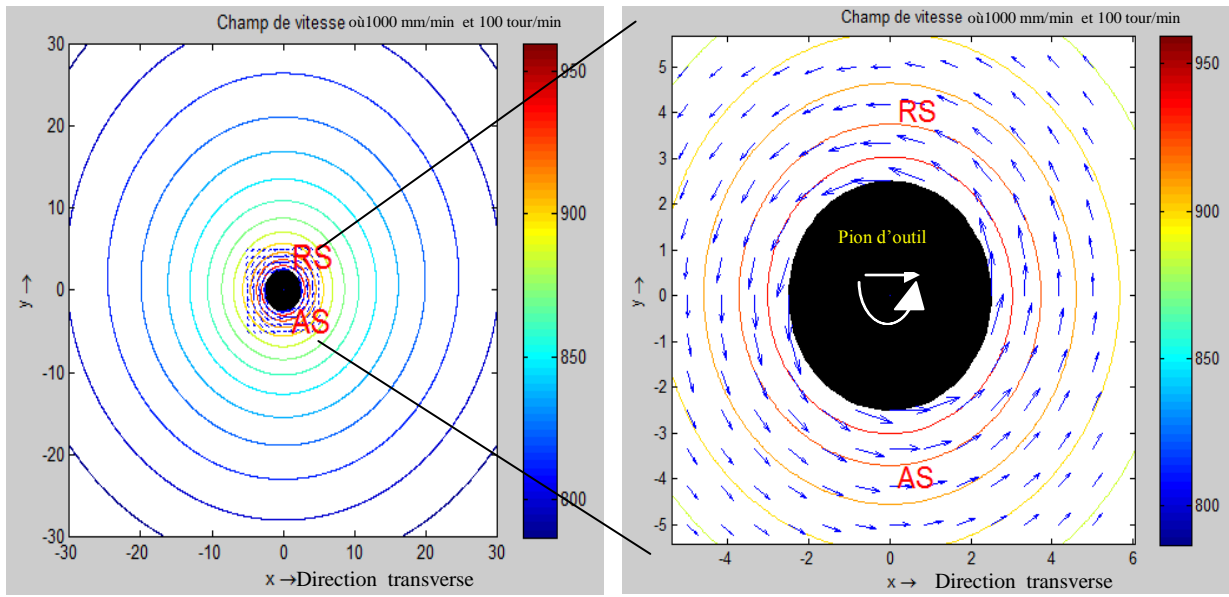
dissymétrie entre l'intrados (RS) et l'extrados (AS) du pion. Cette observation est courante pour toutes figures. Il est convenu que le soudage par friction et malaxage n'est pas symétrique par rapport à la ligne de jonction. Egalement, on peut observer que les lignes de courant dans ce cas sont étroites par rapport à celle du premier cas. Cependant, il y a un éloignement entre les lignes de courant dans le côté avance (AS) pour les figures (7.2 e et f). Donc, l'augmentation de la vitesse de rotation entraîne l'éloignement entre les lignes de courant dans le côté avance du pion de soudage. Cette observation met en évidence pour les vitesses de rotation 1200, 1400 et 2000 tour/min. En revanche, dans les faibles vitesses de rotation 400 et 600 tour/min les lignes de courant ayant les courbes quasiment dissymétriques autour du pion.

Généralement dans le cas 1 ; des différentes vitesses de soudage à vitesse de rotation constante et le cas 2 ; des différentes vitesses de rotation à vitesse de soudage constante, la variation de la vitesse de soudage est un choix très important influant sur les courbes des lignes de courant et ses symétriques autour du pion. En revanche, la variation de la vitesse de rotation reste un choix peu important influant sur les courbes des lignes.

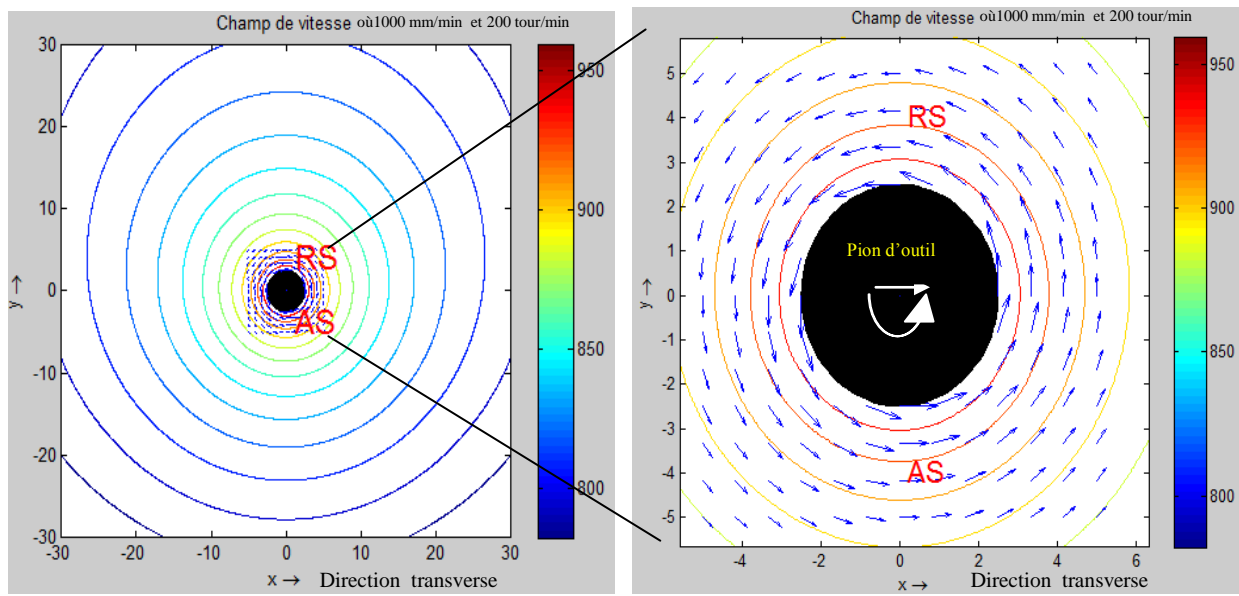
7.4 Les champs de vitesse au cours du soudage friction et malaxage :

Cas 1 : différentes vitesses de soudage à vitesse de rotation constante :

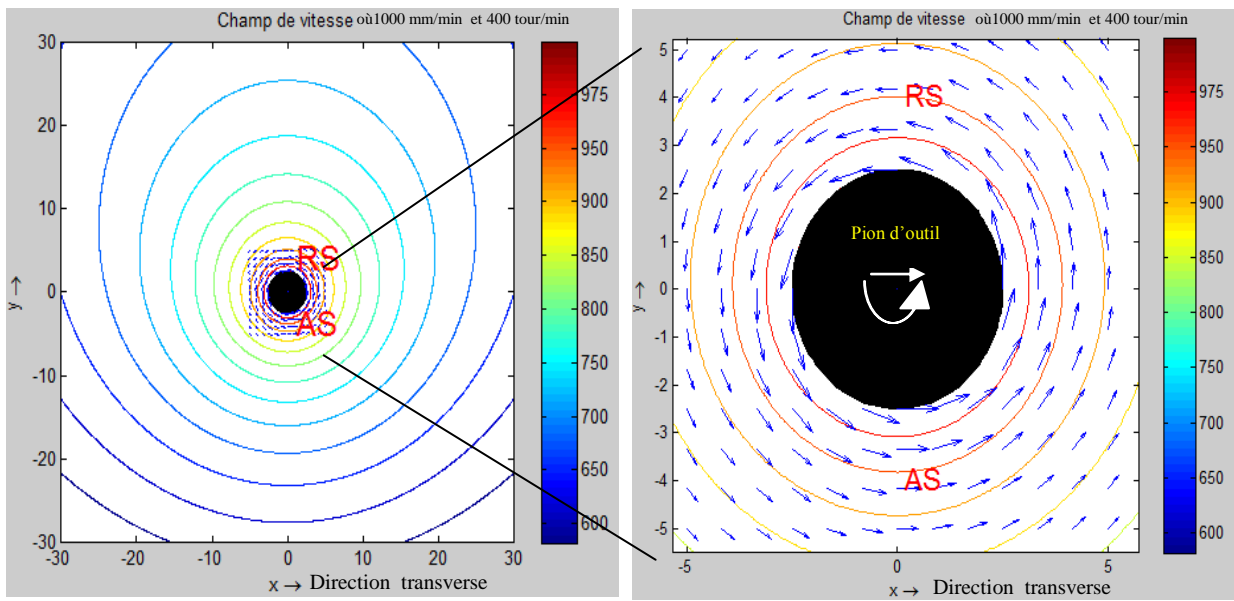
Les figures (7.4 a, b, c, d, e et f) suivantes illustrent la distribution des champs de vitesse dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 dans le voisinage du pion d'outil du soudage pour 6 valeurs de la vitesse de soudage (100, 200, 400, 700, 800, 1000 mm/min) à vitesse de rotation constante (900 tour/min).



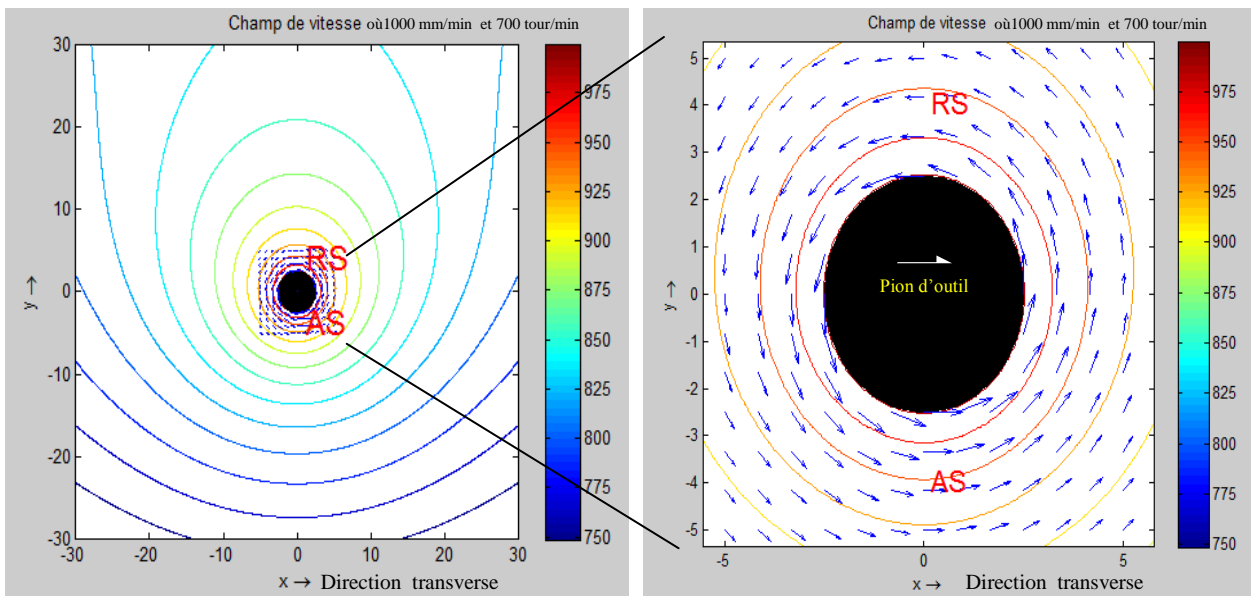
(a)



(b)



(c)



(d)

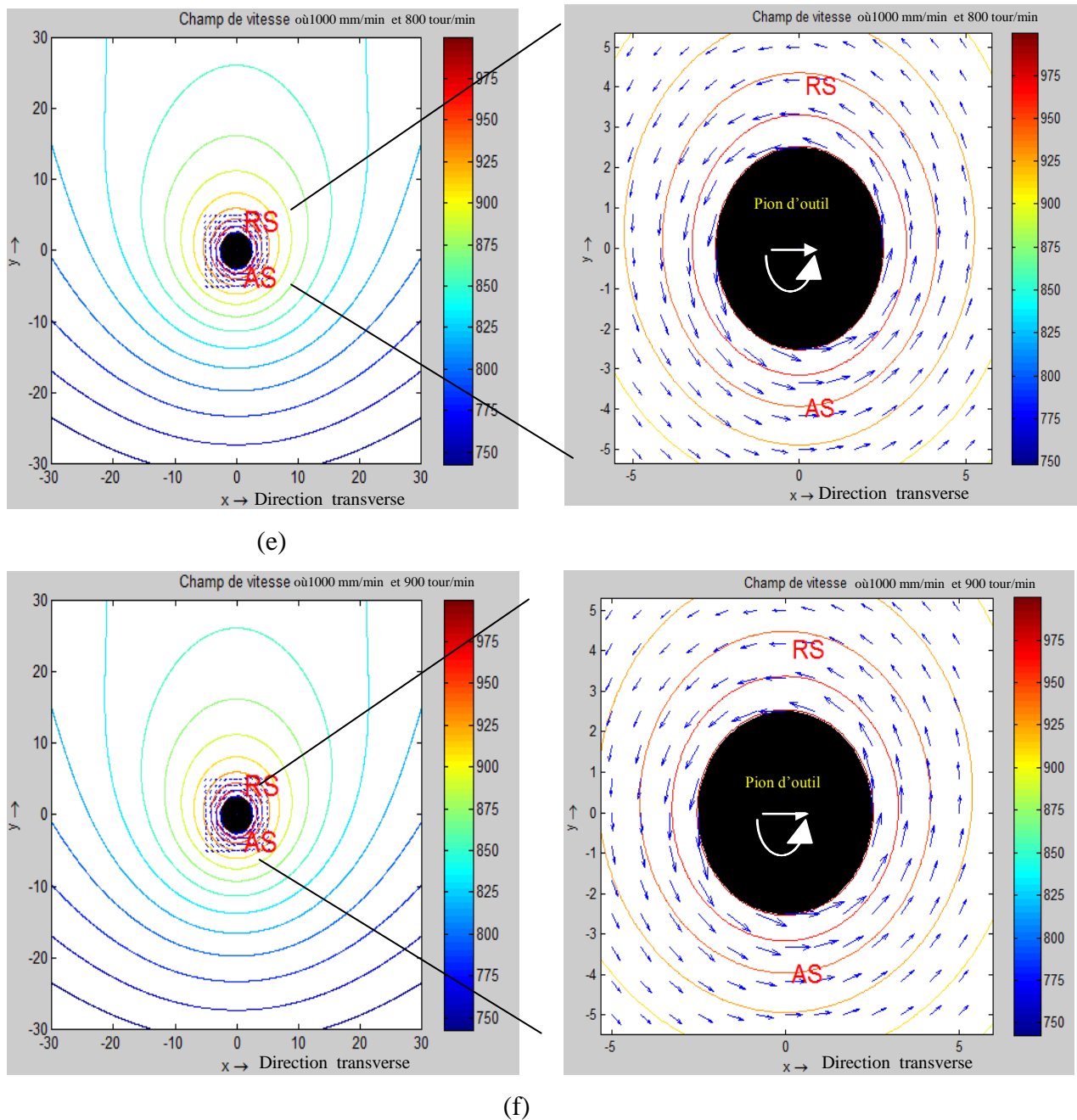


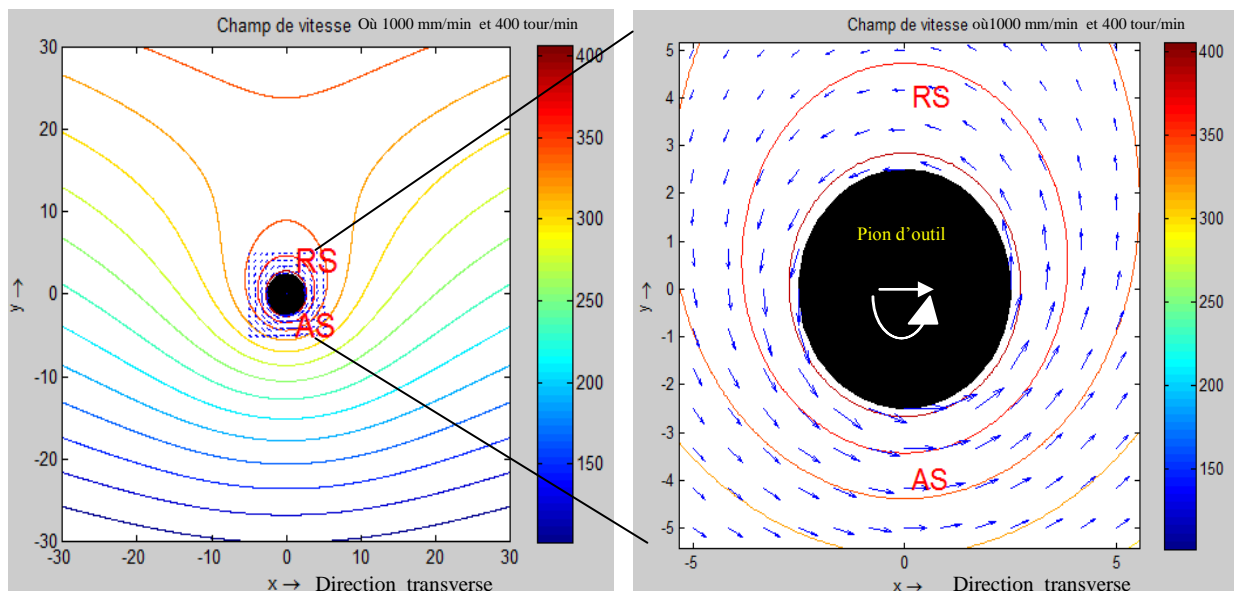
Figure 7.4 :Les champs de vitesse (rad/s) dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure au cours du soudage friction et malaxage.

Ces représentations ci-dessus donnent une information directionnelle qui était prévue étant donnée la définition du champ de vitesse global exprimé par les équations (6.75)-(6.76) (chapitre 6). Ce champ de vitesse global intègre par une composante de contournement et de circulation. Le champ de circulation se détecte sur les figures ci-dessus engendrant un entrainement circonférentiel dont le site d'intensité maximale change en fonction de la phase

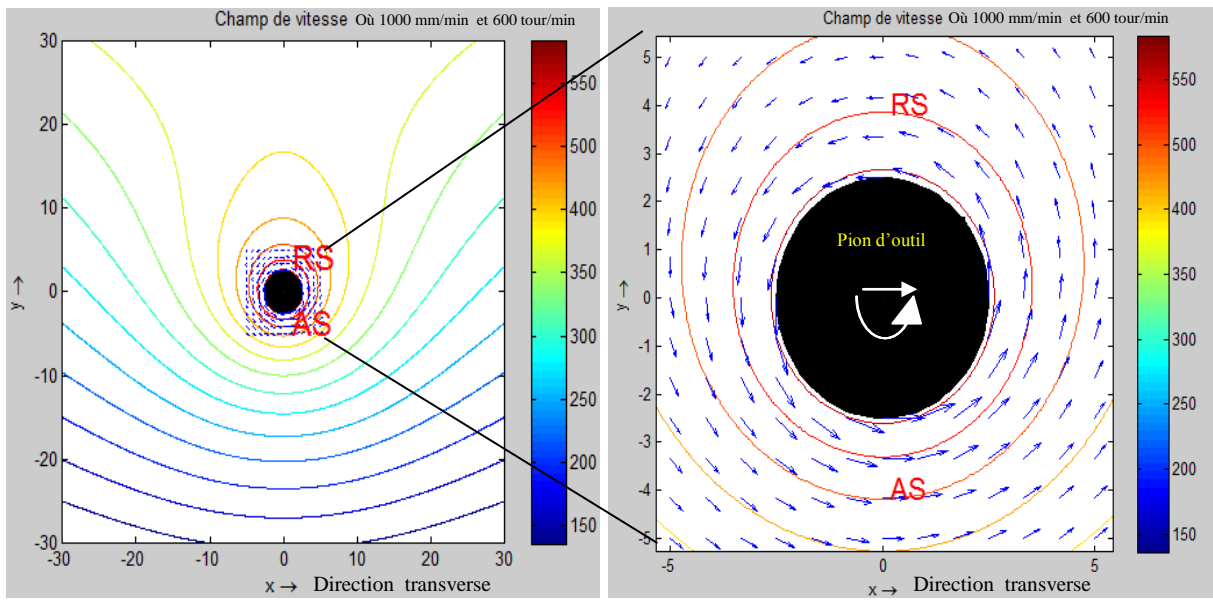
du signal expliquant l'oscillation des conditions de mouvement de pion de l'outil de soudage (vitesse de rotation et vitesse de soudage). D'autre part, cette illustration des composantes de vitesse montre de quelle manière le phénomène de circulation (entraînement en rotation) domine sur le champ contournement et limite les problématiques de pénétration de la matière à travers l'outil (incompatibilité cinématique). Ces observations sont communes pour toutes figures. L'intensité du champ de vitesse dans le voisinage du pion de l'outil de soudage pour des différentes conditions de mouvement (100, 200, 400, 700, 800, 1000 mm/min) coïncide avec la vitesse de rotation. La symétrie de l'intensité du champ de vitesse quasiment apparaît dans les figures (7.4 a, b et c) des vitesses de soudage 100, 200 et 400 mm/min respectivement, mais dans les restes des figures (7.4 d, e et f) de vitesses de soudage 700, 800 et 1000 mm/min respectivement cette symétrie ne peut pas être visible. Ceci est justifié par la croissance de la vitesse de soudage.

