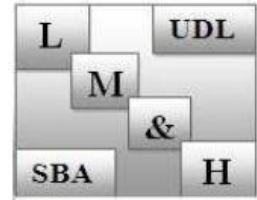


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DJILLALI LIABESSIDI BEL ABBES



FACULTE DES TECHNOLOGIES  
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL & TRAVAUX PUBLICS  
Laboratoire des Matériaux & Hydrologie



**THESE**

Présentée en vue de l'obtention du

DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : **Génie Civil**

Option : **Structures & matériaux**

Soutenue par

**BENDENIA Nouredine**

Sujet de thèse :

---

---

Contribution à l'étude des propriétés dynamiques  
des structures épaisses en matériaux  
fonctionnellement gradués

---

---

Soutenu le : 08/12/2020, devant le Jury composé de :

Mr. TOUNSI Abdelouahed	Professeur	UDL SBA	Président
Mr. BOUSAHLA Abdelmoumen Anis	MCA	UDL SBA	Directeur de la thèse
Mr. BORAADA Mohamed	MCA	UDL SBA	Co-directeur de la thèse
Mr. KACI Hakim	Professeur	U. Saida	Examineur
Mr. AMARA Khaled	Professeur	C.U. Ain Temouchent	Examineur
M <sup>em</sup> . BENGUEDIAB Soumia	MCA	U. Saida	Examinatrice

Année universitaire : 2020-2021

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## **Remerciement**

*Avant tout, Je remercie **ALLAH** le tout puissant qui m'a donné le courage ; la volonté et la patience pour faire ce travail.*

*J'exprime mes profonds remerciements à mon encadreur **Mr Abdelmoumen Anis BOUSAHLA** et mon co-encadreur **Mr Mohamed BOURAADA** Maitres de conférences de l'Université Djilali Liabes **SIDI BELABBES** pour ses aides et ses encouragements et ces conseils durant toute la période de la réalisation de ce travail.*

*Mes vifs remerciements s'adressent également au professeur **TOUNSI**, pour l'honneur qu'il me fait de présider ce jury. Je le remercie particulièrement pour son aide et ses encouragements, sa compétence et sa rigueur scientifique qui m'ont beaucoup appris.*

*Je remercie également le professeur **Hakim KACI**, le professeur **AMARA Khaled** ainsi que **BENGUEDIAB Soumia** Maitre de conférences d'avoir accepté d'examiner ce travail.*

*Je suis sensible à l'honneur que m'a fait l'ensemble des membres de jury pour m'avoir honoré de leurs présences en acceptant de juger ce travail.*

*Je remercie ma famille pour la patience dont elle a fait preuve et pour son soutien moral et son encouragement tout au long de la préparation de cette thèse.*

*Au terme de ce travail, il m'est agréable de remercier vivement tous ceux qui, grâce à leur aide précieuse, ont permis la réalisation de ce travail.*

## **Dédicaces**

Du plus profond de mon cœur et avec tout le respect que  
je leurs dois,

Je dédie sincèrement ce travail :

A mes chers parents pour leur soutien durant mon parcours,

A ma chère femme,

A mes chers fils,

A mes chers frères et sœur,

A toute ma famille et mes collègues,

A tous ceux que nous aimons et surtout qui nous aiment

## ملخص

تتناول هذه الدراسة سلوك الاهتزاز الساكن والحر لألواح الساندويتش النانوية المركبة المقواة بأنابيب نانوية كربونية تركز على أساس مرن من نوع باسترناك. يتم أخذ التوزيعات الموزعة بشكل موحد (UD-CNT) والمتدرجة وظيفياً (FG-CNT) للأنابيب النانوية الكربونية المتوافقة في الاعتبار لنوعين من ألواح الساندويتش بما في ذلك اللوحة ذات الجوانب المقواة واللب المتجانس واللوحة ذات الجوانب جوهر متجانس ومعزز. استناداً إلى نظرية إجهاد القص من الدرجة الأولى (FSDT) ، يتم استخدام مبدأ هاملتون لتطوير النموذج الرياضي. يتم التحقق من صحة النتائج التي تم الحصول عليها عددياً بالمقارنة مع بعض الحالات المتوفرة في الدراسات السابقة. يتم أخذ الأساس المرن في الاعتبار بواسطة معامل وينكلر باسترناك. تم إجراء دراسة بارامترية لدراسة تأثير نسب الأبعاد ، معاملات الأساس ، الكسر الحجمي لأنابيب الكربون النانوية ، أنواع التعزيز ، نسبة السماكة وأنواع الأحمال المؤثرة لتقييم ظاهرة انثناء واهتزاز مجاني. يتضح صراحة أن الصفيحة العازلة ذات الطبقات الخارجية المقواة (FG-CNT) تتمتع بمقاومة عالية للانحناء مقارنة بأنواع التعزيز الأخرى. تم الكشف أيضاً عن أن الانخفاض في التردد الطبيعي عديم الأبعاد يكون أكثر وضوحاً في حالة اللوح متعدد الطبقات المقوى.

الكلمات المفتاحية: الأنابيب النانوية، الانحرافات، باسترناك، متدرج وظيفياً، ساندويتش.

## Résumé

La présente étude traite le comportement statique et de vibration libre des plaques nano-composites sandwich renforcées par des nanotubes de carbone reposant sur une fondation élastique de type Pasternak. Les distributions uniformément réparties (UD-CNT) et fonctionnellement graduées (FG-CNT) des nanotubes de carbone alignés sont prises en compte pour deux types de plaques sandwich dont la plaque avec les facettes renforcée et l'âme homogène et la plaque avec les facettes homogène et l'âme renforcée. Basé sur la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT), le principe de Hamilton est utilisé pour développer le modèle mathématique. Les résultats obtenus sont validés numériquement par comparaison avec certains cas disponibles dans la littérature. La fondation élastique est prise en compte par le paramètre Winkler-Pasternak. Une étude paramétrique est menée pour étudier les effets des rapports géométriques, des paramètres de fondation, de la fraction volumique des nanotubes de carbone, des types de renforcement, du rapport d'épaisseur et des types de charges agissant pour évaluer le phénomène de flexion et de vibration libre. Il est explicitement montré que la plaque sandwich avec couches extérieures renforcée (FG-CNT) présente une résistance élevée aux fléchissements par rapport à d'autres types de renfort. Il est également révélé que la réduction de la fréquence propre adimensionnelle est la plus prononcée dans le cas de la plaque sandwich à âme renforcée.

Mots-clés: Nanotubes; Flèches; Pasternak; fonctionnellement Gradués; Sandwich.

## **Abstract.**

The present study covenants with the static and free vibration behavior of nanocomposite sandwich plates reinforced by carbon nanotubes resting on Pasternak elastic foundation. Uniformly distributed (UD-CNT) and functionally graded (FG-CNT) distributions of aligned carbon nanotube are considered for two types of sandwich plates such as, the face sheet reinforced and homogeneous core and the homogeneous face sheet and reinforced core. Based on the first shear deformation theory (FSDT), the Hamilton's principle is employed to derive the mathematical models. The obtained solutions are numerically validated by comparison with some available cases in the literature. The elastic foundation model is assumed as one parameter Winkler - Pasternak foundation. A parametric study is conducted to study the effects of aspect ratios, foundation parameters, carbon nanotube volume fraction, types of reinforcement, core-to-face sheet thickness ratio and types of loads acting on the bending and free vibration analyses. It is explicitly shown that the (FG-CNT) face sheet reinforced sandwich plate has a high resistance against deflections compared to other types of reinforcement. It is also revealed that the reduction in the dimensionless natural frequency is most pronounced in core reinforced sandwich plate.

**Keywords:** Nanotubes; Deflections; Pasternak; Functionally graded; Sandwich.

## Table des matières

<b>Remerciement</b> : .....	i
<b>Dédicace</b> : .....	ii
<b>ملخص</b> : .....	iii
<b>Résumé</b> : .....	iv
<b>Abstract</b> : .....	v
<b>Table des matières</b> : .....	vi
<b>Liste des figures</b> : .....	x
<b>Liste des Tableaux</b> : .....	xii
<b>Liste des Notations et symboles</b> : .....	xiii
<b>Introduction générale</b> : .....	1
<b>CHAPITRE I : Généralité sur les matériaux FGM</b>	
<b>I.1 Matériaux composites</b> : .....	5
<b>I.1.1 Introduction</b> : .....	5
<b>I.1.2 Les matrices</b> : .....	6
<b>I.1.3 Les renforts</b> : .....	8
<b>I.1.4 Charges et additifs</b> : .....	12
<b>I.1.5 Structures du composite</b> : .....	13
<b>I.2 Revue sur les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) et leurs Applications</b> : ...	16
<b>I.2.1 Introduction</b> : .....	16
<b>I.2.2 Types de matériaux fonctionnellement gradué (FGM)</b> : .....	18
<b>I.2.3 Méthodes de fabrication des FGM</b> : .....	19
<b>I.2.5 Applications</b> : .....	24
<b>I.2.6 Développements récents et défis des FGM</b> : .....	26
<b>I.3 Les nanotubes de carbone NTC</b> : .....	26
<b>I.3.1 Histoire des nanotubes de carbone</b> : .....	26
<b>I.3.2 Morphologie NTC</b> : .....	27



I.3.3 Structure nanotube de carbone :.....	28
I.3.4 Chiralité des nanotubes de carbone :.....	29
I.3.5 Synthèses des NTC :.....	30
I.3.6 Propriétés des NTC :.....	30
I.3.7 Limitations des NTC :.....	31
I.4 FGM renforcé par les nanotubes de carbone (FG-CNTRC) :.....	31
I.4.1 Définition :.....	31
I.4.2 Applications des FGM renforcées par les NTC :.....	32
I.5 Conclusion :.....	34
<b>CHAPITRE II : Recherches bibliographiques sur l’analyse statique et dynamique des FGM-CNTRC</b>	
II.1 INTRODUCTION :.....	35
II.2 Application du matériau FGM-CNTRC :.....	35
II.3 Technique de fabrication le matériau FGM-CNTRC :.....	36
II.4 Études de modélisation et des propriétés thermomécaniques du FGM- CNTRC :.....	36
II.4.1 Techniques de simulation de moléculaire dynamique (MD) :.....	36
II.4.2 Modélisation de la mécanique continue :.....	37
II.4.3 Modélisation multi-échelle :.....	37
II.5 Analyse statique et dynamique des FGM-CNTRC :.....	38
II.6 Conclusion et ses perspectives futures :.....	40
<b>CHAPITRE III : Généralité sur Les théories des plaques</b>	
III.1 Introduction :.....	42
III.2 Lois régissant la variation des propriétés matérielles des plaques FGM :.....	43
III.2.1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM :.....	44
III.2.2 Propriétés matérielles de la plaque S-FGM :.....	45
III.2.3 Les propriétés matérielles de la plaque E-FGM :.....	47
III.3 Les théories des plaques FGM :.....	48

<b>III.3.1.</b> La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (CPT) :.....	48
<b>III.3.2</b> La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) :.....	48
<b>III.3.3</b> La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT) :.....	50
<b>III.3.4</b> Revue sur les différents modèles de la théorie d'ordre élevé :.....	52
<b>III.3.5</b> Nouvelle théorie raffinée de déformation des plaques :.....	55
<b>III.3.6</b> Théorie de zig-zag :.....	55
<b>III.4</b> Conclusion :.....	57

### **CHAPITRE IV : Modèle mathématique**

<b>IV.1</b> Introduction :.....	58
<b>IV .2</b> Plaques sandwich composites renforcées par nanotubes de carbone :.....	58
<b>IV.3</b> Formulations théoriques :.....	61
<b>IV.3.1</b> Champ de déplacement et déformations des plaques CNTRC :.....	61
<b>IV.3.2</b> Les relations élastiques contrainte-déformation :.....	61
<b>IV.3.3</b> La dérivé des équations de mouvement :.....	62
<b>IV.3.3.1</b> Énergie de déformation :.....	62
<b>IV.3.3.2</b> Énergie potentielle :.....	64
<b>IV.3.3.3</b> Énergie cinétique virtuelle :.....	64
<b>IV.3.4</b> Équations gouvernantes du mouvement:.....	64
<b>IV.3.5</b> Solution analytique :.....	65
<b>IV.3.6</b> Équations gouvernantes adimensionnelle :.....	67
<b>IV.4</b> Conclusion :.....	67

### **CHAPITRE V : Résultats et discussions**

<b>IV.1</b> Introduction :.....	68
<b>V.2</b> Résultats et discussions :.....	68
<b>V.2.1</b> Études de convergence et de validation :.....	68
<b>V.2.2</b> Flèches statiques et contraintes de la plaque sandwich FG- CNT :.....	69
<b>V.2.3</b> fréquences adimensionnelle de la plaque sandwich FG-CNT :.....	76

<b>V.3 conclusion :</b> .....	78
<b>Conclusion générale :</b> .....	79

## Listes des figures :

### CHAPITRE I :

<b>Figure I.1</b> : Exemple d'un matériau composite .....	5
<b>Figure I.2</b> : fibre de verre .....	9
<b>Figure I.3</b> : Fibre de carbone .....	10
<b>Figure I.4</b> : Fibre d'aramide .....	11
<b>Figure I.5</b> : Une monocouche à fibres longues UD .....	13
<b>Figure I.6</b> : Les stratifiés (Berthelot J.M2012).....	14
<b>Figure I.7</b> : Structure sandwich .....	15
<b>Figure I.8</b> : Développement continu des matériaux du bronze aux FGM.....	16
<b>Figure I.9</b> : Classification des matériaux fonctionnellement gradués (Mahmood et al.2012) .....	18
<b>Figure I.10</b> : Processus de base de mise en forme du filet par laser (Hedges2006).....	21
<b>Figure I.11</b> : Fabrication additive par faisceau d'électrons avec dépôt à deux fils.....	23
<b>Figure I.12</b> : molécules de fullerène.....	27
<b>Figure I.13</b> : La chiralité du NTC.....	29

### CHAPITRE III :

<b>Figure III.1</b> : Géométrie d'une plaque FGM.....	44
<b>Figure III.2</b> : Variation de la fraction volumique dans une plaque P-FGM.....	45
<b>Figure III.3</b> : Variation de la fraction volumique dans une plaque S-FGM.....	46
<b>Figure III.4</b> : Variation de la fraction volumique dans une plaque E-FGM.....	47
<b>Figure III.5</b> : Illustration de la plaque de Love Kirchhoff.....	48
<b>Figure III.6</b> : Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin.....	49
<b>Figure III.7</b> : Variation de la fonction de gauchissement $f(z) = z$ et $f'(z)$ suivant l'épaisseur.....	50
<b>Figure III.8</b> : Illustration de la plaque d'ordre élevé (Reddy, 1997).....	51

<b>Figure III.9 :</b> Variation de la fonction de forme $f(z)$ des différents modèles en fonction de l'épaisseur.....	54
<b>Figure III.10 :</b> Variation de la dérivée de la fonction de forme $f'(z)$ des différents modèles suivant l'épaisseur.....	54
<b>Figure III.11 :</b> Champ de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre ( Nguyen 2004).....	56
<b>Figure III.12 :</b> Champ de déplacements des modèles zig-zag d'ordre élevé (Carrera, 2004).....	57
<b>CHAPITRE IV :</b>	
<b>Figure IV.1 :</b> Géométries d'une plaque sandwich reposant sur une fondation élastique Type Pasternak. ....	59
<b>Figure IV.2 :</b> Géométries des couches renforcées d'une plaque sandwich.....	59
<b>CHAPITRE V :</b>	
<b>Figure V.1 :</b> Effet du rapport géométrique $a/h$ sur la flèche adimensionnelle ( $\bar{w}$ ) d'une plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) avec et sans fondation élastique sous une charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ).....	73
<b>Figure V.2 :</b> Effet du rapport géométrique $a/h$ et de la fondation élastique sur la flèche adimensionnelle ( $\bar{W}$ ) de la plaque sandwich carrée avec couches de facettes renforcées pour divers schémas sous une charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ).....	74
<b>Figure V.3 :</b> Contraintes adimensionnelles ( $\sigma_{xx}$ and $\sigma_{yy}$ ) à travers l'épaisseur de la plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) sous une charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17, a/h = 10$ ) .....	75
<b>Figure V.4 :</b> Première, deuxième et troisième fréquences adimensionnelles d'une plaque sandwich carrée 1-2-1 sous charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ) sans milieu élastique ( $\beta_w = 0, \beta_s = 0$ ) .....	76
<b>Figure V.5 :</b> Première, deuxième et troisième fréquences adimensionnelles d'une plaque sandwich carrée 1-2-1 sous une charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ) avec milieu élastique ( $\beta_w = 100, \beta_s = 50$ ) .....	77

## Liste des tableaux :

### CHAPITRE I

<b>Tableau I.1.</b> Les thermodurcissables :.....	6
---	---

### CHAPITRE IV

<b>Tableau IV.1 :</b> Les paramètres d'efficacité ( $\eta$ ) du CNT.....	61
--	----

### CHAPITRE V

<b>Tableau V.1:</b> Comparaisons des flèches adimensionnelles $w^* = -\left(\frac{w_0}{h}\right) 10^{-2}$ d'une plaque sandwich carrée renforcée.....	69
<b>Tableau V.2 :</b> Comparaisons des fréquences adimensionnelles ( $\bar{\omega}$ ) des plaques sandwichs carrées renforcées sous charges uniformes ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ).....	69
<b>Tableau V.3 :</b> Etudes de convergence pour les déformations et les contraintes de la plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) avec et sans fondation élastique sous charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17,, a/h = 10$ ).....	70
<b>Tableau V.4 :</b> L'effet de la fondation élastique sur les flèches adimensionnelles d'une plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) sous charges uniformes et sinusoïdales ( $V_{cnt}^* = 0.17,, a/h=10$ ).....	71
<b>Tableau V.5 :</b> L'effet du rapport géométrique ( $h_c/h_t$ ) sur la fleche adimensionnelle et les contraintes d'une plaque sandwich carrée renforcée avec et sans fondation élastique sous une charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17,, a/h = 10$ ) ..	72

Liste des notations et symboles :

FGM	Matériaux fonctionnellement gradués
CNT	Nanotube de carbone
CNTRC	Plaque de composite renforcée par des nanotubes de carbone
SWCNT	Nanotube de carbone à simple paroi
MWCNT	Nanotube de carbone à paroi multiple
$G$	Module de cisaillement dans le plan (x, z)
$G_{ij}^{cnt}$	Module de cisaillement des SWCNT
$E$	Module de Young
$E_C$	Module de Young de la céramique
$E_M$	Module de Young du métal
$E_{ii}^{cnt}$	Module de Young du SWCNT
$\nu$	Coefficient de Poisson
$G(z)$	Module de cisaillement en fonction de « z »
$E(z)$	Module de Young en fonction de « z »
$V_C(z)$	Fraction volumique de la céramique
$V_M(z)$	Fraction volumique du métal
$V_{cnt}$	Fraction volumique du CNT
$V_P$	Fraction volumique de la matrice
$E^P$ et $G^P$	les propriétés de la matrice isotrope
$\rho$	Masse volumique
$k, p$	Indice matériel
$a$	Longueur de la plaque
$b$	Largeur de la plaque
$h$	Epaisseur de la plaque
$h_f$	Epaisseur de la couche de surface CNTRC
$h_c$	Epaisseur de la couche d'âme
$\eta$	Paramètre d'efficacité
$k_w$	Facteurs constante de winkler
$k_s$	Facteurs constante de la couche de cisaillement
$\omega$	La fréquence de vibration libre
$U_{MN}, V_{MN}, W_{MN}, \theta_{x_{MN}}$ et $\theta_{y_{MN}}$	paramètres arbitraires
$q$	La charge transversale
$u_0, v_0, w_0$	Les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
$u, v, w$	Les déplacements dans les directions $x, y, z$ .
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$	Les rotations autour des axes x, y et z,
$f(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
$g(z)$	Dérivée de la fonction de gauchissement
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes normales
$\tau_{xz}, \tau_{yz}$	Contraintes de cisaillement
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Déformation dans la direction x, y et z
$\gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Déformations de distorsion
$\delta u, \delta v, \delta w$	Champ virtuel de déplacement
$\delta U$	La variation de l'énergie de déformation
$\delta V$	La variation du travail extérieur

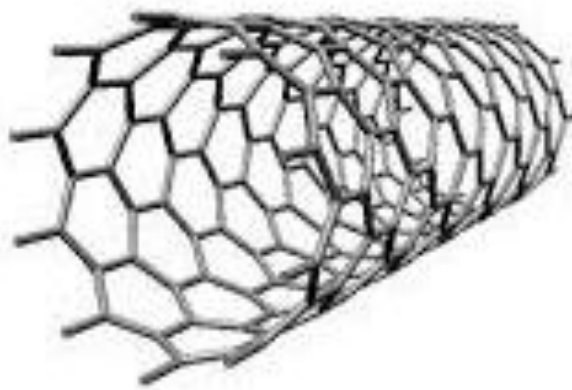
$\delta\varepsilon_x, \delta\varepsilon_y, \delta\varepsilon_z,$	Champ de déformation longitudinal virtuel
$\delta\gamma_{xz}, \delta\gamma_{yz}$	Champ de déformation transversal virtuel
$N_x, N_y, N_{xy}$	Efforts normaux
$M_x, M_y, M_{xy}$	Moments de flexion
$\partial$	Dérivée partielle
$A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, C_{ij}$	Termes de matrice de rigidité de la plaque
$I$	Moment d'inertie
$\{\Delta\}$	Le vecteur des déplacements généralisés
$\{\}$	Vecteur colonne
$[\ ]$	Matrice



---

# INTRODUCTION GENERALE

---



## **Introduction générale :**

Les matériaux composites jouent un rôle plus important dans la production des structures à hautes performances mécaniques (aérospatiale, aéronautique, automobile) ont largement contribué au développement de nos technologies. Le Polymère et les matériaux composites stratifiés se distinguent par leur légèreté et leur facilité d'utilisation. Leurs résistances mécaniques, physiques et chimiques offrent un large éventail de possibilités en termes d'utilisation, de conception, de géométrie et d'intégration des fonctions, ont remplacé les matériaux conventionnels. L'utilisation de nanocharges, en particulier de graphène, de nanotubes de carbone, de fullerènes, de nanofibres de carbone, de graphite; permet de fabriquer de nouveaux matériaux composites à haute performance appelés nanocomposites, en raison de leurs excellentes propriétés mécaniques, thermiques, électriques et optiques. Cela permet de nombreuses applications dans les secteurs industriels. Il existe de nombreux articles scientifiques dans la littérature qui étudient le comportement mécanique des structures composites et nanocomposites à différentes échelles (Avcar et al. 2016, Avcar et Mohammed 2018, Behera et Kumari 2018, Narwariya et Al. 2018, Monge et al. 2019, Bakhshi et Taheri-Behrooz 2019, Ghannadpour et Mehrparvar 2020, Shokrieh et Kondori 2020, Abed et Majeed 2020, Katariya et al. 2020). Ajayan et al. (1994) ont étudié les nanocomposites (CNTRC) fabriqués à partir de polymère renforcé par des réseaux de CNT alignés. Fidelus et al. (2005) ont présenté les propriétés thermomécaniques des nanocomposites à base d'époxy et de nanotubes de carbone orientés. Une simulation numérique a été réalisée à l'aide d'éléments finis dynamiques pour analyser la réponse des plaques composites stratifiées sous une charge d'impact à faible vitesse par Aslan et al. (2003). Pour étudier la propagation des ondes dans les bandes composites stratifiées et sandwich, une méthode semi-analytique par couches est proposée par Barouni et Saravanos (2016). Mirzaei et Kiani (2016) ont développé l'analyse de flambage thermique des plaques composites renforcées FG-CNT. Verma (2013) a utilisé des équations classées tridimensionnelles pour étudier la dispersion de la propagation des ondes dans une direction arbitraire dans des plaques composites stratifiées. Avec une section transversale circulaire renforcée par un nanotube de carbone à paroi unique, Vodenitcharova et Zhang (2006) ont cherché un modèle pour la flexion pure d'une poutre nanocomposite droite. Al-Osta et al. (2019) ont étudié le comportement au cisaillement des poutres RC modernisées à l'aide de panneaux UHPFRC époxy sur les côtés. Panjehpour et al. (2018) ont développé les panneaux isolés structuraux. L'effet de la rotation et de la gravité sur le milieu thermo-viscoélastique avec des vides a été réalisé par Othman et al. (2018). Les matériaux fonctionnellement gradué

(FGM) sont un nouveau type de composite développé récemment; il a un potentiel élevé d'utilisation comme matériau de structure. Ahmed et al. (2019) ont présenté le comportement post-flambement de nanopoutres FG à gradient continu avec des imperfections géométriques. Mirjavadi et al. (2019) ont développé la réponse dynamique des micro-coques cylindriques poreuses en mousse métallique FG.

