

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES



FACULTE DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

THESE

Pour

L'obtention du diplôme de

Doctorat 3^{ème} Cycle LMD

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Comportement mécanique des matériaux et des structures

Présenté Par :

SALAH Mostefa

**Contribution à l'étude de l'optimisation du
contrôle des vibrations d'une poutre exposée à un
champ thermique.**

Soutenue le 16-06-2021

Devant le jury composé de :

Mr. BENGUEDIAB Mohamed	Professeur	Président	UDL-SBA
Mr. BOUKHOULDA Farouk Benallel	Professeur	Directeur de thèse	UDL-SBA
Mr. NOUARI Mohammed	Professeur	Co-directeur de thèse	Université de Loraine, France
Mr. BOUCHIKHI Abou Beker Sedik	Professeur	Examineur	UDL-SBA
Mr. REFASSI Kaddour	Professeur	Examineur	UDL-SBA
Mr LEBBAL Habib	MCA	Examineur	USTO

2020-2021

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du laboratoire de Mécanique des Structures et des Solides (LMSS) de l'Université Djilali Liabes (UDL) de Sidi Bel-Abbès (Algérie).

La première personne à laquelle j'aimerais exprimer ma profonde reconnaissance, mes sincères remerciements et toute ma gratitude, tout naturellement, est mon encadreur de thèse, le Professeur Boukhoulda Farouk Benallel. Je voudrais le remercier pour ses conseils et son soutien qui ont su m'apporter l'aide dont j'avais besoin pour conduire ce travail à bien.

J'exprime également toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur NOUARI Mohamed, co-directeur de thèse et directeur de la recherche à l'Institut Supérieur d'Ingénierie (INSIC), qui a apporté un soutien scientifique constant à mon travail de recherche.

Je remercie Monsieur BENGUEDIAB Mohamed, Professeur à l'Université Djilali Liabes (UDL) de Sidi Bel-Abbès pour avoir accepté de présider le jury de thèse de doctorat. Je remercie également Monsieur BOUCHIKHI Abou Beker Sedik, professeur à l'Université Djilali Liabes (UDL) de Sidi Bel-Abbès, Monsieur REFASSI Kaddour, professeur à l'Université Djilali Liabes (UDL) de Sidi Bel-Abbès, Monsieur LEBBAL Habib maître de conférences à l'université des sciences et de la technologie d'Oran (USTO) pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je remercie mes amis et mes collègues du laboratoire LMSS et particulièrement le Docteur Bendine Kouider pour son soutien scientifique et moral durant tout mon parcours universitaire, le Docteur SATLA Zouaoui et le Docteur BOUAMAMA Mohamed ainsi que tous mes collègues mes amis et mes frères.

Enfin, je remercie ma famille de m'avoir soutenu et supporter durant ces années et en particulier mes parents, mes frères et ma sœur et tous les autres qui se reconnaîtront et qui ont su me soutenir pendant les moments difficiles que j'ai pu avoir et me faire profiter de leur bonne humeur.

Résumé

Les matériaux piézoélectriques sont largement intégrés dans le domaine aéronautique. Leur fonctionnement dans des conditions d'environnement extrêmes (Températures élevées et basses) constitue une problématique.

Le présent travail est une contribution à l'étude des performances du contrôle actif des vibrations (AVC : Actif Vibration Control) des structures composites de type poutres soumise à des contraintes de chargement thermique. Un modèle éléments finis de poutre composite entièrement recouverte avec un capteur sous forme de couche (sur sa partie supérieure) et actionneur piézoélectrique (couche sur sa partie inférieure), basé sur la théorie de la déformation par cisaillement de troisième ordre, est proposé. Le principe de Hamilton est utilisé pour formuler les équations électro-thermo-mécaniques.

Suite aux résultats obtenus des différentes simulations numériques, l'effet de la température sur le contrôle actif des vibrations de la poutre composite a été clairement montré.

Mots clés : Contrôle actif ; Vibrations, Température, Piézoélectrique, Composite, Eléments finis.

Abstract

Piezoelectric materials are widely integrated in the aeronautic field. Their use in extreme environmental conditions (high and low temperatures) can caused a problem.

This work is a contribution to the study of the active vibration control (AVC) performance of a composite beam subjected to thermal loading stress. A finite element model of a fully covered composite beam with piezoelectric sensor layer (on its upper part) and piezoelectric actuator layer (on its lower part), based on the third-order shear deformation theory, is proposed. Hamilton's principle is used to formulate electro-thermo-mechanical equations.

Following the results obtained from various numerical simulations, the temperature effect on the active vibrations control of the composite beam was clearly shown.

Keywords: Active control, Vibrations, Temperature, Piezoelectric, Composite, Finite elements.

ملخص

على الرغم من إدماج المواد ذات انفعال كهربائي إجهادي ذات الاستعمال الواسع في مجال هندسة الطيران، إلا أنها لم تسلم من تأثير العوامل البيئية القاسية من درجات الحرارة العالية والمنخفضة، بل وهذا يعتبر إشكالا يجدر الإحاطة به.

إن هذا العمل هو بمثابة مساهمة في دراسة أداء التحكم النشط في الاهتزاز لهياكل من نوع عارضة مصنوعة من المواد المركبة ومعرضة لعدة عوامل حرارية. تم اقتراح نموذج من عناصر منتهية بناء على نظرية إجهاد القص من الدرجة الثالثة لعارضة مركبة مغطاة بالكامل بجهاز استشعار في الجزء العلوي وجهاز ضغط في الجزء السفلي مصنوعين من مواد ذات انفعال كهربائي إجهادي. تم استخدام مبدأ هاملتون لصياغة المعادلات الكهرو حرارية الميكانيكية .

بعد نتائج عمليات المحاكاة العددية المختلفة، تم عرض تأثير درجة الحرارة على التحكم النشط في اهتزازات العارضة المركبة.

الكلمات المفتاحية: التحكم النشط، الاهتزازات، درجة الحرارة، المواد ذات انفعال كهربائي إجهادي، العناصر المركبة، العناصر المنتهية.

Table des matières

<i>Liste des figures</i>	<i>I</i>
<i>Liste des tableaux</i>	<i>III</i>
<i>Nomenclatures</i>	<i>IV</i>
<i>Abréviation</i>	<i>VI</i>
<i>Introduction générale</i>	<i>1</i>
<i>Objectifs de la thèse</i>	<i>3</i>
<i>Structure de la thèse</i>	<i>4</i>
<i>Analyse bibliographique</i>	<i>5</i>
<i>Chapitre I. Généralités sur Les matériaux composites hautes performances</i>	<i>8</i>
<i>I.1 Introduction</i>	<i>9</i>
<i>I.2 Composites hautes performances « CHP »</i>	<i>9</i>
<i>I.2.1 Résines utilisées dans les composites hautes performances</i>	<i>10</i>
<i>I.2.2 Renforts utilisés dans les composites hautes performances</i>	<i>12</i>
<i>I.3 Structure des matériaux composites</i>	<i>14</i>
<i>I.3.1 Monocouches</i>	<i>14</i>
<i>I.3.2 Stratifiés</i>	<i>15</i>
<i>I.3.3 Sandwichs</i>	<i>17</i>
<i>I.4 Les équations constitutives des matériaux composites</i>	<i>17</i>
<i>I.5 Processus de fabrication des composites hautes performances</i>	<i>21</i>
<i>I.5.1 Procédés par voie sèche (les pré-imprégnés)</i>	<i>21</i>
<i>I.5.2 Procédés LCM (moulage des composites liquides)</i>	<i>22</i>
<i>I.6 Composite graphite-époxyde</i>	<i>25</i>
<i>I.6.1 Processus de fabrication de la fibre de graphite</i>	<i>25</i>
<i>I.6.2 Matrice époxyde</i>	<i>26</i>
<i>I.6.3 Processus de fabrication de la poutre composite graphite-époxyde</i>	<i>27</i>
<i>Chapitre II. Phénomène piézoélectrique et algorithme de contrôle.</i>	<i>30</i>
<i>II.1 Introduction</i>	<i>31</i>
<i>II.2 Piézoélectricité</i>	<i>31</i>
<i>II.2.1 Définition</i>	<i>31</i>
<i>II.2.2 Classification et propriétés des matériaux piézoélectriques</i>	<i>32</i>
<i>II.2.3 Equations du phénomène piézo-électrique</i>	<i>34</i>
<i>II.2.4 Réduction de la forme tensorielle</i>	<i>35</i>
<i>II.2.5 Equations piézo-thermo-électrique</i>	<i>37</i>
<i>II.2.6 Coefficients de couplage piézoélectrique</i>	<i>39</i>

II.2.7	<i>Applications des matériaux piézoélectriques au contrôle des vibrations</i>	39
II.3	<i>Algorithmes de contrôle actif des vibrations</i>	41
II.3.1	<i>Méthodes classiques de rétroaction</i>	42
II.3.2	<i>Régulateurs proportionnels-intégraux-dérivés (PID)</i>	43
II.3.3	<i>Régulateur linéaire quadratique (LQR)</i>	45
Chapitre III.	<i>Contrôle actif des vibrations d'une poutre composite graphite/époxyde à température de référence.</i>	47
III.1	<i>Introduction</i>	49
III.2	<i>Equations constitutives</i>	49
III.2.1	<i>Lois de comportement du matériau piézoélectrique</i>	49
III.3	<i>Théorie de déformation de cisaillement de troisième ordre (TSDT)</i>	50
III.3.1	<i>Discrétisation par éléments finis</i>	52
III.3.2	<i>Rétroaction négative des vitesses (NVF)</i>	54
III.3.3	<i>Principe de Hamilton</i>	55
III.3.4	<i>Intégration numérique</i>	57
III.4	<i>Applications</i>	57
III.5	<i>Contrôle actif des vibrations</i>	59
III.6	<i>Conclusion</i>	62
Chapitre IV.	<i>Application du contrôle actif des vibrations sur une poutre graphite/époxyde exposée à un champ thermique.</i>	62
IV.1	<i>Introduction</i>	62
IV.2	<i>Lois de comportement piézo-thermo-électriques</i>	64
IV.2.1	<i>Champ électrique</i>	65
IV.2.2	<i>Champ thermique</i>	66
IV.3	<i>Matrices élémentaires</i>	66
IV.4	<i>Applications</i>	67
IV.4.1	<i>Validation de modèle</i>	67
IV.4.2	<i>Effet de la température sur le contrôle actif des vibrations</i>	70
IV.5	<i>Conclusion</i>	81
	<i>Conclusion générale.</i>	83
	<i>Références</i>	86
	<i>Contributions scientifiques</i>	90
	<i>Annexes</i>	91

Liste des figures

<i>Figure I.1: Résine avant mise en forme.</i>	11
<i>Figure I.2 : Quelques fibres couramment utilisées dans les composites HP.</i>	13
<i>Figure I.3 : Composite monocouche unidirectionnel.</i>	14
<i>Figure I.4: Nomenclature des stratifiés composites.</i>	15
<i>Figure I.5: Désignation d'un stratifié.</i>	15
<i>Figure I.6 : Exemple d'un stratifié composé de six couches.</i>	16
<i>Figure I.7 : Désignation des stratifiés symétriques.</i>	16
<i>Figure I.8 : Désignation d'un stratifié Hybride, V : verre, C : carbone, K : kevlar.</i>	17
<i>Figure I.9 : Structure sandwich.</i>	17
<i>Figure I.10 : Orientation des couches d'un stratifié orthotrope.</i>	20
<i>Figure I.11 : Procédé d'injection RTM (moulage par transfert de résine)(P. Wang 2010).</i>	23
<i>Figure I.12 : Principe du procédé RFI (P. Wang 2010).</i>	24
<i>Figure I.13 : Principe du procédé LRI (P. Wang 2010).</i>	24
<i>Figure I.14 : Voie classique de la production de fibre de graphite.</i>	26
<i>Figure I.15 : Cycle de post-cuisson d'une résine époxyde.</i>	27
<i>Figure II.1 : Effets piézoélectriques direct et inverse(Babesse 2018).</i>	32
<i>Figure II.2 :Classification des structures cristallines(Babesse 2018).</i>	33
<i>Figure II.3 :Interactions entre les grandeurs physiques(Brissaud 2007).</i>	33
<i>Figure II.4 : Représentation des directions des axes.</i>	36
<i>Figure II.5 :Bras de satellite équipé de capteurs et d'actionneurs piézoélectriques</i>	40
<i>Figure II.6 : Prototype de contrôle actif des vibrations d'une aile d'avion.</i>	40
<i>Figure II.7 : Contrôle actif des vibrations d'une pale d'hélicoptère (Bendine 2016).</i>	40
<i>Figure II.8 : Contrôle actif de structure.</i>	41
<i>Figure II.9 : Schéma du principe de contrôle par rétroaction.</i>	42
<i>Figure II.10 : Représentation de système de control par rétroaction direct.</i>	43
<i>Figure II.11 : Schéma de bloc du fonctionnement interne d'un contrôleur PID.</i>	44
<i>Figure II.12 : Représentation du système contrôlé par un régulateur LQR.</i>	46
<i>Figure III.1 : Schéma de la théorie de déformations de cisaillement de troisième</i>	51
<i>Figure III.2 : Élément de poutre à deux nœuds.</i>	53
<i>Figure III.3 : Structure intelligente composée d'une poutre graphite-époxyde</i>	58
<i>Figure III.4 : Fréquences propres (Hz) de la poutre composite.</i>	59
<i>Figure III.5 : Modes des fréquences propres de la poutre composite.</i>	59
<i>Figure III.6 : Flexion de l'extrémité libre de la poutre.</i>	60
<i>Figure III.7 : Tension de commande.</i>	60

<i>Figure III.8 : Contrôle de la poutre en domaine fréquentielle.</i>	61
<i>Figure III.9 : Flexion de l'extrémité libre de la poutre.</i>	61
<i>Figure III.10 : Tension de commande de contrôle sous excitation sinusoïdale.</i>	62
<i>Figure IV.1 : Flexion du plan moyen de la structure (○ : 5°C ; * : 10°C ; ● : 20°C ; + : 50°C).</i>	69
<i>Figure IV.2 : Tension du capteur PZT due à la variation de la température</i>	70
<i>Figure IV.3 : Variation des constantes piézoélectrique et de permittivité du PZT5</i>	71
<i>Figure IV.4 : Réponse transitoire de la poutre avec et sans contrôle</i>	74
<i>Figure IV.5 : Taux de réduction d'amplitude avec et sans contrôle à chaque valeur de T_c</i>	75
<i>Figure IV.6 : Tension de capteur due à la variation de température de -70°C au +70°C</i>	78
<i>Figure IV.7 : Tension maximum enregistrée dans le capteur avec et sans contrôle.</i>	78
<i>Figure IV.8 : Tension de l'actionneur.</i>	80
<i>Figure IV.9 : Tension maximale fournie à l'actionneur.</i>	81

Liste des tableaux

<i>Tableau I-1 : Caractéristiques de quelques résines types thermodurcissables</i>	<i>12</i>
<i>Tableau I-2 : Caractéristiques de quelques fibres (Drapier 2014).</i>	<i>14</i>
<i>Tableau I-3 : Propriétés des fibres de carbone, matrice époxyde et du composite HP.</i>	<i>29</i>
<i>Tableau II-1 : Définition des grandeurs et constantes mécaniques, électriques, diélectriques et piézo-électriques.</i>	<i>38</i>
<i>Tableau III-1 : Propriétés des matériaux.</i>	<i>58</i>
<i>Tableau IV-1 : Fréquences propres (Hz) de la poutre graphite-époxyde.</i>	<i>68</i>
<i>Tableau IV-2 : Constante piézoélectrique et coefficient de permittivité du PZT5.</i>	<i>71</i>
<i>Tableau IV-3 : Taux de réduction d'amplitude maximale du déplacement de la poutre</i>	<i>75</i>

Nomenclatures

σ_{ij} : Vecteur des contraintes.

ϵ_{ij} : Vecteur des déformations.

ν_{ij} : Coefficient de Poisson dans la direction j pour une traction en i.

Q_{ij}^E : Tenseur d'élasticité linéaire orthotrope exprimé sous forme matricielle dans le repère des directions principales du matériau.

E_i : Module d'élasticité dans la direction principale i.

G_{ij} : Module de cisaillement dans le plan i, j.

$[T^k]$: Matrice de transformation.

E_{cl} : Module de Young longitudinal.

E_{ct} : Module de Young transversal.

f_m : Fraction volumique de la matrice.

f_f : Fraction volumique de la fibre.

D_m : Vecteur de déplacement électrique.

E_m : Vecteur du champ électrique.

C_{ijpq}^p : Tenseur des constantes élastiques à champ nul.

e_{ijm} : Matrice des constantes piézoélectriques reliant les propriétés mécanique et électrique du matériau mesurées à champ électrique nul $\{E\}$.

d_{mk}^e : Constantes diélectrique sous déformations nulles.

$[\epsilon]$: Matrice des constantes piézoélectriques qui traduisent la proportionnalité entre la charge et la contrainte a champ nul.

$[S^E]$: Matrice de compliance sous champ électrique constant.

$\{\lambda\}$: Constante de couplage thermomécanique (coefficient de contrainte thermique).

$\{p\}$: Constante de couplage thermo-piézoélectrique (constante pyroélectrique).

θ : Champ de température.

$[A]$: Matrice d'état.

$[B]$: Matrice d'entrée.

D : Traversée directe entrée-sortie.

K_p : Gain proportionnel.

K_I : Gain intégral.

K_d : Gain dérivé.

K_o : Gain optimal.

$G(s)$: Fonction de transfert.

$[Q_p], [R_p]$: Matrices de pondération d'état et d'entrée.

u, w : Déplacements dans les directions x et z .

u_0, w_0 : Déplacements du plan médian.

ϕ_x : Rotation du plan médian autour de l'axe x .

E_c : Energie cinétique.

E_p : Energie potentielle.

W : Travail fait par la force.

N_u : Fonction de forme.

N_i, N'_i : Fonctions de forme hermitienne

ξ_i : Fonctions de forme lagrangienne.

η : Coordonnée locale.

Φ : Potentiel électrique.

$[M^P]$: Matrice masse globale.

$[C^P]$: Matrice d'amortissement.

E_x, E_y, E_z : Champ électrique dans les directions x, y, z .

$\{F_m\}$: Vecteur des forces mécaniques.

$[K^P]$: Matrice de rigidité globale.

$[K_e]$: Matrice de permittivité électrique pour le capteur et l'actionneur.

$[K_{me}]$: Matrice de couplage électrique-mécanique pour le capteur et l'actionneur.

$\{V\}_a$: Potentiel imposé.

$\{V\}_s$: Potentiel mesuré.

Abréviations

AVC : Contrôle Active des Vibrations.

CHP : Composite Haute performance.

CMO : Composites à Matrice Organique.

GD : Grande Diffusion.

HM : Haut Module.

HR : Haute Résistance.

UD : Unidirectionnel.

LCM : Moulage des composites liquides (Liquid Composite Molding).

RTM : Moulage par transfert de résine (Resin Transfer Molding).

RFI : Infusion de film de résine (Resin Film Infusion).

LRI : Infusion de résine liquide (Liquid Resin Infusion).

VIP : Traitement d'infusion sous vide (Vacuum Infusion Processing).

PAN: Poly-acrylonitrile.

PZT : Piézo Zirconite Titanate.

PVDF : Poly fluorure de Vinylidène.

PID: Proportional Intégral Derivative.

LQR : Régulateur Quadratique linéaire.

EF: Élément Fini.

NVF: Rétroaction négative de vitesse (Negative Velocity Feedback).

TSDT : Théorie de Déformation de Cisaillement de troisième ordre.

EL : Encastrée-Libre.

C-A-L : Conditions Aux Limites.

Introduction générale

Les matériaux composites hautes performances à base de fibre de carbone sont de plus en plus utilisés dans les applications d'industrie aéronautique et spatiale. Ils rendent la structure plus légère et plus solide.

La plus part des machines conçues avec ce type de matériaux sont soumises à des vibrations pendant leurs fonctionnements, se pose alors le problème d'amortissement de ces vibrations car leurs présences peut engendrer des problèmes importants pouvant entraîner des dommages irréversibles ou même les rendre inefficaces à cause de l'augmentation de l'endommagement.

Depuis longtemps, les chercheurs ont étudié de nombreuses méthodes pour minimiser les vibrations indésirables. Ces traitements doivent être un système compact, léger, intellectuel et modulaire.

Traditionnellement, des techniques d'amortissement passives sont utilisées pour résoudre ce problème. L'exemple le plus classique est l'ajout de masses et d'amortisseurs afin de réduire les vibrations de la structure (Mead 1998). L'exemple du rajout de masselottes pour l'équilibrage des roues de voitures est connu de tous. Cependant, la difficulté de la technique d'amortissement passive réside dans son application dans la bande basse fréquences de la structure (Fuller 1990). De plus, le besoin de réduire le maximum du poids des structures mécaniques, en particulier dans le domaine aéronautique est un frein à l'utilisation des méthodes passives (Brennan, Elliott, and Pinnington 1992; Moheimani, Fleming, and Halim 2003).

Dans ce contexte, l'atténuation active des vibrations en utilisant des actionneurs apparaît à priori plus adaptée et préserve l'intégrité de la structure.

Le développement des techniques de « AVC » vont de pair avec l'apparition des matériaux dits intelligents. Ceux-ci doivent leur nom à leur capacité de modifier spontanément leurs propriétés physiques (forme, conductivité, couleur, ...) en réponse à des sollicitations naturelles ou provoquées. On peut citer les matériaux piézoélectriques, électrostrictifs, magnétostrictifs, à mémoire de forme, etc. Parmi ces matériaux, les matériaux piézoélectriques sont largement utilisés car ils sont faciles à intégrer aux structures à contrôler et sont efficaces sur une large bande de fréquences, et modifient peu le comportement de la structure. De nombreux travaux (Song, Sethi, and Li 2006; Peng, Lam, and Liu 1998; Sharma et al. 2014)

montrent la faisabilité et l'efficacité du contrôle actif des vibrations « AVC » des structures à l'aide des matériaux piézoélectriques. En général, la structure à contrôler est équipée de patches piézoélectriques qui sont utilisées comme capteurs et actionneurs. Le système de commande associé à la structure est informé de l'état de celle-ci par l'intermédiaire des capteurs et peut réagir en retour grâce aux actionneurs. L'ensemble formé de la structure à contrôler et des patches est appelé structure intelligente.

Dans ce travail, une étude du contrôle actif des vibrations « AVC » d'une poutre en matériaux composite utilisant des couches piézo-électriques est présentée dans un premier temps. La méthode des éléments finis est employée pour l'analyse modale et dynamique de la structure intelligente (matériaux composites avec des couches piézoélectriques) à l'aide du logiciel Matlab. Dans la deuxième étape, le paramètre température est intégré à l'étude initiale. Ainsi, pour montrer l'efficacité du contrôle actif dans un environnement avec variation thermique.

Objectifs de la thèse :

L'objectif principal de cette thèse est de développer un outil numérique capable de prédire le contrôle et l'amortissement des vibrations des poutres composites exposées à un champ thermique en utilisant des couches piézoélectriques.

Cet objectif a été atteint en passant par les étapes suivantes :

- ✓ Définition des lois de comportements de la structure intelligente (composite + couches piézoélectriques),
- ✓ Développement des modèles éléments finis de la structure intelligente (composite + couches piézoélectriques) en utilisant le logiciel Matlab.
- ✓ Introduction du paramètre thermique à travers les équations piézo-thermo-élastiques.
- ✓ Mise en place des algorithmes de contrôle pour fournir le gain nécessaire au contrôle actif.
- ✓ Validation des modèles en se référant à des résultats de la littérature.

Structure de la thèse :

Le présent travail est constitué de la présente introduction générale, de quatre chapitres et d'une conclusion générale.

Le premier chapitre présente des généralités sur les matériaux composites hautes performances HP utilisés dans le domaine aéronautique, il présente aussi leur composition et les types de matrices et fibres utilisées pour ce genre de matériaux. Une attention particulière sera dédiée au Graphite-Epoxyde utilisé dans notre étude.

Le deuxième chapitre décrit les principes fondamentaux du phénomène piézoélectrique. Les lois de comportement des matériaux piézoélectriques et les différentes stratégies du contrôle introduit dans le domaine du contrôle actif sont présentées.

Dans le troisième chapitre, et à l'aide de la théorie de la déformation de cisaillement de troisième ordre, un modèle EF d'une poutre E-L en Graphite-Epoxyde munie de couches piézoélectriques est développé. Dans cette partie, on introduit l'utilisation d'un contrôleur de rétroaction négative de vitesse pour fournir le gain nécessaire au contrôle. Les éléments finis sont implémentés sous Matlab pour étudier l'efficacité du « AVC » de la poutre étudiée moyennant des couches piézoélectriques, et ceci, dans une atmosphère de référence (température ambiante).

Enfin, dans le quatrième et dernier chapitre, on étudie le comportement de « AVC » de la poutre intelligente en présence des contraintes thermiques. L'intervalle des températures est compris entre -70°C et $+70^{\circ}\text{C}$. Le modèle élément finis poutre développé à partir des formules variationnelles muni de couches piézoélectriques est implémenté sous Matlab. Après l'application des étapes de résolution (introduction des propriétés des matériaux, de la géométrie de la structure, des C-A-L, l'assemblage des matrices, le chargement) et lancement des calculs, les résultats obtenus sont validés à travers des comparaisons avec ceux de la littérature.

Une conclusion générale résume les principaux résultats obtenus et définit les perspectives de recherche dans ce domaine.

Analyse bibliographique :

Les structures en matériaux composites sont intensivement utilisées dans différents secteurs industriels (Gay and Hoa 2007). En raison de leur légèreté, rigidité et de leurs propriétés physiques élevées, ils se retrouvent notamment dans les technologies aéronautiques et aérospatiales. Ces structures sont soumises à différents types de charges critiques qui entraînent d'énormes vibrations. La plupart des vibrations sont indésirables et les affectent de manière significative et peuvent provoquer leur rupture et leur endommagement (Zou, Tong, and Steven 2000).

Pour éviter ces effets indésirables causée par les vibrations, les chercheurs ont proposé une variété de solutions, parmi lesquelles le contrôle passif, semi-actif et actif des vibrations. Les techniques d'amortissement passif (Johnson 1995) sont basées sur l'intégration et l'ajout de matériaux ou de systèmes, possédant des propriétés d'amortissement élevées, dans la structure de telle manière que les vibrations peuvent être absorbées par le système d'amortissement développé sans aucune autres interférences extérieures. Cependant, ces techniques ont des limites. En effet, leurs performances sont limitées dans le domaine basses fréquences, la taille du système mécanique peut être importante et surtout le coefficient d'amortissement est dépendant de la température et de la fréquence. Les méthodes de contrôle semi-actif sont bien connues dans le contexte des vibrations structurelles utilisant un actionneur piézoélectrique pour dissiper l'énergie produite par le mouvement du système (Clark 1999). L'avantage principale réside dans le fait qu'aucune énergie supplémentaire n'est ajoutée au système, et leurs mise en œuvre ne nécessite aucun système de traitement de signal sophistiqué ni amplificateur de puissance volumineux (Qiu, Ji, and Zhu 2009), ce qui garantit la stabilité de l'ensemble du système. De plus, les méthodes semi-actives sont plus efficaces que les méthodes passives, mais toujours avec une efficacité inférieure par rapport aux méthodes actives.

La dernière technique qui est l'objectif principal de cette étude est le contrôle actif des vibrations «AVC» à l'aide des matériaux piézoélectriques. Elle s'inspire du phénomène de la piézoélectricité dans certains matériaux (Ye 2008), ou plusieurs études ont proposé des modèles pour incorporer les éléments piézoélectriques dans les structures telles que des poutres (Kouider Bendine et al. 2016; (M. Adnan Elshafei and Alraïess 2013; Trindade 2000; Djojodihardjo et al. 2015; Zorić et al. 2012; Bendary, Elshafei, and Riad 2010; A. Benjeddou, Trindade, and Ohayon 2000; Robbins and Reddy 1991; Tzou and Tseng 1990a; Shen 1995; Kouider Bendine

et al. 2018) ; ou bien des plaques (Kouider Bendine et al. 2017; K. Bendine et al. 2019; Kouider Bendine and Wankhade 2016; Sadri, Wright, and Wynne 1999; Batra and Liang 1997; Lam et al. 1997; Phung-Van et al. 2015; Mostafa Adnan Elshafei 1996; Chandrashekhara and Agarwal 1993; Kerur and Ghosh 2011; He et al. 2001).

La méthode du « AVC » est utilisée de plus en plus dans différents domaines (Crawley and De Luis 1987). Il s'agit de l'application des forces d'une source d'énergie externe sur une structure par un ou plusieurs actionneurs selon des lois de contrôle, pour ajouter ou dissiper l'énergie de la structure à contrôler. Le système se compose de quatre éléments principaux : la structure elle-même, le capteur, l'actionneur et les algorithmes de contrôle. Ainsi, il faut coller des patchs ou bien des couches piézoélectriques dans une structure conventionnelle pour créer une sorte de structure intelligente, qui a la capacité de se contrôler elle-même en quelque sorte.

Il existe deux méthodes du contrôle des vibrations d'un système : la première est appelée contrôle par anticipation (feedforward). Elle consiste à identifier la perturbation qui crée les vibrations pour l'annuler en lui opposant une excitation "inverse". Cette méthode est utilisée en acoustique (Rizet 1999a) et pour le contrôle de vibration des structures (Yamamoto et al. 1997). La deuxième méthode est appelée contrôle par rétroaction (feedback)(Takács and Rohal'-Ilkiv 2012). Il s'agit là d'identifier la réponse de la structure plutôt que l'excitation qui la fait vibrer. Par conséquent, cela nécessite de modéliser le comportement dynamique de la structure. Différents algorithmes ont été utilisés dans la littérature, ceux de type proportionnelles (P), dérivées (D) ou proportionnelles dérivées (P-D) occupent l'essentiel des travaux de recherche en raison de leur simplicité de conception et de mise en œuvre (Khot et al. 2012; Karagülle, Malgaca, and Öktem 2004; Jovanović et al. 2013; Alam 2012; Malgaca 2010). D'autre type d'algorithmes tel que l'algorithme LQR (Linear Quadratic Regulator) occupe une part considérable des recherches scientifiques de la littérature(Dong et al. 2014; Takacs and Rohal'-Ilkiv 2012; Daraji and Hale 2012; Balamurugan and Narayanan 2001).

Les matériaux piézoélectriques sont fabriqués et normalisés à la température de référence (Gupta et al. 2011). Diverses recherches scientifiques mondiales ont réalisé des simulations pour le « AVC » de structures intelligentes utilisant les équations constitutives piézoélectriques (Balamurugan et Narayanan, 2008; Bodaghi et al., 2012; Kumar et Narayanan, 2008) à cette température de référence, bien qu'en pratique, les systèmes ou les structures doivent fonctionner principalement dans un environnement difficile comme dans le cas des panneaux solaires, des

réflecteurs d'antenne spatiale et dans diverses applications marines (Friswell et al., 1997). Le changement de température peut affecter les performances des matériaux piézoélectriques (Gupta et al., 2011, 2012; Victor, 1996; Wolf et McKinstry, 2004). C'est ce qu'a montré (Gupta et al, 2012) en énonçant ce qui suit : Avec la variation de la température :

(a) Des contraintes thermiques se développent dans la structure intelligente en raison de discordance des coefficients de dilatation thermique.

(b) La tension se développe en raison de l'effet pyroélectrique.

(c) Le changement dans les propriétés mécaniques et électriques de la structure intelligente.

D'autres études (Bodaghi et al, 2012 ; Kumar et al, 2008 ; Li et al, 2008 ; Zhang et Li, 2013) ont mis en évidence la contribution des contraintes thermiques et pyroélectriques sur les performances du « AVC » au fil des ans.

En ce qui de notre contribution, le présent travail propose une formulation par EF de poutres composite basée sur la théorie de la déformation par cisaillement de troisième ordre. Les coefficients piézoélectriques sont dépendants de la température. Deux types d'analyse sont envisagées (avec et sans prise en compte de la variation de la température), et incluent les réponses statiques et dynamiques. Un algorithme de rétroaction négative des vitesses est utilisé pour fournir le gain nécessaire pour le « AVC » de la poutre composite.

Chapitre I.

Généralités sur les matériaux composites hautes performances

1.1 Introduction :

Comme le terme l'indique, un matériau composite est différent du matériau homogène conventionnel. C'est une combinaison de deux matériaux différents que l'on appelle généralement la matrice et le renfort ou bien fibre. Ces propriétés sont souvent complémentaires, qui associés, possèdent des caractéristiques physiques complètement différentes de leurs composants. La matrice a généralement un rôle mécanique, qui est celui de fournir une certaine cohésion entre les différents éléments du renfort et ainsi elle joue le rôle de « ciment » en assurant un minimum d'homogénéité à l'ensemble. La liaison entre fibres et matrices est créée lors de la phase de fabrication du matériau composite. Elle a une influence fondamentale sur les propriétés mécaniques du matériau composite.

Les renforts sont utilisés pour la fabrication des matériaux composites sous différentes formes, selon le domaine d'application et les caractéristiques mécaniques souhaitées. Ils peuvent être utilisés en fibres courtes, fibres longues, en sphères et même en tissu de fibres plus ou moins complexe (tissage 2D et 3D). Un grand nombre de matériaux composites sont utilisés de manière universelle et il est presque impossible de les traiter de la même manière, leurs propriétés sont donc variables.

