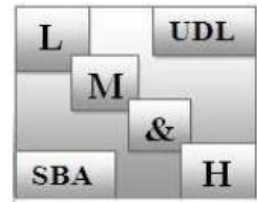


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DJILLALI LIABESSIDI BEL ABBES



FACULTE DES TECHNOLOGIES  
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL  
Laboratoire des Matériaux & Hydrologie



**THESE**

Présentée en vue de l'obtention du

DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : **Génie Civil**

Option : **Structures & matériaux**

Soutenue par

**MEHALA Tewfik**

Sujet de thèse :

---

---

Contribution à l'étude des caractéristiques  
vibratoires des structures épaisses en matériaux  
composites

---

---

Soutenu le : 26 / 05 / 2021, devant le Jury composé de :

M. BENRAHOU Kouider Halim	Professeur	UDL SBA	Président
M. TOUNSI Abdelouahed	Professeur	UDL SBA	Directeur de la thèse
M. BENACHOUR Abdelkader	Professeur	UDL SBA	Co-directeur de la thèse
M <sup>me</sup> . LAOUFI Imene	MCA	C.U. Relizane	Examinatrice
M <sup>me</sup> . ATTIA Amina	MCA	U. Ain Temouchent	Examinatrice
M. CHIKH Abdelbaki	MCA	U. De Tiaret	Examineur

Année universitaire : 2020-2021

## Remerciements

---



*A mon père*

*A ma très chère mère.*

*A ma femme, mon frère et mes sœurs.*

*A mes adorables enfants*

## Remerciements

---

Ce travail de thèse a été réalisé au Laboratoire des Matériaux et Hydrologie (LMH) à l'Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbés. Je remercie Monsieur le Professeur **TOUNSI Abdelouahed** mon directeur de thèse de m'avoir accueilli dans ce laboratoire et de l'intérêt constant qu'il a accordé à cette thèse.

J'exprime mes profonds remerciements à son équipe dont l'aide précieuse qui m'a été indispensable sur le plan scientifique. Je tiens également à les remercier pour la confiance et la sympathie qu'ils m'ont témoignées au cours de ces quatre années de thèse.

Je voudrais adresser mes remerciements à tous les membres du LMH, doctorants, permanents ou stagiaires, et surtout Monsieur « **HABAR Nabil** » et « **BOUSSAHLA Aniss** » Pour leur aide qui m'a apporté le long de cette étude

Enfin, tous ceux qui se sont intéressés à mes préoccupations et qu'ont toujours su m'encourager et reconforter.

Je leur exprime mes remerciements les plus cordiaux.

## **abstract**

### **Contribution to the study of the vibratory characteristics of thick structures in composite materials**

**In the current work, we investigated the influence of the homogenization model on stability and dynamics by analyzing buckling and free vibration of a functional gradation material plate (FGM) based on an elastic foundation.**

**The effects of shear strain can be incorporated without the need for shear correction factors.**

**This research provides a good basis for extending more general computer simulations for more complex geometric configurations (such as shell structures)**

**Key words : A. Plate; B. Computational modelling; Functionally graded materials , C Quasi-3D higher order plate theory, D bending response , E Free vibration**

## **résumé**

# **Contribution à l'étude des caractéristiques vibratoires des structures épaisses en matériaux composites**

Dans le travail actuel, nous avons étudié l'influence du modèle d'homogénéisation sur la stabilité et la dynamique en analysant le flambement et la vibration libre d'une plaque de matériau à gradation fonctionnelle (FGM) basée sur une fondation élastique. Les effets de la déformation de cisaillement peuvent être incorporés sans avoir besoin de facteurs de correction de cisaillement. Cette recherche fournit une bonne base pour étendre des simulations informatiques plus générales pour des configurations géométriques plus complexes (telles que les structures de coque)

**Mots clefs :** **A.** plaque; **B.** modélisation numérique; matériaux à gradient de propriétés **C** Théorie des plaques d'ordre supérieur Quasi-3D, **D.** comportement à flexion, **E.** vibration libre

## ملخص

### المساهمة في دراسة الخصائص الاهتزازية للتركيبات السميكة في المواد المركبة

في العمل الحالي ، قمنا بالتحقيق في تأثير نموذج التجانس على الاستقرار  
والديناميكيات من خلال تحليل الالتواء والاهتزاز الحر للوحة ذات تدرج وظيفي  
(FGM) تعتمد على أساس مرن.

يمكن دمج تأثيرات إجهاد القص دون الحاجة إلى عوامل تصحيح القص.  
يوفر هذا البحث أساسًا جيدًا لتوسيع عمليات محاكاة الكمبيوتر الأكثر عمومية  
للتكوينات الهندسية الأكثر تعقيدًا (مثل الهياكل الصدفية)

كلمات مفتاحية: أ صفيحة ؛ ب نمذجة عددية ؛ المواد المتدرجة الخواص ج نظرية الترتيب العالي شبيه -3 الأبعاد ؛ د  
سلوك الانحناء؛ ه اهتزاز حر

# *Table des matières.*

<b>Résumé</b>	i
<b>Table des Matières</b>	iv
<b>Liste des Tableaux</b>	viii
<b>Liste des Figures</b>	ix
<b>Notations</b>	xii

<b>Introduction Générale</b> .....	1
<b>Chapitre 1 : matériaux composites</b>	
1.1 Introduction : .....	5
1.2 Historique .....	6
1.3 Les matériaux composites : .....	7
1.4 Classification des matériaux composite : .....	9
1.4.1 Classification suivant la forme des constituants. ....	10
1.4.1.1 Composites à fibres .....	10
1.4.1.2 Composites à particules .....	11
1.4.1.3 Composites à renforts de paillettes. ....	12
1.4.1.4 Composites stratifiés. ....	12
1.4.2 Classification suivant la nature des constituants .....	12
1.5 Les composants élémentaires de matériaux composites .....	14
1.5.1 La matrice .....	14
1.5.1.1 Les matrices organiques .....	15
1.5.1.1.1 Les résines thermodurcissables .....	16
1.5.1.1.1.1 Les résines polyesters.....	16
1.5.1.1.1.2 Les résines de condensation .....	18
1.5.1.1.1.3 Les résines époxydes .....	19
1.5.1.1.2 Les résines thermoplastiques.....	21
1.5.1.1.3 Les résines thermostables .....	24
1.5.1.2 Les matrices minérales .....	24
1.5.1.2.1 Les matrices métalliques .....	24
1.5.1.2.2 Les matrices céramiques .....	26
1.5.2 Le Renfort .....	30
1.5.2.1 Les fibres de verre .....	32
1.5.2.1.1 Généralités .....	32
1.5.2.1.2 Élaboration des fibres de verre .....	34



1.5.2.1.3	Propriétés mécaniques des fibres de verre.....	36
1.5.2.2	Les fibres de carbone.....	37
1.5.2.2.1	Généralités .....	37
1.5.2.2.2	Élaboration des fibres de carbone .....	38
1.5.2.2.2.1	À partir des fibres acryliques.....	38
1.5.2.2.2.2	À partir du précurseur brai.....	39
1.5.2.2.3	Caractéristiques mécaniques des fibres de carbone.....	40
1.5.2.3	Les fibres aramides (à caractéristiques mécaniques élevées) .....	41
1.5.2.3.1	Généralités .....	41
1.5.2.3.2	Caractéristiques.....	42
1.5.2.4	Les fibres céramiques .....	43
1.5.2.4.1	Généralités .....	43
1.5.2.4.2	Caractéristiques mécaniques et utilisation .....	43
1.5.2.4.3	Autres générations de fibres céramiques .....	44
1.5.2.5	Les fibres végétales .....	45
1.5.2.5.1	Classification des fibres végétales.....	46
1.5.2.5.2	Morphologie de la fibre végétale .....	46
1.5.2.5.3	Propriétés mécaniques de la fibre végétale.....	48
1.5.2.6	Autres fibres .....	49
1.5.2.7	Influence du taux de renfort .....	49
1.5.2.8	Influence de la morphologie.....	49
1.5.2.9	Influence de l'orientation et de la dispersion du renfort.....	50
1.5.3	L'Interface.....	50
1.5.3.1	Rôle des interfaces et des interphases.....	51
1.5.3.2	La caractérisation de l'interface .....	52
1.5.4	Les Charges et aditifs.....	53
1.5.4.1	Les charges .....	53
1.5.4.1.1	Les charges minérales .....	55
1.5.4.1.1.1	Craies et carbonates.....	55
1.5.4.1.1.2	Les silices .....	55
1.5.4.1.1.3	Les talcs .....	55
1.5.4.1.1.4	La wollastonite .....	56
1.5.4.1.1.5	Les argiles et alumino-silicates.....	56

1.5.4.1.2	Oxydes et hydrates métalliques .....	56
1.5.4.1.2.1	Poudres et microsphères .....	56
1.5.4.1.2.2	Alumine et trihydrate d'aluminium.....	57
1.5.4.1.2.3	Trioxyde d'antimoine .....	57
1.5.4.1.2.4	Oxyde de beryllium .....	57
1.5.4.1.2.5	Les céramiques.....	57
1.5.4.1.3	Le verre.....	58
1.5.4.1.3.1	Poudres de verre .....	58
1.5.4.1.3.2	Billes de verres creuses .....	58
1.5.4.1.3.3	Microsphères de verre .....	58
1.5.4.1.4	Le carbone .....	58
1.5.4.1.4.1	Le noir de carbone.....	58
1.5.4.2	Les additifs.....	59
1.5.4.2.1	Lubrifiants et agents de démoulage.....	59
1.5.4.2.2	Pigments et colorants.....	59
1.5.4.2.3	Agents anti-retrait et agents de fluage .....	60
1.5.4.2.4	Agents anti-ultraviolets .....	60
1.6	Les matériaux fonctionnellement graduée FGM.....	60
1.6.1	Aperçu des matériaux fonctionnellement graduée .....	62
1.6.2	Types de matériaux fonctionnellement graduée .....	63
1.6.2.1	Gradient de composition chimique (matériaux à gradient fonctionnel) .....	63
1.6.2.2	Matériaux à gradient de porosité fonctionnellement gradué .....	64
1.6.2.3	Matériaux à gradient de microstructure fonctionnellement dégradé.....	66
1.6.3	Méthodes de fabrication .....	69
1.6.4	Modélisation des propriétés matérielles effectives.....	69
1.6.4.1	La règle des mélanges .....	70
1.6.4.2	Le modèle Mori-Tanaka.....	72
1.6.4.3	Modèle auto-cohérent .....	76
1.7	Conclusion.....	77

## **Chapitre 2 : Généralités sur les Théories des Plaques FGM**

2.1	Introduction :.....	78
2.2	Théorie de plaques .....	78

2.2.1	La théorie classique des plaques (Classical plate theory CPT) .....	79
2.2.2	Le modèle de plaque basé sur la théorie du premier ordre de Déformation de cisaillement (FSDT) .....	80
2.2.3	La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT).....	82
2.3	Lois régissant la variation des propriétés matérielles des plaques FGM.....	86
2.3.1	Propriétés matérielles de la plaque P-FGM.....	87
2.3.2	Propriétés matérielles de la plaque S-FGM.....	88
2.3.3	Les propriétés matérielles de la plaque E-FGM.....	89
2.4	Conclusion.....	90

### **Chapitre 3 : le modèle théorique et le développement analytique**

3.1	Introduction :.....	91
3.2	Modèles homogénéisés pour les matériaux classés fonctionnellement .....	98
3.2.1	Règle de Voigt.....	98
3.2.2	Règle de Reuss.....	99
3.2.3	Modèle de limites de Hashin-Shtrikman .....	99
3.2.4	Modèle Tamura .....	100
3.2.5	Modèle d'éléments de volume représentatifs locaux cubiques (LRVE).....	101
3.3	Formulation théorique .....	102
3.3.1	Cinématique .....	102
3.3.2	Équations d'équilibre.....	103
3.3.3	Équations constitutives .....	106
3.3.4	Equations de mouvement en termes de déplacements .....	107
3.3.5	Solutions analytiques .....	108
3.4	Conclusion.....	109

### **Chapitre 4 : résultats et discussion**

4.	Résultats et discussion .....	110
4.1	Résultats pour l'analyse de flambement.....	110
4.2	Résultats pour l'analyse de vibrations libres.....	114
4.3	Étude paramétrique .....	115
5.	Conclusions.....	122
<b>Conclusion général</b> .....		123

# *Liste des tableaux.*

## Chapitre 01 :

<b>Tableau 1.1.</b> Exemples de matériaux composites.....	13
<b>Tableau 1.2.</b> Caractéristiques de polyester rigide.....	17
<b>Tableau 1.3.</b> Caractéristiques de résines de condensation.....	18
<b>Tableau 1.4.</b> Caractéristiques de résines époxydes.....	20
<b>Tableau 1.5.</b> Caractéristiques moyennes des matrices.....	21
<b>Tableau 1.6.</b> Caractéristiques de polypropylène et le polyamide.....	22
<b>Tableau 1.7.</b> Propriétés physiques et mécaniques des résines thermoplastiques.....	22
<b>Tableau 1.8.</b> Principales différences entre TP et TD.....	23
<b>Tableau 1.9.</b> Les composites à matrice métallique.....	25
<b>Tableau 1.10.</b> Différents types de verres filables. ....	34
<b>Tableau 1.11.</b> Compositions des verres de type E, D et R. ....	35
<b>Tableau 1.12.</b> Caractéristiques mécaniques des verres types E et R, mesurées sur filaments à la sortie de la filière. ....	36
<b>Tableau 1.13.</b> Contraintes à la rupture mesurée sur mono filaments et fils de base (en MPa). ....	37
<b>Tableau 1.14.</b> Caractéristiques à la rupture d'un fil silionne industriel, déduites des caractéristiques mesurées sur un composite unidirectionnel résine époxyde/fil de verre.....	37
<b>Tableau 1.15.</b> Caractéristiques des fibres de carbone, comparées à celles des fibres de verre E...	41
<b>Tableau 1.16.</b> Propriétés des fibres de carbone.....	41
<b>Tableau 1.17</b> Caractéristiques mécaniques de monofilaments aramides.....	43
<b>Tableau 1.18</b> Caractéristiques mécaniques des fibres de bore, bore-carbure de bore et carbure de silicium. ....	44
<b>Tableau 1.19</b> Caractéristiques mécaniques des fibres SiC, SiNC et SiCTi.. ....	45
<b>Tableau 1.20</b> Caractéristiques mécaniques des fibres céramiques à base d'alumine. ....	45
<b>Tableau 1.21</b> Propriétés morphologiques de quelques fibres végétales .....	47
<b>Tableau 1.22</b> Propriétés mécaniques des fibres naturelles en comparaison avec des fibres de renforcement conventionnelles. ....	48

## Chapitre 04 :

<b>Tableau 4.1-</b> Propriétés des matériaux utilisés dans la plaque FGM.....	110
<b>Tableau 4.2-</b> Comparaison des charges de flambement unidirectionnelles critiques non dimensionnelles $N$ de plaques carrées FGM simplement prises en charge avec différents modèles d'homogénéisation ( $a / h = 5$ ) .....	111
<b>Tableau 4.3-</b> Comparaison des charges de flambement unidirectionnelles critiques non dimensionnelles $N$ de la plaque carrée FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation ( $a / h = 10$ ) .....	113
<b>Tableau 4.4 -</b> Comparaison de la fréquence fondamentale non dimensionnelle $\bar{\omega}$ d'une plaque carrée de FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation ( $a / h = 5$ ) .....	114
<b>Tableau 4.5 -</b> Comparaison de la fréquence fondamentale non dimensionnelle $\bar{\omega}$ d'une plaque carrée de FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation ( $a / h = 10$ ) .....	116
<b>Tableau 4.6 -</b> Effet de l'exposant de la fraction volumique et des paramètres de fondation élastiques sur des charges de flambement unidirectionnelles critiques non dimensionnelles $N$ d'une plaque carrée FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation ( $a / h = 10$ ) .....	117
<b>Tableau 4.7 -</b> Effet de l'exposant de la fraction volumique et des paramètres de fondation élastiques sur les première et seconde fréquences propres non dimensionnelles $\bar{\omega}$ d'une plaque carrée FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation ( $a / h = 10$ ) .....	118
<b>Tableau 4.8 -</b> Effet de l'exposant de la fraction volumique et paramètres de fondation élastiques sur les troisième et quatrième fréquences propres non dimensionnelles $\bar{\omega}$ d'une plaque carrée de FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation ( $a / h = 10$ ) .....	119
<b>Tableau 4.9-</b> Effet de l'exposant de la fraction volumique et rapport de forme ( $a / b$ ) sur les deuxième et troisième fréquences propres non dimensionnelles $\bar{\omega}$ de plaques de FGM simplement supportées avec différents modèles d'homogénéisation ( $a / h = 10$ ) .....	120

# *Liste des figures.*

## Chapitre 01 :

<b>Figure 1-1</b> : matériau composite.....	08
<b>Figure 1-2</b> Les différents types de composites.....	12
<b>Figure 1-3</b> Différent composants de matériau composite .....	14
<b>Figure 1-4</b> Exemples d'applications des composites à matrice métallique.....	25
<b>Figure 1-5</b> Quelques applications des CMC .....	27
<b>Figure 1-6</b> (a) Schématisation d'une matrice multicouches ; (b) effet protecteur des interfaces : les fissures sont déviées et leur progression vers les fibres est donc ralentie. ....	28
<b>Figure 1-7</b> Exemples d'architectures utilisées avec les CMC .....	29
<b>Figure 1-8</b> Principe d'une matrice auto-cicatrisante .....	30
<b>Figure 1-9</b> -Différentes géométries et dispositif des fibres au sein de la matrice.....	31
<b>Figure 1-10</b> : Exemples de tissus de renforts utilisés pour les CMO haute performance.....	32
<b>Figure 1-11</b> : Tissages cylindrique et conique. ....	33
<b>Figure 1-12</b> Tissage 3D orthogonal. ....	33
<b>Figure 1-13</b> . Tissage 4D. ....	33
<b>Figure 1-14</b> Schéma de principe du procédé d'étirage mécanique ou silionne.....	35
<b>Figure 1.15</b> Fibre de verre.....	36
<b>Figure 1.16</b> Élaboration des fibres de carbone.....	39
<b>Figure 1.17</b> Fibre de carbone.....	41
<b>Figure 1.18</b> Fibre d'aramide.....	42
<b>Figure 1.19</b> Variation du diamètre le long de la fibre de lin. ....	47
<b>Figure 1.20</b> Le rôle de l'interface sur la ténacité des composites .....	52
<b>Figure 1.21</b> Exemples de charges utilisées dans les CMO .....	54
<b>Figure 1.22</b> Schéma de principe de matériau composite à classification fonctionnelle.....	61
<b>Figure 1.23</b> Diagramme schématique de la FGM à porosité.....	65



<b>Figure 1.24</b>	Schéma de principe d'une pièce cylindrique soumise à un écoulement .....	67
<b>Figure 1.25</b>	Diagramme schématique de la microstructure graduée.....	68
<b>Figure 1.26</b>	Une plaque fonctionnellement graduée. ....	70
<b>Figure 1.27</b>	Variation de la fraction volumique dans le sens de l'épaisseur.....	72
<b>Figure 1.28</b>	Matériau biphasique .....	73
<b>Figure 1.29</b>	À travers la distribution d'épaisseur .....	75

### Chapitre 02 :

<b>Figure 2-1</b>	: Cinématique de Love-Kirchhoff .....	79
<b>Figure 2-2</b>	: Cinématique de Reissner-Mindlin .....	81
<b>Figure 2-3</b>	: Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin. ....	82
<b>Figure 2-4</b>	: Illustration de la plaque d'ordre élevé .....	83
<b>Figure 2-5</b>	: Variation de la fonction de forme $f(z)$ des différents modèles en fonction de l'épaisseur. .....	85
<b>Figure 2-6</b>	: Variation de la dérivée de la fonction de forme $f'(z)$ des différents modèles suivant l'épaisseur. ....	85
<b>Figure 2-7</b>	: Géométrie d'une plaque en FGM.....	86
<b>Figure 2-8</b>	: Variation de la fraction volumique dans une plaque P-FGM. ....	88
<b>Figure 2-9</b>	: Variation de la fraction volumique dans une plaque S-FGM.....	89.
<b>Figure 2-10</b>	: Variation du module de Young dans une plaque E-FGM. ....	90

### Chapitre 03 :

<b>Figure 3-1</b>	: Plaque de FGM .....	105
-------------------	-----------------------	-----

### Chapitre 04 :

<b>Figure 4.1-</b>	Variation des charges critiques de flambage non dimensionnelles par rapport au rapport d'aspect ( $b/a$ ) de Al / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> plaques carrées ( $a/h=10, p=1$ ). ....	121
<b>Figure 4.2-</b>	Variation de la fréquence fondamentale non dimensionnelle en fonction du rapport de longueur ( $b/a$ ) de Al / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> plaques carrées ( $a/h=10, p=1$ ). ....	121

# *Notations.*

**Symboles :**

1,2, 3 : les axes des coordonnées locales

$\int$  : Intégrale

$[]$  : Matrice

$\{ \}$  : Vecteur

df: dérivée de la fonction f

$f_{,x}$  : dérivée de la fonction f par rapport à x

$\Sigma$  : somme

3D : tridimensionnelle

2D : bidimensionnelle

**Minuscules romaines :**

$f(z)$  : la fonction de cisaillement

$g(z)$  : dérivée de la fonction de cisaillement

x ,y,z : les axes de coordonnées cartésiennes

a, b : dimensions de la plaque

h : épaisseur de la plaque

k : l'indice de la variation matériel

u,v,w : composantes de déplacement

$\dot{u}$  ;  $\dot{v}$  ;  $\dot{w}$ ,: Composantes des dérivées de déplacement par rapport au temps

$w_b$  : composante de déplacement de flexion

$w_s$  : composante de déplacement de cisaillement

q : charge répartie

t : temps

$k^b$  : la courbure due à la flexion

$k^s$  : la courbure due au cisaillement

$d_{ij}$ ,  $d_{ijl}$  et  $d_{ijlm}$  les opérateurs différentiels

### **Majuscules romaines :**

FGM : en anglais « Functionally Graded Materials ».

$C_{ij}$  : Matrice élastique de Hooke

U : énergie de déformation

V : travail des efforts extérieurs

K : énergie cinétique

$E(z)$  : Module de Young à travers l'épaisseur en fonction de (z)

$E_0$  : Module de Young de la face homogène.

$E_c$  : Module de Young de la céramique.

$E_m$  : Module de Young du Métal.

$V_c$  : Fraction volumique de la céramique.

$G(z)$  : Module de Cisaillement à travers l'épaisseur en fonction de (z)

A : l'aire de la plaque.

C: contour de la plaque

$N_x, N_y, N_{xy}, N_z$ : Efforts normaux dans la plaque

$M_x, M_y, M_{xy}$  : Moments de flexion dans la plaque

$M_x^b ; M_y^b ; M_{xy}^b$  : Moments supplémentaires dus à la flexion

$M_x^s ; M_y^{sb} ; M_{xy}^s$  : Moments supplémentaires dus au cisaillement

$S_{xz}, S_{yz}$  : Efforts tranchants dans la plaque

$A, B, D, D^s, B^s, H^s, A^s$ : les matrices de rigidités de la membrane, couplage membrane/flexion, flexion et de cisaillement.

$(I_0, I_1, J_1, I_2, J_2, K_2)$  : les inerties massiques

$a_{ij}$  : coefficients de la matrice de rigidité

$m_{ij}$  : coefficient de la matrice masse

### **Minuscules grecques**

$\sigma$  : Contraintes,  $\varepsilon$  : Déformations

$\nu$  : Coefficient de Poisson

$\mu(z), \lambda(z)$  : Coefficients de Lamé

# Introduction générale

---

## **Introduction générale :**

Depuis l'apparition des premières pièces en résine renforcée de fibres de verre (vers 1940), les composites se sont énormément développés et impliqués dans de nombreux secteurs : aéronautique, automobiles, bâtiment... Toutefois face à des contraintes économiques et environnementales toujours plus exigeantes, l'utilisation de renforts cellulosiques et lignocellulosiques (fibres végétales) dans les composites à matrice organique apparaît aujourd'hui comme une alternative de choix. L'intérêt pour ces fibres réside notamment dans leurs bonnes propriétés spécifiques : biodégradabilité, abondance, caractère renouvelable et faible coût.

La recherche sur le sujet s'est ainsi fortement dynamisée au cours de ces dernières années et un certain nombre de produits commencent à apparaître sur le marché (balustrades, bardage, palettes, fenêtres...). De nouvelles applications et des composites plus performants sont déjà anticipés, mais les connaissances restent insuffisantes et des études doivent être menées afin de mieux comprendre certains mécanismes. (**Adil sbiai -2011**)

Les matériaux composites disposent d'atouts par rapport à des produits concurrents. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes.

Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques (rigidité, résistance à la fatigue), mais aussi grâce à leurs propriétés chimiques (résistance à la corrosion).

Ils renforcent également la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique.

Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions.

Le coût de fabrication des composites est supérieur à celui des matériaux traditionnels comme l'acier, le bois ou l'aluminium (de 3 euros à 38 euros/kg, selon les performances requises pour les matériaux composites, de 1,5 euros à 5 euros/ kg pour les matériaux plus traditionnels).

## Introduction générale

---

Néanmoins, en économisant des pièces de liaison et d'usinage, en réduisant de manière importante les frais de maintenance, en augmentant la durée de vie et en accroissant la sécurité, les avantages des matériaux composites peuvent se valoriser en termes de gains à l'usage.

En réalité la « solution composite » représente toujours, pour le concepteur, un « saut technologique ». Les matériaux composites offrent en effet la possibilité de réaliser un produit adapté aux performances demandées et d'optimiser le couple prix-performance.

Mais par rapport aux solutions alternatives, le gain apporté doit être évalué dès la conception, en même temps que les essais à réaliser.

A l'opposé, les matériaux traditionnels (bois, acier, aluminium) apparaissent comme une solution plus sécurisante car leur performances techniques sont connues et répertoriées et leur comportement à l'usage est ainsi prévisible. Ils bénéficient aussi d'améliorations régulières (légèreté, traitements spéciaux pour les métaux). En pratique, pour être adoptés face à ces solutions traditionnelles, les composites doivent absolument se différencier par leurs apports positifs sur au moins cinq critères fonctionnels (**DIGITIP-2002**)

Les matériaux composites permettent d'atteindre des niveaux de performances inégalés. En effet, ils possèdent une structure géométrique spécialement conçue pour leur conférer des propriétés que leurs constituants élémentaires ne possèdent pas individuellement, et leur permettent de remplir de nombreuses fonctions techniques. Pour tirer le meilleur parti de leurs capacités, les composites sont généralement conçus en même temps que les pièces qu'ils constituent.

La frontière entre le produit et le matériau est donc plus floue qu'avec les matériaux traditionnels, ce qui implique de profonds changements dans la conception des produits industriels.

Les matériaux composites suscitent un intérêt croissant de la part de nombreux secteurs industriels, et leur emploi tend à se généraliser. Le transport aérien en fournit certainement l'illustration la plus frappante : longtemps, les matériaux composites ont été utilisés en faibles quantités dans les avions de ligne (de l'ordre de 10% de la masse structurelle), et toujours sur des pièces non vitales. Cependant l'A380 d'Airbus en contient 25%, le Dreamliner (787) de Boeing en contient 50%, et l'A350-XWB devrait à son tour dépasser ce chiffre.

## Introduction générale

---

Cet engouement s'explique principalement par la faible masse volumique des composites qui, par ailleurs, possèdent des propriétés physico-chimiques intéressantes (mécaniques, mais également thermiques, chimiques...); cela permet un allègement considérable des structures qui entraîne, dans le cas du transport aérien, une réduction de la consommation de carburant et des émissions de polluants. Le secteur aéronautique n'est d'ailleurs pas le seul à s'intéresser de près à ces matériaux : l'industrie nautique, ferroviaire, spatiale, le bâtiment, les sports et loisirs fourmillent eux aussi de nouvelles applications (**Lionel gendre-2011**)

Un matériau composite peut être défini d'une manière générale comme l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux, l'assemblage final ayant des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs. On appelle maintenant de façon courante "matériaux composites" des arrangements de fibres, les *renforts* qui sont noyés dans une *matrice* dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible. La matrice assure la cohésion et l'orientation des fibres, elle permet également de transmettre les sollicitations auxquelles sont soumises les pièces. (**C.A.R.M.– octobre 2006**)

Le but de ce travail est de présenter l'effet des modèles d'homogénéisation sur le flambement et les vibrations sur des plaques à gradation fonctionnelle simplement supportées reposant sur des fondations élastiques. Ou divers modèles ont été utilisés pour déterminer les propriétés effectives des MGF et simuler ainsi leurs effets sur le flambage et la vibration libre des plaques

**Le premier chapitre** est consacré sur la présentation des matériaux composites. Où nous avons donné l'historique, les différents composants d'un matériau composite, les utilisations des composites dans le domaine des structures puis les avantages et les inconvénients.

Les matériaux à gradient fonctionnel (functionally graded materials FGM) sont présentés dans le même chapitre. Où nous avons discuté leur méthode de fabrication et certaines caractéristiques fondamentales des FGM ont été examinées en particulier, les processus de fabrication et les modèles micromécaniques pour la description des propriétés des matériaux d'une FGM ont été discutés.

## Introduction générale

---

**Le deuxième chapitre**, présente une revue des différentes théories qui permettent la modélisation des plaques à savoir la théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (CPT), La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) et la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT).

**Le troisième chapitre**, a pour but de présenter les formulations théoriques qui sont basée sur la division du déplacement transversal en composantes de flexion et de cisaillement. Cela conduit à une réduction du nombre d'inconnues et d'équations gouvernantes. En outre, la présente formulation utilise une variation sinusoïdale du champ de déplacement sur l'épaisseur et satisfait aux conditions limites sans contrainte sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque sans nécessiter de facteur de correction de cisaillement. Ou les équations de mouvement sont dérivées du principe de Hamilton.

**Le quatrième chapitre**, a pour but de regroupé l'essentiel des résultats avec commentaires et discussion pour conclure à la fin avec une conclusion générale.

Enfin, ce manuscrit se termine par une conclusion générale permettant de mettre l'accent sur les différents résultats originaux de ce travail et des perspectives décrivant des voies d'amélioration à poursuivre.



# *Chapitre 1: matériaux composite.*

## 1.1 Introduction :

Les matériaux composites sont des matériaux à hautes performances mécaniques, façonnables à volonté au gré du concepteur et donc doué d'un potentiel illimité.

Les matériaux composites se développent aujourd'hui dans pratiquement tous les domaines et sont à l'origine de formidables challenges dans diverses réalisations de haute technologie.

Ainsi, le développement de l'utilisation des matériaux composites dans les structures nécessite de mettre en place les outils nécessaires à la modélisation du comportement mécanique des matériaux composites et à l'analyse des structures stratifiées ou sandwiches. (**Jean-Marie Berthelot**).

La maintenance des ouvrages de génie civil consiste à les protéger en assurant une meilleure étanchéité ou en limitant la corrosion, à les réparer en cherchant à compenser les pertes de rigidité ou de résistance dues à la fissuration, à les renforcer en améliorant les performances et la durabilité des ouvrages. C'est un problème de plus en plus préoccupant dans la mesure où le coût des ouvrages neufs est de plus en plus élevé et les conditions de réparation de plus en plus difficiles. Parmi les techniques disponibles, l'une des plus efficaces pour les désordres structurels est la réparation de structures en béton armé dégradées par placage extérieur en acier.

Toutefois, un inconvénient majeur lié à la difficulté de manipulation des plaques en acier compte tenu de leur poids, ainsi que les problèmes de corrosion limite l'utilisation de cette méthode.

Depuis une dizaine d'année, une alternative est proposée : il s'agit de renforcer ou de réparer les ouvrages en béton par des matériaux composites à matrice organique collés extérieurement sur des structures dégradées. Les matériaux composites, en particulier à base de fibres de carbone, de part leur rigidité spécifique, présentent un grand intérêt pour la réparation. De plus, malgré leur prix élevé, ils présentent un avantage économique car ils peuvent être mis en œuvre directement sur les structures par moulage au contact, procédé appelé aussi polymérisation in-situ ou stratification directe. Ceci permet de réduire considérablement les coûts liés à la manipulation des matériaux ainsi que les problèmes liés aux interruptions des activités des ouvrages réparés.

Dans le domaine du génie civil, les matériaux composites sont utilisés pour le renforcement et la réhabilitation d'éléments structuraux en béton armé, tels que les poutres, les dalles, les

# Chapitre 01-matériaux composite

---

colonnes et les murs. Les premières recherches sur l'application de ce nouveau matériau destinées aux ouvrages de génie civil datent de 1980, bien que ce soit plutôt vers 1990 que le matériau est utilisé, d'abord sur une base expérimentale, puis progressivement sur une base commerciale. **(Riad Benzaid)**

L'art de l'ingénieur dans la conception et l'utilisation de matériaux ou de structures composites réside dans le fait de placer le bon matériau sous la bonne forme (morphologie des renforts), et au bon endroit (notion de répartition spatiale).

Au sens strict du terme, il faut parler de matériau ou de structure composite dès lors qu'une pièce est composée de plusieurs types de constituants. Le but recherché dans ces associations est de combiner les propriétés de plusieurs classes de matériau pour obtenir des propriétés moyennes améliorées.

Du point de vue des applications industrielles, les composites les plus répandus sont caractérisés généralement par une matrice polymère et des renforts sous forme de fibres longues tissées ou non. Les principales fibres employées aujourd'hui sont de type fibres de verre pour les applications à coûts réduits, ainsi que fibres de carbone et aramide pour les applications plus exigeantes.

Les matériaux composites permettent de concevoir et de réaliser des structures améliorées possédant de bonnes propriétés mécaniques alliées à un poids minimal. **(BENAHMED Abdelkrim)**

## 1.2 Historique

Historiquement, le premier matériau composite, le torchis, est apparu il y a plus de 5000 ans. Par la suite, d'autres composites ont vu le jour comme l'imperméable (association de caoutchouc et de coton) inventé en 1823 par Charles Macintosh ou le béton armé, breveté en 1892 par François Hennebique. A partir de la Première Guerre mondiale, les matériaux composites ont vu leurs développements et leurs utilisations augmenter de manière considérable. En effet, à cette époque, se posait par exemple la question de l'allègement des véhicules militaires car des avions et des hélicoptères plus légers permettaient de transporter davantage.

À partir du *XX<sup>ème</sup>* siècle, les matériaux composites apparaissent comme une classe de matériaux à proprement parler. Aujourd'hui, le marché des matériaux composites ne se

## Chapitre 01-matériaux composite

---

distingue pas de celui des matériaux métalliques par son chiffre d'affaires, mais plutôt en termes d'innovations technologiques. Dans ce contexte, les matériaux composites à haute performance ont vu leurs applications augmenter non seulement dans le secteur de l'aérospatial, mais également dans des domaines tels que l'aéronautique, la construction navale, l'industrie du sport, le biomédical, l'électronique, le génie civil... .

Les matériaux composites offrent un grand nombre d'avantages.

Premièrement, ils permettent d'obtenir un matériau sur mesure grâce à un choix judicieux des constituants, de leur proportion et de l'orientation des renforts.

Deuxièmement, les matériaux composites possèdent généralement une bonne tenue à la fatigue tout en étant légers.

Troisièmement, les matériaux composites, contrairement aux métaux, ne se corrodent pas.

Les matériaux composites n'offrent cependant pas que des avantages.

Premièrement, la caractérisation de leur comportement est complexe. En effet, les structures composites sont réalisées à l'aide de stratifiés qui sont eux-mêmes obtenus à partir d'un empilement de plis présentant des fibres d'orientations différentes.

Deuxièmement, ils possèdent une mauvaise résistance à l'impact et une faible énergie de déformation à la rupture.

La mise en œuvre de réparations est également complexe et, comparativement aux matériaux classiques, les matériaux composites présentent un coût beaucoup plus élevé : pour les matériaux composites, il faut compter entre 3 et 38 euros le kilo en fonction des performances requises alors que les matériaux plus traditionnels coûtent généralement entre 1.5 et 5 euros par kilo . Les matériaux composites ne sont donc utilisés que lorsque le gain de masse en vaut la peine commercialement. **(Sophie Neven)**

### 1.3 Les matériaux composites :

D'après le développement de la science on est arrive a l'utilise de différente familles de matériaux à savoir : les métaux, les plastiques, les composites, etc.

On parle sur les matériaux composite dans le sens générale, le mot "composite" signifie "constitué de deux ou plusieurs parties différentes" ,d'ou, l'appellation matériau composite ou composite est utilisée dans un sens beaucoup plus précis, dont la définition est une constitution de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et

## Chapitre 01-matériaux composite

---

permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément.

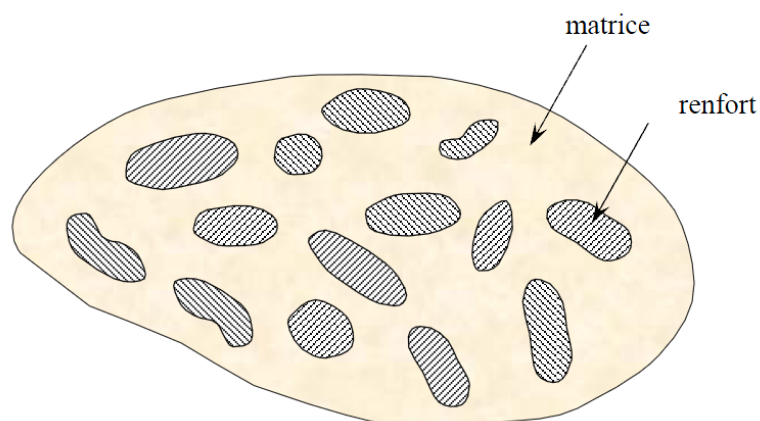
Le principal intérêt de l'utilisation des composites provient de ses excellentes caractéristiques spécifiques.

Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la matrice. La phase discontinue est appelée le renfort ou matériau renforçant (**figure 1.1**).

Une exception importante à la description précédente est le cas de polymères modifiés par des élastomères, pour lesquels une matrice polymère rigide est chargée avec des particules élastomères. Pour ce type de matériau, les caractéristiques statiques du polymère (module d'Young, contrainte à la rupture, etc.) ne sont pratiquement pas modifiées par l'adjonction de particules élastomères, alors que les caractéristiques au choc sont améliorées.

Les propriétés des matériaux composites résultent :

- des propriétés des matériaux constituants,
- de leur distribution géométrique,
- de leurs interactions, etc



**Figure 1-1** : *matériau composite*

# Chapitre 01-matériaux composite

---

Ainsi, pour accéder à la description d'un matériau composite, il sera nécessaire de spécifier :

- la nature des constituants et leurs propriétés,
- la géométrie du renfort, sa distribution,
- la nature de l'interface matrice-renfort.

La géométrie du renfort sera caractérisée par : sa forme, sa taille, la concentration du renfort, sa disposition (son orientation), etc. Si l'ensemble de ces paramètres concourt à déterminer les propriétés du composite, les modélisations descriptives ne tiendront compte que de certains paramètres, du fait de la complexité des phénomènes mis en jeu. Par exemple, la forme du renfort sera schématiquement approchée soit par des sphères, soit par des cylindres.

La concentration du renfort est habituellement mesurée par la fraction volumique (fraction en volume) ou par la fraction massique (fraction en masse).

La concentration du renfort est un paramètre déterminant des propriétés du matériau composite.

Pour une concentration donnée, la distribution du renfort dans le volume du composite est également un paramètre important :

Dans le cas d'une distribution uniforme assurera une "homogénéité" du matériau, les propriétés du composite seront indépendantes du point de mesure.

Dans le cas d'une distribution non uniforme du renfort, la rupture du matériau sera initiée dans les zones pauvres en renfort, diminuant ainsi la résistance du composite.

Dans le cas de matériaux composites dont le renfort est constitué de fibres, l'orientation des fibres détermine l'anisotropie du matériau composite.

Cet aspect constitue une des caractéristiques fondamentales des composites : la possibilité de contrôler l'anisotropie du produit fini par une conception et une fabrication adaptées aux propriétés souhaitées. (**Jean-Marie Berthelot**)

## 1.4 Classification des matériaux composite :

On appelle maintenant de façon courante, matériaux composites, des arrangements de renforts (fibres et/ou particules) noyés dans une matrice (résines), dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible, que celle des renforts.

La matrice assure la cohésion du matériau et l'orientation et la tenue des fibres. Elle permet aussi de transmettre à ces fibres, qui assurent l'ossature du matériau, les sollicitations auxquelles sont soumises les pièces.

# Chapitre 01-matériaux composite

---

Les renforts, sous forme de fibres, aident à améliorer la résistance mécanique et la rigidité des pièces résultantes, dans laquelle ils sont incorporés.

Le but recherché dans ces associations est de combiner les propriétés de plusieurs types de matériaux pour réaliser directement des pièces ou des produits de la forme souhaitée avec des propriétés très précises (résistance mécanique, densité). Par conséquent, l'exemple suivant illustre la logique qui nous a poussés à réfléchir à la synthèse:

Les métaux sont en général tenaces (ils résistent à la propagation de fissures) et ductiles (ils présentent des déformations importantes avant de se rompre), mais de masse volumique élevée.

Le plastique est très léger, mais ses propriétés mécaniques sont médiocres. Les céramiques sont solides et solides, mais fragiles. Par conséquent, la tâche des experts dans le domaine est de concevoir la structure tout en plaçant le matériau correct dans la forme correcte (morphologie des renforts), et au bon endroit (notion de répartition dans l'espace). **(Bourada Fouad)**.

## 1.4.1 Classification suivant la forme des constituants.

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres, on ajoutant les composites à renforts de paillettes et composites stratifiés.

### 1.4.1.1 Composites à fibres

Un matériau composite est un composite à fibres si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes, etc.

L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan.

Le concepteur possède donc là un type de matériau dont il peut modifier et moduler à volonté les comportements mécanique et physique en jouant sur :

- la nature des constituants,
- la proportion des constituants,

- l'orientation des fibres, suivant le cahier des charges imposées.