Les distributions de nanotubes de carbone fonctionnellement gradués (FG-CNT) le long de la direction transversale de la structure ont fait l'objet d'une attention croissante ces dernières années. Zhang et al. (2015) ont utilisé une approche sans élément pour étudier le flambement des plaques obliques épaisses composites renforcées FG-CNT. La méthode kp-Ritz est utilisée par Lei et al. (2015) pour examiner la vibration libre des plaques composites renforcées FG-CNT. Le flambage par cisaillement des plaques composites renforcées utilisant la méthode Chebyshev-Ritz est étudié par Kiani (2016). La stabilité thermique et mécanique du composite renforcé (FG-CNT) entouré par des fondations élastiques des coques coniques tronquées a été étudiée par Duc et al. (2017). Mohammadzadeh-Keleshteri et al. (2017) ont étendu l'idée des FGM aux FG-CNTRC pour étudier la vibration libre non linéaire de plaques à secteurs annulaires composites renforcés intégrés à des couches piézoélectriques. Mehar et Panda (2017a) ont présenté une analyse de thermoélastique de plaque composite renforcée FG-CNT sous différents chargements et la déformation du cisaillement. Une étude numérique des panneaux plats composites supersoniques renforcés FG-CNT dans des environnements thermiques a été réalisée par Asadi et al. (2017). Madani et al. (2016) ont utilisé une méthode de cubature différentielle pour examiner les distributions de température uniformes et non uniformes, la vibration des coques cylindriques piézoélectriques renforcées FG-CNT intégrées. En utilisant des couches piézoélectriques intégrées sur des fondations élastiques, Keleshteri et al. (2017) ont étudié la vibration de grande amplitude des plaques annulaires composites renforcées FG-CNT. Sahmani et Fattahi (2017) ont utilisé la déformation par cisaillement exponentiel et une dépendance de taille non locale pour l'instabilité non linéaire de nanocoques renforcées par FG-CNT chargées axialement sous conduction thermique. Sous des champs de température non uniformes élevés, le comportement statique de la plaque nano composite polymère FG-CNT a été étudié par Jeyaraj et Rajkumar (2013). Pour une analyse des particularités, Mehar et Panda (2018a) ont présenté une flexion thermoélastique du panneau de coque à double courbure FG-CNT. En outre, peu d'articles expérimentaux, numériques et de simulation sur le CNT, le CNT gradué, la structure graduée et le sandwich sont développés récemment (Panda et Singh 2010, Panda et Katariya 2015, Kar et al.2015, Sahoo et al.2016 et 2017, Lal et al.2017, Mehar et al.2017 et 2018, Kiani et al.2018, Mehar et

Panda 2017b et 2018b, Katariya et al.2018, Kiani 2017abc et 2018, Rezaiee-Pajand et al.2018, Dihaj et al.2018 , Hamidi et al.2018, Katariya et Panda 2019ab, Kunche et al.2019, Hirwani et Panda 2019, Safa et al.2019, Sahouane et al.2019, Hadji et al.2019, Sayyad et Ghumare 2019, Sahu et al. 2020, Dewangan et al.2020, Merzoug et al.2020, Rachedi et al.2020, Mehar et Panda 2020, Anil et al.2020, Pandey et al.2019 et 2020, Abdulrazzaq et al.2020ab, Al-Maliki et al. 2020, Rahmani et al.2020, Patnaik et al.2020, Mehar et al.2020ab).

Beaucoup de chercheurs qui ont étudié le FG-CNT à base de nanotubes comme renforcement. Les propriétés superlatives de ce matériau donnent un excellent renfort pour matrice polymère. Cooper et al. (2002) et Barber et al. (2003), qui ont démontré que les nanotubes de carbone sont efficaces pour renforcer un polymère en raison d'une contrainte de séparation remarquablement élevée selon une série de tests d'extraction de nanotubes de carbone individuels incorporés dans la matrice polymère. Les modèles constitutifs et les propriétés mécaniques du nanotube de carbone ont été étudiés de manière analytique, expérimentale et numérique. Xie et al. (2000) ont examiné les propriétés mécaniques et physiques du nanotube de carbone. Une des propriétés de transmission fondamentales des antennes à nanotubes de carbone est étudiée par Hanson (2005). Hone et al. (2000) ont étudié les propriétés de transport électrique et thermique de films de nanotubes de carbone à paroi unique magnétiquement alignés. Le nanotube de carbone à double paroi avec un milieu élastique sous pression axiale a été réalisé par Ranjbartoreh et al. (2007). L'analyse de flambage de colonnes en béton armées avec nanotubes de carbone a été présentée par Arani et Kolahchi (2016). Les sandwichs sont intéressants pour les applications qui nécessitent à la fois la rigidité et la légèreté. Leur faible poids propre est considéré comme un avantage remarquable par rapport aux structures traditionnelles. Ils sont constitués de deux peaux espacées l'une de l'autre par un noyau épais. Les sandwichs nanocomposites composés de deux phases qui sont une matrice polymère et une phase dispersée de nanotubes de carbone (CNT). Les structures sandwich ont reçu une attention croissante en raison de leurs caractéristiques supérieures. Les propriétés mécaniques du joint en L avec structure sandwich composite sont étudiées par Li et al. (2019).

Shokravi (2017) a utilisé une théorie des plaques de Reddy pour étudier le flambage d'une plaques sandwich renforcées (FG-CNT) reposant sur un milieu élastique orthotrope. Ces dernières années, de nombreux articles ont étudié le comportement mécanique de structures sandwich ou autres telles que: l'analyse statique (Dash et al.2019, Mahapatra et al.2017), l'analyse de flexion et de flambage (Hamed et al.2020, Eltaher et Mohamed 2020,

Katariya et al.2017) et les comportements vibrationnels (Selmi 2019, Barati 2019, Nejadi et Mohammadimehr 2020, Gafour et al.2020).

Aucun travail antérieur n'a été effectué sur le comportement statique et vibration libre des plaques sandwich nanocomposites renforcées par des nanotubes de carbone reposant sur une fondation élastique type Pasternak. Ces recherches actuelles sont étudiées pour la première fois dans le cadre de la théorie de déformation par cisaillement du premier ordre pour résoudre les problèmes statiques et vibrations libres des plaques CNTRC renforcées par des NTC reposant sur une fondation élastique type Pasternak. Les impacts de différents paramètres sur les déformations, les contraintes et les fréquences naturelles de telles plaques sandwich avec couches de facettes renforcées et âme homogène et le sandwich avec couches de facettes homogènes et âme renforcée sont introduits et examinés selon plusieurs aspects importants, par exemple l'épaisseur de la plaque, les rapports géométriques, la fraction volumique des NTC et les types de plaques sandwich, etc. Les résultats numériques sont comparés à ceux qui sont donnés dans la littérature.

Cette thèse se divise en cinq chapitres. Le premier chapitre donne un aperçu détaillé sur les matériaux fonctionnellement gradués.

Le deuxième chapitre présente une bibliographie de quelques recherches scientifiques portant sur l'analyse statique et dynamiques des FGM-CNTRC.

Le troisième chapitre présente les différentes théories des plaques telle que la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (Reissner –Mindlin) qui utilisé dans notre étude.

Dans le quatrième chapitre, nous présenterons pour la première fois une étude sur le comportement statique et vibration libre des plaques sandwich nanocomposites renforcées par des nanotubes de carbone reposant sur une fondation élastique type Pasternak dans le cadre de la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre.

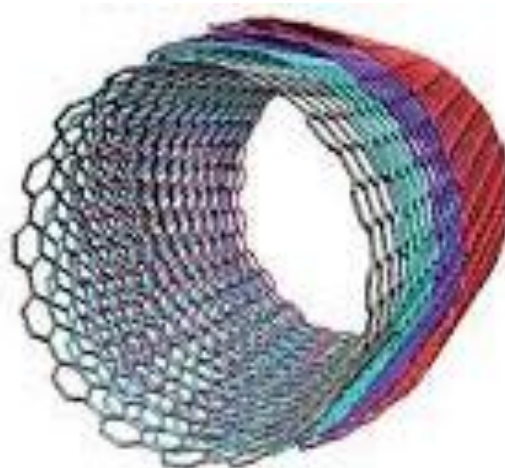
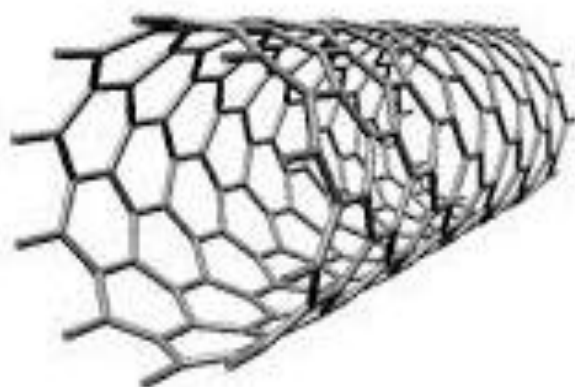
Le dernier chapitre sera consacré aux résultats et discussions du présent modèle.

Enfin, une conclusion rappellera les résultats les plus marquants de ce travail et proposera des perspectives envisagées pour des futurs travaux.

---

## **CHAPITRE I : GENERALITE SUR LES MATERIAUX FGM**

---

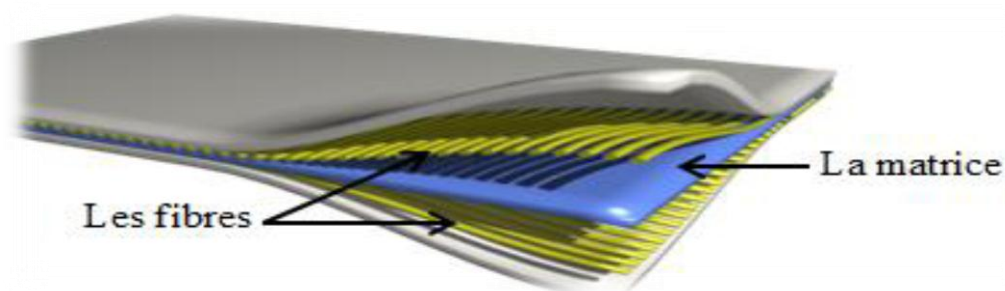


## I.1 MATERIAUX COMPOSITES :

### I.1.1 Introduction

Un matériau composite résulte généralement de l'assemblage d'au moins deux matériaux de natures différentes se complétant pour former un matériau qui a des propriétés plus performantes que celles de ses constituants pris séparément. Les constituants du matériau composite sont appelés renfort et matrice. Le renfort, sous forme de fibres ou de particules, assure la tenue mécanique. La matrice a pour rôle de protéger les fibres ou les particules et de transmettre les sollicitations auxquelles sont soumises les pièces. Les renforts fibreux peuvent être utilisés sous différentes formes : fibres longues ou fibres courtes, avec différentes natures telles que les fibres de carbone, de verre, naturelles... etc. Les matrices sont classées généralement en trois familles en fonction de sa nature : organique, céramique ou métallique. Nous pouvons également distinguer quelques familles de composites en fonction du type de matrice et de renforts utilisés telles que :

- Les matériaux composites de grande diffusion (GD) qui représentent 95% des composites utilisés. Ce sont généralement des résines thermoplastiques ou thermodurcissables renforcées par des fibres courtes où le taux de renfort avoisine 30%. Leurs propriétés mécaniques sont faibles. Ils sont produits en grande série avec un coût faible.
- Les matériaux composites de haute performance (HP) qui présentent des propriétés mécaniques spécifiques élevées. Ce sont les matériaux les plus utilisés en aéronautique et dans le spatial. Contrairement aux matériaux de grande diffusion, les renforts sont plutôt des fibres longues et le taux de renforts est supérieur à 50% ce qui influe sur le coût (CARMA2006).



**Figure I.1 :** Exemple d'un matériau composite.

## I.1.2 Les matrices

La matrice a pour rôle principal dans les matériaux composites de protéger les fibres de l'environnement et leur fournir un support latéral. Elle permet également de transmettre les efforts aux renforts. En fonction de la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés en trois familles, les composites à matrices organiques (CMO) les plus répandues, les composites à matrices céramiques (CMC) réservés aux applications de très haute technicité comme le spatial, le nucléaire et le militaire, la troisième famille c'est les composites à matrices métalliques (CMM).

### I.1.2.1 Les composites à matrices organiques (CMO)

Il s'agit des composites les plus répandus car c'est les seuls ayant des coûts unitaires suffisamment réduits pour pouvoir être produits en grandes séries. On distingue généralement deux types de CMO:

les composites à résines thermodurcissables (TD) et les composites à résines thermoplastiques (TP).

- **Thermodurcissables (TD)**

Les résines thermodurcissables, qui se présentent sous forme d'un liquide visqueux ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines durcissent après un cycle de chauffage appelé « cycle de polymérisation ». Les résines thermodurcissables les plus répandues sont les polyesters, les époxydes, les polyamides et les phénoliques (voir tableau I.1). Les thermodurcissables sont des polymères qui ne peuvent être mis en forme qu'une seule fois mais possèdent des propriétés mécaniques et thermomécaniques élevées par rapport aux thermoplastiques

**Tableau I.1.** Les thermodurcissables

<b>Matrices TD</b>	<b>Avantages</b>	<b>Inconvénients</b>
<b>Polyesters insaturés</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Bonne accroche sur fibres de verre</li> <li>- Translucidité</li> <li>- Bonne résistance chimique</li> <li>- Mise en œuvre facile</li> <li>- Tenue en température (&gt; 150 °C)</li> <li>- Prix réduit</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Inflammabilité (sauf résines chlorées)</li> <li>- Tenue à la vapeur et à l'eau bouillante</li> <li>- Retrait important (6 à 15 %)</li> <li>- Durée de conservation en pot limitée</li> </ul>



<b>Les époxydes</b>	- Tenue mécanique, thermique et chimique - Faible retrait (1 à 2 %) - Excellente adhérence sur les fibres - Mise en œuvre facile	- Prix élevé - Sensibilité à l'humidité - Vieillessement sous température - Sensibilité aux chocs - Temps de polymérisation
<b>Les phénoliques</b>	- Bonne tenue au feu - Prix souvent très bas - Dureté élevée - Structure très condensée	- Fragiles, sensibles à l'humidité - Se dégradent rapidement - Toxicité en cours de fabrication - Difficiles à mettre en œuvre
<b>Polyimides</b>	- bonne stabilité sous hautes températures (> 250 °C).	- Difficiles à mettre en œuvre

- **Thermoplastiques (TP)**

Les résines thermoplastiques sont des chaînes polymères reliées entre elles par des faibles liaisons. A l'inverse des thermodurcissables, ces résines sont recyclables. La mise en œuvre des thermoplastiques est réalisation soit par injection pour obtenir des objets moulés, soit par extrusion pour obtenir (des films, des plaques, des tubes, des profilés, etc.). Les pièces obtenues conservent leur forme après refroidissement. Grâce à leur facilité de mise en œuvre et de leur faible coût, les TP représentent le plus grand tonnage en termes de production. Cependant, leurs propriétés mécaniques et thermomécaniques sont faibles. Parmi les résines thermoplastiques, nous citerons : le polychlorure de vinyle (PVC), les polyéthylènes (PEBD, PEHD), le polypropylène (PP), le polystyrène (PS), le polyamide (PA) et le polycarbonate (PC).

### I.1.2.2 Les composites à matrices céramiques (CMC)

Les composites à matrices céramiques sont généralement constitués de multicouches superposées avec des fibres longues ou courtes. Les renforts et la matrice sont souvent constitués de carbure de silicium (SiC), de carbone (C) ou d'alumine (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>). Les CMC sont moins répandus que les CMO pour des raisons de coût élevé. Comme ils ont une très bonne résistance à la température, les CMC sont généralement utilisés dans l'industrie spatiale et l'aéronautique militaire, et également dans l'industrie automobile pour la fabrication des disques ou des plaquettes de freins. Les céramiques possèdent de nombreux atouts tels que la résistance à des températures très élevées, plus légères que de nombreux métaux, et une bonne stabilité chimique. Toutefois, leur coût de fabrication très élevé et leur fragilité limitent leur domaine d'utilisation.

### **I.1.2.3 Les composites à matrices métalliques (CMM)**

Les composites à matrices métalliques sont des matériaux performants, ils ont été développés pour mettre en harmonie les qualités des métaux avec les structures composites qui ont de bonnes caractéristiques mécaniques. La matrice dans les CMM est généralement en métal léger (aluminium et ses alliages, magnésium, titane...) et le renfort peuvent être des particules ou des fibres courtes céramiques, des fibres longues céramiques ou métalliques avec des propriétés mécaniques supérieures à celle du métal formant la matrice. Malheureusement, les CMM ont une grande réactivité chimique car la matrice et le renfort peuvent réagir entre eux et avec le milieu extérieur. Ils sont destinés à des applications exigeantes à cause de leur coût élevé.

### **I.1.3 Les renforts**

Le renfort contribue à améliorer la tenue mécanique (résistance et rigidité) du matériau composite. Les fibres se présentent sous forme linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tri directionnel ou plus)(L.Gomet2011). Les fibres de carbone, de verre et d'aramide sont les plus courantes. Les fibres naturelles d'origine animale ou végétale sont également utilisées dans certains produits.

#### **I.1.3.1 Fibre de verre**

L'expression fibre de verre désigne un filament de verre extrêmement fin (figure I.2). Les fibres de verre sont les plus anciennes (1940), les moins chères du marché et les plus couramment utilisés dans le renforcement des matériaux composites (95%). Elles sont élaborées par fibrage du verre fondu à partir de silice et d'additifs. Le verre est coulé en fusion à 1250°C à travers une filière en platine- rhodium ; après refroidissement, les filaments sont étirés pour obtenir des fibres continues. Les fibres de verre permettent d'améliorer les propriétés des matériaux, la résistance aux chocs et de réduire le poids. Elles sont réparties en trois qualités :

- Fibres E pour les composites à grande diffusion (GD) ;
- Fibres D pour les applications dans la construction électrique (circuits imprimés) ;
- Fibres R pour les composites à hautes performances (HP).



**Figure I.2 :** fibre de verre

Les fibres de verre sont utilisées pour fabriquer des matériaux composites capables de se substituer à l'acier. Elles ont des caractéristiques spécifiques comme la transparence, l'excellente capacité de transmission de la lumière, et sont employées comme fibres optiques dans le domaine médical (endoscopie) et dans le domaine des télécommunications (la fibre optique). Les principales utilisations de matériaux composites à fibres de verre sont :

- Le bâtiment et les infrastructures (29%) ;
- Les transports (25%) : avions, TGV...
- L'électricité et l'électronique (16%) ;
- Les sports et loisirs (14%) : perches d'athlétisme, skis et planches de surf...
- Les équipements industriels (11%).

#### **I.1.3.1.1 Avantages des fibres de verre**

- Bonne résistance spécifique (pour le verre R) ;
- Une bonne adhérence entre fibres et les résines (matrices) ;
- De bonnes propriétés mécaniques, mais inférieures à celles de la fibre de carbone ;
- Des propriétés d'isolation électrique acceptables pour la plupart des applications ;
- Tenue à la température élevée ;
- Incombustibilité ;
- Dilatation et conductivité thermique faible ;
- Bon rapport de performances mécanique/prix.

#### **I.1.3.1.2 Inconvénients des fibres de verre**

- Faible module (par rapport au carbone ou à l'aramide) ;
- Vieillissement au contact de l'eau.

### I.1.3.2 Fibre de carbone

Les fibres de carbone sont composées principalement d'atomes de carbone. Elles sont extrêmement fines environ 5 à 10 micromètres de diamètre (figure I.3). Elles sont produites à partir de polyacrylonitrile (PAN) en plusieurs étapes : le PAN est initialement oxydé, puis passe à l'étape dite de « carbonisation », enfin l'étape de graphitisation complète le tout pour obtenir des fibres de carbone plus rigides. Ce sont les fibres les plus utilisées dans les applications à hautes performances (aéronautique, construction industrielle, les sports et loisirs). Les fibres de carbone ont une très bonne conductivité de chaleur et d'électricité.

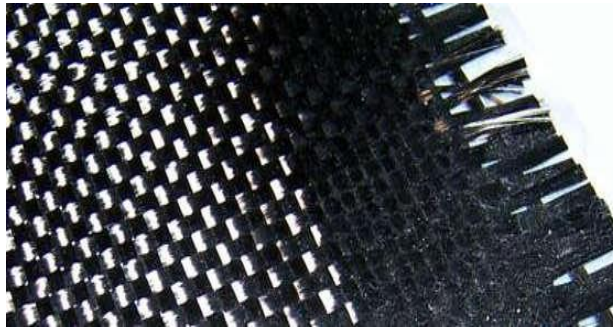


Figure I.3 : Fibre de carbone

#### I.1.3.2.1 Avantages de fibre de carbone

- Excellentes propriétés mécaniques ;
- Très bonne tenue en température (non oxydante) ;
- Une faible dilatation thermique ;
- Bonne conductibilité thermique et électrique ;
- Bonne tenue à l'humidité ;
- Usinage aisé, faible densité et grande souplesse ;
- Une très bonne tenue à la compression (en comparaison à la fibre de verre ou au kevlar).

#### I.1.3.2.2 Inconvénients de fibre de carbone

- Une mauvaise résistance à l'abrasion et aux chocs ;
- Leur recyclage (broyage problématique) ;
- Cette fibre provoquerait sous certaines formes des risques de cancer du poumon ;
- Prix très élevé.

### I.1.3.3 Fibre d'aramide (Kevlar)

Nées dans les années 1960, les fibres d'aramide sont issues de la chimie organique des polyamides aromatiques. La fibre d'aramide est l'assemblage de filaments jaunes d'une dizaine de micromètres de diamètre (figure I.4). Il existe deux types de fibres : les fibres à bas module utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles, et les fibres à haut module employées dans le

renforcement des composites à hautes performances. Les composites renforcés de fibres d'aramide sont ductiles et ont une très bonne résistance à la chaleur et à la traction. Malheureusement, leur prix est élevé et leur tenue en pression est faible.



**Figure I.4** : Fibre d'aramide

#### **I.1.3.3 .1 Avantages de fibre d'aramide**

- Bonne résistance spécifique à la traction ;
- Faible densité ;
- Dilatation thermique nulle ;
- Absorption des vibrations, amortissement ;
- Excellente résistance aux chocs et à la fatigue ;
- Bon comportement chimique vis-à-vis des carburants.

#### **I.1.3.3 .2 Inconvénients de fibre d'aramide**

- Prix très élevé ;
- Faible tenue en pression ;
- Reprise d'humidité importante (4%) ;
- Étuvage avant imprégnation ;
- Faible adhérence avec les résines d'imprégnation ;
- Sensibilité aux UV ;
- Usinage difficile.

#### **I.1.3.4 Autres renforts**

- **Fibres de bore**

Ces fibres sont de gros filaments (diamètre de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$ ), formées d'une âme (le fil support) en carbone d'un diamètre d'environ 10  $\mu\text{m}$  et recouvertes d'une couche de bore ou d'une couche de carbure de silicium.

- **Fibres métalliques**

Elles sont les plus chères de toutes, en raison de leur difficulté de fabrication comme les fibres d'acier, de cuivre et d'aluminium. Elles sont utilisées avec des matrices métalliques ou en génie civil et bâtiment.

- **Fibres naturelles**

Les fibres naturelles sont des biomatériaux d'origine végétale ou animale, tissées, tricotées ou tressées. Elles ont été initialement utilisées pour la production de vêtements, tissus, tapis et cordages. Actuellement, les fibres naturelles sont également utilisées dans l'industrie, dans les applications automobiles, le bâtiment ...etc. Les fibres naturelles permettent de réduire le coût et le poids des pièces et d'améliorer les perspectives de recyclage et l'impact environnemental.

Les fibres naturelles peuvent être classées en trois grands groupes selon leur origine :

- ✓ Les fibres végétales qui comprennent : des fibres provenant des poils séminaux de graines  
(coton, kapok), des fibres libériennes extraites de tiges de plantes (lin, chanvre, jute, ortie),  
des fibres extraites de feuilles (sisal), de troncs (palmier), d'enveloppes de fruits (noix de coco).
- ✓ Les fibres animales qui proviennent des poils, telles que la toison animale, et des sécrétions telles que la soie ;
- ✓ Les fibres minérales telles que l'amiante.

#### **I.1.4 Charges et additifs**

Les charges et additifs sont ajoutés au composite afin de lui donner de nouvelles propriétés. Les charges sont des particules solides d'origine minérales, organiques (végétales ou synthétiques) ou métalliques. Les charges renforçantes se présentent sous forme sphériques ( $10 < \phi < 150 \mu m$ ) telles que les microbilles de verre creuses ou pleines, les microbilles de carbone ; ou non sphériques tel que le mica sous forme d'écailles. Les charges non renforçantes sont des extraits de roches ou de minerais (carbonate de calcium, talc, kaolin, silices,...etc.) qui ont pour rôle de diminuer le coût de la résine et d'améliorer certaines propriétés

Les additifs sont la substance ajoutée avec une faible quantité à la résine pour modifier ou améliorer les propriétés du composite.

### I.1.5 Structures du composite

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en trois types principaux :

- Les monocouches ;
- Les stratifiées ;
- Les sandwiches.

#### I.1.5.1 Les monocouches

Les monocouches ou plis représentent l'élément de base de la structure composite où les fibres sont agencées en couche fine (quelques dixièmes de millimètre). Il existe plusieurs types de monocouches : à fibres longues (unidirectionnelles UD (figure 1.5) ou réparties aléatoirement), à fibres courtes, à fibres tissées.



