

N° d'ordre :

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE & POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR & DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DJILLALI LIABES
FACULTE DES SCIENCES EXACTES
SIDI BEL ABBES

THESE DE DOCTORAT

Présentée par
Mr MOUSSA Bellal

Spécialité : Sciences Physiques
Option : Sciences Des matériaux

Intitulé

*Etude propriétés physiques des nanostructures
fabriquée à partir des matériaux avancés.*

Soutenue le : 21 /12 /2020
Devant le jury composé de :

Président :

Mr BENZAIR Abdelnour *Professeur* *UDL SIDI BEL ABBES*

Examineurs :

Mr AKHDAR Boumia *Maître de conférences* *UNIV TISSEMSILT*

Mr SEMMAH Abdelwahed *Maître de conférences* *UNIV RELIZANE*

Mr MAZOUZ Hadj Moulay *Maître de conférences* *UNIV BOUMERDES*

Directeur de thèse :

Mr HEIRECHE Houari *Professeur* *UDL SIDI BEL ABBE*

Co-Directeur de thèse :

Mr TOUNSI Abdelouahed *Professeur* *UDL SIDI BEL ABBE*

Année universitaire 2020-2021

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Dédicace

A dieu puissant qui ma aidé à ce travail.

En témoignage de tout mon amour, je dédie ce mémoire :

A mes chers parents.

A mes beaux-parents.

A ma femme.

A mes filles Sirine et Hibat elrahman.

A mes frères et mes sœurs.

A à mes Beaux-frères et ma belle-sœur.

A tous ceux qui mes sont chère.

A mes oncles & mes tentes.

*A mes amis de travail **ENIE** et **PETROFAC**.*

A mes amis.

A tous ceux avec qui j'ai passé de bons moments tout au long de ma vie.

Moussa Bellal

Remerciement

Je rends hommage à notre dieu tout puissant.

*Je tien tout d'abord à remercier Mr **BENZAIR ABDELNOUR**, Professeure à l'université de Sidi Bel-Abbés, pour l'honneur qu'elle ma fait en acceptant la présidence du jury.*

*Je remercier Mr **LAKHDAR BOUMIA**, Maître de conférences Chargé de cours à l'université de Tissemsilt, Mr **SEMMAH ABDELWAHED**, Maître de conférences Chargé de cours à l'université de Relizane et Mr **MAZOUZ HADJ MOULAY** Chargé de cours à l'université de Boumerdes pour avoir participé au jury.*

*Je souhaite exprimer tout ma reconnaissance à mon rapporteur Mr **HEIRECHE HOUARI** Professeure à l'université de Sidi Bel-Abbés, pour son soutien tout au long de cette étude.*

*Mon Co-encadreur Professeur, **TOUNSI ABDELOUAHED** Professeure à l'université de Sidi Bel-Abbés pour ses conseils et son constant soutien, je lui exprime ici ma profonde reconnaissance pour la confiance qu'il m'a témoignée.*

Je tien à remercier toute personne qui a participé de près comme de loin à l'élaboration de ce travail.

Moussa Bellal

Remerciement Spécial

A l'issue de la rédaction de cette recherche, je suis convaincue que la thèse est loin d'être un travail solitaire. En effet, je n'aurais jamais pu réaliser ce travail doctoral sans le soutien d'un grand nombre de personnes dont la générosité, la bonne humeur et l'intérêt manifestés à l'égard de ma recherche m'ont permis de progresser dans cette phase.

*En premier lieu, je tiens à remercier monsieur **BOURADA MOHAMED** Professeure à l'université de Sidi Bel-Abbés pour la confiance qu'il m'a accordée, j'ai été extrêmement sensible à ses qualités humaines d'écoute et de compréhension tout au long de ce travail doctoral.*

*J'adresse également mes sincères remerciements à monsieur le **BOURADA FOUAD** Maître de conférences Chargé de cours à l'université de Tissemsilt pour le soutien et ses multiples conseils et pour toutes les heures qu'il a consacrées à diriger cette recherche. J'aimerais lui dire à quel point j'ai apprécié sa grande disponibilité.*

Moussa Bellal

Résumé

Dans le présent travail, le comportement de flambage d'une feuille de graphène monocouche (SLGS) incorporée dans le milieu de visco-Pasternak est étudié en utilisant un modèle intégral non local à quatre inconnues. Ce modèle possède un champ de déplacement à termes intégraux qui inclut l'effet de la déformation de cisaillement transverse sans utiliser de facteurs de correction de cisaillement. Le milieu visco-Pasternak est introduit en considérant l'effet d'amortissement du modèle de fondation classique modélisé par le coefficient de Winkler linéaire et le coefficient de fondation de Pasternak (cisaillement). Le SLGS considéré est soumis à des charges de compression dans le plan par unité de longueur. Les influences de nombreux paramètres tels que le paramètre non local, le rapport géométrique, les coefficients de visco-Pasternak, le paramètre d'amortissement et les numéros de mode sur la réponse de flambement des SLGS sont étudiés et discutés.

Mots-clés: *flambage non uniforme; modèle intégral à quatre inconnues; théorie de l'élasticité non locale; le support de visco-Pasternak*

Abstract.

In the present work, the buckling behavior of a single-layered graphene sheet (SLGS) embedded in visco-Pasternak's medium is studied using nonlocal four-unknown integral model. This model has a displacement field with integral terms which includes the effect of transverse shear deformation without using shear correction factors. The visco-Pasternak's medium is introduced by considering the damping effect to the classical foundation model which modeled by the linear Winkler's coefficient and Pasternak's (shear) foundation coefficient. The SLGS under consideration is subjected to compressive in-plane edge loads per unit length. The influences of many parameters such as nonlocal parameter, geometric ratio, the visco-Pasternak's coefficients, damping parameter, and mode numbers on the buckling response of the SLGSs are studied and discussed.

Keywords: *Non-uniform buckling; four-unknown integral model; nonlocal elasticity theory; visco-Pasternak's medium*

ملخص

في العمل الحالي ، تم دراسة سلوك التواء لورقة الجرافين أحادية الطبقة (SLGS) المضمنة في وسيط *Visco-Pasternak* باستخدام نموذج متكامل غير محلي ربايعي غير معروف. يحتوي هذا النموذج على مجال إزاحة بمصطلحات متكاملة تتضمن تأثير تشوه القص العرضي دون استخدام عوامل تصحيح القص. يتم تقديم وسط *Visco-Pasternak* من خلال النظر في تأثير التخميد على نموذج الأساس الكلاسيكي الذي تم تصميمه بواسطة معامل *Winkler* الخطي ومعامل أساس *Pasternak* (القص). تخضع *SLGS* قيد النظر إلى أحمال ضغط داخل الطائرة لكل وحدة طول. تتم دراسة ومناقشة تأثيرات العديد من المعلمات مثل المعلمة غير المحلية ، والنسبة الهندسية ، ومعاملات *Visco-Pasternak* ، ومعلمة التخميد ، وأرقام الوضع على استجابة الانهيار لـ *SLGSs*.

الكلمات الرئيسية: التواء غير منتظم. نموذج متكامل أربعة غير معروف. نظرية المرونة غير المحلية وسط فيسكو باسترناك

Table des matières

Table des matières

Introduction Général.....	16
Chapitre I : Graphènes	21
I.1 Introduction	22
I.2 Les formes allotropiques du carbone.....	22
I.2.1. Le graphite	22
I.2.2 Le diamant.....	23
I.2.3 Les fullerènes	24
I.2.4 Les Nanotubes de Carbones.....	25
I.2.5 Le graphène	26
I.2.5.1) Structure cristallographique.....	26
I.2.5.2) Structure électronique complète	27
I.2.5.3) Propriétés du graphène	29
I.2.5.4) Techniques de préparation du graphène.....	29
1.2.5.4.a) Graphène exfolié.....	30
1.2.5.4.b) Graphène par épitaxie.....	30
1.2.5.4.c) Graphène chimique.....	31
1.2.5.4.d) Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD).....	32
I.2.5.5 Production du graphène par la réduction thermique d'oxyde de graphite....	33
I.2.5.6 Production du graphène par la réduction chimique d'oxyde de graphène....	35
I.3 Conclusion	36
Chapitre II : théorie des plaques	37
II.1 Introduction.....	38
II.2 Théorie classique des plaques (CPT) Classical plat theory (love Kirchhoff)	39
II.3 Théorie des plaques du premier ordre (FSDPT) First Shear Deformation Theory (FSDT)...	40
II.3.1. Facteurs de correction du CT.....	41
II.4 Théorie Des Plaques D'ordre Supérieur (HSDPT) High Shear Deformation Theory (Reddy).....	42

II.4.1 Théorie Des Plaques Du Second Ordre.....	42
II.4.2 Théorie Des Plaques Du Troisième Ordre.....	43
II.5 Conclusion.....	50
Chapitre III : Elasticité non locale dans l'étude des plaques.....	51
III.1 Introduction.....	52
III.2 Aperçu sur les nanostructures.....	54
III.3 Approches de la mécanique des milieux continus.....	57
III.4 Théorie d'élasticité non locale pour plaques.....	57
III.4.1 Non-locale plate pour feuille graphène.....	58
III.4.2 Relations constitutives pour non-locale plaque.....	58
III.5 Conclusion.....	59
Chapitre IV : <i>Formulation Théorique</i>	60
IV.1 Introduction.....	61
IV.2 Le modèle intégral à quatre inconnus.....	61
IV.2.3 Le modèle d'élasticité non locale pour SLGS.....	63
IV.2.4 Procédures de solution.....	66
IV.3 Conclusion.....	68
Chapitre V : Résultats et discussions.....	69
V.1 Introduction	70
V.2 Résultats et discussions numériques.....	70
V.3 Conclusion	80
Conclusions Général.....	81
Référence	84

Liste des figures

Liste des figures

Chapitre I

Figure I.1 Structure du graphite hexagonal.....	23
Figure I.2 Structure du diamant.....	23
Figure I.3. Structure du C60. Les liaisons C- C communes à un hexagone et un pentagone sont représentées en rouge, les liaisons communes à deux hexagones sont représentées en jaune.....	24
Figure I.4. Du C60 au C80 : les atomes ajoutés au C60 pour obtenir le C70 et le C80 sont représentés en rouge. 25	
Figure I.5 Récapitulation des différentes formes allotropiques du carbone abordées dans ce paragraphe.....	25
Figure I.6 –Structure d'un nanotube de carbone mono feuillet (a) et multi feuillets (b) (Schaller.E, 1996).....	26
Figure I.7: a) Structure cristalline du graphène. La cellule unitaire contient deux atomes de carbone et les vecteurs du réseau forment un angle de 120°C. Ces atomes sont équivalents parce qu'ils ont le même nombre d'atomes voisins. b) Diagramme schématique des liaisons σ dans le plan de graphène et des orbitales π perpendiculaire à ce plan.....	27
Figure I.8: a) Calcul ab initio de la structure de bandes d'énergie du graphène isolé. Les bandes σ , π et π^* sont indiquées par les flèches violette, orange et verte respectivement. b) Première zone de Brillouin qui montre les points de haute symétrie Γ , M, K et K'. c) Calcul ab initio des structures de bande pour le graphène, biplan de graphène et graphite autour du point K et au voisinage du niveau de Fermi. Images issues de [12]	28
Figure I.9 : Première Transfert sur exfoliation du graphite.....	30
Figure I.10: Exfoliation répétée du graphite.....	30
Figure I.11 : substrat de SiO.....	30
Figure I.12 : La diffraction d'électrons lents (Law Energy Electrons Diffraction, LEED) de trois couches de graphène épitaxie sur SiC.....	31
Figure I.13 : Schéma du système CYD pour la croissance de films de graphène.....	32
Figure I.14 : Les étapes principales de la réduction thermique de l'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène	33
Figure I.15 : (a) Image d'AFM en mode « Tapping » des nano feuillets de graphène thermiquement réduits. (b) Représentation 3 D d'un feuillet individuel de graphène montrant une structure froissée et une surface très rugueuse. (c) Image d'AFM en mode« contact » du même feuillet montré dans l'image (b). (d) le profil de hauteur de l'image (b). Histogramme de distribution de taille pour les nanofeuillets observés dans la figure (a). (f) le profil de hauteur de l'image (c) avec une épaisseur de 1,1 nm.....	34

Figure I.16. : Représentation schématique du processus d'exfoliation/réduction des d'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène.....	35
Figure I.17 : (a) Réduction chimique d'oxyde de graphène en graphène et (b) AFM image d'un nanofeuillets de graphène chimiquement réduit	36
Figure I.18. Le mécanisme proposé pour la réduction chimique d'oxyde de graphène en utilisant l'hydrazine hydraté.....	36
Chapitre II	
Figure II.1: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques (Mahi, 2012)	39
Figure II.2: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre (Mahi, 2012)	41
Figure II.3 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques (Mahi, 2012)	43
Chapitre III	
Figure III. 1: Méthodes de simulation	53
Figure III. 2: a) Une image de microscope à force atomique de nano barre avec un diamètre de 35,3 nm d'environ 600 nm de longueur ; b) les nano fils ; c) microscope électronique à balayage à grossissement élevé de nano plates d'or monocristallin ; d) balayage de micrographies électroniques de nano anneaux de 100 nm de diamètre	55
Figure II. 3: a) Microscope électronique à balayage de SWCNT cultivé sur pointe conique de Si, b) forêt MWCNT sur substrat en verre Chaque élément en forme de tige est l'image de MWCNT avec un diamètre de l'ordre de dizaines de nanomètres.....	56
Figure III. 4: Schéma d'un nanotube de carbone à double parois	56
Figure III. 5: Schéma a)nanotube à un seul tube b) feuille graphène	57
Figure III. 6: Modélisation d'une feuille graphène en théorie non local plaque.....	58
Figure III. 7: Modèle de plate non locale avec le système de coordonnées	59
Chapitre IV	
Figure IV.1: Modèle de plaque de continuum d'une feuille SLGS intégrée en milieu viscoélastique. .61	
Chapitre V	
Figure V.1: Rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ par rapport au rapport côté / épaisseur a/h du SLGS pour différents paramètres non locaux η	75

Figure V.2: Rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ par rapport au rapport côté / épaisseur a/h du SLGS pour différents coefficients d'amortissement \bar{C}_t 76

Figure V.3: Rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ par rapport au rapport côté / épaisseur a/h du SLGS pour différents paramètres de Pasternak k_p 76

Figure V.4 : Rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ par rapport au rapport côté / épaisseur a/h du SLGS pour différents numéros de mode m et n 77

Figure V.5: Charge de flambement critique non uniforme β_{NL}^{HSDT} vs le paramètre non local η du SLGS pour différentes valeurs de c 78

Figure V.6: Charge de flambement critique non uniforme β_{NL}^{HSDT} par rapport au coefficient d'amortissement \bar{C}_t du SLGS pour différentes valeurs de c 78

Figure V.7: Charge de flambement critique non uniforme β_{NL}^{HSDT} par rapport au paramètre k_p de Pasternak du SLGS pour différentes valeurs de c 79

Liste des tableaux

Liste des tableaux

Chapitre I

Tableau-I.1: Les propriétés principales d'un nanofeuillet de graphène29

Chapitre II

Tableau II.1 Quelques modèles d'ordre supérieur.....45

Tableau II.2: Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes.....49

Chapitre V

Tableau V.1 : Comparaison de la charge critique de flambement biaxial β_0 des SLGS carrés non locaux avec celles de MD (Ansari et Sahmani, 2013) et de DQM (Golmakani et Rezatalab 2015)....71

Tableau V.2 : Comparaison de la charge de flambement critique sans dimension β et du rapport de charge de flambement critique β_{NL} / β_L des SLGS carrés non locaux ($h/a = 0.1$).....71

Tableau V.3 : Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL \text{ HSDT}} / \beta_{L \text{ HSDT}}$ des SLGS rectangulaires non locaux pour divers paramètres non locaux non locaux $\eta = \sqrt{\zeta/a}$ 73

Tableau V.4 : Charge de flambement critique sans dimension β et rapport de charge de flambement critique β_{NL} / β_L des SLGS rectangulaires non locaux pour divers paramètres non locaux non dimensionnels η 74

Liste des abréviations et Nomenclature

Liste des Abréviations et Nomenclature

Liste des abréviations:

SLGS	: Single Layered graphaene sheets
MLGS	: Multi Layered graphaene sheets
HSDT	: hypothèses de Kirchhoff et Mindlin et
RMN	: spectre
HOPG	: graphite pyrolytique hautement orienté .
SWNT	: nanotubes de carbones à simple-parois ()
SiC	: épitaxie le de carbure de silicium
CVD	: chimique en phase vapeur.
LEED	:Law Energy Electrons Diffraction
GO	: oxyde de graphène
RGO	: oxyde de graphène réduit.
CVD	: dépôt chimique en phase vapeur
PM MA	: poly méthacrylate de méthyle
CPT	: Classical plat theory (love Kirchhoff)
CLPT	: Classical Lamination Plate Theory
FSDPT	: Théorie des plaques du premier ordre
FSDT	: First Shear Deformation Theory.
CT	: cisaillement transverse
FC	: Facteurs de correction
HSDPT	: High Shear Deformation Theory (Reddy).
MD	: dynamique moléculaire
CNT	: composants des nanotubes.
MEMS	: systèmes micro électromécaniques
NEMS	: systèmes nano électromécaniques.
SWCNT	: Nanotube de carbone simple paroi
MWCNT	: Nanotube de carbone double paroi
HSDPT	: High Shear Deformation Theory (Reddy)
SSDT	:
TSDPT	: Trigonometric shear deformable plate theory
PSDPT	: Parabolic Shear Deformation Plate Theory
ESDPT	: Exponential Shear Deformation Plate Theory
DQM	: Differential Quadrature Method

Moussa Bellal

Liste nomenclature:

σ	: Contraintes normales
τ	: Contraintes cisaillement
γ	: Déformations de distorsion
$\theta_x, \theta_y, \theta_z$: Les rotations autour des axes x, y et z
δ	: Champ virtuel de déplacement
$f(z)$: Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$: Déformation dans la direction x, y et z
U_0, V_0, W_0	: Composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
U, V, W	: Déplacements dans les directions x,y,z
C_{ij}	: Coefficient de rigidité

Introduction Général

Introduction

*D*epuis la découverte du graphène par Novoselov et al. (2004), de nombreuses recherches ont été publiées dans la littérature sur la vibration, le flambement et la propagation des ondes des feuilles de graphène. Le graphène est une monocouche disposée dans un réseau en nid d'abeilles avec une série unique de caractéristiques structurelles, mécaniques et électriques «sans précédent» (Basua et Bhattacharyya 2012). Les éléments nano-structuraux comprennent les nanotubes, les nano-faisceaux, les nano-plaques, les nano-feuilles et les nano-cônes. Les composants de nanostructure ont de nombreuses applications dans les systèmes micro / nano électromécaniques (MEMS / NEMS), les nano capteurs, les batteries électriques, biomédicales, bioélectriques, le renforcement des composites, etc. (Lim et al.2010, Ghorbanpour Arani et al.2014, Sakhaee-Pour et al.2008, Wang et al.2012, Li et al.2011, Pantelic et al.2012, Eltaher et al.2013, Eltaher et al. 2016, Ebrahimi et Barati 2017a, b, Akbaş 2016, 2018, Eltaher et al.2018, Hamidi et al.2018, Belmahi et al.2018, Dihaj et al.2018, Bensattalah et al.2018ab, Mohamed et al.2019, Eltaher et al.2019, Belmahi et al.2019, Bensattalah et al.2019, Barati et al.2019, Forsat et al.2020). En raison de leur potentiel, les feuilles de graphène sont utilisées en nanotechnologie, en particulier ces dernières années.

Afin d'étudier la réponse mécanique des structures à l'échelle nanométrique, il a été démontré que l'impact à petite échelle devrait jouer un rôle important dans les nanostructures, mais cet impact à petite échelle a été ignoré lors de l'adoption de la théorie classique du continuum local (Xu et al.2013). Récemment,

Moussa Bellal

différents modèles de continuum dépendant de la taille tels que la «théorie des contraintes de couple» (Reddy 2011), la «théorie de l'élasticité du gradient de déformation» (Akgöz et Civalek 2013a, b, Lam et al.2003, Karami et Janghorban 2019, Karami et Karami 2019) , «Théorie du stress de couple modifiée» (Ke et al. 2012, Akgöz et Civalek 2011, Akgöz et Civalek 2013c, Yang et al. 2002, Akgöz et Civalek 2012) et «théorie de l'élasticité non locale» (Eringen et Edelen 1972, Eringen 1983, 2002, 2006) sont développés. Ces théories incluent des informations sur les forces interatomiques et les longueurs internes introduites comme un effet à petite échelle dans la théorie de l'élasticité non locale (Eringen 2006).

À cet égard, Pradhan et Murmu (2009) ont étudié l'influence à petite échelle sur l'analyse de stabilité des feuilles de graphène monocouche comprimées biaxialement (SLGS) en utilisant la mécanique du continuum non local. Sakhaee-Pour (2008) a étudié la réponse de flambement élastique de SLGS sans défaut à l'aide d'une formulation de modélisation atomistique. Farajpour et al. (2013a) ont étudié les propriétés de flambement non linéaire du MLGS sous une charge dans le plan variant de manière non uniforme sur toute l'épaisseur. Farajpour et al. (2013b) ont étudié l'analyse de stabilité axisymétrique de SLGS circulaire en découplant les équations constitutives de base basées sur la théorie non locale d'Eringen. Ansari et Sahmani (2013) ont étudié la réponse de stabilité biaxiale de SLGS. Ils ont introduit les équations d'élasticité non locales d'Eringen dans différents modèles de plaques pour tenir compte des effets de taille dans l'analyse. Mohammadi et al. (2014) ont étudié la réponse de stabilité d'une plaque orthotrope rectangulaire à l'échelle nanométrique. Ils ont mis en œuvre la théorie de l'élasticité non locale pour étudier le flambement par cisaillement des SLGS orthotropes dans un «environnement thermique».