L'importance des matériaux composites à fibres justifie une étude exhaustive de leurs comportements mécaniques.

### *1.4.1.2 Composites à particules*

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée.

Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait, etc. Dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques.

Le choix de l'association matrice-particules dépend des propriétés souhaitées. Par exemple, des inclusions de plomb dans des alliages de cuivre augmenteront leur facilité d'usinage. Des particules de métaux fragiles tels le tungstène, le chrome et le molybdène, incorporé dans des métaux ductiles, augmenteront leurs propriétés à températures élevées, tout en conservant le caractère ductile à température ambiante.

Les cermets sont également des exemples de composites métal-céramique à particules, adaptés à des utilisations à températures élevées. Par exemple, les cermets à base d'oxydes sont utilisés pour les outils de coupe à vitesse élevée, et pour les protections à hautes températures.

Également, des particules d'élastomère peuvent être incorporées dans des matrices polymères fragiles, de manière à améliorer leurs propriétés à la rupture et au choc, par diminution de la sensibilité à la fissuration.

Ainsi, les composites à particules recouvrent un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse. Toutefois, compte tenu de leurs diversités. (**Jean-Marie Berthelot**)

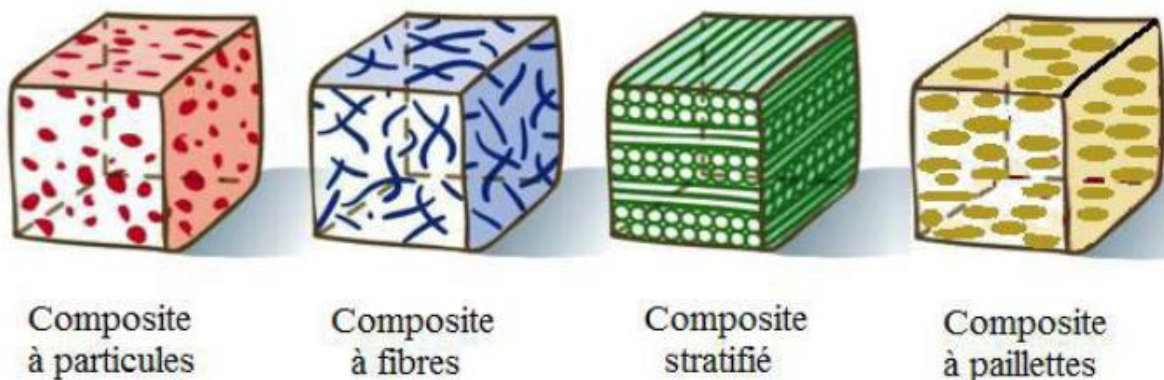


## 1.4.1.3 Composites à renforts de paillettes.

Par rapport aux autres tailles, la taille des paillettes est très petite. La dispersion de ces "fines particules" est généralement aléatoire. Cependant, les paillettes peuvent être empilées parallèlement les unes aux autres pour avoir des caractéristiques plus uniformes sur le plan. .

## 1.4.1.4 Composites stratifiés.

Un stratifié se compose d'au moins deux couches minces de matériau. Les couches peuvent être constituées de différents matériaux monolithiques comme dans les métaux plaqués ou de même matériau composite empilé selon différentes orientations comme pour des stratifiés composites à renforts de fibres longues. Ce dernier devient un type hybride de matériaux composites comprenant des matériaux composites renforcés de fibres et une technologie de stratification.



**Figure 1-2** Les différents types de composites (Benahmed Abdelkrim)

## 1.4.2 Classification suivant la nature des constituants

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale.

Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'association sont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites, nous pouvons citer :

# Chapitre 01-matériaux composite

---

## 1. Composites à *matrice organique* (résine, charges), avec :

- \* des fibres minérales : verre, carbone, etc.
- \* des fibres organiques : Kevlar, polyamides, etc.
- \* des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

## 2. Composites à *matrice métallique* (alliages légers et ultralégers d'aluminium, de magnésium, de titane), avec :

- \* des fibres minérales : carbone, carbure de silicium (SiC),
- \* des fibres métalliques : bore,
- \* des fibres métal-minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium (BorSiC).

## 3. Composites à *matrice minérale* (céramique), avec :

- \* des fibres métalliques : bore,
- \* des particules métalliques : cermets,
- \* des particules minérales : carbures, nitrures, etc.

Les matériaux composites à matrice organique ne peuvent être utilisés que dans le domaine des températures ne dépassant pas 200 à 300 °C, alors que les matériaux composites à matrices métallique ou minérale sont utilisés au-delà : jusqu'à 600 °C pour une matrice métallique, jusqu'à 1000 °C pour une matrice céramique.

**Tableau 1.1.** Exemples de matériaux composites (Jean-Marie Berthelot)

Type de composite	Constituants	Domaines d'application
<b>1. Composites à matrice organique</b>		
Papier, carton	Résine/charges/fibres cellulosiques	Imprimerie, emballage, etc.
Panneaux de particules	Résine/copeaux de bois	Menuiserie
Panneaux de fibres	Résine/fibres de bois	Bâtiment
Toiles enduites	Résines souples/tissus	Sports, bâtiment
Matériaux d'étanchéité	Elastomères/bitume/textiles	Toiture, terrasse, etc.
Pneumatiques	Caoutchouc/toile/acier	Automobile
Stratifiés	Résine/charges/fibres de verre, de carbone, etc.	Domaines multiples
Plastiques renforcés	Résines/microsphères	
<b>2. Composites à matrice minérale</b>		
Béton	Ciment/sable/granulats	Génie civil
Composite carbone-carbone	Carbone/fibres de carbone	Aviation, espace, sports, biomédecine, etc.
Composite céramique	Céramique/fibres céramiques	Pièces thermomécaniques
<b>3. Composites à matrice métallique</b>		
	Aluminium/fibres de bore	Espace
	Aluminium/fibres de carbone	

# Chapitre 01-matériaux composite

<p><b>4. Sandwiches</b></p> <p>Peaux Ames</p>	<p>Métaux, stratifiés, etc. Mousses, nids d'abeilles, balsa, plastiques renforcés, etc.</p>	<p>Domaines multiples</p>
---	---	---------------------------

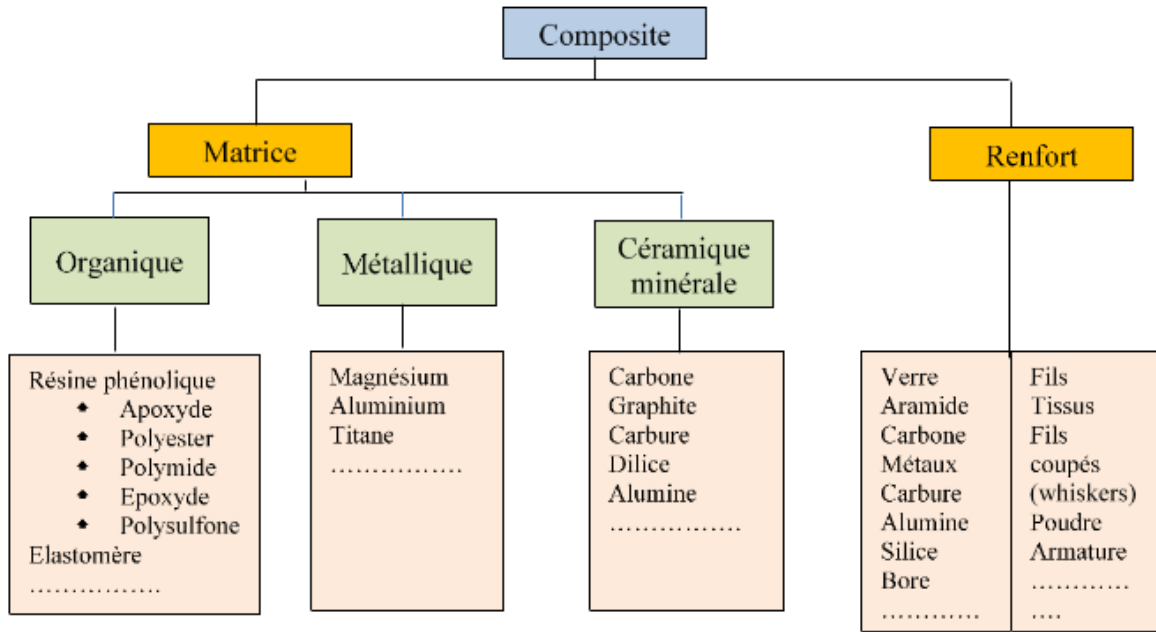


Figure 1-3 Différent composants de matériau composite (Benahmed Abdelkrim)

## 1.5 Les composants élémentaires de matériaux composites

### 1.5.1 La matrice

Un matériau composite est constitué de différentes phases nommées renforts et matrice.

Lorsque le matériau composite est non endommagé, les renforts et la matrice sont parfaitement liés et il ne peut pas y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases.

La matrice ou bien la résine comme elle est appelée communément assure la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques et de maintenir les fibres entre elles toute en jouant le rôle de liant.

Elle assure également le transfert de charge entre les renforts, tout en les maintenant dans leur position et leur orientation.

## Chapitre 01-matériaux composite

---

Dans les applications où une tenue de la structure aux très hautes températures est requise, des matériaux composites à matrice métallique, céramique ou carbone sont utilisés. Dans le cas des matériaux en carbone des températures de 2200°C peuvent être atteintes.

Les objectifs de l'utilisation de la matrice sont multiples, les plus importants sont :

- Support et protection chimique des fibres ou particules ;
- Répartition et transfert de charges ;
- Donner la forme désirée au produit final.

Enfin, elle protège le composite des agressions extérieures et donne la forme désirée au produit final, et le type d'association matrice-renfort dépend des contraintes imposées au concepteur :

- caractéristiques mécaniques élevées,
- tenue en température,
- coût, résistance à la corrosion, etc.

Afin d'obtenir des caractéristiques d'imprégnation plus élevées, la résine doit occuper tout l'espace inter-fibres dans sa structure finale et générer le moins de bulles possible

Pour réaliser cette imprégnation, la viscosité de la résine est diminuée avec un apport thermique. (**Jean-Marie Berthelot ; BENAHMED Abdelkrim ; BOURADA Fouad** )

### 1.5.1.1 Les matrices organiques

Les résines doivent donc être assez déformables et présenter une bonne compatibilité avec les fibres. En outre, elles doivent avoir une masse volumique faible de manière à conserver aux matériaux composites des caractéristiques mécaniques spécifiques élevées.

Compte tenu de ces contraintes, les résines utilisées sont des polymères, modifiés par différents adjuvants et additifs : agents de démoulage, stabilisants, pigments, etc.

Les résines sont livrées en solution, sous forme de polymères non réticulés en suspension dans des solvants qui empêchent le pontage entre les macromolécules pré polymérisées. Sous l'action de la chaleur, des liaisons se développent entre les chaînes du pré polymère pour constituer un polymère réticulé suivant une structure tridimensionnelle.

Deux grandes familles de résines polymères existent :

Les résines thermoplastiques et les résines thermodurcissables.

Ces deux types de résine possèdent la faculté de pouvoir être moulés ou mis en forme, pour donner soit un produit fini, soit un produit semi-fini dont la forme peut être modifiée.

## Chapitre 01-matériaux composite

---

Les résines thermoplastiques, dont la fabrication atteint de loin le plus gros tonnage du fait d'un faible coût, possèdent la propriété de pouvoir être mises en forme plusieurs fois par chauffages et refroidissements successifs. Ces résines peuvent donc être récupérées et facilement recyclées.

Par contre, les résines thermodurcissables ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. En effet, après polymérisation par apport de chaleur en présence d'un catalyseur, ces résines conduisent à une structure géométrique qui ne peut être détruite que par un apport important d'énergie thermique. Ainsi, les résines thermodurcissables possèdent des propriétés mécaniques et surtout thermomécaniques plus élevées que les résines thermoplastiques.

Du fait de ces caractéristiques plus élevées, les résines thermodurcissables sont les plus employées actuellement dans la mise en œuvre des matériaux composites.

Cependant, l'amélioration des caractéristiques des résines thermoplastiques conduit à une utilisation qui ne cesse de croître.

Deux autres classes de résines à usages spécifiques sont également utilisées, ce sont :

- les résines thermoplastiques qui peuvent résister en service continu à des températures de l'ordre de 200 °C et plus,
- les élastomères dont le renforcement par différentes fibres conduit à diverses applications dans le domaine de l'automobile.

### 1.5.1.1.1 Les résines thermodurcissables

Les principales résines thermodurcissables utilisées dans la mise en œuvre des matériaux composites sont par ordre décroissant en tonnage :

- les résines polyesters insaturées : polyesters condensés, vinylesters, dérivés allyliques, etc.,
- les résines de condensation : phénoliques, aminoplastes, furaniques (peu utilisées en France),
- les résines époxydes.

#### 1.5.1.1.1.1 Les résines polyesters

Les résines polyesters insaturées viennent de très loin en tête dans la mise en œuvre des matériaux composites. Leur développement est le résultat :

- d'un faible coût de production,
- de leur diversité offrant de multiples possibilités,

## Chapitre 01-matériaux composite

---

- d'une adaptation à des procédés de fabrication faciles à mettre en œuvre et à automatiser. D'où un développement industriel sans cesse croissant.

Selon son module d'élasticité, les résines polyester sont divisées en résines souples, résines semi-rigides et résines rigides. Les résines habituellement utilisées pour réaliser les matériaux composites sont de type rigide. Pour ces résines durcies, nous retiendrons les caractéristiques suivantes:

**Tableau 1.2.** Caractéristiques de polyester rigide (**Jean-Marie Berthelot**)

Masse volumique	1 200 kg/m <sup>3</sup>
Module d'élasticité en traction	2,8 à 3,5 GPa
Module d'élasticité en flexion	3 à 4,5 GPa
Contrainte à la rupture en traction	50 à 80 MPa
Contrainte à la rupture en flexion	90 à 130 MPa
Allongement à la rupture en traction	2 à 5 %
Allongement à la rupture en flexion	7 à 9 %
Résistance en compression	90 à 200 MPa
Résistance au cisaillement	10 à 20 MPa
Température de fléchissement sous charge (1,8 MPa)	60 à 100 °C

Parmi les avantages des polyesters insaturés, nous retiendrons :

- une bonne rigidité résultant d'un module d'élasticité assez élevé,
- une bonne stabilité dimensionnelle,
- une bonne mouillabilité des fibres et des tissus,
- la facilité de mise en œuvre,
- une bonne tenue chimique,
- un faible coût de production,
- une bonne résistance chimique aux hydrocarbures (essence, fuel, etc.) à température ambiante, etc.

Parmi les inconvénients, nous noterons :

- une tenue médiocre en température : inférieure à 120 °C en service continu,
- une sensibilité à la fissuration, essentiellement dans le cas de chocs,

## Chapitre 01-matériaux composite

- un retrait important de l'ordre de 8 à 10 %,
- un mauvais comportement à la vapeur, à l'eau bouillante avec risque d'hydrolyse, d'où la nécessité de recouvrir les matériaux composites à résines polyesters d'une couche de "gel-coat" de manière à les rendre étanches,
- une dégradation à la lumière par les rayons ultraviolets,
- une inflammabilité.

### 1.5.1.1.1.2 Les résines de condensation

Les résines de condensation comportent les résines phénoliques, les aminoplastes et les résines furaniques.

1. Les résines phénoliques sont les plus anciennes des résines thermodurcissables dont la plus connue est la bakélite. Les caractéristiques de ces résines sont les suivantes :

**Tableau 1.3.** Caractéristiques de résines de condensation (**Jean-Marie Berthelot**)

Masse volumique	1 200 kg/m <sup>3</sup>
Module d'élasticité en flexion	3 GPa
Contrainte à la rupture en traction	40 MPa
Allongement à la rupture en traction	2,5 %
Contrainte à la rupture en flexion	90 MPa
Résistance à la compression	250 MPa
Température de fléchissement sous charge	120 °C

Parmi les avantages, nous citerons :

- une excellente stabilité dimensionnelle,
- une bonne tenue à la chaleur et au fluage,
- une bonne résistance aux agents chimiques,
- un faible retrait,
- de bonnes caractéristiques mécaniques,
- un faible coût.

# Chapitre 01-matériaux composite

---

Parmi les inconvénients, nous noterons :

- une mise en œuvre sous pression, donc à faibles cadences,
- les couleurs foncées des résines,
- une non adaptation à des utilisations alimentaires.

Les résines phénoliques seront donc utilisées dans le cas de pièces nécessitant une tenue élevée en température ou une bonne résistance aux agents chimiques.

2. Les caractéristiques des résines aminoplastes sont voisines de celles des résines phénoliques. Aux avantages de ces résines, il faut ajouter :

- la possibilité d'utilisations alimentaires,
- la possibilité de colorer les résines.

3. Les résines furaniques sont assez peu utilisées en France à cause de leur coût, trois fois plus élevé que les résines polyesters. Parmi leurs avantages :

- un durcissement plus rapide que les résines phénoliques,
- une grande inertie vis-à-vis des agents chimiques corrosifs.

Cette dernière caractéristique conduit à utiliser les résines furaniques dans le cas de matériaux devant résister aux produits chimiques : citernes, tuyaux, bacs, etc.

### *1.5.1.1.1.3 Les résines époxydes*

Les résines les plus utilisées après les résines polyesters insaturées sont les résines époxydes. Elles ne représentent cependant que de l'ordre de 5 % du marché composite, à cause de leur prix élevé (de l'ordre de cinq fois plus que celui des résines polyesters).

Du fait de leurs bonnes caractéristiques mécaniques, les résines époxydes, généralement utilisées sans charges, sont les matrices des composites à hautes performances (constructions aéronautiques, espace, missiles, etc.).

Les caractéristiques mécaniques générales des résines époxydes sont les suivantes :



## Chapitre 01-matériaux composite

---

**Tableau 1.4.** Caractéristiques de résines époxydes (**Jean-Marie Berthelot**)

Masse volumique	1 100 à 1 500 kg/m <sup>3</sup>
Module d'élasticité en traction	3 à 5 GPa
Contrainte à la rupture en traction	60 à 80 MPa
Contrainte à la rupture en flexion	100 à 150 MPa
Allongement à la rupture	2 à 5 %
Résistance au cisaillement	30 à 50 MPa
Température de fléchissement sous charge	290 °C

Les résines époxydes conduisent donc à un ensemble de performances élevées. Toutefois, pour bénéficier réellement de ces performances, il est nécessaire d'avoir des durées de transformation et surtout de recuisons très longues (de plusieurs heures à plusieurs dizaines d'heures), à des températures relativement élevées (50 à 100 °C).

Parmi les avantages des résines époxydes, nous retiendrons :

- de bonnes propriétés mécaniques (en traction, flexion, compression, choc, fluage, etc.) supérieures à celles des polyesters,
- une bonne tenue aux températures élevées : jusqu'à 150 °C à 190 °C en continu;
- une excellente résistance chimique,
- un faible retrait au moulage (de 0,5 à 1 %),
- une très bonne mouillabilité des renforts,
- une excellente adhérence aux matériaux métalliques.

Parmi les inconvénients, nous citerons :

- un temps de polymérisation long,
- un coût élevé,
- la nécessité de prendre des précautions lors de la mise en œuvre,
- une sensibilité à la fissuration.

**Tableau 1.5.** Caractéristiques moyennes des matrices (**Bourada Fouad**)

Matrices TD	Masse volumique (kg.m <sup>3</sup> )	Module d'élasticité longitudinal (MPa)	Module de Cisaillement (Mpa)	Coefficient du poisson	Contrainte de rupture (traction) (Mpa)	Allongement à rupture %	Coefficient de dilatation thermique x10 <sup>-5</sup> °C <sup>-1</sup>
	<b>P</b>	<b>E</b>	<b>G</b>	<b>v</b>	<b>S<sub>r</sub></b>	<b>A</b>	<b>A</b>
<b>Epoxyde</b>	1200	4500	1600	0.4	130	2	11
<b>Phénolique</b>	1300	3000	1100	0.4	70	2.5	1
<b>Polyester</b>	1200	4000	1400	0.4	80	2.5	8
<b>Polycarbonate</b>	1200	2400	--	0.35	60	--	6
<b>inylester</b>	1150	3300	--	--	75	4	5
<b>Silicone</b>	1100	2200	--	0.5	35	--	--
<b>Uréthanne</b>	1100	700à7000	--	--	30	100	--
<b>Polyimide</b>	1400	4000à19000	1100	0.35	70	1	8

### 1.5.1.1.2 Les résines thermoplastiques

La famille des résines thermoplastiques (on parle de “plastiques”) est très vaste, et peut être séparée en plastiques de grande diffusion et plastiques techniques (ou technopolymères).

Les plastiques de grande diffusion sont mis en œuvre soit par injection pour obtenir des objets moulés, soit par extrusion pour obtenir des films, des plaques, des tubes, des profilés, etc.

Les plastiques techniques sont généralement mis en œuvre par injection.

Parmi les résines thermoplastiques, nous citerons : le polychlorure de vinyle (PVC), le polyéthylène, le polypropylène, le polystyrène, le polyamide, le polycarbonate, etc.

L'intérêt des thermoplastiques réside dans leur faible coût, résultant à la fois de matières premières disponibles et des procédés de fabrication (injection, extrusion). Toutefois, ce faible coût est lié à des propriétés mécaniques et thermomécaniques faibles. Nous donnons ci-après (tableau 1.6) quelques caractéristiques pour le polypropylène et le polyamide.

Les divers thermoplastiques peuvent être renforcés par des fibres et font partie alors des matériaux composites. Cependant, dans le domaine des composites, les résines thermoplastiques ont un développement limité, du fait de la nécessité de faire appel à des transformations à hautes températures de produits solides.

## Chapitre 01-matériaux composite

**Tableau 1.6.** Caractéristiques de polypropylène et le polyamide (Jean-Marie Berthelot)

	<b>Polypropylène</b>	<b>Polyamide</b>
Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	900	1140
Contrainte à la rupture (MPa)	20-35	60-85
Module d'élasticité (GPa)	1.1-1.4	1.2-2.5
Température de fléchissement sous charge (°C)	50-60	65-100

Les principales matrices TP utilisées (possédant tous une tenue en température supérieure à 100 °C) sont les suivantes :

- Polyamide (PA) : tenue au choc, bonne résistance à la fatigue et aux hydrocarbures ;
- Polysulfure de phénylène (PPS) : résistance à l'hydrolyse ;
- Polypropylène (PP) : peu onéreux et assez stable en température, mais combustible.

De plus en plus, on utilise des thermoplastiques thermostables (tenue thermomécanique est de l'ordre de 140°C), en particulier les suivants : - Polyéther-imide (PEI) ; - Polyéther-sulfone (PES) ; - Polyéther-éther-cétone (PEEK).

Dans le tableau qui suit des Propriétés physiques et mécaniques de plusieurs types de résines thermoplastiques sont présentées.

**Tableau 1.7.** Propriétés physiques et mécaniques des résines thermoplastiques

Matrices TP	Masse volumique (kg.m <sup>3</sup> )	Module d'élasticité longitudinal (MPa)	Coefficient du poisson	Contrainte de rupture (traction) (Mpa)	Allongement à rupture %	Coefficient de dilatation thermique x10 <sup>-5</sup> °C <sup>-1</sup>
	<b>P</b>	<b>E</b>	<b>ν</b>	<b>S<sub>r</sub></b>	<b>A</b>	<b>A</b>
<b>PP</b>	900	1200	0.4	30	20à400	9 x 10 <sup>-5</sup>
<b>PPS</b>	1300	4000	--	65	100	5 x 10 <sup>-5</sup>
<b>PA</b>	1100	2000	0.35	70	200	8 x 10 <sup>-5</sup>
<b>PES</b>	1350	3000	--	85	60	6 x 10 <sup>-5</sup>
<b>PEI</b>	1150	3300	--	105	60	6 x 10 <sup>-5</sup>
<b>PEEK</b>	1300	4000	--	90	50	5 x 10 <sup>-5</sup>

## Chapitre 01-matériaux composite

**Tableau 1.8.** Principales différences entre TP et TD (Bourada Fouad)

Matrice	Thermoplastiques (TP)	Thermodurcissables (TD)
Etat de base	Solides prêt à l'emploi	Liquide visqueux à polymériser
Stockage	Illimité	Réduit
Mouillabilité renforts	Difficile	Aisée
Moulage	Chauffage + refroidissement	Chauffage continu
Cycle	Court	Long
Tenue au choc	Assez Bonne	Limitée
Tenue thermique	Réduite	Bonne
Chutes et déchets	Recyclables	Perdus ou recyclés en charge
Conditions de travail	Propreté	Emanation pour « méthode humide »

Cette différence fondamentale est à l'origine de propriétés bien distinctes. Par exemple :

- Les thermoplastiques sont plus ductiles que les thermodurcissables, donc résistent mieux à la fissuration ;
- Les déchets thermoplastiques sont recyclables, les déchets thermodurcissables ne le sont pas ;
- Les granulés thermoplastiques peuvent être stockés indéfiniment *et* à température ambiante, les thermodurcissables doivent être stockés au froid et pendant une durée limitée si la résine et le durcisseur sont déjà mélangés ;
- Les thermoplastiques doivent toujours être portés à haute température pour être mis en forme, les thermodurcissables pas forcément...
- Les thermoplastiques sont moins rigides et moins résistants que les thermodurcissables (mais cela importe peu sur les composites à fibres longues, car la rigidité et la résistance proviennent essentiellement des fibres !)

De manière générale, les matrices thermodurcissables sont plus fréquemment employées que les thermoplastiques, en raison de leur plus grande facilité de mise en forme (il est plus facile d'imprégner des fibres avec un liquide qu'avec des granulés ramollis, et les températures à utiliser sont souvent plus raisonnables).

Parmi les plus courantes, on peut citer les résines polyester, peu coûteuses et souvent utilisées dans les applications « grande diffusion », et les résines époxy (ou époxydes), très employées dans les applications « hautes performances ». (**Lionel Gendre2**)

### 1.5.1.1.3 Les résines thermostables

Les résines thermostables se distinguent des autres résines, précédemment considérées, essentiellement par leurs performances thermiques qui conservent leurs propriétés mécaniques pour des températures plus élevées que 200°C.

Dans la pratique nous retrouvons pour ces résines les deux grandes familles des résines thermoplastiques et thermodurcissables.

Les résines thermostables sont développées surtout dans les domaines de l'aviation et de l'espace, où les laboratoires cherchent à mettre au point de nouvelles résines.

Parmi les résines thermostables, les résines bismaléimides et polyimides sont les plus utilisées.

Les résines bismaléimides sont des résines dont le réseau est élaboré à des températures de 180 à 200°C. Les procédés de moulage sont identiques à ceux des composites à matrice thermodurcissable de type polyester ou époxyde.

Les résines polyimides sont apparues sur le marché vers 1970. Ce sont des résines à haute résistance thermique, mais de prix très élevé. Ces résines permettent d'obtenir des composites de résistance supérieure, à 250 °C, à la résistance de l'aluminium.

### 1.5.1.2 Les matrices minérales

#### 1.5.1.2.1 Les matrices métalliques

Les matériaux composites à matrice métallique dont il est question ici ont été développés à partir des années 1960-1965 en deux vagues successives. Des efforts importants de recherche ont été menés aux États-Unis et en France dans les années 60 autour d'une fibre mono filamentaire de bore, sans véritable développement industriel ultérieur.

Ce composite métalmétal était pénalisé par le coût très élevé de la fibre. À cette date, les applications envisagées étaient exclusivement orientées vers l'aéronautique et l'espace. L'utilisation de matériaux composites à des températures supérieures à 300 °C interdit pratiquement l'usage des matrices organiques et suppose donc que l'élément de renforcement soit noyé au sein d'une matrice métallique.

Les plus employées sont les métaux légers et leurs alliages en particulier l'aluminium, le titane et le nickel. Voici quelques composites à matrices métalliques :

## Chapitre 01-matériaux composite

**Tableau 1.9.** Les composites à matrice métallique (**Bourada Fouad**)

Symbole	Définition
CMAI	composite à matrice aluminium
CMM	composite à matrice métallique
CMMg	composite à matrice magnésium
CMTi	composite à matrice titane
PAN	polyacrylonitrile
PCS	polycarbosilane
PTCS	Polytitanocarbosilane

Enfin, les composites à matrice métallique ont été élaborés pour tenter de concilier les qualités des métaux (ductilité, bonne tenue face au vieillissement et au feu...) avec la légèreté et les bonnes caractéristiques mécaniques propres aux structures composites. Ce sont des matériaux performants, mais pénalisés par un coût de revient encore élevé et réservés à des applications relativement exigeantes, dans divers domaines (figure 1-4).



**Figure 1-4** Exemples d'applications des composites à matrice métallique

Les CMM comportent une matrice en métal léger (aluminium et ses alliages, magnésium, titane...) et un renfort pouvant être, comme pour les CMO ou CMC, de deux types :

- Soit des particules ou des fibres courtes céramiques ; les propriétés mécaniques sont alors légèrement supérieures à celle du métal formant la matrice, et les procédés traditionnels de mise en forme des métaux peuvent généralement être employés ; Soit des fibres longues céramiques ou métalliques ; les propriétés sont alors bien supérieures à celles de la matrice, et

## Chapitre 01-matériaux composite

---

les procédés de mise en forme sont plus coûteux (il s'agit typiquement d'infiltrer du métal fondu autour d'un tissu de fibres).

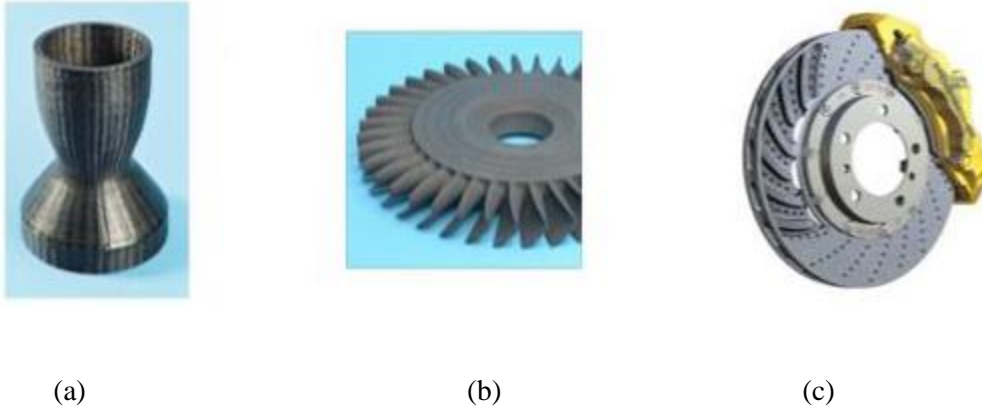
Un avantage de ces composites est que la matrice étant métallique, ses caractéristiques mécaniques intrinsèques sont généralement bonnes. Il est donc possible de s'appuyer sur le comportement matriciel et de ne renforcer que certaines zones, ou encore de se contenter de renforts unidirectionnels ; cela est généralement impossible avec les matrices polymères (en raison de leur faible résistance) ou céramiques (en raison de leur fragilité).

Un inconvénient est la grande réactivité chimique des métaux : lors de la mise au point du composite, il faut s'assurer que la matrice et le renfort ne peuvent pas réagir entre eux, faute de quoi les conséquences sur les propriétés mécaniques peuvent être catastrophiques. (**Lionel Gendre2**)

### 1.5.1.2.2 Les matrices céramiques

Dans les années 80, l'émergence de nombreux nouveaux matériaux céramiques relance la recherche dans ce domaine et ouvre des perspectives plus encourageantes de développement industriel. Sous l'impulsion de l'industrie japonaise, des exemples d'applications industrielles ont été développés dans l'industrie automobile. Lorsque les températures d'utilisation sont supérieures à 1000°C, on a recours aux composite à matrice céramique. Dans ce type de composite, le renfort est généralement constitué de fibres longues en carbone, en silice ou en carbure de silicium, assemblé par tissage multidimensionnel. Ces matériaux sont développés essentiellement dans le domaine aérospatial en tant que structure thermique en raison de leur haute résistance thermomécanique spécifique. (**Bourada Fouad**)

Beaucoup moins répandus que leurs homologues à matrice organique en raison d'un coût élevé, les CMC s'adressent aux applications à très haute température. Ils sont principalement utilisés dans l'industrie spatiale et l'aéronautique militaire, ainsi que pour la conception d'organes haut de gamme comme des disques ou plaquettes de freins



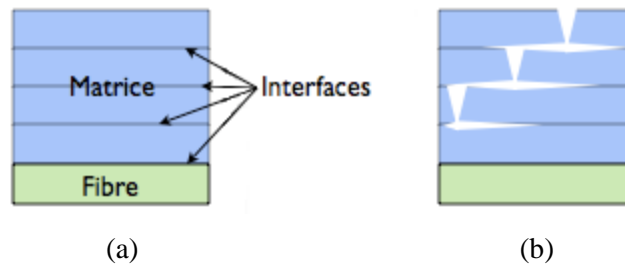
**Figure 1-5** *Quelques applications des CMC : (a) la tuyère d'un moteur spatial, (b) le disque à aubes d'une turbine, (c) un disque de frein haut de gamme.*

Les céramiques possèdent de nombreux atouts pour de telles applications : elles peuvent résister à des températures très élevées, sont plus légères que de nombreux métaux, et présentent une bonne stabilité chimique. Malheureusement, leur grande fragilité limite fortement leur domaine d'utilisation. Le principe des CMC est donc de rendre les céramiques moins cassantes en leur donnant une structure composite, c'est-à-dire en les façonnant sous forme de renforts et d'une matrice, cela conduit à une meilleure résistance à la rupture, pour deux raisons :

- Les fibres ayant un diamètre microscopique, il est possible de les fabriquer avec très peu de défauts, ce qui conduit à des contraintes de rupture plus élevées ;
- Lorsque le composite se dégrade, les fissures ont tendance à suivre les interfaces situées entre les fibres et la matrice au lieu de se propager dans les fibres ; au lieu de rompre brutalement, le matériau se « désassemble » donc progressivement.

Afin de ralentir le plus possible la rupture, les matrices céramiques possèdent généralement une structure multicouches (figure 1.6a) : la matrice est faite de plusieurs couches superposées, ce qui permet de multiplier les interfaces et donc les déviations des fissures (figure 6b). Tout ceci fait que les CMC sont beaucoup moins fragiles et beaucoup plus tenaces, et peuvent donc être utilisés dans des pièces mécaniques.





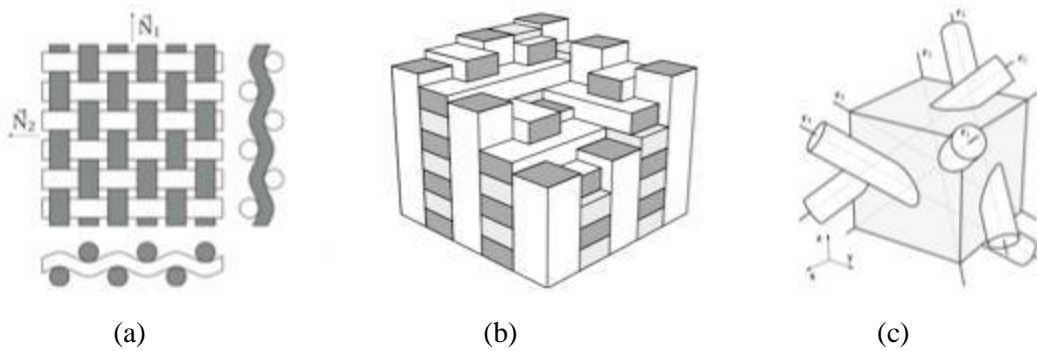
**Figure 1-6** (a) Schématisation d'une matrice multicouche ; (b) effet protecteur des interfaces : les fissures sont déviées et leur progression vers les fibres est donc ralentie.

Dans les CMC, les renforts et la matrice sont souvent constituées de carbure de silicium (SiC), de carbone (C) ou d'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) ; bien que le carbone ne soit pas une céramique, les matrices de carbone possèdent des comportements assez similaires aux matrices céramiques et sont donc souvent assimilées aux CMC. Il est relativement fréquent que les renforts et la matrice soient faits du même matériau : le rôle de la structure composite, ici, n'est pas tant de combiner les propriétés des constituants que d'en faire émerger de nouvelles, à savoir la ténacité et la ductilité. Une particularité des CMC est d'ailleurs que souvent, les fibres sont moins rigides que la matrice ! ; En outre, au niveau des interfaces, on dépose une fine couche d'un autre matériau qui joue le rôle de fusible : les fissures s'y propagent au lieu de le traverser, ce qui protège les fibres (ou les couches inférieures) de la rupture.

La contrainte de rupture du matériau d'interface doit donc être inférieure à celle des autres constituants... sans pour autant être trop faible, faute de quoi l'interface se dégrade prématurément et ne transfère plus les efforts entre les différentes couches.

Un matériau d'interface courant, répondant bien à ces exigences, est le pyrocarbone (PyC).

Côté architecture, les CMC possèdent généralement des fibres longues continues, tressées en fils qui sont ensuite organisés en tissus 2D ou 3D (voir figure 1-7) ; comme pour les CMO, il existe également des CMC à fibres courtes, dont le comportement et la mise en forme se rapprochent beaucoup plus des céramiques traditionnelles.



**Figure 1-7** Exemples d'architectures utilisées avec les CMC :

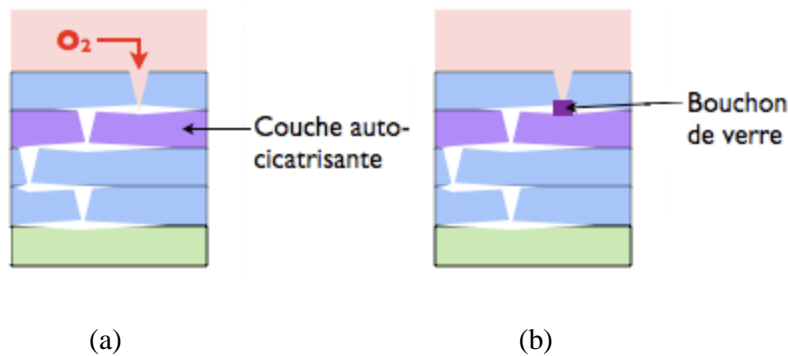
(a) tissu 2D équilibré, (b) tissu 3D tri-orthogonal, (c) tissu « 4D » (renforcé selon les quatre diagonales d'un cube).

Là encore, il est possible d'intégrer de nouvelles fonctions techniques au sein du composite en jouant sur la constitution de la matrice. Dans le cas des CMC, l'objectif recherché est souvent d'allonger la durée de vie car il s'agit d'une problématique vitale pour ces matériaux : typiquement, la plupart des CMC actuels ont encore une durée de vie trop courte pour être utilisés dans les moteurs d'avions civils.

L'expérience montre que le mécanisme limitant la durée de vie est souvent l'oxydation sous contraintes, qui provient de l'action de trois facteurs :

- Un environnement oxydant (par exemple, l'oxygène de l'air ou la vapeur d'eau) ;
- Une température élevée, qui accélère fortement les réactions d'oxydation ;
- Un chargement mécanique élevé, qui crée un réseau de fissures dans le composite et finit ainsi par mettre les fibres à nu.

Dans ces conditions, les oxydants s'infiltrent dans les fissures (figure 8a) ; s'ils atteignent et oxydent les fibres, la rupture survient rapidement. Pour les en empêcher, les industriels ont mis au point des matrices auto-cicatrisantes, contenant des composés à base de bore (B). Lorsque le bore s'oxyde, il forme un verre qui rebouche les fissures et ralentit la progression des oxydants vers les fibres (figure 1.8b). Ce mécanisme prolonge grandement la durée de vie du CMC.



**Figure 1-8** Principe d'une matrice auto-cicatrisante :

(a) de l'oxygène pénètre dans la matrice fissurée,

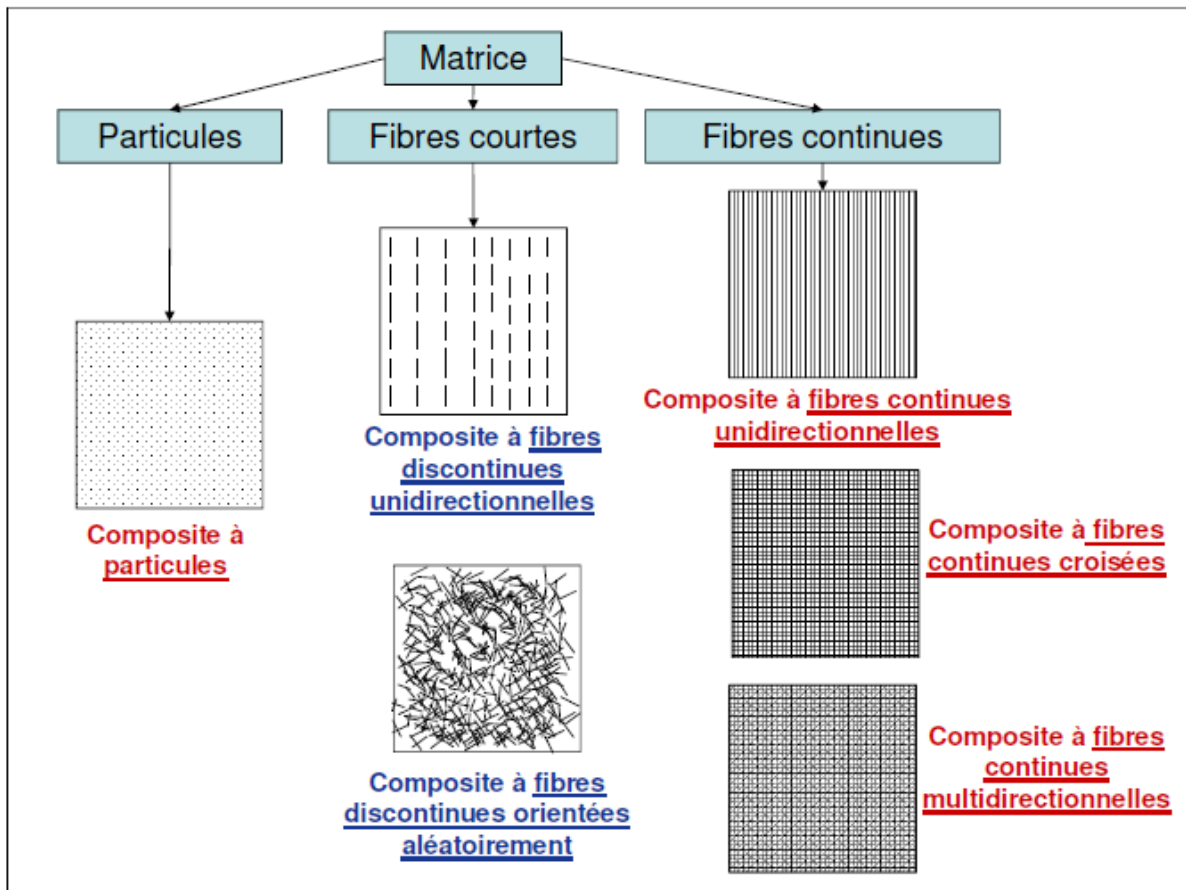
(b) l'oxydation de la matrice crée un verre qui bouche la fissure, protégeant ainsi les fibres.