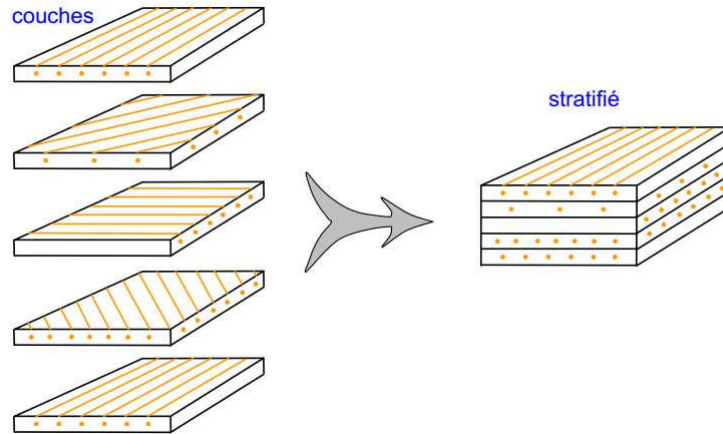
**Figure I. 5** : Une monocouche à fibres longues UD

#### I.1.5.2 Les stratifiées

Les stratifiés sont des structures légères de hautes performances mécaniques fréquemment rencontrés dans les composites. Un stratifié est l'empilement de monocouches les unes sur les autres (figure 1.6) ayant chacune une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches qui est désigné comme le référentiel du stratifié. La fibre peut être longue ou courte, uni- ou bi- directionnelles, mats ou tissus. L'empilement des couches, la nature et l'orientation de la fibre permettront d'obtenir les propriétés mécaniques souhaitées.

Les stratifiés sont généralement moins coûteux que les tissus 3D, mais les couches

peuvent se décoller les unes des autres. Un stratifié possédant l'empilement (0, +45, 90, -45) est un stratifié avec 4 couches dans les directions 0°, +45°, 90° et -45° ; l'orientation 0° coïncidant avec la direction « 1 » du repère principal du composite. La stratification n'est pas spécifique aux composites, le contreplaqué par exemple possède une structure stratifiée.



**Figure 1. 6** Les stratifiés (Berthelot J.M2012)

### I.1.5.2.1 Différents types de stratifiés

Il existe quatre principaux types de stratifiés :

- Stratifié Unidirectionnel : l'orientation des fibres est la même dans tous les plis. Exemple : un stratifié unidirectionnel à 0°,  $\theta = 0^\circ$  dans les différents plis.
- Stratifié à Plis Orientés  $\pm\theta$  (angle ply) : l'orientation des fibres est alternée d'un pli à l'autre, (+ $\theta$ /- $\theta$ ), avec  $\theta$  différent de 0 ou de 90°.
- Stratifié à Plis Croisés (cross ply) : l'orientation des fibres est alternée d'un pli à l'autre, 0/90°/0/90°.
- Stratifié Symétrique : l'orientation des fibres est symétrique par rapport à la ligne centrale du stratifié, c.à.d. pour chaque pli à angle  $\theta$  au-dessus du plan médian il y a un pli à angle égal de l'autre côté du plan médian,  $\theta(z)=\theta(-z)$ .

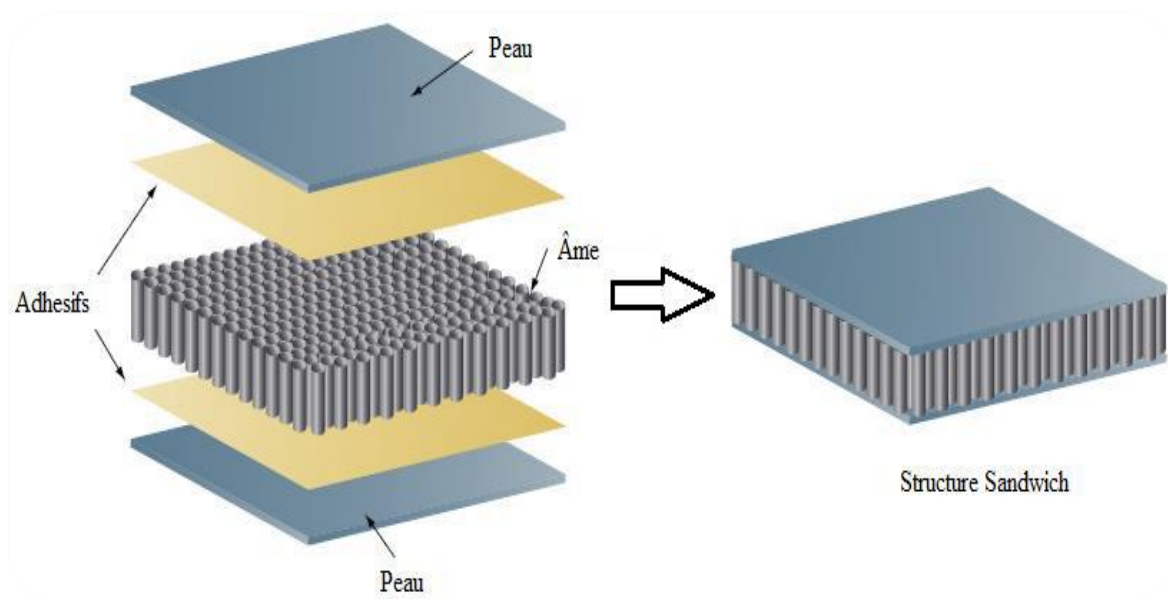
### I.1.5.3 Les sandwiches

Les structures sandwichs ont une très bonne rigidité en flexion et en torsion contrairement aux stratifiés. Les matériaux composites de types sandwichs sont principalement



constitués de deux peaux (généralement stratifiées) et d'une âme possédant de bonnes caractéristiques en compression et l'assemblage est réalisé par collage (figure I.7). Plus épaisse que les peaux, l'âme peut être une couche légère pleine (bois, mousse, balsa...etc.) ou creuse (alliages métalliques léger, structure en nid d'abeille, papier...etc.). Les peaux possédant de bonnes caractéristiques en traction, sont fréquemment des stratifiés à fibres de verre, de carbone, de Kevlar, naturelles ou hybrides ; ou des feuilles d'alliages légers.

L'ensemble âme-peaux se complètent pour avoir une structure rigide et légère, lorsque le sandwich est sollicité en torsion ou en flexion, les peaux travaillent essentiellement en membrane, tandis que l'âme travaille essentiellement en cisaillement hors plan (et à des niveaux de contrainte bien plus faibles).

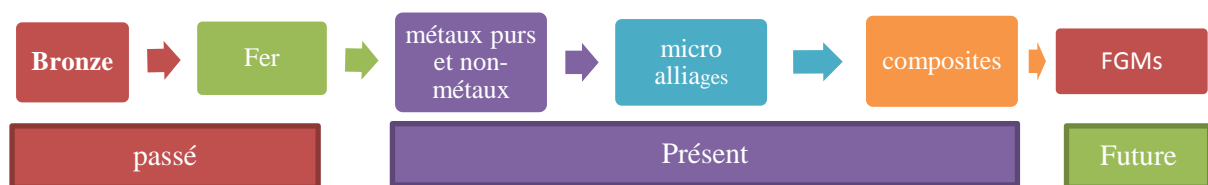


**Figure I.7 :** Structure sandwich

## I.2 Revue sur les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) et leurs applications

### I.2.1 Introduction :

Les matériaux sont continuellement développés du fer, des métaux purs aux matériaux composites qui sont utilisés aujourd'hui. Le développement continu des matériaux depuis l'âge du bronze au scénario présent et futur est présenté dans la figure I.8 (Shahistha et al.2014). Les métaux purs ont une utilisation très limitée, car une application réelle peut nécessiter une exigence de propriété contraire qui ne peut pas être fournie en utilisant un seul métal. Par rapport aux métaux purs, les alliages peuvent être plus solides et plus polyvalents. Le bronze qui est un alliage de cuivre et d'étain a été le premier alliage développé en 4000 avant B.A (âge du bronze). Depuis lors, différents mélanges de métaux et non-métaux ont été essayés pour combiner les forces de plusieurs matériaux selon les exigences fonctionnelles.



**Figure I.8** : Développement continu des matériaux du bronze aux FGM

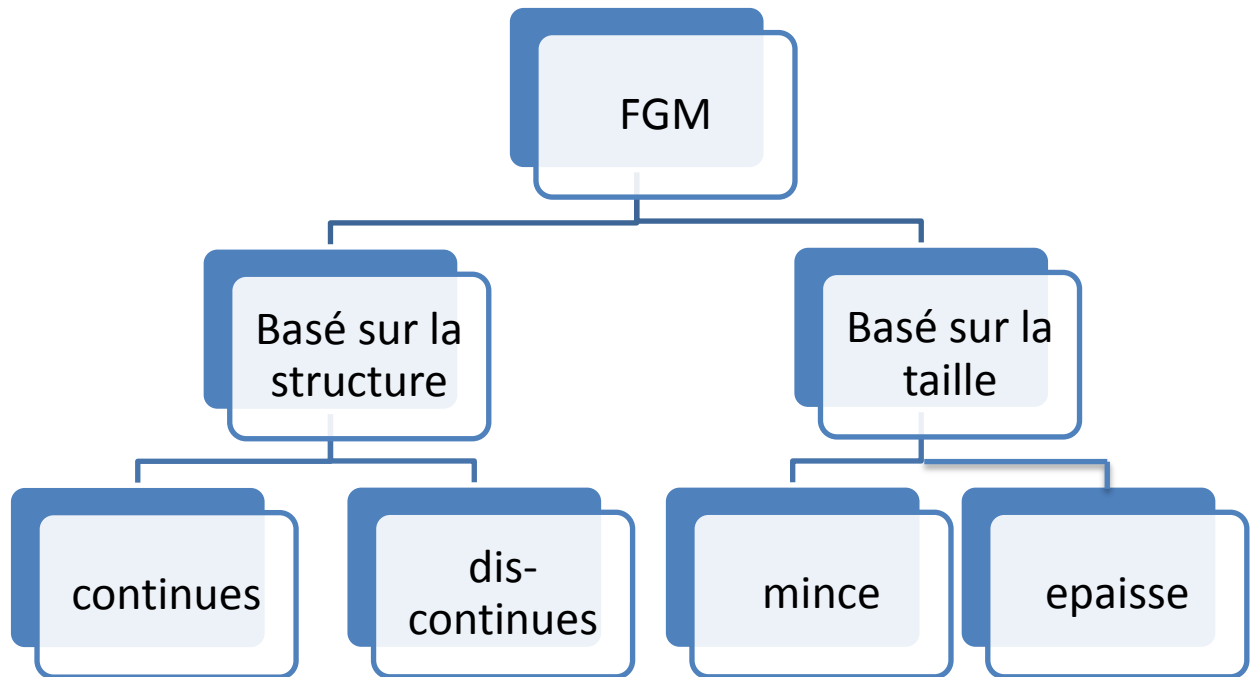
Les matériaux composites sont la forme la plus avancée de matériaux qui sont fabriqués à partir de deux ou plusieurs constituants avec des propriétés physiques et chimiques sensiblement différentes des matériaux individuels.

Les matériaux composites permettent des combinaisons distinctes donnant une surface dure et résistante à l'usure et un noyau souple comme par exigence fonctionnelle de l'application. Hétérogénéité, anisotropie, symétrie et hiérarchie sont les principales caractéristiques des matériaux composites qui suscitent un intérêt particulier pour diverses applications. Un rapport résistance / rigidité élevé, une grande résistance à la fatigue, à l'usure et à la corrosion, une fiabilité élevée, etc. sont les avantages des composites par rapport aux métaux purs ou alliés. Malgré tous ces avantages, les matériaux composites sont soumis à une transition brusque de propriétés à l'interface qui peut entraîner une défaillance des composants (par délaminage) dans des conditions de travail extrêmes. Cet inconvénient des composites conventionnels est éliminé par une forme modifiée de composites appelés matériaux fonctionnellement gradué (FGM). Ces matériaux remplacent une interface pointue par une

interface dégradée qui se traduit par une transition en douceur des propriétés d'un matériau à l'autre. Ces matériaux avancés avec des gradients de composition, de structure et de propriétés spécifiques dans la direction préférée sont supérieurs aux matériaux homogènes composés de constituants similaires (Shahistha et al.2014). Les propriétés mécaniques telles que le module d'élasticité de Young, le coefficient de Poisson, le module d'élasticité de cisaillement, la densité du matériau et le coefficient de dilatation thermique varient en douceur et en continu dans les directions préférées des FGM. Les os, les dents, la peau et le bambou sont quelques exemples de matériaux naturels fonctionnellement gradués. Le concept de matériau fonctionnellement gradué (FGM) a été développé pour la première fois par des chercheurs japonais en 1984. Ils ont conçu une barrière fonctionnellement gradué avec une température extérieure de 2000 K et une température intérieure de 1000 K sur 10 mm d'épaisseur. Depuis lors, l'utilisation de matériaux fonctionnellement gradué s'est accrue dans divers domaines, notamment l'aérospatiale, les mines, l'énergie et le médical. Les FGM présentent de nombreux avantages qui les rendent adaptées à ces applications. Il comprend une ténacité élevée à la fracture, une réduction du plan et des contraintes transversales d'épaisseur, une amélioration des performances des systèmes de barrière thermique, etc. En raison de cette prédominance de la FGM, de nombreux efforts ont été faits pour améliorer le processus de fabrication et les propriétés de la FGM. Il existe plusieurs méthodes de fabrication disponibles pour fabriquer des FGM en fonction du type de FGM requis. Il s'agit notamment de la métallurgie des poudres, du dépôt en phase vapeur, de la méthode centrifuge et des techniques de forme libre solide. Parmi toutes ces méthodes, les techniques de forme libre solide utilisant le laser, le plasma ou le faisceau d'électrons comme source d'énergie sont devenues très populaires ces dernières années.

Enfin, peu d'applications des FGM ainsi que des travaux de recherche récents et les défis des FGM sont présentés.

### I.2.2. Types des matériaux fonctionnellement gradués (FGM)



**Figure I.9 :** Classification des matériaux fonctionnellement gradués (Mahamood et al.2012)

Deux critères différents sont utilisés pour classer les matériaux fonctionnellement gradués. L'un est basé sur la structure du matériau et l'autre est basé sur la taille des matériaux fonctionnellement gradués. Comme le montre la figure I.9, les matériaux fonctionnellement gradués peuvent être divisés en deux groupes principaux basés sur la structure des matériaux: FGM à structure continue et à structure discontinue. Dans la FGM continue, il existe un gradient continu d'un matériau à l'autre. Cependant, en cas de FGM discontinue, le gradient de matière est fourni en couches. En fonction de la taille des matériaux, les FGM sont classés en deux types principaux: FGM mince et FGM épaisse. Les FGM minces ont des sections relativement minces comme le revêtement de surface, tandis que les FGM en vrac sont un volume complet de matériaux. Des processus de fabrication tels que le dépôt physique en phase vapeur (PVD), le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) et la méthode de synthèse à haute température auto-propagée (SHS) sont utilisés pour fabriquer des FGM minces. Tandis que les FGM en vrac sont fabriquées en utilisant des méthodes telles que la métallurgie des poudres, la coulée centrifuge et les techniques de fabrication additive / libre solide.

### **I.2.3 Méthodes de fabrication des FGM**

Plusieurs techniques sont disponibles pour produire des matériaux à gradient fonctionnel (FGM). Quelques techniques sont décrites ci-dessous en détail.

#### **I.2.3.1 Technique de dépôt en phase vapeur**

Les techniques de dépôt en phase vapeur décrivent une variété de méthodes de dépôt sous vide qui peuvent être utilisées pour produire des films minces sur les matériaux de base. Toutes ces techniques ne peuvent être utilisées que pour produire des FGM minces. Différents types de techniques de dépôt en phase vapeur comprennent le dépôt physique en phase vapeur (PVD) et le dépôt chimique en phase vapeur (CVD). Ceux-ci sont énergivores et produisent des jauges toxiques comme sous-produits (Groves et al 1997). D'autres techniques basées sur le dépôt qui peuvent déposer des couches minces fonctionnellement gradué sont le dépôt par faisceau d'électrons (EBD), le dépôt par faisceau d'ions (IBD) et la synthèse à haute température auto-propagée (SHS) (Knoppers et al). Toutes les méthodes mentionnées ci-dessus ne sont pas rentables pour produire des FGM de type en vrac.

#### **I.2.3.2 Métallurgie des poudres**

La technique basée sur la métallurgie des poudres peut être utilisée pour produire des FGM de type en vrac avec une structure discontinue (par étapes). Le processus est réalisé en utilisant des étapes comprenant le pesage et le mélange de poudre selon la distribution spatiale préconçue selon les exigences fonctionnelles, l'empilement et le pilonnage des poudres pré-mélangées, et enfin le frittage (Zhu et al).

#### **I.2.3.3 Méthode centrifuge**

La méthode centrifuge est capable de produire des FGM de type en vrac à structure continue. Il utilise la force de gravité par le filage du moule pour produire des matériaux fonctionnellement gradués (Watanabe et al 2009). La différence de densité des matériaux et le filage du moule produisent des FGM. Il y a deux inconvénients de cette méthode sont que cette méthode ne peut produire que des FGM de forme cylindrique et il y a une limite au type de gradient qui peut être produit.

#### **I.2.3.4 Techniques de fabrication sous forme libre solide / fabrication additive (fA)**

La fabrication de forme libre solide (SFF) / fabrication additive (fA), également connue sous le nom d'impression 3D, est un processus de jonction de matériaux pour créer des objets à partir de données de modèle 3D, généralement couche après couche, par opposition à la technologie de fabrication soustractive (Bahavar et al 2014). Cette méthode de fabrication

sans outil permet de produire des pièces métalliques entièrement denses en peu de temps, avec une grande précision. Les procédés de FA en métal peuvent être classés en deux grands groupes: les technologies basées sur la fusion sur lit de poudre (PBF) et les technologies basées sur la déposition directe d'énergie (DED). Ces deux technologies peuvent être davantage classées en fonction du type de source d'énergie utilisée. Dans les technologies à base de PBF, l'énergie thermique fusionne sélectivement les régions du lit de poudre. Le frittage / fusion sélective par laser (SLS / SLM) et la fusion par faisceau d'électrons (EBM) sont les principaux processus représentatifs des technologies basées sur le PBF. Dans les technologies basées sur le DED, l'énergie thermique focalisée est utilisée pour fusionner des matériaux (poudre ou fil) en fondant au fur et à mesure de leur dépôt. Laser La mise en forme nette (LENS) / dépôt direct de métal (DMD), la fabrication de forme libre de faisceau d'électrons (EBFFF) et la FA à base d'arc sont quelques-unes des technologies basées sur le DED.

La plupart des procédés SFF / FA mentionnés ci-dessus sont capables de produire des matériaux fonctionnellement gradué (FGM) à partir de revêtements épais jusqu'à des pièces en vrac de FGM complexes. Les avantages offerts par les techniques de FA, tels que l'utilisation accrue des matériaux, la vitesse de production, la liberté de conception, la capacité à produire des pièces complexes et une intensité énergétique moindre, suscitent un intérêt particulier dans la fabrication de FGM pour différentes applications.

Les technologies FA basées sur la fusion sur lit de poudre (PBF) telles que la fusion sélective au laser (SLM) et la fusion par faisceau d'électrons (EBM) sont des méthodes très populaires pour produire des pièces complexes en raison de leur haute précision et de leur état de surface par rapport aux technologies basées sur le dépôt d'énergie dirigé (DED). Cependant, les technologies basées sur le PBF sont moins flexibles que les technologies basées sur le DED en ce qui concerne la fabrication de matériaux fonctionnellement gradué. Cela est dû au fait que le gradient de matière en faisant varier la composition chimique de la poudre n'est pas possible. Cependant, ces procédés peuvent produire des FGM massives en contrôlant la porosité ou en introduisant différents types de structures en treillis dans les pièces à fabriquer.

Les techniques FA basées sur le dépôt à énergie dirigée (DED) sont les méthodes les plus pratiques pour produire des FGM car ces méthodes peuvent produire des FGM à partir de revêtements épais jusqu'aux pièces en vrac ayant un gradient continu ou discontinu. Ces

méthodes peuvent produire des FGM avec de meilleures propriétés d'adhérence et mécaniques que les technologies à lit de poudre. Le dépôt de métal au laser (LMD) et le dépôt de forme libre par faisceau d'électrons (EBFFF) / la fabrication additive par faisceau d'électrons (EBAM) sont des méthodes populaires basées sur des systèmes FA basés sur le DED qui peuvent être utilisés pour fabriquer différents types de FGM.

#### I.2.3.4.1. Dépôt de métal au laser (LMD).

La mise en forme de filet par laser (LENS) et le dépôt direct de métal (DMD) sont les principaux processus basés sur la technologie DED qui utilise un faisceau laser comme source d'énergie et une matière première sous forme de poudre. Le procédé LENS a été initialement développé par les laboratoires nationaux de Sandia en 1997, puis autorisé à Optomec (USA), tandis que le procédé DMD a été développé conjointement par le groupe POM et l'Université du Michigan (Ruan et al 2006). Dans ces processus, un faisceau laser à haute puissance est utilisé pour créer un bain fondu sur le matériau de base, puis un matériau en poudre est injecté dans le bain fondu à l'aide de buses. La poudre livrée au point de faisceau laser est absorbée dans le bain de fusion et crée un dépôt. Comme le montre la figure 3, la table de travail peut se déplacer dans la direction x - y pour obtenir la section transversale souhaitée du modèle en tranches, puis les couches suivantes peuvent être déposées en incrémentant la tête de dépôt dans la direction z pour compléter l'objet. Le dépôt des couches est répété jusqu'à ce que le composant tridimensionnel souhaité ait été formé de manière additive. La poudre métallique est délivrée par des buses et distribuée autour de la circonférence de la tête de dépôt soit par gravité, soit en utilisant un gaz porteur inerte. L'ensemble du processus est conduit sous atmosphère d'argon contrôlée où les niveaux d'oxygène sont maintenus en dessous de 10 ppm.

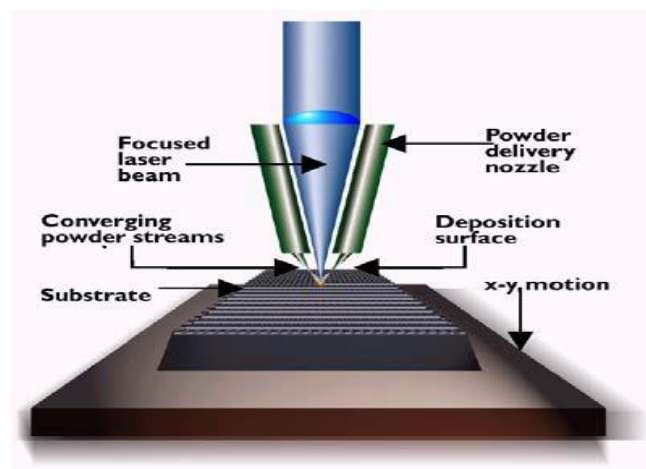


Figure I.10 : Processus de base de mise en forme du filet par laser (Hedges2006)

La technique de dépôt à énergie dirigée (DED) par laser de la FA en métal est la technologie la plus appropriée pour produire des MGF. Tous les types de MGF, y compris le type structuré continu / discontinu et le type mince / en vrac, peuvent être facilement fabriqués en utilisant le dépôt de métal au laser (LMD). Des poudres pré-alliées peuvent être utilisées pour produire des FGM de type discontinu. Alors que les poudres élémentaires peuvent être délivrées en quantités précises à la zone de fusion en utilisant des alimenteurs séparés pour générer divers alliages et matériaux composites de manière continue. Avec l'adoption de cette technique, le nombre de Les MGF peuvent être fabriquées sous des formes complexes car la vitesse de dépôt de poudre élémentaire peut être contrôlée pour chaque alimentateur pendant la fabrication de chaque couche et le produit final peut être obtenu en quelques heures (Popoola et al 2016).

#### **I.2.3.4.2 Fabrication directe par faisceau d'électrons**

Le dépôt direct par faisceau d'électrons (EBDM) est une autre technologie basée sur le dépôt d'énergie dirigé (DED) qui utilise un faisceau d'électrons comme source d'énergie et une matière première sous forme de fil. Cette technologie a été développée par Sciaky (Chicago, USA) et également connue sous le nom de fabrication additive par faisceau d'électrons (EBAM). Ce processus peut produire des composants en forme de filet de taille moyenne à grande à l'intérieur de la chambre à vide directement à partir d'un modèle numérique. Après fabrication, le composant nécessite des opérations de finition telles que le traitement thermique et l'usinage. La taille maximale du composant à fabriquer par EBAM est limitée par la taille de la chambre d'aspiration de la machine. Des fils de soudage disponibles dans le commerce sont utilisés comme matériau de dépôt. Le système de faisceau d'électrons standard est une soudeuse Sciaky 60 kW / 60 kV. Le faisceau d'électrons est focalisable électroniquement et la puissance de sortie est évolutive sur une très large plage. Cela permet d'atteindre une très large gamme de taux de dépôt en utilisant le même système. Les taux de dépôt typiques des systèmes EBAM sont de 3 à 9 kg / h en fonction du matériau utilisé et de la complexité des pièces. De plus, le système EBAM dispose d'un système de contrôle en boucle fermée dans lequel la taille du bain de fusion est surveillée en permanence et les paramètres sont ajustés pour maintenir la taille constante. Cela garantit une géométrie de pièce cohérente, une microstructure et des propriétés mécaniques uniformes.