La littérature montre que la recherche sur les SLGS ou MLGS intégrés dans un milieu élastique est de plus en plus courante pour une conception et une

recherche plus précises des micro et nanostructures. Pradhan et Murmu (2010) ont étudié le comportement de flambement SLGS intégré dans un milieu élastique en mettant en œuvre la théorie de l'élasticité non locale basée sur la «théorie classique des plaques». Samaei et al. (2011) ont examiné l'effet de l'échelle de longueur sur la réponse au flambement d'un SLGS intégré dans un milieu élastique Pasternak en utilisant la théorie des plaques de Mindlin non locale. Radic et al. (2014) ont présenté le flambement des nanoplaques double orthotropes basé sur la théorie de l'élasticité non locale. Ils ont supposé que deux nanoplaques sont liées par un milieu élastique interne et entourées d'une base élastique externe. Anjomshoa et al. (2014) ont développé une formulation d'éléments finis basée sur la théorie de l'élasticité non locale pour l'analyse de flambement de MLGS à l'échelle nanométrique incorporée dans une matrice polymère. Golmakani et Rezatalab (2015) ont étudié l'analyse de flambement biaxial non uniforme de SLGS orthotropes intégrés dans un milieu élastique de Pasternak en utilisant le modèle de plaque Mindlin non local pour dériver des équations d'équilibre pour des nanoplaques en termes de déplacements généralisés. Karlicic et al. (2015) ont présenté l'analyse de la stabilité thermique et des vibrations des feuilles de graphène multicouches modélisées comme un système multi-nanoplaques intégré dans un milieu élastique en utilisant la théorie des plaques non locales de Kirchhoff-Love pour déduire les équations de base et déterminer leurs solutions analytiques exactes pour les fréquences non locales, les «charges critiques de flambement» et la «température critique de flambement» en utilisant la méthode Navier. Zhang et al. (2016) ont discuté des «charges critiques de flambement» des SLGS en utilisant la «méthode kp-Ritz sans éléments». Zenkour (2016) a enquêté sur Largent

Dans le présent travail, le comportement de flambage d'une feuille de graphène monocouche (SLGS) incorporée dans le milieu de visco-Pasternak est étudié en utilisant un modèle intégral non local à quatre inconnues. Ce modèle possède un

champ de déplacement à termes intégraux qui inclut l'effet de la déformation de cisaillement transverse sans utiliser de facteurs de correction de cisaillement. Le milieu visco-Pasternak est introduit en considérant l'effet d'amortissement du modèle de fondation classique modélisé par le coefficient de Winkler linéaire et le coefficient de fondation de Pasternak (cisaillement). Le SLGS considéré est soumis à des charges de compression dans le plan par unité de longueur. Les influences de nombreux paramètres tels que le paramètre non local, le rapport géométrique, les coefficients de visco-Pasternak, le paramètre d'amortissement et les numéros de mode sur la réponse de flambement des SLGS sont étudiés et discutés.

Plus précisément, cette thèse est composée des chapitres suivants :

Chapitre I : nous présentons les principales caractéristiques du graphène et différentes techniques de fabrication.

Chapitre II : Dans le deuxième chapitre Nous vous exposons les diverses théories des plaques (mince et épaisse) et leur hypothèses fondamentales (hypothèses de Kirchhoff et Mindlin et HSDT).

Chapitre III : Dans le troisième chapitre on présente les grandes familles de méthodes d'étude des nanostructures, ainsi sur les différents types de modèles ou approches de modélisation.

Chapitre IV : Le quatrième chapitre est consacré pour la formulation théorique d'un nouveau modèle analytique de déformation de cisaillement intégrale trigonométrique à quatre variables

Chapitre V : Le cinquième chapitre est consacré à la validation numérique et discussions des différents résultats obtenus.

Pour finir, nous terminons notre travail par une conclusion générale résumant les résultats obtenus.

Chapitre I:

Chapitre I:

Graphènes

GRAPHÈNES

I.1 Introduction

Le carbone est le quatrième élément le plus abondant dans le système solaire et le sixième plus abondant dans l'univers, bien qu'il ne soit que dixième au niveau de l'abondance terrestre. Il existe dans la croûte terrestre à la teneur moyenne de 180 ppm, la plupart du temps sous forme de composés, et dans l'atmosphère, sous forme de CO₂, CO et de méthane. Il y a **trois isotopes** : ¹²C (98,89 %), ¹³C (1,11 %) et des traces de ¹⁴C, lequel est formé à partir de ¹⁴N dans la haute atmosphère, du fait du bombardement de neutrons.

On peut distinguer trois formes allotropiques pour le carbone élémentaire : le graphite, le diamant et les fullerènes.

I.2 Les formes allotropiques du carbone :

I.2.1. Le graphite :

Le graphite présente une structure lamellaire constituée d'un empilement de feuillets. Chaque feuillet, ou plan de graphène, est constitué d'atomes de carbone en état d'hybridation sp², formant un réseau hexagonal de paramètre de maille 0,243 nm, la longueur de la liaison C-C étant de 0,142 nm. Il existe deux façons d'empiler les plans de graphène sur eux-mêmes, résultant en deux formes cristallines différentes de graphite.

La forme cristalline stable est le graphite hexagonal. Les plans de graphène sont empilés, comme sur la figure I.1. La distance inter-feuillets est de 0,335 nm.

L'autre forme cristalline possible est le graphite rhomboédrique, phase métastable du graphite hexagonal. Les plans de graphène sont ici aussi empilés, mais chaque plan est décalé d'une longueur de liaison par rapport au plan précédent. La distance inter-feuillets est également de 0,335 nm.

Le graphite se rencontre rarement sous la forme d'un monocristal, bien que la croissance de monocristaux macroscopiques soit possible. Le graphite courant, celui des mines de crayon, est un poly cristal, constitué de cristallites de graphite hexagonal orienté aléatoirement.



Figure I.1 Structure du graphite hexagonal

I.2.2 Le diamant

Le diamant est une forme allotropique tridimensionnelle du carbone. Dans le diamant, les atomes de carbone sont en état d'hybridation sp^3 , et donc tétravalents. Il existe plusieurs structures cristallines du diamant, comme le diamant hexagonal ou la lonsdaléite, mais la structure la plus courante est de loin le diamant cubique figure I.2

La maille de cette structure est de type cubique faces centrées, avec un paramètre de maille de 0,356 nm, et une distance interatomique de 0,154 nm.

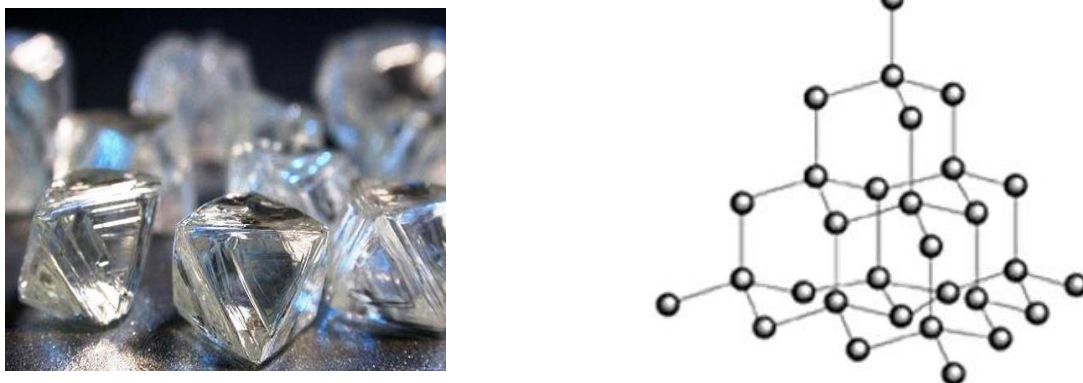


Figure I.2 Structure du diamant

I.2.3 Les fullerènes

Considérons le graphite, phase thermodynamiquement stable du carbone : chacun de ses plans graphène possède un très grand nombre, disons une infinité, d'atomes de carbone. Si l'on graphène devient élevé : la structure doit alors « se refermer » sur elle-même. Si le nombre de carbones est inférieur à quelques centaines, les structures stables sont fermées : il s'agit des fullerènes, de formule brute C_{2n} . En conséquence directe du théorème d'Euler, on peut calculer que **12 pentagones sont nécessaires pour donner la courbure** permettant à la structure de se refermer sur elle-même.

Avec **12 pentagones et 20 hexagones on forme le fameux C_{60}** , ou buckminster fullerène, du nom de Buckminster Fuller (architecte ayant conçu les dômes géodésiques, des structures spatiales offrant un grand volume, pour une résistance et une légèreté inégalées). Ce fullerène est représenté sur la figure I.3 avec ses deux types de liaisons C-C : celles qui sont communes à deux hexagones sont appelées liaisons 6-6, celles qui sont communes à un hexagone et un pentagone sont nommées liaisons 5-6. Du fait de la délocalisation électronique des électrons π , les carbones sont tous chimiquement équivalents : un spectre RMN ^{13}C du C_{60} en solution ne comporte qu'un seul pic.

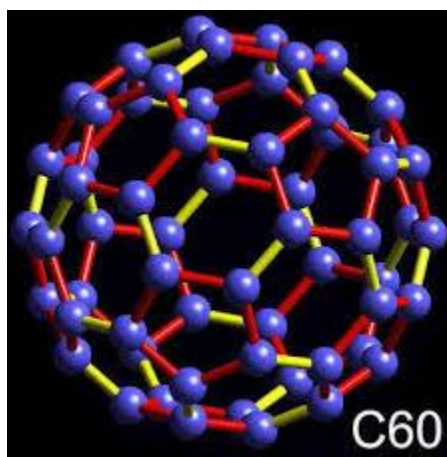


Figure I.3. Structure du C_{60} . Les liaisons C-C communes à un hexagone et un pentagone sont représentées en rouge, les liaisons communes à deux hexagones sont représentées en jaune.

En coupant en deux parties égales le C_{60} et en ajoutant des atomes de carbone avant de refermer la structure (cf. Figure I.4), on peut construire le C_{70} (25 hexagones, 12 pentagones) et le C_{80} (30 hexagones, 12 pentagones).

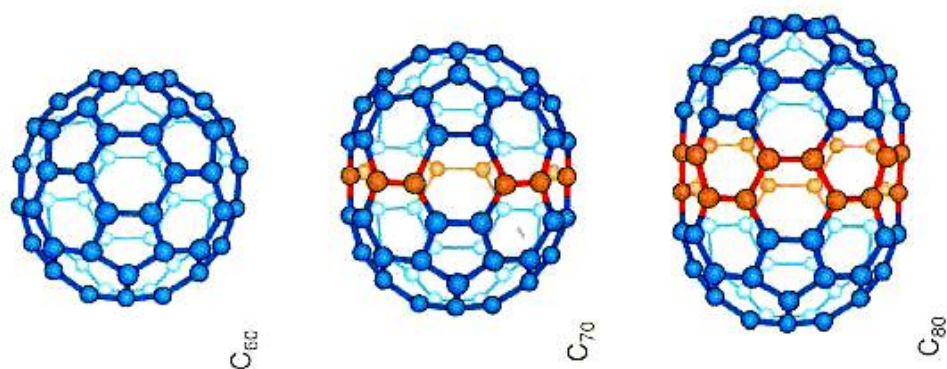


Figure I.4. Du C60 au C80 : les atomes ajoutés au C60 pour obtenir le C70 et le C80 sont représentés en rouge.

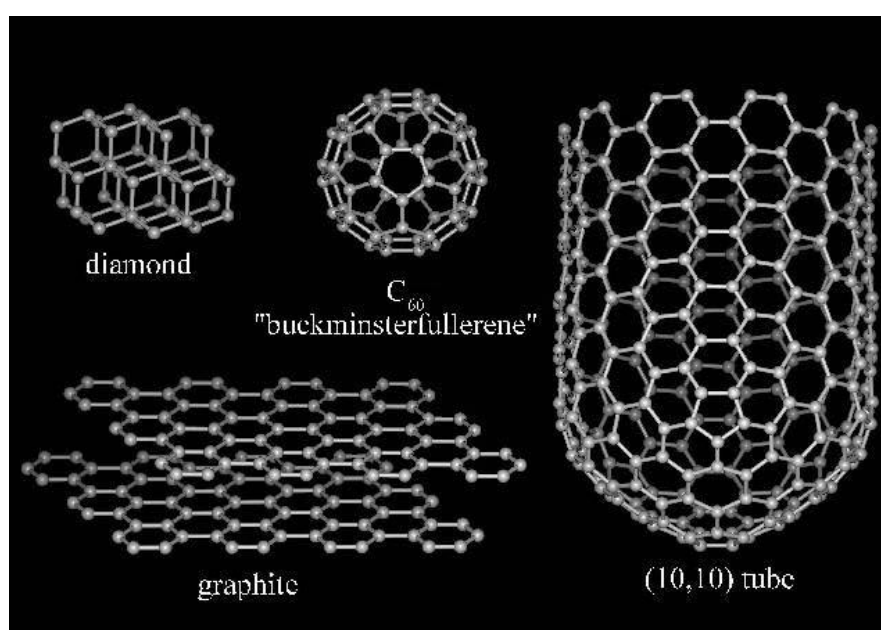


Figure I.5 Récapitulation des différentes formes allotropiques du carbone abordées dans ce paragraphe.

I.2.4 Les Nanotubes de Carbone

Les nanotubes de carbone ont été découverts dans les débuts des années 1990 par Iijima *et al.* Ils se composent d'une seule couche graphitique enroulée sur elle-même, en se terminant par des demi sphères de fullerènes de chaque côté. Possédant un caractère monodimensionnel (1D) et un arrangement hexagonal des atomes de carbone, les nanotubes de carbone peuvent être à mono ou à plusieurs parois (Iijima.S, 1991).

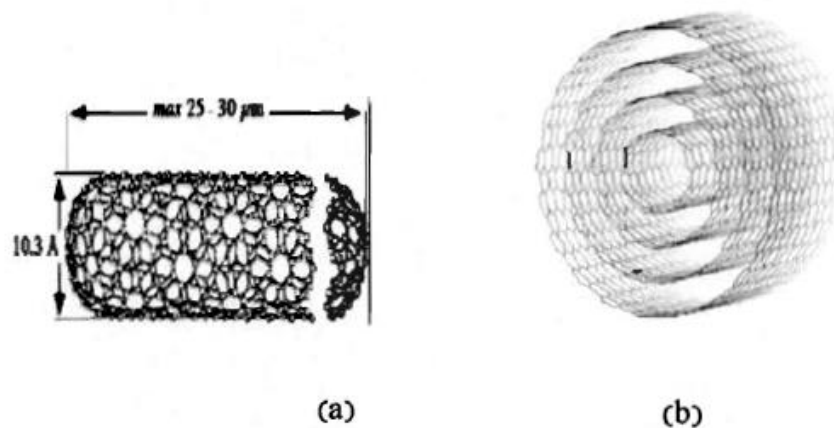


Figure I.6 –Structure d'un nanotube de carbone mono feuillet (a) et multi feuillets (b) (Schaller.E, 1996)

Le facteur commun entre ces allotropes de carbone (graphite, nanotube et fullerène) est un arrangement hexagonal des atomes de carbone, d'où une monocouche de carbone peut être obtenue sous plusieurs formes , un empilement de feuillets de graphène, en cylindre afin de former des nanotubes de carbone et la forme de ballon qui caractérise les fullerènes. Récemment une autre forme allotropique a été rajoutée à la famille des nano carbone, cette dernière est nommée le graphène. Depuis sa découverte en 2004, il devient un sujet très discuté dans le domaine de la recherche des sciences des matériaux.

I.2.5 Le graphène :

I.2.5.1) Structure cristallographique

Le graphène est un arrangement bidimensionnel d'atomes de carbone d'épaisseur monoatomique disposés suivant un réseau en nid d'abeilles (figure I.7.a). Ce matériau bidimensionnel a été isolé pour la première fois en 2004 par Novoselov travaillant avec Geim, en utilisant la technique d'exfoliation mécanique en utilisant un ruban adhésif à partir d'un échantillon de graphite pyrolytique hautement orienté (HOPG).

La structure cristallographique du graphène est constituée d'une cellule unitaire hexagonale avec 2 atomes de carbone. La distance entre atomes de carbone est 1.42 Å et la norme des vecteurs de base (\vec{a}_G et \vec{b}_G) du réseau sont exprimées par $a_G := b_G = 2.46 \text{ \AA}$.

Les positions des atomes de carbone dans la cellule unitaire sont : $\vec{r}_1 = (0,0)$

Et $\vec{r}_2 = (1/3)\vec{a}_G + (2/3)\vec{b}_G$. En tenant compte des atomes de carbone dans cette cellule, la densité planaire des atomes de carbone dans une monocouche de graphène est:

$$n_G^c = \frac{2 \text{ atomes}}{\left[\frac{a_G^2 \sqrt{3}}{2} \right]} = 0.382 \text{ atomes}/\text{Å}^2$$

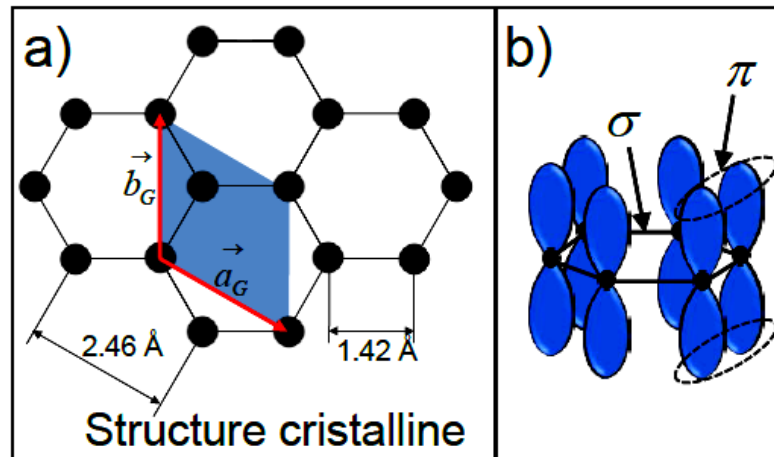


Figure I.7: a) Structure cristalline du graphène. La cellule unitaire contient deux atomes de carbone et les vecteurs du réseau forment un angle de 120°C. Ces atomes sont équivalents parce qu'ils ont le même nombre d'atomes voisins. b) Diagramme schématique des liaisons σ dans le plan de graphène et des orbitales π perpendiculaire à ce plan.

Chaque atome de carbone dans le graphène est lié de façon covalente à trois autres atomes à travers des liaisons σ (chevauchement frontal) d'orbitales hybrides sp^2 (Figure I.7.b), ces liaisons sont très fortes. Les orbitales p_z (chevauchement latéral) perpendiculaires au plan du graphène, forment des liaisons π qui sont responsables de la conduction électronique parallèlement au plan du graphène.

I.2.5.2) Structure électronique complète :

Le graphène isolé est un matériau idéal qui n'existe pas dans la nature. Les premiers calculs de la structure de bandes d'énergie du graphène ont été développés en 1947 par Wallace. Dans ses calculs, il a négligé l'interaction entre plans de carbone et supposé que la conduction se produit exclusivement dans le plan de carbone. Enfin, il a montré que ce matériau (graphène) possède un comportement semi-métallique. D'autre part, les calculs 'ab initio' développés

beaucoup plus tard par Varchon *et al.*, ont permis d'obtenir la structure de bandes du monoplan de graphène isolé (Figure I.8.a), suivant le parcours Γ -M-K- Γ représenté par le triangle en bleu dans la première zone de Brillouin hexagonale (Figure I.8.b). Au point de haute symétrie K de la zone de Brillouin, les bandes π et π^* se touchent au niveau de Fermi (0eV), (ligne tiret en noir) et la relation de dispersion $E(k)$ est linéaire (E: énergie et k: module du vecteur du réseau réciproque). Une relation de dispersion linéaire est caractéristique du monoplan de graphène. La (Figure I.8.c) montre la structure de bandes suivant le parcours M/2-K- Γ /4 pour le cas du graphène (courbe, noire), biplan de graphène (en empilement AB, courbe verte) et graphite (courbe bleue). Dans le cas du biplan de graphène et du graphite, la relation de dispersion est parabolique au point K et il existe un écart entre les bandes π et π^* , plus bas pour le biplan de graphène ($\sim 0.33\text{eV}$) que pour le graphite ($\sim 0.70\text{eV}$).

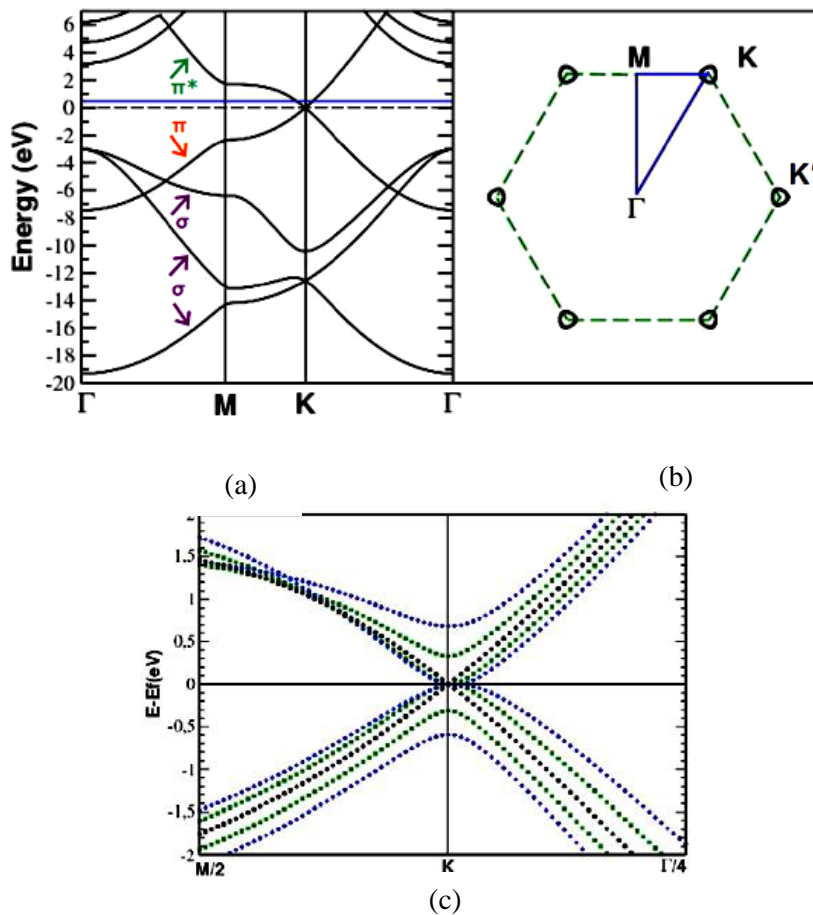


Figure I.8: a) Calcul *ab initio* de la structure de bandes d'énergie du graphène isolé. Les bandes σ , π et π^* sont indiquées par les flèches violette, orange et verte respectivement. b) Première zone de Brillouin qui montre les points de haute symétrie Γ , M, K et K' . c) Calcul *ab initio* des structures de bande pour le graphène, biplan de graphène et graphite autour du point K et au voisinage du niveau de Fermi. Images issues de.

I.2.5.3) Propriétés du graphène :

Avec un module de Young de 1 TPa et une résistance mécanique de 130 GPa, le graphène est le matériau le plus résistant mécaniquement. Il a une conductivité thermique de 5000 W/(m.K), qui correspond à la limite supérieure des valeurs les plus élevées reportés pour les nanotubes de carbones à simple-parois (SWNT) . En outre, le graphène présente une très haute conductivité électrique, jusqu'à 6000 S/cm, et contrairement aux NTC, la chiralité n'est pas un facteur dans sa conductivité électrique.

Aussi, le graphène a une forte surface spécifique (la valeur mesurée théoriquement est 2600 m²/g) et une grande imperméabilité aux gaz. Les propriétés les plus importants d'un nanofeuillet de graphène sont résumées dans le Tableau I.1.

Tableau-I.1 : Les propriétés principales d'un nanofeuillet de graphène.

propriétés	valeurs
Dimensionnalité	2D
Module de Young	~1 (TPa)
Résistance mécanique	~130 (MPa)
Conductivité thermique	5. 10 ³ W/(m.K)
Conductivité électrique	6.10 ³ (S/cm)
Mobilité des charges	~2.10 ⁵ (cm ² V ⁻¹ s ⁻¹)
Surface	2600 (m ² /g)
Perméabilité aux gaz	Imperméable

Ces excellentes propriétés indiquent le fort potentiel de graphène pour améliorer des propriétés physico-chimiques de polymères dans le domaine de nano composites. Dû au grand intérêt généré par les propriétés exceptionnelles de feuillets de graphène et le développement de nouvelles méthodes pour leur production, plusieurs chercheurs ont commencé à travailler sur le graphène et ses applications.