Les CMC comptent ainsi parmi les matériaux les plus performants pour les applications thermomécaniques exigeantes. Malheureusement, leur coût de revient est très élevé à cause des procédés de fabrication employés : il s'agit de mettre en place un tissu de fibres, puis d'y infiltrer des précurseurs gazeux ou liquides qui vont réagir chimiquement pour former la matrice, couche après couche. Cette réaction s'effectue à des températures assez élevées, est parfois très lente, et demande des équipements lourds. Sa mise en œuvre a donc un coût très élevé, qui explique la faible diffusion de ces matériaux. (**Lionel Gendre2**)

### 1.5.2 Le Renfort

La géométrie des renforts est variée. En effet, ceux-ci peuvent se présenter sous la forme de particules ou de fibres et ces dernières peuvent adopter différents agencements : aléatoire, linéique, surfacique, multidirectionnel. Ceci est repris à la figure 1.9.

Selon Bathias la forme de fibre a comme avantage qu'elle offre une meilleure résistance à la rupture qu'une autre forme. Ceci s'explique par le fait que la résistance à la rupture n'est pas une propriété intrinsèque du matériau mais dépend des défauts présents à la surface ou dans le volume dans la mesure où ils génèrent des concentrations de contraintes. Or, lors de l'étirement de la matière pour obtenir des fibres, il se produit un mouvement important de la matière depuis l'intérieur vers la surface, ce qui efface les défauts de surface. De plus à longueurs égales, contrairement à d'autres formes, le volume est nettement réduit, ce qui diminue la probabilité de trouver des défauts au sein de la fibre. (**Sophie Neven**).



**Figure 1-9** -Différentes géométries et dispositif des fibres au sein de la matrice.

Différentes fibres peuvent être employées avec ces matrices. Les plus courantes sont :

- **Les fibres de verre**, peu coûteuses et ultra-répondues (95% des renforts !), utilisées dans pratiquement toutes les applications « grande diffusion » et certaines applications « hautes performances » ;
- **Les fibres de carbone**, plus onéreuses mais très performantes d'un point de vue mécanique, utilisées notamment en aéronautique, en construction industrielle et dans les sports et loisirs ;
- **Les fibres d'aramide (Kevlar) ou de polypropylène**, plus résistantes aux chocs et plus tenaces que le carbone, d'où leur utilisation, entre autres, dans les gilets pare-balles et autres protections balistiques ;
- **Les fibres végétales** comme le chanvre ou le lin, assez peu coûteuses et renouvelables, qui commencent à faire leur apparition sur certaines pièces peu sollicitées mécaniquement.

## Chapitre 01-matériaux composite

---

Certains composites d'entrée de gamme, plus anciens, emploient des fibres de papier ou de coton ; les matériaux obtenus, généralement appelés micarta (du nom de la compagnie les ayant commercialisés), sont de bons isolants thermiques et électriques.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

**Figure 1-10** : Exemples de tissus de renforts utilisés pour les CMO haute performance

(a) verre, (b) carbone, (c) aramide (Kevlar), (d) chanvre, (e) le lin.

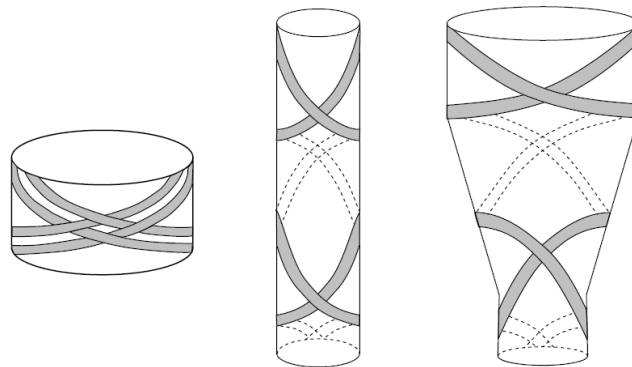
Pour les applications « grande diffusion », on utilise souvent des fibres de verre courtes ; les procédés de fabrication sont alors relativement proches de ceux que l'on emploie avec des polymères seuls. On peut également utiliser des fibres longues disposées en mats (c'est-à-dire « en vrac », sans orientation privilégiée).

Les applications « hautes performances » utilisent quant à elles des fibres longues tissées (comme sur la figure 10) ou empilées en plis unidirectionnels, ce qui permet d'optimiser les propriétés mécaniques du composite. La mise en forme est alors, la plupart du temps, plus coûteuse. **(Lionel Gendre2)**

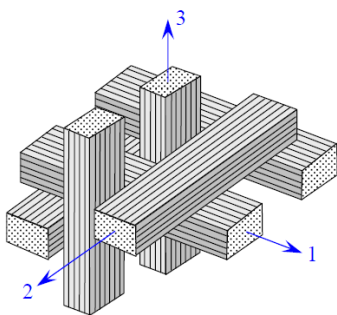
## 1.5.2.1 Les fibres de verre

### 1.5.2.1.1 Généralités

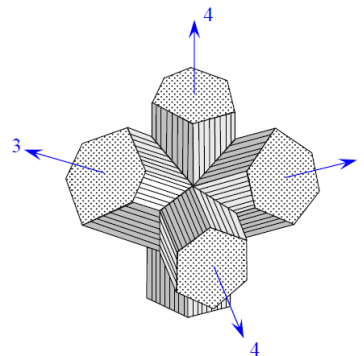
Le verre sous forme massive est caractérisé par une très grande fragilité, attribuée à une sensibilité élevée à la fissuration. Par contre, élaboré sous forme de fibres de faibles diamètres (quelques dizaines de micromètres), le verre perd ce caractère et possède alors de bonnes caractéristiques mécaniques. Les fibres de verre sont élaborées à partir d'un verre filable, appelé verre textile, composé de silice, alumine, chaux, magnésie, etc. Ces produits peu coûteux, associés à des procédés assez simples d'élaboration, confèrent aux fibres de verre un excellent rapport performances/prix, qui les place de loin au premier rang des renforts utilisés actuellement dans les matériaux composites.



**Figure 1-11** : Tissages cylindrique et conique.



**Figure 1-12** Tissage 3D orthogonal.



**Figure 1-13** . Tissage 4D.

## Chapitre 01-matériaux composite

---

Suivant leurs compositions, différents types de verres filables peuvent être obtenus (tableau 1.10). Dans la pratique, les verres de type E constituent la presque totalité du tonnage de verre textile produit actuellement. Les autres verres, représentant globalement une faible quantité (environ 1 %), sont réservés à des applications spécifiques :

- le verre D, à hautes propriétés diélectriques, pour la construction de matériel électronique de télécommunications, en particulier les radomes;
- le verre C, résistant aux agents chimiques pour les couches superficielles des structures particulièrement exposées sur le plan chimique;
- les verres R et S, à caractéristiques mécaniques élevées pour la réalisation de structures à hautes performances mécaniques.

**Tableau 1.10.** *Différents types de verres filables.*

Type	Caractéristiques générales
E	à usage général; bonnes propriétés électriques
D	hautes propriétés diélectriques
A	haute teneur en alcali
C	bonne résistance chimique
R, S	haute résistance mécanique

Nous ne considérerons par la suite que les fibres de verre de type E et de type R, dont les compositions sont reportées au tableau 1.11. Il est à noter la très faible proportion ou l'absence d'oxydes alcalins à la différence des verres d'usage courant. Ce fait conduit à des températures de transformation élevées, avec des conséquences techniques et économiques.

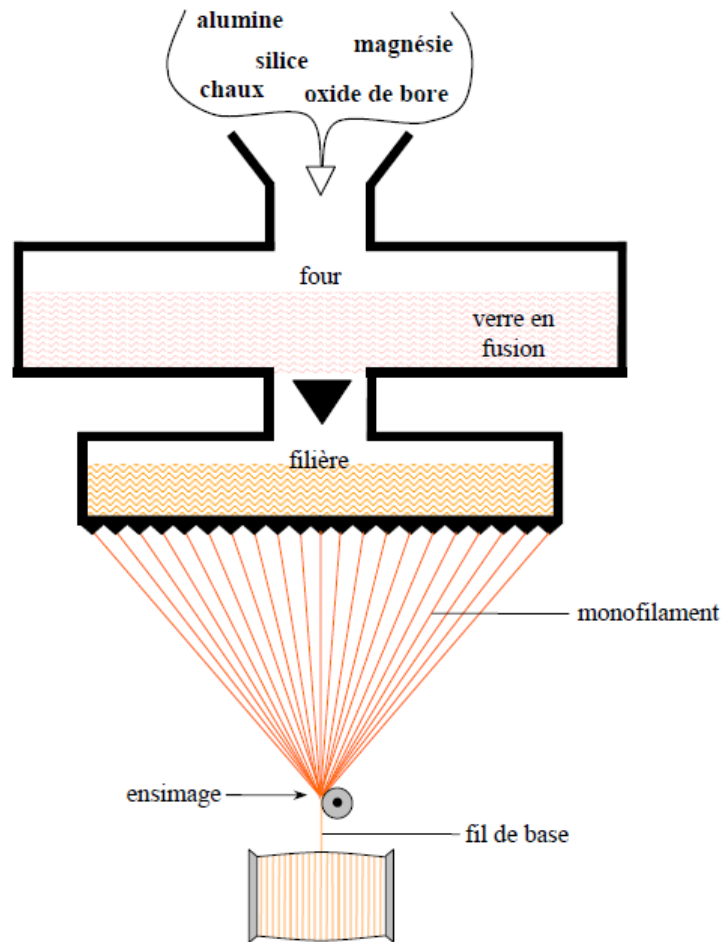
### 1.5.2.1.2 Élaboration des fibres de verre

Les fibres de verre sont élaborées par fibrage du verre fondu (figure 1.14) à travers des filières, sortes de bacs réalisés en alliage platine-rhodium, et percés à leurs bases d'orifices calibrés d'environ 2 mm de diamètre. Le verre fondu est maintenu dans les filières, chauffées par effet Joule, aux environs de 1 250 °C. À cette température, la viscosité du verre permet un écoulement par gravitation à travers les orifices, sous forme de fibres de quelques dixièmes de millimètres. À la sortie de la filière, le verre en phase plastique est simultanément étiré à grande vitesse et refroidi. Les conditions de refroidissement et de vitesse d'étirage permettent d'obtenir des fibres discontinues de diamètres différents (généralement de 5 à 15  $\mu\text{m}$ ).

# Chapitre 01-matériaux composite

**Tableau 1.11.** Compositions des verres de type E, D et R.

Constituants	Composition en masse (%)		
	Verre E	Verre D	Verre R
Silice SiO <sub>2</sub>	53-54	73-74	60
Alumine Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	14-15,5		25
Chaux CaO	20 - 24	0,5 - 0,6	9
Magnésie MgO	20 - 24	0,5 - 0,6	6
Oxyde de bore B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	6,5-9		
Fluor F	0-0,7	22-23	
Oxyde de fer Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<1		
Oxyde de titane TiO <sub>2</sub>	<1	0,1-0,2	
Oxyde de sodium Na <sub>2</sub> O	<1	1,3	
Oxyde de potassium K <sub>2</sub> O	<1	1,5	



**Figure 1-14** Schéma de principe du procédé d'étirage mécanique ou silionne.



## Chapitre 01-matériaux composite

Les mono filaments sont ensuite rassemblés sans torsion pour constituer un fil de base (appelé fil silloné), qui est enroulé sur une bobine ou sous forme de pelote. Ces fils de base sont les plus utilisés comme renforts verre dans les matériaux composites. (**Jean-Marie Berthelot**)



**Figure 1.15** *Fibre de verre (Bourada Fouad).*

### 1.5.2.1.3 Propriétés mécaniques des fibres de verre

Il est de coutume de donner comme caractéristiques mécaniques de référence les caractéristiques mesurées sur mono filaments prélevés à la sortie de la filière.

Le tableau 1.12 donne les valeurs usuelles de ces grandeurs.

À la suite du fibrage, les filaments de verre sont soumis à diverses sollicitations mécaniques (abrasion, etc.), chimiques (humidité, etc.) qui réduisent leurs caractéristiques mécaniques initiales. Le tableau 1.13 donne les valeurs de la contrainte à la rupture, mesurées sur mono filaments et fils de base ayant subi un ensimage. Les valeurs obtenues semblent indiquer une chute des caractéristiques lorsque le nombre de filaments augmente. En fait, les valeurs mesurées sur les fils ne sont pas réellement significatives en raison des difficultés à charger simultanément et uniformément tous les filaments constituant le fil

**Tableau 1.12.** *Caractéristiques mécaniques des verres types E et R, mesurées sur filaments à la sortie de la filière.*

Caractéristiques		Verre E	Verre R
Masse volumique $\rho$	kg/m <sup>3</sup>	2 600	2 550
Module d'Young $E_f$	GPa	73	86
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$	MPa	3 400	4 400
Allongement à la rupture $\epsilon_{fu}$	%	4,4	5,2
Coefficient de Poisson $\nu_f$		0,22	–

## Chapitre 01-matériaux composite

**Tableau 1.13.** Contraintes à la rupture mesurée sur mono filaments et fils de base (en MPa).

	Verre E	Verre R
Mono filament prélevé à la sortie de la filière	3 400	4 400
Mono filament prélevé sur fil silionne industriel	2 000–2 400	3 600
Fil silionne industriel comportant un grand nombre de filaments	1 200–1 550	1 700–2 000

**Tableau 1.14.** Caractéristiques à la rupture d'un fil silionne industriel, déduites des caractéristiques mesurées sur un composite unidirectionnel résine époxyde/fil de verre

	Verre E	Verre R
Contrainte à la rupture (MPa)	2 400–2 600	3 000–3 600
Allongement à la rupture (%)	3,4	4

Dans les matériaux composites, la liaison verre-résine par l'intermédiaire de l'ensimage assure une répartition assez homogène de la charge. Les mesures, déduites de la rupture de matériaux composites unidirectionnels, conduisent aux valeurs des contraintes et allongement à la rupture des fibres reportées au tableau 1.14.

Ces valeurs, voisines de celles mesurées sur mono filament prélevé sur fil industriel (tableau 1.13), doivent être considérées comme étant représentatives des caractéristiques à la rupture des fibres de verre.

Enfin, il est intéressant de noter que les fibres de verre conservent leurs caractéristiques mécaniques jusqu'à des températures assez élevées, de l'ordre de 200 °C pour le verre E et de 250 °C pour le verre R. Ces fibres sont donc bien adaptées pour le renforcement des résines à tenue thermique élevée. (**Jean-Marie Berthelot**)

### 1.5.2.2 Les fibres de carbone

#### 1.5.2.2.1 Généralités

Le graphite a une structure hexagonale d'atomes de carbone, disposés en plans cristallographiques parallèles. Ces plans sont décalés de telle sorte qu'un atome de carbone se projette au milieu d'un hexagone des plans voisins.

Les liaisons entre atomes de carbone de plans voisins sont faibles, et confèrent au graphite de bonnes propriétés de conduction thermique et électrique. Par contre, les liaisons entre atomes

voisins d'un même plan sont fortes, et donnent au graphite des propriétés mécaniques élevées dans la direction parallèle aux plans cristallographiques.

L'étude théorique des liaisons prévoit dans cette direction un module d'Young de 1 200 GPa et une résistance à la rupture de 20 000 MPa.

D'autre part, la masse volumique faible (inférieure à 2 000 kg/m<sup>3</sup>) conduit à des propriétés mécaniques spécifiques théoriques remarquablement élevées. Ces faits expliquent les nombreux développements de différents procédés d'élaboration, permettant d'obtenir des fibres de carbone les plus parfaites possibles, et dont la direction des plans cristallographiques soit le plus parallèle possible à l'axe des fibres. Les fibres industrielles n'atteignent toutefois pas les valeurs mécaniques théoriques, du fait des imperfections des structures cristallines obtenues. Les caractéristiques des fibres élaborées restent cependant élevées et peuvent atteindre aujourd'hui pour les fibres les plus performantes de l'ordre de 650 GPa pour le module d'Young et de 4 000 MPa pour la contrainte à la rupture.

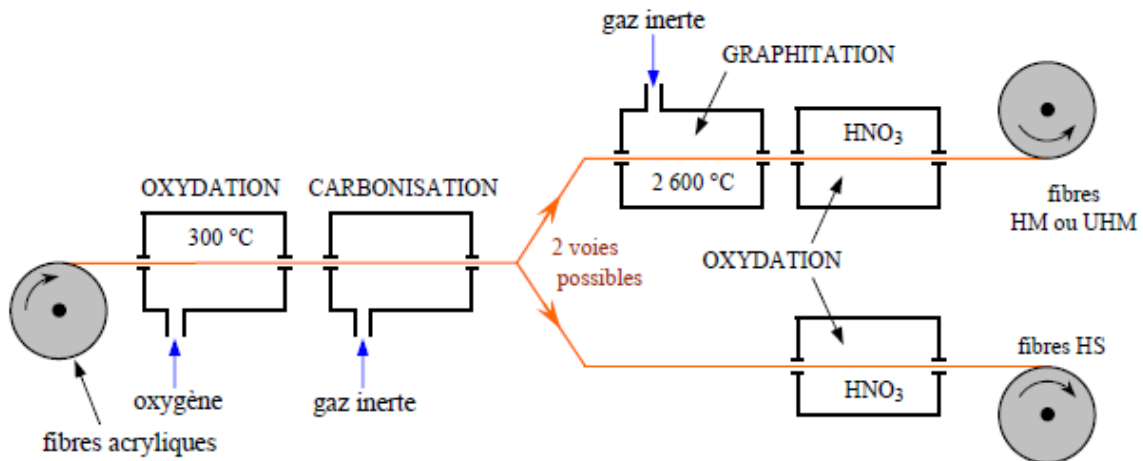
### 1.5.2.2.2 Élaboration des fibres de carbone

#### 1.5.2.2.2.1 À partir des fibres acryliques

Les fibres de carbone sont élaborées à partir d'un polymère de base appelé « précurseur », se présentant lui-même sous forme de fibres orientées et réticulées. Actuellement, les fibres utilisées sont les fibres acryliques élaborées à partir du polyacrylonitrile (PAN). Ces fibres acryliques sont connues sous divers noms commerciaux: crylor, courtelle, dralon, orlon, etc. La qualité des fibres de carbone finales dépend des qualités du précurseur.

Le principe d'élaboration est de faire subir aux fibres acryliques une décomposition thermique, sans fusion des fibres, aboutissant à une graphitisation dans laquelle on retrouve la structure initiale des fibres. Les procédés actuels utilisent des mèches de filaments acryliques assemblés sans torsion (généralement 500, 1 000, 6 000, 10 000, etc. filaments), et leur font subir quatre traitements successifs: une oxydation, une carbonisation, une graphitisation et un traitement de surface (figure 16).

**L'oxydation.** Les fibres acryliques étant fusibles, la phase d'oxydation a pour but de supprimer artificiellement le point de fusion. Cette opération est effectuée en chauffant les fibres à environ 300 °C en atmosphère d'oxygène. Il se produit alors une oxydation conduisant à une réticulation des chaînes moléculaires et à la création d'un réseau tridimensionnel.



**Figure 1.16** *Élaboration des fibres de carbone.*

**La carbonisation.** La deuxième phase consiste à chauffer progressivement les fibres réticulées de 300 °C à 1 100 °C environ, en atmosphère inerte. Il y a alors élimination de l'eau et de l'acide cyanhydrique, seuls les carbones étant conservés dans la chaîne. Les fibres obtenues après cette phase ont de bonnes caractéristiques mécaniques et peuvent être utilisées après traitement de surface (figure 1.16). Les fibres sont alors dénommées fibres HR (haute résistance) ou fibres HT (haute ténacité).

**La graphitisation.** La phase de graphitisation est utilisée lorsque l'on souhaite obtenir des fibres à module d'Young élevé. Cette phase consiste à effectuer à la suite de la carbonisation, une pyrolyse des fibres, en atmosphère inerte, jusqu'à 2 600 °C ou à des températures supérieures. La graphitisation provoque une réorientation des réseaux hexagonaux de carbone suivant l'axe des fibres, ce qui aboutit à une augmentation du module d'Young. Toutefois, simultanément à cette réorientation, des défauts se créent dans la structure, entraînant une diminution de la contrainte à la rupture. Suivant le taux de graphitisation, on obtient des fibres HM (fibres à haut module) ou des fibres THM (à très haut module).

**Le traitement de surface.** La dernière phase de l'élaboration consiste en un traitement de surface, par oxydation ménagée en milieu acide (nitrique ou sulfurique).

Cette phase a pour objet d'accroître la rugosité des filaments ainsi que la nature des liaisons chimiques, afin d'améliorer la liaison fibre-résine.

### 1.5.2.2.2 À partir du précurseur brai

Depuis les années 1970, des procédés d'élaboration de fibres de carbone ont été développés à partir du brai, qui est un résidu de raffinerie issu du pétrole ou de la houille. Dans ce procédé, le brai est chauffé à 350 °C- 450 °C pour obtenir une mésophase (intermédiaire entre liquide et cristal), puis filé pour améliorer l'orientation. Comme dans le cas du procédé PAN, les filaments sont oxydés et carbonisés, et enfin pyrolysés à des températures supérieures à 2 000 °C pour obtenir des fibres haut module.

Les fibres de carbone produites par ce processus ont divers avantages:

- un rendement massique filaments/précurseur élevé de l'ordre de 75 à 90 % (50 % pour le procédé PAN),
- une vitesse de graphitisation plus élevée,
- une matière première bon marché.

Le développement de cette technique devrait permettre aux fibres de carbone d'atteindre les grands marchés industriels (type industrie automobile, etc.), par diminution notable du prix de revient, par rapport aux fibres obtenues à l'aide du précurseur PAN.

### 1.5.2.2.3 Caractéristiques mécaniques des fibres de carbone

Les fibres de carbone possèdent de très bonnes caractéristiques mécaniques, d'autant plus que leur masse volumique est faible (généralement inférieure à 2 000 kg/m<sup>3</sup>).

Le tableau 1.15 compare les caractéristiques des fibres de carbone à celles des fibres de verre E. En outre, il faut noter que les fibres de carbone ont une excellente tenue en température, en atmosphère non oxydante. En effet, leurs caractéristiques mécaniques sont maintenues jusqu'à 1 500 °C environ.

Cette propriété a conduit à développer des composites fibres de carbone/matrice de carbone, à haute tenue thermique, utilisés dans les tuyères de fusée, les plaquettes de freins (camions, formule 1, avions), les éléments de fours, etc. Ces matériaux, revêtus d'une couche protectrice anti-oxydante, trouvent également des applications en atmosphère oxydante dans le domaine spatial : bords d'attaque, tuiles, etc.

## Chapitre 01-matériaux composite

**Tableau 1.15.** *Caractéristiques des fibres de carbone, comparées à celles des fibres de verre E.*

Caractéristiques	Verre E	Carbone HR	Carbone HM	Carbone THM	Carbone HM (brai)
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2 600	1 750	1 810	1 950	2 000
Diamètre ( $\mu\text{m}$ )	10 à 20	5 à 7	5 à 7	5 à 7	12
Module d'Young $E_f$ (GPa)	73	230	400	600	280
Module spécifique $E_f/\rho$ (MNm/kg)	28	130	210	310	140
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$ (MPa)	3 400	$(3-4).10^3$	2 800	2 000	$(2-2,4).10^3$
Contrainte spécifique $\sigma_{fu}/\rho$ (kNm/kg)	1 300	1710–2290	1 550	1 030	$(1-1,2).10^3$
Prix de revient rapporté aux fibres de verre E	1*	10–15	30–50	200–400	50–100

1\*  $\approx$  4 €/kg en 2009 HM (brai): fibres élaborées à partir du brai. (Jean-Marie Berthelot)

**Tableau 1.16.** *Propriétés des fibres de carbone (Bourada Fouad).*

Propriétés en traction	HR		IM	HM	Propriétés en traction
Rt (MPa)	3000 à 5000	4000 à 4500	47000 à 52000	2000 à 2500	1100 à 2000
$E_oT$ (MPa)	220000 à 240000	235000 à 250000	275000 à 300000	350000 à 400000	450000 à 500000
AR (%)	1.2 à 1.5	1.6 à 1.8	1.4 à 1.6	0.5 à 0.7	0.3 à 0.5
Masse volumique (g/cm <sup>3</sup> )	1.75 à 1.8	1.75 à 1.8	1.7 à 1.8	1.8 à 1.85	1.9 à 1.95



**Figure 1.17** *Fibre de carbone*

### 1.5.2.3 Les fibres aramides (à caractéristiques mécaniques élevées)

#### 1.5.2.3.1 Généralités

Issue de la chimie organique des polyamides aromatiques (ou poly aramide) par synthèse chimique à basse température ; ses propriétés diffèrent des polyamides aliphatiques classiques (type PA 6-6, dit « Nylon ») ; on la nomme souvent « **Kevlar** », qui est la marque de son créateur, Dupont de Nemours.

Les composites renforcés de fibres d'aramide offrent une bonne stabilité en température (jusqu'à 200°C en fonction de la matrice) mais souffrent :

- d'une adhérence moyenne entre matrice et fibre.
- d'un prix encore trop élevé.

Il est possible de trouver deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes :

- La fibre basse module : utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles.
- La fibre haute module : employées dans le renforcement pour les composites hautes performances.



**Figure 1.18** Fibre d'aramide. (Bourada Fouad).

#### 1.5.2.3.2 Caractéristiques

Les caractéristiques mécaniques des fibres aramides sont reportées dans le tableau 1.17 pour des mono filaments. Sur fils multi filaments, les caractéristiques sont généralement plus faibles. Le tableau montre une contrainte spécifique à la rupture élevée, du même ordre de

## Chapitre 01-matériaux composite

grandeur que les fibres de carbone haute résistance HR (tableau 1.15), toutefois avec un prix de revient 4 à 6 fois moindre. Néanmoins, leur utilisation est limitée par diverses faiblesses des matériaux composites à fibres aramides :

- résistances faibles à la compression, à la flexion, au flambement;
- sensibilité au cisaillement inter laminaire.

Ces faiblesses sont généralement attribuées à une mauvaise adhérence fibre matrice.

Pour y remédier, des ensimages adaptés sont développés. Des composites hybrides (verre-Kevlar, carbone-Kevlar) sont également utilisés.

**Tableau 1.17** *Caractéristiques mécaniques de monofilaments aramides (Jean-Marie Berthelot)*

Caractéristiques	Kevlar 29	Kevlar 49	Kevlar 149	Twaron	Technora
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1 440	1 450	1 470	1 440	1 390
Diamètre ( $\mu\text{m}$ )	12	12	12	12	12
Module d'Young $E_f$ (GPa)	60	120	160	60	90
Module spécifique $E_f/\rho$ (MNm/kg)	42	83	110	42	65
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$ (MPa)	3 000	3 000	2 400	2 600	2 800
Contrainte spécifique $\sigma_{fu}/\rho$ (kNm/kg)	2 080	2 070	1 630	1 800	2 010
Allongement à la rupture (%)	3,6	1,9	1,5	3	4

### 1.5.2.4 Les fibres céramiques

#### 1.5.2.4.1 Généralités

Diverses fibres de matériaux réfractaires ou céramiques (carbures, borures, nitrures, etc.) peuvent être élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Actuellement, les fibres obtenues par ce procédé, et faisant l'objet d'une production, sont :



## Chapitre 01-matériaux composite

- les fibres de bore (B),
- les fibres de bore (B)-carbure de bore (B<sub>4</sub>C),
- les fibres de carbure de silicium (SiC),
- les fibres de bore-carbure de silicium, appelées BorSiC.

Les fibres sont en réalité de gros filaments (diamètre de l'ordre de 100 µm), formés d'une âme (le fil support) en tungstène ou en carbone d'un diamètre d'environ 10 µm, recouverts :

- d'une couche de bore d'épaisseur environ 40 µm (fibres de bore),
- d'une couche de bore d'épaisseur 40 µm et d'une couche de carbure de bore de 4 µm d'épaisseur (fibres B-B<sub>4</sub>C),
- d'une couche de carbure de silicium (fibres SiC),
- d'une couche de bore et d'une couche de carbure de silicium (fibres BorSiC).

### 1.5.2.4.2 Caractéristiques mécaniques et utilisation

Les caractéristiques mécaniques des diverses fibres sont assez voisines. Ces caractéristiques sont maintenues jusqu'à des températures pouvant aller de 500 à 1000 °C. Du fait d'un prix de revient élevé, l'utilisation de ces fibres est limitée.

Actuellement, les fibres SiC et BorSiC sont essentiellement utilisées avec des matrices métalliques (aluminium, par exemple) ou des matrices céramiques, conduisant à des matériaux composites de coûts très élevés, utilisés pour les aubes de compresseur, les turbines, etc.

**Tableau 1.18** *Caractéristiques mécaniques des fibres de bore, bore-carbure de bore et carbure de silicium.*

Caractéristiques	Bore	Bore + B <sub>4</sub> C	SiC
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2 600	2 600	3 000
Diamètre (µm)	100–150	100–150	100–150
Module d'Young $E_f$ (GPa)	430	430	410
Module spécifique $E_f/\rho$ (MNm/kg)	165	165	140
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$ (MPa)	3 800	4 000	3 900
Contrainte spécifique $\sigma_{fu}/\rho$ (kNm/kg)	1 460	1 540	1 300

Les fibres de bore et les fibres bore-carbure de silicium sont disponibles sous forme :

## Chapitre 01-matériaux composite

---

- de fils continus constitués de mono filaments parallèles,
- de rubans pré imprégnés pour enroulement filamentaire,
- de tissus unidirectionnels.

Ces fibres associées avec des résines époxydes, avec lesquelles l'adhérence est très bonne, ou avec d'autres résines thermoplastiques ou thermodurcissables, sont utilisées dans les domaines des sports et des loisirs.

### 1.5.2.4.3 Autres générations de fibres céramiques

D'autres générations de fibres céramiques en carbure de silicium (SiC) ou carbotitanate de silicium (SiCTi) sont obtenues par la voie précurseur, suivant un procédé comparable à celui de l'élaboration des fibres de carbone via le polyacrylonitrile.

Cette voie précurseur conduit, contrairement au procédé précédent, à des fibres céramiques de faibles diamètres. Ces fibres présentent une bonne stabilité de leurs propriétés jusqu'à des températures de 1200 °C à 1600 °C.

Des fibres céramiques à base d'alumine sont également développées, telles des fibres d'alumine (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), des fibres d'aluminosilicate (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub>), des fibres de boroaluminosilicate (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub>, B<sub>2</sub>O<sub>3</sub>). **(Jean-Marie Berthelot)**

**Tableau 1.19** Caractéristiques mécaniques des fibres SiC, SiNC et SiCTi..

Caractéristiques	SiC Nicalon	SiNC HPZ	SiCTi Tyranno
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2 550	2 350	2 400
Module d'Young $E_f$ (GPa)	180–200	170	200
Module spécifique $E_f/\rho$ (MNm/kg)	70–80	70	85
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$ (MPa)	3 000	2 400	3 000
Contrainte spécifique $\sigma_{fu}/\rho$ (kNm/kg)	1 200	1 000	1 250

**Tableau 1.20** Caractéristiques mécaniques des fibres céramiques à base d'alumine.

Caractéristiques	Alumine Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Aluminosilicate Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ,SiO <sub>2</sub>	Borosilicoaluminat Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ,SiO <sub>2</sub> , B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	3400–3950	3100–3200	2700–3100
Module d'Young $E_f$ (GPa)	300–390	190–250	150–200

## Chapitre 01-matériaux composite

Module spécifique $E_t/\rho$ (MNm/kg)	90–100	60–80	55–65
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$ (MPa)	1500–2000	2100–2200	1700–1800
Contrainte spécifique $\sigma_{fu}/\rho$ (kNm/kg)	440–500	685	580–630

### 1.5.2.5 Les fibres végétales

Les fibres végétales sont des structures biologiques fibrillaires composées de cellulose, hémicelluloses et de lignine. En proportion relativement faible d'extractibles non azoté, de matière protéique brute, de lipide et de matières minérales. Les proportions de ces constituants dépendent énormément de l'espèce, de l'âge et des organes de la plante.

#### 1.5.2.5.1 Classification des fibres végétales

Il existe plusieurs critères de différenciation des fibres:

- ✓ suivant l'organe de la plante dont elles sont issues, les fibres végétales peuvent être classées en fibres de tiges ( Kénaf , jute, lin, ramie), et de feuilles (Sisal, abaca , paille de graminée) .
- ✓ Suivant leur teneur en holocellulose (cellulose et hémicellulose) et en lignine, on peut distinguer les fibres ligneuses (dures et rigide provenant de matériels ligneux tels que le bois d'œuvre, les résidus de l'industrie du bois et les fibres non ligneuses (douces, souples, issues de végétaux non ligneux souvent annuels relativement moins riches en lignine tels que le kénaf, le chanvre, le sisal, le jute et le lin).
- ✓ Suivant leur longueur, les fibres végétales peuvent être groupées en deux catégories : fibres longues, dites libérienne, provenant des tiges et d'écorce de tiges de plantes annuelles. Elles sont douces, tandis que les fibres longues issues de feuilles ou de troncs d'arbre sont plus dures et plus rigides à cause de leur richesse en lignine. Et fibres courtes ou étoupes qui sont associées aux fibres longues.

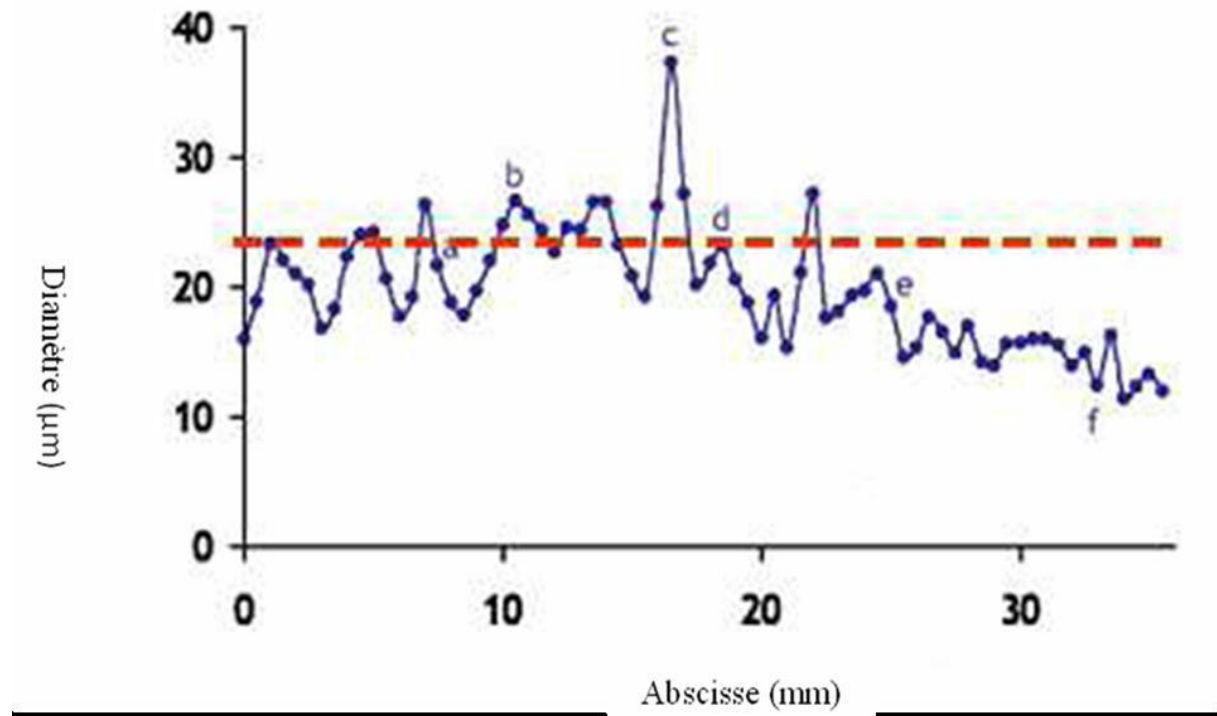
#### 1.5.2.5.2 Morphologie de la fibre végétale

Sur le plan morphologique, la fibre végétale présente une variabilité très importante en fonction de son origine. En effet, les dimensions des fibres végétales dépendent de l'état de

## Chapitre 01-matériaux composite

maturité et aussi des conditions environnementales de croissance de la plante. La variabilité du diamètre peut être très importante le long de la même fibre végétale (Fig. 1.19).

La fibre végétale se caractérise aussi par la variabilité de l'épaisseur de sa paroi cellulaire qui découle de celle de la porosité des fibrilles.



**Figure 1.19** Variation du diamètre le long de la fibre de lin.

Fibres	Longueur de la fibre (mm)	Diamètre de la fibre (µm)	Angle micro fibrillaire (°)	Référence
Cotton	35	10-45	-	SAT 09
Lin	4-77	5-76	<b>10</b>	CHA 06
Chanvre	5-55	10-51	<b>6.2</b>	NEN 09
Kénaif	2.5-4.5	14-33	-	MIC 03
Jute	2.5	5-25	<b>8</b>	MIC 03
Sisal	900	8-50	<b>20</b>	SAT 09
Rami	900-1200	20-80	<b>7.5</b>	SAT 09
Noix de coco	03-1	12-24	<b>45</b>	CHA 06

**Tableau 1.21** Propriétés morphologiques de quelques fibres végétales

## Chapitre 01-matériaux composite

La morphologie des fibres végétales peut constituer une donnée importante pour bien appréhender les transferts de contrainte aux interfaces fibre-matrice.

D'autres fibres ont des morphologies, encore plus tourmentées. La géométrie des fibres végétales est donc un problème important et difficilement surmontable pour ce qui concerne la micromécanique des composites renforcée par de telles fibres

### 1.5.2.5.3 Propriétés mécaniques de la fibre végétale

Il est très difficile de présenter un tableau qui répertorie toutes les propriétés des fibres lignocellulosiques. La grande variabilité constitutive et anatomique de la fibre végétale implique une variabilité de leurs propriétés mécaniques.

La faiblesse de la masse volumique des fibres végétales (1,2 à 1,5 g/cm<sup>3</sup>) confère à ces matériaux des propriétés mécaniques spécifiques intéressantes.

Les fibres longues ont des contraintes en traction plus faibles que les fibres courtes, du fait que les premières ont de plus grandes probabilités de contenir des défauts de formation.

La cellulose cristalline est l'un des polymères ayant un module d'élasticité relativement plus élevé (90-137 Gpa), comparé à celui de la fibre de verre qui est de 75 Gp. Ainsi un index de cristallinité de la cellulose d'une fibre élevée est indicateur de propriétés mécaniques élevées.

Fibres	Densité (g/cm <sup>3</sup> )	Allongement(%)	Résistance à la traction (Mpa)	Module de Young (Gpa)
Coton	1.5-1.6	7.0 - 8.0	287-597	5.5-12.6
Jute	1.3	1.5 - 1.8	393-773	26.5
Lin	1.5	2.7 - 3.2	345-1035	27.6
Chanvre	-	1.6	690	-
Ramie	-	3.6-3.8	400-938	61.4
Sisal	1.5	2.0 - 2.5	511-635	128
Coco	1.2	30.0	175	6.4-22.0
Verre E	2.5	2.5	2000-3500	4.0-6.0
Verre S	2.5	2.8	4570	70.0
Aramide	1.4	3.3 - 3.7	3000-3150	86.0
Carbone	1.4	1.4 - 1.8	4000	63.0-67.0

**TABLEAU 1.22** Propriétés mécaniques des fibres naturelles en comparaison avec des fibres de renforcement conventionnelles. (Negoudi\_Khinech)

### 1.5.2.6 *Autres fibres*

Il existe diverses autres fibres utilisées pour des applications particulières. Ces fibres sont généralement à faibles module et contrainte à la rupture, excepté les fibres métalliques. Généralement, leur utilisation est réservée à une recherche de :

- produits à bas prix de revient,
- produits à haute isolation thermique,
- produits à bonne conductibilité thermique ou électrique,
- produits à haute absorption acoustique,
- etc.

Parmi ces fibres nous avons:

- 1. Les fibres d'origine végétale**, telles que le bois utilisé sous forme de fibres orientées, le sisal, le jute, le lin, etc.
- 2. Les fibres synthétiques**, telles les fibres polyester (tergal, dacron, térylène, etc.), les fibres polyamides, les fibres polyéthylène, les fibres polypropylène, etc.
- 3. Les fibres métalliques**, comme les fibres d'acier, de cuivre, d'aluminium. Ces fibres sont utilisées avec des matrices métalliques pour leurs bonnes conductibilités thermique et électrique et leurs caractéristiques thermomécaniques élevées.

### 1.5.2.7 *Influence du taux de renfort*

L'augmentation du pourcentage de renforts améliore quasi systématiquement la rigidité d'un composite. Cependant, une trop grande quantité de renforts implique une adhésion plus difficile qui conduit à une baisse de performances dans certains cas. D'après la littérature, il est assez peu fréquent de trouver des composites fabriqués qui contiennent un pourcentage de fibres supérieur à 50-60%, sans rencontrer de nombreuses difficultés lors du moulage.