**Figure I.11 :** Fabrication additive par faisceau d'électrons avec dépôt à deux fils

La technologie EBAM peut également produire divers types de matériaux à classification fonctionnelle (FGM) en utilisant plusieurs buses d'alimentation en fil comme le montre la figure I.11 pour un seul pistolet EB. Deux fils ou plus d'alliages métalliques différents peuvent être contrôlés indépendamment et alimentés simultanément dans un seul bain fondu pour former des matériaux calibrés. Le revêtement et le type en vrac de FGM peuvent être formés de manière continue ou discontinue.

#### **I.2.3.4.3 FGM par les technologies de dépôt d'arc.**

Une large gamme de procédés de fabrication additive à base d'arc est disponible où l'arc (plasma, TIG, MIG) est utilisé comme source d'énergie et le matériau est utilisé sous forme de poudre ou de fil. Le soudage à l'arc transféré au plasma (PTA) et le soudage à l'arc au plasma (PAW) sont des procédés FA de forme libre qui utilisent l'arc plasma comme source d'énergie et la matière première sous forme de poudre et de fil respectivement. Le dépôt de métal en forme (SMD) est une autre technique FA qui utilise le soudage au gaz inerte au tungstène (TIG) ou au gaz inerte en métal (MIG) avec un matériau sous forme de fils pour les fabrications de forme libre. Comme la plupart de ces systèmes sont de type fil d'alimentation, ils sont également connus sous le nom de systèmes de fabrication additive assistée par fil (WAAM). Un grand nombre de configurations de système peut être réalisé en intégrant des systèmes de soudage conventionnels avec des robots, des manipulateurs ou des portiques pour l'automatisation. Tous ces processus avec une protection adéquate contre les gaz inertes ont un fort potentiel pour produire des pièces de taille moyenne à grande en forme de filet presque à un coût bien inférieur par rapport aux processus à base de laser et de faisceau d'électrons.

Peu de systèmes FA basés sur le soudage ont été développés pour déposer des matériaux à gradient fonctionnel. Dans ce cas, deux fils d'apport sont contrôlés séparément et fournis à

l'arc (TIG ou MIG) pour le dépôt. Plusieurs études ont été menées pour démontrer l'efficacité des configurations FA à base d'arc pour produire des MGF. Sajan Kapil et al (2014) a fabriqué avec succès un alliage Al-Si ayant un gradient de conductivité thermique. Il a été fabriqué en utilisant une machine de fabrication en couches hybride (HLM) qui combine un système de dépôt CNC à 3 axes et de soudage à l'arc sous gaz métal (GMAW). S. Suryakumar et al. (2013) ont démontré deux façons différentes de fabriquer des matériaux fonctionnellement gradué en utilisant le dépôt de soudure. Les MGF peuvent être produites en variant les paramètres de processus ou en utilisant un double dévidoir qui peut être guidé et contrôlé séparément.

### **I.2.5 Applications :**

Ces dernières années, il y a eu un intérêt croissant pour l'utilisation de matériaux fonctionnellement gradués (FGM) en raison de leurs nombreux avantages par rapport aux matériaux composites. En raison de la variation graduelle de la composition, les propriétés des FGM changent de manière significative et continue d'une surface à l'autre, éliminant ainsi les problèmes d'interface tels que les concentrations de contraintes et la mauvaise adhérence (Baharti et al 2013). L'utilisation des FGM augmente dans les secteurs de l'aérospatiale, de la défense, de l'industrie nucléaire, du biomédical et de l'électronique.

Les FGM sont principalement utilisées dans les applications où des combinaisons de deux propriétés extrêmes sont requises dans un seul composant, par exemple la dureté et la ténacité (Jamian 2012). Par exemple, dans le cas d'une aube de turbine, des propriétés de résistance thermique et anti-oxydation sont nécessaires du côté haute température et une résistance mécanique et une ténacité sont requises du côté basse température. Pour répondre à ces exigences, des aubes de turbine ont été utilisées pour fabriquer en utilisant des composites métal-céramique. Cependant, la différence de propriété entre deux matériaux a créé des contraintes résiduelles et des problèmes d'adhérence à l'interface qui peuvent conduire à une défaillance. Les aubes de turbine fabriquées en utilisant le FGM possèdent un changement de propriété en douceur de la céramique au métal et diminuent les problèmes d'interface (Coomar et Kadoli 2010).

Les applications telles que les outils de coupe et les pièces de machines nécessitent une résistance à la chaleur, à l'usure, aux chocs mécaniques et à la corrosion. La fiabilité et le rapport coût / performance jouent un rôle majeur dans ces applications. L'outil composite souffre d'une transition nette des propriétés du métal à la céramique, ce qui peut entraîner des contraintes résiduelles et une défaillance de l'outil. Cependant, l'outil de coupe FGM où le

matériau FGM utilisé entre le métal et la céramique augmente la résistance thermique et l'outil devrait avoir une longue durée de vie.

La FGM métal-céramique est également utilisée dans les armures, (Liu et al.2003) où la surface avant en céramique dure émousse le projectile, tandis que la surface arrière métallique attrape les fragments et empêche la pénétration (Chin1999). Des FGM similaires trouvent également des applications comme soupapes résistantes à la chaleur des moteurs à combustion interne (Maciejewski2013). Les revêtements de barrière thermique fonctionnellement gradués en utilisant diverses techniques de pulvérisation sont des méthodes populaires de production de telles FGM (Das et al 2012).

Un autre domaine émergent pour l'application de la FGM est le secteur biomédical où l'articulation de prothèse fonctionnellement calibrée peut augmenter la force adhésive et réduire la douleur (Quin et Dutta2004).

Les performances de l'articulation de prothèse métallique peuvent être améliorées en utilisant un matériau à gradient fonctionnel ayant une biocompatibilité élevée en surface.

Un certain nombre de technologies basées sur la diffusion et le dépôt sont utilisées pour améliorer les propriétés de surface des composants. Cependant, récemment, on a observé que leurs performances peuvent être encore augmentées en combinant la diffusion avec des processus de dépôt. La combinaison de processus de diffusion comme la nitruration, la nitro-carburation, etc. avec des processus de dépôt comme le PVD, les revêtements de type CVD de matériau dur fournissent un effet de gradient fonctionnel qui améliore les propriétés(Zaltaovicé2003). Ces traitements sont bien connus sous le nom de traitements de surface duplex où les processus de diffusion (nitruration, boruration, etc.) sont combinés avec des procédés de revêtement (comme PVD, CVD ou diffusion thermoréactive TRD). Les technologies de dépôt peuvent produire une couche dure et résistante à l'usure sur une surface métallique. Cependant, l'épaisseur de ce revêtement est très faible et il y a un changement soudain des propriétés entre le revêtement et le matériau du substrat. Cela peut entraîner une défaillance prématurée du revêtement pendant les conditions de service par délaminage du revêtement. Un traitement de diffusion thermochimique comme la nitro-carburation avant le dépôt d'un revêtement dur peut former une structure graduée de la surface au substrat et fournit une sous-surface solide et de soutien pour un revêtement dur(Epler2012). On observe également qu'une telle structure graduée peut déplacer le mécanisme de défaillance .Ainsi, le traitement de surface duplex impliquant la nitro-carburation et le dépôt thermoréactif peut

conserver les effets bénéfiques des deux traitements et en élimine les inconvénients en formant une structure graduée de la surface à la base.

Parallèlement à toutes ces applications, les FGM sont également utilisées dans les actionneurs piézoélectriques, les systèmes de protection thermique fonctionnellement gradués pour les plans hypersoniques et supersoniques et les systèmes de plancher chauffant fonctionnellement gradué (Takeuch et al2003).

### **I.2.6 Développements récents et défis des FGM**

Dans le cas de la plupart des FGM, une propriété du matériau varie dans le sens de l'épaisseur (Hao et Wei 2016). Cependant, les applications modernes peuvent exiger des matériaux FG dans lesquels les propriétés du matériau à la fois dans l'épaisseur et dans les directions axiales(Simesk2015). Récemment, un matériau à gradient dont les propriétés varient dans les deux directions également a été développé et étudié de manière approfondie (Qian2005). Ces matériaux intelligents sont connus sous le nom de matériaux à gradient fonctionnel bidirectionnel (BDFGM). La technique FA basée sur le dépôt de métal par laser est plus appropriée pour produire de tels BDFGM (Popoola et al 2016).

Bien que des progrès technologiques substantiels ont été réalisés dans le domaine des FGM, peu de problèmes critiques doivent encore être résolus. Une base de données appropriée des FGM en termes de paramètres et de tests n'est toujours pas disponible. Les méthodes de test et de mesure conventionnelles peuvent ne pas convenir pour évaluer les performances des FGM modernes, de sorte que le développement de méthodes de test avancées est nécessaire (Udupa et al 2014). La plupart des techniques de traitement des FGM étant très coûteuses, une technique de traitement à faible coût qui peut produire en masse des FGM de grande taille et de forme complexe reste un défi. Le choix du matériau approprié adapté à l'application prévue est le défi immédiat et direct du développement technologique futur dans le domaine de la recherche sur les FGM.

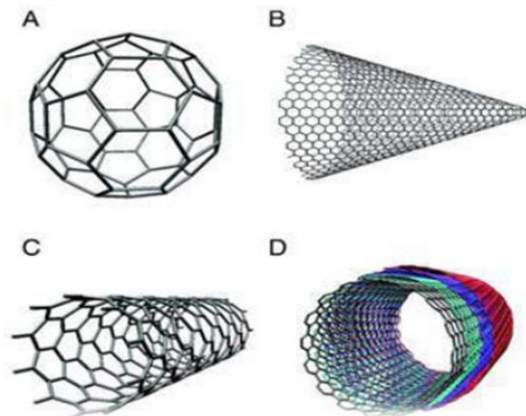
## **I.3 Les nanotubes de carbone NTC :**

### **I.3.1. Histoire des nanotubes de carbone :**

Depuis leur découverte en 1991 par Iijima, des nanotubes de carbone ont été étudiés par de nombreux chercheurs partout dans le monde. Leur grande longueur (jusqu'à plusieurs microns) et un petit diamètre (quelques nanomètres) donnent un grand rapport d'élanement. Ils peuvent être considérés comme la forme presque unique de fullerènes. Par conséquent, ces matériaux devraient posséder d'autres propriétés électroniques,

mécaniques et moléculaires intéressantes. Surtout au début, toutes les études théoriques sur les nanotubes de carbone ont porté sur l'influence de la structure presque unidimensionnelle sur les propriétés moléculaires et électroniques.

Les fullerènes sont des molécules entièrement composées de carbone sous la forme d'une sphère creuse, d'un ellipsoïde ou d'un tube. Le C<sub>60</sub> sphérique (Figure I.12.a) est composé de 60 atomes de carbone disposés dans une série d'hexagones et de pentagones entrelacés (icosaèdre tronqué); Cependant, des configurations de Fullerène moins sphériques, telles que C<sub>20</sub>, C<sub>36</sub>, C<sub>70</sub> et C<sub>78</sub>, ont également été décrites. Les CNH sont des gaines en forme de cornes composées de feuilles de graphène à paroi unique, de 2 à 3 nm de diamètre, qui se regroupent en agrégats d'un diamètre d'environ 80 nm. Les CNH individuels sont des structures en carbone graphite de forme conique, avec leurs pointes par des anneaux à cinq chaînons (Figure I.12.b). Les NTC ont des diamètres relativement bien définis avec des longueurs contrôlables, tandis que les CNH augmentent de diamètre à mesure que leur longueur augmente, car, à mesure que la longueur augmente, la base de l'anocone augmente.



**Figure I.12 :** molécules de fullerène.

### I.3.2. Morphologie NTC :

Les NTC appartiennent à la famille Fullerène d'allotropes carbone. Ce sont des molécules cylindriques constituées d'un arrangement hexagonal de sp<sup>2</sup> atomes de carbone hybridé. Ils sont décrits comme des cylindres creux formés par laminage de couches simples ou multiples de feuilles de graphène dans des bouteilles sans soudure. Ces structures cylindriques ont deux formes (SWNT) et des nanotubes de carbone à paroi multiple (MWNT). Les SWNT sont composés d'une seule couche de graphène

cylindrique coiffée aux deux extrémités dans une disposition hémisphérique des réseaux de carbone. La fermeture du cylindre résulte de l'inclusion de structures CC pentagonales et heptagonales pendant le processus de croissance. Les MWNT comprennent plusieurs à des dizaines de cylindres concentriques de coquilles graphitiques, chacun formant un SWNT. Les MWNT ont généralement un diamètre extérieur plus grand (2.5-100 nm) que les SWNT (0,6-2,4 nm) et se composent d'un nombre variable de couches SWNT concentriques, avec une séparation inter-couches d'environ 0,3 nm. Les SWNT ont un diamètre mieux défini, tandis que les MWNT sont plus susceptibles d'avoir des défauts de structure, ce qui entraîne une nanostructure moins stable (Dresselhaus et al 2004).

### **I.3.3 Structure nanotube de carbone :**

De nombreuses structures exotiques de fullerènes existent : des sphères régulières, des cônes, des tubes et des formes aussi compliquées et étranges. Ici, nous décrivons certaines des structures les plus importantes et les plus connues.

Les nanotubes (SWNT) peuvent être considérés comme des feuilles de graphène à longue enveloppe. Comme indiqué précédemment, les nanotubes ont généralement un rapport longueur / diamètre d'environ 1000 afin qu'ils puissent être considérés comme des structures à peu près unidimensionnelles.

Plus détaillé, un SWNT se compose de deux régions distinctes avec différentes propriétés physiques et chimiques. Le premier est le flanc du tube et le second est le capuchon d'extrémité du tube. La structure de capuchon d'extrémité est similaire ou dérivée à partir d'un plus petit fullerène, tel que C<sub>60</sub>. Ces atomes de carbone placés dans des hexagones et pentagones forment les structures de capuchon d'extrémité. On peut facilement dériver du théorème d'Euler que douze pentagones sont nécessaires pour obtenir une structure de cage fermée qui ne comporte que des pentagones et des hexagones. La combinaison d'un pentagone et de cinq hexagones environnants entraîne la courbure souhaitée de la surface pour entourer un volume.

Une deuxième règle est la règle du pentagone isolée qui stipule que la distance entre les pentagones sur la coque Fullerène est maximisée afin d'obtenir une courbure locale minimale et un stress superficiel, ce qui donne une structure plus stable. La structure stable la plus petite qui peut être faite de cette façon est C<sub>60</sub>. Une autre propriété est que tous les Fullerènes sont composés d'un nombre pair d'atomes de carbone car ajouter un hexagone à une structure existante signifie ajouter deux C-atoms. L'autre structure dont un

SWNT est composé est un cylindre. Il est généré lorsqu'une feuille de graphène d'une certaine taille est enveloppée dans une certaine direction. Comme le résultat est symétrique par cylindre, nous ne pouvons rouler que dans un ensemble discret de directions pour former un cylindre fermé.

Les nanotubes multi-murs (MWNT) peuvent être considérés comme une collection de SWNT concentriques à différents diamètres. La longueur et le diamètre de ces structures diffèrent beaucoup de ceux des SWNT et, bien sûr, leurs propriétés sont également très différentes.

#### I.3.4. Chiralité des nanotubes de carbone :

La chiralité d'un SWNT est obtenue à partir de son vecteur chiral  $C$ , défini par une paire d'entiers  $(n, m)$  obtenus à partir de l'agencement des hexagones de graphite par rapport à l'axe SWNT.

La configuration du fauteuil (Figure I.13.a) avec les vecteurs chiraux  $(n, n)$  se caractérise par la forme perpendiculaire de la chaise à l'axe du tube, alors que la conformation zigzag (Figure.I.13.b) est caractérisée par des vecteurs  $(n, 0)$  et a une forme en V perpendiculaire à l'axe du tube. La chiralité des SWNT détermine leur conductivité, permettant leur développement potentiel dans une grande variété de dispositifs de commutation électroniques basés sur SWNT.

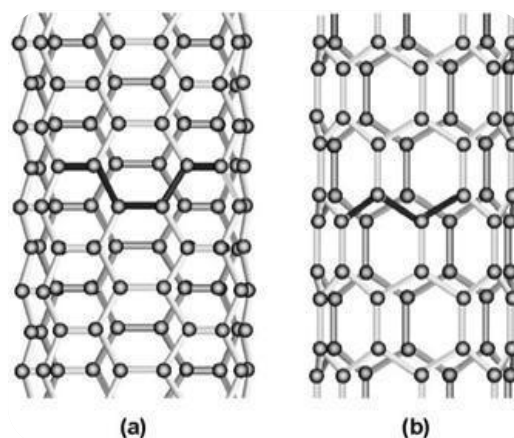


Figure I.13 : La chiralité du NTC

### **I.3.5 Synthèses des NTC :**

Les nanotubes de carbone sont généralement produits par trois techniques principales, la décharge d'arc, l'ablation par laser et le dépôt chimique en phase vapeur, bien que les scientifiques recherchent des moyens plus économiques pour produire ces structures. En décharge d'arc, une vapeur est créée par une décharge d'arc entre deux électrodes de carbone avec ou sans catalyseur. Les nanotubes s'auto-assemblent à partir de la vapeur de carbone résultante. Dans la technique d'ablation par laser, un faisceau laser à haute puissance frappe un volume de gaz contenant du carbone contenant des gaz d'alimentation (méthane ou monoxyde de carbone). En ce moment, l'ablation au laser produit un petit nombre de nanotubes propres, alors que les procédés de décharge d'arc produisent généralement de grandes quantités de matière impure. En général, le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) entraîne des MWNT ou des SWNT de mauvaise qualité (Anazawa et al. 2002).

### **I.3.6 Propriétés des NTC :**

Les propriétés électroniques, moléculaires et structurelles des nanotubes de carbone sont déterminées dans une large mesure par leur structure presque unique. Les propriétés les plus importantes des NTC et leur origine moléculaire sont indiquées ci-dessous.

#### **I.3.6.1. Réactivité chimique :**

La réactivité chimique d'un NTC est, comparée à une feuille de graphène, améliorée en conséquence directe de la courbure de la surface NTC. La réactivité des nanotubes de carbone est directement liée à l'incompatibilité orbitaire par pi-orbital provoquée par une courbure accrue. Par conséquent, une distinction doit être faite entre le flanc et les extrémités d'un nanotube. Pour la même raison, un diamètre de nanotubes plus petit entraîne une réactivité accrue. La modification chimique covalente des parois latérales ou des extrémités s'est révélée possible. Par exemple, la solubilité des NTC dans différents solvants peut être contrôlée de cette façon. Cependant, l'étude directe des modifications chimiques sur le comportement des nanotubes est difficile car les échantillons de nanotubes bruts ne sont pas encore assez purs.



### **I.3.6.2. Conductivité électrique :**

Selon leur vecteur chiral, les nanotubes de carbone à petit diamètre sont semi-conducteurs ou métalliques. Les différences dans les propriétés conductrices sont causées par la structure moléculaire qui aboutit à une structure de bande différente et donc à un écart de bande différent. Les différences de conductivité peuvent facilement être obtenues à partir des propriétés de la feuille de graphène. Il a été montré que  $(n, m)$  nanotube) est métallique en tant que compte que :  $n = m$  ou  $(nm) = 3i$ , où  $i$  est un entier et  $n$  et  $m$  définissent le nanotube. La résistance à la conduction est déterminée par des aspects de la mécanique quantique et a été prouvé être indépendant de la longueur du nanotube.

### **I.3.6.3 Activité optique :**

Les études théoriques ont révélé que l'activité optique de nanotube chiral disparaît si les nanotubes deviennent plus grands. Il est donc prévu que d'autres propriétés physiques sont influencées par ces paramètres aussi. L'utilisation de l'activité optique peut entraîner des dispositifs optiques dans lesquels les NTCs jouent un rôle important.

### **I.3.6.4 Force mécanique :**

Les nanotubes de carbone ont un très grand module d'Young dans leur direction axiale. Le nanotube dans son ensemble est très flexible en raison de son grand rapport d'élanement. Par conséquent, ces composés sont potentiellement appropriés pour des applications dans des matériaux composites qui nécessitent des propriétés anisotropes.

### **I.3.7 Limitations des NTC :**

- manque de solubilité dans la plupart des solvants compatibles avec le milieu biologique (base aqueuse).
- la production de lots structurellement et chimiquement reproductibles de nanotubes de carbone ayant des caractéristiques identiques.
- La difficulté à maintenir une qualité élevée et impuretés minimales (Hirlekar et al 2009).

## **I.4 FGM renforcé par les nanotubes de carbone (FG-CNTRC) :**

### **I.4.1 Définition :**

Les matrices métalliques ou en céramique renforcées CNT renforcées fonctionnellement offrent des améliorations dans les propriétés thermomécaniques

telles que : la légèreté, la stabilité dimensionnelle, les propriétés de barrière ignifuge et résistance à la chaleur. Par rapport aux métaux, les composites FGM renforcés par les CNT présentent des rapports de résistance à la densité plus élevés, des rapports de rigidité à la densité plus élevée, une meilleure résistance à la fatigue, une plus grande résistance à l'usure et des propriétés de résistance à des températures élevées.

#### **I.4.2 Applications des FGM renforcées par les NTC :**

La technologie FGM offre un grand potentiel pour créer la révolution technologique de la prochaine génération, en particulier dans le domaine de la biotechnologie et de la nanotechnologie. Les matrices métalliques renforcées de NTC sont classiquement utilisées dans les outils de coupe, l'usinage de matériaux résistant à l'usure, les mines et le forage géothermique en raison de leur combinaison unique de dureté, de ténacité et de résistance à la chaleur. Les matériaux composites renforcés fonctionnellement de NTC ont la capacité de générer de nouvelles fonctionnalités et d'exécuter de nouvelles fonctions plus efficaces que les plus grandes structures et machines. En raison de la variation fonctionnelle de leurs compositions et de leurs propriétés physiques / chimiques (par exemple, stabilité, dureté, conductivité, réactivité, sensibilité optique, point de fusion, etc.), ils peuvent être manipulés pour améliorer les propriétés globales des matériaux classiques. Certaines des applications actuelles et futuristes des FGM sont répertoriées comme suit :

##### **✓ Commercial et industriel**

Certaines des applications dans le domaine commercial et industriel sont : les récipients sous pression, les réservoirs de carburant, les inserts d'outils de coupe, les cas d'ordinateur portable, les pales de turbines éoliennes, les bouteilles d'air de lutte contre l'incendie, les tubes cryogéniques à scanner IRM, les cadres de lunettes, les instruments de musique, l'arbre du moteur de forage, les rayons X Tables, casques.

##### **✓ Automobiles**

Dans le domaine de l'automobile, les applications comprennent : les chambres de combustion (SiC-SiC), les garnitures de cylindre moteur (Al-SiC), les pistons moteurs diesel (SiCw / Al-alliage), les ressorts à lames (Eglass / époxy), les arbres d'entraînement (Al-C), Volants (Al-SiC), freins de voiture de course, amortisseurs (SiCp / Al-alliage).

**✓ Équipement et structure aérospatiale**

Les FGM sont très utiles dans l'aéronautique spécialement pour la buse de fusée (fibres TiAl- SiC), les panneaux d'échange de chaleur, la structure de treillis spatial, les réflecteurs, les panneaux solaires, le boîtier de caméra, les roues de turbine (fonctionnement supérieur à 40 000 tr / min), les capuchons de nez et le bord d'attaque des missiles et Navette spatiale, etc.

**✓ Sous-marine**

Certaines des applications des FGM pour sous-marine impliquent : arbre de propulsion (carbone et fibres de verre), coque de pression cylindrique (graphite / époxy), domes sonar (verre / époxy), système de tuyauterie composite, bouteilles de plongée (Al-SiC).

**✓ Biotechnologie**

Les bio-composites en gel polyvinylique renforcé à base de nano hydroxyapatite à gradient fonctionnel (Nano HA / PVA) peuvent être préparés par une méthode de coulée couche par couche combinant avec la technologie des cycles de congélation / décongélation. Nano HA / PVA gel bio composites ont été un matériau de réparation de cartilage articulaire artificiel prometteur et excellent. Par rapport aux matériaux à base d'hydrogel tels que ; L'alcool polyvinylique (PVA), l'acide poly lactique et le chitosane, les bio composites nano HA / PVA possèdent une bio activité et des propriétés mécaniques supérieures en raison de l'existence de nano HA dans les composites. Les applications potentielles des FGM sont à la fois diverses et nombreuses. D'autres applications des CNT dans FGM ayant des applications récentes sont les suivantes :

- Les actionneurs piézoélectriques à fonctionnellement gradués renforcés par la CNT.
- Revêtements de four et éléments de protection thermique en microélectronique.
- Les outils et les matrices à gradient fonctionnel renforcé par la CNT pour une meilleure gestion thermique, une meilleure résistance à l'usure, une réduction de la ferraille et une amélioration de la productivité des procédés.
- Les matériaux de phosphate de calcium à base de polymère renforcés par la CNT ont été renforcés pour le remplacement des os (Benedict).