1.2 Composites hautes performances « CHP » :

Dans cette section, des généralités propres aux matériaux composites de type Hautes Performances « HP » sont présentés. Ces composites HP sont utilisés dans des applications qui nécessitent au moins les mêmes niveaux de contraintes que ceux des structures métalliques. Les domaines les plus concernés sont ceux du transport, en particulier dans le domaine aéronautique, dont le développement dépend en grande partie de l'évolution de nouvelles solutions composites, et aussi l'industrie navale et le sport de haut niveau.

Ce sont des matériaux à renforts fibreux organiques associés à une matrice. Le but de ce composant est de former un matériau final dont les propriétés mécaniques, thermiques, acoustiques, etc., sont spécifiques. Rapportées à la masse volumique, les propriétés sont plus intéressantes que celles des matériaux dits standards.

Actuellement, 99% des matériaux composites HP sont conçus avec des matrices organiques (CMO). Cependant, il existe d'autres matériaux avec des matrices inorganiques, qui

souvent sont des métaux ou des céramiques, et qui ont une diffusion modeste mais répondent à des exigences techniques extrêmes. Les matériaux composites que nous présenterons ci-dessous sont limités à ceux constitués par une matrice organique (résine thermoplastique ou thermodurcissable) et des renforts pouvant être de verre, de carbone, d'aramide ou encore naturelles (lin, chanvre, sisal). À ces deux constituants (Renfort Matrice), des additifs et des charges sont ajoutés pour assurer une adhérence suffisante entre le renfort fibreux et la matrice.

Les charges ajoutées au composite lui permettent de modifier l'aspect et les caractéristiques de la matière à laquelle elles sont ajoutées : coloration, agents anti-rayon UV, charges ignifugeantes, isolation thermique ...etc. Selon les composants de base des matrices et des fibres (les types, fraction volumique, architecture), on obtient des composites différents.

Pour obtenir les propriétés mécaniques les plus élevées, la résine (généralement en polymère) doit occuper totalement les espaces entre fibres et présenter le moins de bulles d'air possible. Pour cela, la résine doit passer par un état liquide, puis elle doit être polymérisée et réticulée par activation thermique et/ou chimique de la réaction de liaison des monomères de base. La température nécessaire pour activer cette réaction détermine la température maximale de service du composite, qui, si elle est dépassée, conduira à une chute des propriétés mécaniques de la résine et à une perte d'intégrité de la structure. Cette réaction chimique, et donc les conditions d'utilisation du composite dépendent du type de résine envisagée. C'est donc tout naturellement que les composites sont classés selon le type de résine utilisée.

1.2.1 Résines utilisées dans les composites hautes performances :

Les matrices organiques, qui sont des résines polymères peuvent être :

- ✓ Soit thermoplastiques : il s'agit alors de granulés solides (figure I.1 a) que l'on chauffe pour les ramollir avant de les mettre en forme ;
- ✓ Soit thermodurcissables (les plus utilisées) : il s'agit alors de précurseurs liquides (figure I.1 b) qui, après l'ajout d'un catalyseur et chaleur, réagissent pour former la matrice (c'est la polymérisation), ce qui entraîne une solidification.



*Figure 1.1: Résine avant mise en forme.
(a) Résine thermoplastiques, (b) Résine thermodurcissable.*

Les résines **thermodurcissables** autant que les résines **thermoplastiques** ont en commun d'atteindre leur état solide par la création de liaisons au niveau des monomères de base. Toutefois, ces deux types de résines se distinguent par le niveau d'énergie des liaisons ainsi créées. Dans les thermoplastiques, les liaisons de polymérisation sont d'un faible niveau énergétique, ce sont des liaisons intermoléculaires - de Van der Waals - et dues également à l'enchevêtrement des macromolécules, ce qui autorise la réversibilité de la structure polymère et donc le recyclage. Au contraire, les thermodurcissables réticulent dans une structures tridimensionnelle impliquant des liaisons covalentes, de type carbone-carbone notamment, ce qui rend le processus de recyclage irréversible après dégradation du matériau.

Les polymères **thermoplastiques** ont un coût de revient intéressant, résultant à la fois de matières premières disponibles et des procédés de fabrication (injection, extrusion) relativement facile à mettre en œuvre, mais ces polymères sont associés à des propriétés mécaniques et thermomécaniques généralement faibles. Il faut toutefois noter que les températures d'activation de la polymérisation sont de l'ordre de quelques centaines de degrés centigrade, ce qui induit des coûts énergétiques importants. Ce type de résine est idéalement utilisé dans les composites grandes diffusions avec des proportions importantes dans le matériau composite GD. Pour les composites HP, au contraire, la proportion de résine thermoplastique reste faible même si des résines dont les propriétés mécaniques égalent à celles des résines thermodurcissables sont parfois utilisées (résine PEEK). Leur utilisation peut présenter un intérêt certain par exemple de par la température élevée de service (de l'ordre de 300°C) que ces résines peuvent supporter.

Les polymères **thermodurcissables** les plus utilisés sont les résines polyesters insaturées, puis viennent les résines époxydes. Ceci est dû essentiellement à leur prix élevé, puisqu'elles

sont environ 5 fois plus coûteuses que les résines polyesters. Cependant, malgré un temps de polymérisation long et un coût élevé, les résines époxydes représentent les matrices les plus utilisées dans la fabrication des composites HP en raison de leurs bonnes caractéristiques mécaniques.

Le tableau I.1 résume les principales propriétés des résines les plus couramment employées.

Tableau I-1: Caractéristiques de quelques résines types thermodurcissables et thermoplastiques (Drapier 2014).

<i>Caractéristiques des résines</i>	<i>Thermodurcissables</i>			<i>Thermoplastiques</i>	
	<i>Epoxyde</i>	<i>Phénolique</i>	<i>Polyester</i>	<i>Polypropylène</i>	<i>Polysulfure. de phénylène</i>
<i>Masse volumique ρ_m (kg/m³)</i>	1200	1300	1200	900	1300
<i>Module d'Young E_m (GPa)</i>	2,1 - 5,5	3	1.3-4.5	1.2-1.7	3
<i>Coefficient de Poisson ν_m</i>	0.4	0.4	0.4	0.4	-
<i>Contrainte à rupture en tension σ_m (MPa)</i>	50 - 90	40 - 60	50 - 70	20 - 30	65
<i>Coeff. de dilatation thermique α_m (10⁻⁵°C⁻¹)</i>	11	1	8	9	5
<i>Température limite d'utilisation (°C)</i>	90 à 200	120 à 180	80 à 180	80 à 140	130 à 250

1.2.2 Renforts utilisés dans les composites hautes performances :

Les renforts apportent aux composites les performances mécaniques : rigidité, résistance à la rupture dans la direction des fibres, ainsi que de bonnes propriétés thermiques, électriques et chimiques tout en offrant un gain de masse avantageux par rapport aux métaux. Les fibres peuvent être classées suivant la nature du matériau utilisé (carbone, verre, aramide,...), leurs propriétés (densité, prix, contrainte et module de traction,...), ou encore leur architecture (nappe, fil, tissus,...) comme le montre la figure I.2 ci-dessous.

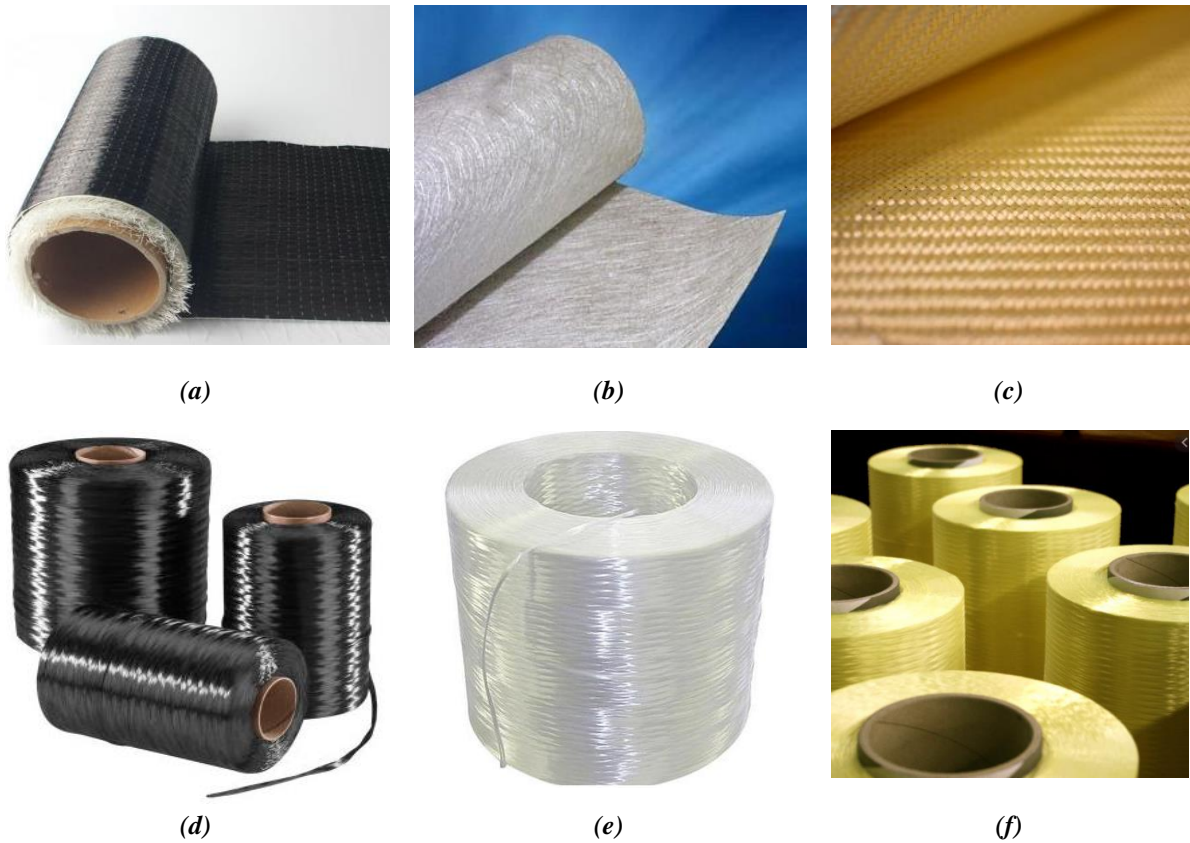


Figure I.2 : Quelques fibres couramment utilisées dans les composites HP.
(a) Tissu de carbone, (b) Tissu du verre, (c) Tissu d'aramide
(d) Bobines de fils de carbone, (e) Bobine du fils de verre, (f) Bobines du fil d'aramide.

Les caractéristiques des fibres les plus courantes sont indiquées dans la plupart des ouvrages traitant des composites HP (Berthelot-2012). Nous souhaitons donner ici quelques indications rapides sur les trois types de fibres les plus couramment utilisées dans les CHP. Les principales caractéristiques des fibres de carbone haute résistance (HR), des fibres de verre E, et des fibres d'aramide, sont indiquées dans le tableau I.2.

Tableau I-2 : Caractéristiques de quelques fibres (Drapier 2014).

Caractéristiques mécaniques et thermiques des résines	Verre E Appli. Courantes)	Verre R (Hautes Performances)	Aramide (Kevlar 49)	Carbone (Haute Résistance)	Carbone (Haut Module)
Masse volumique ρ_m (kg/m ³)	2600	2500	1450	1750	1800
Module spécifique E_f/ρ (MN/kg)	28	33	90	130	216
Coefficient de Poisson ν_m	0.2	0.25	0.4	0.3	0.35
Contrainte à rupture en tension σ_m (MPa)	2500	3200	2900	3200	2600
Coeff. de dilatation thermique α_f (10 ⁻⁵ °C ⁻¹)	0.3	0.5	-0.2	0.02	0.08
Contrainte spécifique σ_{fi}/ρ (kN/kg)	0.95	1.4	2	1.8	1.4
Diamètre ϕ (µm)	16	10	12	6 à 7	6 à 7
Rigidité sens fibre E_{fr} (GPa)	74	86	130	230	390
Rigidité sens transverse E_{ft} (GPa)	74	86	130	20	12
Température limite d'utilisation t_f (°C)	700	700	-	1500	1500

1.3 Structure des matériaux composites :

Les matériaux composites structuraux sont classés en trois catégories : les monocouches, les stratifiés et les sandwichs.

1.3.1 Monocouches :

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. La forme du renfort caractérise les différents types de monocouches (Figure I.3). Le renfort peut être à fibres longues : ce sont les plis unidirectionnels (noté parfois UD), courtes ou à fibres tissées.

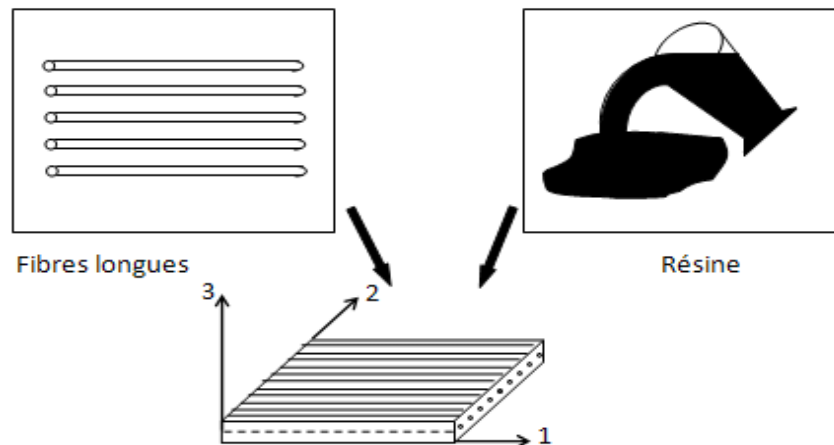


Figure I.3 : Composite monocouche unidirectionnel.

1.3.2 Stratifiés :

Lorsqu'un matériau est constitué d'un ensemble de couches ordonnées d'une direction et d'une épaisseur donnée, il est appelé «stratifié» (Figure I.4). Il est composé de divers matériaux. Les couches du stratifié sont souvent appelées « Strate ». L'avantage des composites stratifiés est qu'ils peuvent créer des matériaux avec les propriétés mécaniques les mieux orientées pour mieux répondre aux contraintes structurelles. Le type de stratifié est généralement défini par sa désignation, qui est tiré des séquences d'empilement. Cette information fournit l'orientation de chaque couche du stratifié.

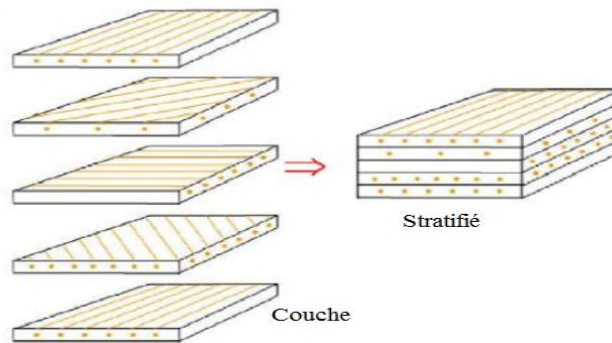


Figure I.4: Nomenclature des stratifiés composites.

Désignation des stratifiés :

Les règles de désignation des stratifiés à bases de tissu ou de fils unidirectionnels, sont les suivantes :

- La désignation de chaque couche se fait par la valeur de son angle d'orientation (angle d'orientation des fibres en degrés par rapport à l'axe x de référence). Le sens de l'orientation est pris en compte (positif ou négatif), la désignation dépend donc du référentiel choisi (Figure I.5).

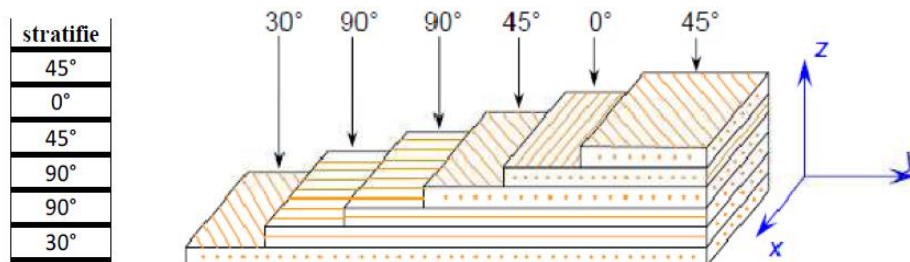


Figure I.5: Désignation d'un stratifié.

- Les couches consécutives dans la même direction sont désignées par un index numérique, qui indique le nombre de couches dans cette direction.
- Les couches successives d'angles différents sont séparées par un /.
- Si deux couches successives ont les mêmes valeurs des orientations mais de sens opposés, elles peuvent être désignées par le signe \pm .
- La désignation se fait couche par couche en allant d'une face à l'autre, des crochets indiquant le début et la fin.
- S'il y a une séquence répétitive, les couches en question sont mises entre parenthèses pour désigner la séquence. Un indice numérique indique le nombre de répétition de celle-ci (figure I.6).

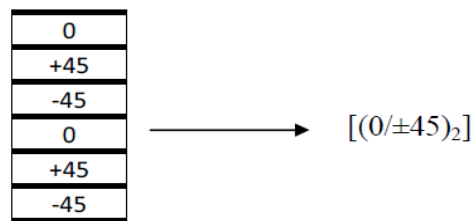


Figure I.6 : Exemple d'un stratifié composé de six couches.

Selon la séquence d'empilement des couches, on rencontre plusieurs types de stratifiés :

- a) Équilibrés : le stratifié comporte le même nombre de couche orientées suivant la direction $+0$ que les couches orientées suivant la direction -0 .
- b) Symétriques : le plan moyen du stratifié est le plan de symétrie (par rapport à la disposition des couches). La désignation dans ce cas peut se limiter à la moitié des plis en débutant d'une face et en s'arrêtant au plan moyen à côté duquel un indice "s" désigne cette symétrie. Si le nombre total des couches est impaire, la couche centrale (plan de symétrie) est surlignée (Figure 1.7).

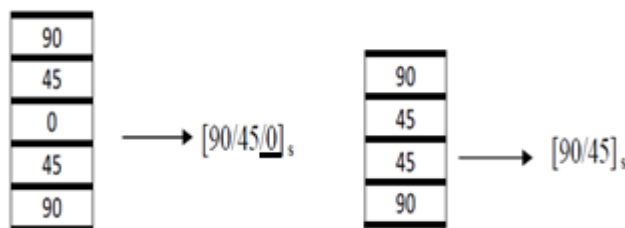


Figure I.7 : Désignation des stratifiés symétriques.

c) Croisés : un stratifié croisé est constitué exclusivement de la séquence $[0/90^\circ]$, cette couche se répète n fois.

d) Orthogonaux : ils comportent autant de couches à 0° que de couches à 90° .

e) Hybrides : un stratifié composé de plusieurs couches renforcées par des fibres de natures différentes. Une meilleure performance peut être obtenue en utilisant au mieux les propriétés de chaque type de renfort (Figure I.8).

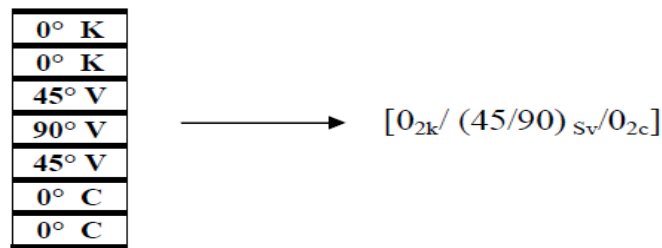


Figure I.8 : Désignation d'un stratifié Hybride, V : verre, C : carbone, K : kevlar.

I.3.3 Sandwichs :

Les sandwichs sont des matériaux possédant deux peaux de grande rigidité et de faible épaisseur et renfermant un cœur de forte épaisseur et de faible résistance (figure I.9). L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion et c'est un excellent isolant thermique.

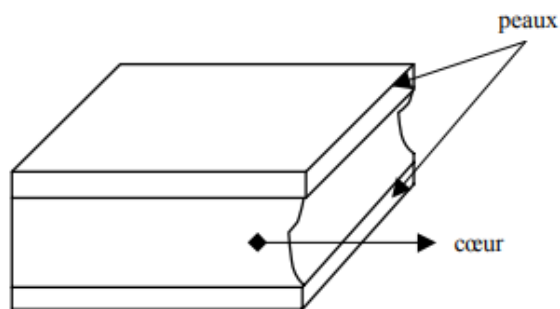


Figure I.9 : Structure sandwich.

I.4 Equations constitutives des matériaux composites :

L'une des propriétés fondamentales des matériaux composites est la directionnalité de leurs propriétés mécaniques. En effet, ces matériaux n'ont pas les mêmes propriétés dans le sens de fibre que dans la direction perpendiculaire aux fibres. Ce type de propriété est généralement modélisé par la loi de comportement élastique orthotrope, qui permet de représenter un matériau dont les propriétés élastiques ont trois directions orthogonales principales (c'est-à-dire trois

plans de symétrie). Ce type de loi permet de modéliser des composites de fibres unidirectionnelles et des composites de fibres tissées, ainsi que des matériaux plus isotropes (comme les plastiques renforcés de fibres courtes ou encore les matériaux isotropes standards). La loi de comportement du matériau orthotrope élastique en déformation minimale est exprimée dans le repère orthotrope du matériau par (Berthelot) :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^E & Q_{12}^E & Q_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21}^E & Q_{22}^E & Q_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ Q_{31}^E & Q_{32}^E & Q_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{I.1})$$

Avec :

$$Q_{11}^E = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 (T^\circ)\Lambda}; \quad Q_{12}^E = \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Lambda} = \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Lambda};$$

$$Q_{13}^E = \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Lambda} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Lambda}; \quad Q_{22}^E = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Lambda};$$

$$Q_{23}^E = \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Lambda} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{E_1 E_2 \Lambda}; \quad Q_{33}^E = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Lambda};$$

$$Q_{44}^E = G_{23}; \quad Q_{55}^E = G_{31}; \quad Q_{66}^E = G_{12}$$

$$\Lambda = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3} \quad (\text{I.2})$$

$$\nu_{ij} = \frac{E_j}{E_i} \nu_{ji} \text{ pour } (i, j = 1, 2, 3) \quad (\text{I.3})$$

Les différentes variables sont définies comme suit :

σ_{ij} : Tenseur des contraintes nominales.

ε_{ij} : Tenseur des déformations infinitésimales.

Q_{ij}^E : Tenseur d'élasticité linéaire orthotrope exprimé sous forme matricielle dans le repère des directions principales du matériau ;

E_i : Module d'élasticité dans la direction principale i , paramètre qui peut varier selon le champ thermique appliqué.

ν_{ij} : Coefficient de Poisson dans la direction j pour une traction en i .

G_{ij} : Module de cisaillement dans le plan $i j$.

Pour définir ce modèle de matériau, il faut déterminer dix paramètres de composition, à savoir trois modules d'élasticité, trois modules de cisaillement, trois coefficients de Poisson, et la densité du matériau. Dans ce modèle, la direction principale forme un trièdre orthogonal à angle droit. Il faut également noter que le modèle élastique orthotrope est plus polyvalent que le modèle composite unidirectionnel qui est généralement considéré comme isotrope horizontalement (ou isotrope latéralement). On obtient un modèle de matériau composite fibreux transotrope en imposant que :

- E_2 et E_3 sont égaux au module d'élasticité transverse E_T , E_1 étant alors égal au module d'élasticité E_L dans la direction principale des fibres.
- G_{12} et G_{13} sont égaux au module de cisaillement G_{LT} entre la direction principale et le plan transverse, G_{23} étant alors égal au module de cisaillement G_{TT} dans le plan transverse.
- ν_{12} et ν_{13} sont égaux au coefficient de Poisson ν_{LT} entre les directions principale et transverse, ν_{23} étant alors égal au coefficient de Poisson ν_{TT} dans le plan transverse.

Un matériau composite unidirectionnel transotrope peut être décrit par 6 constantes de matériau : $E_L, E_T, G_{LT}, G_{TT}, \nu_{LT}$ et ν_{TT} . Cependant, en raison des procédés de mise en œuvre des matériaux composites, on remarque souvent qu'un matériau composite unidirectionnel réel ne peut pas être considéré comme parfaitement transotrope. Ainsi, en toute généralité, pour des structures plaques ou coques, les constantes nécessaires à la caractérisation d'un matériau orthotrope sont $E_1, E_2, G_{12}, G_{23}, G_{31}$ et ν_{12} .

Une autre propriété inhérente à l'anisotropie des matériaux composites est la nécessité de prendre en compte l'orientation de la loi constitutive, pour passer d'une formulation de la matrice d'élasticité Q^E dans le repère lié au matériau vers une représentation C dans le repère global de la structure. En effet, dans le cas des composites fibreux, la direction principale du matériau (celle des fibres) n'est généralement pas alignée avec la première direction du référentiel de la structure. Dans le cas de structures de coques ou de plaques, la troisième direction d'orthotropie est généralement considérée comme colinéaire à la normale à la surface

de la structure. Cependant, pour définir l'orientation de l'axe principal d'orthotropie du matériau f_1 dans le plan de la coque, l'angle entre les fibres (direction principale f_1 de la loi constitutive) de la $k^{\text{ième}}$ couche et le premier axe local e_1 de la structure doit également être spécifié. La transformation permettant de passer de la référence de matériau au référentiel local est en fait une rotation tensorielle d'angle φ^k autour de l'axe e_3 .

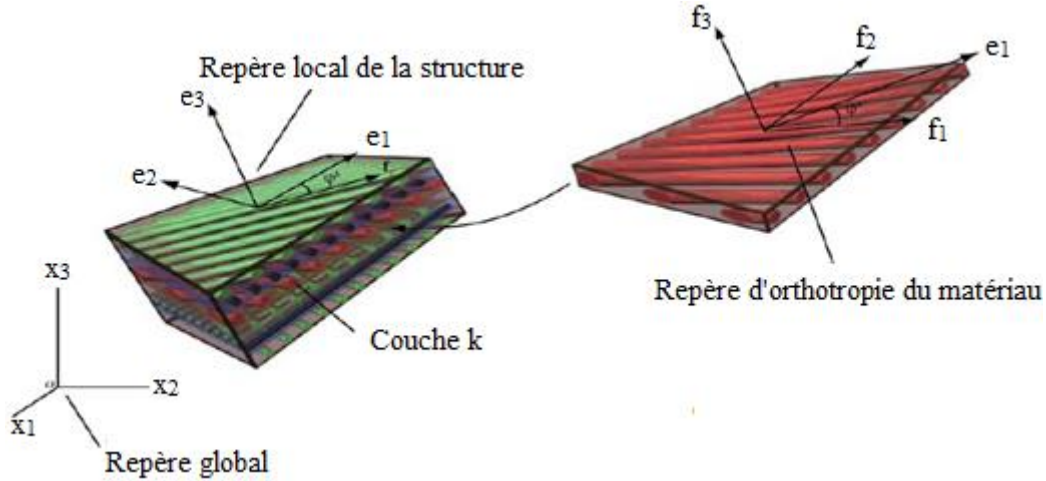


Figure I.10 : Orientation des couches d'un stratifié orthotrope.

On peut bien sûr appliquer cette rotation au tenseur d'élasticité du quatrième ordre et écrire ainsi la loi d'élasticité orthotrope dans le repère de la structure (matrice Q) de la manière suivante (Drapier 2014):

$$Q^k = T^k Q^E T^{kT} \quad (I.4)$$

Avec :

$$T^k = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi^k & \sin^2 \varphi^k & 0 & 0 & 0 & -2 \sin \varphi^k \cos \varphi^k \\ \sin^2 \varphi^k & \cos^2 \varphi^k & 0 & 0 & 0 & 2 \sin \varphi^k \cos \varphi^k \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi^k & \sin \varphi^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \varphi^k & \cos \varphi^k & 0 \\ \sin \varphi^k \cos \varphi^k & -\sin \varphi^k \cos \varphi^k & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \varphi^k - \sin^2 \varphi^k \end{bmatrix} \quad (I.5)$$

La forme des matrices d'élasticité réorientées change alors par rapport à la définition (I.1) et fait apparaître des termes de couplages (Q_{16} , Q_{26} , Q_{36} et Q_{45}) entre les contraintes et déformations normales et de cisaillement.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & Q_{26} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & Q_{36} \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & Q_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{45} & Q_{55} & 0 \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{36} & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (I.6)$$

1.5 Processus de fabrication des composites hautes performances :

Les matériaux composites présentant beaucoup d'avantage dans plusieurs domaines, leurs procédés de fabrication sont devenus de plus en plus importants. Les procédés par voies humides ou sèches (pré-imprégnés) sont des technologies indirectes qui existent depuis longtemps. Les propriétés mécaniques les plus élevées sont obtenues en utilisant ce type de technologie, mais elle est coûteuse. Les technologies directes, les procédés par voies sèches ou LCM (Moulage du Composite Liquide) se sont développés depuis la fin des années 80. Ils ont permis de réduire les coûts des installations de fabrication.

1.5.1 Les procédés par voie sèche (les pré-imprégnés) :

Afin de faciliter la mise en forme, il existe dans le domaine de fabrication des composites, comme dans les matériaux métalliques, des semi-produits. Les procédés reposant sur l'utilisation des pré-imprégnés (souvent appelés Prépreg) sont des procédés de fabrication indirectes ou des semi-produits. Dans les procédés pré-imprégnés, les fils ou les tissus de carbone, ou de verre ou d'aramide ont été pré-imprégnés avec une résine thermodurcissable dont on aura freiné la réticulation par l'adjonction d'un solvant ainsi que par la conservation du semi-produit à basse température. Il suffira lors de la mise en forme de faire redémarrer la réticulation par chauffage afin d'obtenir le durcissement irréversible du composite. Les procédés dits pré-imprégnés sont largement utilisés dans le domaine civil et militaire par exemple, le secteur aéronautique et les activités du sport et des loisirs. On peut obtenir des performances mécaniques de haut niveau par la technologie du pré-imprégné. Elle présente l'avantage de maîtriser facilement les propriétés de la pièce finale en particulier la fraction volumique de fibre, mais les coûts de stockage et de matière première sont très élevés.

1.5.2 Les procédés LCM (Moulage du Composite Liquide) :

Pour les procédés de fabrication des matériaux composites, les procédés pré-imprégnés ne sont pas l'unique technique adaptée à la fabrication des pièces de grandes dimensions, épaisses, et de structure complexe. Aujourd'hui les procédés LCM sont de plus en plus utilisés dans la fabrication des composites avancés. L'acronyme LCM représente plus d'une douzaine de différents types de procédé de fabrication (Celle 2006). Le principe de tous les procédés LCM est le même. D'abord, la résine est injectée et remplit l'empilement de la préforme, ensuite un apport de chaleur transforme la résine liquide à un état solide. Différents types d'application du procédé LCM nous permettent d'avoir un plus grand nombre de taille et de forme de structures. Dans les procédés LCM, il y a deux grandes familles de procédé : les procédés d'injection et les procédés d'infusion. Nous allons présenter leurs principes particuliers, et en même temps introduire les avantages et les inconvénients pour les deux familles de procédé.

1.5.2.1 Procédé d'injection RTM(moulage par transfert de résine) :

Le procédé RTM (Moulage par transfert de résine) est apparu au début des années 90 (Berbero 1998). Ce procédé consiste en l'injection de résine par un ou plusieurs points dans des préformes fibreuses maintenues entre deux moules rigides et fermés. Les points d'injection de la résine sont définis selon la taille et la complexité de la pièce. L'empilement de la préforme est préalablement disposé à l'intérieur du moule avant sa fermeture et son verrouillage. Les tolérances dimensionnelles et le taux volumique de fibre doivent être contrôlés. Le procédé RTM permet de produire des pièces composites de haute qualité. La figure (I.11) décrit un chemin possible pour le procédé de fabrication par RTM. Les préformes sont placées dans un moule rigide, puis la résine est injectée sous pression ou débit contrôlé. Dès que les préformes sont remplies et la résine est sortie par l'évent, le cycle de température est imposé. Finalement, après la cuisson, la pièce finale peut être éjectée.

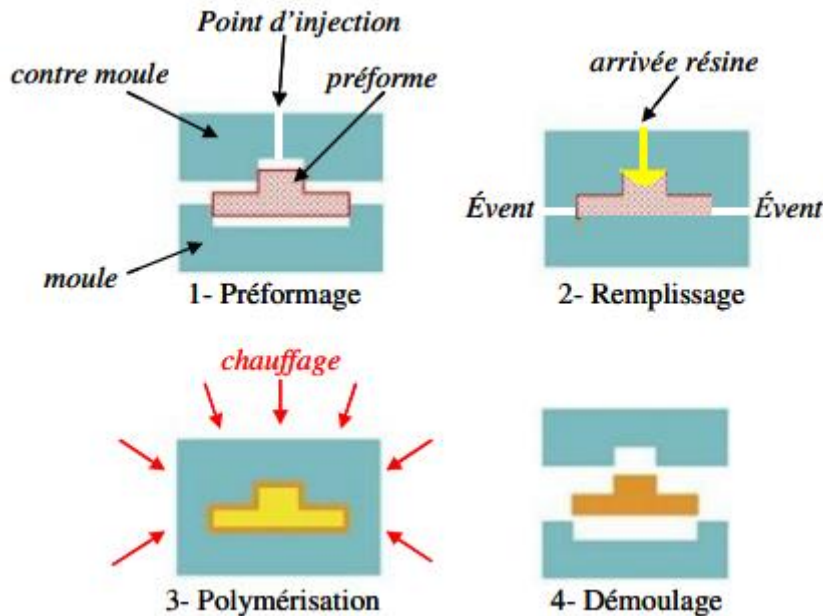


Figure I.11 : Procédé d'injection RTM (moulage par transfert de résine)(P. Wang 2010).