Les chercheurs ont observé, qu'à partir d'un taux de 50% en fibres, le matériau devient rugueux et la surface présente des ruptures.

### 1.5.2.8 *Influence de la morphologie*

La taille de l'élément renforçant a naturellement une influence sur le procédé de fabrication mais aussi sur les propriétés mécaniques du composite. Le facteur de forme ( $L/d$ ) est le paramètre le plus important. Des études consacrées à la comparaison entre des farines, des particules et des fibres ont montré que pour des facteurs de forme faibles ( $<10$ ), les renforts se

comportent comme des charges, alors que dans le cas contraire, les renforts confèrent des caractéristiques mécaniques améliorées. S'agissant des effets de la taille des particules de farine de bois, les chercheurs ont observé une meilleure résistance à la propagation de fissures pour de plus grandes particules alors que dans le même temps, il y avait une diminution de la résistance à l'amorçage de fissures (la concentration des contraintes est plus importante). Dans une autre étude, ils ont abouti à la conclusion que c'est bien le facteur de forme qui est le paramètre prépondérant qui influence les propriétés mécaniques. Ces résultats sont la suite des travaux où l'on distingue les particules, qui améliorent la rigidité, des fibres, qui améliorent la résistance mécanique.

### *1.5.2.9 Influence de l'orientation et de la dispersion du renfort*

Il est évident que la dispersion du renfort qui conduit à un mélange plus ou moins intime des composants est un paramètre qui influence les propriétés physico-mécaniques du composite. En effet les particules ou renforts ont tendance à se regrouper et à s'agglomérer ce qui crée des défauts. L'orientation des fibres génère une anisotropie, qui détermine des axes forts, pour le matériau, selon lesquels les fibres seront sollicitées longitudinalement (direction la plus résistante de la fibre). Des chercheurs ont étudié à l'aide de deux extrudeuses le rôle de la dispersion des renforts (farines, fibres). Les deux types de mélanges ont été réalisés afin de déterminer l'importance du ratio géométrique et de l'homogénéisation du mélange. Les résultats montrent que l'amélioration du processus de mélange permet une augmentation du module d'élasticité et de l'élongation à la rupture supérieure à 10%. (**Mohamed Ragoubi**)

### **1.5.3 L'Interface**

Afin d'assurer une compatibilité entre le renfort et la matrice l'utilisation d'une couche d'interface est indispensable. Un apprêt spécifique comportant un agent collant est administré aux fibres destinées à la fabrication des composites reçoivent il permet de coller les filaments pour en faire des fils et assure une fonction de lubrification afin de les protéger contre l'abrasion due au frottement entre fibres. (**Benahmed Abdelkrim**)

### 1.5.3.1 Rôle des interfaces et des interphases

Il est reconnu que le comportement mécanique des composites à matrice céramique à renforts fibreux dépend fortement de la liaison entre fibre et matrice, qui s'est établie entre les constituants lors de l'élaboration du composite.

Les CMC ont un comportement fragile si cette liaison est forte et un comportement non fragile si cette liaison est suffisamment faible. Cette liaison est constituée d'une ou plusieurs interphases et interfaces.

L'*Interphase* est une zone concentrique à la fibre, d'épaisseur fine (en général quelques 10 ou 100 nm) et de nature chimique définie (formée par un ou plusieurs constituants élémentaires du composite lors de son élaboration). Elle peut être également une fine couche introduite volontairement dans le but de protéger la fibre ou de contrôler la liaison interfaciale, ou bien encore de contribuer à améliorer la compatibilité chimique fibre/matrice.

Les *interfaces* désignent les surfaces séparant les interphases entre elles ou une interphase de la fibre ou de la matrice.

Le problème qui se pose lors de la conception d'un composite est de savoir quelle doit être l'intégrité de la liaison fibre/matrice sur le plan physico-chimique et sur le plan mécanique.

Répondre à cette question suppose que l'on sache :

- (i) mesurer la force de la liaison fibre/matrice par des tests micromécanique appropriés,
- (ii) identifier l'origine physicochimique de cette liaison,
- (iii) recréer à volonté des liaisons fibre/matrice d'intensité contrôlée
- (iv) déterminer quels sont les critères à satisfaire.

La mesure de l'intensité de la liaison fibre/matrice peut être approchée par l'essais d'indentation (*push-in*), ou mieux par des essais d'expression sur lame mince (*push-through*) ou encore par mesure du pas de fissuration matricielle sur composites réels ou sur composites modèles. (Ali Kalifou)

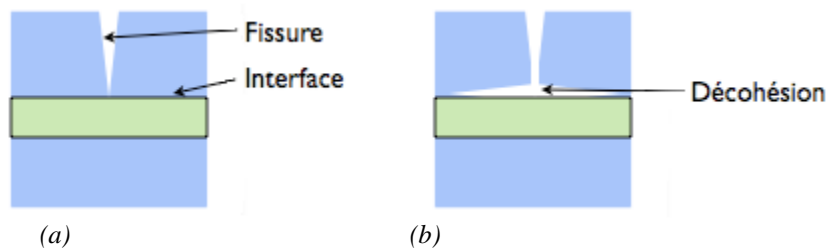
Les composites étant des matériaux hétérogènes, ils possèdent des interfaces, c'est-à-dire des surfaces de contact entre la matrice et le renfort. Tant que le composite est intact, les deux constituants adhèrent parfaitement l'un à l'autre, et l'interface ne joue donc aucun rôle particulier. Cependant, l'interface joue un rôle important lorsque le composite subit des dégradations mécaniques et commence à se fissurer suite à une surcharge, à la fatigue.



## Chapitre 01-matériaux composite

---

En effet, les interfaces ont la propriété de dévier les fissures : lorsqu'une fissure se propage dans la matrice et atteint l'interface (figure 1.20a), elle ne traverse généralement pas cette dernière et les renforts ne sont donc pas endommagés. Au lieu de cela, la fissure change de direction et suit l'interface (figure 1.20b). En d'autres termes, au lieu d'une rupture brutale, on observe plutôt une décohésion, c'est-à-dire un décollement progressif entre les renforts et la matrice. L'interface joue donc le rôle de fusible et rend les composites plus ductiles et plus tenaces, c'est-à-dire plus résistants à la rupture, que leurs constituants élémentaires.



**Figure 1.20** *Le rôle de l'interface sur la ténacité des composites*

*(a) lorsqu'une fissure atteint l'interface*

*(b) elle est déviée Au lieu d'une rupture brutale, on observe donc une décohésion progressive des constituants.*

Ce phénomène, allié au faible taux de défauts, permet d'expliquer un paradoxe : les composites à base de fibres de verre longues, par exemple, sont bien plus résistants que le verre massif, alors que leurs propriétés mécaniques proviennent essentiellement des fibres de verre ! Ceci illustre un aspect fondamental des composites : grâce à leur structure et leur géométrie, ils possèdent des propriétés que leurs constituants seuls n'ont pas ou, dit autrement, ils ont un comportement différent de celui qu'auraient leurs constituants pris isolément. Ainsi, certains composites à fibres et à matrices céramiques ont un comportement ductile, alors qu'il est bien connu que les céramiques ont des comportements fragiles... (**Lionel Gendre1**)

### *1.5.3.2 La caractérisation de l'interface*

Aujourd'hui, les objets de la vie quotidienne sont rarement constitués d'un matériau homogène à l'échelle macroscopique et microscopique. En effet, afin qu'ils répondent à leur fonctionnalité, il est souvent nécessaire d'utiliser des matériaux composites, des assemblages collés, des revêtements, des multicouches...Il en va de même pour les applications

technologiques de pointe. Par exemple, les alliages métalliques à hautes performances sont quasiment tous renforcés par des précipités de tailles diverses.

Leur présence fait obstacle aux déplacements des dislocations qui accompagnent la plasticité, mais favorise l'amorçage des fissures. Dans tous les cas, l'une des conditions nécessaires au maintien de la fonction principale du matériau est une résistance suffisante des interfaces. La caractérisation de l'interface est donc une question de recherche récurrente.

Dans les matériaux composites, l'interface fibre/matrice joue un rôle clef pour obtenir de bonnes propriétés mécaniques. Par exemple, le transfert de charges de la matrice ductile vers la fibre rigide se fait via l'interface. Notons également que les fibres et la matrice présentent des coefficients d'expansion thermique différents. Par conséquent, lors de la mise en œuvre, le refroidissement va induire des contraintes radiales à l'interface qui peuvent affecter la résistance à la rupture. L'interface n'influence donc pas uniquement les propriétés de résistance, mais joue également un rôle dans le comportement à la rupture et à la fatigue du composite.

La mesure des propriétés micro-mécaniques de l'interface reste un challenge important.

D'une part, il s'agit de travailler à très petite échelle, de l'ordre du micron et d'autre part, la notion d'interface est relativement floue. En effet, la zone "interface" n'existe pas en soi, mais se forme lors de la mise en œuvre du composite. La résistance au cisaillement de l'interface (*The interface shear strength (IFSS)*) est reconnue comme étant la meilleure valeur pour caractériser une interface. Cependant, à l'heure actuelle, il n'y a toujours pas de procédure standardisée pour sa mesure. (**sofie neven**)

### 1.5.4 Les Charges et aditifs

#### 1.5.4.1 Les charges

On désigne sous le nom général de charge toute substance inerte, minérale ou végétale qui, ajoutée à un polymère de base, permet de modifier de manière sensible les propriétés mécaniques, électriques ou thermiques, d'améliorer l'aspect de surface ou bien, simplement, de réduire le prix de revient du matériau transformé. A l'inverse des matières

## Chapitre 01-matériaux composite

---

thermoplastiques, les matières thermodurcissables ont toujours contenu des charges de nature et de forme variée, à des taux souvent élevés pouvant atteindre 60 % en masse.

Pour un polymère donné, le choix d'une charge est déterminé en fonction des modifications recherchées pour l'objet fini. Mais, d'une manière générale, les substances utilisables comme charges des matières plastiques devront d'abord satisfaire à un certain nombre d'exigences :

- Compatibilité avec la résine de base ;
- Mouillabilité ;
- Uniformité de qualité et de granulométrie ;
- Faible action abrasive ;
- Bas prix de revient. **(C.A.R.M.A)**

Enfin les charges et additifs sont incorporés dans un matériau composite pour :

- Modifier la couleur ;
- Modifier sensiblement les propriétés mécanique, électrique ou thermique ;
- Réduire le coût ;
- Résister au feu ;
- Diminuer le retrait ;
- Faciliter le démoulage ;
- Améliorer la résistance au vieillissement ;
- Modifier la densité du matériau. **(Bourada Fouad)**



(a)



(b)



(c)

**Figure 1.21** Exemples de charges utilisées dans les CMO :  
(a) microbilles de verre, (b) noir de carbone, (c) silice. **(Lionel Gendre2)**

## Chapitre 01-matériaux composite

---

Charges cellulosiques, utilisées en tant que charges des résines thermodurcissables (phénoplastes et aminoplastes).

Les avantages de ces matières cellulosiques sont leur coût peu élevé et leur faible densité.

Exemple : Farines de bois ; Farines d'écorces de fruit et de noyaux ; Fibres végétales ; Pâtes de cellulose ; Amidons

### 1.5.4.1.1 Les charges minérales

#### 1.5.4.1.1.1 Craies et carbonates

La **craie** ou blanc de Champagne peut contenir jusqu'à 99 % de calcite, de la silice et d'autres corps minéraux. La taille moyenne de ses particules varie de 1 à 3  $\mu\text{m}$ .

Le **calcaire** et le **marbre** contiennent 80 à 90 % de calcite et des quantités variables d'oxyde de magnésium et de silice. La taille des particules est comprise entre 0,5 et 30  $\mu\text{m}$ .

Le **carbonate de calcium-magnésium** ( $\text{MgCO}_3 \cdot \text{CaCO}_3$ ) est préparé à partir des minerais de dolomite. On l'utilise comme charge et aussi comme retardateur de flamme, ajouté à du trioxyde d'antimoine.

Le **carbonate de calcium** précipité est un mélange pratiquement pur à 99,00 % de calcite et d'aragonite, obtenu sous forme de particules très fines (0,05 à 16  $\mu\text{m}$ ).

Il est surtout utilisé avec le PVC et dans les matières thermodurcissables (SMC, BMC) ainsi que les polyuréthanes (RIM) en raison de son caractère hydrophobe.

#### 1.5.4.1.1.2 Les silices

La **silice** ( $\text{SiO}_2$ ), à l'état pur ou combinée avec des oxydes métalliques, est utilisée comme charge sous différentes formes, suivant son origine, sa cristallinité, sa dureté et la taille des particules. Son incorporation dans la résine améliore les propriétés diélectriques, la résistance à la chaleur et à l'humidité des objets moulés, par exemple ceux en poly (méthacrylate de méthyle). On constate également l'augmentation de la température de transition vitreuse, du module d'Young et de la résistance en compression, ainsi que la réduction du gonflement dans les solvants.

#### 1.5.4.1.1.3 Les talcs

Les talcs sont utilisés pour améliorer l'isolation thermique et la résistance à l'eau, et faciliter l'opération de moulage. Le talc est la charge la plus utilisée dans les thermoplastiques. Il leur

## Chapitre 01-matériaux composite

---

confère une meilleure résistance au fluage ainsi qu'une plus grande rigidité. Notons également que l'introduction de talc facilite l'usinage des produits finis.

### *1.5.4.1.1.4 La wollastonite*

Cette charge se présente sous différentes formes : aiguilles, granulés, fibres. Elle est surtout utilisée dans les polyamides, les ABS et les polysulfones, également en remplacement des fibres de verre dans les SMC et les BMC. Elle améliore en particulier la résistance au rayonnement ultraviolet et à l'hydrolyse. Elle est aussi employée dans les résines époxydes pour assurer une bonne stabilité dimensionnelle ainsi que l'isolation thermique et électrique, et permet un contrôle du retrait au moulage.

### *1.5.4.1.1.5 Les argiles et alumino-silicates*

Ces substances minérales sont en grande partie constituées par de la **silice** (42 à 70 %) et de l'**alumine** (14 à 45 %). Le kaolin contribue à une meilleure résistance chimique et électrique, et diminue l'absorption d'eau. On peut l'ajouter à des taux atteignant 60 % dans les compositions à base d'esters polyvinyliques, mais habituellement les poudres à mouler en contiennent de 20 à 45 %.

Le **kaolin calciné** est utilisé dans les mélanges pour l'isolation de câbles et dans les isolants. Mélangé à de l'alumine et de la silice, le kaolin calciné est utilisé pour assurer la résistance aux acides.

La vermiculite est utilisée comme charge de faible densité (2,4) dans les plastiques renforcés de fibres de verre.

Le mica augmente la stabilité dimensionnelle des pièces moulées ; il améliore les propriétés électriques et thermiques, la résistance aux acides et aux bases, et diminue la reprise d'eau.

Comparé aux fibres de verre, il confère une moins bonne résistance aux chocs ; mélangé avec celles-ci, il permet une réduction des coûts.

### *1.5.4.1.2 Oxydes et hydrates métalliques*

#### *1.5.4.1.2.1 Poudres et microsphères*

L'alumine, les oxydes de zinc, de magnésium, de titane et d'antimoine sont utilisés sous forme de poudres fines comme charges du polypropylène, des compositions polyvinyliques,

## Chapitre 01-matériaux composite

---

des résines époxydes, des polyesters insaturés. Tous permettent de diminuer le prix de revient et d'augmenter la densité de la matière élastique.

L'oxyde de béryllium est utilisé sous forme de **microsphères**, qui sont des microsphères de densité voisine de 0,003 et d'un diamètre de l'ordre de 40  $\mu\text{m}$ .

### *1.5.4.1.2.2 Alumine et trihydrate d'aluminium*

On obtient l'**alumine** ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), anhydre ou hydratée, à partir de la bauxite. Cette charge apporte aux résines une meilleure résistivité électrique ainsi qu'une bonne conductivité thermique ; elle diminue le coefficient de dilatation thermique linéique, augmente la rigidité ainsi que la résistance à l'abrasion et au feu.

L'**hydrate d'aluminium**  $\text{Al}(\text{OH})_3$  est une charge ignifugeante qui, du point de vue du prix, est concurrentielle ; elle réduit l'inflammabilité ainsi que l'émission des fumées de combustion car elle se décompose de façon endothermique (effet de refroidissement) en alumine et en eau, aux températures supérieures à 220 °C.

### *1.5.4.1.2.3 Trioxyde d'antimoine*

On chauffe de l'antimoine dans l'air pour obtenir  $\text{Sb}_2\text{O}_4$  qui donne  $\text{Sb}_2\text{O}_3$  par fusion et décomposition. Sa densité est de 4,2 et sa dureté Mohs comprise entre 6 et 7. Il apporte aux résines ignifugation et coloration blanche et on l'utilise en particulier dans les PVC plastifiés.

### *1.5.4.1.2.4 Oxyde de béryllium*

Utilisé sous forme de microsphères dans les résines époxydes, il augmente les conductivités électrique et thermique. Ces carbosphères sont aussi utilisées dans les mousses structurales (PUR) à densité contrôlée, ainsi que pour la fabrication de pièces polyesters ultralégères.

### *1.5.4.1.2.5 Les céramiques*

Il existe des microsphères en céramique dont la densité varie entre 0,4 et 2,4 et les dimensions de 1 à 3 000  $\mu\text{m}$ . Une microsphère de 70  $\mu\text{m}$  comportant un revêtement permettant une meilleure dispersion a été mise au point. Conseillée dans les résines polyesters en combinaison avec  $\text{CaCO}_3$ , elle apporte une réduction de masse de 15 à 25 % avec une amélioration des résistances à la compression et au choc.

### 1.5.4.1.3 Le verre

#### 1.5.4.1.3.1 Poudres de verre

Une nouvelle variété de poudre de verre de granulométrie 13  $\mu\text{m}$  est apparue sur le marché et son incorporation confère aux thermodurcissables de meilleures résistances à l'abrasion et à la compression ; elle permet par ailleurs d'obtenir un retrait plus faible et plus homogène des pièces moulées.

#### 1.5.4.1.3.2 Billes de verres creuses

Les billes de verre creuses, de densité comprise entre 0,1 et 0,5, sont obtenues par chauffage de billes de verre contenant un agent gonflant. Elles améliorent les résistances à l'eau et au vieillissement du PMMA, et diminuent la friabilité des pièces phénoliques.

Les densités de ces microsphères creuses du type borosilicate de sodium et de calcium sont comprises entre 0,38 et 0,45 ; parallèlement, leur résistance à la compression varie de 1,7 à 31 MPa. Les applications sont nombreuses (bâtiment, automobile et aéronautique).

#### 1.5.4.1.3.3 Microsphères de verre

L'utilisation de microsphères de verre permet de réduire de 25 à 35 % la masse des pièces obtenues soit à partir de BMC ou de SMC destinées en particulier à l'industrie automobile, soit également à partir de résines phénoliques pour l'industrie aéronautique. On utilise par ailleurs ce type de charge, dans le cas du PPO modifié, pour la réalisation des capotages de machines de bureau. Elle permet la réduction du temps de cycle de moulage de 20 à 30 %. Il en est de même dans le cas du moulage des mousses structurelles en polyuréthannes.

### 1.5.4.1.4 Le carbone

#### 1.5.4.1.4.1 Le noir de carbone

Le noir de carbone est utilisé depuis très longtemps dans l'industrie des plastiques, à la fois comme colorant, pigment, barrière anti-UV, antioxydant. Le noir de carbone améliore la résistance à la chaleur du polyéthylène réticulé par irradiation et celle du PVC. La conductivité thermique augmente avec le taux de charges, indépendamment de la taille des particules. Par contre, la conductivité électrique des matériaux chargés augmente avec le taux de carbone et avec la finesse des particules (C.A.R.M.A)

### 1.5.4.2 Les additifs

Les additifs possibles sont encore plus nombreux. Une classe d'additifs que l'on rencontre systématiquement est celle des agents d'interface, que l'on dépose sur les fibres pour les faire adhérer à la matrice. On rencontre également :

- Des stabilisants, qui retardent les dégradations dues à l'oxygène, aux UV ou encore à l'ozone
- Des ignifugeants ou retardateurs de flamme (la plupart des polymères sont inflammables !)
- Des agents de démoulage
- Des colorants...

Il est ainsi possible de conférer de nombreuses fonctions techniques au composite, et d'adapter finement ses propriétés aux besoins du concepteur. (**Lionel Gendre2**)

Les additifs se trouvent en faible quantité (quelques % et moins) et interviennent comme :

- lubrifiants et agents de démoulage,
- pigments et colorants,
- agents anti-retrait,
- agents anti-ultraviolets.

#### 1.5.4.2.1 Lubrifiants et agents de démoulage

Ces additifs ont pour objet de faciliter le façonnage de la résine et de réduire la tendance de la résine à adhérer aux moules, aux mandrins, etc.

#### 1.5.4.2.2 Pigments et colorants

Les pigments sont des produits insolubles se présentant sous forme de poudres ou de paillettes. Ils sont obtenus à partir d'oxydes ou de sels métalliques. À partir de ces pigments, il est possible d'obtenir des pâtes colorantes constituées de dispersions de pigments dans une pâte (résine, plastifiant), pour une utilisation aisée.

Les colorants sont des composés organiques solubles dans un solvant adapté. Leur emploi est limité, du fait d'une mauvaise tenue chimique et thermique.



### 1.5.4.2.3 Agents anti-retrait et agents de fluage

La polymérisation des résines conduit à une diminution des distances interatomiques du monomère initial. Il s'ensuit un retrait de la résine polymérisée, qui peut aboutir à un mauvais état de surface, à un gauchissement ou à des microfissurations des pièces moulées. Bien que l'incorporation des charges à la résine en limite le retrait, il est souvent nécessaire d'ajouter des produits spécifiques antiretrait (additifs dits “low profile” et “low shrink”), qui diminuent ou annulent le phénomène de retrait. Ces produits améliorent également l'écoulement de la matière dans certaines techniques de moulage. Ces agents anti-retrait sont généralement des produits à base de thermoplastiques ou d'élastomères, se présentant sous forme de poudre ou en solution dans du styrène.

### 1.5.4.2.4 Agents anti-ultraviolets

Les agents anti-ultraviolets ont pour fonction de protéger les résines de l'action des rayons ultraviolets contenus dans le rayonnement solaire. Le principe de ces agents est d'absorber le rayonnement ultraviolet et d'éviter ainsi une détérioration prématurée de la résine par rupture de liaisons atomiques ou par passage à un état excité qui favorise l'oxydation (phénomène de photo-oxydation). (**Jean-Marie Berthelot**)

## 1.6 Les matériaux fonctionnellement graduée FGM

De nombreux milieux naturels présentent des variations unidirectionnelles et continues de leurs propriétés élastiques. Les tissus vivants, la croûte terrestre, les océans ou encore l'os cortical en font partie. Tirant leur inspiration de la nature qui les entoure, les scientifiques (chercheurs et ingénieurs), se sont penchés sur les avantages que présentaient ce type de matériaux en terme de comportement mécanique et c'est ainsi que l'on vit apparaître, dans les années 1980, les matériaux à gradients de propriétés (Functionally Graded Materials-FGM-). Ils permettent par exemple de reproduire les propriétés structurales et matérielles des tissus biologiques tels que l'os à différentes étapes de son évolution (croissance, vieillissement ou pathologie).

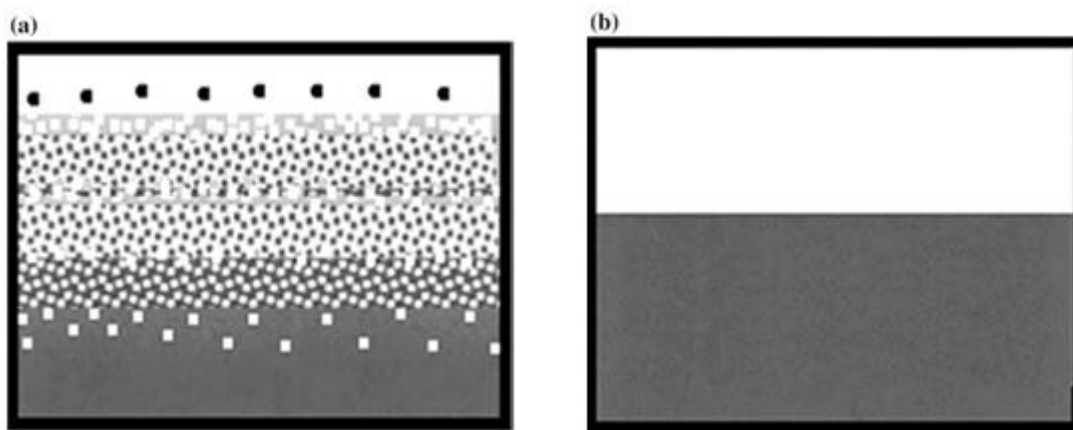
## Chapitre 01-matériaux composite

---

Les matériaux à gradient de propriétés (FGM), sont un type de matériaux composites produit en changeant sans interruption les fractions de volume dans la direction d'épaisseur pour obtenir un profil bien déterminé.

Ces types de matériaux, ont suscité beaucoup d'attention récemment en raison des avantages de diminuer la disparité dans les propriétés matérielles et de réduire les contraintes thermiques et ils sont particulièrement utilisés dans les applications de haute technologie : aéronautique, aérospatiale, nucléaire, semi-conducteurs, et en Génie Civil et trouvent également des applications biomédicales (Baron et Naili, 2008). **(Bourada Fouad)**

Le (FGM) a attiré une attention considérable. Une FGM typique, avec un effet de couplage flexion-étirement élevé, est un composite inhomogène constitué de différentes phases de constituants du matériau (généralement céramique et métal). Au sein des FGM, les différentes phases microstructurales ont des fonctions différentes, et les FGM globales atteignent le statut multi-structural à partir de leur gradation de propriété. En faisant varier progressivement la fraction volumique des matériaux constitutifs, leurs propriétés matérielles présentent un changement régulier et continu d'une surface à l'autre, éliminant ainsi les problèmes d'interface et atténuant les concentrations de contraintes thermiques. Cela est dû au fait que les constituants céramiques des FGM sont capables de résister à des environnements à haute température en raison de leurs meilleures caractéristiques de résistance thermique, tandis que les constituants métalliques offrent des performances mécaniques plus fortes et réduisent la possibilité de fracture catastrophique. **(Hui-Shen Shen )**



**Figure 1.22** Schéma de principe de matériau composite à classification fonctionnelle (a) et matériau composite stratifié traditionnel (b) **(Hui-Shen Shen )**

### 1.6.1 Aperçu des matériaux fonctionnellement graduée

L'idée des FGM a été lancée au début des années 80 au Japon, où ce concept matériel a été proposé pour la première fois. Le concept de ce type de matériau composite a été proposé, afin de réduire les contraintes thermiques dans les matériaux composites stratifiés conventionnels développés pour les moteurs-fusées réutilisables.

Les matériaux fonctionnellement graduée sont caractérisés par le changement progressif de la composition ou de la structure du matériau avec l'intention d'avoir une variation dans les propriétés du matériau, ainsi que le changement de composition et le changement de direction structurelle.

Des matériaux fonctionnellement graduée avec des microstructures graduées peuvent être obtenus dans des matériaux monolithiques en faisant varier la composition microstructurale du matériau. Cela peut avoir pour résultat que le matériau possède d'excellentes propriétés qui réduisent la concentration de contrainte thermique dans de tels matériaux.

Les matériaux fonctionnellement graduée peuvent également être conçus de telle manière que le matériau soit sélectivement renforcé dans les régions qui doivent avoir certaines propriétés spéciales. Tant la composition que la microstructure qui comprend la composition chimique, l'état physique et la configuration géométrique peuvent être modifiées progressivement sur tout le volume des matériaux composites. Cela entraînerait une modification correspondante des propriétés du matériau dans ce volume.

La FGM a été conceptualisée pour la première fois lors du projet d'avion spatial au Japon pour une application de barrière thermique. Le matériau composite requis doit être capable de résister à une température de surface de 2000 K, et à un gradient de température de 1000 K, sur une section transversale inférieure à 10 mm d'un tel matériau composite. On a constaté que la défaillance constante des matériaux composites stratifiés traditionnels testés au moment de cette recherche se produisait en raison de la mauvaise adhérence des deux matériaux et de l'interface nette qui comprenait les propriétés incompatibles des deux matériaux.

Le problème a été résolu en remplaçant cette interface pointue par une interface changeant progressivement qui a aidé à éliminer le site d'un facteur de concentration de stress élevé.

Le changement progressif de la composition d'un matériau à un autre a été ce qui a conduit au développement du matériau fonctionnellement gradué. Bien que le FGM ait été initialement conçu comme un matériau de barrière thermique pour les applications structurelles

aérospatiales et les réacteurs à fusion, les applications des matériaux fonctionnellement classés ont maintenant été étendues à d'autres utilisations, comme dans un environnement d'application extrêmement résistant à l'usure. (Carlos P. Bergmann)

### 1.6.2 Types de matériaux fonctionnellement graduée

Au début du développement des matériaux fonctionnellement graduée, le concept était de supprimer l'interface pointue qui existait dans le matériau composite traditionnel, et de la remplacer par l'interface progressivement changeante, qui s'est traduite par la composition chimique changeante de ce composite à cette région d'interface.

L'intérêt croissant pour ce type de matériel a conduit au développement de différents types de FGM. Le type d'application envisagée détermine généralement le type de FGM à utiliser. Dans l'application biomédicale, par exemple, certains implants doivent vraiment imiter l'organe humain qu'ils ont l'intention de remplacer ou de réparer, pour qu'ils puissent fonctionner correctement sans détruire les tissus environnants.

Ils doivent également pouvoir durer plus longtemps en service. C'est l'une des raisons pour lesquelles les implants doivent également être fabriqués à partir de FGM, afin de correspondre à la pièce à remplacer ou à réparer.

Les différents types de FGM produits comprennent désormais le gradient de composition chimique FGM, le gradient de porosité FGM et le gradient microstructural FGM.

#### 1.6.2.1 Gradient de composition chimique (matériaux à gradient fonctionnel)

Il s'agit du type de matériaux fonctionnellement graduée, où la composition chimique varie progressivement, en fonction de la position spatiale dans le matériau. Cela peut être sous la forme d'une seule phase, ou dans un matériau multi-phasé. Une FGM monophasée est produite lorsque le composite est produit à partir d'une seule phase, en raison de la solubilité des éléments chimiques d'une phase dans l'autre phase. Cela se produit généralement pendant le processus de frittage. Le changement progressif de la distribution des éléments chimiques dans la phase unique entraîne la formation du matériau fonctionnellement gradué. Selon le diagramme de phase et les limitations thermodynamiques, lorsque certains matériaux sont ajoutés à un autre matériau, le matériau qui a été ajouté à l'autre matériau serait soluble dans ce matériau dans une gamme de conditions de composition et de mélange. Un tel matériau

deviendrait ce qu'on appelle un matériau monophasé - mais avec une composition chimique variable - en raison de la solubilité.

Ce type de FGM est moins courant. Les matériaux à classification fonctionnelle les plus couramment conçus et les plus couramment utilisés sont ceux à composition chimique multi-phase. Les phases et la composition chimique sont amenées à varier dans le volume en vrac du matériau. Comme la composition du matériau varie d'un matériau à l'autre, il en résultera différentes phases avec des compositions chimiques différentes qui aideraient à atteindre l'application prévue, pour laquelle la FGM a été conçue. Les différentes phases produites dépendent de la quantité de composition du matériau de renforcement et des conditions de fabrication, telles que la vitesse de refroidissement et le traitement thermique effectué sur ce matériau.

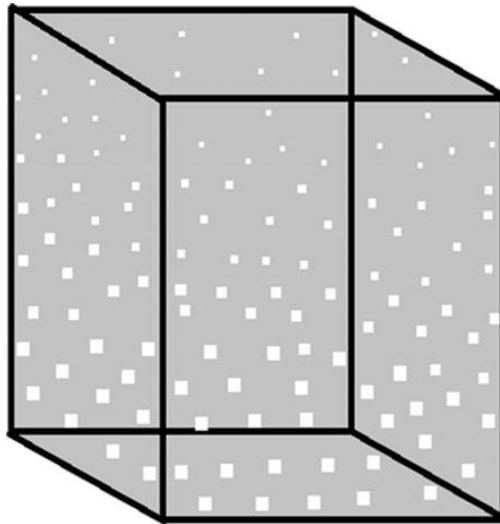
Dans la métallurgie des poudres, le procédé de production de la FGM consiste à mettre la composition de poudre requise couche par couche, et ceci est ensuite suivi d'un compactage de la poudre et ensuite d'un frittage. Pendant le processus de frittage, certaines poudres métalliques réagiront pour former différents composés et phases chimiques.

Celles-ci varieraient en fonction de la position spatiale dans le matériau à classification fonctionnelle. (**Carlos P. Bergmann**)

### *1.6.2.2 Matériaux à gradient de porosité fonctionnellement gradué*

Le matériau à gradient de porosité fonctionnellement gradué est un autre type de FGM, dans lequel la porosité du matériau est amenée à changer avec le changement de position spatiale dans le matériau en vrac.

La forme et la taille du pore sont conçues et variées, en fonction des propriétés requises du matériau fonctionnellement gradué. Le diagramme schématique d'un matériau à gradient de porosité typique fonctionnellement gradué est illustré à la figure 1.23.



**Figure 1.23** *Diagramme schématique de la FGM à porosité (Carlos P. Bergmann)*

Ce type de matériau fonctionnellement gradué est très important pour les applications biomédicales, car le matériau naturel qu'ils ont l'intention de remplacer consiste en une porosité fonctionnellement graduée, et la porosité graduée aiderait également à l'intégration de l'implant et des tissus environnants.

La porosité est importante pour le processus de cicatrisation de cet implant, et elle contribue également à la circulation sanguine vers les tissus intégrés.

La porosité graduée aide également à réduire le poids global de l'implant et à améliorer le module d'élasticité du matériau d'implant pour qu'il corresponde à celui du tissu humain. La porosité graduée aide à réduire la densité du bio-implant.

Ceci est nécessaire pour éviter la protection contre les contraintes qui se produit lorsque le module d'élasticité de l'implant est supérieur à celui de l'os humain. Les matériaux à gradient de porosité sont produits par le dépôt de poudre avec un mélange variable de différentes formes et tailles de particules qui aideraient à produire la porosité variable nécessaire avec les formes et tailles de pores changeantes.

Les matériaux à gradient de porosité peuvent être une gradation de densité de porosité ou une gradation de taille de pore. La densité de porosité est produite avec la densité de porosité changeant par rapport à la position spatiale à travers le volume du matériau. Le gradient de la taille des pores du FGM, d'autre part, est produit en faisant varier les tailles de pores ou la forme des pores, ou les deux.

## Chapitre 01-matériaux composite

---

La gradation de la taille des pores peut être obtenue en faisant varier les tailles de particules de poudre qui sont utilisées à différents endroits dans le matériau en vrac pendant le processus de gradation. Il peut également être produit en faisant varier les paramètres de traitement de la production, ou en utilisant différents paramètres de frittage pour produire le gradient de porosité requis.

La fonction de la MGF à porosité comprend le changement progressif de la distribution des pores dans une MGF à porosité qui aide à absorber le choc d'une face à l'autre. Il contribue également à fournir une isolation thermique; il contribue à améliorer l'efficacité catalytique; et il aide également à relâcher les contraintes électriques et thermiques.

Le gradient de porosité dans une FGM a également un effet sur la résistance à la traction et le module de Young du matériau. Un certain nombre de MGF à gradient de porosité ont été rapportées dans la littérature pour une application biomédicale (**Carlos P. Bergmann**)

### *1.6.2.3 Matériaux à gradient de microstructure fonctionnellement dégradé*

Le matériau à gradient microstructural à gradation fonctionnelle est un autre type de FGM, dans lequel la microstructure est adaptée de sorte que différentes microstructures sont produites dans le matériau, qui est amené à changer progressivement, de manière à obtenir les propriétés requises du matériau.

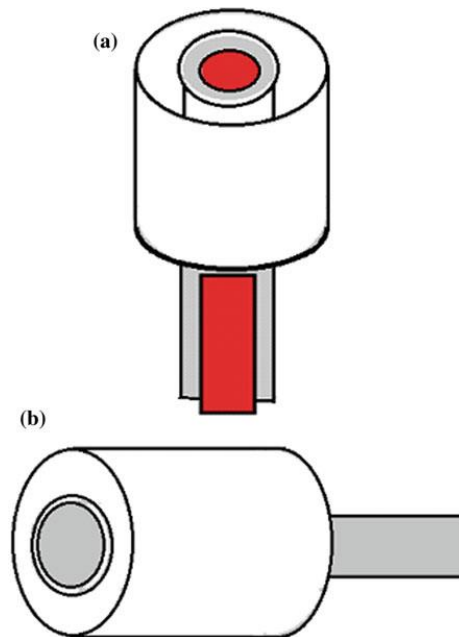
Une gradation microstructurale peut être obtenue pendant le processus de solidification, de sorte que la surface du matériau est trempée, par exemple, lors de la production d'une propriété de surface très dure du matériau.

On laisse le noyau du même matériau refroidir lentement, ce qui aiderait à produire des microstructures différentes de celles de la surface du matériau à la partie la plus interne. De plus, la gradation microstructurale peut être obtenue grâce à un processus de traitement thermique contrôlé. Par exemple, une microstructure variable peut être produite par un traitement thermique contrôlé d'une pièce cylindrique en alliage de titane, comme le montre le diagramme schématique de la figure 1.24.

Une microstructure fonctionnellement graduée peut être obtenue en autorisant d'abord un métal liquide, dont la température de fusion est inférieure à la température de fusion de l'alliage de titane, et de telle sorte que la température de recristallisation de l'alliage de titane

serait atteinte lorsque ce métal fondu est exécuté dans une sorte de la configuration de l'échangeur de chaleur, comme illustré à la Fig. 1.24a.

Le métal liquide est autorisé à fonctionner pendant un certain temps, puis retiré, puis la pièce est autorisée à refroidir. La chaleur est transférée de la partie interne du cylindre vers la partie externe. On s'attend à ce que la température de la partie la plus interne du cylindre soit beaucoup plus élevée que celle de la température la plus externe.



**Figure 1.24** Schéma de principe d'une pièce cylindrique soumise à un écoulement de (a)- métal liquide et (b)- eau de refroidissement (Carlos P. Bergmann)

Cela entraînerait une microstructure variable, car la pièce est autorisée à refroidir. La partie extérieure se comporterait comme un dissipateur de chaleur et la microstructure de cette zone serait plus grande en raison de la croissance des grains, tandis que la microstructure la plus interne serait plus petite et équiaxe, en raison de la microstructure raffinée pendant le processus de recristallisation et de la lenteur du refroidissement.

Dans un autre type de processus de gradation microstructurale, le cylindre pourrait être chauffé à une certaine température, puis de l'eau de refroidissement pourrait passer à travers la partie interne du cylindre - également dans une configuration d'échangeur de chaleur, comme le montre la figure 1.24.b.



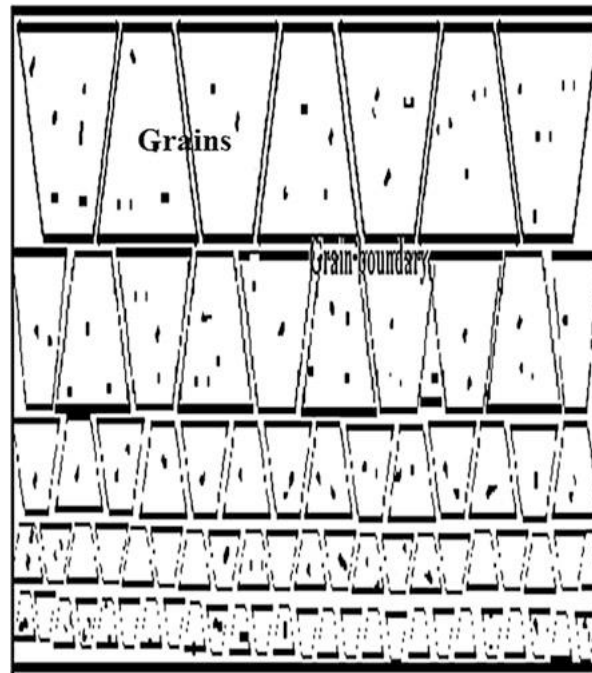
## Chapitre 01-matériaux composite

---

La partie interne du cylindre serait soumise à un refroidissement rapide, provoquant ainsi la formation d'une microstructure hors équilibre au niveau de cette face.

La microstructure la plus interne serait constituée d'une microstructure martensitique plus dure, tandis que la microstructure du cylindre éloignée de la partie la plus interne serait complètement différente de la microstructure sur la partie externe du cylindre.

Un diagramme schématique d'une microstructure typiquement graduée est illustré à la Fig. 1.25



**Figure 1.25** *Diagramme schématique de la microstructure graduée (Carlos P. Bergmann)*

En effet, la partie la plus externe du cylindre refroidirait plus lentement, ce qui favoriserait la formation d'une microstructure plus équilibrée et une microstructure largement équiaxe serait produite.

Les gradients dans la microstructure dus au traitement thermique pourraient également provoquer des changements dans la composition élémentaire, et dans certains cas, la phase intermétallique pourrait être produite dans la microstructure graduée.

La microstructure graduée entraînerait un changement progressif des propriétés du matériau par rapport à la position, puisque la microstructure dépend de la position dans la FGM, et parce que la microstructure est directement liée aux propriétés du matériau. Les FGM à gradient microstructural trouvent leur application dans des composants qui doivent avoir une

## Chapitre 01-matériaux composite

---

surface très dure pour résister à l'usure, et un noyau dur pour résister à l'impact élevé qui se produit pendant l'opération.

Un exemple de ce type de matériau fonctionnellement classé comprend l'acier cémenté, les cames ou les couronnes, les roulements ou les arbres et les applications de turbine. (**Carlos P. Bergmann**)

### 1.6.3 Méthodes de fabrication

La synthèse des MGF a été démontrée avec succès par une variété de méthodes, y compris la pulvérisation thermique, la métallurgie des poudres, le dépôt physique et chimique en phase vapeur et la synthèse auto-propagée à haute température (SHS) ou la synthèse par combustion. La synthèse à haute température est particulièrement bien adaptée à la fabrication de FGM, en raison de la rapidité de la réaction de combustion. Il consiste en une réaction de synthèse de combustion et de compactage simultanées des poudres de matière vierge sous une pression hydrostatique pour fabriquer des MGF denses en une seule opération de traitement.