Cas 2 : différentes vitesses de rotation à vitesse de soudage constante :

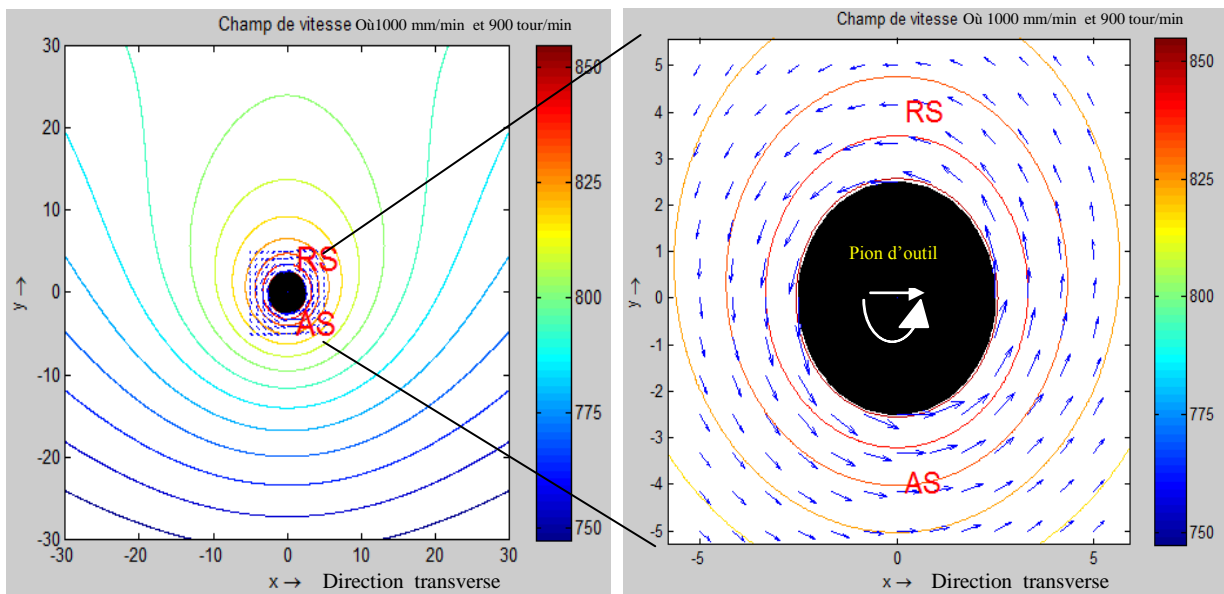
Les figures (7.5 a, b, c, d, e et f) suivantes illustrent la distribution des champs de vitesse dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 dans le voisinage du pion d'outil de soudage pour 6 valeurs de la vitesse de rotation (400, 600, 900, 1200, 1400 et 2000 tour/min) à vitesse de soudage constante (1000 mm/min).



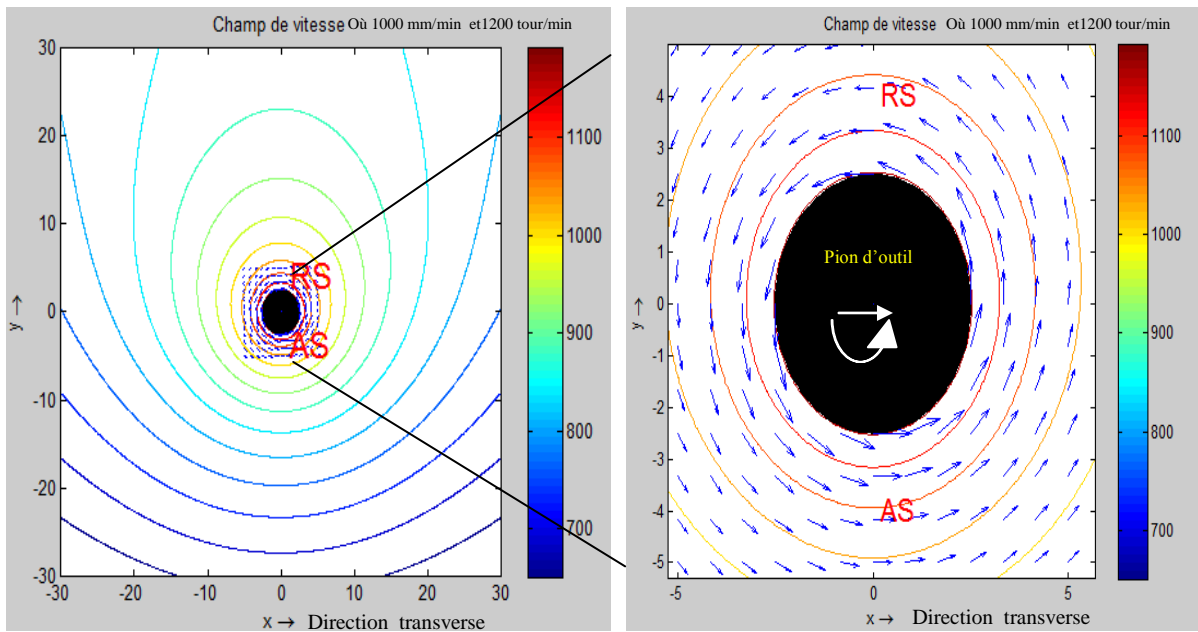
(a)



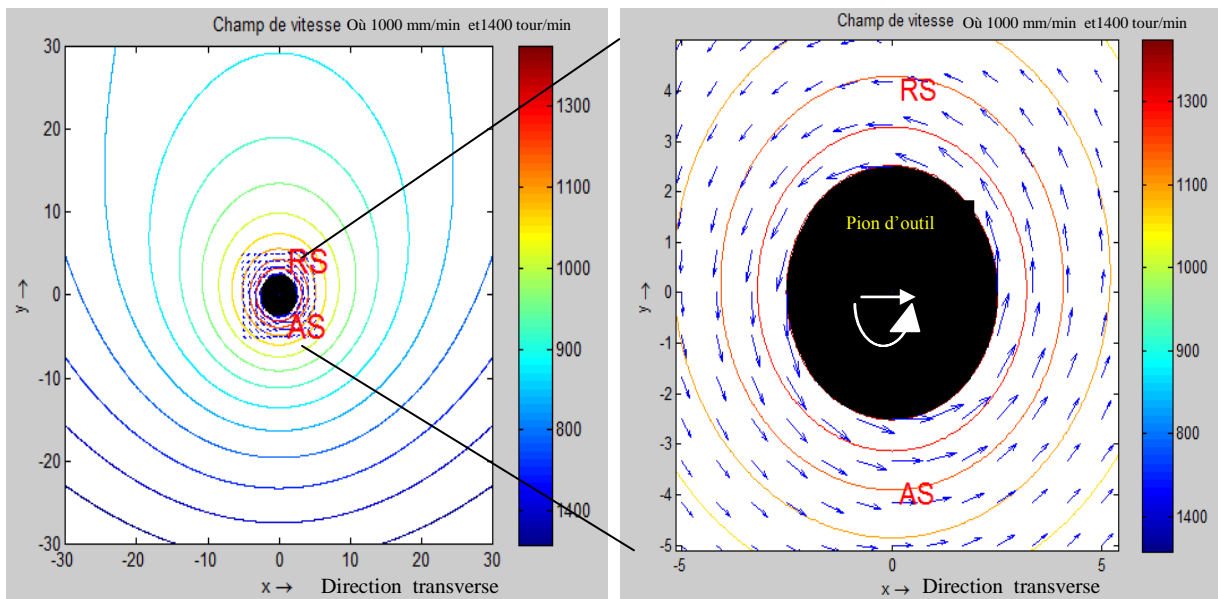
(b)



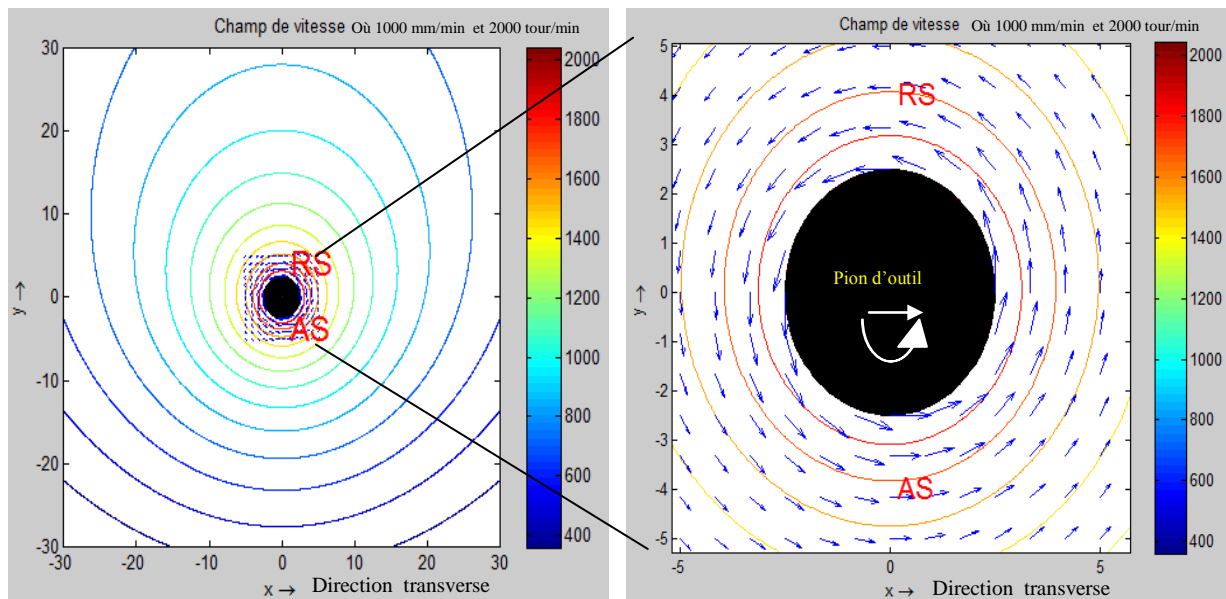
(c)



(b)



(e)



(f)

Figure 7.5 :Les champs de vitesse (rad/s) dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure au cours du soudage friction et malaxage.

Ces figures ci-dessus donnent comme le premier cas une information qui était attendue étant donnée la définition du champ de vitesse global exprimé par les équations (6.76). Ce champ de vitesse global provient en intégrant par une composante de contournement et de circulation. L'intensité du champ de vitesse dans le voisinage du pion de l'outil de soudage pour des différentes conditions de mouvement (400, 600, 900, 1200, 1400 et 2000 tour/min) coïncide avec la vitesse de soudage. La dissymétrie de l'intensité du champ de vitesse apparaît dans toutes les figures des vitesses de soudage 100, 200 et 400 mm/min respectivement, mais dans les restes des figures (7.5 d, e et f) des vitesses de rotation (400, 600, 900, 1200, 1400 et 2000 tour/min). Également, on peut remarquer que l'intensité du champ de vitesse dans le côté avance prend des valeurs inférieures par rapport à celle le côté retrait du pion.

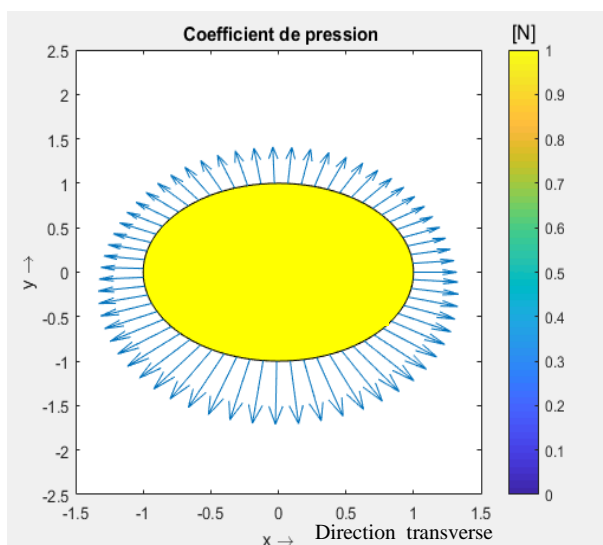
En général dans le cas 1 ; des différentes vitesses de soudage à vitesse de rotation constante et le cas 2 ; des différentes vitesses de rotation à vitesse de soudage constante, la variation de la vitesse de soudage et la variation de la vitesse de rotation sont des choix très importants influant sur l'intensité du champ de vitesse et ses symétries autour du pion. En revanche, la variation la vitesse de rotation reste un choix très important influant sur l'intensité du champ de vitesse par rapport à celle la vitesse de soudage.

(d)

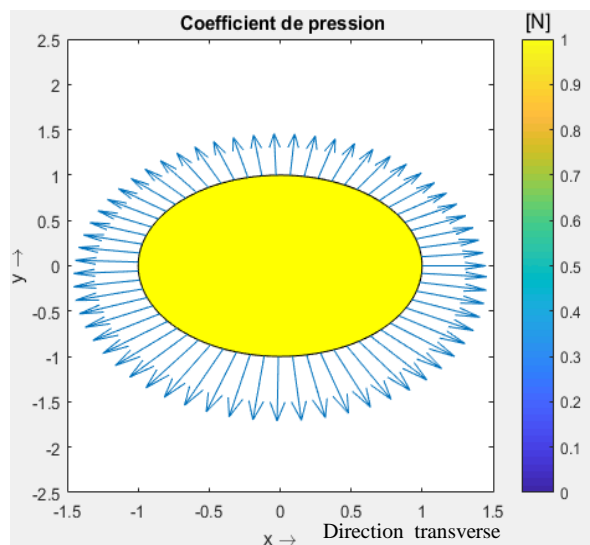
7.5 Les profils de pression autour de la jonction de soudure :

Cas 1 : différentes vitesse de soudage à vitesse de rotation constante :

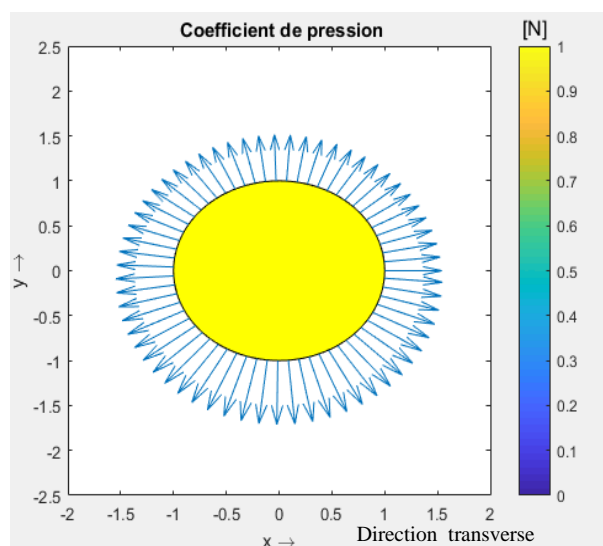
Les figures suivantes (7.6 a, b , c,d, e et f) illustrent la distribution les champs de pression dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour 6 valeurs de la vitesse de soudage (100, 200 ,400,700 ,800 ,1000 mm/min) à vitesse de rotation constante (900 tour /min).



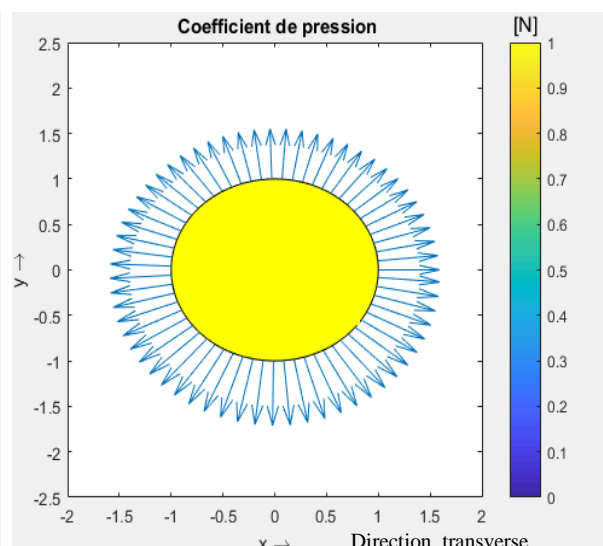
(a)



(b)



(c)



(d)

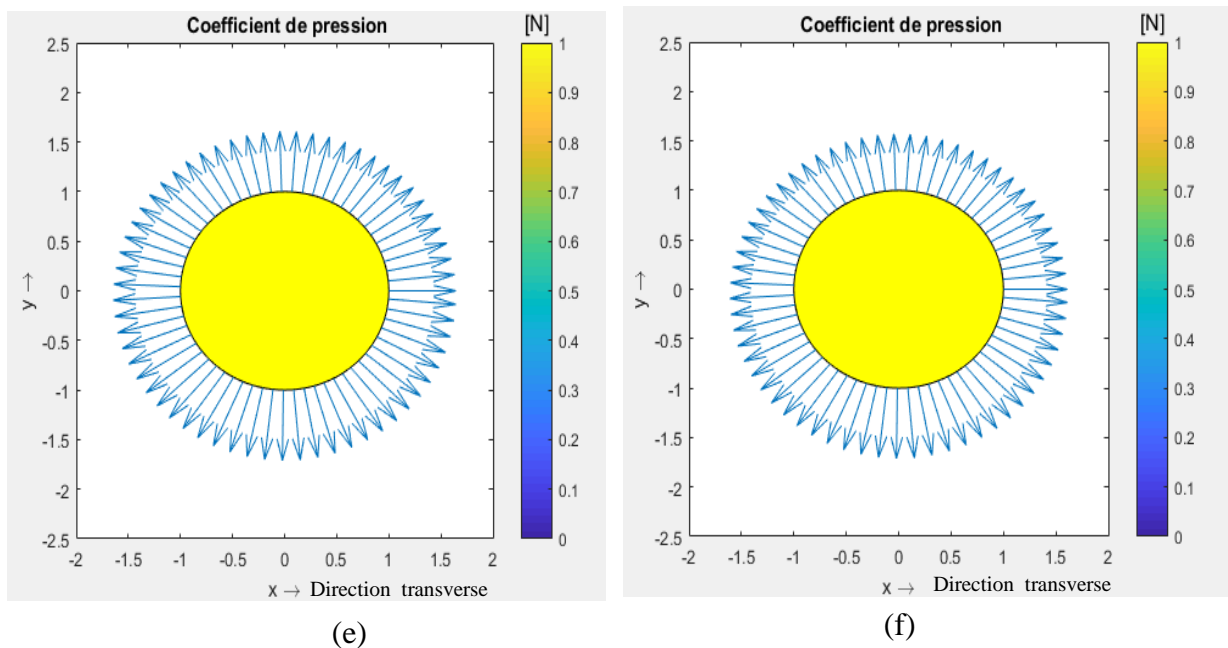
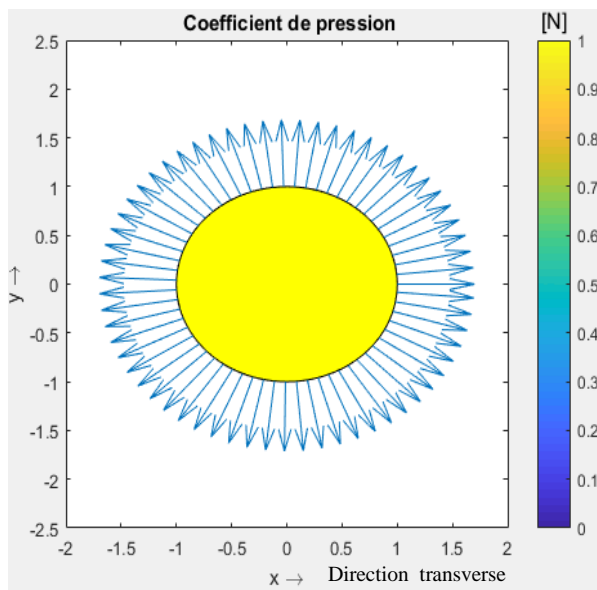


Figure 7.6 :Les champs de pression dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante

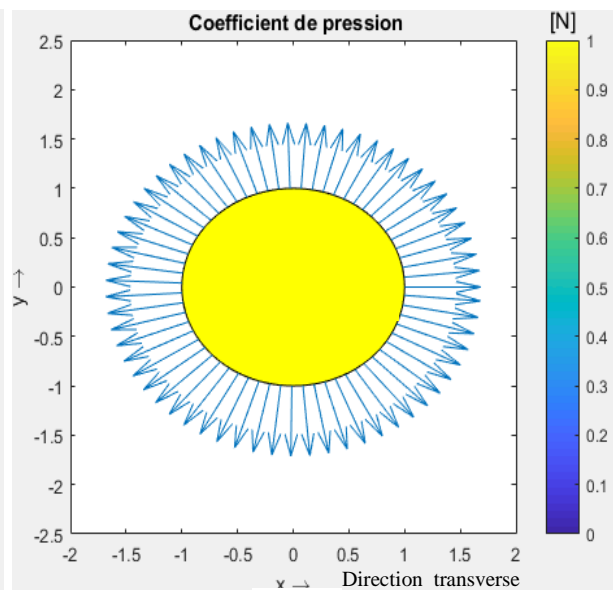
D'après les figures, nous remarquons que le profil des pressions a la forme d'une ellipse fermée autour de la jonction de soudure. Cette remarque pour les figures (7.6 a et b) où les vitesses de soudage (100 et 200 mm/min) à vitesse de rotation constante (900 tour/min). Pour les autres figures (7.6 c, d, e et f) où les vitesses de soudage (400, 700, 800, 1000 mm/min). Dans ces cas le profil des pressions ayant la forme d'un semi-cycle fermé autour de la jonction de soudure. Comme bien connu dans ce procédé il y a deux parties le côté avance et le côté retrait. Ceci justifie que l'écoulement n'est plus symétrique autour du pion, alors le profil des pressions prend une forme n'est pas symétrique autour de la jonction de soudure. Cette observation est présentée dans les figures (7.6 a et b) où les vitesses de soudage (100 et 200 mm/min). Cependant dans les autres figures (7.6 c, d, e et f) où les vitesses de soudage (400, 700, 800, 1000 mm/min) le profil des pressions prend une forme presque symétrique autour de la jonction de soudure. Si toute la vitesse de soudage augmente le profil des pressions prenant une forme cycle fermé symétrique.

Cas 2 : différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante :

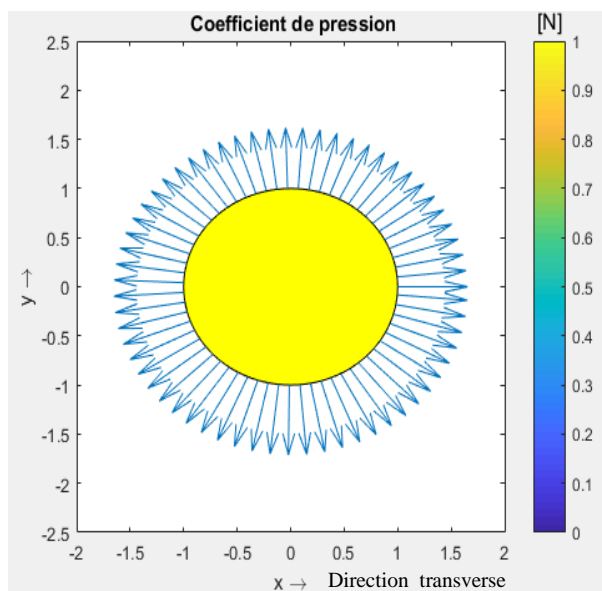
Les figures (7.7 a, b , c,d, e et f) suivantes illustrent la distribution des champs de pression dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour 6 valeurs de la vitesse de soudage (100, 200 ,400,700 ,800 ,1000 mm/min) à vitesse de rotation constante (900 tour /min).



