

N° d'ordre

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DJILLALI LIABES
- SIDI BEL ABBES-
FACULTE DES TECHNOLOGIES
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Laboratoire de Mécanique des Structures et des Solides – LMSS -

THESE DE DOCTORAT LMD

Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Construction Mécanique

Présentée et soutenue par

HOUARI AMIN

Intitulée

Endommagement dans les plaques entaillées en FGM

MR. ELAJRAMI MOHAMED	PROFESSEUR UDL-SBA	PRESIDENT
MR. BOUCHIKHI ABOUBAKAR SEDDIK	PROFESSEUR UDL-SBA	DIRECTEUR DE LA THESE
MR. MOKHTARI MOHAMED	MCA ENPO	CO-ENCADREUR
MR. DJEZOU LI MOULAI-KHATIR	MCA U-TLEMEN	EXAMINATEUR
MR. BOULENOUAR ABDELKADER	PROFESSEUR UDL-SBA	EXAMINATEUR
MR. MADANI KOUIDER	PROFESSEUR UDL-SBA	INVITE

Année universitaire : 2020-2021

Remerciements

*En premier lieu, je remercie chaleureusement mon Directeur de thèse **MR. BOUCHIKHI ABOUBAKAR SEDDIK**, Professeur à l'université Djillali Liabès de Sidi Bel- Abbès qui a été attentif à l'évolution de mes recherches et a apporté toute sa contribution pour mener à bien ce travail et pour m'avoir confié un sujet de recherche prestigieux et passionnant.*

*Je tiens à remercier profondément **MR. ELAJRAMI MOHAMED**, Professeur à l'université Djillali Liabès de Sidi Bel- Abbès, et directeur du laboratoire **LMSS**, d'avoir accepté d'examiner ce travail et de m'avoir honoré de présider le jury.*

*Je remercie infiniment mon Co-encadreur **:MR. MOKHTARI MOHAMED**, Maître de conférences (A) à l'École Nationale Supérieure Polytechnique d'Oran, pour son Encouragement continu, sa disponibilité, ses conseils pendant ces dernières années.*

*Je remercie profondément aussi mon enseignant **MR. MADANI KOUIDER**, Professeur à l'université Djillali Liabès de Sidi Bel- Abbès, pour son Encouragement et précieuses orientations pendant toute la période de l'élaboration de ce travail.*

*Mes vifs remerciements s'adressent à **MR. DJEZOU LI MOULAI-KHATIR**, Maître de conférence (A) à l'université de Tlemcen, d'avoir bien voulu participer à ce jury, et d'avoir pris le temps de lire et juger ce travail.*

*Mes vifs remerciements s'adressent aussi à **MR. BOULENOUAR ABDELKADER**, Professeur à l'université Djillali Liabès de Sidi Bel- Abbès, qui m'a fait un grand honneur en acceptant de juger le travail cette thèse.*

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes remerciements aux enseignants du département de Génie Mécanique de l'Université Djillali Liabès de Sidi Bel- Abbès.

Je voudrais enfin remercier toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'achèvement de ce travail.

Dédicace

A mon père

A ma très chère mère

A ma femme.

A mes enfants :

Mohamed AbdLatif, Safaa Raihana, Abdillah et Bassmala

A mes frères et sœurs.

Résumé

Notre travail vise à l'utilisation d'une nouvelle méthode de maillage (UMM) proposée pour analyser le comportement non linéaire d'une plaque trouée en FGM. L'avantage de cette méthode est d'avoir la variation des propriétés de ce matériau en trois dimensions pour deux ou même trois constituants et, deuxièmement, pour différentes formes géométriques. Cette méthode nécessite d'établir un programme en MATLAB pour faciliter les calculs des propriétés effectives du FGM (Ti/TiB). Notre technique proposée, la dite UMM est plus sensible au maillage, d'où la stratégie d'adaptation d'un maillage piloté afin d'améliorer la précision et la convergence des résultats sous un temps de calcul minimal. Une deuxième méthode de sous-programme (UMAT) défini par l'utilisateur est développée et implémenté dans le code de calcul ABAQUS, cela pour étudier le comportement élastoplastique couplée à l'endommagement de la plaque trouée en FGM (Ti/TiB). Le comportement élastoplastique de FGM (Ti/TiB) est régi par la théorie d'écoulement de contraintes équivalente de von Mises avec une variable de durcissement sous forme incrémentale. Cette formulation incrémentale de la relation constitutive élastoplastique est développée pour prédire la tangente de la réponse de structure au chargement. De plus, pour déterminer les propriétés plastique de FGM (Ti/TiB), le modèle de TTO a été utilisé à la fois pour les deux méthodes UMAT et UMM. Une comparaison entre les deux méthodes a eu lieu sous forme de courbes charge-déplacement afin de présenter l'efficacité de notre technique par rapport à la technique UMAT habituelle utilisée. Cependant, pour l'endommagement, l'utilisation de la technique XFEM dans notre méthode UMM a montré son avantage dans la séparation de la structure après l'amorçage de fissure. D'autre part, pour la technique UMAT, on utilise le CDM, où les éléments endommagés restent attachés à la structure. Le chemin de fissure ainsi que sa vitesse de propagation sous l'effet de l'exposant de fraction de volume de la FGM (Ti/TiB) a été mis en évidence. Les deux modèles utilisés dans cette étude (UMM et UMAT) ont été validés analytiquement par le modèle TTO et expérimentalement par les essais de traction.

Mots clés :

Matériaux à Gradient Fonctionnel (FGM), Utilisation une Méthode de Maillage (UMM), Matériaux défini par l'utilisateur (UMAT), La Méthode des Eléments Finis Etendus (XFEM), Modèle d'Endommagement Continu (CMD), Modèle d'Homogénéisation (TTO).

Abstract

Our work aims to use a new mesh method (UMM) to analyze the nonlinear behavior of an FGM plate with central hole. The advantage in this method is to have the variation of the properties of this material in three dimensions for two or even three constituents and, secondly, for different geometric shapes. This method requires to establish a program in MATLAB to facilitate the calculations of the effective properties of FGM (Ti/TiB). Our proposed technique, the so-called UMM, is more sensitive to the mesh, hence the strategy of adapting a driven mesh in order to improve the accuracy and convergence of the results under minimal computation time. A second user-defined subroutine (UMAT) method is developed and implemented in the ABAQUS computer code, to study the elastoplastic behavior coupled with the damage of the perforated FGM plate (Ti/TiB). The elastoplastic behavior of FGM (Ti/TiB) is assumed to follow von Mises equivalent stress flow theory with a hardening variable in incremental form. This incremental formulation of the constitutive elastoplastic relation is developed to predict the tangent of the response of structure to the loading. In addition, to determine the plastic properties of FGM (Ti/TiB), the TTO model was used for both the UMAT and UMM methods. A comparison between the two methods was made in the form of load-displacement curves in order to present the efficiency of our technique compared to the usual technique UMAT. However, for damage, the use of the XFEM technique in our UMM method has shown its advantage in separating the structure after crack initiation. On the other hand, for the UMAT technique, CDM is used, where damaged elements remain attached to the structure. The crack path as well as its propagation speed under the effect of the volume fraction exponent of FGM (Ti/TiB) has been demonstrated. The two models used in this study (UMM and UMAT) were validated analytically by the TTO model and experimentally by tensile tests.

Keywords:

Functionally Graded Materials (FGM), Using a Mesh Method (UMM), Materials defined by the User (UMAT), The extended finite element method (XFEM), Continuous Damage Model (CDM), Homogenization Model (TTO).

ملخص

يهدف عملنا إلى استخدام طريقة جديدة لشبكة العناصر المنتهية من أجل تحليل السلوك اللاخطي لصفحة مواد متدرجة وظيفيا ذات ثقب دائري. أولاً تتمثل خاصية هذه الطريقة في الحصول على تدرج لثلاث أبعاد بالنسبة لخصائص هذه المادة المركبة من مادتين أو حتى ثلاثة مواد، وثانياً، لأشكال هندسية مختلفة. ومن أجل تسهيل حسابات خصائص الفعالة للمواد المتدرجة وظيفيا (التيثانيوم/ بوريد التيتانيوم) بالنسبة لهذه الطريقة، تطرقنا لإنشاء برمجية عددية في برنامج متلاب، حيث تعد هذه الشبكة للعناصر المنتهية أكثر حساسية في استعمالها، ومن هنا تأتي استراتيجية خاصة لاستعمال شبكة العناصر المحدودة المقترحة من أجل تحسين دقة وتقارب النتائج في أقل وقت في الحساب. كما تم تطوير وتنفيذ في الطريقة الثانية برنامج فرعي يعرف سلوك المواد عن طريق المستخدم لكي يدمج داخل برنامج المحاكات أباكوس، من أجل دراسة سلوك الكلي لمواد المتدرجة وظيفيا (التيثانيوم/ بوريد التيتانيوم). نفترض أن سلوك في منطقة التشوه الدائم للمواد متدرجة الوظائف (التيثانيوم/ بوريد التيتانيوم) تخضع لنظرية تدفق الإجهاد المكافئ لفون ميسس مع متغير تصلب في شكل تزايد. كما تطرقنا في تطوير الصيغة الإضافية للعلاقة التأسيسية المرنة للتنبؤ بظل استجابة الهيكل للتحميل. بالإضافة إلى ذلك، استخدمنا نموذج تجانس المواد (تامورا-توموتا-أوزاوا) لكل من طريقة برنامج فرعي وطريقة شبكة للعناصر المنتهية لتحديد الخصائص البلاستيكية للمواد متدرجة وظيفيا (التيثانيوم/ بوريد التيتانيوم)، ثم أجرينا مقارنة بين الطريقتين في شكل منحنيات إزاحة-القوة من أجل إظهار كفاءة تقنيتنا المقترحة بالتقنية البرنامج الفرعي المعتاد للمستخدم. أما بالنسبة للضرر، فإن استخدام تقنية تمديد العناصر المنتهية في طريقة شبكة العناصر المنتهية جاءت بميزة فصل الهيكل بعد تقدم طول الشق. ومن ناحية أخرى، بالنسبة لتقنية الثانية، استخدمنا نموذج الضرر المستمر حيث تبقى العناصر المنتهية تالفة متصلة بالهيكل. كما سلطنا الضوء على مسار الشق وكذلك سرعة انتشاره تحت تأثير الأس الحجمي مواد متدرجة وظيفيا (التيثانيوم/ بوريد التيتانيوم). كما تم التحقق من صحة النموذجين المستخدمين في هذه الدراسة مع الدراسة التحليلية لنموذج التجانس (تامورا-توموتا-أوزاوا) وكذلك تجريبياً بطريقة اختبارات الشد.

الكلمات المفتاحية:

مواد متدرجة وظيفيا، طريقة شبكة العناصر المنتهية، برنامج فرعي يعرف سلوك المواد، تقنية تمديد العناصر المنتهية، نموذج الضرر المستمر، نموذج التجانس (تامورا-توموتا-أوزاوا)

Sommaire

SOMMAIRE	VI
LISTE DES FIGURES	IX
LISTE DES TABLEAUX	XI
NOMENCLATURE	XII
ABREVIATION	XIV
INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES MATERIAUX A GRADIENT FONCTIONNEL (FGMS)	6
I.1 INTRODUCTION	7
I.1 L'ORIGINE DES FGMS	8
I.2 DEFINITION DE FGM	8
I.3 LES TYPES DE FGM	10
I.4 DOMAINES D'APPLICATION DES FGMS	12
I.4.1 Aéronautique.....	12
I.4.2 Médecine	13
I.4.3 Défense.....	13
I.4.4 Énergie nucléaire	14
I.4.5 Marine	14
I.5 LES MODELES MICROMECHANIQUES DES FGMS	14
I.5.1 Règle de mélange	14
I.5.1.1 Loi de mélange en puissance (P-FGM)	15
I.5.1.2 Loi sigmoïdale (S-FGM)	15
I.5.1.3 Loi de mélange exponentielle (E-FGM).....	16
I.5.2 Les modèles d'homogénéisation	17
I.5.2.1 La méthode Voigt et Reuss.....	18
I.5.2.2 Modèle TTO.....	18
I.5.2.3 La méthode de Mori – Tanaka.....	20
I.5.2.4 Modelé Hashin-Shtrikman.....	20
I.6 LES TECHNIQUES DE FABRICATION DES FGMS	21
I.6.1 Méthode de la métallurgie des poudres (Powder metallurgy)	22
I.6.2 La méthode centrifuge à poudre mélangée (Centrifugat Casting)	24
I.6.3 Techniques à base de gaz	25
I.6.3.1 Dépôt chimique en phase vapeur.....	25
I.6.3.2 Le dépôt physique en phase vapeur	26
I.6.4 Traitement de fabrication additive pour les FGMS	27
I.6.4.1 Fusion sur lit de poudre PBF	28
I.6.4.1.1 La technologie EBM.....	28
I.6.4.1.2 Frittage laser sélectif (SLS)	29

I.6.4.1.3 Fusion Laser Sélective (SLM)	29
I.6.4.2 Le dépôt d'énergie dirigé (DED)	30
I.6.4.2.1 La mise en forme de filet par laser (LENS)	30
I.6.4.2.2 La fabrication additive par faisceau d'électrons (EBAM)	31
I.6.4.2.3 La fabrication additive à l'arc à fil (WAAM).....	32
I.6.4.2.4 Le dépôt de matériau par laser (LMD)	33
I.6.4.2.5 La construction laser additive directe (CLAD).....	33
I.6.4.2.6 Extrusion de matière	34
I.7 CONCLUSION	35
CHAPITRE II : ANALYSE DES DIFFERENTES CONCEPTIONS DE GRADIENT D'UNE PLAQUE FGM	36
II.1 INTRODUCTION.....	37
II.2 LES PLAQUES EN FGM	38
II.3 GRADIENT MECANQUES DE FGM	38
II.4 MATERIAUX A GRADIENT DE PROPRIETES FGM Ti-TiB	39
II.4.1 Les propriétés du Titane.....	39
II.4.1.1 Définition	39
II.4.1.2 Propriétés physiques	39
II.4.1.3 Propriétés mécaniques.....	40
II.4.2 Les propriétés du Mono-borure de Titane TiB.....	40
II.4.2.1 Propriétés mécaniques.....	41
II.5 CONFIGURATION GEOMETRIQUE.....	42
II.5.1 Les propriétés graduelles des FGMs	43
II.5.2 Variation matérielle à travers l'épaisseur pour le cas métal-céramique	45
II.5.3 Variation matérielle suivant l'épaisseur symétrique, cas métal-céramique-métal.....	47
II.5.4 Variation matérielle à travers le rayon (métal-céramique et céramique-métal)	48
II.5.5 Variation matérielle selon les trois directions (rayon et l'épaisseur)	50
II.6 CONCLUSION	52
CHAPITRE III : IMPLANTATION D'UN MODELE NUMERIQUE DU COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE COUPLE A L'ENDOMMAGEMENT DU FGM.....	53
III.1 INTRODUCTION	54
III.2 MODELE DE PLASTICITE ET D'ENDOMMAGEMENT POUR LE COMPORTEMENT DU FGM	55
III.2.1 Relation constitutive élastique	55
III.2.2 Relation constitutive élastoplastique.....	57
III.2.3 Modèle d'endommagement	62
III.3 LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	65
III.3.1 Formulation pratique d'éléments finis	67
III.4 IMPLEMENTATION NUMERIQUE DU MODELE.....	74
III.5 CONCLUSION.....	77
CHAPITRE IV : RESULTATS ET ANALYSE	79
IV.1 INTRODUCTION	80

IV.2 SENSIBILITE DE MAILLAGE ET VALIDATION DES RESULTATS NUMERIQUE	80
IV.2.1 Gradation de matérielle à travers l'épaisseur.....	83
IV.2.2 Gradation de matérielle en fonction le rayon de l'entaille.....	87
IV.2.3 V.2.3. Gradation de matérielle suivant 3D	90
IV.3 CONCLUSION	94
CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....	95
RÉFÉRENCES	98
ANNEXE	108

Liste des figures

FIGURE I.1 : DEUX TYPES DE STRUCTURES GRADUEES. A) STRUCTURE PAR ETAPES (FGM MINCE), B) STRUCTURE CONTINUE (FGM EN MASSE) C) FGM AVEC LES FRACTIONS DE VOLUME DES PHASES CONSTITUTIVES GRADUEES	10
FIGURE I.2 : UNE PLAQUE FGM EN MASSE.....	11
FIGURE I.3 : ILLUSTRATION DES COUCHES DANS LA PLAQUE FGM	11
FIGURE I.4 : LES DIFFERENTS DOMAINES D'APPLICATION DES FGMs.....	12
FIGURE I.5 : PIECES FGM DANS LE DOMAINE AEROSPATIAL A) PIECE FGM POUR NAVETTES SPATIALES, B) PALE DE TURBINE. ...	13
FIGURE I.6 : PIECES FGM DANS LE DOMAINE MEDECINE, A) PROTHESE DE HANCHE B) IMPLANT DENTAIRE	13
FIGURE I.7: VARIATION LA FRACTION VOLUMIQUE A TRAVERS L'ÉPAISSEUR D'UNE PLAQUE FGM EN FONCTION LOI DE PUISSANCE. .	15
FIGURE I.8 : VARIATION LA FRACTION VOLUMIQUE A TRAVERS L'ÉPAISSEUR D'UNE PLAQUE FGM EN FONCTION LOI SIGMOÏDALE. ...	16
FIGURE I.9 : VARIATION LE MODULE DE YOUNG A TRAVERS L'ÉPAISSEUR D'UNE PLAQUE FGM EN FONCTION LOI EXPONENTIELLE. ...	17
FIGURE I.10 : SCHEMA DE LA COURBE CONTRAINTE-DEFORMATION POUR LE MODELE TTO	19
FIGURE I.11 : LES TECHNIQUES DE FABRICATION DES FGMs.	22
FIGURE I.12 : PROCEDE DE FABRICATION DU FGM AVEC METALLURGIE DES POUDRES	23
FIGURE I.13 : LA DESCRIPTION SCHEMATIQUE DE LA METHODE CENTRIFUGE A POUDRE MELANGEE	25
FIGURE I.14 : LA REPRESENTATION SCHEMATIQUE DE LA METHODE DE DEPOT CHIMIQUE EN PHASE VAPEUR	26
FIGURE I.15 : LA METHODE DE DEPOT PHYSIQUE EN PHASE VAPEUR (PVD).....	27
FIGURE I.16 : LA TECHNOLOGIE EBM	28
FIGURE I.17 : PRINCIPE DE ELABORATION FGM PAR PROCEDE PBF-SLS	29
FIGURE I.18 : PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DU PROCEDE PBF-SLM	30
FIGURE I.19 : LA TECHNOLOGIE LENS.....	31
FIGURE I.20 : LA TECHNOLOGIE EBAM	32
FIGURE I.21 : DIAGRAMME SCHEMATIQUE DE PROCEDES WAAM DE SYSTEME D'ALIMENTATION A DEUX FILS	32
FIGURE I.22 : A) PROJECTION POUDRE OU INSTALLATION EXPERIMENTAL DE DEPOT DE METAL LASER LMD, B) GRADIENT DE MATERIAU CONSTITUE DE CINQ MELANGE DE POUDRE, C) PHOTO D'UNE STRUCTURE FGM	33
FIGURE I.23 : LA TECHNOLOGIE CLAD (DEPOT DE METAL PAR LASER)	34
FIGURE I.24 : PROCEDE D'EXTRUSION DE MATIERE (TRIPLE EXTRUDEUSE)	34
FIGURE II.1 : TYPES DE CLASSIFICATION DES GRADIENTS	38
FIGURE II.4 : VARIATION MATERIELLE A TRAVERS L'ÉPAISSEUR PAR LE CONCEPT DE A) UMAT ET B) UMM.	46
FIGURE II.5 : VARIATION DU MODULE DE YOUNG $E(z)$ A TRAVERS L'ÉPAISSEUR CERAMIQUE-METAL DE FGM PAR LE MODELE DE TTO.....	47
FIGURE II.6 : VARIATION MATERIELLE A TRAVERS L'ÉPAISSEUR (CERAMIQUE-METAL-CERAMIQUE) PAR LE CONCEPT DE A) UMAT ET B) UMM	48
FIGURE II.7 : VARIATION DU MODULE DE YOUNG $E(z)$ A TRAVERS L'ÉPAISSEUR METAL-CERAMIQUE-METAL PAR LE MODELE DE TTO.	48
FIGURE II.8 : GRADATION SUIVANT LE RAYON PAR LE CONCEPT DE A) UMAT ET B) UMM.	49
FIGURE II.9 : VARIATION DU MODULE DE YOUNG $E(r)$ A TRAVERS LE RAYON POUR :A) CERAMIQUE VERS LE METAL ET B) METAL VERS LA CERAMIQUE DU FGM PAR LE MODELE DE TTO.	50
FIGURE II.10 : VARIATION DU MODULE DE YOUNG $E(r, z)$ SELON 3D DE FGM PAR LE MODELE DE TTO,	51

FIGURE III-1 : SCHEMA DE RETOUR IMPLICITE D'EULER POUR LE CAS DE LA PLASTICITE ASSOCIEE	61
FIGURE III.2 : COURBE CONTRAINTE-DEFORMATION DU METAL TITANE	62
FIGURE III.3 : VUE L'ELEMENT FINIS SOLIDE.	68
FIGURE III.4 : DESCRIPTION DU MAILLAGE SUIVANT LA VARIATION DE PROPRIETE MATERIELLE DU FGM.	69
FIGURE III.5 : VUE D'ENSEMBLE FORME DE L'ELEMENT FINIS C3D8R.....	69
FIGURE III.6 : PRESENTATION D'ORGANIGRAMME DE COUPLAGE DES DEUX SOUS PROGRAMMES UMAT ET HARD.	76
FIGURE IV.1 : VALIDATION DES RESULTATS DE LA REPONSE ELASTOPLASTIQUE DE LA COURBE DU MODELE TTO (JIN ET AL) AVEC LES RESULTATS DES DEUX TECHNIQUES (UMAT ET UMM).	81
FIGURE IV.2 : VARIATION DE LA CONTRAINTE ULTIME DE FGM (AL / SiC) EN FONCTION DU TYPE D'ELEMENTS FINIS ET COMPARAISON AVEC L'EXPERIMENTAL	82
FIGURE IV.3 : COMPARAISON DE LA COURBE EXPERIMENTALE CONTRAINTE-DEFORMATION (SIVA ET AL) AVEC LES METHODES UMAT ET UMM DE L'ECHANTILLON FGM (AL / SiC).....	82
FIGURE IV.4 : LES COURBES DE CHARGE - DEPLACEMENT DES DEUX TECHNIQUES UMM ET UMAT EN FONCTION DES VALEURS DE L'EXPOSANT B DANS LE CAS A) LA GRADATION SIMPLE DU FGM (Ti/TiB) A TRAVERS L'EPAISSEUR ET B) DE LA GRADATION SYMETRIQUE DU FGM (Ti/TiB) A TRAVERS L'EPAISSEUR.	84
FIGURE IV.5 : COURBE CHARGE – PROPAGATION DE FISSURE DE L'UMM AVEC EFFET DES VALEURS DE L'EXPOSANT B DU COTE DU METAL Ti ET DE LA CERAMIQUE TiB.....	85
FIGURE IV.6 : CHEMIN DE PROPAGATION DES FISSURES AVEC EFFET DES VALEURS DE L'EXPOSANT B DU COTE DU METAL ET DE LA CERAMIQUE.	86
FIGURE IV.7 : COURBES CHARGE-DEPLACEMENT DES DEUX TECHNIQUES UMM ET UMAT EN FONCTION L'EXPOSANT B DANS LE CAS D'UNE DIRECTION GRADIENT EN RAYON DE FGM (Ti/TiB), A) L'ENTAILLE RICHE EN METAL ET B) L'ENTAILLE RICHE EN CERAMIQUE.	88
FIGURE IV.8 : COURBE CHARGE- PROPAGATION DE FISSURE D'UMM AVEC EFFET DES VALEURS DE L'EXPOSANT B DANS LE CAS D'UNE CONCEPTION GRADIENT EN RAYON DE FGM Ti/TiB (ENTAILLE RICHE EN CERAMIQUE).	89
FIGURE IV.9 : PROPAGATION DES FISSURES AVEC EFFET DES VALEURS DE L'EXPOSANT B DANS LE CAS D'UNE CONCEPTION GRADIENT EN RAYON DE FGM (Ti/TiB).....	90
FIGURE IV.10 : PRESENTATION DU MODULE DE YOUNG DANS DES DIRECTIONS GRADATION EN TROIS DIMENSIONS.....	91
FIGURE IV.11 : PRESENTATION DU MODULE DE YOUNG DE FGM (Ti/TiB) AVEC L'EFFET DE L'EXPOSANT B DANS LE CAS DE DIRECTIONS GRADATION EN TROIS DIMENSIONS (3D)	91
FIGURE IV.12 : COURBE CHARGE -DEPLACEMENT DE DEUX TECHNIQUES COMPAREES UMM ET UMAT AVEC EFFET DES VALEURS D'EXPOSANT B DANS LE CAS DE DIRECTIONS GRADATION 3D DE FGM (Ti/TiB).....	92
FIGURE IV.13 : COURBE FORCE – PROPAGATION DE FISSURE DE L'UMM AVEC EFFET DE L'EXPOSANT B DANS LE CAS D'UNE GRADATION TRIDIMENSIONNELLE (CERAMIQUE RICHE EN ENTAILLE) DE FGM (Ti/TiB).....	93
FIGURE IV.14 : CHEMIN DE PROPAGATION DE LA FISSURE AVEC EFFET DE L'EXPOSANT B DANS LE CAS VARIATION 3D.	93

Liste des tableaux

TABLEAU II.1 : DONNEES LES PROPRIETES ELASTIQUES EFFECTIVES DE FGM (Ti/TiB) SELON RAPPORTS VOLUMIQUES POUR COMPAREES AUX VALEURS PREDITES DES MODELES MICROMECHANIQUES.....	41
TABLEAU II.2 : PROPRIETE MATERIELLE	42

Nomenclature

h	Epaisseur de la plaque.
h_i	Coordonnée de chaque surface.
h_{in}	Coordonnée verticale de la face inferieur.
h_{ex}	Coordonnée verticale de la face supérieure.
Δh_k	Epaisseur de chaque rangée.
n_k	Nombre des rangées éléments.
$P(x)$	Propriété matérielle effective de FGM.
$P_{UMM}^k(x_i)$	Propriété matérielle effective de FGM.
$V_m(x)$	Fraction volumique du métal dans les plaques de FGM.
β	Exposant de la fraction volumique non négatif.
$E(x), E_c, E_m$	Modules d'élasticité de FGM, céramique, métal.
$\nu(x), \nu_c, \nu_m$	Coefficient de Poisson de FGM, céramique, métal.
c et m	Représentent les particules céramiques et le métal.
q_t	Transfert de contrainte à déformation.
$\sigma_{Y_0}(x), \sigma_{Y_0m}$	Limite élastique de FGM, métal.
$H(x), H_m$	Module tangent de FGM, métal.
σ_{ij}	Tenseur des contraintes de Cauchy.
ϵ_{ij}	Tenseur de la déformation,
C_{ijkl}	Matrice d'élasticité dans le cas de l'élasticité linéaire 3D.
$\lambda(x), G(x)$	Deux coefficients de lamé de FGM.
C_{UMM}^k	Matrice d'élasticité de chaque range.
σ_{UMM}^k	Contrainte de chaque ranges.
$f(\sigma, R)$	Fonction du tenseur des contraintes appelée potentiel plastique
σ_{eq}	Contrainte équivalente de von Mises de FGM.
σ_r	Ecoulement de la surface.
H_p	Module d'écrouissage de FGM.
$d\epsilon^p$	Taux de déformation plastique de FGM.
$\sigma_{UTS}(x), \sigma_{UTS}^m$	Résistance ultime à la traction de FGM, métal.
$K_{IC}, K_{IC}^m, K_{IC}^c$	Ténacité à la rupture de FGM, métal et céramique.

G_f, G_f^m, G_f^c	Taux de libération d'énergie critique de FGM, métal et céramique.
u_q	Champ de déplacement.
$N_i(\xi, \eta, \zeta)$	Fonction de formulation isoparamétrique.
u, v, w, θ	Composantes du déplacement.
P_i	Propriétés de FGM correspondant au nœud i.
$[N_q]$	Matrice qui relie le vecteur de déplacement au point q.
$\{F^e\}$	Vecteur des forces élémentaire.
$[K^e]$	Matrice de rigidité élémentaire.
i, j et L	Indique le point de Gauss correspondant dans l'élément,
w_i	Poids correspondant à chaque point de Gauss.

Abréviation

FGM	Matériaux à Gradient Fonctionnel
UMM	Utilisation une Méthode de Maillage.
UMAT	Matériaux défini par l'Utilisateur
XFEM	Méthode des Eléments Finis Etendus
CMD	Modèle d'Endommagement Continu
P-FGM	Loi de mélange en puissance
S-FGM	Loi sigmoïdale
E-FGM	Loi de mélange exponentielle
TTO	Tamura – Tomota – Ozawa
CVD	Le procédé dépôt chimique en phase vapeur
PVD	Dépôt physique en phase vapeur
FA	Fabrication additive
DED	Dépôt d'énergie dirigé
PBF	Fusion sur lit de poudre
EBM	Fusion par faisceau d'électrons
SLS	Frittage laser sélectif
SLM	Fusion laser sélective
LENS	Mise en forme de filet par laser
EBAM	Fabrication additive par faisceau d'électrons
WAAM	Fabrication additive à l'arc à fil
LMD	Dépôt de matériau par laser
CLAD	Construction laser additive directe
FEF	Extrusion de matière
ROM	La règle classique des mélanges.
SC	Modèle auto-cohérent.
MT	Mori-Tanaka
UHARD	Sous-programme de durcissement
MAXPS	Critère de contrainte maximale
STATEV	Variables d'état
C3D8	Eléments finis de forme hexaédrique (Brique linéaire à 8 nœuds)
C3D8I	Brique linéaire à 8 nœuds, modes incompatibles
C3D8H	Brique linéaire à 8 nœuds, hybride à pression constante
C3D8R	Brique linéaire à 8 nœuds, intégration réduite avec contrôle du sablier

Introduction générale

Introduction générale

Les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) sont une catégorie avancée des matériaux composites [1]. Les FGMs sont constitués d'un mélange de métaux et de céramiques et possèdent une variation spatiale, régulière et continue de plusieurs propriétés macroscopiques telles que le module d'élasticité, le coefficient de Poisson, etc... [2,3].

Ces dernières années, les FGMs ont attiré beaucoup d'attention en raison de leurs nombreux avantages; elles sont multifonctionnelles et permettent aux concepteurs d'adapter la microstructure aux conditions de fonctionnement spécifiées en supprimant les discontinuités de contraintes dans les structures et aux niveaux des interfaces [4,5] tout en améliorant la résistance aux contraintes thermiques [6,7] et en réduisant les contraintes résiduelles [8]. Ces matériaux assurent une meilleure répartition des contraintes, une plus grande résistance à la rupture et une réduction des facteurs d'intensité des contraintes [9].

Depuis l'introduction des FGMs par Kawasaki et Watanabe [10] dans les composants aérospatiaux, plusieurs chercheurs se sont intéressés à cet axe de recherche dans l'optimisation et l'utilisation du FGM dans d'autres applications et conceptions industrielles. D'autres chercheurs se sont investis dans la biomécanique, l'automobile, les outils de coupe, les implants orthopédiques et dentaires ainsi que les panneaux de vaisseaux spatiaux [11,12]. La majorité des recherches sont portées sur la réponse élastique-plastique sous une charge thermique et ou mécanique, comme dans le travail de Shabana *et al.* [13] qui a analysé les contraintes en comportement élastique-plastique pendant le processus de fabrication. De même, Ozturk *et al.* [14] ont étudié la réponse d'une structure cylindrique pleine en FGM en comportement élastique-plastique sous une génération de chaleur interne uniforme, sur la base du critère d'élasticité de Tresca. Ils considèrent quatre des propriétés du matériau variant radialement selon une forme parabolique. Ces quatre propriétés du matériau sont la limite d'élasticité, le module d'élasticité, les coefficients de conduction thermique et de dilatation thermique. Les travaux de Mohammadi *et al.* [15], Yang et Gao [16] et Dave et Sharma [17], portent sur l'analyse par la méthode des éléments finis et la méthode analytique de la concentration de contraintes dans les structures en FGM en présence d'entaille de différentes formes (circulaire, elliptique). Cependant, la forme rectangulaire de l'entaille a été traitée par Goyat *et al* [18] en utilisant la méthode des éléments finis étendus sous différentes charges. D'autre part, la réduction de la concentration des contraintes a fait l'objet des travaux de

Sburlati *et al.* [19] et Yang *et al.* [20] qui ont analysé par la méthode des éléments finis l'effet des plaques trouées en FGM sur le facteur de concentration de contraintes.

Le travail de Kubair *et al* [21] ont analysé numériquement l'effet de l'inhomogénéité des propriétés de FGM sur le facteur de concentration des contraintes (SCF) dû à la présence d'un trou circulaire. Ils ont montré que la concentration des contraintes est réduite lorsque le module de Young augmente progressivement en s'éloignant du trou. Ils considèrent que la concentration des contraintes est la plus influencé par l'indice de la loi de puissance suivi par la variation de l'échelle de longueur d'inhomogénéité. Le SCF est le moins affecté par le rapport de module. De plus, le travail de Kim et Paulino [22] s'est investi sur les propriétés de plaques en FGM isotropes et orthotropes. Ils ont considérés et comparés l'influence de la variation des propriétés des matériaux par lois de mélange exponentielle et variation linéaire de FGM. La performance des éléments gradués est comparée à celle des éléments homogènes classiques en faisant référence à des solutions analytiques.

L'endommagement dans les structures en FGM a été récemment étudié par des méthodes numériques par plusieurs chercheurs [23-24] et expérimentalement par d'autres [25-26]. Ces catégories de matériaux peuvent subir différents mécanismes d'endommagement. En effet, ce gradient de propriétés matérielles cause une grande difficulté d'analyse de son comportement en rupture. Lors de propagation de la fissure, une mixité de modes se présente au fond de fissure et qui conduit par la suite à des trajectoires complexes difficilement analysées par les méthodes numériques. Cependant, on trouve de nombreux chercheurs qui ont analysé le comportement en rupture des FGMs en utilisant la méthode des éléments finis par différentes techniques [22].

Sur la base des essais effectués par Kirugulige et Tippur [27], Duc Hong Doan *et al* [28] ont présenté une simulation numérique de la propagation dynamique des fissures dans un matériau en époxyde chargé avec le verre à fonctionnel évalués (FG) sous des charges d'impact qu'ils ont montré un effet significatif des gradients élastiques sur la trajectoire finale des fissures. Toutefois S. Bhattacharya *et al* [29] ont étudié, en utilisant la méthode d'élément finis étendue (XFEM), les facteurs d'intensité de contraintes pour une structure fissurée sous une charge thermomécanique en matériaux à deux-couches (la couche inférieure est l'alliage d'aluminium tandis que la couche supérieure est en FGM). Ils ont supposé que la variation des propriétés matérielles de la couche du FGM est exponentielle du côté en métal au côté en céramique. Peng Liu *et al* [30] ont étudié le comportement de rupture des matériaux

piézoélectriques de gradient fonctionnel (FG P.M.) sous charge d'impact en utilisant la méthode d'éléments finis étendue (XFEM). Tuan H.A *et al* [31] ont présenté un nouveau modèle doux de dommages de gradient, qui dépasse certaines limitations des méthodes conventionnelles, pour la prévision précise de l'endommagement localisé en matériaux ductile-fragiles. La méthode proposée est particulièrement appropriée aux éléments finis d'ordre inférieur tels que les éléments quadrilatéraux avec 4 nœuds ou les éléments triangulaires avec 3 nœuds. D'autre part, l'analyse dynamique thermique passagère des fissures stationnaires en matériaux piézoélectriques avec fonctionnel évalués (FGPM) basé sur la méthode d'éléments finis étendue (XFEM) a été présentée par Peng Liu *et al* [30].

Plusieurs approches étaient proposées pour modéliser l'endommagement en comportement élastique-plastique dans les matériaux anisotropes [32-33]. Les FGM peuvent subir des dommages élastiques cassants ou même des dommages en élastique-plastiques [34-35], selon le pourcentage en céramique qui présente le constituant le plus fréquemment utilisé dans ces FGM. De nombreuses méthodes de calcul ont été développées, y compris le modèle de zone cohésive (CZM) [36,37] pour analyser le comportement mécanique du FGM, Seulement cette méthode est limitée par le chemin de propagation de fissure [38-39]. On trouve aussi d'autres méthodes tels que les éléments finis étendus (XFEM) [40], modèle de champ de phase (PFM) [41] et le modèle de l'endommagement continu (CDM) [42, 43]. Diverses théories basées sur le dommage continu [44] ont été développées pour modéliser les différents matériaux, tels que les matériaux isotropes [45-47], l'endommagement dans les matériaux anisotropes [48-49] et l'endommagement dans les matériaux fragiles [50, 51].

Le fait de fabriquer une plaque FGM avec une composition variant dans plusieurs directions complexifie tout de suite sa fabrication. Ce sont donc les seules structures dont la fabrication a demandé la mise en place d'une méthodologie numérique reprenant en partie les éléments de la chaîne numérique. On peut dire que ces nouvelles conceptions de gradation 3D proposé un outil bien adéquat dans l'orientation pour les méthodes de fabrication, et permettent de fabriquer des structure fonctionnelles pour le future.

La majorité des recherches développées dans l'analyse du comportement des FGMs, considère un comportement plastique parfait du matériau selon l'exposant de la fraction volumique et que seule la gradation suivant l'épaisseur et rayon ont été pris en considération, d'autre part, la comparaison avec l'expérimental pour la validation du modèle numérique reste un défi pour les chercheurs.

Notre travail s'inscrit dans ce contexte, l'objectif est d'établir, une méthode simple par l'utilisation de programme MATLAB, une modélisation numérique du FGM, tout en analysant la partie élastique, plastique jusqu'à l'endommagement pour les différentes fractions volumique de métal et céramique.

Cette méthode consiste à intégrer la distribution des propriétés mécaniques des différents constituants du FGM par rangé d'éléments finis dans une direction (1D) et deux direction (2D) et par élément dans tous les sens de la structure en 3D. Contrairement à celle utilisé dans la technique UMAT, où la modélisation numérique de la distribution des propriétés de (rigidité-plasticité-rupture) est graduée dans la structure en volume par coordonnées.