Des structures fonctionnellement graduées peuvent être fabriquées par des techniques de coulée centrifuge à grande vitesse, dans lesquelles des couches sont formées dans la direction radiale en raison des différentes densités de masse des constituants. La force centrifuge permet à la poudre céramique dans un métal de créer une distribution de gradient pour une FGM céramique / métal. Dans d'autres procédés de fabrication, le mélange des phases constitutives est pulvérisé au moyen des torches à plasma sur la surface du matériau pour empiler un matériau gradué. La FGM est ensuite traitée thermiquement.

Une technique de préparation de modèles de MGF utilisant une résine polyester et une cénoosphère est également employée. Une distribution non homogène des cénoosphères dans la matrice de polyester est obtenue en utilisant un procédé de coulée assisté par flottabilité. Les cénoosphères sont, obtenues à partir des cendres volantes des centrales thermiques, des sphères creuses en silicates d'aluminium. (**mechanics of functionally graded material structures**)

### 1.6.4 Modélisation des propriétés matérielles effectives

Considérons un matériau composite fonctionnellement classé fabriqué en mélangeant deux phases de matériau distinctes, par exemple un métal et une céramique. Souvent, des

## Chapitre 01-matériaux composite

---

informations précises sur la taille, la forme et la distribution des particules peuvent ne pas être disponibles et les modules d'élasticité effectifs du composite gradué doivent être évalués uniquement sur la base de la distribution de la fraction volumique et de la forme approximative de la phase dispersée. Plusieurs modèles micromécaniques ont été développés au fil des ans pour déduire les propriétés efficaces de matériaux composites macroscopiquement homogènes.

Les techniques d'homogénéisation les plus courantes pour modéliser les propriétés efficaces des matériaux sont la règle des mélanges (Markworth et Saunders, 1995), la méthode Mori-Tanaka (Mori et Tanaka, 1973; Tanaka, 1997) et l'approche auto-cohérente de Hill (Hill, 1965) qui sont résumés comme suit. Ces modèles sont disponibles pour estimer les propriétés globales des composites à partir de la connaissance de la composition du matériau et des propriétés des constituants.

Les inclusions et la matrice sont supposées être constituées de matériaux isotropes et la réponse macroscopique du composite est modélisée comme isotrope.

### 1.6.4.1 La règle des mélanges

Selon la règle des mélanges, une propriété arbitraire de matériau, notée  $P$ , du FGM est supposée varier régulièrement selon une direction, en fonction des fractions volumiques et des propriétés des matériaux constituants. Puisque les plaques FG sont considérées, la direction variable est le sens de l'épaisseur, voir Fig. 1.25



**Figure 1.26** Une plaque fonctionnellement graduée.(mechanics of functionally graded material structures)

## Chapitre 01-matériaux composite

---

Dans ce contexte,  $P$  peut représenter, par exemple, le module d'élasticité, la densité de masse et / ou le coefficient de Poisson. Cette propriété peut être exprimée sous la forme d'une combinaison linéaire.

$$\mathbf{p}(z) = \mathbf{p}_1.V_1 + \mathbf{p}_2.V_2 \quad (1.1)$$

Où  $z$  est la direction de variation,  $P_1, V_1$  et  $P_2, V_2$  sont les propriétés du matériau et les fractions volumiques des matériaux constitutifs. 1 et 2, respectivement.

Les fractions volumiques de tous les matériaux constitutifs doivent correspondre à l'unité

$$V_1 + V_2 = 1 \quad (1.2)$$

La fraction volumique  $V_1$  est supposée avoir la distribution de loi de puissance suivante, Markworth et Saunders (1995):

$$V_1 = \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^N \quad (1.3)$$

Et en conséquence:

$$V_2 = 1 - \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^N$$

où  $h$  est l'épaisseur de la plaque. La figure 1.27 représente la variation dans l'épaisseur de la fraction volumique  $V_1$ , et par conséquent la variation des propriétés du matériau. Le paramètre  $N$  est l'exposant de fraction volumique qui prend des valeurs réelles positives et dicte le profil de variation du matériau à travers l'épaisseur.

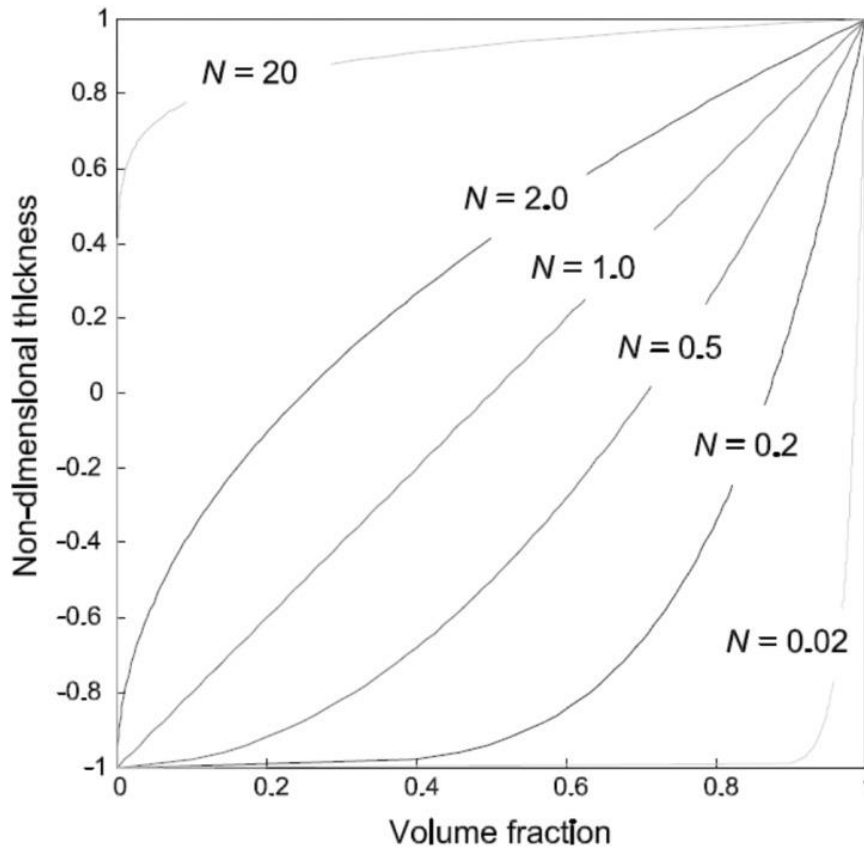
Les matériaux constitutifs 1 et 2 peuvent être, par exemple, respectivement de la céramique et du métal. Selon cette répartition, la surface inférieure,  $z = -h / 2$ , de la plaque fonctionnellement graduée est en métal pur et la surface supérieure,  $z = h / 2$ , est en céramique pure. Cette hypothèse de loi de puissance reflète une règle simple de mélanges utilisés pour obtenir les propriétés efficaces de la FGM.

La teneur en matériau 2 dans la plaque augmente à mesure que la valeur de  $N$  augmente.

La valeur de  $N = 0$  représente une plaque de matériau homogène 1.

Le modèle (1.1) fournit des valeurs exactes pour la masse volumique  $\rho$  et des valeurs assez bonnes pour d'autres propriétés mécaniques. Une détermination plus précise des propriétés macroscopiques du matériau nécessite une meilleure compréhension de la microstructure.

Le Mori-Tanaka et les méthodes auto-cohérentes sont des modèles micromécaniques précis qui sont utilisés pour décrire les propriétés des FGM.



**Figure 1.27** Variation de la fraction volumique dans le sens de l'épaisseur. (mechanics of functionally graded material structures)

### 1.6.4.2 Le modèle Mori-Tanaka

Le modèle de Mori – Tanaka (1973) (Tanaka, 1997) est utilisé pour estimer les modules effectifs du matériau. Il rend compte approximativement de l'interaction entre les inclusions voisines et est généralement applicable aux régions de la microstructure graduée qui ont une matrice continue bien définie et une phase particulière discontinue comme le montre la figure 1.28 (a).

On suppose que la phase de la matrice, désignée par l'indice 1, est renforcée par des particules sphériques d'une phase particulière, désignée par l'indice 2. Dans cette notation,  $K_1$ ,  $\mu_1$  et  $V_1$  désignent le module d'encombrement, le module de cisaillement et le volume fraction de la

## Chapitre 01-matériaux composite

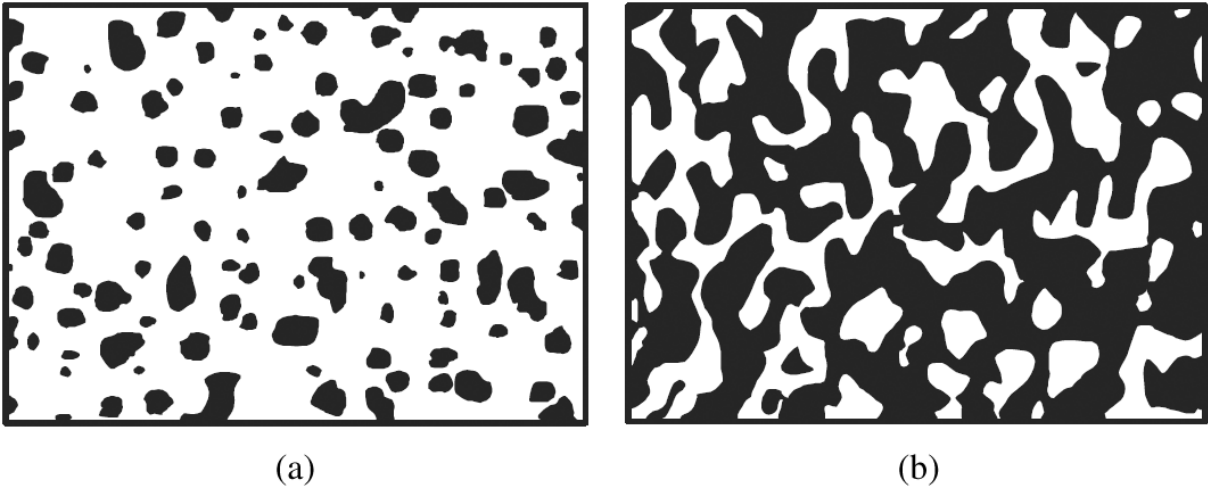
phase de matrice respectivement;  $K_2$ ,  $\mu_2$  et  $V_2$  désignent les propriétés matérielles correspondantes et la fraction volumique de la phase particulaire.

On sait que la constante de Lamé  $\lambda$  est liée aux modules d'encombrement et de cisaillement par la relation suivante:

$$\lambda = K - \frac{2\mu}{3}$$

La masse volumique effective,  $\rho$ , est donnée exactement par la règle des mélanges, Eq. (1.1):

$$\rho = \rho_1.V_1 + \rho_2.V_2$$



**Figure 1.28** *Matériau biphasique avec (a) une microstructure particulaire et (b) une microstructure squelettique. (mechanics of functionally graded material structures)*

Selon la méthode de Mori-Tanaka pour une distribution aléatoire de particules isotropes dans une matrice isotrope, le module de masse  $K$  et le module de cisaillement  $\mu$  localement effectifs sont donnés par:

$$\frac{K - K_1}{K_2 - K_1} = \frac{V_2}{1 + (V_1 + V_2) \cdot \frac{K_2 - K_1}{3K_1 + 4\mu_1}}$$

$$\frac{\mu - \mu_1}{\mu_2 - \mu_1} = \frac{V_2}{1 + (V_1 + V_2) \cdot \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + f_1}}$$

Avec :

$$f_1 = (\mu_1) \cdot \frac{9K_1 + 8\mu_1}{6(k_1 + 2\mu_1)}$$

La variation d'épaisseur de  $V_2$  est supposée être donnée par la fonction de loi de puissance suivante:

$$V_2 = V_2^- + (V_2^+ - V_2^-) \left( \frac{1}{2} + \frac{Z}{h} \right)^N$$

Où les exposants + et - signifient, respectivement, les valeurs de la quantité sur les surfaces supérieure et inférieure de l'élément de structure, et le paramètre  $N$  décrit la variation de la phase 2.

Par exemple,  $N = 0$  et  $N = \infty$  correspondent à des distributions uniformes de la phase 2 avec des fractions volumiques  $V_2^+$  et  $V_2^-$ , respectivement. Rappelant que le module d'encombrement  $K$  et le module de cisaillement  $\mu$  sont liés au module  $E$  de Young et le coefficient de Poisson  $\nu$  par les relations suivantes :

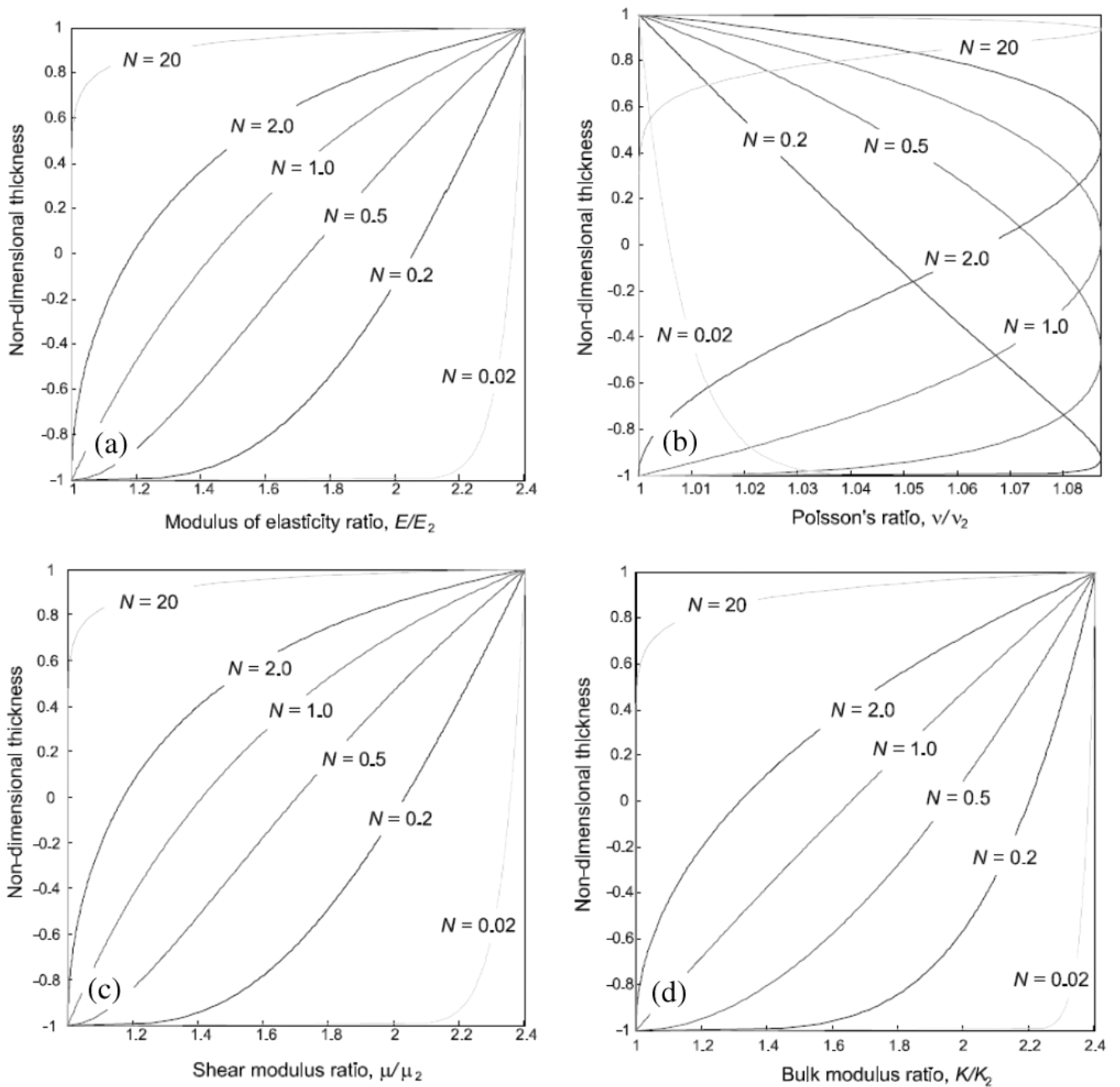
$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad ; \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Les valeurs effectives du module de Young et du coefficient de Poisson sont trouvées:

$$E = \frac{9K\mu}{3K + \mu'} \quad ; \quad \nu = \frac{3K - 2\mu}{2(3K + \mu)}$$

## Chapitre 01-matériaux composite

Sur la figure 1.29, les distributions d'épaisseur du module d'élasticité, du coefficient de Poisson, du module de cisaillement et du module de volume sont représentés.



**Figure 1.29** À travers la distribution d'épaisseur du (a) module d'élasticité, (b) le coefficient de Poisson, (c) module de cisaillement (d) module de masse. (mechanics of functionally graded material structures)



### 1.6.4.3 Modèle auto-cohérent

La méthode auto-cohérente (Hill, 1965) suppose que chaque inclusion de renforcement est noyée dans un matériau continu dont les propriétés effectives sont celles du composite.

Cette méthode ne fait pas la distinction entre les phases de matrice et de renforcement et les mêmes modules globaux sont prédits dans un autre composite dans lequel les rôles des phases sont inter changés. Cela le rend particulièrement approprié pour déterminer les modules efficaces dans les régions qui ont une microstructure squelettique interconnectée comme illustré sur la figure 1.28 (b).

Les modules d'élasticité localement efficaces,  $K$  et  $\mu$ , par la méthode auto-cohérente sont donnés par:

$$\frac{\delta}{K} = \frac{V_1}{K-K_2} \cdot \frac{V_2}{K-K'_1} \quad (1.4)$$

$$\frac{\eta}{\mu} = \frac{V_1}{\mu-\mu_2} + \frac{V_2}{\mu-\mu_1} \quad (1.5)$$

$$\delta = 3 - 5\eta = \frac{K}{K + \frac{4\mu}{3}} \quad (1.6)$$

Ce sont des expressions implicites pour les inconnues  $K$  et  $\mu$ . Après substitution de  $\delta$ , Eq (1.4) peut être résolu pour  $K$  en termes de  $\mu$  sous la forme:

$$\frac{1}{K + \frac{4\mu}{3}} = \frac{V_1}{K_1 + \frac{4\mu}{3}} + \frac{V_2}{K_2 + \frac{4\mu}{3}}$$

$$K = \frac{1}{\frac{V_1}{K_1 + \frac{4\mu}{3}} + \frac{V_2}{K_2 + \frac{4\mu}{3}}} - \frac{4\mu}{3} \quad (1.7)$$

$$(1 - \eta)\mu^2 + [\eta(\mu_1 + \mu_2) - (V_1\mu_1 + V_2\mu_2)]\mu - \eta\mu_1\mu_2 = 0 \quad (1.8)$$

Où le paramètre  $\eta$  peut être trouvé à partir de l'Eq. (1,6). Depuis Eq. (1.8) doit être résolu pour trouver le module de cisaillement  $\mu$ , en général il est plus facile d'utiliser la méthode de Mori – Tanaka que le schéma auto-cohérent. Il convient de noter que les différences dans la

distribution des propriétés matérielles entre le Mori-Tanaka et le schéma auto-cohérent sont négligeables.

### **1.7 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons défini les matériaux composites, leur classification et les composants élémentaires ainsi qu'un aperçu sur les matériaux composite à gradient de propriétés « FGM », et leur méthode de fabrication et certaines caractéristiques fondamentales des FGM ont été examinées.

En particulier, les processus de fabrication et les modèles micromécaniques pour la description des propriétés des matériaux d'une FGM ont été discutés.

.

# Chapitre 01-matériaux composite

---

Sommaire :

1.1	Introduction :.....	5
1.2	Historique .....	6
1.3	Les matériaux composites :.....	7
1.4	Classification des matériaux composite :.....	9
1.4.1	Classification suivant la forme des constituants. ....	10
1.4.1.1	Composites à fibres .....	10
1.4.1.2	Composites à particules .....	11
1.4.1.3	Composites à renforts de paillettes. ....	12
1.4.1.4	Composites stratifiés. ....	12
1.4.2	Classification suivant la nature des constituants .....	12
1.5	Les composants élémentaires de matériaux composites .....	14
1.5.1	La matrice .....	14
1.5.1.1	Les matrices organiques .....	15
1.5.1.1.1	Les résines thermodurcissables .....	16
1.5.1.1.1.1	Les résines polyesters.....	16
1.5.1.1.1.2	Les résines de condensation .....	18
1.5.1.1.1.3	Les résines époxydes .....	19
1.5.1.1.2	Les résines thermoplastiques.....	21
1.5.1.1.3	Les résines thermostables .....	24
1.5.1.2	Les matrices minérales .....	24
1.5.1.2.1	Les matrices métalliques .....	24
1.5.1.2.2	Les matrices céramiques .....	26
1.5.2	Le Renfort .....	30
1.5.2.1	Les fibres de verre .....	33
1.5.2.1.1	Généralités .....	33
1.5.2.1.2	Élaboration des fibres de verre .....	34
1.5.2.1.3	Propriétés mécaniques des fibres de verre.....	36
1.5.2.2	Les fibres de carbone.....	37
1.5.2.2.1	Généralités .....	37
1.5.2.2.2	Élaboration des fibres de carbone .....	38
1.5.2.2.2.1	À partir des fibres acryliques.....	38

## Chapitre 01-matériaux composite

---

1.5.2.2.2	À partir du précurseur brai.....	40
1.5.2.2.3	Caractéristiques mécaniques des fibres de carbone.....	40
1.5.2.3	Les fibres aramides (à caractéristiques mécaniques élevées) .....	42
1.5.2.3.1	Généralités .....	42
1.5.2.3.2	Caractéristiques.....	42
1.5.2.4	Les fibres céramiques .....	43
1.5.2.4.1	Généralités .....	43
1.5.2.4.2	Caractéristiques mécaniques et utilisation .....	44
1.5.2.4.3	Autres générations de fibres céramiques .....	45
1.5.2.5	Les fibres végétales .....	46
1.5.2.5.1	Classification des fibres végétales .....	46
1.5.2.5.2	Morphologie de la fibre végétale .....	46
1.5.2.5.3	Propriétés mécaniques de la fibre végétale.....	48
1.5.2.6	Autres fibres .....	49
1.5.2.7	Influence du taux de renfort .....	49
1.5.2.8	Influence de la morphologie.....	49
1.5.2.9	Influence de l'orientation et de la dispersion du renfort.....	50
1.5.3	L'Interface.....	50
1.5.3.1	Rôle des interfaces et des interphases.....	51
1.5.3.2	La caractérisation de l'interface .....	52
1.5.4	Les Charges et aditifs.....	53
1.5.4.1	Les charges .....	53
1.5.4.1.1	Les charges minérales .....	55
1.5.4.1.1.1	Craies et carbonates.....	55
1.5.4.1.1.2	Les silices .....	55
1.5.4.1.1.3	Les talcs .....	55
1.5.4.1.1.4	La wollastonite .....	56
1.5.4.1.1.5	Les argiles et alumino-silicates.....	56
1.5.4.1.2	Oxydes et hydrates métalliques .....	56
1.5.4.1.2.1	Poudres et microsphères .....	56
1.5.4.1.2.2	Alumine et trihydrate d'aluminium.....	57
1.5.4.1.2.3	Trioxyde d'antimoine .....	57
1.5.4.1.2.4	Oxyde de beryllium .....	57
1.5.4.1.2.5	Les céramiques.....	57

# Chapitre 01-matériaux composite

---

1.5.4.1.3	Le verre.....	58
1.5.4.1.3.1	Poudres de verre .....	58
1.5.4.1.3.2	Billes de verres creuses .....	58
1.5.4.1.3.3	Microsphères de verre .....	58
1.5.4.1.4	Le carbone .....	58
1.5.4.1.4.1	Le noir de carbone.....	58
1.5.4.2	Les additifs.....	59
1.5.4.2.1	Lubrifiants et agents de démoulage.....	59
1.5.4.2.2	Pigments et colorants.....	59
1.5.4.2.3	Agents anti-retrait et agents de fluage .....	60
1.5.4.2.4	Agents anti-ultraviolets .....	60
1.6	Les matériaux fonctionnellement graduée FGM.....	60
1.6.1	Aperçu des matériaux fonctionnellement graduée .....	62
1.6.2	Types de matériaux fonctionnellement graduée .....	63
1.6.2.1	Gradient de composition chimique (matériaux à gradient fonctionnel) .....	63
1.6.2.2	Matériaux à gradient de porosité fonctionnellement gradué .....	64
1.6.2.3	Matériaux à gradient de microstructure fonctionnellement dégradé.....	66
1.6.3	Méthodes de fabrication .....	69
1.6.4	Modélisation des propriétés matérielles effectives.....	69
1.6.4.1	La règle des mélanges .....	70
1.6.4.2	Le modèle Mori-Tanaka.....	72
1.6.4.3	Modèle auto-cohérent .....	76
1.7	Conclusion .....	77

*Chapitre 2: généralités  
sur les théories des  
plaques FGM.*

### 2.1 Introduction :

Depuis la fondation des matériaux à gradient de propriétés, les théories particularisées à analyser des structures en fonction de ces matériaux, ces dernières se trouvent dans différents domaines à savoir génie civil, l'aéronautique, l'aérospatial, constructions navale, automobile et nucléaire.

La plupart des théories présentées ici sont des extensions de théories qui analysent les plaques isotropes ou composites. A ce stade, diverses théories ont été proposées, avec la mécanique des structures comme axe important. Certaines des théories simplifiées de Love-Kirchhoff sont des améliorations, et d'autres sont des théories plus précises.

Aujourd'hui, les recherches sur les plaques en FGM ont acquis un intérêt appréciable,

On peut les regrouper en trois principaux groupes selon l'approche adoptée :

- a) Théories des plaques FGM bidimensionnelles,
- b) Théories des plaques FGM tridimensionnelles,
- c) Approches Quasi-dimensionnelles des plaques FGM.

### 2.2 Théorie de plaques

Toutes ces théories sont basées sur l'état des contraintes planes, Par conséquent, la géométrie de la plaque connue est définie par la surface plane de référence (plan xy) et l'épaisseur inférieure aux autres dimensions (longueur et largeur), de sorte que la déformation normale ( $\epsilon_z=0$ ), est ignorée.

Par rapport à la cinématique générale des entités, cette définition facilite le choix de cinématiques spécifiques, le facteur de classification de ces théories est l'importance de l'épaisseur par rapport aux autres dimensions. Cette caractéristique conduit à l'influence du cisaillement transversal à travers l'épaisseur, ce dernier se présentant en cinématique adaptative. Pour cela, nous atteindrons aux trois classes suivantes :

- 1) Les théories classiques des plaques FGM,
- 2) Les théories de premier ordre des plaques FGM,

3) Les théories de cisaillement d'ordre supérieur des plaques FGM. (BELABED Zakaria)

### 2.2.1 La théorie classique des plaques (Classical plate theory CPT)

Les théories classiques, dites théories des plaques minces, où la contrainte normale transversale est négligeable, due à faible épaisseur de la plaque. Cette hypothèse n'est pas valable et incorrecte dans le cas des plaques modérément épaisses ou avec forte épaisseur.

Cette théorie a été adoptée par **Feldman et Aboudi [Feld1997]**, **Abrate [Abr2008]**, **Mahdavian [Mah2009]**, et **Mohammadi et al. [Moh2010]**, pour étudier le flambement des plaques minces en FGMs.

Cependant, la théorie classique des plaques en FGMs sous-estime la flèche de déplacement et surestime les fréquences propres ainsi que les charges critiques de flambement des plaques modérément épaisses en FGMs.

La théorie classique des plaques est basée sur les hypothèses suivantes :

- la contrainte normale dans le plan de la plaque est négligeable. (Hypothèses des contraintes planes).
- les points situés sur une normale à la fibre moyenne avant déformation restent sur cette normale après déformation.

Ces hypothèses correspondent à la théorie des plaques minces dans le domaine des petites déformations (modèle de Love-Kirchhoff).

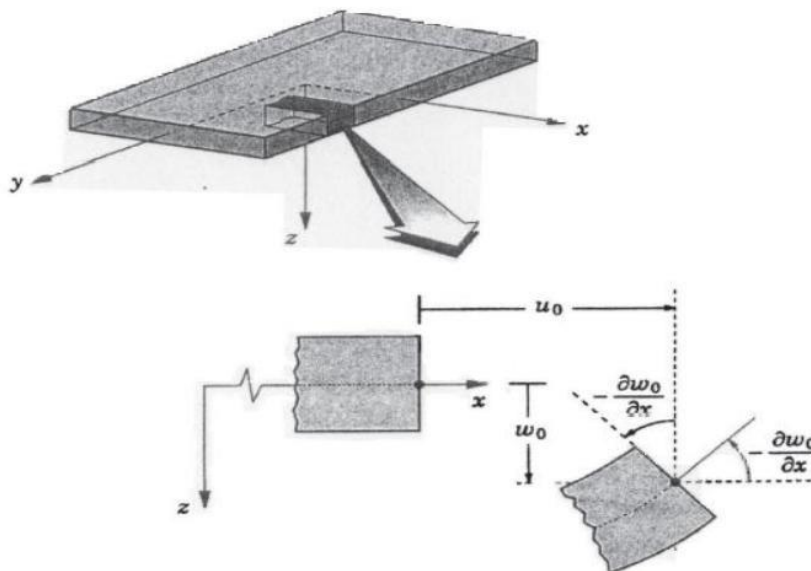


Figure 2-1 : Cinématique de Love-Kirchhoff



Le champ de déplacement résultant provenant de cette hypothèse est linéaire par rapport à l'épaisseur de coordonnée ( $z$ ):

$$\begin{aligned} \mu(x, y, z) &= \mu_0(x, y) - Z \cdot \frac{\partial W_0}{\partial x} \\ \nu(x, y, z) &= \nu_0(x, y) - Z \cdot \frac{\partial W_0}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Où ( $u_0, v_0, w_0$ ) sont les composantes du champ de déplacement à la surface moyenne ( $z=0$ ).

### 2.2.2 Le modèle de plaque basé sur la théorie du premier ordre de Déformation de cisaillement (FSDT)

La théorie de la déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT), partant de la cinématique de (CLPT), inclut la déformation de cisaillement transverse dans ses hypothèses cinématiques, c'est-à-dire en supposant que la déformation de cisaillement transverse est constante par rapport à la coordonnée d'épaisseur (Figure 2.2). La théorie de la déformation de cisaillement du premier ordre nécessite des facteurs de correction de cisaillement. (**BARKA Merbouha**)

En raison de l'imprécision des résultats des plaques épaisses donnés par CPT, la théorie de la déformation de cisaillement du premier ordre étend la théorie classique des plaques en considérant l'effet de cisaillement transversal. Dans ce cas, la contrainte et la déformation sont uniformes et constantes sur toute l'épaisseur de la plaque, ce qui nécessite l'introduction de l'un des facteurs de correction de cisaillement. Les études sur la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) peuvent être trouvées dans les références (**Reissner 1945; Mindlin 1951**). La FSDT est utilisée par plusieurs chercheurs **Reddy (1998), Della Croce et Venini (2004), Memar Ardestani et al. (2014), Bouazza et al. (2010), Valizadeh et al. (2013)**.

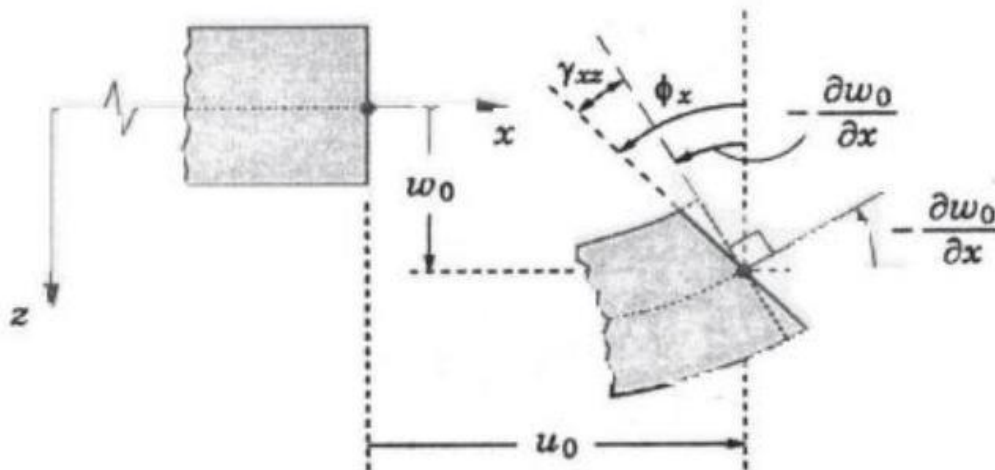


Figure 2-2 : Cinématique de Reissner-Mindlin [Reddy 1997]

La théorie du premier ordre est basée sur le champ de déplacement suivant :

$$\begin{aligned} \mu(x, y, z) &= \mu_0(x, y) - Z \cdot \Phi_x(x, y) \\ \nu(x, y, z) &= \nu_0(x, y) - Z \cdot \Phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Avec :  $(u_0, v_0, w_0)$  et  $(\Phi_x, \Phi_y)$  sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes  $x$  et  $y$ , respectivement.

Le champ de déplacement définis dans l'expression ci-dessus permet de reprendre la théorie classique des plaques décrite dans la dernière section par le remplacement :

$$\left( \Phi_x = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \quad , \quad \Phi_y = -\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)$$

D'ailleurs pour éviter l'introduction d'un facteur de correction, des théories de déformation en cisaillement d'ordre élevée ont été développées.

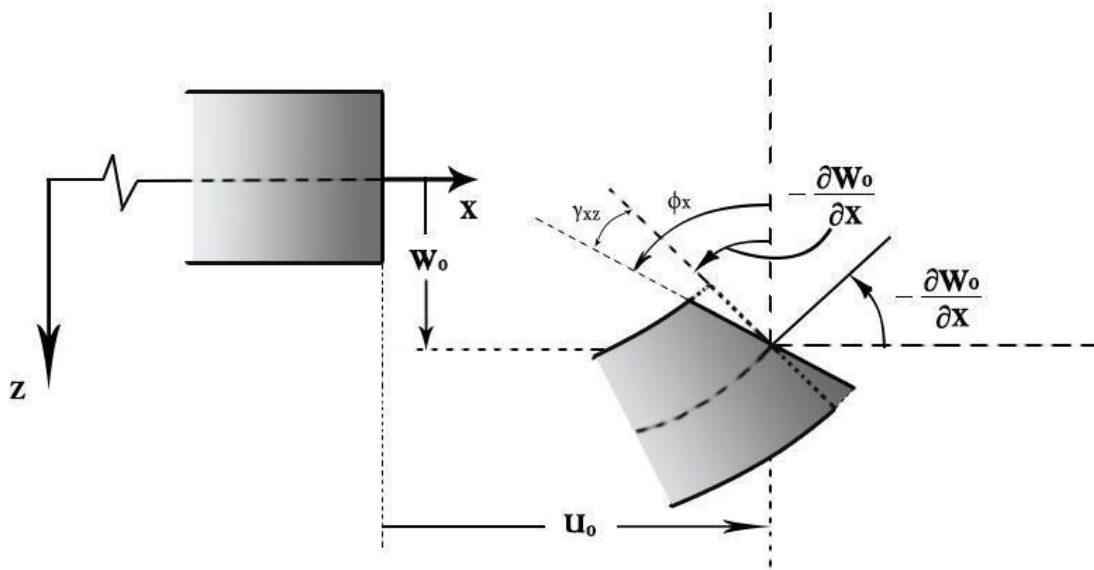


Figure 2-3 : Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin.

### 2.2.3 La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT)

Pour franchir les limites des théories du premier ordre, plusieurs auteurs proposent des théories à un ordre supérieur. Les modèles sont basés sur une distribution non linéaire des champs suivant l'épaisseur. Ces modèles permettent de représenter le gauchissement de la section dans la configuration déformée (Figure 2.3), Liberscu (1967), Touratier (1991), Nguyen (2004). La plupart des modèles d'ordre supérieur utilisent un développement en série de Taylor des champs de déplacements qui s'écrivent de la forme : **(ABDELBARI Salima)**

$$\mu_i(x_1, x_2, x_3) = \mu_i^0(x_1, x_2) + Z \cdot \Phi_i^{0(1)}(x_1, x_2) + Z^2 \cdot \Phi_i^{0(2)}(x_1, x_2) + Z^3 \cdot \Phi_i^{0(3)}(x_1, x_2) + Z^4 \cdot \Phi_i^{0(4)}(x_1, x_2) + \dots \dots \dots$$

A la différence de la théorie classique des plaques (CPT) qui se base sur la distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur et la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT) qui introduit le cisaillement transversal d'une façon uniforme à travers l'épaisseur, La théorie d'ordre élevé (HSDT) est basée sur une distribution non linéaire des

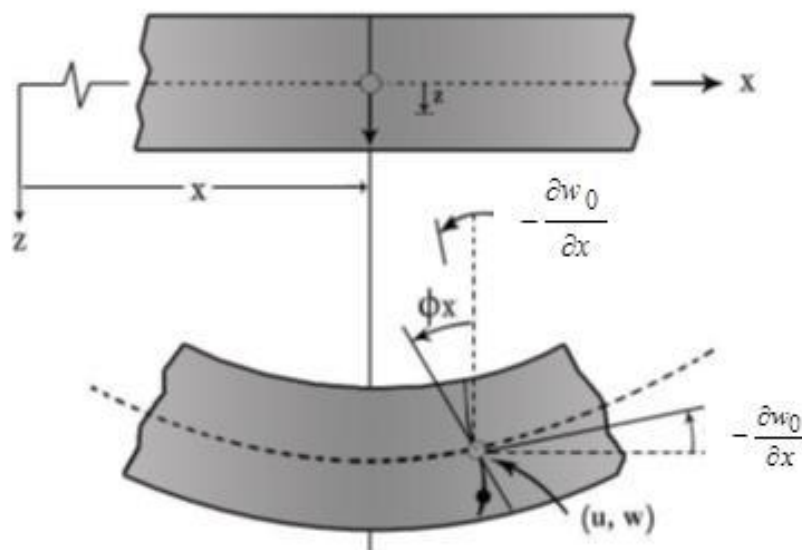
## Chapitre 02- Généralités sur les Théories des Plaques FGM

champs à travers l'épaisseur. Par conséquent, on tient compte des effets de la déformation transversale de cisaillement et / ou de la déformation normale transversale. Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction. Les références sur de tels modèles peuvent être trouvées dans (Hildebrand et al., 1949; Naghdi, 1957; Reissner, 1975; Reddy, 1984; Soldatos 1992 ; Kant et Swaminathan, 2002 ; Zenkour 2007; Akavci 2010 ; Mantari et al. 2011 ; Mantari et Guedes Soares 2012 ; Mantari et Guedes Soares 2012 ; Mantari et Guedes Soares 2013 ; Akavci 2014 ; Mahi et al. 2014 ).

Le champ de déplacement de cette théorie est généralement écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \mu(x, y, z) &= \mu_0(x, y) - Z \cdot \frac{\partial W_0}{\partial x} + f(Z) \cdot \varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - Z \cdot \frac{\partial W_0}{\partial y} + f(Z) \cdot \varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Avec :  $(u_0, v_0, w_0)$  et  $(\Phi_x, \Phi_y)$  sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes  $x$  et  $y$ , respectivement.  $(\varphi_x = \frac{\partial W_0}{\partial x} + \Phi_x ; \varphi_y = \frac{\partial W_0}{\partial y} + \Phi_y)$ ,  $f(z)$  est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes. En effet, les déplacements de la théorie classique de plaque (CPT) est obtenue en prenant  $f(z) = 0$ , alors que la théorie de premier ordre (FSDT) peut être obtenue par  $f(z) = z$ .



**Figure 2-4 : Illustration de la plaque d'ordre élevé (Reddy, 1997).**

Voici quelques contributions importantes de développement des modèles d'ordre supérieur qui diffèrent par la fonction de cisaillement  $f(z)$  avec  $h$  étant l'épaisseur de la plaque. :

- L'approche d'Ambartsumyan (1969) avec ;

$$f(z) = \frac{Z}{2} \left( \frac{h^2}{4} - \frac{Z^2}{3} \right) \quad (2.4)$$

- L'approche de Reissner (1945), avec ;

$$f(z) = \frac{5}{4} \cdot Z \cdot \left( 1 - \frac{4Z^2}{3h^2} \right) \quad (2.5)$$

- L'approche de Levinson, (1981) et Reddy Avec ;

$$f(z) = Z \cdot \left( 1 - \frac{4Z^2}{3h^2} \right) \quad (2.6)$$

- L'approche de Aydogdu (2005) avec ;

$$f(z) = Z \cdot \alpha^{\frac{-2(\frac{Z}{h})^2}{\ln(\alpha)}} \quad \alpha > 0 \quad (2.7)$$

- L'approche de El Meiche et al. (2011) avec ;

$$f(z) = \frac{\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi Z}{h}\right) - Z}{\cosh\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)} \quad (2.8)$$

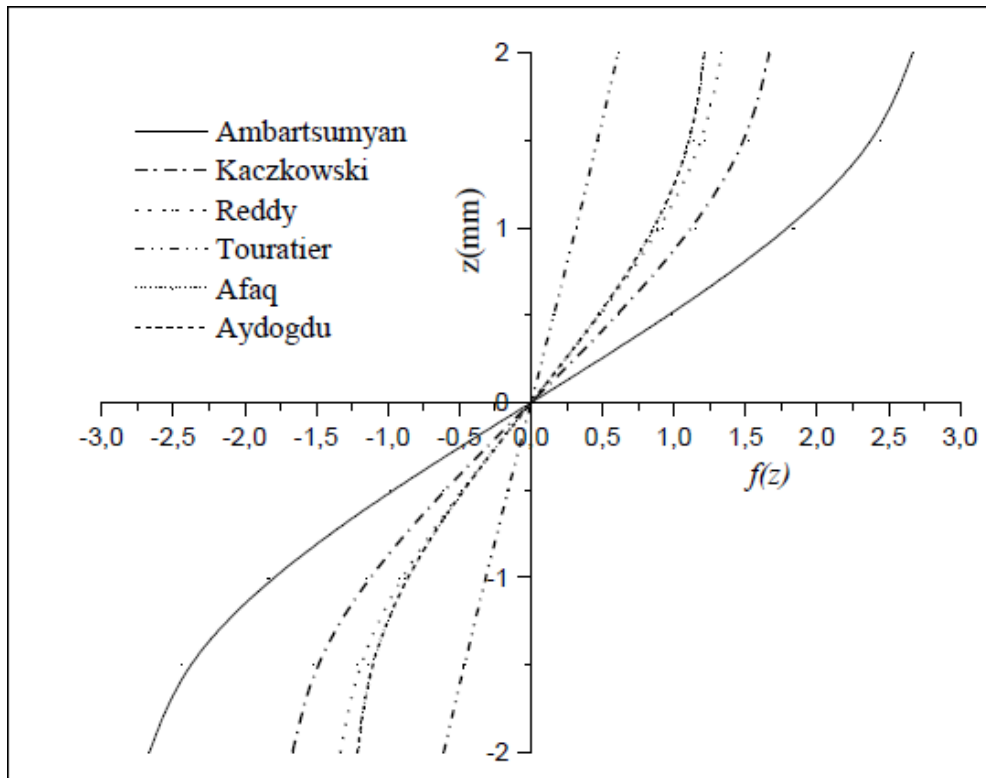


Figure 2-5 : Variation de la fonction de forme  $f(z)$  des différents modèles en fonction de l'épaisseur.