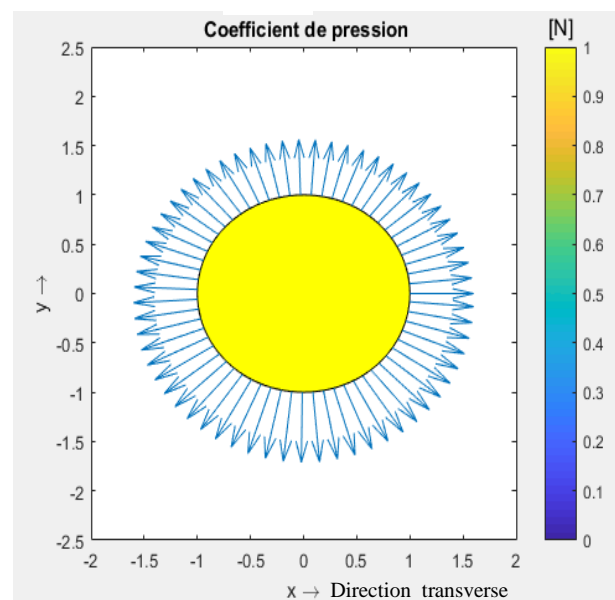
(a)



(b)



(c)



(d)

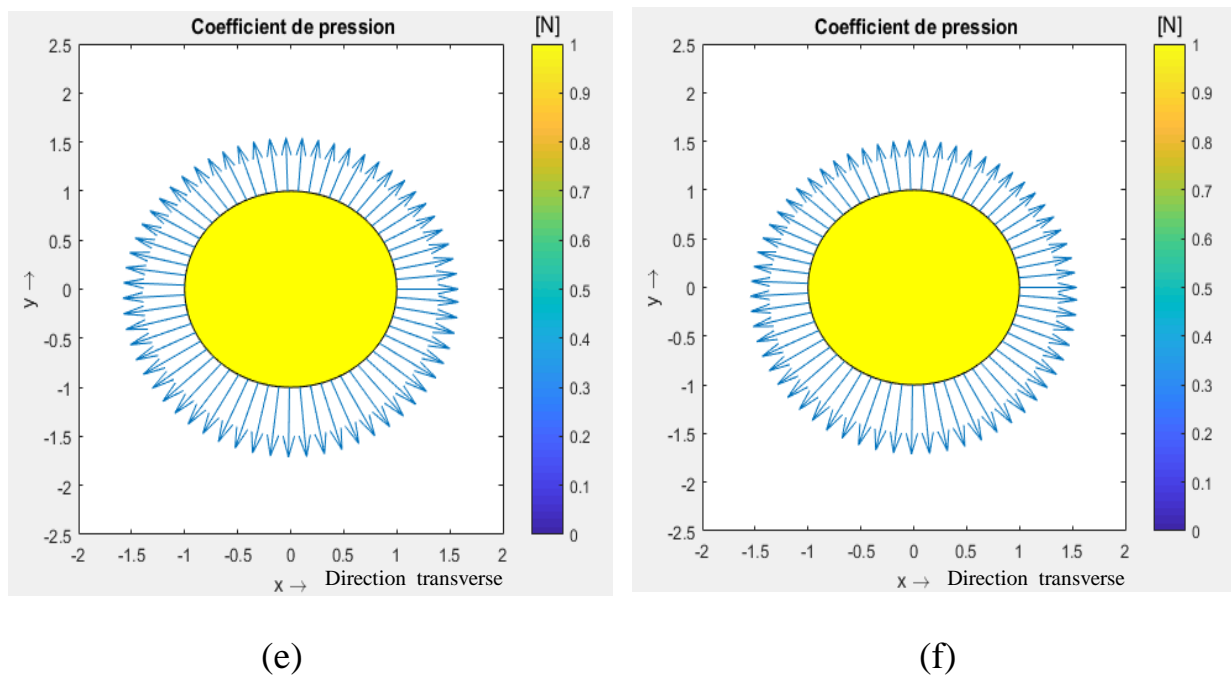


Figure 7.7 :Les champs de pression dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour différentes vitesses de rotation à vitesse de soudage constante

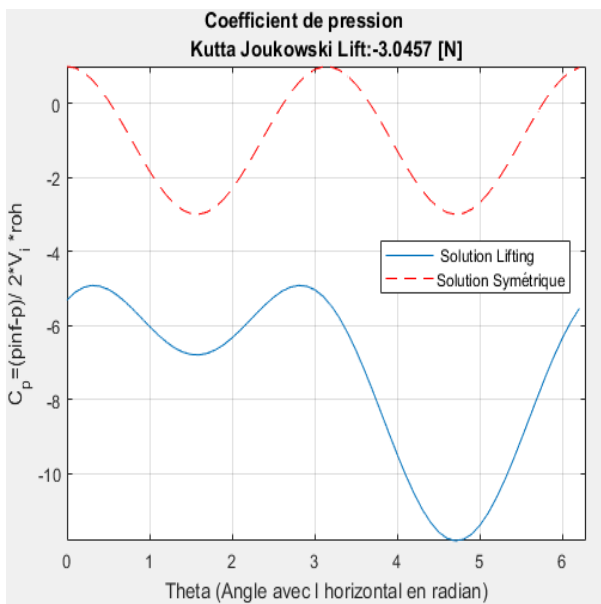
Comme le premier cas où des différentes vitesses de soudage à vitesse de rotation constante le profil des pressions pour chaque vitesse de rotation ayant la forme d'un semi-cycle fermé autour de la jonction de soudure. D'autre part, nous remarquons que le profil des pressions pour chaque vitesse de rotation (400, 600, 900, 1200, 1400 et 2000 tour/min) le profil de pression prend une forme presque symétrique autour de la jonction de soudure au contraire le premier cas où la symétrie le profil des pressions sont présentées seulement pour les grandes vitesses de soudage.

On constate le cas 1 ; des différentes vitesses de soudage à vitesse de rotation constante et le cas 2 ; des différentes vitesses de rotation à vitesse de soudage constante, la variation des vitesses de soudage et la variation des vitesses de rotation sont des choix très importants influant sur le profil des pressions et ses symétries autour de la jonction de soudure. En revanche, la variation de la vitesse de soudage reste un choix peu important influant sur l'intensité du champ de vitesse par rapport à celle la vitesse de rotation.

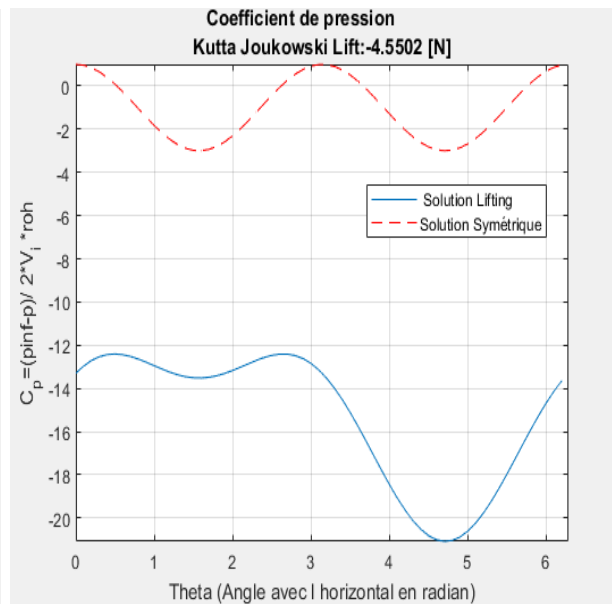
7.6 Les champs de pression autour de la jonction de soudure :

Cas 1 : différentes vitesse de soudage à vitesse de rotation constante :

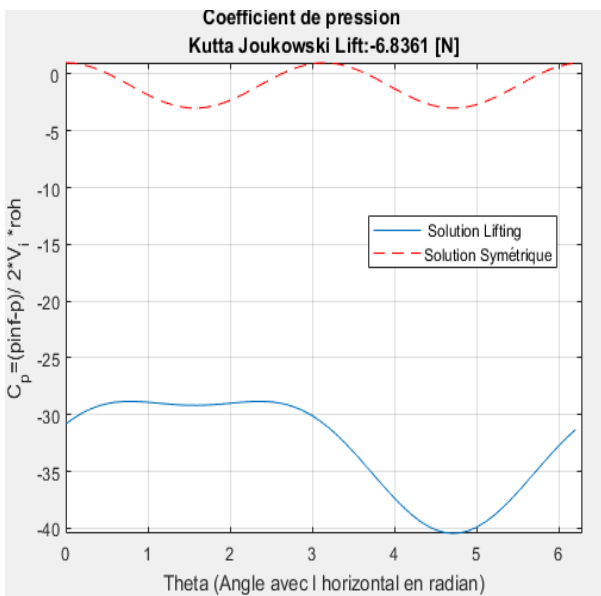
Les figures (7.8 a, b , c,d, e et f) suivantes illustrent la distribution des champs de pression dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour 6 valeurs de la vitesse de soudage (100, 200 ,400,700 ,800 ,1000 mm/min) à vitesse de rotation constante (900 tour /min).



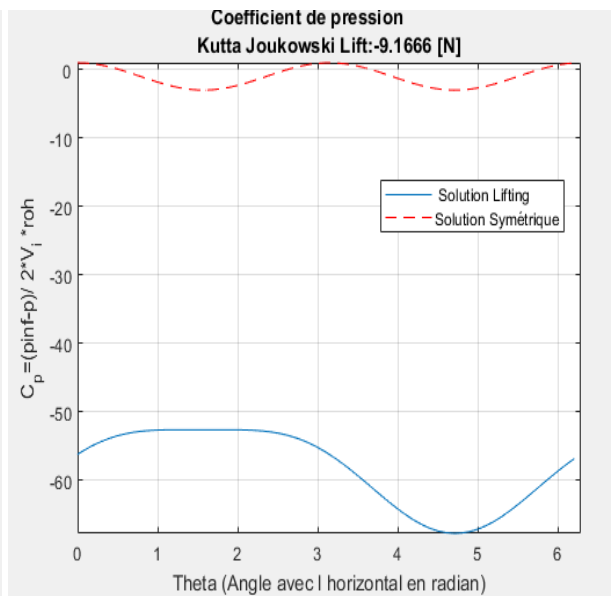
(a)



(b)



(c)



(d)

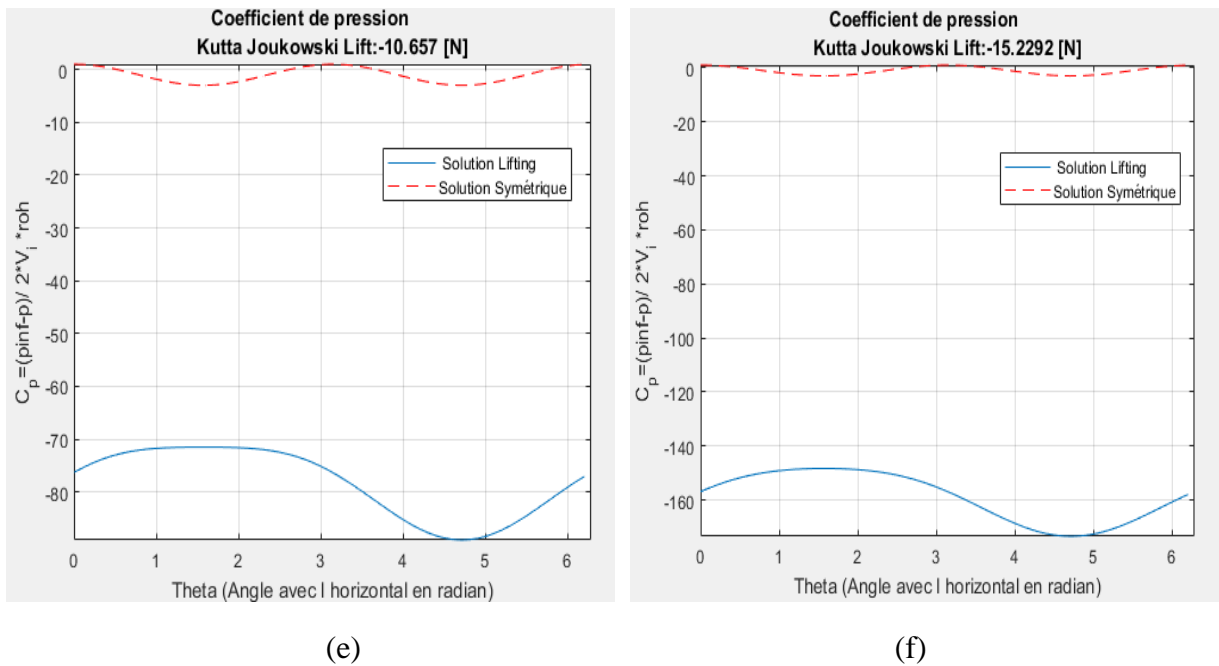


Figure 7.8 :Les champs de pression des contournement et circulation dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante

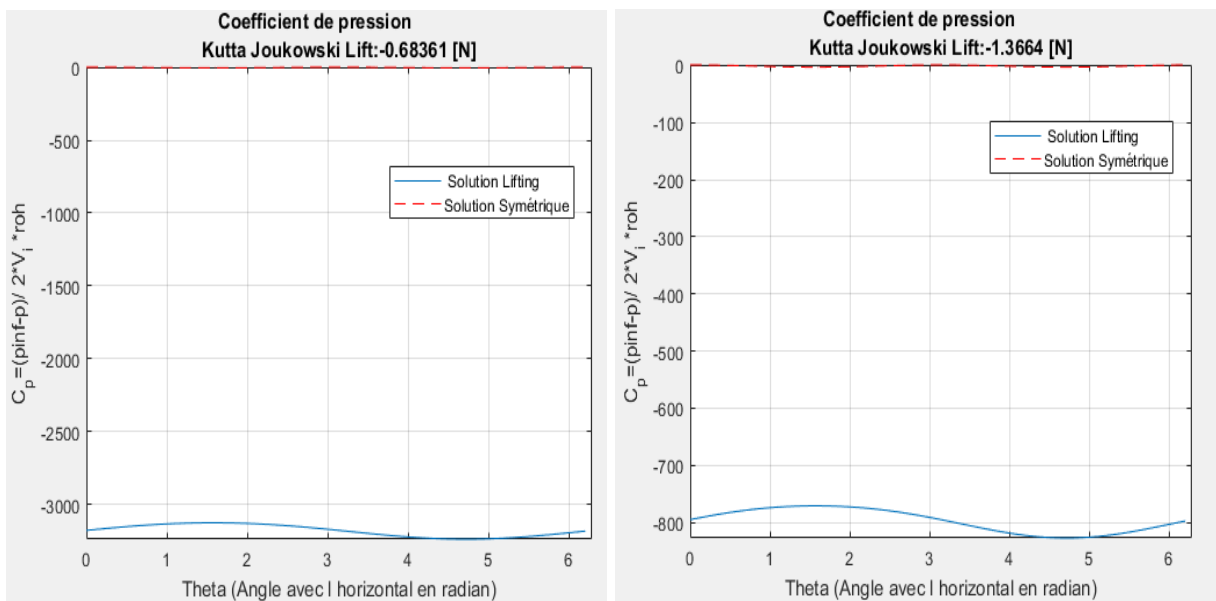
D'après les figures, On peut remarquer que les valeurs du champ de pression de contournement (la solution symétrique) change par un format sinusoïdal en fonction de l'angle de rotation du pion. Ceci est dû à la symétrie des vitesses qui existe entre les deux ; le côté avance (AS) et le côté retrait (RS). Pour les valeurs du champ de pression de circulation (la solution lifting) prend des valeurs croissantes une fois et des valeurs décroissantes une autre fois. Ceci est dû à la dissymétrie des vitesses qui existe entre les deux côtés.

Egalement, on peut remarquer que dans toutes figures les valeurs du champ de pression de contournement (la solution symétrique) restent toujours inférieures par rapport aux valeurs du champ de pression de circulation. D'autre part, On peut remarquer que la valeur du champ de pression de contournement autour de la jonction de soudure pour la figure (7.8 e) où la vitesse de soudage presque nulle, en revanche la valeur du champ de pression de circulation allant de 150 N à 180 N pour la vitesse de soudage 800 mm/min et de 70 N à 90 N pour la vitesse de soudage 1000 mm/min. On peut remarquer que les valeurs maximum du champ de pression

de circulation existent pour l'angle 4.7, Ceci est dû à la grande vitesse (cette observation pour toutes les figures). Egalement, on peut remarquer à mesure que l'augmentation de la vitesse de soudage entraîne de l'absence du champ de pression de contournement, au contraire la valeur du champ de pression de circulation augmente.

Cas 2 : différentes vitesse de soudage à vitesse de rotation constante :

Les figures (7.9 a, b, c, d, e et f) suivantes illustrent la distribution des champs de pression dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour 6 valeurs de la vitesse de soudage (100, 200, 400, 700, 800, 1000 mm/min) à vitesse de rotation constante (900 tour/min).



(a) (b)

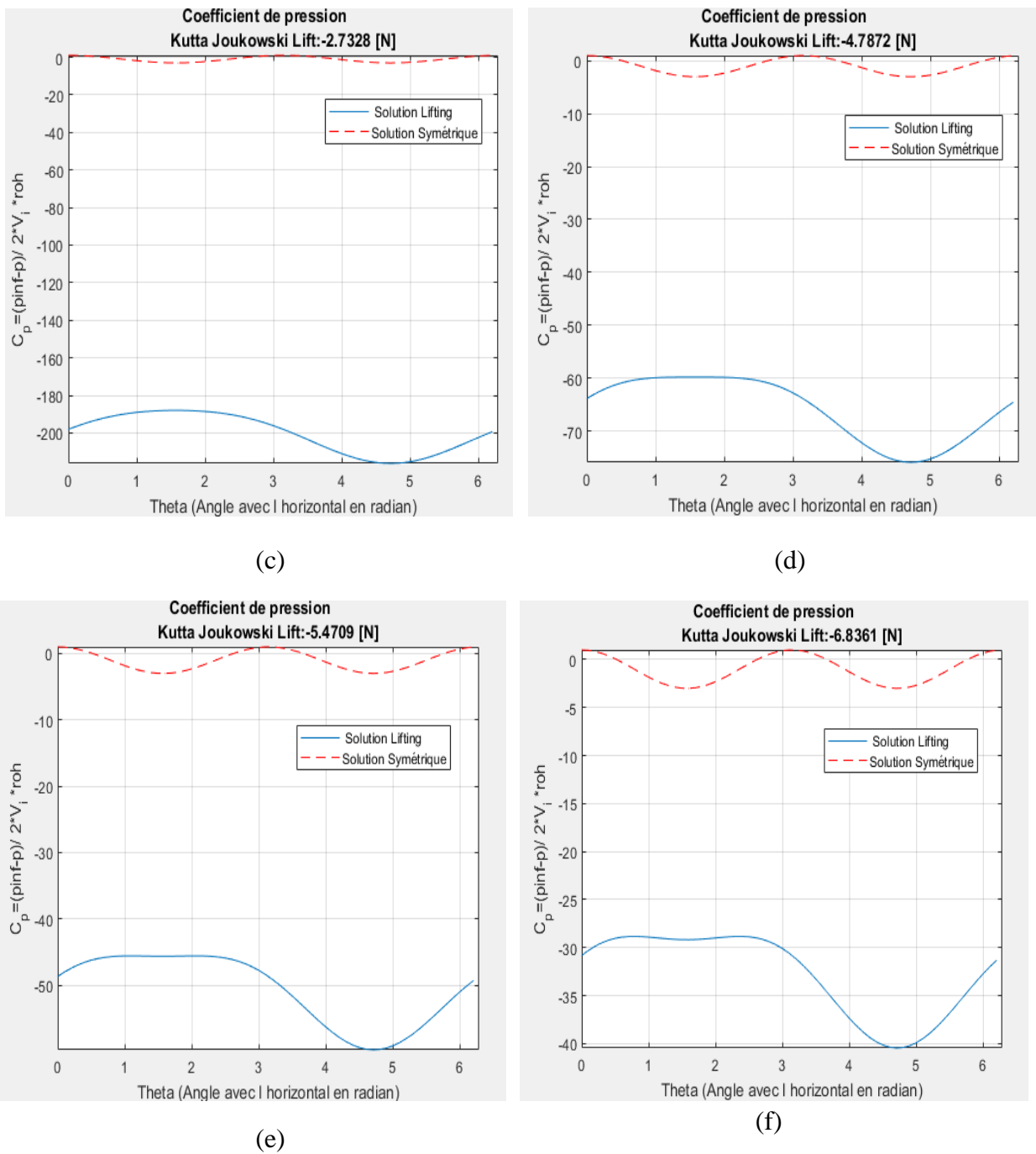


Figure 7.9 :Les champs de pression des contournement et circulation dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante.

Comme pour le premier cas, On peut remarquer que les valeurs du champ de pression de contournement change par un format sinusoïdal en fonction l'angle de rotation du pion. Pour les valeurs du champ de pression de circulation prend des valeurs croissantes une fois et des valeurs décroissantes une autre fois .Ceci est dû à la dissymétrie des vitesses qui existe entre les deux les côtés. Egalement, on peut remarquer que dans toutes les figures les valeurs du champ de pression de contournement restent toujours inférieure ou bien ingérable par rapport aux valeurs du champ de pression de circulation comme le cas des variations de la vitesse de soudage. D'autre part, On peut remarquer que les valeurs maximum du champ de pression de circulation existent pour l'angle 4.7, Ceci est dû à la grande vitesse cette observation pour toutes figures. Egalement, on peut remarque à mesure que l'augmentation de la vitesse de rotation entraîne de l'absence du champ de pression de contournement et la valeur du champ de pression de circulation diminue.

On constate le cas 1 ; des différentes vitesses de soudage à vitesse de rotation constante et le cas 2 ; des différentes vitesses de rotation à vitesse de soudage constante, la variation de la vitesse de soudage a influencé très importante sur le champ de la pression créée autour de la jonction de soudure par rapport à celle l'influence la variation de la vitesse de soudage.