1.5.2.2 Procédé d'infusion de résine :

Les procédés d'infusion de résine (VIP : Processus d'infusion sous vide) peuvent être utilisés dans des conditions flexibles, par exemple, dans des moules ouverts à sac vide en nylon ou silicone à faible coût. Ce type de procédé ne requiert que peu de pression de résine et l'outillage est donc moins cher que les moules rigides par rapport au procédé d'injection RTM. Les procédés par infusion de résine RFI (Infusion de Film de Résine) et LRI (Infusion de Résine Liquide) sont des nouveaux procédés de fabrication particulièrement intéressants pour les pièces en composites complexes ou de grandes dimensions. Ils sont adaptés particulièrement pour les petites et moyennes entreprises car les investissements sont plus faibles par rapport à d'autres procédés de fabrications.

Les procédés RFI/LRI :

Le principe du procédé RFI est présenté sur la figure (I.12) (Qi et al. 1999). Une couche de résine solide est placée en dessous de l'empilement de la préforme. Pour assurer une bonne finition de la surface supérieure de la pièce plane, une plaque d'aluminium est placée sur l'empilement fibre/résine. Un tissu de pompage est utilisé pour absorber les éventuels excès de résine. Enfin différents films en plastique antiadhésifs permettent d'isoler le composite de l'appareillage et notamment placer l'ensemble sur vide. Ensuite, avec l'application du cycle de température (autoclave ou table chauffante), la viscosité de la résine décroît. Cette baisse de la viscosité et l'action du cycle de pression (pompe à vide) permettent l'infusion de la résine à

travers l'épaisseur de la préforme. Une phase de thermo-durcissement va être réalisée par le cycle de la température et de pression après le remplissage de la résine.

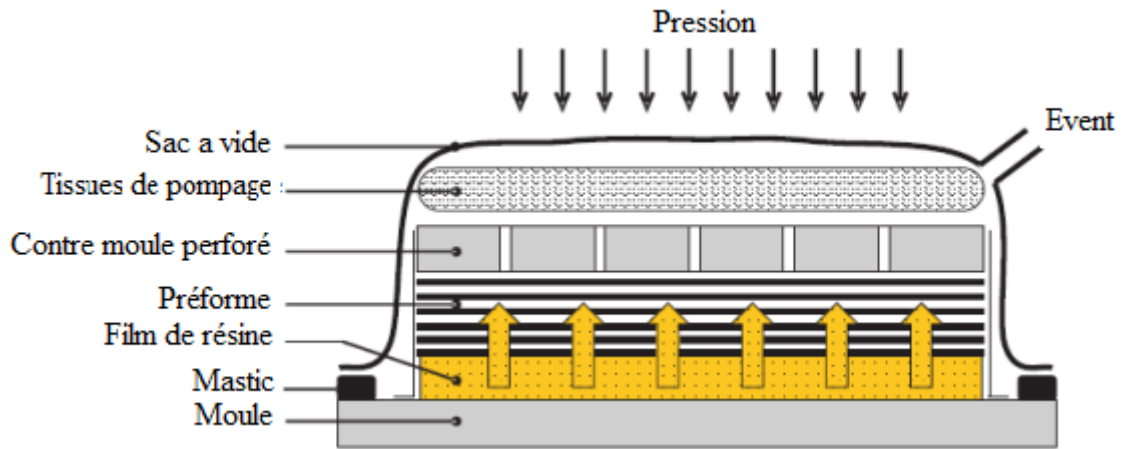


Figure I.12 : Principe du procédé RFI (P. Wang 2010).

Le procédé LRI a été développé plus récemment (Williams, 1996). Il consiste à utiliser un tissu drainant fortement perméable (voir figure I.13). Ce drainant permet de réaliser une couche de résine au-dessus de la préforme. L'ensemble du système d'infusion est enfermé dans un sac à vide. Un contre moule perforé peut être utilisé pour améliorer la qualité de surface de la pièce finale. Le différentiel de pression entre l'arrivée de résine, située au niveau du drainant, et l'évent, situé sur la base de la préforme, provoque l'infusion de la résine dans le drainant puis à travers l'épaisseur de la préforme sèche. Comme le procédé RFI, un cycle de température et de pression est appliqué pendant la phase de cuisson. Une fois la réticulation de la résine finie, après le refroidissement, la pièce composite est démoulée.

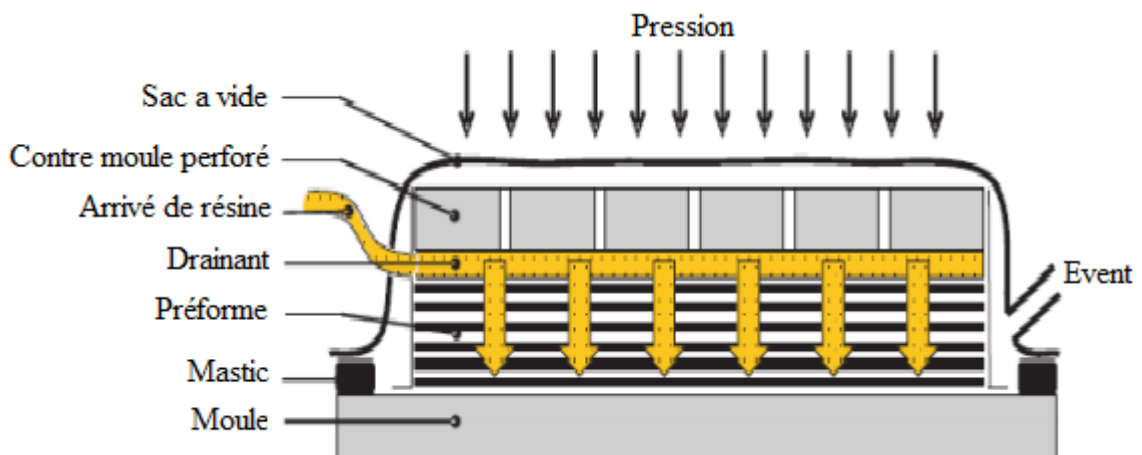


Figure I.13 : Principe du procédé LRI (P. Wang 2010).

1.6 Composite graphite-époxyde :

Une attention particulière est réservée au composite graphite/époxyde dans cette thèse car ce sera le matériau qui va être utilisé dans le chapitre III et IV. Les composites de graphite ont des propriétés mécaniques exceptionnelles. Le matériau est solide, rigide et léger. Le composite à base de graphite est le matériau de choix pour les applications où la légèreté et les performances supérieures sont primordiales, comme les composants pour les vaisseaux spatiaux, les avions-chasseurs et voitures de course.

Les fibres de graphite (parfois appelées fibres de carbone) sont fabriquées à partir d'un polymère organique : poly-acrylonitrile (PAN).

Historiquement, les composites à base de graphite étaient très chers, ce qui limitait leur utilisation dans les diverses applications. Cependant, au cours des dernières années, le volume de consommation de fibres de graphite a augmenté et les processus de fabrication se sont améliorés et le prix des composites de graphite a progressivement diminué. Aujourd'hui, les composites de graphite sont économiquement viables dans de nombreuses applications telles que les articles de sport, bateaux performants, véhicules performants et machines industrielles hautes performances.

Les trois plus grands avantages des composites de graphite sont :

1. Rigidité spécifique (rigidité/densité) élevée,
2. Haute résistance spécifique (force/densité),
3. Coefficient de dilatation thermique (CTE) extrêmement faible.

1.6.1 Processus de fabrication de la fibre de graphite

Les fibres de poly-acrylonitrile PAN sont d'abord oxydées, à l'air, vers 200°-400°C de 30minutes à 3heures. La carbonisation a lieu entre 1000° et 1500°C, sous atmosphère de diazote, pendant quelques minutes. Le produit obtenu, amorphe, contient 90% de carbone et de l'ordre de 8 à 10% d'azote, environ 1 % d'oxygène et moins de 1% d'hydrogène. Il possède une résistance mécanique en traction élevée (3000 à 6000 MPa) mais un module élastique moyennement élevé (200 à 330 GPa) et peut être, après traitement de surface, utilisé.

Un traitement complémentaire de graphitisation entre 1800° et 2000°C, pendant 1 à 2 minutes, donne des fibres, cristallisées sous forme graphite (figure I.14), à 99 % de carbone et possédant un module élastique élevé (350 à 600 GPa) et une résistance moindre (2000 à 5000 MPa). Cette graphitisation entraîne une réorientation des réseaux hexagonaux et permet d'augmenter la rigidité des fibres. Les traitements thermiques sont réalisés sous tension longitudinale. Afin de faciliter la liaison future des fibres avec leur matrice, un traitement d'oxydation de surface, généralement électrolytique, est réalisé.

Les fibres ont un diamètre compris entre 5 et 7 micromètres avec une masse volumique comprise entre 1,74 et 1,95 g/cm³. Elles sont produites de façon continue et sont regroupées sous forme de fils contenant de 1000 à 48000 fibres ou plus. Leur module élastique est compris entre 200 GPa et 600 GPa.

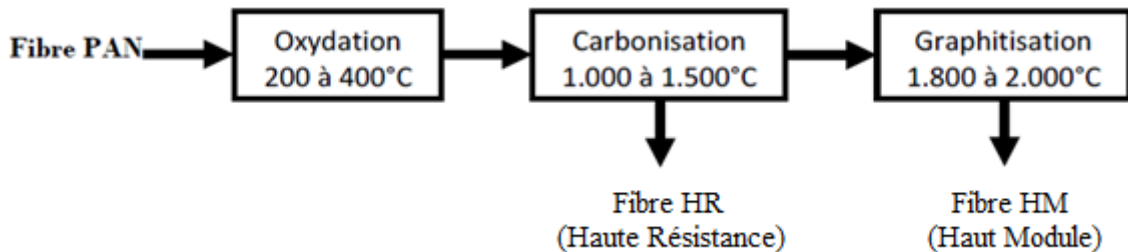


Figure I.14 : Voie classique de la production de fibre de graphite.

1.6.2 Matrice époxyde :

Les matrices époxydes sont utilisées dans la fabrication de composites hautes performances. Elles sont obtenues par condensation de bisphénol A avec l'épichlorhydrine du glycérol en milieu basique. Le polymère présente des groupements fonctionnels époxydes qui génèrent la réticulation par le biais d'une réaction chimique de polyaddition et l'utilisation d'un durcisseur de type amine. Cette réaction plutôt lente, est souvent complétée d'une post-cuisson (Figure I.15) afin d'obtenir des propriétés mécaniques optimales.

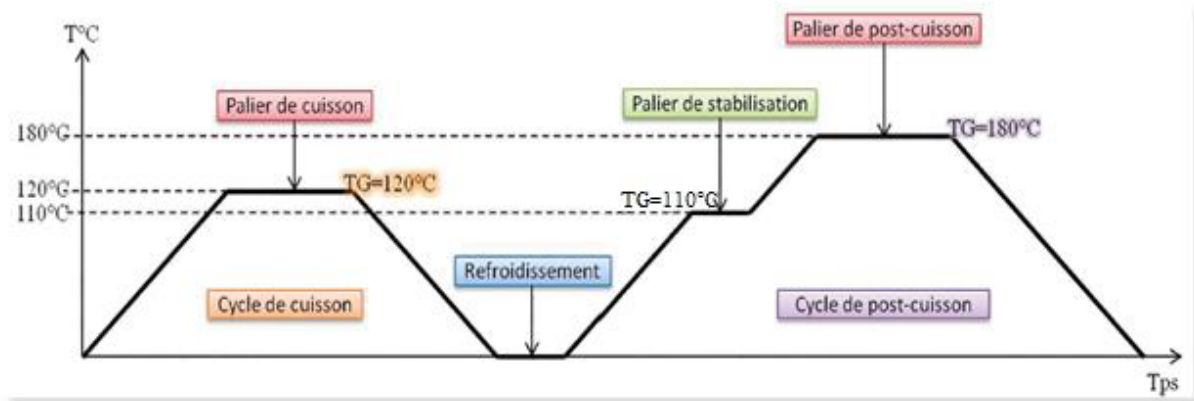


Figure I.15 : Cycle de post-cuisson d'une résine époxyde.

TG sur la figure(I.15) est la température de transition vitreuse correspondant au passage d'un état solide à un état viscoélastique. C'est un changement de phase réversible sous l'effet de la température présentant un point de ramollissement de la résine polymérisée.

1.6.3 Processus de fabrication de la poutre composite graphite-époxyde :

Si on envisage de fabriquer des poutres ou des plaques en graphite-époxyde dans le cadre d'une future étude expérimentale, une des méthodes utilisées pour les produire consiste à appliquer des couches de fibre de graphite tissées dans un moule ayant la forme de la pièce définitive souhaitée. L'orientation et le tissage des fibres sont choisis dans l'optique d'optimiser la résistance et la rigidité du matériau.

Pour le cas de notre étude (voir chapitre III et IV), la poutre destinée au contrôle actif est une poutre unidirectionnelle avec des dimensions bien définies.

Le moule sera ensuite rempli de résine époxyde, puis chauffé et laissé à l'air libre. Les pièces produites sont très résistantes à la corrosion, rigides, et offrent des propriétés mécaniques remarquables malgré leur masse réduite.

On peut utiliser un préimprégné (les fibres de carbone sont préimprégnées par la résine époxyde) ou étaler directement la résine époxyde sur les fibres. A noter que pour certains secteurs critiques, les moules sont enveloppés dans des sacs étanches, puis le vide est créé. Les pièces peuvent également passer dans un autoclave, car la moindre bulle d'air dans le matériau peut réduire sa résistance globale.

Considérons maintenant le matériau composite Graphite/Epoxyde où les fibres sont orientées selon une seule direction. On note f_v la fraction volumique des fibres, c'est-à-dire la proportion en volume occupée par les fibres dans le matériau composite, et E_f le module de Young des fibres. De même, v_m est la fraction volumique de la matrice, et E_m son module de Young.

La loi des mélanges indique le module de Young E_c longitudinal et transverse du matériau composite est donnée comme suit :

$$E_{cl} = E_f f_f + E_m f_m \quad (I.7)$$

$$\frac{1}{E_{ct}} = \frac{f_f}{E_f} + \frac{f_m}{E_m} \quad (I.8)$$

L'expression reliant la fraction volumique des fibres et de la matrice dans un composite est donnée par :

$$f_m = 1 - f_f \quad (I.9)$$

A l'aide des équations de mélange précédentes, les propriétés des fibres ainsi que des matrices sont données dans le tableau (I.3).

Pour réaliser une poutre composite Graphite/Epoxyde avec les mêmes propriétés que celle utilisée dans les chapitres III et IV (Jiang and Li 2007), et vu que l'auteur n'a pas précisé la nature de la fibre de carbone, nous pouvons offrir deux combinaisons possibles pour la réalisation, à savoir une en utilisant des fibres de carbone HR et l'autre en utilisant des fibres de carbone HM. Les propriétés de la résine époxyde à utiliser sont portées sur le tableau I.3 ci-dessous.

Tableau I-3 : Propriétés des fibres de carbone, matrice époxyde et du composite HP.

	<i>Module élastique longitudinal (GPA)</i>	<i>Module de cisaillement (GPA)</i>	<i>Fraction volumique %</i>		<i>Coefficient de poisson</i>	<i>Densité</i>
			<i>Cas 1</i>	<i>Cas 2</i>		
Cas 1 : Fibre de Carbone HR	240	50	74.5	--	0.20	1810
Cas2 : Fibre de Carbone HM	400	20	--	44.3	0.29	1900
Matrice Epoxyde	4.5	1.6	25.5	55.7	0.33	1150
Poutre composite Graphite Epoxyde	180	8	--		0.33	1600

Le choix final sera fait en fonction du cahier des charges, des coûts de revient et de la disponibilité des matériaux de base.

Chapitre II :

Phénomène piézoélectrique et algorithme de contrôle.

Le deuxième chapitre est composé de deux parties. Dans la première partie, un rappel de la théorie de phénomène piézoélectrique et l'utilisation de ce type de matériaux dans le domaine du « AVC » est fait ainsi qu'une présentation des lois de comportement des matériaux piézoélectriques avec et sans effet thermique.

Dans la deuxième partie, on présente les différents types de contrôleurs appliqués aux techniques de « AVC ».

II.1 Introduction :

La stratégie de contrôle des vibrations dans laquelle une source d'énergie externe est utilisée pour contrôler les vibrations structurelles est appelée « AVC ». Dans ces systèmes, le contrôle actif se compose essentiellement de capteurs pour mesurer la dynamique de la structure, d'un processeur pour manipuler les signaux du capteur, d'actionneurs pour agir à l'ordre du processeur et d'une source d'énergie pour alimenter les actionneurs. Une telle structure est communément connue sous le nom de «structure intelligente».

Les matériaux piézoélectriques possèdent d'excellentes propriétés électromécaniques et des réponses rapides. Leur fabrication est facile, leur conception est flexible et se caractérise par des poids faibles. On les utilise souvent dans de grande bande d'exploitation. D'autres avantages et intérêts d'application sont à noter : ils consomment une faible énergie et ne génère aucun champ magnétique tout en convertissant l'énergie électrique en énergie mécanique. Pour toutes ses qualités, les matériaux piézoélectriques sont largement utilisés comme capteurs et actionneurs dans le « AVC » (Gupta, Sharma, and Thakur 2012).

II.2 Piézoélectricité :

II.2.1 Définition :

Une structure dans laquelle les matériaux piézoélectriques sont utilisés comme capteurs et actionneurs est appelée structure intelligente (En anglais : Smart structure). Les matériaux piézoélectriques génèrent des signaux électriques lorsqu'ils sont soumis à des contraintes mécaniques (Le Dren 2000) et vice versa. Ces effets sont connus comme effet piézoélectrique direct et effets piézoélectriques inverses. En conséquence, ces deux phénomènes (direct et inverse) sont écrits sous la forme de deux équations constitutives. Les propriétés de l'effet

piézoélectrique offrent à ces matériaux l'avantage d'être utilisés pour le contrôle des vibrations comme des capteurs et des actionneurs comme déjà mentionné dans l'introduction ci-dessus. Les plus connus et répandus sont les piézo-céramiques tel que le PZT : zirconite de titanate de plomb, et le PVDF : Poly fluorure de Vinylidène, et le quartz.

D'où vient le mot piézo ? L'étymologie du mot provient du grec piézein (qui veut dire presser ou appuyer). Pour l'histoire, la première découverte de l'effet piézoélectrique direct dans les cristaux de sel de la Rochelle (France) s'est faite en 1880 par les frères Pierre et Jacques Curie. Et ainsi fut donnée la première nomination de ces matériaux « matériaux piézoélectriques » en 1881 par Wilhelm Hankel. Par la suite, les frères Curie ont confirmé et identifié par un dispositif expérimental l'effet piézoélectrique inverse (figure II.1).

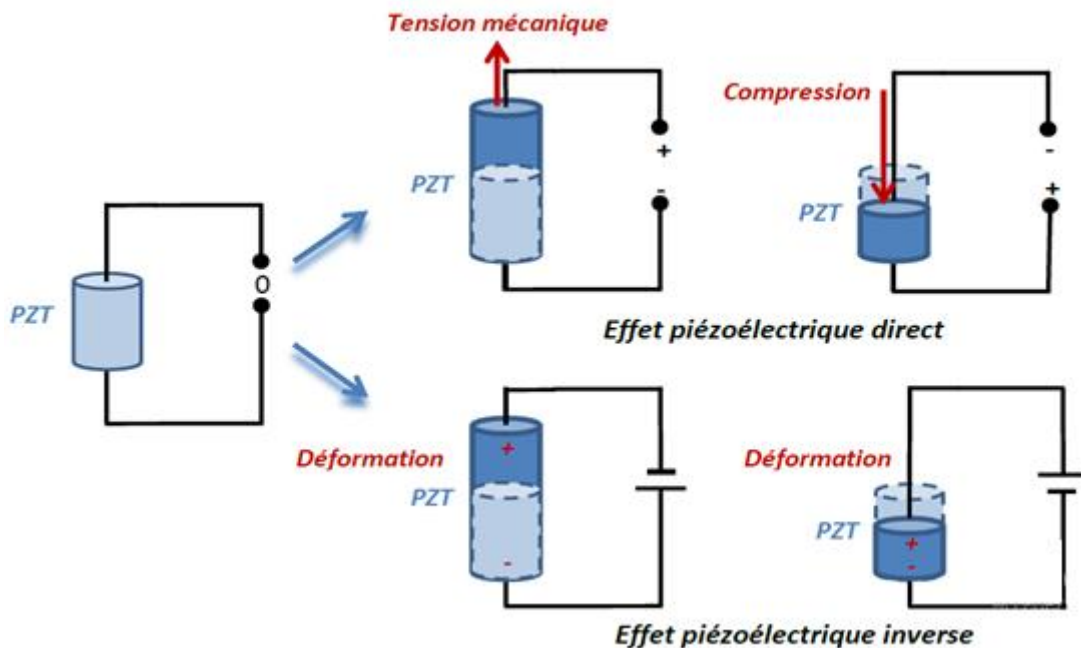


Figure II.1 : Effets piézoélectriques direct et inverse (Babesse 2018).

II.2.2 Classification et propriétés des matériaux piézoélectriques :

Après sa découverte, la piézoélectricité resta pendant une trentaine d'années au niveau des travaux de laboratoire. Durant cette période, des travaux théoriques aboutirent en 1910 à la publication de Woldemar Voigt. Ces travaux donnent les vingt classes cristallines piézoélectriques parmi les 32 classes existantes (figure II.2), et définissent rigoureusement les constantes piézoélectriques dans le formalisme de l'analyse tensorielle.

Après presque un siècle et demi, la piézoélectricité est restée un thème d'actualité dans le milieu de la recherche bien que cet axe de recherche couvre un large spectre d'applications

industrielles. Actuellement, plusieurs familles de matériaux piézoélectriques peuvent être trouvées, à l'exemple de certains monocristaux, de films PVDF et des céramiques PZT.

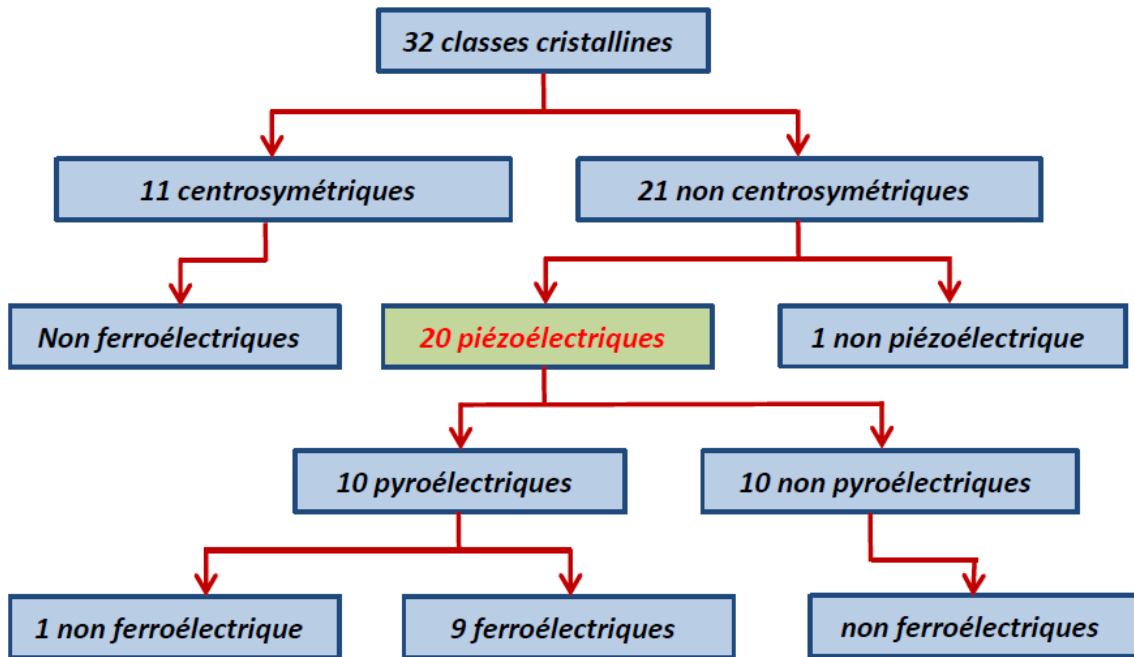


Figure II.2 : Classification des structures cristallines (Babesse 2018).

Les propriétés des matériaux piézoélectriques changent sous l'influence des quantités physiques, telles que la température, l'entropie, la contrainte et la déformation, ainsi que le champ et l'induction électrique. Des changements électromécaniques, thermoélectriques ou thermoélastiques entraînent des variations dans le matériau. Le diagramme symbolique de la figure (II.3) décrit tous les effets qui se produisent entre les propriétés électriques, thermiques et mécaniques d'un cristal. Les effets piézoélectriques se produisent comme une interaction entre le déplacement électrique et la contrainte d'un côté, et le champ électrique et la déformation d'autre part.

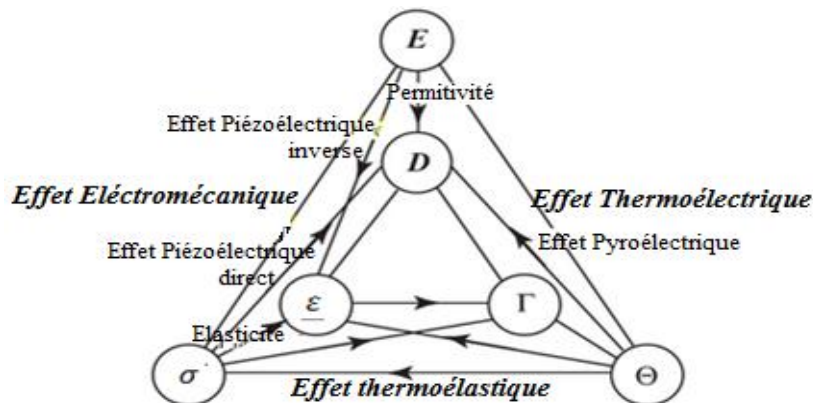


Figure II.3 : Interactions entre les grandeurs physiques (Brissaud 2007).

Les concepts suivants peuvent être construits à partir de la figure (II.3) (Brissaud 2007) :

✓ **La piézoélectricité** : c'est l'apparition des charges électriques sous l'influence d'une contrainte mécanique dans certains matériaux. Les charges sont proportionnelles aux contraintes ou aux déformations subies par le milieu et le signe des charges est inversé avec la direction des contraintes.

✓ **La pyroélectricité** : le mot « pyr » en grec signifie feu. La pyroélectricité peut être décrite comme la capacité de certains matériaux de générer une tension temporaire lorsqu'ils sont chauffés ou refroidis. Le changement de température modifie légèrement les positions des atomes dans la structure cristalline, de sorte que la polarisation du matériau change. Ce changement de polarisation donne lieu à une tension aux bornes du cristal.

✓ **La ferroélectricité** : La ferroélectricité est une caractéristique de certains matériaux qui ont une polarisation électrique spontanée qui peut être inversée par l'application d'un champ électrique externe. À noter que tous les matériaux ferroélectriques sont pyroélectriques, avec en plus une propriété supplémentaire qui est la suivante : leur polarisation électrique naturelle est réversible. Le terme ferroélectricité est utilisé par analogie avec le ferromagnétisme, dans lequel un matériau présente un moment magnétique permanent. Ainsi, le préfixe « ferro », signifiant fer, a été utilisé pour décrire la propriété malgré le fait que la plupart des matériaux ferroélectriques ne contiennent pas de fer.

II.2.3 Équations du phénomène piézo-électrique :

Les équations constitutives de la piézoélectricité ont été adoptées en 1988, sous forme linéaires à température de référence (température ambiante). Elles peuvent se définir comme un phénomène de couplage entre le domaine mécanique et le domaine électrique. Le couplage mécano-électrique peut être écrit sous la forme tensorielle suivante (Gupta et al. 2011):

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = C_{ijpq}^p \varepsilon_{pq} - e_{ijm} E_m \\ D_m = e_{mij} \varepsilon_{ij} + d_{mk}^e E_k \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

σ_{ij} et ε_{pq} sont les tenseurs des contraintes et des déformations respectivement,

D_m et E_m représentent les vecteurs de déplacement électrique et de champ électrique.

C_{ijpq}^E est les tenseurs des constantes élastiques a champ nul, d_{mk}^ε sont les constantes diélectrique sous déformations nulles, et e_{ijm} est le tenseur des coefficients piézoélectriques liant les propriétés mécaniques et électriques du matériau.

II.2.4 Réduction de la forme tensorielle :

Grace aux nombreuses symétries des tenseurs mécaniques, la forme tensorielle complexe précédente peut être réduite en une notation matricielle plus simple. Les vecteurs de contraintes et de déformations peuvent être présentés comme suit :

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

L'équation (I.1) peut être réécrite sous la forme matricielle plus compacte :

$$\begin{cases} \sigma = [C^p]\varepsilon - [e]^T E \\ D = [e]\varepsilon + [d^S]E \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Dans cette notation, σ et D ont été choisis comme deux variables indépendantes, ε et E comme variables dépendantes. Il existe d'autres formes d'équations constitutives, par exemple ε et E sont souvent choisis comme variables dépendants de façon à ce qui nous donne les équations suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon = [S^E]\sigma - [\varepsilon]^T E \\ D = [\varepsilon]\sigma + [d]^T E \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

$[S^E] = [C^P]^{-1}$ est la matrice de compliance sous champ électrique constant, la représentation $[\cdot]^T$ signifie mesuré sous contrainte constante, et $[\varepsilon]$ est la matrice des constantes piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la contrainte a champ constant ou nul.

La plupart des composantes des matrices de couplage [d] et [ε] sont nulles à cause des nombreuses symétries.

L'équation (II.5) peut être développée explicitement (que ce soit pour la céramique PZT ou pour le PVDF) lorsque la polarisation est dirigée selon l'épaisseur du matériau (généralement désigné par axe z) (figure II.4) comme suit (Tzou and Tseng 1990) :

- Lors du choix du matériau comme actionneur :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^p & S_{12}^p & S_{13}^p & 0 & 0 & 0 \\ S_{21}^p & S_{22}^p & S_{23}^p & 0 & 0 & 0 \\ S_{31}^p & S_{32}^p & S_{33}^p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44}^p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55}^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66}^p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \varepsilon_{31} \\ 0 & 0 & \varepsilon_{32} \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \\ 0 & \varepsilon_{24} & 0 \\ \varepsilon_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (\text{II.6})$$

- Lors du choix du matériau comme capteur :

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{24} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Par convention, la direction des coordonnées 3 représente la direction de la polarisation du matériau, (figure II.4). Les céramiques PZT sont isotropes, et ont donc $\varepsilon_{31} = \varepsilon_{32}$ et $\varepsilon_{24} = \varepsilon_{15}$.

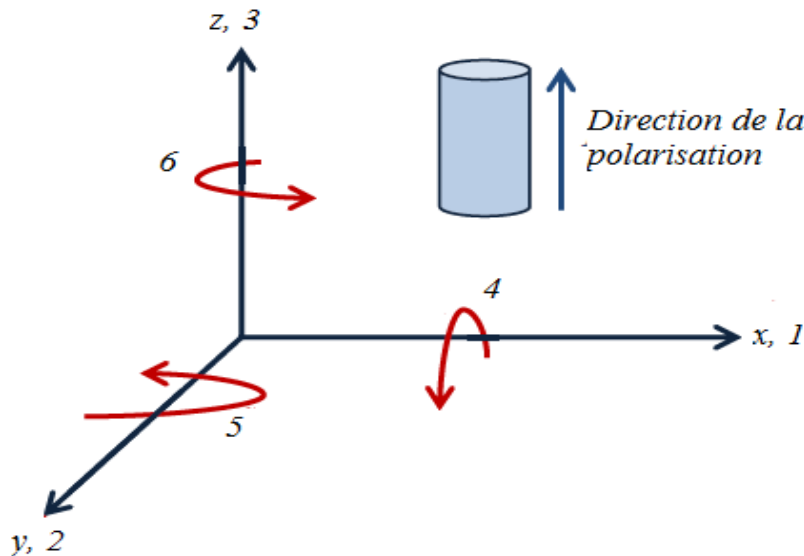


Figure II.4 : Représentation des directions des axes.

Selon l'équation (I.13), lorsqu'un champ électrique E_3 est appliqué parallèlement à la direction de polarisation d'un matériau PZT, le transducteur piézoélectrique se dilate le long de son épaisseur S_{33}^P ; son amplitude est régie par le coefficient d_{33} .

L'équation (I.13) indique également qu'un champ électrique E_1 perpendiculaire à la direction de la polarisation (3) produit une déformation de cisaillement S_{13}^P , commandée par la constante piézoélectrique d_{15} .

Les dernières équations (II.6 et II.7) seront utilisées dans les capteurs et actionneurs que nous étudierons ultérieurement.

II.2.5 Equations piézo-thermo-électrique :

Le système d'équations (II.1) se compose d'équations de capteur et d'actionneur piézoélectrique respectivement, et s'applique lorsque les matériaux piézoélectriques sont utilisés à une température ambiante appelée «température de référence». Dans ce sens, des chercheurs ont étudié le « AVC » à la «température de référence» en utilisant les équations constitutives. On citera les travaux de (Gupta et al. 2011).