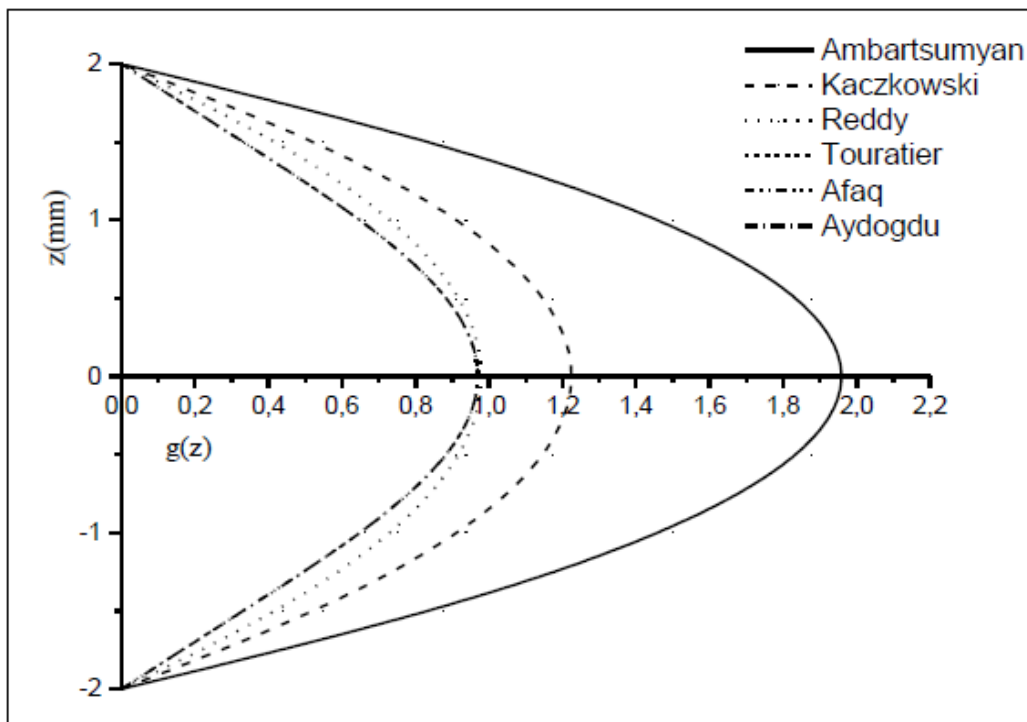


Figure 2-6 : Variation de la dérivée de la fonction de forme  $f'(z)$  des différents modèles suivant l'épaisseur.

### 2.3 Lois régissant la variation des propriétés matérielles des plaques FGM

Un matériau classé avec des caractéristiques «FGM» est composé de deux matériaux avec des caractéristiques structurales et fonctionnelles différentes. La composition, la structure et la répartition des pores entre ces matériaux évoluent idéalement et en continu pour optimiser les performances. Ils constituent la structure.

La caractéristique la plus notable des matériaux FGM est que leur microstructure n'est pas uniforme et qu'ils ont un gradient spatial macroscopique. La FGM peut être définie en modifiant la fraction volumique. La plupart des chercheurs utilisent des fonctions de puissance, des fonctions exponentielles ou des fonctions sigmoïdes pour décrire les fractions de volume.

La liaison entre les particules doit être suffisamment dure à l'intérieur pour résister à la fracture et suffisamment dure à l'extérieur pour empêcher l'usure.

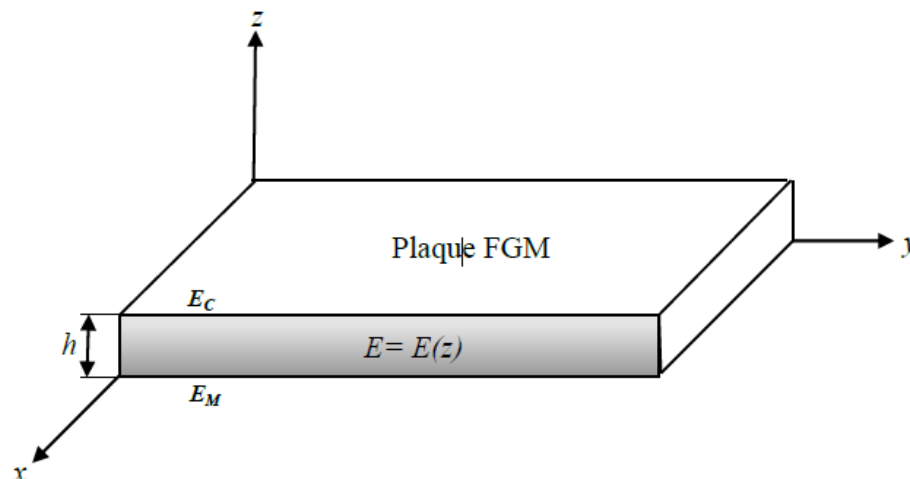


Figure 2-7 : Géométrie d'une plaque en FGM

Les coordonnées x et y définissent le plan de la plaque, tandis que l'axe z est perpendiculaire à la surface moyenne de la plaque et dans le sens de l'épaisseur.

Les caractéristiques des matériaux, y compris le module d'Young et le coefficient de Poisson des surfaces supérieure et inférieure sont différentes, mais ils doivent être déterminés selon les spécifications.

Toutefois le module de Young et le coefficient de Poisson varient de façon continue, dans le sens de l'épaisseur (l'axe z) soit :  $E = E(z)$ ,  $\nu = \nu(z)$ . Le module de Young dans le sens de l'épaisseur de la plaque FGM varie en fonction de la loi de puissance (P-FGM) ou la fonction exponentielle (E-FGM) ou avec la fonction sigmoïde (S-FGM). **(BOURADA Fouad)**

### 2.3.1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM

La fraction volumique de la classe P-FGM obéit à une fonction en loi de puissance.

$$V(z) = \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^p \quad (2.9)$$

Où  $p$  est un paramètre matériels et  $h$  est l'épaisseur de la plaque. Une fois la fraction volumique locale  $V(z)$  à été définie, les propriétés matérielles d'une plaque P-FGM peuvent être déterminées par la loi des mélanges (**Bao, 1995**) :

$$E(z) = E1 + (E2 - E1)V(z) \quad (2.10)$$

Où  $E1$  et  $E2$  sont respectivement les modules de Young de la surface inférieure ( $z = -h/2$ ) et de la surface supérieure ( $z = h/2$ ) de la plaque FGM, la variation du module de Young dans la direction d'épaisseur de la plaque P-FGM est représentée sur la figure 2.8, il apparait clairement que la fraction volumique change rapidement près de surface inférieure pour  $p < 1$ , et augmenté rapidement près de la surface supérieure pour  $p > 1$ .



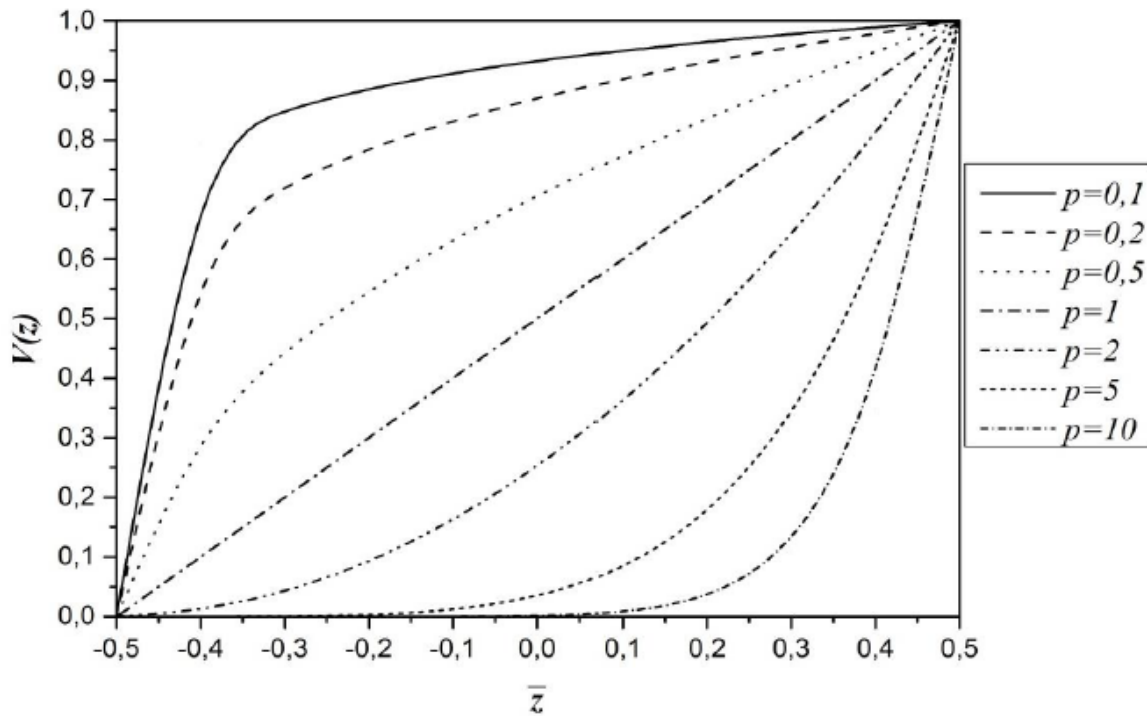


Figure 2-8 : Variation de la fraction volumique dans une plaque P-FGM.

### 2.3.2 Propriétés matérielles de la plaque S-FGM

Dans le cas d'ajouter une plaque P-FGM d'une simple fonction de loi de puissance à une plaque composite multicouche, les concentrations des contraintes apparaissent sur l'interfaces où le matériau est continu mais change rapidement (Bao, 1995). Par conséquent, (Chung et chi) (2003) ont défini la fraction de volume de la plaque FGM en utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définis par:

$$V_1(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{h}{2} + z}{\frac{h}{2}} \right)^p \quad \text{pour } \frac{-h}{2} \leq z \leq 0 \quad (2.11a)$$

$$V_2(z) = 1 - \left( \frac{\frac{h}{2} - z}{\frac{h}{2}} \right)^p \quad \text{pour } 0 \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (2.11b)$$

## Chapitre 02- Généralités sur les Théories des Plaques FGM

En utilisant la loi des mélanges, le module de Young de la plaque S-FGM peut être calculé par:

$$E(z) = V1(z)E1 + [1-V1(z)]E2 \quad \text{Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (2.12.a)$$

$$E(z) = V2(z)E1 + [1-V2(z)]E2 \quad \text{Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (2.12.b)$$

La figure 2.9 montre que la variation de la fraction volumique dans les équations (2.12.a) et (2.12.b) représente les distributions sigmoïdes, et cette plaque FGM est appelée (Plaque S-FGM)

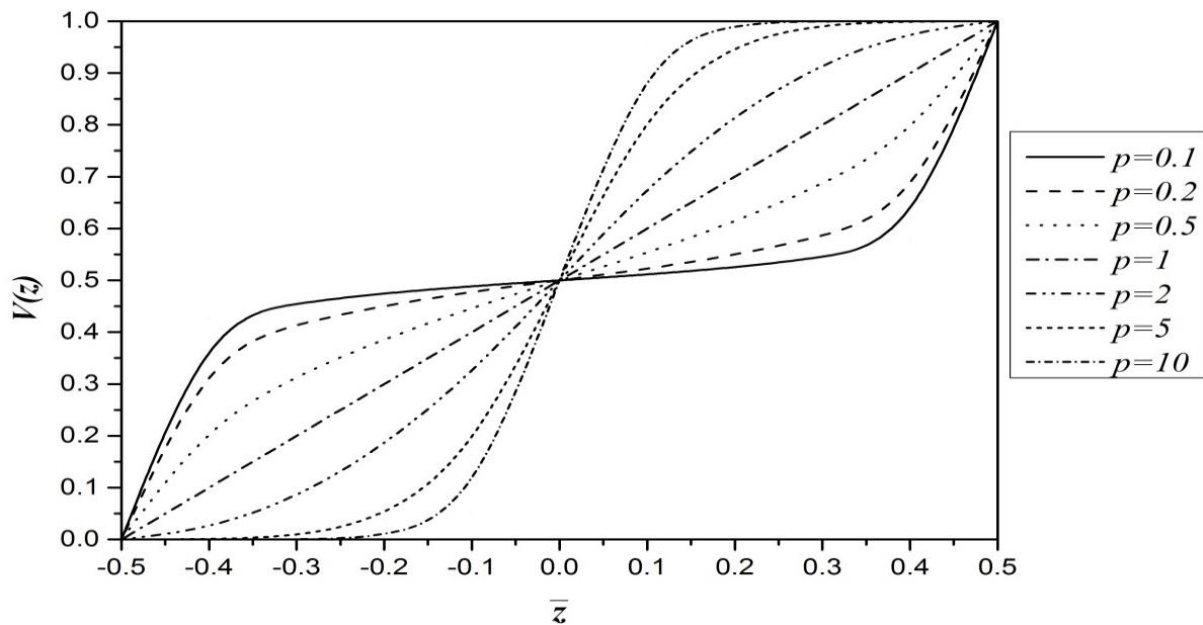


Figure 2-9 : Variation de la fraction volumique dans une plaque S-FGM.

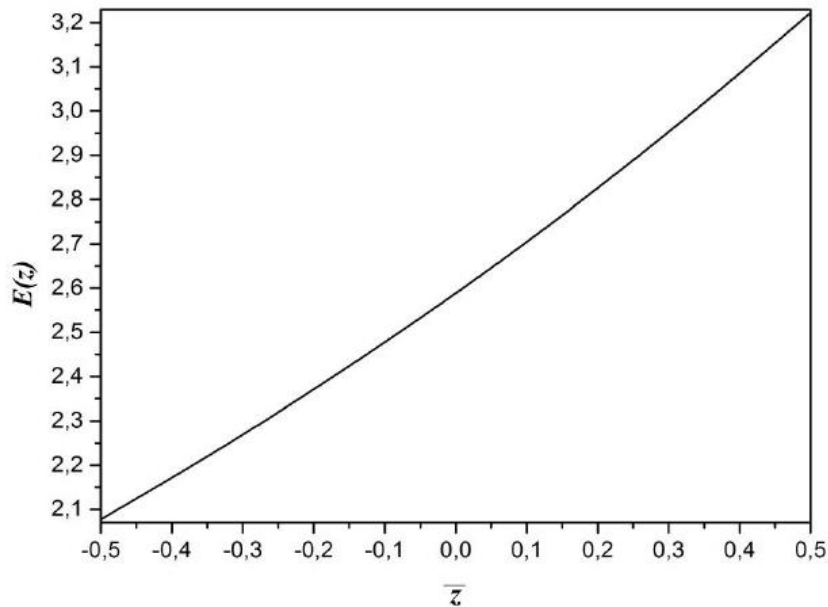
### 2.3.3 Les propriétés matérielles de la plaque E-FGM

Pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la plupart des chercheurs utilisent la fonction exponentielle qui s'écrit sous la forme (Delale, 1983):

$$E(z) = E_2 e^{B(z+\frac{h}{2})} \quad (2.13a)$$

Avec 
$$B = \frac{1}{h} \ln \left( \frac{E_1}{E_2} \right) \quad (2.13b)$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la plaque E-FGM est représentée dans la figure 2.10.



**Figure 2-10 :** Variation du module de Young dans une plaque E-FGM.

### 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini les matériaux composites et à gradient de propriétés « FGM », leur développement, leurs propriétés, leurs principales méthodes de fabrication et leurs domaines d'application dans les structures spéciales en génie civil.

Dans le chapitre suivant, on exposera une revue bibliographique sur les différentes théories rencontrées dans la littérature pour l'étude de la déformation de cisaillement des plaques.

Dans ce chapitre, nous avons cité quelque théorie des plaques des matériaux fonctionnellement gradués « FGM », leurs lois régissant la variation des propriétés matérielles. Dans le chapitre suivant, on exposera le modèle théorique et le développement analytique de notre thèse.

## Sommaire

2.1	Introduction :.....	78
2.2	Théorie de plaques.....	78
2.2.1	La théorie classique des plaques (Classical plate theory CPT) .....	79
2.2.2	Le modèle de plaque basé sur la théorie du premier ordre de Déformation de cisaillement (FSDT) .....	80
2.2.3	La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT).....	82
2.3	Lois régissant la variation des propriétés matérielles des plaques FGM.....	86
2.3.1	Propriétés matérielles de la plaque P-FGM.....	87
2.3.2	Propriétés matérielles de la plaque S-FGM.....	88
2.3.3	Les propriétés matérielles de la plaque E-FGM.....	89
2.4	Conclusion .....	90



*Chapitre 3: le modèle  
théorique et le  
développement  
analytique.*

Dans cet article, l'effet des modèles d'homogénéisation sur le flambement et les vibrations libres est présenté pour des plaques à gradation fonctionnelle simplement appuyées reposant sur des fondations élastiques. La majorité des investigations développées au cours de la dernière décennie ont exploré le modèle d'homogénéisation de Voigt pour prédire les propriétés effectives des matériaux à gradations fonctionnelles à l'échelle macroscopique pour le comportement mécanique des MGF. Pour cette raison, divers modèles ont été utilisés pour déterminer les propriétés effectives des MGF et simuler ainsi leurs effets sur le flambage et la vibration libre des plaques de MGF sur la base d'études comparatives pouvant différer en termes de plusieurs paramètres.

La théorie de la plaque raffinée, telle qu'elle est utilisée dans cet article, est basée sur la division du déplacement transversal en composantes de flexion et de cisaillement. Cela conduit à une réduction du nombre d'inconnues et d'équations gouvernantes. En outre, la présente formulation utilise une variation sinusoïdale du champ de déplacement sur l'épaisseur et satisfait aux conditions limites sans contrainte sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque sans nécessiter de facteur de correction de cisaillement. Les équations de mouvement sont dérivées du principe de Hamilton.

Des solutions analytiques pour le flambage et l'analyse des vibrations libres sont obtenues pour des plaques simplement appuyées. Les résultats obtenus sont comparés à ceux prédits par d'autres théories sur les plaques. Cette étude montre la sensibilité des résultats obtenus à différents modèles d'homogénéisation et que les résultats générés peuvent varier considérablement d'une théorie à l'autre. Une visualisation complète des résultats est fournie. L'analyse est pertinente pour les structures aérospatiales, nucléaires, civiles et autres.

### **3.1 Introduction :**

Les matériaux à gradation fonctionnelle (FGM) constituent une classe relativement nouvelle de matériaux composites avancés qui deviennent de plus en plus importants en raison de leurs nombreux avantages. Cette classe de matériaux a été découverte par des scientifiques japonais et conçue pour préparer des matériaux de barrière thermique (**Yamanouchi et al. 1990, Koizumi 1993, 1997**).

## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

---

Avec les progrès rapides de la technologie moderne (conception nucléaire, turbine à gaz et chambre de fusée), diverses exigences, notamment une résistance accrue aux chocs thermiques, une dureté élevée et une ténacité élevée ont accéléré la mise en œuvre de matériaux à classification fonctionnelle dans divers systèmes d'ingénierie. Les FGM sont considérées comme des matériaux composites non conventionnels qui sont microscopiquement non homogènes et dont les propriétés mécaniques varient de façon continue et régulière à travers les coordonnées d'épaisseur. Ces caractéristiques éliminent et réduisent l'influence de la concentration de contraintes généralement rencontrée dans les composites stratifiés. De plus, le concept de FGM type repose sur un mélange de deux phases distinctes, généralement céramique et métal, par la fraction volumique des matériaux constitutifs à travers l'épaisseur de l'élément structurel (**Behravan Rad, 2012; Ahmed 2014; Behravan Rad 2015; Bousahla et coll., 2016, El-Haina et coll., 2017, Behravan Rad et coll., 2017, Bellifa et coll., 2017a, Abdelaziz et coll., 2017, Karami et coll., 2017 et 2018a, b, c ; Shamsavari et al., 2018, Attia et al., 2018; Fourn et al., 2018; Belabed et al., 2018**).

L'utilisation à grande échelle des FGM nécessite une description mathématique robuste de leurs propriétés mécaniques, ce qui est nécessaire pour représenter avec précision la réponse de ces matériaux au niveau macroscopique.

Bien que les études expérimentales des plaques de FGM aient été communiquées, les avantages de la modélisation mathématique des plaques à gradation fonctionnelle offrent une approche plus rentable et même alternative pour prédire leurs réponses. Les modèles peuvent également être corroborés par des données expérimentales.

L'analyse théorique des FGM est donc apparue comme un corpus important de recherches sur un large éventail de problèmes. De nombreuses études ont été présentées sur des théories de plaques précises combinant la théorie classique des plaques et la théorie des plaques de déformation par cisaillement pour simuler les comportements statiques, de flambage et dynamiques de plaques à gradation fonctionnelle. Fondées sur des hypothèses de champs cinématiques, ces théories des plaques sont développées conformément au rapport épaisseur / longueur des plaques.

La théorie classique des plaques (CPT) néglige les déformations de cisaillement et n'est donc vraiment précise que pour les plaques minces. CPT a été déployé pour l'analyse de flambement de plaques de FGM par divers chercheurs, dont **Feldman et Aboudi (1997), Mahdavian (2009) et Mohammadi et al. (2010)**. Cependant, le CPT prédit de manière



## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

---

excessive les fréquences naturelles et les charges critiques de flambement des plaques épaisses. Cette limitation peut être évitée en introduisant les effets de la déformation transversale du cisaillement.

La théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT) prend en compte la déformation transversale par cisaillement; cette théorie recommande un facteur de correction de cisaillement afin de satisfaire aux conditions aux limites de contrainte de cisaillement transverse nulles en haut et en bas de la plaque.

En effet, dans CPT, les déplacements, déformations et champs de contraintes sont supposés obéir à une distribution linéaire à travers l'épaisseur de la plaque.

Cependant, ce comportement linéaire ne décrit pas correctement la variation de ces variables. Cette lacune a mobilisé l'intérêt pour le développement d'une approche plus précise qui représente mieux les champs de contraintes et de déformations à travers l'épaisseur de la plaque.

Pour améliorer la précision, diverses théories de plaques de déformation par cisaillement d'ordre supérieur (HSDT) ont été développées et mises en œuvre ces dernières années afin d'analyser les réponses de plaques épaisses à classement fonctionnel dans divers scénarios de chargement.

La majorité des théories de plaques de déformation par cisaillement d'ordre supérieur incorporent une distribution non linéaire pour représenter le champ de déplacement. Ces théories présentent un nombre différent d'inconnues.

Par exemple, la théorie HSDT de **Nelson et Lorch (1974)** présente neuf inconnues, celle de **Lo et al. (1977)** à onze inconnues, le modèle de **Reddy (1984)** utilise cinq inconnues, **Bounouara et al. (2016)** emploient également cinq inconnus.

Les autres modèles HSDT incluent ceux de **Kant et Pandya (1988)** avec sept inconnues, **Kant et Khare (1997)** avec neuf inconnus et **Talha et Singh (2010)** avec onze inconnus. **Swaminathan et al. (2015)**. (En anglais) proposent une bonne synthèse de ces théories pour l'analyse de plaques classées de manière fonctionnelle.

En outre, les théories des plaques de déformation par cisaillement d'ordre supérieur sont capables de mieux représenter la distribution du déplacement, des déformations et des

## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

---

contraintes dans l'épaisseur de la plaque par rapport à la théorie classique des plaques et à la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre.

Cependant, les équations de mouvement résultantes sont beaucoup plus compliquées puisqu'elles génèrent invariablement une foule d'inconnues.

Récemment, une théorie précise et raffinée de la déformation par cisaillement d'ordre supérieur (RHSDT) a cependant été développée. Elle est relativement simple à utiliser et conserve simultanément d'importantes caractéristiques physiques.

Les articles de **Benyoucef et al. (2010)**, **Bouderba et al. (2013)**, **Tounsi et al. (2010)**, abordent des applications de l'approche RHSDT (avec seulement FGM. 2013), **Zidi et al. (2014)**, **Ait Yahia et al. (2015)**, **Barati et al. Shahverdi (2016)** et **Younsi et al. (2018)**.

Le champ de déplacement est choisi en fonction d'une variation non linéaire des déplacements dans le plan et transversaux à travers l'épaisseur. La division du déplacement transversal entre les composants de flexion et de cisaillement entraîne une réduction du nombre d'inconnues et, par conséquent, rend ces théories beaucoup plus faciles à mettre en œuvre mathématiquement.

-Récemment, **Wang et Zu (2017a)** ont étudié les réponses à l'état d'équilibre non linéaires de plaques de FGM à déplacement longitudinal immergées dans un liquide pour la première fois. **Wang et Zu (2017b)** ont étudié la réponse thermoélastique dynamique de plaques de FGM rectangulaires avec une vitesse longitudinale.

En utilisant la méthode de **Rayleigh-Ritz**, **Wang et Zu (2017c)** ont étudié de manière analytique la vibration d'une plaque rectangulaire se déplaçant longitudinalement immergée dans un domaine liquide infini.

Un facteur supplémentaire qui peut être observé dans de nombreux travaux de recherche traitant des plaques classées de manière fonctionnelle est la relative rareté des études portant sur l'effet des modèles micromécaniques sur les comportements macroscopiques

Dans la plupart des études, le modèle de Voigt est considéré comme le principal modèle d'homogénéisation, qui prédit les propriétés mécaniques effectives sous la forme d'un module de Young et d'un coefficient de Poisson, pour des plaques homogénéisées à classement fonctionnel.

## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

---

Plusieurs modèles micromécaniques ont été examinés et testés pour estimer les propriétés effectives de matériaux de calibre fonctionnel, sur la base de la distribution des fractions volumiques de **Zuiker (1995)**, qui a détaillé l'importante limitation de la variation des propriétés de la mécanique des structures.

**Reiter et Dvorak (1997)** ont présenté une simulation numérique basée sur la méthode de Mori-Tanaka afin de prédire les réponses élastiques de plusieurs microstructures à gradations fonctionnelles dans différentes conditions de traction et de limites mixtes.

**Reiter et Dvorak (1998)** ont par la suite communiqué une extension de ces travaux concernant le chargement thermomécanique. **Gasik (1998)** a résumé les importants modèles d'homogénéisation utilisés pour les composites et les matériaux à calibrage fonctionnel et a examiné l'effet des propriétés thermomécaniques dérivées de ces modèles sur l'analyse des contraintes thermiques élastiques et plastiques des FGM.

**Cho et Ha (2001)** ont comparé les résultats obtenus par deux méthodes classiques de calcul de moyenne pour la prédiction du module de Young et du coefficient de dilatation thermique de matériaux à calibrage fonctionnel, à savoir la règle du mélange modifié linéaire de Wakashima-Tsukamoto et la méthode de discrétisation par éléments finis utilisant des cellules rectangulaires.

**Schmauder et Weber (2001)** ont présenté des résultats numériques pour la modélisation de l'homogénéisation de matériaux à gradation fonctionnelle, ainsi que l'analyse comparative de leurs solutions avec des résultats expérimentaux.

**Paulino et al. (2003)** ont élucidé divers modèles de micromécanique permettant de prédire les propriétés élastiques efficaces des FGM et leur comportement à l'échec.

**Yin et al. (2004)** ont obtenu de nouveaux résultats via un modèle micromécanique du comportement élastique effectif de matériaux de calibre fonctionnel avec des interactions de particules, sur la base de la méthode d'inclusion équivalente d'Eshelby.

Les articles ci-dessus offrent une perspective des différents modèles d'homogénéisation déployés pour dériver les propriétés élastiques efficaces de matériaux de calibres fonctionnels et pour acquérir des connaissances sur les propriétés d'ingénierie et les comportements structurels.

## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

---

En outre, ces études permettent de mieux comprendre le comportement de tels matériaux à l'échelle microscopique. Il est également nécessaire, d'un point de vue technique, de montrer l'influence du comportement microscopique sur la réponse structurelle globale (macroscopique).

Plusieurs études approfondies sont disponibles pour fournir une bonne méthodologie en ce qui concerne la prévision de l'effet des modèles d'homogénéisation sur les réponses de plaques à gradations fonctionnelles à l'échelle macroscopique.

**Vel et Batra (2004)** ont utilisé le Mori-Tanaka et schémas auto-cohérents pour obtenir des solutions exactes tridimensionnelles pour la réponse aux vibrations de plaques rectangulaires de calibre fonctionnel, bien qu'ils n'aient pas délibéré dans un large mesure sur les implications physiques de leurs solutions.

**Ferreira et al. (2005)** ont estimé les propriétés effectives par la règle des mélanges et le schéma de Mori – Tanaka d'analyser les déformations statiques d'une plaque simplement calibrée de manière fonctionnelle.

**Ferreira et al. (2006)** ont par la suite présenté des solutions pour la vibration libre de plaques à gradation fonctionnelle sur la base des théories de plaque de déformation au cisaillement du troisième ordre.

**Shen et al. (2012)** ont évalué la viabilité des modèles de Voigt et de Mori – Tanaka pour l'analyse des vibrations de plaques de calibre fonctionnel.

**Belabed et al. (2014)** ont présenté une théorie simple et efficace des plaques de cisaillement d'ordre supérieur, prenant en compte trois modèles de matériau de distribution (distribution de la loi de puissance, distributions exponentielles et schéma de Mori – Tanaka) pour dériver des propriétés élastiques pour les cas statiques et dynamiques.

Récemment, **Akbarzadeh et al. (2015)** ont exploré la performance relative d'une gamme diversifiée de modèles d'homogénéisation (c.-à-d. Voigt, Reuss, limites de Hashin – Shtrikman, LRVE et modèle cohérent) et leur effet sur les champs de contraintes statiques et dynamiques, des charges critiques de flambement et la fréquence fondamentale des plaques à gradation fonctionnelle reposant sur une base élastique Pasternak.

## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

---

Dans cette étude, l'effet des modèles d'homogénéisation sur le flambement et les vibrations libres est étudié pour des plaques épaisses de calibre fonctionnel reposant sur des fondations élastiques, évaluer les propriétés élastiques effectives telles que les modules de Young, le coefficient de Poisson et la masse volumique.

Une gamme de modèles d'homogénéisation explicite est utilisée, tels que les modèles Tamura et LRVE aux limites de Voigt, Reuss, Hashin – Shtrikman et LRVE, fondés sur la distribution des fractions en volume.

Pour l'analyse des plaques, la théorie des plaques raffinée pour les plaques à gradation fonctionnelle sur fondation élastique est proposée pour prédire le flambement et la vibration libre des plaques FG épaisses. Cette théorie définit le déplacement transversal à la fois en flexion et en cisaillement avec seulement quatre inconnues, et donc diminue le nombre d'équations gouvernantes.

Une variation sinusoïdale est choisie pour tous les déplacements sur l'épaisseur qui satisfait les conditions aux limites sans contrainte sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque sans nécessiter de facteur de correction de cisaillement.

Les équations de mouvement et les conditions aux limites sont dérivées du principe de Hamilton. On obtient des solutions analytiques pour le flambement et les vibrations libres.

Les exemples numériques sont présentés et comparés à ceux obtenus par méthode classique et les théories de troisième ordre utilisant des modèles d'homogénéisation différents montrant des écarts importants dans les résultats.

L'effet des paramètres de fondation élastiques sont pris en compte pour diverses configurations de plaques. Enfin, la présente étude montre que les réponses structurelles des plaques à gradation fonctionnelle peuvent être correctement évaluées par le choix correct des matériaux constitutifs et de leurs modèles d'homogénéisation, généralement négligés dans la grande majorité des enquêtes.

### 3.2 Modèles homogénéisés pour les matériaux classés fonctionnellement

Comme mentionné ci-dessus, les matériaux à gradation fonctionnelle sont des matériaux composites non conventionnels. Les propriétés du matériau des plaques de FGM sont supposées varier de manière continue à travers l'épaisseur de la plaque et dépendent de la fraction volumique des inclusions.

La distribution des propriétés matérielles est supposée obéir à la distribution de la loi de puissance comme suit (**Hebali et al. 2014; Kar et al. 2016**):

$$V_f(z) = V_m + (V_c - V_m) \cdot \left(\frac{2z + h}{2h}\right)^p \quad (1)$$

où « p » est l'indice de la loi de puissance et les indices « m et c » représentent les constituants métallique et céramique, respectivement.

Les modèles d'homogénéisation sont déployables pour le calcul du module de Young  $E(z)$  et du coefficient de Poisson  $\nu(z)$ .

Dans cette étude, les propriétés matérielles non homogènes sont dérivées de modèles d'homogénéisation explicites tels que les modèles de Voigt, Reuss, de Hashin-Shtrikman, Tamura et les modèles LRVE (Cubique local représentative volume éléments) où la fraction de volume est adoptée comme une loi de répartition de la matière à travers l'épaisseur.

#### 3.2.1 Règle de Voigt

Ce modèle a été dérivé par **Voigt (1889)** et est un modèle largement utilisé pour les propriétés effectives des matériaux à gradation fonctionnelle.

Il considère une contrainte constante à travers la charge des coordonnées des matériaux pour prédire les propriétés d'homogénéisation des matériaux hétérogènes à l'échelle macroscopique.

En appliquant l'hypothèse de Voigt pour les matériaux classés par ordre fonctionnel, le module d'Young est donné comme suit

$$E(z) = E_c V_f(z) + E_m(1 - V_f(z)) \quad (2)$$

Et le coefficient de Poisson associé est supposé de la manière suivante:

$$\nu(z) = \nu_c V_f(z) + \nu_m(1 - V_f(z)) \quad (3)$$

### 3.2.2 Règle de Reuss

Selon l'hypothèse de Reuss (**Reuss 1929**), les propriétés effectives sont obtenues en fonction du tenseur des contraintes constantes à travers le matériau.

Ce modèle produit des estimations du module de Young et du rapport de Poisson comme suit:

$$E(z) = \frac{E_c E_m}{E_c (1 - V_f(z)) + E_m V_f(z)} \quad (4)$$

Et :

$$\nu(z) = \frac{\nu_c \nu_m}{\nu_c (1 - V_f(z)) + \nu_m V_f(z)} \quad (5)$$

Hill (1963) a montré beaucoup plus tard que les règles de Voigt et de Reuss présentent respectivement les limites supérieure et inférieure des propriétés élastiques efficaces des solides renforcés. et leurs hypothèses peuvent être déduites des principes énergétiques, tels que définis par l'état de Hill (**Hazanov, 1998**).

### 3.2.3 Modèle de limites de Hashin-Shtrikman

**Hashin et Shtrikman (1963)** ont proposé un principe variationnel basé sur les champs de contrainte et de déformation pour exprimer les propriétés élastiques effectives des matériaux à deux phases.

Ce principe permettait d'exprimer la géométrie et la propriété physique des inclusions et donc de définir les limites inférieure et supérieure en fonction du module de masse (K) et du module de cisaillement (G). Le module d'Young peut être indiqué dans la forme :

$$E(z) = \frac{9G(z)K(z)}{G(z) + 3K(z)} \quad (6)$$

## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

Le coefficient de Poisson est donné par:

$$\nu(z) = \frac{3K(z) - 2G(z)}{2G(z) + 6K(z)} \quad (7)$$

Où  $G(z)$  et  $K(z)$  désignent les modules de cisaillement et de volume à travers l'épaisseur respectivement;

Pour la limite inférieure

$$\left. \begin{aligned} G^{low}(z) &= G_m + \frac{V_f(z)}{\frac{1}{G_c - G_m} + \frac{6(K_m + 2G_m)(1 - V_f(z))}{5G_m(3K_m + 4G_m)}} \\ K^{low}(z) &= K_m + \frac{V_f(z)}{\frac{1}{K_c - K_m} + \frac{3(1 - V_f(z))}{(3K_m + 4G_m)}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Pour la limite supérieure

$$\left. \begin{aligned} G^{up}(z) &= G_c + \frac{V_f(z)}{\frac{1}{G_m - G_c} + \frac{6(K_c + 2G_c)(1 - V_f(z))}{5G_c(3K_c + 4G_c)}} \\ K^{up}(z) &= K_c + \frac{V_f(z)}{\frac{1}{K_m - K_c} + \frac{3(1 - V_f(z))}{(3K_c + 4G_c)}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

En fait, les limites supérieures et inférieures décrivent le contraste entre les propriétés ou les phases de la matrice et des inclusions.

### 3.2.4 Modèle Tamura

Le modèle de Tamura repose sur une règle de mélange linéaire modifiée pour les matériaux à deux phases obtenue par l'introduction du paramètre d'ajustement empirique  $q_T$  appelé «transfert contrainte-déformation» (Zuiker, 1995, Gasik).1998).

Ce paramètre est dérivé du couplage des moyennes de contrainte et de déformation sous une charge uni-axiale de matériaux à deux phases.



## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

Le module de Young effectif émergent pour ce modèle est décrit ci-dessous :

$$E(z) = \frac{(1 - V_f(z))E_m(qt - E_c) + V_f(z)E_c(qt - E_m)}{(1 - V_f(z))(qt - E_c) + V_f(z)(qt - E_m)} \quad (10)$$

En outre, pour  $qT = 0$ , le modèle de Reuss est récupéré en tant que cas spécial.

De plus, le modèle de Voigt correspond au cas donné par  $qT = \pm \infty$ . Le coefficient de Poisson est dérivé du modèle de Voigt comme suit:

$$v(z) = v_c V_f(z) + v_m(1 - V_f(z)) \quad (11)$$

### 3.2.5 Modèle d'éléments de volume représentatifs locaux cubiques (LRVE)

En prenant en compte les interfaces entre les constituants des matériaux à deux phases et leurs arrangements géométriques, **Gasik et Lilius (1994)** ont formulé un nouveau modèle micromécanique permettant de prédire les propriétés élastiques effectives basées sur de petites propriétés mécaniques cellulaires.

Cette échelle intermédiaire est appelée élément cubique de volume représentatif local (LRVE) qui met en relation les composantes de déformation et de contrainte sur les surfaces de l'élément représentatif local à l'échelle de longueur infinie.

Ces hypothèses sont appliquées au module de Young comme suit :

$$E(z) = E_m \left\{ 1 - \sqrt[3]{V_f(z)} \left\{ 1 - \frac{1}{1 - \sqrt[3]{V_f(z)} \left(1 - \frac{E_m}{E_c}\right)} \right\} \right\} \quad (12)$$

Par simplification, le module de Young est facilement obtenu comme suit:

$$E(z) = E_m \cdot \left( 1 + \frac{V_f(z)}{FE - \sqrt[3]{V_f(z)}} \right) \quad (13)$$

Où:

$$FE = \frac{1}{\left(1 - \frac{E_m}{E_c}\right)} \quad (14)$$

## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

De plus, le coefficient de Poisson se présente sous la même forme que pour le modèle de Voigt:

$$v(z) = v_c V_f(z) + v_m(1 - V_f(z)) \quad (15)$$

### 3.3 Formulation théorique

#### 3.3.1 Cinématique

Le champ de déplacement de la présente théorie est choisi en fonction des hypothèses suivantes:

- (1) Les déplacements transversaux sont divisés en composants de flexion et de cisaillement;
- (2) le déplacement dans le plan est divisé en composants d'extension, de flexion et de cisaillement;
- (3) les parties de flexion des déplacements dans le plan sont similaires à celles données par CPT;
- (4) les parties de cisaillement des déplacements dans le plan donnent lieu à des variations sinusoïdales des contraintes de cisaillement et donc à des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur de la plaque de telle sorte que les contraintes de cisaillement disparaissent sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque.

Sur la base de ces hypothèses, on peut obtenir les relations de champ de déplacement suivantes :

$$\mu(x, y, z, t) = \mu_0(x, y, t) - Z \cdot \frac{\partial W_b}{\partial x} - f(Z) \cdot \frac{\partial W_s}{\partial x} \quad (16a)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - Z \cdot \frac{\partial W_b}{\partial y} - f(Z) \cdot \frac{\partial W_s}{\partial y} \quad (16b)$$

$$w(x, y, z, t) = w_b(x, y, t) + w_s(x, y, t) \quad (16c)$$

Où  $u_0$  et  $v_0$  représentent les déplacements dans les directions des coordonnées  $x$  et  $y$  d'un point situé dans le plan médian de la plaque;  $w_b$  et  $w_s$  sont les composantes de flexion et de cisaillement du déplacement transversal, respectivement.