I.2.5.4) Techniques de préparation du graphène

À ce jour le graphène est synthétisé par quatre différentes méthodes soit par exfoliation du graphite qui représente la première méthode utilisée, la synthèse épitaxiale de carbure de silicium (SiC), la méthode chimique et la croissance par la déposition chimique en phase vapeur (CVD).

Moussa Bellal

1.2.5 .4.a) Graphène exfolié

Cette technique a été découverte par hasard, en 2004 par André Geim et ses collaborateurs (Novoselov et al. 2004). Son principe est simple, il consiste à extraire une feuille de graphène à partir d'un empilement de couches de graphite pur. Ceci est réalisé généralement à partir d'un ruban adhésif, en disposant du graphite ainsi le replier sur lui-même et le redécoller pour obtenir du graphite sur les deux côtés. Cette technique est renouvelée à plusieurs reprises afin de disperser le graphite sur le ruban et ceci soit le plus fin possible. À la fin on dispose la bande adhésive sur un substrat (SiO_2), en effet la majorité du graphène déposé sur le substrat forme des multicouches, et seule une petite proportion qui représente des monocouches de graphène.

Cependant, l'identification d'un film monofeuillet de graphène est rendu possible via la microscope optique. Les désavantages de cette méthode pour la production des nanofeuillets de graphène pour les nano composites polymères qui nécessitent une grande quantité de graphène sous forme de poudre.

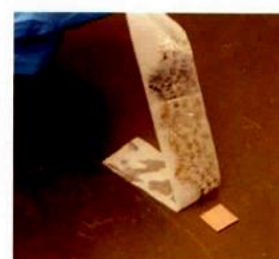
Est que l'emplacement et la taille des films de graphène dépendent du hasard, ce qui est traduit par le non reproductibilité de la méthode (Novoselov et al. 2004).



**Figure 1.9 : Première
Transfert sur
exfoliation du graphite**



**Figure 1.10: Exfoliation
répétée du graphite**



**Figure 1.11 :
le substrat de SiO**

1.2.5.4.b) Graphène par épitaxie

Le graphène épitaxie a été développé par le groupe de recherche de Claire Berger, Walt de Heer et leurs collaborateurs à Georgia Tech et Grenoble. Cette méthode consiste à faire la croissance de graphène à partir de carbure de silicium. Un chauffage sous vide est effectué à haute température 1300°C , afin de réduire le carbure de silicium et permettre aux atomes de silicium des couches externes de s'évaporer (décomposition thermique).

Moussa Bellal

Cependant, après un temps bien défini, les atomes de carbone restants se réorganisent entre elles en donnant une feuille de graphène. La technique d'épitaxie permet la croissance du graphène de haute qualité. Les limites de cette méthode résultent dans l'obtention des petites surfaces de graphène, sans la possibilité de contrôler le nombre de couches résultantes.

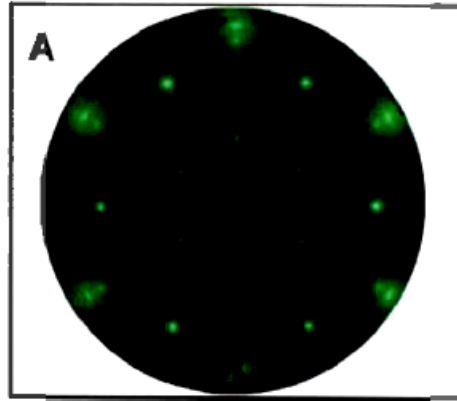


Figure I.12 : La diffraction d'électrons lents (Law Energy Electrons Diffraction, LEED) de trois couches de graphène épitaxie sur SiC

1.2.5.4.c) Graphène chimique

Cette technique est aussi appelée la méthode de Hummer modifiée, elle consiste en la création de suspensions colloïdales à partir du graphite. Cette dernière est réalisée en plusieurs étapes (oxydation, purification, extraction, filtration, réduction).

L'étape de l'oxydation permet de produire l'oxyde de graphène à partir du graphite, D'oxydants et d'acides. Ces derniers vont créer des fonctions d'hydroxyde, d'époxyde, des groupes carbonyle et carboxylique dans le matériau de base (graphite). La purification de l'oxyde du graphite pour obtenir l'oxyde de graphène est effectuée à l'aide des étapes de centrifugation (3000 rpm) et une solution d'acide (mélange piranha). Après cette étape, l'extraction et la filtration d'oxyde de graphène (GO) est réalisée en utilisant un filtre en cellulose. L'oxyde de graphène est suspendu et mis dans un bain d'eau nana pure afin d'obtenir une solution d'oxyde de graphène (GO).

Cette solution est filtrée et exposée à l'hydrazine pour obtenir l'oxyde de graphène réduit (GR ou RGO). Le film obtenu est ensuite transféré sur un substrat (lamelle de verre ou SiO_2).

L'étape suivante consiste à éliminer la cellulose de l'échantillon. Le nombre de feuilles de carbone, plus précisément l'épaisseur du film de graphène obtenu dépend de la concentration de la solution d'oxyde de graphène.

La méthode de Hummer modifiée est très utilisée dans les laboratoires de recherche, en raison de son coût accessible

1.2.5.4.d) Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD)

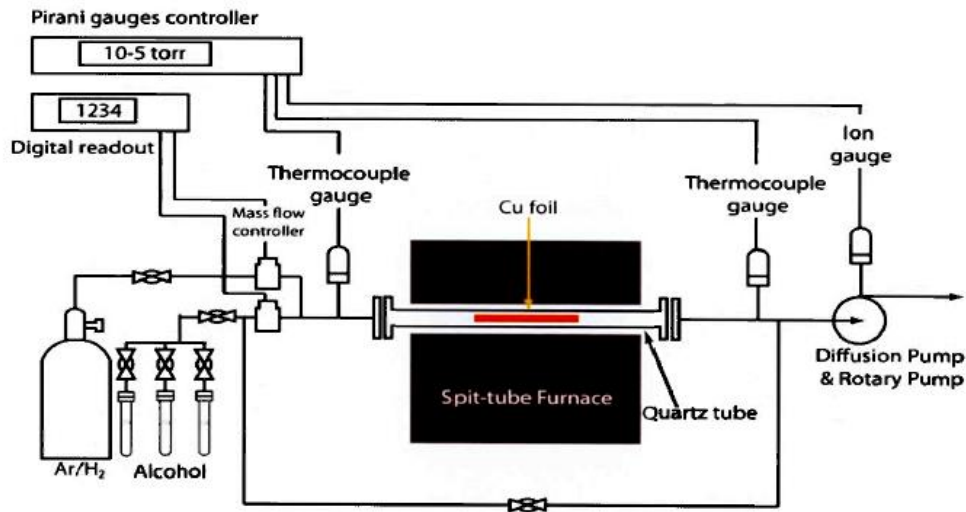


Figure I.13 : Schéma du système CVD pour la croissance de films de graphène

La déposition chimique en phase vapeur (CVD) est un processus très utilisé dans l'industrie des semi-conducteurs afin de produire des matériaux solides de haute pureté. Son principe consiste à exposer le substrat à un gaz précurseur à haute température pour permettre d'activer la réaction chimique. Dans le cas de synthèse de graphène, le précurseur utilisé généralement est le méthane (CH_4), ainsi que les substrats les plus communs sont le cuivre (Cu) et le nickel (Ni).

Le substrat choisi joue en même temps le rôle de catalyseur. Ce dernier est placé dans un tube de quartz. Ensuite chauffé progressivement à l'aide d'une fournaise, une fois que la température est de 500°C , l'hydrogène est introduit comme réducteur et de l'argon comme gaz évacuateur.

Après que la température a atteint 1000°C , la source de carbone utilisée est généralement le méthane (CH_4) qui est injectée avec une pression d'environ de 1 Torr.

L'avantage de cette méthode est l'obtention d'un film de graphène avec une bonne qualité et une bonne mobilité des électrons.

Cependant, cette méthode présente des faiblesses liées au transfert du graphène vers des substrats. En effet, le dépôt du graphène sur un substrat de verre ou de silicium s'avère compliqué.

Donc il faut passer par l'intermédiaire d'un polymère, le poly méthacrylate de méthyle (PM MA) et par la dissolution de ce dernier par de l'acétone afin de réussir un tel transfert. Cette dernière technique est évolutive et pourrait permettre la production à grande échelle de graphène. Celle-ci sera développée dans la partie expérimentale de ce travail.

I.2.5.5 Production du graphène par la réduction thermique d'oxyde de graphite

L'obtention des nanofeuillets de graphène en utilisant la méthode de réduction de l'oxyde de graphite a été premièrement reportée par Schniepp et al.. Cependant, des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits peut être obtenus par un chauffage rapide d'oxyde graphite dans un environnement inerte et à haute température. En effet, le chauffage d'OG à 1050 °C pendant 30 s dans un environnement inerte résulte dans la réduction et l'exfoliation d'OG produisant des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits (*Figure I.14*).

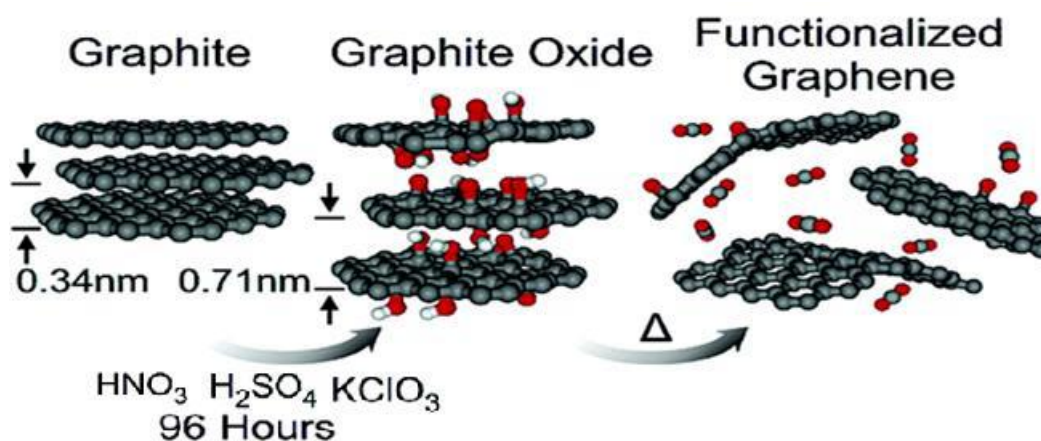


Figure I.14 : Les étapes principales de la réduction thermique de l'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène.

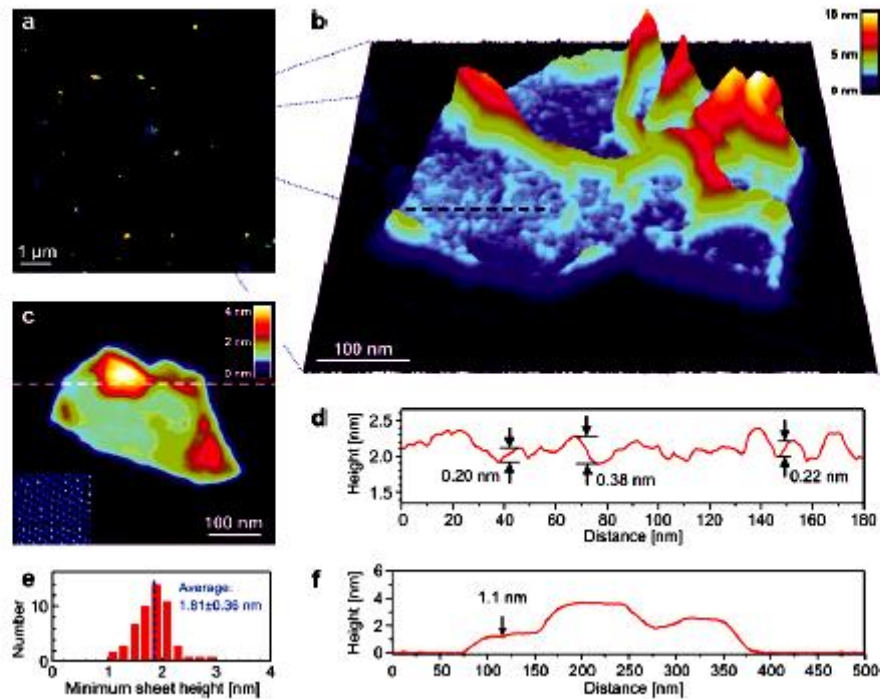


Figure I.15 : (a) Image d'AFM en mode « Tapping » des nano feuillets de graphène thermiquement réduits. (b) Représentation 3 D d'un feuillet individuel de graphène montrant une structure froissée et une surface très rugueuse. (c) Image d'AFM en mode « contact » du même feuillet montré dans l'image (b). (d) le profil de hauteur de l'image (b). (e) Histogramme de distribution de taille pour les nanofeuillets observés dans la figure (a). (f) le profil de hauteur de l'image (c) avec une épaisseur de 1,1 nm.

L'exfoliation a lieu lorsqu'une pression est générée par le gaz CO₂ qui peut être émis due à la décomposition des groupes hydroxylique et époxyde d'OG, et qui peut surmonter les forces de Van der Waals existantes entre les feuilles d'oxyde de graphène.

Cependant, une quantité de 30 % peut être perdue durant le processus de chauffage, qui peut être liée à la décomposition des groupes contenant l'oxygène et l'évaporation de l'eau. Parce que des défauts structuraux peuvent être causés par la perte de CO₂, les nanofeuillets résultants sont froissés et pliés (Figure I.15). L'avantage de cette technique s'explique par le fait que l'exfoliation et la réduction se font en une seule étape, ainsi cette technique permet l'obtention du graphène sans passer par l'étape de dispersion d'OG dans des solvants.

I.2.5.6 Production du graphène par la réduction chimique d'oxyde de graphène

Dans les méthodes de la réduction chimique, une dispersion stable de l'oxyde de graphène est produite suivi par une réduction des nanofeuillets d'oxyde de graphène exfolié (*Figure I.16*). Cependant, comme indiqué ci-dessus, des dispersions stables de l'oxyde de graphène peuvent être obtenus en utilisant l'eau ou des solvants organiques à l'aide d'un traitement de signification ou agitation mécanique. La réduction chimique consiste à enlever les groupes contenant l'oxygène présents sur la surface et le bord de l'oxyde de graphène (*Figure I.14.a*). La méthode de réduction chimique résulte en général dans la production des nanofeuillets de graphène individuels sans défauts structuraux; un exemple est montré sur la (*Figure I.17.b*).

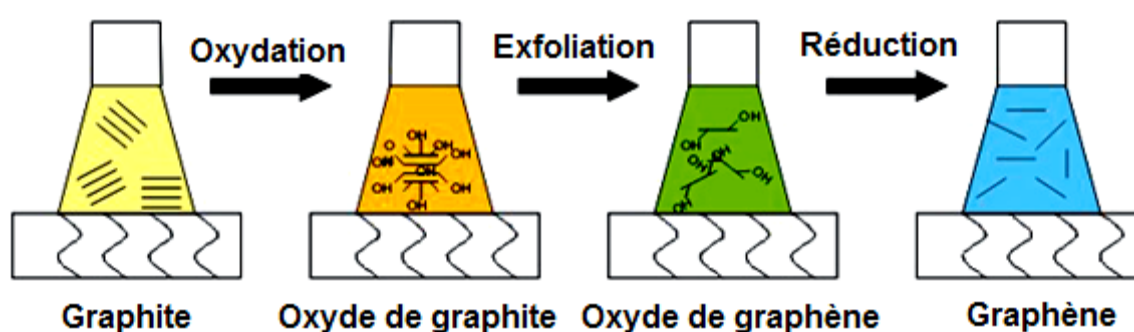


Figure I.16. : Représentation schématique du processus d'exfoliation/réduction des d'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène

Les suspensions colloïdales de l'oxyde de graphène et sa version traitée organiquement peuvent être chimiquement réduites en des nanofeuillets de graphène en utilisant des différents réducteurs chimiques tels que l'hydrate d'hydrazine, la diméthylhydrazine, le borohydrure de sodium suivi par l'hydrazine, l'hydroquinone, le TiO₂ irradiée par UV, les composés contenant du soufre, la Vitamine C, les atomes de Fer et l'hydroxyde de sodium. Stankovitch et *al.* ont proposé le mécanisme de réduction chimique de l'oxyde de graphène en utilisant l'hydrate d'hydrazine (*Figure I.18*).

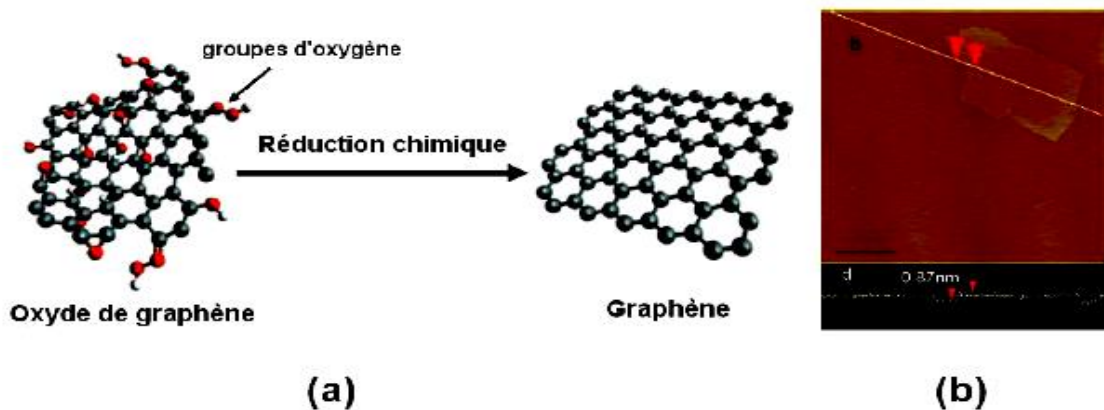


Figure I.17 : (a) Réduction chimique d'oxyde de graphène en graphène et (b) AFM image d'un nanofeuillets de graphène chimiquement réduit .

Parmi les méthodes de réduction chimique, l'hydrazine ou ses dérivés sont bien acceptés comme agents réducteurs pour leur efficacité de réduction de l'oxyde de graphène. Cependant, l'hydrazine est très toxique et explosive, et il devrait être évité pour une production à une échelle industrielle . Bien que le borohydrure de sodium a montré une excellente capacité de la réduction de l'oxyde de graphène, sa propriété d'hydrolyse peut générer la difficulté à obtenir une solution aqueuse stable de borohydrure de sodium, résultant dans une faible efficacité de réduction. Les autres agents de réduction peuvent réduire l'oxyde de graphène, mais la capacité de désoxydation est beaucoup plus faible que celle possible avec de l'hydrazine.

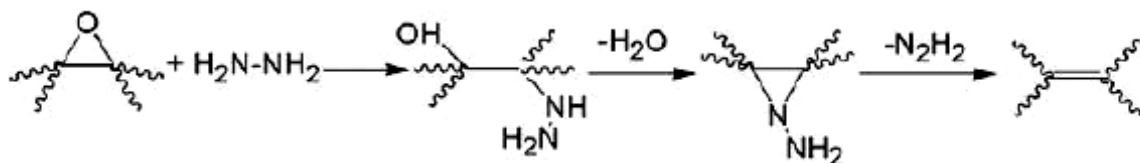


Figure I.18. Le mécanisme proposé pour la réduction chimique d'oxyde de graphène en utilisant l'hydrazine hydratée.

I.3 Conclusion :

D'une manière générale, Le graphène est un nouveau matériau aux propriétés très inhabituelles. Facile à faire dans le laboratoire; peut s'avérer facile et économique à fabriquer (inconnu). Le prochain chapitre nous citons les diverses théories des plaques (mince et épaisse) et leur hypothèses fondamentales (hypothèses de Kirchhoff et Mindlin et HSDT).

Chapitre II: Théorie des Plaques

THEORIES DES PLAQUES

II.1 Introduction

La théorie des plaques est une théorie permettant de calculer les déformations et les contraintes dans une plaque soumise à des charges. Elle s'inspire de la théorie des poutres.

Vers 1750, Leonhard Euler a énoncé une première théorie des poutres en définissant l'elastica, fibre moyenne ou neutre qui se déforme en flexion sans se contracter ni se comprimer. Il a alors essayé de généraliser cette théorie aux plaques de très faible épaisseur. En 1764, il avait donné une équation différentielle du second ordre pour définir la vibration des tambours assimilés à une membrane élastique formée par des fils élastiques croisés orthogonalement.

L'étude de la flexion des plaques revient au début du XIX^e siècle avec les études de Thomas Young, Pierre-Simon de Laplace et les polytechniciens en France.

L'acousticien allemand Ernst Chladni présente en 1808 à l'académie des sciences des expériences sur la résonance des plaques, montrant qu'elles donnent des formes régulières, les figures de Chladni. À l'incitation de Laplace, Napoléon I^{er} décide de créer un prix récompensant la personne donnant la première une équation générale des plaques vibrantes. Siméon Denis Poisson, Henri Navier, Augustin Louis Cauchy, Joseph Fourier se lancent dans la résolution de ce problème. C'est Sophie Germain qui va donner une équation de la déformée en ajoutant un terme à l'équation d'Euler tenant compte des rayons de courbure dans les deux directions perpendiculaires. Les résultats des calculs sont semblables à ceux des expériences. Laplace puis Poisson ont confirmé la méthode de Germain. En 1812, Sophie Germain reprend sa méthode de calcul pour obtenir la déformation d'une plaque en tenant compte des hypothèses de Laplace. Fourier reprend en 1818 les travaux de Germain en utilisant les séries de Fourier pour trouver une solution particulière de l'équation des plaques.

Navier présente le 1819 un mémoire sur le moment élastique à l'académie des sciences. Le 14 mai 1821, il présente le Mémoire sur les lois de l'équilibre et du mouvement

des corps solides élastiques fondement de la théorie de l'élasticité qui a été développée par Cauchy, Poisson en 1828, Gabriel Lamé et Émile Clapeyron.

En 1888, Love utilise les hypothèses de Gustav Kirchhoff, elles-mêmes inspirées des hypothèses d'Euler-Bernoulli pour les poutres, pour fonder une théorie des plaques minces.

La théorie des plaques épaisses a été consolidée par Raymond Mindlin à partir des travaux de Rayleigh (1877), Timoshenko (1921), Reissner (1945) et Uflyand (1948).