7.7 Résultats de la force de portance (théorème de Kutta-Joukowski) :

Les histogrammes suivantes illustrent les valeurs des forces de portance (théorème de Kutta-Joukowski) dans la direction transverse au plan de jonction de la soudure des matériaux d'aluminium 2024 autour de la jonction de soudure pour six valeurs de la vitesse de soudage (100, 200, 400, 700, 800, 1000 mm/min) à vitesse de rotation constante (900 tour/min) pour le première cas et six valeurs de la vitesse de rotation (400, 600, 900, 1200, 1400 et 2000 tour/min) à vitesse de soudage constante (1000 mm/min) pour le deuxième cas.

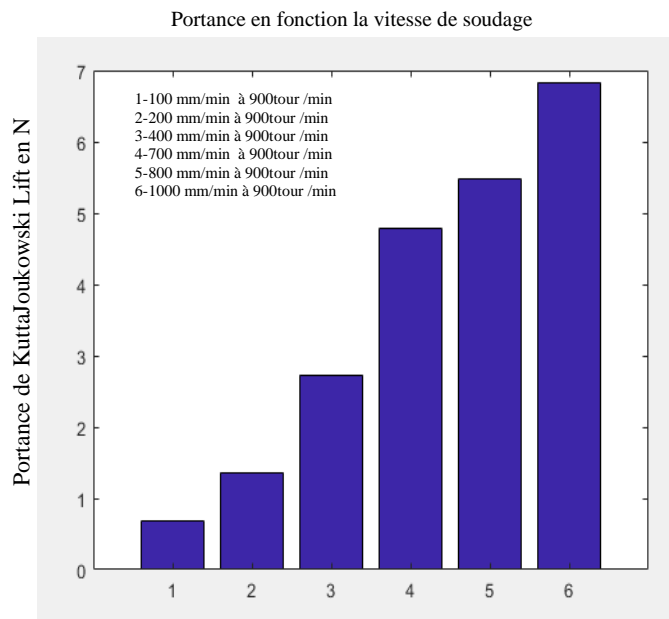


Figure 7.10 :Forces de portance pour les valeurs de la vitesse de soudage(100, 200 ,400,700 ,800 ,1000 mm/min) à vitesse de rotation constante (900 tour /min).

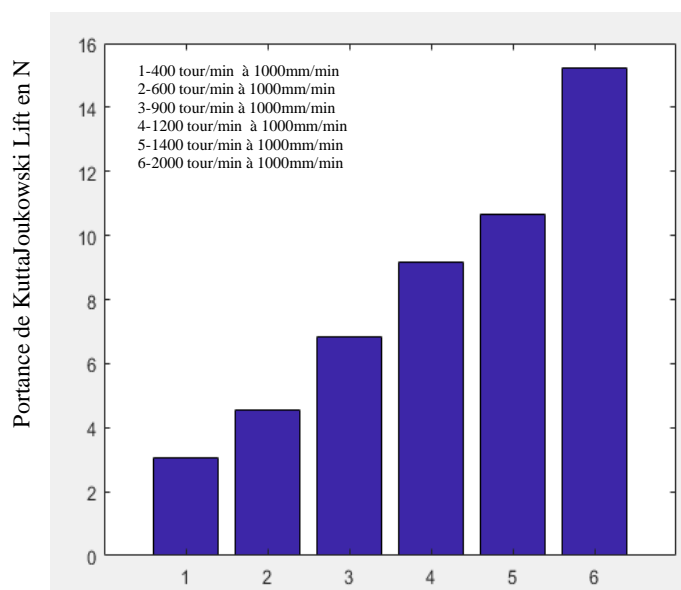


Figure 7.11:Forces de portance pour les valeurs de la vitesse de rotation (400, 600 ,900 ,1200,1400 et 2000 tour/min) à vitesse de soudage constante (1000 mm/min)
D'après les figures, on peut remarquer que la force de portance crée durant le flux de matériau amplifie à mesure que la vitesse de soudageaugmente (Figure 7.10). Cette remarque répète

et élève pour le cas de l'augmentation des vitesses de rotation (Figure 7.11). Cela nous conduit à constater qu'une vitesse plus élevée influe sur la création de force de portance. D'une part, cette force engendrée influe sur la dissymétrie des lignes de courant entre les deux (le côté avance (AS) et le côté retrait (RS)).

7.8 Les champs de pression autour du pion de soudure :

La figure suivante illustre la distribution des champs de pression autour du pion de soudure des matériaux d'aluminium 2024 en fonction de la hauteur de pion pour les différentes valeurs de rayon ; 35×10^{-3} , 45×10^{-3} , 50×10^{-3} et 75×10^{-3} m respectivement.

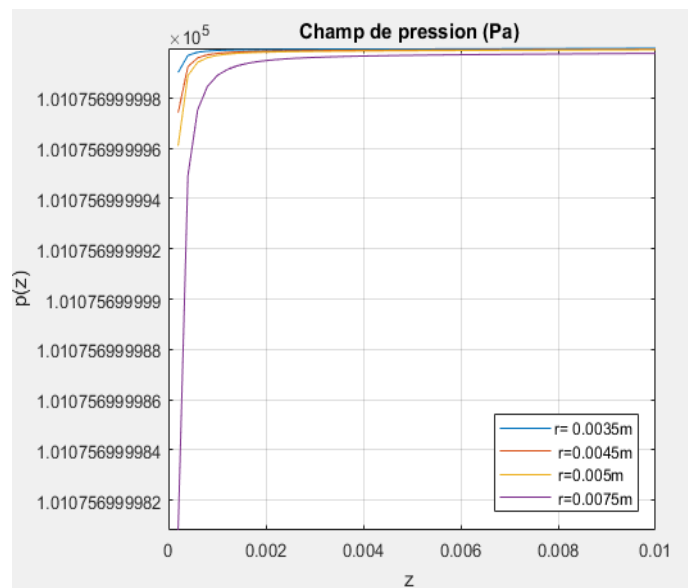


Figure 7.12: Les champs de pression autour du pion de soudure pour les différentes des valeurs de rayon.

D'après la figure, on peut observer que le champ de pression autour du pion de la soudure engendrée durant le flux de matériau diminue à mesure que le rayon de contourner de la zone de soudage augmente. Ceci est dû à la contraction de la zone de pression. D'une part, ce champ de pression engendrée élève tout en augmentant la hauteur du pion et allant à une valeur constante s'approche de 10^5 Pa. Cette remarque a pour tout rayon de contourner la zone du soudage ; 35×10^{-3} , 45×10^{-3} , 50×10^{-3} et 75×10^{-3} m où la hauteur du pion dépasse 3mm.

La figure suivante illustre la distribution des champs de pression autour du pion de soudure des matériaux d'aluminium 2024 en fonction de la hauteur de pion pour les différentes valeurs de rayon ; 35×10^{-3} , 45×10^{-3} , 50×10^{-3} et 75×10^{-3} m respectivement.

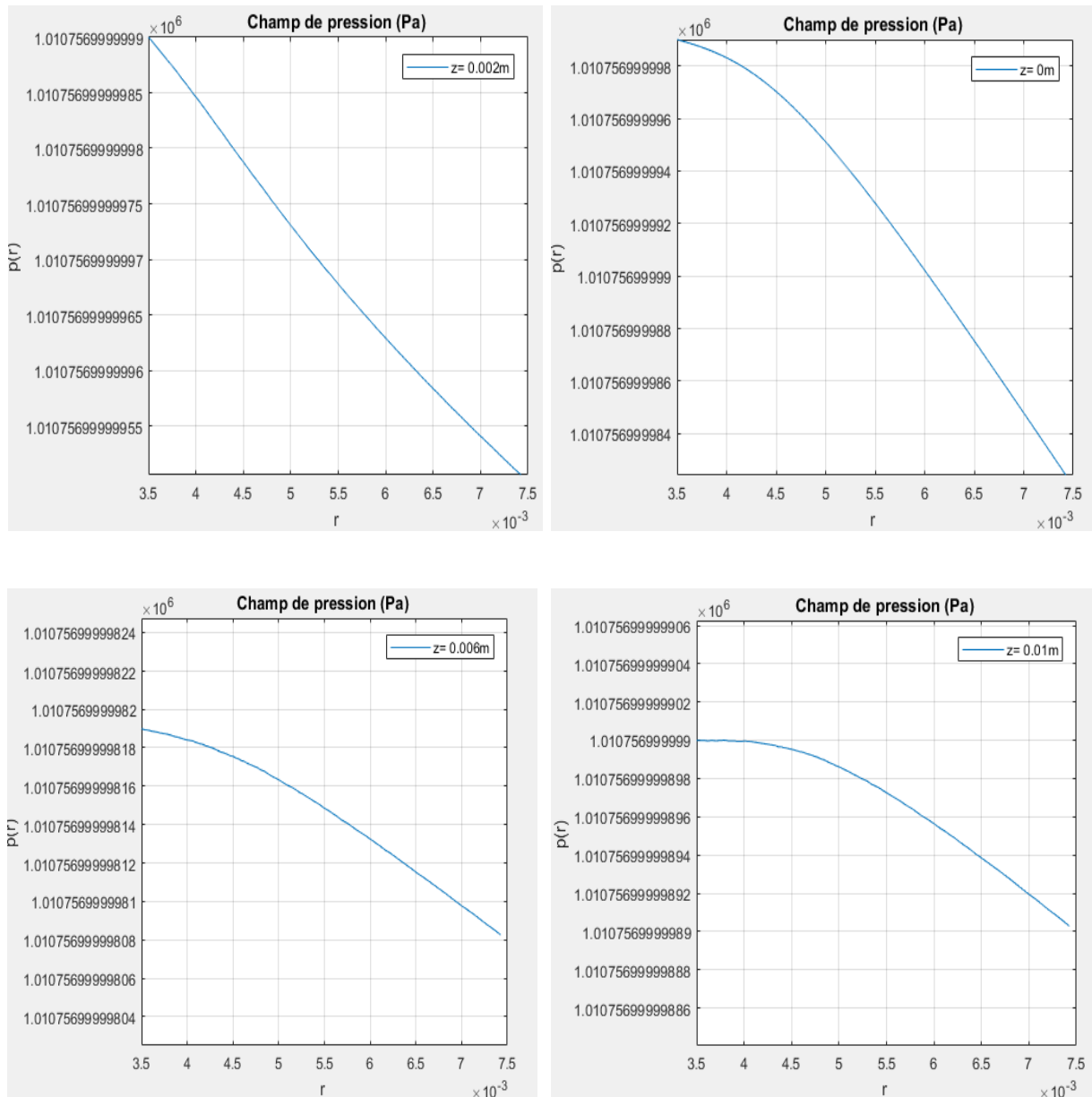


Figure 7.13 : Les champs de pression autour du pion de soudure pour les différentes des hauteurs du pion.

D'après les figures, on peut observer que le champ de pression autour du pion de la soudure engendrée durant le flux de matériau diminue à mesure que le rayon de contourner la zone de soudage augmente. Cette remarque a pour toute la hauteur du pion; 0, 2, 6 et 10 mm. Ceci est dû à la contraction de la zone de pression.

La figure suivante illustre la distribution des champs de pression autour du pion de soudure des matériaux d'aluminium 2024 en fonction la hauteur de pion pour les différentes valeurs de rayon ; 35×10^{-3} , 45×10^{-3} , 50×10^{-3} et 75×10^{-3} m respectivement.

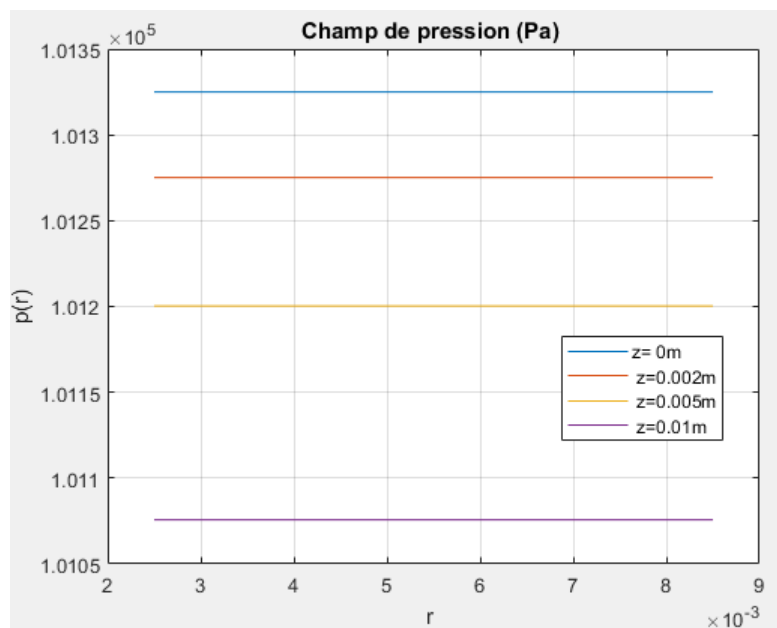


Figure 7.14 : Les champs de pression autour du pion de soudure pour les différentes des hauteurs du pion.

D'après les figures, on peut observer que le champ de pression autour du pion de la soudure engendrée durant le flux de matériau augmente à mesure qu'en tout augmentant la hauteur du pion. Ceci est dû au contact effectué par l'épaulement de l'outil de soudage sur le matériau durant le soudage où le champ de pression prend des valeurs élevées dans le niveau $z=0$ mm c'est-à-dire la zone de contact directe entre le matériau et l'épaulement de l'outil mais l'intensité de ce champ va diminuer à mesure qu'en tout éloignant de cette zone.

7.9 Résultats du champ de vitesse transitoire mécanique instationnaire :

Les figures suivantes illustrent les traces des fonctions de Bessel de première et seconde espèce et une combinaison linéaire ces fonctions respectivement qui représentent les solutions de l'équation différentielle spatiale du problème mécanique instationnaire. Ces solutions correspondent le champ de vitesse instationnaire pendant ce procédé.

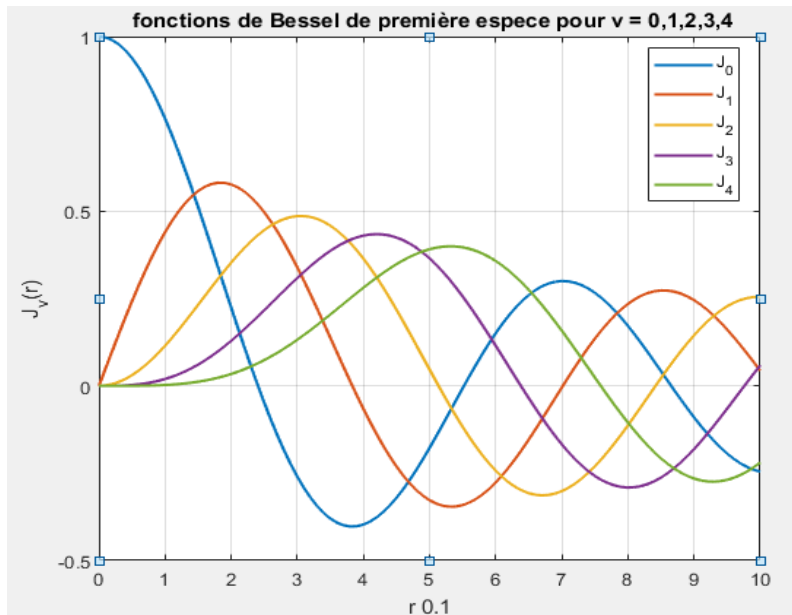


Figure 7.15 : Fonction de Bessel de première espèce

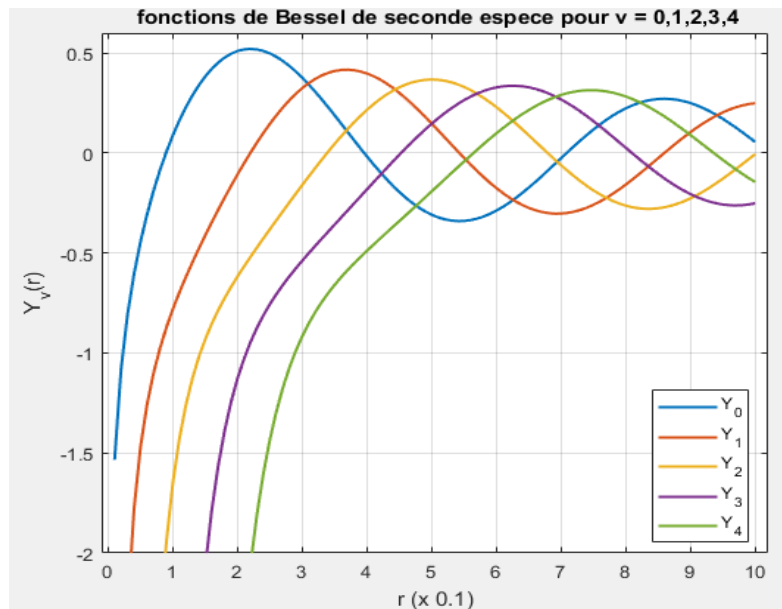


Figure 7.16 : Fonction de Bessel de seconde espèce

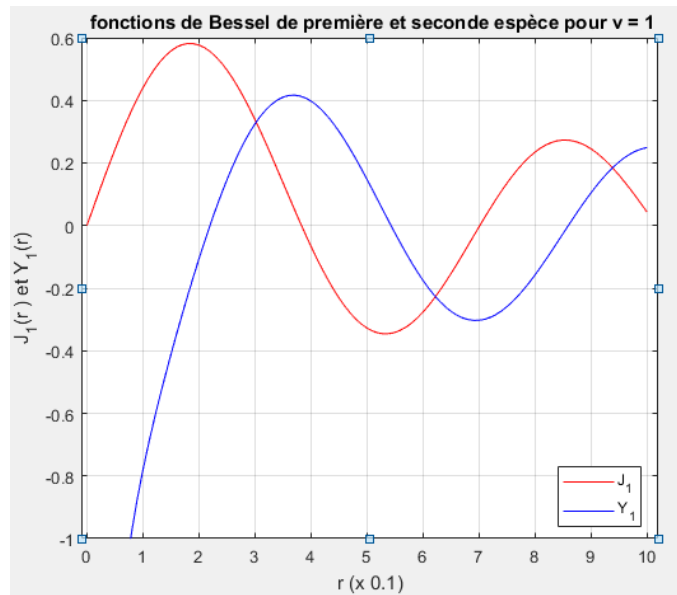


Figure 7.17 : Combinaison de la fonction de Bessel de première et seconde espèce

La figure suivante illustre la variation des vitesses de progression radiale du champ des couronnes de fluide en fonction des rayons des couronnes pour différents instants durant l'opération de soudage (2, 4 et 6s).

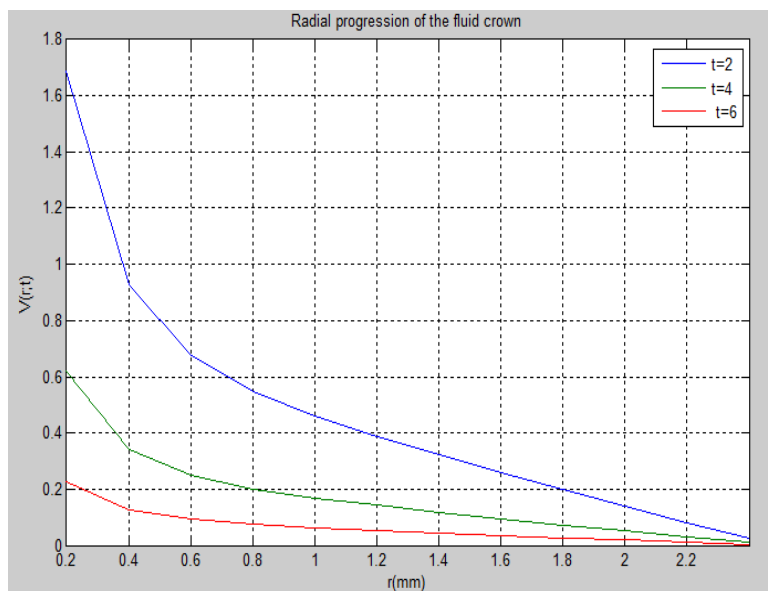


Figure 7.18 : Champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide (vitesse en fonction des rayons des couronnes).

D'après ces résultats on constate que cette variation représente une fonction exponentielle décroissante et inversement proportionnelle au rayon du champ ; i.e. la vitesse de progression près du pion prend des valeurs élevées comparées à celle des couronnes les plus loin et allant à des valeurs nulles. La diminution de la vitesse de progression peut s'expliquer par la stabilisation du fluide qui encercle le pion lorsque les couronnes deviennent loin de ce dernier à cause du passage de l'outil.

La figure suivante présente la variation des vitesses de progression radiale du champ des couronnes de fluide en fonction des rayons des couronnes pour trois valeurs de la vitesse de soudage (390, 600, 900 mm/min) durant l'opération de soudage (2, 4 et 6s).

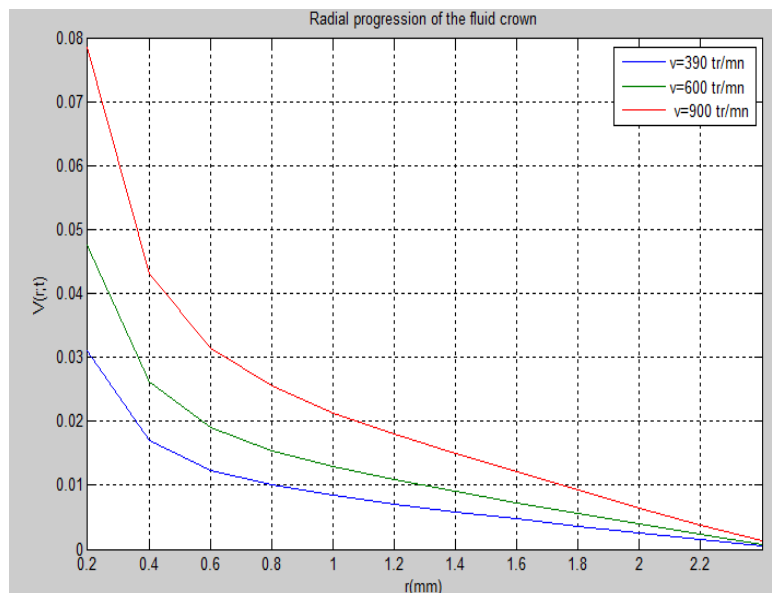


Figure 7.19 : Champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide (vitesse en fonction des rayons des couronnes pour différentes vitesses de soudage).