## **I.5 Conclusion**

Les FGM fournissent un changement relatif en termes de propriétés des matériaux sur la distance et la direction. Ainsi, ils disposent d'une large gamme d'applications d'ingénierie qui devrait augmenter à mesure que le coût des processus de fabrication de ces matériaux sera réduit en améliorant les techniques de traitement.

Cette modeste recherche sur des nanotubes de carbone révèle une vue d'ensemble sur la structure, la morphologie, la synthèse et les méthodes de purification ainsi que leurs propriétés, leurs avantages et leurs applications.

---

**CHAPITRE II :**  
**RECHERCHES BIBLIOGRAPHIQUES SUR**  
**L'ANALYSE STATIQUE ET DYNAMIQUE DES**  
**FGM-CNTRC**

---



## **II. 1 INTRODUCTION:**

Ces derniers temps, les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) sont considérés comme la forme la plus supérieure de matériaux composites qui est développée dans les temps modernes. Ces nouveaux matériaux d'ingénierie avancés ainsi que leurs riches gradients de composition et de propriétés mécaniques sont supérieurs à tous les autres matériaux de superalliage conventionnels composés de composants similaires. Ces dernières années, les CNT sont également devenus des candidats prometteurs en raison de leurs incroyables caractéristiques thermiques, électriques, chimiques, de leur stabilité, de leur module d'élasticité vertueux ( $1 \sim \text{TPa}$ ), de leur rapport hauteur / largeur élevé (50-500), de leur résistance ( $\sim 100 \text{ GPa}$ ), rigidité et faible densité ( $\sim 1,2 \text{ g / cm}^3$  à  $\sim 1,8 \text{ g / cm}^3$ ). Le meilleur travail pionnier sur l'examen des progrès récents du matériau FGM-CNTRC a été réalisé par Liew et al. (2015). L'utilisation de la FGM-CNTRC dans le domaine de l'aérospatiale, de la marine et de la défense est en croissance constante (Giachini et al. 2020). Ce chapitre se concentre sur les recherches récentes, les défis et l'orientation future de la recherche sur les FGM-CNTRC.

## **II.2 Application du matériau FGM-CNTRC :**

Les propriétés physiques peuvent être personnalisées en fonction des besoins en faisant varier le mélange et la fraction volumique des CNT pour obtenir les propriétés de rigidité, de ténacité et de résilience requises (Lu 1997). Dans les applications à haute température comme les composants de moteurs à turbine à gaz (pales rotatives, stator et aubes), chambre de combustion de carburant d'aviation, etc. (Miyamoto et al.2013). Les applications FGM-CNTRC sont explorées plus avant dans la navette spatiale, les véhicules lancés réutilisables, etc. (Andrews et al.2002). Il a été également utilisé dans les secteurs de la défense tels que les avions de combat, les hélicoptères, les chars de défense, les armes et les armures en raison de sa légèreté, de sa résistance aux chocs élevée et de sa rentabilité. En raison de ses bonnes caractéristiques d'amortissement, ils sont davantage explorés comme matériau de support pour la surface avant des chars modernes et des artilleries militaires en tant que matériau dure afin qu'ils puissent absorber le choc de tout type d'impact. Récemment, leur utilisation a évolué dans les réacteurs nucléaires et comme chemises de four en raison de ses bonnes caractéristiques de résistance thermique (Miyamoto et al.2013).

### **II.3 Technique de fabrication le matériau FGM-CNTRC :**

La technique la plus courante de production de FGM-CNTRC à grande échelle est la métallurgie des poudres. Où la distribution de FG est considérée comme uniforme, mais pour obtenir la distribution des CNT le long du gradient d'épaisseur était un défi. Mais avec l'évolution et l'amélioration de la technologie de fabrication, ces vides ont été optimisés (Andrews et al.2002). Les techniques de vaporisation au laser et les techniques de dépôt électrochimique sont considérées comme les moyens les plus efficaces pour la fabrication de FGM-CNTRC avec moins de défauts dans les microstructures. Récemment, ceux-ci sont également fabriqués à l'aide de technologies d'impression 3D (Nekoda et al.2020).

### **II.4 Études de modélisation et des propriétés thermomécaniques du FGM-CNTRC :**

Des propriétés physiques équivalentes sont nécessaires pour effectuer tout type d'analyse sur le FGM-CNTRC. L'une des façons les plus efficaces d'y parvenir est de faire l'expérience. Mais les expériences sur les nanomatériaux composites sont des tâches très difficiles, même dans certaines situations sont impossibles à mener. Afin de l'exécuter plus facilement, des techniques analytiques ont été développées pour simuler les propriétés élastiques efficaces des matériaux du FGM-CNTRC. Il existe trois façons courantes se trouver par des moyens analytiques, ils sont les suivants: (1) techniques de simulation de moléculaire dynamique (MD), (2) modélisation de la mécanique continue (3) modélisation multi-échelles. La plupart des travaux sur ce sujet ont été inclus dans le travail de Liews (2020), ici l'auteur a donné quelques travaux publiés récemment sur les FGM-CNTRC pour le sujet ci-dessus.

#### **II.4.1 Techniques de simulation de moléculaire dynamique (MD) :**

C'est une technique de calcul pour déterminer le comportement dépendant du temps d'un système moléculaire et très couramment utilisée pour trouver la propriété de FGM-CNTRC. Récemment, en utilisant les techniques MD conventionnelles, les propriétés de FGM-CNTRC ont été vérifiées par Zhang et al. (2019). Ces recherches ont été effectuées sur le polymère et ont constaté que l'énergie d'interaction augmentait avec le nombre croissant de monomères et analysé le processus en faisant varier des facteurs tels que l'angle initiale entre les chaînes de polymère et les nano tubes. La température joue également un rôle essentiel lors de l'évaluation des propriétés des matériaux des FGM-CNTRC. De telles analyses ont été effectuées à l'aide de MD en faisant varier sa température et le diamètre du tube par Goel et al. (2020) et a conclu que les propriétés mécaniques diminuent souvent avec l'augmentation de la température, les analyses ont été effectuées sur les tubes à motif en zig-zag et les tubes du fauteuil. Cependant, l'analyse a également révélé que les propriétés du tube du fauteuil sont

indépendantes du diamètre du tube. Récemment, les fréquences naturelles de FGM-CNTRC obtenues à partir de MD et une méthode appelée théorie du gradient de déformation non locale ont été comparées et présentées par Ghorbani (2019). Alors que Kundalwal et al. (2020) a étudié les interactions entre le CNT et le matériau de la matrice par des techniques MD et a conclu que l'orientation des CNT joue un rôle important en ce qui concerne le partage de charge. Récemment, Cui et al (2020) ont étudié un tel comportement en utilisant la technique MD sur des nanotubes de carbone à paroi unique (SWNT) et des nanofils.

#### **II.4.2 Modélisation de la mécanique continue :**

C'est une manière conventionnelle de déterminer la propriété du matériau à l'aide d'une théorie comme la théorie des éléments de volume représentatif (RVE), l'élasticité du gradient supérieur non local et la mécanique d'endommagement. Pour les structures FGM-CNTRC, la règle de mélange (RM), le modèle de Mori-Tanaka (MT) et le modèle (RVE) sont les plus utilisés. Récemment, en utilisant la mécanique continue, Tornabene et al. (2019) a étudié les fréquences naturelles des CNT hybrides en plaque creuse, coque conique et géométrie cylindrique. En utilisant des éléments de volume cylindrique tridimensionnel, les propriétés physiques basées sur la mécanique continue ont été analysées par Roozpeikar et al. (2019) et les résultats expliquent qu'en augmentant la teneur en CNT de la matrice métallique, la rigidité de la structure augmente. Diverses études liées aux vibrations ont été examinées en utilisant la mécanique continue comme celle du CNTRC et les résultats sont comparés aux nanotubes de nitrure de bore (BNNT) (Abdollahi et Yas. 2020), En utilisant la méthode de Galerkin, l'effet des vibrations sur les supports annulaires du matériau FGM-CNTRC a été rapporté (Muzamal et Muhammad.2019), Des études similaires présentée sur les CNT à double paroi basée sur la théorie de la coquille de Donnell (Sehar et al.2020) et utilisant la plaque annulaire de FGM-CNTRC (Safarpour et al.2020).

#### **II.4.3 Modélisation multi-échelle :**

La plupart des techniques conventionnelles de recherche des propriétés du matériau sont assez précises lorsque le nombre de CNT est inférieur ou lorsque les complexités comme la tendance des CNT à s'agglomérer ou la faible énergie de liaison entre les CNT et la matrice métallique sont négligées. Pour prendre en compte tous les effets des interactions des CNT avec la matrice de liaison et pour calculer efficacement les propriétés du matériau, des approches de modélisation multi-échelles ont été largement utilisées. Hu et al. (2019) ont analysé les interactions des CNT avec la matrice en utilisant une approche de simulation multi-échelles.



## **II.5 Analyse statique et dynamique des FGM-CNTRC :**

Dan et Liang. (2018) ont étudié les fréquences naturelles de la plaque FGM-CNTRC à l'aide de la théorie des contraintes couplées et a conclu que les résultats sont plus élevés que ceux de la plaque classique (CPT). Type d'analyse similaire réalisé sur la plaque annulaire en utilisant des méthodes de convolution singulière discrète par Ömer et al. (2018). Récemment, Ebrahimi (2019) a réalisé une analyse des vibrations sur des plaques sandwich avec des matériaux poreux électro-magnéto-élastiques fonctionnellement gradués (MEE-FG) comme couche de facette et FG-CNTRC comme matériau de noyau. En utilisant des méthodes par éléments finis, l'investigation vibro-acoustique de la plaque FGM-CNTRC a été présentée par George et al. (2018). De même, Karami (2018) a étudié l'analyse vibratoire des plaques FG-CNTRC incluant les effets de la taille en utilisant la théorie de la déformation en cisaillement du second ordre (SSDT). Cependant, Shen et al. (2019) analysé des plaques triangulaires isocèles dans des conditions de température variables et présenté les effets de l'orientation des CNT le long de la direction de l'épaisseur. Tandis que Ansari et al.(2019) ont réalisé une étude paramétrique complète sur les plaques quadrilatérales FG-CNTRC en tenant compte du flambage thermique. L'analyse des vibrations libres des plaques quadrilatérales épaisses obliques renforcées par FGM-CNTRC a été présentée par Civalek (2019). Il a également examiné la caractéristique de flambement (Civalek 2020). En faisant varier l'épaisseur sur une fondation élastique, une analyse des vibrations des poutres mixtes FGM-CNTRC a été menée par Mohseni et al (2019), il a conclu que la distribution des CNT peut influencer sur la capacité de supporter des charges axiales. Gholami et Ansari (2019) ont exploré les caractéristiques de vibration des plaques annulaires FG-CNTRC dans des conditions de flambement et en ont étudié la variation paramétrique. En utilisant la formulation unifiée de Carrera, des analyses similaires ont été effectuées sur des plaques sandwich annulaires avec FG-CNTRC (Nesrin 2019). L'analyse statiques et vibrations d'une plaque sandwich viscoélastique avec des couches de facettes en CNT et âme homogène isotrope sur une fondation viscoélastique réalisée par Arani et al.(2019). Un travail similaire a été fait sur une plaque sandwich (Suiva et al.2019) pour effectuer l'analyse statiques et vibrations du FG-CNTRC en utilisant la théorie du zig-zag raffinée étendue. La méthode d'analyse isogéométrique (IGA) couplée à la HSDT a également été utilisée pour étudier l'analyse statique des plaques FG-CNTRC (Nguyen et al.2020). Plusieurs investigations sont également présentées sur diverses configurations géométriques et structurelles telles que poutre, coque conique, cylindrique, structure sandwich, etc. Zghal et al. (2018) ont analysé le comportement du flambage des plaques FG-CNTRC et des panneaux courbes, ont obtenu le résultat que la

charge critique augmente en raison du renforcement fonctionnellement gradué le long de la direction d'épaisseur. Emdadi et al (2019) ont effectué une analyse sur une plaque sandwich creuse composée avec couches de facettes CNTRC en utilisant MCST et avec FSDT. Tandis que. Arefi et al. (2019) ont présenté une analyse électro-élastique bidimensionnelle de récipients à pression cylindriques constitués de FG-CNTRC intégré à des plaques piézoélectriques et ont étudié les effets sur ses valeurs propres. Cependant, Mellouli et al.(2020) ont également effectué une analyse similaire sur des structures de coque constituées de FGM-CNTRC en utilisant la méthode d'interpolation de point radial sans maillage (RPIM) et ont conclu des observations similaires à celles de Ghorbanpour et al (2019). En utilisant l'élément de coque solide à déformation supposée améliorée (EAS) basée sur le concept HSDT, l'analyse statique a été menée par Hajlaoui et al.(2020) basé sur HSDT modifié a été menée par Mohammad (2019). Cependant, Hussain et al. (2019) ont étudié une analyse des vibrations du zig-zag rotatif et du chiral constitué de structure FGM-CNTRC avec supports annulaires. Les résultats ont révélé que le rapport longueur / diamètre du CNT et la vitesse angulaire avaient un effet sur les caractéristiques de fréquence. Zghal et al. (2018) ont réalisé le comportement vibratoire libre des structures de coque constituées de FG-CNTRC. Long et Van. (2019) ont réalisé des comportements de flambement de plaques sandwich constituées de composites renforcés de nanotubes de carbone à paroi unique (SWCNTRC) et ont constaté que les CNT ajoutent des capacités au matériau telles que la résistance au flambage thermique et la capacité de charge. Basé sur la théorie modifiée de la coquille de Love, Hussain et Muhammad.(2019) ont étudié les caractéristiques de vibration des FG-SWCNT et ont obtenu les résultats en utilisant la méthode de Galerkin et y a effectué une variation paramétrique. Chakraborty et al. (2019) ont illustré l'analyse de stabilité des panneaux cylindriques CNTRC et étudié les effets de la fraction volumique de CNT et de la répartition de la charge sur ceux-ci. Tandis que Sankar et al (2018) ont réalisé une analyse vibratoire sur des coques sandwich à double courbure constituées de plaques de face CNTRC soumises à des conditions de chargement périodiques. Récemment, Maji et al. (2020) ont également examiné l'analyse similaire sur la coquille conique de FGM-CNTRC sous l'effet de Divers travaux d'analyse dynamique et non linéaire des vibrations sur les FGM-CNTRC ont été publiés récemment. Le comportement dynamique des plaques sandwich avec couche de facette composée de FGM-CNTRC dans des conditions de charges thermomécaniques a été présenté (Safaei et al.2019). Mallek et al. (2020) ont étudié les caractéristiques dynamiques des plaques et des structures de coque composées de FG-CNT avec des couches piézoélectriques liées en surface et ont évalué la variation paramétrique. Zghal et al. (2019) exploré l'analyse des vibrations forcées

des plaques FG-CNTRC et étudié l'effet de divers paramètres sur elle. Sous charges stochastiques latérales, Rostami et al. (2020) ont analysé l'analyse dynamique et de bifurcation d'une plaque sandwich composée de FGM dans l'âme et de FG-CNTRC en tant que couches de facette sur la face supérieure et inférieure. Frikha et al. (2018) effectué l'étude dynamique de FG-CNTRC via une analyse de vibration forcée et examiné l'analyse transitoire sur elle. Chan et al. (2019) effectué une analyse des vibrations non linéaires de coquilles coniques tronquées composées de FG-CNTRC basé sur le CPT et analysé l'effet de l'agglomération des CNT. Fallah et al. 2019 ont effectué une analyse dynamique non linéaire transitoire de nanofaisceaux de FGM-CNTRC sous le chargement impulsionnel. Foroutan et al. (2019) ont proposé une approche analytique pour la vibration non linéaire des panneaux cylindriques de FGM-CNTRC. Yang (2020) a étudié les caractéristiques non linéaires et la flexion des poutres constituées de CNTRC. En utilisant des méthodes d'éléments finis, une réponse non linéaire et d'impact d'une nano plaque de fibre FG-CNTRC sur des fondations élastiques a été étudiée dans des conditions d'humidité variables (Ebrahimi2018). En utilisant les méthodes énergétiques FSDT et Ritz, les réponses dynamiques des plaques hybrides constituées de couches CNTR-FG et de couches FRC ont également été étudiées par Zeng et al.(2018). Das et al. (2019) et Dey et al. (2015) ont réalisé les caractéristiques de vibration libre de coquilles coniques pré-torsadées fonctionnellement calibrées. Alors que Rout et Karmakar. (2019) ont étendu les travaux sur la structure des FGM-CNT. Singha et al. (2019) ont élargi encore les travaux sur les coques coniques sandwich avec des couches de facettes FGM. Les études d'impact sur les FGM-CNTRC sont très rares en littérature ouverte. Peu de travaux liés aux caractéristiques d'impact ont été présentées par Das et al. (2020) sur les coques coniques FGM. Alors que Jam et al. (2015), Ebrahimi et al. (2017) et Rout et al. (2018) ont effectué le travail analytique sur la réponse aux chocs des plaques composites renforcées de NTC.

## **II.6 Conclusion et ses perspectives futures :**

Bien qu'il s'agisse d'un nouveau matériau de classe, le potentiel FGM-CNTRC n'est pas pleinement utilisé pour plusieurs raisons. Le principal défi réside dans la fabrication de FGM-CNTRC pour la masse production, car la réalisation de ce type de matériau renforcé dans une répartition parfaite en deux phases est une tâche difficile. Avec l'aide d'un processus de mélange mécanique, on peut obtenir une bonne précision de distribution mais il y a de fortes probabilités de former des agglomérats et à la fin cela formera des grappes de CNT, inégalement répartis dans la matrice de deuxième phase. Bien que l'interaction entre la matrice et les CNT soit une autre préoccupation majeure qui nécessite une attention

particulière. Un autre obstacle qui doit être surmonté est d'aligner les CNT dans la matrice (Norouzi et al2019). Des études approfondies sont nécessaires compte tenu de la distribution inégale des CNT dans la matrice, car leurs propriétés matérielles changent avec les changements des fréquences naturelles du composant structurel. Par conséquent, des recherches supplémentaires sont nécessaires pour comprendre correctement le comportement statique. D'après la grande littérature ouverte, l'auteur a trouvé que très peu de travaux avaient été effectués sur l'analyse d'impact. Désormais, l'analyse dynamique doit être approfondie afin d'atténuer les conditions d'exploitation dangereuses. De plus, très peu de travaux sur les structures de coque renforcées du FGM-CNTRC ont été effectués. Ces caractéristiques de vibration de coque raidie se comportent différemment de celles des structures de coque non raidie conventionnelles. Par conséquent, une concentration appropriée est nécessaire dans ce domaine. Étant donné que l'application de la FGM-CNTRC se situe dans des zones où la légèreté et les conditions de contrainte complexes se présentent désormais, leur analyse de défaillance statique et dynamique doit être approfondie dans un proche avenir pour rendre ce type de structure sûr et réaliste pendant les conditions de fonctionnement.

---

## **Chapitre III : Généralité sur Les théories des plaques**

---



### III.1. Introduction :

Une plaque est un solide bidimensionnel, défini par une surface plane (plan  $x, y$ ) et par une petite épaisseur notée ( $h$ ) par rapport aux autres dimensions (longueur, largeur), elle peut être constituée d'un matériau homogène ou peut être obtenue empilement des différentes couches de matériaux orthotropes. Les plaques peuvent être classées en trois catégories :

✓ **Les plaques isotropes:**

elles sont constituées d'un matériau isotrope (acier, béton) et leur section transversale est homogène. Elles sont définies par deux paramètres élastiques (respectivement le module d'élasticité et le coefficient de Poisson). On les retrouve dans les constructions civiles courantes (bâtiments, ouvrages d'art,...).

✓ **Les plaques orthotropes:**

Leurs propriétés élastiques sont différentes dans deux directions perpendiculaires. L'orthotropie peut être naturelle (bois) ou techniques (dalles rédies). Le comportement de ces dalles est défini par quatre paramètres élastiques et on les retrouve dans les constructions navales, aéronavales, réservoirs de l'industrie chimique, des bâtiments et d'ouvrages d'art (Batoz, 1990).

✓ **Les plaques anisotropes:**

leurs propriétés élastiques sont différentes dans toutes les directions. Neuf paramètres élastiques sont suffisants pour les devenir. Elles sont souvent constituées de matériaux composites et sont surtout utilisées dans l'industrie aéronavale.

Les plaques sont des structures très utilisées dans l'industrie sous-marine, aérospatial, le génie civil et dans des constructions courantes (ponts, toits de bâtiments,...), dans le domaine de l'énergie, et dans la conception industrielle (turbines, pièces de mécanique, carrosserie de voiture,...), et même dans le monde du vivant (artères, bronches,...), etc. Tous ces domaines sont stratégiques et économiquement très importants. C'est pour cette raison que les plaques ont fait l'objet de très grand nombre de travaux depuis plus d'un siècle. Afin de résoudre les problèmes des structures ayant comme éléments structuraux des poutres et des plaques FGM dans le domaine élastique, il est nécessaire de choisir la bonne théorie décrivant correctement le comportement statique et dynamique de la structure ainsi que la méthode de résolution à appliquer.

Nous présentons dans ce chapitre quelques modèles sur les théories des plaques développées dans la littérature pour améliorer l'évolution de la variation du champ des déplacements à travers l'épaisseur des plaques.

### III.2 Lois régissant la variation des propriétés matérielles des plaques FGM

Les matériaux fonctionnellement gradués « FGM » consistent en l'association de deux ou plusieurs matériaux aux propriétés structurales et fonctionnelles différentes avec une transition idéalement continue de la composition, de la structure et de la distribution des porosités entre ces matériaux de manière à optimiser les performances de la structure qu'ils constituent.

Les caractéristiques les plus distinctes des matériaux FGM sont leurs microstructures non-uniformes avec des macro-propriétés graduées dans l'espace. Un des paramètres clé à déterminer lors de la fabrication de ces matériaux est la composition multiphase à travers l'épaisseur. La dépendance des propriétés de la position se traduit par la prise en compte de la loi des mélanges correspondant au modèle de Voigt (Shen 2009).

$$P = \sum_{i=1}^n P_i V_i \quad \text{III - 1}$$

Avec :  $P_i$  et  $V_i$  sont respectivement la propriété mécanique et la fraction volumique du constituant  $i$ , avec :

$$\sum_{i=1}^n V_i = 1 \quad \text{III - 2}$$

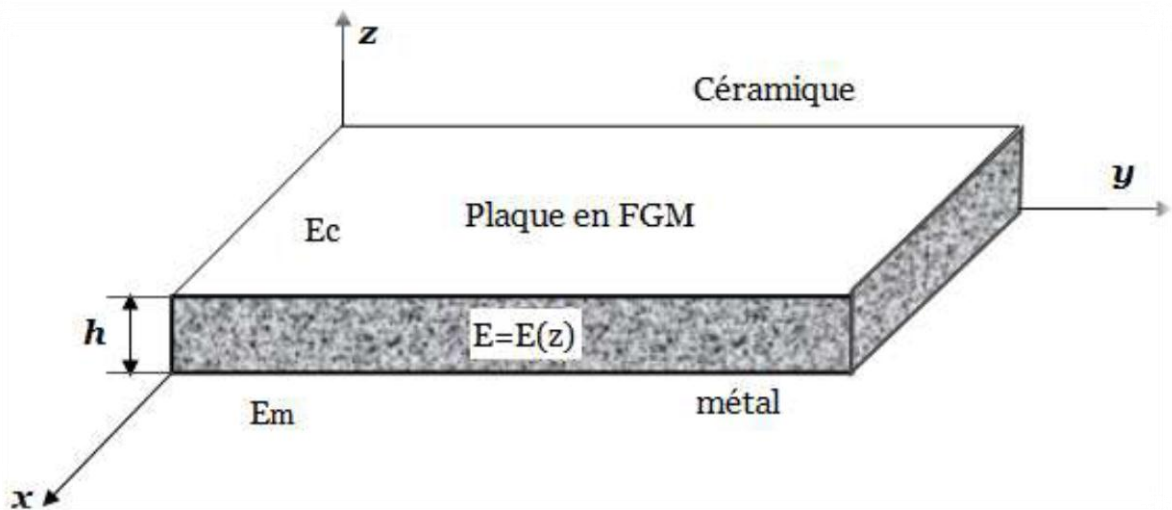
Dans la pratique, la plupart des structures FGM sont à deux constituants : de la céramique et du métal inoxydable en général. Dans ce cas, la loi de Voigt se réduit à :

$$P = P_1 V_1 + P_2 V_2 \quad \text{III - 3}$$

Avec :

$$V_1 + V_2 = 1 \quad \text{III - 4}$$

Un FGM peut être définie par la variation des fractions de volume. La plupart des chercheurs emploient la fonction de puissance, la fonction exponentielle, ou la fonction sigmoïde pour décrire les fractions de volume. Les liaisons entre les particules doivent être assez dures à l'intérieur pour résister à la rupture, et également assez dures à l'extérieur pour empêcher l'usure.