Cependant, en situation réelle de service, la «structure intelligente» peut être amenée à fonctionner à une température différente que la «température de référence». Cela induirait automatiquement des contraintes thermiques dans le matériau piézoélectrique. Ces effets thermiques influent-ils sur les performances de la structure intelligente ? Et de quelle façon ? L'influence est-elle importante ? C'est des questions auxquelles on va essayer de répondre à travers les résultats de la présente thèse.

La théorie de la piézoélectricité qui inclue les effets thermiques est connue sous le nom de la piézo-thermo-élasticité. Elle est bien établie dans la littérature (Mindlin 1974; Nowacki 1978; Rao and Sunar 1993). Lorsque la température de service est nettement différente de la température de référence, l'effet thermique peut affecter la réponse de la structure de trois manières distinctes selon la recherche bibliographique effectuée : (i) effet de la déformation thermique, c.-à-d. introduction de contraintes thermiques dans la structure intelligente résultant du différent coefficient de dilatation thermique, (ii) effet pyroélectrique, c'est-à-dire génération de déplacement/tension sur le matériau piézoélectrique et (iii) le changement dans les propriétés élastiques, piézoélectriques et diélectriques du la structure intelligente. Jusqu'à présent, dans toutes les études sur les matériaux piézo-thermo-élastiques rentrant dans la fabrication des

structures intelligentes, l'influence de la température sur le contrôle des vibrations structurelles a été étudiée en utilisant les équations piézoélectriques linéaires (II.8) données par (Gupta et al. 2011):

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= [C^p]\{\varepsilon\} - [e]^T\{E\} - \{\lambda\}\theta \\ \{D\} &= [e]\{\varepsilon\} + [d]\{E\} + \{p\}\theta \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Avec : λ et p sont les constante de couplage thermomécanique (coefficient de contrainte thermique) et constante de couplage thermo-piézoélectrique (constante pyroélectrique) respectivement.

La définition et les unités des différentes grandeurs et constantes mécaniques, électriques, diélectriques et piézo-électriques sont rappelées dans le tableau II.1.

Tableau II-1 : Définition des grandeurs et constantes mécaniques, électriques, diélectriques et piézo-électriques.

Type	Grandeur	Définition	unité
Mécanique	σ	Contrainte mécanique	Nm^{-2}
	ε	Déformation relative	
	C	Raideur ou constante élastique	Nm^{-2}
	S	La souplesse ou compliance élastique	m^2N^{-1}
électrique	D	Déplacement ou induction électrique	Cm^2
	E	Champ électrique	Vm^{-1}
	d	Permittivité électrique	Fm^{-1}
Constantes piézoélectriques	e	Coefficient piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la déformation à champ constant ou nul.	$NV^{-1}m^{-1}$ ou Cm^{-2}
	ϵ	Constante piézoélectriques qui traduit la proportionnalité entre la charge et la contrainte à champ nul.	N^{-1} ou mV^{-1}
	λ	Constante de couplage thermomécanique (coefficient de contrainte thermique)	VmN^{-1} ou m^2C^{-1}
	p	constante de couplage thermo-piézoélectrique (constante pyroélectrique)	$C K^{-1}m^{-2}$

II.2.6 Coefficients de couplage piézoélectrique :

Le coefficient de couplage piézoélectrique (parfois appelé coefficient de couplage électromécanique) est défini comme le rapport de convertisseur de l'énergie mécanique en énergie électrique ou vice versa. Ce facteur peut être exprimé à travers l'équation suivante :

$$k_{\text{piézo}} = \frac{\text{Energie transformée}}{\text{Energie fournie}} \quad (\text{II.9})$$

C'est un paramètre très important pour l'évaluation de la capacité du matériau piézoélectrique utilisé. Pour avoir une efficacité optimale des capteurs et des actionneurs, il faut avoir des matériaux pour lesquels le coefficient de couplage est le plus élevé.

II.2.7 Applications des matériaux piézoélectriques au contrôle des vibrations :

Les matériaux piézoélectriques présentent de très bonnes propriétés de couplage électromécanique, ainsi qu'une excellente fréquence de réponse à cause de leur nature. Ces matériaux ont été largement utilisés dans le domaine du contrôle des vibrations des structures, dans la surveillance des structures sanitaires, la récupération d'énergie, etc. Le phénomène direct est principalement utilisé dans les capteurs (détection de défauts structurels, suppression des vibrations, etc.) ou pour la transformation de l'énergie produite par les vibrations en énergie électrique. En revanche, le phénomène inverse est principalement utilisé sur les actionneurs. Les transducteurs piézoélectriques sont disponibles sous de nombreuses formes, généralement en feuilles minces capables de produire des forces à partir de tensions appliquées.

Le « AVC » à l'aide des éléments piézoélectriques est un thème de recherche qui s'est beaucoup développé ces dernières décennies. Beaucoup de travaux scientifiques se sont penchés sur l'utilisation dans le domaines aéronautique et aérospatial (Takács and Rohal'-Ilkiv 2012; Sénéchal 2011). A titre d'exemple, des applications citées par Rizet 1999b dans sa thèse de doctorat concernent la réductions des vibrations d'un bras de satellite à l'aide des transducteurs piézoélectriques (figure II.5), et la réduction des vibrations des ailes d'avions (figure II.6). Kouider Bendine 2016 a cité dans sa thèse de doctorat l'exemple du contrôle actif des pales d'hélicoptère (figure. II.7).

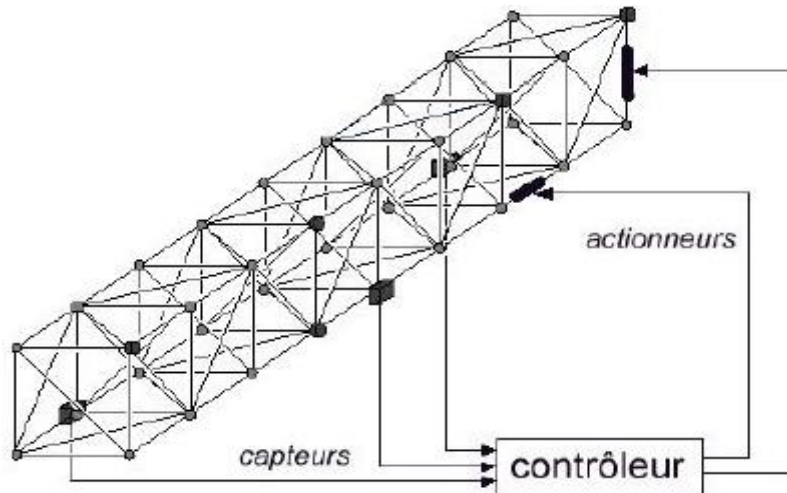
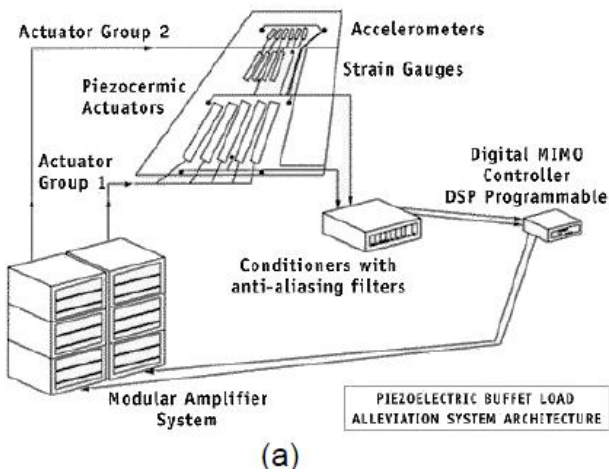


Figure II.5 : Bras de satellite équipé de capteurs et d'actionneurs piézoélectriques (Rizet 1999b).



(a)

(b)

Figure II.6 : Prototype de contrôle actif des vibrations d'une aile d'avion, a) Principe, b) Vue générale d'une aile équipée des éléments piézoélectriques (Rizet 1999b).



Figure II.7 : Contrôle actif des vibrations d'une pale d'hélicoptère (Bendine 2016).

II.3 Algorithmes de contrôle actif des vibrations :

Des efforts de recherche importants ont été consacrés à l'exploration des moyens et des propriétés de l'atténuation active des vibrations au cours des deux à trois dernières décennies. La discipline complexe du « AVC » est sortie du domaine des applications expérimentales en laboratoire recherche et en industrie de pointe et commence lentement à apparaître dans les produits commerciaux avancés. Outre les composants matériels du « AVC », tels que les actionneurs effectuant des changements dans la dynamique du système et les capteurs fournissant des informations de retour sur les niveaux de vibrations, une unité essentielle de ce système de retour est la stratégie de contrôle elle-même (figure II.8).

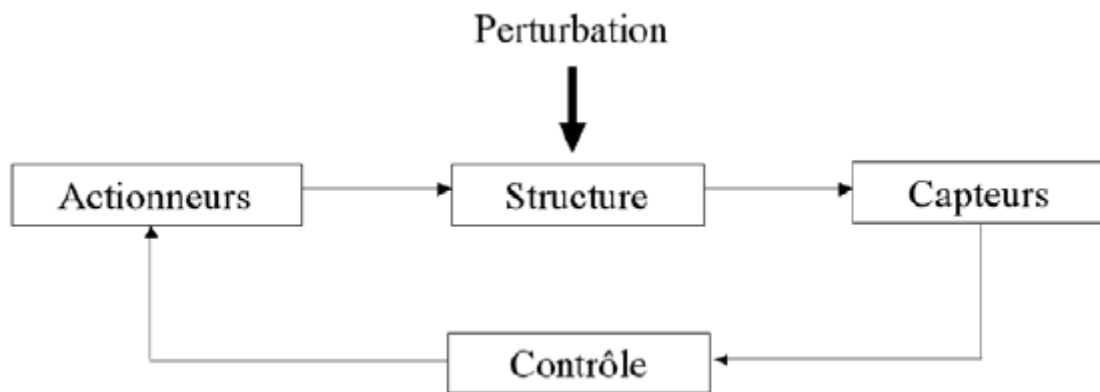


Figure II.8 : Contrôle actif de structure.

Cette dernière joue un rôle très important pour traiter les informations fournies par les capteurs afin de déterminer les caractéristiques des signaux de commande à envoyer aux actionneurs. Le domaine de l'ingénierie concerné par la conception de stratégies de contrôle et d'algorithmes pour les systèmes dynamiques est appelé ingénierie de contrôle. Le « AVC » repose fortement sur les résultats théoriques récents de l'ingénierie de contrôle. Les stratégies génériques couramment utilisées pour les installations dynamiques allant du régulateur de vitesse de missile aux machines à laver sont également applicables aux systèmes de « AVC ». Ces stratégies peuvent être complexes ou aussi simples que de multiplier un signal de rétroaction avec un gain constant et de le renvoyer à l'actionneur. L'objectif de cette section est donc de présenter quelques algorithmes de contrôle essentiels couramment utilisés dans le « AVC ».

La section II.3.1 ci-dessous concerne les méthodes de contrôle classiques appliquées à l'atténuation active des vibrations. Ces méthodes sont souvent appelées rétroaction de position ou de vitesse où le système utilise simplement un gain fixe pour multiplier le signal de position,

de vitesse ou d'accélération afin de calculer un signal d'entrée, qui est à son tour fourni à l'actionneur. La section II.3.2 traitera la méthode basée sur des contrôleurs à dérivée proportionnelle intégrale (PID), qui sont très couramment utilisés dans tous les domaines de l'ingénierie, y compris pour le « AVC ». La section II.3.3 sera dédiée à la présentation du contrôle quadratique linéaire (LQR) qui est une stratégie de contrôle légèrement plus avancée par rapport aux autres citées précédemment. Ce contrôle est particulièrement intéressant car il est utilisé à la fois de manière extensive et efficace dans le « AVC ».

II.3.1 Méthodes classiques de rétroaction :

La technologie active permet aux vibrations d'être toujours contrôlées par un actionneur, agissant sur la structure selon une loi de commande conçue pour minimiser toute mesure d'intensité de vibration nuisible. C'est le principe de « AVC ». Ces mesures sont basées sur des références ou fournies par des capteurs intégrés à la structure. Le système de rétroaction est la méthode de contrôle la plus universellement applicable. Ceci est dû à la simplicité de son principe comme le montre la figure (II.9) ci-dessous : la commande ne provient que du traitement du signal d'erreur. Ensuite, le signal d'erreur filtré par le contrôleur, contrôlera l'actionneur de commande.

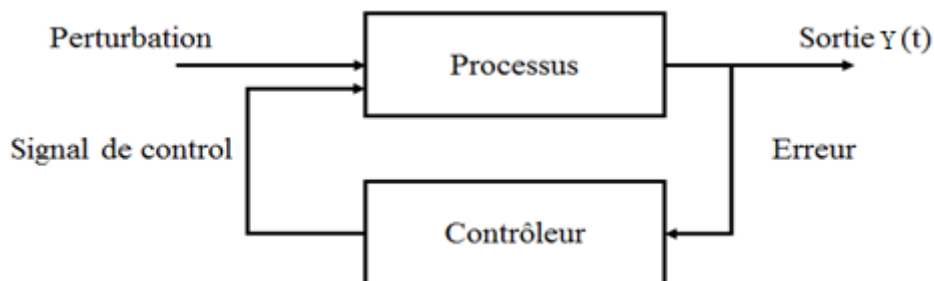


Figure II.9 : Schéma du principe de contrôle par rétroaction.

Lorsque le signal de vibration mesuré par les capteurs est simplement amplifié par un gain et renvoyé aux actionneurs, on peut classer ce type de système de contrôle par rétroaction comme une méthode de rétroaction classique. Pour démontrer le concept mathématiquement, considérons un système vibrant décrit comme un système d'espace d'états continu ou en d'autres termes donné par un ensemble d'équations différentielles du premier ordre (Takács and Rohal'-Ilkiv 2012):

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \\ Y(t) = CX(t) + DU(t) \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Avec A est la matrice d'état, B est la matrice d'entrée, et C est la matrice de sortie. D représente la traversée directe entrée-sortie.

L'idée dans les méthodes de rétroaction directe de position ou de vitesse est en fait très simple : en rétroaction directe de position, le signal de position est amplifiée par un gain et renvoyé aux actionneurs de force, tandis que dans la rétroaction directe de vitesse (figure II.10), la sortie du capteur est différenciée, amplifiée et renvoyée aux actionneurs. Nous pouvons définir l'entrée $U(t)$ en rétroaction directe de position comme suit :

$$U(t) = -KY(t) \quad (\text{II.11})$$

Où K est la matrice de gain de contrôle.

Dans le cas où le signal est basé sur la mesure de la *vitesse*, nous avons un retour de vitesse et l'entrée est donnée par la loi de contrôle suivante :

$$U(t) = -K\dot{Y}(t) \quad (\text{II.12})$$

De plus, il est également possible d'utiliser la mesure d'accélération et de formuler l'entrée de commande comme :

$$U(t) = -K\ddot{Y}(t) \quad (\text{II.13})$$

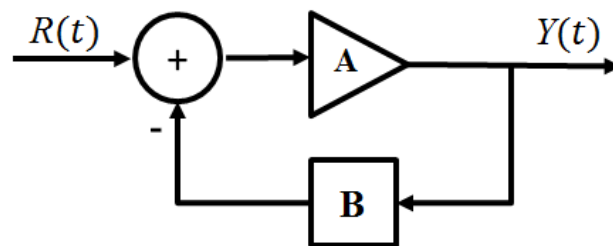


Figure II.10 : Représentation de système de control par rétroaction direct.

II.3.2 Régulateurs Proportionnels-Intégraux-Dérivés (PID) :

Les contrôleurs proportionnels-intégraux-dérivés (PID) sont largement utilisés dans l'industrie. Le PID est un bon choix de contrôleur, car ses paramètres de réglage peuvent être traduits en changements physiques sur la dynamique du système en boucle fermée. Le signal de commande est obtenu à partir du signal mesuré, de son intégral et de sa dérivée. Ce type de contrôle permet de faire un compromis entre la précision, la rapidité et la robustesse du système. Parmi les avantages qu'il offre, c'est qu'il est adaptable à de nombreux cas.

La première étape d'un algorithme PID consiste à calculer une valeur d'erreur (appelée dans certaines références : écart et notée $\Delta(t)$). C'est une différence entre le réglage de référence souhaité $R(t)$ et la sortie mesurée réelle $Y(t)$. Par conséquent, $\Delta(t)$ est définie comme suit :

$$\Delta(t) = R(t) - Y(t) \quad (\text{II.14})$$

Un contrôleur PID peut être exprimé mathématiquement par l'équation suivante :

$$U(t) = K_p \Delta(t) + K_i \int_0^t \Delta(t) dt + K_d \frac{d}{dt} \Delta(t) \quad (\text{II.15})$$

Généralement, le gain de déplacement est appelé gain intégral K_i en ingénierie de commande car il est associé à l'action intégrale. De même, le gain associé au signal inchangé est appelé gain proportionnel K_p tandis que K_d est le gain dérivé. Le schéma bloc du régulateur PID est présenté dans la figure (II.11) selon ((Takács and Rohal'-Ilkiv 2012).

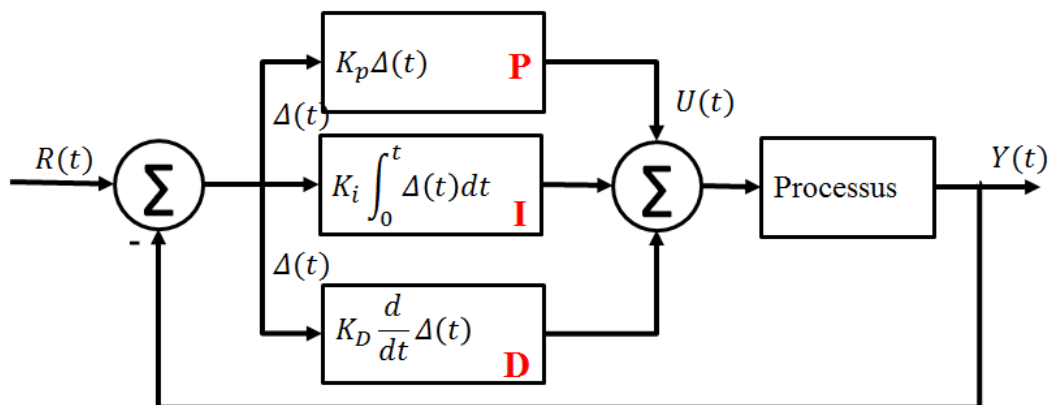


Figure II.11 : Schéma de bloc du fonctionnement interne d'un contrôleur PID.

Une autre notation courante exprimant un contrôleur PID est sa forme dite standard :

$$U(t) = K_p \left(\Delta(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \Delta(t) dt + T_d \frac{d}{dt} \Delta(t) \right) \quad (\text{II.16})$$

Où K_p est la constante proportionnelle et T_i et T_d sont les constantes de temps intégrales et dérivées.

On peut également exprimer un contrôleur PID comme une transformée de Laplace, plus adaptée aux simulations numériques dans des environnements de prototypage de logiciel tels que Matlab/Simulink.

L'algorithme du régulateur PID tel que décrit dans l'équation (II.16) peut être représenté par la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \quad (\text{II.17})$$

Où $G(s)$ est la fonction de transfert continu du régulateur PID et s est l'opérateur de Laplace.

Afin d'augmenter les performances en boucle fermée du régulateur PID, il existe d'autres variations de la formulation standard. L'ajout d'un filtre dans le terme dérivé est souvent adopté en pratique. Il en résulte la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right) \quad (\text{II.18})$$

Où le terme supplémentaire $\frac{T_d}{N} s + 1$ est un filtre passe-bas introduit sur l'action dérivé.

Les gains d'intégration T_i et de dérivation T_d sont liés aux paramètres de la forme standard par les relations suivantes :

$$\begin{cases} T_i = \frac{K_p}{K_i} \\ T_d = \frac{K_d}{K_p} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

II.3.3 Régulateur linéaire quadratique (LQR) :

Le contrôle quadratique linéaire LQR appartient à la grande famille des algorithmes basés sur un contrôle optimal. En contrôle optimal, une fonction coût indiquant un indice de performance est choisi, qui est ensuite minimisée pour obtenir une entrée optimale. Considérons un système d'espace d'états continu et linéaire invariant dans le temps tel que défini par l'équation (II.11). La fonction coût J dans le problème de contrôle optimal quadratique linéaire continu peut être choisie pour être quadratiquement dépendante de l'entrée de commande et de l'état ou de la réponse de sortie :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (X^T Q_p X + U^T R_p U) dt \quad (\text{II.20})$$

Où Q_p est une matrice de pondération d'état et R_p une matrice de pondération d'entrée. Tous ces facteurs de pondération ou matrices de pénalités peuvent être choisis par l'ingénieur contrôle pour affiner le comportement du contrôleur en fonction des besoins particuliers de l'installation. t_0 , t_f sont le temps initial et temps finale.

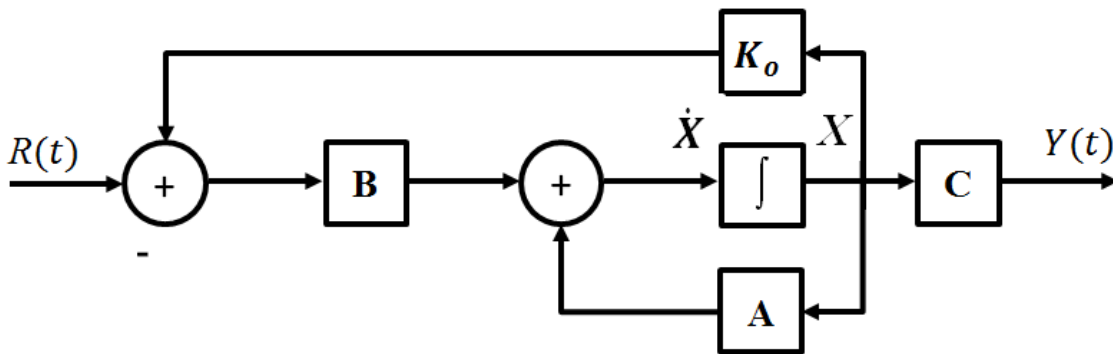


Figure II.12 : Représentation du système contrôlé par un régulateur LQR.

La formulation de la fonction coût (II.20) est interprétée comme tentative de minimiser l'énergie de contrôle globale mesurée sous une forme quadratique. En fait, le contrôleur LQR est un moyen automatisé de trouver une matrice de rétroaction fixe optimale. La loi de contrôle finale prend alors la forme d'un gain de rétroaction d'état de matrice constant sous la forme suivante :

$$U(t) = -K_o X(t) \quad (\text{II.21})$$

La matrice gain du contrôle optimal K_o est défini par :

$$K_o = R_p^{-1} B^T P \quad (\text{II.22})$$

Où la matrice P est la solution de l'équation différentielle de Riccati donnée par :

$$-PA - A^T P + PBR_p^{-1} B^T P - Q_p = 0 \quad (\text{II.23})$$

Les contrôleurs LQR sont largement utilisés à la fois dans les applications industrielles générales et dans le contrôle des vibrations. Pour ne lister que certaines applications, la stratégie

LQR a été suggérée pour le contrôle actif des vibrations des bâtiments lors des tremblements de terre, pour le contrôle semi-actif des suspensions des véhicules et des plates-formes de montage et dans les systèmes des feed-forward hybride. On peut citer également les configurations de rétroaction pour le contrôle actif du bruit dans les lecteurs optiques, ainsi que les nombreuses utilisations dans les études universitaires dont les thématiques de recherche s'intéressent au contrôle des vibrations.

Chapitre III

*Contrôle actif des vibrations d'une poutre composite
graphite/époxyde à température de référence.*

III.1 Introduction :

Dans ce troisième chapitre, un modèle élément fini « EF » basé sur la théorie de déformation du cisaillement des stratifiés de troisième ordre est développé pour le « AVC » d'une poutre composite Graphite/Epoxyde munie de capteurs et d'actionneurs piézoélectriques collés sur la surface supérieure et inférieure de la poutre. Une méthode de superposition modale et la méthode Newmark sont utilisées pour calculer la réponse dynamique de la poutre. Le programme EF (ne tenant pas compte des effets de la température) est implémenté sous le logiciel MATLAB.

D'autre part, un simple algorithme de contrôle de type rétroaction négative des vitesses « NVF » est implémenté pour assurer l'amortissement actif des vibrations de la poutre.

III.2 Equations constitutives :

III.2.1 Lois de comportement du matériau piézoélectrique :

Si on suppose que l'étude est faite dans une température de référence, c'est-à-dire que l'effet thermique et pyroélectrique ne sont pas pris en compte dans l'analyse, le couplage piézoélectrique entre le champ élastique et le champ électrique peut être exprimé par les équations piézoélectriques directes et inverses respectivement (Tzou and Tseng 1990b) :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^p & C_{12}^p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{21}^p & C_{22}^p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33}^p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (III.1)$$

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} = e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (III.2)$$

L'équation (III.1) décrit l'effet direct et l'équation (III.2) l'effet inverse de la piézoélectricité, avec :

$[C^p]$ est la matrice de rigidité élastique mesurée a champ électrique constant, $[e]$ est la matrice des constantes piézoélectrique reliant les champs électriques et les contraintes, et $[d]$ est la matrice des constantes diélectriques.

Les équations (III.1) et (III.2) peuvent être écrites sous forme réduite dans le cas des poutres en se basant sur les hypothèses suivantes :

- ✓ Les contraintes dans la direction y (figure III.1) ne contribuent pas à l'énergie électromécanique, il est donc possible d'écrire :

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{zy} = \tau_{xy} = 0 \quad (III.3)$$

- ✓ Le champ électrique est supposé négligeable dans les deux directions x et y, donc uniquement la composante D_z du vecteur de déplacement électrique est pris en considération dans l'équation (III.2) il est possible de définir :

$$E_x = E_y = 0 \quad (III.4)$$

De ces hypothèses, Les lois de comportement réduites d'une poutre sont données comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xz} \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C^p_{11} & 0 & -e_{31} \\ 0 & C^p_{55} & 0 \\ e_{31} & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \gamma_{xz} \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (III.5)$$

III.3 Théorie de déformation de cisaillement de troisième ordre(TSDT) :

Les équations du champ de déplacement d'une poutre basée sur la théorie de déformation de cisaillement de troisième ordre sont décrits par (Junuthula N. Reddy 1984; Zorić et al. 2012) comme suit :

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= u_0(x, t) + z\phi_x(x, t) - z^3 \frac{4}{h^2} \left(\phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) \\ w(x, z, t) &= w_0(x, t) \end{aligned} \quad (III.6)$$

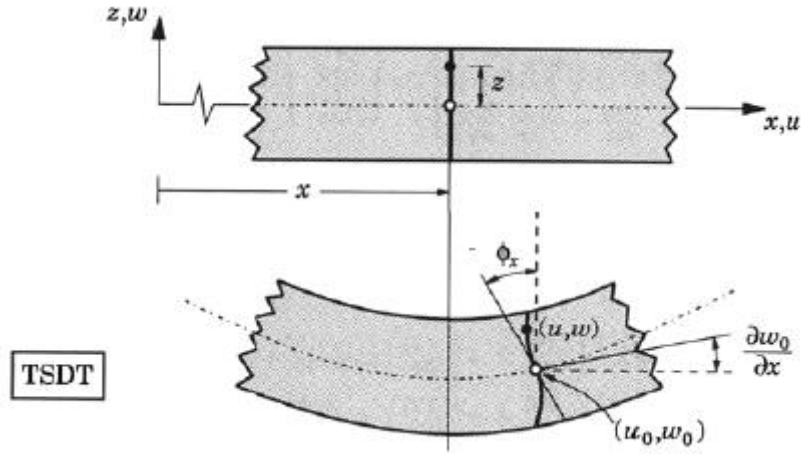


Figure III.1 : Schéma de la théorie de déformations de cisaillement de troisième ordre (Junuthula Narasimha Reddy 2003).

Où u, w sont les déplacements de tout point dans les directions x, z ; (u_0, w_0) sont des déplacements du plan médian dans les directions x et z .

ϕ_x est la rotation de flexion du plan médiane.

Les relations déformations-déplacements pour la poutre sont décrites par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{xx}^0 + z\varepsilon_{xx}^1 - \mu\varepsilon_{xx}^3 \\ \gamma_{xz} &= \gamma_{xz}^0 - z^2 \frac{4}{h^2} \gamma_{xz}^2\end{aligned}\quad (\text{III.7})$$

Avec :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, & \varepsilon_{xx}^1 &= \frac{\partial \phi_x}{\partial x}, & \varepsilon_{xx}^3 &= \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \gamma_{xz}^0 &= \gamma_{xz}^2 = \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}\end{aligned}\quad (\text{III.8})$$

$$\mu = z^3 \frac{4}{h^2}$$

Les équations de déplacement et de déformation sont exprimées sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \mu \frac{\partial}{\partial x} & z - \mu \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ w_0 \\ \phi_x \end{pmatrix} \quad (\text{III.9})$$

$$\text{Ou } \{u\} = [A_u](u_l)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & z & 0 & -\mu \\ 0 & 1 & 0 & z^2 \frac{4}{h^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \varepsilon_{xx}^1 \\ \gamma_{xz}^2 \\ \varepsilon_{xx}^3 \end{pmatrix} \quad (\text{III.10})$$

$$\text{Ou } \{\varepsilon\} = [H_u](\varepsilon_l)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \varepsilon_{xx}^1 \\ \gamma_{xz}^2 \\ \varepsilon_{xx}^3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 \\ 0 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ w_0 \\ \phi_x \end{pmatrix} \quad (\text{III.11})$$

$$\{\varepsilon\} = [L_u](u_l)$$

III.3.1 Discrétisation par éléments finis :

Dans ce travail, la structure composite est modélisée en utilisant la méthode des EF. Un élément de poutre à deux nœuds avec quatre degrés de liberté mécaniques $\{u_e\} = \{u, w, \phi_x, \frac{\partial w}{\partial x}\}$ à chaque nœud est utilisé (figure III.2). Un degré de liberté électrique pour chaque couche piézoélectrique est également utilisé.

Le but des dérivations suivantes est d'exprimer les relations déformation-déplacement, champ électrique-potentiel électrique en utilisant des valeurs nodales et des fonctions de forme, puis de les utiliser dans l'intégrale de la formulation du travail virtuel généralisé (Zorić et al. 2013).

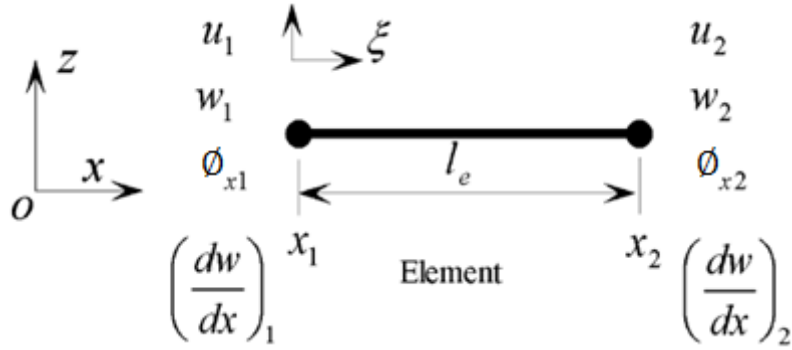


Figure III.2 : Élément de poutre à deux nœuds.

L'équation de variable mécanique basée sur la théorie du déplacement du troisième ordre sera convertie en sa représentation par éléments finis en utilisant des fonctions de forme appropriées et des variables nodales mécaniques. L'élément mécanique considéré est un élément de poutre hermitienne pour les déplacements transversaux, comme le montre la figure III.2. Les trois variables mécaniques u_u seront exprimées à l'aide de quatre variables nodales mécaniques u_u^e comme suit :

$$u_u = N_u u_u^e \quad (\text{III.12})$$

Avec :

$$u_u^e = \{u_1, w_1, \phi_{x1}, \frac{\partial w}{\partial x_1}, u_2, w_2, \phi_{x2}, \frac{\partial w}{\partial x_2}\}^T \quad (\text{III.13})$$

N_u est la matrice de fonction de forme.

$$N_u = \begin{bmatrix} \xi_1 & 0 & 0 & 0 & \xi_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_1' \left(\frac{l_e}{2}\right) & 0 & N_2 & 0 & N_2' \left(\frac{l_e}{2}\right) \\ 0 & 0 & \xi_1 & 0 & 0 & 0 & \xi_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

Dans lequel ξ_1 et ξ_2 sont les fonctions de forme lagrangiennes définies comme

$$\xi_1 = (1 - \eta)/2 \quad (\text{III.15})$$

$$\xi_2 = (1 + \eta)/2$$

Et N_1, N_2, N'_1, N'_2 sont les fonctions de forme hermitienne

$$\begin{aligned}
 N_1 &= 1/4(1 - \eta)^2 (2 + \eta) \\
 N_2 &= 1/4(2 - \eta)(1 + \eta)^2 \\
 N'_1 &= 1/4(1 - \eta)^2 (1 + \eta) \\
 N'_2 &= -1/4(1 - \eta)(1 + \eta)^2
 \end{aligned}
 \tag{III.16}$$

Où η est la coordonnée locale définie comme :

$$\eta = 2 \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} - 1
 \tag{III.17}$$

Le vecteur de déplacement et le vecteur de déformation peuvent être exprimés comme suit :

$$\begin{aligned}
 u &= A_u u_u = A_u N_u u_u^e = n_u u_u^e \\
 \varepsilon &= L_u u_u = L_u N_u u_u^e = b_u u_u^e
 \end{aligned}
 \tag{III.18}$$

n_u et b_u sont les matrices d'interpolation de déplacement et de déformation respectivement.