De même au cas précédent, on peut observer que le champ radial de vitesse de progression de la couronne fluide est changé selon une fonction exponentielle décroissante de la progression radiale de la couronne fluide. C'est évident dans différentes des vitesses de rotation du pion (390, 600, 900 tr/min), mais la diminution de ce champ de vitesse comme augmentations de progression de la couronne fluide. C'est dû à la couronne fluide loin de l'outil qui est peu influencée par la rotation de l'outil au cours le soudage. En outre, on observe que le champ

radial de vitesse de progression de la couronne fluide prend de petites valeurs avec la diminution des vitesses de rotation du pion.

La figure suivante montre la variation des vitesses de progression radiale du champ des couronnes de fluide en fonction des temps durant l'opération de soudage pour les vitesses de rotation du pion (900 tr/min).

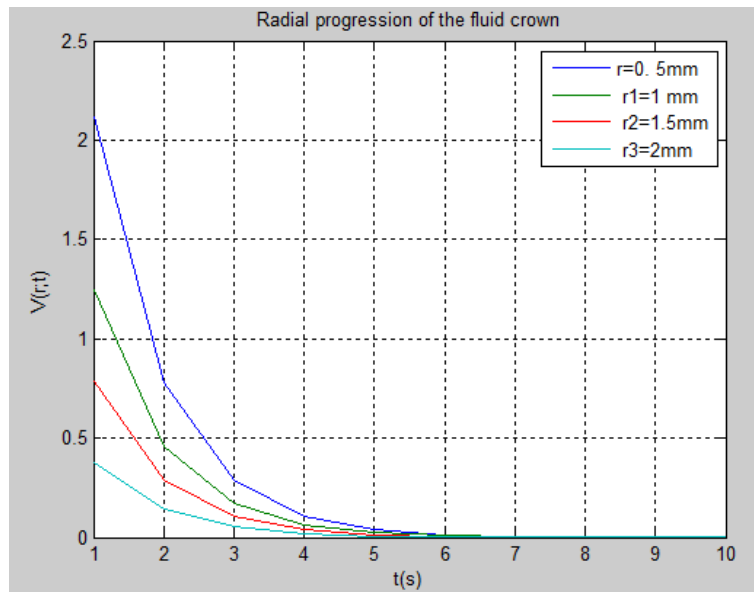


Figure 7.20 : Champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide (vitesse en fonction du temps pour différentes vitesses de soudage).

On peut observer que le champ de vitesse de progression radiale de la couronne fluide est varié selon une exponentielle décroissante avec le temps. Ceci est évident dans les premiers temps, mais ce champ de vitesse diminue à mesure que le temps augmente. Également, on observe que le champ de vitesse de progression radiale de la couronne fluide prend de petites valeurs avec un temps plus long allant à des valeurs nulles, Ceci est toujours dû à la stabilisation de fluide après le passage de l'outil de soudage.

La figure suivante présente la variation des vitesses de progression radiale du champ des couronnes de fluide en fonction des temps pour trois valeurs des vitesses de rotation du pion (390, 600, 900 tr/min) durant l'opération de soudage.

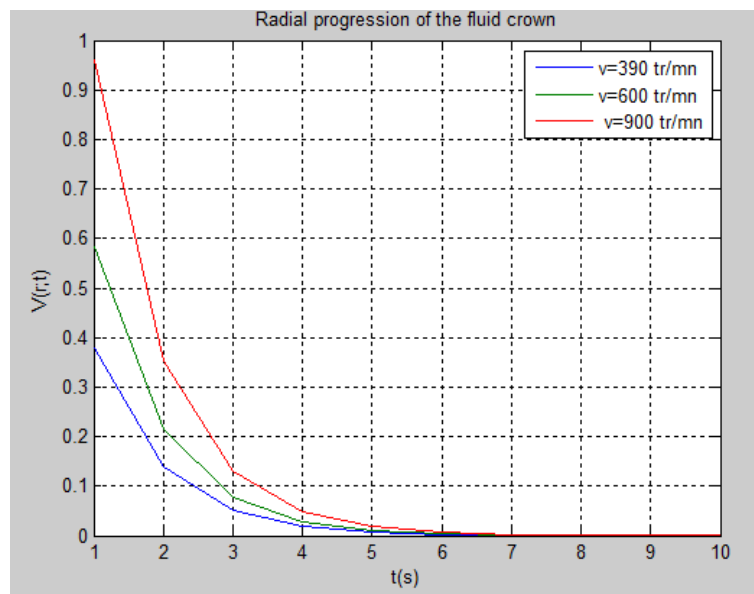


Figure 7.21: Champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide (vitesse en fonctionle temps).

De même au cas précédent, on peut observer que le champ de vitesse de progression radiale de la couronne fluide est varié selon une exponentielle décroissante avec le temps. On observe que le champ radial de vitesse de progression de la couronne fluide prend de petites valeurs avec la diminution des vitesses de rotation du pion.

7.10 Résultats du solide -le viscosimètre de Couette-

Dans cette section, on va présenter les résultats tant le champ de déplacement, le champ de contraintes et la déformation d'aluminium 2024 au cours du soudage par friction et malaxage (du viscosimètre de Couette) qui a été considéré avec un matériau solide dans plusieurs phases telles que la phase élastique, la phase élastoplastique et la phase plastique en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur. Ces résultats ayant pour le cadre de petites perturbations. Par la suite, on va présenter les résultats de la solution avec un comportement élastoplastique avec écrouissage a été développé en considérant un chargement monotone croissant.

7.10.1 Résultats de la phase élastique

La figure ci-dessous présente la variation du champ de déplacement dans la phase purement élastique d'aluminium 2024 au cours du soudage par friction et malaxage où cette structure se déforme élastiquement qui présente par le viscosimètre de Couette en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

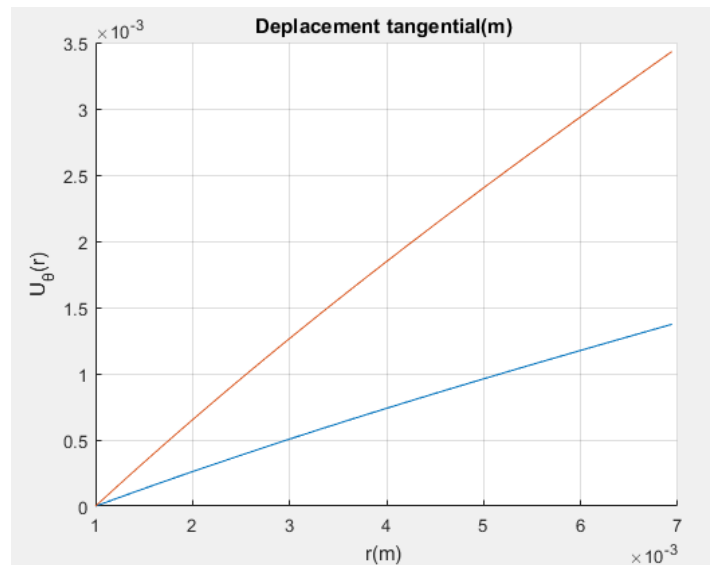


Figure 7.22 : Champ de déplacement dans la structure (aluminium 2024) en l'état élastique au cours le soudage par friction et malaxage.

Dans cette phase, toute la structure est en l'état purement élastique où cette structure se déforme élastiquement qui présente par le viscosimètre de Couette en conservant les conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur. On peut observer que le déplacement matériel imposé croît de façon linéaire avec le rayon intérieur ($a=1\text{mm}$) vers le rayon extérieur ($a=10\text{mm}$), apparue dès l'initial pas de temps progresse dans le premier paramètre pilotant ($a=1\text{mm}$) et s'étend radialement au second dans le deuxième paramètre pilotant ($a=10\text{mm}$).

La figure suivante présente la variation du champ de contraintes dans la phase purement élastique où cette structure se déforme élastiquement qui présente par le viscosimètre de

Couette en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

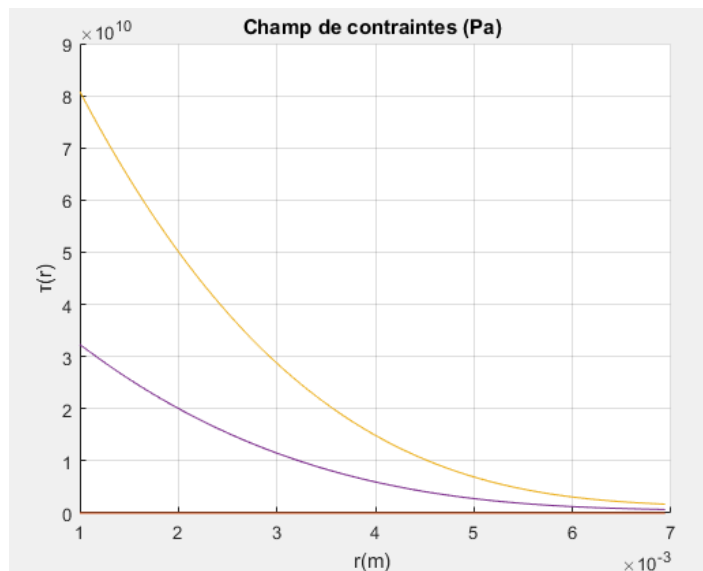


Figure 7.23 : Champ de contraintes dans la structure élastique

On peut observer que le champ de contraintes décroît de façon non linéaire avec le rayon intérieur ($a=1\text{mm}$) vers le rayon extérieur ($a=10\text{mm}$), apparue dès l'initial pas de temps progresse dans le premier paramètre pilotant et s'étend radialement au second dans le deuxième paramètre pilotant. Les valeurs de ce champ de contraintes vont à des valeurs nulles en tout augmentant les valeurs du paramètre pilotant.

7.10.2 Résultats de la phase élastoplastique

La figure ci-dessous présente la variation du champ de déplacement dans la phase élastoplastique (Zone plastique) où une couronne intérieure du viscosimètre est plastifiée. Cette couronne s'étend radialement sur la couronne élastique qui l'entoure, à mesure que le chargement augmente en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

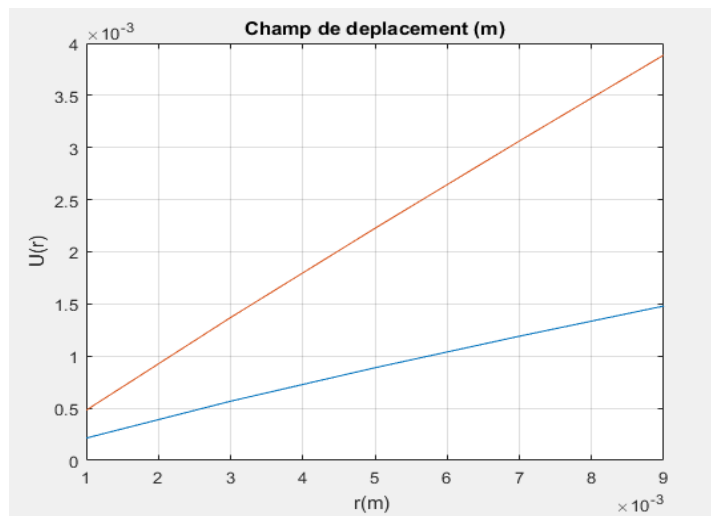


Figure 7.24: Champ de déplacement dans la phase élastoplastique (Zone plastique)

On peut observer que le déplacement matériel imposé croît de façon linéaire avec le rayon couronne intérieure ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne élastique ($a=10\text{mm}$), il semble dès l'initial pas de temps progresse dans le premier couronne intérieure et s'étend radialement au second dans le deuxième couronne extérieure.

La figure suivante présente la variation du champ de contraintes dans la phase élastoplastique (Zone plastique) où une couronne intérieure du viscosimètre est plastifiée. Cette couronne s'étend radialement sur la couronne élastique qui l'entoure, à mesure que le chargement augmente en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

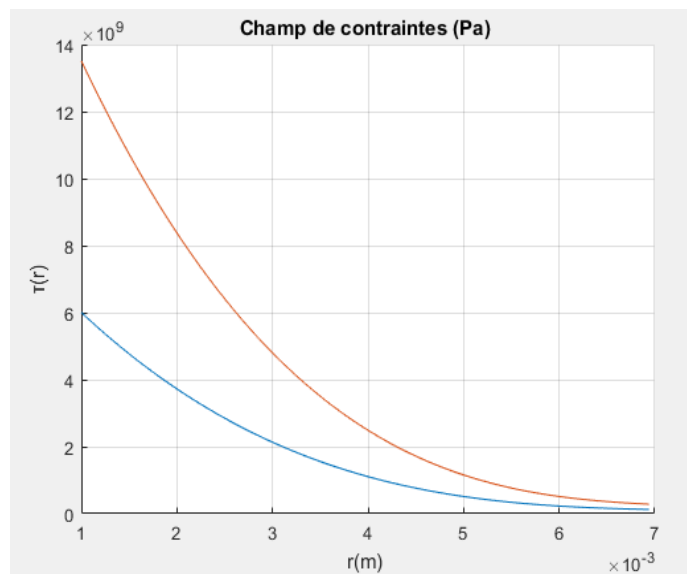


Figure 7.25 : Champ de contrainte dans la phase élastoplastique (Zone plastique).

On peut remarquer que le champ de contrainte croît de façon non linéaire avec le rayon couronne intérieur ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne élastique ($a=10\text{mm}$), il semble dès l'initial pas de temps progresse pour le premier couronne intérieure et s'étend radialement au second pour le deuxième couronne extérieure.

La figure suivante illustre la variation de la déformation dans la phase élastoplastique (Zone plastique) où une couronne intérieure du viscosimètre est plastifiée en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur. Cette couronne s'étend radialement sur la couronne élastique qui l'entoure, au fur et à mesure que le chargement augmente.

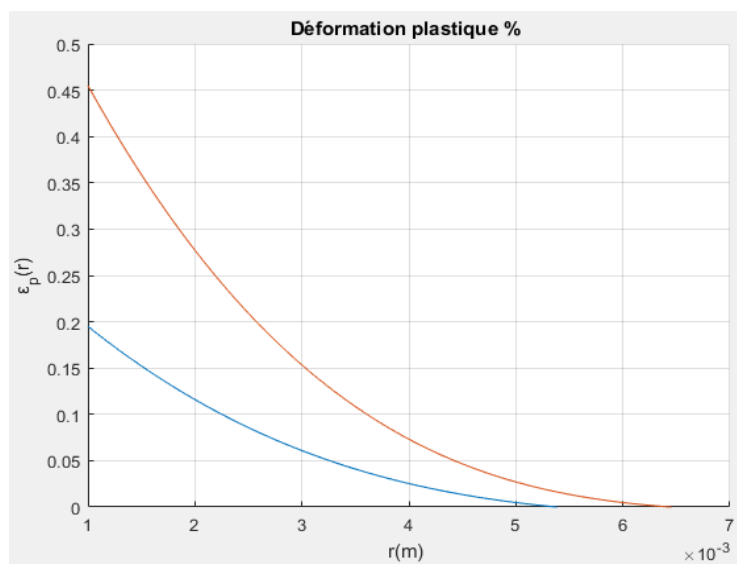


Figure 7.26 : Champ de déformation dans la phase élastoplastique (Zone plastique).

D'après la figure, on observe que la déformation diminue de façon non linéaire avec le rayon couronne intérieur ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne élastique ($a=10\text{mm}$), il semble dès l'initial pas de temps progresse dans le premier couronne intérieure et s'étend radialement au second dans le deuxième couronne extérieure.

La figure ci-dessous présente la variation du champ de déplacement dans la phase élastoplastique (Zone élastique) en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

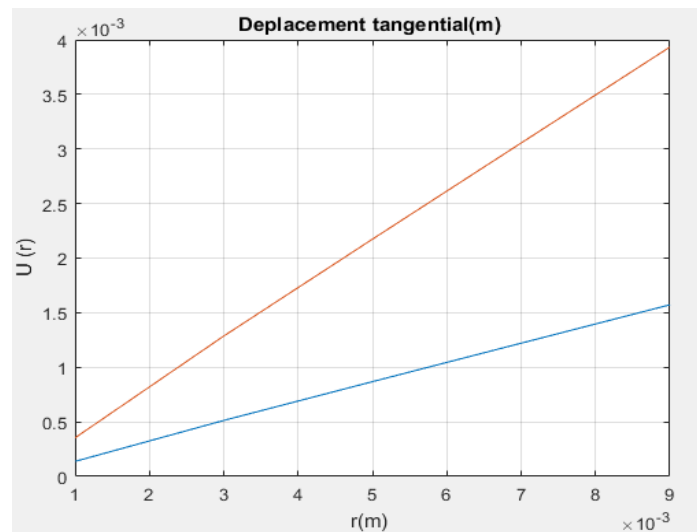


Figure 7.27 : Champ de déplacement dans la phase élastoplastique (Zone élastique).

On peut remarque que le champ de contrainte croît de façon linéaire avec le rayon couronne intérieur ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne élastique ($a=10\text{mm}$), il semble dès l'initial pas de temps progresse pour le premier couronne intérieure et s'étend radialement au second pour le deuxième couronne extérieure.

7.10.3 Résultats de la phase plastique

La figure suivante présente la variation du champ de contraintes dans la phase plastique où une couronne intérieure du viscosimètre est plastifiée. Cette couronne s'étend radialement sur la couronne élastique qui l'entoure, à mesure que le chargement augmente en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

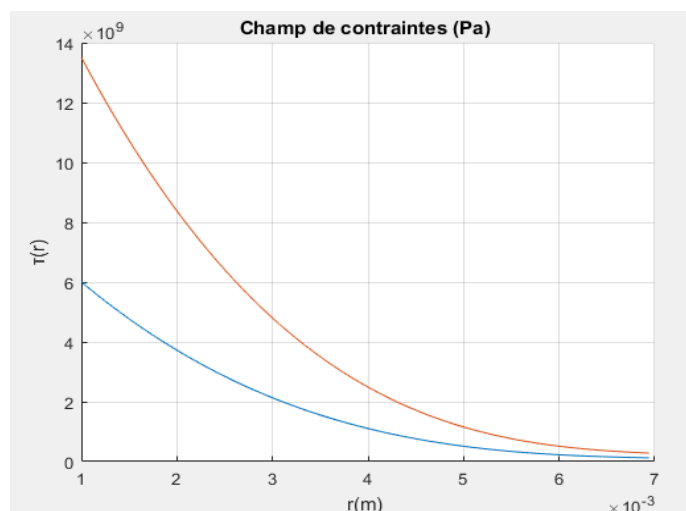


Figure 7.28 : Champ de contrainte dans la phase élastoplastique (Zone plastique).

On peut remarquer que le champ de contrainte décroît de façon non linéaire avec le rayon couronne intérieur ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne élastique ($a=10\text{mm}$), il semble dès l'initial pas de temps progresse pour le premier couronne intérieure et s'étend radialement au second pour le deuxième couronne extérieure.

La figure suivante présente la variation du champ de déformation plastique cumulée dans la phase plastique où une couronne intérieure du viscosimètre est plastifiée. Cette couronne s'étend radialement sur la couronne élastique qui l'entoure, à mesure que le chargement augmente en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

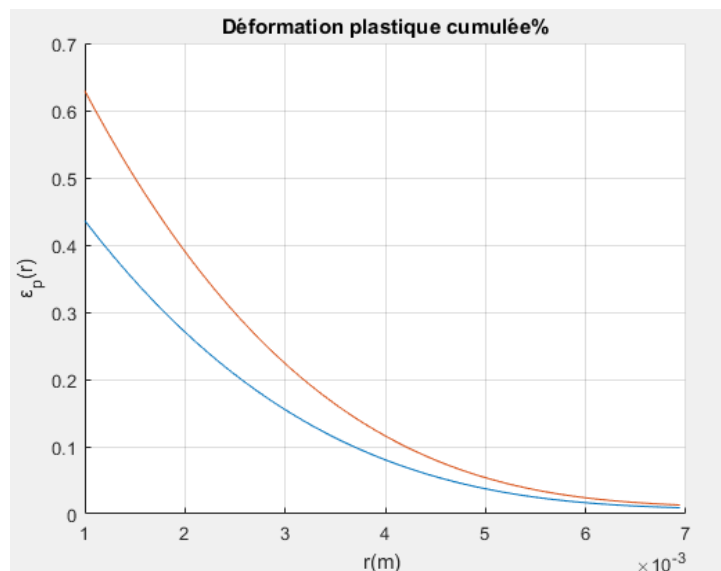


Figure 7.29 : Champ de déformation plastique cumulée dans la phase plastique.

On peut observer que le champ de déformation plastique cumulée dans la phase plastique décroît de façon non linéaire avec le rayon couronne intérieur ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne élastique ($a=10\text{mm}$), il semble dès l'initial pas de temps progresse pour le premier couronne intérieure et s'étend radialement au second pour le deuxième couronne extérieure.

La figure suivante présente la variation du champ de contraintes dans la phase plastique où une couronne intérieure du viscosimètre est plastifiée. Cette couronne s'étend radialement sur la couronne élastique qui l'entoure, à mesure que le chargement augmente en conservant

les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

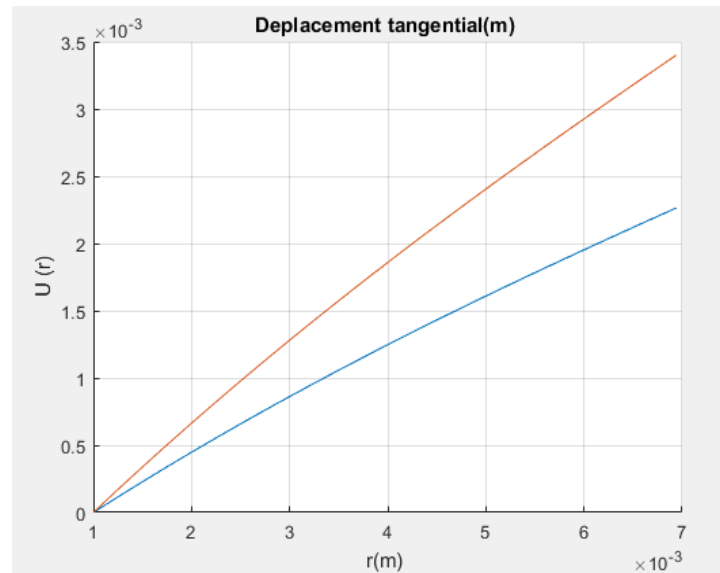


Figure 7.30 :Champ de contraintes dans la phase plastique.