II.2 Théorie classique des plaques (CPT) Classical plate theory (love Kirchhoff)

La théorie classique de plaque est la plus simple et la plus ancienne parmi les autres théories. Elle est initiée par Kirchhoff en 1850, puis elle a été poursuivie par Love au début du XX^e siècle. Cette théorie est applicable uniquement pour les plaques/coques, minces. Cependant, elle a donné des résultats erronés quand elle a été utilisée dans l'analyse des plaques épaisses. L'hypothèse principale de la théorie CLPT (Classical Lamination Plate Theory) est que les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites et perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (figure II.1). Cette hypothèse implique la négligence des déformations dues au cisaillement transverse (CT) $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$ et les déformations/contraintes normales $\varepsilon_z = \sigma_z = 0$

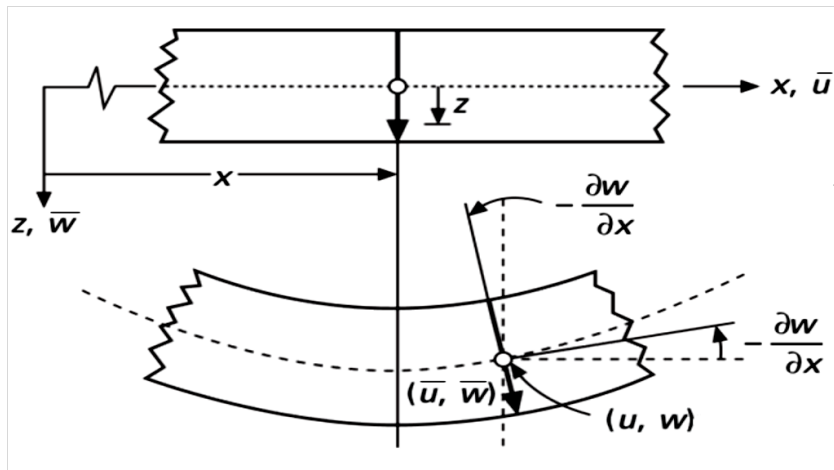


Figure II.1: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques (Mahi, 2012)

La cinématique de cette théorie peut s'écrire d'une manière linéaire sous la forme suivante:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II.1a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{II.1b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.1c})$$

Où u , v , w sont les déplacements le long des coordonnées x , y et z d'un point du plan moyen (plan $z = 0$).

La déformation de la plaque est due essentiellement à la flexion et aux déformations en plan (*Figure II.1*); ce qui limite la validité de cette théorie aux plaques minces (Ashton et Whitney (1970), Timoshenko et Woinowsky-Krieger (1959))

II.3 Théorie des plaques du premier ordre (FSDPT) First Shear Deformation Theory (FSDT).

La théorie du premier ordre (FSDT) peut être considérée comme une amélioration par rapport à la théorie classique (CLPT). Cette théorie est basée essentiellement sur l'hypothèse suivante de Reissner-Mindlin: les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites mais pas forcément perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (à cause de l'effet du cisaillement transverse). Ils ont également supposé que la contrainte normale σ_z est négligeable par rapport aux autres composantes du tenseur de contraintes (l'hypothèse de déformation plane). Le champ de déplacement de la théorie du premier ordre s'écrit comme suit:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \quad (\text{II.2a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \quad (\text{II.2b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.2c})$$

Où u , v , w sont les déplacements le long des coordonnées x , y et z d'un point du plan moyen (plan $z = 0$); ϕ_x et ϕ_y sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes y et x respectivement.

À partir de l'équation (II.2), nous remarquons que les composantes de déplacements plans (u , v) varient d'une manière linéaire suivant l'axe z , tandis que la composante de déplacement transversal (w) est constante. Cela va conduire à un état de contrainte/déformation de cisaillement transverse constant sur toute l'épaisseur de la plaque (*Figure II.2*), alors que, selon la théorie de l'élasticité tridimensionnelle (3D), les contraintes de cisaillement transversal sont plutôt quadratiques à travers l'épaisseur. Cette déficience est

Moussa Bellal

corrigée par l'introduction de ce qu'on appelle les facteurs de correction de cisaillement transverse.

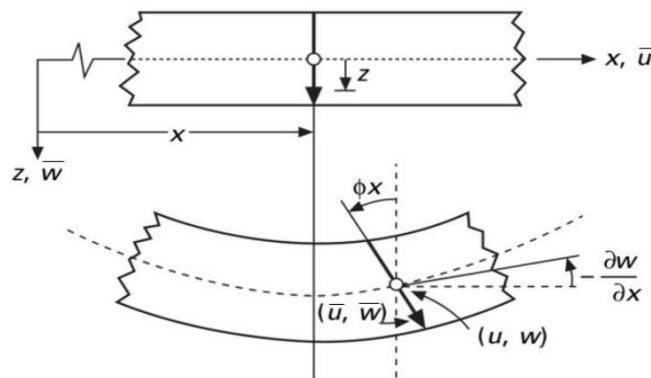


Figure II.2: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre (Mahi. 2012)

II.3.1. Facteurs de correction du CT:

Les facteurs de correction du CT (FC), notés k , sont ajoutés pour corriger le décalage entre la répartition des contraintes de cisaillement transversal réelles (3D) et celles supposées dans la théorie du premier ordre.

Ces facteurs sont introduits comme des paramètres dans les relations constitutives entre les forces de cisaillement transversal et les déformations de cisaillement transversal. Pour les matériaux isotropes homogènes, le premier concept de FC a été présenté par Reissner. Il a proposé une valeur de $5/6$ qui est largement utilisée, en employant une méthode de calcul basée sur des considérations d'équilibre statique et d'équivalence énergétique. Puis, Mindlin a proposé une valeur de $k = \pi^2/12$, en utilisant la méthode d'analyse dynamique pour la première fois (équivalence de fréquence propre associée au mode de vibration en CT ou de vitesse de propagation d'ondes de flexion). Une autre méthode a été présentée par Ayad pour calculer les facteurs de correction.

Il les évalue par une comparaison entre l'énergie de cisaillement obtenue via les équations d'équilibre et celle obtenue par la théorie du premier ordre.

Par ailleurs, les facteurs de correction pour les composites stratifiés et les sandwichs dépendent essentiellement des propriétés matérielles du matériau (module de Young, *Moussa Bellal*

coefficient de poisson, etc.), du rapport d'aspect, de la forme des fibres ainsi que leurs orientations, de la géométrie du stratifiée, du nombre de stratification et les conditions aux limites, ce qui rend ces facteurs difficiles à déterminer.

Dans ce contexte, plusieurs méthodes ont été proposées pour estimer les facteurs de correction dans ces matériaux. La méthodologie la plus courante est basée sur la comparaison de certaines réponses (l'énergie de déformation de CT, la vitesse de propagation d'une onde de flexion, la fréquence naturelle du mode de vibration, etc.) prédite par la théorie du premier ordre et celles obtenues par la théorie d'élasticité tridimensionnelle. Yu a utilisé une méthode basée sur la comparaison des fréquences naturelles (les fréquences obtenues par la théorie d'élasticité 3D et celles obtenues par la théorie du premier ordre) pour les plaques sandwichs.

Whitney a publié une analyse précise pour calculer les facteurs de correction des plaques stratifiées symétriques/antisymétriques et les plaques sandwichs. Il les identifie par une méthode basée sur des considérations des flexions cylindriques.

L'auteur a montré que, les facteurs de correction de CT ne s'approchent pas de la valeur classique $5/6$, quand le nombre de couches du stratifié augmente. La même remarque a été trouvée par Madabhusi-Raman et Davalos .

Dans l'article de Vlachoutsis , les facteurs de correction de CT dans le cas sandwich, sont estimés à partir d'une expression analytique, il montre que le rapport d'anisotropie (E_f/E_c) influe sur les valeurs des FC. Certains auteurs, dont Pai, ont présenté une nouvelle formulation de FC, en comparant les résultantes des contraintes de cisaillement exactes et l'énergie de déformation de cisaillement avec ceux déterminées par la théorie du premier ordre. L'article de Birman et Bert résume les différentes méthodes concernant la détermination de ces facteurs pour les poutres/plaques isotropes et sandwichs.

II.4 Théorie Des Plaques D'ordre Supérieur (HSDPT) High Shear Deformation Theory (Reddy).

Dans le cas où un schéma du premier degré ne permettrait pas d'approcher convenablement un problème donné, il sera alors nécessaire de passer à un schéma d'ordre supérieur (2ème ordre, 3ème ordre, voire plus), dans le développement des déplacements en séries. Par conséquent, ces théories introduisent des fonctions supplémentaires dont les termes sont souvent difficiles à interpréter.

II.4.1 Théorie Des Plaques Du Second Ordre

Le champ des déplacements de la théorie du second ordre s'exprime par :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) \tag{II.3a}$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) \tag{II.3b}$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t) \tag{II.3c}$$

Où : $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z$ sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées x et y et du temps t .

Cette théorie apporte une amélioration substantielle par rapport à la théorie du premier ordre tout en nécessitant un facteur de correction comme pour la FSDPT.

II.4.2 Théorie Des Plaques Du Troisième Ordre

Dans la quête de théories plus raffinées et dans le souci de supprimer les limitations des précédentes théories, de nouvelles théories d'ordre supérieur ont vu le jour. Le champ des déplacements s'écrit comme suit :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) + z^3\chi_x(x, y, t) \tag{II.4a}$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) + z^3\chi_y(x, y, t) \tag{II.4b}$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t) + z^3\chi_z(x, y, t) \tag{II.4c}$$

Où: $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z, \chi_x, \chi_y, \chi_z$, sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées x et y et du temps t .

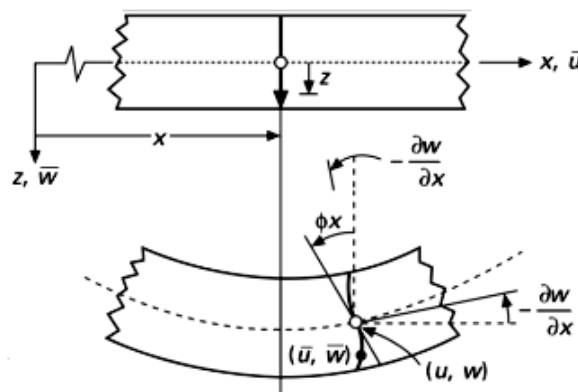


Figure II.3 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques (Mahi, 2012)

Reddy a utilisé les conditions de nullité des contraintes de cisaillement τ_{xz}, τ_{yz} sur les faces supérieures et inférieures de la plaque qui ont été proposées pour la première fois par Levinson dans l'analyse des plaques isotropes et par Murthy et Bert dans l'analyse des plaques stratifiées. Ces conditions permettent de réduire le nombre de variables additionnelles de déplacement.

Donc, le champ de déplacement de l'équation (II.4) contiendra des paramètres ayant une signification physique comme suit:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x + z^3 \left(-\frac{4}{3h^2} \right) \left[\phi_x(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad (\text{II.5a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y + z^3 \left(-\frac{4}{3h^2} \right) \left[\phi_y(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (\text{II.5b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.5c})$$

Où: u, v et w sont les déplacements le long des coordonnées x, y et z d'un point du plan moyen (plan $z = 0$); ϕ_x et ϕ_y sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes y et x respectivement.

où h est l'épaisseur totale de la plaque.

La théorie de Reddy est devenue très populaire parce qu'elle donne une meilleure précision pour les contraintes de cisaillement transversal, et se traduit par une distribution parabolique de ces contraintes, sans recours à des facteurs de correction. En plus, le nombre de variables est le même que dans la théorie FSDT (Cinq variables indépendantes). Cette théorie est aussi connue sous le nom de "la théorie de la plaque de déformation en cisaillement parabolique (PSDPT).

Certains auteurs, dont Senthilnathan et *al.*, ont utilisé cette théorie de Reddy pour l'analyse du flambage des plaques isotropes et composites. Ils ont enrichi la composante de déplacement normal en introduisant des variables supplémentaires comme suit:

$$w(x, y, z) = w_f(x, y) + w_c(x, y) \quad (\text{II.6})$$

où les notations f et c indiquent les contributions de la flexion et du cisaillement transverse au déplacement normal, respectivement.

Lee et al. ont utilisé autrement la cinématique de Reddy pour l'analyse nonlinéaire des plaques isotropes épaisses.

En outre, Rohwer a présenté une étude comparative de sept modèles basés sur des théories différentes (CLPT, SSDT et HSDT) pour l'analyse des plaques composites multicouches. Il a aussi montré les avantages et les limites de ces modèles et a conclu d'après les résultats obtenus que la théorie de la plaque de Reddy est une bonne alternative parmi toutes les théories en cisaillement de déformation d'ordre supérieur dans la littérature.

Selon Ferreira et al., la théorie de Reddy est le meilleur choix pour les théories HSDT et reste toujours la théorie la plus simple et la plus populaire dans l'analyse des plaques composites stratifiées.

Kant et Swaminathan ont proposé des solutions analytiques pour l'analyse statique des plaques composites et des sandwichs simplement appuyées. Ils ont présenté deux modèles d'ordre supérieur où le champ de déplacement est défini de telle façon que les trois composantes (u,v,w) soient cubiques pour le premier modèle et pour le deuxième modèle les deux composantes membranaires (u, v) soient cubiques et la composante transversale (w) soit constante sur l'épaisseur de la plaque.

La comparaison a été faite avec des solutions d'élasticité (3D) données par Pagano et d'autres modèles trouvés dans la littérature. Cette comparaison a montré la précision et la fiabilité de ces deux modèles dans le calcul de déplacement transversal et les contraintes. Un résumé de quelques modèles d'ordre supérieur discuté précédemment est donné dans le tableau 1.

Tableau II.1 Quelques modèles d'ordre supérieur

Théories	Déformation dans le plan	Déformation de cisaillement transverse	Déformation normale transversale
Whitney et Sun	Quadratique	Linéaire	Constant
Whitney et Sun	Linéaire	Linéaire	Linéaire
Nelson et Lorch	Quadratique	Linéaire	Linéaire
Lo et <i>al.</i>	Cubique	Quadratique	Linéaire
Kant	Cubique	Quadratique	Linéaire
Reddy	Cubique	Quadratique	Zéro
Bert	Cubique	Quadratique	Zéro
Krishna Murty	Cubique	Quadratique	Zéro

Dans la littérature, il existe un certain nombre de modèles basés sur des théories non-polynomiales. Ces modèles permettent de décrire le gauchissement à travers l'épaisseur de la plaque, et donnent ainsi une distribution adéquate pour les déformations et les contraintes de cisaillement transversal. En 1877, Levy a développé une théorie raffinée pour les plaques isotropes épaisses pour la première fois, en utilisant des fonctions sinusoïdales (i.e. fonctions trigonométriques) dans le champ de déplacement. Mais, l'efficacité de cette théorie de plaque particulière n'a pas été validée pour plus d'un siècle. Stein a évalué cette théorie pour l'appliquer dans les plaques isotropes de forme modifiée. Plus tard, Stein et Jegley ont étudié l'effet de cisaillement transverse dans la flexion cylindrique de plaques composites stratifiées, en utilisant la théorie de la plaque de déformation en cisaillement trigonométrique (TSDPT). Ils ont prouvé que cette théorie prédit les contraintes avec plus de précision que les autres théories.

Touratier a proposé un nouveau modèle, qui est largement utilisé dans les plaques stratifiées et sandwichs, en se basant sur la théorie TSDPT. L'auteur a utilisé une fonction sinusoïdale pour décrire la cinématique de son modèle où le champ de déplacement est donné par les expressions suivantes :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \psi_x \quad (\text{II.7a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial y}(x, y) + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \psi_y \quad (\text{II.7b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.7c})$$

D'après l'équation (II.7), on remarque que ce modèle se rapproche beaucoup des modèles à base de polynômes d'ordre supérieur. Selon Nguyen, les contraintes de cisaillement transversal déterminées par le modèle "sinus" prennent une forme sinusoïdale dans l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

En 1997, Idlbi et *al.* ont présenté une étude comparative entre la théorie de Reddy (PSDPT), celle de Touratier (TSDPT) et les théories classiques (CLPT et FSDT), pour la flexion et la vibration des plaques multicouches (Cross-Play et Sandwich). Ils ont montré que le modèle raffiné de type sinus est préférable, en particulier lorsque les exigences de continuité inter laminaire sont incluses.

Moussa Bellal

Un nouveau modèle basé sur une autre théorie nommée la théorie de la plaque de déformation en cisaillement hyperbolique (HSDPT) a été développé par Soldatos pour l'analyse des plaques monocliniques homogènes. L'auteur a utilisé la fonction sinus hyperbolique pour les composantes membranaires tandis que le déplacement transversal est considéré comme constant à travers l'épaisseur. La cinématique de ce modèle est de la forme suivante:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + h \sin h \left(\frac{z}{h} \right) - z \cos h \left(\frac{1}{2} \right) \psi_x \quad (\text{II.8a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial y}(x, y) + h \sin h \left(\frac{z}{h} \right) - z \cos h \left(\frac{1}{2} \right) \psi_y \quad (\text{II.8b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.8c})$$

Soldatos et Timarci ont unifié la théorie HSDPT pour les plaques composites multicouches. Le principal avantage de cette théorie unifiée est la capacité de modifier la répartition des contraintes transversales. Il existe d'autres travaux notamment ceux de Karama et *al.* qui ont proposé une nouvelle fonction dite "exponentielle" pour les poutres composites stratifiées. Elle est plus tard étendue aux plaques stratifiées.

Les fonctions exponentielles s'avèrent beaucoup plus riches que les fonctions trigonométriques (sinus et cosinus) dans leur série de développement de Fourier. Elle est communément connue par la théorie de plaque de la déformation en cisaillement exponentielle (ESDPT) dont le champ de déplacement s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \bar{u}(x, y, z) &= u(x, y) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + z e^{-2(z/h)^2} \psi_x \\ \bar{v}(x, y, z) &= v(x, y) - z \frac{\partial W_0}{\partial y}(x, y) + z e^{-2(z/h)^2} \psi_y \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

$$\bar{w}(x, y, z) = w(x, y)$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance paires et impaires de la variable z alors que la fonction "sinus" (Touratier) ne permet qu'un développement en puissances impaires.

En 2006, Aydogdu a présenté une étude dans laquelle il a comparé les différentes théories d'ordre supérieur (PSDPT, TSDPT, HSDPT et ESDPT) avec la théorie d'élasticité tridimensionnelle. L'auteur a montré que le déplacement transversal et les contraintes sont

mieux prédits par la théorie ESDPT, tandis que les deux théories PSDPT et HSDPT donnent des prédictions plus précises des fréquences naturelles et des charges critiques de flambement par rapport à d'autres théories.

Généralement, afin d'augmenter la précision des résultats, une croissance dans le degré du polynôme de l'équation (II.4) peut être une alternative. Cette technique est peu adoptée par

Les chercheurs à cause de son coût élevé en termes de calcul. Dans ce contexte, plusieurs simplifications ont été proposées afin de réduire le nombre de paramètres de déplacement.

Une de ces simplifications consiste à raccourcir les derniers termes de la série de Taylor en introduisant une "fonction de cisaillement". La forme du déplacement proposée à travers l'épaisseur est alors la suivante :

$$\begin{aligned}\bar{u}(x, y, z) &= u(x, y) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + f(z)\theta_x(x, y) \\ \bar{v}(x, y, z) &= v(x, y) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + f(z)\theta_y(x, y) \\ \bar{w}(x, y, z) &= w(x, y)\end{aligned}\tag{II.10}$$

$f(z)$ peut être considérée comme la fonction de cisaillement qui permet de déterminer la distribution des déformations et des contraintes de cisaillement transversal à travers l'épaisseur. Selon cette fonction $f(z)$, nous pouvons distinguer quelques modèles d'ordre supérieurs importants dans la littérature qui sont chronologiquement décrits comme suit:

Tableau II.2: Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes

Théorie	Intitulé	Fonction de forme $\varphi(z)$	Distribution de γ_{xz} et γ_{yz} suivant z	Coefficient de correction de (cisaillement)	Validité
CPT Kirchhoff (1850)	Théorie classique des plaques	0	-	-	Plaques minces
FSDPT Mindlin (1951)	Théorie de déformation des plaques du 1er ordre	z	Constante	Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
Ambartsuin (1958)	Théorie d'ordre supérieur	$\frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right)$	Quadratique	Non requis	Plaques minces et moyennement épaisses
TSDPT Touratier (1991)	Théorie de déformation trigonométrique des plaques	$\frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
ESDPT Karama, Afaq et al. (2003)	Théorie de déformation exponentielle des plaques	$z \text{Exp} \left(-2 \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
PSDPT Reddy (1984)	Théorie de déformation parabolique des plaques	$z \left(1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
El Meiche, Tounsi et al. (2011)	Théorie raffinée des plaques	$\frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right) - z \cosh (\pi/2 - 1)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
Atmane, Tounsi et al. (2010)	Théorie raffinée des plaques	$\frac{\cosh \left(\frac{\pi}{2} \right)}{\left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \right) - 1 \right]^z} - \frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right) - z \cosh (\pi/2 - 1)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
Shimpi (2002) (*)	Théorie raffinée des plaques	$h \left[\frac{1}{4} \left(\frac{z}{h} \right) - \frac{5}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^3 \right]$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses

(*) Pour ce modèle, le champ des déplacements s'écrit :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{II.11.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \quad (\text{II.11.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w_b(x, y, t) + w_s(x, y, t) \quad (\text{II.11.c})$$

II.5 Conclusion:

La théorie classique des plaques, basée sur l'hypothèse de Kirchhoff, et la théorie du premier ordre permettent de décrire avec une bonne précision les champs de contraintes et de déformations dans les plaques peu épaisses. Par contre dans le cas des plaques épaisses ces théories deviennent assez mal adaptées à décrire le comportement mécanique (flèche de la plaque, répartition des contraintes, etc.)

Chapitre III :

Elasticité non Locale dans l'étude des Plaques

Elasticité non locale dans l'étude des plaques

III.1 Introduction

*L*a compréhension de la réponse mécanique des structures à l'échelle nanométrique (Structures à petite échelle de dimension nanométrique), telles que flexion, vibration et le flambement, est indispensable pour le développement et la conception précise de ces Nanostructures. Jusqu'à présent, l'expérimentation sur l'étude des actions des structures à l'échelle nanométrique est réalisable, mais assez difficile. La manipulation de chaque paramètre à l'échelle nanométrique est une tâche compliquée. En outre, les méthodes de simulation par ordinateur telles que la modélisation de la dynamique moléculaire (MD) et la simulation de nanostructures sont très coûteuses et coûteuses dans le temps pour les systèmes de matériaux à échelle réduit. En outre, du point de vue d'un ingénieur, nous ne sommes peut-être pas spécialisés en MD car il s'agit plus d'une chimie traitant des atomes, des molécules, des liens et des forces inter atomes

Certaines des investigations antérieures et actuelles sur les nanomatériaux et les nanostructures, telles que les CNT et les graphène, sont réalisés par les méthodes expérimentales. Une approche expérimentale à l'échelle nanométrique est évidemment une meilleure façon d'analyser le comportement du matériau car il est plus réaliste. Cependant, dans l'étude expérimentale, le contrôle de chaque paramètre à l'échelle nanométrique est une tâche difficile.

Concernant MD, en raison des inconvénients physiques et du manque de possibilités de méthodes d'expérimentation, de nombreux scientifiques et ingénieurs ont recours à la simulation technique à niveau atomique.

Les méthodes de simulation sont en fonction d'échelle de longueur et celui du temps comme illustré dans la figure III.1.