Il convient de noter aussi qu'il faut avoir un bon choix de type d'éléments convenables entre ces deux méthodes utilisées dans ce travail afin de minimiser l'écart et l'erreur dans le calcul. Il faut noter aussi que le choix d'éléments pour la discrétisation de la structure est essentiel pour l'étude de l'endommagement de la structure FGM.

Pour notre nouvelle technique nommée UMM (Utilisation une méthode de maillage), on utilise la technique XFEM qui provoque une ouverture de la structure dont laquelle dépends la propagation de la fissure, par contre, pour la technique UMAT, on utilise CDM (Modèle d'endommagement continu), où les éléments endommagés restent attachés à la structure.

Plusieurs paramètres ont été mis en considération à savoir le sens de la distribution des propriétés matérielles de FGM, suivant l'épaisseur, suivant le rayon et en 3D. D'autre part, l'effet de l'exposant de la fraction volumique a été validé pour tous les types de sens de distribution les propriétés matérielles. L'étude de l'endommagement a été validée pour les deux méthodes UMAT et UMM selon les différentes configurations de la conception matérielle. Les résultats montrent clairement que la conception de distribution les propriétés matérielles a un rôle important dans la résistance de FGM et que les deux méthodes utilisées dans cette étude convergent pratiquement vers les mêmes résultats.

Notre travail est structuré en quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous rappelons l'état de l'art les matériaux fonctionnellement gradués. On a vu essentiel de présenter l'historique des FGMs et leur introduction dans les différents domaines industriels et d'autre part, les méthodes d'élaboration et les différents types de FGM (métal/métal et

céramique/métal). Une brève énumération des différentes recherches dans la modélisation numérique du comportement mécaniques selon les modèles micromécaniques (lois du mélange).

La deuxième partie est consacrée à la présentation des différentes conceptions de gradation matérielle utilisées actuellement. Cependant, on a vu essentielle de discuter sur notre nouvelle conception de gradation en 3D pour une plaque trouée en FGM (métal/céramique). Le troisième chapitre présente une description du comportement mécanique de FGM selon un modèle élastoplastique couplé à l'endommagement. Ce modèle numérique basé sur la technique UMAT est implémenté dans le code d'éléments finis ABAQUS selon un nouvel algorithme qui concerne la formulation mathématiques des équations constitutives des différents réponses mécaniques (élastique, plastique et l'endommagement). On a vu essentiel de faire rappel sur les méthodes élément finis standard et étendue afin d'exécuter directement la deuxième technique UMM dans ABAQUS.

Le quatrième chapitre présente la validation du modèle numérique selon les deux techniques (UMM et UMAT) avec des travaux d'expérimentaux. Plusieurs paramètres ont été mis en évidence pour l'analyse et comparaison des résultats obtenues des deux techniques à savoir l'effet de l'exposant de faction volumique et types de gradation (suivant rayon, épaisseur et en 3D).

Enfin, une conclusion générale récapitule les points clés de ce travail

Chapitre I : Généralités sur les matériaux à gradient fonctionnel (FGMs)

I.1 Introduction

Les matériaux à gradient fonctionnel (FGMs) sont des matériaux de haute performance, microscopiquement hétérogène avec gradients de composition et de structure avec des propriétés spécifiques dans l'orientation préférée [52], leur conférant des propriétés remarquables. Cette nouvelle famille de matériaux commence à sortir du domaine académique pour entrer dans le domaine industriel pour des applications à haute valeur ajoutée.

Les FGMs sont avant tout des matériaux que l'on peut définir comme des systèmes multiphasiques multi composants, présentant des interpénétrations moléculaires effectives entre eux, mais en rajoutant la notion de variation d'un des réseaux, chimiquement ou physiquement différent des autres.

La maîtrise de nouveaux matériaux a été à l'origine des révolutions dans l'histoire de technologies inventées. En effet, la science des matériaux permet de concevoir de nouveaux matériaux adaptés à chaque nouvelle application. On pourra distinguer une nouvelle catégorie de matériaux connus sous le nom de matériaux à gradient fonctionnel, qui fait l'objet de notre travail.

En effet, ce FGM par ses différentes qualités a l'avantage particulièrement unique qu'on ne peut pas trouver même dans les matériaux composites. C'est pour cette raison que ce FGM est classé comme étant un matériau composite avancé, sa particularité résulte dans le fait que ce FGM ne se présente pas en gradation dans la structure par des interfaces de passage, et encore comme avantage, ce matériau prend des sens différents de gradation avec des fractions volumique différentes de ces deux constituants. Cette direction de gradation est le concept le plus avantageux pour l'ingénieur et l'utilisateur des structures, cela pour répondre à des exigences fonctionnelles bien définies.

Ce matériau innovant a provoqué l'attention particulière de plusieurs chercheurs dans le domaine du matériau et de l'ingénieur et qui reste à l'heure actuelle un axe de recherche important et récent. La recherche prend en compte la compréhension des différents comportements de FGM, celle du comportement élastique, plastique et encore plus l'endommagement, aussi bien sous différents types de chargements ; statique, dynamique et aussi en fatigue. Ce matériau présente aussi l'avantage d'être utilisé dans les structures assemblées, par exemple les biomatériaux, les assemblages collées, et même celles soudées.

Les FGMs par l'utilisation de matériaux fragile-ductile ont présentés un avantage assez important dans l'application des structures de haute précision aussi bien celle qui est sollicitées sous chargement thermique ou thermomécanique,

On peut donc penser que les structures FGMs vont transformer en profondeur le monde de la conception en augmentant considérablement les possibilités dans l'étape stratégique du choix des matériaux.

Dans ce chapitre, nous avons présenté la définition des matériaux à gradient de propriétés (FGMs), applications de ces structures, les méthodes de traitement, ainsi que les différentes méthodes d'homogénéisation utilisées pour le calcul de leurs propriétés effectives.

I.1 L'origine des FGMs

Le concept FGM a été inventé par un scientifique japonais en 1984 par M.Nino et al [53] qui travaillait sur un matériau capable de tenir à des températures élevées pour des applications spatiales et aux réacteurs de fusion.

Depuis 1984, les films minces FGM ont fait l'objet de recherches approfondies et sont presque une réalité commerciale. Cependant, l'aventure débute réellement autour de l'année 1985 lorsque d'autres pays USA et Europe à leur tour la nécessité d'aborder l'ère spatiale en concevant chacun unilatéralement un avion ayant la possibilité de naviguer à la fois dans l'espace et transitoirement dans l'atmosphère terrestre [54]. Le premier congrès international sur les FGM se soit tenu au Japon (Sendai) en 1991 et le 16^{ème} congrès aux Etats Unis en 2021 à Hartford.

I.2 Définition de FGM

Les matériaux à gradient fonctionnel, appelés aussi FGMs par référence à leur nomination anglaise (**Functional Gradient Materials**), représentent un nouveau concept de fabrication de pièces avec des propriétés et/ou fonctions qui ne peuvent pas être remplies par les matériaux classiques homogènes. Leur simple structure consiste en une évolution graduelle d'une surface à l'autre par un changement continu de la composition. Leur profil de transition doit être prédéfini et introduit afin d'obtenir la fonction désirée. Dans ce sens, les matériaux à gradients peuvent sans aucun doute être classés dans une catégorie distincte de celle des composites classiques.

Les FGMs ont attiré une grande attention des chercheurs au cours de la dernière décennie en raison de leurs propriétés graduées en chaque point dans diverses dimensions. Les FGMs sont des composites possédants une variation continue et cohérente de composition, de microstructure [55]. Un FGM est un type de matériaux composites classé par leur microstructure variable dans l'espace ; conçue pour optimiser l'exécution des éléments de structures par la distribution de propriétés correspondantes [56]. Les distributions de propriété sont trouvées dans une variété de produits communs qui doivent avoir des fonctions multiples (c'est-à-dire multifonctionnelles) comme les liaisons entre les particules ; qui doivent être assez dures à l'intérieur pour résister à la rupture ; mais doivent également être assez dures sur l'extérieur pour empêcher l'usure, lorsque la distribution est continue. Par contre, les matériaux composites présentent des interfaces entre la matrice et le composite inséré (céramique). Cette interface peut initier des fissures qui conduiront à termes à la rupture de la structure [57]. Dans les FGMs, l'absence d'interface entre les deux matériaux améliore les performances fonctionnelles des structures. De plus, on peut tirer parti du meilleur de chaque matériau pour la tenue mécanique, la tenue en température ou la résistance à la corrosion.

Dans ce cas, la composition et la microstructure de FGM changent graduellement à l'intérieur de la pièce. Cette distribution des matériaux permet de modifier les propriétés à l'intérieur même de la pièce. Des gradients de propriétés peuvent ainsi être réalisés au niveau mécanique, physique, chimique, etc... [58].

En science des matériaux, les matériaux à classification fonctionnelle (FGM) peuvent être caractérisés par la variation graduelle de la composition et de la structure en fonction du volume, entraînant des changements correspondants dans les propriétés du matériau. Les matériaux peuvent être conçus pour une fonction et des applications spécifiques. Diverses approches basées sur le volume (traitement des particules), le traitement des préformes, le traitement des couches et le traitement à l'état fondu sont utilisées pour fabriquer les matériaux fonctionnellement classés.

Les FGMs se distinguent des assemblages classiques par la variation intentionnelle de la composition chimique, ce qui entraîne une évolution des propriétés microstructurales, chimiques, mécaniques et thermiques. De plus, l'absence de discontinuités à travers le FGM permet de lisser la distribution des contraintes thermiques et diminuer l'usure excessive et la corrosion tout en conservant leurs propriétés structurelles ainsi que l'usinabilité [59-60]. Les

FGM permettent donc de créer de nouveaux matériaux qui répondent à des exigences industrielles spécifiques.

I.3 Les types de FGM

Les matériaux à gradient fonctionnel peuvent être classés en plusieurs critères. Ils peuvent être classés en fonction de leurs utilisations, de leurs types de gradation, de leur composition et de leur combinaison de matériaux. Souvent, les FGMs structurelles sont divisés en deux types, à savoir la structure continue (**FGM en masse**) représentée sur la figure I.1. (b) et la structure par étapes (**FGM mince**) illustrée sur la figure I.1.(a).

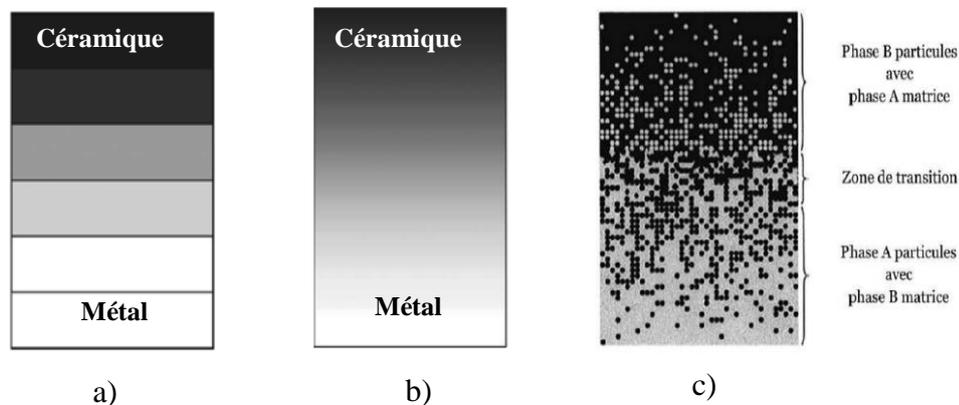


Figure I.1 : Deux types de structures graduées. a) structure par étapes (FGM mince), b) structure continue (FGM en masse) c) FGM avec les fractions de volume des phases constitutives graduées [61].

Dans le premier type, le changement de composition et / ou de microstructure se produit en continu avec la position (Figure.1.b). Les FGMs en masse restent simplement une hypothèse. Aucun procédé commercialement viable n'a encore été développé pour fabriquer un tel matériau. Alors que la littérature scientifique regorge d'articles sur la modélisation des propriétés hypothétiques des FGMs en masse, les quelques méthodes de fabrication proposées sont des techniques de laboratoire spécialisées à forte intensité de main-d'œuvre et non des procédés commerciaux à faible coût.

Le cas de la variation continue des propriétés suivant l'épaisseur d'une plaque FGM montrée sur la figure I.2, la face supérieure 100% céramique est exposée à une haute température alors que la face inférieure 100% métal est exposée à une basse température, avec une transition graduelle entre les deux (figure I.1(c)).

La gradation améliorerait aussi la ténacité de la face céramique et empêcherait également le décollement céramique-métal. L'assemblage de la céramique aux métaux de manière unique lui donne :

- Haute résistance à l'abrasion (face céramique)
- Haute résistance aux chocs thermique ou mécanique (face métal).
- Très bonne ténacité.

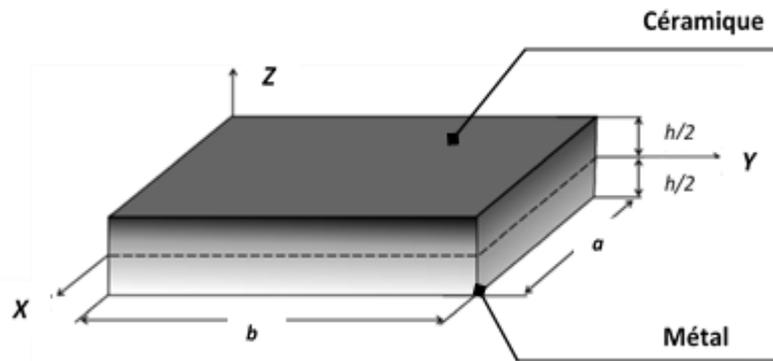


Figure I.2 : Une plaque FGM en masse.

Par contre dans le second type, la caractéristique de microstructure change de manière progressive, donnant naissance à une structure multicouche avec des interfaces existant entre des couches discrètes [59]. C'est une variation par morceaux de la fraction volumique du céramique ou du métal est assumée, et le FGM est pris pour être posé avec la même fraction volumique dans chaque région, c'est à dire, couche quasi-homogène de céramique-métal (FigureI.3). Les FGMs minces sont réalisés par des processus comme le dépôt physique en phase vapeur PVD, le dépôt chimique en phase vapeur CVD [62], tandis que les FGMs en masse sont fabriquées en utilisant des méthodes telles que la métallurgie des poudres, la coulée centrifuge [63], et les techniques de fabrication additive AM [64].

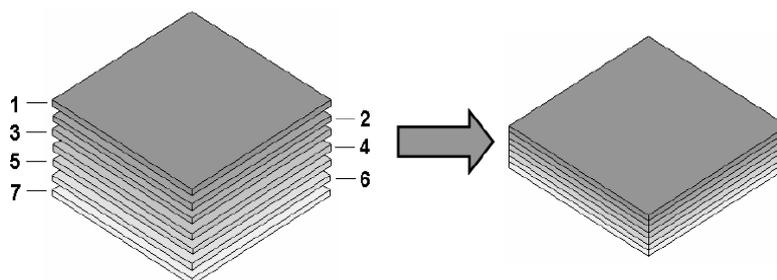


Figure I.3 : Illustration des couches dans la plaque FGM [26].

I.4 Domaines d'application des FGMs

Il existe une large gamme d'applications pour FGM et on s'attend à ce qu'elle augmente à mesure que le coût du traitement des matériaux et des processus de fabrication est réduit en améliorant ces processus [65]. Dans cette partie, diverses applications de FGM comme illustré dans figure I.4 ont été discutées qui pourraient être très utiles dans les développements. On trouve également des applications dans le domaine de l'électronique, les composants de moteur d'automobile, de la production d'outillage. Cette liste n'est évidemment pas exhaustive et on imagine qu'au fur et à mesure des avancées scientifiques l'appropriation de ce type de structure par les concepteurs permettront encore de l'élargir. Dans ce cas, nous expliquerons certaines des applications, comme suit :

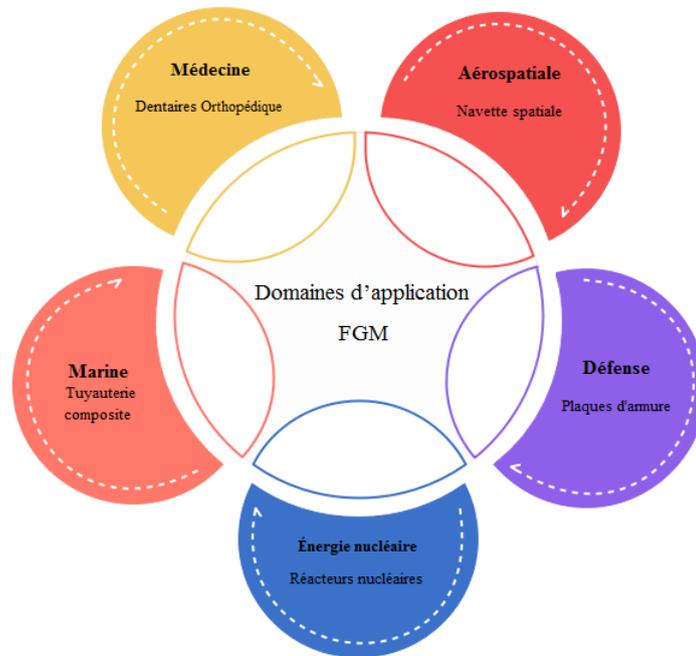


Figure I.4 : Les différents domaines d'application des FGMs.

I.4.1 Aérospatiale

Les FGMs peuvent résister à un gradient thermique très élevé, ce qui le rend approprié pour une utilisation dans des structures et des corps d'avion spatial, des composants de moteur de fusée, etc. Si la technique de traitement est améliorée, les FGMs sont prometteurs et peuvent être utilisées dans des domaines plus larges de l'aérospatiale. Par exemple le centre de recherche de la NASA propose de développer des pièces FGM pour des navettes spatiales [66](Figure I.5(a)). Des problématiques similaires existent sur d'autres pièces aérospatiales telles que les pales de turbines [67] (Figure I.5(b)).

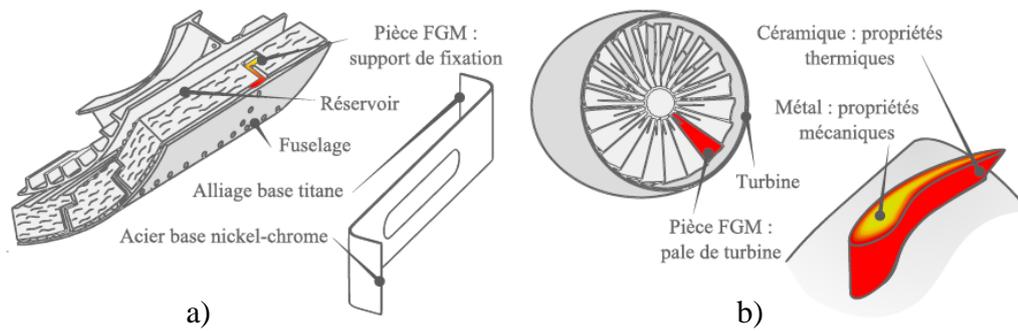


Figure I.5 : Pièces FGM dans le domaine aérospatial [68] a) Pièce FGM pour navettes spatiales, b) Pale de turbine.

I.4.2 Médecine

Dans le domaine biomédical, les raisons pour utiliser un gradient sont plus variées. Il est possible, par exemple, d'utiliser un gradient de matériaux pour combiner les propriétés mécaniques et la résistance à l'usure sur une prothèse de hanche [69]. La FGM a trouvé une large gamme d'applications dans les applications dentaires et orthopédiques pour le remplacement des dents et des os (Figure.I.6) [70].

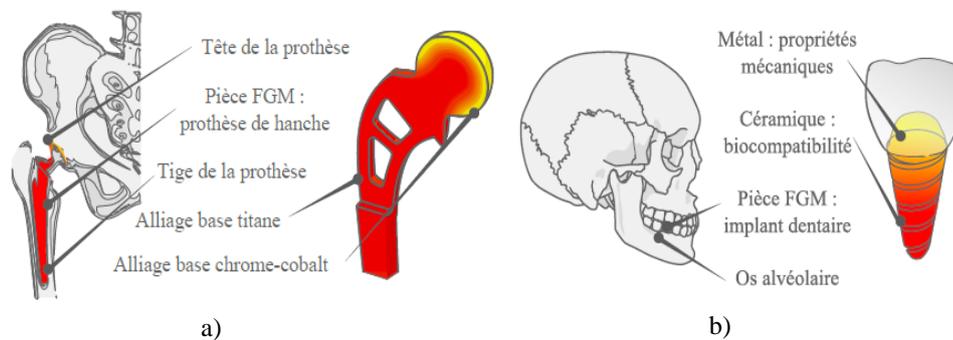


Figure I.6 : Pièces FGM dans le domaine médecine, a) Prothèse de hanche b) Implant dentaire [70].

I.4.3 Défense

La capacité des FGMs à offrir des propriétés de résistance à la pénétration en inhibant la propagation des fissures est une propriété attrayante qui fait que le matériau est favorisé dans l'industrie de la défense. Les FGMs sont utilisés dans l'industrie de la défense dans des applications telles que les gilets pare-balles et les plaques d'armure.

Un autre domaine d'application clé des matériaux fonctionnels est celui des véhicules blindés.

I.4.4 Énergie nucléaire

Les FGMs sont utilisés dans les dispositifs de conversion d'énergie. Ils fournissent également une barrière thermique et ils sont utilisés dans le générateur thermoélectrique, pile à combustible, réacteurs nucléaires, pastilles de combustible

I.4.5 Marine

Les matériaux à gradient fonctionnel trouvent également leur application dans l'industrie maritime. Les applications des matériaux fonctionnels dans l'industrie marine et sous-marine comprennent l'arbre d'hélice, les cylindres de plongée, les dômes sonar, le système de tuyauterie composite et la coque cylindrique sous pression.

I.5 Les modèles micromécaniques des FGMs

Dans cette section, un aperçu des modèles micromécaniques couramment utilisés dans la recherche sur les FGMs est présenté. Ces modèles micromécaniques sont importantes dans le sens où la plupart tentent de décrire la relation constitutive avec une formule analytique de forme fermée basée sur le rapport de fraction volumique des constituants. L'objectif de la micromécanique est de quantifier l'effet de la microstructure sur le comportement multi-physique des matériaux par l'application de la mécanique du milieu continu à une échelle réduite [71].

Les modèles micromécaniques les plus couramment utilisés pour les études sur les FGMs sont les règles de mélange classiques et modifiées, les méthodes Voigt, Reuss, Hashin-Shtrikman, les modèles d'homogénéisation Tamura et Mori Tanaka sont utilisées pour obtenir les propriétés matérielles efficaces en fonction de la fraction volumique ; tous sont présentés ici en détail.

I.5.1 Règle de mélange

La plupart des articles de la littérature sur les FGMs utilisent la règle simple du mélange pour obtenir les propriétés matérielles efficaces. En ce qui concerne les fonctions de distribution de fraction volumique, les propriétés matérielles équivalentes des FGMs pourraient être déterminées par diverses fonctions sous forme de loi de puissance (P-FGM), sigmoïde (S-FGM) ou exponentielle (E-FGM) :

I.5.1.1 Loi de mélange en puissance (P-FGM)

La fraction volumique de la plaque P-FGM est considérée comme évoluant continuellement dans l'épaisseur de la plaque en fonction de la variation de la loi de puissance comme suit [72] :

$$V(z) = \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^\beta \quad (I.1)$$

$$V_m(z) = 1 - V_c(z) \quad (I.2)$$

Où β : exposant de la fraction volumique non négatif, h est l'épaisseur de la plaque. Une fois la fraction volumique $V(z)$ a été définie, l'équation de la loi des mélanges écrit :

$$P(z) = (P_m - P_c) \cdot V_m(z) + P_c \quad (I.3)$$

$P(z)$: Représente les propriétés matérielle effective de FGM et $V_m(z)$ est la fraction volumique du métal dans les plaques de FGM est représentée sur la figure I.7, Ou les indices c et m représentent respectivement les phases céramique et métallique.

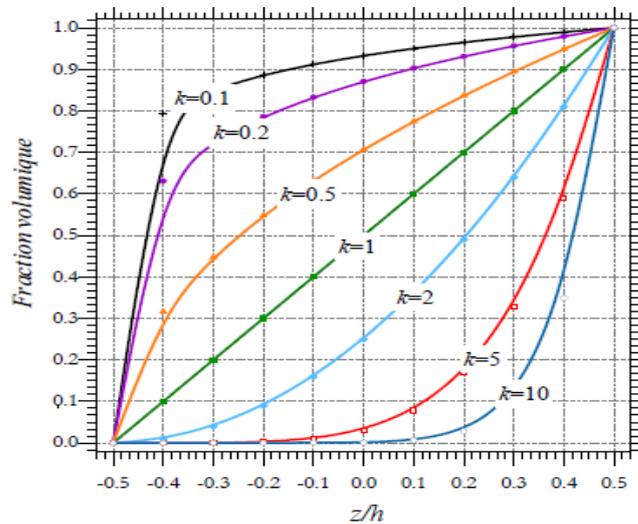


Figure I.7: Variation la fraction volumique à travers l'épaisseur d'une plaque FGM en fonction loi de puissance.

I.5.1.2 Loi sigmoïdale (S-FGM)

Chung et chi [73], ont défini la fraction de volume de la plaque FGM en utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définies par (figureI.8) :

$$\text{Pour : } \frac{-h}{2} \leq z \leq 0 \quad V_1(z) = \left(\frac{\frac{h}{2} + z}{\frac{h}{2}} \right)^\beta \quad (\text{I.4})$$

$$\text{Pour : } 0 \leq z \leq \frac{h}{2} \quad V_2(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{h}{2} - z}{\frac{h}{2}} \right)^\beta \quad (\text{I.5})$$

L'équation de la loi des mélanges devient :

$$P(z) = (P_m - P_c) \cdot V_1(z) + P_c \quad (\text{I.6})$$

$$P(z) = (P_m - P_c) \cdot V_2(z) + P_c \quad (\text{I.7})$$

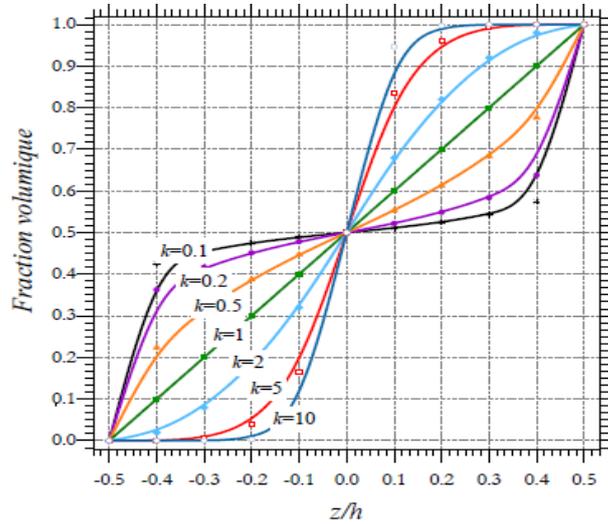


Figure I.8 : Variation la fraction volumique à travers l'épaisseur d'une plaque FGM en fonction loi sigmoïdale.

I.5.1.3 Loi de mélange exponentielle (E-FGM)

On considère que la fraction volumique de la plaque E-FGM varie continuellement dans l'épaisseur de la plaque en fonction de la variation exponentielle [74], comme suit :

$$E(z) = E_c e^{B(z+h/2)} \quad (\text{I.8})$$

$$B = \frac{1}{h} \ln \left(\frac{E_m}{E_c} \right) \quad (\text{I.9})$$

Où $E(z)$ représentée le module de Young effective du FGM, la position de la surface inférieure de la plaque de module de Young est en céramique E_c ($z = -h/2$) et la surface

supérieure est en métal pur $E_m(z = h/2)$. La variation du module de Young à travers l'épaisseur (h) de la plaque E-FGM est représentée dans la figure I.9.

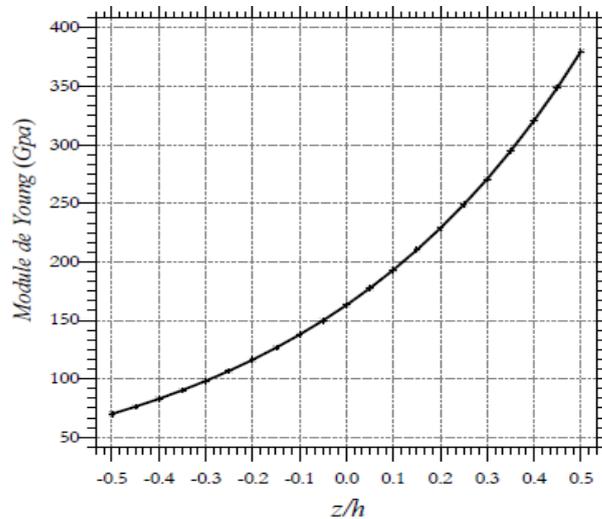


Figure I.9 : Variation le module de Young à travers l'épaisseur d'une plaque FGM en fonction loi exponentielle.

Les lois de mélange sont pratiques et simples à utiliser mais elles ne permettent pas de connaître la taille, la forme et la distribution des particules au niveau de la microstructure.

I.5.2 Les modèles d'homogénéisation

Plusieurs modèles micromécaniques de FGM ont été passés en revue dans [75-77]. Pour évaluer l'effet des modèles micromécaniques sur les réponses structurelles des plaques FGM. Les modèles composites conventionnels s'appliquent généralement lorsque la fraction volumique d'un constituant dans la FGM reste beaucoup plus petite que celle de l'autre [78]. Cependant, la validité de tels modèles ne peut être assurée sur toute la gamme des fractions de volume de matière ; ils reposent sur l'uniformité spatiale des distributions des constituants et de la microstructure du composite. Le but principal de la mécanique des matériaux est de prédire le comportement des matériaux. Cela nécessite d'estimer les propriétés mécaniques effectives de la composition bi-phasique, communément appelée homogénéisation. Dans ce travail, les méthodes homogénéisation sont étudié, pour but choisie une méthode pour obtenir les propriétés matérielles efficaces de FGM en fonction de la fraction volumique.

La principale caractéristique des FGMs réside dans la microstructure non uniforme avec un changement continu des fractions volumiques. En fait, les modèles micromécaniques largement applicables aux FGM Les modèles de Voigt [79] et de Reuss [80] sont les modèles les plus simples utilisés pour évaluer les propriétés matérielles

effectives des composites, modèle Mori-Tanaka [81] et une règle modifiée de modèle de mélange proposé par Tamura *et al.* [82] est discuté. Enfin, le modèle Hashin et Shtrikman [83] sont introduites.

I.5.2.1 La méthode Voigt et Reuss

L'idée de Voigt était de définir les propriétés macroscopiques en faisant la moyenne des contraintes sur toutes les phases avec l'hypothèse d'uniformité de déformation. La méthode Voigt, qui est fréquemment appliquée dans la plupart des analyses de FGM, estime les propriétés matérielles des FGMs comme [84-85] :

$$P(z) = P_m V_F(z) + P_c (1 - V_F(z)) \quad (I.10)$$

$$\nu(z) = \nu_m V_F(z) + \nu_c (1 - V_F(z)) \quad (I.11)$$

Où $P(z)$ représente toute propriété matérielle effective, les indices c et m représentent les particules céramiques (inclusions) et le métal (matrice). D'autre part, Reuss [80] a obtenu le module d'Young effectif et le coefficient de poisson comme suit, en supposant l'uniformité des contraintes à travers le matériau :

$$E(z) = \frac{E_c E_m}{E_m V_F(z) + E_c (1 - V_F(z))} \quad (I.12)$$

$$\nu(z) = \frac{\nu_c \nu_m}{\nu_m V_F(z) + \nu_c (1 - V_F(z))} \quad (I.13)$$

Il est à noter que les estimations de Voigt et de Reuss fournissent, respectivement, les bornes supérieure et inférieure du module d'Young effectif pour toute la gamme de fraction volumique céramique dans le cas de phases isotropes et d'une microstructure isotrope. Lors de l'utilisation de la méthode micromécanique de Reuss, la règle des mélanges serait utilisée pour obtenir la conductivité thermique effective et le coefficient de dilatation thermique.

I.5.2.2 Modèle TTO

Le Modèle TTO (Tamura – Tomota – Ozawa) basé sur une règle de mélanges, Tamura *et al.*[82] ont proposé un modèle simple pour décrire les courbes contrainte-déformation des matériaux composites. Le modèle a été utilisé pour prédire les réponses

constitutives élastiques et plastiques pour une gamme de matériaux multiphasiques représentatifs.

Le modèle TTO a été utilisé pour étudier les FGMs par Carpenter *et al.* [86] et Jin *et al* [87]. Le modèle TTO couple la contrainte uniaxiale et la déformation du composite aux contraintes et déformations uni-axiales moyennes correspondantes des deux matériaux constituants par [86]:

$$\sigma = \sigma_m V_m + \sigma_c V_c \quad (I.14)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_m V_m + \varepsilon_c V_c \quad (I.15)$$

En conséquence, tout en insérant un paramètre d'ajustement empirique q_t (Transfert de contrainte à déformation) dans la formulation efficace du module d'Young (figure I.10). Ce paramètre empirique relie la contrainte et la déformation dans les phases de matrice et d'inclusions. Par conséquent, le module d'Young effectif serait défini comme suit :

$$E(r, z) = \left[\frac{q + E_c}{q + E_m} \cdot E_m V_m + E_c \cdot (1 - V_m) \right] / \left[\frac{q + E_c}{q + E_m} \cdot V_m + (1 - V_m) \right] \quad (I.16)$$

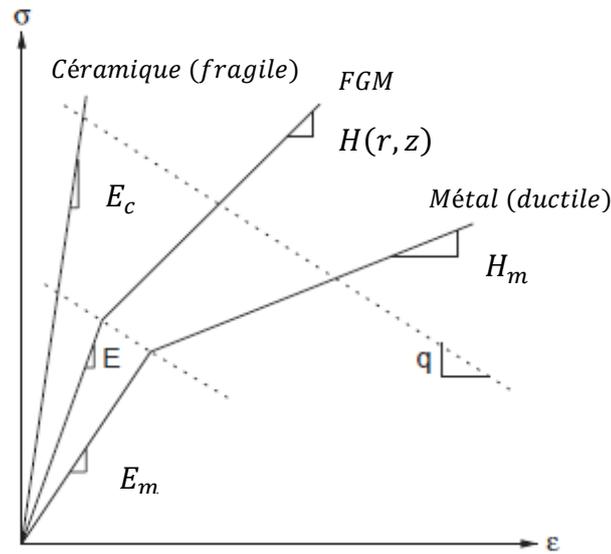


Figure I.10 : Schéma de la courbe contrainte-déformation pour le modèle TTO [87].

La formulation de Tamura se réduit à l'estimation de Voigt pour $q_t = \pm\infty$ et l'estimation de Reuss pour $q_t = 0$.

I.5.2.3 La méthode de Mori – Tanaka

Un schéma d'homogénéisation de Mori-Tanaka utilise également les champs de contrainte et de déformation locaux moyens dans les constituants d'un composite pour estimer les propriétés matérielles effectives du composite en fonction de la fraction volumique. Cependant, la méthode de Mori-Tanaka implique des manipulations assez compliquées des variables de champ ainsi que les concepts de contrainte propre. Les estimations de Mori-Tanaka du cisaillement G effectif et module d'élasticité isostatique K du FGM sont donnée par Benveniste, Y. [88] :

$$K = K_m + \frac{(K_c - K_m)V_c}{\left[1 + (1 - V_c) \frac{3(K_c - K_m)}{3K_m + 4G_m}\right]} \quad (\text{I.17})$$

$$G = G_m + \frac{(G_c - G_m)V_c}{\left[1 + (1 - V_c) \frac{(G_c - G_m)}{G + f_1}\right]} \quad (\text{I.18})$$

$$f_1 = \frac{G_m(9K_m + 8G_m)}{6(K_m - 2G_m)} \quad (\text{I.19})$$

Ensuite, la valeur effective du module de Young E et du coefficient de poisson ν peut être donnée comme :

$$E = \frac{9KG}{3K + G}, \nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)} \quad (\text{I.20})$$

I.5.2.4 Modelé Hashin-Shtrikman

Limites de Hashin-Shtrikman étant donné que les propriétés efficaces d'un matériau composite sont estimées à partir de modèles micromécaniques tels que les modèles auto-cohérents et Mori-Tanaka discutés ci-dessus, il est important de fournir des limites pour ces propriétés de matériau. Pour un matériau composite à deux phases, Hashin et Shtrikman ont établi les limites suivantes pour les modules de cisaillement et les modules d'élasticité isostatique effectifs [83] :

$$G^- = G_m + \frac{V_c}{\left[\frac{1}{G_c - G_m} + \frac{6(K_m + 2G_m)G_m(1 - V_c)}{5G_m(3K_m + 4G_m)}\right]} \quad (\text{I.21})$$

$$K^- = K_m + \frac{V_c}{\left[\frac{1}{K_c - K_m} + \frac{3(1 - V_c)}{(3K_m + 4G_m)} \right]} \quad (I.22)$$

$$G^+ = G_c + \frac{(1 - V_c)}{\left[\frac{1}{G_m - G_c} + \frac{6(K_c + 2G_c)V_c}{5G_c(3K_c + 4G_c)} \right]} \quad (I.23)$$

$$K^+ = K_c + \frac{(1 - V_c)}{\left[\frac{1}{K_m - K_c} + \frac{3V_c}{(3K_c + 4G_c)} \right]} \quad (I.24)$$

Il est à noter que les propriétés matérielles effectives données par la borne inférieure de Hashin-Shtrikman sont équivalentes au modèle micromécanique de Mori-Tanaka. En outre, la limite supérieure peut également être obtenue en inter-changeant la matrice et en l'inclusion dans la formulation de Mori-Tanaka, le module de Young et le coefficient de poisson sont alors obtenus en termes de modules de cisaillement et module d'élasticité isostatique :

$$E = \frac{9KG}{3K + G}, \nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)} \quad (I.25)$$

I.6 Les techniques de fabrication des FGMs

Les FGMs constituent un vaste domaine de recherche et attirent aujourd'hui une attention considérable dans la société de la science et de l'ingénierie des matériaux. Ces dernières années, les FGMs ont connu des développements remarquables dans les méthodes de fabrication. Les FGMs peuvent être produites en utilisant plusieurs techniques de traitement bien connues, des plus classiques aux plus avancées.