III.3.2 Rétroaction négative des vitesses (NVF) :

Un des régulateurs par retour d'état couramment utilisé et facile à mettre en place est le régulateur basé sur la mesure de la vitesse. Dans ce cas, puisque l'effort de contrôle est proportionnel à une combinaison des dérivées temporelles de quelques variables du modèle éléments finis, le contrôleur n'ajoute qu'une matrice d'amortissement au système.

Dans ce type de contrôleur, on considère que la commande (le potentiel imposé, correspondant aux actionneurs piézoélectriques) suit la loi suivante :

$$\{V\}_a = G_{nvf} \{\dot{V}\}_s
 \tag{III.19}$$

Où G_{nvf} est le gain de contrôleur de rétroaction négative des vitesses (NVF).

Il existe également des régulateurs dont le principe de construction est le même et qui est basé sur la mesure du déplacement et la mesure de la vitesse en même temps (rétroaction négative de déplacement et de vitesse).

Le potentiel électrique de sortie du capteur (potentiel mesuré) est donnée par :

$$\{V\}_s = K_e^{-1} K_{me} \{u\} \quad (\text{III.20})$$

La tension de contrôle imposé à l'actionneur peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\{V\}_{aa} = [K_{me}]_a \{u\} - G_{nvf} [K_e]_a [K_e]_s^{-1} [K_{me}]_s \{\dot{u}\} \quad (\text{III.21})$$

III.3.3 Principe de Hamilton :

Le principe d'Hamilton pour un système continu entre deux instants t_1 et t_2 est donné par l'expression suivante :

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [E_c - E_p + W] dt = 0 \quad (\text{III.22})$$

E_c est l'énergie cinétique, elle est donnée sous la forme suivante :

$$E_c = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \{\dot{u}\}^T \{\dot{u}\} dv \quad (\text{III.23})$$

E_p est l'énergie potentielle, elle s'écrit comme suit :

$$E_p = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dv \quad (\text{III.24})$$

W est le travail fait de la force $\{f_b\}$ et est défini de la façon suivante :

$$W = \int_{V_e} \{u\}^T \{f_b\} dv + \int_{s_e} \{u\}^T \{f_s\} ds + \{u\}^T \{f_c\} \quad (\text{III.25})$$

Le vecteur de champ électrique $\{E\}$ peut être exprimé sous la forme :

$$\{E\} = -\nabla \{V^e\} \quad (\text{III.26})$$

∇ : représente le laplacien.

Le champ électrique $\{E\}$ devient :

$$\{E\} = [0 \ 0 \ 1/h_a]^T V^e = [L_\phi] V^e \quad (\text{III.27})$$

Les équations de mouvements sont fournies en utilisant le principe d'Hamilton exprimée sous format matricielle comme suit :

$$\begin{aligned} [M^P]\{\ddot{u}\}^e + [C^P]\{\dot{u}\} + [K^P]\{u\} + [K_{me}]_a\{V\}_a + [K_{me}]_s\{V^e\}_s &= \{F_m\} \\ [K_{me}]_a^T\{u\} - [K_e]_a\{V\}_a &= -[K_e]_a\{V\}_{aa} \\ [K_{me}]_s^T\{u\} - [K_e]_s\{V\}_s &= \{F_s\} \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

Avec :

Les matrices $[M^P]$ et $[C^P]$ sont les matrices globales de masse et d'amortissement visqueux, elles sont données comme suit :

$$[M^P] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^L \rho [N_u]^T [A_u]^T [A_u] [N_u] b dx dz \quad (\text{III.29})$$

$$[C^P] = \alpha [M^P] + \beta [K^P] \quad (\text{III.30})$$

Avec α et β sont les coefficients de Rayleigh.

$[K^P]$ est la matrice de rigidité de la poutre composite munie des couches piézoélectriques.

$$[K^P] = \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^L [B_u]^T [H_u]^T [C^P] [H_u] [B_u] b dx dz \quad (\text{III.31})$$

$[K_{me}]_a$ et $[K_{me}]_s$ sont les matrices reliant le couplage électrique et mécanique pour l'actionneur et le capteur respectivement (matrice de rigidité élémentaire).

$$[K_{me}] = \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^L [B_u]^T [H_u]^T [e] [L_\phi] b dx dz \quad (\text{III.32})$$

$[K_e]_a$ et $[K_e]_s$: sont les matrices de permittivité pour l'actionneur et le capteur respectivement

$$[K_e] = \int_{-h/2}^{-h/2} \int_0^L [L_\phi]^T [K^P] [L_\phi] b dx dz \quad (\text{III.33})$$

$\{F_m\}$ représente les vecteurs globaux de chargement mécanique.

$$\{F_m\} = \int_V N_u^T f_b dV + \int_{S_f} N_u^T F dS + N_u^T f_c \quad (\text{III.34})$$

III.3.4 Intégration numérique :

La méthode newmark est considérée comme une des méthodes d'intégration les plus utilisées pour résoudre les équations différentielles. Elle nous permet de construire la solution à l'instant $t + \Delta t$ à partir des vecteurs connus tels que $\{u\}$, $\{\dot{u}\}$ et $\{\ddot{u}\}$. Elle utilise les hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} \{\dot{u}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{u}\}_t + [(1 - \bar{\alpha})\{\ddot{u}\}_t + \bar{\alpha}\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t}] \\ \{u\}_{t+\Delta t} = \{u\}_t + \{\dot{u}\}_t \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\bar{\beta})\{\ddot{u}\}_t + 2\bar{\beta}\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t}] \nabla t^2 \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

Selon la littérature, les paramètres $\bar{\alpha}$ et $\bar{\beta}$ qui apparaissent dans l'équation (II.39) sont des paramètres dont les valeurs influent directement sur l'exactitude des résultats et la stabilité du schéma d'intégration de la méthode Newmark. Leurs valeurs respectives sont $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$ respectivement. Le paramètre $\bar{\beta}$ contrôle la variation de l'accélération pendant l'incrément de temps Δt .

III.4 Applications :

Afin de tester la validité de la présente étude, une poutre Graphite-Epoxyde [90°] E-L avec les dimensions $L^P=0.5\text{m}$, $w^P=0.03\text{m}$ et $h^P=0.01\text{m}$ et recouverte entièrement par deux couches piézoélectriques est modélisée (voir figure III.3). L'épaisseur de chaque couche piézoélectrique est de $H_p=0,001\text{m}$. L'actionneur piézoélectrique est en fibre composite PZT5. Les propriétés des matériaux de la poutre et du piézoélectrique considérés sont données dans le tableau III.1.

Il est noté que les conditions aux limites à l'encastrement d'une poutre E-L sont :

- Le déplacement selon l'axe x et z est nul.
- les rotations et la vitesse sont nulles aussi.
- La vitesse est nulle.

Dans un premier temps, les quatre premières fréquences sont recherchées et obtenues à l'aide d'une modélisation et simulation en utilisant un logiciel de calcul de structures approprié. Les résultats tracés comme fonction de réponse en fréquence sont portés sur la figure (III.4). Les quatre modes sont représentés sur la figure (III.5).

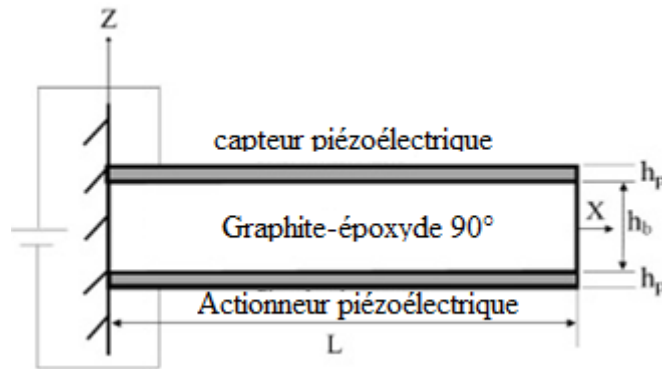


Figure III.3 : Structure intelligente composée d'une poutre graphite-époxyde encastree libre et deux patches piézoélectriques.

Tableau III-1 : Les propriétés des matériaux.

Propriétés	Graphite-Epoxyde	Matériau PZT
Coefficient de poisson $\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}$	0.33	0.33
Densité $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	1600	7750
Matrice élastique $E(\text{GN}/\text{m}^2)$	$E_{11} = 180, E_{22} = E_{33} = 10$	$E_{11} = E_{22} = E_{33} = 60,$
Module de cisaillement $G(\text{GN}/\text{m}^2)$	$G_{11} = G_{13} = 8, G_{23} = 3,$	$G_{11} = G_{13} = G_{23} = 22.5$
Permittivité électrique $d(\text{F}/\text{m})$	--	$d_{11} = d_{22} = d_{33} = 150 \times 10^{-10}$
Matrice de déformation piézoélectrique	--	$e_{31} = 6.5, e_{33} = 23.3, e_{15} = 17$
Compliance piézoélectrique $b(\text{C}/\text{N})$	--	$b_{15}=b_{24} = 6 \times 10^{-10},$ $b_{31} = b_{32} = -1.7 \times 10^{-10}$ $b_{33} = 3.5 \times 10^{-10}$

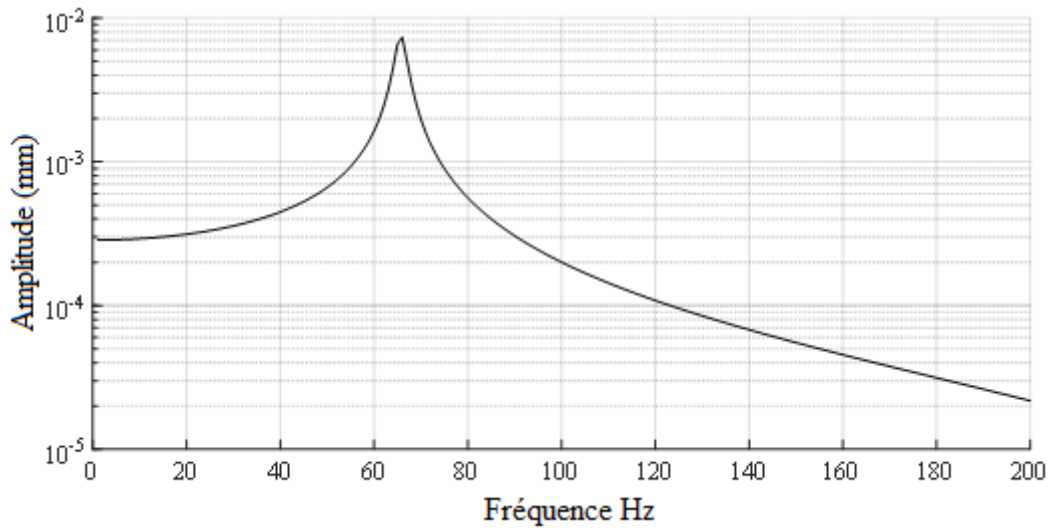


Figure III.4 : Fréquences propres (Hz) de la poutre composite.

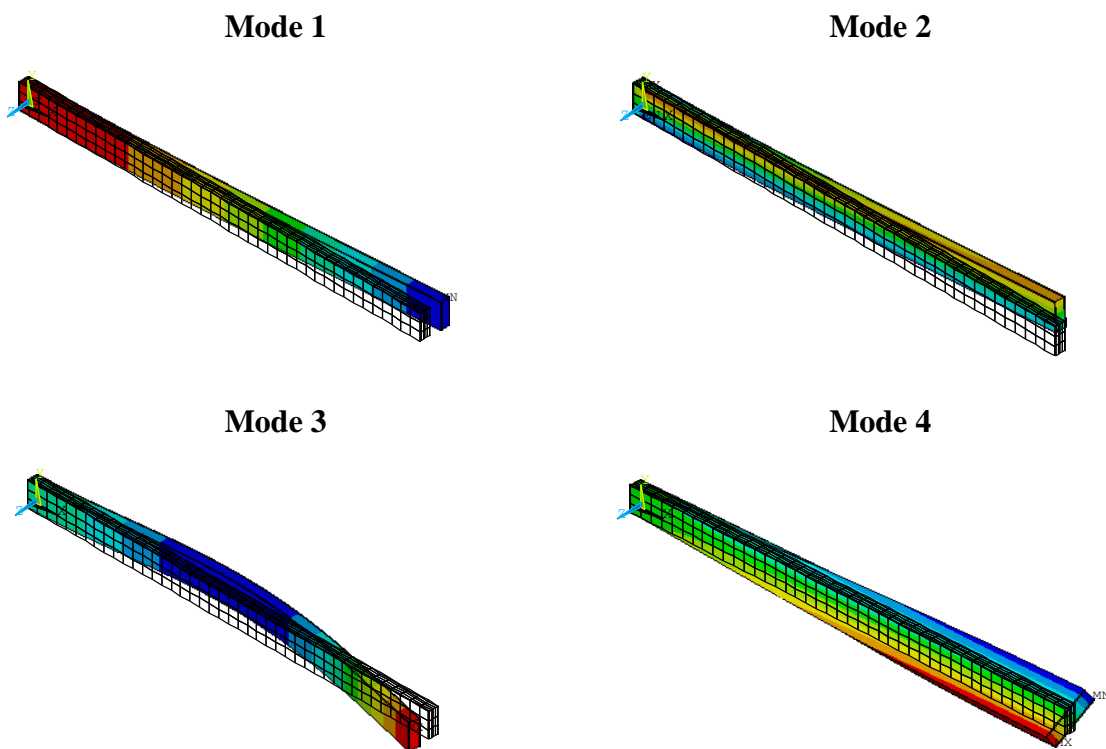


Figure III.5 : Modes des fréquences propres de la poutre composite.

III.5 Contrôle actif des vibrations :

Pour tester l'efficacité de la présente méthodologie de contrôle active, nous avons procédé aux simulations suivantes :

1^{er} Cas : L'extrémité libre de la poutre est soumise à une charge transversale de magnitude 10N pendant 0,01 s.

Résultats obtenus :

La figure (III.6) représente la flèche de l'extrémité libre de la poutre avec et sans contrôle. Les résultats montrent clairement que la vibration est efficacement réduite après l'application du contrôle. La tension de commande correspondante est donnée sur la figure (III.7).

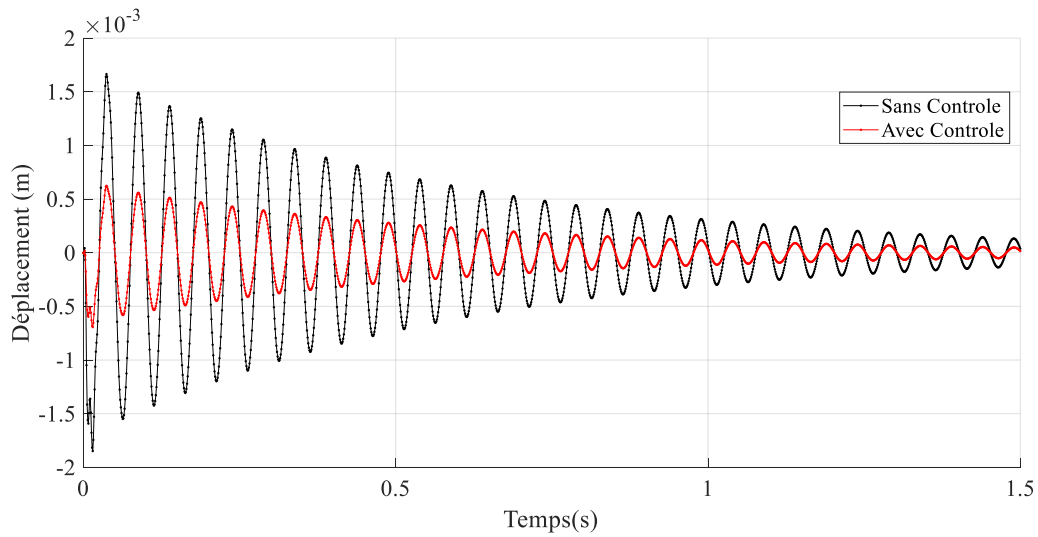


Figure III.6 : Flexion de l'extrémité libre de la poutre.

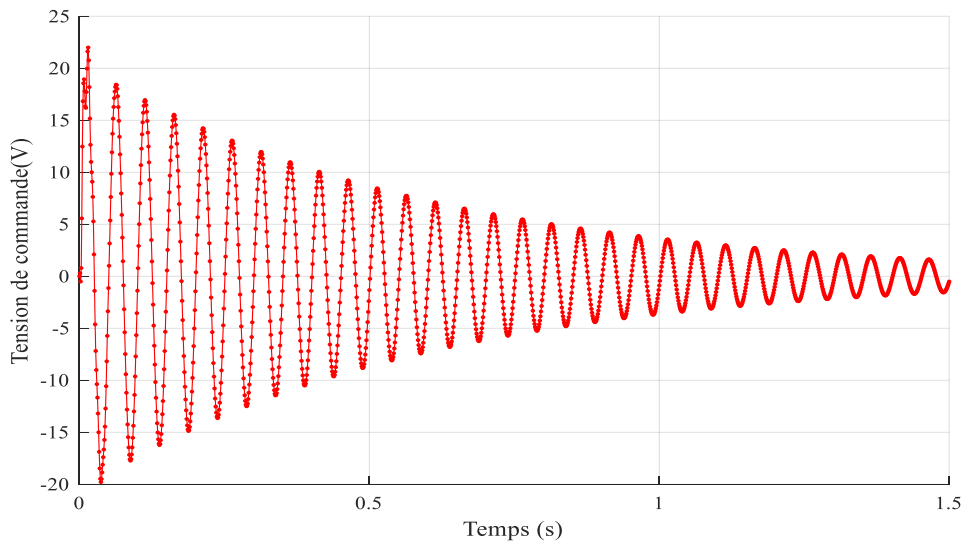


Figure III.7 : Tension de commande.

La réponse de contrôle de la poutre dans le domaine fréquentiel est présentée dans la figure(III.8). Ici, on note bien que le mode ciblé ci celle de premier fréquence et fait signaler

que les déplacements transitoire sont converti au domaine fréquentielle à l'aide de 'fast fourier transformation' à travers FFT Matlab.

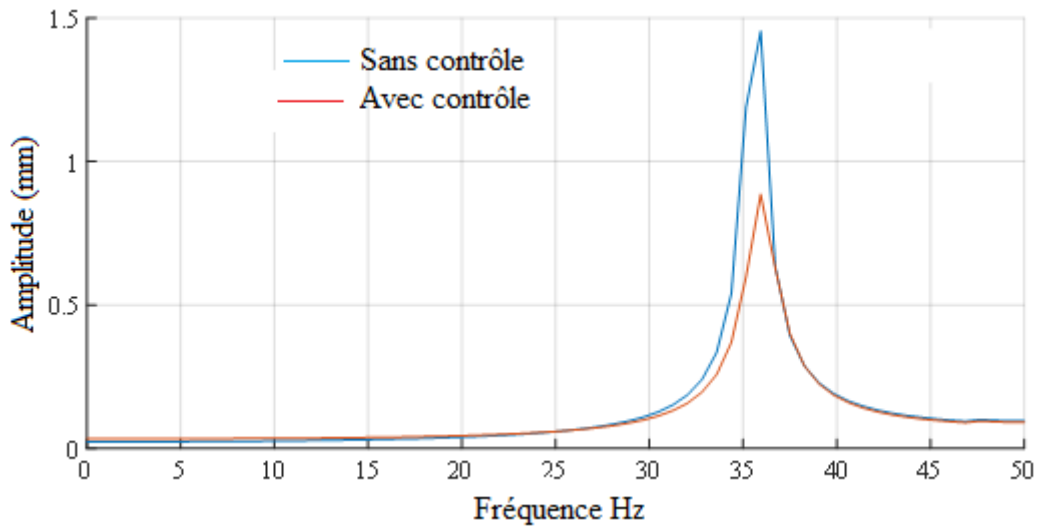


Figure III.8 : Contrôle de la poutre en domaine fréquentielle.

2^{ème} Cas : La poutre est soumise à une charge de perturbation harmonique ($f = 10\sin(\Omega t)$) à son extrémité libre avec les mêmes propriétés et conditions aux limites du premier cas.

Les résultats des déplacements de l'extrémité libre de la poutre avec et sans contrôle sont indiqués sur la même figure (III.9) à des fins de comparaison. Nous constatons que les amplitudes des réponses vibratoires sont nettement diminuées lorsqu'on applique le contrôle. La tension correspondante à l'actionneur piézoélectrique est représentée sur la figure (III.10).

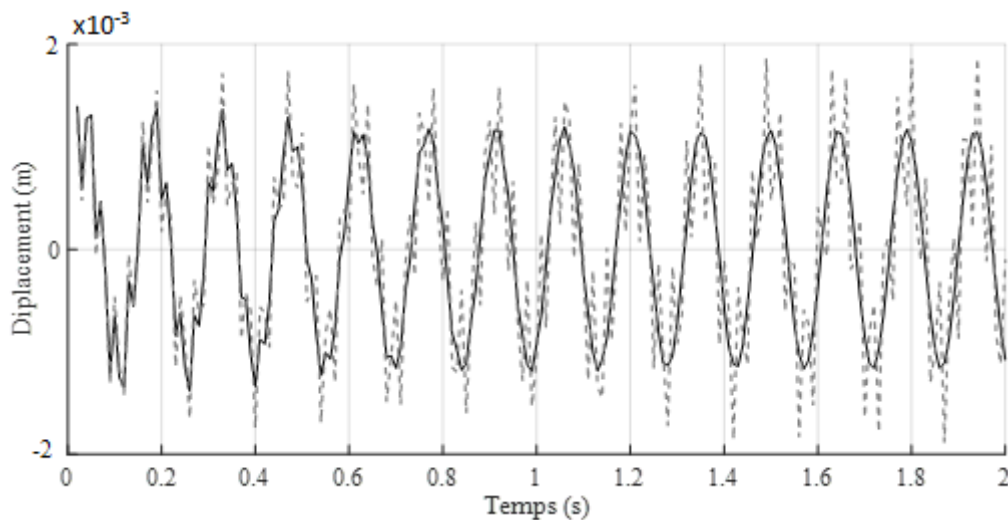


Figure III.9 : flexion de l'extrémité libre de la poutre.

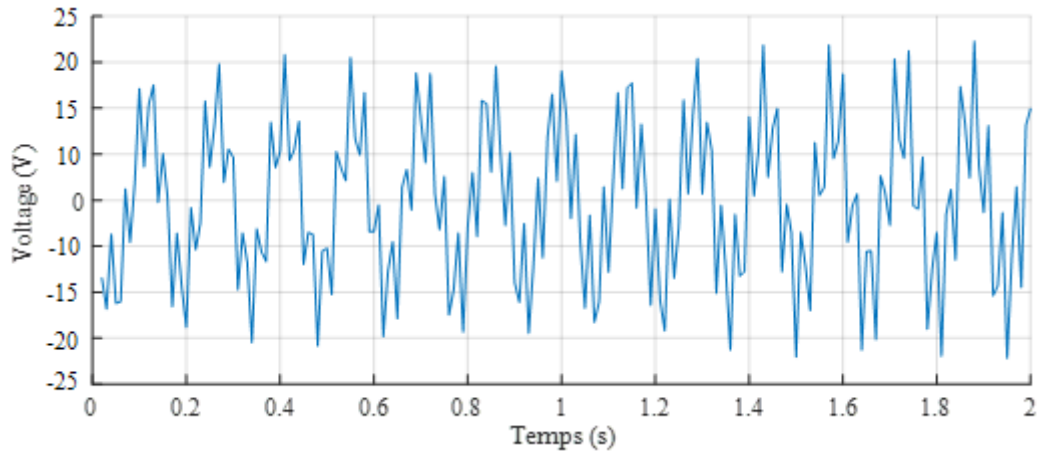


Figure III.10 : Tension de commande de contrôle sous excitation sinusoïdale.

III.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle EF qui a été développé en se basant sur la théorie de déformation de cisaillement du troisième ordre (TSDT). Un schéma de contrôle actif utilisant un algorithme de contrôle simple de rétroaction négative des vitesses (NVF), consistant à envoyer la dérivée du signal du capteur amplifié à l'actionneur a été ensuite appliqué pour l'étude du contrôle actif d'une poutre en Graphite-Epoxyde recouverte de couches piézoélectriques de type PZT5 dans la dernière partie du chapitre (Applications). Les résultats numériques démontrent que l'algorithme de contrôle ont montré son efficacité pour réduire les vibrations ce qui nous incite à utiliser cette technique pour des problèmes plus complexes.

Chapitre IV

*Application du contrôle actif des vibrations sur une poutre
graphite/époxyde exposée à un champ thermique*

IV.1 Introduction :

Dans ce dernier chapitre de la thèse, le même modèle EF d'une poutre en Graphite/Epoxyde entièrement recouverte par un capteur et un actionneur piézoélectrique est utilisé. Le modèle est basé sur la théorie de déformation de cisaillement de 3ème ordre en prenant en compte à la fois le champ du potentiel électrique et un champ de température. Comme pour le chapitre précédent, le principe d'Hamilton est utilisé pour formuler les équations électro-thermo-mécaniques. Le contrôleur de rétroaction de vitesse « NVF » est mis en œuvre pour fournir le gain nécessaire à l'actionneur. Différentes simulations sont effectuées dans la partie résultats du présent chapitre pour montrer l'effet de la température sur le « AVC » de la poutre dans un champ allant de -70° à $+70^{\circ}\text{C}$.

IV.2 Lois de comportement piézo-thermo-électriques :

Les équations constitutives linéaires couplant le champ piézo-thermo-élastique, les vecteurs de contraintes $\{\sigma\}$ et de déformations $\{\varepsilon\}$ et les vecteurs de champ électrique $\{E\}$ et de déplacement électrique $\{D\}$ sont données par (Ayech Benjeddou and Orlando Andrianarison 2005) comme suit :

$$\begin{aligned}\{\sigma\} &= [C^p]\{\varepsilon\} - [e]^T\{E\} - \{\lambda\}\theta \\ \{D\} &= [e]\{\varepsilon\} + [d]\{E\} - \{p\}\theta\end{aligned}\tag{IV.1}$$

Où :

$[C^p]$, $[e]$ et $[d]$: représentent les matrices élastiques, constantes piézoélectriques et des constantes diélectriques,

$\{\lambda\}$ et $\{p\}$: sont les constantes des contraintes thermiques et pyroélectriques respectivement (les constantes pyroélectriques sont les constantes de couplage thermo-piézoélectrique).

θ : représente la variation de la température par rapport à la température de référence θ_0 qui est une température positive constante.

IV.2.1 Le champ électrique :

Bisegna and Maceri 1996 ont souligné que la distribution du potentiel électrique le long de l'épaisseur d'une couche piézoélectrique a une composante quadratique et que ce comportement électrique d'ordre supérieur doit être abordé. Cette variation de potentiel électrique quadratique est directement couplée à la flexion des actionneurs et son effet est du même ordre que la rigidité en flexion des actionneurs. Bien que négligeable pour les actionneurs minces, cet effet doit être inclus pour les actionneurs épais.

Pour tenir compte de la distribution quadratique du potentiel électrique, la fonction cubique du potentiel électrique a été dérivée de la fonction de forme Hermitienne de l'élément poutre. Le potentiel électrique le long de l'épaisseur ($k^{\text{ième}}$) de la couche piézoélectrique est supposé être de forme cubique et peut se présenter selon Bisegna and Maceri 1996 sous la forme suivante :

$$\phi^k(x, y, \tilde{z}) = p_1^k(\tilde{z})e_1^k(x, y) + p_2^k(\tilde{z})e_b^k(x, y) + p_3^k(\tilde{z})\phi^k(x, y) \quad (\text{IV.2})$$

Sachant que : $e_t^k(x, y)$ et $e_b^k(x, y)$ sont les champs électriques dans la couche supérieure et inférieure respectivement.

$\phi^k(x, y)$ est la différence de potentiel entre les deux couches supérieure et inférieure.

p_1^k, p_2^k et p_3^k sont les fonctions d'interpolation, et on peut les écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} p_1^k &= -\left(\tilde{z} + \frac{1}{2}\right)^2 \left(\tilde{z} - \frac{1}{2}\right) h_k \\ p_2^k &= -\left(\tilde{z} + \frac{1}{2}\right) \left(\tilde{z} - \frac{1}{2}\right)^2 h_k \\ p_3^k &= 3\left(\tilde{z} + \frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\tilde{z} + \frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

On note h_k : épaisseur de la $k^{\text{ième}}$ couche piézoélectrique, et \tilde{z} : coordonnée locale de l'épaisseur de la $k^{\text{ième}}$ couche piézoélectrique. Avec : $\tilde{z} \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

$$\tilde{z} = \frac{z}{h_k} - \frac{z_t^k z_b^k}{2h_k} \quad (\text{IV.4})$$

z_t^k et z_b^k sont respectivement la coordonnée de la couche supérieure et inférieure de la couche piézoélectrique selon l'axe z (voir figure IV.1).

Le vecteur du champ électrique de chaque couche piézoélectrique E_k est par définition le gradient du potentiel électrique, donc le champ électrique est donné comme suit :

$$E_k = \begin{bmatrix} E_x \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} p_1^k \frac{d}{dx} & p_2^k \frac{d}{dx} & p_3^k \frac{d}{dx} \\ \frac{dp_1^k}{dz} & \frac{dp_2^k}{dz} & \frac{dp_3^k}{dz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_t^k \\ E_b^k \\ \Phi^k \end{Bmatrix} = -l_{\Phi}^k U_{\Phi}^k \quad (\text{IV.5})$$

Notez que parce que le potentiel électrique est choisi indépendant des deux dimensions x et y, Le potentiel dans les directions x et y est considéré comme nul $E_x = E_y = 0$.

IV.2.2 Le champ thermique :

Si on suppose que θ_t et θ_b sont la température de la surface supérieure et inférieure de la structure, l'expression du champ thermique est supposé comme une fonction linéaire tout au long de l'épaisseur de la structure (Jiang and Li 2007):

$$\theta(x, z) = \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h}\right) \theta_b(x) + \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right) \theta_t(x) = B_{\theta} \theta \quad (\text{IV.6})$$

B_{θ} est le vecteur d'interpolation linéaire de la variation de la température.

Dans le cas où le champ de température est constant que $\theta_t = \theta_b = \theta$

IV.3 Les matrices élémentaires :

Les équations thermo-électro-mécaniques de la structure sont déterminées en utilisant le principe d'Hamilton. Pour la cas d'une poutre munie de deux couches piézoélectriques, et selon Jiang and Li 2007, elles sont données comme suit :

$$\begin{aligned} [M^P]\{\ddot{u}\}^e + [C^P]\{\dot{u}\} + [K^P]\{u\} + \{K_{me}\}\{V\}_a + [K_{me}]\{V^e\}_s &= \{F_m\} + [K_{u\theta}]\{\theta\} \\ [K_{me}]_a^T \{u\} - [K_e]_a \{V\}_a &= -\{f_a\} - [K_{a\theta}]\{\theta\} \\ [K_{me}]_s^T \{u\} - [K_e]_s \{V\}_s &= -\{f_s\} - [K_{s\theta}]\{\theta\} \end{aligned} \quad (\text{IV.7})$$

Avec :

$[K_{u\theta}]$: Matrice de reliant le couplage thermique et mécanique. pour l'actionneur et le capteur, elle est donnée comme suit :

$$[K_{u\theta}] = \int_V b_u^T \lambda B_\theta dV \quad (IV.8)$$

$[K_{i\theta}]$: Matrice reliant le couplage électrique et thermique pour le capteur et l'actionneur (a : actionneur « actuator en anglais », s : capteur « sensor en anglais »), elle est donnée comme suit :

$$[k_{i\theta}] = \int_{V_i} b_\phi^T e_k B_\theta dV ; (i = a, s) \quad (IV.9)$$

$\{f_i\}$: Vecteurs de la charge appliquée respectivement sur l'actionneur et le capteur,

$$\{f_i\} = \int_{S_a} n_\phi^t f_k^t q ds ; i = (a, s) \quad (IV.10)$$

IV.4 Applications :

Dans cette section, le modèle EF décrit et proposé dans le troisième chapitre est d'abord validé grâce à une confrontation avec des résultats de la littérature. Par la suite, des simulations sont entreprises et des résultats montrant d'une part l'influence à la fois du contrôle sur l'amortissement des vibrations, et d'autre part l'influence de la température sur le contrôle actif lui-même sont illustrés.

IV.4.1 Validation du modèle :

Afin de valider le modèle développé, on considère la même poutre en Graphite/Epoxyde étudiée dans le paragraphe III.4 (mêmes dimensions). Les mêmes conditions aux limites sont reprises à savoir une configuration E–L. La poutre est totalement recouverte par deux couches piézoélectriques de type PZT5 sur les deux surfaces : la surface supérieure (capteur) et la surface inférieure (actionneur). Les propriétés des matériaux sont portées sur le tableau III.3. Pour rappel, les dimensions de la poutre composite sont les suivantes : L=0.5m, W=0.01m et h=0.01m. L'épaisseur de chaque couche piézoélectrique est de $H_p=0,001m$ (voir Figure III.3). Les fréquences fondamentales de cette structure (graphite/époxyde + couches piézoélectriques) ont été calculées et sont présentées dans le tableau (IV.1) ci-dessous.