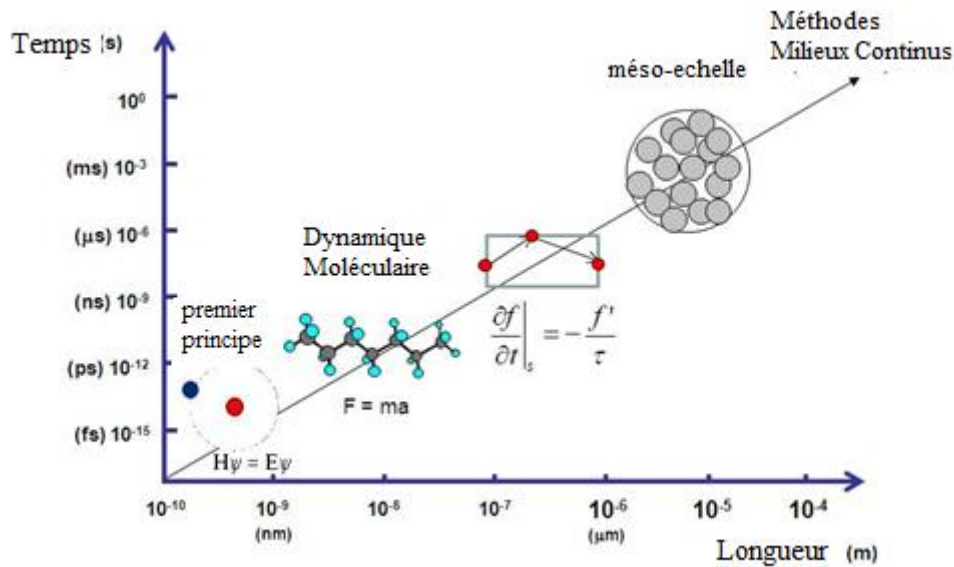


Figure III. 1: Méthodes de simulation

La dynamique moléculaire se réfère à des simulations d'informatiques coûteuses représentant des mouvements physiques d'atomes et des molécules à l'échelle nanométrique. Dans une simulation MD, le mouvement de Les atomes individuels dans un assemblage de N atomes ou de molécules sont modélisés sur la base d'une dynamique déterministe newtonienne ou d'un type Langevin Dynamique stochastique, compte tenu des coordonnées de position initiales et des vitesses des atomes. En appliquant les équations de mouvement de Newton, les trajectoires des molécules et des atomes sont alors déterminés. Les fonctions potentielles sont définies selon lequel les particules interagiront. Dans les simulations MD, les forces entre les particules et l'énergie potentielle sont définis par la mécanique moléculaire des champs de force. Les méthodes de simulation moléculaire, cependant, souffrent du désavantage que ceux-ci sont sophistiqués, nécessitent plus de ressources informatiques, nécessitent de résoudre un grand nombre d'équations et sont très coûteux et prennent un long temps d'étude.

III.2 Aperçu sur les nanostructures

Une nanostructure est un petit objet de taille intermédiaire entre les structures moléculaires et microscopiques (taille micrométrique). Les propriétés remarquables des nanostructures sont à l'origine d'une recherche intense dans le monde entier. Par conséquent, ces jours-ci, un nombre croissant de structures à l'échelle nanométrique sont fabriquées Dans le monde entier et sont utilisés comme éléments de base domaine de la nanotechnologie. Certaines des

structures à l'échelle nanométrique comprennent les nanoparticules, les nano fils, les nano poutres, les nano anneaux, les nano rubans, les nano plates, les nanotubes (CNT) et les composants des nano-machines.

- **Nanoparticules** : Ce sont de petits nano-objets considérés comme une unité entière en ce qui concerne son transport et ses propriétés. Ces particules présentent des propriétés dépendant de la taille et ont des dimensions dans la gamme de 1-100 nm.

Ces nanoparticules peuvent être incorporées dans un matériau parent pour former des nano composites avancées.

- **Nano poutre and nano tiges** Ces structures à petite échelle sont classées en nanostructures unidimensionnelles. Elles ont des applications dans des systèmes micro électromécaniques (MEMS) et des systèmes nano électromécaniques (NEMS). La figure III.2 (a) montre l'image de force atomique typique d'un nano barre de dimensions nanométriques

- **Nano fils** : Il s'agit de nanostructures unidimensionnelles avec des diamètres dans la gamme des nanomètres. Ces nano fils ont généralement un rapport d'aspect, c'est-à-dire une longueur de diamètre de 1000 ou plus. Ils peuvent être utilisés pour construire la prochaine génération de dispositifs informatiques, améliorer les dispositifs de cellules solaires, etc. Une image typique du nano fil est illustrée à la figure III.2 (b).

- **Nano plaques** : Ceux-ci sont reconnus comme des nanostructures bidimensionnelles. Les nano plates sont un nouveau sous-groupe de nanostructures ascendantes avec une forme bidimensionnelle. Des exemples de nano plates minces sont des feuilles de graphène, des nano plates d'or, etc. Une image typique de nano plate est illustrée à la figure III.2 (c). Les nanostructures bidimensionnelles ont une application potentielle dans le stockage de l'information, le catalyseur, les transducteurs, les cellules solaires, les MEMS / NEMS et les composants dans les nano machines, etc.

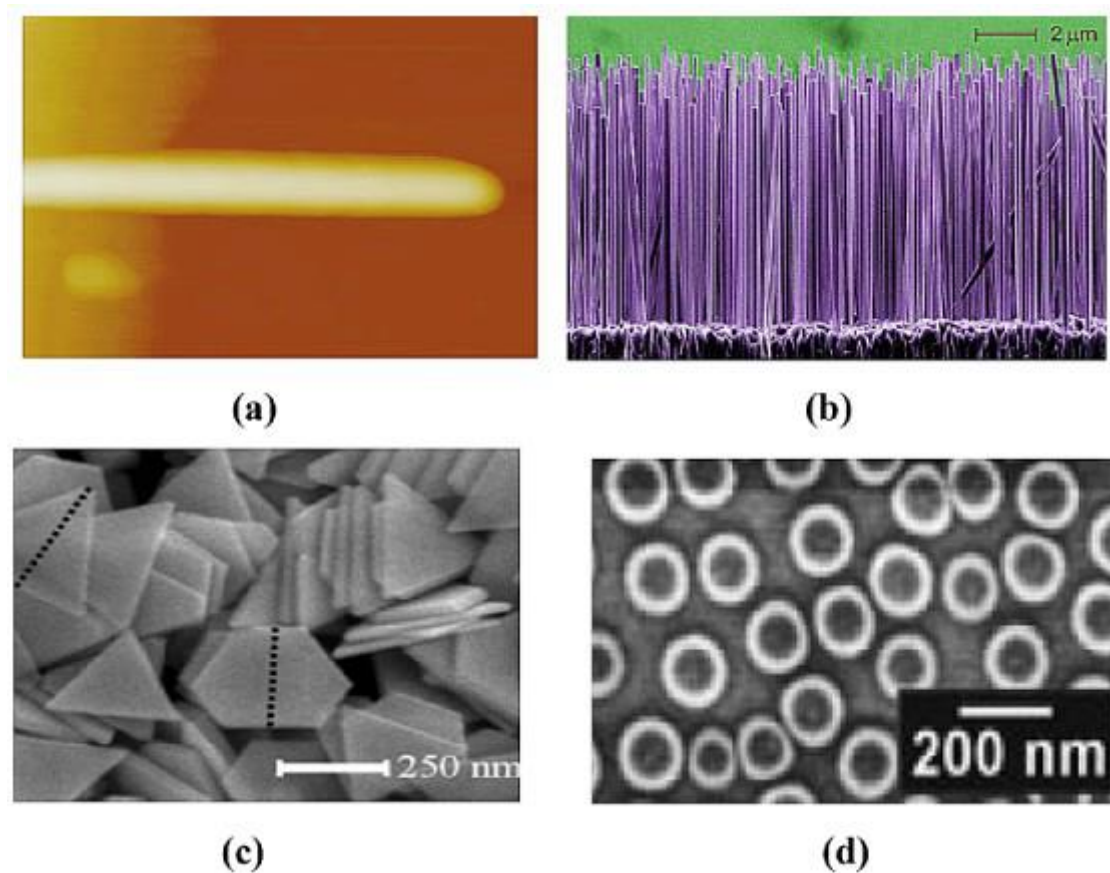


Figure III. 2: a) Une image de microscope à force atomique de nano barre avec un diamètre de 35,3 nm d'environ 600 nm de longueur ; b) les nano fils ; c) microscope électronique à balayage à grossissement élevé de nano plates d'or monocristallin ; d) balayage de micrographies électroniques de nano anneaux de 100 nm de diamètre

- **Nano anneaux** : Un nano anneau est un petit cristal formé par un anneau. Le diamètre est compris entre 50 nm et 1 μm. Les nano anneau pourraient servir de capteurs à l'échelle nanométrique, de résonateurs et de transducteurs. Ces structures à petite échelle pourraient constituer une plate-forme unique pour étudier les effets piézoélectriques et d'autres phénomènes à petite échelle. La figure III.2 (d) montre une image de nano anneau extraite du microscope électronique à balayage
- **Nano rubans** : Ce sont des bandes minces de nano feuilles ou des CNT à une seule couche déroulés. Les nano rubans tels que les nano feuilles de graphène peut-être une alternative technologique aux semi conducteurs de silicium en raison de leurs propriétés semi-conductrices.

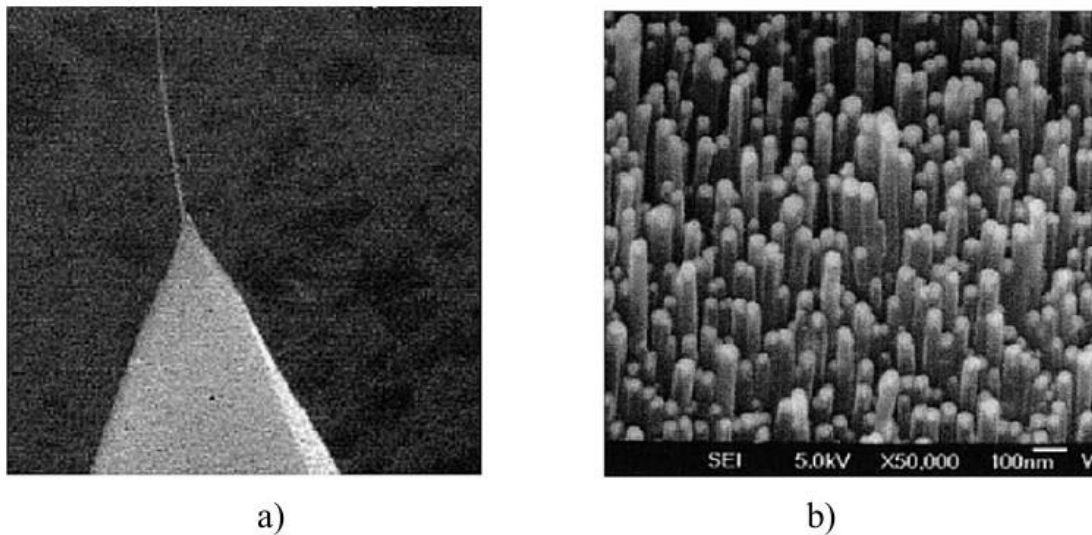


Figure II. 3: a) Microscopie électronique à balayage de SWCNT cultivé sur pointe conique de Si, b) forêt MWCNT sur substrat en verre. Chaque élément en forme de tige est l'image de MWCNT avec un diamètre de l'ordre de dizaines de nanomètres.

- **Nanotubes :** Parmi les nombreuses structures nanométriques, les nanotubes ont suscité un grand intérêt pour la communauté scientifique en raison de leurs propriétés mécaniques, électroniques, électrochimiques et électriques exceptionnelles.

Les nanotubes sont des cylindres longs et minces de macromolécules composées d'atomes de carbone dans un arrangement hexagonal périodique. En général, on a distingué deux variétés de ces tubes, la CNT à une seule paroi dénommée SWCNT et la CNT à plusieurs parois dénommée MWCNT, cette dernière consistant en un ensemble de Tubes concentriques à paroi unique imbriqués à l'intérieur. Un CNT à double paroi est illustrée à la figure III.3.

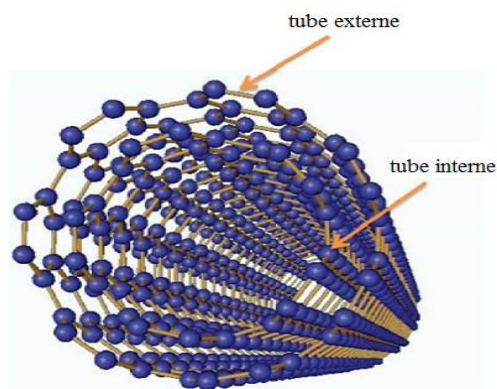


Figure III. 4: Schéma d'un nanotube de carbone à double parois

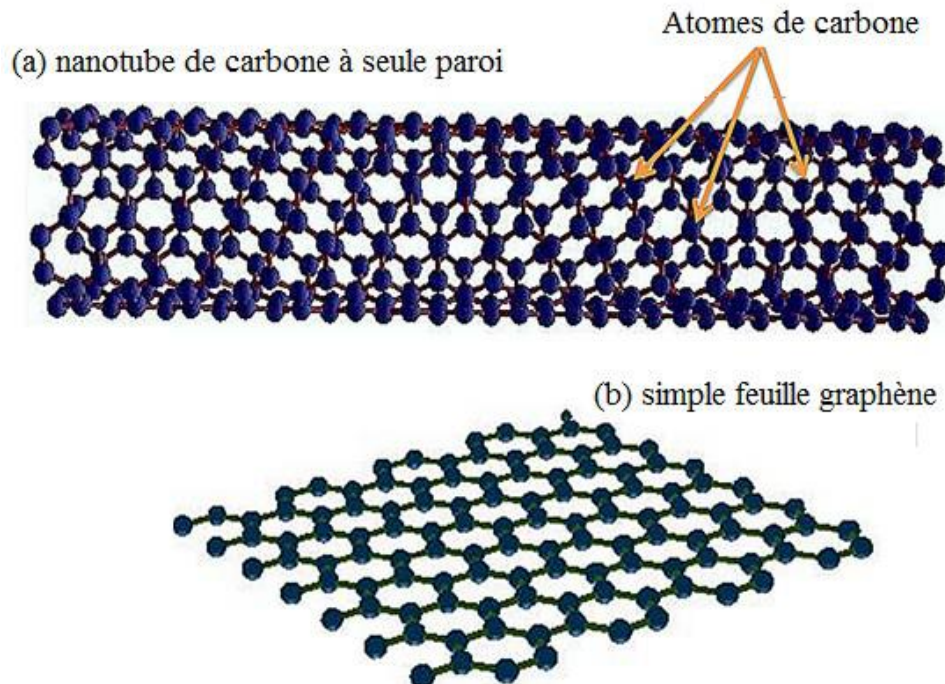


Figure III. 5: Schéma a) nanotube à un seul tube b) feuille graphène

III.3 Approches de la mécanique des milieux continus

En de telles applications, les petites influences d'échelle sont souvent démontrées.

Ces influences peuvent être prises en compte par l'utilisation d'une mécanique des milieux continus dépendant de la taille telle que la théorie du gradient de déformation (Nix and Gao, 1998; Lam et al., 2003; Aifantis, 1999), et la théorie du couple contrainte modifiée (Koiter, 1969; Mindlin and Tiersten, 1962; Toupin, 1962),

III.4 Théorie d'élasticité non locale pour plaques

Le développement d'une équation de mouvement nécessite des relations constitutives non locales. Des relations constitutives bidimensionnelles non locales sont fournies. Des relations analytiques simples sont fournies pour déterminer les fréquences naturelles et les charges de flambement des feuilles de graphène à couche unique idéalisées (SLGS). Une tentative a été faite de souligner la signification de l'effet de la non-localité sur la réponse des feuilles de graphène. La nouvelle méthode structurale non locale peut réduire l'écart entre la dynamique moléculaire (MD) et la mécanique du milieu continu sans effet d'échelle pour fournir un moyen viable d'étudier des objets nano importants au-delà de graphène. Les feuilles de

graphène peuvent être modélisées en tant que nano plate en théorie du milieu continu non local.

III.4.1 Non-locale plate pour feuille graphène

Le diagramme schématique des feuilles de graphène comme plate non locale est illustré à la figure III.6. Les atomes de carbone du graphène à petite échelle sont considérés comme n'étant pas de nature locale. Cela implique que la contrainte à un point dépend non seulement de la contrainte à ce point, mais aussi des contraintes de tous les points du corps. En utilisant ce concept, les feuilles de graphène discrètes peuvent être modélisées comme une plaque élastique non-locale continue. La nature discrète du graphène est décrite dans un continu élastique non local.

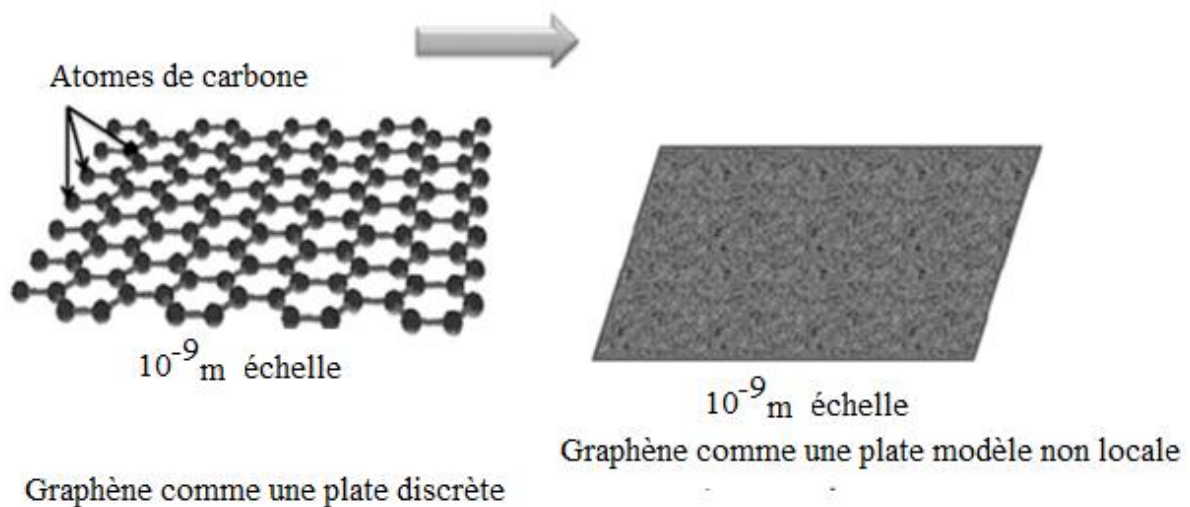


Figure III. 6: Modélisation d'une feuille graphène en théorie non local plaque

III.4.2 Relations constitutives pour non-locale plaque

Considérons l'origine choisie dans un coin des SLGS rectangulaires. Les axes de coordonnées dans la plaque non locale mappée équivalente sont indiqués à la figure III.7.

La coordonnée x de l'axe est prise le long de la longueur des feuilles de graphène, la coordonnée y est prise le long de la largeur et la coordonnée z est prise le long de l'épaisseur du graphène (compte tenu d'une épaisseur atomique constante, h).

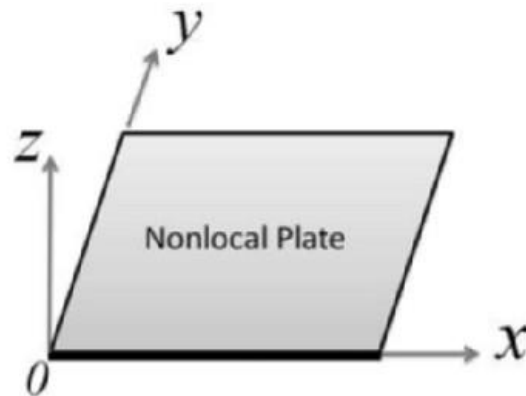


Figure III. 7: Modèle de plate non locale avec le système de coordonnées

En utilisant la théorie du milieu continu avancé de la théorie des plaques non locales, en appliquant comme équations de régulation pour une structure de graphène (plaque idéalisée), beaucoup d'études ont été menées par des chercheurs. Les études comprennent l'analyse de flexion, de vibration et de flambement du graphène, qui a été brièvement discuté dans ce chapitre. Il est important de noter que l'élasticité locale est capable de donner une prédiction étroite du comportement au graphène par rapport aux résultats de la simulation MD. Cependant, les résultats locaux ne sont pas exacts car nous ignorons les effets de taille importants à l'échelle nanométrique. À partir des théories des plaques non locales, les études sur l'analyse de flexion, de vibration et de flambement du graphène ont prédit une plus grande déviation, des fréquences plus petites et des charges de flambement par rapport aux théories classiques des plaques.

III.5 Conclusion

Diverses méthodes sont utilisées pour l'étude des plaques, vu que les méthodes expérimentales se présentent dans la plus part des cas coûteuses, les modèles proposés peuvent donner satisfaction et avoir un reflet scientifique dans l'analyse des nanostructures.

chapitr IV:

chapitr IV:

Formulation Théorique

FORMULATION THEORIQUE

IV.1 Introduction

Dans ce travail, un SLGS de longueur « a », de largeur « b » et d'épaisseur uniforme « h » est considéré comme indiqué sur la Figure IV.1. Le SLGS est censé être soumis à des charges de bord de compression dans le plan de répartition S_1 et S_2 par unité de longueur. Le modèle de fondation est caractérisé par le module linéaire de Winkler « K_w », le module de fondation de Pasternak (cisaillement) « K_s » et le coefficient d'amortissement du milieu viscoélastique « C_t ».

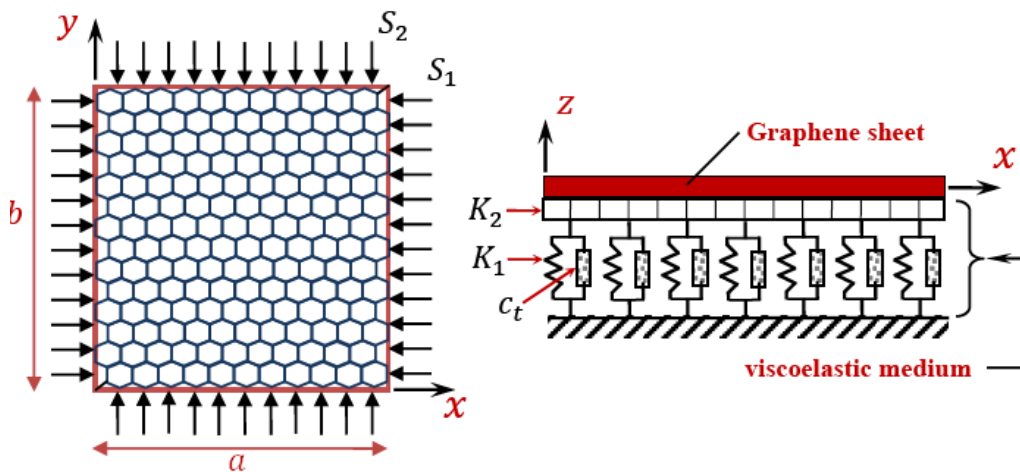


Figure IV.1: Modèle de plaque de continuum d'une feuille SLGS intégrée en milieu viscoélastique.