**Figure III.1** : Géométrie d'une plaque FGM

Les coordonnées  $x$  et  $y$  définissent le plan de la plaque, tandis que l'axe  $z$  est perpendiculaire à la surface moyenne de la plaque et dans la direction de l'épaisseur. Les propriétés du matériau dont le module de Young et le coefficient de Poisson sur les faces supérieures et inférieures sont différentes. Ils varient de façon continue, suivant l'épaisseur (l'axe  $z$ ) soit :

$$E = E(z) \text{ et } \nu = \nu(z)$$

Jin et Batra (1996) indiquent que l'effet du coefficient de poisson sur les déformations est négligeable comparativement à celui du module de Young. Par conséquent, le coefficient de Poisson peut être supposé comme constant. Cependant, Le module de Young dans la direction de l'épaisseur de la plaque FGM varie en fonction de la loi de puissance (P-FGM), la fonction exponentielle (E-FGM) ou avec la fonction sigmoïde (S-FGM).

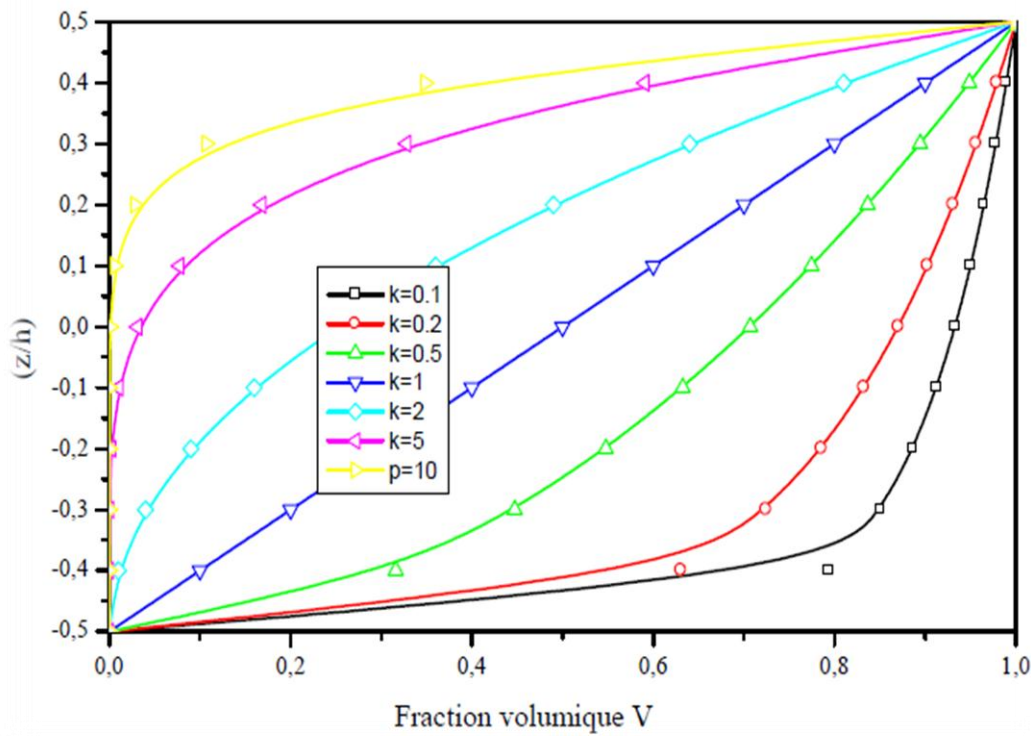
### III.2.1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM :

La fraction volumique de la classe P-FGM obéit à une fonction en loi de puissance comme suit :

$$\nu(z) = \left( \frac{z + h/2}{h} \right)^k \quad \text{III - 5}$$

Où  $k$  est un paramètre matériels et  $h$  est l'épaisseur de la plaque. Une fois la fraction volumique locale  $\nu(z)$  a été définie, les propriétés matérielles d'une plaque P-FGM peuvent être déterminées par la loi des mélanges (Bao et Wang 1995):





**Figure III.2:** Variation de la fraction volumique dans une plaque P-FGM

$$E(z) = E_m + (E_c - E_m)v(z) \quad \text{III - 6}$$

Où  $E_m$  et  $E_c$  sont respectivement les modules de Young de la surface inférieure ( $z = -h/2$ ) et de la surface supérieure ( $z = h/2$ ) de la plaque FGM. La variation du module de Young dans la direction d'épaisseur de la plaque P-FGM est représentée sur la figure I.9. Il apparaît clairement que la fraction volumique change rapidement près de surface inférieure pour  $k < 1$ , et augmenté rapidement près de la surface supérieure pour  $k > 1$ .

### III.2.2 Propriétés matérielles de la plaque S-FGM

Chung et chi (2003) ont défini la fraction de volume de la plaque FGM en utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définis par :

$$v_1(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{h}{2} + z}{\frac{h}{2}} \right)^k \quad \text{pour } -\frac{h}{2} \leq z \leq 0 \quad \text{III - 7a}$$

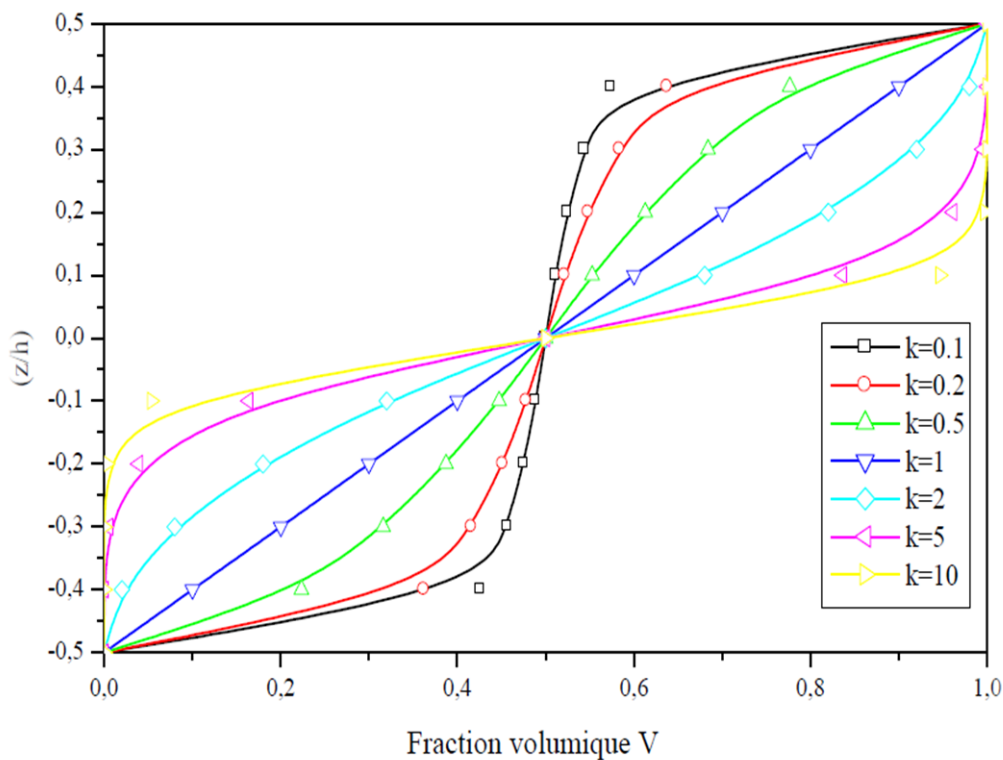
$$v_2(z) = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{h}{2} - z}{\frac{h}{2}} \right)^k \quad \text{pour } 0 \leq z \leq \frac{h}{2} \quad \text{III - 7b}$$

En utilisant la loi des mélanges, le module de Young de la plaque S-FGM peut être calculé par :

$$E(z) = v_1(z) E_1 + [1 - v_1(z)] E_2 \quad \text{pour } -\frac{h}{2} \leq z \leq 0 \quad \text{III - 8a}$$

$$E(z) = v_2(z) E_1 + [1 - v_2(z)] E_2 \quad \text{pour } 0 \leq z \leq \frac{h}{2} \quad \text{III - 8b}$$

La figure III.3 montre que la variation de la fraction volumique définie par les équations (III-7a) et (III-7b) représente les distributions sigmoïdes, et cette plaque FGM est appelée (Plaque S-FGM).



**Figure III.3 :** Variation de la fraction volumique dans une plaque S-FGM

### III.2.3 Les propriétés matérielles de la plaque E-FGM :

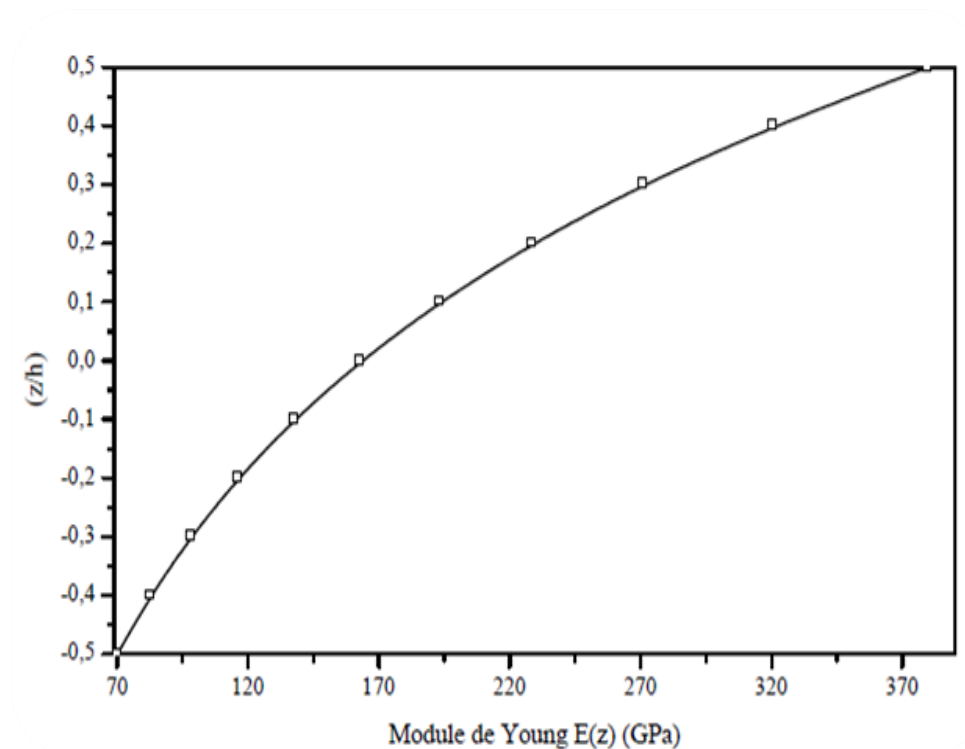
Pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la plupart des chercheurs utilisent la fonction exponentielle qui s'écrit sous la forme (Delale et Erdogan 1983).

$$E(z) = E_2 e^{B(z+\frac{h}{2})} \quad \text{III - 9a}$$

Avec :

$$B = \frac{1}{h} \ln \left( \frac{E_1}{E_2} \right) \quad \text{III - 9b}$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la plaque E-FGM est représentée sur la figure II.4.



**Figure III.4 :** Variation de la fraction volumique dans une plaque E-FGM

### III.3. Les théories des plaques FGM :

#### III.3.1. La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (CPT) :

Ce modèle est basé sur une distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur (Reissner 1961). L'hypothèse adoptée est celle de Kirchhoff 1950 des contraintes planes, les déformations dues aux cisaillements transverses sont négligées. La normale à la surface moyenne de la plaque reste perpendiculaire et droite à celle-ci après déformation (Figure III.5) ce qui revient à négliger les effets de déformation en cisaillement transverse.

Plusieurs chercheurs ont utilisé cette théorie telle que Yanga et Shen (2003), Ghannadpour et Alinia (2009), Chakraverty et Pradhan (2014), Chakraverty et Pradhan (2014), Ruan et Wang (2014), Loy et al. (1999), Du et al. (2014), Ebrahimi et Najafizadeh (2014).

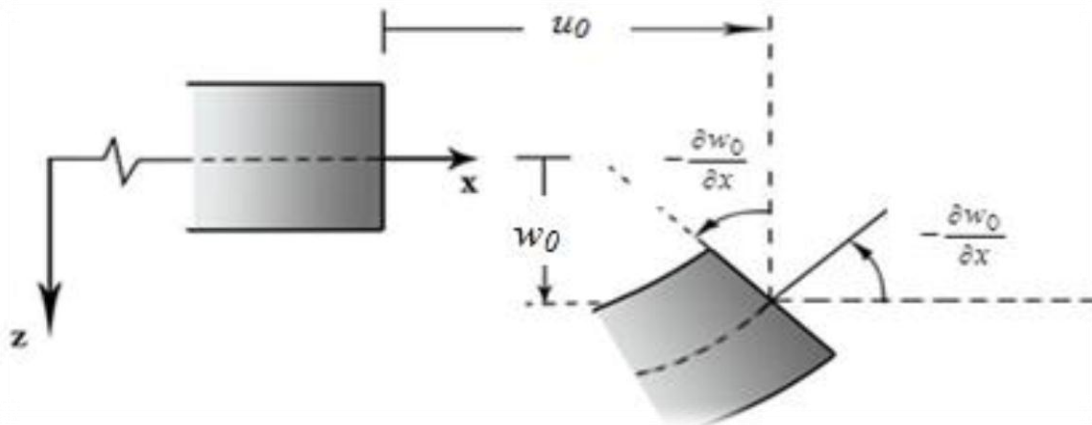
En se basant sur les hypothèses ci-dessus, le champ de déplacement est donné par :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}, \quad (\text{III. 10a})$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}, \quad (\text{III. 10b})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y), \quad (\text{III. 10c})$$

Avec  $(u_0, v_0, w_0)$  sont les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque ( $z = 0$ ).



**Figure III.5 :** Illustration de la plaque de Love Kirchhoff

#### III.3.2 La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) :

Puisque la CPT donne des résultats non précis pour les plaques épaisses, la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre a prolongée la théorie classique des plaques en

tenant compte l'effet de cisaillement transverse. Dans ce cas les contraintes et les déformations sont uniformes et constantes à travers l'épaisseur de la plaque, ce qui nécessite l'introduction d'un facteur de correction de cisaillement. Les études sur la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) peuvent être trouvées dans les références (Reissner 1945; Mindlin 1951). La FSDT est utilisée par plusieurs chercheurs Reddy (1998), Della Croce et Venini (2004), Memar Ardestani et al. (2014), Bouazza et al. (2010), Valizadeh et al. (2013).

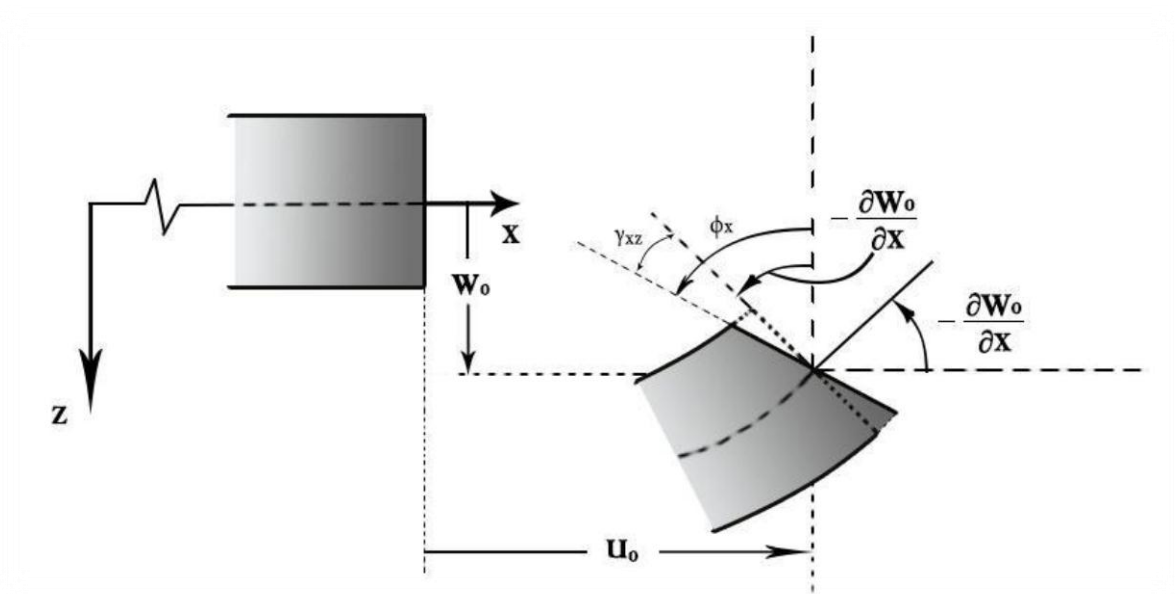
La théorie du premier ordre est basée sur le champ de déplacement suivant :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \phi_x(x, y), \quad (\text{III.11a})$$

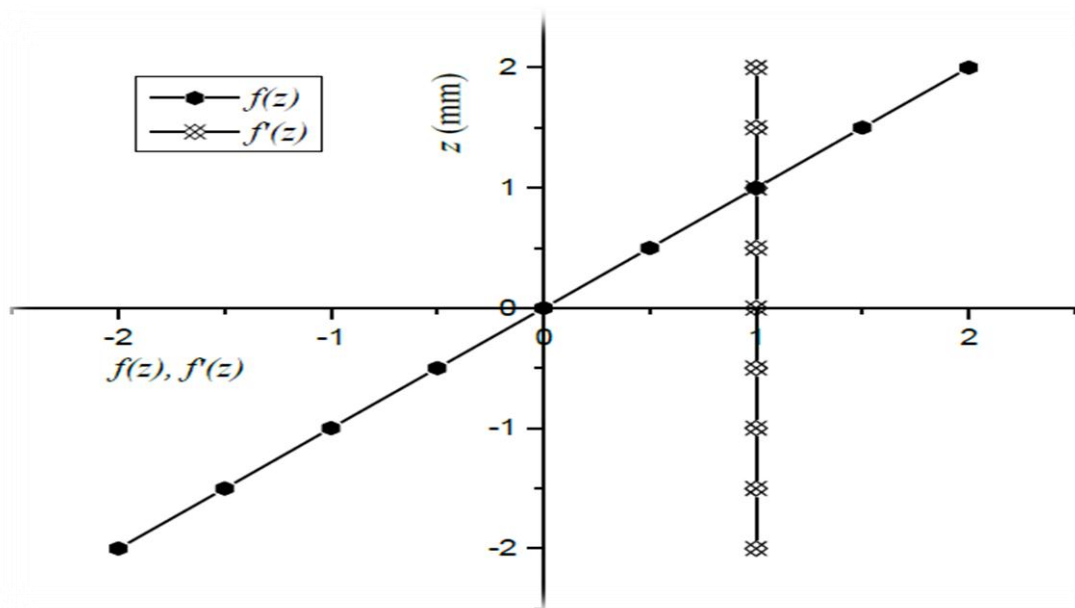
$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \phi_y(x, y), \quad (\text{III.11b})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y), \quad (\text{III.11c})$$

Avec :  $(u_0, v_0, w_0)$  et  $(\phi_x, \phi_y)$  sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes  $y$  et  $x$ , respectivement.



**Figure III.6 :** Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin



**Figure III.7:** Variation de la fonction de gauchissement  $f(z) = z$  et  $f'(z)$  suivant l'épaisseur

### III.3.3. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT) :

À la différence de la théorie classique des plaques (CPT) qui se base sur la distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur et la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT) qui introduit le cisaillement transversal d'une façon uniforme à travers l'épaisseur, La théorie d'ordre élevé (HSDT) est basée sur une distribution non linéaire des champs à travers l'épaisseur. Par conséquent, on tient compte des effets de la déformation transversale de cisaillement et / ou de la déformation normale transversale. Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction. Les références sur de tels modèles peuvent être trouvées dans (Hildebrand et al., 1949; Naghdi, 1957; Reissner, 1975; Reddy, 1984; Soldatos 1992 ; Kant et Swaminathan, 2002 ; Zenkour 2007; Akavci 2010 ; Mantari et al. 2011 ; Mantari et Guedes Soares 2012 ; Mantari et Guedes Soares 2012 ; Mantari et Guedes Soares 2013 ; Akavci 2014 ; Mahi et al. 2014 ).

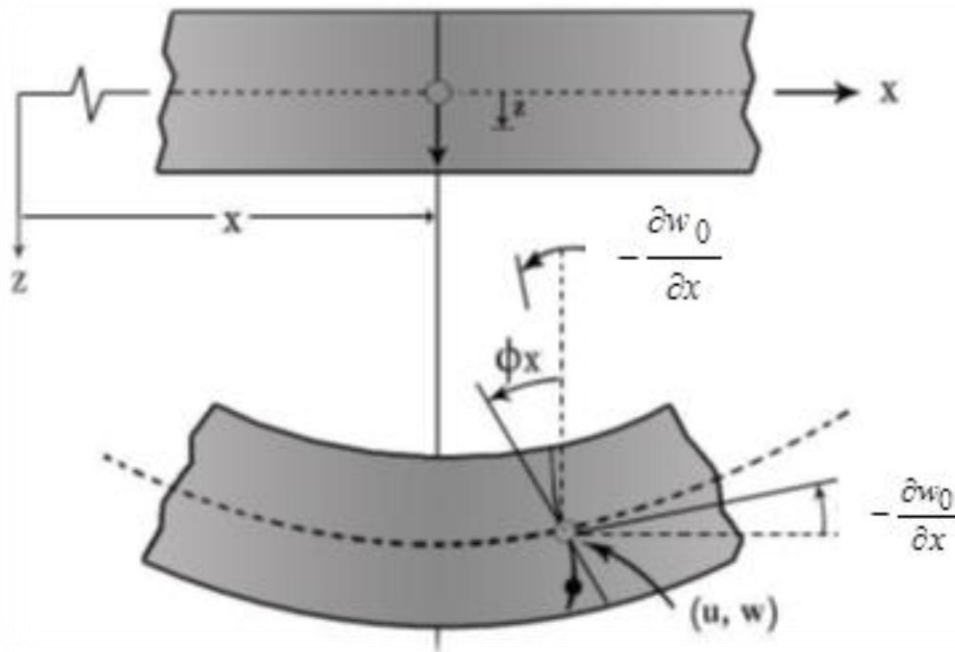
Le champ de déplacement de cette théorie est généralement écrit comme suit:

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + f(z) \varphi_x(x, y), \quad (\text{III. 12a})$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + f(z) \varphi_y(x, y), \quad (\text{III. 12b})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y), \quad (\text{III. 12c})$$

Avec :  $(u_0, v_0, w_0)$  et  $(\phi_x, \phi_y)$  sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes  $x$  et  $y$ , respectivement  $(\phi_x = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x, \phi_y = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y)$ ,  $f(z)$  est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes. En effet, les déplacements de la théorie classique de plaque (CPT) est obtenue en prenant  $f(z) = 0$ , alors que la théorie de premier ordre (FSDT) peut être obtenue par  $f(z) = z$ .



**Figure III.8:** Illustration de la plaque d'ordre élevé (Reddy, 1997).

Dans ce qui suit, nous allons présenter quatre modèles de plaque utilisés pour analyser le comportement des plaques en FGM. Le premier modèle est celui de Reddy, (1997,1999), les déplacements sont obtenus par :

$$f(z) = z \left( 1 - \frac{4}{3h^2} z^2 \right) \quad \text{III - 13}$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique, la distribution des contraintes de cisaillement transverse est parabolique à travers l'épaisseur et les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites. Ce qui donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution d'élasticité tridimensionnelle (Elasticité 3D).

En 1991, une fonction trigonométrique sinusoïdale est introduite dans un modèle sinus (SSDT) pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur est

proposé par Touratier (1991), ce modèle (SSDT) est différent des autres modèles d'ordre supérieurs puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme suite:

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad \text{III - 14}$$

Les contraintes de cisaillement transverses déterminées par le modèle (SSDT) prennent une forme co-sinusoïdale à travers l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy. Karama et al, (2003) ont développé une version exponentielle de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The exponential shear deformation plate theory ESDPT) est obtenue en prenant :

$$f(z) = z e^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad \text{III - 15}$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance pair et impair de la variable  $z$ , alors que la fonction (sinus) de Touratier (1991) ne permet qu'un développement en puissance impair.

Malgré le fait que les modèles d'ordre élevé assurent une continuité de déplacement et de déformation à l'interface, les contraintes de cisaillement inerlaminaire et les contraintes d'interface, restent discontinues. Ceci présente un inconvénient lors de l'analyse locale de l'interface des structures multicouches dont les propriétés des couches sont très différentes (Duong, 2007).

La version hyperbolique de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The hyperbolic shear deformation plate theory HSDPT) développée par Ait Atmane et al., (2010) est obtenue en prenant :

$$f(z) = \frac{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\left[\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1\right]} z - \frac{\frac{h}{\pi \sinh\left(\frac{\pi}{h} z\right)}}{\left[\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1\right]} \quad \text{III - 16}$$

### III.3.4. Revue sur les différents modèles de la théorie d'ordre élevé :

Plusieurs chercheurs proposent quelques contributions importantes de développement de modèles d'ordre élevés pour franchir les limites des théories du premier ordre (Ambartsumyan (1969) Reissner (1945), Levinson, (1981) Whitney, 1973 ; Nelson, 1974 ; Lo, 1977 ; Touratier, 1991), ces modèles sont basés sur une distribution non linéaire des champs de déplacement à travers l'épaisseur, et qui permettent de représenter le



gauchissement de la section transversale dans la configuration déformée par des fonction de cisaillement  $f(z)$ .