Tableau IV-1 : Fréquences propres (Hz) de la poutre graphite-époxyde avec des couches piézoélectriques.

Modes	Fréquence (Hz)
1	19.41
2	44.19
3	117.06
4	140.86
5	173.14

Deux études sont considérées pour valider le modèle proposé :

1ère étude : Dans cette première étude de simulation, la structure a été soumise à quatre cas de températures différentes successivement et qui sont les suivantes : 5°, 10°, 20° et 50°C, et ce, sans aucune application de charges mécaniques extérieures.

Le but étant de montrer la sensibilité des matériaux piézoélectriques PZT5 à la température. L'influence de celle-ci est quasiment nulle sur le matériau composite Graphite/Epoxyde dans ses plages utilisées (5° jusqu'à 50°C), d'autant plus que le Graphite/Epoxyde est pris en sandwich par le PZT5, formant ainsi un bouclier thermique au matériau composite.

Théoriquement, la variation de température induit une tension de sortie dans le capteur PZT5 (l'effet pyroélectrique). Il est à noter aussi que la déformation induite thermiquement dans l'actionneur induit également un signal de capteur (effet piézo-thermo-élastique).

La figure (IV.1) reflète les résultats obtenus après les quatre simulations. Elle montre la flexion du plan médian de la poutre résultant de l'effet pyroélectrique direct.

L'analyse des résultats montre que la flexion est croissante et est proportionnelle à la température appliquée. Les résultats ont été comparés à ceux de l'étude menée par Jiang and Li 2007. Une concordance presque parfaite pour les plages de températures allant de 5° à 20°C est constatée tout au long du plan médian, par contre, pour la température de 50°C, nous avons enregistré également une concordance jusqu'à 0.25m de longueur de ligne médiane, puis un léger décalage progressif atteignant un pourcentage d'erreur maximal de 11% au niveau l'extrémité libre de la poutre (L=0,5m).

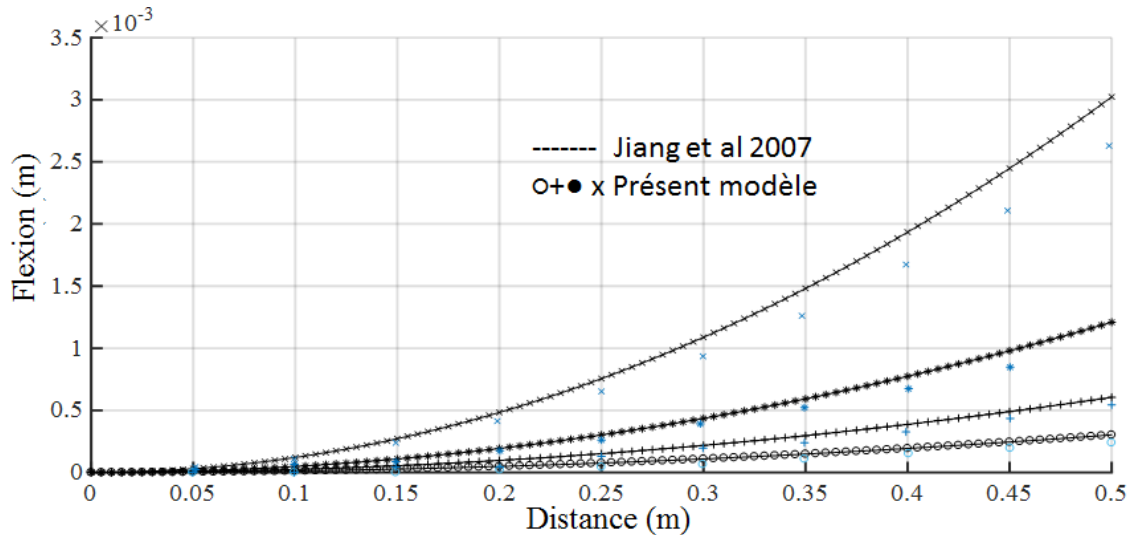


Figure IV.1 : Flexion du plan moyen de la structure (○ : 5°C ; * : 10°C ; ● : 20°C ; + : 50°C).

2^{ème} étude : La deuxième étude de validation est une comparaison entre l'effet piézo-thermo-élastique dû aux déformations thermiques et l'effet pyroélectrique. Cette comparaison sera mise en évidence en calculant la tension au niveau du capteur pour chacun des deux cas. L'étude sera proposée dans une plage de température allant de 0°C à 30°C (Jiang and Li 2007). Les résultats obtenus après simulation sont portés sur la figure (IV.2) ci-dessous. Cette dernière représente la variation de la tension enregistrée au niveau du capteur et montre clairement que l'effet de déformation thermique est beaucoup plus significatif sur le matériau piézoélectrique PZT5 que l'effet pyroélectrique. La figure (IV.2) montre également une comparaison des résultats de notre étude et celle de Jiang and Li 2007). La tension de capteur due à l'effet pyroélectrique est en concordance avec celle de l'étude de Jiang and Li 2007. Cependant, une erreur maximum constatée de l'ordre de 12% est enregistrée dans le cas de l'effet de la déformation thermique à la température de 30°C.

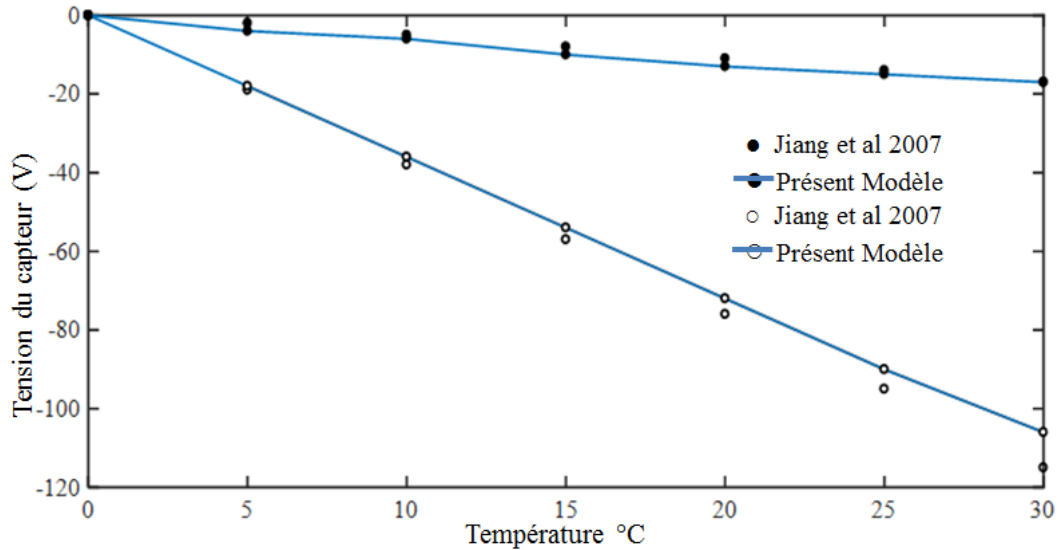
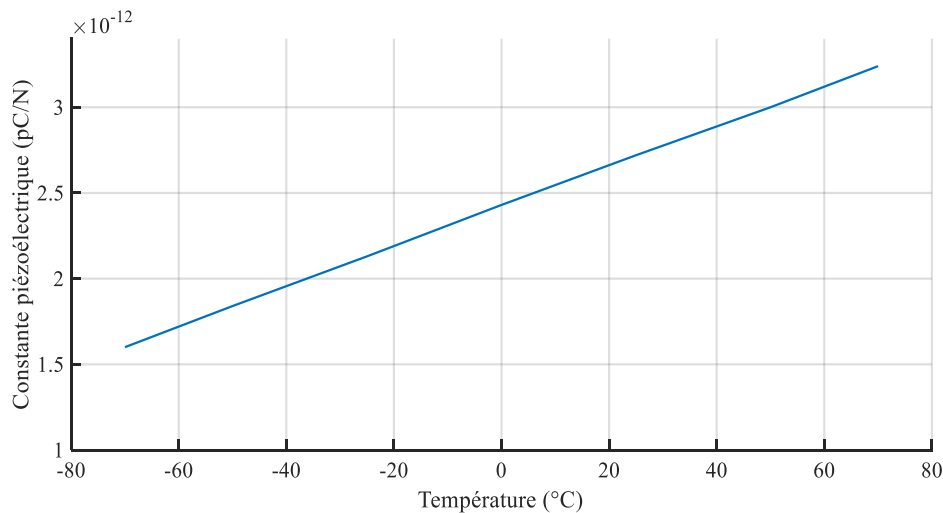


Figure IV.2 : Tension du capteur PZT due à la variation de la température (o : Effet de la déformation thermique ; ● : Effet pyroélectrique).

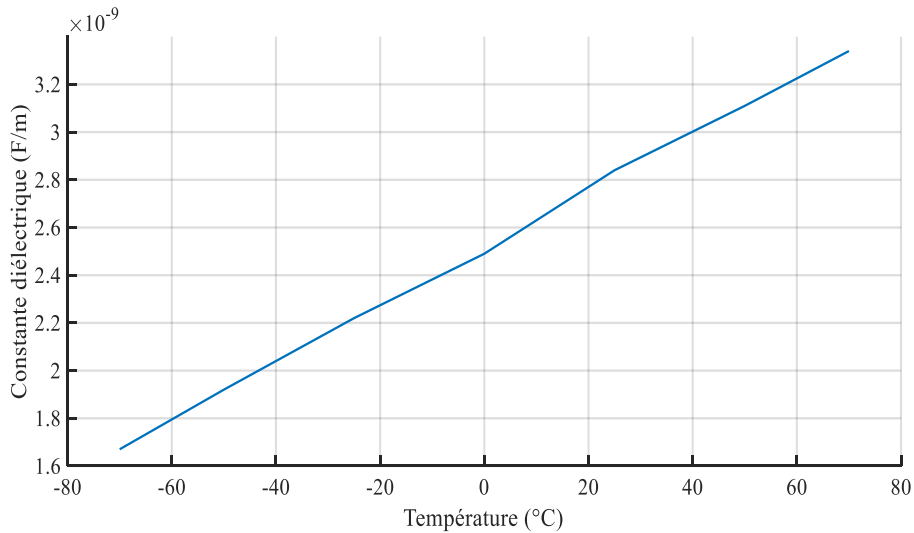
IV.4.2 Effet de la température sur le contrôle active des vibrations :

Dans le domaine du contrôle actif des vibrations, la plupart des chercheurs supposent que les coefficients de la contrainte piézoélectrique et la permittivité sont indépendants de la température, ce qui n'est pas toujours évident du fait qu'en réalité, ces coefficients sont sensibles à la température.

Certains travaux de la littérature considèrent que la variation des coefficients de contrainte peut être décrite comme étant linéaire et non linéaire dans le cas de la permittivité (Gupta et al. 2011)(figure IV.3).



a) Constante piézoélectrique e_{31} .



b) Constante diélectrique d_{33} .

Figure IV.3 : Variation des constantes piézoélectrique(a) et de permittivité(b) du PZT5en fonction de la température (Sharma et al. 2016).

Dans le présent travail, et en l'absence de moyens expérimentaux, nous nous sommes référés aux travaux effectués par Sharma et al. 2016 dans lesquels il fait référence à l'étude expérimentale de D. Wang, Fotinich, and Carman 1998, et donne les valeurs des coefficients piézoélectriques et de permittivité (diélectrique) correspondants aux températures (-70°, -50°, -25°, 0°, 25°, 50° et 70°C) pour le cas du matériau PZT-5 (zirconite titanate de plomb). Les valeurs de ces coefficients sont portées dans le tableau (IV.2) ci-dessous.

Tableau IV-2 : Constante piézoélectrique et coefficient de permittivité du PZT5en fonction de la température (Sharma et al. 2016).

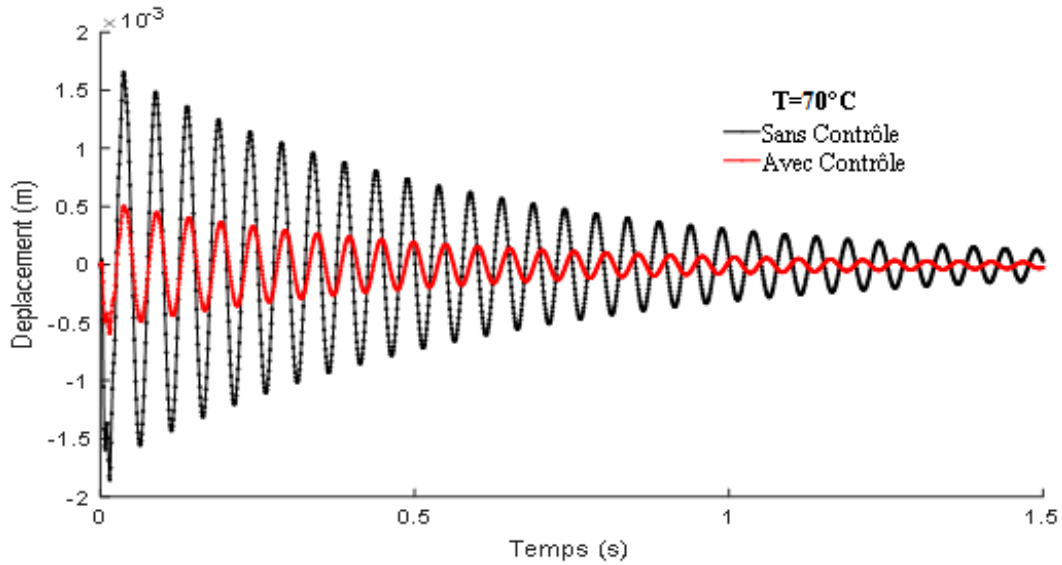
Température (°C)	Constante piézoélectrique (e_{31})10 ⁻¹² (pC/N)	Constante diélectrique (d_{33})10 ⁻⁹ (F/m)
-70	1.60	1.67
-50	1.84	1.92
-25	2.13	2.22
0	2.43	2.49
25	2.72	2.84
50	3.00	3.11
70	3.24	3.34

Pour étudier les performances de « AVC » dans l'intervalle de température cité ci-dessus, la structure étudiée (figure III.3) est soumise à une impulsion externe de (10 N) appliquée à l'extrémité libre de la poutre pendant une durée de 1ms. Le gain de contrôle est fourni en utilisant l'algorithme de rétroaction négative de la vitesse NDF tandis que l'amortissement structurel est supposé être de 1%(Jiang and Li 2007).

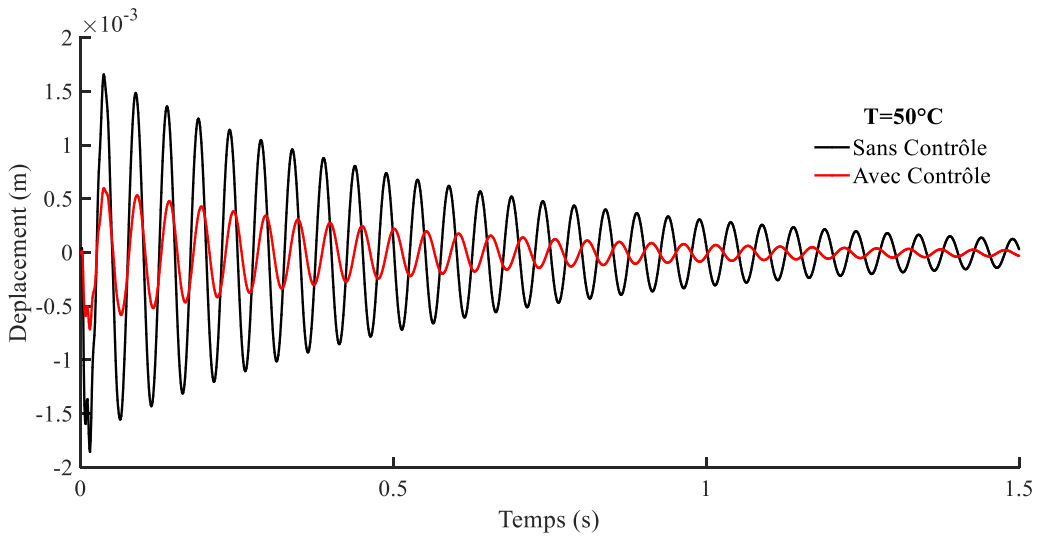
IV.4.2.1 Effet de la température sur le déplacement de la structure :

Après sept simulations correspondante chacune à un niveau de température [-70°, -50°, -25°, 0°, 25°, 50° et 70°C], et recueil de résultats, le déplacement de l'extrémité libre de la poutre (au niveau du plan médian) avec et sans contrôle actif a pu être représenté sur les sept graphes de la figure (IV.4).

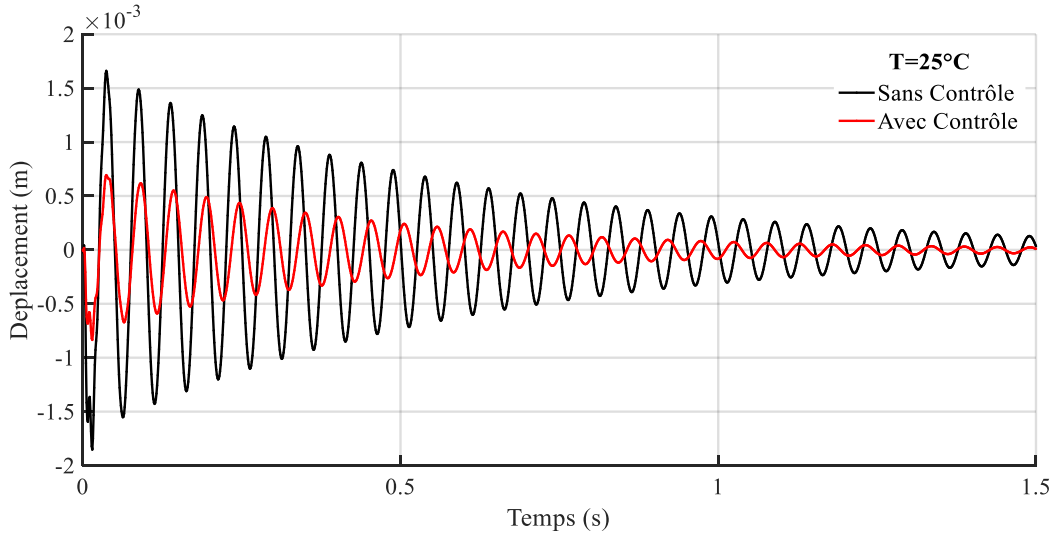
a) T=70°C



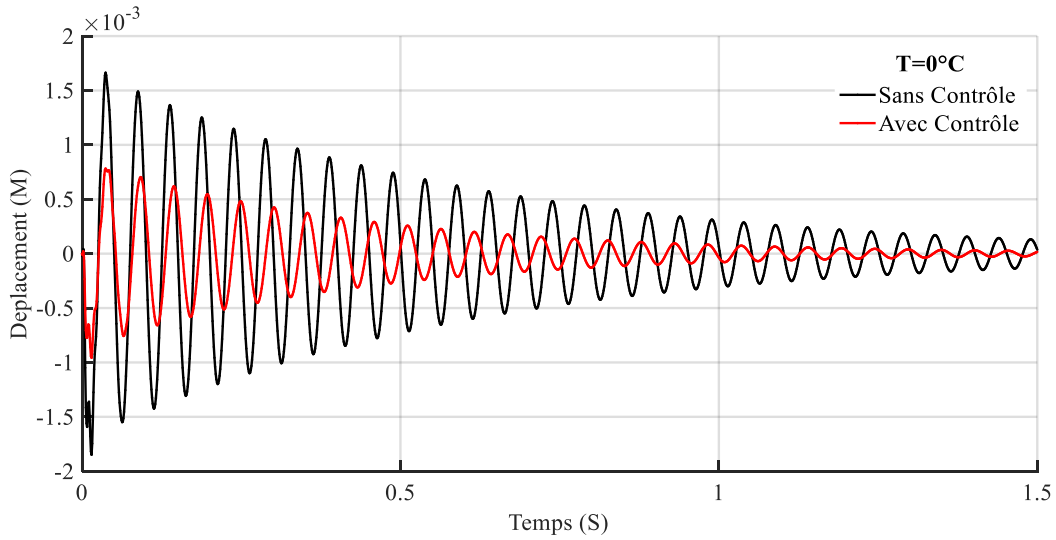
b) T=50°C



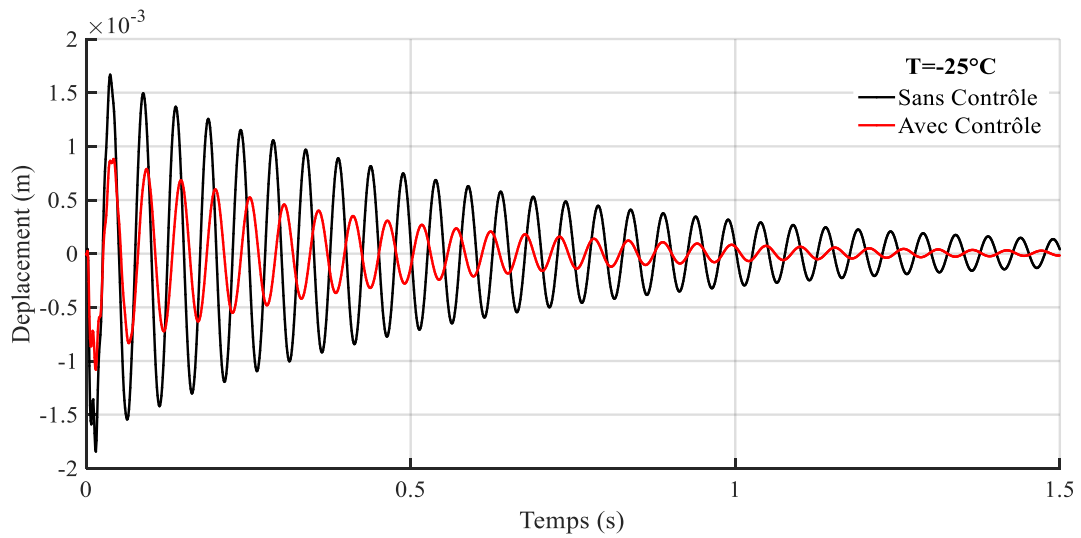
c) $T=25^{\circ}\text{C}$



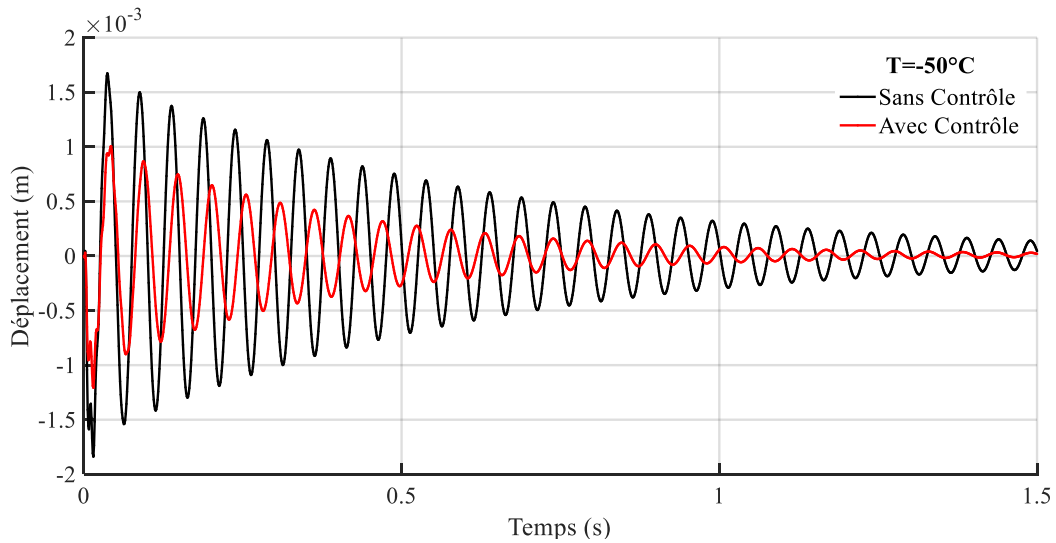
d) $T=0^{\circ}\text{C}$



e) $T=-25^{\circ}\text{C}$



f) $T = -50^{\circ}\text{C}$



gg) $T = -70^{\circ}\text{C}$

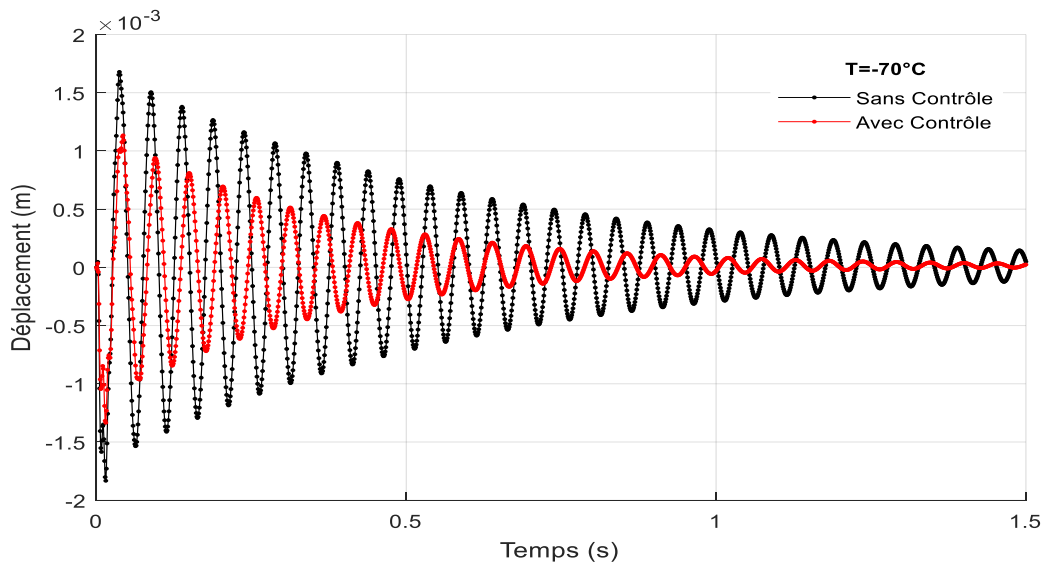


Figure IV.4 : Réponse transitoire de la poutre avec et sans contrôle dans un Gradient thermique de $(-70^{\circ}\text{C}$ à $+70^{\circ}\text{C}$).

Les graphes de la figure IV-4 ainsi que la figure IV-5 (qui reprend les résultats portés sur le tableau IV.3 ci-dessous) montrent que la température influe sur l'efficacité du contrôle utilisé (contrôle basé sur l'algorithme NVF). En effet, on remarque que l'efficacité du contrôle est proportionnelle à l'élévation de la température. Ce résultat conforte les résultats de l'analyse statique présentée dans le paragraphe IV.1 (validation du modèle). Ceci peut s'expliquer par le fait que le coefficient piézoélectrique e_{31} est un paramètre sensible à la variation de la température et lui est proportionnel comme le démontre les valeurs portées sur le tableau IV-2.

Tableau IV-3 : Taux de réduction d'amplitude maximale du déplacement de la poutre avec et sans contrôle à chaque valeur de température.

Température (°C)	Amplitude maximale sans contrôle (mm)	Amplitude maximale avec contrôle (mm)	Taux de réduction d'amplitude (%)
-70	1.66	1.07	35
-50	1.66	0.97	41
-25	1.66	0.86	48
0	1.66	0.77	53
25	1.66	0.68	59
50	1.66	0.59	64
70	1.66	0.50	69

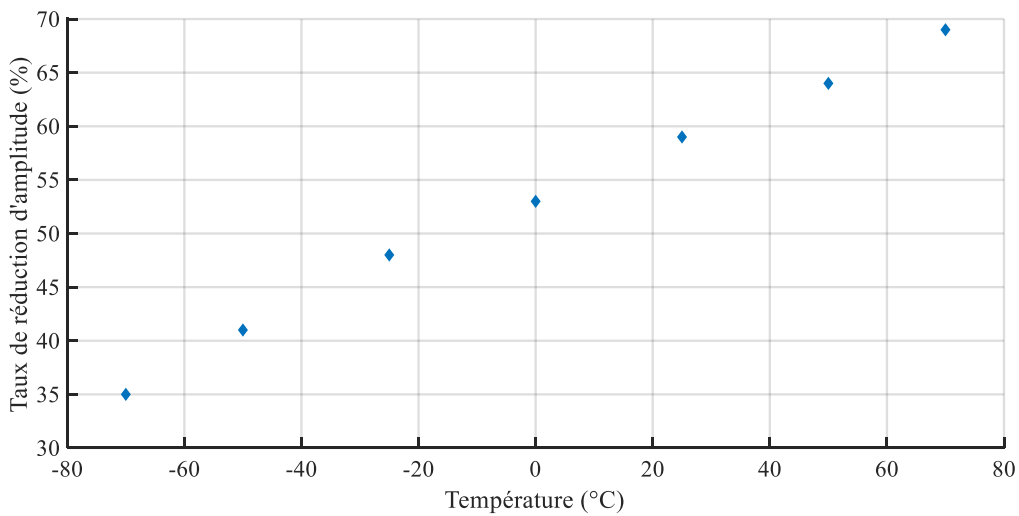
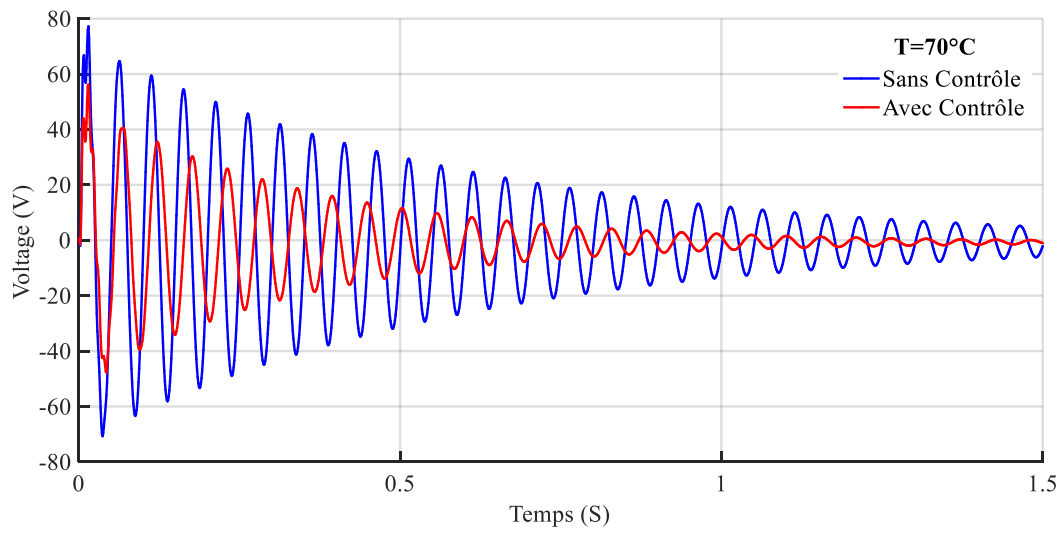


Figure IV.5 : Taux de réduction d'amplitude avec et sans contrôle à chaque valeur de T^* .

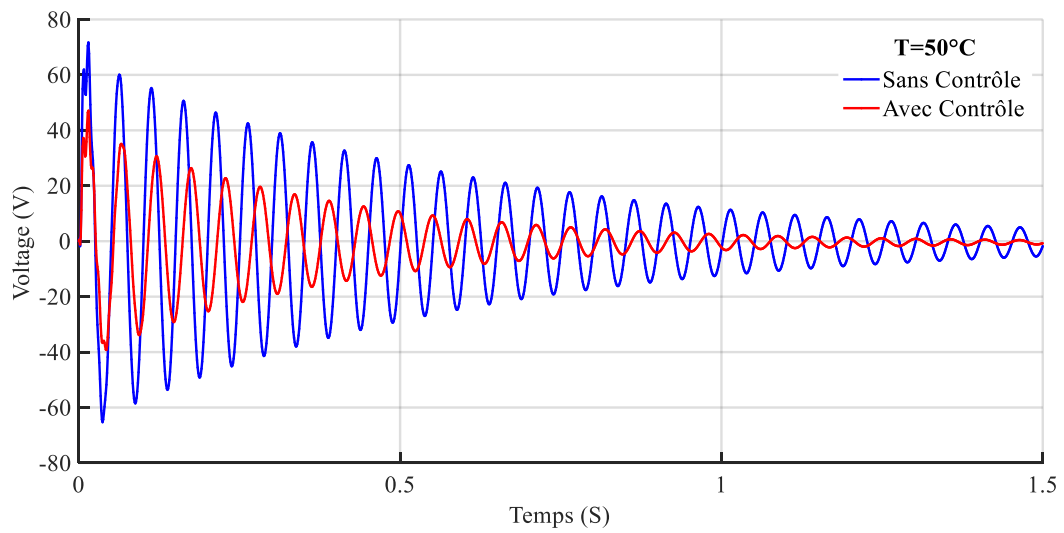
IV.4.2.2 Effet de la température sur la tension du capteur :

La tension du capteur calculée, avec et sans contrôle, est représentée sur les sept graphes de la figure (IV.6). Chaque graphe correspond à une température bien définie. La figure (IV.7) porte les valeurs de l'amplitude maximum de la tension de capteur avec et sans contrôle pour les sept cas de température. La tension du capteur est logiquement proportionnelle elle aussi à la température. Ce résultat était attendu du moment que nous avons enregistré une proportionnalité entre la température et l'effet pyroélectrique sur le capteur.