## Chapitre 03- le modèle théorique et le développement analytique

Dans cette étude, la fonction de forme  $f(z)$  est choisie d'après la fonction sinusoïdale proposée par **Touratier (1991)** comme suit:

$$f(z) = Z - \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (17)$$

Les déformations non nulles associées au champ de déplacement dans Eq. (16) sont:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} \quad (18a)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (19a)$$

Ou :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}; \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}; \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (19b)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz}^s \end{Bmatrix} \quad (19c)$$

Et :

$$g(z) = 1 - \frac{df(z)}{dz} \quad (20)$$

### 3.3.2 Équations d'équilibre

Le principe de Hamilton est utilisé ici pour dériver des équations de mouvement pour des plaques reposant sur une base élastique. Le principe peut être énoncé sous une forme analytique comme suit (**Zemri et al., 2015; Bellifa et al., 2017b; Kaci et al., 2018; Mokhtar et al., 2018**)

$$\int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt = 0 \quad (21)$$

Où  $\delta U$  est la variation de l'énergie de déformation,  $\delta V$  est la variation de l'énergie potentielle et  $\delta K$  est la variation de l'énergie cinétique.

La variation de l'énergie de déformation de la plaque est calculée par:

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_{-h/2}^{h/2} \int_A [\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}] dA dz \\ &= \int_A [N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_y \delta \varepsilon_y^0 + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + M_x^b \delta k_x^b + M_y^b \delta k_y^b + M_{xy}^b \delta k_{xy}^b + M_x^s \delta k_x^s + M_y^s \delta k_y^s \\ &\quad + M_{xy}^s \delta k_{xy}^s + M_x^s \delta k_x^s + M_y^s \delta k_y^s + M_{xy}^s \delta k_{xy}^s + S_{yz}^s \delta \gamma_{yz}^0 + S_{xz}^s \delta \gamma_{xz}^0] dA \\ &= 0 \quad (22) \end{aligned}$$

Où A est la surface supérieure et les résultantes de contrainte N, M et S sont définies par:

$$\begin{Bmatrix} N_x, N_y, N_{xy} \\ M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b \\ M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ f(z) \end{Bmatrix} dz \quad (23)$$

$$(S_{xz}^s, S_{yz}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{xz}, \tau_{yz}) g(z) dz$$

La variation d'énergie potentielle des charges appliquées peut être exprimée ainsi:

$$\delta V = - \int_A (N^0 - f_e) \delta(w_b + w_s) dA \quad (24)$$

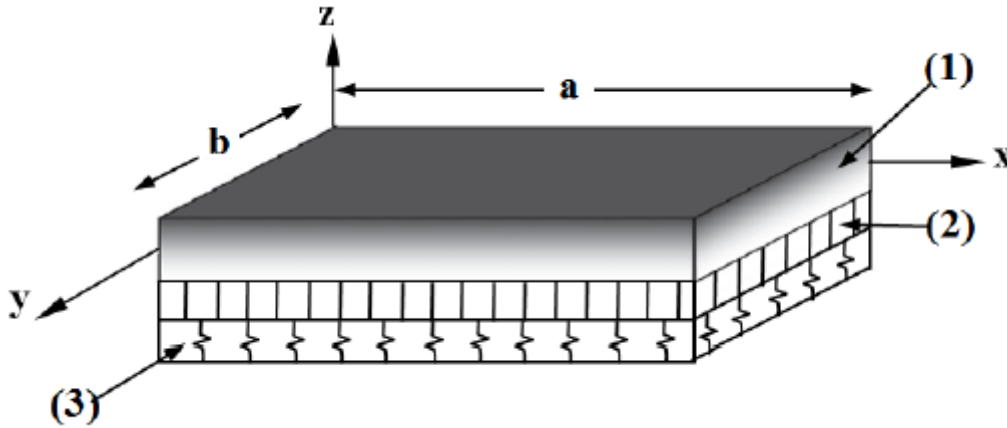
Où  $f_e$  est la densité de la force de réaction de la base élastique.

$$f_e = k_w (w_b + w_s)^2 - k_{s1} \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} - k_{s2} \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial y^2} \quad (25)$$

Où  $K_w$  et  $K_s$  sont les coefficients de rigidité transversale et de cisaillement de la fondation, respectivement et  $N^0$  est la charge appliquée dans le plan.

$$N^0 = N_x^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x^2} + N_y^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial y^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial x \partial y} \quad (26)$$

où  $N_x^0, N_y^0, N_{xy}^0$  sont des forces de pré-flambement dans le plan;



**Figure 3-1 :** Plaque de FGM :(1) reposant sur une base élastique consistant en un cisaillement (2) Winkler (3) couches.

La variation de l'énergie cinétique de la plaque peut s'écrire sous la forme:

$$\begin{aligned}
 \delta K &= \int_{-h/2}^{h/2} \int_A [\dot{u} \delta \dot{u} + \dot{v} \delta \dot{v} + \dot{w} \delta \dot{w}] \rho(z) dA dz \\
 &= \int_A \left\{ I_0 [\dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \delta \dot{v}_0 + (\dot{w}_b + \dot{w}_s)(\delta \dot{w}_b + \delta \dot{w}_s)] \right. \\
 &\quad - I_1 \left[ \dot{u}_0 \frac{\partial \delta \dot{w}_b}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_b}{\partial x} \delta \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \frac{\partial \delta \dot{w}_b}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}_b}{\partial y} \delta \dot{v}_0 \right] \\
 &\quad - J_1 \left[ \dot{u}_0 \frac{\partial \delta \dot{w}_s}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_s}{\partial x} \delta \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \frac{\partial \delta \dot{w}_s}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}_s}{\partial y} \delta \dot{v}_0 \right] \\
 &\quad + I_2 \left[ \frac{\partial \dot{w}_b}{\partial x} \frac{\partial \delta \dot{w}_b}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_b}{\partial y} \frac{\partial \delta \dot{w}_b}{\partial y} \right] + K_2 \left[ \frac{\partial \dot{w}_s}{\partial x} \frac{\partial \delta \dot{w}_s}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_s}{\partial y} \frac{\partial \delta \dot{w}_s}{\partial y} \right] \\
 &\quad \left. + J_2 \left[ \frac{\partial \dot{w}_b}{\partial x} \frac{\partial \delta \dot{w}_s}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_s}{\partial x} \frac{\partial \delta \dot{w}_b}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_b}{\partial y} \frac{\partial \delta \dot{w}_s}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}_s}{\partial y} \frac{\partial \delta \dot{w}_b}{\partial y} \right] \right\} \quad (27)
 \end{aligned}$$

Ici, la convention point-indice correspond à la différenciation par rapport à la variable de temps « t » et ( $I_0, I_1, J_1, I_2, J_2, K_2$ ) sont des inerties de masse, définies comme suit:

$$(I_0, I_1, J_1, I_2, J_2, K_2) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, f, z^2, zf, f^2) \rho(z) dz \quad (28)$$

En substituant les expressions pour  $\delta u$ ,  $\delta v$ ,  $\delta k$  à partir des équations. (22), (24) et (27) dans l'équation. (21) et en intégrant par parties, et en recueillant les coefficients de  $\delta u_0$ ,  $\delta v_0$ ,  $\delta w_b$  et  $\delta w_s$ , on obtient les équations de mouvement de la plaque suivantes:

$$\delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \ddot{u}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial x} - J_1 \frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial x} \quad (29a)$$

$$\delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = I_0 \ddot{v}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial y} - J_1 \frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial y} \quad (29b)$$

$$\begin{aligned} \delta w_b : \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} - N^0 - f_e \\ = I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + I_1 \left( \frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \right) - I_2 \nabla^2 \ddot{w}_b - J_2 \nabla^2 \ddot{w}_s \end{aligned} \quad (29c)$$

$$\begin{aligned} \delta w_s : \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} + \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} - N^0 - f_e \\ = I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + J_1 \left( \frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \right) - J_2 \nabla^2 \ddot{w}_b - K_2 \nabla^2 \ddot{w}_s \end{aligned} \quad (29d)$$

### 3.3.3 Équations constitutives

Les relations de comportement linéaires d'une plaque FG peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (30)$$

où  $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy})$  et  $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy})$  sont les composantes de contrainte et de déformation, respectivement.

Le calcul des constantes élastiques C ij sont les constants élastiques réduits en contraintes planes, définies comme suit:

$$C_{11} = C_{22} = \frac{E(z)}{1 - \nu(z)^2} \quad ; \quad C_{12} = \nu(z) C_{11} \quad (31a)$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = G(z) = \frac{E(z)}{2(1 - \nu(z))} \quad (31b)$$

E , G et les coefficients élastiques Cij varient en fonction de l'épaisseur selon les équations (2), (4), (6), (10) ou (13).

En remplaçant l'équation (18) par l'équation (30) et les résultats ultérieurs par les équations (22) et (23), on obtient facilement les résultats de stress comme suit :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M^b \\ M^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B^s \\ B & D & D^s \\ B^s & D^s & H^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ K^b \\ K^s \end{Bmatrix} \quad (32a)$$

$$S = A^s \gamma \quad (32b)$$

Ou :

$$N = \{N_x, N_y, N_{xy}\} ; M^b = \{M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b\} ; M^s = \{M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s\} \quad (33a)$$

$$\varepsilon = \{\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \varepsilon_{xy}^0\} ; K^b = \{K_x^b, K_y^b, K_{xy}^b\} ; K^s = \{K_x^s, K_y^s, K_{xy}^s\} \quad (33b)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} ; D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (33c)$$

$$B^s = \begin{bmatrix} B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s \end{bmatrix} ; D^s = \begin{bmatrix} D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^s \end{bmatrix} ;$$

$$H^s = \begin{bmatrix} H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \quad (33d)$$

$$S = \{S_{xz}^s, S_{yz}^s\} ; \gamma = \{\gamma_{xz}, \gamma_{yz}\} ; A^s = \begin{bmatrix} A_{44}^s & 0 \\ 0 & A_{55}^s \end{bmatrix} \quad (33e)$$

Ici, les coefficients de rigidité sont définis comme suit:

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & B_{11} & D_{11} & B_{11}^s & D_{11}^s & H_{11}^s \\ A_{12} & B_{12} & D_{12} & B_{12}^s & D_{12}^s & H_{12}^s \\ A_{66} & B_{66} & D_{66} & B_{66}^s & D_{66}^s & H_{66}^s \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} C_{11} \cdot (1, z, z^2, f(z), zf(z), f^2(z)) \begin{Bmatrix} 1 \\ v(z) \\ 1 - v(z) \\ 2 \end{Bmatrix} dz \quad (34a)$$

Et :

$$(A_{22} \ B_{22} \ D_{22} \ B_{22}^s \ D_{22}^s \ H_{22}^s) = (A_{11} \ B_{11} \ D_{11} \ B_{11}^s \ D_{11}^s \ H_{11}^s) \quad (34b)$$

$$A_{44}^s = A_{55}^s = \int_{-h/2}^{h/2} C_{44} [g(z)]^2 dz \quad (34c)$$

### 3.3.4 Equations de mouvement en termes de déplacements

Présentation de l'équation (34) dans Eq. (29), les équations de mouvement peuvent être exprimées en termes de déplacements ( $\delta u_0, \delta v_0, \delta w_b, \delta w_s$ ) et les équations appropriées prennent la forme:

$$A_{11}d_{11}u_0 + A_{66}d_{22}u_0 + (A_{12} + A_{66})d_{12}v_0 - B_{11}d_{111}w_b - (B_{12} + 2B_{66})d_{122}w_b - (B_{12}^S + 2B_{66}^S)d_{122}w_s - B_{11}^S d_{111}w_s = I_0\ddot{u}_0 - I_1d_1\ddot{w}_b - J_1d_1\ddot{w}_s \quad (35a)$$

$$A_{22}d_{22}v_0 + A_{66}d_{11}v_0 + (A_{12} + A_{66})d_{12}u_0 - B_{22}d_{222}w_b - (B_{12} + 2B_{66})d_{112}w_b - (B_{12}^S + 2B_{66}^S)d_{112}w_s - B_{22}^S d_{222}w_s = I_0\ddot{v}_0 - I_1d_2\ddot{w}_b - J_1d_2\ddot{w}_s \quad (35b)$$

$$\begin{aligned} & B_{11}d_{111}u_0 + (B_{12} + 2B_{66})d_{122}u_0 + (B_{12} + 2B_{66})d_{112}v_0 + B_{22}d_{222}v_0 - D_{11}d_{1111}w_b \\ & - 2(D_{12} + 2D_{66})d_{1122}w_b - D_{22}d_{2222}w_b - D_{11}^S d_{1111}w_s \\ & - 2(D_{12}^S + 2D_{66}^S)d_{1122}w_s - D_{22}^S d_{2222}w_s - N^0 - f_e \\ & = I_0(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + I_1(d_1\ddot{u}_0 + d_2\ddot{v}_0) - I_2((d_{11}\ddot{w}_b + d_{22}\ddot{w}_b)) \\ & - J_2((d_{11}\ddot{w}_s + d_{22}\ddot{w}_s)) \end{aligned} \quad (35c)$$

$$\begin{aligned} & B_{11}^S d_{111}u_0 + (B_{12}^S + 2B_{66}^S)d_{122}u_0 + (B_{12}^S + 2B_{66}^S)d_{112}v_0 + B_{22}^S d_{222}v_0 - D_{11}^S d_{1111}w_b \\ & - 2(D_{12}^S + 2D_{66}^S)d_{1122}w_b - D_{22}^S d_{2222}w_b - H_{11}^S d_{1111}w_s \\ & - 2(H_{12}^S + 2H_{66}^S)d_{1122}w_s - H_{22}^S d_{2222}w_s + A_{44}^S d_{11}w_s + A_{55}^S d_{22}w_s - N^0 \\ & - f_e = I_0(\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + J_1(d_1\ddot{u}_0 + d_2\ddot{v}_0) - J_2((d_{11}\ddot{w}_b + d_{22}\ddot{w}_b)) \\ & - K_2((d_{11}\ddot{w}_s + d_{22}\ddot{w}_s)) \end{aligned} \quad (35d)$$

Où  $d_{ij}$ ,  $d_{ijl}$  et  $d_{ijlm}$  sont les opérateurs différentiels suivants:

$$d_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} ; d_{ijl} = \frac{\partial^3}{\partial x_i \partial x_j \partial x_l} ; d_{ijlm} = \frac{\partial^4}{\partial x_i \partial x_j \partial x_l \partial x_m} ; (i, j, l, m = 1, 2)$$

### 3.3.5 Solutions analytiques

Considérez une plaque rectangulaire simplement supportée avec une longueur  $a$  et une largeur  $b$  reposant sur des fondations élastiques (Fig. 3.1). Sur la base de la méthode de solution Navier, les extensions de déplacements suivantes ( $u_0, v_0, w_b, w_s$ ) sont supposés comme:

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_b \\ w_s \end{pmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{pmatrix} U_{mn} e^{i\omega t} \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ V_{mn} e^{i\omega t} \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \\ W_{bmn} e^{i\omega t} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \\ W_{smn} e^{i\omega t} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \end{pmatrix} \quad (35e)$$

où  $U_{mn}, V_{mn}, W_{bmn}, W_{smn}$ , des paramètres inconnus doivent être déterminés,  $\omega$  est la fréquence propre associée à  $(m, n)^{\text{th}}$  le mode propre, et  $\lambda = (m\pi / a)$  et  $\mu = (n\pi / b)$ .

En substituant Eqn. (36) dans Eq. (35), les solutions analytiques peuvent être obtenues à partir du système matrice-vecteur:



$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} + k & a_{34} + k \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} + k & a_{44} + k \end{pmatrix} - \omega^2 \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} & m_{14} \\ 0 & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{34} \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{bmn} \\ W_{smn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Dans lequel:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -(A_{11}\lambda^2 + A_{66}\mu^2) ; & a_{12} &= -\lambda\mu(A_{12} + A_{66}) ; & a_{13} &= \lambda(B_{11}\lambda^2 + (B_{12} + 2B_{66})\mu^2) \\ a_{14} &= \lambda(B_{11}^S\lambda^2 + (B_{12}^S + 2B_{66}^S)\mu^2) ; & a_{22} &= -(A_{66}\lambda^2 + A_{22}\mu^2) \\ a_{23} &= \mu(B_{12} + 2B_{66})\lambda^2 + B_{22}\mu^2 ; & a_{24} &= \mu(B_{12}^S + 2B_{66}^S)\lambda^2 + B_{22}^S\mu^2 \\ a_{33} &= -(D_{11}\lambda^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\lambda^2\mu^2 + D_{22}\mu^4 + K_W + K_S(\lambda^2 + \mu^2)) \\ a_{34} &= -(D_{11}^S\lambda^4 + 2(D_{12}^S + 2D_{66}^S)\lambda^2\mu^2 + D_{22}^S\mu^4 + K_W + K_S(\lambda^2 + \mu^2)) \\ a_{44} &= -(H_{11}^S\lambda^4 + 2(H_{11}^S + 2H_{66}^S)\lambda^2\mu^2 + H_{22}^S\mu^4 + A_{55}^S\lambda^2 + A_{44}^S\mu^2 + K_W + K_S(\lambda^2 + \mu^2)) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} m_{11} &= m_{22} = -I_0 ; & m_{13} &= \lambda I_1 ; & m_{14} &= \lambda J_1 ; & m_{23} &= \mu I_1 ; & m_{24} &= \mu J_1 ; \\ m_{33} &= -(I_0 + I_2(\lambda^2 + \mu^2)) ; & m_{34} &= -(I_0 + J_2(\lambda^2 + \mu^2)) ; & m_{44} &= -(I_0 + K_2(\lambda^2 + \mu^2)) \end{aligned} \quad (38)$$

$$k = N_{cr}(\gamma_1\lambda^2 + \gamma_2\mu^2)$$

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'effet des modèles d'homogénéisation sur le flambement et la vibration libre des plaques épaisses de jauge fonctionnelle basées sur des fondations élastiques, dans lesquelles nous avons évalué les propriétés élastiques effectives, telles que le module de Young, le coefficient de Poisson et la densité, et utilisent une série de modèles d'homogénéisation explicites, comme la fraction volumique des modèles Reuss, Hashin – Shtrikman et LRVE ainsi que Tamura et LRVE aux limites de Voigt. et pour l'analyse des plaques, une théorie des plaques raffinée pour les plaques à gradation fonctionnelle sur fondation élastique est proposée qui définit le déplacement transversal à la fois en flexion et en cisaillement avec seulement quatre inconnues, et donc diminue le nombre d'équations gouvernantes afin de prédire le flambement et la vibration libre des plaques FG épaisses.

## Sommaire

3.1	Introduction :.....	91
3.2	Modèles homogénéisés pour les matériaux classés fonctionnellement .....	98
3.2.1	Règle de Voigt.....	98
3.2.2	Règle de Reuss.....	99
3.2.3	Modèle de limites de Hashin-Shtrikman .....	99
3.2.4	Modèle Tamura .....	100
3.2.5	Modèle d'éléments de volume représentatifs locaux cubiques (LRVE).....	101
3.3	Formulation théorique .....	102
3.3.1	Cinématique .....	102
3.3.2	Équations d'équilibre.....	103
3.3.3	Équations constitutives .....	106
3.3.4	Equations de mouvement en termes de déplacements .....	107
3.3.5	Solutions analytiques .....	108
3.4	Conclusion .....	109

# *Chapitre 4: Résultats et discussions*

### 4. Résultats et discussion

Dans cette section, divers exemples numériques sont présentés et comparés afin de vérifier l'effet des modèles d'homogénéisation sur la prévision des charges critiques de flambement et des fréquences propres de plaques simplement appuyée, de calibres fonctionnels et reposant sur une base élastique.

Les propriétés matérielles des plaques FGM utilisées dans cette étude sont énumérées dans le tableau 4.1

La masse volumique effective  $\rho(z)$  est estimée à l'aide de la distribution de la loi de puissance avec la règle de mélange de Voigt pour tous les modèles, comme suit:

$$\rho(z) = \rho_m + (\rho_c - \rho_m) \left( \frac{2z + h}{2h} \right)^k \quad (39)$$

Pour plus de commodité, les formes sans dimension suivantes sont utilisées:

$$\begin{aligned} \bar{N} &= N_{cr} \frac{a^2}{E_m h^3} ; \quad \hat{N} = N_{cr} \frac{a^2}{100h^3} ; \quad \bar{\omega} = \omega \frac{a^2}{h} \sqrt{\rho_m/E_m} \\ K_0 &= \frac{a^4 K_w}{D_m} ; \quad K_1 = \frac{a^2 K_s}{D_m} ; \quad D_m = \frac{h^3 E_m}{12(1 - \nu_m^2)} \end{aligned} \quad (40)$$

**Tableau 4.1-** Propriétés des matériaux utilisés dans la plaque FGM

Propriétés	Metal aluminum Alloy 1100	Ceramic Alumina (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )
$E$ (GPa)	69	380
$\nu$	0.33	0.22
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2710	3950

### 4.1 Résultats pour l'analyse de flambement

Le premier exemple concerne des plaques carrées épaisses ( $a/h = 5$ ). Différentes valeurs de l'indice de matériau sont considérées.

- Le module de Young est évalué à l'aide des modèles d'homogénéisation décrits ci-dessus.

-Les résultats obtenus sont comparés à la théorie des plaques classique et du troisième ordre documentée dans **Akbarzadeh et al. (2015)**.

## Chapitre 04- résultats et discussion

- Le tableau 4.2 présente le calcul des charges critiques de flambage non dimensionnelles N.
- Il est pertinent de noter que les solutions classiques de la théorie des plaques négligent l'effet des déformations de cisaillement transversal et que cette hypothèse tend à surestimer les charges critiques de flambage non dimensionnelles des plaques de FGM épaisses.
- Les solutions de théorie des plaques du troisième ordre sont obtenues sur la base de la variation parabolique du déplacement dans le plan à travers l'épaisseur de la plaque en utilisant cinq paramètres inconnus.
- L'examen du tableau 4.2 montre que les calculs actuels concordent très bien avec les solutions de la théorie des plaques de troisième ordre disponibles dans la littérature pour tous les modèles d'homogénéisation comportant seulement quatre paramètres.
- D'autre part, on constate que pour tous les modèles d'homogénéisation, les charges critiques de flambage non dimensionnelles diminuent en fonction des paramètres d'indice de matériau.
- Les charges critiques de flambage non dimensionnelles sont les plus élevées dans la phase céramique et les plus faibles dans la phase métallique.
- En outre, à partir d'une comparaison des modèles d'homogénéisation un écart est observé dans les charges de flambage critiques non dimensionnelles calculées pour les modèles de limites supérieures de Voigt, Reuss et Hashin.

**Tableau 4.2-** *Comparaison des charges de flambement unidirectionnelles critiques non dimensionnelles N de plaques carrées FGM simplement prises en charge avec différents modèles d'homogénéisation ( $a/h = 5$ )*

$p$	Theory	Homogenization model					
		Voigt	Reuss	Hashin (LB)	Hashin (UB)	LRVE	Tamura
Ceramic	CPT <sup>(a)</sup>	19.0406	19.0406	19.0406	19.0406	19.0406	19.0406
	TSDT <sup>(a)</sup>	15.8412	15.8412	15.8412	15.8412	15.8412	15.8412
	Present SSDT	15.8458	15.8458	15.8458	15.8458	15.8458	15.8458
0.5	CPT <sup>(a)</sup>	12.5797	8.4890	9.7010	11.1882	9.8634	9.9060
	TSDT <sup>(a)</sup>	10.6123	7.0776	8.1266	9.4558	8.31763	8.3275
	Present SSDT	10.6187	7.0775	8.1283	9.4601	8.31971	8.3297
1	CPT <sup>(a)</sup>	9.7521	7.0908	7.8269	8.7725	7.8687	7.9529
	TSDT <sup>(a)</sup>	8.2480	5.7897	6.4648	7.3851	6.54682	6.6012
	Present SSDT	8.2496	5.7872	6.4630	7.3855	6.54529	6.6000
2	CPT <sup>(a)</sup>	7.6581	6.2143	6.6734	7.1760	6.7266	6.7446

## Chapitre 04- résultats et discussion

	TSDT <sup>(a)</sup>	6.3768	4.9214	5.3436	5.8941	5.4005	5.4274
	Present SSDT	6.3746	4.9181	5.3391	5.8906	5.3949	5.4229
10	CPT <sup>(a)</sup>	5.9343	4.8381	5.2004	5.5997	5.2570	5.2582
	TSDT <sup>(a)</sup>	4.4905	3.7655	3.9997	4.2662	4.0335	4.0384
	Present SSDT	4.4862	3.7652	4.0000	4.2649	4.0345	4.0388
Metal	CPT <sup>(a)</sup>	3.6921	3.6921	3.6921	3.6921	3.6921	3.6921
	TSDT <sup>(a)</sup>	2.9895	2.9895	2.9895	2.9895	2.9895	2.9895
	Present SSDT	2.9904	2.9904	2.9904	2.9904	2.9904	2.9904

(a) Donnée par Akbarzadeh et al. (2015).

- Cependant, une corrélation plus étroite est obtenue avec les modèles de Hachin Lower Lims, LRVE et Tamura, qui présentent une bonne similitude,

Les valeurs maximales de la charge critique de flambage non dimensionnelle correspondent au modèle de Voigt qui estime les propriétés effectives fournies par les limites supérieures.

- Les valeurs minimales sont produites par le modèle de Reuss, qui fournit des estimations approximatives des propriétés effectives basées sur les limites inférieures.

- Le modèle de limite supérieure de Hashin estime les propriétés effectives sur la base de modules optimaux de cisaillement et en vrac pour le matériau de phase supérieure, ce qui explique les valeurs proches des résultats obtenus par le modèle de Voigt.

- Pour les limites inférieures de Hashin, les modèles LRVE et Tamura, les propriétés effectives sont dérivées en tant que fonctions du matériau de phase inférieure, se traduisant par des valeurs étroitement corrélées pour des charges de flambage critiques non dimensionnelles.

- Comme mentionné ci-dessus, les modèles Tamura et LRVE utilisent la même estimation du ratio de Poisson, ce qui génère des résultats très proches.

- Nous analysons ensuite les plaques de FGM ayant un rapport d'épaisseur  $a/h = 10$ , ce qui représente un autre problème pour les structures des avions et des vaisseaux spatiaux.

- Dans ce scénario, le module de Young et le coefficient de Poisson sont évaluées à l'aide des modèles de Voigt, Reuss et Hashin (limites supérieures), Hashin (limites inférieures), LRVE et Tamura.

- Cet exemple vise à prédire les charges de flambage critiques non dimensionnelles pour des plaques d'épaisseur moyenne; les résultats obtenus sont comparés avec le CPT et ceux prédits par la théorie des plaques du troisième ordre dans le tableau 4.3.

## Chapitre 04- résultats et discussion

**Tableau 4.3-** Comparaison des charges de flambement unidirectionnelles critiques non dimensionnelles  $N$  de la plaque carrée FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation ( $a/h = 10$ )

$p$		Homogenization model					
		Voigt	Reuss	Hashin (LB)	Hashin (UB)	LRVE	Tamura
ceramic	CPT <sup>(a)</sup>	19.0406	19.0406	19.0406	19.0406	19.0406	19.0406
	TSDT <sup>(a)</sup>	18.1238	18.1238	18.1238	18.1238	18.1238	18.1238
	Present SSDT	18.1243	18.1243	18.1243	18.1243	18.1243	18.1243
0.5	CPT <sup>(a)</sup>	12.5797	8.4890	9.7010	11.1882	9.8634	9.906
	TSDT <sup>(a)</sup>	12.0216	8.0851	9.2520	10.6973	9.4246	9.457
	Present SSDT	12.0263	8.0851	9.2530	10.7002	9.4257	9.4584
1	CPT <sup>(a)</sup>	9.7521	7.0908	7.8269	8.77254	7.8687	7.9529
	TSDT <sup>(a)</sup>	9.3261	6.7128	7.4344	8.37822	7.4898	7.5648
	Present SSDT	9.3262	6.7113	7.4332	8.37786	7.4887	7.5638
2	CPT <sup>(a)</sup>	7.6581	6.2143	6.6734	7.17600	6.7266	6.7446
	TSDT <sup>(a)</sup>	7.2910	5.8304	6.2815	6.80511	6.3366	6.3579
	Present SSDT	7.2897	5.8283	6.2793	6.80332	6.3339	6.3557
10	CPT <sup>(a)</sup>	5.9343	4.8381	5.2004	5.59969	5.2570	5.2582
	TSDT <sup>(a)</sup>	5.4916	4.5156	4.8364	5.19273	4.8855	4.8880
	Present SSDT	5.4890	4.5123	4.8346	5.19094	4.8842	4.8864
Metal	CPT <sup>(a)</sup>	3.6921	3.4868	3.6921	3.6921	3.6921	3.6921
	TSDT <sup>(a)</sup>	3.4868	3.4868	3.4868	3.4868	3.6921	3.4868
	Present SSDT	3.4870	3.4870	3.4870	3.4870	3.4870	3.4870

(a) Donnée par Akbarzadeh et al. (2015).

- On constate que les charges critiques de flambage non dimensionnelles sont légèrement supérieures à celles des plaques de FGM épaisses.
- Les valeurs les plus élevées des charges critiques de flambage non dimensionnelles sont observées dans la phase riche en céramique et diminuées à des valeurs plus faibles dans la phase riche en métal.
- Les résultats obtenus démontrent que la même théorie est réalisable avec un nombre d'inconnues moins important que la théorie du troisième ordre utilisée par Akbarzadeh et autres (2015).
- La comparaison entre les solutions générées avec les différents modèles d'homogénéisation montre des différences importantes dans les valeurs calculées de charge critique de flambage non dimensionnelle.
- Par ailleurs, l'effet des modèles d'homogénéisation ne dépend pas du taux d'épaisseur des plaques; Il existe divers facteurs tels que l'emplacement et la disposition de la phase du matériau, les zones de microstructure graduée et l'interphase de la matrice continue et la distribution des inclusions qui impliquent de prévoir les propriétés effectives homogénéisées

et leur incorporation peut améliorer la précision des charges critiques de flambage prédites pour les plaques FGM.

### 4.2 Résultats pour l'analyse de vibrations libres

- La précision de la théorie des plaques de cisaillement d'ordre supérieur proposée et l'effet des modèles d'homogénéisation sont également vérifiés et discutés pour un cas de dynamique structurale, à savoir l'analyse de vibrations libres.
- Cet exemple est réalisé pour des plaques carrées de MGF épaisses et moyennement épaisses.
- Cet exemple vise à vérifier l'effet des modèles d'homogénéisation sur la fréquence fondamentale; les résultats obtenus sont comparés avec les solutions classiques et de la théorie des plaques du troisième ordre d'Akbarzadeh et al.(2015).
- Le module de Young et le coefficient de Poisson sont évalués à l'aide des modèles de Voigt, Reuss et Hashin (limites supérieures), Hashin (limites inférieures), LRVE et Tamura.
- La densité de masse a été dérivée du modèle de Voigt pour tous les modèles considérés.
- La fréquence fondamentale non dimensionnelle  $\bar{\omega}$  est donnée dans les tableaux 4.4 et 4.5 pour différentes valeurs des paramètres d'indice de matériau.
- Il est évident que les calculs actuels concordent parfaitement avec les solutions de la théorie des plaques du troisième ordre. Puisque la théorie classique des plaques omet les effets de la déformation par cisaillement, elle surestime donc sensiblement la fréquence des plaques épaisses.
- On constate que les solutions dérivées sont toutefois proches puisque les propriétés dynamiques des plaques FGM sont calculées via le même modèle d'homogénéisation.
- Etant donné que le paramètre d'indice de matériau croissant diminue les valeurs de fréquence fondamentale, les valeurs les plus élevées sont présentées dans la phase du matériau céramique et les valeurs les plus basses sont observées dans la phase métallique en fonction du module d'élasticité effectif et les densités massiques de chaque matériau peuvent être calculées.

**Tableau 4.4** - Comparaison de la fréquence fondamentale non dimensionnelle  $\bar{\omega}$  d'une plaque carrée de FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation ( $a/h = 5$ )

$p$		Homogenization model					
		Voigt	Reuss	Hashin (LB)	Hashin (UB)	LRVE	Tamura
Ceramic	CPT <sup>(a)</sup>	10.9571	10.9571	10.9571	10.9571	10.9571	10.9571
	TSDT <sup>(a)</sup>	10.0885	10.0885	10.0885	10.0885	10.0885	10.0885
	Present SSDT	10.0897	10.0898	10.0898	10.0898	10.0898	10.0898
0.5	CPT <sup>(a)</sup>	9.4189	7.7166	8.2564	8.8759	8.3253	7.7238



## Chapitre 04- résultats et discussion

	TSDT <sup>(a)</sup>	8.7277	7.1185	7.6305	8.2334	7.7172	7.7238
	Present SSDT	8.7301	7.1185	7.6313	8.2346	7.7178	7.7248
1	CPT <sup>(a)</sup>	8.5358	7.2682	7.6362	8.0892	7.6542	7.6978
	TSDT <sup>(a)</sup>	7.9227	6.6432	7.0157	7.4944	7.0561	7.0879
	Present SSDT	7.9233	6.6415	7.0151	7.4947	7.0554	7.0874
	CPT <sup>(a)</sup>	7.7910	7.0298	7.2771	7.5417	7.3025	7.3149
2	TSDT <sup>(a)</sup>	7.1877	6.3369	6.5952	6.9152	6.6273	6.6446
	Present SSDT	7.1868	6.3345	6.5927	6.9135	6.6242	6.6424
10	CPT <sup>(a)</sup>	7.2220	6.5423	6.7778	7.0248	6.81379	6.8144
	TSDT <sup>(a)</sup>	6.3804	5.8474	6.0267	6.2222	6.0524	6.0556
	Present SSDT	6.3773	5.8468	6.0271	6.2212	6.0530	6.0556
Metal	CPT <sup>(a)</sup>	5.8472	5.8472	5.8472	5.8472	5.8472	5.8472
	TSDT <sup>(a)</sup>	5.3172	5.3172	5.3172	5.3172	5.3172	5.3172
	Present SSDT	5.3183	5.3179	5.3179	5.3179	5.3179	5.3179

(a) Donnée par Akbarzadeh et al. (2015).

### 4.3 Étude paramétrique

- Après avoir prouvé l'authenticité des solutions analytiques actuelles, de nouveaux résultats sont présentés pour permettre la réalisation d'une étude paramétrique.
- Les charges critiques de flambement et la fréquence fondamentale de plaques à gradient fonctionnel simplement appuyée avec divers paramètres d'indice de matériau et de fondation élastique sont étudiées dans cette section, pour tous les modèles d'homogénéisation mentionnés ci-dessus.
- Le tableau 6 montre l'effet des paramètres d'indice de matériau et de fondation élastique sur les charges critiques de flambage d'une plaque carrée FGM simplement supportée avec un rapport d'épaisseur  $a/h = 10$  à l'aide des modèles de Voigt, Reuss et Hashin (limites supérieures), Hashin (limites inférieures), LRVE et Tamura.
- Comme on peut le constater, les charges critiques de flambage non dimensionnelles obtenues augmentent à mesure que les paramètres de base augmentent et que le paramètre Pasternak exerce un effet plus important par rapport au paramètre Winkler.
- On observe également que la différence entre les valeurs maximales obtenues par le modèle de Voigt et les valeurs minimales obtenues par le modèle de Reuss est plus significative et diminue lorsque le paramètre d'indice de matériau augmente.

## Chapitre 04- résultats et discussion

**Tableau 4.5 - Comparaison de la fréquence fondamentale non dimensionnelle  $\bar{\omega}$  d'une plaque carrée de FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation**

$$(a / h = 10)$$

$p$		Homogenization model					
		Voigt	Reuss	Hashin (LB)	Hashin (UB)	LRVE	Tamura
Ceramic	CPT <sup>(a)</sup>	11.2199	11.2199	11.2199	11.2199	11.2199	11.2199
	TSDT <sup>(a)</sup>	10.9548	10.9548	10.9548	10.9548	10.9548	10.9548
	Present SSDT	10.9548	10.9549	10.9549	10.9549	10.9549	10.9549
0.5	CPT <sup>(a)</sup>	9.6468	7.9193	8.4676	9.0959	8.5382	8.5569
	TSDT <sup>(a)</sup>	9.4370	7.7349	8.2757	8.9005	8.3524	8.3671
	Present SSDT	9.4389	7.7347	8.2761	8.9018	8.3526	8.3678
1	CPT <sup>(a)</sup>	8.7542	7.4621	7.8399	8.3012	7.8601	7.9028
	TSDT <sup>(a)</sup>	8.5671	7.2673	7.6475	8.1188	7.6751	7.7141
	Present SSDT	8.5675	7.2664	7.6469	8.1187	7.6746	7.7135
2	CPT <sup>(a)</sup>	8.0089	7.2176	7.4775	7.7527	7.5063	7.517
	TSDT <sup>(a)</sup>	7.8215	6.9987	7.2623	7.5569	7.2932	7.3059
	Present SSDT	7.8207	6.9979	7.2608	7.5561	7.2915	7.3049
10	CPT <sup>(a)</sup>	7.4243	6.7091	6.9544	7.2143	6.9920	6.9927
	TSDT <sup>(a)</sup>	7.1517	6.4889	6.7147	6.9562	6.7486	6.7503
	Present SSDT	7.1501	6.4863	6.7133	6.9550	6.7475	6.7488
Metal	CPT <sup>(a)</sup>	5.9875	5.9875	5.9875	5.9875	5.9875	5.9875
	TSDT <sup>(a)</sup>	5.8237	5.8237	5.8237	5.8237	5.8237	5.8237
	Present SSDT	5.8238	5.8238	5.8238	5.8238	5.8238	5.8238

(a) Donnée par Akbarzadeh et al. (2015).

- Les quatre premières fréquences propres non dimensionnelles des plaques FGM carrées simplement supportées pour différentes valeurs des paramètres d'indice de matériau et de fondation sont répertoriées dans les Tableaux 7 à 8 avec un rapport d'épaisseur  $a / h = 10$ .
- Il convient de noter que la distribution de la masse et le moment d'inertie de la masse sont calculés par le modèle de Voigt pour tous les modèles d'homogénéisation présentés.
- Il est évident que l'effet du paramètre Pasternak est supérieur à celui du paramètre Winkler.
- En fait, la différence entre les valeurs de fréquence fondamentale obtenues est mineure par rapport aux charges de flambement et diminue avec l'augmentation des paramètres d'indice de matériau. Cela est dû au fait que les phases matérielles sont passées de la phase entièrement céramique à la phase entièrement métallique, ce qui entraîne une diminution sensible de la rigidité et de la masse volumique.

## Chapitre 04- résultats et discussion

**Tableau 4.6** - Effet de l'exposant de la fraction volumique et des paramètres de fondation élastiques sur des charges de flambement unidirectionnelles critiques non dimensionnelles  $N$  d'une plaque carrée FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation ( $a/h = 10$ )

$K_0$	$K_1$	Model	Index parameter $p$					
			Ceramic	0.5	1	2	10	metal
100	0	Voigt	19.0719	12.9738	10.2737	8.2372	6.4365	4.4345
		Reuss	19.0719	9.0326	7.6588	6.7758	5.4597	4.4345
		Hashin (UB)	19.0719	11.6477	9.3254	7.7509	6.1384	4.4345
		Hashin (LB)	19.0719	10.2006	8.3807	7.2268	5.7822	4.4345
		LRVE	19.0719	10.3732	8.4362	7.2814	5.8317	4.4345
		Tamura	19.0719	10.4059	8.5113	7.3032	5.8339	4.4345
0	100	Voigt	36.8278	30.7297	28.0297	25.9932	24.1925	22.1904
		Reuss	36.8278	26.7886	25.4148	24.5317	23.2157	22.1904
		Hashin (UB)	36.8278	29.4036	27.0813	25.5068	23.8945	22.1904
		Hashin (LB)	36.8278	27.9565	26.1367	24.9828	23.5381	22.1904
		LRVE	36.8278	28.1291	26.1922	25.0374	23.5877	22.1904
		Tamura	36.8278	28.1619	26.2672	25.0591	23.5899	22.1904
100	100	Voigt	37.7754	31.6772	28.9772	26.9407	25.1400	23.1380
		Reuss	37.7754	27.7361	26.3623	25.4793	24.1632	23.1380
		Hashin (UB)	37.7754	30.3512	28.0288	26.4543	24.8419	23.1380
		Hashin (LB)	37.7752	28.9041	27.0842	25.9303	24.4857	23.1380
		LRVE	37.7754	29.0767	27.1397	25.9849	24.5352	23.1380
		Tamura	37.7754	29.1094	27.2148	26.0067	24.5374	23.1380

## Chapitre 04- résultats et discussion

**Tableau 4.7** - Effet de l'exposant de la fraction volumique et des paramètres de fondation élastiques sur les première et seconde fréquences propres non dimensionnelles  $\bar{\omega}$  d'une plaque carrée FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation

$$(a/h = 10)$$

mode	$K_0$	$K_I$	p	Homogenization model					
				Voigt	Reuss	Hashin (LB)	Hashin (UB)	LRVE	Tamura
1	0	50	0.5	12.5842	11.3588	11.7352	12.1855	11.7891	11.8000
			1	12.1239	11.2415	11.4907	11.8102	11.5084	11.5352
			10	11.7565	11.3697	11.4998	11.6408	11.5197	11.5204
	50	00	0.5	9.62280	7.95823	8.48535	9.09641	8.56003	8.57456
			1	8.78199	7.51858	7.88683	8.34494	7.91360	7.95157
			10	7.45233	6.81849	7.03470	7.26544	7.06735	7.06873
	50	50	0.5	12.7230	11.5121	11.8837	12.3286	11.9370	11.9477
			1	12.2767	11.4060	11.6517	11.9669	11.6692	11.6955
			10	11.9426	11.5623	11.6902	11.8288	11.7098	11.7105
	100	100	0.5	15.3184	14.3256	14.6268	14.9916	14.6700	14.6789
			1	15.1008	14.4008	14.5959	14.8491	14.6093	14.6309
			10	15.3006	15.0096	15.1076	15.2137	15.1227	15.1231
2	0	50	0.5	49.0973	40.0882	42.9662	46.7916	43.9809	43.7340
			1	45.4100	36.4749	39.0966	42.9025	39.9008	39.8148
			10	31.9747	28.9803	29.7125	30.9809	29.8569	29.9250
	50	0	0.5	49.0973	40.0882	42.9662	46.7916	43.9809	43.7340
			1	45.4100	36.4749	39.0966	42.9025	39.9008	39.8148
			10	31.9747	28.9803	29.7125	30.9809	29.8569	29.9250
	50	50	0.5	49.0973	40.0882	42.9662	46.7916	43.9809	43.7340
			1	45.4100	36.4749	39.0966	42.9025	39.9008	39.8148
			10	31.9747	28.9803	29.7125	30.9809	29.8569	29.9250
	100	100	0.5	49.0973	40.0882	42.9662	46.7916	43.9809	43.7340
			1	45.4100	36.4749	39.0966	42.9025	39.9008	39.8148
			10	31.9747	28.9803	29.7125	30.9809	29.8569	29.9250

## Chapitre 04- résultats et discussion

**Tableau 4.8** - Effet de l'exposant de la fraction volumique et paramètres de fondation élastiques sur les troisième et quatrième fréquences propres non dimensionnelles  $\bar{\omega}$  d'une plaque carrée de FGM simplement supportée avec différents modèles d'homogénéisation

$$(a/h = 10)$$

mode	$K_0$	$K_1$	p	Homogenization model					
				Voigt	Reuss	Hashin (LB)	Hashin (UB)	LRVE	Tamura
3	0	50	0.5	80.1431	64.9300	70.3691	75.8716	71.5855	71.1993
			1	74.6903	59.5805	64.5357	70.0153	65.4312	65.3296
			10	54.1610	49.3049	50.6597	52.4053	50.7725	50.8936
	50	00	0.5	80.1431	64.9292	70.3682	75.8716	71.5846	71.1989
			1	74.6894	59.5792	64.5344	70.0145	65.4299	65.3292
			10	54.1593	49.3049	50.6588	52.4040	50.7721	50.8932
	50	50	0.5	80.1431	64.9300	70.3691	75.8716	71.5855	71.1993
			1	74.6903	59.5805	64.5357	70.0153	65.4312	65.3296
			10	54.1610	49.3049	50.6597	52.4053	50.7729	50.8940
	100	100	0.5	80.1435	64.9313	70.3704	75.8721	71.5859	71.2006
			1	74.6907	59.5818	64.5370	70.0162	65.4325	65.3309
			10	54.1627	49.3053	50.6601	52.4066	50.7734	50.8945
4	0	50	0.5	366.254	285.723	311.885	346.181	321.454	318.807
			1	332.439	251.162	273.884	308.748	280.450	280.185
			10	204.129	196.167	197.790	200.953	197.632	198.215
	50	0	0.5	366.253	285.720	311.883	346.180	321.452	318.806
			1	332.437	251.160	273.882	308.747	280.448	280.182
			10	204.126	196.164	197.787	200.950	197.629	198.213
	50	50	0.5	366.254	285.723	311.885	346.181	321.454	318.807
			1	332.439	251.163	273.884	308.748	280.450	280.185
			10	204.129	196.167	197.790	200.953	197.632	198.216
	100	100	0.5	366.256	285.724	311.887	346.184	321.456	318.809
			1	332.441	251.164	273.886	308.750	280.453	280.186
			10	204.133	196.170	197.793	200.956	197.635	198.219

- Afin de vérifier l'effet des modèles d'homogénéisation sur les deuxième et troisième fréquences propres, nous étudions maintenant une plaque FGM simplement prise en charge avec différents formats (a / b).