Voici quelques contributions importantes de développement de modèles d'ordre supérieur qui se sont distingués dans la littérature et qui diffèrent par la fonction de formes  $f(z)$  :

- L'approche d'Ambartsumyan (1969) avec ;

$$f(z) = \frac{z}{2} \left( \frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad \text{III - 17}$$

- L'approche de Reissner (1945), avec ;

$$f(z) = \frac{5}{4} z \left( 1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad \text{III - 18}$$

- L'approche de Levinson, (1981) et Reddy Avec ;

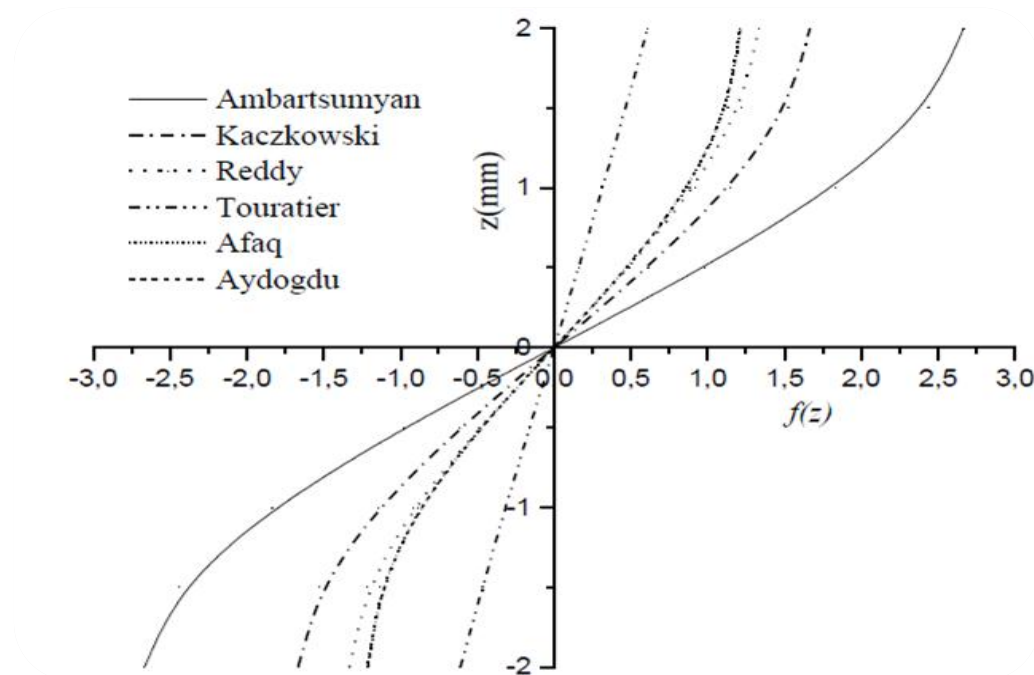
$$f(z) = z \left( 1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad \text{III - 19}$$

- L'approche de Aydogdu (2005) avec ;

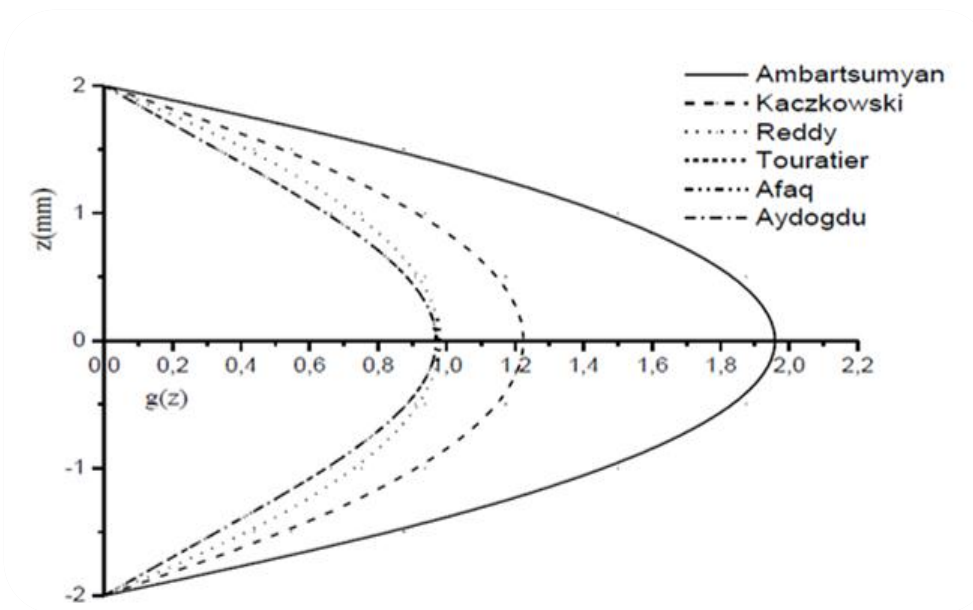
$$f(z) = z \alpha^{\frac{-2(\frac{z}{h})^2}{\ln(\alpha)}} \quad \alpha > 0 \quad \text{III - 20}$$

- L'approche de El Meiche et al. (2011) avec ;

$$f(z) = \frac{\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) - z}{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1} \quad \text{III - 21}$$



**Figure III.9:** Variation de la fonction de forme  $f(z)$  des différents modèles en fonction de l'épaisseur.



**Figure III.10:** Variation de la dérivée de la fonction de forme  $f'(z)$  des différents modèles suivant l'épaisseur.

### III.3.5. Nouvelle théorie raffinée de déformation des plaques :

En (2002) un nouveau modèle raffiné pour les plaques isotropes (RPT : Refined Plate Theory) a été développé par Shimpi. Ce modèle ne contient que deux variables qui donne seulement quatre inconnus à trouvés au lieu des cinq dans le cas classique, avec une distribution parabolique des contraintes cisaillement à travers l'épaisseur de la plaque. En plus, cette théorie n'exige pas de facteur de correction de cisaillement Aussi, elle est similaire avec la théorie classique des plaques quant aux équations du mouvement, les conditions aux limites et les expressions des moments. la flexion des plaques FGM a été étudié par Ait Atmane et al. (2010) en utilisant la RPT. Récemment Thai et Kim (2010, 2011) et Hadji et al. (2011) ont adapté la RPT, avec succès, au flambement des plaques orthotropes, et à la vibration libre des plaques stratifiées et sandwichs respectivement.

Le champ de déplacement de telle théorie s'écrit de la façon suivante :

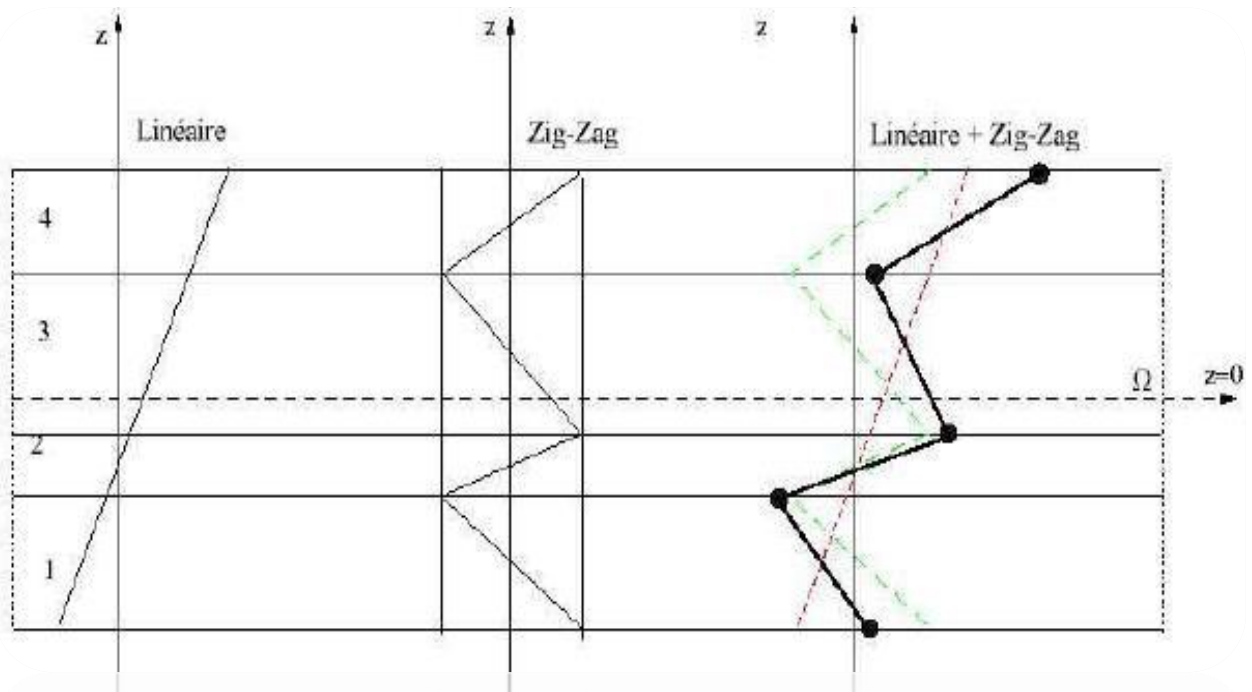
$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x}, \quad (\text{III. 22a})$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y}, \quad (\text{III. 22b})$$

$$w(x, y, z) = w_b(x, y) + w_s(x, y), \quad (\text{III. 22c})$$

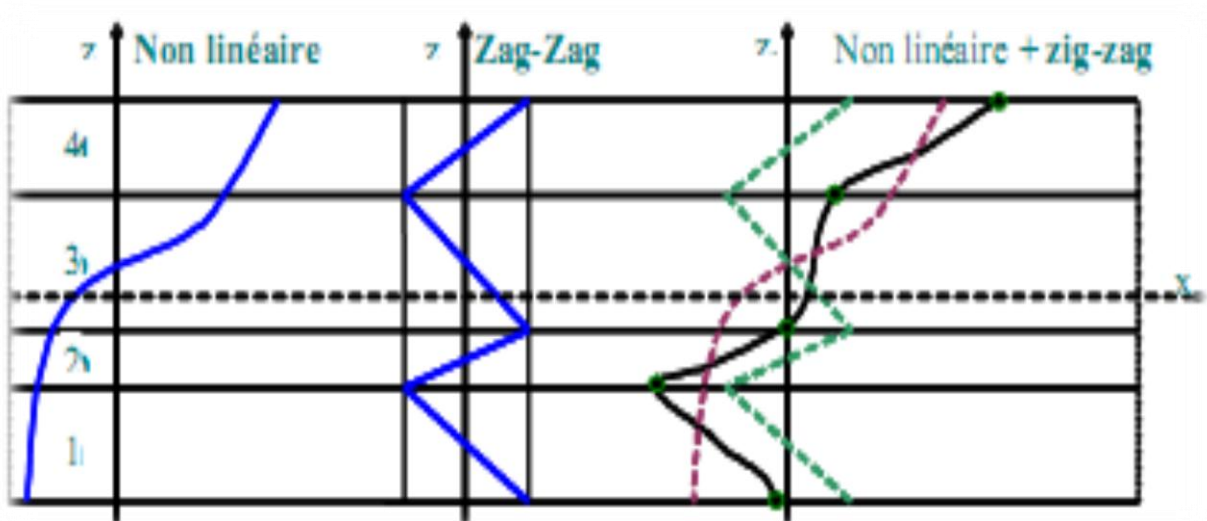
### III.3.6. Théorie de zig-zag :

En 1987, Di Sciuva a proposé un modèle de théorie de zig-zag du premier ordre (Di Sciuva 1987). Dans ce modèle, la superposition du champ de déplacement global d'une théorie du premier ordre (FSDT) et d'une fonction zig-zag, la fonction zig-zag donne une contribution des déplacements membranaires qui est continue à travers l'épaisseur mais sa dérivée première est discontinue à l'interface (voir Figure. III.11). Les déformations transversales sont donc discontinues et la continuité des contraintes de cisaillement transverse aux interfaces est assurée.



**Figure III.11** : Champ de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre  
( Nguyen 2004).

La bonne modélisation de la distorsion de la normale à la surface déformée est l'avantage principal du champ de déplacement des modèles zig-zag, ainsi que dans la vérification des conditions de continuité, et ce sans augmenter pour autant le nombre et l'ordre des équations fondamentales de la théorie du premier ordre. Le recours à des coefficients de correction pour le cisaillement transverse est évité. Plusieurs chercheurs ont réalisé des améliorations significatives pour le modèle zig-zag (Murakami, 1986 ; He, 1994 ; Icardi, 2001 ; Carrera, 2004) en se basant sur le concept de Di Sciuva (1987). L'amélioration principale est l'introduction d'une distribution non linéaire des déplacements. On superpose le champ zig-zag (linéaire par morceau) à un champ de déplacement d'ordre élevé (souvent cubique) (figure III.12). Les conditions de compatibilité sont satisfaites sur les surfaces supérieures et inférieures des plaques pour réduire le nombre de paramètres (Tafla, 2007).



**Figure III.12:** Champ de déplacements des modèles zig-zag d'ordre élevé (Carrera, 2004).

#### III.4 Conclusion :

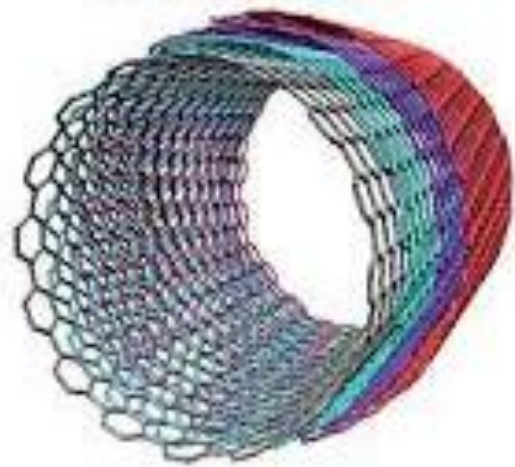
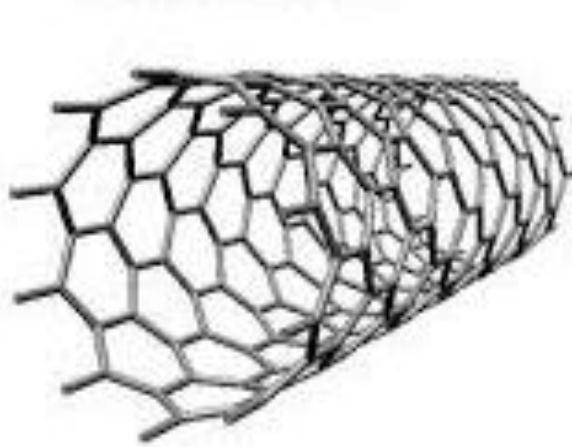
Dans ce chapitre on a présenté les différentes théories des plaques telle que la théorie classique des plaques minces de Love- Kirchhoff, théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (Reissner –Mindlin) et la théorie de déformation en cisaillement à ordre élevé, et aussi la théorie raffinée des plaque à deux variables (RPT). Nous concluons que l'approche monocouche équivalente (CPT, FSDT et HSDT) est mieux adaptée pour les matériaux FGM car il n'y a pas de changement brusque dans les caractéristiques mécaniques contrairement aux composites conventionnels où le délaminage est un problème à ne pas écarter. Donc on a eu recours au modèle monocouche équivalent pour les plaques épaisses et les poutres courtes pour différentes théories d'ordre élevé où la prise en compte du cisaillement transversal est nécessaire pour une étude plus exacte.

A travers notre lecture de la littérature en matière de théories d'ordre élevé, il apparaît que celles-ci sont certes intéressantes du point de vue précision, mais demeurent néanmoins coûteuses en temps de calcul et assez complexes en termes de formulations.

---

## CHAPITRE IV : MODELE MATHEMATIQUE

---



### IV.1 Introduction :

Les plaques sont des structures très utilisées dans l'industrie sous-marines, l'aérospatial, le génie civil et domaine de l'énergie. Tous ces domaines sont stratégiquement et économiquement très importants. C'est pour cette raison que l'étude des structures a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux depuis plus un siècle.

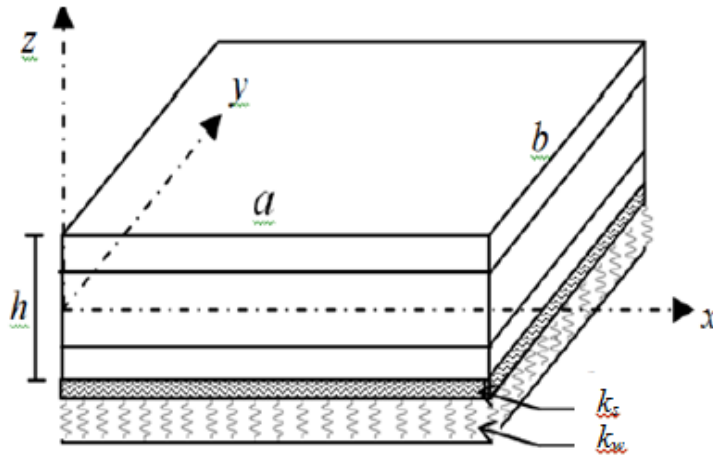
L'utilisation de plus en plus importante montre la nécessité impérieuse de l'étude de leur comportement mécanique et devient donc d'une grande importance et aide les ingénieurs à concevoir de meilleures structures. L'analyse vibratoire est une thématique actuelle importante, tant d'un point de vue académiques qu'industrielle, d'où il est nécessaire de passer par des méthodes d'homogénéisation classiques pour déterminer le comportement équivalent d'un matériau hétérogène.

Dans ce chapitre nous avons étudiée le comportement statique et de vibration libre des plaques sandwich nanocomposites renforcées par des nanotubes de carbone reposant sur une fondation élastique type Pasternak dans le cadre de la théorie de la déformation en cisaillement de premier ordre , les problèmes statiques et vibrations libres des plaques CNTRC renforcées par des NTC reposant sur une fondation élastique type Pasternak, les impacts de différents paramètres sur les flèches, les contraintes et les fréquences propres de telles plaques sandwich avec couches de facettes renforcées et âme homogène et le sandwich avec couches de facettes homogène et âme renforcée sont introduits et examinés selon plusieurs aspects importants par exemple, l'épaisseur de la plaque, les rapports géométriques, la fraction volumique des NTC et les types de plaques sandwich, etc.

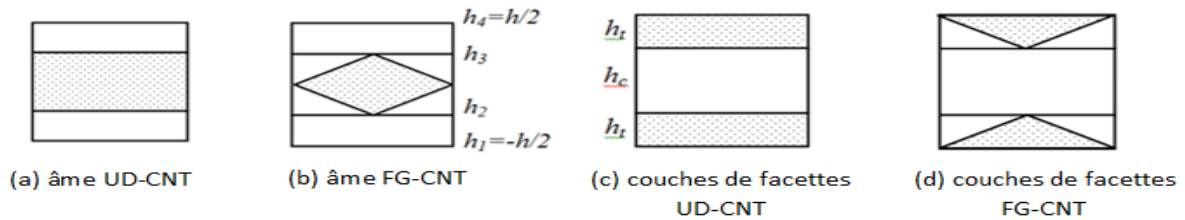
### IV .2 Plaques sandwich composites renforcées par nanotubes de carbone:

Comme le montrent les Figure 1 et 2, dans ce chapitre, la plaque sandwich est constituée de deux couches de facettes CNTRC d'épaisseur  $h_f$  et d'une couche d'âme rigide d'épaisseur  $h_c$ . Prenons le cas d'une épaisseur uniforme, la plaque sandwich composée de trois couches élastiques notées de bas en haut de la plaque par  $h_1 = -h / 2$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h_4 = h / 2$ .

On suppose que les plaques avec couches de facettes ou couche d'âme sont renforcées par deux types différents de distribution alignée de nanotubes de carbone. UD-CNT représente la distribution uniforme et FG-CNT les distributions fonctionnellement gradués des nanotubes de carbone dans le sens de l'épaisseur des couches.



**Figure IV.1:** Géométries d'une plaque sandwich reposant sur une fondation élastique type Pasternak.



**Figure IV.2 :** Géométries des couches renforcées d'une plaque sandwich

Dans la présente étude, les propriétés des matériaux CNTRC de deux types de nanocomposites, du mélange des CNT et d'un polymère isotrope a été utilisé en introduisant les paramètres d'efficacité CNT ( $\eta_1, \eta_2, \eta_3$ ) dans la règle du mélange. Compte tenu de cela, la règle de mélange peut être estimée selon la règle du mélange de Esawi (2007). Selon la règle du mélange, les propriétés mécaniques du nanocomposite peuvent être obtenues par les relations suivantes (Shen 2009).

$$E_{11} = \eta_1 V_{cnt} E_{11}^{cnt} + V_P E^P \quad (IV.1a)$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{cnt}}{E_{22}^{cnt}} + \frac{V_P}{E^P} \quad (IV.1b)$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{cnt}}{G_{12}^{cnt}} + \frac{V_P}{G^P} \quad (IV.1c)$$

Où  $E_{11}^{cnt}$ ,  $E_{22}^{cnt}$  et  $G_{12}^{cnt}$  indiquent les modules de Young et le module de cisaillement des SWCNT, respectivement, et  $E^P$  et  $G^P$  représentent les propriétés de la matrice isotrope.



$\eta_i$  ( $i = 1,2,3$ ) sont les paramètres d'efficacité du CNT pour considérer l'effet à petite échelle.  $V_{cnt}$  et  $V_P$  sont les fractions volumiques des nanotubes de carbone et de la matrice, respectivement, et on remarque que  $V_{cnt} + V_P = 1$ . Pour d'autres propriétés en termes de coefficient de Poisson ( $\nu$ ) et de densité de masse ( $\rho$ ), celles-ci peuvent être écrites comme :

$$\nu_{12} = V_{cnt} \nu_{12}^{cnt} + V_P \nu^P, \quad \rho = V_{cnt} \rho^{cnt} + V_P \rho^P \quad (IV.2)$$

Dans cette recherche, on suppose que pour le FG-CNT, la fraction volumique  $V_{cnt}$  du CNT aligné a été modifiée linéairement par une fonction représentée sur la figure 2:

Pour plaque sandwich renforcée UD-CNT

$$\begin{cases} V_{cnt} = 0 & \text{pour les couches de facettes superieur et inferieur} \\ V_{cnt} = V_{cnt}^* & \text{pour la couche de l'âme} \end{cases} \quad (IV.3a)$$

$$\begin{cases} V_{cnt} = V_{cnt}^* & \text{pour les couches de facettes superieur et inferieur} \\ V_{cnt} = 0 & \text{pour la couche de l'âme} \end{cases} \quad (IV.3b)$$

Et aussi pour plaque sandwich renforcée FG-CNT

$$\begin{cases} V_{cnt} = 0 & \text{pour les couches de facettes superieur et inferieur} \\ V_{cnt} = 2 \left( \frac{|z|}{h_2} + 1 \right) V_{cnt}^* & \text{pour la couche de l'âme} \end{cases} \quad (IV.4a)$$

$$\begin{cases} V_{cnt} = 2 \left( \frac{h_2 - |z|}{h_2 - h_1} \right) V_{cnt}^* & \text{pour la couche de facette inferieur} \\ V_{cnt} = 0 & \text{pour la couche de l'âme} \\ V_{cnt} = 2 \left( \frac{|z| - h_3}{h_4 - h_3} \right) V_{cnt}^* & \text{pour la couche de facette superieur} \end{cases} \quad (IV.4b)$$

Où  $V_{cnt}^*$  est la fraction volumique donnée des CNT, qui peut être obtenue à partir de l'équation suivante :

$$V_{cnt}^* = \frac{W_{cnt}}{\left( \frac{\rho^{cnt}}{\rho^m} \right) + \left( 1 - \frac{\rho^{cnt}}{\rho^m} \right) W_{cnt}} \quad (IV.5)$$

Où  $W_{cnt}$  est la fraction massique du nanotube de carbone dans la plaque nano-composite, Dans ce chapitre, le tableau1 montre les paramètres d'efficacité ( $\eta$ ) associés à la fraction volumique donnée ( $V_{cnt}^*$ ) (Zhu et al.2012):

**Tableau IV.1** : Les paramètres d'efficacité ( $\eta$ ) du CNT

Cas	$\eta_1$	$\eta_2 = \eta_3$
$V_{cnt}^* = 0.11$	0.149	0.934
$V_{cnt}^* = 0.14$	0.150	0.941
$V_{cnt}^* = 0.17$	0.149	0.381

### IV.3 Formulations théoriques:

#### IV.3.1 Champ de déplacement et déformations des plaques CNTRC :

La présente partie est destinée à introduire une théorie de la plaque à déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) afin de produire les équations de mouvement de la plaque sandwich dans un domaine de plaque, en fonction des déplacements et des rotations du plan médian de la plaque. Le champ de déplacement basé sur la théorie d'un point situé en  $(x, y, z)$  dans les plaques sandwich CNTRC est donné ci-dessous (Reddy 2004):

$$\begin{cases} u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + z \phi_x \\ v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) + z \phi_y \\ w(x, y, t) = w_0(x, y, t) \end{cases} \quad (IV.6)$$

Où  $u_0$ ,  $v_0$  et  $w_0$  représentent les déplacements suivant les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  dans le plan médian de la plaque,  $t$  est le temps. De plus,  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  sont les rotations totales de courbure de la section transversale autour des axes  $y$  et  $x$ , respectivement. Si le dernier terme de l'Eq. (6) est négligée, les déplacements sont réduits à la théorie classique des plaques (CPT).