IV.2 Le modèle intégral à quatre inconnus

Le modèle intégral à quatre inconnues est utilisé pour le SLGS examiné.

Le champ de déplacement est exprimé comme:

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial x} + f(z) k_1 \int \theta(x, y) dx \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial y} + f(z) k_2 \int \theta(x, y) dy
 \end{aligned} \tag{IV.1}$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

Moussa Bellal

On peut observer que le champ de déplacement dans Eq. (IV.1) n'introduit que quatre inconnues (u_0, v_0, w_0 et θ). Dans ce travail, la théorie des plaques de déformation de cisaillement d'ordre supérieur actuelle est obtenue en fixant.

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (IV.2)$$

Les déformations non nulles associées au champ de déplacement de l'Eq. (IV.1) sont:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (IV.3)$$

Où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \theta \\ k_2 \theta \\ k_1 \frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx + k_2 \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy \end{Bmatrix}, \quad (IV.4a)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_2 \int \theta dy \\ k_1 \int \theta dx \end{Bmatrix},$$

et

$$g(z) = \frac{df(z)}{dz} \quad (IV.4b)$$

Les intégrales définies dans les équations ci-dessus doivent être résolues par une méthode de type Navier et peuvent s'écrire comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx = A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy = B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \int \theta dx = A' \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \int \theta dy = B' \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (IV.5)$$

D'où les coefficients A' et B' sont exprimés en fonction du type de solution utilisé, en l'occurrence de Navier. Par conséquent, A' , B' , k_1 et k_2 et sont exprimés comme suit:

Moussa Bellal

$$A' = -\frac{1}{\lambda^2}, \quad B' = -\frac{1}{\mu^2}, \quad k_1 = \lambda^2, \quad k_2 = \mu^2 \quad (\text{IV.6})$$

Où λ et μ sont définis dans l'expression (IV.20).

Les équations régissant les feuilles monocouche en graphène « SLGS » reposant sur le milieu de visco-Pasternak sous des charges distributives compressives dans le plan peuvent être déduites sur la base de «l'énergie potentielle stationnaire» (Reddy 1984).

Les équations gouvernantes sont déterminées comme

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} - P(x, y) &= 0 \\ k_1 A' \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + k_2 B' \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} + (k_1 A' + k_2 B') \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} - k_1 A' \frac{\partial Q_x}{\partial x} - k_2 B' \frac{\partial Q_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.7})$$

Où

$$P(x, y) = K_w w - K_p \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + C_t \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(S_1 \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(S_2 \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (\text{IV.8})$$

Et les résultantes des contraintes N , M , et Q sont définies par:

$$\left\{ \begin{array}{ccc} N_x & N_y & N_{xy} \\ M_x^b & M_y^b & M_{xy}^b \\ M_x^s & M_y^s & M_{xy}^s \end{array} \right\} = \int_{-h/2}^{h/2} \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ z \\ f(z) \end{array} \right\} dz, \quad (\text{IV.9a})$$

$$(Q_x, Q_y) = \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{xz}, \tau_{yz}) g(z) dz \quad (\text{IV.9b})$$

IV.2.3 Le modèle d'élasticité non locale pour SLGS

D'après la théorie de l'élasticité non locale d'Eringen (Eringen, 1972), l'état de contrainte en un point à l'intérieur d'un corps est considéré comme une fonction des déformations de tous les points dans les régions voisines. Pour les solides élastiques homogènes, les composantes

Moussa Bellal

non locales du tenseur de contrainte σ_{ij} en chaque point x du solide peuvent être exprimées comme:

$$\sigma_{ij}(x) = \int_{\Omega} \alpha(|x'-x|, \tau) t_{ij}(x') d\Omega(x') \quad (IV.10)$$

où $t_{ij}(x')$ sont les composants disponibles dans le tenseur de contrainte local au point x qui sont liés aux composants du tenseur de déformation ε_{kl} comme:

$$t_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (IV.11)$$

Le concept de l'Eq. (IV.10) est que la contrainte non locale en tout point est une moyenne de pondération de la contrainte locale de tous les points proches, et le noyau non local $\alpha(|x'-x|, \tau)$ considère l'effet de la déformation au point x' sur la contrainte au point x dans le corps élastique. Le paramètre est une longueur caractéristique interne (par exemple, paramètre de réseau, distance granulaire, longueur des liaisons C – C). $|x'-x|$ est également la distance euclidienne et τ est une valeur constante comme suit:

$$\tau = \frac{e_0 a}{l} \quad (IV.12)$$

Qui définit la relation entre une longueur interne caractéristique et une longueur externe caractéristique, l (par exemple, longueur de fissure et longueur d'onde) en utilisant une constante e_0 , dépendante de chaque matériau. Eringen (1972, 1983) obtient numériquement la forme fonctionnelle du noyau. Par une sélection appropriée de la fonction du noyau, Eringen a montré que l'équation constitutive non locale donnée sous forme intégrale (voir l'Eq. (IV.13)) peut être représentée sous une forme différentielle équivalente comme:

$$(1 - (e_0 a) \nabla^2) \sigma_{kl} = t_{kl} \quad (IV.13)$$

Dans lequel ∇^2 est l'opérateur laplacien. Par conséquent, la longueur d'échelle $e_0 a$ tient compte des effets de la petite taille sur le comportement des nanostructures. Ainsi, les relations constitutives de la théorie non locale pour un **SLGS** peuvent s'écrire:

$$(1 - \zeta \nabla^2) \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.14})$$

Dans laquelle $\zeta = (e_0 a)^2$ et les coefficients de rigidité, C_{ij} , peuvent être définis comme

$$C_{11} = C_{22} = \frac{E}{1 - \nu^2}, \quad C_{12} = \frac{\nu E}{1 - \nu^2}, \quad C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{E}{2[1 + \nu]}, \quad (\text{IV.15})$$

L'intégration de l'équation (IV.14) sur la section de la plaque donne la force-déformation et le moment-déformation du SLGS raffiné non local comme suit:

$$(1 - \zeta \nabla^2) \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x^b \\ M_y^b \\ M_{xy}^b \\ M_x^s \\ M_y^s \\ M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & B_{66}^s \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & D_{66}^s \\ B_{11}^s & B_{12}^s & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 & H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 & H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s & 0 & 0 & D_{66}^s & 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \\ k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.16a})$$

$$(1 - \zeta \nabla^2) \begin{Bmatrix} S_{xz}^s \\ S_{yz}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{55}^s & 0 \\ 0 & A_{44}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.16b})$$

Lorsque les rigidités transversales sont définies comme suit:

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, B_{ij}^s, D_{ij}^s, H_{ij}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} (1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)) dz, \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (\text{IV.17a})$$

$$A_{ij}^s = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} [g(z)]^2 dz, \quad (i, j = 4, 5) \quad (17b)$$

Les équations de stabilité non locales de SLGS en termes de déplacement peuvent être obtenues en remplaçant les équations (IV.16) par les équations (IV.7) comme suit:

$$A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - B_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} + (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial y^2} + (B_{11}^s k_1 + B_{12}^s k_2) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (\text{IV.18a})$$

$$A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} - B_{22} \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} + (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^3 \theta}{\partial x^2 \partial y} + (B_{22}^s k_2 + B_{12}^s k_1) \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad (\text{IV.18b})$$

$$B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} - D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} \quad (\text{IV.18c})$$

$$- D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} + (D_{11}^s k_1 + D_{12}^s k_2) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + 2(D_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial y^2} + (D_{12}^s k_1 + D_{22}^s k_2) \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + (1 - \mu \nabla^2) P(x, y) = 0$$

$$- (B_{11}^s k_1 + B_{12}^s k_2) \frac{\partial u_0}{\partial x} - (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} - (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12}^s k_1 + B_{22}^s k_2) \frac{\partial v_0}{\partial y} + (D_{11}^s k_1 + D_{12}^s k_2) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2(D_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + (D_{12}^s k_1 + D_{22}^s k_2) \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - H_{11}^s k_1^2 \theta \quad (\text{IV.18d})$$

$$- H_{22}^s k_2^2 \theta - 2H_{12}^s k_1 k_2 \theta - ((k_1 A' + k_2 B')^2 H_{66}^s) \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial y^2} + A_{44}^s (k_2 B')^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + A_{55}^s (k_1 A')^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0$$

IV.2.4 Procédures de solution

Dans cette section, une solution analytique basée sur la méthode Navier est utilisée pour résoudre les équations gouvernantes non locales d'un SLGS simplement supporté. Les variables de déplacement sont adoptées sous la forme:

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ V_{mn} \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \\ W_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \\ X_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \end{Bmatrix} e^{\omega t} \quad (\text{IV.19})$$

où $(U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, X_{mn})$ sont les coefficients de Fourier inconnus. avec

$$\lambda = m\pi / a \text{ et } \mu = n\pi / b \quad (\text{IV.20})$$

Moussa Bellal

L'insertion de l'équation (IV.19) dans les équations (IV.18) conduit à

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33}+P^* & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \\ X_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (IV.21)$$

où

$$\begin{aligned} S_{11} &= -(A_{11}\lambda^2 + A_{66}\mu^2), & S_{12} &= -\lambda\mu (A_{12} + A_{66}), & S_{13} &= \lambda(B_{11}\lambda^2 + B_{12}\mu^2 + 2B_{66}\mu^2), \\ S_{14} &= \lambda(k_1B_{11}^s + k_2B_{12}^s - (k_1A'+k_2B')B_{66}^s\mu^2), \\ S_{22} &= -(A_{66}\lambda^2 + A_{22}\mu^2), & S_{23} &= \mu(B_{22}\mu^2 + B_{12}\lambda^2 + 2B_{66}\lambda^2), \\ S_{24} &= \mu(k_2B_{22}^s + k_1B_{12}^s - (k_1A'+k_2B')B_{66}^s\lambda^2) \\ S_{33} &= -(D_{11}\alpha^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha^2\beta^2 + D_{22}\beta^4) + \lambda(k_w + (N^T + k_s)(\alpha^2 + \beta^2)), \\ S_{34} &= -k_1(D_{11}^s\alpha^2 + D_{12}^s\beta^2) + 2(k_1A'+k_2B')D_{66}^s\alpha^2\beta^2 - k_2(D_{22}^s\beta^2 + D_{12}^s\alpha^2), \\ S_{44} &= -k_1(H_{11}^sk_1 + H_{12}^sk_2) - (k_1A'+k_2B')^2 H_{66}^s\alpha^2\beta^2 - k_2(H_{12}^sk_1 + H_{22}^sk_2) - (k_1A')^2 A_{55}^s\alpha^2 - (k_2B')^2 A_{44}^s\beta^2 \\ \lambda &= 1 + \mu(\alpha^2 + \beta^2) \\ P^* &= -\left[1 + \zeta(\lambda^2 + \mu^2)\right](k_w + k_p(\lambda^2 + \mu^2) + C_t \omega + S_1\lambda^2 - S_2\mu^2)W_{mn} \end{aligned} \quad (IV.22)$$

En supposant qu'il existe un rapport donné entre ces forces tel que $S_1 = -\beta_0$ et $S_2 = -\alpha \beta_0$;
 $\alpha = S_2 / S_1$ (ici α est un paramètre de charge non dimensionnel)

Ainsi, nous obtenons l'équation de flambement en définissant la $\det[K]=0$. En résolvant cette équation, nous constaterons que le flambement supposé du SLGS n'est possible que pour des valeurs définies de β_0 . La plus petite de ces valeurs détermine la valeur critique souhaitée.

Dans le cas où les forces S_1 et S_2 ne sont pas des constantes, le problème devient plus complexe, puisque l'équation (IV.21) a dans ce cas des coefficients variables, mais la conclusion générale reste la même. Soit, par exemple (Timoshenko et Gere 1961)

$$S_1 = -\beta_0 \left(1 - c \frac{y}{b}\right), \quad S_2 = 0 \quad (IV.23)$$

où c est un facteur de flambement. Si $c = 0$ la force de compression est uniformément répartie ($S_1 = -\beta_0, S_2 = 0$) et si $c = 2$ on obtient le cas de la flexion pure. Toutes les autres valeurs donnent une combinaison de flexion et compression ($c < 2$) ou tension ($c > 2$).

IV.3 Conclusion

Dans ce travail, nous avons présenté le modèle analytique de déformation de cisaillement intégrale trigonométrique à quatre variables. Les équations de stabilité non locale sont déterminées par l'énergie potentielle et le modèle d'Eringen et résolues par la méthode de Navier. Les résultats présentés dans le chapitre suivant permettent d'apprécier clairement l'apport de cette théorie en les comparant avec ceux obtenus par les autres théories du premier ordre et d'ordre élevé.

Chapitre V :

Résultats et discussions

RESULTATS ET DISCUSSION

V.1. Introduction :

Dans cette partie l'exactitude de la théorie proposée HSDT qui utilise seulement quatre variables inconnues, sera examiné. Pour ce but, les «charges de flambement» pour les SLGS considérées sont calculées avec et sans prise en compte du coefficient d'échelle ζ . Les quantités non dimensionnelles suivantes sont utilisées

$$\beta = \frac{a^2}{D} \beta_0, k_w = \frac{a^2}{D} K_w, k_p = \frac{a^2}{D} K_p, \bar{C}_t = \frac{a^4 C_t}{10^3 D}, \eta = \sqrt{\frac{\zeta}{a}} \quad (\text{V.1})$$

V.2 Résultats et discussions numériques :

Il convient de noter que nous obtenons «l'équation de flambement» des SLGS en utilisant la théorie de l'élasticité locale en prenant $\zeta = 0$ dans l'équation (IV.16).

Dans la première partie, les résultats calculés sont comparés à ceux de l'analyse de flambement des SLGS intégré seulement dans un milieu élastique (Samaei et al.2011, Golmakani et Rezatalab 2015), sans fondations élastiques (Pradhan et Murmu 2009, Ansari et Sahmani 2013, Hosseini-Hashemi et al.2015) ou incorporées dans un milieu viscoélastique (Zenkour 2016).

Dans le premier exemple, les propriétés mécaniques de SLGS sont prises comme $E = 1$ TPa et $\nu = 0,16$. De plus, l'épaisseur et l'influence de l'échelle sont prises comme $h = 0,34$ nm et $\zeta = 1,81$ nm². Les résultats calculés de la «charge de flambement» biaxiale non locale uniforme β_0 (nN) d'un SLGS carré isotrope sont comparés à ceux de la dynamique moléculaire (MD) fournie par Ansari et Sahmani (2013), de la méthode de quadrature différentielle (DQM) rapportée par Golmakani et Rezatalab (2015) et la FSDT donné par Zenkour (2016) dans le tableau 1. On peut observer qu'il existe un très bon accord avec les résultats d'autres travaux similaires. Le présent modèle n'utilise pas le facteur de correction de cisaillement comme le considère Zenkour (2016). Il convient de préciser que le modèle actuel n'utilise que quatre variables, ce qui est encore moins que le FSDT de Zenkour (2016). Comme présenté dans le tableau 1, il est clair que β_0 diminue avec l'augmentation de la «dimension du SLGS».

Tableau V.1 : Comparaison de la charge critique de flambement biaxial β_0 des SLGS carrés non locale avec celles de MD (Ansari et Sahmani, 2013) et de DQM (Golmakani et Rezatalab 2015)

a (nm)	MD (Ansari and Sahmani 2013)	DQM (Golmakani and Rezatalab 2015)	β_0			
			Zenkour (2016) FSDT	Present CPT	Present FSDT	Present HSDT
4.990	1.0837	1.0749	1.07103	1.09440	1.07103	1.07107
8.080	0.6536	0.6523	0.65143	0.65685	0.65143	0.65144
10.77	0.4331	0.4356	0.43529	0.43732	0.43528	0.43529
14.65	0.2609	0.2645	0.26436	0.26503	0.26436	0.26436
18.51	0.1714	0.1751	0.17509	0.17537	0.17509	0.17509
22.35	0.1191	0.1239	0.12383	0.12396	0.12383	0.12383
26.22	0.0889	0.0917	0.09167	0.09174	0.09167	0.09167
30.04	0.0691	0.0707	0.07068	0.07073	0.07068	0.07068
33.85	0.0554	0.0561	0.05613	0.05616	0.05613	0.05613
37.81	0.0449	0.0453	0.04526	0.04528	0.04526	0.04526
41.78	0.0372	0.0372	0.03724	0.03725	0.03724	0.03724
45.66	0.0315	0.0313	0.03128	0.03129	0.03128	0.03128

Tableau V.2 : Comparaison de la charge de flambement critique sans dimension β et du rapport de charge de flambement critique β_{NL} / β_L des SLGS carrés non local ($h/a = 0.1$)

a/h	$\sqrt{\xi}$	β				β_{NL} / β_L					
		Present CPT	Present FSDT	Present HSDT	Zenkour (2016)	Present CPT	Present FSDT	Present HSDT	Zenkour (2016)	Pradhan and Murmu (2009)	Hosseini-Hashemi <i>et al.</i> (2015)
5	0.5	16.4852	15.6051	15.6070	15.6051	0.8351	0.8351	0.8351	0.8352	0.8350	0.8350
	1.0	11.0302	10.4413	10.4426	10.4413	0.5588	0.5588	0.5588	0.5588	0.6500	0.5590
	1.5	7.1093	6.7298	6.7306	6.7298	0.3602	0.3602	0.3602	0.3602	0.3610	0.3600
	2.0	4.7470	4.4935	4.4941	4.4935	0.2405	0.2405	0.2405	0.2405	0.2420	0.2410
10	0.5	18.8109	17.8067	17.8088	17.8067	0.9530	0.9530	0.9530	0.9530	0.9540	0.9530
	1.0	16.4852	15.6051	15.6070	15.6051	0.8351	0.8351	0.8351	0.8351	0.8360	0.8350
	1.5	13.6686	12.9388	12.9404	12.9388	0.6925	0.6925	0.6925	0.6925	0.6930	0.6920
	2.0	11.0302	10.4413	10.4426	10.4413	0.5588	0.5588	0.5588	0.5588	0.5600	0.5590
25	0.5	19.5846	18.5390	18.5413	18.5390	0.9922	0.9922	0.9922	0.9922	0.9930	0.9920
	1.0	19.1349	18.1133	18.1155	18.1133	0.9694	0.9694	0.9694	0.9694	0.9700	0.9690
	1.5	18.4296	17.4457	17.4478	17.4457	0.9337	0.9337	0.9337	0.9337	0.9350	0.9310
	2.0	17.5252	16.5896	16.5916	16.5896	0.8878	0.8878	0.8878	0.8878	0.8890	0.8880

Nous définissons dans cette étude le rapport de charge de flambement comme β_{NL} / β_L où β_{NL} est la charge de flambement obtenue en utilisant la théorie non locale et β_L est la charge de flambement obtenue en utilisant la théorie locale. Dans les tableaux 1 et 2, nous prenons $\bar{C}_t = k_w = k_p = 0$. Les valeurs du module d'Young $E = 30 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ et le coefficient de Poisson $\nu = 0.3$ sont prises en compte pour calculer les valeurs numériques.

Le tableau 2 présente une comparaison des rapports de la charge critique de flambement déterminés par la présente solution analytique ($\alpha = 1$) et les solutions de Pradhan et Murmu (2009), Zenkour (2016) et Hosseini-Hashemi et al. (2015) pour un SLGS carré avec différentes longueurs latérales et paramètres d'échelle. Un très bon accord peut être montré entre les résultats calculés et ceux correspondants. On observe que la charge critique de flambement non dimensionnelle β diminue avec la diminution de la longueur du côté et l'augmentation du paramètre d'échelle $\sqrt{\zeta}$.

Le tableau V.3 présente une comparaison de la charge critique de flambement β non dimensionnelle et du rapport de charge critique de flambement β_{NL} / β_L déterminé par la présente solution ($\alpha = 1$), la solution de Hosseini-Hashemi et al. (2015) et la solution de Zenkour (2016) pour un SLGS rectangulaire. Les effets de différentes valeurs du paramètre d'échelle non dimensionnel (η), des rapports géométriques (a/b et h/a) sur les «charges de flambement» non dimensionnelles et les «rapports de charge de flambement» sont étudiés. Les résultats calculés sont les mêmes que ceux prédits par Hosseini-Hashemi et al. (2015).

Dans ce qui suit, les résultats sont donnés ici (sauf indication contraire) pour $k_w = 10 \text{ nN}$, $k_p = 5 \text{ nN}$, $\zeta = 0.1 \text{ nm}^2$, $\eta = 0.1$ et $\bar{C}_t = 0.1 \text{ nN}$. Les valeurs appropriées des autres quantités sont fixées comme $h = 0.34 \text{ nm}$ et $b = 10 \text{ nm}$. De plus, la «fréquence angulaire complexe» ω est fixée comme $\omega = 0.5 + 0.1i$. Les valeurs du module d'Young $E = 1 \text{ Pa}$ et du «coefficient de Poisson» $\nu = 0.3$ sont utilisées pour calculer les «charges de flambement» numériques.

Tableau V.3 : Charge critique de flambement β et rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL\ HSDT} / \beta_{L\ HSDT}$ des SLGS rectangulaires non local pour divers paramètres non locaux non locaux $\eta = \sqrt{\zeta / a}$

a/b	h/a	η	$\beta(\beta_{NL\ HSDT} / \beta_{L\ HSDT})$				
			Present CPT	Present FSDT	Present HSDT	Zenkour (2016)	Hosseini-Hashemi, et al (2015)
1	0.1	0.0	19.7392 (1.000)	18.6854 (1.000)	18.6877 (1.000)	18.6854 (1.000)	18.6861 (1.000)
		0.1	16.4852 (0.835)	15.6051 (0.835)	15.6070 (0.835)	15.6051 (0.835)	15.6057 (0.835)
		0.2	11.0302 (0.559)	10.4413 (0.559)	10.4426 (0.559)	10.4413 (0.559)	10.4408 (0.559)
		0.3	7.1093 (0.360)	6.7298 (0.360)	6.7306 (0.360)	6.7298 (0.360)	6.7200 (0.360)
		0.4	4.7470 (0.240)	4.4935 (0.240)	4.4941 (0.240)	4.4935 (0.241)	4.4937 (0.241)
	0.01	0.0	19.7392 (1.000)	19.7281 (1.000)	19.7281 (1.000)	19.7281 (1.000)	19.7281 (1.000)
		0.1	16.4852 (0.835)	16.4759 (0.835)	16.4759 (0.835)	16.4759 (0.835)	16.4916 (0.835)
		0.2	11.0302 (0.559)	11.0239 (0.559)	11.0239 (0.559)	11.0239 (0.558)	11.0136 (0.559)
		0.3	7.1093 (0.360)	7.1053 (0.360)	7.1053 (0.360)	7.1053 (0.360)	7.1030 (0.360)
		0.4	4.7470 (0.240)	4.7443 (0.240)	4.7443 (0.240)	4.7443 (0.241)	4.7506 (0.241)
0.5	0.1	0.0	12.3370 (1.000)	11.9169 (1.000)	11.9177 (1.000)	11.9169 (1.000)	11.9171 (1.000)
		0.1	10.9821 (0.890)	10.6082 (0.890)	10.6089 (0.890)	10.6082 (0.890)	10.6084 (0.890)
		0.2	8.2606 (0.670)	7.9793 (0.670)	7.9798 (0.670)	7.9793 (0.670)	7.9794 (0.670)
		0.3	5.8460 (0.474)	5.6470 (0.474)	5.6473 (0.474)	5.6470 (0.474)	6.7289 (0.576)
		0.4	4.1484 (0.336)	4.0072 (0.336)	4.0074 (0.336)	4.1478 (0.336)	4.0072 (0.336)
	0.01	0.0	12.3370 (1.000)	12.3327 (1.000)	12.3327 (1.000)	12.3327 (1.000)	12.3327 (1.000)
		0.1	10.9821 (0.890)	10.9783 (0.890)	10.9783 (0.890)	10.9782 (0.890)	10.9782 (0.890)
		0.2	8.2606 (0.670)	8.2577 (0.670)	8.2577 (0.670)	8.2577 (0.670)	8.2577 (0.670)
		0.3	5.8460 (0.474)	5.8439 (0.474)	5.8439 (0.474)	5.8439 (0.474)	7.1052 (0.576)
		0.4	4.1484 (0.336)	4.1469 (0.336)	4.1469 (0.336)	4.1478 (0.336)	4.1478 (0.336)

Le tableau V.4 fournit les valeurs de β et β_{NL} / β_L des SLGS rectangulaires intégrés dans le milieu viscoélastique pour différentes valeurs du paramètre d'échelle non dimensionnel η . Différentes valeurs du milieu viscoélastique k_w , k_p et \bar{C}_t sont également prises en compte dans cet exemple. Les charges critiques de flambement du SLGS sont très influencées par l'inclusion du milieu viscoélastique. On peut confirmer qu'il existe un excellent accord avec les résultats donnés par le FSDT de Zenkour (2016). Les «charges critiques de flambement» diminuent avec la diminution des coefficients k_w , k_p and \bar{C}_t . De plus, les «charges de flambement» augmentent avec la diminution du paramètre d'échelle non dimensionnelle. En effet, la charge critique de flambement la plus importante apparaît pour des valeurs plus élevées de η et sans inclusion du «milieu viscoélastique».