Un certain nombre de documents de recherche ont été publiés jusqu'à ce jour sur les techniques de traitement des FGMs donnant de nouvelles méthodes de fabrication des FGM. Sur la base des techniques de traitement constructif et de traitement par transport de masse.

Dans le traitement constructif, la FGM est réalisée couche par couche en commençant par une distribution appropriée dans laquelle les gradients sont littéralement fabriqués dans l'espace, tandis que dans le transport de masse, les gradients à l'intérieur d'un composant dépendent des phénomènes de transport naturels, tels que la conduction thermique, la diffusion de espèces atomiques et écoulement de fluide [89]. Basé sur la voie de traitement,

différentes méthodes de fabrication sont disponibles, comme la métallurgie des poudres, coulée centrifuge, CVD, PVD, fabrication additive AM...etc. (Figure I.11).

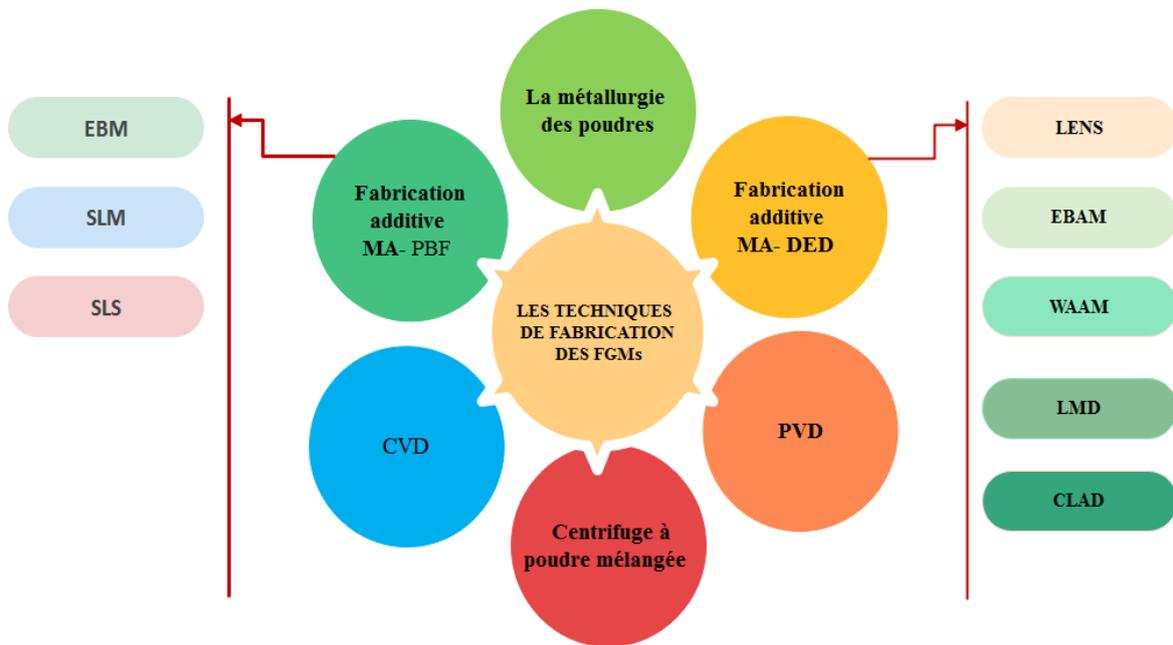


Figure I.11 : Les techniques de fabrication des FGMs.

Dans les sous-sections suivantes, les techniques existantes et les plus à jour pour la fabrication des FGMs sont expliquées en détail.

I.6.1 Méthode de la métallurgie des poudres (Powder metallurgy)

La métallurgie des poudres est l'une des méthodes les plus importantes de production des FGMs en raison de sa large plage de contrôle sur la composition et la microstructure et la capacité de formation de forme. La métallurgie des poudres offre plus d'avantages grâce à des coûts plus bas, une plus grande disponibilité des matières premières, un équipement de traitement plus simple, une consommation d'énergie plus faible et des temps de traitement plus courts.

Dans le traitement des poudres, le gradient est généralement produit en mélangeant différentes poudres dans des rapports variables et en empilant les mélanges de poudres en couches séparées. Plusieurs techniques ont été introduites pour la préparation de poudre telle que par des réactions chimiques, un dépôt électrolytique, un broyage.

Ces techniques permettent des taux de production en masse de matériaux sous forme de poudre et elles sont généralement proposées dans une plage de taille contrôlable de la population finale de grains [90].

Pour le traitement des poudres, la considération principale est centrée sur la précision des quantités de pesée et la dispersion des poudres mélangées. Ces éléments influenceront les propriétés de la structure et doivent être manipulés de manière très prudente. Les étapes les plus importantes du processus PM sont respectivement le pesage de la poudre, le mélange de la poudre, le compactage et le frittage [90]. Un exemple d'un processus de fabrication typique par la métallurgie des poudres est schématiquement illustré sur la figure I.12, elle s'exécute dans quatre (04) étapes [91] :

- La première étape se limite dans le choix des matériaux à utiliser comme métal et comme céramique, de les peser et puis les mélanges. (Figure I.12.a)
- La deuxième étape consiste à mélanger chaque mixture en poudre de manière uniforme par un broyeur en forme de V. (Figure I.12.b)
- La troisième étape est de jalonner la poudre pré mélangée selon une distribution prédéfinie de la composition. (Figure I.12.c)
- La dernière étape est un frittage. (Figure I.12.d)

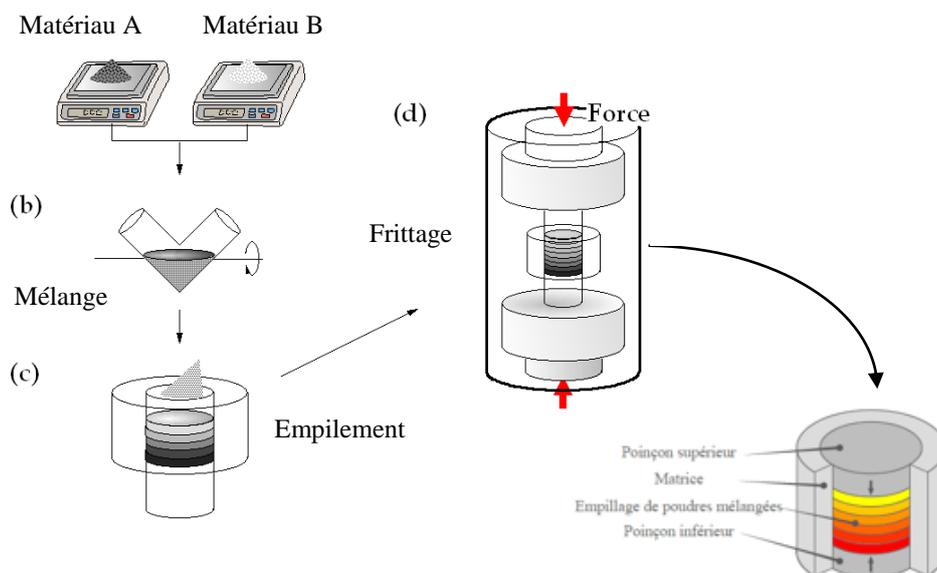


Figure I.12 : Procédé de fabrication du FGM avec métallurgie des poudres [92].

Cependant, la limitation dans la fabrication de FGM avec métallurgie des poudres est la complexité en mode de densification car la densification est basée sur la fraction dominante de poudre qui, ainsi, se traduit par une distorsion et une variation de retrait des couches.

I.6.2 La méthode centrifuge à poudre mélangée (Centrifugat Casting)

Le coulage centrifuge est l'une des méthodes les plus efficaces pour traiter les pièces cylindriques en FGM en raison de son large contrôle de la composition et de la microstructure [93]. Un mélange composé d'un métal fondu et d'une poudre métallique, tous deux de densité différente, est soumis à une force centrifuge au sein d'une enceinte annulaire à laquelle une rotation rapide est appliquée. Les particules métalliques sont soumises à des forces différentes dont on peut exploiter l'action pour établir une distribution de concentration volumique radiale de la phase divisée [94].

Les machines de coulée centrifuge horizontale sont généralement utilisées pour fabriquer des tuyaux, des tubes, des douilles, des douilles cylindriques ou tubulaires de forme simple. Un exemple d'un processus de fabrication typique par le coulage centrifuge est montré sur la figure I.13, elle s'exécute dans quatre (04) étapes [92] :

- Comme première étape du procédé, un mélange de poudre de particules métalliques de matrice A, et particules de dispersion, B, est inséré dans un moule de filage, comme illustré sur la figure I.13 (a).
- Ensuite, lingot de métal matriciel A, est fondu et versé dans le moule à filer avec un mélange de poudre A + B, comme le montre la figure I.13 (b).
- En conséquence, le métal de matrice fondu A, pénètre dans l'espace entre les particules par la pression de la force centrifuge, comme le montre la figure I.13 (c).
- Dans le même temps, poudre de métal matriciel A, est fondu par la chaleur de la matrice fondue versée à partir d'un creuset, comme le montre la figure I.13. (d).
- Enfin, un anneau FGM avec des particules de dispersion, B, réparties sur sa surface, peut être obtenu, comme le montre la figure I.13 (e).

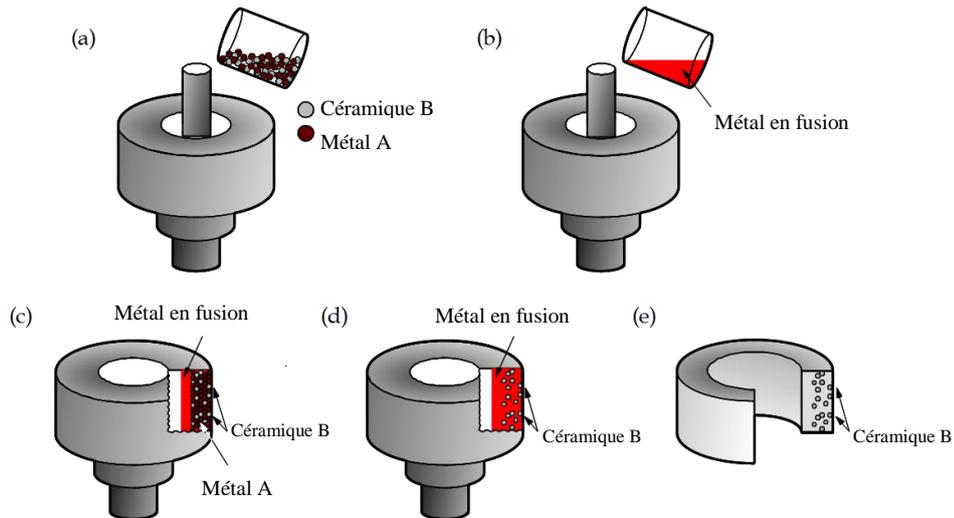


Figure I.13 : La description schématique de la méthode centrifuge à poudre mélangée [92].

La coulée centrifuge des FGMs dépend de la teneur en matrice fondue, de la vitesse de rotation et de la vitesse des conditions de sédimentation de la particule pour obtenir une production contrôlée et souhaitée en masse [95]. Le procédé de fonderie par centrifugation (vertical ou horizontal) permet de réaliser assez facilement un gradient de microstructure dans l'épaisseur à faible coût. C'est la méthode la plus utilisée pour produire des FGMs à base aluminium, cuivre ou d'autres matériaux ferreux.

Cependant, cette technique est limitée dans la production de composants FGM avec des formes géométriques régulières. Son inconvénient principal provient de la difficulté à assurer la parfaite maîtrise ou le contrôle du mouvement des grains de poudre au sein du milieu visqueux qui constitue le bain métallique fondu [96].

I.6.3 Techniques à base de gaz

L'un des moyens les plus courants de produire des FGMs est de produire des revêtements de surface et d'induire une gradation de surface. Les procédés à base de gaz font partie de ces méthodes à base de revêtement, et le dépôt chimique/ physique en phase vapeur sont des méthodes populaire dans ce groupe.

I.6.3.1 Dépôt chimique en phase vapeur

Le procédé dépôt chimique en phase vapeur (CVD) est un processus adopté pour fabriquer des matériaux solides de haute qualité à l'aide d'un système de dépôt sous vide. De nombreux procédés CVD sont utilisés pour produire un film mince lisse avec des propriétés graduées telles que la pression atmosphérique, la basse pression, l'ultravide, le filament

chaud, l'injection de liquide assistée par laser, assistée par électrons et directe. Le procédé CVD, diverses sources d'énergie peuvent être utilisées, y compris la lumière, la chaleur et le plasma, pour déposer des matériaux sur une surface (Figure I.14). Les gaz utilisés sont généralement sous forme d'hydruure, de bromure et de chlorure [97].

Récemment, le procédé dépôt chimique en phase vapeur a été utilisé pour produire un film FGM mince pour des applications de revêtement avec des propriétés graduées afin d'améliorer les propriétés mécaniques ainsi que la résistance à la corrosion, l'usure et la résistance à la fatigue thermique [98].

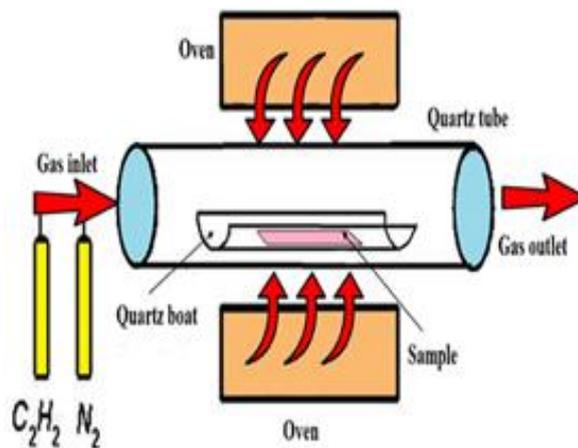


Figure I.14 : La représentation schématique de la méthode de dépôt chimique en phase vapeur [97].

I.6.3.2 Le dépôt physique en phase vapeur

La technique de dépôt physique en phase vapeur (PVD) (Figure I.15) à base de gaz fait partie essentielles dans la fabrication de FGM minces en raison de ses énormes avantages tels que la production de films minces très purs avec une structure graduée, peut créer une grande variété de composés. Dans ce processus, le matériau se transforme de la phase condensée en phase vapeur et se réarrange ensuite en phase condensée sous la forme d'un film mince ou d'un revêtement sur le substrat. La méthode PVD est l'une des méthodes, du dépôt de métal de base aux alliages et respectueux de l'environnement par rapport à d'autres techniques [99]. Les avantages du procédé PVD sont sa capacité à produire différents types de revêtements (organiques et inorganiques), respectueux de l'environnement et obtenant des revêtements durables avec des propriétés favorables, mais malheureusement, il fonctionne sous des températures et des conditions de vide élevées.

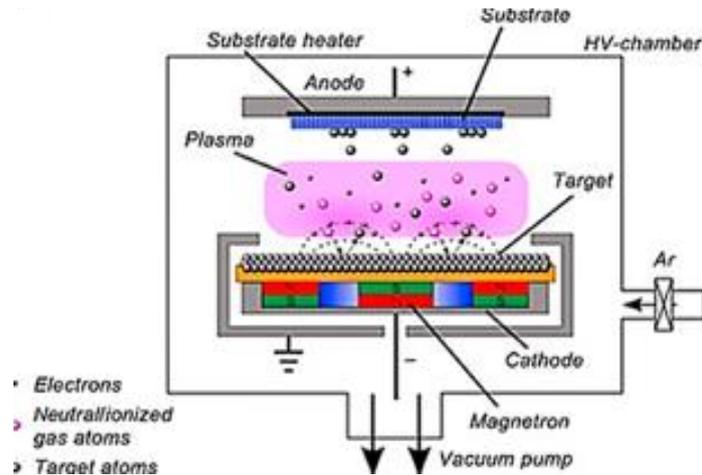


Figure I.15 : La méthode de dépôt physique en phase vapeur (PVD) [97].

La méthode PVD a de nombreuses applications, telles que l'aérospatiale et l'automobile, grâce à l'amélioration des propriétés mécaniques et de la résistance à l'usure par la formation de la couche mince aux propriétés graduées [100], l'électronique, la chimie, les semi-conducteurs, les panneaux solaires. Le dépôt physique en phase vapeur (PVD) présente beaucoup d'avantages par rapport au dépôt chimique en phase vapeur, par exemple les films sont denses, le processus est facile à contrôler et il n'y a pas de pollution [101].

I.6.4 Traitement de fabrication additive pour les FGMs

Les techniques de fabrication additive (FA) sont devenues une méthode très populaire pour la production de FGM car ces méthodes ont la capacité de fabriquer des structures poreuses complexes avec une résolution même nanométrique [102]. Ces techniques AM font partie des meilleures options pour les applications biomédicales et implantaires car elles sont rapides et économiques, et surtout, elles peuvent être ajustées avec précision pour répondre aux besoins spécifiques du patient, tels que la forme, la dimension et même la texture des tissus vivants associés [103].

Dans la fabrication additive (FA) des FGMs, les composants 3D sont construits couche par couche à l'aide de différents processus, y compris des processus laser à base de poudre de fusion sur lit de poudre (PBF) et de dépôt d'énergie dirigé (DED) [102].

Toutes ces techniques de fabrication additive sont utilisées pour fabriquer des FGMs dans un court intervalle de temps et le processus peut être contrôlé numériquement, donc toutes ces méthodes entrent dans la rubrique de la fabrication rapide. Ces méthodes ont un

énorme potentiel industriel et peuvent être commercialisées pour la fabrication de FGM en masse. Ces technologies sont ensuite détaillées.

I.6.4.1 Fusion sur lit de poudre PBF

La technologie PBF utilise également des lasers pour construire des prototypes en FGM, et couvre diverses méthodes, notamment la fusion par faisceau d'électrons (EBM), le frittage sélectif au laser (SLS) et le SLM. Cependant, plutôt que d'utiliser de multiples matériaux et des processus laser constants, le PBF utilise la densité d'énergie et des structures spéciales pour obtenir des variations fonctionnellement graduées. La poudre est sélectivement fondue par un faisceau laser dans des régions spécifiques à plusieurs reprises, empilant ainsi une seule couche pour former le produit final.

I.6.4.1.1 La technologie EBM

La fusion par faisceau d'électrons (**Electron Beam Melting**) est l'une des technologies de fusion sur lit de poudre, dans laquelle la poudre métallique est fondue et fusionnée couche par couche à l'aide d'un faisceau d'électrons élevé (Figure I.16).

La fabrication des matériaux à gradation fonctionnelle (FGM) par technique de faisceau d'électrons (EBM) avec des densités graduelles en continu sont étudiés pour la précision dimensionnelle, les propriétés de compression, la fractographie et l'effet de direction de construction par rapport aux homologues à densité uniforme du même volume [103].

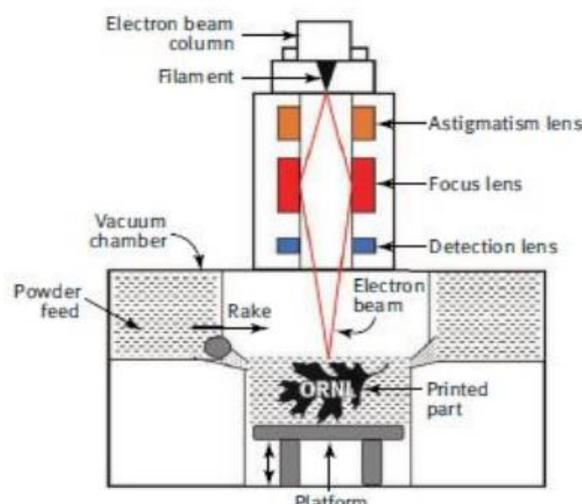


Figure I.16 : La technologie EBM [103].

I.6.4.1.2 Frittage laser sélectif (SLS)

Le procédé frittage laser sélectif (**Selective Laser Sintering**) est un procédé de fabrication additive par agglomération de poudres et fusion partielle (Figure I.17). Dans le cas de la technologie SLS, la poudre est chauffée à une température proche de la température de fusion de façon à accélérer la vitesse de balayage laser et aussi diminuer la puissance du laser (ce qui représente la pièce la plus onéreuse d'une machine). Jepson *et al* [104], a utilisé la technique SLS pour produire des pièces FGMs conviendrait aux applications qui nécessitent une dureté et une résistance à l'usure tout en conservant un certain degré de ductilité.

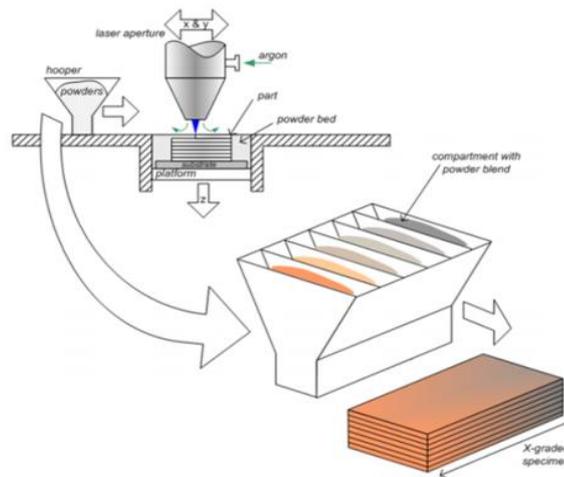


Figure I.17 : Principe de Elaboration FGM par procédé PBF-SLS [104].

I.6.4.1.3 Fusion Laser Sélective (SLM)

Le procédé Fusion Laser Sélective (**Selective Laser Melting**) se différencie de la technologie SLS par le fait que la matière est fondue sous l'action du laser (Figure I.18). L'énergie nécessaire à la fusion du matériau est apportée par un laser qui balaye de son faisceau la zone de construction recouverte de poudres et cela couche par couche [105]. Le procédé de fabrication se déroule de la manière suivante : le râtelier amène une couche de poudres qui est fusionnée à la couche inférieure par laser de très forte puissance. La plateforme mobile descend d'une couche, et ainsi de suite. La fabrication additive par procédé SLM appliquée aux FGM présente un potentiel exceptionnel pour la réalisation de structures et de pièces complexes [106]. Les paramètres de traitement laser utilisés avaient été

spécifiquement optimisés pour la production de pièces FGM à haute température qui est généralement utilisé dans les composants des moteurs à réaction.

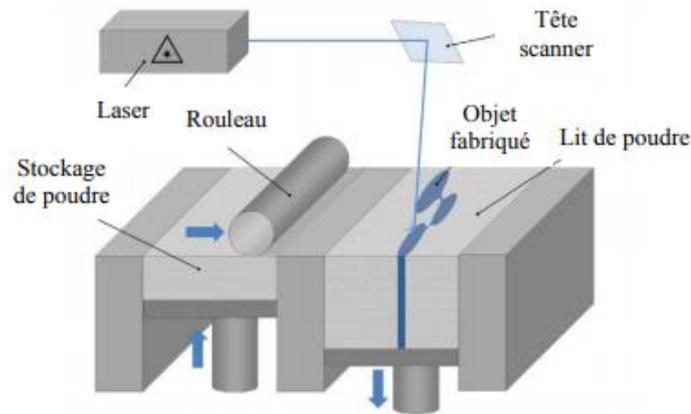


Figure I.18 : Principe de fonctionnement du procédé PBF-SLM [105].

La différence majeure entre la technologie EBM et la technologie SLM réside dans le fait que l'apport de chaleur se fait par l'intermédiaire d'un faisceau d'électrons. Le faisceau d'électrons permet d'augmenter la densité d'énergie ainsi que la vitesse de balayage du faisceau qui est beaucoup plus rapide que la tête scanner du laser. En effet, le balayage du faisceau d'électrons n'est pas réalisé par une tête scanner avec des miroirs motorisés mais par l'intermédiaire de lentilles.

I.6.4.2 Le dépôt d'énergie dirigé (DED)

Le dépôt d'énergie dirigé (**Directed Energy Deposition**) est un procédé de fabrication additive. Le DED forme des objets 3D en faisant fondre le matériau lors de son dépôt à l'aide d'énergie thermique focalisée comme le laser, le faisceau d'électrons ou l'arc plasma. La source d'énergie et la buse d'alimentation en matériau sont manipulées à l'aide d'un système de portique ou d'un bras robotique [107]. Les systèmes de poudre DED peuvent utiliser de plusieurs buses permet de mélanger différents matériaux pour obtenir des matériaux fonctionnellement gradués (FGM) [108]. Le DED peut être classé dans les groupes suivants en fonction de la source d'énergie qu'il utilise pour faire fondre le matériau.

I.6.4.2.1 La mise en forme de filet par laser (LENS)

Les systèmes DED basés sur le laser tels que la mise en forme de filet par laser (**Laser Engineering Net Shaping**) utilisent le laser comme principale source d'énergie. LENS est une extension du processus de revêtement laser dans lequel plusieurs couches sont déposées

pour former un objet prédéfini (Figure I.19). Les poudres sont soufflées à travers la buse dans un bain de fusion créé par un faisceau laser sur le substrat pour former une ligne déposée. Plusieurs lignes sont déposées les unes à côté des autres pour former une couche. Le processus de création de couches est répété jusqu'à ce qu'un objet se forme.

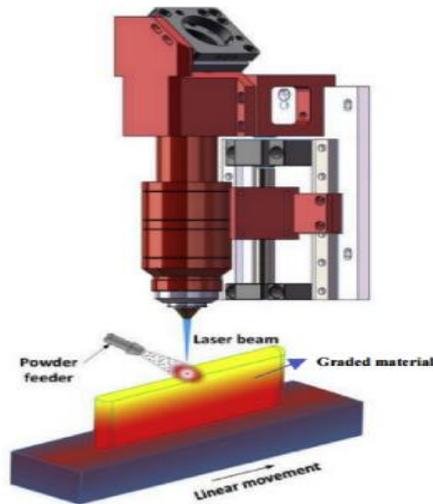


Figure I.19 : La technologie LENS [109].

L'adoption la technique LENS, un nombre incalculable de FGM peuvent être fabriquées sous des formes complexes car la vitesse de dépôt de poudre élémentaire peut être contrôlée pour chaque chargeur pendant la fabrication de chaque couche et le produit final peut être obtenu en quelques heures [110]. Le premier attribut de ce type découle de la capacité de LENS à créer des structures poreuses à gradation fonctionnelle, qui a été exploitée pour des applications d'implants orthopédiques.

I.6.4.2.2 La fabrication additive par faisceau d'électrons (EBAM)

Les systèmes DED basés sur des faisceaux d'électrons tels que la fabrication additive par faisceau d'électrons (**Electron Beam Additive Manufacturing**) utilisent un faisceau d'électrons pour faire fondre la matière première en poudre (Figure I.20).

La technologie EBAM peut également produire divers types de matériaux à classification fonctionnelle (FGM) en utilisant plusieurs buses d'alimentation en fil comme le montre la figure I.20 pour un seul pistolet EBAM [111]. Le revêtement et le type en vrac de FGM peuvent être formés de manière continue ou discontinue.

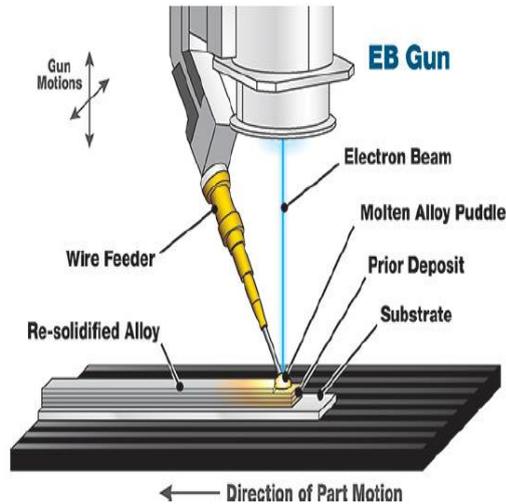


Figure I.20 : La technologie EBAM [111].

I.6.4.2.3 La fabrication additive à l'arc à fil (WAAM)

Les systèmes DED basés sur le plasma ou l'arc électrique tels que la fabrication additive à l'arc à fil (**Wire And Arc Deposition**) utilisent un arc électrique pour faire fondre le fil, l'objet final étant entièrement formé à partir du matériau de soudure déposé (Figure I.21).

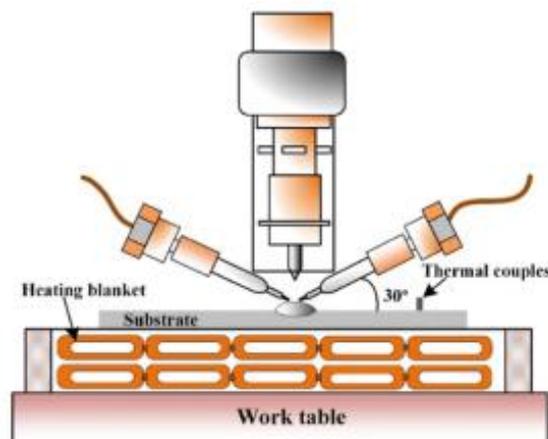


Figure I.21 : Diagramme schématique de procédé WAAM de système d'alimentation à deux fils [112-113].

Shen *et al* and Wang *et al* [112-113], sont réussi à fabriquer des composites fonctionnellement classés en utilisant WAAM avec un système d'alimentation à deux fils ayant un rapport de vitesse d'alimentation en fil réglable afin de contrôler la composition du matériau et également d'atteindre la vitesse de dépôt souhaitée.

I.6.4.2.4 Le dépôt de matériau par laser (LMD)

Les systèmes DED à base de poudres telles que le dépôt automatique d'une couche de matériau par laser (**Laser Metal Deposition**) alimentent la poudre à travers la buse et fondue par un faisceau laser ou un faisceau d'électrons (figureI.22a) [114].

Traitement LMD multimatériaux alimenté en poudre : plusieurs matériaux en poudre différents (par exemple, les matériaux A et B) peuvent être mélangés in situ par une chambre de mélange de poudre intégrée dans la pointe de la buse [115]. Le dépôt de métal au laser (LMD) a été utilisé pour explorer un nouveau processus de fabrication pour produire un matériau fonctionnellement gradué (figureI.22c) [116].

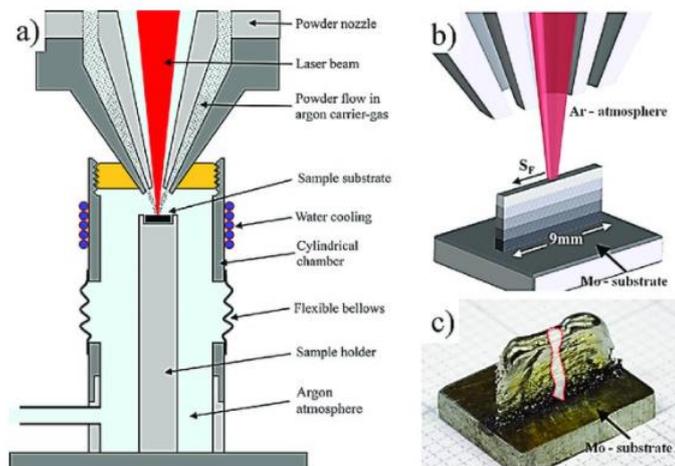


Figure I.22 : a) Projection poudre ou installation expérimental de dépôt de métal laser LMD, b) gradient de matériau constitué de cinq mélange de poudre, c) Photo d'une structure FGM [116].

I.6.4.2.5 La construction laser additive directe (CLAD)

La méthode construction laser additive directe (**Construction Laser Additive Direct**) permet de construire, couche par couche, des objets directement importés depuis un fichier numérique CAO (conception assistée par ordinateur). Cette technique fonctionne, plus précisément, sur le principe de dépôt sous énergie concentrée (FigureI.23). Les outils développés et mis en place sur le procédé DED-CLAD ont permis de fabriquer des pièces à gradients de composition chimique et par conséquent, à gradient de propriétés microstructurale et mécanique [117]. Ces développements consistent en un système d'alimentation en matériaux d'apport composés de plusieurs distributeurs, d'un cyclone

permettant de contrôler le débit de gaz en sortie de buse et d'homogénéiser le mélange de poudres, et d'une buse de fabrication additive plus résistante aux fortes températures.

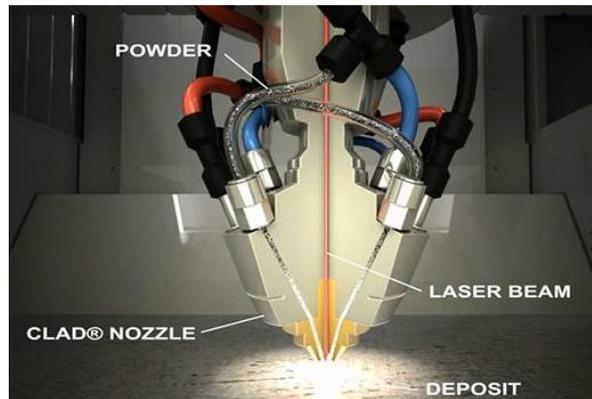


Figure I.23 : La technologie CLAD (dépôt de métal par laser) [117].

Ensemble, ils constituent le système d'injection différentielle. Le système d'injection différentielle développé et mis en place sur le procédé DED-CLAD permet aujourd'hui de réaliser des pièces FGM [118].

Les systèmes DED peuvent différer des systèmes PBF car les poudres utilisées sont souvent de plus grande taille et nécessitent une densité d'énergie plus élevée [119].

I.6.4.2.6 Extrusion de matière

Un processus de fabrication par extrusion par matière (**FEF**) capable de fabriquer des pièces et des structures tridimensionnelles (3D) avec des matériaux composites gradués. Le développement du procédé comprend la conception et la fabrication d'une machine à portique avec un mécanisme à triple extrudeuse et le matériel électronique et le logiciel informatique associés pour fabriquer des pièces fonctionnellement calibrées à partir de plusieurs pâtes. La Figure I.24 montre l'équipement FEF à triple extrudeuse [120].

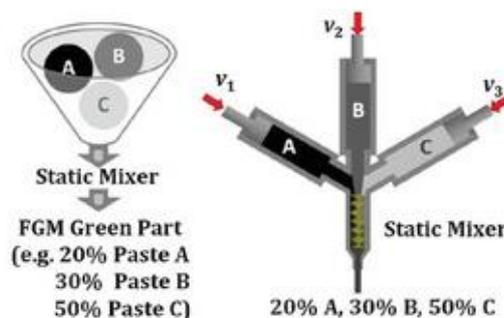


Figure I.24 : Procédé d'extrusion de matière (triple extrudeuse) [121].

I.7 Conclusion

Dans ce premier chapitre, on a vu qu'il est important de présenter en générale les avantages les applications et les différents domaines industriels de FGM, aussi bien leurs modes d'élaboration qui présente une difficulté flagrante dans certains cas. Encore une fois il est important d'aborder une description en détail des différents concepts de gradation de ces matériaux et de leurs homogénéisations. Ces éléments seront détaillés sur le reste des chapitres par développement des différentes équations des nombreux modèles micromécaniques et dont on fait le choix sur un pour la suite de notre analyse.

La variation spatiale et progressive des propriétés de ces matériaux permet de créer des structures innovantes qui peuvent être exploitées dans de nombreux domaines d'application dans les structures complexes selon les différentes sollicitations mécaniques et ou thermiques. A l'heure actuelle, les FGMs sont encore peu utilisés industriellement et sont réservés à des applications de haute précision.

La revue de la littérature nous a permis d'enrichir nos connaissances sur les différents paramètres importants dans le domaine des FGMs.

Ces différents éléments sont les suivants :

- Le changement graduel des propriétés des FGMs est réellement différent de celle des théories et des prédictions analytiques et numériques utilisées dans ce domaine, plus particulièrement pour les comportements assez complexes telle que celle de la plasticité et l'endommagement
- Les choix du processus d'élaboration de n'importe quelle structure par n'importe quelle gradation des deux propriétés des composants de FGM doivent être ciblés pour une application spécifique.
- Le comportement mécanique global de la plaque en matériaux de FGM devient très sensible avec le type du modèle micromécanique choisie pour l'analyse du matériau.
- la technique de métallurgie des poudres est la plus adoptée parmi les nombreuses techniques d'élaboration du FGM disponibles.

Chapitre II : Analyse des différentes conceptions de gradient d'une plaque FGM

II.1 Introduction

Les matériaux à gradient fonctionnel sont encore un domaine de recherche très récent. Les recherches actuelles se concentrent principalement sur la découverte de la nature complexe de la mécanique de la rupture due à la non-homogénéité des matériaux ainsi que sur le développement et l'amélioration des processus d'élaboration afin que le gradient ciblé soit réalisé avec précision.

L'utilisation de FGM présente plusieurs avantages, parmi lesquels on note la haute résistance avec une grande rigidité par rapport à leur poids, des caractéristiques supérieures de fatigue ainsi que la capacité de changer des gradations dans divers sens pour répondre à des exigences de conception des structures industrielles. Puisque ces FGM se composent de deux matériaux voire plus ce qui pose beaucoup de problèmes au niveau des interfaces notamment les contraintes résiduelles et la propagation des fissures entre les différentes couches. Par conséquent, il est nécessaire d'avoir une bonne compréhension de leur comportement à l'endommagement et les caractéristiques structurales telles que les déplacements, la distribution des contraintes à travers une direction par rapport la variation des propriétés matérielles et les chargements mécaniques et thermiques. Du fait de l'importance de l'utilisation des plaques en FGM dans la conception des structures industrielles, on a besoin d'une théorie efficace pour la distribution des propriétés matérielles avec exactitude pour prédire les réponses de comportement mécanique/thermique de ces plaques. En effet, plusieurs auteurs ont proposés des conceptions gradation matérielles pour des structures en FGM en se basant sur des approches analytiques pour être proche de la réalité [122].

La définition d'une fonction de distribution de matériau appropriée basé sur la composition de matériau prévue peut être appliquée dans une direction spéciale. Une bibliothèque de fonctions de composition de matériaux permet pour les concepteurs de choisir une fonction appropriée pour les applications FGM prévues. Récemment, la technique de fabrication par impression en 3D construit une base de données d'informations pour la réalisation des gradations parfaites qui dépend d'un programme informatique sur les matériaux proposés en contrôlant les rapports de mélange des multimatériaux lors de leur dépôt. Cependant, créer une base de données informatique des propriétés multifonctionnelles en fonction des rapports de mélange matériau n'est pas toujours facile.

Les concepteurs doivent donc développer des solutions pour les rapports de mélange non uniformes et aux propriétés des FGMs. Dans ce chapitre, nous proposons divers conceptions de gradation des propriétés matérielles de FGM afin d'optimiser une conception d'une structure plus résistante et être possible de la fabriquer avec une procédure programmée.