D'après la figure, on peut observer que le déplacement matériel croît de façon linéaire avec le rayon couronne intérieure ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne élastique ($a=10\text{mm}$), il semble dès l'initial pas de temps progresse pour le premier couronne intérieure et s'étend radialement au second pour le deuxième couronne extérieure.

7.10.4 Décharge

Une décharge du viscosimètre de Couette consiste à annuler le paramètre d'effort. La figure suivante présente la variation du champ de déplacement résiduel de cette décharge est fonction avec le rayon couronne intérieure ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne extérieure ($a=10\text{mm}$). Cette décharge du viscosimètre de Couette conserve les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

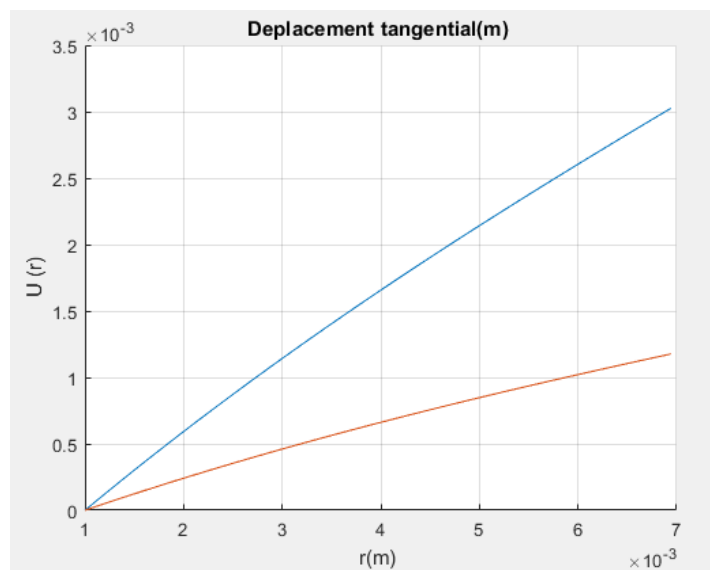


Figure 7.31 : Champ de déplacement résiduel.

On peut observer que le champ de déplacement résiduel croît de façon linéaire avec le rayon couronne intérieur ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne élastique ($a=10\text{mm}$), il semble dès l'initial pas de temps progresse pour la première couronne intérieure et s'étend radialement au second pour la deuxième couronne extérieure.

7.10.5 Grandes transformations

On peut montrer que, dans ce cas particulier, l'extension au cadre de grandes transformations, compte tenu du comportement plastique rigide, amène à des résultats similaires, seule l'interprétation physique de certaines grandeurs étant modifiée. La figure suivante présente la variation du champ des contraintes en grandes transformations en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

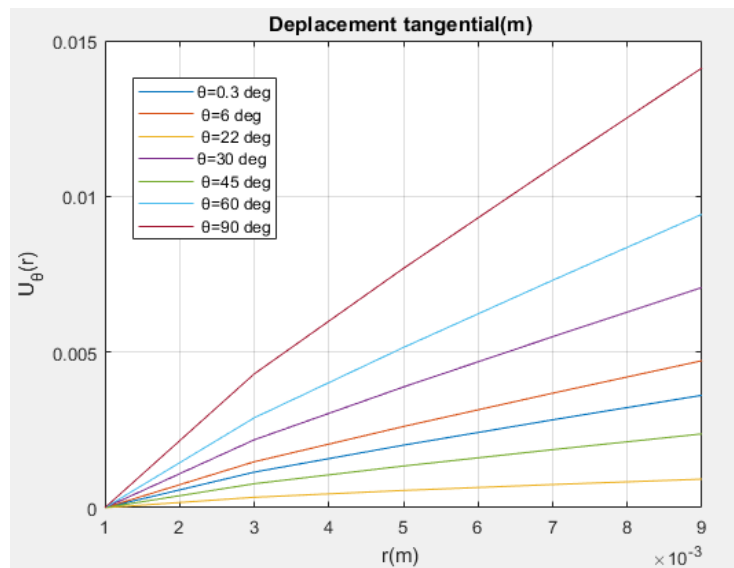


Figure 7.32 :Champ de déplacement au cadre de grandes transformations.

On observe que du champ de déplacement en grandes transformations croît de façon linéaire avec le rayon couronne. Cette croissance est évident à mesure que le rayons'étend de la zone de grandes transformations .Cette observation ayant pour tout angles de la rotation ; 0.3, 6, 22, 30, 45, 60 et 60 deg. Dans une autre part, lacroissanceduchamp de contrainte est évident à mesure que l'angle augmente.

La figure suivante présente la variation du champ de contraintes en grandes transformations en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur.

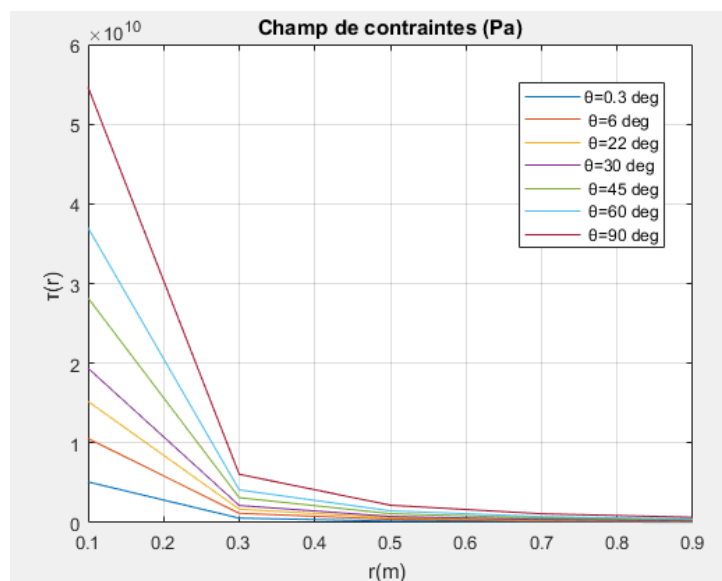


Figure 7.33 :Champ de contraintes en grandes transformations.

D'après la figure, on peut observer que le champ de contrainte décroît de façon linéaire avec le rayon couronne. Cette décroissance est évidente à mesure que le rayon s'étend de la zone de grandes transformations c'est-à-dire du rayon couronne intérieur ($a=1\text{mm}$) vers le rayon couronne élastique ($a=10\text{mm}$) et allant à des valeurs nulles où la valeur du rayon couronne dépasse $5 \cdot 10^{-3}\text{m}$. Cette observation ayant pour tout angles de la rotation ; 0.3, 6, 22, 30, 45, 60 et 60 deg. Dans une autre part, la croissance du champ de contrainte est évidente à mesure que l'angle augmente.

7.11 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a exploité les résultats du modèle mécanique de fluide concernant l'étude en cas du comportement fluide durant le soudage friction et malaxage de matériau d'aluminium 2024 tel que ; les lignes de courant autour du pion d'outil du soudage, Les champs de vitesse et les profils de pression autour de la jonction de soudure dans des différentes vitesses du soudage et de la rotation dans le cadre stationnaire et on a exploité les résultats du modèle mécanique de fluide ; le champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide dans le cadre instationnaire. La solution de ce comportement dans deux cas s'appuie sur un problème classique de mécanique des fluides. Également, dans ce chapitre, on a présenté les résultats du modèle mécanique de solide concernant l'étude en cas du comportement solide durant le soudage friction et malaxage de matériau d'aluminium 2024 tel que ; le champ de contrainte, le champ de déformation et le champ de déplacement.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVE

La technologie de soudage par friction-malaxage est un atout majeur pour l'industrie depuis sa création. Malgré sa courte histoire, elle a trouvé des applications répandues dans divers secteurs industriels. Les alliages d'aluminium de la série 7000 sont beaucoup étudiés dans le cadre de ce procédé du fait qu'ils sont beaucoup utilisés en aéronautique et ne peuvent être soudés que par ce procédé. Le travail présenté dans ce manuscrit a porté sur la mise en place d'une modélisation analytique du procédé de soudage par friction et malaxage, différentes parties sont abordées dans cette thèse. En général, on peut conclure le suivant :

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous avons présentées plusieurs points ; (1) les caractéristiques et les avantages identifiés du procédé de soudage par friction et malaxage par rapport à d'autres procédés d'assemblage classiques (2) le principe du procédé ainsi que les (3) les paramètres processus les principaux domaines d'applications du soudage friction et malaxage (4) les phénomènes physiques se produisant au cours du soudage (5) les techniques de mesures de la température et les méthodes de visualisation des flux de matière les types de modélisations existant dans la littérature .

Dans le deuxième chapitre de cette thèse ,nous avons mis l'accent sur certains points ;les solutions analytique de champ de la température des processus des soudages et surtout le soudage par friction et malaxage, le bilan énergétique de ce soudage tel que l'énergie surfacique (frottement) et l'énergie volumique (déformation) qui permet d'atteindre la température requise, les conditions topologie et les lois comportement les plus significatifs de la littérature concernant les phénomènes thermiques au cours du procédé FSW et les paramètres intervenant durant le processus FSW qui sont distingués selon leurs rôles physiques (le coefficient de transfert le thermique entre tôle/plaque support et tôle/ambient...etc).

Dans le troisième chapitre de cette thèse, la solution analytique a été présentée afin de décrire du flux thermique au cours du procédé FSW. Ce développement a été effectué par la méthode de séparation des variables qui permet nous résoudre l'équation différentiel partiel

associée à ce problème qui conduit à la description des champs thermiques au cours de ce procédé FSW en trois dimensions. La chaleur de friction générée par l'outil FSW circulaire dans une plaque rectangulaire finie aux conditions aux limites homogènes. Les parties de la source de chaleur la surface inférieure de l'épaulement, la surface latérale du pion et la surface inférieure de pion sont prises en compte donc la source totale de l'outil. La fonction de Dirac delta résulte de l'évaluation de ses fonctions dépendantes à l'endroit de son impulsion a été présentée afin de la description des sources d'énergie engendrées par le frottement entre l'outil de soudage et les tôles à souder.

Dans le quatrième chapitre de cette thèse, on a présenté l'historique et la variation de la température à divers endroits de la pièce en comparant avec les données recueillies par Yeong (Yeong-Maw Hwang 2008) afin de valider les résultats obtenus dans notre modèle qui a été déterminé dans le chapitre précédent. Cette comparaison est consistée en trois parties. Le premier type est du même côté et à une distance égale par rapport à la direction du soudage et le deuxième type est du même côté et à une distance inégale par rapport à la direction du soudage et le dernier type est des côtés opposés et à une distance égale par rapport à la direction du soudage. On peut conclure :

1-Tout thermocouple est plus proche du point de départ, son taux de réchauffement est supérieur à celui des autres et le taux de refroidissement est plus lent que celui des autres.

2-Du fait que tout thermocouple est le plus proche de la ligne de joint, son profil de température est plus élevé que celui des autres.

3-Les périodes de chauffage et de refroidissement de chaque thermocouple sont distinctement distinctes car la vitesse de chauffage est beaucoup plus élevée que la vitesse de refroidissement.

4-Pour chacune des lignes, les maxima sont atteints après un temps plus long que la ligne considérée est éloignée du cordon de soudure.

5-Les températures appropriées pour un processus réussi de FSW sont entre 640 et 610 ° C d'aluminium 6061-T6

On peut conclure qu'il existe un bon accord entre le modèle thermique et les données collectées pendant le procédé de soudage par friction et malaxage (soudage bout à bout) pour

des différents types de dispositions des thermocouples de Yeong-Maw Hwang. De manière générale, les historiques thermiques pour différents types sont stables et acceptables.

Dans le cinquième chapitre de ce manuscrit, nous avons présenté l'état de l'art des travaux concernant la description de l'écoulement de matière autour du joint du soudé pendant le soudage FSW ainsi que l'interprétation de l'écoulement la matière en analysant de la microstructure des joints. En outre, on va présenter les modèles qui existent dans les travaux provenant de la littérature telle que les modèles basés sur la dynamique des fluides, les modèles basés sur la mécanique du solide et le modèles mixtes. Également, on va présenter les écritures de la loi de comportement appropriées ; la loi comportement élastoplastique, comportement élastoviscoplastique de Chaboche et comportement élastoviscoplastique dit 'bichuoche'. La maîtrise du champ est de l'écoulement nécessaire afin d'assurer une soudure de bonne qualité.

Dans le sixième chapitre de ce manuscrit, nous avons deux parties, la première partie concerne le développement des solutions analytiques de référence dans le cas d'un comportement fluide. La solution de cette partie s'appuie sur un problème classique de mécanique des fluides. Cette solution traditionnellement présente en mécanique stationnaire et instationnaire. En ce qui concerne la deuxième partie, un viscosimètre de Couette sera considéré avec un matériau dans plusieurs phases telle que la phase élastique, la phase élastoplastique et la phase plastique en conservant les mêmes conditions aux limites, le cylindre intérieur du viscosimètre de Couette est fixé et le chargement est piloté par la rotation du cylindre extérieur. Donc, le cas du comportement solide la détermination de l'état d'équilibre (contraintes et déformations) du viscosimètre de Couette exige la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles, exprimant la compatibilité du champ de déformation, les équations d'équilibre, la loi de comportement et les conditions aux limites correspondantes.

Dans le septième chapitre de ce manuscrit, on a exposé différents résultats de modéliser pour apprécier la pertinence de notre modèle qui permet d'obtenir les lignes de courant autour du pion d'outil, les champs de vitesse et les profils de pression autour de la jonction des

matériaux d'aluminium 2024 au cours du soudage friction et malaxage dans les cas suivantes ; différentes vitesse de soudage à vitesse de rotation constante et différentes vitesse de rotation à vitesse de soudage constante. Aussi, on va présenter les résultats le champ de vitesse transitoire pendant ce procédé. Dans le deuxième partie de ce chapitre, on a montré différents résultats du cas le matériau solide (viscosimètre de Couette). Ces résultats sont présentées par le champ de déplacement, le champ de contraintes et la déformation du viscosimètre de Couette .Ces résultats ayant pour le cadre des petites perturbations. Par la suite, on va présenter les résultats de la solution avec un comportement élastoplastique avec écrouissage a été développée en considérant un chargement monotone croissant. On peut tirer les conclusions suivantes :

- 1- Les lignes de courant dans le voisinage le pion de l'outil de soudage sont des courbes qui prennent une forme circulaire de plus en plus qu'on s'éloigne des positions du pion.
- 2- les zones du voisinage le pion de l'outil de soudage sont très influencées par le mouvement de rotation et peuvent coïncider avec la vitesse rotation du pion.
- 3- Il y a une dissymétrie entre l'intrados (RS) et l'extrados (AS) du pion. Cette observation est fréquente pour tous cas.
- 4- Il met en évidence que les lignes de courant sont peu affectées par la rotation de l'outil en tout augmentant de la vitesse de soudage.
- 5- En revanche dans les faibles vitesses de rotation les lignes de courant ayant les courbes quasiment symétriques autour du pion.
- 6- La variation de la vitesse de soudage est un choix très important influant sur les courbes des lignes de courant et ses symétriques autour du pion .En revanche la variation de la vitesse de rotation reste un choix peu important influant sur les courbes des lignes.
- 7- les composantes de vitesse montre de quelle manière le phénomène de circulation (entraînement en rotation) domine sur le champ contournement et limite les problématiques de pénétration de la matière à travers l'outil (incompatibilité cinématique).
- 8- Pour les moindres des vitesses de soudage, le profil des pressions a la forme d'une

- ellipse fermée autour de la jonction de soudure.
- 9- Pour les grandes des vitesses de soudage, le profil des pressions ayant la forme d'un semi-cycle fermé autour de la jonction de soudure.
 - 10- Le profil des pressions prend une forme n'est pas symétrique autour de la jonction de soudure pour où les vitesses de soudage (100 et 200 mm/min).
 - 11- Les vitesses de soudage (400,700 ,800 ,1000 mm/min) le profil des pressions prend une forme presque symétrique autour de la jonction de soudure.
 - 12- Si toute la vitesse de soudage augmente le profil des pressions prenant une forme cycle fermé symétrique.
 - 13- La variation de la vitesse de soudage et variation de la vitesse de rotation est des choix très importants influant sur le profil des pressions et ses symétriques autour de la jonction de soudure.
 - 14- La variation de la vitesse de rotation reste un choix peu important influant sur l'intensité du champ de vitesse par rapport à celle la vitesse de soudage.
 - 15- La force de portance crée durant le flux de matériau amplifie à mesure que la vitesse de soudage augmente.
 - 16- La force de portance générée influence la dissymétrie des lignes de courant entre les deux le côté avance(AS) et le côté retrait (RS).
 - 17- Le champ de pression autour du pion de la soudure engendrée durant le flux de matériau diminue à mesure que le rayon de contourner de la zone de soudage augmente.
 - 18- Le champ de pression engendré élève en tout augmentant la hauteur du pion.
 - 19- l'intensité du champ de pression va diminuer à mesure qu'en tout éloignant de la zone de contact directe entre le matériau et l'épaulement.
 - 20- La variation du champ de vitesse instationnaire de progression radiale de la couronne fluide représente une fonction exponentielle décroissante et inversement proportionnelle au rayon du champ de progression radiale de la couronne.
 - 21- le champ de vitesse de progression radiale de la couronne fluide est varié selon une exponentielle décroissante en temps.
 - 22- La vitesse de progression radiale de la couronne fluide près du pion prend des valeurs élevées comparées à celle des couronnes les plus loin et allant à des valeurs nulles.

- 23- La couronne fluide loin de l'outil est peu influence par la rotation de l'outil au cours le soudage.
- 24- Le champ radial de vitesse de progression de la couronne fluide prend de petites valeurs avec la diminution des vitesses de rotation du pion.
- 25- La structure (aluminium 2024) est en l'état purement élastique où cette structure se déforme élastiquement et en la phase élastoplastique (Zone plastique) ainsi que la phase plastique au cours le soudage par friction et malaxage le déplacement matériel croît de façon linéaire avec le rayon du champ de progression radiale de la couronne.
- 26- Le champ de contraintes de cet aluminium en l'état purement élastique et en la phase élastoplastique ainsi qu'en la phase plastique décroît de façon non linéaire avec le rayon du champ de progression radiale de la couronne.
- 27- la déformation diminue de façon non linéaire avec le rayon couronne en la phase élastoplastique (Zone plastique) et en la phase plastique au cours le soudage par friction et malaxage.
- 28- Annuler le paramètre d'effort le champ de déplacement résiduel d'aluminium 2024 croît de façon linéaire avec le rayon couronne.
- 29- L'extension au cadre de grandes transformations, compte tenu du comportement plastique rigide. Le champ de contraintes en grandes transformations croît de façon linéaire avec le rayon couronne.
- 30- Dans l'extension au cadre de grandes transformations le champ de contrainte décroît de façon linéaire avec le rayon couronne.

Ce procédé du soudage est un problème très complexe car il implique des couplages entre des phénomènes mécaniques, thermiques et métallurgiques. Néanmoins, la technologie du soudage par friction- malaxage a été un atout majeur pour l'industrie depuis sa création. Malgré sa courte histoire, il a trouvé des applications répandues dans divers secteurs industriels. Les alliages d'aluminium des séries 6000 et 7000 sont très étudiés dans ce procédé car ils sont largement utilisés dans l'aéronautique et ne peuvent être soudés que par cette méthode.

Perspectives

Le travail effectué sur le procédé Friction Stir Spot Welding ouvre des perspectives d'ordre

analytique expérimental. L'objectif final est de calibrer le modèle développé sur une base de données expérimentale, pour valider la modélisation analytique de ce procédé de soudage.

1. Perspectives analytiques : le présent travail a été ajusté sur le développement des effets thermiques, cependant il est nécessaire d'ajouter d'autres ingrédients pour réaliser une modélisation réellement prédictive de ce procédé :

- ✓ La prise en compte du contact unilatéral devrait permettre de modéliser la création de défaut à l'interface outil/matière mais aussi la répartition du contact entre les deux tôles à souder.
- ✓ L'implémentation d'une loi de frottement est nécessaire pour mieux caractériser le chargement dû à l'outil.
- ✓ Le couplage du modèle avec les aspects métallurgiques, peut permettre de faire porter le test de transition sur des fractions volumiques de phases, recalées par la suite sur des diagrammes Temps-Température-Transformation.

2. Perspectives expérimentales :

- ✓ Les études micrographiques (tests de microdureté, polissage, etc) pourraient permettre de compléter l'analyse mécanique effectuée mais aussi préparer l'analyse thermique suivante.
- ✓ Dans un second temps, Il sera intéressant de caractériser mécaniquement les joints de soudure réalisés par des tests à rupture. Un essai de simple recouvrement ou un essai en croix peuvent permettre d'étudier l'influence des paramètres procédé mais aussi l'influence des conditions de mise en position des tôles sur une charge critique.
- ✓ Enfin, une fois la mécanique maîtrisée, des données thermiques sont indispensables pour la calibration ultérieure du modèle. À cet effet, une mesure thermique par thermocouples semble la plus indiquée. La position de ces thermocouples au sein de l'éprouvette doit s'appuyer sur les résultats de l'analyse micrographique, et plus précisément sur l'identification expérimentale de la taille de la zone fortement malaxée. Plusieurs thermocouples peuvent être implantés dans l'épaisseur du spécimen, ainsi qu'à différents positions radiales en prenant soin de les décaler angulairement.