Tableau V.4 : Charge de flambement critique sans dimension β et rapport de charge de flambement critique β_{NL} / β_L des SLGS rectangulaires non locaux pour divers paramètres non locaux non dimensionnels η

\bar{C}_t	k_w	k_p	β_{NL} / β_L				
			$\eta = 0.0$	$\eta = 0.1$	$\eta = 0.2$	$\eta = 0.3$	$\eta = 0.0$
			Present HSDT	Present HSDT	Present HSDT	Present HSDT	Present HSDT
0	0.0	0.0	12.1395 (1.000)	10.8063 (0.890)	8.1283 (0.670)	5.7524 (0.474)	4.0820 (0.336)
0.1	10.0	0.0	17.0029 (1.000)	15.6697 (0.922)	12.9917 (0.764)	10.6158 (0.624)	8.9454 (0.526)
		2.0	19.0029 (1.000)	17.6697 (0.930)	14.9917 (0.789)	12.6158 (0.664)	10.9454 (0.576)
		5.0	22.0029 (1.000)	20.6697 (0.939)	17.9917 (0.1818)	15.6158 (0.710)	13.9454 (0.634)
		10.0	27.0029 (1.000)	25.6697 (0.951)	22.9917 (0.851)	20.6158 (0.763)	18.9454 (0.702)
0.2	10.0	0.0	21.0557 (1.000)	19.7226 (0.937)	17.0446 (0.809)	14.6687 (0.697)	12.9982 (0.617)
		2.0	23.0557 (1.000)	21.7226 (0.942)	19.0446 (0.826)	16.6687 (0.723)	14.9982 (0.651)
		5.0	26.0557 (1.000)	24.7226 (0.949)	22.0446 (0.846)	19.6687 (0.755)	17.9982 (0.691)
		10.0	31.0557 (1.000)	29.7226 (0.957)	27.0446 (0.871)	24.6687 (0.794)	22.9982 (0.741)
0.5	10.0	0.0	33.2143 (1.000)	31.8811 (0.960)	29.2031 (0.879)	26.8272 (0.808)	25.1568 (0.757)
		2.0	35.2143 (1.000)	33.8811 (0.962)	31.2031 (0.886)	28.8272 (0.819)	27.1568 (0.771)
		5.0	38.2143 (1.000)	36.8811 (0.965)	34.2031 (0.895)	31.8272 (0.833)	30.1568 (0.789)
		10.0	43.2143 (1.000)	41.8811 (0.969)	39.2031 (0.907)	36.8272 (0.852)	35.1568 (0.814)

La figure V.1 présente la variation du «rapport de charge de flambement critique» $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ en fonction du rapport géométrique a/h du SLGS carré pour différentes valeurs des paramètres d'échelle η . Il convient de noter que β_{NL}^{HSDT} est la «charge de flambement» obtenue en utilisant la présente théorie (le modèle intégral à quatre inconnus) et β_{NL}^{CPT} est la «charge de flambement» obtenue en utilisant la théorie classique des plaques (CPT). On voit que les charges de flambement calculées par la CPT sont supérieures à celles calculées par la HSDT. Ceci est imputé à l'effet de déformation par cisaillement qui est négligé par la CPT. De plus, on observe que le paramètre non local augmente le «rapport de charge de flambement» et cet effet est plus prononcé dans les SLGS épais.

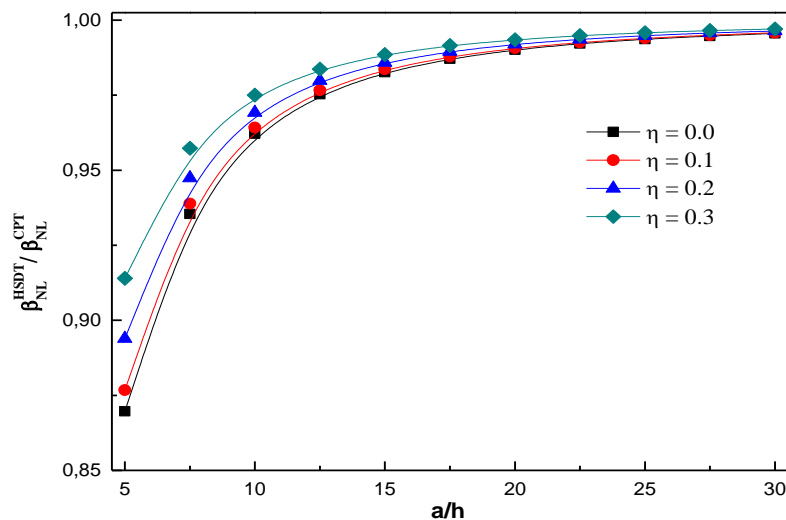


Figure V.1: Rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ en fonction au rapport côté / épaisseur a/h du SLGS pour différents paramètres non locaux η

La figure V.2 montre l'effet des coefficients d'amortissement \bar{C}_t sur la variation du «rapport de charge de flambement critique» $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ avec le rapport géométrique a/h du SLGS carré. On observe que l'influence des coefficients d'amortissement est plus prononcée dans les SLGS épais. Le «rapport de charge de flambement» augmente avec l'augmentation du coefficient d'amortissement et du rapport géométrique a/h .

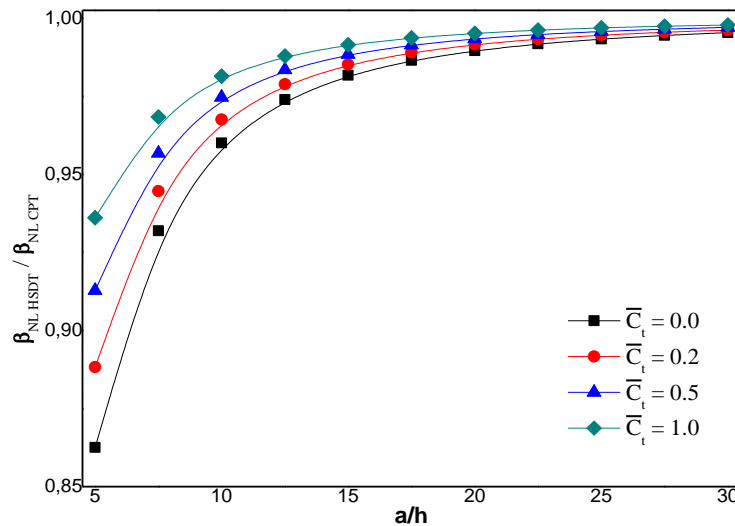


Figure V.2: Rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ en fonction au rapport côté / épaisseur a/h du SLGS pour différents coefficients d'amortissement \bar{C}_t

Figures V.3 illustre la variation de le rapport des charges critiques du flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ en fonction du rapport de géométrie a/h des SLGS carrées pour les différentes valeurs du paramètre de Pasternak k_p . Encore, le rapport des charges critiques du flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ augmente avec l'augmentation du paramètre de Pasternak k_p .. l'effet de k_p est observer clairement dans le cas ou les nano plaques deviennes épaisses.

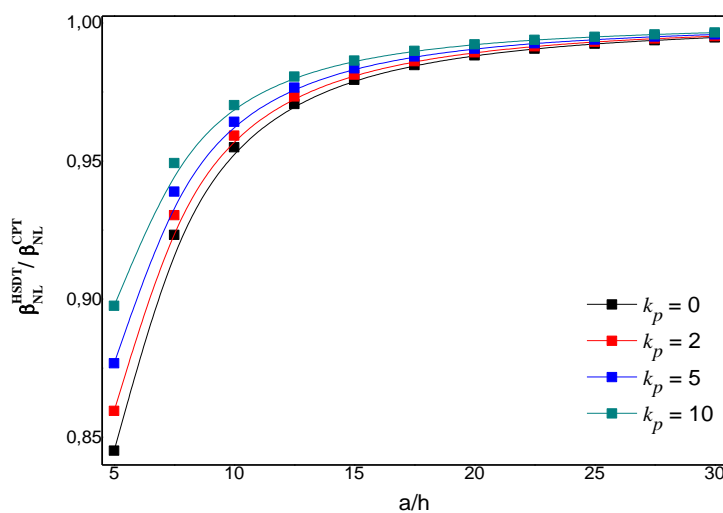


Figure V.3: Rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ en fonction au rapport côté / épaisseur a/h du SLGS pour différents paramètres de Pasternak k_p

Figures V.4 illustre la variation de le rapport des charges critiques du flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ en fonction du rapport géométrique a/h du SLGS carré pour les différents valeurs du mode m et n . Il est clair que $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ ($m = n = 1$) est le plus grand. Lorsque le nombre de modes augmente, le rapport $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ diminue. De plus, à mesure que le rapport géométrique a/h du SLGS augmente, le rapport $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ augmente.

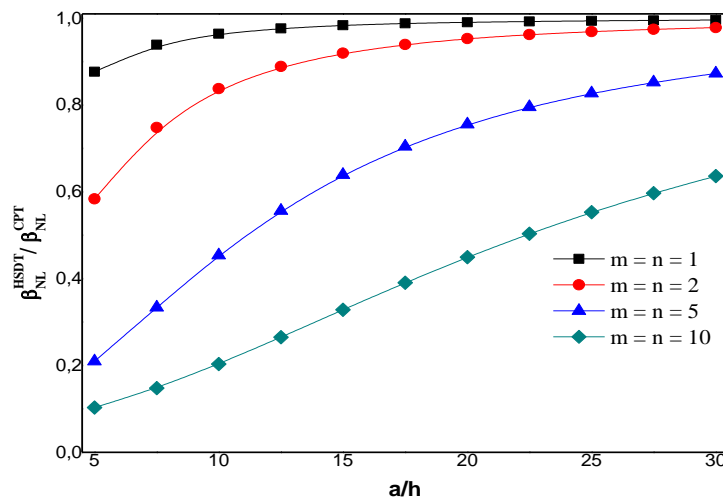


Figure V.4 : Rapport de charge critique de flambement $\beta_{NL}^{HSDT} / \beta_{NL}^{CPT}$ en fonction au rapport côté / épaisseur a/h du SLGS pour différents numéros de mode m et n

L'influence du «facteur de flambement» c sur la charge de flambement non dimensionnelle est présentée dans les figures (V.5) – (V-7). Les valeurs de $c < 2$ représentent les «charges de flambement» en compression tandis que les valeurs de $c > 2$ représentent les «charges de flambement» en traction. Les résultats sont calculés ici pour $h = 0.34$ et $n = 1$. Deux valeurs pour le rapport géométrique $a/h = 5$ et $a/h = 20$ sont utilisées.

Les «charges de flambement» non dimensionnelles sont présentées en fonction du paramètre d'échelle, des coefficients d'amortissement, des paramètres Pasternak et du «numéro de mode». On observe qu'il existe une symétrie entre les «charges de flambement» en compression ($c = 0,1$) et les «charges de flambement» en traction ($c = 4,3$)

correspondantes. De plus, les grandeurs des «charges de flambement» non dimensionnelles du SLGS avec $a/h = 5$ sont plus petites que celles des «correspondantes» avec $a/h = 20$.

De plus, lorsque le facteur de flambement augmente, la «charge de flambement» en compression augmente tandis que la «charge de flambement» en traction diminue. Les «charges de flambement» en compression diminuent (les «charges de flambement» en traction sont augmenté) avec l'augmentation du paramètre d'échelle η , les coefficients \bar{C}_t et k_p du visco-Pasternak comme le montre les figures (V.5) –(V-7).

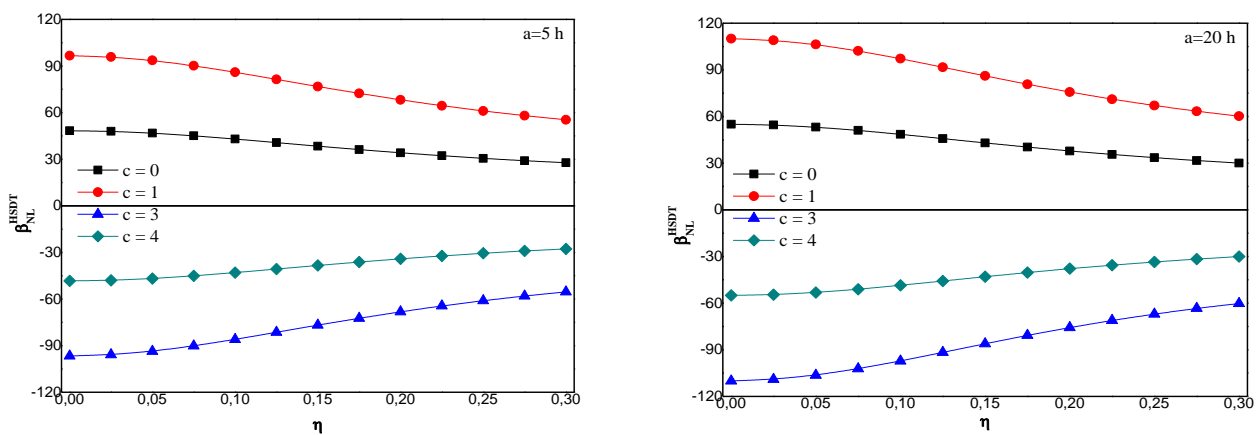


Figure V.5: Charge de flambement critique non uniforme β_{NL}^{HSDT} vs le paramètre non local η du SLGS pour différentes valeurs de c

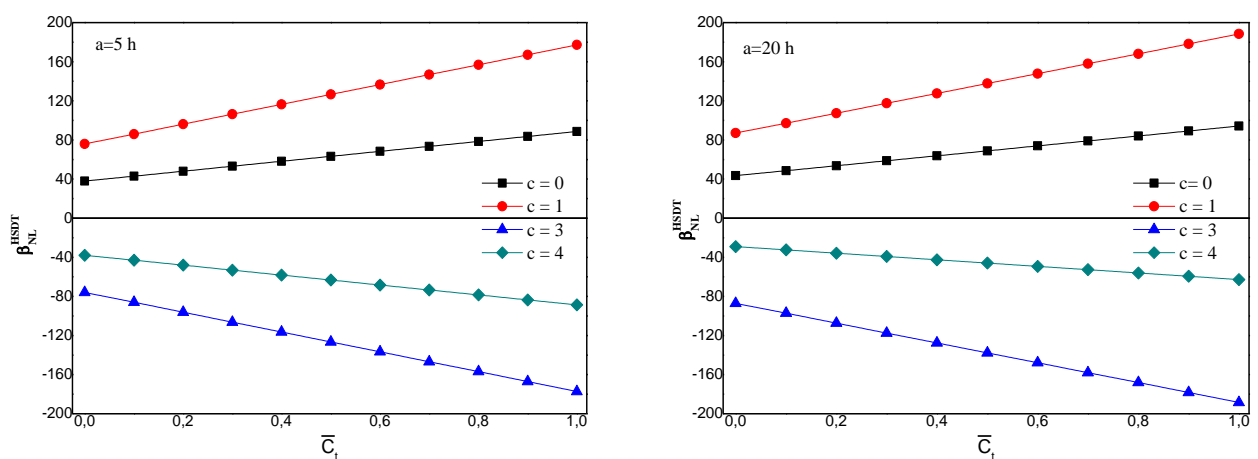


Figure V.6: Charge de flambement critique non uniforme β_{NL}^{HSDT} par rapport au coefficient d'amortissement \bar{C}_t du SLGS pour différentes valeurs de c

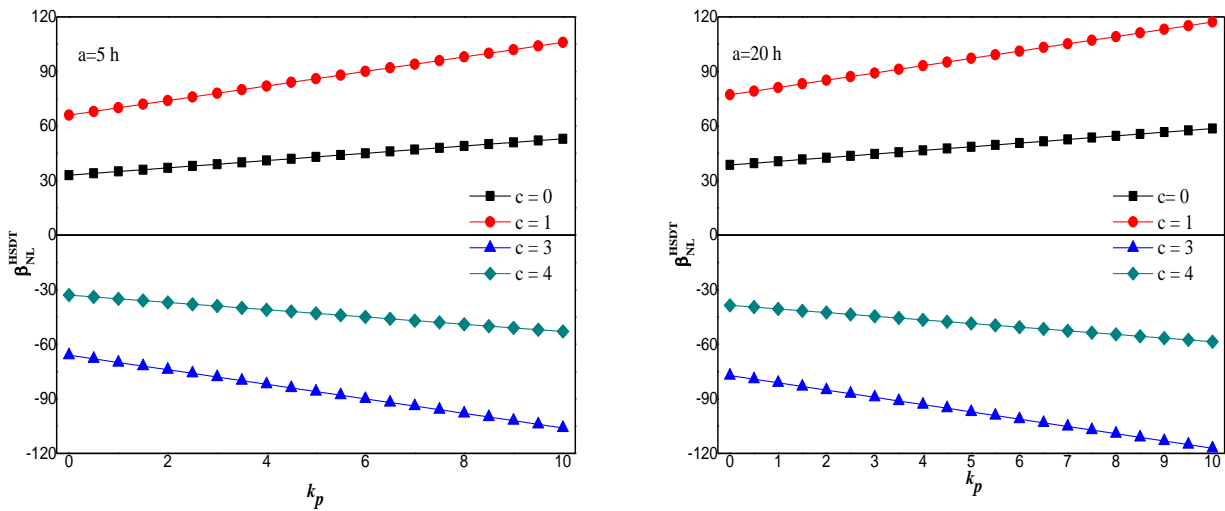


Figure V.7: Charge de flambement critique non uniforme β_{NL}^{HSDT} en fonction au paramètre k_p de Pasternak du SLGS pour différentes valeurs de c

V.3. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats numériques de l'analyse de la stabilité des SLGS en utilisant une nouvelle théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé à quatre variables. Cette théorie a été développée dans le chapitre précédent. Tous les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux de la littérature.

Conclusion générale

Conclusions

*L'*analyse de stabilité d'une feuille de graphène monocouche (SLGS) incorporée dans le milieu de visco-Pasternak est étudiée en utilisant un modèle intégral non local à quatre inconnues. L'effet de la déformation de cisaillement transverse est également considéré sans introduire les facteurs de correction de cisaillement. Le médium visco-Pasternak est modélisé en introduisant l'effet d'amortissement des fondations élastiques classiques Winkler-Pasternak. Le présent modèle est en bon accord avec d'autres modèles existant dans la littérature. On peut conclure que le modèle développé est précis et efficace pour prédire la réponse de flambement des SLGS sous des charges de compression dans le plan et montre clairement les différents paramètres influençant la charge de flambement critique. Une amélioration de la formulation actuelle sera envisagée dans les travaux futurs pour considérer d'autres types de matériaux (Sharma et al.2009, Sofiyev et Avcar 2010, Avcar 2016, Kolahchi et al.2016, Daouadji 2017, Timesli et al.2017, Kolahchi et al.2017, Ayat et al.2018, Majeed et Sadiq 2018, Behera et Kumari 2018, Hajmohammad et al.2018, Keshtegar et Kolahchi 2018, Hussain et Naeem 2018, Avcar et Mohammed 2018, Belkacem et al.2018, Moghadam et al.2018, Panjehpour et al., 2018, Eltaher et al.2018, Shahsavari et al.2019, Nebab et al.2019, Avcar 2019, Mirjavadi et al.2019, Fadoun 2019, Jamali et al.2019, Selmi 2019, Lal et al.2017, Narwariya et al.2018, Pascon 2018, Rezaiee-Pajand et al 2018, Li et al.2018, Othman et

al.2019, Akbas 2019ab, Katariya et al.2019, Yüksela et Akbaş 2018 et 2019, Abdou et al.2019, Eltaher et al.2020).