II.2 Les plaques en FGM

L'utilisation des structures en FGM présente une grande nécessité dans les structures innovantes et reste à nos jours, par ces nombreux et remarquables avantages, les matériaux qui répond à des différentes exigences celle de résistance mécanique et ou thermique, se présente aussi avec une suppression des interfaces par leurs concept de gradation. Ces types de matériaux demandent plus de recherches afin de mieux comprendre leurs utilisations et essentiellement leurs élaborations. Les structures en FGM de type plaques constituent des éléments de base dans les structures aérospatiales, marines et terrestres, c'est pourquoi un intérêt particulier leur est porté. Les comportements des plaques FGMs ont attiré l'attention des plusieurs chercheurs. Différentes revues [123, 124] ont fourni des résumés exhaustifs des études publiées sur le comportement élastique et plastique des plaques FGM selon diverses théories des plaques et la théorie de l'élasticité tridimensionnelle. Cependant, la compréhension de leur comportement sous diverses sollicitations est une étape reste cruciale dans l'analyse structurale.

II.3 Gradient mécaniques de FGM

La distribution des propriétés matérielles suivant une ou plusieurs directions, a été conditionnée automatiquement selon la forme de la structure. La complexité des structures réalisées, que ce soit en terme géométrie ou de distribution des matériaux, n'est pas souvent très fiable. La figure II.1 montre un diagramme qui classe comment le gradient des pièces FGM peut être attribuée.

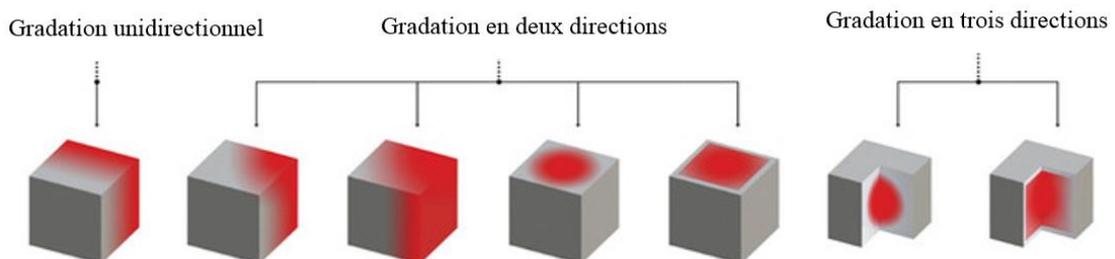


Figure II.1 : Types de classification des gradients [125].

II.4 Matériaux à gradient de propriétés (FGM Ti-TiB)

Les FGMs de type métal/céramique deviennent de plus en plus importants en technologie moderne, ils sont utilisés afin de satisfaire à des exigences industrielles, parce qu'ils combinent entre les propriétés des métaux (la ductilité, la conductivité électrique et thermique élevée) et les propriétés de la céramique (la dureté élevée, la résistance à la corrosion et la température). En outre, la présence des entailles au sien du FGM constitue non seulement une discontinuité géométrique mais également une source d'amorçage de fissures et de concentration de contraintes pouvant conduire à un endommagement du matériaux à gradient de propriétés par rupture fragile ou ductile. Notre choix c'est porté sur un matériau FGM (Ti Titane / TiB Titane mono borde).

II.4.1 Les propriétés du Titane

II.4.1.1 Définition

Le Titane est un élément chimique métallique de symbole Ti et de numéro atomique 22. C'est un métal de transition léger, résistant, d'un aspect blanc métallique, qui résiste à la corrosion. Les propriétés industriellement intéressantes du titane sont sa résistance à la corrosion, souvent associée à la résistance à l'érosion et au feu, la biocompatibilité, mais aussi ses propriétés mécaniques (résistance, ductilité, fatigue, etc.) qui permettent notamment de façonner des pièces fines et légères comme les articles de sport, mais aussi des prothèses orthopédiques et l'implant dentaires.

II.4.1.2 Propriétés physiques

Caractéristiques physiques du Titane :

- Sa masse volumique est environ 60 % de celle de l'acier.
- Sa tenue à la corrosion est exceptionnelle dans de nombreux milieux tels que l'eau de mer ou l'organisme humain.
- Ses caractéristiques mécaniques restent élevées jusqu'à une température d'environ 600 °C et restent excellentes jusqu'aux températures cryogéniques.
- Il est disponible sous des formes et des types de produits très variés : lingots, billettes, barres, fils, tubes, tôles.
- Sa valeur de susceptibilité magnétique ($1,8$ à $2,3 \times 10^{-4}$) est très inférieure à celle du fer (3×10^5). C'est donc un matériau avantageux en cas de diagnostic par IRM : diminution des artefacts.

- Son coefficient de dilatation, légèrement inférieur à celui de l'acier, est moitié moins que celui de l'aluminium. On prendra pour valeur moyenne un coefficient de dilatation de $8,5 \times 10^{-6}$ K.

II.4.1.3 Propriétés mécaniques

Le Titane est considéré comme un métal ayant une résistance mécanique importante et une bonne ductilité dans les conditions normales de température. Sa résistance spécifique (rapport résistance à la traction / densité) est, par exemple, plus élevée que celle de l'aluminium ou l'acier. Sa résistance est décroissante à la température avec un replat entre -25 °C et 400 °C. En dessous de -50 °C, dans les domaines de températures cryogéniques, sa résistance augmente et sa ductilité diminue grandement. Sans qu'il n'y ait aucun fondement théorique, l'endurance en fatigue vaut environ 70 % de la résistance à la traction.

Le Titane est utilisé pour une caisse de voir car il est la lumière matérielle pondérée et non allergique, mais il a une faible dureté d'où il ne résiste plus aux dégâts. Par conséquent, le durcissement de surface de titane, est évolué pour améliorer la qualité des eaux par traitement Thermique à basse pression et H₂O atmosphère de gaz mixtes. Cette technique permettra à la surface dure de maintenir le miroir sans couleur. Une nouvelle marque de montre avec le corps en titane traitée par le durcissement de surface est sur le marché.

Son module de Young ou module d'élasticité longitudinal se situe entre $100\ 000$ MPa et $110\ 000$ MPa. Cette valeur assez faible comparée à l'acier inox ($220\ 000$ MPa) en fait un matériau particulièrement intéressant pour sa biocompatibilité [127].

II.4.2 Les propriétés du Mono-borure de Titane TiB

Le mono-borure de titane (formule chimique TiB) est un composé du titane et du bore, très dur, avec une excellente résistance aux frottements. TiB est aussi un bon conducteur électrique. L'application courante de TiB semble être limitée dans des domaines restreints, comme les armures résistantes aux impacts, les outils coupants, les revêtements résistants à l'usure et comme barrière thermique [127].

Des couches minces de TiB peuvent être utilisées pour améliorer la résistance à l'usure et à l'oxydation aux substrats.

II.4.2.1 Propriétés mécaniques

- Liaisons fortes
- Module d'Young élevé : 375 GPa.
- Comportement fragile et rupture sans déformation plastique.
- Faible résistance à la rupture en traction ; par contre meilleur comportement en compression : dureté élevée en corrosifs, outils de coupe, surfaces de frottement qui doivent résister à l'usure.

Les propriétés élastiques effectives de FGM (Ti/TiB) publiées par ces auteurs et Atri *et al.* [126] dans le tableau II.1. Les valeurs prédites des propriétés des matériaux sont incluses dans les tableaux en utilisant la règle classique des mélanges, le modèle de matériaux auto-cohérent et les estimations de Mori-Tanaka (présentées dans le chapitre précédent). Rappelons que les estimations de Mori-Tanaka supposaient que la phase TiB pouvait prendre une forme sphérique ou en aiguille, bien que la morphologie de l'aiguille soit plus caractéristique de la phase TiB réelle dans les MMC et les FGM [127].

Tableau II.1 : Données les propriétés élastiques effectives de FGM (Ti/TiB) selon rapports volumiques pour comparées aux valeurs prédites des modèles micromécaniques.

Configuration			Report	ROM	SC	MT-S	MT-N
Ti %	TiB %	Source	E (GPa)				
100	0	[127]	110.0	110.0	110.0	110.0	110.0
100	0	[127]	106.9	110.0	110.0	110.0	110.0
100	0	[126]	117.7	110.0	110.0	110.0	110.0
85	15	[127]	120.1	149.0	131.6	138.8	137.4
70	30	[126]	163.0	188.0	159.0	170.2	167.6
68	32	[127]	139.4	193.2	163.1	174.6	171.9
53	47	[127]	162.2	232.2	198.1	209.7	206.2
46	54	[126]	211.0	250.4	216.8	227.3	223.7
38	62	[127]	193.7	271.2	239.9	248.5	244.9
31	69	[126]	269.0	289.4	261.6	268.2	264.7
21	79	[127]	247.6	315.0	294.6	298.2	295.3
15	85	[127]	274.3	331.0	315.4	317.4	315.0
0	100	[127]	370.0	370.0	370.0	370.0	370.0

- La règle classique des mélanges (ROM).
- Modèle auto-cohérent (SC).
- Estimations de Mori-Tanaka (MT) en supposant sphérique (S) et TiB en forme d'aiguille (N) noyé dans une matrice de titane.
- Les données de Reid *et al* [128] ont été utilisées pour calculer les propriétés à partir des modèles de matériaux (figure II.2).

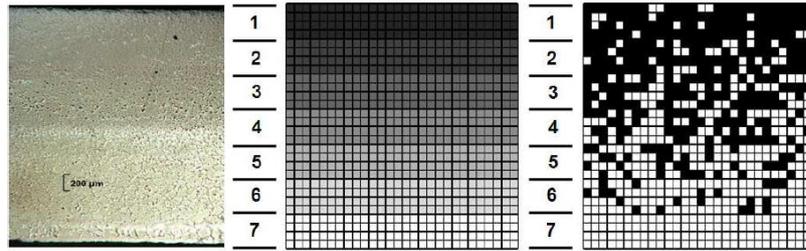


Figure II.2 : Comparaison des représentations réelles FGM Ti/TiB à sept couches (à gauche) et FEM : modèle à couches homogénéisées (au milieu) et modèle à deux phases (à droite) [127].

Dans les représentations FEM, les zones riches en Ti sont blanches et les zones riches en TiB sont noires. Pour notre étude, La plaque en FGM est composée de deux matériaux ductile/fragile (Ti/TiB) leurs propriétés matériels sont définit dans le tableau II.2.

Tableau II.2 : Propriété matérielle [87].

Propriété	Métal Ti	Céramique TiB
Module de Young E	107000 MPa	375000 MPa
Coefficient de Poisson ν	0.34	0.14
Limite élastique σ_Y	450 MPa	-
Énergie de fracture G_{Ic}	24 KJ/m ²	0.11 KJ/m ²
Module d'écrouissage H	10000 MPa	-
Rapport de transfert contrainte-déformation "q"	4500 MPa	

II.5 Configuration géométrique

On considère une plaque en FGM (Ti/TiB) en présence d'une entaille centrale circulaire de dimensions normalisées, avec une longueur $L=90$ mm, un largeur $b=30$ mm et d'épaisseur $h=1.27$ mm définie dans le système de coordonnées cartésienne (x, y, z) , z est la normale au plan moyen de la plaque (figure II.3), l'entaille centrale a un rayon de $R_{in}=5$ mm.

La présence de l'entaille a pour objectif de concentrer les contraintes et localiser une plastification qui sera une source d'initiation de l'endommagement. Et de proposer même des concepts géométriques avec des différent sens de distribution les propriétés matérielles. La plaque FGM (Ti/TiB) est sollicitée en traction uniaxiale sous une contrainte de 365 MPa appliquée sur la section transversale de la plaque. Le choix de cette valeur est suffisant pour provoquer l'endommagement dans le FGM (Ti/TiB), pour tous les concepts de gradation matérielle ; à travers l'épaisseur en simple gradation et en gradation symétrique, suivant le rayon et suivant 3D. Les conditions aux limites du modèle ont été imposées en restreignant les déplacements en y ($U_2 = 0$) à $y = 0$ et des rotations autour des axes OX et

OZ ($UR_3 = 0$ et $UR_2 = 0$) à $x = 0$ dans le plan de symétrie Oxz du modèle complet. Vu la symétrie de la plaque suivant trois direction on a étudié seulement le quart de la plaque pour économiser le temps de calcul (Figure II.3). Les équations constitutives de FGM

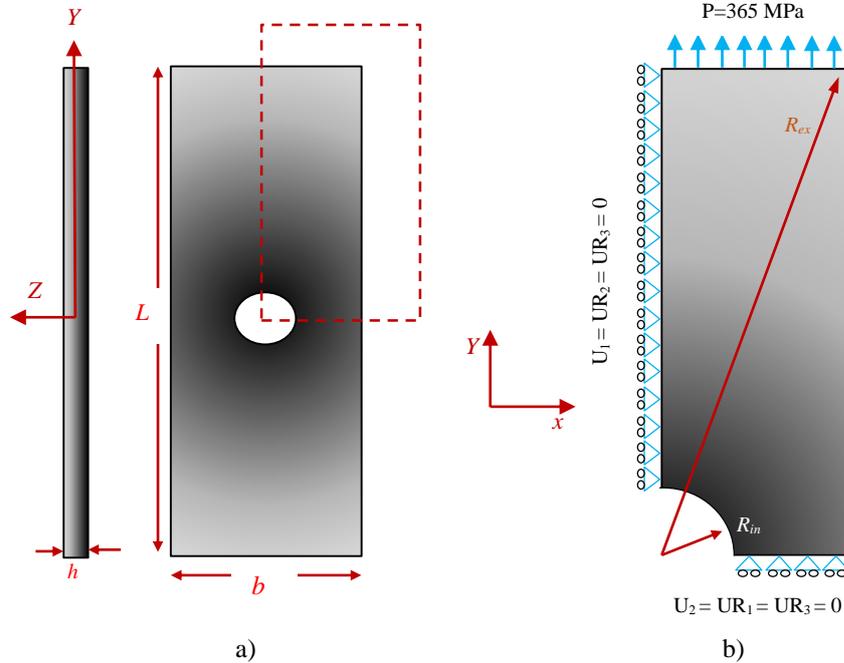


Figure II.3 : Vue d'ensemble de la géométrie étudiée. a) Structure complète, b) quart de la structure.

II.5.1 Les propriétés graduelles des FGMs

Les propriétés de FGM sont varié continuellement dans leurs direction par rangé d'éléments suivant le modèle proposé dans ce travail qu'on a nommé modèle UMM et par coordonnée dans le modèle usuel de UMAT et ce conformément à la loi de mélange [129], donnée par l'équation généralisée suivante:

$$P(x, y, z) = P(r, z) = (P_m - P_c) \cdot V_m + P_c \quad (\text{II.1})$$

$P(x, y, z)$: Représente les propriétés matérielle effective du FGM et V_m est la fraction volumique du métal dans les plaques de FGM est assurée par une loi de puissance suivant la direction de variation :

Suivi l'épaisseur (z) :

$$V_m(z) = \left(\frac{z + h_{in}}{h_{ex} - h_{in}} \right)^\beta \quad (\text{II.2})$$

Où β : exposant de la fraction volumique non négatif, les indices c et m représentent respectivement les phases céramique et métallique, h_{in} : le coordonnée verticale de la face

$$\text{Suivi le rayon } R(x, y): \quad V_m(r) = \left(\frac{r - R_{in}}{R_{ex} - R_{in}} \right)^\beta \quad (\text{II.3})$$

$$r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2} \quad (\text{II.4})$$

$$V_m = 1 - V_c \quad (\text{II.5})$$

inferieur, h_{ex} :le coordonnée verticale de la face supérieure (figure II.2) et R_{in} : rayon de l'entaille, R_{ex} est déterminé comme suivant :

$$R_{ex} = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} \quad (\text{II.6})$$

Avec b et L : La largeur et longueur du plaque

Lors de la déformation les grains de céramique dans les FGMs sont supposés avoir un comportement élastique, pour cette raison et pour un comportement élastique-plastique de FGM, notre analyse est basée sur l'utilisation du modèle de TTO [87]. Cette méthode d'homogénéisation traite le mélange de comportement élastique-plastique avec un écrouissage isotrope linéaire où les contraintes et déformation sont liées aux efforts constitutifs σ_m, σ_c et $\varepsilon_m, \varepsilon_c$ par :

$$\sigma = \sigma_m V_m + \sigma_c V_c \quad (\text{II.7})$$

$$\varepsilon = \varepsilon_m V_m + \varepsilon_c V_c \quad (\text{II.8})$$

Le modèle TTO utilise q le paramètre de transfert de contrainte, également appelé rapport de transfert contrainte / déformation. La valeur de q , déterminée numériquement ou / et expérimentalement, dépend des propriétés des matériaux constitutifs ainsi que de l'interaction de microstructure dans le FGM :

$$q = [(\sigma_c - \sigma_m) / (\varepsilon_c - \varepsilon_m)] \quad (\text{II.9})$$

Dans le modèle de TTO les propriétés de FGM est basé principalement sur la partie plastique du constituant métallique déterminée par module d'élasticité $E(r, z)$ de FGM, limite élastique $\sigma_{Y_0}(r, z)$ et le module tangent $H(r, z)$ qui sont décrits par les relations suivantes :

$$E(r, z) = \left[\frac{q + E_c}{q + E_m} \cdot E_m V_m + E_c \cdot (1 - V_m) \right] / \left[\frac{q + E_c}{q + E_m} \cdot V_m + (1 - V_m) \right] \quad (\text{II.10})$$

$$\sigma_{Y_0}(r, z) = \sigma_{Y_{0m}} \left[\frac{q + E_m}{q + E_c} \frac{E_c}{E_m} \cdot (1 - V_m) + V_m \right] \quad (\text{II.11})$$

$$H(r, z) = \left[\frac{q + E_c}{q + H_m} \cdot H_m V_m + E_c \cdot (1 - V_m) \right] / \left[\frac{q + E_c}{q + H_m} \cdot V_m + (1 - V_m) \right] \quad (\text{II.12})$$

Où, $\sigma_{Y_{0m}}$ limite d'élasticité du métal, H_m module tangent du métal, le coefficient de poisson $\nu(z)$ de la plaque FGM peut être calculé en utilisant les expressions suivantes :

$$\nu(r, z) = \nu_m V_m + \nu_c V_c \quad (\text{II.13})$$

Pour simplifier les équations (II.10), (II.11) et (II.12), On pose :

$$T = \frac{q + E_c}{q + E_m} \quad (\text{II.14})$$

$$C = \left[\frac{q + E_c}{q + E_m} \cdot V_m + (1 - V_m) \right] \quad (\text{II.15})$$

Ces formulations d'homogénéisation sont utilisées dans nos deux méthodes d'analyse (méthodes basées sur les UMAT et notre méthode proposée UMM). Dans la première méthode, on a introduit un sous-programme UMAT dans le code de calcul ABAQUS sous forme d'un algorithme numérique. Par contre, dans la deuxième méthode proposée UMM, les propriétés de FGM sont introduites directement valeur par valeur après calcul, en utilisant la programmation MATLAB, et qui seront introduites par la suite dans la structure par rangé d'éléments isotrope orienté dans le sens de la variation matérielle. Ces rangés des éléments spéciaux sont parfaitement liés entre eux, ce qui donne l'avantage de distribuer les propriétés de la structure FGM suivant les différents sens présentée dans l'équation (II.1). Le comportement global de FGM pour les deux techniques UMAT et UMM sont données suivant leur variation matérielle par des équations selon le sens de distribution.

II.5.2 Variation matérielle à travers l'épaisseur pour le cas métal-céramique

La variation matérielle dans le modèle de UMM se fait par rangé (dite couche suivant l'épaisseur) d'éléments maillée en remplaçant le (z) (figure II.4a) par (h_i) donnée par les formules suivantes (figure II.4b) :

$$h_i = \Delta h_k (i - 1) + h_{in} \quad (\text{II.16})$$

$$\Delta h_k = h / (n_k - 1) \quad (\text{II.17})$$

h_i : est le coordonnée de chaque surface, h : est l'épaisseur de la plaque, n_k est le nombre des rangée élément finis et Δh_k est l'épaisseur de chaque rangée élément finis. Où l'indice i : est le nombre des surface ($1 \leq i \leq k + 1$) et $i = 1$ pour déterminer la position de la surface inférieure de la plaque de propriété est en céramique ($h_i = h_{in} = -h/2$) et la surface supérieure est en métal pur ($h_i = h_{ex} = h/2$) pour ($i = k + 1$) (Fig.II. 4a et Fig. II. 4b), l'indice k désigne l'emplacement d'une rangée élément finis d'éléments gradués.

Pour UMAT on a :

$$P_{UMAT}(z) = \left[(P_m T - P_c) \left(\frac{2z + h}{2h} \right)^\beta + P_c \right] / C \quad (II.18)$$

Et pour UMM :

$$P_{UMM}^k(h_i) = \left[(P_m T - P_c) \left(\frac{2h_i + h}{2h} \right)^\beta + P_c \right] / C \quad (II.19)$$

Où $P_{UMM}^k(h_i)$: est les propriétés matérielle effective de FGM de la rangée k ($k=1, 2, 3, \dots, 21$), z : coordonnées de direction cartésienne.

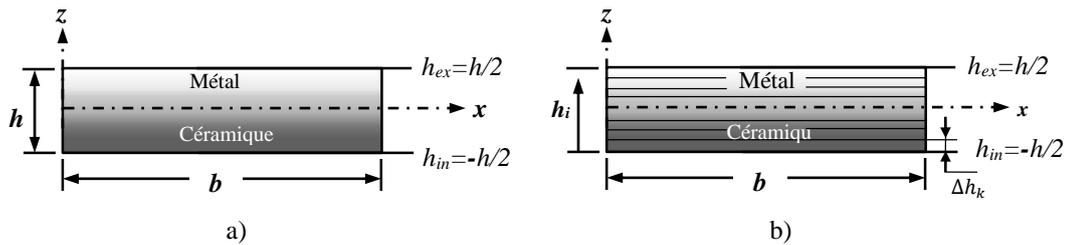


Figure II.2 : Variation matérielle à travers l'épaisseur par le concept de a) UMAT et b) UMM.

Une première analyse de notre technique vis à vis la technique des UMAT met en évidence l'exposant de fraction volumique β en considération, les résultats sont montrés dans la figure II.5.

La figure II.5 présente la gradation à travers l'épaisseur de module $E(z)$ de FGM par le modèle de TTO comparé entre les deux technique UMM et UMAT, par un nombre optimal de 21 couches d'éléments finis dans la technique UMM. Les résultats montrent une bonne concordance entre les deux techniques. Seulement, on note que pour une gradation de FGM riche en métal ($\beta = 0.5$), l'écart est important entre les deux techniques UMM et UMAT.

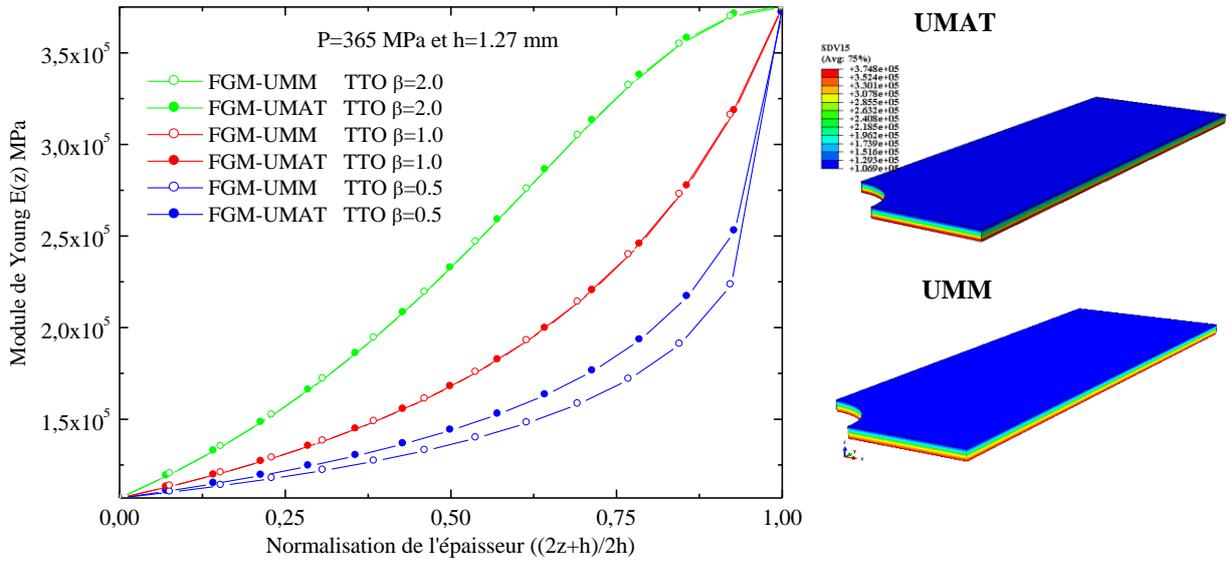


Figure II.3 : Variation de module de Young $E(z)$ à travers l'épaisseur céramique-métal de FGM par le modèle de TTO.

II.5.3 Variation matérielle suivant l'épaisseur symétrique, cas métal-céramique-métal

Cette nouvelle conception de la variation matérielle symétrique suivant l'épaisseur (figure II.6) prend l'avantage de répondre à plusieurs applications dans laquelle les structures sont employées. Pour notre structure les équations ci-après présentent clairement les fonctions de variation matérielle utilisée suivant (z) . La fraction volumique devient :

Pour UMAT on a :

$$V_m^{UMAT} = \left(\sqrt{\left(\frac{2 \cdot z}{h}\right)^2} \right)^\beta \quad (II.20)$$

et pour UMM :

$$V_m^{UMM} = \left(\sqrt{\left(\frac{2 \cdot h_i}{h}\right)^2} \right)^\beta \quad (II.21)$$

L'équation (II.1) devient :

$$P_{UMAT}(z) = \left[(P_m T - P_c) \left(\sqrt{\left(\frac{2 \cdot z}{h}\right)^2} \right)^\beta + P_c \right] / C \quad (II.22)$$

$$P_{UMM}^k(h_i) = \left[(P_m T - P_c) \left(\sqrt{\left(\frac{2 \cdot h_i}{h}\right)^2} \right)^\beta + P_c \right] / C \quad (II.23)$$

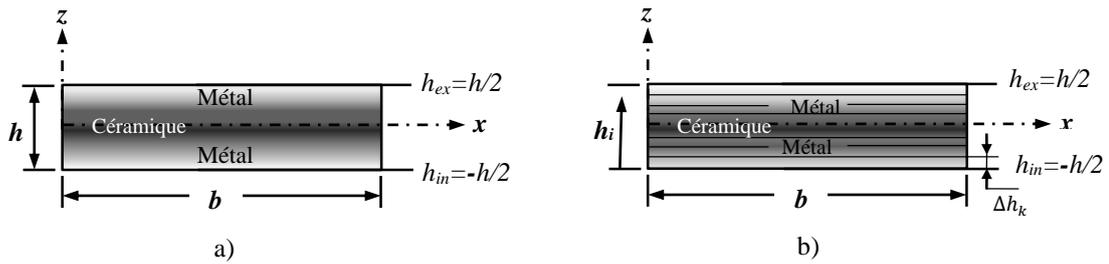


Figure II.4 : Variation matérielle à travers l'épaisseur (céramique-métal-céramique) par le concept de a) UMAT et b) UMM

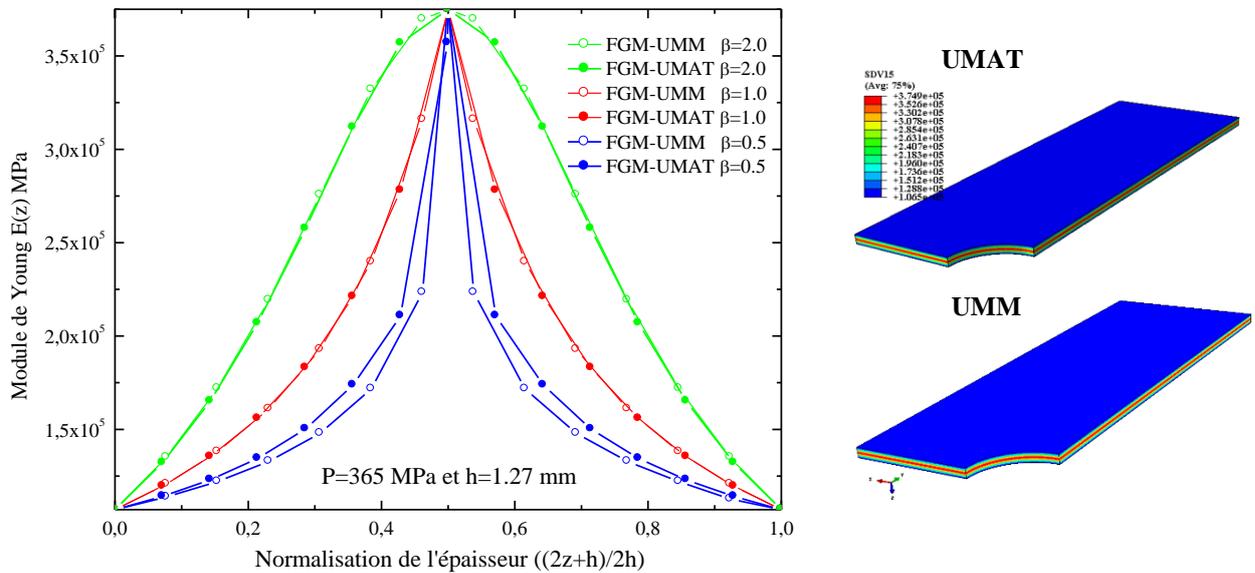


Figure II.5 : Variation du module de Young $E(z)$ à travers l'épaisseur métal-céramique-métal par le modèle de TTO.

La figure II.7 présente la distribution du module de Young $E(z)$ suivant l'épaisseur d'une nouvelle conception métal-céramique-métal de module de Young $E(z)$ du FGM par le modèle de TTO comparé entre les deux techniques UMM et UMAT, en utilisant un nombre optimal de 21 couches d'éléments finis dans la technique de UMM. Les résultats sont plus rapprochés entre les deux techniques, seulement on note que pour une gradation riche en métal l'écart est important entre les deux techniques UMM et UMAT.

II.5.4 Variation matérielle à travers le rayon (métal-céramique et céramique-métal)

Même concept que le précédent pour la distribution des propriétés matérielles suivant le rayon (Figure II.8a), en remplace (r) par (r_i) dans le modèle UMM par les relations suivantes (Figure II.8b) :

$$r_i = \Delta r_k(i - 1) + R_{in} \quad (II.24)$$

$$\Delta r_k = (R_{ex} - R_{in}) / (n_k - 1) \quad (II.25)$$

r_i : est coordonnée de chaque surface suivant le rayon, R_{ex} et R_{in} représentent respectivement les rayons externe et interne, et pour calculer Δr_k on divise la valeur du rayon de la plaque ($R_{ex} - R_{in}$) par le nombre de range élément finis (n_k), où l'indice $i : 1 \leq i \leq (k + 1)$, n_k : le nombre des ranges et i : est le nombre de surface. L'équation (II.1) devient :

Pour UMAT on a :
$$P_{UMAT}(r) = \left[(P_m T - P_c) \left(\frac{r - R_{in}}{R_{ex} - R_{in}} \right)^\beta + P_c \right] / C \quad (II.26)$$

Pour UMM:
$$P_{UMM}^k(r_i) = \left[(P_m T - P_c) \left(\frac{r_i - R_{in}}{R_{ex} - R_{in}} \right)^\beta + P_c \right] / C \quad (II.27)$$

$P_{UMM}^k(r)$ est la propriété matérielle effective de FGM de la rangé k ($k=1,2,3,\dots,80$).

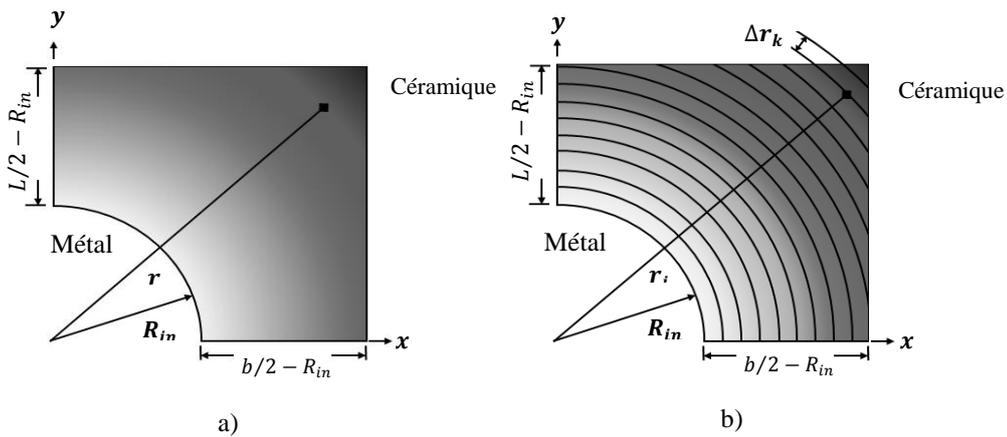


Figure II.6 : Gradation suivant le rayon par le concept de a) UMAT et b) UMM.

La figure II.9 montre la distribution du module de Young $E(r)$ suivant le rayon dans les deux sens (métal vers céramique et céramique vers métal) du module de Young $E(r)$ de FGM par le modèle de TTO comparés entre les deux techniques UMM et UMAT. Le nombre de rangé d'éléments finis suivant la direction de rayon est de 80 rangés dans la technique de UMM, les résultats montrent clairement une bonne tendance des courbes du module de Young $E(r)$ et sont beaucoup plus rapprochés pour les deux techniques UMM et UMAT.

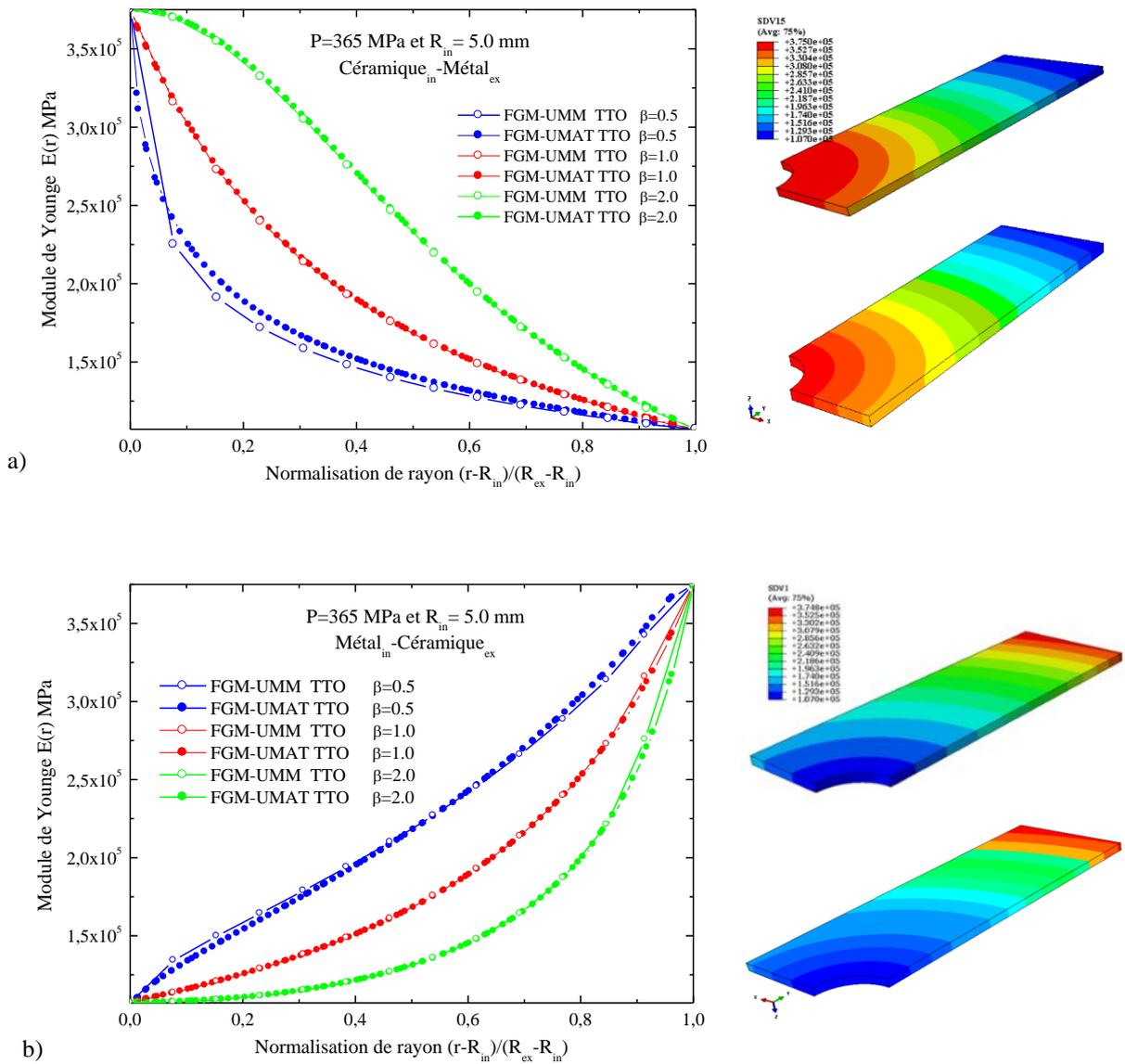


Figure II.7 : Variation du module de Young $E(r)$ à travers le rayon pour :a) céramique vers le métal et b) métal vers la céramique du FGM par le modèle de TTO.