Références bibliographiques

- [Genevois.01]** Genevois C. Genèse des microstructures lors du soudage par friction malaxage d'alliages d'aluminium de la série 2000 & 5000 et comportement mécanique résultant. Thèse Institut national polytechnique de Grenoble, 2004.
- [Cazes.02]** Cazes R. Soudage à l'arc. Techniques de l'Ingénieur .Génie mécanique, B7730, 1-28.1995.
- [Khandkar et al.03]** Khandkar M Z H , KHAN J.A et REYNOLDS AP. Prediction of temperature distribution and thermal during friction stir welding: input torque based model. Science and technology of welding and joining, 8,165-174.2003.
- [Songet al.04]** Song M et Kovacevic R. Thermal modeling of friction stir welding in a moving coordinate system and its validation. International Journal of tools and manufacture, 43,605-615.
- [Baptiste.05]** Baptiste J P G. Soudage d'alliages d'aluminium par la technologie Friction Stir Welding Bobbin Tool. Thèse École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne. 2010.
- [Nejah.06]** Nejah J. Qualification du domaine de soudabilité en soudage par friction malaxage. Thèse Arts et Métiers ParisTech - Centre de Bordeaux Institut de Mécanique et Ingénierie. 2011.
- [Mishra.07]** Mishra Z.Y. Ma, Friction Stir welding and processing Material Science and Engineering. R 50 I-78.2005
- [Zhao et al. 08]** Zhao Y.-H., Lin S.-B. Wu L. et Qu F.-X. The influence of pin geometry on bonding and mechanical properties in friction stir weld 2014 Al alloy. Materials Letters, 59(23), 2948-2952. 2005.
- [Elangovan et al. 09]** Elangovan K. et Balasubramanian V. Influences of pin profile and rotational speed of the tool on the formation of friction stir processing zone in AA2219 aluminium alloy, Materials Science and Engineering A. Vol. 459. pp. 7-18.2007.
- [Arbegast.10]** Arbegast W. J. Chapter 13. Application of Friction Stir Welding and Related Technologies. Friction Stir Welding and Processing. Edité par R.S. Mishra et M.W. Mahoney, ISBN-13 978-0-87170-840-3, ASM International. 2007.
- [Scialpi et al .11]** Scialpi A. L.A.C., Filippis De et Cavaliere P. Influence of shoulder geometry on microstructure and mechanical properties of friction stir welded 6082 aluminium alloy. Materials and Design 28 . pp. 1124-1129.2007.
- [McClure et al .12]** McClure J.C, Coronado E, Aloor S, B. Nowak, L.M. Murr, A.C. Nunes, Jr. Effect of Pin tool Shape on Metal Flow During Friction Stir Welding.
- [Kulekci et al.13]** Kulekci M K, Şik A et Kaluç E. Effects of tool rotation and pin diameter on fatigue properties of friction stir welded lap joints. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. V 36. 9-10 . 877-882. 2008.
- [Buffa et al.14]** Buffa G, Hua J, Shivpuri R et Fratini L. Mater. Sci. Eng. A 419 389-396. 2006.

- [**Christner et al.15**]Christner B. McCoury J et Higgins S. Development and testing of friction stir welding (fsw) as a joining method for primary aircraft structure. 4th Symposium on FSW, Park City, 2003.
- [**Zimmer. 16**] Zimmer S. contribution a l'industrialisation du soudage par friction malaxage. Thèse Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Metz, 2009.
- [**Tongne.17**] Tongne A. Étude expérimentale et numérique du procédé de soudage FSW (Friction Stir Welding), Analyse microstructurale et modélisation thermomécanique des conditions de contact outil/matière transitoires, Thèse Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne. 2014.
- [**Marie et al.18**] Marie F, Allehaux D et Esmiller B. Development of the bobbin tool technique on various aluminium alloys. 5th Symposium on FSW. Metz. 2004.
- [**Lohwasser.19**] Lohwasser D. Welding of airframes by friction stir. 3rd Symposium on FSW. Kobe. 2001.
- [**Arbegast .20**] Arbegast W J . A flow-partitioned deformation zone model for defect formation during Friction Stir Welding. Scripta Materiala. 58:372–376.2008.
- [**Okamura.20**] Okamura H. Visualization of material flow in an autogeneous Friction Stir Weld. In J. Japan Weld. Soc. volume 69(7). 565–571. Japan. 2000.
- [**Yan et al.21**] Yan J, Sutton M.A et Reynolds A.P. Sci. Technol. Weld. Join. 10 (6) 725-736.2005.
- [**Reynolds et al.22**] Reynolds A.P, Tang W, Khandkar Z, Khan J.A et Lindner K. Sci. Technol. Weld. Join. 10 (2) 190-199. 2005.
- [**Bastier.24**] Bastier A. Modélisation du soudage d'alliages d'aluminium par friction et malaxage. Thèse Ecole polytechnique. 2006.
- [**Lienert et al.25**] Lienert T. J, Stellwag W. L , Grimmer B. B et Warke R. W. Friction Stir Welding Studies on Mild Steel. Supplement to the welding journal. 2003
- [**Timesli .26**] Timesli A . Simulation du soudage par friction et malaxage à l'aide de méthodes sans maillage. Thèse Université de Lorraine 2013.
- [**Gerlich et al.27**] Gerlich A, Su P et North T.H. Tool penetration during friction stir spot welding of Al and Mg alloys. J Mat Sci 40: 6473–6481. 2005.
- [**Mandal et al.28**] Mandal S, Rice J et Elmustafa A.A. Experimental and numerical investigation of the plunge stage in friction stir welding. J Mat Process Technol 203. 411–419.2008.
- [**Zaeh et al.29**] Zaeh M. F, Eireiner D et Papadakis L. Friction Stir Welding with modern milling machines. Requirements, Approach and Application, 5th International FSW Symposium, Metz, France.. 2004.
- [**Lienert et al.30**] Lienert T. J , Stellwag W. L, Grimmer B. B et Warke R. W. Friction Stir Welding Studies on Mild Steel. Supplement to the welding journal. 2003

- [**Gerdoux.31**]Gerdoux.Simulation numerique du soudage par frottement malaxage numerical simulation of the friction stir welding process. These Ecole des Mines de Paris.2007.
- [**Johnson.32**] Johnson R. Forces in friction stir welding of aluminium alloy, 3rd International FSW Symposium, Japan, 2001.
- [**Balasubramanian et al. 33**] Balasubramanian N, Gattu B et Mishra R. S. Process forces during friction stir welding of aluminium alloys, Science and Technology of Welding and Joining 2009, VOL 14-NO 2 p: 141 – 145.2009.
- [**Simar.34**] SimarA. A multiscale multiphysics investigation of aluminum friction stir welds from thermal modelling to mechanical properties through precipitation evolution and hardening .ThèseUniversité Catholique de Louvain. 2006.
- [**Voellner et al.35**] Voellner G, Zaeh F, Kellenberger O , Lohwasser D. et Silvanus J. 3-D FSW using a modified high payload robot, 6th International FSW Symposium, Saint Sauveur, Canada.2006.
- [**Gemme.36**]GemmeF. Modélisation numérique des phénomènes physiques du soudage par friction-malaxage et comportement en fatigue de joints soudés en aluminium 7075-t6, Thèse Université de Montréal.2011.
- [**Schneider et al .37**] Schneider J. A et Nunes Jr A. C. Characterization of plastic flow and resulting microtextures in a friction stir weld. Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing, 35(4), 777-783.2004.
- [**Colligan.38**]Colligan K. Material flow behavior during friction stir welding of aluminium. Welding Journal. 229–237. 1999.
- [**Guerra et al.39**] GuerraM, Schmidt C , McClure J. C, Murr L.E etNunes A.C.Flow patterns during friction stir welding. Materials Characterization. 49. 95- 101.2003
- [**Seidel et al.40**] Seidel et Reynolds.Visualization of the material flow in AA2195 friction-stir welds using a marker insert technique. Metallurgical and materials transactions A. 32A.. 2879-2884.2001.
- [**Xu et al.41**]Xu S et Deng X. A study of texture patterns in friction stir welds. Acta Materialia. 56. 1326-1341.2008
- [**Sanders .42**]Sanders J. Understanding the material flow path of the friction stir weld process. Master thesis. Faculty of Missipi State University. USA. 2007.
- [**Guedoiri .43**]Guedoiri A .Contribution à la modelisation et à la simulation numérique du soudage par friction et malaxage, Thèse Arts et Métiers ParisTech-Centre de Metz Laboratoire d'étude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux. 2012.
- [**Gratecap. 44**]Gratecap F. Contributions au procédé de soudage par frottement et malaxage FSW, Thèse Ecole Centrale de Nantes.2007.
- [**Ouyang et al.45**]Ouyang J, E Yarrapareddywar et Kovacevic R. Microstructural evolution in the friction stir welded 6061 aluminum alloy (T6-temper condition) to copper. Journal of Materials Processing Technology. 172. 110-122.2006.

- [Filhoet et al.46]**Filhoet A , Sheikhi S, dos Santos J.F. et BolfariniC. Preliminary study on the microstructure and mechanical properties of dissimilar friction stir welds in aircraft aluminium alloys 2024-T351 and 6056-T4. *Journal of materials processing technology*. 206. 132-142. 2008.
- [Li et al.47]** Li Ying , Murr L.E. et McClure J.C. Solid-state flow visualization in the frictionstir welding of 2024-Al to 6061-Al. *Scripta Materialia*. 40. 1041-1046. 1999.
- [Li et al.48]** Li Ying , Murr L.E. et McClure J.C. Flow visualization and residual microstructures associated with the friction-stir welding of 2024 aluminum to 6061 aluminum. *Materials Science and Engineering A*. 271. 213-223.1999.
- [Somasekharan et al.49]** Somasekharan A.C et Murr L.E. Microstructures in friction- stir welded dissimilar magnesium alloys and magnesium alloys to 6061-T6 aluminum alloy. *Materials Characterization*. 52. 49- 64. 2004.
- [Chen et al.50]** Chen Z.W et Pasang, Y. Qi. Shear flow and formation of Nugget zone during friction stir welding of aluminium alloy 5083-O. *Materials Science and Engineering A*. 474. 312-316. 2008
- [Schmidt et al.51]** Schmidt H.N.B, Dickerson T.L. et Hattel J.H. Material flow in butt friction stir welds in AA2024-T3. *Acta Materialia*. 54. 1199-1209.2006.
- [Heuzé et al.52]**Heuzé T. Modélisation des couplages fluide/solide dans les procédés d'assemblage à haute température, Thèse Université Pierre et Marie Curie / Paris 6. 2011.
- [Eric.52]** Eric F. Modélisation numérique du soudage par friction malaxage, Thèse Université Jean Monnet de Saint-Etienne.2005.
- [Connolly et al .53]** Connolly B.J, Davenport A.J, Jariyaboon M. Padovani C, Ambat R, Williams S.W, Price D.A, Wescott A, Goodfellow C.J. et Lee C.-M. 5th International Symposium on Friction Stir Welding. 2004.
- [Threadgill .54]** Threadgill P.L. Terminology in friction stir welding. *Science and Technology of Welding and Joining*.12 :357–360.2007.
- [Kim et al .55]** Kim Y.G, Fujii H , Tsumura T, Komakazi T. et Nakata K. *Mater. Sci. Eng. A* 415 . 250-254.2006.
- [Bradley et al 56]** Bradley GR, Lombard H et Hattingh DG .The relationship between process mechanisms and crack paths in friction stir welded 5083-H321 and 5383-H321 aluminium alloys. *Fatigue and Fracture Engineering in Materials and Structures*. 28: 245-256. 2005.
- [Rosenthal.57]**Rosenthal. D.Mathematical theory of heat distribution during welding and cutting.1941. in: eds.Upadhyay. P ,Reynolds.A.P.Effects of thermal boundary conditions in friction stir welded AA7050-T7 sheets,*Mater. Sci. Eng. A*527. 1537–1543.2010.
- [Goldak et al.58]**Goldak J, Chakravarti A et Bibby. M. A new finite element model for welding heat sources. *Metall. Trans. B*15(2).299–305.1984.
- [Goldak et al.59]**Goldak J, ChakravartiA et Bibby M.A double ellipsoid finite element model for welding heat sources. *Int. Inst. Weld.* 28.1985.

- [**Manca et al.60**]Manca O, Morrone B et Naso V. Quasi-steady-state three-dimensional temperature distribution induced by a moving circular gaussian heat source in a finite depth solid. *Int. J. Heat Mass Transf.* 38(7). 1305–1315.1995
- [**Weichert et al.61**]Weichert R et Schonert K. Temperature distribution produced by a moving heat source. *Q. J. Mech. Appl. Math.* 31(3).363–379.1978
- [**Jeager et al.62**]Jeager J.C. Moving sources of heat and temperature at sliding contacts, 1941. in: eds. Salimi S, Bahemmat P et Haghpanahi M. A 3D transient analytical solution to the temperature field during dissimilar welding processes. *J. Mech. Sci.* (79).2014.
- [**Pavelic et al. 63**]Pavelic V, Tanbakuchi R, Uyehara O. A et Myers P. S. Experimental and computed temperature histories in gas tungsten arc welding of thin plates. in: eds. Aissani M. Étude du comportement thermique et mécanique des matériaux aéronautiques par des méthodes numériques. application au soudage de structures métalliques. PhD Thesis, University of Blida. Algeria. 2012.
- [**Eagar et al. 64**]Eagar T. W. et Tsai N. S. J. Temperature fields produced by traveling distributed heat sources, *Weld. J.* 62(12) 346–355.1983.
- [**Jeong et al .65**]Jeong, S. K. et Cho, H. S. J. An analytical solution to predict the transient temperature distribution in fillet arc welds, *Weld. Journal-Including Weld. Res. Suppl.* 76(6). 223–232.1997
- [**Pantelis et .66**] Pantelis D.I. et Vonatsos K.N. Development and experimental validation of analytical thermal models for the evaluation of the depth of laser-treated zones. *Appl. Phys. A Mater. Sci. Process.* 67(4). 435–439.1998.
- [**Fang et al.67**] Fang H, Meng Q et Xu. Wet Ji S. New general double ellipsoid heat source model. *Sci. Technol. Weld. Join.* 10(3). 361–368. 2005.
- [**Lu et al.68**] Lu X, Tervola Pet Viljanen M. A novel and efficient analytical method for calculation of the transient temperature field in a multi-dimensional composite slab. *J. Phys. A. Math. Gen.* 38(39). 8337–8351.2005.
- [**Vilac et al.69**] Vilac P, Quintino L, DosSantos F, Zettler R et Sheikhi S. iSTIR—Analytical thermal model for friction stir welding. *J. Mater. Process. Technol.* 169(3).452–465.2005.
- [**Vilac et al.70**] Vilac P, Quintino L et DosSantos F. Quality assessment of friction stir welding joints via an analytical thermal model iSTIR. *Mater. Sci. Eng. A.* 445–446.501–508.2007.
- [**Hu et al .71**] Hu J F, Yang J G, Fang H Y, Li G M et Zhang Y. Numerical simulation on temperature and stress fields of welding with weaving. *Sci. Technol. Weld. Join.* 11(3). 358–365.2006.
- [**Araya et al.72**] Araya G. et Gutierrez G. Analytical solution for a transient, three-dimensional temperature distribution due to a moving laser beam. *Int. J. Heat Mass Transf.* 49(21–22).4124–4131.2006.
- [**Trivedi et al.73**] Trivedi A, Bag S et DeA. Three-dimensional transient heat conduction and thermomechanical analysis for laser spot welding using adaptive heat source. *Sci. Technol. Weld. Join.* 12(1)..24–31.2007.

- [Balasubramanian et al .74]** Balasubramanian V, Shanmugam N. S. Buvana-shekaran G et Sankaranaraya-nasmy K. Numerical and experimental investigation of laser beam welding of aisi 304 stainless steel sheet. *Adv. Prod. Eng. Manag.* 3(2).93–105.2008.
- [Kidawa .75]** Kidawa-Kukla J. Temperature distribution in a rectangular plate heated by a moving heat source, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 51(3–4)865–872. 2008.
- [Osman et al .76]** Osman T et Boucheffa A. Analytical solution for the 3D steady state conduction in a solid subjected to a moving rectangular heat source and surface cooling. *Comptes Rendus Mec.* 337(2).107–111.2009.
- [Ferro et al. 77]** Ferro Pet Bonollo F. A semianalytical thermal model for friction stir welding, *Metall. Mater. Trans. A Phys. Metall. Mater. Sci.*, 41(2)440–449.2010.
- [Winczek .78]** Winczek J. Analytical solution to transient temperature field in a half-infinite body caused by moving volumetric heat source. *Int. J. Heat Mass Transf.* 53(25–26). 5774–5781.2010.
- [Fernandes et al.79]** Fernandes P. Sousa P. F. B. Borges V.L et Guimaraes G. Use of 3D-transient analytical solution based on Green's function to reduce computational time in inverse heat conduction problems, *Appl. Math. Model.* 34(12). 4040–4049.2010.
- [Kyung .80]** Kyung Kim C. An analytical solution to heat conduction with a moving heat source *J. Mech. Sci. Technol.*, 25(4). 895–899.2011.
- [Jain et al .81]** Jain P.K, Singh S et Rizwan-uddin. An exact analytical solution for two-dimensional, unsteady, multilayer heat conduction in spherical coordinates, *Int. J. Heat Mass Transf.* 53(9–10).2133–2142.2010.
- [Hedayati et al .82]** Hedayati F, Ganji D, Hamidi S et Malvandi A. An analytical study on a model describing heat conduction in rectangular radial fin with temperature-dependent thermal conductivity. *Int. J. Thermophys.* 33(6).1042–1054.2012.
- [Lamba et al.83]** Lamba N. K et Khobragade N. W. Uncoupled thermoelastic analysis for a thick cylinder with radiation. *Theor. Appl. Mech. Lett.* 2(2).21005.2012.
- [Jadhav et al.84]** Jadhav C.M et Ahirrao B.R. Thermal deflection in a semi- infinite hollow cylinder with heat source inside the cylinder. *Int. J. Adv. Res. Technol.* 2(6).24–127.2013.
- [Haghpanahi et al.85]** Haghpanahi M, Salimi S, Bahemmat P et Sima S. 3-D transient analytical solution based on Green's function to temperature field in friction stir welding, *Appl. Math. Model.* 37(24).9865–9884.2013.
- [Salimi et al.86]** Salimi S, Bahemmat P et Haghpanahi M. A 3D transient analytical solution to the temperature field during dissimilar welding processes. *Int. J. Mech. Sci.* 79. 66–74.2014.
- [Salimi et al. 87]** Salimi S, Bahemmat P et Haghpanahi M. Analytical model for the temperature field around a nonuniform three-dimensional moving heat source: friction stir welding modeling. *J. Eng. Math.* 98(1). 71–91. 2016.
- [Zhang et al. 88]** Zhang Z, Chen J T, Zhang Z W et Zhang H W . Coupled thermo-mechanical model based comparison of friction stir welding processes of AA2024-T3 in different thicknesses. *Journal of Materials Science.*46(17). 5815-5821.

- [**Zhang et al. 89**] Zhang Z , Zhang H.W.Numerical studies on the effect of transverse speed in friction stir welding *Materials and Design* .30 .900–907. 2009.
- [**Schmidt et al. 90**] Schmidt H, Hattel J. Proceedings of the Fifth International Symposium on Friction Stir Welding.Metz. 2004.
- [**Nandan et al. 91**] Nandan R, DebRoy T et Bhadeshia H.K.D.H.. Recent advances in friction-stir welding – Process, weldment structure and properties. *Progress in Materials Science*. 53. 980-1023.2008.
- [**Ulysse . 92**] Ulysse P. Three-dimensional modeling of the friction stir-welding process. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 42. 1549-1557. 2002.
- [**Sellars et al. 93**] Sellars C. M et McTegart W. J. *Acta Metall*. 9. 8-14.1966.
- [**Colegrove et al.94**]Colegrove Paul A et Hugh R. Modelling the Friction Stir Welding of Aerospace Alloys. Shercliff. 5th International Symposium on Friction Stir Welding, Metz, France. 14-16 .2004.
- [**Liechty et at.95**]Liechty B.C etWebb B.W. The use of plasticine as an analog to explore material flow in friction stir welding. *Journal of Materials Processing Technology*. 184. 240-250. 2007.
- [**Jacquin et al. 96**]Jacquin D , de Meesterb B, Simar A, Deloison D, Montheillet F etDesrayaud C. A simple Eulerian thermomechanical modeling of friction stir welding. *Journal of Materials Processing Technology*. 211. 57-65.2011.
- [**Feulvarch et al. 97**]FeulvarchE, Roux J.-C.et Bergheau J.-M. A simple and robust moving mesh technique for the finite element simulation of Friction Stir Welding. *Journal of Computational and Applied Mathematics* .2012.
- [**Colegrove .98**]Colegrove P . Modelling the Heat Generation, Temperature and Microstructure of Friction Stir Welds using Comsol Multiphysics. Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Users Conference Birmingham. 2006.
- [**Colegrove et al.99**]Colegrove PA etShercliff H R. 3-Dimensional CFD modelling of flow round a threaded friction stir welding tool profile. *Journal of Materials Processing Technology* 169. 320-327.2005.
- [**Lorrain. 100**] Olivier Lorrain. Analyses expérimentale et numérique du procédé de soudage par friction malaxage FSW. Thèse École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers. 2010.
- [**Chao et al. 101**]Chao Y J , Qi X et Tang W. Heat Transfer in Friction Stir Welding *Experimental and Numerical Studies*. 125. 138-145.2003.
- [**Lammlein et al. 102**] Lammlein D.H, DeLapp D.R, Fleming P.A, Strauss A.M etCook G.E. The application of shoulderless conical tools in friction stir welding: An experimental and theoretical study. *Materials and Design*. 30. 4012-4022. 2009.
- [**Schneider et al. 103**]Schneider J , Beshears R , Nunes Jr A. C. Interfacial sticking and slipping in the friction stir welding process. *Materials Science and Engineering A*. 436. 297-304.2006.