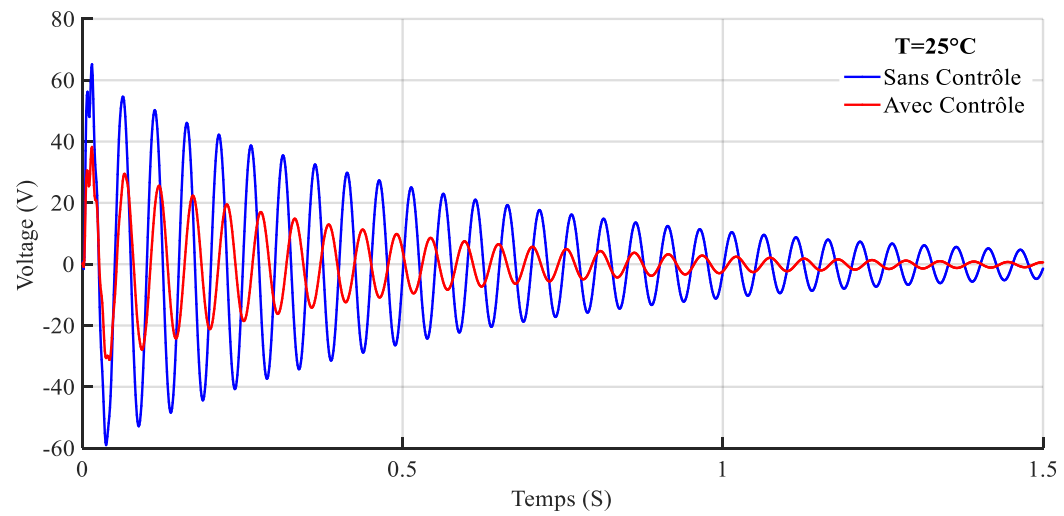
a) $T=70^{\circ}\text{C}$



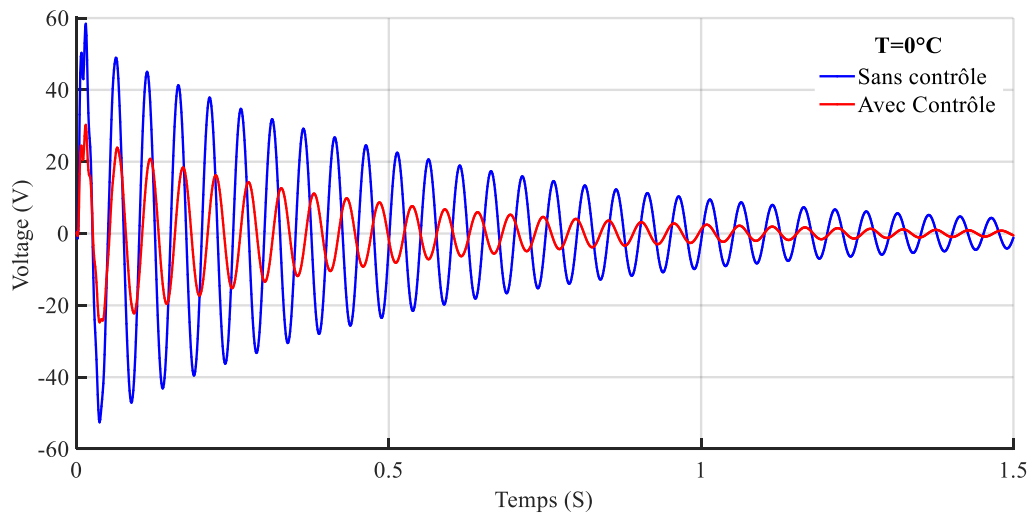
b) $T=50^{\circ}\text{C}$



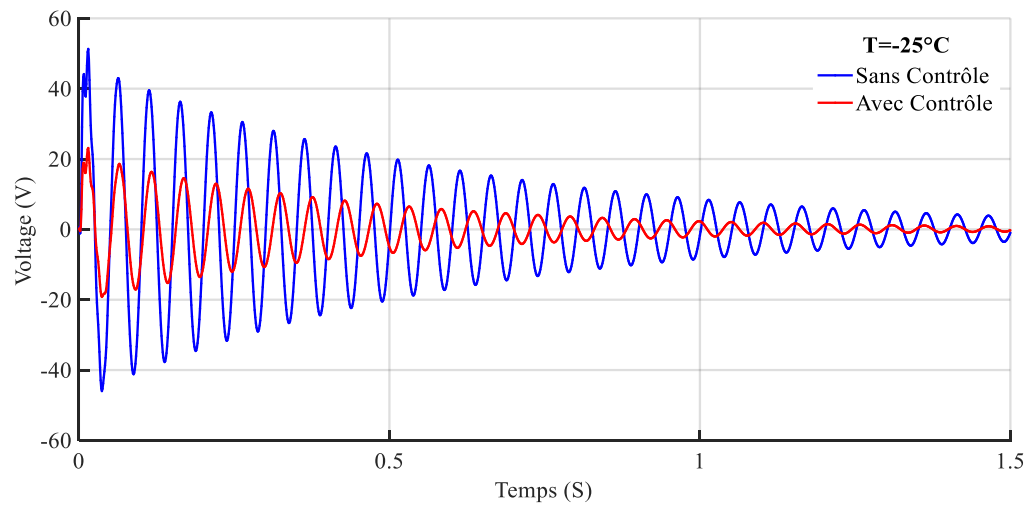
c) $T=25^{\circ}\text{C}$



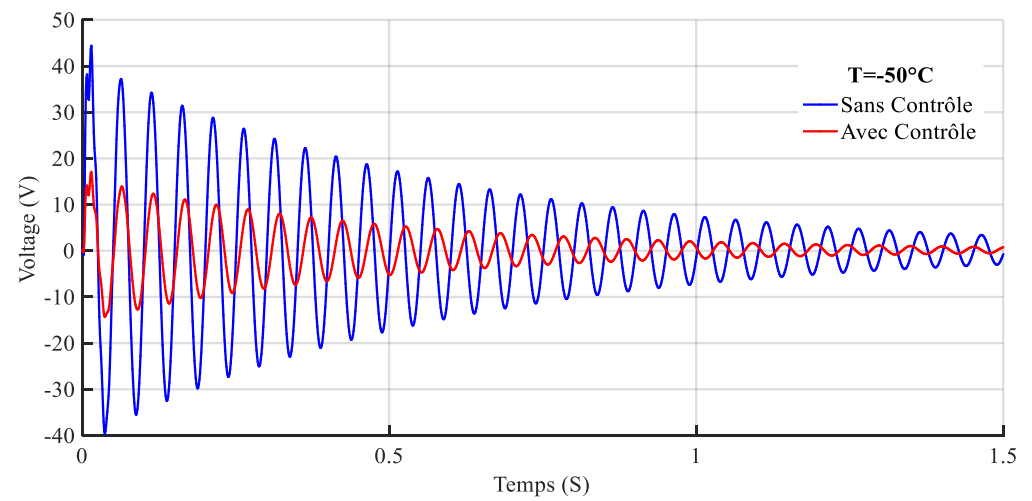
d) $T=0^{\circ}\text{C}$



e) $T=-25^{\circ}\text{C}$



f) $T=-50^{\circ}\text{C}$



g) $T = -70^{\circ}\text{C}$

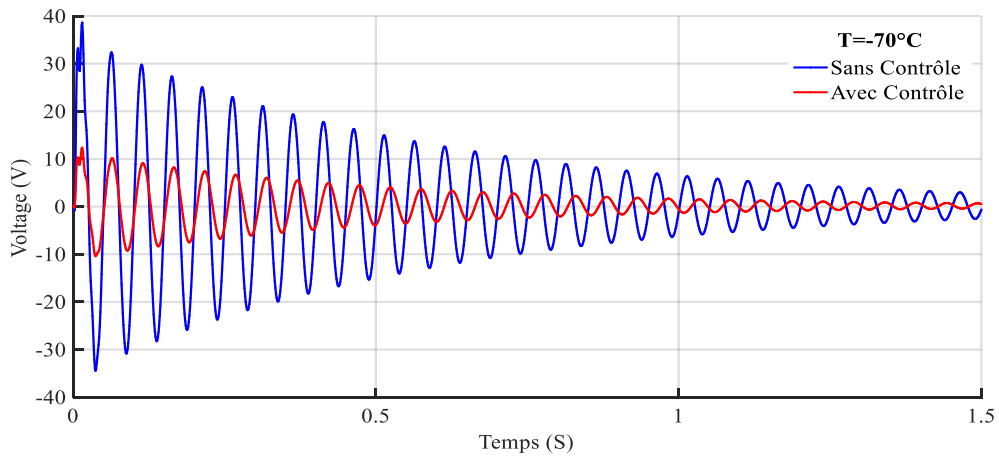


Figure IV.6 : La tension de capteur due à la variation de température de -70°C au $+70^{\circ}\text{C}$.

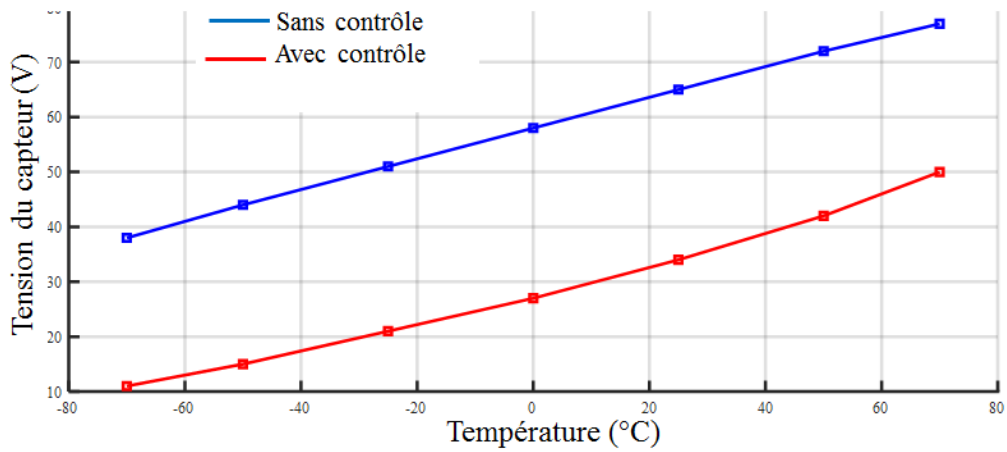
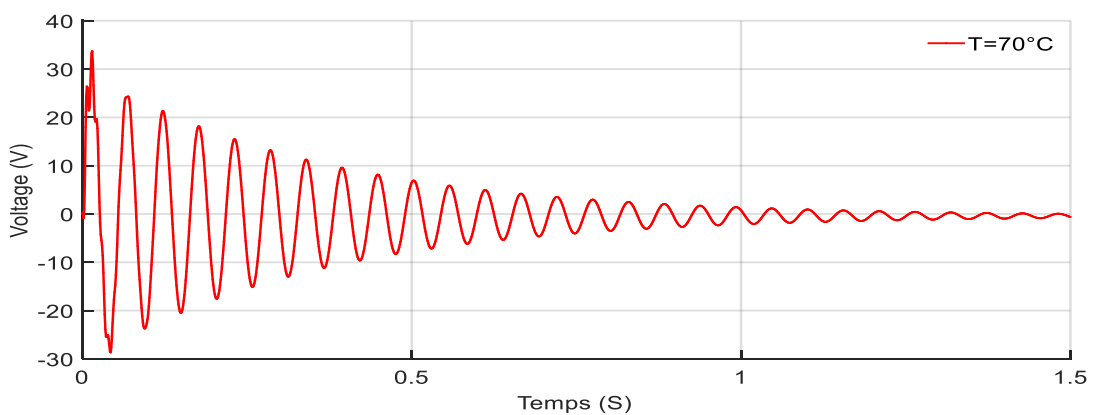


Figure IV.7 la tension maximum enregistrée dans le capteur avec et sans contrôle.

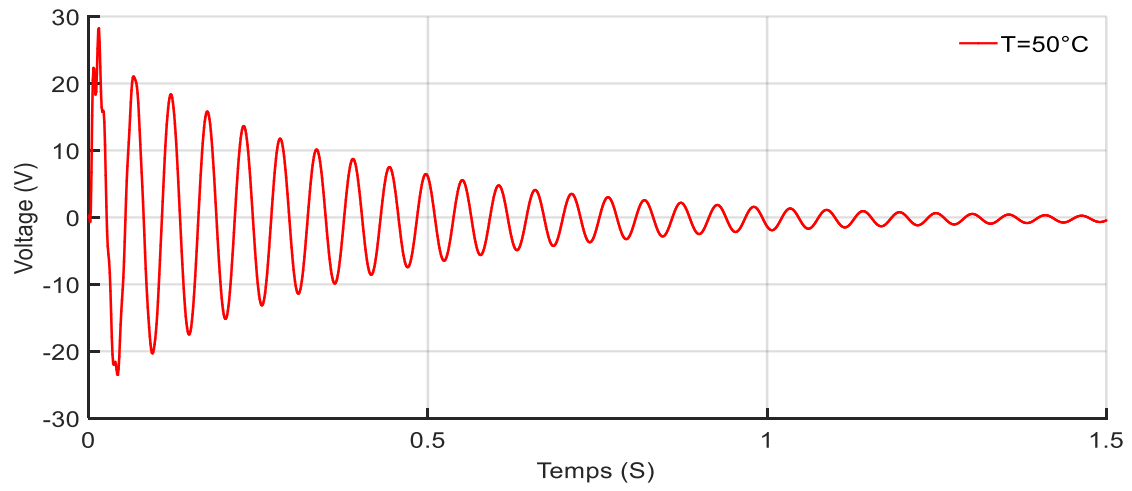
IV.4.2.3 Effet de la température sur la tension de commande (tension de l'actionneur) :

La tension de l'actionneur correspondante aux sept valeurs de températures, a été calculée. Les résultats relatifs à ces tensions sont portés sur la figure (IV.8).

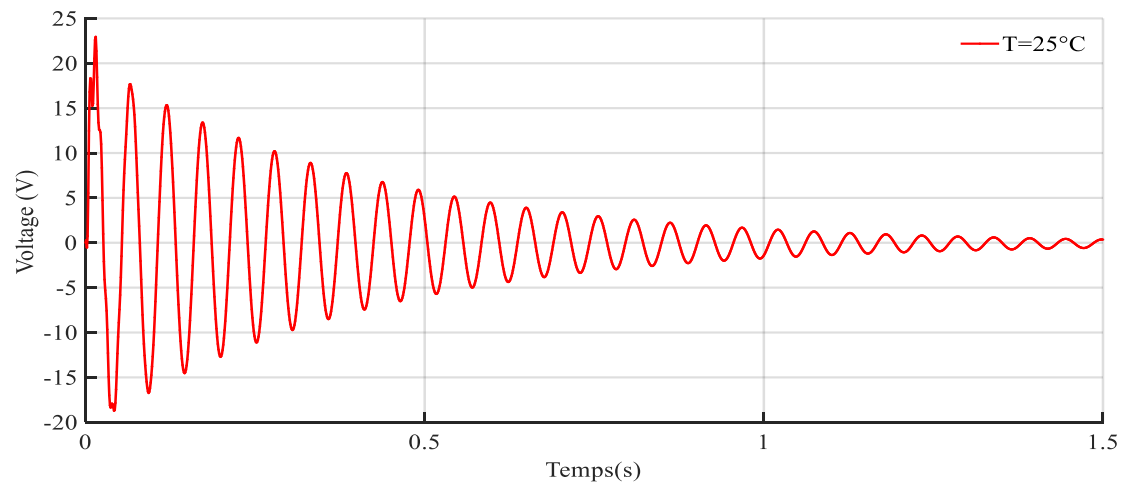
a) $T = 70^{\circ}\text{C}$



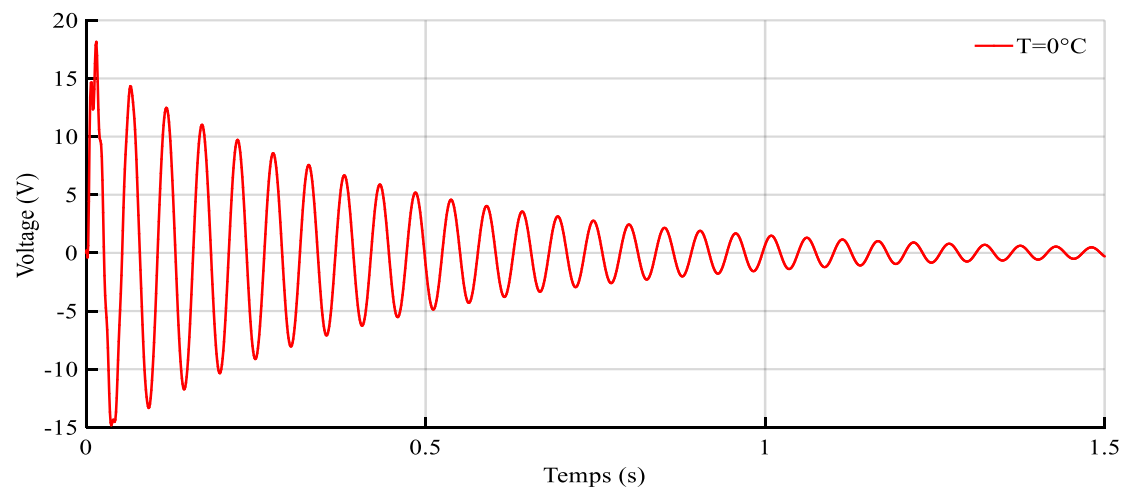
a) $T=50^{\circ}\text{C}$



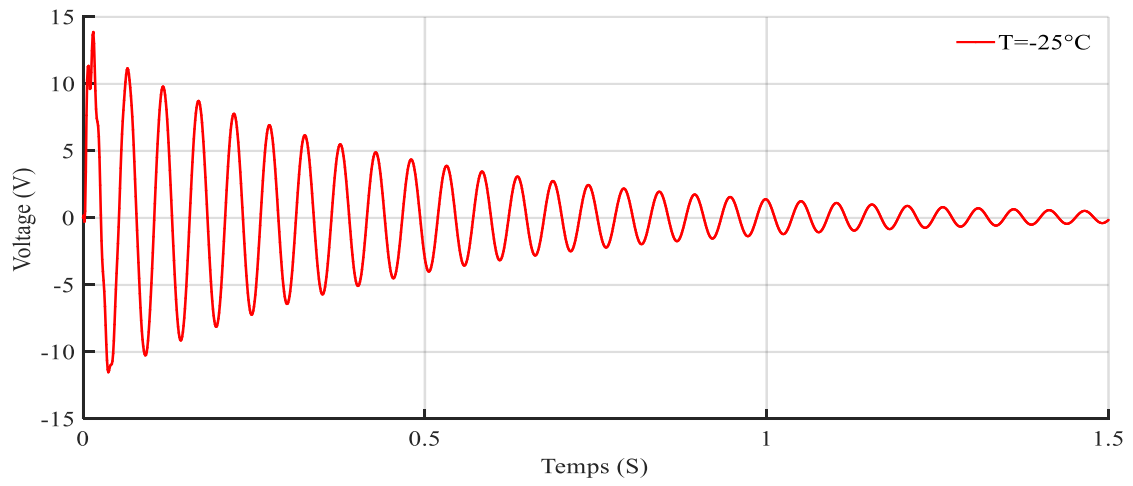
b) $T=25^{\circ}\text{C}$



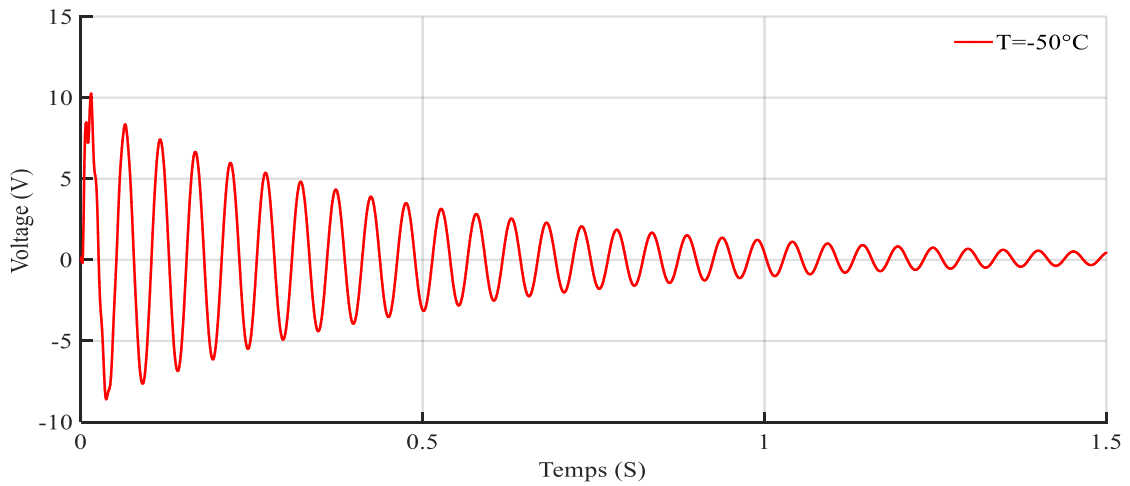
c) $T=0^{\circ}\text{C}$



d) $T=-25^{\circ}\text{C}$



e) $T=-50^{\circ}\text{C}$



f) $T=-70^{\circ}\text{C}$

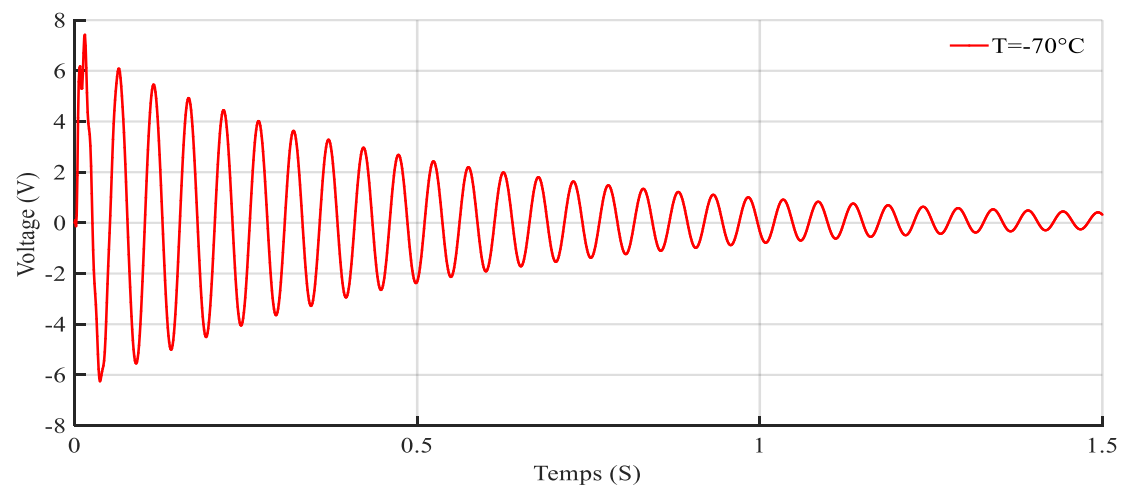


Figure IV.8 : Tension de l'actionneur.

La figure (IV.9) ci-dessous représente la variation de la valeur maximale de la tension fournie à l'actionneur en fonction de la température. Comme cela il est clairement visible sur la figure, la tension de l'actionneur varie proportionnellement à la température.

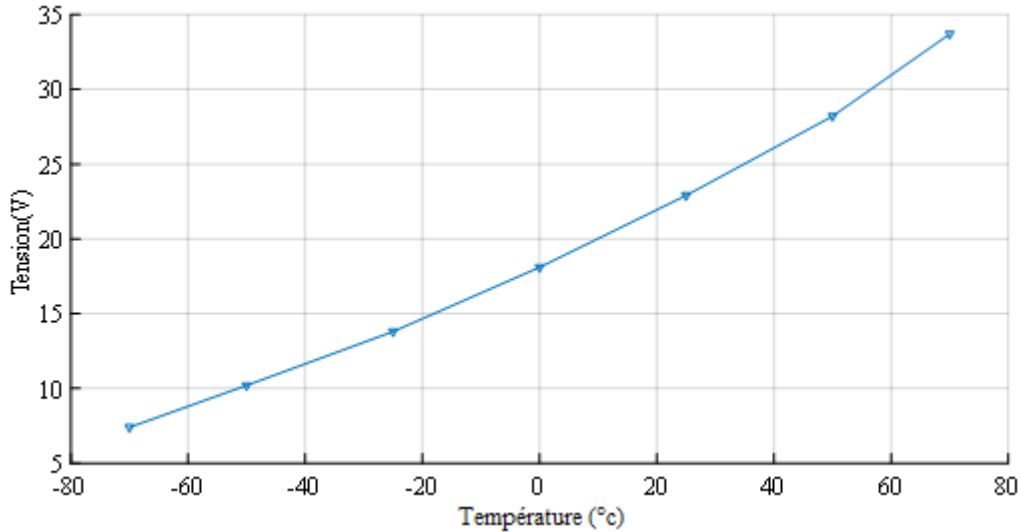


Figure IV.9 : Tension maximale fournie à l'actionneur.

IV.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, un modèle élément finis d'une poutre en Graphite/Epoxyde recouverte de couches piézoélectriques (capteurs et actionneurs) a été développé pour le « AVC ». L'algorithme de contrôle utilisé est de type rétroaction de vitesse négative, conçu et mis en œuvre pour fournir le gain de contrôle.

Les effets thermiques et piézo-électriques ont été mathématiquement décrits et étudiés.

Une recherche bibliographique nous a permis d'avoir les valeurs des constantes piézoélectriques notées « e_{31} » et les constantes diélectriques notées « d_{33} » en fonction de la température. L'implémentation de ces valeurs dans les codes de calculs élaborés nous a permis d'étudier l'influence de la température sur le « AVC ».

A l'état statique, nous avons calculé les déplacements d'origine thermique de la poutre Graphite/Epoxyde sans application de charge. Dans cet état, la tension du capteur piézoélectrique rapportée à l'effet de déformation thermique est bien supérieure à celle rapportée à l'effet pyroélectrique.

A l'état dynamique, nous avons calculé les déplacements de l'extrémité libre de la poutre sous l'effet d'une force transitoire, et ce, avec et sans contrôle des vibrations.

On a constaté d'après les résultats obtenus suite à l'étude dynamique que les performances de « AVC » dépendent de la température appliquée. Cela a été mis en évidence lors des simulations entreprises en gardant tous les paramètres influençant les réponses mécaniques et électriques fixes, et en changeant uniquement le paramètre température.

Conclusion générale.

Le contrôle des vibrations est une technique originale pour améliorer la durée de vie des structures et ainsi, augmenter leurs performances. On entend par contrôle, suppression ou réduction des vibrations dans le système structurel. La technique utilisée dans le présent travail est une méthode active. L'application du contrôle de la structure est mise en œuvre en utilisant des matériaux piézoélectriques de type PZT5 comme actionneurs, et les mêmes matériaux comme capteurs (capteurs servants à enregistrer les déplacements vibratoires).

Deux études distinctes ont été menées. Dans la première, un modèle élément fini a été développé pour une structure intelligente composé d'une poutre en Graphite/Epoxyde recouverte complètement sur ces deux faces de deux couches en PZT5. Un algorithme de contrôle de type rétroaction des vitesses est utilisé pour fournir le gain nécessaire au contrôle. Dans cette première partie, on a utilisé des lois de comportement des matériaux piézoélectriques à une température de référence (température ambiante). La méthode du contrôle utilisé ainsi que l'algorithme de contrôle implémenté a permis d'amortir le temps et les amplitudes des réponses vibratoires. Les résultats obtenus ont donc montré l'efficacité du contrôle actif appliqué.

Dans la deuxième étude, on suit le même développement et les mêmes étapes de contrôle que l'étude menée dans la première partie, mais cette fois-ci, la structure sera soumise successivement à plusieurs températures autres que la température de référence. Le but étant de connaître l'influence de la variation des températures sur les différents paramètres du contrôle. Les lois de comportement des PZT5 implémentées sont en fonction de la température. Ainsi, la température est incluse dans les équations constitutives de la piézoélectricité. Les résultats obtenus ont clairement montré l'influence de la température sur l'efficacité de l'AVC de la structure (poutre Graphite/Epoxyde + couches PZT5). La dépendance et la sensibilité du PZT5 à la température est essentiellement due aux effets pyroélectriques et piézo-thermo-électriques.

Comme perspectives de poursuite du présent travail, plusieurs investigations dans le domaine du « AVC » peuvent être entreprises, notamment :

- ✓ La modélisation d'autres types de structures avec une géométrie plus complexes tels que les lames d'hélicoptère et réflecteurs de satellites (éléments coques).

- ✓ L'utilisation d'autres algorithmes de contrôle robustes et stables basés sur l'optimisation tels que le neural, H2, H pour l'amélioration des performances de contrôle actif et la diminution des coûts.

✓ Moyennant des algorithmes d'optimisation, envisager les possibilités d'utilisation de patches piézoélectriques (capteurs et actionneurs) au lieu du recouvrement total, en déterminant leurs nombres et leur positionnement optimal dans la structure.

✓ La construction des dispositifs expérimentaux pour l'étude du contrôle actif des vibrations (AVC).