II.5.5 Variation matérielle selon les trois directions (rayon et l'épaisseur)

Cette distribution des propriétés matérielle en trois dimensions est une nouvelle conception reste possible si les pourcentages des constituant de FGM (métal et céramique) sont convenablement limitées au bord de la structure et dans les sens de distribution celle dans le plans (x, y) et dans l'épaisseur (z) Figure II.10. En pose la troisième direction de distribution suivant (z) définit comme :

Pour UMAT on a :

$$Z_{UMAT} = \sqrt{\left(\frac{2z}{h}\right)^2} \quad (II.28)$$

Et pour UMM :

$$Z_{UMM} = \sqrt{\left(\frac{2h_i}{h}\right)^2} \quad (II.29)$$

En multipliant les équations (II.28) et (II.29) par l'équation (II.3), on a donc :

Pour UMAT on a:

$$V_m^{3D} = \left[\left(\frac{r - R_{in}}{R_{ex} - R_{in}} \right)^\beta \right] \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{2z}{h}\right)^2} \right) \quad (II.30)$$

Et pour UMM:

$$V_m^{3Di} = \left[\left(\frac{r_i - R_{in}}{R_{ex} - R_{in}} \right)^\beta \right] \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{2h_i}{h}\right)^2} \right) \quad (II.31)$$

Les équations (II.18) et (II.19) deviennent :

$$P_{UMAT}(r, z) = [(P_m T - P_c) \cdot V_m^{3D} + P_c] / C \quad (II.32)$$

$$P_{UMM}^k(r_i, h_i) = [(P_m T - P_c) \cdot V_m^{3Di} + P_c] / C \quad (II.33)$$

On dénote r, h pour le modèle UMAT et r_i, h_i pour le modèle UMM. Cette démonstration de distribution concerne le cas de céramique à l'intérieur et le métal à l'extérieur.

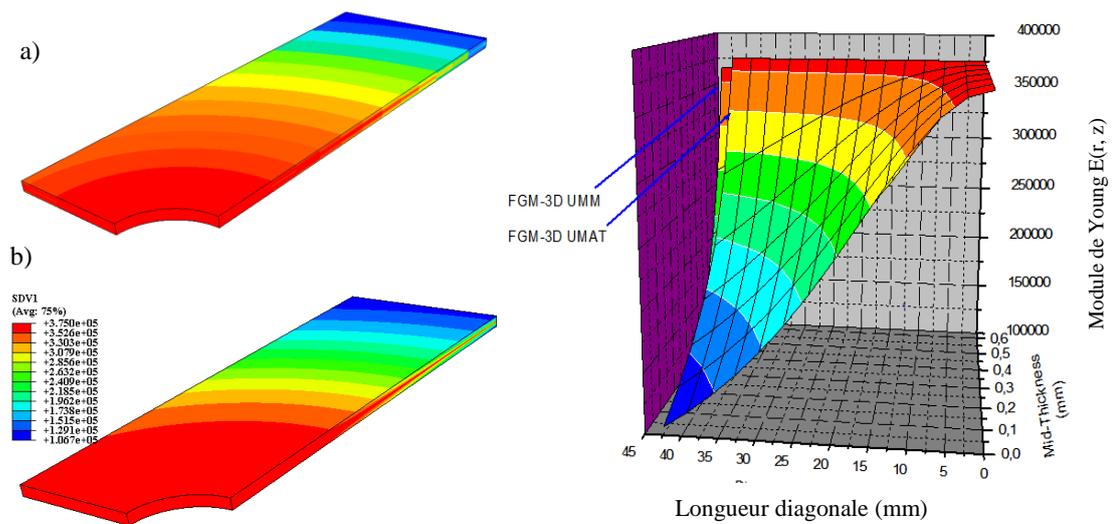


Figure II.8 : Variation du module de Young $E(r, z)$ selon 3D de FGM par le modèle de TTO,

a) FGM-3D UMM, b) FGM-3D UMAT.

La figure II.10 montre distribution du module de Young $E(r, z)$ suivant 3D de FGM d'un seul cas de l'exposant de fraction volumique $\beta = 2$ par le modèle de TTO comparé par les deux techniques UMM et UMAT, prise à la moitié de la section diagonale du quart de la plaque. Cette courbe présente une distribution continue de module Young $E(r, z)$ en trois dimensions, on constate également une bonne concordance de la distribution du module FGM entre les deux technique celle de UMM et UMAT selon la disposition du métal par rapport au céramique.

II.6 Conclusion

Dans cette deuxième partie de travail, on a présenté les différents concepts de gradation de FGM utilisés pour l'analyse de notre structure. La présence de l'entaille dans notre structure a pour objet de localiser l'initiation de la fissure et de solliciter plus rapidement l'endommagement de notre structure, et cela pour n'importe quelle concept de gradation par le fait que l'effet de l'entaille est assez important que celle du matériaux graduer dans la structure,

La présence de l'entaille a fait aussi l'objet d'optimiser des nouvelles conceptions de gradation dans les FGMs ce qui nous a poussé à proposer de nouvelles conceptions de gradations du FGM, pour voir leurs effet sur la réponse et la résistance de la structure au chargement,

On a comparé notre nouvelle technique UMM de la gradation des propriétés de FGM avec celle utilisée usuellement UMAT dans la présentation des champs de gradation le dite STATEV.

- Cette nouvelle technique de gradation est plus proche de la réalité de l'élaboration des FGMs, du fait qu'elle est basée sur la gradation par des petits éléments finis. Ces éléments se rapprochent de la taille des particules des matériaux gradués dans leurs élaborations.
- Les résultats des techniques UMAT et UMM présentent une légère différence dans la gradation matérielle comme montrée dans la variation du module de Young pour différents exposant de fraction volumique.
- La nouvelle technique permet de procéder à des diffères conceptions de gradation dans les structures en FGM pour deux ou plus de matériaux de base et de gradient en trois dimensions.

**Chapitre III : Implantation d'un modèle
numérique du comportement élastoplastique
couplé à l'endommagement du FGM**

III.1 Introduction

La nécessité de pouvoir décrire le comportement des matériaux endommagés afin de prévoir l'amorçage et la progression des détériorations dans les structures a suscité de nombreux travaux.

Ce chapitre présente une formulation analytique pour le modèle d'endommagement élastoplastique basée sur la mécanique de l'endommagement continu (CDM) pour l'analyse des plaques à gradation fonctionnelle (FGM) avec des variations des propriétés des matériaux dans divers directions selon le modèle de TTO. Nous rappelons d'abord les équations constitutives de la plasticité et de l'endommagement proposées pour la technique UMAT. A cet effet, on a développé un nouvel algorithme pour la modélisation du comportement élastoplastique jusqu'à l'endommagement composé en trois parties : élastique, plastique jusqu'à endommagement. L'objectif de ce modèle est la prédiction de l'endommagement à l'échelle macroscopique des structures sous chargement uniaxiale. Vu que le comportement élastoplastique des structures présente un caractère non-linéaire, il est indispensable d'employer une formulation incrémentale afin de suivre progressivement l'état de la structure tout au long de l'histoire du chargement au moyen d'un algorithme d'intégration. Cette dernière joue un rôle fondamental dans le développement des déformations plastiques et de l'écroutissement du matériau au cours de chargement. Les méthodes incrémentales itératives, sont obtenues en répétant la méthode pas à pas simple jusqu'à avoir l'équilibre pour chaque pas de charge. Plusieurs, types de méthodes itératives sont utilisées telles que la méthode de substitution successives, la méthode de Newton, celle de Newton-Raphson,...etc.

Dans notre travail nous avons utilisé la méthode de Newton-Raphson pour laquelle on distingue trois variantes suivant le calcul de la matrice tangente de FGM.

Nous décrivons en premier lieu les relations constitutives de base qui nous sert à intégrer le modèle et à trouver les relations incrémentales nécessaires pour la résolution numérique du problème. Nous déterminerons ensuite les incréments de déformation plastique et le module tangent élastoplastique de FGM.

La suite de ce chapitre fait l'objet principal de ce travail, où on propose une nouvelle formulation de l'endommagement basée sur la mécanique de l'endommagement continu pour la description de la dégradation du FGM par des variables d'état internes D qui se produisent

en deux étapes enchainées, la première c'est le modèle d'initiation de l'endommagement établie par critère de contrainte maximale de FGM et la seconde est l'évolution de l'endommagement basée sur l'approche énergétique de rupture du FGM. Avant finition le chapitre, bref description la méthode d'élément finis standard et étendue XFEM par des équations, a été déterminé.

Le but des sections précédentes est le développement des équations selon un nouvel algorithme d'intégration des contraintes avec modèle d'endommagement basé sur l'algorithme général par un processus implicite (méthode Backwad Euler). Ce nouvel algorithme doit être implémenté dans ABAQUS/IMPLICITE comme montré dans la section de l'implémentation numérique du modèle dans ce chapitre. Bien que l'intégration implicite nécessite un temps plus long pour résoudre les équations, c'est une méthode plus efficace et plus stable.

Concernent la deuxième technique UMM, les propriétés mécaniques du FGM (métal/céramique) introduites directement dans le code de calcul ABAQUS par rangé d'éléments finis, ont été calculées à l'aide d'un programme établie sous MATALAB basées sur l'équation de fraction volumique proposée et rappelée dans le deuxième chapitre basée sur le modèle de TTO. Pour la comparaison des deux techniques (UMAT et UMM), les critères de comportement élastoplastique et de l'endommagement proposés dans la technique UMAT existent dans le code de calcul ABAQUS.

III.2 Modèle de plasticité et d'endommagement pour le comportement du FGM

III.2.1 Relation constitutive élastique

La relation linéaire entre les contraintes et déformations donnée par la loi de Hooke généralisée (Equation.III.1) exprime le comportement élastique est implémenter en sous-programme UMAT dans le code de calcul ABAQUS sous forme d'un algorithme numérique.

UMAT permet de définir un comportement mécanique constitutif des matériaux qui ne sont pas incorporés dans la bibliothèque interne du logiciel ABAQUS. Pour cela, il faut utiliser la relation d'élasticité linéaire en trois dimensions donnée sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

Ou bien sous forme condensée :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (\text{III.2})$$

σ_{ij} : est le tenseur des contraintes de Cauchy, ε_{ij} est le tenseur des déformations, C_{ijkl} : désigne la matrice d'élasticité dans le cas de l'élasticité linéaire 3D.

Pour un matériau homogène et isotrope, le nombre des constantes sera réduit à deux, selon les relations suivantes :

$$C_{11} = C_{22} = C_{33}, C_{23} = C_{12} = C_{13}, \quad C_{66} = 1/2 (C_{11} - C_{22}). \quad (\text{III.3})$$

Généralement, les constantes de rigidité sont exprimées en introduisant les coefficients de lamé λ et G :

$$C_{12} = \lambda, \quad 1/2 (C_{11} - C_{22}) = G \quad \text{et} \quad C_{11} = \lambda + 2G \quad (\text{III.4})$$

Donc, la matrice de rigidité d'élasticité 3D, de dimension 6X6, s'écrit comme suit :

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

En supposant que les propriétés mécaniques de la plaque FGM déterminées selon le modèle de TTO (métal/Céramique) sont définies comme pour un matériau isotrope donc la relation (III.2) devient :

$$\sigma_{ij}(x) = \lambda(x) \cdot \varepsilon_{kk}(x) \delta_{ij} + 2G(x) \varepsilon_{ij}(x) \quad (\text{III.6})$$

Les deux coefficients de lamé $\lambda(x)$ et $G(x)$ s'expriment en fonction du module de Young $E(x)$ et du coefficient de poisson $\nu(x)$ qui varient continuellement par les coordonnées (x, y, z) dans le UMAT :

$$\lambda(x) = \frac{E(x)\nu(x)}{(1 + \nu(x))(1 + 2\nu(x))} \quad , \quad G(x) = \frac{E(x)}{2(1 + \nu(x))} \quad (\text{III.7})$$

Ou $x = (x, y, z)$ Coordonnée cartésienne.

III.2.2 Relation constitutive élastoplastique

Toute transformation réelle provoque une dissipation d'énergie mécanique qui entraîne, entre autres, une modification de la structure interne du matériau et une évolution des propriétés mécaniques. Les lois et les variables d'écrouissage permettent de décrire le comportement du matériau en fonction de l'histoire de chargement du matériau à partir de l'évolution de la surface de charge sous l'effet de la déformation plastique et éventuellement d'autres facteurs. Dans la suite, l'état d'écrouissage sera représenté symboliquement par un vecteur R représentant l'ensemble des variables décrivant l'histoire de chargement du matériau.

Dans notre analyse le comportement élastoplastique d'un FGM à matrice métal renforcé par des particules en céramique est décrit avec une surface d'écoulement représentée par une contrainte équivalente de von-Mises et une variable de durcissement isotrope de notre FGM, le sous-programme de durcissement (UHARD) est appelé pour vérifier si le matériau a subi une déformation plastique. La déformation totale (ε) dans le repère corotationnel d'un FGM comme dans tous les matériaux élastique-plastique a une partie élastique réversible (ε^e) et une partie plastique irréversible (ε^p), selon l'équation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (\text{III.8})$$

L'incrément des déformations se décompose en deux :

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (\text{III.9})$$

En appliquant l'équation (III.9) dans l'équation (III.2), on obtient l'incrément des contraintes :

$$d\sigma = C d\varepsilon^e = C(d\varepsilon - d\varepsilon^p) \quad (\text{III.10})$$

Ou
$$\sigma = S - p\delta_{ij} \quad (\text{III.11})$$

L'élasticité dans l'équation (III.11) peut se décomposer en une partie volumique (Equation. III.12) et une partie déviatorique (Equation. III.13) :

$$p = -K\varepsilon_{\text{vol}} \quad (\text{III.12})$$

$$S = 2G. \varepsilon^e \quad (\text{III.13})$$

Ou C: la matrice des constantes élastiques, K est le module de compressibilité, G étant le module de cisaillement et ε_{vol} déformation volumique. L'évolution de la déformation plastique $d\varepsilon^p$ est gouvernée par une loi d'écoulement normale au critère de plasticité :

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = d\bar{\varepsilon}^p N \quad (\text{III.14})$$

$$N = \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{3}{2} \frac{S}{\sigma_{\text{eq}}} \quad (\text{III.15})$$

En fonction du tenseur $d\varepsilon^p$ le terme $d\bar{\varepsilon}^p$ s'écrit comme suit :

$$dp = d\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{3}{2} d\varepsilon^p \cdot d\varepsilon^p} \quad (\text{III.16})$$

Où N: est le gradient de la fonction d'élasticité par rapport au tenseur des contraintes, $d\bar{\varepsilon}^p$:est l'incrément de déformation plastique équivalente (scalaire). Dans notre cas, le critère de plasticité déterminé par la surface d'écoulement est donné selon le critère de *von Mises* par l'équation (III.17):

$$f(\sigma, R) = \sigma_{\text{eq}} - \sigma_r = 0 \quad (\text{III.17})$$

$f(\sigma, R)$: est une fonction du tenseur des contraintes appelée potentiel plastique, σ_{eq} : est la contrainte équivalente de von Mises de FGM et σ_r : représente l'écoulement de la surface. Si $f(\sigma, R)$ est négatif alors le comportement du matériau est élastique, sinon $f(\sigma, R)$ reste nul et on aura un écoulement plastique.

A partir de l'équation (III.11), on définit la contrainte équivalente de von Mises (σ_{eq}) et le déviateur (S) par les équations. (III.18) et(III.19):

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} S \cdot S} = \sqrt{3} J_2 \quad (\text{III.18})$$

$$S = \sigma + 2G\Delta\varepsilon^e \quad (\text{III.19})$$

Où J_2 : la deuxième invariante du tenseur des contraintes déviateur et σ est la contrainte effective. De même, la fonction d'écrouissage isotrope (σ_r) de FGM sera décrite par :

$$\sigma_r = \sigma_{Y0}(r) + R(p) \quad (\text{III.20})$$

$$R(p) = H_p \cdot p \quad (\text{III.21})$$

Où $\sigma_{Y0}(r)$: la limite élastique de FGM, $R(p)$ est le durcissement isotrope de FGM et H_p est le module d'écrouissage de FGM. Pour obtenir le multiplicateur plastique $d\lambda$,

Donc maintenant d'exprimer la loi d'évolution de la variable $R(p)$ en fonction des variables d'écoulement. En utilisant la loi Prandtl-Reuss pour déterminer l'évolution de la variable dans notre cas en traction uniaxiale, l'égalité $f(\sigma, R) = 0$ se résume sous la forme :

$$\sigma_{eq} = \sigma_{Y0}(r) + R(p) = \sigma_{Y0}(r) + R(\varepsilon^p) \quad , \quad H_p = \frac{dR}{d\varepsilon^p} \quad (\text{III.22})$$

Où $d\varepsilon^p$ est le taux de déformation plastique, il est alors facile de prouver que le multiplicateur plastique est égal au taux de déformation plastique accumulée, en utilisant les équations (III.15), (III.16) et (III.18) :

$$dp = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{3d\lambda}{2} \frac{S}{\sigma_{eq}} \right) \left(\frac{3d\lambda}{2} \frac{S}{\sigma_{eq}} \right)} = \sqrt{\frac{2}{3} d\lambda^2 \frac{S}{\sigma_{eq}} \frac{S}{\sigma_{eq}}} \quad (\text{III.23})$$

$$dp = d\lambda \quad (\text{III.24})$$

$d\lambda$: est le multiplicateur plastique. Le multiplicateur plastique $d\bar{\varepsilon}^p$ dans l'équation (III.22) est déterminé en utilisant la condition de cohérence, qui conduit à l'équation (III.25):

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial R} \dot{R} = 0 \quad , \quad \dot{R} = \frac{\partial R}{\partial p} \dot{p} \quad (\text{III.25})$$

Et en utilisant l'équation (III.21) et l'équation (III.25) avec les substitutions, nous obtenons l'expression suivante pour le multiplicateur plastique ($\dot{\lambda} = \dot{p}$):

$$\dot{\lambda} = \dot{\varepsilon}^p = \frac{N:C:\dot{\varepsilon}}{N:C:N + H_p} \quad (\text{III.26})$$

A la fin, la loi de Prandtl-Reuss permet de déterminer l'expression 3D de la vitesse de déformation plastique, sous forme :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda}N = \frac{N:C:N:\dot{\varepsilon}}{N:C:N + H_p} \quad (\text{III.27})$$

Pour résoudre l'équation (III.27), on utilise la méthode de l'intégrale Backward Euler, l'équation (III.14) sera :

$$\Delta\varepsilon^p = \Delta\bar{\varepsilon}^p N \quad (\text{III.28})$$

En combinant cela avec l'élasticité déviatorique (Equation.III.13) et la décomposition du taux de déformation intégrée, l'équation (III.29) donne :

$$S = 2G(\hat{\varepsilon} - \Delta\bar{\varepsilon}^p N) \quad (\text{III.29})$$

Où
$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon^e + \Delta\varepsilon \quad (\text{III.30})$$

$\Delta\varepsilon$: est le nouvel incrément de déformation total. Par la suite, en utilisant la règle d'écoulement intégrée l'équation (III.14), ainsi que la définition de von Mises de la direction d'écoulement dans l'équation (III.29), cela devient :

$$S \left(1 + \frac{3G}{\sigma_{eq}} \Delta\bar{\varepsilon}^p \right) = 2G\hat{\varepsilon} \quad (\text{III.31})$$

Le produit de l'équation (III.31) avec elle-même nous donne l'équation non linéaire de *Newton-Raphson* :

$$\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p) = 2G\varepsilon_{eq}^p - 3G\Delta\lambda \quad (\text{III.32})$$

Le terme $2G\varepsilon_{eq}^p$ représente la valeur de σ_{eq} en début de chaque pas et $\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p)$: est la nouvelle contrainte qui doit vérifier la relation uniaxiale (figure III.1).

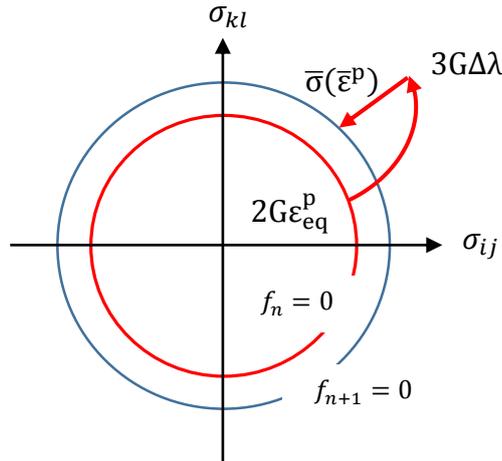


Figure III-1 : Schéma de retour implicite d'Euler pour le cas de la plasticité associée

On résout l'équation (III.32) par la méthode de Newton-Raphson (voir annexe.3) :

$$\Delta\lambda = \frac{\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}^p) - \sigma_{eq} + 3G\Delta\bar{\epsilon}^p}{3G + H_p} = \frac{f_n}{3G + H_p}, \quad H_p = \frac{d\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}^p)}{d\bar{\epsilon}^p} \quad (\text{III.33})$$

$$\Delta\bar{\epsilon}^p = \Delta\bar{\epsilon}^p + \Delta\lambda \quad (\text{III.34})$$

Ou H_p est le module d'érouissage de FGM recalculé à la fin de chaque itération.

En remplaçant l'équation(III.34) dans l'équation (III.10) on obtient relation (III.35):

$$d\sigma = C(d\epsilon - \Delta\bar{\epsilon}^p \cdot N) \quad (\text{III.35})$$

Nous pouvons obtenir la relation incrémentale contrainte-déformation élastoplastique complète :

$$d\sigma = C^{ep}d\epsilon, \quad (\text{III.36})$$

$$C^{ep} = C - \frac{9G^2 S \cdot S}{(3G + H_p)\sigma_{eq}^2} \quad (\text{III.37})$$

C^{ep} :est tangent élastoplastique du FGM. Finalement les nouvelles contraintes σ_{n+1} à la fin de l'étape Δt de temps peuvent être alors écrite comme :

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n + d\sigma \quad (\text{III.38})$$

L'indice $(n + 1)$ dénote des valeurs à la fin de l'incrément au temps.

III.2.3 Modèle d'endommagement

L'endommagement dans les matériaux isotrope est largement employé avec différents modèle de plasticité suite à leur simple exécution. Par contre, les matériaux quasi-fragiles subissent plusieurs modèles d'endommagement, celle de tension et de compression. C'est pour laquelle de nombreux chercheurs [130-131] sont attaché fortement sur le développement d'un modèle d'endommagement qui explique tous ces effets en utilisant un simple variable de l'endommagement dénoté (D). A cet effet, la mécanique continue de l'endommagement est devenue un outil prometteur pour la description de la dégradation des matériaux par des variables d'état internes D, scalaires ou tensorielles selon l'objectif à atteindre lors de la modélisation.

Pour les matériaux FGM (métal -céramique) le problème de non homogénéisation consiste à établir une loi de l'endommagement en comportement macroscopique partant du comportement d'endommagement des particules à l'échelle microscopique. Il s'agit d'une méthode définit à partir d'une variable d'endommagement scalaire D [132]. Cette variable mesure la dégradation de rigidité définie entre 0 pour un matériau non endommagé et 1 pour un matériau totalement endommagé (Figure III.2), et donné par:

$$\sigma_{ij} = (1 - D)C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (III.39)$$

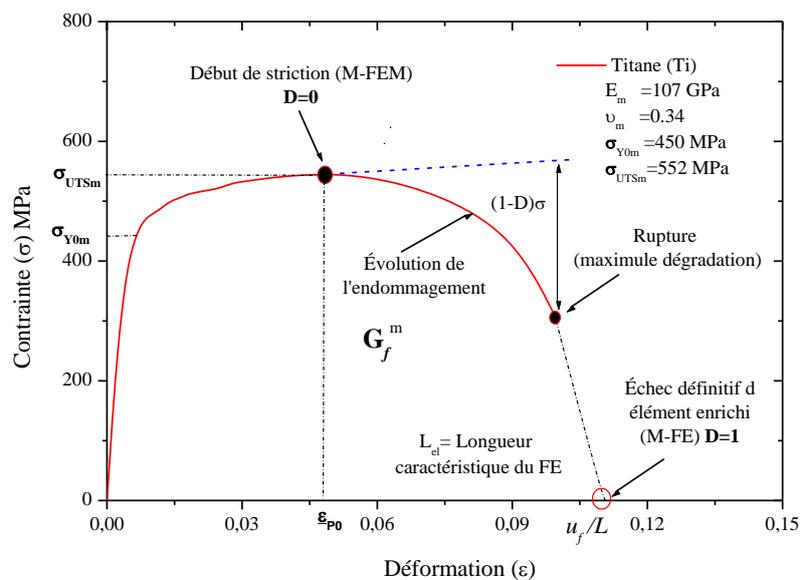


Figure III.2 : Courbe contrainte-déformation du métal Titane [87].

La réponse en chargement uniaxiale de FGM est initialement élastique linéaire suivi par une partie plastique avec écrouissage. La partie de l'écrouissage est caractérisée par une dégradation de la rigidité suivie par l'endommagement qui se produit en deux étapes enchainée. La première c'est le modèle d'initiation de l'endommagement établie par critère de contrainte maximale nommé MAXPS défini dans le code ABAQUS. La seconde est l'évolution de l'endommagement basée sur l'approche énergétique de rupture G_f .

Au fur et à mesure que la charge augmente, la proportion de déformation plastique atteint un point où la plaque FGM devient instable, en raison de la perte complète de rigidité de la plaque, pour aboutir à une défaillance finale de la plaque, la charge correspondante est appelée la résistance ultime à la traction. Il est à noter que dans la présente analyse élasto-plastique, la charge est appliquée par petites étapes de charge incrémentales pour garantir que l'analyse suit étroitement la courbe de force-déplacement réelle de la plaque FGM. La stratégie suivie pour prédire la résistance ultime de la plaque FGM est adoptée à partir la valeur de la résistance ultime de métal basée sur le modèle de TTO modifié.

Donc, la base de l'initiation de l'endommagement selon le critère de la contrainte principale maximale MAXPS comme indiqué dans les équations (III.40) et (III.41) :

$$f = \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_{UTS}(r, z)} = 1 \quad (III.40)$$

$$\sigma_{UTS}(r, z) = \sigma_{UTSm} \cdot \left[\frac{q + H_m E_c}{q + E_c H_m} \cdot (1 - V_m) + V_m \right] \quad (III.41)$$

Où σ_{eq} est la contrainte équivalente de von-Mises de FGM, $\sigma_{UTS}(r, z)$ est la résistance ultime à la traction de FGM, $f = 1$: signifie l'apparition de l'endommagement au sein d'un élément enrichi, $\sigma_{UTSm}(r, z)$ est la résistance ultime à la traction du métal et H_m est le module tangent du métal. Le modèle de plasticité a été introduit dans le code de calcul ABAQUS à l'aide d'un sous-programme HARD qui résout le problème élastoplastique par incrémentale sur les contraintes et déformations issues de l'utilisation de la pente de la courbe contrainte-déformation du métal. Les modules tangents de cette courbe sont injectés dans l'équation (III.41) qui permet de déterminer la valeur de la contrainte maximale de FGM (Figure III.2). Par conséquent, la condition d'initiation de l'endommagement dans le sous-programme UMAT est développée par l'équation (III.40), et est mis en œuvre pour prédire

la rupture finale de FGM. Dans lequel, le variable d'endommagement, D est contrôlé en fonction de densité d'énergie de déformation critique (Figure III.2).

De plus, Les modèles présentant diverses formes de comportement d'adoucissement et de dégradation de la rigidité conduisent souvent à de graves difficultés de convergence. La régularisation visqueuse des équations constitutives définissant le comportement d'un élément enrichi peut être utilisé pour surmonter certaines de ces difficultés de convergence. L'amortissement de régularisation visqueuse fait que la matrice de rigidité tangente est définie positive pour des incréments de temps suffisamment petits [133].

L'énergie de la rupture selon la théorie Hillerborg [134] a été présentée pour modeler l'évolution de l'endommagement entre 0 et 1, le raison principale de cette méthode pour simuler l'ouverture d'une fissure de longue L_e dans le FGM, Hillerborg utilise une équation (III.42) de l'énergie absorbé G_e par unité de surface de la fissure, écrit comme :

$$G_e = \int_0^{u^p} \sigma du^p \quad \text{ou} \quad G_e = \int_{\bar{\epsilon}_0^p}^{\bar{\epsilon}_f^p} L_e \sigma d\bar{\epsilon}^p \quad (\text{III.42})$$

Où \bar{u}^p est le déplacement plastique équivalent et σ est la contrainte, L_e est longueur d'élément, $\bar{\epsilon}_0^p, \bar{\epsilon}_f^p$ sont la déformation plastique initiale et finale.

J. Oliver [135] présente une méthode pour écosser les éléments qui emploie l'énergie dispersée de rupture, et définit L_e comme la dimension de l'élément dans la direction de l'élongation et le relie à une fissure afin de trouver une longueur caractéristique d'élément. Dans, la dégradation de la rigidité pour le processus linéaire. Le calcul de l'incrément du paramètre D de l'endommagement est basé sur l'équation (III.43) suivante :

$$D = \frac{\int_0^{\bar{\epsilon}_f^p} L_e \sigma d\bar{\epsilon}^p}{G_f} \quad (\text{III.43})$$

La formulation du modèle garanti que l'énergie dissipée pendant le processus d'évolution dès l'endommagement est égale à G_f et que la dégradation de la rigidité scalaire se rapproche asymptotiquement à un déplacement plastique équivalent infini. Dans le cas d'une condition de déformation plane, G_f peut être obtenu par l'équation (III.44) [136]:

$$G_f = K_{IC}^2 (1 - \nu^2(x)) / E(x) \quad (\text{III.44})$$

Où K_{IC} est la ténacité à la rupture du FGM et G_f est le taux de libération d'énergie critique du FGM, G_f et K_{IC} être exprimé par une règle de mélanges comme suit [137]:

$$K_{IC} = K_{IC}^m V_m + K_{IC}^c V_c \quad (\text{III.45})$$

$$G_f = G_f^m V_m + G_f^c V_c \quad (\text{III.46})$$

K_{IC}^m , K_{IC}^c sont les ténacité à la rupture du métal et céramique, G_f^m , G_f^c sont les taux de libération d'énergie critique du métal et céramique.

III.3 La méthode des éléments finis

Dans la section précédente, une formulation incrémentale de la relation constitutive élastoplastique couplé à l'endommagement est développée pour prédire la déformation plastique, l'opérateur tangent et variable d'état de l'endommagement. Afin de mettre en évidence l'efficacité et la précision de la procédure d'éléments finis (FE).

Le champ d'application des méthodes aux éléments finis est très vaste. Elles ont prouvé leur efficacité dans le cas de problèmes simples comme pour des calculs de grande complexité. Ce champ couvre toutes les applications de la mécanique des structures (statique linéaire, plasticité, matériaux composites, dynamique, chocs...). Des exemples d'utilisation sont ainsi le calcul de déplacements sous chargement donné, le calcul de contraintes mécaniques ou de déformations plastiques pour vérifier un critère de résistance, etc. De manière générale, en simulant le produit en fonctionnement, ou dans l'une des phases de son cycle de vie. Les résultats permettent d'améliorer ses performances, de réduire les temps de développement en limitant les boucles de conception et d'optimiser la matière.

Ces dernières années, le code d'éléments finis disponible dans le commerce ABAQUS est devenu populaire parmi les ingénieurs et les chercheurs en raison de sa polyvalence et de sa grande précision. Cependant, le package présente une difficulté dans la mise en œuvre d'une variation spatiale des propriétés des matériaux dans les modèles FE. Pour résoudre ce problème, certains travaux existants suggèrent d'utiliser des sous-programmes UMAT/UEL mettant en œuvre une gradation de matériau dans les plaques en FGM.

Dans le présent travail, nous utilisons une formulation simple d'éléments finis gradués en brique 3D dans le code ABAQUS pour son application aux analyses modales

statiques des plaques en FGM [57]. Cette approche interpole les propriétés du matériau à chaque point d'intégration gaussienne à partir des propriétés du matériau nodal de l'élément en utilisant des fonctions de forme isoparamétrique, qui sont les mêmes pour les coordonnées spatiales et les déplacements. Dans ce but, la technique UMAT est utilisé pour attribuer une variation régulière des propriétés élastiques dans un élément finis.

Malgré un volume substantiel des travaux et les méthodes des éléments finis développés pour la modélisation des structures FGM, la recherche documentaire révèle que les modèles d'éléments finis 3D sont toujours très nécessaires pour les prédictions des réponses statiques des plaques FGM. Ceci est principalement motivé par le fait que les solutions 3D sont des résultats directs de l'analyse et qu'aucune hypothèse sur les déformations à travers l'épaisseur comme dans les modèles 2D n'est nécessaire.

Le travail dans cette thèse est plus particulièrement focalisé sur une méthode des éléments finis (UMM) proposée dans ce chapitre. Cette technique UMM est basée sur une méthode de maillage d'éléments finis pour analyser à la fois le comportement non linéaire des structures de type plaque en FGM. Les éléments solides 3D ont été utilisés pour construire tous les modèles d'éléments finis tridimensionnels dans cette étude. Ces éléments ont été choisis pour leur efficacité de calcul et leur polyvalence dans un large éventail d'applications non linéaires, y compris les analyses de contact et le remaillage avec de grandes déformations (la nature à faible déformation / élasticité linéaire des plaques en FGM), et nous l'avons utilisé pour traiter l'analyse élastoplastique couplé à l'endommagement des structures en FGM géométriquement non linéaires.

La technique UMM proposée est généralement formulée en supposant des propriétés élastiques constantes sur l'ensemble de l'élément finis. La modélisation des structures FGM avec de tels éléments finis est liée à la présentation d'une région graduée par un certain nombre de bandes homogènes. Cette approche nécessite une discrétisation de maillage suffisamment fine pour capturer avec précision le gradient dans les propriétés des matériaux ainsi que les gradients dans les champs de déformation et de contrainte calculés.

Cette section conduit à définir une approximation de la solution non pas pour l'ensemble de la structure mais pour chacun de ses éléments finis constitutifs. Le choix des coordonnées généralisées de paramètres physiques, permet alors d'exprimer simplement les conditions de continuité de la solution entre éléments adjacents ainsi que les conditions

d'équilibre inter-éléments et finalement de résoudre le problème à l'aide de la méthode des déplacements. Pour finaliser ce chapitre, une brève définition sur la méthode élément finis étendue XFEM a été utilisée.

III.3.1 Formulation pratique d'éléments finis

La modélisation par éléments finis en trois dimensions solide est plus adaptée dans le cas de modélisation des structures en FGM. Pour le maillage de la structure, les éléments finis 3D solide sont utilisés pour les deux techniques. L'introduction des propriétés mécaniques par élément finis dans la deuxième technique représente une exécution rapide dans le modèle de FGM dans le code de calcul ABAQUS.

Le choix de ce type d'élément finis solide est objectif du fait que sa forme facilite l'interpolation des fonctions N_i , et afin de créer une rangée de même type d'élément, comme montré dans la figure III.3. Le champ de déplacement u_q d'un point quelconque q , classiquement utilisé pour formuler les éléments solides standards, s'écrit sous la forme suivante :

$$u_q = \sum_i N_i u_i, \quad u_i = [u_i, v_i, w_i]^T \quad (\text{III.47})$$

N_i : est les fonctions d'interpolation sont définis dans le système du même rang normal local :

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \quad (\text{III.48})$$

Où $i=1$ à 8 et $-1 \leq \xi \leq 1, -1 \leq \eta \leq 1, -1 \leq \zeta \leq 1$

Ces fonctions d'interpolation ou fonction de forme $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ ont une formulation isoparamétrique identique pour chaque élément de la structure. Le point quelconque q dans l'élément volumique C3D8R est donné par les approximations suivantes (figure. III.3) :

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i, \quad z = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \quad (\text{III.49})$$

x, y, z : sont les coordonnées du point q , et x_i, y_i, z_i : les coordonnées des nœuds i , avec $i = 1$ à 8 .

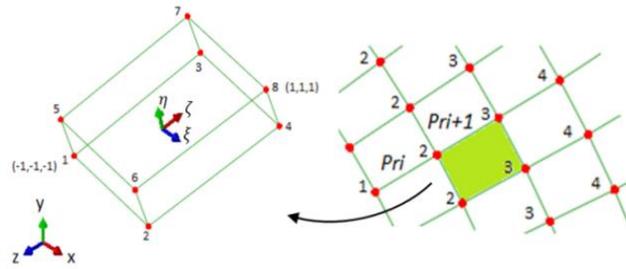


Figure III.3 : Vue l'élément finis solide.

Vu que le FGM est gradient de propriétés suivant différentes orientations, on utilise la méthode des éléments finis graduées [138] dans la méthode numérique UMAT, qui permet de graduer les propriétés de FGM aux points d'intégration gaussiens qui sont interpolée à partir des propriétés nodales des matériaux de l'élément finis à l'aide de fonction d'interpolation, les formulations d'éléments finis gradués sont comme suit :

$$P_q = \sum_i N_i P_i \quad (III.50)$$

P_i : Propriétés de matériau FGM correspondant au nœud i .

La seconde méthode UMM c'est une approche d'élément finis avec comme principe d'évaluer les propriétés mécaniques de FGM pour chaque élément finis.

La technique est basée sur l'architecture du maillage de la structure qui est divisé par des éléments finis d'une façon appropriée avec le concept graduelle de FGM. Cette technique est conditionnée par la taille des éléments finis dans le sens de gradation. la formulation de l'approche s'écrit comme suit :

$$P_{UMM}^k = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^8 P_i^j N_i \quad (III.51)$$

(i) représente nombre de nœuds par éléments $i=1,8$

Où P_{UMM}^k , est la propriété de FGM de la rangé d'élément finis (suivant l'épaisseur dit une couche et suivant le rayon dit une rangé d'élément finis) ou « m » exprime le nombre des éléments finis identiques dans chaque rangée d'élément finis (Figure III.4). P^j est la propriété de matérielle graduée par chaque d'éléments finis de rangé déterminé avec loi

puissance actualisé et présenté dans les équations présente le maillage pour la technique proposée sur la plaque FGM en 3D divisée d'une façon appropriée par des éléments finis volumique de forme hexaédrique à 8 nœuds, type C3D8R de 24 degrés de liberté dont trois par nœud.

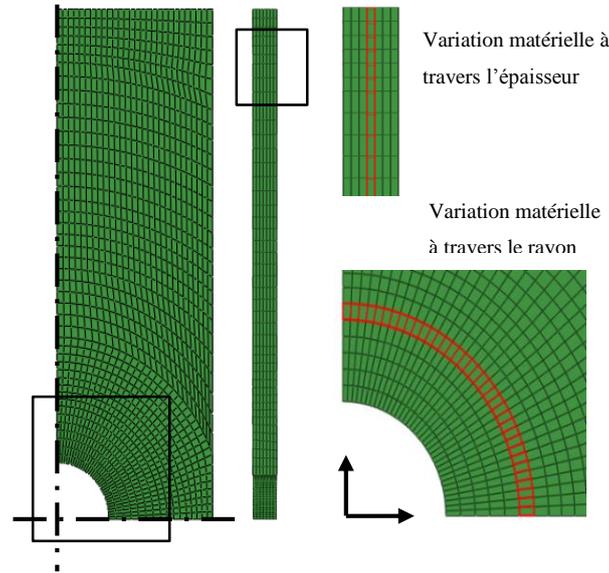


Figure III.4 : Description du maillage suivant la variation de propriété matérielle du FGM.