- D'après les résultats présentés dans le tableau 9, on peut constater que pour tous les modèles d'homogénéisation utilisés, les deuxième et troisième fréquences propres non dimensionnelles augmentent à mesure que le rapport de longueur augmente. et lorsque le paramètre d'indice de matériau augmente, les deuxième et troisième fréquences propres non dimensionnelles diminuent.

## Chapitre 04- résultats et discussion

**Tableau 4.9-** Effet de l'exposant de la fraction volumique et rapport de forme ( $a/b$ ) sur les deuxième et troisième fréquences propres non dimensionnelles  $\bar{\omega}$  de plaques de FGM simplement supportées avec différents modèles d'homogénéisation ( $a/h = 10$ )

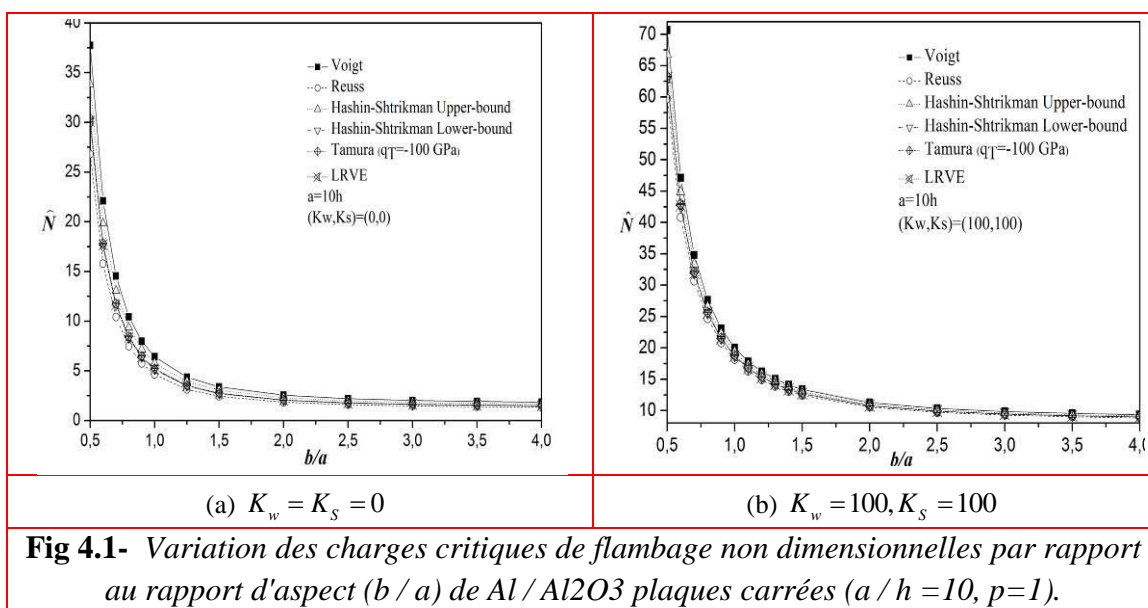
mode	$a/b$	$p$	Homogenization model					
			Voigt	Reuss	Hashin (LB)	Hashin (UB)	LRVE	Tamura
2	2	0.5	77.6299	63.3850	67.9354	73.9837	69.5397	69.1496
		1	71.7999	57.6718	61.8175	67.8346	63.0888	62.9526
		10	50.5563	45.8217	46.9793	48.9849	47.2081	47.3157
	3	0.5	109.785	89.6400	96.0757	104.629	98.3442	97.7916
		1	101.540	81.5606	87.4230	95.9326	89.2210	89.0285
		10	71.4977	64.8020	66.4388	69.2755	66.7618	66.9140
	4	0.5	143.142	116.877	125.267	136.420	128.226	127.505
		1	132.392	106.341	113.985	125.081	116.329	116.079
		10	93.2218	84.4911	86.6264	90.3237	87.0467	87.2452
3	2	0.5	126.629	102.341	111.001	119.805	112.928	112.334
		1	117.843	93.8613	101.660	110.383	103.043	102.925
		10	85.2781	77.9209	80.0039	82.6525	80.1743	80.3611
	3	0.5	178.871	143.983	156.365	169.056	159.101	158.294
		1	166.061	131.949	142.885	155.355	144.768	144.697
		10	119.799	110.110	112.923	116.417	113.147	113.399
	4	0.5	232.837	186.394	202.768	219.741	206.350	205.361
		1	215.431	170.641	184.725	201.202	187.048	187.125
		10	154.838	143.411	146.845	150.974	147.105	147.417

- Les effets des paramètres de fondation élastiques et du rapport de forme ( $b/a$ ) sur les charges critiques de flambage non dimensionnelles sont illustrés à la Fig.4.1 pour tous les modèles d'homogénéisation présentés.

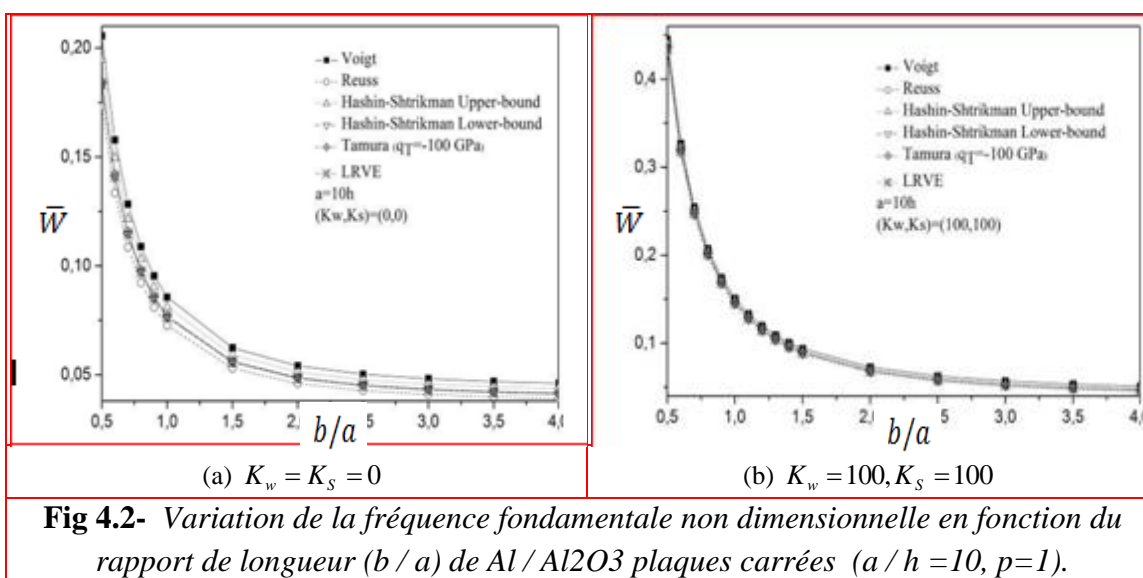
- Évidemment, les charges critiques de flambage non dimensionnelles diminuent pour les plaques FGM avec un rapport de forme supérieur  $b/a$ .

- En outre, l'effet du paramètre de fondation Pasternak est plus important que le paramètre de fondation Winkler.

- Il a également été observé que les charges de flambage critiques non dimensionnelles obtenues par les modèles d'homogénéisation de Hashin Lower Bound, LRVE et Tamura concordent beaucoup plus étroitement que celles calculées avec les autres modèles d'homogénéisation utilisés dans cette étude.



- La figure 4.2 montre l'effet des paramètres de fondation élastiques et du rapport de forme ( $b/a$ ) sur la fréquence fondamentale non dimensionnelle obtenue en utilisant différents modèles d'homogénéisation.
- On observe que la fréquence fondamentale obtenue diminue lorsque le rapport de format  $b/a$  est augmenté pour tous les modèles.
- Il convient de noter que tous les modèles ont utilisé les mêmes modèles de distribution de masse et de moment d'inertie, ce qui contribue à réduire l'écart entre la fréquence fondamentale calculée générée avec les modèles d'homogénéisation étudiés.



### 5. Conclusions

- Une étude théorique de l'effet de divers modèles d'homogénéisation est présentée pour les analyses de flambement et de vibration libre des plaques de matériaux fonctionnellement gradués (FGM) reposant sur des fondations élastiques.
- La précision de la présente théorie a été démontrée pour les analyses de flambage et de vibration libre de plaques de FGM simplement supportées.
  - La théorie intègre l'effet de déformation par cisaillement sans nécessiter de facteur de correction de cisaillement.
- En divisant le déplacement transversal en composantes de flexion et de cisaillement, le nombre d'inconnues et d'équations régissant émergent dans la présente théorie est réduit à quatre et cette théorie affinée est donc un peu plus simple que les autres théories disponibles dans la littérature scientifique.



### Sommaire

4. Résultats et discussion .....	110
4.1 Résultats pour l'analyse de flambement.....	110
4.2 Résultats pour l'analyse de vibrations libres.....	114
4.3 Étude paramétrique .....	115
5. Conclusions.....	122

$\bar{W}$

# *Conclusion générale*

## Conclusion générale

---

Les équations de mouvement dérivées du principe de Hamilton sont résolues analytiquement via la technique d'expansion de Navier pour résoudre les problèmes de flambement et de vibration libre d'une plaque simplement appuyée.

- Les calculs actuels ont mis en évidence quelques observations importantes:

1- L'effet d'homogénéisation n'est pas négligeable et doit être pris en compte pour obtenir des propriétés élastiques effectives plus réalistes physiquement pour les applications d'ingénierie.

2- Comme la majorité des études existantes utilisent le modèle de Voigt pour étudier le comportement structurel / dynamique des plaques de FGM, il est logique d'explorer d'autres modèles d'homogénéisation tels que les approches de Voigt, Reuss et Hashin, d'approches de Hashin, de LRVE et de Tamura.

-Ces différents modèles donnent invariablement des résultats différents puisque chaque modèle est fondé sur des hypothèses différentes et des critères spécifiques.

3- Le modèle de Voigt estime les propriétés effectives sur la base des limites supérieures en considérant la phase riche en céramique et génère des valeurs maximales pour les réponses de la plaque avec des valeurs nettement inférieures au modèle de Reuss basé sur des limites inférieures en considérant une phase riche en métal.

4- Les modèles de Hashin-Strickman tirent les propriétés élastiques effectives des modules de cisaillement et de masse pour les limites supérieure et inférieure et produisent un accord modéré avec les valeurs calculées à l'aide des modèles de Voigt et de Reuss, respectivement.

5- Le modèle de Tamura dérive des propriétés effectives d'une modification du modèle de Voigt qui inclut un paramètre d'ajustement empirique  $q_T$  basé sur la nature des phases de la matrice-inclusions, considérée comme un facteur de correction du modèle de Voigt.

6-Le modèle LRVE prend en compte les petites propriétés mécaniques cellulaires pour prédire les propriétés effectives au niveau macroscopique pour les matériaux à deux phases. Il est généralement utilisé pour les matériaux à distribution aléatoire ou les régions en interphase.

## Conclusion générale

---

7- Dans l'analyse dynamique structurelle (vibration libre), l'effet d'homogénéisation est raisonnable puisque tous les modèles présentés utilisent le même modèle de Voigt pour prédire à la fois la distribution de la masse et le moment d'inertie de la masse.

8- De plus, il est observé que l'augmentation du paramètre d'indice de matériau diminue à la fois les charges de flambage critiques et la fréquence fondamentale. De plus, cet effet est également observé lorsque le rapport de format ( $b/a$ ) augmente.

- L'effet du paramètre de fondation Pasternak est plus important que le paramètre de fondation Winkler sur les charges de flambement critiques et les amplitudes de fréquence fondamentales.

- Enfin, la présente étude fournit une bonne base pour l'extension à la simulation informatique plus générale pour des configurations géométriques plus complexes telles que les structures de coques (**Zine et al., 2018; Karami et al., 2018**) et les plaques très épaisses (**Bousahla et al. 2014; Belabed et al., 2014; Hebali et al., 2014; Bennai et al., 2015; Meradjah et al., 2015; Larbi Chaht et al., 2015; Hamidi et al., 2015; Bourada et al., 2015. 2015; Bennoun et al., 2016; Draiche et al., 2016; Bouafia et al., 2017**).

- À cet égard, la méthodologie décrite fournit une bonne voie pour prédire les différentes propriétés élastiques efficaces et on espère que les lecteurs pourront également être encouragés à envisager des tests expérimentaux pour valider les modèles d'homogénéisation considérés afin d'établir le choix optimal pour les problèmes de plaques classées fonctionnellement.

- Une autre extension possible des travaux en cours consiste à examiner le comportement des matériaux micro-structurels qui pourraient être simulés dans le cadre des modèles élastiques micropolaires d'Eringen pour les chargements statiques et dynamiques (**Othman et al. 2013**).

- Cela pourrait également conduire à des enquêtes sur la propagation de la fracture dans les plaques de FGM avec différents modèles d'homogénéisation élaborés dans cet article.

*Références  
Bibliographiques*

# Bibliographie

---

## Chapitre 1 :

**Adil .Sbiai -2011-** « matériaux composites a matrice époxyde chargée par des fibres de palmier dattier » : effet de l'oxydation au tempo sur les fibres-*thèse de doctorat* -école doctorale matériaux, lyon. 2011.)

**DIGITIP** (ministères de l'économie des finances et de l'industrie)-le 4 pages des statistiques industrielles- « Les matériaux composites-Dynamisme et innovation »- N° 158 -février 2002

**Lionel Gendre1-** ENS-cachan-université-paris-Saclay-« matériaux composites et structures composites » - édité le 17/05/2011

**C.A.R.M.A** (centre d'animation régional en matériaux avances)- « glossaire des matériaux composites » – octobre 2006

**Jean-Marie Berthelot-** « Mécanique des Matériaux et Structures Composites »-Institut Supérieur des Matériaux et Mécaniques Avancés- Le Mans, France-Novembre 2010

**Riad Benzaid-Habib Mesbah-Nesreddine chikh**« les matériaux composites « PRF » pour le confinement externe du béton

**Benahmed Abdelkrim-** « Contribution à l'étude du comportement mécanique des plaques composites en utilisant des théories d'ordre élevé avec un nombre réduit de variable » thèse de doctorat en science- université Djillali Liabes-sidi bel abbes-2018

**Bourada Fouad-** « Etude de la stabilité des plaques composites épaisses en utilisant des théories de déformation d'ordre élevé » - thèse de doctorat en science- université Djillali Liabes-sidi bel abbes-2018

**Laurent Gornet-**« Généralités sur les matériaux composites » -Ecole d'ingénieur. 2008.

**Lionel Gendre2** - Sciences de l'ingénieur « les grandes familles de matériaux composites » ENS Cachan - université paris.2011

**Ali Kaflou-**« étude du comportement des interfaces et des interphases dans les composites a fibres et a matrices céramiques » thèse de doctorat -école doctorale Matériaux de Lyon-2006

**Sophie Neven.** « *Analyse des propriétés mécaniques de l'interface fibre-matrice dans les matériaux composites par nanoindentation* ». Ecole polytechnique de Louvain, Université catholique de Louvain, 2016

**Baptiste Paul REVOL** -« Caractérisation de l'interface dans des composites polyamide-6 – viscosité haute ténacité obtenus par injection réactive » thèse de doctorat -Institut de Science des Matériaux de Mulhouse En collaboration avec le Cetim-Cermat -2017

**Mohamed Ragoubi** -« Contribution à l'amélioration de la compatibilité interfaciale fibres naturelles matrice thermoplastique via un traitement sous décharge couronne » thèse de doctorat - Université Henri Poincaré Nancy 1-2010

## Bibliographie

---

**Negoudi\_Khinech** -« Etude de comportement mécanique des composites biosourcés» thèse de master académique - université Kasdi Merbah Ouargla-2015

**Hui-Shen Shen** - Functionally graded materials – nonlinear analysis of plates and shells.

**Carlos P. Bergmann.**- Functionally graded materials – Topics in Mining, Metallurgy and Materials Engineering - Series Editor: Carlos P. Bergmann.

**Mechanics of functionally graded material structures**-(Isaac Elishakoff -Demetris Pentaras -Cristina Gentilini)

**BELABED Zakaria** « Étude du comportement statique et dynamique des plaques épaisses non homogènes » - thèse de doctorat en science- université Djillali Liabes-sidi bel abbes-2015/2016

**BARKA Merbouha** « Détermination des températures critiques des plaques FGM » - thèse de doctorat en science- université Djillali Liabes-sidi bel abbes-2016/2017

**ABDELBARI Salima** « Etude dynamique des structures à section en matériaux à gradient évalué FGM » - thèse de doctorat en science- université Djillali Liabes-sidi bel abbes-2015/2016.

### Chapitre 2 :

[**Feld1997**] E. Feldman, J. Aboudi, Buckling analysis of functionally graded plates subjected to uniaxial loading, *Compos. Struct.* 38 (1-4) (1997) 29–36.

[**Abr2008**] S. Abrate, Functionally graded plates behave like homogeneous plates, *Composites Part B* 39 (1) (2008) 151–158.

[**Mah2009**] M. Mahdavian, Buckling analysis of simply-supported functionally graded rectangular plates under non-uniform in-plane compressive loading, *J. Solid Mech.* 1 (3) (2009) 213–225.

[**Moh2010**] M. Mohammadi, A.R. Saidi, E. Jomehzadeh, Levy solution for buckling analysis of functionally graded rectangular plates, *Appl. Compos. Mater.* 17 (2) (2010) 81–93.

**Praveen**, GN and Reddy, JN. (1998), “Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic–metal plates”, *Int J Solids Struct.*, **35**(33), 4457–4476.

**Della**, Croce. L., Venini.P.(2004), “Finite elements for functionally graded Reissner–Mindlin plates”, *Comput Methods Appl Mech Eng.*, **193**(9),705–25.

**Memar** Ardestani, M., Soltani, B., Shams, S. (2014), “Analysis of functionally graded stiffened plates based on FSDT utilizing reproducing kernel particle method”, *Compos Struct.*, **112**,231–240.

## Bibliographie

---

**Bouazza**, M., Tounsi, A., Adda-Bedia, EA., Megueni, A. (2010), “Thermoelastic stability analysis of functionally graded plates: An analytical approach”. *Comput Mater Sci* , **49**(4), 865–870.

**Valizadeh**, N., Natarajan, S., Gonzalez-Estrada, OA., Rabczuk, T., Bui, TQ., Bordas, SPA.(2013), “NURBS-based finite element analysis of functionally graded plates: Static bending, vibration, buckling and flutter”, *Compos Struct.*, **99**,309–326.

**Reissner**, E. (1945), “The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates”, *J. Appl. Mech.-T ASME*, **12**(2), 69-77.

**Mindlin**, R.D. (1951), “Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates”, *J Appl Mech-T ASME*, **18**(1), 31–38.

**Hildebrand**, F.B., Reissner, E., Thomas, GG.(1949), “Notes on the foundations of theory of small displacements of orthotropic shells”, *NACA T. N.* N°:1833.

**Naghdi**, PM. (1957), “On the theory of thin elastic shells”, *Quarterly Appl. Math.*, **14**, 369-380.

**Reissner**, E. (1975), “On Transverse Bending of Plates, Including the Effects of Transverse Shear Deformation”, *International Journal of Solids and Structures.*, **11**, 569–573. **Reddy**, **1984**;

**Soldatos**, KP. (1992), “Atransverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates”,*Acta Mech.*, **94**(3),195–220.

**Kant**, T., Swaminathan, K. (2002), “ Analytical solutions for the static analysis of laminated compositeand sandwich plates based on a higher order refined theory”, *Composite Structure.*,**56** (4),329-344.

**Zenkour**, AM.(2007), “Benchmark trigonometric and 3-D elasticity solutions for an exponentiallygraded thick rectangular plate”, *Arch Appl Mech.*, **77**(4),197–214.

**Akavci**, SS. (2010), “Two new hyperbolic shear displacement models for orthotropic laminated composite plates”, *Mech Compos Mater.*, **46**(2),215–626.

**Mantari**, JL., Oktem, AS., Guedes Soares, C. (2011), “Static and dynamic analysis of laminated composite and sandwich plates and shells by using a new higher order shear deformation theory”,*Compos Struct.*, **94**(1),37–49.

**Mantari**, JL., Guedes Soares, C. ( 2012), “Bending analysis of thick exponentially graded plates usinga new trigonometric higher order shear deformation theory”, *Compos Struct* .,**94**(6),1991–2000.

**Mantari**, JL., Guedes Soares, C.(2012), “Analysis of isotropic and multilayered plates and shells byusing a generalized higher-order shear deformation theory”, *Compos Struct.*,**94**(8), 2640–2656.



## Bibliographie

---

**Mantari**, J.L., Guedes Soares, C.(2013), “ Finite element formulation of a generalized higher order shear deformation theory for advanced composite plates”, *Compos Struct.*, **96**,545–553.

**Akavci**, S.S. ( 2014), “An efficient shear deformation theory for free vibration of functionally graded thick rectangular plates on elastic foundation”. *Compos , Struct.*, **108**, 667–676.

**Mahi**, A., Bedia, E.A., Tounsi, A. (2014), “A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded sandwich and laminated composite plates”,*Appl Math Model* ,[http:// dx.doi.org/10.1016/j.apm.2014.10.045](http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2014.10.045).

**Ambartsumyan**, S A. (1969), “Theory of anisotropic plate”. *Technomic Publishing*.

**Reissner**, E. (1945), “The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates”, *J Appl Mech-T ASME.*, **12**(2), 69–77.Levinson

**Aydogdu**, M. (2005) , “Vibration analysis of cross-ply laminated beams with general boundary conditions by Ritz method”, *International Journal of Mechanical Sciences.*, **47** ,1740–1755.

**El Meiche**, N., Tounsi, A., Ziane, N., Mechab, I. and Adda Bedia, E.A. (2011), “A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate”, *Int. J.Mech. Sci.*, **53**, 237-247.

**Bao**, G., Wang, L. (1995), “Multiple cracking in functionally graded ceramic/metal coatings”, *Int. J;Solids Structures*, **32** (19), 2853–2871.

**Chi**, Shyang-ho., Chung, Yen-Ling. (2003), “ Identification by modal analysis of composite structures modelled with FSDT and HSDT laminated shell finite elements Cracking in coating-substrate composites of multi-layered and sigmoid FGM coatings”. *Engineering Fracture Mechanics*, **70** (10), 1227–1243.

### Chapitre 3 et 4 :

**Ahmed**, A. (2014), “Post buckling analysis of sandwich beams with functionally graded faces using a consistent higher order theory”, *Int. J. Civil, Struct. Environ.*, **4**(2), 59-64.

**Abdelaziz**, H.H., Ait Amar Meziane, M., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. and Alwabli, A.S. (2017), “An efficient hyperbolic shear deformation theory for bending, buckling and free vibration of FGM sandwich plates with various boundary conditions”, *Steel Compos. Struct.*, **25**(6), 693-704.

**Ait Yahia**, S., Ait Atmane, H., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2015), “Wave propagation in functionally graded plates with porosities using various higher-order shear deformation plate theories”, *Structural Engineering and Mechanics*, **53**(6), 1143 – 1165.

- Akbarzadeh**, A.H., Abedini, A. and Chen, Z.T. (2015), "Effect of micromechanical models on structural responses of functionally graded plates", *Compos. Struct.*, 119, 598-609.
- Al-Basyouni**, K.S., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2015), "Size dependent bending and vibration analysis of functionally graded micro beams based on modified couple stress theory and neutral surface position", *Compos. Struct.*, 125, 621-630.
- Attia**, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Alwabli, A.S. (2018), "A refined four variable plate theory for thermoelastic analysis of FGM plates resting on variable elastic foundations", *Struct. Eng. Mech.*, 65(4), 453-464.
- Barati**, M.R., Shahverdi, H. (2016), "A four-variable plate theory for thermal vibration of embedded FG nanoplates under non-uniform temperature distributions with different boundary conditions", *Structural Engineering and Mechanics*, 60(4), 707-727.
- Behravan Rad**, A. (2012), " Static response of 2-D functionally graded circular plate with gradient thickness and elastic foundations to compound loads", *Structural Engineering and Mechanics*, 44(2), 139-161.
- Behravan Rad**, A. (2015), "Thermo-elastic analysis of functionally graded circular plates resting on a gradient hybrid foundation", *Applied Mathematics and Computation*, 256, 276-298.
- Behravan Rad**, A., Farzan-Rad, M.R., Mohammadi Majd, K. (2017), " Static analysis of non-uniform heterogeneous circular plate with porous material resting on a gradient hybrid foundation involving friction force", *Structural Engineering and Mechanics*, 64(5), 591-610.
- Belabed**, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. and Anwar Bég, O. (2014), "An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates", *Compos.Part B*, 60, 274-283.
- Belabed**, Z., Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2018), "A new 3-unknown hyperbolic shear deformation theory for vibration of functionally graded sandwich plate", *Earthquakes and Structures*, 14(2), 103-115.
- Bellifa**, H., Bakora, A., Tounsi, A., Bousahla, A.A. and Mahmoud, S.R. (2017a), "An efficient and simple four variable refined plate theory for buckling analysis of functionally graded plates", *Steel Compos. Struct.*, 25(3), 257-270.
- Bellifa**, H., Benrahou, K.H., Bousahla, A.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2017b), "A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for nonlinear postbuckling of nanobeams", *Struct. Eng. Mech.*, 62(6), 695-702.
- Bennai**, R., Ait Atmane, H. and Tounsi, A. (2015), "A new higher order shear and normal deformation theory for functionally graded sandwich beams", *Steel Compos. Struct.*, 19(3), 521-546.
- Bennoun**, M., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2016), "A novel five variable refined plate theory for vibration analysis of functionally graded sandwich plates", *Mech. Adv. Mater. Struct.*, 23(4), 423-431.

## Bibliographie

---

- Benyoucef, S.**, Mechab, I., Tounsi, A., Fekrar, A., Ait Atmane, H. and Adda Bedia, E.A. (2010), "Bending of thick functionally graded plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations", *Mech. Compos. Mater.*, 46(4), 425-434.
- Bouafia, K.**, Kaci, A., Houari, M.S.A., Benzair, A. and Tounsi, A. (2017), "A nonlocal quasi-3D theory for bending and free flexural vibration behaviors of functionally graded nanobeams", *Smart Struct. Syst.*, 19(2), 115-126.
- Bouderba, B.**, Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2013), "Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations", *Steel Compos. Struct.*, 14, 85-104.
- Bouderba, B.**, Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016), "Thermal stability of functionally graded sandwich plates using a simple shear deformation theory", *Struct. Eng. Mech.*, 58(3), 397-422.
- Bourada, M.**, Kaci, A., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2015), "A new simple shear and normal deformations theory for functionally graded beams", *Steel Compos. Struct.*, 18(2), 409-423.
- Bousahla, A.A.**, Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Adda Bedia, E.A. (2014), "A novel higher order shear and normal deformation theory based on neutral surface position for bending analysis of advanced composite plates", *Int. J. Comput. Meth.*, 11(6), 1350082.
- Bousahla, A.A.**, Benyoucef, S., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016), "On thermal stability of plates with functionally graded coefficient of thermal expansion", *Struct. Eng. Mech.*, 60(2), 313-335.
- Bounouara, F.**, Benrahou, K.H., Belkorissat, I., Tounsi, A. (2016), "A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded nanoscale plates resting on elastic foundation", *Steel and Composite Structures*, 20(2), 227 – 249.
- Cho, J.R.** and Ha, D.Y. (2001), "Averaging and finite-element discretization approaches in the numerical analysis of functionally graded materials", *Mater Sci Eng*, A302, 187-196.
- Draiche, K.**, Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016), "A refined theory with stretching effect for the flexure analysis of laminated composite plates", *Geomech. Eng.*, 11(5), 671-690.
- El-Haina, F.**, Bakora, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017), "A simple analytical approach for thermal buckling of thick functionally graded sandwich plates", *Struct.Eng. Mech.*, 63(5), 585-595.
- Feldman, E.** and Aboudi, J. (1997), "Buckling analysis of functionally graded plates subjected to uniaxial loading", *Compos. Struct.*, 38, 29–36.
- Ferreira, A.J.M.**, Batra, R.C., Roque, C.M.C., Qian, L.F. and Martins, P.A.L.S. (2005) "Static analysis of functionally graded plates third-order shear deformation theory and a meshless method.", *Compos Struct*; 69,449–57.

## Bibliographie

---

- Ferreira, A.J.M., Batra, R.C., Roque, C.M.C., Qian, L.F. and Jorge, R.M.N.** (2006) "Natural frequencies of functionally graded plates by a meshless method.", *Compos Struct*; 75, 593–600.
- Fourn, H., Ait Atmane, H., Bourada, M., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R.** (2018), "A novel four variable refined plate theory for wave propagation in functionally graded material plates", *Steel and Composite Structures*, 27(1), 109-122.
- Gasik, M. and Lilius, R.**(1994), "Evaluation of properties of W-Cu functional gradient materials by micromechanical model", *Computat. Mater. Sci*, 3, 41–49.
- Gasik, M., M.** (1998), "Micromechanical modeling of functionally graded materials", *Computat. Mater. Sci.*, 13 , 42-55.
- Hamidi, A., Houari, M.S.A., Mahmoud, S.R. and Tounsi, A.** (2015), "A sinusoidal plate theory with 5- unknowns and stretching effect for thermomechanical bending of functionally graded sandwich plates", *Steel Compos. Struct.*, 18(1), 235-253.
- Hazanov, S.**(1998), "Hill condition and overall properties of composites", *Arch. Appl. Mech.*, 68,385-394.
- Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A. and Adda Bedia, E.A.** (2014), "A new quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates", *ASCE J. Eng. Mech.*, **140**, 374-383.
- Hill, R.** (1963), "Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles." ,*J. Mech. Phys. Solids*,11,357-372.
- Hashin, Z. and Shtrikman, S.** (1963), "A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials.", *J. Mech. Phys. Solids*, 11,127-140.
- Kaci, A., Houari, M.S.A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R.** (2018), "Post-buckling analysis of shear- deformable composite beams using a novel simple two-unknown beam theory", *Structural Engineering and Mechanics*, 65(5), 621-631.
- Karami, B., Shahsavari, D., Janghorban, M.** (2017), "Wave propagation analysis in functionally graded (FG) nanoplates under in-plane magnetic field based on nonlocal strain gradient theory and four variable refined plate theory", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, (In press).
- Karami, B., Janghorban, M., Li., L.** (2018a), "On guided wave propagation in fully clamped porous functionally graded nanoplates", *Acta Astronautica*, 143, 380-390.
- Karami, B., Shahsavari, D., Li., L.** (2018b), "Temperature-dependent flexural wave propagation in nanoplate-type porous heterogenous material subjected to in-plane magnetic field", *Journal of Thermal Stresses*, 41(4), 483-499.
- Karami, B., Shahsavari, D., Li., L., Karami, M., Janghorban, M.** (2018c), "Thermal buckling of embedded sandwich piezoelectric nanoplates with functionally graded core by a nonlocal second-order shear deformation theory", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, (In press).

## Bibliographie

---

- Kar, V.R.**, Panda, S.K., Mahapatra, T.R. (2016), "Thermal buckling behaviour of shear deformable functionally graded single/doubly curved shell panel with TD and TID properties", *Advances in Materials Research*, **5**(4), 205-221.
- Kant, T.** and Khare, R.K., (1997), "A higher-order facet quadrilateral composite shell element". *Int. J. Numer. Methods Eng*, **40**, 4477–4499.
- Kant, T.** and Pandya, B. (1988), "A simple finite element formulation of a higher-order theory for unsymmetrically laminated composite plates.", *Compos. Struct.*, **9**, 215–246.
- Koizumi, M.** (1993), "Concept of FGM", *Ceramic Tran.*, **34**, 3-10.
- Koizumi, M. (1997), "FGM activities in Japan", *Compos.Part B*, **28**, 1-4.
- Larbi Chaht, F., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Anwar Bég, O. and Mahmoud, S.R. (2015), "Bending and buckling analyses of functionally graded material (FGM) size-dependent nanoscale beams including the thickness stretching effect", *Steel Compos. Struct.*, **18**(2), 425-442.
- Lo, K.H.**, Christensen, R.M. Wu, E.M. (1977), "A high-order theory of plate deformation-Part 2: Laminated plates", *ASME J. Appl. Mech.*, **44**, 669-674.
- Mahdavian, M.** (2009), "Buckling analysis of simply-supported functionally graded rectangular plates under non-uniform in-plane compressive loading", *J. Solid Mech.* **1**, 213–225.
- Meradjah, M.**, Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2015), "A new higher order shear and normal deformation theory for functionally graded beams", *Steel Compos. Struct.*, **18**(3), 793-809.
- Mindlin, R.D. (1951), "Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of **isotropic**, elastic plates", *ASME J. Appl. Mech.*, **18**, 31-38.
- Mohammadi, M.**, Saidi, A.R. and Jomehzadeh, E. (2010), "Levy solution for buckling analysis of functionally graded rectangular plates", *Appl. Compos. Mater.* **17**, 81–93.
- Mokhtar, Y.**, Heireche, H., Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2018), "A novel shear deformation theory for buckling analysis of single layer graphene sheet based on nonlocal elasticity theory", *Smart Structures Systems*, **21**(4), 397-405.
- Nelson, R.B.** and Lorch, D.R. (1974) "A refined theory for laminated orthotropic plates", *ASME J. Appl. Mech*, **41**, 177-184.
- Othman, M.I.A.**, Kh. Lotfy, S. M. Said and O. Anwar Bég (2012) "Wave propagation in a fiber-reinforced micropolarthermoelastic medium with voids using three models", *Int. J. Applied Mathematics and Mechanics*, **8** (12): 52-69.
- Paulino, G.H.**, Jin, Z.H. and Dodds Jr, R.H.(2003),"Comprehensive Structural Integrity, Vol.2: Fundamental Theories and Mechanisms of Failure, Chapter 13: Failure of Functionally Graded Materials", Elsevier Science, pp.607-644.

## Bibliographie

---

**Reddy, J.N.** (1984), "A simple higher-order theory for laminated composite plates", *ASME J. Appl. Mech.*, 51, 745 – 752.

**Reissner, E.** (1945) , "Reflection on the theory of elastic plates". *ASME J Appl Mech*, 38, 1453–1464.

**Reiter, T.** and Dvorak, G.J. (1997), "Micromechanical models for graded composite materials", *J Mech Phys Solids*, 45(8), 1281-1302.

**Reiter, T.** and Dvorak, G.J. (1998), "Micromechanical models for graded composite materials: II. Thermomechanical loading", *J Mech Phys Solids*, 46(9), 1655-1673.

**Reuss, A.**(1929), "Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle.", *Z Angew Math Mech*, 9,49–58.

**Schmauder, S.** and Weber, U. (2001), "Modelling of functionally graded materials by numerical homogenization.", *Arch Appl Mech.*, 71. 183-193.

**Shahsavari, D., Shahsavari, M., Li, L., Karami, B.** (2018), "A novel quasi-3D hyperbolic theory for free vibration of FG plates with porosities resting on Winkler/Pasternak/Kerr foundation", *Aerospace Science and Technology*, 72, 134–149.

**Shen, H.S.,** and Wang, Z.X. (2012), "Assessment of Voigt and Mori–Tanaka models for vibration analysis of functionally graded plates", *Compos. Struct.*, 94, 2197-2208.

**Swaminathan, K., Naveenkumar, D.T., Zenkour A.M. and Carrera, E.,** (2015) "Stress, vibration and buckling analyses of FGM plates-A state-of-the-art review.", *Compos Struct*, 120,10-31.

**Talha, M.** and Singh, B.N. (2010), "Static response and free vibration analysis of FGM plates using higher order shear deformation theory.", *Appl. Math. Modell.* 34 ,3991–4011.

**Tounsi, A., Houari, M.S.A., Benyoucef, S. and Adda Bedia, E.A.** (2013), "A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates", *Aerosp. Sci. Tech.*, 24,209-220.

**Touratier, M.** (1991) "An efficient standard plate theory.", *Engng Sci*, 29( 8), 901-916.

**Vel, S.S. and Batra, R.C.** (2004), "Three-dimensional exact solution for the vibration of functionally graded rectangular plates", *J. Sound. Vib.*, 272, 703-730.

**Voigt, W.** (1889) "Über die beziehung zwischen den beiden elastizitätskonstanten isotroper körper.", *Wied Ann Phys* ;38,573–587.

**Wang, Y.Q., Zu, J.W.** (2017a), "Nonlinear steady-state responses of longitudinally traveling functionally graded material plates in contact with liquid", *Composite Structures*, 164, 130-144.

**Wang, Y.Q., Zu, J.W.** (2017b), "Nonlinear dynamic thermoelastic response of rectangular FGM plates with longitudinal velocity", *Composites Part B: Engineering*, 117, 74-88.

## Bibliographie

---

**Wang, Y.Q., Zu, J.W.** (2017c), "Analytical analysis for vibration of longitudinally moving plate submerged in infinite liquid domain", *Applied Mathematics and Mechanics*, 38, 625-646.

**Yamanouchi, M., Koizumi, M., Hirai, T. and Shiota I.** (1990), Proceedings of the 1st International Symposium Functionally Gradient Material, Japan.

**Yazid, M., Heireche, H., Tounsi, A., Bousahla, A.A., Houari, M.S.A.** (2018), "A novel nonlocal refined plate theory for stability response of orthotropic single-layer graphene sheet resting on elastic medium", *Smart Structures and Systems.*, 21(1), 15-25.

**Youcef, D.O., Kaci, A., Benzair, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A.** (2018), "Dynamic analysis of nanoscale beams including surface stress effects", *Smart Structures and Systems.*, 21(1), 65-74.

**Younsi, A., Tounsi, A., Zaoui, F.Z., Bousahla, A.A., Mahmoud, S.R.** (2018), "Novel quasi-3D and 2D shear deformation theories for bending and free vibration analysis of FGM plates", *Geomechanics and Engineering*, 14(6), 519-532.

**Yin, H.M., Sun, L.Z. and Paulinho, G.H.** (2004), "Micromechanics-based elastic model for functionally graded materials with particle interactions.", *Acta Mater.*, 52, 3535–3543.

**Zemri, A., Houari, M.S.A., Bousahla, A.A., Tounsi, A.** (2015), "A mechanical response of functionally graded nanoscale beam: an assessment of a refined nonlocal shear deformation theory beam theory", *Structural Engineering and Mechanics*, 54(4), 693-710.

**Zidi, M., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A. and Anwar Bég, O.** (2014), "Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory", *Aerosp. Sci. Tech.*, 34, 24-34.

**Zine, A., Tounsi, A., Draiche, K., Sekkal, M., Mahmoud, S. R.** (2018), " A novel higher-order shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic and multilayered plates and shells", *Steel and Composite Structures*, 26(2), 125-137.

**Zuiker, J.R.** (1995) " Functionally graded materials: choice of micromechanics model and limitations in property variation. " *Compos. Eng.*, 5(7), 807–819.