- [Schmidt et al. 104] Schmidt H et Hattel J. Proceedings of the Fifth International Symposium on Friction Stir Welding, Metz. 2004.
- [Riahi et al. 105] Riahi M et Nazari H. Analysis of transient temperature and residual thermal stresses in friction stir welding of aluminum alloy 6061-T6 via numerical simulation. Int. J. Adv. Manuf. Technol, 55.143–152. 2011.
- [Nandan et al. 106] Nandan R, DebRoy G.G. et Debroy T. Numerical simulation of three-dimensional heat transfer and plastic flow during friction stir welding. Metallurgical and materials transactions a. 37. 1247- 1259. 2006.
- [Nandan et al. 107] Nandan R, DebRoy G.G, Lienert T.J et Debroy T. Three dimensional heat and material flow during friction stir welding of mild steel. Acta Materialia. 55. 883-895. 2007.
- [Nandan et al. 108] Nandan R, Debroy T, Bhadeshia H.K.D.H. Recent advances in friction-stir welding – Process, weldment structure and properties. Progress in Materials Science. 53. 980-1023. 2008.
- [Hosein et al. 109] Hosein Atharifar, Dechao L et Radovan K. Numerical and Experimental Investigations on the Loads Carried by the Tool During Friction Stir Welding. JMEPEG. 18. 339-350. 2009.
- [Kong et al. 110] Kong H. S et Ashby M. F.. MRS Bulletin 1991.
- [Deng et al. 111] Deng Z, Lovell M. R et Tagavi K. A. J Manuf Sci Eng. 123. 647-53. 2001.
- [Fourment et al. 112] Fourment L, Guerdoux S, Miles M, et Nelson T. Numerical Simulation of the Friction Stir Welding Process using both Lagrangian and Arbitrary Lagrangian Eulerian Formulations. In 5th International Symposium on Friction Stir Welding, Metz. 2004.
- [Schmidt et al. 113] Schmidt H, Hattel J et Wert J. An analytical model for the heat generation in friction stir welding. Modeling and simulation in materials science and engineering, 12.143–157. 2004.
- [Guedoiri et al. 114] Guedoiri A, Ayadi M et Zghal A. Modélisation thermique et simulation du procédé de soudage par friction et malaxage. Unité de recherche de mécanique, des solides, des structures et développement technologique. Tunisie.
- [Munisamy et al. 115] Munisamy RL et Hills DA. Nowell D. The solution of the contact between a tilted circular rigid punch and an elastic half-space. Wear. 18493-95. (1995).
- [Levytsky .116] Levytsky VP. Interaction of Rigid Cylinder with Elastic Half-Space by Heat Generation on The Contact Area. Int. J. Engng. Sci. 32(11): 1693-1702. 1994.
- [Galini.117] Galin LA. Contact Problems; The legacy of L.A. Galin. Series. Solid Mechanics and Its Applications (in Russian). Nauka. Moscow, Russia. 15. 2008.
- [Thomas et al. 118] Thomas W M et al. Friction stir butt welding. UP Patent. 5. 460 317. 1995.

- [Mijajlović et al. 119] M. Milčić D, Anđelković B, Vukićević M et Bjelić M. Mathematical Model for Analytical Estimation of Generated Heat During Friction Stir Welding Part 1. Journal of Balkan Tribological Association. 17(2) 179-191.2011.
- [Mijajlović et al. 120] Mijajlović M, Milčić D, Anđelković B, Vukićević M et Bjelić M. Mathematical Model for Analytical Estimation of Generated Heat During Friction Stir Welding Part 2. Journal of Balkan Tribological Association.17(3).361-370.2011.
- [Mijajlović.121] Mijajlović M. Investigation and Development of Analytical Model for Estimation of Amount of Heat Generated During FSW (in Serbian), Ph. D. thesis, , University of Nis. Serbia. 2012.
- [Stamenković.122]Stamenković D. Djurdjanović M. Tribology of the Press Fit Joints .Nis, Serbia, ISBN–86–80587–48–6. 2005.
- [Mijajlović et al.123] Mijajlović M. et al. Study About Friction Coefficient Estimation in Friction Stir Welding. 2011. Presented at. Balkantrib 11. The 7th International Conference on Tribology.Proceedings. Thessaloniki. Greece.323-330.
- [Galín .124] Galín LA. Contact Problems; The legacy of L.A. Galín. Series: Solid Mechanics and Its Applications (in Russian). Nauka. Moscow. Russia. 15. 2008.
- [Goryacheva et al.125] Goryacheva I. Sadeghi F. Contact characteristics of a rolling/sliding cylinder and a viscoelastic layer bonded to an elastic substrate. Wear. 184. 125-132. 1995.
- [Colligan.126] Colligan K. Material Flow Behavior during Friction Stir Welding of Aluminum. Weld. J. Suppl. 78(7). 229s–237. 1999.
- [Ouyang et al.127] Ouyang JH. Kovačević R. Material Flow and Microstructure in the Friction Stir Butt Welds of the Same and Dissimilar Aluminum Alloys. The Journal of Materials Engineering and Performance. ASM International. 11(1). 51-63.2002.
- [Rai et al. 128] Rai R. De R. Bhadeshia HKDH. DebRoy T. Review: friction stir welding tools. Science and Technology of Welding and Joining. 16(4). 325-342.2011.
- [Djurdjanović et al. 129] Djurdjanović M. Mijajlović M. Milčić D. Stamenković D. Heat Generation During Friction Stir Welding Process. Tribology in Industry. 31(1-2):8-14.2009.
- [Frigaard et al.130] Frigaard O. Grong O. Modeling of the heat flow phenomena in friction stir welding of aluminum alloys. Paper presented at: INALCO '98. Proceedings of the Seventh International Conference on Joints in Aluminum, Cambridge, 15–17. 1998.
- [Djurdjanović et al.131]Djurdjanović M. Tribology, Welding, Friction Welding. unpublished materials used in studies at University of Nis. Serbia. 2000.
- [Russell et al.132] Russell M.J et Shercliff H.R. Analytical modeling of microstructure development in friction stir welding, Proceedings of the first International Symposium on Friction Stir Welding. Thousand Oaks. CA June 1999.
- [Colegrove et al.133] Colegrove P. Painter M. Graham D. Miller T. 3 Dimensional Flow and Thermal Modeling of the Friction Stir Welding Process, Proceedings of the Second International Symposium on Friction Stir Welding .Gothenburg. Sweden. 2000.

- [Seidel et al.134] Seidel T U et Reynolds A P.Tow- dimensional friction stir welding process model based on fluid mechanics. Science and technology of welding and joining .8.175-183.2003.
- [Chenot et al. 135] Chenot J et Bellet M.The viscoplastic approach for the finite element modeling of metal forming processes.Numerical modeling of material deformation processes,ed.Hartley I,Pillinger et Sturgess.Springer Verlag.London. 1992.
- [Besson et al. 136] Besson J , Cailletaud G,Chaboche J L et Forest S.Mécanique non – linéaire des matériaux. Etude en mécanique des matériaux et des structures.Hermès. 2001.
- [Sheppard et al. 137] Sheppard T et Wright D S. Determination of flow stress: Part 1 Constitutive equation for aluminum alloys at elevated temperatures. Metals Technology. 215-223. 1979.
- [Sheppard et al. 138] Sheppard T et Jackson A. Determination of flow stress: Constitutive equation for use in prediction of flow stress during extrusion of aluminum alloys. Materials Science and Technology. 203-209. 1997.
- [Askari et al. 139] Askari A , Silling S , London B et Mahoney M. Modeling and analysis of friction stir welding processing. In: K.V. Jata et al. Editors. Friction Stir Welding and Processing.TMS. Warrendale. PA. 43–54. 2001.
- [Schmidt et al. 140]Schmidt H, Hattel J et Wert J.A local model for the thermomechanical condition friction stir welding. Modeling and simulation in materials science and engineering.13.77-93.2005.
- [Myhr et al .141] Myhr O.R et O. Grong . Process modeling applied to 6082-t6 aluminum weldments. part 1 : Reaction kinetics. part 2 : Applications of model. Acta Metal lurgica. 39(11).2693–2708. 1991.
- [Basset .142] Basset O .Simulation numérique d'écoulements multi-fluides surgril le de calcul. Thèse École des Mines de Paris. 2006.
- [Feng et al.143] Feng Z , Wang X.L., David S.A. et Sklad P.S. Modelling of residual stresses and property distributions in friction stir welds of aluminium alloy 6061-T6. Science and Technology of Welding and joining. 12:348–356. 2007.
- [Grong et al .144] Grong O et Shercliff H.R . Microstructural modelling in metals processing. Progress in Materials Science. 47.163–282. 2002.
- [Bogdanovich et al. 145] Bogdanovich P.N et Tkachuk D.V. .thermotribology:fundamentals and current trends. Tribology research trends édité par taisho hasegawa.
- [Manda et al. 146] Manda S , Williamson K. A thermomechanical hot channel approach for friction stir welding. Journal of Materials Processing Technology 174. 190-194. 2006.
- [Simar et al. 147]Simar A, Pardoën T et De Meester B.Influence of friction stir welding parameters on the power input and temperature distribution in aluminium alloys. 5th International Symposium on Friction Stir Welding. Metz. France TWI. 2004.
- [Diogo et al. 148] Diogo M N et Pedro N.Numerical modeling of the friction stir welding process. a literature review.

- [**Yeong.149**] Yeong-Maw H. Experimental study on temperature distributions within the workpiece .Department of Mechanical and Electro-Mechanical Engineering, National Sun Yat-Sen University. Kaohsiung 804. Taiwan.2008.
- [**Awang.150**] Awang M. Simulation of Friction Stir Spot Welding (FSSW) Process: Study of Friction Phenomena.Submitted to the College of Engineering and Mineral Resources at West Virginia University.2017.
- [**Reynolds .151**] Reynolds A P.Visualisation of material flow in autogenous friction stir welds.Science and Technology of Welding Joining, 5(2). 2000.
- [**Heurtier et al .152**] Heurtier P, Jones M J, Desrayaud C, Driver J H, Montheillet F et Allehaux D. Mechanical and thermal modelling of friction stir welding. Journal of Materials Processing Technology. 171 .348–357. 2006.
- [**Zettler et al .153**] Zettler R, dos Santos J F, Donath T F, Beckmann et Lohwasser D. Material flow in friction stir butt welded aluminium alloys. Metal lurgical and Materials Transactions. 2006.
- [**Schneider et al .154**] Schneider J et Jr A N. Thermo-mechanical processing in friction stir welds.. 43–51. 2002.
- [**Gratecap et al .155**] Gratecap F, Girard M, Marya S et Racineux G. Exploring material flow in friction stir welding .Tool eccentricity and formation of banded structures. Journal of material forming, 5(2) .99–107.2011.
- [**Liechty et al. 156**] Liechty B C et Webb B W. The use of plasticine as an analog to explore material flow in friction stir welding. Journal of Materials Processing Technology. 184. 240-250. 2007.
- [**Balasubramanian .157**] Balasubramanian V. Relationship between base metal properties and friction stir welding process parameters. Materials Science and Engineering A. 480. 397-403. 2008.
- [**Zhang et al.158**] Zhang Z , Xiao B et Ma Z. Effect of Segregation of Secondary Phase Particles and “S” Line on Tensile Fracture Behavior of Friction Stir-Welded 2024Al-T351 Joints. Metal lurgical and Materials Transactions A. 2013.
- [**Sato et al.159**] Sato Y S, Takauchi H, Park S H. C et Kokawa H. Characteristics of the kissing-bond in friction stir welded Al alloy 1050. Materials Science and Engineering .A. 405(1-2) :333–338. 2005.
- [**Jr .160**] Jr, A. N.The evolution of friction stir welding theory at Marshall Space Flight Center. Proceedings of 9th Int’l Symp. FSWing. 2012.
- [**Peel et al .161**] Peel M J, Steuwer A, Withers P J, Dickerson T, Shi Q et Shercliff H. Dissimilar Friction Stir Welds in AA5083-AA6082 . Part I : Process Parameter Effects on Thermal History and Weld Properties. 37(JULY) :2183–2193. 2006.
- [**Chung et al .162**] Chung Y D, Fujii H, Sun Y et Tanigawa H. Interface microstructure evolution of dissimilar friction stir butt welded F82H steel and SUS304. Materials Science and Engineering . A 528(18) .5812–5821. 2011.

- [Prangnell et al .163]** Prangnell P et Heason C. Grain structure formation during friction stir welding observed by the ‘stop action technique’. *Acta Materialia*. 53(11) .3179–3192. 2005.
- [Kumar et al .164]** Kumar K et Kailas S. The role of friction stir welding tool on material flow and weld formation. *Materials Science and Engineering A*, 485(1-2) :367–374. 2008.
- [Okayasu et al .165]** Okayasu M, Wang Z et Chen D. Effect of a hard artificial asperity on the crack closure behavior in an annealed SAE 1015 steel. *Engineering Fracture Mechanics*. 72(13). 2106–2127. 2005.
- [Attallah et al .166]** M, Davis C et Strangwood M. The influence of intermetallic particles on the formation of the ‘onion rings’ structure in aluminium-based alloys friction stir welds. *Science and Technology of Welding* .1–12.2007.
- [Sutton et al .167]** Sutton M, Yang B, Reynolds A et Taylor R. Microstructural studies of friction stir welds in 2024-T3 aluminum. *Materials Science*. 323(1-2) .160–166.2002.
- [Sutton et al .168]** Sutton M a , Yang B , Reynolds A P et Yan J. Banded microstructure in 2024-T351 and 2524-T351 aluminum friction stir welds. *Materials Science and Engineering. A*. 364(1-2) :66–74. 2004.
- [Yang et al .169]** Yang B, Yan J, Sutton M et Reynolds A. Banded microstructure in AA2024-T351 and AA2524-T351 aluminum friction stir welds . Part I. Metallurgical studies. *Materials Science* .364(1-2) .66–74. 2004.
- [Jacquin et al .170]** Jacquin D, De Meester B, Simar A, Deloison D, Montheillet F et Desrayaud C. A simple Eulerian thermomechanical modeling of friction stir welding. *Journal of Materials Processing Technology*. 211(1) :57–65. 2011.
- [Colegrove et al .171]** Colegrove P A et Shercliff H. R. Experimental and numerical analysis of aluminium alloy 7075-T7351 friction welds. *Science and Technology of Welding and Joining*. 8(5). 360-368. . 2003.
- [Kallgren et al .172]** Kallgren T, Jin L-Z et Sandström R. Finite element modelling of friction stir welding on copper canister. 5th International Symposium on Friction Stir Welding. Metz, France TWI. (2004).
- [Nandan et al .173]** Nandan R , Roy G G et Debroy T. Numerical simulation of three-dimensional heat transfer and plastic flow during friction stir welding. *Metallurgical and Materials Transactions .A* 37A(4). 1247-1259. 2006.
- [Colegrove et al .174]** Colegrove P A et Shercliff H R. Development of trivex friction stir welding tool. Part 2 - Three-dimensional flow modelling. *Science and Technology of Welding*. 9. 352-361.2004.
- [Chenot et al .175]** Chenot J-L et Massoni E. Finite element modelling and control of new metal forming processes. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 46(11).1194-1200.2006.
- [De Vuyst et al .176]** De Vuyst T, Magotte O, Robineau A, Goussain J-C et D'Alvise L. Multiphysics simulation of the material flow and temperature field around FSW tool. 6th International Symposium on Friction Stir Welding, St-Sauveur, Canada TWI. 2006.

- [Wagoner et al .177] Wagoner R H et Chenot J-L. Metal forming analysis. New York. USA: Cambridge University Press.2001.
- [Simar et al .178] Simar A, Lecomte-Beckers J, Pardoën T et de Meester B. Effect of boundary conditions and heat source distribution on temperature distribution in friction stir welding. Science and Technology of Welding and Joining. 11(2). 170-177.2006.
- [McNelley et al .179] McNelley T R, Swaminathan S et Su J. Q. Recrystallization mechanisms during friction stir welding/processing of aluminum alloys. Scripta Materialia. 58. 349-354.2008.
- [Gerlich et al .180] Gerlich A, Yamamoto M et North T H. Local melting and tool slippage during friction stir spot welding of Al-alloys. Journal of Materials Science, 43, 2-11.2008.
- [Bastier et al .181] Bastier A, Maitournam, M H, Dang Van K et Roger F. Steady state thermomechanical modelling of friction stir welding. Science and Technology of Welding and Joining. 11(3).278-288.2006.
- [Kichenin .182] Kichenin J. Comportement thermomécanique du polyéthylène: application aux structures gazeuses. PhD. thèse Ecole polytechnique-LMS.1992.
- [Charkaluk .183] Charkaluk E. Dimensionnement des structures à la fatigue thermomécanique PhD. thèse Ecole polytechnique-LMS.1999.
- [Constantinescu et al .184] Constantinescu A, Charkaluk E, Lederer G et Verger L. A computational approach to thermomechanical fatigue.. 26.805-818.2004.
- [Brun.185] Brun R et Belouaggadia N. Ecoulement et transferts .fluide parfaits, fluides réels,convection.Ellipses.2011.
- [Piroton et al. 186] Piroton M. Archambeau P .Eléments de mécanique des fluides.2012.
- [Soliman et al.187] Soliman M. Fluid Mechanics (3) - MEP 303A Part (3) Frictionless Incompressible Flow .2018.
- [Fellah .188] Fellah M. introduction aux fonctions spéciales et à la transformation de Laplace. Officie des publications universitaires. Algérie.2013.
- [Baddari et al .189] Baddari K et Abbassov A. Théorie pratique des fonctions d'une variable complexe. Officie des publications universitaires. Algérie.2015.
- [Stern F.190] Stern. Chapter 8: Inviscid Incompressible Flow: a Useful Fantasy. 2014.
- [Huillier.191] Huillier D. Ecoulement de Couette cylindrique.2010.
- [Nitin et al. 192]Nitin R K, Katherine T et Shannon T .Modeling the Fluid Flow around Airfoils Using.Conformal Mapping. 2008.
- [Vasconcelos et al. 193] Vasconcelos G L , Moura M N et Schakel A M J. Vortex motion around a circular cylinder. Physics of fluids 23. 123601 .2011.
- [Zakinyan et al. 194] Zakinyan R G , Zakinyan A R et Lukinov A A. Two-dimensional analytical model of dry air thermal convection. Meteorol Atmos Phys.2015.
- [Johnson et al .195] Johnson T.Conformal Mapping in Wing Aerodynamics.2013.

- [**Xia et al . 196**] Xia Xet Mohseni K. Lift evaluation of a two-dimensional pitching flat plate. *Physics of fluids* 25. 091901.2013.
- [**Trávníček et al .197**] Trávníček Z, Maršík F, Vítl T, Broučková1 Z et Pavelka1 M . Lift forces on a circular cylinder in cross flow resulting from heat/mass transfer. *Computational Methods and Experimental Measurements XVI* 149.
- [**Suquet.198**] Suquet P.Rupture et Plasticité.2001.
- [**Saradure.199**] Saradure J-F.Transfert thermique .Initiation et approfondissement .Lavoisier.2015.
- [**Baddari et al .200**] Baddari,K et Abbasov,A. Equations de la physique mathématique appliquées .Office des publications universitaires.2009.
- [**Belghazi et al .201**] Belghazi,H . Modélisation analytique du transfert instationnaire de la chaleur dans un matériau bicouche en contact imparfait et soumis à une source de chaleur en mouvement. Thèse Université de Limoges .2008.
- [**Aissani.202**] Aissani ,M. .Etude du comportement thermique et mecanique des materiaux aeronautiques par des methodes numeriques :application au soudage de structures metalliques.Thèse Université Saad Dahlab De Blida Algerie.2013.

Modélisation analytique des effets thermique et du flux de matière au cours du soudage par friction et malaxage

Résumé: Le soudage par friction-malaxage est un procédé de soudage en phase solide basé sur le malaxage du matériau pâteux dans la zone à souder, le principal avantage de cette technique est sa capacité à souder les alliages de métaux généralement difficiles à souder par soudage conventionnel processus. Nous proposons dans la première partie de ce document un modèle analytique pour calculer la distribution de température tridimensionnelle pendant le processus de soudage par friction-malaxage "FSW". Pour cette raison, la méthode de séparation des variables est utilisée pour résoudre l'équation associée à ce problème. Les résultats de cette étude sont comparés avec des données provenant de la littérature pour valider notre modèle. De plus, le but est de faire une étude analytique de ces aspects bien comprendre de ce phénomène et alors comme éducation significative du temps de calcul par rapport aux calculs résultant d'un modèle par éléments finis ou par éléments différentiels. La connaissance de ce champ de température est une donnée indispensable pour la formation de la simulation des contraintes et les distorsions résiduelles. Dans la deuxième partie de cette thèse est divisé en deux parties, la première partie concerne l'étude en cas d'un comportement fluide au cours le soudage par friction et malaxage dans deux cadres stationnaire et instationnaire. La solution de ce comportement s'appuie sur un problème classique de mécanique des fluides. Cette solution traditionnellement présenté en quasi-statique. En ce qui concerne la deuxième partie, le viscosimètre de Couette sera considéré avec un matériau solide afin de simuler le comportement solide des matériaux soudés au cours le soudage par friction et malaxage. Donc, le cas d'un comportement solide la détermination de l'état d'équilibre (contraintes et déformations) du le viscosimètre de Couette exige la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles, exprimant la compatibilité du champ de déformation, les équations d'équilibre, la loi de comportement et les conditions aux limite correspondantes.

Mots clés : modèle analytique, transfert de chaleur, équation de la chaleur, source de chaleur, comportement fluide, comportement solide, viscosimètre de Couette.

Analytical modeling of thermal effects and material flow during friction stir welding

Abstract: Friction stir welding is a solid phase welding process based on the mixing of the pasty material in the area to be welded, the main advantage of this technique is its ability to weld metal alloys generally difficult to weld by conventional welding process . In the first part of this paper, we propose an analytical model for calculating the three-dimensional temperature distribution during the friction stir welding process "FSW". For this reason, the method of separating variables is used to solve the equation associated with this problem. The results of this study are compared with data from the literature to validate our model. In addition, the goal is to make an analytical study of these aspects to understand this phenomenon and then as a significant reduction in computation time compared to the calculations resulting from a finite element model or differential elements. The knowledge of this temperature field is essential for the formation of stress simulation and residual distortion. In the second part of this thesis is divided into two parts, the first part concerns the study in case of a fluid behavior during friction welding and mixing in two stationary and unsteady frames. The solution of this behavior is based on a classical problem of fluid mechanics. This solution traditionally presented in quasi-static. Regarding the second part, the Couette viscometer will be considered with a solid material in order to simulate the solid behavior of welded materials during friction and mixing welding. So, the case of a solid behavior the determination of the equilibrium state (stresses and deformations) of the Couette viscometer requires the resolution of a system of partial differential equations, expressing the compatibility of the deformation field, the equilibrium equations, the law of behavior and the corresponding boundary conditions.

Keywords: analytical model, heat transfer, heat equation, heat source, fluid behavior, solid behavior, Couette viscometer.