Dans ce travail on n'a pas évalué l'influence des dimensions de la plaque FGM ainsi que la forme et dimension de l'entaille, seulement les paramètres de FGM (exposant de fraction volumique, sens de la distribution des propriétés matérielle). Afin de mieux comparer les deux techniques abordées dans cette analyse. L'analyse du chemin et de la vitesse de propagation de fissure est donnée uniquement par le modèle d'UMM, toutes les conceptions du modèle de FGM sont analysées avec même type d'élément solide et avec le même nombre de 28925, le détail est présenté dans la figure III.5.

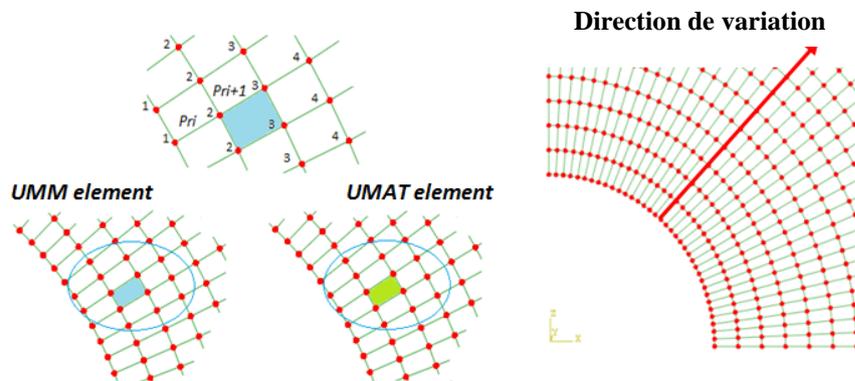


Figure III.5 : Vue d'ensemble forme de l'élément finis C3D8R.

La gradation des propriétés des FGMs dans la technique UMM se fait par rangée d'éléments finis dans chaque emplacement dans la structure possède ses propres paramètres de comportement élastique-plastique et celles de l'endommagement. Ces paramètres de ces éléments de la technique UMM représente la moyenne de l'ensemble des points gradués dans le sens de gradation dans l'éléments finis du modèle d'UMAT. Plus la densité d'éléments augmente dans le sens de variation, l'écart dans les résultats entre la technique UMM et la technique UMAT est minime. Ceci est conditionné par un maillage identique pour éviter l'écart causé par l'interpolation à l'intérieur des éléments finis.

Les résultats du tenseur de force moyen $F(x)$ peuvent s'écrire par une relation entre les deux technique UMAT et UMM de la façon suivant :

$$Avg \sum F_{UMAT}(x) = avg \sum F_{UMM}(x_i) \quad (III.52)$$

Les méthodes d'homogénéisation sont généralement utilisées lorsque le matériau est de nature hétérogène. Pour évaluer les propriétés mécaniques de FGM, la technique UMM présente une méthode efficace dans l'affectation des propriétés mécaniques par ranger d'éléments dans le matériau.

Pour déterminer la réponse de la force globale de la structure, il faut qu'elle soit égale à la moyenne de la somme des forces de réponse élémentaires :

$$Avg \sum_{i=1}^{n_k} F_i^{UMM}(x_i) = F_{UMM}^{FGM} \quad (III.53)$$

F_{UMM}^{FGM} : la Charge de la structurelle globale.

Où n_k : est nombre des rangés et k : est numéro de chaque rangé d'élément finis. L'avantage de notre technique utilisé UMM dans les FGMs réside dans sa capacité de prédire la réponse de structure en comportement élastique-plastique jusqu'à leurs endommagement.

Pour une simulation fiable, une série de calcul a été réalisée afin d'évaluer l'effet de qualité de maillage sur les résultats entre le UMAT et UMM. Un coefficient de stabilisation de convergence de l'ordre de 0.00001 avec un incrément de temps adéquat de l'ordre 0.0001 a été introduit pour éviter la sous-estimation de la force d'endommagement, du fait que les éléments ne sont pas identiques dans leurs capacités de déformation.

Notre stratégie de maillage pour toutes les conceptions de FGM est de raffiner plus avec des géométries simples au niveau de l'entaille pour améliorer davantage l'initiation à l'endommagement et pour éviter la distorsion excessive des éléments proches. Vu que quelques exécution de calcul ont été échouées brusquement quand le maillage était grossier par rapport aux gradients de déformation et à la quantité d'écrasement (compression et cisaillement). Pour l'élasticité linéaire, le tenseur des déformations linéarisées est donnée par :

$$\{\varepsilon_q\} = [B]\{u_n\} \quad (\text{III.54})$$

Avec [B] est une matrice qui relie la déformation au placement, obtenu par dérivation de la matrice des fonctions de forme :

$$[B] = [L][N_q] = \begin{bmatrix} \partial N_q / \partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial N_q / \partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial N_q / \partial z \\ 0 & \partial N_q / \partial z & \partial N_q / \partial y \\ \partial N_q / \partial z & 0 & \partial N_q / \partial x \\ \partial N_q / \partial y & \partial N_q / \partial x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.55})$$

[L] : est l'opérateur différentiel tridimensionnel. Le principe du travail virtuel donne les équations de rigidité des éléments finis suivantes :

$$[K^e]\{u_n\} - \{F^e\} = 0 \quad (\text{III.56})$$

$$\{F^e\} = \int_{V^e} [N_q]^T \{f_v\} dV^e + \int_{S^e} [N_q]^T \{T\} dS^e \quad (\text{III.57})$$

$$[K^e] = \int_{V^e} [B]^T [C][B] dV^e \quad (\text{III.58})$$

Avec $[N_q]$ est la matrice qui relie le vecteur de déplacement au point q et le vecteur des degré de liberté nodaux $\{u_n\}$, $\{F^e\}$ est le vecteur des forces nodales et $[K^e]$ est la matrice de rigidité élémentaire.

Pour intégration numérique sur l'élément finis de référence cubique est nécessaire, en utilise la transformation géométrique de jacobien qui permet de passer de l'intégration d'une fonction définie sur l'élément finis réel à l'intégration sur l'élément de référence.

L'intégrale des équations (III.57) et (III.58) est évaluée par quadrature gaussienne, l'intégrale résultante devient :

$$\{F^e\} = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 \sum_{l=1}^8 w_i \left([N_q]^T \{f_v\} \text{Det}J \right)_{\xi_i, \eta_i, \zeta_i} + \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 w_i w_j \left([N_q]^T \{T\} \text{Det}J \right)_{\xi_i, \eta_i} \quad (\text{III.59})$$

$$[K^e] = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 \sum_{l=1}^8 w_i w_j w_l ([B]^T [C] [B] \text{Det}J)_{\xi_i, \eta_i, \zeta_i} \quad (\text{III.60})$$

$[K^e]$: La matrice de rigidité élémentaire exprimée dans le repère paramétrique pour l'élément hexaédrique à 8 nœuds C3D8R. i, j et l : indique le point de Gauss correspondant dans l'élément, w_i : est le poids correspondant à chaque point de Gauss et $\text{Det}J$ est le déterminant de la matrice jacobienne.

Les matrices élémentaires $[K^e]$ sont ensuite assemblées, de manière à obtenir la matrice de rigidité globale $[K]$ de la structure.

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (\text{III.61})$$

La résolution du système global fournit les valeurs des déplacements $\{u\}$ des différents nœuds qui déterminent le maillage de la structure. Finalement par l'intermédiaire des déformations, on obtient l'expression des contraintes :

$$\{\sigma\} = [C][B]\{u\} \quad (\text{III.62})$$

$[C]$: est La matrice d'élasticité 3D, de dimension 6x6, s'écrit pour un matériau homogène et isotrope :

$$[C] = \begin{bmatrix} \lambda(x) + 2G(x) & \lambda(x) & \lambda(x) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(x) & \lambda(x) + 2G(x) & \lambda(x) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(x) & \lambda(x) & \lambda(x) + 2G(x) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G(x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G(x) \end{bmatrix} \quad (\text{III.63})$$

Les deux coefficients de lamé $\lambda(x)$ et $G(x)$ s'expriment en fonction du module de Young de composite $E(x)$ et du coefficient de poisson $\nu(x)$ (l'équation (III.7)). Après, les démonstrations précédentes on peut déterminer la relation de notre technique par la

déduction du tenseur des contraintes moyennant la loi de comportement avec l'utilisation de la matrice d'élasticité 3D à partir de l'équation (III.62), la relation de notre technique prend la forme suivante :

$$\{\sigma_{UMM}^k\} = [C_{UMM}^k][B]\{u_n\} \quad (III.64)$$

Où σ_{UMM}^k est le contrainte de chaque ranges, C_{UMM}^k est la matrice d'élasticité de chaque range d'élément finis k. A cet effet, la loi de Hooke peut être écrite pour déterminer les contraintes aux niveaux macroscopiques :

$$\{\sigma_{UMM}\} = \text{Avg} \sum \{\sigma_{UMM}^k\} = \text{Avg} \sum [C_{UMM}^k] [B]\{u_n\} \quad (III.65)$$

$$\{F_{UMM}^{FGM}\} = \int_V [B]\{\sigma_{UMM}\}dV \quad (III.66)$$

Pour la plupart des problèmes élastiques-plastiques, dans une analyse par incréments, l'historique de la force externe peut être exprimé comme une accumulation progressive d'incrément de force externe dans certaines étapes de charge. A l'étape (n + 1), la force externe peut être exprimée comme :

$$\{R^{FGM}\}_{n+1} = \{F^{FGM}\}_{n+1} = \{F^{FGM}\}_n + \{\Delta F^{FGM}\} \quad (III.67)$$

$\{F^{FGM}\}_{n+1}$: est la charge l'équivalent de FGM pour les deux méthodes.

Pour l'endommagement dans la technique UMM, on propose l'utilisation de la méthode de XFEM pour faire face à une difficulté numérique celle du phénomène de fermeture volumétriques dus à l'incompressibilité en plasticité. Ceci apparaît dans 3D quand le critère d'écoulement de von Mises est utilisé pour l'analyse élastique-plastique des FGMs. En effet, l'intégration des fonctions d'enrichissement exige d'un nombre élevé de points d'intégration d'obtenir des résultats satisfaisants [139]. En ce cas, la gestion des trous avec la méthode X-FEM dans le cas incompressible. Les applications numériques montrent que la convergence théorique des éléments finis est préservée.

Donc, le champ de déplacement $u^h(x)$ est alors cherché sous la forme :

$$u^h(x) = \sum_{i \in N} N_i(x)u_i + \sum_{i \in N_d} N_i(x)H(x)a_i + \sum_{i \in N_p} N_i(x) \left(\sum_{j=1}^4 F_i(x)b_i^j \right) \quad (\text{III.68})$$

Où N : l'ensemble des nœuds du maillage et u_i : est degré de liberté classique au nœud i , $N_i(x)$: sont les fonction de forme élément finis classique associée au nœud i . ou a et b sont les degrés de liberté correspondants, $H(x)$ est une fonction d'enrichissement de type Heaviside et $F_i(x)$ Fonctions d'enrichissement représentent la singularité au voisinage du front de fissure :

$$\{F_i(x)\} = \left\{ \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right\} \quad (\text{III.69})$$

Où (r, θ) sont les coordonnées polaires dans les axes locaux en fond de fissure.

III.4 Implémentation numérique du modèle

Dans la méthode UMAT, une présentation du modèle numérique utilisé dans cette étude sous forme d'un algorithme (figure III.6), qui montre toutes les démarches clé structuré et dépendante l'une à l'autre, qui sont établies pour la modélisation d'une structure en présence d'entaille centrale circulaire sous chargement uniaxiale montrée dans la figure II.2. Les équations ainsi que les conditions présentées dans l'algorithme sont bien détaillée dans les sections d'étude précédente et qui résume les corrections élastique, plastification localisée et une dégradation dans la rigidité de notre structure en FGM étudiée.

Finalement, le comportement élastique-plastique de la structure jusqu'à leur endommagement sous forme d'un algorithme est employé par deux sous-programmes UMAT et HARD et implanté dans le code de calcul d'élément finis ABAQUS. Ces sous-programmes sont listés dans **l'Annexe 1**.

Le principe de travail la technique UMAT est définie à chaque augmentation de temps et pour chaque point d'intégration, le logiciel appelle le sous-programme UMAT et fournit le tenseur de déformation au début de l'étape incrémentale et l'augmentation de déformation attendue. Le code UMAT devrait permettre de déterminer le tenseur constitutif tangent, le tenseur réel de tension et la mise à jour des variables, à la fin de chaque pas incrémental de temps. Il faut donc déclarer la matrice JACOBIENNE initiale et les lois qui permettent de déterminer l'évolution des variables internes. Les valeurs des différentes

variables internes, des déformations élastique et plastique, scalaire d'endommagement sont définies dans les procédures UMAT et HARD peuvent être stockées par ABAQUS dans des grandeurs STATEV (Les propriétés et les définitions de DEPVAR (variables d'état) sont figurés et résumés dans la premier annexe et plus de détail sur STATEV en post-traitement voir l'annexe.4.

Concernant la méthode (UMM) on a utilisé le programme MATLAB pour déterminer toutes les valeurs des propriétés mécaniques de FGM pour chaque rangé d'élément finis suivant son emplacement et sa gradation dans la structure selon le modèle TTO. Le but de cette technique c'est introduire directe les valeurs des propriétés mécaniques de FGM dans le code de calcul ABAQUS (Figure III.6).

Une séparation de traction a été utilisée pour définir les endommagements d'un élément enrichi dans le cadre méthode des éléments finis étendus XFEM. Le programme de MATLAB utilisé pour les différents concepts de gradation est présenté ci-après comme suivant (voire l'annexe.2) :

For i=1:(n_layer+1)

$$H_layer(1,i) = Hint + (i-1) * dh$$

$$E_layer(1,i) = ((Em * T - Ec) * (1 - Vc) + Ec) / ((1 - Vc) * (T - 1) + 1)$$

$$N_layer(1,i) = (Nm - Nc) * (1 - Vc) + Nc$$

$$Y_layer(1,i) = (1 - Vc + y0 * Vc) * Ym$$

End

Ou :

- $n_layer + 1$: Nombre des ranges d'éléments finis.
- dh : Epaisseur pour chaque rangé d'éléments finis suivant l'épaisseur h .
- $H_layer(1, i)$: Incrément de l'épaisseur h .
- $E_layer(1, i)$: Module Young du FGM.
- $N_layer(1, i)$: Coefficient de poisson du FGM.
- $Y_layer(1, i)$: Contrainte de limite élastique du FGM pour chaque range des éléments.
- Vc : Fraction volumique de céramique.
- T : Paramètre de modèle TTO.

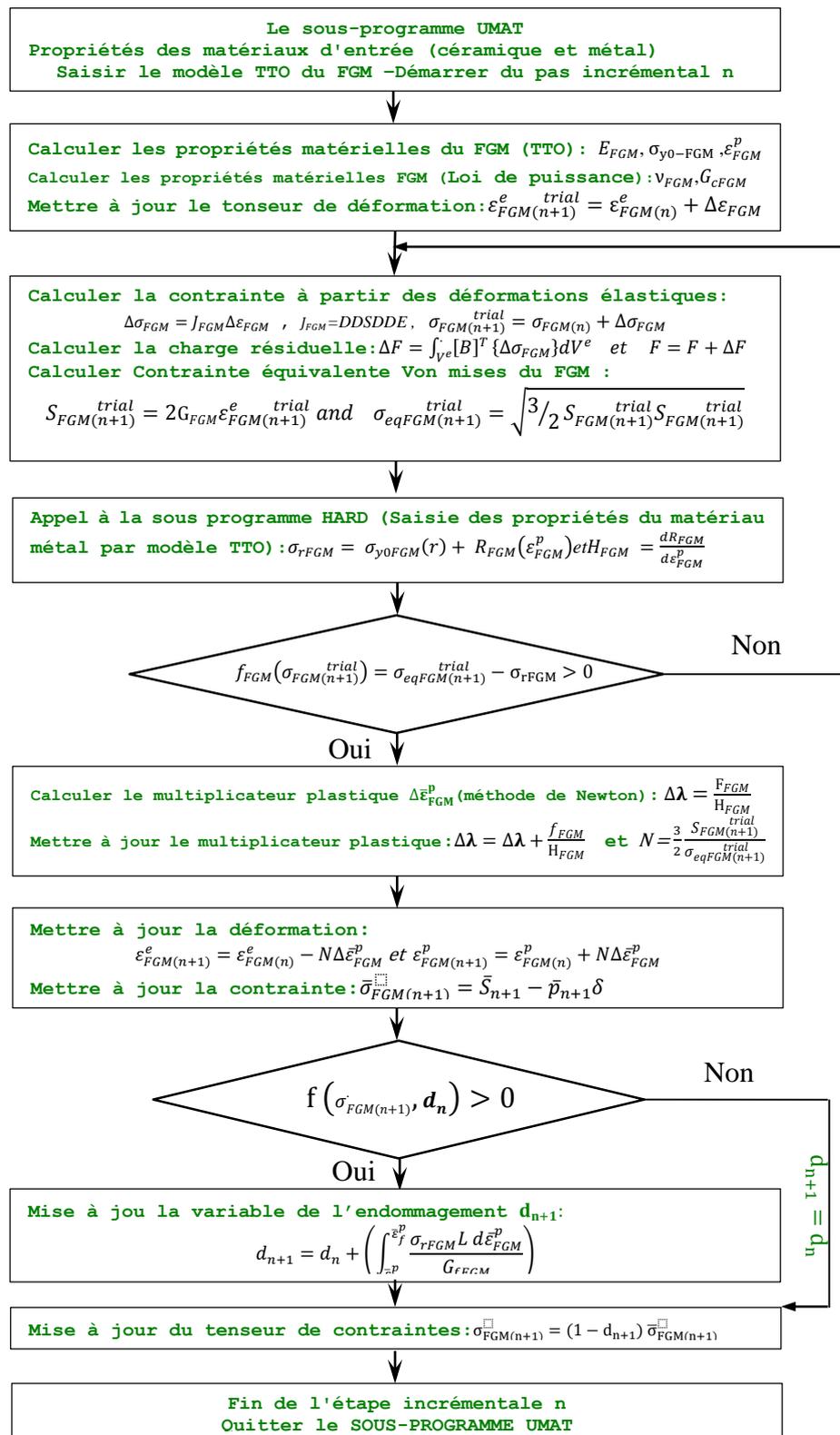


Figure III.6 : Présentation d'organigramme de couplage des deux sous programmes UMAT et HARD.

III.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un modèle élastoplastique couplé à l'endommagement non local, afin d'éviter les problèmes numériques issus du phénomène de localisation de l'endommagement. Ce modèle basé sur le concept de contrainte effective, la plasticité et l'adoucissement est contrôlé seulement par l'endommagement. Dans la section avant dernière, nous avons présenté brièvement la procédure d'analyse en utilisant le calcul par éléments finis afin d'identifier les paramètres du modèle élastoplastique couplé à l'endommagement à partir des essais de traction, et finalement, décrire les équations de la technique XFEM dans le but de prédire l'amorçage de la fissure et sa vitesse.

La conclusion de ce chapitre peut être résumée comme suit.

- Le comportement élastoplastique de la plaque en FGM est supposé suivre le critère de von-Mises à écrouissage isotrope linéaire.
- Le modèle d'endommagement continuum pour la prédiction élastoplastique couplé à l'endommagement des plaques en FGM avec variations de propriétés matérielles dans divers directions a été présenté.
- Le modèle de TTO a été utilisé pour déterminer la réponse globale des plaques FGM-3D (la phase céramique est considérée comme élastique alors que le métal est supposé élastique-plastique).
- Le développement d'un nouvel algorithme numérique constitué en trois étapes (élastique ; plastique jusqu'à endommagement) pour effectuer l'analyse de comportement d'endommagement élastoplastique de la plaque en FGM.
- Le développement nouvel algorithme d'intégration des contraintes avec modèle d'endommagement basé sur l'algorithme général de méthode *Backwad Euler* a été réalisé et implémenté dans ABAQUS/Implicite.
- En particulier, les opérateurs nécessaires à l'utilisation des méthodes itératives locales et globale de Newton-Raphson ont été définis.
- Le couplage des deux sous-programmes UMAT et HARD ont été utilisés pour définir le comportement élastique-plastique avec écrouissage isotrope linéaire jusqu'à leur endommagement des FGMs.
- Les variables scalaires de l'endommagement sont définies en fonction d'une variable de champ (STATEV) programmée dans le sous-programme UMAT.

- Concernant La technique UMM, on a utilisé le programme MATLAB pour déterminer toutes les propriétés de FGM pour chaque rangé d'éléments finis ou pour chaque d'élément finis.
- On a utilisé la méthode des éléments finis étendus (XFEM) dans notre nouvelle technique UMM pour analyser la propagation de la fissure.

Chapitre IV : Résultats et analyse

IV.1 Introduction

Notre travail a pour objectif d'analyser sur plusieurs conceptions de variation matérielle dans une plaque en FGM, le comportement mécanique et l'endommagement globale des FGMs. Des nouvelles conceptions ont été proposées pour améliorer d'avantage la résistance de la structure surtout pour celles qui présentent une discontinuité géométrique. Ces conceptions de variation matérielle sont caractérisées par des fonctions qui décrivent leur sens et répartition de gradation direction de la variation matérielle dans la structure. Ces conceptions de variation matérielle dans la structure FGM sont analysées en comportement élastique-plastique jusqu'à leurs endommagement, la comparaison entre les deux techniques numériques prend lieux dans toutes les résultats afin de présenter leur efficacité.

IV.2 Sensibilité de maillage et validation des résultats numérique

Les deux techniques utilisées dans cette étude ont été validées après plusieurs calculs de sensibilité du maillage par densité et type d'élément finis. Les résultats ont été comparés à deux travaux, le premier concerne la réponse du comportement élastoplastique des FGMs avec la courbe du modèle TTO Jin *et al* [87], cette comparaison vise à déterminer les paramètres de plasticité de la FGM par la méthode incrémentale proposée pour nos deux techniques. Les résultats obtenus montrent une bonne concordance avec la courbe TTO (Figure IV.1). Par ailleurs, la seconde comparaison (comportement élastoplastique couplé à l'endommagement) a été validée avec la courbe expérimentale de Siva *et al* [140] sur un éprouvette d'essai de traction standard ASTM E8 en FGM (AL / SiC) de dimensions (10 x 10x 100 mm) où les propriétés du matériau variaient selon la direction large et soumis à une tension uniaxiale (Figure IV.3). Il est à noter qu'il y a toujours eu une légère différence de résultats en ce qui concerne la valeur maximale de la contrainte entre les deux techniques UMM et UMAT selon la conception de la gradation des FGMs, cette différence de résultats est principalement due à la présence de plastique et l'endommagement.

Pour une comparaison plus fiable, les structures des deux techniques ont le même maillage (densité et géométrie des éléments finis). Dans notre étude, nous étions limités par une gamme d'éléments finis tels que C3D8, C3D8R, C3D8H, C3D8I. On voit que malgré l'utilisation du même type d'éléments finis dans les deux techniques, leur fonctionnement est différent, en effet avec la technique UMM chaque élément finis de la structure interpole par ses propres nœuds tandis que dans la technique UMAT l'interpolation est comparée aux nœuds des éléments finis communs.

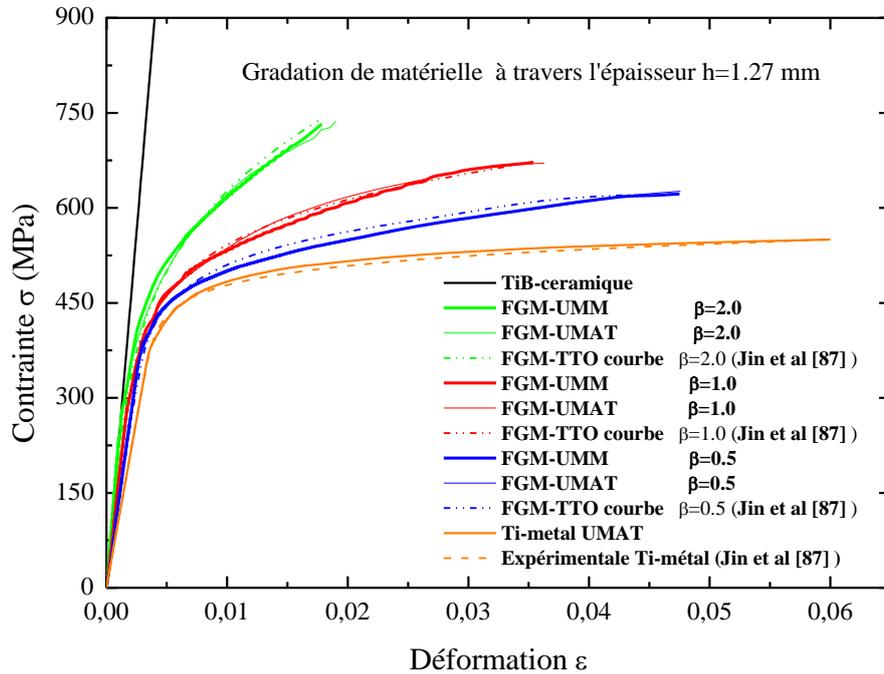


Figure IV.1 : Validation des résultats de la réponse élastoplastique de la courbe du modèle TTO (Jin *et al* [87]) avec les résultats des deux techniques (UMAT et UMM).

La technique UMM présente des résultats plus proches de la technique expérimentale que la technique UMAT pour les différents types d'éléments finis , plus particulièrement pour le choix du type d'élément finis C3D8R qui est connu pour ces avantages avec l'utilisation de XFEM (Figure IV.2). Par contre, pour stabiliser nos modèles 3D, nous avons utilisé le contrôle des modes parasites Hourglass à énergie nulle, les modes Hourglass sont une conséquence directe de l'intégration réduite C3D8R (ils correspondent à une énergie nulle alors qu'ils induisent une déformation non nulle).

Puisque nous avons utilisé le critère d'homogénéisation TTO dans notre étude pour le comportement élastoplastique des FGMs, il est important d'employer par la suite une autre validation avec les travaux de Jin *et al* [87], où nous avons utilisé dans notre approche la méthode incrémentale (détermination le module d'écrouissage H) pour le comportement de plasticité introduit dans le critère de TTO.

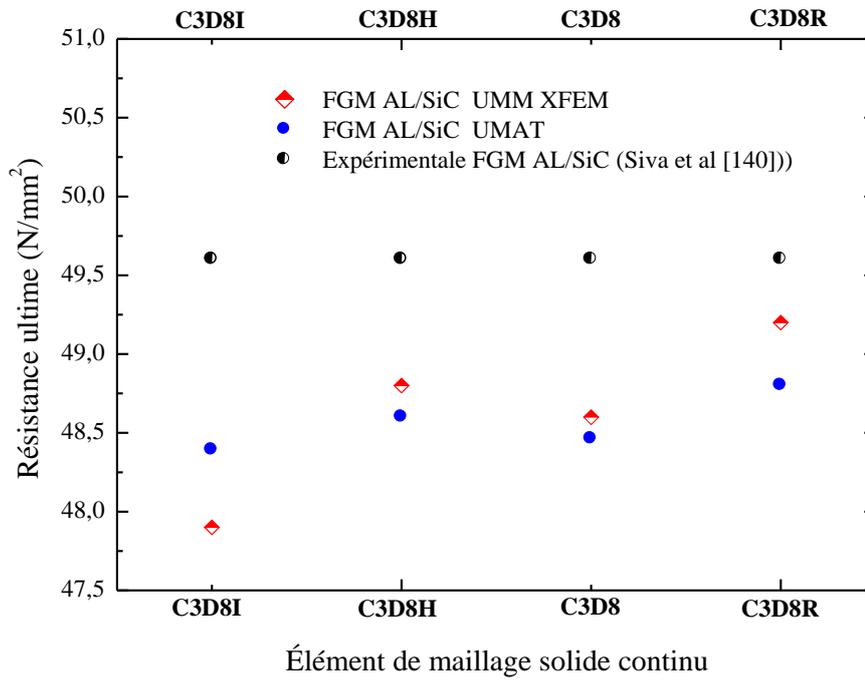


Figure IV.2 : Variation de la contrainte ultime de FGM (AL / SiC) en fonction du type d'éléments finis et comparaison avec l'expérimental [140].

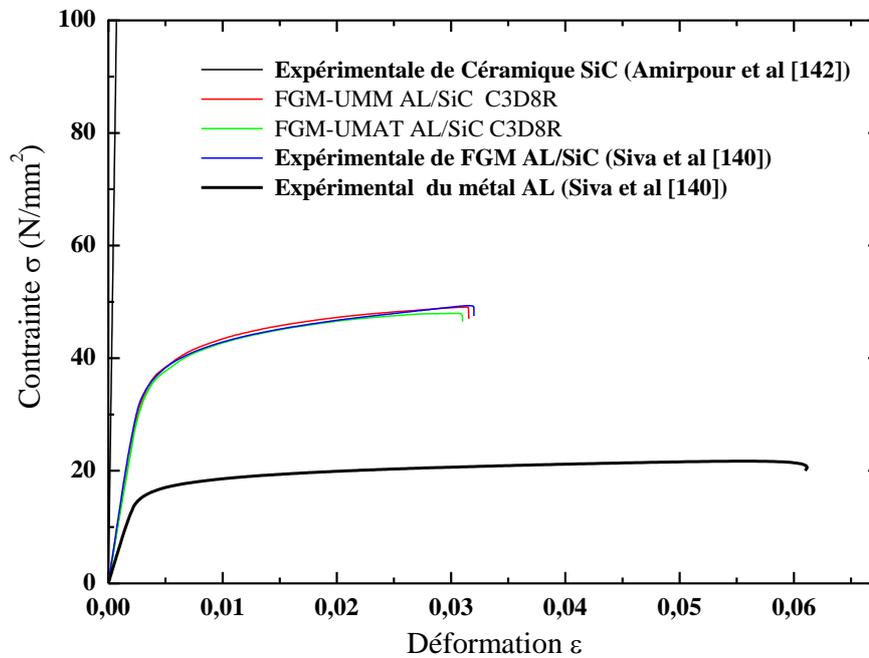


Figure IV.3 : Comparaison de la courbe expérimentale contrainte-déformation (Siva *et al* [140]) avec les méthodes UMAT et UMM de l'échantillon FGM (AL / SiC).

La figure IV.3 montre une validation des courbes contrainte-déformation de nos résultats numériques à travers les deux techniques UMAT et UMM avec les résultats d'un test de traction expérimental sur un échantillon FGM (AL / SiC) typique. Un très bon accord des résultats est clairement montré par rapport au comportement global de FGM (AL / SiC) avec une très légère différence par rapport à la valeur maximale de contrainte à la rupture utilisant le type d'élément C3D8R.

IV.2.1 Gradation de matérielle à travers l'épaisseur

La gradation de notre structure est suivant l'épaisseur de la plaque. Deux types de conceptions ont été analysés, celle dont la gradation est simple suivant l'épaisseur (métal – céramique) et l'autre avec une gradation symétrique où l'un des deux matériaux se présente en pourcentage important (métal-céramique-métal). La dégradation matérielle se fait continuellement vers l'extérieur par coordonnée pour UMAT et par éléments finis pour UMM. Les résultats de l'analyse de l'endommagement sous forme force-déplacement sont présentés dans la figure IV.4.

Les résultats de la figure IV.4. Montrent clairement une bonne convergence entre les deux techniques utilisées dans ce travail. En augmentant l'exposant de fraction volumique, la rigidité du FGM (Ti/TiB) augmente, cependant sa plasticité diminue. Dans la partie élastique, les deux techniques convergent totalement, cependant, un petit décalage qui est de l'ordre de 0.5KN entre les deux courbes est observé dans la partie plastique et ou après avoir atteindre le maximum de la force.

Pour l'endommagement, l'exposant de fraction volumique β a un effet proportionnelle sur le niveau de résistance qui traduit la réponse de la structure jusqu'à son total échec. Plus la structure est riche en céramique ; augmentation de β ; plus sa résistance est importante et plus leur plasticité est minimale.

On note aussi que la deuxième conception du FGM (Ti/TiB) par la présence d'une symétrie de répartition de gradation matérielle métal-céramique-métal présente un gain en résistance de 1.5 KN soit 1.03% de la résistance globale de structure FGM (Ti/TiB) avec un domaine plastique plus étendu quand n augmente pour le cas de conception symétrique. Par contre la présence du domaine plastique est plus remarqué dans le cas de gradation simple suivant l'épaisseur quand $\beta=0.5$.

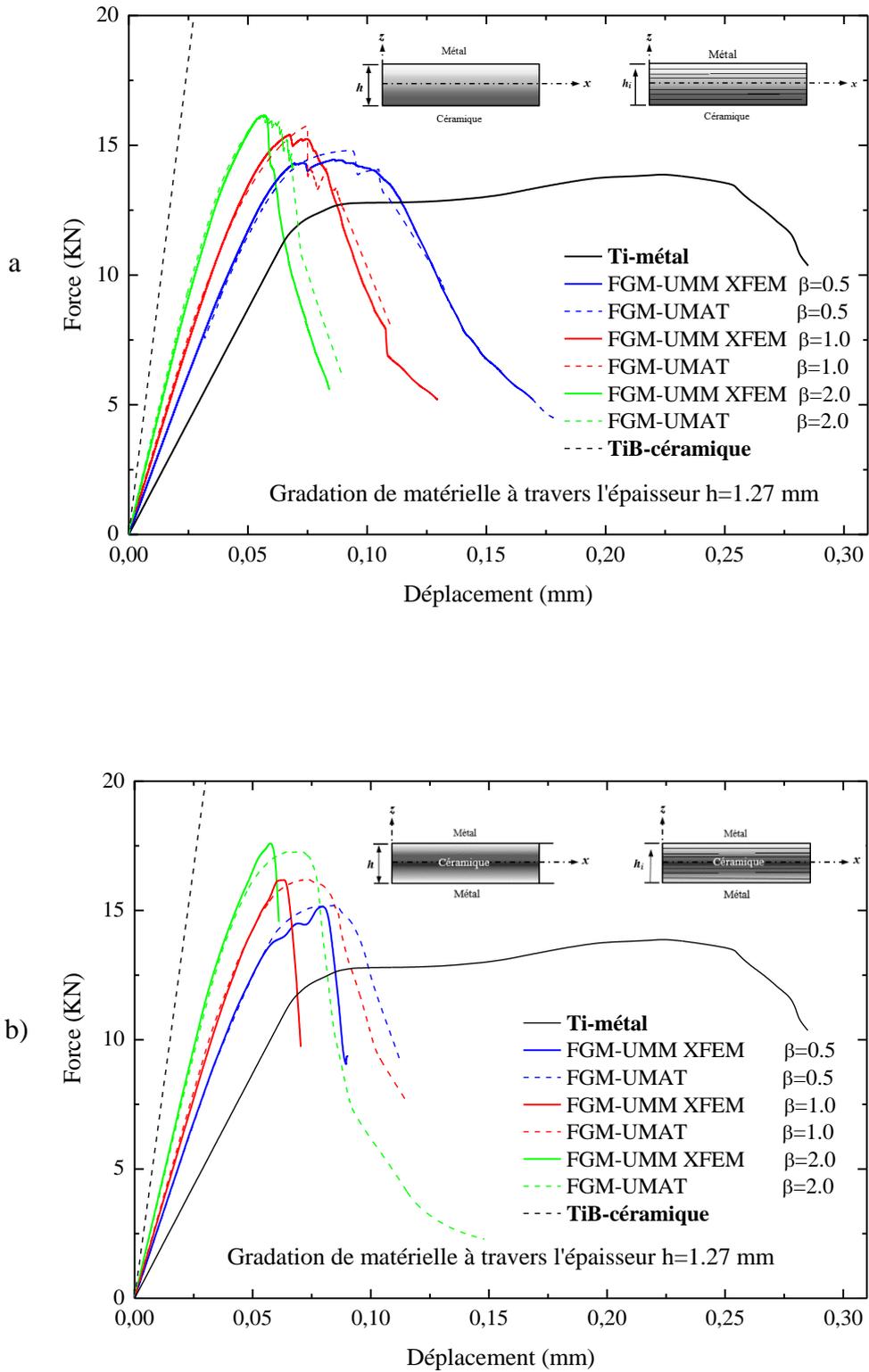


Figure IV.4 : Les courbes de charge - déplacement des deux techniques UMM et UMAT en fonction des valeurs de l'exposant β dans le cas a) la gradation simple du FGM (Ti/TiB) à travers l'épaisseur et b) de la gradation symétrique du FGM (Ti/TiB) à travers l'épaisseur.

Pour cette partie d'étude on a analysé la réponse de notre structure FGM (Ti/TiB) sous le chargement jusqu'à sa rupture et sur le chemin et la vitesse de propagation. Dans la conception de variation matérielle suivant l'épaisseur dans le FGM (Ti/TiB), il est important d'analyser la propagation de la fissure dans les deux côtés, celle de céramique et du métal. L'utilisation de la technique XFEM dans la méthode de UMM présente l'avantage d'avoir une séparation dans la structure par création d'une fissure, cette dernière nous a permis par la suite d'analyser son chemin et la charge appropriée à sa propagation. D'après les résultats on constate que La fissure s'initie au voisinage de l'entaille dans la zone de concentration de contraintes en se propageant vers le bord libre de la structure suivant sa mi-largeur. La vitesse de propagation de la fissure est identifiée par la détermination de la variation de force dans chaque côté pour faire propager la fissure.