Référence



Référence

- Abdou, M. A., Othman, M. I. A., Tantawi, R. S., & Mansour, N. T. (2019). "Exact solutions of generalized thermoelastic medium with double porosity under L–S theory", *Indian Journal of Physics.*, doi:10.1007/s12648-019-01505-8.
- Akbaş, Ş. D. (2016), "Forced vibration analysis of viscoelastic nanobeams embedded in an elastic medium", *Smart Structures and Systems*, **18**(6), 1125-1143.
- Akbaş, Ş.D. (2018), "Bending of a cracked functionally graded nanobeam", *Advances in Nano Research*, **6**(3), 219-243. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2018.6.3.219>
- Akbas, S.D., (2019a). "Hygro-thermal post-buckling analysis of a functionally graded beam", *Coupled Systems Mechanics.*, **8**(5), 459-471. <https://doi.org/10.12989/csm.2019.8.5.459>.
- Akbas, S.D., (2019b). "Forced vibration analysis of functionally graded sandwich deep beams", *Coupled Systems Mechanics.*, **8**(3), 259-271. <https://doi.org/10.12989/csm.2019.8.3.259>.
- Akgöz, B. and Civalek, Ö. (2011), "Strain gradient elasticity and modified couple stress models for buckling analysis of axially loaded micro-scaled beams", *Int. J. Eng. Sci.*, **49**, 1268-1280. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2010.12.009>
- Akgöz, B. and Civalek, Ö. (2012), "Free vibration analysis for single -layered graphene sheets in an elastic matrix via modified couple stress theory", *Mater.Des.*, **42**, 164-171. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2012.06.002>
- Akgöz, B. and Civalek, Ö. (2013a), "A size-dependent shear deformation beam model based on the strain gradient elasticity theory", *Int. J. Eng. Sci.*, **70**, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2013.04.004>
- Akgöz, B. and Civalek, Ö. (2013b), "Buckling analysis of functionally graded microbeams based on the strain gradient theory", *Acta Mech.*, **224**, 2185-2201. DOI 10.1007/s00707-013-0883-5
- Akgöz, B. and Civalek, Ö. (2013c), "Free vibration analysis of axially functionally graded tapered Bernoulli – Euler microbeams based on the modified couple stress theory", *Compos.Struct.*, **98**, 314-322. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.11.020>
- Anjomshoa, A., Shahidi, A.R., Hassani B. and Jomehzadeh, E. (2014), "Finite element buckling analysis of multi-layered graphene sheets on elastic substrate based on nonlocal elasticity theory", *Appl. Math.Model.*, **38**, 5934-5955. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2014.03.036>

- Ansari, R. and Sahmani, S. (2013), "Prediction of biaxial buckling behavior of single-layered graphene sheets based on nonlocal plate models and molecular dynamics simulations", *Appl. Math. Model.*, **37**, 7338-7351. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.03.004>
- Avcar, M. (2016), "Effects of material non-homogeneity and two parameter elastic foundation on fundamental frequency parameters of Timoshenko beams", *Acta Physica Polonica A*, **130**(1), 375-378.
- Avcar, M. (2019), "Free vibration of imperfect sigmoid and power law functionally graded beams", *Steel and Composite Structures*, **30**(6), 603-615. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2019.30.6.603>
- Avcar, M., & Mohammed, W. K. M. (2018), "Free vibration of functionally graded beams resting on Winkler-Pasternak foundation", *Arabian Journal of Geosciences*, **11**(10), 232.
- Ayat, H., Kellouche, Y., Ghrici, M., Boukhatem, B. (2018), "Compressive strength prediction of limestone filler concrete using artificial neural networks", *Advances in Computational Design*, **3**(3), 289-302. DOI: <https://doi.org/10.12989/acd.2018.3.3.289>
- Barati, M. R., & Shahverdi, H. (2019). "Finite element forced vibration analysis of refined shear deformable nanocomposite graphene platelet-reinforced beams", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering.*, **42**(1). doi:10.1007/s40430-019-2118-8.
- Basua, S. and Bhattacharyya, P. (2012), "Recent developments on graphene and graphene oxide based solid state gas sensors", *Sens. Actuat. B*, **173**, 1-21. <https://doi.org/10.1016/j.snb.2012.07.092>
- Behera, S., Kumari, P. (2018), "Free vibration of Levy-type rectangular laminated plates using efficient zig-zag theory", *Advances in Computational Design*, **3**(3), 213-232. DOI: <https://doi.org/10.12989/acd.2018.3.3.213>
- Belkacem, A., Tahar, H. D., Abderrezak, R., Amine, B. M., Mohamed, Z., Boussad, A. (2018), "Mechanical buckling analysis of hybrid laminated composite plates under different boundary conditions", *Structural Engineering And Mechanics*, **66**(6), 761-769.
- Belmahi, S., Zidour, M., Meradjah, M. (2019), "Small-scale effect on the forced vibration of a nano beam embedded an elastic medium using nonlocal elasticity theory", *Advances in Aircraft and Spacecraft Science*, **6**(1), 1-18.
- Belmahi, S., Zidour, M., Meradjah, M., Bensattalah, T., Dihaj, A. (2018), "Analysis of boundary conditions effects on vibration of nanobeam in a polymeric matrix", *Structural Engineering And Mechanics*, **67**(5), 517-525.

- Bensattalah, T., Bouakkaz, K., Zidour, M., Daouadji, T.H. (2018a), "Critical buckling loads of carbon nanotube embedded in Kerr's medium", *Advances In Nano Research*, **6**(4), 339-356.
- Bensattalah, T., Zidour, M., Hassaine Daouadji, T. (2018b), "Analytical analysis for the forced vibration of CNT surrounding elastic medium including thermal effect using nonlocal Euler-Bernoulli theory", *Advances in Materials Research*, **7**(3), 163-174.
- Bensattalah, T., Zidour, M., Hassaine Daouadji, T., Bouakaz, K. (2019), "Theoretical analysis of chirality and scale effects on critical buckling load of zigzag triple walled carbon nanotubes under axial compression embedded in polymeric matrix", *Structural Engineering and Mechanics*, **70**(3), 269-277.
- Daouadji, T.H. (2017), "Analytical and numerical modeling of interfacial stresses in beams bonded with a thin plate", *Advances in Computational Design*, **2**(1), 57-69. DOI: <https://doi.org/10.12989/acd.2017.2.1.057>
- Dihaj, A., Zidour, M., Meradjah, M., Rakrak, K., Heireche, H., Chemi, A. (2018), "Free vibration analysis of chiral double-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium using non-local elasticity theory and Euler Bernoulli beam model", *Structural Engineering and Mechanics*, **65**(3), 335-342.
- Ebrahimi, F., & Barati, M. R. (2017). "Scale-dependent effects on wave propagation in magnetically affected single/double-layered compositionally graded nanosize beams", *Waves in Random and Complex Media.*, **28**(2), 326-342. doi:10.1080/17455030.2017.1346331.
- Ebrahimi, F., & Barati, M. R. (2017a). "Buckling analysis of nonlocal strain gradient axially functionally graded nanobeams resting on variable elastic medium", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science.*, **232**(11), 2067–2078. doi:10.1177/0954406217713518.
- Eltaher, M. A., El-Borgi, S., & Reddy, J. N. (2016). "Nonlinear analysis of size-dependent and material-dependent nonlocal CNTs", *Composite Structures.*, **153**, 902–913. doi:10.1016/j.compstruct.2016.07.013.
- Eltaher, M. A., Mohamed, S. A., & Melaibari, A. (2020). "Static stability of a unified composite beams under varying axial loads", *Thin-Walled Structures.*, **147**, 106488. doi:10.1016/j.tws.2019.106488.
- Eltaher, M.A., Almalki, T.A., Ahmed, K.I.E., Almitani, (2019), "Characterization and behaviors of single walled carbon nanotube by equivalent-continuum mechanics approach", *Advances in Nano Research*, **7**(1), 39-49.
- Eltaher, M.A., Emam, S.A., Mahmoud, F.F. (2013), "Static and stability analysis of nonlocal functionally graded nanobeams", *Composite Structures*, **96**, 82-88.

- Eltaher, M.A., Fouda, N., El-Midany, T., Sadoun, A.M. (2018), "Modified porosity model in analysis of functionally graded porous nanobeams", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **40**,141. <https://doi.org/10.1007/s40430-018-1065-0>
- Eltaher, M.A., Agwa, M., Kabeel, A (2018). "Vibration Analysis of Material Size-Dependent CNTs Using Energy Equivalent Model", *Journal of Applied and Computational Mechanics*,**4**(2), 75-86. [doi:10.22055/JACM.2017.22579.1136](https://doi.org/10.22055/JACM.2017.22579.1136).
- Eringen, A.C. (1972), "Nonlocal polar elastic continua", *International Journal of Engineering Science*, **10**, 1-16.[https://doi.org/10.1016/0020-7225\(72\)90070-5](https://doi.org/10.1016/0020-7225(72)90070-5)
- Eringen, A.C. (1983), "On differential equations of nonlocal elasticity, solutions of screw dislocation, surface waves", *J. Appl. Phys.*, **54**, 4703-4710.**DOI:10.1063/1.332803**
- Eringen, A.C. (2006), "Nonlocal continuum mechanics based on distributions", *Int. J. Eng. Sci.*, **44**, 141-147.<https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2005.11.002>
- Eringen, A.C. and Edelen, D.G.B. (1972), "On nonlocal elasticity", *Int. J. Eng. Sci.*, **10**, 233-248.[https://doi.org/10.1016/0020-7225\(72\)90039-0](https://doi.org/10.1016/0020-7225(72)90039-0)
- Fadoun, O.O. (2019), "Analysis of axisymmetric fractional vibration of an isotropic thin disc in finite deformation", *Computers and Concrete*, **23**(5), 303-309. **DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2019.23.5.303>**
- Farajpour, A., Dehghany, M. and Shahidi, A.R. (2013b), "Surface and nonlocal effects on the axisymmetric buckling of circular graphene sheets in thermal environment", *Compos B*, **50**, 333-343.<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.02.026>
- Farajpour, A., Solghar, A.A. and Shahidi, A. (2013a), "Postbuckling analysis of multi-layered graphene sheets under non-uniform biaxial compression", *Phys. E*, **47**, 197-206.<https://doi.org/10.1016/j.physe.2012.10.028>
- Forsat, M., Badnava, S., Mirjavadi, S. S., Barati, M. R., & Hamouda, A. M. S. (2020). "Small scale effects on transient vibrations of porous FG cylindrical nanoshells based on nonlocal strain gradient theory", *The European Physical Journal Plus.*, **135**(1). [doi:10.1140/epjp/s13360-019-00042-x](https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-019-00042-x).
- GhorbanpourArani, A., Amir, S., Dashti, P. and Yousefi, M. (2014), "Flow-induced vibration of double bonded visco-CNTs under magnetic fields considering surface effect", *Comput.Mater. Sci.*, **86**, 144-154.<https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2014.01.047>
- Golmakani, M.E. and Rezatalab, J. (2015), "Nonuniform biaxial buckling of orthotropic nanoplates embedded in an elastic medium based on nonlocal Mindlin plate theory", *Compos. Struct.*,**119**, 238-250.<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.08.037>
- Hajmohammad, M.H., Zarei, M.S., Farrokhan, A. and Kolahchi, R. (2018), "A layerwise theory for buckling analysis of truncated conical shells reinforced by CNTs and carbon fibers integrated with

- piezoelectric layers in hygrothermal environment”, *Advances in Nano Research.*, **6**(4),299-321.
<https://doi.org/10.12989/anr.2018.6.4.299>
- Hamidi, A., Zidour, M., Bouakkaz, K., Bensattalah, T. (2018), "Thermal and small-scale effects on vibration of embedded armchair single-walled carbon nanotubes", *Journal of Nano Research*, **51**, 24-38.
- Hussain, M., Naeem, M.N. (2019), “Rotating response on the vibrations of functionally graded zigzag and chiral single walled carbon nanotubes”, *Applied Mathematical Modelling*, **75**, 506–520. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.05.039>.
- Jamali, M., Shojaee, T., Mohammadi, B. and Kolahchi, R. (2019), “Cut out effect on nonlinear post-buckling behavior of FG-CNTRC micro plate subjected to magnetic field via FSDT”, *Advances in Nano Research.*, **7**(6), 405-417.
<https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.6.405>.
- Karami, B., Janghorban, M. (2019), “A new size-dependent shear deformation theory for free vibration analysis of functionally graded/anisotropic nanobeams”, *Thin-Walled Structures*, **143**, 106-227.<https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106227>
- Karami, B., Karami, S. (2019), “Buckling analysis of nanoplate-type temperature-dependent heterogeneous materials”, *Advances in Nano Research*, **7**(1), 51-61. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.1.051>
- Karlicic, D., Cajic, M., Kozic, P. and Pavlovic, I. (2015), “Temperature effects on the vibration and stability behavior of multi-layered graphene sheets embedded in an elastic medium”, *Compos.Struct.*,**131**, 672-681.<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.05.058>
- Katariya, P.V.,Hirwani, C.K., Panda, S.K. (2019), “Geometrically nonlinear deflection and stress analysis of skew sandwich shell panel using higher-order theory”, *Engineering with Computers*, **35**(2), 467-485.
<https://doi.org/10.1007/s00366-018-0609-3>.
- Ke, L.L., Wang, Y.S., Yang, J. and Kitipornchai, S. (2012), “Free vibration of size-dependent Mindlinmicroplates based on the modified couple stress theory”, *J. Sound Vib.*, **331**, 94-106.<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2011.08.020>
- Keshtegar, B., Kolahchi, R. (2018), "Reliability analysis-based conjugate map of beams reinforced by ZnO nanoparticles using sinusoidal shear deformation theory", *Steel and Composite Structures*, **28**(2), 195-207. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2018.28.2.195>
- Kolahchi, R., Safari, M., & Esmailpour, M. (2016). “Dynamic stability analysis of temperature-dependent functionally graded CNT-reinforced visco-plates resting on orthotropic elastomeric medium”, *Composite Structures.*, **150**, 255–265. doi:10.1016/j.compstruct.2016.05.023.
- Kolahchi, R., Zarei, M. S., Hajmohammad, M. H., & Nouri, A. (2017). “Wave propagation of embedded viscoelastic FG-CNT-reinforced sandwich plates integrated with sensor and actuator
Moussa Bellal

- based on refined zigzag theory”, *International Journal of Mechanical Sciences.*, **130**, 534–545. doi:10.1016/j.ijmecsci.2017.06.039.
- Lal, A., Jagtap, K.R., Singh, B.N. (2017), “Thermo-mechanically induced finite element based nonlinear static response of elastically supported functionally graded plate with random system properties”, *Advances in Computational Design*, **2**(3), 165-194. <https://doi.org/10.12989/acd.2017.2.3.165>.
- Lam, D.C.C., Yang, F., Chong, A.C.M., Wang, J. and Tong, P. (2003), “Experiments and theory in strain gradient elasticity”, *J. Mech. Phys. Solid.*, **51**, 1477-1508. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(03\)00053-X](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(03)00053-X)
- Li, F., Li, J., Feng, Y., Yang, L. and Du, Z. (2011), “Electrochemical behavior of graphene doped carbon paste electrode and its application for sensitive determination of ascorbic acid”, *Sens. Actuat. B*, **157**, 110-114. DOI: 10.1016/j.snb.2011.03.033
- Li, D. H., Guo, Q. R., Xu, D., Yang, X. (2017), “Three-dimensional micromechanical analysis models of fiber reinforced composite plates with damage”, *Computers & Structures*, **191**, 100-114. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2017.06.005>.
- Lim, C.W., Li, C. and Yu, J.L. (2010), “Dynamic behaviour of axially moving nanobeams based on nonlocal elasticity approach”, *Acta Mech. Sinica*, **26**, 755-765. doi:10.1007/s10409-010-0374-z
- Liu, J., Chen, L., Xie, F., Fan, X., & Li, C. (2016), "On bending, buckling and vibration of graphene nanosheets based on the nonlocal theory", *Smart Structures and Systems*, **17**(2), 257-274.
- Majeed, W.I., Sadiq, I.A. (2018), "Buckling and pre stressed vibration analysis of laminated plates using new shear deformation", *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, **454**, 012006. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/454/1/012006>
- Mirjavadi, S.S., Forsat, M. & Badnava, S. (2019), "Nonlinear modeling and dynamic analysis of bioengineering hyper-elastic tubes based on different material models", *Biomech Model Mechanobiol*, (In press). doi:10.1007/s10237-019-01265-8
- Moghadam, A., Estekanchi, H. E., Yekrangnia, M. (2018), “Evaluation of PR steel frame connection with torsional plate and its optimal placement”, *Sci. Iran.*, **25**(3), 1025–1038. DOI: 10.24200/SCI.2017.4196
- Mohamed, N., Eltaher, M.A., Mohamed, S.A., Seddek, L.F. (2019), "Energy equivalent model in analysis of postbuckling of imperfect carbon nanotubes resting on nonlinear elastic foundation", *Structural Engineering and Mechanics*, **70**(6), 737-450.

- Mohammadi, M., Farajpour, A., Moradi, A. and Ghayour, M. (2014), "Shear buckling of orthotropic rectangular graphene sheet embedded in an elastic medium in thermal environment", *Compos. B*, **56**, 629-637. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.08.060>
- Narwariya, M., Choudhury, A., Sharma, A.K. (2018), "Harmonic analysis of moderately thick symmetric cross-ply laminated composite plate using FEM", *Advances in Computational Design*, **3**(2), 113-132. <https://doi.org/10.12989/acd.2018.3.2.113>.
- Nebab, M., Ait Atmane, H., Bennai, R. and Tahar, B. (2019), "Effect of nonlinear elastic foundations on dynamic behavior of FG plates using four-unknown plate theory", *Earthquakes and Structures*, **17**(5), 447-462. <https://doi.org/10.12989/eas.2019.17.5.447>
- Novoselov, K.S., Geim, A.K., Morozov, S.V., Jiang, D., Zhang, Y., Dubonos, S.V., Grigorieva, I.V. and Firsov, A.A. (2004), "Electric field effect in atomically thin carbon films", *Science*, **306**, 666-669. DOI: 10.1126/science.1102896
- Othman, M. I. A., Abouelregal, A. E., & Said, S. M. (2019). "The effect of variable thermal conductivity on an infinite fiber-reinforced thick plate under initial stress", *Journal of Mechanics of Materials and Structures.*, **14**(2), 277–293. [doi:10.2140/jomms.2019.14.277](https://doi.org/10.2140/jomms.2019.14.277).
- Panjehpour, M., Eric Woo Kee Loh, Deepak TJ. (2018), "Structural Insulated Panels: State-of-the-Art", *Trends in civil Engineering and its architecture*, **3**(1) 336-340. [10.32474/TCEIA.2018.03.000151](https://doi.org/10.32474/TCEIA.2018.03.000151)
- Pantelic, R.S., Meyer, J.C., Kaiser, U. and Stahlberg, H. (2012), "The application of graphene as a sample support in transmission electron microscopy", *Solid State Commun.*, **152**, 1375-1382. <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2012.04.038>
- Pascon, J.P. (2018), "Large deformation analysis of functionally graded visco-hyperelastic materials", *Computers & Structures*, **206**, 90-108. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2018.06.001>.
- Pradhan, S.C. and Murmu, T. (2009), "Small scale effect on the buckling of single-layered graphene sheets under biaxial compression via nonlocal continuum mechanics", *Comput. Mater. Sci.*, **47**, 268-274. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2009.08.001>
- Pradhan, S.C. and Murmu, T. (2010), "Small scale effect on the buckling analysis of single-layered graphene sheet embedded in an elastic medium based on nonlocal plate theory", *Phys. E*, **42**, 1293-1301. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2009.10.053>
- Radic, N., Jeremic, D., Trifkovic, S. and Milutinovic, M. (2014), "Buckling analysis of double-orthotropic nanoplates embedded in Pasternak elastic medium using nonlocal elasticity theory", *Compos. B*, **61**, 162-171. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.01.042>
- Reddy, J.N. (1984), "A simple higher-order theory for laminated composite plates", *J. Appl. Mech*, **51**(4), 745-752. <https://doi.org/10.1115/1.3167719>
- Moussa Bellal*

- Reddy, J.N. (2011), "Microstructure-dependent couple stress theories of functionally graded beams", *J. Mech. Phys. Solid.*, **59**, 2382-2399. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2011.06.008>
- Rezaiee-Pajand, M., Masoodi, A.R., Mokhtari, M. (2018), "Static analysis of functionally graded non-prismatic sandwich beams", *Advances in Computational Design*, **3**(2), 165-190. <https://doi.org/10.12989/acd.2018...165>.
- Safaei, B., Khoda, F. H., & Fattahi, A. M. (2019), "Non-classical plate model for single-layered graphene sheet for axial buckling", *Adv Nano Res*, **7**, 265-275.
- Sakhaee-Pour, A., Ahmadian, M.T. and Vafai, A. (2008), "Applications of single-layered graphene sheets as mass sensors and atomistic dust detectors", *Solid State Commun.*, **145**, 168-172. <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2007.10.032>
- Samaei, A.T., Abbasian, S. and Mirsayar, M.M. (2011), "Buckling analysis of a single-layer graphene sheet embedded in an elastic medium based on nonlocal Mindlin plate theory", *Mech. Res. Commun.*, **38**, 481-485. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2011.06.003>
- Selmi, A. (2019), "Effectiveness of SWNT in reducing the crack effect on the dynamic behavior of aluminium alloy", *Advances in Nano Research*, **7**(5), 365-377. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.5.365>
- Shahsavari, D., Karami, B., Janghorban, M. (2019), "On buckling analysis of laminated composite plates using a nonlocal refined four-variable model", *Steel and Composite Structures*, **32**(2), 173-187. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2019.32.2.173>
- Sharma, J. N., Chand, R., & Othman, M. I. A. (2009). "On the propagation of Lamb waves in viscothermoelastic plates under fluid loadings", *International Journal of Engineering Science.*, **47**(3), 391-404. [doi:10.1016/j.ijengsci.2008.10.008](https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2008.10.008).
- Sofiyev, A. H., & Avcar, M. (2010), "The stability of cylindrical shells containing an FGM layer subjected to axial load on the Pasternak foundation", *Engineering*, **2**(04), 228.
- Soleimani, A., Dastani, K., Hadi, A., & Naei, M.H. (2019), "Effect of out-of-plane defects on the postbuckling behavior of graphene sheets based on nonlocal elasticity theory", *Steel and Composite Structures*, **30**(6), 517-534.
- Timesli, A., Braikat, B., Jamal, M., Damil, N. (2017), "Prediction of the critical buckling load of multi-walled carbon nanotubes under axial compression", *Comptes Rendus Mcanique*, **345**, 158-168. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2016.12.002>
- Wang, J., Li, Z., Fan, G., Pan, H., Chen, Z. and Zhang, D. (2012), "Reinforcement with graphenenano- sheets in aluminum matrix composites", *Scripta Mater.*, **66**, 594-597. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2012.01.012>

- Xu, Y.M., Shen, H.S. and Zhang, C.L. (2013), "Nonlocal plate model for nonlinear bending of bilayer graphene sheets subjected to transverse loads in thermal environments", *Compos. Struct.*, **98**, 294-302. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.10.041>
- Yang, F., Chong, A.C.M., Lam, D.C.C. and Tong, P. (2002), "Couple stress based strain gradient theory for elasticity", *Int. J. Solid.Struct.*, **39**, 2731-2743. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00152-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00152-X)
- Yüksela, Y.Z., and Akbaş, S.D. (2019), "Buckling Analysis of a Fiber Reinforced Laminated Composite Plate with Porosity", *Journal of Computational Applied Mechanics.*, **50**(2), 375-380. DOI: [10.22059/jcamech.2019.291967.448](https://doi.org/10.22059/jcamech.2019.291967.448).
- Yüksela, Y.Z., and Akbaş, S.D. (2018), "Free Vibration Analysis of a Cross-Ply Laminated Plate in Thermal Environment", *International Journal of Engineering & Applied Sciences (IJEAS).*, **10**(3), 176-189. <http://dx.doi.org/10.24107/ijeas.456755>.
- Zenkour, A.M., (2016), "Buckling of a single-layered graphene sheet embedded in visco-Pasternak's medium via nonlocal first-order theory", *Advances in Nano Research*, 4(4), 309-326. DOI: [10.12989/anr.2016.4.4.309](https://doi.org/10.12989/anr.2016.4.4.309)
- Zhang, Y., Zhang, L.W., Liew, K.M. and Yu, J.L. (2016) "Buckling analysis of graphene sheets embedded in an elastic medium based on the kp-Ritz method and non-local elasticity theory", *Eng. Anal. Bound. Elem.* **70**, 31-39. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2016.05.009>