Références

- Alam, M. Naushad. 2012. "Active Vibration Control of a Piezoelectric Beam Using PID Controller: Experimental Study." *Latin American Journal of Solids and Structures* 9 (6): 657–73.
- Babesse, Eloulid. 2018. "Contrôle Vibratoire Semi Actif Par Éléments Piézoélectriques et Récupération d'énergie Ambiante." PhD Thesis.
- Balamurugan, V., and S. Narayanan. 2001. "Shell Finite Element for Smart Piezoelectric Composite Plate/Shell Structures and Its Application to the Study of Active Vibration Control." *Finite Elements in Analysis and Design* 37 (9): 713–38.
- Batra, R. C., and X. Q. Liang. 1997. "The Vibration of a Rectangular Laminated Elastic Plate with Embedded Piezoelectric Sensors and Actuators." *Computers & Structures* 63 (2): 203–16.
- Bendary, I. M., M. Adnan Elshafei, and A. M. Riad. 2010. "Finite Element Model of Smart Beams with Distributed Piezoelectric Actuators." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*.
- Bendine, K., F. B. Boukhoulda, B. Haddag, and M. Nouari. 2019. "Active Vibration Control of Composite Plate with Optimal Placement of Piezoelectric Patches." *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 26 (4): 341–49.
- Bendine, Kouider, Benallel Farouk Boukhoulda, Mohammed Nouari, and Zouaoui Satla. 2017. "Structural Modeling and Active Vibration Control of Smart FGM Plate through ANSYS." *International Journal of Computational Methods* 14 (04): 1750042.
- Bendine, Kouider, F. B. Boukhoulda, M. Nouari, and Z. Satla. 2016. "Active Vibration Control of Functionally Graded Beams with Piezoelectric Layers Based on Higher Order Shear Deformation Theory." *Earthquake Engineering and Engineering Vibration* 15 (4): 611–20.
- Bendine, Kouider, and Farouk Benallel Encadreur: Boukhoulda. 2016. "Contribution à l'étude du contrôle actif de structures composites par incorporation des matériaux intelligents." Thesis. <http://rdoc.univ-sba.dz:8080/jspui/handle/123456789/1816>.
- Bendine, Kouider, Zouaoui Satla, Farouk Benallel Boukhoulda, and Mohammed Nouari. 2018. "Active Vibration Damping of Smart Composite Beams Based on System Identification Technique." *Curved and Layered Structures* 5 (1): 43–48.
- Bendine, Kouider, and Rajan L. Wankhade. 2016. "Vibration Control of FGM Piezoelectric Plate Based on LQR Genetic Search." *Open Journal of Civil Engineering* 6 (01): 1.
- Benjeddou, A., M. A. Trindade, and R. Ohayon. 2000. "Piezoelectric Actuation Mechanisms for Intelligent Sandwich Structures." *Smart Materials and Structures* 9 (3): 328.
- Benjeddou, Ayech, and Orlando Andrianarison. 2005. "A Thermopiezoelectric Mixed Variational Theorem for Smart Multilayered Composites." *Computers & Structures* 83 (15–16): 1266–76.
- Bisegna, P., and F. Maceri. 1996. "An Exact Three-Dimensional Solution for Simply Supported Rectangular Piezoelectric Plates."
- Brennan, M. J., S. J. Elliott, and R. J. Pinnington. 1992. "Active Control of Vibrations Transmitted through Struts." In *International Conf. on Motion and Vibration Control, Yokohama*.
- Brissaud, Michel. 2007. *Matériaux Piézoélectriques: Caractérisation, Modélisation et Vibration*. PPUR presses polytechniques.
- Celle, Pierre. 2006. "Couplages Fluide/Milieu Poreux En Grandes Déformations Pour La Modélisation Des Procédés d'élaboration Par Infusion." PhD Thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne.
- Chandrashekhara, Kt, and A. N. Agarwal. 1993. "Active Vibration Control of Laminated Composite Plates Using Piezoelectric Devices: A Finite Element Approach." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 4 (4): 496–508.
- Clark, William W. 1999. "Semi-Active Vibration Control with Piezoelectric Materials as Variable-Stiffness Actuators." In *Smart Structures and Materials 1999: Passive Damping and Isolation*, 3672:123–30. International Society for Optics and Photonics.
- Crawley, Edward F., and Javier De Luis. 1987. "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures." *AIAA Journal* 25 (10): 1373–85.
- Daraji, A. H., and J. M. Hale. 2012. "Determination of State Space Matrices for Active Vibration Control Using Ansys Finite Element Package." In *ASME 2012 International Design Engineering Technical*

- Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 1219–29. American Society of Mechanical Engineers.
- Djojodihardjo, Harijono, Mohammad Jafari, Surjatin Wiriadidjaja, and Kamarul Arifin Ahmad. 2015. “Active Vibration Suppression of an Elastic Piezoelectric Sensor and Actuator Fitted Cantilevered Beam Configurations as a Generic Smart Composite Structure.” *Composite Structures*.
- Dong, Xingjian, Zhike Peng, Wenming Zhang, HongXing Hua, and Guang Meng. 2014. “Research on Spillover Effects for Vibration Control of Piezoelectric Smart Structures by ANSYS.” *Mathematical Problems in Engineering* 2014.
- Drapier, S. 2014. “Mécanique Des Composites Hautes Performances Version 2.” *École Nationale Supérieure Des Mines de Saint-Étienne*, 0–79.
- Elshafei, M. Adnan, and Fuzy Alraies. 2013. “Modeling and Analysis of Smart Piezoelectric Beams Using Simple Higher Order Shear Deformation Theory.” *Smart Materials and Structures* 22 (3): 035006.
- Elshafei, Mostafa Adnan. 1996. “Smart Composite Plate Shape Control Using Piezoelectric Materials.”
- Fuller, C. R., G. P. Gibbs, and R. J. Silcox. 1990. “Simultaneous Active Control of Flexural and Extensional Waves in Beams.” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 1: 235–47.
- Gay, Daniel, and Suong V. Hoa. 2007. *Composite Materials : Design and Applications, Second Edition*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781420045208>.
- Gupta, Vivek, Manu Sharma, and Nagesh Thakur. 2012. “Active Structural Vibration Control: Robust to Temperature Variations.” *Mechanical Systems and Signal Processing* 33 (November): 167–80. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2012.07.009>.
- Gupta, Vivek, Manu Sharma, Nagesh Thakur, and S. P. Singh. 2011. “Active Vibration Control of a Smart Plate Using a Piezoelectric Sensor–Actuator Pair at Elevated Temperatures.” *Smart Materials and Structures* 20 (10): 105023.
- He, X. Q., T. Y. Ng, S. Sivashanker, and K. M. Liew. 2001. “Active Control of FGM Plates with Integrated Piezoelectric Sensors and Actuators.” *International Journal of Solids and Structures* 38 (9): 1641–55.
- “Introduction to Composite Materials Design.” n.d. Routledge & CRC Press. Accessed March 23, 2021. <https://www.routledge.com/Introduction-to-Composite-Materials-Design/Barbero/p/book/9781138196803>.
- Jiang, Jian Ping, and Dong Xu Li. 2007. “A New Finite Element Model for Piezothermoelastic Composite Beam.” *Journal of Sound and Vibration* 306 (3–5): 849–64.
- Johnson, C. D. 1995. “Design of Passive Damping Systems.” *Journal of Mechanical Design* 117 (B): 171–76. <https://doi.org/10.1115/1.2836451>.
- Jovanović, Miroslav M., Aleksandar M. Simonović, Nemanja D. Zorić, Nebojša S. Lukić, Slobodan N. Stupar, and Slobodan S. Ilić. 2013. “Experimental Studies on Active Vibration Control of a Smart Composite Beam Using a PID Controller.” *Smart Materials and Structures* 22 (11): 115038.
- Karagülle, H., L. Malgaca, and H. F. Öktem. 2004. “Analysis of Active Vibration Control in Smart Structures by ANSYS.” *Smart Materials and Structures* 13 (4): 661.
- Kerur, S. B., and ANUP GHOSH. 2011. “Active Vibration Control of Composite Plate Using AFC Actuator and PVDF Sensor.” *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 11 (02): 237–55.
- Khot, S. M., Nitesh P. Yelve, Rajat Tomar, Sameer Desai, and S. Vittal. 2012. “Active Vibration Control of Cantilever Beam by Using PID Based Output Feedback Controller.” *Journal of Vibration and Control* 18 (3): 366–72.
- Lam, K. Y., X. Q. Peng, G. R. Liu, and J. N. Reddy. 1997. “A Finite-Element Model for Piezoelectric Composite Laminates.” *Smart Materials and Structures* 6 (5): 583.
- Le Dren, Sarah. 2000. “Elaboration de Couches Épaisses Piézoélectriques Déposées Sur Substrats Pour Des Applications Microtechniques.” [Http://Www.Theses.Fr](http://Www.Theses.Fr). Thesis, Lyon, INSA. <http://www.theses.fr/2000ISAL0063>.
- Malgaca, Levent. 2010. “Integration of Active Vibration Control Methods with Finite Element Models of Smart Laminated Composite Structures.” *Composite Structures* 92 (7): 1651–63.
- BERTHELOT Jean-Marie “Matériaux composites.” n.d. Librairie Lavoisier. Accessed March 22, 2021. <https://www.lavoisier.fr/livre/industries-chimiques/materiaux-composites-5-d/berthelot/descriptif-9782743014506>.

- Mead, Denys J. 1998. *Passive Vibration Control*. John Wiley & Sons.
- Mindlin, R. D. 1974. "Equations of High Frequency Vibrations of Thermopiezoelectric Crystal Plates." *International Journal of Solids and Structures* 10 (6): 625–37. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(74\)90047-X](https://doi.org/10.1016/0020-7683(74)90047-X).
- Moheimani, SO Reza, Andrew J. Fleming, and Dunant Halim. 2003. *Spatial Control of Vibration: Theory and Experiments*. Vol. 10. World scientific.
- Narayanan, S., and V. Balamurugan. 2003. "Finite Element Modelling of Piezolaminated Smart Structures for Active Vibration Control with Distributed Sensors and Actuators." *Journal of Sound and Vibration* 262 (3): 529–62.
- Nowacki, Witold. 1978. "Some General Theorems of Thermopiezoelectricity." *Journal of Thermal Stresses* 1 (2): 171–82.
- Peng, X. Q., K. Y. Lam, and G. R. Liu. 1998. "Active Vibration Control of Composite Beams with Piezoelectrics: A Finite Element Model with Third Order Theory." *Journal of Sound and Vibration* 209 (4): 635–50.
- Phung-Van, Phuc, L. De Lorenzis, Chien H. Thai, Magd Abdel-Wahab, and H. Nguyen-Xuan. 2015. "Analysis of Laminated Composite Plates Integrated with Piezoelectric Sensors and Actuators Using Higher-Order Shear Deformation Theory and Isogeometric Finite Elements." *Computational Materials Science* 96: 495–505.
- Qi, B., J. Raju, T. Kruckenberg, and R. Stanning. 1999. "A Resin Film Infusion Process for Manufacture of Advanced Composite Structures." *Composite Structures* 47 (1–4): 471–76.
- Qiu, Jinhao, Hongli Ji, and Kongjun Zhu. 2009. "Semi-Active Vibration Control Using Piezoelectric Actuators in Smart Structures." *Frontiers of Mechanical Engineering in China* 4 (3): 242–51.
- Rao, S. S., and M. Sunar. 1993. "Analysis of Distributed Thermopiezoelectric Sensors and Actuators Inadvanced Intelligent Structures." *AIAA Journal* 31 (7): 1280–86.
- Reddy, Junuthula N. 1984. "A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates." *Journal of Applied Mechanics* 51 (4): 745–52.
- Reddy, Junuthula Narasimha. 2003. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. CRC press.
- Rizet, Nicolas. 1999a. "Contrôle Actif de Vibrations Utilisant Des Matériaux Piézo-Électriques."
- Rizet 1999b. "Contrôle Actif de Vibrations Utilisant Des Matériaux Piézo-Électriques." PhD Thesis, Lyon, INSA.
- Robbins, D. H., and J. N. Reddy. 1991. "Analysis of Piezoelectrically Actuated Beams Using a Layer-Wise Displacement Theory." *Computers & Structures* 41 (2): 265–79.
- Sadri, A. M., J. R. Wright, and R. J. Wynne. 1999. "Modelling and Optimal Placement of Piezoelectric Actuators in Isotropic Plates Using Genetic Algorithms." *Smart Materials and Structures* (4): 490.
- Sénéchal, Aurélien. 2011. "Réduction de Vibrations de Structure Complexe Par Shunts piézoélectriques: Application Aux Turbomachines." Conservatoire national des arts et metiers-CNAM.
- Sharma, Anshul, Rajeev Kumar, Rahul Vaish, and Vishal S. Chauhan. 2014. "Lead-Free Piezoelectric Materials' Performance in Structural Active Vibration Control." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 25 (13): 1596–1604.
- Sharma, 2016. "Experimental and Numerical Investigation of Active Vibration Control over Wide Range of Operating Temperature." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 27 (13): 1846–60.
- Shen, M.-H. Herman. 1995. "A New Modeling Technique for Piezoelectrically Actuated Beams." *Computers & Structures* 57 (3): 361–66.
- Song, Gangbing, Vineet Sethi, and H.-N. Li. 2006. "Vibration Control of Civil Structures Using Piezoceramic Smart Materials: A Review." *Engineering Structures* 28 (11): 1513–24.
- Takacs, Gergely, and Boris Rohal-Ilkiv. 2012. "Direct Closed-Loop Active Vibration Control System Prototype in ANSYS." In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, 244:1–12. Institute of Noise Control Engineering.
- Takács, Gergely, and Boris Rohal'Ilkiv. 2012. *Model Predictive Vibration Control: Efficient Constrained MPC Vibration Control for Lightly Damped Mechanical Structures*. Springer Science & Business Media.

- Takács, Gergely, and Boris Rohal'-Ilkiv. 2012. *Model Predictive Vibration Control: Efficient Constrained MPC Vibration Control for Lightly Damped Mechanical Structures*. Springer Science & Business Media.
- Trindade, Marcelo Areias. 2000. "CONTR ˆOLE HYBRIDE ACTIF-PASSIF DES VIBRATIONS DE STRUCTURES PAR DES MAT ERIAUX PI EZO ELECTRIQUES ET VISCO ELASTIQUES: POUTRES SANDWICH/MULTICOUCHES INTELLIGENTES." INSA Lyon.
- Tzou, H. S., and C. I. Tseng. 1990a. "Distributed Piezoelectric Sensor/Actuator Design for Dynamic Measurement/Control of Distributed Parameter Systems: A Piezoelectric Finite Element Approach." *Journal of Sound and Vibration* 138 (1): 17–34.
- Tzou 1990b. "Distributed Piezoelectric Sensor/Actuator Design for Dynamic Measurement/Control of Distributed Parameter Systems: A Piezoelectric Finite Element Approach." *Journal of Sound and Vibration* 138 (1): 17–34.
- Wang, Donny, Yevgeniy Fotinich, and Greg P. Carman. 1998. "Influence of Temperature on the Electromechanical and Fatigue Behavior of Piezoelectric Ceramics." *Journal of Applied Physics* 83 (10): 5342. <https://doi.org/10.1063/1.367362>.
- Wang, Peng. 2010. "Étude Numérique et Expérimentale de Procédé d'élaboration Des Matériaux Composites Par Infusion de Résine." PhD Thesis, Saint-Etienne, EMSE.
- Williams, Christopher, John Summerscales, and Stephen Grove. 1996. "Resin Infusion under Flexible Tooling (RIFT): A Review." *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 27: 517–24.
- Yamamoto, K., T. Yamamoto, Hiromitsu Ohmori, and A. Sano. 1997. "Adaptive Feedforward Control Algorithms for Active Vibration Control of Tall Structures." In *Control Applications, 1997., Proceedings of the 1997 IEEE International Conference On*, 736–42. IEEE.
- Ye, Zuo-Guang. 2008. *Handbook of Advanced Dielectric, Piezoelectric and Ferroelectric Materials: Synthesis, Properties and Applications*. Elsevier.
- Zorić, Nemanja D., Aleksandar M. Simonović, Zoran S. Mitrović, and Slobodan N. Stupar. 2012. "Optimal Vibration Control of Smart Composite Beams with Optimal Size and Location of Piezoelectric Sensing and Actuation." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1045389X12463465.
- Zoric 2013. "Optimal Vibration Control of Smart Composite Beams with Optimal Size and Location of Piezoelectric Sensing and Actuation." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 24 (4): 499–526.
- Zou, Y., L. Tong, and G. P. Steven. 2000. "Vibration baser model dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures- a review." *Journal of Sound and Vibration* 230 (2): 357–78. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2624>.

Contributions scientifiques

Publication

- **Mostefa Salah, Farouk B. Boukhoulda, Mohamed Nouari, and Kouider Bendine** “Temperature Variation Effect on the Active Vibration Control of Smart Composite Beam” *acta mechanica et automatica*, vol.14 no.3 (2020). DOI 10.2478/ama-2020-0024

Communication International

- **M. SALAH, F B. BOUKHOULDA, K. Bendine, Z. Satla** “Vibration Control of Smart composite beam” 3eme conférence internationale sur les matériaux composites, Juillet 2017 à l’université de Bologne-Italie.
- **M. SALAH, Z. Satla, F B. BOUKHOULDA,** “Vibration Damping of cantilever Beam by Means Piezoelectric Actuator,Conférence internationale sur les progress et les innovations en ingénierie, Mai 2017 à l’université de Elazig, Turquie ICAIE2017.
- **Kouider.B, Z. Satla, F B. BOUKHOULDA, M. SALAH,** , “ Numerical investigation of free vibrations of functionally graded cylinder” 3eme conference internationale de la mécanique, Avril 2017 Annaba, Algerie.

Annexes

Codes Matlab

```
close all
clear all
clc
format compact;
format long e;

disp('*****          Analysis option
*****')
disp('***** analysis=2 : Validation bimorpf
*****')
disp('***** analysis=1 : thermel effect
*****')
analysis= input(' Analysis Type = ');
%d31=input('insérer la valeur de d31 ','s');
%=====
%-----BEAM GEOMETRIC PARAMETERS (DIMENSIONS) -----
%=====
syms x z0 z

LB = 500e-3; % length of beam
hb = 10e-3; %thickness of beam
Hb = hb/2; % height of bottom beam
WB = 10e-3;

%=====
h=hb;% width of beam
hpie = (1e-3); % Height of top layer
PK= -2.5e-8; % Thermal-piezoelectric coupling
constant (pyroelectric constant)
lamda=1.2e-6; % Thermal-mechanical coupling
constant
rhoC=1600;
rhopiezo=7750;
k33=150e-8;
k33s=150e-8;
%=====
% Discretizing the Beam
nel =100;
% elements number
le = LB/nel;
nnel =2;
% element nodes
ndof =4;
% dofs per node
nnode =(nnel-1)*nel+1; % nodes
total number
sdof =nnode*ndof;
lengthvector = 0:le:LB;
```

```

%=====
% Boundary Conditions
bc = 'c-f' ; % clamped-free
%bc = 'c-c' ; % clamped-clamped
%bc = 'c-s' ; % clamped-supported
%bc = 's-s' ; % supported-supported
% Control Type
%AC = 'G' ; % control without thermel
AC = 'G-T' ; % control with thermel effect

kk =zeros(s dof,s dof); % initialization of system stiffness matrix
Mg =zeros(s dof,s dof); % initialization of system stiffness matrix

%=====
%----- PZT Material's Elasticity Matrix Properties
%=====
% mechanical characteristics to match the one layer
%C11 = 32.6e9; C12 = 4.3e9; C22 = 7.2e9; % mechanical
characteristics
%C44 = 1.05e9; C55 = 1.29e9; % C66 = c55;
%e31 = - 6.76; % electric constant
%e32=e31;
%V = 100; % initial value of voltage
%Ez = V/(2*hpie); % electric field
ply = 1; % number of plies in the laminate
if ply == 1
theta = [90];
zt = [hpie];
elseif ply == 2
theta = [0 0];
zt = [0 hpie];
elseif ply == 3
theta = [0 0 0]; % symmetric cross - ply laminate
zt = [ - hpie/3 hpie/3 hpie];
elseif ply == 4
theta = [90 90 90 90]; %- ply laminate
zt = [ - hpie/2 0 hpie/2 hpie];
elseif ply == 6
zt = [ - hpie*2/3 - hpie/3 0 hpie/3 hpie*2/3 hpie];
end
zb=-hpie;

switch analysis
case 1
[ Hu,AA,BBu,Ediff,Bphi,Nphi,f1,f2,f3,NNu] = displacement(
zt,zb,hb,hpie,le,ply);
%=====
%-----mass and stifness matrix
%=====
%lamda=[lamda 0; 0 lamda];

```

```

syms z
Mcomp      =eval(int(int((transpose(AA)*AA)*rhoT*WB,x,0,le),z,-
Hb ,Hb ));
kcomp
=eval(int(int((transpose(BBu)*transpose(Hu))*CCT)*(Hu*BBu*WB),x,0,le),z,-Hb ,Hb ));
Kthermec
=eval(int(int(transpose(BBu)*transpose(Hu)*lamda*Bphi'*WB,x,0,le),z,
Hb,+Hb+hpie));
Kthermecs
=eval(int(int(transpose(BBu)*transpose(Hu)*lamda*Bphi'*WB,x,0,le),z,
-Hb-hpie,-Hb));
kus
=eval(int(int((transpose(BBu)*transpose(Hu))*e31T*Ediff*WB,x,0,le),z,
-Hb-hpie,-Hb));
kua
=eval(int(int((transpose(BBu)*transpose(Hu))*e31T*Ediff*WB,x,0,le),z,
Hb,+Hb+hpie));
Kps      =eval(int(int(Ediff'*k33*Ediff*WB,x,0,le),z,-Hb-
hpie,-Hb));
Kpa
=eval(int(int(Ediff'*k33*Ediff*WB,x,0,le),z,Hb,+Hb+hpie));
Ktherelc
=eval(int(int(Ediff'*PK*Bphi'*WB,x,0,le),z,Hb,+Hb+hpie));
Ktherelcs =eval(int(int(Ediff'*PK*Bphi'*WB,x,0,le),z,-Hb-hpie,-
Hb));
Fus      =eval(int(int(Nphi'*[f1 f2 f3]*WB,x,0,le),z,-Hb-
hpie,-Hb));
Fua      =eval(int(int(Nphi'*[f1 f2
f3]*WB,x,0,le),z,Hb,+Hb+hpie));
Forcev   =eval(int(int(transpose(AA),x,0,le),z,-Hb ,Hb));
Forcep=eval(int(transpose(NNu),x,0,le));
Forces=eval((int(transpose(NNu)*WB,x,0,le)));
Force=Forcev+Forces(1:2)+Forcep(1:2);
%Force=eval(int(transpose(NNu),x,0,le));
%Force=transpose(AA)*WB;
case 2
[ Hu,AA,BBu,Ediff,Bphi,Nphi] = displacement( zt,zb,hb,hpie,le,ply);
[ CCT,CCT11,CCT55,e31T,k33,rhoT ] = Materialpvd( theta,h);
Mcomp      =eval(int(int((transpose(AA)*AA)*rhoT*WB,x,0,le),z,-
Hb ,Hb ));
kcomp
=eval(int(int((transpose(BBu)*transpose(Hu))*CCT)*(Hu*BBu*WB),x,0,le),z,-Hb ,Hb ));
Kthermec
=eval(int(int(transpose(BBu)*transpose(Hu)*lamda*Bphi'*WB,x,0,le),z,
Hb,+Hb+hpie));
Kthermecs
=eval(int(int(transpose(BBu)*transpose(Hu)*lamda*Bphi'*WB,x,0,le),z,
-Hb-hpie,-Hb));
kus
=eval(int(int((transpose(BBu)*transpose(Hu))*e31T*Ediff*WB,x,0,le),z,
-Hb-hpie,-Hb));

```

```

kua
=eval(int(int((transpose(BBu)*transpose(Hu))*e31T*Ediff*WB,x,0,le),z
,Hb,+Hb+hpie));
Kps      =eval(int(int(Ediff'*k33s*Ediff*WB,x,0,le),z,-Hb-
hpie,-Hb));
Kpa
=eval(int(int(Ediff'*k33*Ediff*WB,x,0,le),z,Hb,+Hb+hpie));
Ktherelc
=eval(int(int(Ediff'*PK*Bphi'*WB,x,0,le),z,Hb,+Hb+hpie));
Ktherelcs      =eval(int(int(Ediff'*PK*Bphi'*WB,x,0,le),z,-Hb-
hpie,-Hb));
Fus=eval(int(int(Nphi'*[0 1 0 0']*Bphi'*WB,x,0,le),z,-Hb-hpie,-Hb));
Fua=eval(int(int(Nphi'*[0 1 0 0']*Bphi'*WB,x,0,le),z,Hb,+Hb+hpie));
Force=eval(int(transpose(NNu),x,0,le))+int(int(transpose(AA)*WB,x,0,
le),z,-Hb ,Hb)+eval(int(transpose(NNu)*WB,x,0,le));
%Force=transpose(AA)*WB;
%Force
end

```

```

ff1=zeros(sdof,1);      % initialization of system geomtric stiffness
matrix
fther=zeros(sdof,1);
ftemp=zeros(sdof,1);
FR=zeros(sdof,1);
for iel=1:nel
    index=eldof(iel,nnel,ndof);
    edof = length(index);
    for i=1:edof
        ii=index(i);
        ff1(ii)=ff1(ii)+fact(i);
        fther(ii)=fther(ii)+ftherm(i);
        FR(ii)=FR(ii)+Force(i,1);
    end
end
end

```

```

%=====
%==Assembling
%=====

```

```

index=zeros(nel*ndof,1);      % initialization of index vector

for iel=1:nel                  % loop for the total number of
    elengments

    index=eldof(iel,nnel,ndof); % extract system dofs associated with
    elengment

    [kk,Mg]=assembl(kk,Mg,kcomp,Mcomp,index);

```

```

end
kk(:,1:ndof)=[]; kk(1:ndof,:)=[]; % delete cols 1 - 9 & rows 1 -
9
Mg(:,1:ndof)=[]; Mg(1:ndof,:)=[]; % delete cols 1 - 9 & rows 1 -
9
alfa=0.0;%damp_cons(1); % alpha
bta=0.00022;%damp_cons(2); % beta
CG=alfa*Mg+bta*kk;
%CG=zeros(length(Mg));
lambda=10; % consediring modes number
%
*****
***
%
Modal Analysis
%
*****
***
[D,ii] = sort(diag(sqrt(lamda)/(2*pi)));
disp('Les Frequences propres ssont = ')
f=D(1:10) % frequencies in Hz
w=f.*2*pi; % frequencies in rad/s

%
*****
***
%
Static Analysis
%
*****
***
%tt=[-70,-50,-25,0,25,50,75]
%for j=length(tt)
dis=25*fther'*inv(kk)+5*ff1'*inv(kk);
%dis=30*fther'*inv(kk);
%dis=50*ff1'*inv(kk);

sensorp1=(Kps(:,3).^-1)*kus(3,:)*dispe(end)+(Kps(:,3).^-
1)*Ktherelcs(:,1)*30 %thermal effect.
sensorp2=(Kps(:,3).^-1)*kus(3,:)*dispe(end)+(Kps(:,3).^-
1)*Kthermecs(1:6,1)*30 %the pyroelectric effect.
figure(1)
hold on
plot(lengthvector,dispe)
%end

l=1;
for i=1:10:length(dispe)
tab(l)=dispe(i);
l=l+1;
end

%
*****
***

```

```

%                               Dynamic Analysis
%
*****
***
%{}
%figure (2)
%[M,K,C,P,FP,FPs,phi]= ModalAnalysis (Mg, kk, CG, FR, fther, lambda);
%FR=ones (length (Mg), 1); % fi: defining the
force matrix
%FR(end-3)=1; % Impulse force at node 3,N
%[t,x, v, a]=NEWMARK_BETA( FR,CG,Mg, kk );
[t,x, v, a, sen]=NEWMARK_BETA( FR,CG,Mg, kk, Kps, kus, fther );
%[t,x, v, a, sen]=NEWMARK_BETA( FP,CG,M,K,Kps, kus, )
[t1,x1,v1,a1,xa,senc ] = low_velocity(
figure(2)
hold on
plot(t,x(end-4,:),'.k-'); hold on;plot(t1,x1(end-4,:),'.r-');
figure(3)
plot(t1,sen,'.b-');hold on;plot(t1',senc,'.r-');
figure(4)
plot(t1',xa,'.r-');

```

```

function [kk,Mg]=assembl(kk,Mg,k,mm,index)
%-----
% Purpose:
%   Assembly of element matrices into the system matrix
%
% Synopsis:
%   [kk]=assembl(kk,k,index)
%
% Variable Description:
%   kk - system matrix
%   k - element matrix
%   index - d.o.f. vector associated with an element
%-----

```

```

edof = length(index);
for i=1:edof
    ii=index(i);
    for j=1:edof
        jj=index(j);
        kk(ii,jj)=kk(ii,jj)+k(i,j);
        Mg(ii,jj)=Mg(ii,jj)+mm(i,j);
    end
end
% for i=1:edof
%ii=index(i);
%ff(ii)=ff(ii)+f(i);
%end

```

```

function [t,x, v, a, sen]=NEWMARK_BETA( FP,CG,M,K,Kps,kus,FPs )
%format shortg;      %clear all; close all;
% INPUTS OF FUNCTION "NEWMARK_BETA"
% M:  Mass matrix of the dynamic vibration system,      size(gdof x
gdof)
% C:  Damping matrix of the dynamic vibration system,   size(gdof x
gdof)
% K:  Stiffness matrix of the dynamic vibration system, size(gdof x
gdof)
% t:  time vector for the response of the system,      size(1 x nt)
% xi: Initial displacement values of the system,      size(gdof x
1)
% vi: Initial velocity values of the system,          size(gdof x
1)
% fi: Initial forcing vector values of the system,    size(gdof x
1)
% OUTPUTS OF FUNCTION "Truss_Frame"
% x:  Calculated displacement vector of the system,    size(gdof x
nt)
% v:  Calculated velocity vector of the system,       size(gdof x
nt)
% a:  Calculated acceleration vector of the system,   size(gdof x
nt)
% Example :
%
*****
*****
% M=[1 0;0 10]; C=[0.5 -0.1;-0.1 0.1]; K=[21 -1;-1 1];x0=[0;0];
t=0:0.05:2;
% f0=repmat([0;10],size(t)); v0=[0;0];[x v
a]=NEWMARK_BETA(M,C,K,t,x0,v0,f0)
%
*****
*****

dt=0.001; ti=0; tf=1.5; t=ti:dt:tf;                % t: time
vector for response,sec
%xi=zeros(length(M),1);                            % xi: initial
system displacement,m
%xi(1,1)=0.001;
xi=zeros(length(M),1);
vi=zeros(length(M),1);                              % vi: initial
system velocity,m/s
%+++++
%+++++
dt=t(2)-t(1);
Temp=70;
%P=zeros(length(M),1);% time step, sec
%P(end-4)=1

```

```

F11=-16*FP(:,1); % Force at
t=0 sec
%F11 = ones(length(M),1);
%F11(end-4,1)=-1;
%F11=100*FP
%ai=inv(M)*(CG*vi-K*xi); % ai:
acceleration at t=0 sec
ai=inv(M)*(F11-CG*vi-K*xi); % ai:
acceleration at t=0 sec
alp=0.5; bet=0.25; % Prashant % Alpha and Beta
constants
a0=1/(bet*dt^2); a1=alp/(bet*dt); % Integrating
constants
a2=1/(bet*dt); a3=1/(2*bet)-1; % a0 to a7
a4=(alp/bet-1); a5=dt*(alp/(2*bet)-1); % .
a6=dt*(1-bet); a7=bet*dt; % .
Kbb=K+a0*M+a1*CG; % Kb:
effective stiffness
%x(:,1)=[0.001;0;0;0;0];
v(:,1)=vi; a(:,1)=ai; % Disp, vel and acc at t=0
sec
x(:,1)=xi; v(:,1)=vi; a(:,1)=ai; % Disp, vel and
acc at t=0 sec
for i=2:length(t) % For each time
iteration
%***** harmonic load
%F=100*F1; % Force at each
time step
%Fp=1000*Kbphi,
%if i == 1
%F = 100*F11;
%elseif i ==2
%F = 100*F11;
%else
%F = 0;
%end
Fo=100.*sin(5*t).*FP(:,1);
%
Fb=-Temp*FPs+M*(a0*x(:,i-1)+a2*v(:,i-1)+a3*a(:,i-1))+... %
Calculating effective force
CG*(a1*x(:,i-1)+a4*v(:,i-1)+a5*a(:,i-1)); %
%Fb=F+M*(a0*x(:,i-1)+a2*v(:,i-1)+a3*a(:,i-1))+... % Calculating
effective force
% CG*(a1*x(:,i-1)+a4*v(:,i-1)+a5*a(:,i-1)); %

function [ Hu,AA,BBu,Ediff,Bphi,Nphi,f1,f2,f3,NNu] = displacement(
zt,zb,hb,hpie,le,ply)

Ediff=zeros(2,6) ;
syms x z
%=====
%-----Displacement matrix (Au)-----
-----

```



```

%=====
%{
Au=[1 -z^3*(4/(3*hb^2))*dif z-z^3*(4/(3*hb^2))
    0 1 0 ];
%}
%----- matrix of differential operators (Lu)-----
%=====
%{
Lu=[dif 0 0
    0 dif 1
    0 0 dif
    0 dif 1
    0 dif dif];%}
%}
%----- strain matrix (Hu)
%=====
Hu=[1 0 z 0 (-4/(3*hb^2))*z^3
    0 1 0 -(4/(hb^2))*z^2 0 ];
%=====
%-----lagrange shape function
%=====
e=2*x/le-1;
N01=(1-e)/2;
N02=(1+e)/2;
%=====
%-----Hermit shape function
%=====
N1 =1/4*(1-e)^2*(2+e);
N2 =1/4*(2-e)*(1+e)^2;
N11 =1/4*(1-e)^2*(1+e);
N22 =-1/4*(1-e)*(1+e)^2;
N11le =N11*le/2;
N22le =N22*le/2;

NNu=[N01, 0, 0, 0,N02, 0, 0, 0
    0, N1, 0, N11le, 0, N2, 0, N11le
    0, 0, N01, 0, 0, 0, N02,0 ];
Nphi=[N01*eye(3) N02*eye(3)];

%=====
%-----A=Au*Nu
%=====
AA=[ N01, -diff((4*N1*z^3)/(3*hb^2),x), N01*(z - (4*z^3)/(3*hb^2)), -
diff((4*N11le*z^3)/(3*hb^2),x),...
    N02, -diff((4*N2*z^3)/(3*hb^2),x), N02*(z -
(4*z^3)/(3*hb^2)), -diff((4*N22le*z^3)/(3*hb^2),x)
    0, N1, 0, N11le,0,
N2, 0, N22le];
%=====
%-----Bu=Lu*Nu

```

```

%=====
%{
%Bu=[ 1 - x/le, diff((z^3*((2*x)/le + 1)*((2*x)/le -
2)^2)/(3*hb^2),x), -(x/le - 1)*(z + (4*z^3)/(3*hb^2)),
diff((x*z^3*((2*x)/le - 2)^2)/(3*hb^2),x), x/le, -
(16*dif*x^2*z^3*(x/(2*le) - 3/4))/(3*hb^2*le^2), (x*(z +
(4*z^3)/(3*hb^2)))/le, diff((x*z^3*((2*x)/le - 2)^2)/(3*hb^2),x)
0, ((2*x)/le + 1)*((2*x)/le - 2)^2/4,
0, (x*((2*x)/le - 2)^2)/4, 0, -
(4*x^2*(x/(2*le) - 3/4))/le^2, 0,
(x*((2*x)/le - 2)^2)/4];
%}

BBu= [diff(N01), 0, 0, 0,
diff(N02), 0, 0, 0,
0, diff(N1), N01, diff(N11le),
0, diff(N2), N02, diff(N22le)
0, 0, diff(N01), 0,
0, 0, diff(N02), 0,
0, diff(N1), N01, diff(N11le),
0, diff(N2), N02, diff(N22le)
0, diff(diff(N1)), diff(N01),
diff(diff(N11le)), 0, diff(diff(N2)), diff(N02),
diff(diff(N22le))];
%===== piezo voltage
for k = 1:ply
zz=z/hpie-((zt(k)+zb)/2*hpie);
f1=-(zz+(1/2))^2*(zz+(1/2))*hpie;
f2=-(zz+(1/2))*(zz-(1/2))^2*hpie;
f3=3*(zz+(1/2))^2-2*(zz+(1/2))^3-(1/2);

Ediff1(:, :, k)=[f1*diff(N01,x), f2*diff(N01,x), f3*diff(N01,x)
,f1*diff(N02,x), f2*diff(N02,x), f3*diff(N02,x);
N01*diff(f1,z), N01*diff(f2,z), N01*diff(f3,z)
,N02*diff(f1,z), N02*diff(f2,z), N02*diff(f3,z)];
zb = zt(k);
Ediff=Ediff+Ediff1(:, :, k);
end
Bphi=[1/2-z/hpie 1/2+z/hpie ];
end

```