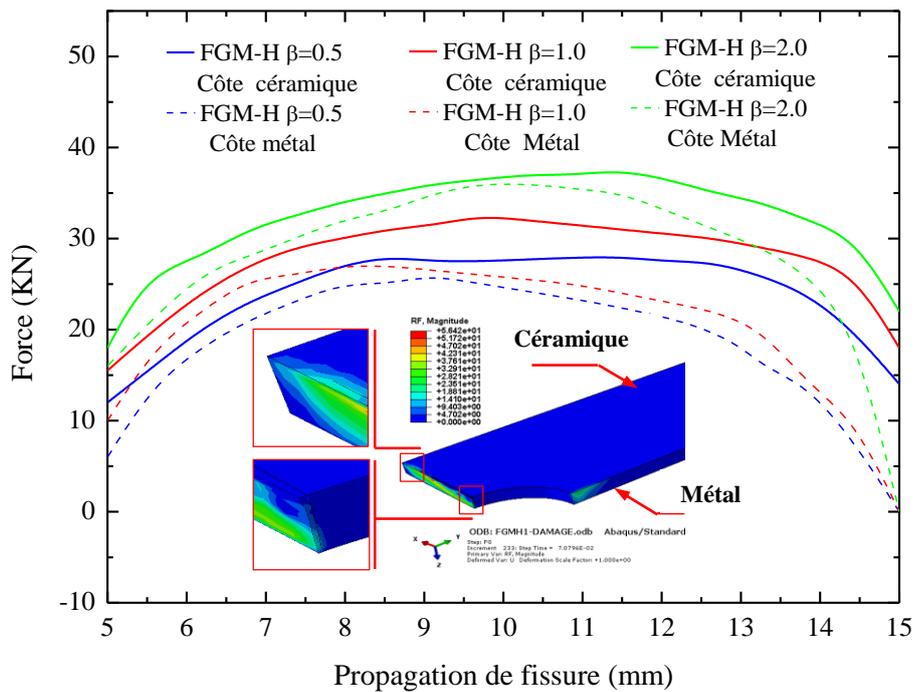


Figure IV.5 : Courbe charge – propagation de fissure de l'UMM avec effet des valeurs de l'exposant β du côté du métal Ti et de la céramique TiB.

La figure IV.5 présente l'effet de l'exposant de fraction volumique de FGM (Ti/TiB) sur le niveau de charge appliqué pour faire avancer la fissure dans la plaque FGM (Ti/TiB) gradué suivi le sens de l'épaisseur. Au début on a observé un déclenchement avec propagation de la fissure dans le cotée fragile (couche céramique) avec une vitesse de

propagation l'épaisseur du plaque (vers cote métal), est après certaine longueur de propagation environ de 8 mm ont à observer un déclanchement de la fissure dans le coté métal (voir l'image dans la figure IV.5). Ce dernier ralentisse l'avancement par effet de plasticité et l'énergie absorber par déformation irréversible dans le coté métal.

Donc le métal est un acteur important dans la vitesse de propagation de la fissure dans le FGM, notre perdition numérique présente l'effet réel dans le travail de l'expérimental de Koohbora *et al* [141].

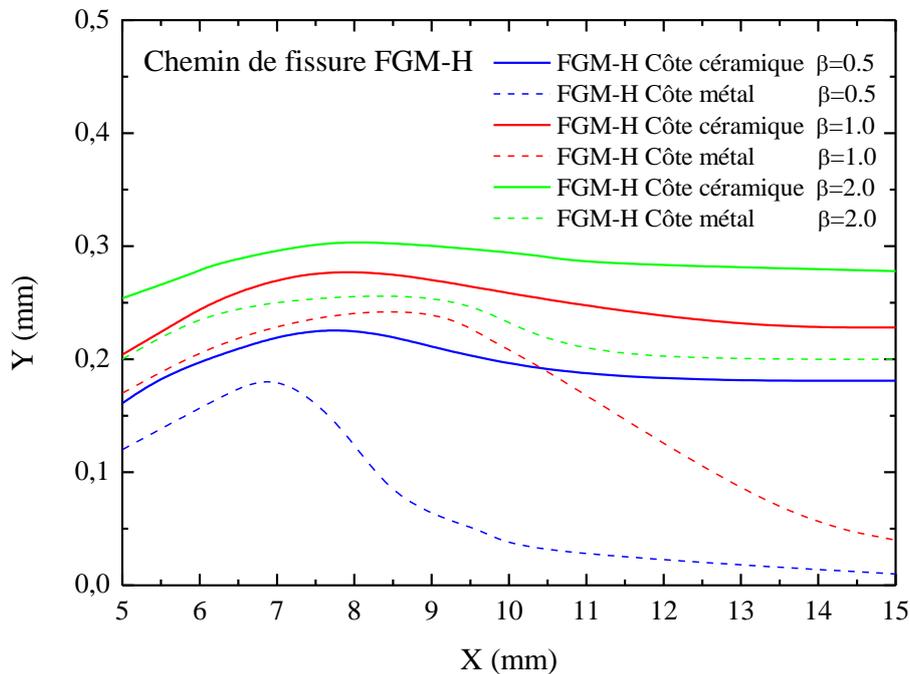


Figure IV.6 : Chemin de propagation des fissures avec effet des valeurs de l'exposant β du côté du métal et de la céramique.

La figure IV.6. Présente le chemin de propagation de la fissure dans le plan (x, y) pour la plaque gradué suivant l'épaisseur. D'après la figure on à observer un amorçage de la fissure décalé suivant la direction (y) au voisinage de l'entaille entre les deux côtés de la plaque (céramique et métal) qui traduisent toujours l'effet de plasticité du métal dans le FGM (Ti/TiB). Le chemin de propagation presque reste constant dans les trois cas par effet de paramètre de fraction volumique ($\beta=0.5$, $\beta=1.0$ et $\beta=2.0$). De plus on remarque qu'au bord de la plaque l'effet de plasticité éloigne la séparation de la plaque entre les différents cas étudié.

IV.2.2 Gradation de matérielle en fonction le rayon de l'entaille

La gradation de notre structure suivant le rayon de l'entaille est une distribution matérielle dans le plan de la plaque de sorte qu'avec cette conception le même matériau se trouve au niveau de l'entaille et donc même résistance suivant l'épaisseur au niveau de l'entaille, contrairement à la conception de gradation matérielle suivant l'épaisseur ou au niveau de l'entaille suivant l'épaisseur on a une différence de comportement.

Deux cas de gradation matérielle ont été analysés, celle dans le cas où l'entaille est riche en métal et dans l'autre cas où l'entaille est riche en céramique. La fonction de gradation pour cette conception suivant le rayon de l'entaille pour les deux cas, montre que l'un des deux matériaux se présente en pourcentage important et identique autour de l'entaille, et qui se dégrade continuellement par cordonnée pour UMAT et par éléments finis pour UMM au fur et mesure que la variation matérielles ou sens de rayon augmente jusqu'au bord le plus loin de la structure.

La figure IV.7 représente la réponse de la structure à la charge appliquée en fonction du déplacement pour les deux cas de conceptions matérielle de FGM.

On remarque une bonne concordance entre les deux techniques UMM et UMAT de la réponse de la structure au chargement jusqu'à son endommagement pour toutes les valeurs de l'exposant β de fraction volumique.

Dans ce cas la réponse de la structure jusqu'à leur endommagement sous l'effet de l'exposant de la fraction volumique β se distingue suivant le sens de distribution matérielle. Pour le cas où l'entaille est riche en métal, on constate une présence du domaine plastique étendu de FGM-R (Ti/TiB) qui se traduit par un allongement important de la structure. Un endommagement ductile qui se produit par l'effet de l'exposant de la fraction volumique β à des mêmes niveaux de charge maximale à supporter mais avec des rigidités différentes.

Dans le cas où l'entaille est riche en céramique, le comportement du FGM-R (Ti/TiB) devient de plus en plus fragile avec une diminution du domaine plastique et l'endommagement est fragile mais à des niveaux importants de charges maximales à supporter et identiques par effet de l'exposant de gradation β de la fraction volumique. On constate que plus la structure est riche en céramique plus le FGM-R (Ti/TiB) est rigide et que l'endommagement est très sensible à l'effet du sens de gradation matérielle.

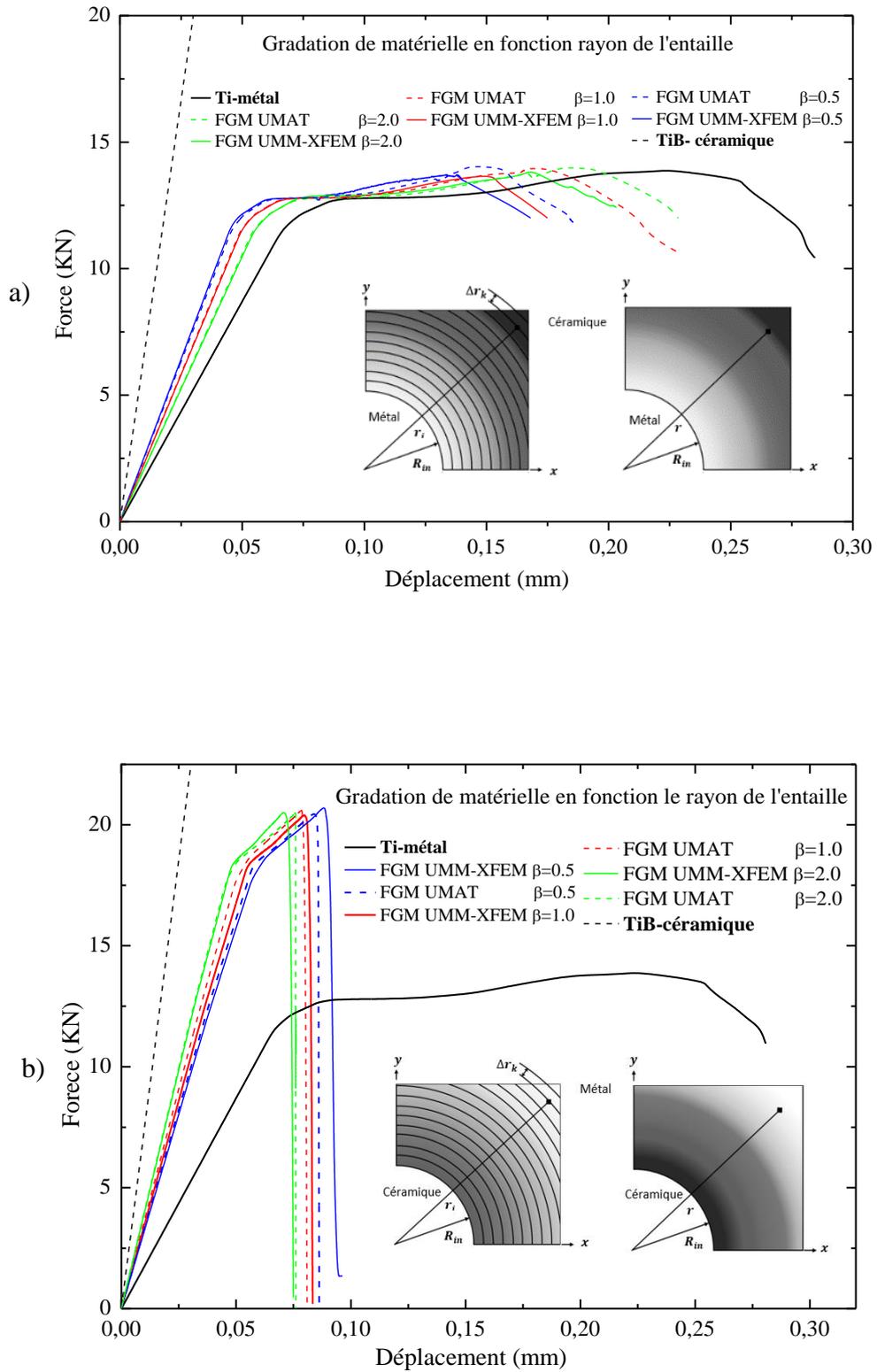


Figure IV.7 : Courbes charge-déplacement des deux techniques UMM et UMAT en fonction l'exposant β dans le cas d'une direction gradient en rayon de FGM (Ti/TiB), a) l'entaille riche en métal et b) l'entaille riche en céramique.

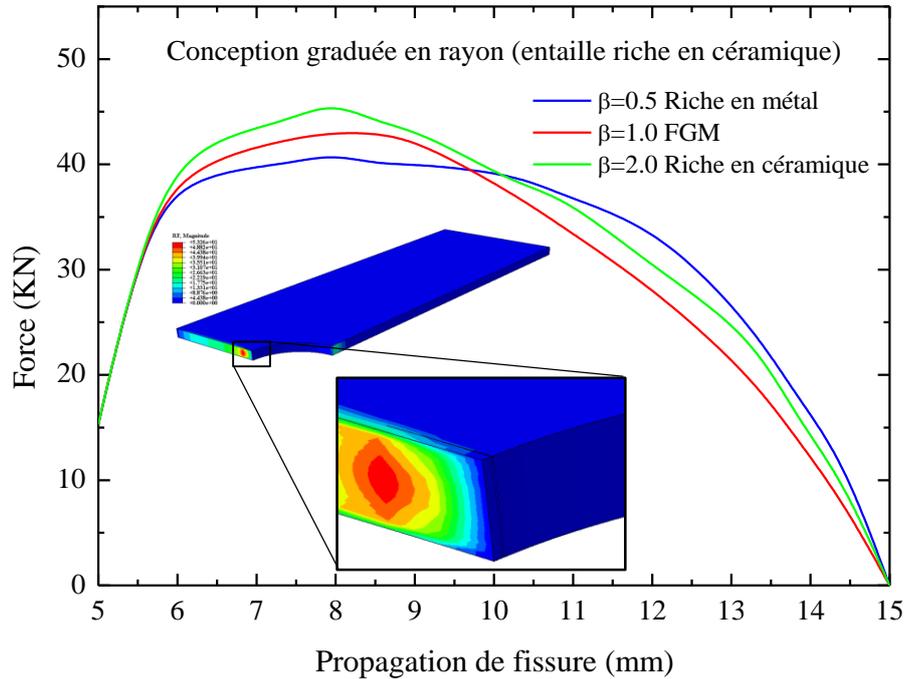


Figure IV.8 : Courbe charge- propagation de fissure d'UMM avec effet des valeurs de l'exposant β dans le cas d'une conception gradient en rayon de FGM Ti/TiB (entaille riche en céramique).

La figure IV.8 présente la quantité de charge nécessaire pour faire avancer la fissure autrement dit (vitesse de propagation). Cette vitesse a été évaluée par l'effet de l'indice fraction volumique, plus le FGM (Ti/TiB) est riche en céramique plus la longueur critique nécessite plus de charge pour le faire avancer, cette longueur critique c'est à laquelle la résistance de la structure est dépendante, une fois que la longueur de fissure dépasse cette longueur, l'avancement sera très rapide pas besoin d'une charge importante pour le faire avancer. On constate aussi que l'initiation de la fissure est provoquée par le même niveau de chargement pour les différentes valeurs de l'indice fraction volumique (présence de céramique dans l'entaille), mais elle se diffère au cours de sa propagation

Dans la figure IV.9, on a analysé le chemin de propagation de la fissure par effet de l'indice de fraction volumique dans le plan (x, y) de notre plaque graduée suivant le rayon. Dans ce sens de gradation l'entaille reste le lieu d'initiation de la fissure suite à la concentration importante de contrainte. Une fois la fissure s'éloigne de la zone de concentration de contrainte le chemin de propagation de la fissure se dévie vers la mi-longueur au bord de la plaque.

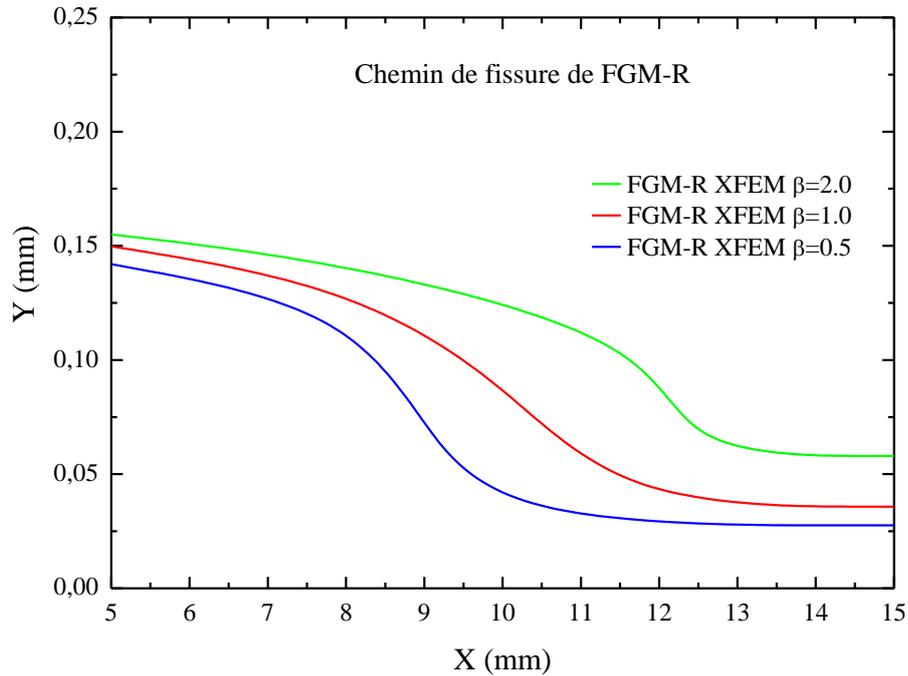


Figure IV.9 : Propagation des fissures avec effet des valeurs de l'exposant β dans le cas d'une conception gradient en rayon de FGM (Ti/TiB).

IV.2.3 V.2.3. Gradation de matérielle suivant 3D

Cette conception de gradation matérielle du FGM en trois dimensions a l'avantage d'ouvrir un nouvel axe de recherche par l'optimisation de la résistance des structures géométriquement affaiblies par une bonne caractérisation de la fonction de gradation. Une comparaison entre les deux techniques de UMAT et UMM ont été établit pour cette conception en trois dimensions, afin de présenter l'efficacité de ces deux approches numériques. Il est aussi important de signaler que la difficulté de cette conception se présente dans la convergence et le temps de calcul qui est beaucoup plus important pour la technique de UMAT que celle de UMM, par le fait qu'elle exige une incrémentation de calcul allons jusqu'à 10^{-6} qui est causé par la gradation continue par coordonnées (x, y, z) .

La stratégie de gradation en 3D a été opté de façon à ce que la structure FGM-3D est riche en céramique au niveau de l'entaille cela afin d'éviter toute problème de convergence de calcul numérique et d'éviter la plastification ; cas du métal, qui nécessite plus de temps de calcul.

La fonction de gradation pour cette conception en 3D assure que le céramique se présente au niveau de l'entaille à 100% et se dégrade au milieu de l'épaisseur et suivant le plan de la structure FGM en présence du métal (Figure IV.10).

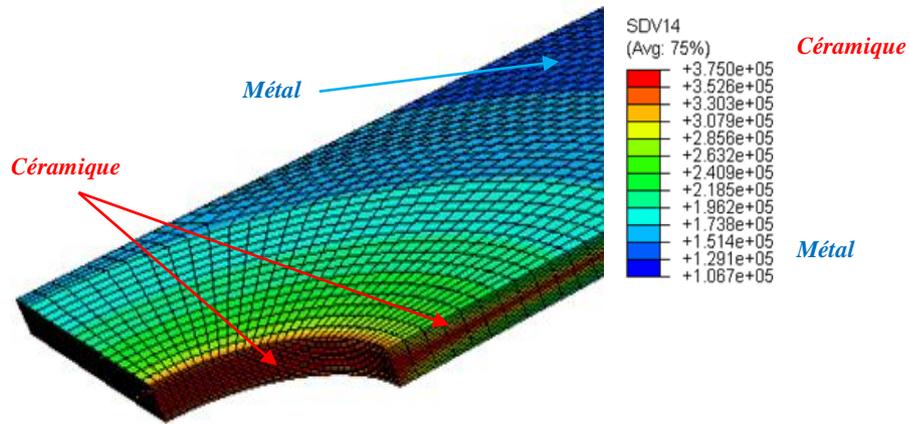


Figure IV.10 : Présentation du module de Young dans des directions gradation en trois dimensions.

Cette gradation est en fonction de l'exposant β (Figure IV.11).

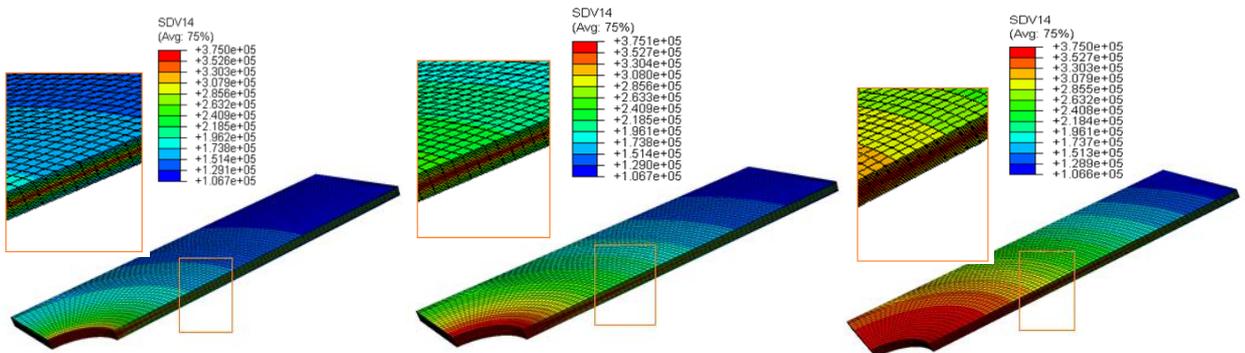


Figure IV.11 : Présentation du module de Young de FGM (Ti/TiB) avec l'effet de l'exposant β dans le cas de directions gradation en trois dimensions (3D)

L'analyse de l'endommagement de la structure FGM (Ti/TiB) en gradation 3D sous forme force-déplacement est présentée dans la Figure IV.12.

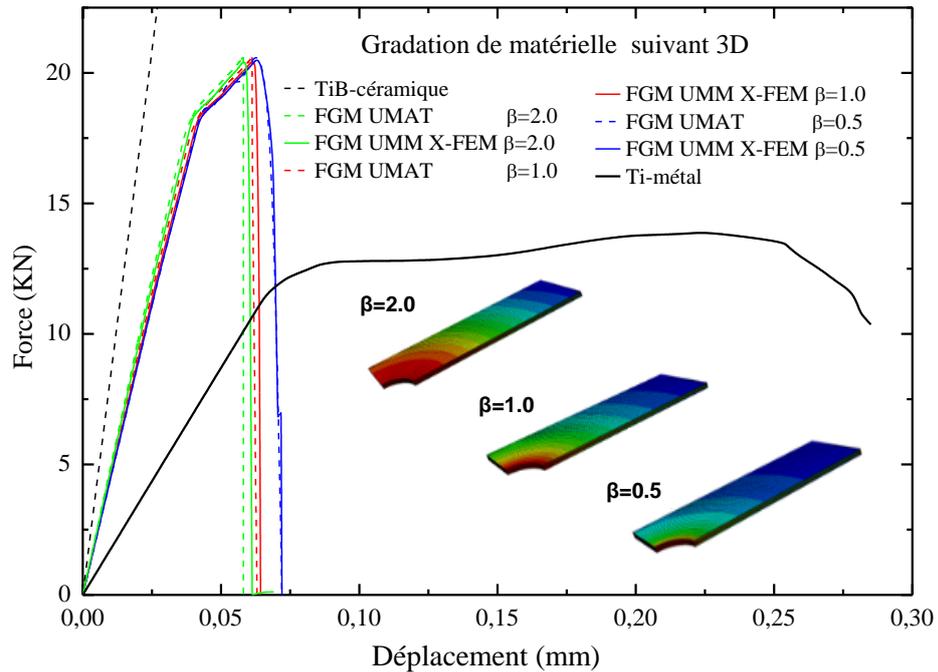


Figure IV.12 : Courbe charge -déplacement de deux techniques comparées UMM et UMAT avec effet des valeurs d'exposant β dans le cas de directions gradation 3D de FGM (Ti/TiB).

On remarque d'après la figure.IV.12 une bonne convergence des résultats entre les deux techniques utilisées dans ce travail. La courbe force-déplacement de notre structure FGM (Ti/TiB) représente un comportement fragile jusqu'à leurs endommagement avec un écrouissage, qui s'explique par la présence localisée du céramique au niveau de la zone la plus faible de la structure celle de l'entaille. L'effet de l'exposant n est légèrement apparu dans la déformation globale de la structure pour une valeur de $\beta=0.5$ (moins riche en céramique). L'initiation localisée de l'endommagement est toujours conditionné par la présence de l'entaille d'où l'idée de cette conception en 3D qui provoque une augmentation de la charge par rapport aux autres conceptions.

La figure IV.13 présente la force appliquer pour faire avancer la fissure sous l'effet de l'indice de fraction volumique d'une plaque graduer en trois dimension, presque la même force appliquer qui avance la fissure, raisonner par la présence de céramique qui est toujours marquer dans l'entaille pour les différents indice de fraction volumique. Malgré la gradation en trois dimensions la longueur critique reste toujours inferieur à celle du métal provoqué presque par le même niveau de la charge.

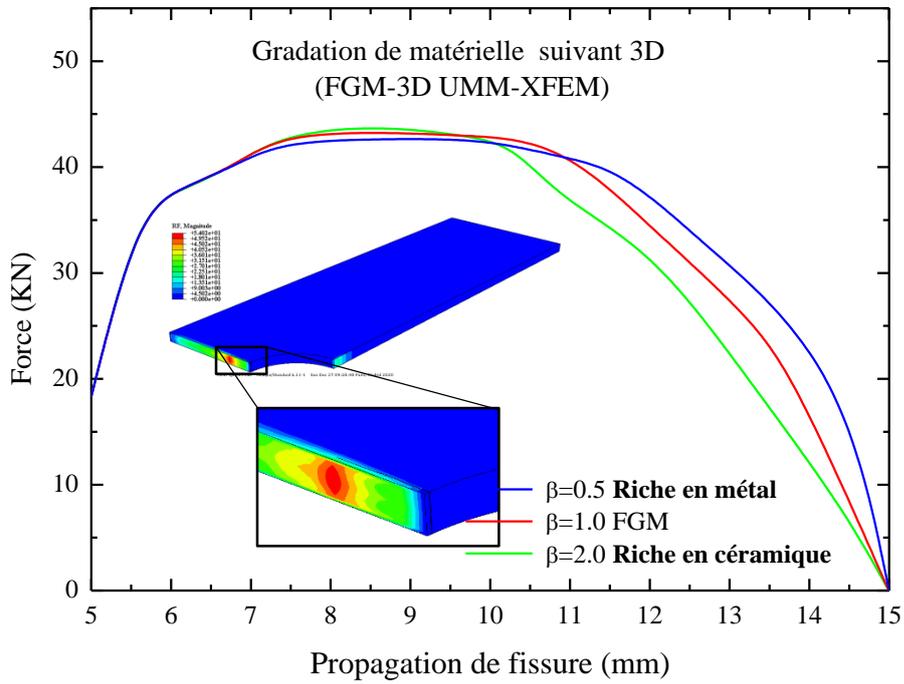


Figure IV.13 : Courbe force – propagation de fissure de l'UMM avec effet de l'exposant β dans le cas d'une gradation tridimensionnelle (céramique riche en entaille) de FGM (Ti/TiB).

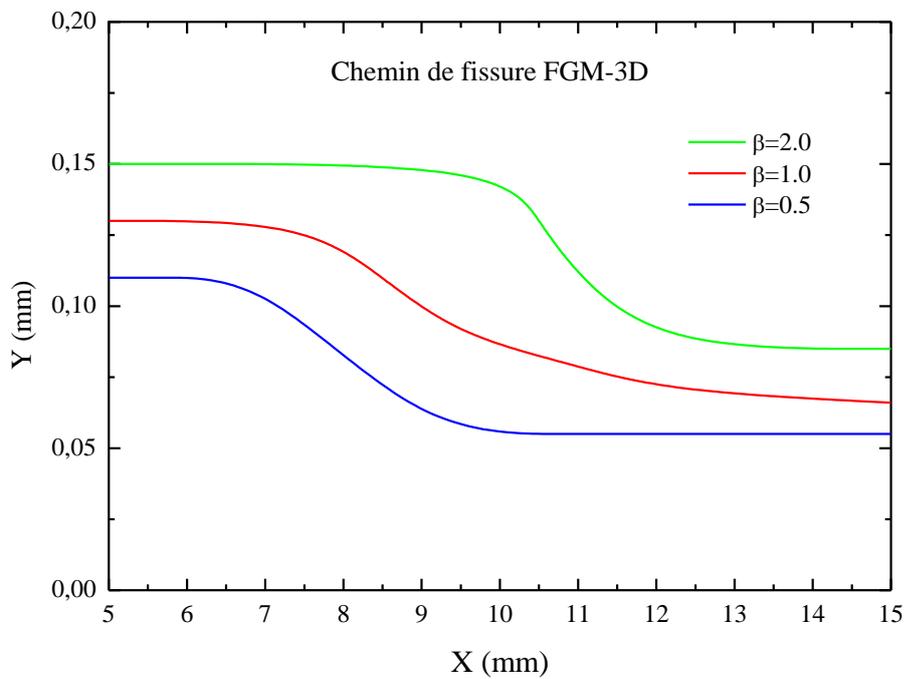


Figure IV.14 : Chemin de propagation de la fissure avec effet de l'exposant β dans le cas variation 3D.

La zone d'amorçage et le chemin de propagation de fissure par effet de la fraction volumique dans la conception d'une gradation en trois dimension est bien montré dans la figure IV.14. En constate clairement que l'amorçage et le chemin de propagation de fissure est en grande partie conditionner par le sens de gradation suivant le rayon que l'épaisseur. La présence de la plasticité issue de la présence du métal dans la structure provoque un changement dans le chemin propagation suivre le plans (x, y) ,

IV.3 Conclusion

Suivant les résultats présentés dans ce chapitre, un bon accord est montré entre les solutions de simulation numériques par éléments finis (FE) et les résultats expérimentaux dans notre travail. Plusieurs exemples numériques ont été établis en prenant en considération la sensibilité de maillage (pour les deux techniques) afin d'aboutir à un modèle final. Ce modèle est non seulement précis, mais fournit aussi une approche simple pour prédire l'endommagement suivant les différents types de gradation de FGM.

Concernent la technique UMAT, il faut indiquer que le comportement couplée endommagement-plastique évite avec succès le problème de sensibilité du maillage et est plus robuste et stable lors de la simulation de l'endommagement de FGM.

La technique UMM utilisée est très adéquate avec la méthode XFEM, cette dernière introduit un enrichissement dans les éléments par une augmentation de la qualité d'approximation des fonctions, permettant aussi d'amorcer et de prédire aisément le chemin de propagation de fissure. L'hétérogénéité de FGM est introduite dans le modèle UMM par élément, la dégradation de chaque élément commence lorsque les contraintes satisfont aux critères d'amorçage. Cependant, l'initiation et la direction de fissure est liée à ces éléments.

La méthode UMM reste beaucoup plus fiable et présente aussi un temps de calcul réduit à celle de la méthode employée par les deux sous-programmes UMAT et HARD.

Conclusion et perspectives

Conclusion générale et perspectives

L'objectif principal de ce travail a été de contribuer à établir une méthodologie permettant de prédire le comportement d'un FGM à partir de la connaissance de ses constituants et en se basant sur les modèles micromécaniques (Loi de mélange modifié).

Dans cette optique, nous avons présenté en début une synthèse sur les FGMs ainsi que les différentes recherches effectuées dans l'analyse de leur comportement mécanique. Une description en détail des différents concepts de gradation de ces matériaux et de leurs homogénéisations permet d'avoir une idée sur le développement des différentes équations des modèles micromécaniques.

La variation spatiale et progressive des propriétés de FGM permet de proposer des concepts de gradation pour des structures innovantes et qui peuvent être exploitées dans de nombreux domaines d'application. La technique UMM nous donne l'avantage de varier plus de deux matériaux dans le FGM.

La présence de l'entaille dans notre structure a pour objet de localiser l'initiation de la fissure et de solliciter plus rapidement l'endommagement de notre structure.

Le présent travail a démontré l'efficacité des résultats numériques comparés avec de l'expérimental en utilisant la technique proposée UMM par rapport au comportement élastique-plastique et de l'endommagement d'une structure en présence d'une entaille circulaire centrale en FGM (Ti/TiB). Malgré tous les essais de convergence des résultats numériques pris pour les modèles UMAT et UMM, il y'a toujours un écart minimal de valeurs, surtout par rapport à la partie plastique.

Les résultats numériques obtenus dans cette étude permettent de déduire les conclusions suivantes :

- Résultats d'endommagement entre UMM et UMAT ne sont pas beaucoup plus décalés, vu que les propriétés de la structure dans les deux techniques sont limitées par les mêmes valeurs aux extrémités bien qu'ils aient différenciés par gradation à l'intérieur de la structure. Ce qui explique le rapprochement de la réponse vers la force maximale dans les deux techniques UMAT et UMM.
- La résistance de la structure en FGM (Ti/TiB) dépend fortement de l'orientation de la direction de gradation par rapport à la charge appliquée d'où l'idée de gradation en trois dimensions.

- Les limites en pourcentage et ça façon de gradation des deux différents constituants dans le FGM conditionnent la capacité de résistance.
- Dans tous les cas, l'endommages des plaques FGM (Ti/TiB) se produit au niveau de l'entaille autour de laquelle la structure est affaiblie.
- L'endommagement se progresse dans la structure FGM (Ti/TiB) continuellement grâce à la technique de séparation XFEM mettre en place.
- Le chemin de la propagation de fissure dans les FGMs est conditionné par l'orientation de la gradation suivant la charge appliqué.
- la vitesse de propagation de fissure dans les FGMs est on fonction de la fragilité ou de la ductilité des éléments gradués constituant le FGM.
- La technique de gradations par rangée d'élément finis UMM est plus proche au mode d'élaboration du FGM que celle de la technique UMAT qui se graduer en précision et en coordonnée des matériaux constituant de FGM.

À la lumière des arguments ci-dessus, et par l'utilisation de la nouvelle technique UMM ce travail a fourni une modélisation appropriée pour plus de problème, sur les prévisions de l'endommagement en comportement élastique-plastique dans les structures FGMs gradué par n'importe quelle loi et suivant n'importe quelle direction, et il peut également être intéressant pour d'autres recherches.

Références

- [1] Holt, J., B Koizumi, Mitsue., Hirai, Toshio, Munir, Z A. (1993). Ceramic Transactions. Functionally Gradient Materials. *International ceramic science and technology congress*, San Francisco, CA (United States), 34,p 3-10.
- [2] Suresh, S., & Mortensen, A. (1997). Functionally graded metals and metal-ceramic composites: Part 2 Thermomechanical behaviour. *International Materials Reviews*, 42(3), 85–116, doi:10.1179/imr.1997.42.3.85.
- [3] Aydogdu, M., & Taskin, V. (2007). Free vibration analysis of functionally graded beams with simply supported edges. *Materials & Design*, 28(5), 1651–1656, doi: 10. 1016/j.matdes.2006.02.007.
- [4] Aboudi, J., Arnold, S. M., & Pindera, M.-J. (1994). Response of functionally graded composites to thermal gradients. *Composites Engineering*, 4(1), 1–18, doi: 10.1016 /0961-9526(94)90003-5.
- [5] Pindera, M.-J., Aboudi, J., & Arnold, S. M. (2005). Thermomechanical Analysis of Functionally Graded Thermal Barrier Coatings with Different Microstructural Scales. *Journal of the American Ceramic Society*, 81(6), 1525–1536, doi:10.1111 /j. 1151-2916.1998.tb02512.x.
- [6] Lee, Y.-D., & Erdogan, F. (1995). Residual/thermal stresses in FGM and laminated thermal barrier coatings. *International Journal of Fracture*, 69(2), 145–165, doi: 10.1007/bf00035027.
- [7] Ramaswamy, P., Seetharamu, S., Varma, K. B. R., & Rao, K. J. (1997). Al₂O₃/ZrO₂ composite coatings for thermal-barrier applications. *Composites Science and Technology*, 57(1), 81–89, doi: 10.1016/s0266-3538(96)00111-x
- [8] Tilbrook, M. T., Rozenburg, K., Stiffer, E. D., Rutgers, L., & Hoffman, M. (2006). Crack propagation paths in layered, graded composites. *Composites Part B: Engineering*, 37(6), 490–498, doi:10.1016/j.compositesb.2006.02.012.
- [9] Ke, L.-L., Wang, Y.-S., Yang, J., & Kitipornchai, S. (2012). Nonlinear free vibration of size-dependent functionally graded micro beams. *International Journal of Engineering Science*, 50(1), 256–267,doi:10.1016/j.ijengsci.2010.12. 008.
- [10] Kawasaki, A., & Watanabe, R. (1987). Finite Element Analysis of Thermal Stress of the Metal/Ceramic Multi-Layer Composites with Controlled Compositional Gradients. *Journal of the Japan Institute of Metals and Materials*, 51(6), 525–529, doi:10.2320/jinstmet1952.51.6_525
- [11] Tampieri, A. (2001). Porosity-graded hydroxyapatite ceramics to replace natural bone. *Biomaterials*, 22(11), 1365–1370, doi: 10.1016/s0142-9612(00)00290-8.
- [12] Mehrali, M., et al., (2013), Dental implants from functionally graded materials. *J Biomed Mater Res A*, 101(10): p. 3046-57.
- [13] Shabana YM, Noda N. (2001). Thermo-elasto-plastic stresses in functionally graded materials subjected to thermal loading taking residual stresses of the fabrication process into consideration. *Composites Part B: Engineering*, 32(2):111-121.

- [14] Ozturk A, Gulgec M. (2011). Elastic–plastic stress analysis in a long functionally graded solid cylinder with fixed ends subjected to uniform heat generation. *International Journal of Engineering Science*, 49(10): 1047-1061
- [15] Mohammadi, M.; Dryden, J.R.; Jiang, L. (2011). Stress concentration around a hole in a radially inhomogeneous plate. *International Journal of Solids and Structures*, 48, 483–491.
- [16] Yang, Q.; GAO, C.F. (2016). Reduction of the stress concentration around an elliptic hole by using a functionally graded layer. *Acta Mechanica*, 227, 2427–2437.
- [17] Dave, J.M.; Sharma, D.S. (2018). Stress field around rectangular hole in functionally graded plate. *International Journal of Mechanical Sciences*, 136, 360–370.
- [18] Goyat, V.; Verma, S.; Garg, R.K. (2018). Reduction in stress concentration around a pair of circular holes with functionally graded material layer. *Acta Mechanica*, 229, 1045–1060.
- [19] Sburlati, R.; Atashipour, S.R.; Atashipour, S.A. (2014). Reduction of the stress concentration factor in a homogeneous panel with hole by using a functionally graded layer. *Compos. Part B Eng*, 61, 99–109.
- [20] Yang, Y.; Cheng, Y.; Zhu, W. (2018). Stress concentration around a rectangular cuboid hole in a three-dimensional elastic body under tension loading. *Archive of Applied Mechanics*, 88, 1229–1241.
- [21] Kubair, D.V.; Bhanu-Chandar, B. (2008). Stress concentration factor due to a circular hole in functionally graded panels under uniaxial tension. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50, 732–742.
- [22] Kim, J.H.; Paulino, G.H. (2002). Isoperimetric graded finite elements for nonhomogeneous isotropic and orthotropic materials. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 69(4), 502-514. doi.org/10.1115/1.14 670 94.
- [23] Ueda, S., (2001). Elasto-plastic analysis of W-Cu functionally graded materials subjected to a thermal shock by micromechanical model. *Journal of Thermal Stresses*, 24(7): p. 631-649.
- [24] Zivelonghi, A. and J.-H. You, (2014). Mechanism of plastic damage and fracture of a particulate tungsten-reinforced copper composite: A microstructure based finite element study. *Computational Materials Science*, 84: p.318-326.
- [25] Tilbrook, M., L. Rutgers, R.J. Moon and M. Hoffman, (2005). Fracture and Fatigue Crack Propagation in Graded Composites. *Materials Science Forum*, 492-493: p. 573-580.
- [26] Reid A. Larson, A. Palazotto, (2009). Property Estimation in FGM Plates Subject to Low-Velocity Impact Loading. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 4(7) ,p.1429-1451,doi:10.2140/JOMMS.2009.4.1429
- [27] M.S. Kirugulige & H.V. Tippur, (2006). Mixed-Mode Dynamic Crack Growth in Functionally Graded Glass-Filled Epoxy. *Experimental Mechanics*, 46: 269–281, doi:10.1007/s11340-006-5863-4.
- [28] Duc Hong Doan, Tinh Quoc Bui, Nguyen Dinh Duc, Kazuyoshi Fushinobu, (2016). Hybrid phase field simulation of dynamic crack propagation in functionally graded glass-filled epoxy. *Composites Part B*, doi: 10.1016/j.compositesb.2016.06.016.

- [29] S. Bhattacharya · I. V. Singh · B. K. Mishra · T. Q. Bui, (2013). Fatigue crack growth simulations of interfacial cracks in bi-layered FGMs using XFEM. *Computational Mechanics*, DOI 10.1007/s00466-013-0845-8.
- [30] Peng Liu , Tiantang Yu , Tinh Quoc Bui , Chuanzeng Zhang.(2013).Transient dynamic crack analysis in non-homogeneous functionally graded piezoelectric materials by the X-FEM. *Computational Materials Science*, 69 ,542–558 .
- [31] Tuan H.A. Nguyen, Tinh Quoc Bui, Sohichi Hirose, (2018). Smoothing gradient damage model with evolving anisotropic nonlocal interactions tailored to low-order finite elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 328 , 498–541.
- [32] Kuhl, E. and E. Ramm, (1999). Simulation of strain localization with gradient enhanced damage models. *Computational Materials Science*, 16(1-4): p. 176-185.
- [33] Zhu, Y.Y. and S.Cescotto, (1995). A fully coupled elasto-viscoplastic damage theory for anisotropic materials. *International Journal of Solids and Structures*, 32(11): p. 1607-1641.
- [34] Toi, Y. and J.M. Lee, (2002). Thermal elasto-visco-plastic damage behavior of structural members in hot-dip galvanization. *International Journal of Damage Mechanics*, 11(2): p. 171-185.
- [35] Gunes, R., M. Aydin, M.K. Apalak and J.N. Reddy, (2011). The elasto-plastic impact analysis of functionally graded circular plates under low velocities. *Composite Structures*, 93(2): p. 860-869.
- [36] Zhang, Z.J. and G.H. Paulino, (2005). Cohesive zone modeling of dynamic failure in homogeneous and functionally graded materials. *International Journal of Plasticity*, 21: p. 1195–1254.
- [37] Xu, X. and A. Needleman, (1995). Numerical simulations of dynamic crack growth along an interface. *International Journal of Fracture*, 74: p.289-324.
- [38] M. Amine Bellali, M.Mokhtari, H. Benzaama, F. Hamida, B.Serier and K. Madani.(2020). Using CZM and XFEM to predict the damage to aluminum notched plates reinforced with a composite patch. *Journal of mechanics of materials and structures*, vol. 15, no. 2, dx.doi.org/10.2140/jomms.2020.15.185
- [39] Benamar Badr, Mokhtari Mohamed, Madani Kouider. (2019). Using a cohesive zone modeling to predict the compressive and tensile behavior on the failure load of single lap bonded joint Fratturaed. *Integrità Strutturale*, 50 ,112-125, doi: 10.3221/IGF-ESIS.50.11
- [40] Song, J.-H., P.M.A. Areias and T. Belytschko, (2006). A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 67(6): p. 868-893.
- [41] Voyiadjis, G.Z. and N. Mozaffari, (2013). Nonlocal damage model using the phase field method: theory and applications. *International Journal of Solids and Structures*, 50(20-21): p. 3136-3151.
- [42] Shojaei, A. and G. Li, (2013.). Visco-plasticity analysis of semi crystalline polymers: A multi scale approach within micromechanics framework. *International Journal of Plasticity*, 42: p. 31-49.

- [43] Shojaei, A., G. Li, J. Fish and P.J. Tan, (2014). Multi-scale constitutive modeling of ceramic matrix composites by continuum damage mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, 51(23-24): p. 4068-4081.
- [44] Murakami, S., (2012). Continuum damage mechanics: A continuum mechanics approach to the analysis of damage and fracture, ed. G.M.L.Gladwell.
- [45] Simo, J.C. and J.W. Ju, (1987). Strain and stress based continuum damage models-II. Computational Aspects. *International Journal of Solids and Structures*, 23(7): p. 841-869.
- [46] Armero, F. and S. Oller, (2000). A general framework for continuum damage models. I. Infinitesimal plastic damage models in stress space. *International Journal of Solids and Structures*, 37: p. 7409-7436.
- [47] Mariana R. R. Seabra, Primož Šuštarč, Jose M. A. Cesar, Tomaž Rodič, (2013). Damage driven crack initiation and propagation in ductile metals using XFEM. *Computational Mechanics* , 52, 161–179, <https://doi.org/10.1007/s00466-012-0804-9>
- [48] Abu Al-Rub, R.K. and G.Z. Voyiadjis, (2003.).On the coupling of anisotropic damage and plasticity models for ductile materials. *International Journal of Solids and Structures*, 40(11): p. 2611-2643.
- [49] Tham, C.L., Z. Zhang and A. Masud, (2005). An elasto-plastic damage model cast in a co-rotational kinematic framework for large deformation analysis of laminated composite shells. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(21-24): p. 2641-2660.
- [50] Kuhl, E., E. Ramm and R.d.Borst, (2000). An anisotropic gradient damage model for quasi-brittle materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183: p. 87-103.24
- [51] Chow, C.L. and J. Wang, (1987). An anisotropic theory of elasticity for continuum damage mechanics. *International Journal of Fracture*, 33(3-16).
- [52] Oxman, N., Keating, S. and Tsai, E. (2011). Functionally Graded Rapid Prototyping. *Mediated Matter Group*, MIT Media Lab
- [53] Niino, M. et. Al. (1984). Fabrication d'une chambre de poussée à haute pression par la méthode de formage CIP, *AIAA Paper*, No. 84-1227.
- [54] Umekawa, S., & Momoshima, S. (1992). Composites in Japan. *Composites Engineering*, 2(8), 677–690, doi: 10.1016/0961-9526(92)90025-2.
- [55] Nabil, F., Emmanuel, B., Mohamed, G., Claudia, C., Christian, C., Olivier, R, (2011). Matériaux composites alumine/aluminium à gradient de fonction: modélisation numérique pour le calcul de la conductivité thermique effective, *20ème Congrès Français de Mécanique*, Besançon,
- [56] Markworth, A., Ramesh, K. & Parks Jr, W. (1995). Études de modélisation appliquée à des matériaux fonctionnellement classés. *Journal of Materials Science*, 30, 2183-2193, 10, 1007/BF01184560.
- [57] Finot, M., Blech, I. A., Suresh, S., & Fujimoto, H. (1997). Large deformation and geometric instability of substrates with thin-film deposits. *Journal of Applied Physics*, 81(8), 3457–3464. doi:10.1063/1.365042).

- [58] Mahamood, R.M., Akinlabi, E.T. (2017). Functionally graded materials. Topics in Mining. *Metallurgy and Materials Engineering*. Springer, doi: 10.1007/978-3-319-53756-6.
- [59] Miyamoto, Y., Kaysser, WA, Rabin, BH, Kawasaki, A., Ford, RG (Eds.), (1999). Matériaux fonctionnellement classés: Conception, traitement et applications, 10.1007 / 978-1-4615-5301-4, Volume (5), Springer, États-Unis.
- [60] Öchsner, A., Murch, G.E. and Lemos, M.J.S. (2008), *Cellular and Porous Materials*, WILEY-VCH, 398-417.
- [61] Jha, DK, Kant, T, Singh, RK. (2013). Free vibration response of functionally graded thick plates with shear and normal deformations effects. *Composite Structures*, 96, 799- 823
- [62] Adefemi O. Owoputi, (2018). A Review of Functionally Graded Materials: Fabrication processes and Applications. *International Journal of Applied Engineering Research*, 13(22), 16141-16151
- [63] R. M. Mahamood, E. T. Akinlabi, M. Shukla, S. Pityana, (2012). Functionally graded Material: an Overview. *Proceedings of the World Congress on Engineering*, Vol 3, WCE, July 4-6, London, UK, 2012.
- [64] Zhang, C., Chen, F., Huang, Z., Jia, M., Chen, G., Ye, Y. Lavernia, E. J. (2019). Additive manufacturing of functionally graded materials: A review. *Materials Science and Engineering: A*, 138209. doi:10.1016/j.msea.2019.138209.
- [65] Mahmood, M. & Akinlabi, E., (2017). Topics in Mining, *Metallurgy and Materials Engineering*, Springer.
- [66] Domack, M. S., & Baughman, J. M. (2005). Development of nickel-titanium graded composition components. *Rapid Prototyping Journal*, 11(1), 41–51. Doi: 10.1108/13552540510573383.
- [67] Xiaoping Qian, Deba Dutta, (2003), Design of heterogeneous turbine blade. *Computer-Aided Design*, 35:319–329,
- [68] Pierre Muller. (2013). Fabrication additive de pieces multimatériaux. *Genie mécanique, Ecole Centrale de Nantes (ECN)*, Français. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00918030>.
- [69] Bandyopadhyay A., Krishna B.V., Xue W., Bose S. (2009), Application of Laser Engineered Net Shaping (LENS) to manufacture porous and functionally graded structures for load bearing implants. *Journal of Materials Science*, 20:29–34.
- [70] Watari F., Yokoyama A., Omori M., Hirai T., Kondo H., Uo M., Kawasaki T.(2004), Biocompatibility of materials and development to functionally graded implant for bio-medical application. *Composites Science and Technology*, 64(6):893–908,
- [71] Eshelby, J. D. (1957). The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 241(1226), 376–396. doi:10.1098/rspa.1957.0133.
- [72] Bao, G., Wang, L., (1995). Multiple cracking in functionally graded ceramic/metal coatings. *International Journal of Solids and Structure*, 32, 2853-2871.

- [73] Chung, Y.L., Chi, S.H., (2001). The residual stress of functionally graded materials. *Journal of the Chinese Institute of Civil and Hydraulic Engineering*, 13, 1-9.
- [74] Delale, F., & Erdogan, F. (1983). The Crack Problem for a Nonhomogeneous Plane. *Journal of Applied Mechanics*, 50(3), 609, doi:10.1115/1.3167098.
- [75] M.M. Gasik, (1998). Micromechanical modelling of functionally graded materials, *Comput.Mater. Sci*, 13 42-55. *Computational Materials Science*, 13(1-3), 42-55
- [76] J.R. Zuiker, (1995). Functionally graded materials: choice of micromechanics model and limitations in property variation. *Composites Engineering*, 5 (7), 807-819.
- [77] J.H. Kim, G.H. Paulino, (2003). An accurate scheme for mixed-mode fracture analysis of functionally graded materials using the interaction integral and micromechanics models, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58(10):1457 - 1497
- [78] Nemat-Nasser, S., Yu, N., & Hori, M. (1993). Bounds and estimates of overall moduli of composites with periodic microstructure. *Mechanics of Materials*, 15(3), 163–181. Doi: 10.1016/0167-6636(93)90016-k.
- [79] W. Voigt, (1889). Über die Beziehung zwischen den beiden Elastizitätskonstanten isotroper Körper. *Wied Ann. Physik*, 38 573–587.
- [80] A. Reuss, (1929). Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle. *Z. Angew Math. Mech.* 9, 49–58.
- [81] T. Mori, K. Tanaka, (1973). Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Mechanica*, 21 ,571-574.
- [82] Tamura, Y. Tomota and H. Ozawa, (1973). Proceedings of the 3rd International Conference on Strength of Metals and Alloys. *Institute of Metals*, vol. 1, p. 611.
- [83] Z. Hashin, S. Shtrikman, (1963). A variational approach to the theory of elastic behavior of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11, 127-140.
- [84] R. Marur and H. V. Tippur, (1998). Evaluation of mechanical properties of functionally graded materials. *Journal of Testing and Evaluation*, 26(6),539–545.
- [85] Zimmerman R.W., (1994). Behavior of the Poisson ratio of a two-phase composite material in the high-concentration limit. *Applied Mechanics Reviews*, 47 (1S), S38-S44.
- [86] R. D. Carpenter, G. H. Paulino, Z. A. Munir and J. C. Gibeling, (2000). A novel technique to generate sharp cracks in metallic/ceramic functionally graded materials by reverse 4-point bending. *Scripta Materialia*, 43, 547-552.
- [87] Jin, Paulino., GH, Dodds., Jr, RH.(2003). Cohesive fracture modeling of elastic–plastic crack growth in functionally graded materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 70, 1885-912.
- [88] Benveniste, Y. (1987). A new approach to the application of Mori-Tanaka’s theory in composite materials. *Mechanics of Materials*, 6(2), 147–157. Doi: 10.1016/0167-6636(87)90005-6).

-
- [89] Chanter Ying Choy, Soleil Chen-Nan, Wai Jack Sin, Kah Fai Leong, Pei-Chen Su, Jun Wei, (2021). Absorption d'énergie supérieure des micro-réseaux à gradation continue grâce à la fabrication additive par faisceau d'électrons, *Prototypage virtuel et physique*, 16(1), <https://doi.org/10.1080/17452759.2020.1868656>
- [90] Zhu, J., Lai, Z., Yin, Z., Jeon, J., & Lee, S. (2001). Fabrication of ZrO₂-NiCr functionally graded material by powder metallurgy. *Materials Chemistry and Physics*, 68(1-3), 130–135, doi: 10.1016/s0254-0584(00)00355-2.
- [91] B. Kieback, A. Neubrand, H. Riedel, (2003). Processing Techniques for Functionally Graded Materials, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 362, pp. 81-106, doi: 10.1016/S0921-5093(03)00578-1.
- [92] Watanabe, Y., & Sato, H. (2011). Review Fabrication of Functionally Graded Materials under a Centrifugal Force. *Nano-composites with Unique Properties and Applications in Medicine and Industry*. Doi: 10.5772/20988.
- [93] B. Kieback, A. Neubrand, H. Riedel, (2003). Processing techniques for functionally graded materials, *Materials Science and Engineering: A*, 362 (1–2), 81-106
- [94] Biesheuvel, P. M., & Verweij, H. (2004). Calculation of the Composition Profile of a Functionally Graded Material Produced by Centrifugal Casting. *Journal of the American Ceramic Society*, 83(4), 743-749, doi:10.1111/j.1151-2916.2000.tb01268.x.
- [95] Watanabe, Y., Inaguma, Y., & Sato, H. (2011). Cold model for process of a Ni-aluminide/steel clad pipe by a reactive centrifugal casting method. *Materials Letters*, 65(3), 467–470, doi:10.1016/j.matlet.2010.10.042.
- [96] Watanabe, Y., Yamanaka, N., & Fukui, Y. (1998). Control of composition gradient in a metal-ceramic functionally graded material manufactured by the centrifugal method. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 29(5-6), 595–601, doi: 10.1016/s1359-835x(97)00121-8.
- [97] Saleh, B., Jiang, J., Faith, R., Al-Habib, Tariq, Xu, Q., Wang, L., Ma, A. (2020). 30 Years of functionally graded materials: An overview of manufacturing methods, Applications and Future Challenges. *Composites Part B: Engineering*, 108376, doi:10.1016/j.compositesb.2020.108376).
- [98] Sasaki M, Hirai T. (1994). Thermal fatigue resistance of CVD SiC/C functionally gradient material. *Journal of the European Ceramic Society*, 14:257–60, doi.org/10.1016/0955-2219(94)90094-9.
- [99] Rajak DK, Wagh PH, Menezes PL, Chaudhary A, Kumar R. Critical.(2020). Overview of coatings technology for metal matrix composites. *J Bio-Tribo-Corrosion*, 6–12. <https://doi.org/10.1007/s40735-019-0305-x>
- [100] Shahidi S, Moazzenchi B, Ghoranneviss M. (2015). A review-application of physical vapor deposition (PVD) and related methods in the textile industry. *The European Physical Journal Applied Physics*, 71:31302–15, doi.org/10.1051/epjap/2015140439
- [101] Yan-Mei Jiang, (1992). Pulvérisation cathodique assistée par ordinateur. *Thèse de doctorat*, Université de Paris-Sud Centre d'Orsay

- [102] Zhang, C., Chen, F., Huang, Z., Jia, M., Chen, G., Ye, Y. Lavernia, E. J. (2019). Additive manufacturing of functionally graded materials: A review. *Materials Science and Engineering: A*, 138209. doi:10.1016/j.msea.2019.138209.
- [103] Javaid M, Haleem A, (2018). Current status and challenges of Additive manufacturing in orthopedics: An overview, *Journal of Clinical Orthopedics and Trauma*, [https://. doi.org/10.1016/j.jcot.2018.05.008](https://doi.org/10.1016/j.jcot.2018.05.008).
- [104] Jepson L, Beaman JJ, Bourell DL, Wood KL, (1997). SLS processing of functionally graded materials. *SFF Symposium Proceedings*, p 67.
- [105] Kruth, J. P., Froyen, L., van Vaerenbergh, J., Mercelis, P., Rombouts, M., & Lauwers, B. (2004). Selective laser melting of iron-based powder. *Journal of materials processing technology*, 149(1-3), 616-622.
- [106] Mumtaz K, Hopkinson N, Erasenthiran P (2006). High density selective laser melting of Waspaloy. *SFF Symposium Proceedings*, p 220.
- [107] Lee, H.-K. (2008). Effects of the cladding parameters on the deposition efficiency in pulsed ND: YAG laser cladding. *Journal of Materials Processing Technology*, 202(1-3), 321–327. doi:10.1016/j.jmatprotec.
- [108] Liu, W., & DuPont, J. N. (2003). Fabrication of functionally graded TiC/Ti composites by Laser Engineered Net Shaping. *Scripta Materialia*, 48(9), 1337–1342. Doi:10.1016/s1359-6462 (03)00020-4.
- [109] W. Li et al. Directed Energy Depositing a New Fe-Cr-Ni Alloy with Gradually Changing Composition with Elemental Powder Mixes and Particle Size' Effect in Fabrication Process. *Journal of Materials Processing Technology*, 255, pp. 96-104.
- [110] Rangaswamy P., Holden T. M., Rogge R. B., and Griffith M. L., (2003). Residual Stresses in Components formed by the Laser Engineered Net Shaping (LENS) Process, *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 38(6):519-527
- [111] Bhavar, V., Kattire, P., Thakare, S., patil, S., & Singh, R. (2017). A Review on Functionally Gradient Materials (FGMs) and Their Applications. IOP Conference Series: *Materials Science and Engineering*, 229, 012021. doi:10.1088/1757-899x/229/1/012021.
- [112] Shen, C., Pan, Z., Cuiuri, D., Roberts, J., & Li, H. (2015). Fabrication of Fe-FeAl FGM Using the Wire-Arc Additive Manufacturing Process. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 47(1), 763–772. Doi: 10.1007/s11663-015-0509-5.
- [113] Wang, J., Pan, Z., Ma, Y., Lu, Y., Shen, C., Cuiuri, D., & Li, H. (2018). Characterization of wire arc additively manufactured titanium aluminide functionally graded material: Microstructure, mechanical properties and oxidation behaviour. *Materials. Science and Engineering: A*, 734, 110-119, doi: 10.1016/j.msea.2018.07 .097).
- [114] Abdulhameed, O., Al-Ahmari, A., Ameen, W., & Mian, S. H. (2019). Additive manufacturing: Challenges, trends, and applications. *Advances in Mechanical Engineering*, 11(2), 168781401882288. Doi: 10.1177/1687814018822880.
- [115] Brueckner F., Riede M., Müller M., Marquardt F., Willner R., Seidel A., Lopéz E., Leyens C., Beyer E., (2018). Enhanced manufacturing possibilities using

- multi-materials in laser metal deposition, *Journal of Laser Applications*, 30, 032308, <https://doi.org/10.2351/1.5040639>.
- [116] Li, W., Karnati, S., Kriewall, C., Liou, F., Newkirk, J., Brown Taminger, K. M., & Seufzer, W. J. (2017). Fabrication and characterization of a functionally graded material from Ti-6Al-4V to SS316 by laser metal deposition. *Additive Manufacturing*, 14, 95-104. doi:10.1016/j.addma.2016.12.006.
- [117] Muller, P., Mognol, P., & Hascoet, J.-Y. (2013). Modeling and control of a direct laser powder deposition process for Functionally Graded Materials (FGM) parts manufacturing. *Journal of Materials Processing Technology*, 213(5),685-692,doi:10.1016/j.jmatprotec.2012.11.020).
- [118] Schneider-Maunoury, C., Weiss, L., Acquier, P., Boisselier, D., & Laheurte, P. (2017). Functionally graded Ti6Al4V-Mo alloy manufactured with DED-CLAD process. *Additive Manufacturing*, 17,55–66, doi:10.1016/j.addma.2017.07.008).
- [119] Yusuf, S. M., &GAO, N. (2017). Influence of energy density on metallurgy and properties in metal additive manufacturing. *Materials Science and Technology*, 33(11), 1269–1289. doi:10.1080/02670836.2017.1289444.
- [120] Leu M C, Tang L, Deuser B, Landers R G, Hilmas G E, Zhang S, Watts J. (2011). Freeze-form extrusion fabrication of composite structures. *In: Proceedings of the Solid Freeform Fabrication Symposium*. Austin, TX, 111–124.
- [121] Leu, M. C., Deuser, B. K., Tang, L., Landers, R. G., Hilmas, G. E., & Watts, J. L. (2012). Freeze-form extrusion fabrication of functionally graded materials. *CIRP Annals*, 61(1), 223–226. doi:10.1016/j.cirp.2012.03.050.
- [122] Shin K.H., Natu H., Dutta D., Mazumder J. (2003). A method for the design and fabrication Of heterogeneous objects. *Materials & Design*, 24(5):339–353.
- [123] Maedeh, Amirpour, Raj, Das.,Simon Bickerton, (2017). An elasto-plastic damage model for functionally graded plates with in-plane material properties variation: Material model and numerical implementation, *Composite Structures*,Volume 163, Pages 331-341, <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.12.020>.
- [124] Sharma, K., & Kumar, D. (2017). Elastoplastic Stability and Failure Analysis of FGM Plate with Temperature Dependent Material Properties under Thermomechanical Loading. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 14(7), 1361–1386. Doi: 10.1590/1679-78253747
- [125] Muller, P., Mognol, P., & Hascoet, J.-Y. (2012). Functionally Graded Material (FGM) Parts: From Design to the Manufacturing Simulation. Proceedings of the *ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis ESDA2012, July 2-4, Nantes, France*, doi: 10.1115/esda2012-82586.
- [126] Atri, R. R., K. S. Ravichandran, and S. K. Jha. (1999). Elastic Properties of In-Situ Processed Ti-TiB Composites Measured by Impulse Excitation of Vibration".*Materials Science and Engineering A*, 271:150{159.
- [127] Reid A. Larson, (2008). A Novel Method for Characterizing the Impact Response of Functionally Graded Plates, *Faculty Graduate School of Engineering and Management Air Force Institute of Technology Air University, USA*, p 57-67

- [128] Reid A. Larson and Anthony N. Palazotto, (2009), Property estimation in FGM plates subject to low-velocity impact loading, *Journal of Mechanics of Materials and Structures* 4(7-8) : 1429-1451, doi :10.2140/jomms.2009.4.1429
- [129] Marur P.R. (1999). Fracture Behaviour of Functionally Graded Materials, PhD Thesis, Auburn University, Alabama.
- [130] Mazars, J., (1986). "A model of unilateral elastic damageable material and its application to concrete". Fracture toughness and fracture energy of concrete, F. H.Wittmann, ed., *Elsevier Science Publishers, Amsterdam, Netherlands*, 61-71.
- [131] Mazars, J. and Pijaudier-Cabot, G., (1989). Continuum damage theory - application to concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, 115(2), 345-365.
- [132] Kachanov, L. M., (1958). On the creep fracture time. *Izv.Akad.Nauk USSR Otd.Tech* 8, 26-31 (in Russian).
- [133] Abaqus 6.11 (2011), Abaqus User Subroutine Reference Manual
- [134] Hillerborg, A., Modeer, M., Petersson, P.E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, vol. 6, pp. 773-782.
- [135] J. Oliver. (1989). A consistent characteristic length for smeared cracking models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 28(2):461-474,
- [136] Sigl LS, Mataga PA, Dalgleish BJ, Mc Meeking RM, Evans AG (1988). On the toughness of brittle materials reinforced with a ductile phase. *Acta met* 36(4): 945-53.
- [137] Z.H. Jin and R.C.Batra, (1996). Some basic fracture mechanics concepts in functionally graded materials'', *J.Mech Phys. Solids*. Vol 44. No.8 pp 1221.1235.
- [138] Kim, J.-H., and Paulino, G. H., (2002). Finite Element Evaluation of Mixed Mode Stress Intensity Factors in Functionally Graded Materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Volume 53, Issue 8 p. 1903-1935
- [139] Legrain, G., Moes, N. and Huerta, A., (2006). Étude de la stabilité d'une formulation incompressible traitée par X-FEM, *European Journal of Computational Mechanics*, Vol. 15, Issues 1, 2, 3, pp. 257-268.
- [140] Mulugundam, Siva. Suryaa, T, Venkata, Nilesh, (2019). Synthesis and Mechanical Behavior of (Al/SiC) Functionally Graded Material Using Powder Metallurgy Technique, *Materials today proceedings*, Vol 18(7), pp 3501-3506, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.07.278>
- [141] Behrad Koohbora, Milad Rohanifar, Addis Kidaneb, (2019). Characterizing fracture response of cracked transversely graded materials, *Composite Structures*, Vol 229, 111439, <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111439>.
- [142] Maedeh Amirpour, Raj Das, Bickerton Simon, (2019). An elastoplastic damage model for functionally graded plates with in-plane material properties variation: Material model and numerical implementation. *Composite Structures*, 163, 331-41.

Annexe

Annexe.1 : Programme UMAT pour FGM.

```

C -----
C
C          REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
C          MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET
C          DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
C          UNIVERSITE DJILLALI LIABES SIDI BEL ABBES
C          FACULTE DE TECHNOLOGIE DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE
C          THESE DE DOCTORAT
C          Présentée par Mr : HOUARI AMIN 2018-2021
C          PROGRAMME UMAT DE COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE DE FGM-3D
C -----

SUBROUTINE UMAT (STRESS, STATEV, DDSDD, SSE, SPD, SCD,
                RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT, STRAN, DSTRAN,
                TIME, DTIME, TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, HOUARI, NDI, NSHR, NTENS,
                NSTATV, PROPS, NPROPS, COORDS, DROT, PNEWDT, CELENT,
                DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, KSLAY, KSPT, KSTEP, KINC)
C
C INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
C CHARACTER*80 HOUARI
C DIMENSION STRESS (NTENS) , STATEV (NSTATV) ,
C           DDSDD (NTENS, NTENS) , DDSDDT (NTENS) , DRPLDE (NTENS) ,
C           STRAN (NTENS) , DSTRAN (NTENS) , TIME (2) , PREDEF (1) , DPRED (1) ,
C           PROPS (NPROPS) , COORDS (3) , DROT (3, 3) ,
C           DFGRD0 (3, 3) , DFGRD1 (3, 3)
C
C DIMENSION EELAS (6) , EPLAS (6) , FLOW (6)
C PARAMETER (ZERO=0.0D0, ONE=1.0D0, TWO=2.0D0, THREE=3.0D0, SIX=6.0D0)
C DATA NEWTON, TOLER/10, 1.D-6/
C
C -----
C          UMAT FOR ISOTROPIC ELASTICITY AND ISOTROPIC PLASTICITY
C -----
C          The state variable is stored as:
C -----
C          STATEV (1, 2, ....., NTENS) = Elastic strain tensor
C          STATEV (NTENS+1, ..., 2*NTENS) = Plastic strain tensor
C          STATEV (2*NTENS+1)           = Equivalent plastic strain
C          STATEV (2*NTENS+2)           = Grded Modulus Young's of FGM
C -----
C          User needs to input:
C -----
C          PROPS (1)  - E (m)
C          PROPS (2)  - E (c)
C          PROPS (3)  - YIELD STRESS FOR METAL
C          PROPS (4)  - NU (m)
C          PROPS (5)  - NU (c)
C          PROPS (6)  - H , Thickness OF THE PLATE
C          PROPS (8)  - n , Exponsant of Volume Fraction
C -----

```

Annexe. 2 : Programme MATLAB pour déterminer les propriétés matérielles de FGM

```

clearall
closeall
clc
% Young's modulus E:
Em=107000.0;
Ec=375000.0;
Q =4500.0;
T=3.4;
% Poisson's ratio N:
Nm=0.34;
Nc=0.14;
% Yield stress
Ym0=450;
% Ultimate Stress
De=0.0042;
Dp1=0.0018;
% Geometrical parametre:
Hint=-0.5;
Hext=0.5;
n=2;
% We will assign 7 different valuur for the field at material tables:
n_layer=14;
y0=1.029;
d1=0.224;
dh=(Hext-Hint)/n_layer;
% Rading:
% H=Hint:dh:Hext;
% Calculating the material properties of each layer:
fori=1:(n_layer+1)

    H_layer(1,i) =Hext-(i-1)*dh
    E_layer(1,i) =((Ec-Em*T)*((H_layer(1,i)-Hint)/(Hext-
Hint))^n+Em*T)/(((H_layer(1,i)-Hint)/(Hext-Hint))^n*(1-T)+T)
    N_layer(1,i) =((Nm-Nc)*((H_layer(1,i)-Hint)/(Hext-Hint))^n+Nc)
    D_layer1(1,i)=(1-((H_layer(1,i)-Hint)/(Hext-
Hint))^n+d1*((H_layer(1,i)-Hint)/(Hext-Hint))^n)*Dp1
    Y_layer0(1,i)=(1-((H_layer(1,i)-Hint)/(Hext-
Hint))^n+y0*((H_layer(1,i)-Hint)/(Hext-Hint))^n)*Ym0

end
% gettingthe of young modulus:
figure
plot(H_layer(1,i),E_layer(1,i))
holdon
fori=1:n_layer
plot(H_layer(1,i),E_layer(1,i),'H');
holdon
end
xlabel('H_layer(1,i) in mm'); ylabel('E_layer(1,i) in Mps'): title('
Young modulus');
legend('real case','values of field1 inmaterial definition tables');
% Getting the plot or Poisson s ratio:
figure
plot(H_layer(1,i),N_layer(1,i),'r')
holdon
fori=1:n_layer
plot(H_layer(1,i),N_layer(1,i),'H');
holdon

```

```
end
xlabel('H in mm'); ylabel('N_layer(1,i) '); title('Poisson s ratio');
legend('real case', 'values of field1 in material definition tables');
% Getting the plot Plastic strain:
figure
plot(H_layer(1,i),Y_layer0(1,i))
holdon
fori=1:n_layer
plot(H_layer(1,i),Y_layer0(1,i),'H');
holdon
end
xlabel('H in mm'); ylabel('Y in mm'); title('Deformation');
legend('real case', 'values of field1 in material definition tables');
% Getting the plot or YIELD STRESS :
figure
plot(H_layer(1,i),Y_layer0(1,i))
holdon
fori=1:n_layer
plot(H_layer(1,i),Y_layer0(1,i),'H');
holdon
end
xlabel('H in mm'); ylabel('Y0 in Mpa'); title('Yield stress');
legend('real case', 'values of field1 in material definition tables');
```

Annexe. 3 : Résolution itérative par la méthode de Newton-Raphson.

Nous présentons ici la méthode de résolution itérative qui sera retenue dans notre travail pour résoudre les équations d'équilibre. Le système d'équations non linéaires, qui gouverne les problèmes local et global, peut être mis en général sous la forme suivante :

$$A(x).x - b = 0 \text{ Eqs. (1)}$$

La résolution de ce système non linéaire d'équations est réalisée à l'aide d'une procédure incrémentale et itérative, fondée sur un développement limité au premier ordre du système, comme montré dans Eqs. (1). Nous obtenons alors le système suivant pour une itération i donnée :

$$A_i(x_{i-1})x_i = b \text{ Eqs. (2)}$$

$$x_i = x_{i-1} + dx_i \text{ Eqs. (3)}$$

Où $A_i(x_{i-1})$ est l'opérateur tangent. Un choix typique pour résoudre ce système est la méthode de Newton-Raphson, parce qu'elle converge quadratiquement. Cette méthode consiste à recalculer la raideur $A_i(x_{i-1})$, ce qui revient à repartir à chaque itération avec un opérateur tangent à la courbe (figure.1). Pour vérifier la convergence quadratique de cette méthode et s'assurer de la validité de l'opérateur tangent cohérent, nous calculons le résidu relatif pour un incrément donné en fonction de l'indice d'itération i :

$$b - A_i(x_{i-1})x_i/b = r(i) \text{ Eqs. (4)}$$

En passant d'une itération à la suivante, $\log(r(i))$ est divisé par 2. Le calcul itère jusqu'à avoir un résidu inférieur à une tolérance donnée.

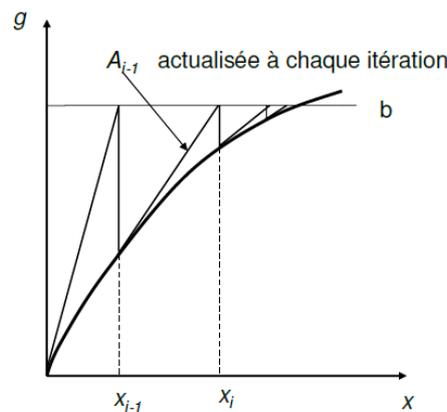
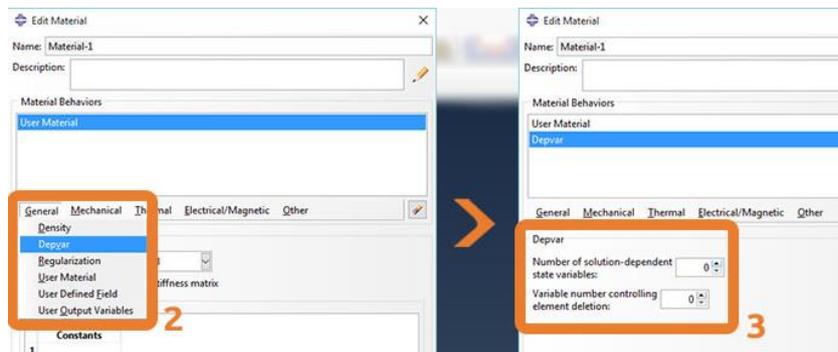


Figure.1 : Méthode de Newton-Raphson.

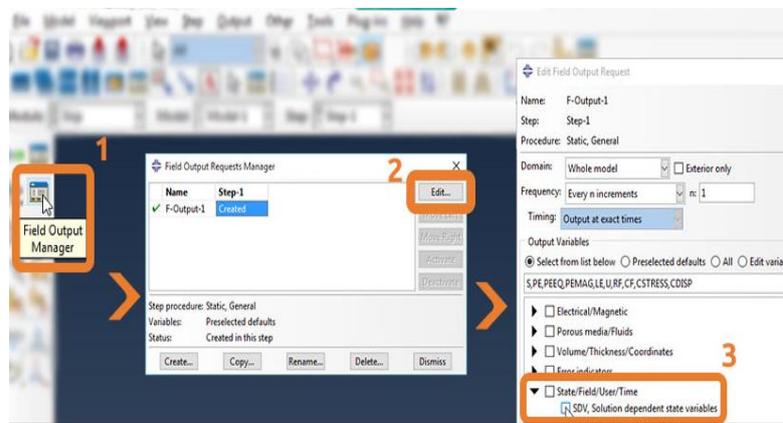
Annexe. 4 : Variables d'état (SDV).

De nombreux modèles constitutifs mécaniques peuvent nécessiter le stockage de variables d'état dépendant de la solution (SDV) telles que les déformations plastiques, les contraintes de retour, les valeurs de saturation, etc. sous des formes constitutives de taux ou des données historiques pour les théories écrites sous forme intégrale. Vous devez allouer du stockage pour ces variables dans la définition de matériau associée. Il n'y a aucune restriction sur le nombre de variables d'état. Le nombre de ces variables requises aux points est entré dans le cadre de la définition du matériau.

Dans Abaqus/CAE, module Propriété lors de la définition d'un matériau, dans l'onglet Général, sélectionnez **DEPVAR**. Sélectionnez ensuite la quantité requise dans Nombre de variables d'état dépendant de la solution.



Les variables d'état peuvent être sorties dans le fichier de base de données de sortie (.odb) à l'aide des identificateurs de sortie SDV. Vous pouvez demander à Abaqus de les visualiser plus tard après la fin du travail. Dans le module **Step**. Après avoir défini votre type d'analyse, à partir de **Field Output Manager**, vous pouvez éditer la **F-Output-1** créée automatiquement par **Abaqus** :



N'oubliez pas que le **SDV** dans Abaqus/CAE est exactement le même que **STATEV** dans l'interface de sous-programme **Abaqus**. C'est juste une différence de dénomination par les développeurs d'Abaqus. En conséquence, le problème mécanique consistant en le calcul des contraintes et Jacobienne ($\partial\sigma/\partial\varepsilon$) est réalisé avec le code **UMAT** et les variables dépendantes de la solution **SDV** sont stockées dans le tableau **STATEV** (y compris variables equivalent de déformation plastique et de l'endommagement).