Les déformations linéaires dans le plan et du cisaillement transversal peuvent être exprimées par les équations suivantes:

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{cases} + z \begin{cases} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{cases} = \begin{cases} \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{cases} \quad (IV.7)$$

#### IV.3.2 Les relations élastiques contrainte-déformation :

L'expression des relations élastiques contrainte-déformation des matériaux composites orthotropes s'écrit sous la forme

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV. 8})$$

Où  $Q_{ij}$  sont les constants élastiques transformés

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{12} = \frac{\nu_{21} E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$Q_{66} = G_{12}, Q_{55} = G_{13}, Q_{44} = G_{23} \quad (\text{IV. 9})$$

### IV.3.3 le principe des travaux virtuels :

Dans cette section, le principe d' Hamilton est appliqué pour produire les équations du mouvement. En fait, le principe d' Hamilton peut être défini comme suit:

$$\int_0^t (\delta U + \delta V + \delta K) dt = 0 \quad (\text{IV. 10})$$

Où  $\delta U$ ,  $\delta V$  et  $\delta K$  sont la variation virtuelle de l'énergie de déformation, le travail virtuel effectué par les forces externes et l'énergie cinétique virtuelle.

#### IV.3.3.1 Énergie de déformation :

Premièrement, l'expression de la variation de l'énergie de déformation s'écrit:

$$\delta U = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} \int_A (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \delta \varepsilon_{yy} + \sigma_{xy} \delta \gamma_{xy} + \sigma_{yz} \delta \gamma_{yz} + \sigma_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dx dz \quad (\text{IV. 11})$$

En remplaçant Eq. (7) dans l'Eq. (11), on obtient

$$\delta U = \int_A \{ N_{xx} \delta u_{0,x} + M_{xx} \delta \varphi_{x,x} + P_{xz} \delta (\varphi_x + w_{0,x}) + N_{yy} \delta v_{0,y} + M_{yy} \delta \varphi_{y,y} +$$

$$P_{yz} \delta (\varphi_y + w_{0,y}) + N_{xy} (\delta u_{0,y} + \delta v_{0,x}) + M_{xy} \delta (\varphi_{x,y} + \varphi_{y,x}) \} dx dy \quad (\text{IV. 12})$$

Où les forces axiales et les moments de flexion dans l'équation ci-dessus peuvent être définis comme suit:

$$(N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}) = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) dz \quad (\text{IV. 13a})$$

$$(M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}) = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} z(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) dz \quad (\text{IV. 13b})$$

$$(P_{xz}, P_{yz}) = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} (\sigma_{xz}, \sigma_{yz}) dz \quad (\text{IV. 13c})$$

Maintenant, en remplaçant Eq. (8) dans l'Eq. (13), par rapport à la direction de l'épaisseur, axe z, on obtient les forces et moments résultants suivants:

$$\begin{pmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & C_{11} & C_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{IV. 14a})$$

$$\begin{pmatrix} P_{yz} \\ P_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} D_{44} & 0 \\ 0 & D_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (\text{IV. 14b})$$

Où  $A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij}$ , sont la rigidité de la plaque, définie par

$$[A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}] = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} Q_{ij} [1, z, z^2] dz; \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (\text{IV. 15a})$$

$$[D_{ij}] = \sum_{n=1}^3 \beta \int_{h_n}^{h_{n+1}} Q_{ij} dz; \quad i, j = 4, 5 \quad (\text{IV. 15b})$$

Où  $\beta$  est le facteur de correction de cisaillement pris par Timoshenko définie la déformation en cisaillement et sa valeur exacte en fonction de la forme de la section transversale. Dans notre cas,  $\beta$  pour les poutres rectangulaires a été supposé être 5/6.

### IV.3.3.2 Énergie potentielle :

Deuxièmement, les plaques CNTRC sont placées sur une fondation élastique type Pasternak composée des ressorts Winkler et de la couche de cisaillement. Ainsi, pour résoudre ce problème, l'énergie potentielle virtuelle résultant du chargement de flexion  $q$  et de la force de réaction de la fondation élastique peut être écrit comme suit:

$$\delta V = \int_A \left( -q\delta w_0 + k_w w_0 \delta w_0 + k_s \left( \frac{\delta w_0}{\delta x} \frac{\delta \delta w_0}{\delta x} + \frac{\delta w_0}{\delta y} \frac{\delta \delta w_0}{\delta y} \right) \right) dx dy \quad (IV.16)$$

Où  $k_w$  et  $k_s$  sont les facteurs constante de ressort correspondants de Winkler et de la couche de cisaillement respectivement

### IV.3.3.3 Énergie cinétique virtuelle :

L'énergie cinétique virtuelle de la plaque sandwich renforcée en CNT avec épaisseur  $h$  peut être obtenue en utilisant:

$$\begin{aligned} \delta k &= \int_V \rho(z) [\dot{u}\delta\dot{u} + \dot{v}\delta\dot{v} + \dot{w}\delta\dot{w}] dx dy dz \\ &= \int_A \{ I_0 (\dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \delta \dot{v}_0 + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0) + I_1 (\dot{u}_0 \delta \dot{\phi}_x + \dot{v}_0 \delta \dot{\phi}_y + \dot{\phi}_x \delta \dot{u}_0 + \dot{\phi}_y \delta \dot{v}_0) + I_2 (\dot{\phi}_x \delta \dot{\phi}_x \\ &+ \dot{\phi}_y \delta \dot{\phi}_y) \} dx dy \end{aligned} \quad (IV.17a)$$

Dans l'équation ci-dessus, les moments d'inertie peuvent être définis comme

$$[I_0, I_1, I_2] = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} \rho [1, z, z^2] dz \quad (IV.17b)$$

### IV.3.4 Équations gouvernantes du mouvement :

En remplaçant Eqs. (12), (16) et (17) dans l'Eq. (10), Ensuite, l'intégration par parties et la somme des coefficients  $\delta u_0$ ,  $\delta v_0$ ,  $\delta w_0$ ,  $\delta \phi_x$  et  $\delta \phi_y$  conduit aux équations de mouvement suivantes.

$$\delta u_0: \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \ddot{u}_0 + I_1 \ddot{\phi}_x \quad (IV.18a)$$

$$\delta v_0: \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = I_0 \ddot{v}_0 + I_1 \ddot{\phi}_y \quad (IV.18b)$$

$$\delta w_0: \frac{\partial P_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial P_{yz}}{\partial x} - k_w \ddot{w}_0 + k_s \left( \frac{\delta w_0^2}{\delta x^2} + \frac{\delta w_0^2}{\delta y^2} \right) + q = I_0 \ddot{w}_0 \quad (IV.18c)$$

$$\delta\phi_x: \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - P_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = I_1 \ddot{u}_0 + I_2 \ddot{\phi}_y \quad (\text{IV. 18a})$$

$$\delta\phi_y: \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - P_{yz} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = I_1 \ddot{v}_0 + I_2 \ddot{\phi}_x \quad (\text{IV. 18a})$$

### IV.3.5 Solution analytique :

Jusqu'à présent, de nombreuses méthodes analytiques et numériques sont utilisées pour résoudre les problèmes de flexion et de vibration des plaques CNTRC simplement appuyées. Dans ce chapitre, la méthode de Navier est employée

$$u_0(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} U_{MN} e^{i\omega t} \cos(\alpha x) \sin(\xi y)$$

$$v_0(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} V_{MN} e^{i\omega t} \sin(\alpha x) \cos(\xi y)$$

$$w_0(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} W_{MN} e^{i\omega t} \sin(\alpha x) \sin(\xi y) \quad (\text{IV. 19})$$

$$\phi_x(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} \theta x_{MN} e^{i\omega t} \cos(\alpha x) \sin(\xi y)$$

$$\phi_y(x, y, t) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} \theta y_{MN} e^{i\omega t} \sin(\alpha x) \cos(\xi y)$$

$$\text{Ou : } \alpha = \frac{M\pi}{a} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{N\pi}{a} \quad . \quad i = \sqrt{-1}$$

$U_{MN}$ ,  $V_{MN}$ ,  $W_{MN}$ ,  $\theta x_{MN}$  et  $\theta y_{MN}$ , sont des paramètres arbitraires et  $\omega$  est la fréquence de vibration libre. La charge transversale ( $q$ ) est également étendue comme:

$$q(x, y) = \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} Q_{MN} e^{i\omega t} \sin(\alpha x) \sin(\xi y) \quad (\text{IV. 20})$$

Pour différents types de charges agissant sur les plaques CNTRC peuvent être définies comme :

- pour charge sinusoïdale.

$$Q_{MN} = q_0, (M = N = 1) \quad (\text{IV. 21})$$

- pour une charge uniforme.

$$Q_{MN} = \frac{16q_0}{MN\pi^2}, (M = N = 1,3,5 \dots \dots) \quad (\text{IV.22})$$

En remplaçant l'Eq. (19) dans l'Eq. (18), on obtient les solutions de forme fermée qui se présentent sous la forme matricielle suivante.

$$\left( \begin{array}{ccccc} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} & s_{35} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} & s_{45} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & s_{45} & s_{55} \end{array} \right) - \omega^2 \left( \begin{array}{ccccc} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} & m_{45} \\ m_{15} & m_{25} & m_{35} & m_{45} & m_{55} \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{c} U_{MN} \\ V_{MN} \\ W_{MN} \\ x_{MN} \\ y_{MN} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ Q_{mn} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (\text{IV.23})$$

Ou

$$s_{11} = -A_{11}\alpha^2 + A_{66}\xi^2, \quad s_{12} = -\alpha\xi(A_{12} + A_{66}), \quad s_{13} = 0, \quad s_{14} = -B_{11}\alpha^3 - B_{66}\xi^2, \\ s_{15} = -B_{12}\alpha\xi - B_{66}\alpha\xi,$$

$$s_{21} = s_{12}, \quad s_{22} = -A_{66}\alpha^2 - A_{22}\xi^2, \quad s_{23} = 0, \quad s_{24} = -B_{12}\alpha\xi - B_{66}\alpha\xi, \\ s_{25} = -B_{66}\alpha^2 - B_{22}\xi^2, \quad (\text{IV.24})$$

$$s_{31} = s_{13}, \quad s_{32} = s_{23}, \quad s_{33} = -D_{55}\alpha^2 - D_{44}\xi^2 - k_w - k_s(\alpha^2 + \xi^2), \quad s_{34} = -D_{55}\alpha, \\ s_{35} = -D_{44}\xi,$$

$$s_{41} = s_{14}, \quad s_{42} = s_{24}, \quad s_{43} = s_{34}, \quad s_{44} = -C_{11}\alpha^2 - C_{66}\xi^2 - D_{55}, \\ s_{45} = -\alpha\xi(C_{12} + C_{66})$$

$$s_{51} = s_{15}, \quad s_{52} = s_{25}, \quad s_{53} = s_{35}, \quad s_{54} = s_{45}, \quad s_{55} = -D_{44} - C_{66}\alpha^2 - C_{22}\xi^2.$$

Et

$$m_{11} = m_{22} = m_{33} = I_0, \quad m_{44} = m_{55} = I_2, \quad m_{12} = m_{21} = 0, \quad m_{13} = m_{31} = 0, \\ m_{14} = m_{41} = I_1, \quad m_{51} = m_{15} = 0, \quad m_{23} = m_{32} = 0, \quad m_{24} = m_{42} = 0, \quad m_{25} = m_{52} = I_1, \\ m_{34} = m_{43} = 0, \quad m_{35} = m_{53} = 0, \quad m_{45} = m_{54} = 0. \quad (\text{IV.25})$$

### IV.3.6 Équations gouvernantes adimensionnelle :

Il est préférable de clarifier les paramètres adimensionnels utilisés pour présenter les résultats des analyses de flexion et de vibration des plaques CNTRC.

Pour un problème de flexion:

$$\bar{w} = \frac{10^3 D_0}{q_0 a^4} w\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right), \quad \bar{u} = \frac{10^3 D_0}{q_0 a^4} u\left(0, \frac{b}{2}, \frac{-h}{2}\right), \quad \bar{v} = \frac{10^3 D_0}{q_0 a^4} v\left(\frac{a}{2}, 0, \frac{-h}{2}\right),$$

$$\bar{\sigma}_{xx} = -\frac{h^2}{q_0 a^2} \sigma_{xx}\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, -\frac{h}{2}\right), \quad \bar{\sigma}_{xy} = \frac{h^2}{q_0 a^2} \sigma_{xy}\left(0, 0, -\frac{h}{2}\right), \quad (\text{IV.26})$$

$$\bar{\sigma}_{xz} = -\frac{h^2}{q_0 a^2} \sigma_{xz}\left(0, \frac{b}{2}, -\frac{h}{2}\right), \quad k_w = \beta_w D_0 / a^4, \quad k_s = \beta_s D_0 / a^2$$

$$\text{Ou } D_0 = E^P h^3 / 12 [1 - (\nu^P)^2]$$

Pour l'analyse des vibrations:

$$\bar{\omega} = \omega h \sqrt{\rho^P / E^P} \quad (\text{IV.27})$$

### IV.4 Conclusion :

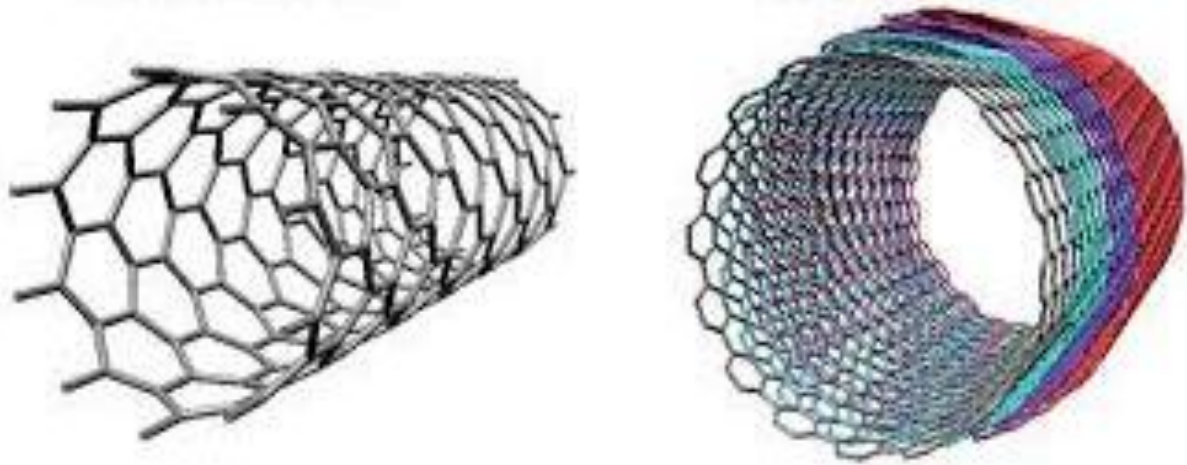
Dans ce chapitre on a introduire une théorie de la plaque à déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) pour simplifier les problèmes rencontrés, Les équations du mouvement sont obtenues par le principe d'Hamilton et ensuite les équations différentielles générales de la flexion et de la vibration transversale d'une plaque sandwich renforcées par deux types de distribution (UD, FG) sont obtenues.



---

## **CHAPITRE V : RESULTATS ET DISCUSSIONS**

---



## V.1 Introduction :

Dans ce chapitre on va interpréter les résultats numériques obtenus au cours de ce travail analytique concernant les comportements de flexion et de vibrations libres des plaques sandwich CNTRC avec deux distribution (UD et FG) dans les couches de facettes et l'âme sur la base de la théorie de déformation du premier ordre (FSDT).

## V.2. Résultats et discussions :

Une série d'illustrations des comportements de flexion et de vibrations libres des plaques sandwich CNTRC sont présentées et discutées afin d'expliquer l'effet de divers paramètres tels que les constantes géométriques, les rapports géométriques, les paramètres de fondation, la fraction volumique des nanotubes de carbone, les types de renforcement, rapport d'épaisseur de couche âme-face et types de charges agissant. Les caractéristiques matérielles efficaces des plaques CNTRC utilisées tout au long de ce travail sont données comme suit :

Le PMPV (polymère) est utilisé comme matrice dans laquelle les propriétés du matériau sont:

$v^P = 0.34$  ,  $\rho^P = 1150kg/m^3$  et  $E^P = 2.1GPa$  . Pour le matériau de renfort, type armchair (10,10) SWCNTs est choisi avec les propriétés suivantes selon l'étude de Zhu et al. (2012):

$$v_{12}^{cnt} = 0.175 ; \rho^{cnt} = 1400kg/m^3 ; E_{11}^{cnt} = 5.6466TPa ; E_{22}^{cnt} = 7.0800TPa$$

$$G_{12}^{cnt} = G_{13}^{cnt} = G_{23}^{cnt} = 1.9445TPa$$

### V.2.1 Études de convergence et de validation :

Dans ce chapitre, la convergence et la validité du modèle mathématique FSDT proposé dans le chapitre précédent sont établies en comparant les résultats obtenus et ceux existants dans la littérature présentés par Zhu et al. (2012) dans le tableau1 pour les flèches adimensionnelles  $w^* = -\left(\frac{w_0}{h}\right)10^{-2}$  et par Wattanasakulpong et al. (2015) pour les fréquences adimensionnelles ( $\bar{\omega}$ ) de plaque sandwich carrée renforcée.

Pour cela, différentes valeurs de la fraction volumique de nanotubes de carbone, du rapport d'épaisseur et de divers renforts de la plaque sandwich de l'âme et couches de facettes sous une charge uniforme sont utilisées. Comme le montrent les tableaux 1 et 2, les résultats actuels sont en bon accord avec ceux présentés dans les références mentionnées. Sous des charges uniformes avec ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ) pour différents modes, la fréquence adimensionnelle ( $\bar{\omega}$ ) de la plaque sandwich carrée renforcée est également présentée dans le tableau 2. La faible variation de fréquence est due au modèle proposé par Wattanasakulpong et

Chaikittiratana (2015) dont la théorie des plaques de déformation en cisaillement d'ordre supérieur avec une fonction de forme appropriée.

**Tableau V.1:** Comparaisons des flèches adimensionnelles  $w^* = -\left(\frac{w_0}{h}\right) 10^{-2}$  d'une plaque sandwich carrée renforcée

		âme UD-CNT		âme FG-CNT		Couches de facettes UD-CNT		Couches de facettes FG-CNT	
a/h	$V_{cnt}^*$	Zhu et al. (2012)	Present	Zhu et al. (2012)	Present	Zhu et al. (2012)	Present	Zhu et al. (2012)	Present
10	0.11	0.3739	0.3739	0.5216	0.5228	0.3739	0.3739	0.3176	0.3177
	0.14	0.3305	0.3298	0.4512	0.4512	0.3305	0.3298	0.2842	0.2838
	0.17	0.2394	0.2394	0.3368	0.3377	0.2394	0.2394	0.2011	0.2013
20	0.11	3.6290	3.6321	6.1360	6.1587	3.6290	3.6321	2.7030	2.7041
	0.14	3.0020	2.9947	5.0530	5.0560	3.0020	2.9947	2.2580	2.2523
	0.17	2.3490	2.3514	4.0070	4.0227	2.3490	2.3514	1.7380	1.7400

**Tableau V.2 :** Comparaisons des fréquences adimensionnelles ( $\omega$ ) de plaque sandwich carrée renforcée sous charges uniformes ( $V_{cnt}^* = 0.17$ )

<b>Plaque sandwich avec âme renforcé</b>							
		a/h=5			a/h=10		
(m,n)		(1-1)	(1-2)	(2-2)	(1-1)	(1-2)	(2-2)
Type de renforcement	Source						
UD-CNT	Present	0.4305	0.6311	0.9962	0.1678	0.2196	0.4305
	Wattanasakulpong et al. (2015) TSDT	0.4383	0.6372	1.0650	0.1683	0.2201	0.4383
FG-CNT	Present	0.4048	0.6100	0.9810	0.1425	0.1999	0.4048
	Wattanasakulpong et al. (2015) TSDT	0.3992	0.6114	0.9912	0.1409	0.1993	0.3992
<b>Plaque sandwich avec des couches de facettes supérieure et inférieure renforcées</b>							
UD-CNT	Present	0.4305	0.6311	0.9962	0.1678	0.2196	0.4305
	Wattanasakulpong et al. (2015) TSDT	0.4383	0.6372	1.0650	0.1683	0.2201	0.4383
FG-CNT	Present	0.4463	0.6543	1.0179	0.1824	0.2343	0.4463
	Wattanasakulpong et al. (2015) TSDT	0.4524	0.6552	1.0935	0.1819	0.2334	0.4524

Un nombre différent de termes (M, N) est considéré dans le tableau 3 pour donner une idée sur les résultats de convergence des flèches, des contraintes normales et des contraintes de cisaillement d'une plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) sous une charge uniforme reposant sur une fondation élastique type Pasternak. Les résultats montrent que les

flèches adimensionnelles pour la plaque sandwich avec âme et couches de facettes renforcées convergent bien à la 25<sup>ème</sup> itération, et les contraintes de la plaque sandwich renforcée ont convergé aux 45<sup>ème</sup> et 50<sup>ème</sup> itérations avec et sans fondation élastique.

**Tableau V.3 :** Etudes de convergence pour les déformations et les contraintes de la plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) avec et sans fondation élastique sous charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17, a/h = 10$ )

âme renforcé									
		UD-CNT				FG-CNT			
M=N		$\bar{u}$	$\bar{w}$	$\bar{\sigma}_{xx}$	$\bar{\sigma}_{xy}$	$\bar{u}$	$\bar{w}$	$\bar{\sigma}_{xx}$	$\bar{\sigma}_{xy}$
$\beta_s = 0;$ $\beta_w = 0$	10	0.1959	1.4477	4.2894	0.1024	0.2837	1.9568	-11.8216	0.0855
	20	0.1959	1.4477	4.2897	0.1026	0.2837	1.9568	-11.8227	0.0857
	40	0.1959	1.4477	4.2898	0.1027	0.2837	1.9568	-11.8227	0.0857
	50	0.1959	1.4477	4.2898	0.1027	0.2837	1.9568	-11.8228	0.0857
$\beta_s = 50;$ $\beta_w = 100$	10	0.0979	0.7079	2.0530	0.0553	0.1217	0.8131	-4.7355	0.0401
	20	0.0979	0.7079	2.0533	0.0555	0.1217	0.8132	-4.7364	0.0402
	40	0.0979	0.7079	2.0533	0.0556	0.1217	0.8132	-4.7365	0.0403
	50	0.0979	0.7079	2.0533	0.0556	0.1217	0.8132	-4.7366	0.0403
Couches de facettes supérieure et inférieure renforcées									
$\beta_s = 0;$ $\beta_w = 0$	10	0.0409	0.5253	0.9090	0.0373	0.0339	0.4809	1.4931	0.0423
	20	0.0409	0.5254	0.9091	0.0375	0.0339	0.4809	1.4932	0.0426
	40	0.0409	0.5254	0.9091	0.0375	0.0339	0.4809	1.4932	0.0426
	50	0.0409	0.5254	0.9091	0.0375	0.0339	0.4809	1.4932	0.0426
$\beta_s = 50;$ $\beta_w = 100$	10	0.0297	0.3787	0.6532	0.0278	0.0252	0.3550	1.0990	0.0322
	20	0.0297	0.3788	0.6532	0.0280	0.0252	0.3550	1.0991	0.0324
	40	0.0297	0.3788	0.6532	0.0280	0.0252	0.3550	1.0991	0.0324
	50	0.0297	0.3788	0.6532	0.0280	0.0252	0.3550	1.0991	0.0324

### V.2.2 Flèches statiques et contraintes de la plaque sandwich FG-CNT :

Divers renforcements de l'âme et les couches de facettes, fraction volumique de nanotubes de carbone, charges uniformes et sinusoïdales sont calculées pour une plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) afin d'étudier l'influence de la fondation élastique sur les flèches adimensionnelles ( $\bar{w}$ ) de la plaque. La flèche statique maximale obtenue pour différents paramètres est donnée dans le tableau 4.

Il est clair que l'effet de la fondation élastique sur les flèches adimensionnelles est significatif d'après le tableau 4. On peut observer à partir de ce tableau que la flèche adimensionnelle diminue en présence de fondation élastique et moins pour la fondation de type Pasternak. De la même manière, la flèche adimensionnelle diminue avec l'augmentation de la fraction volumique du nanotube de carbone dans tous les cas. D'autre part, la valeur des

flèches adimensionnelles pour les couches de facettes renforcés FG-CNT avec et sans fondation élastique est inférieure, élevée pour l'âme renforcé FG-CNT et entre les deux pour l'âme renforcé ou les couches de facettes UD-CNT, comme montre clairement le tableau 4.

Sur la base des résultats, il est clair que la plaque sandwich avec couches de facettes renforcées FG-CNT a une résistance élevée contre le fléchissement par rapport à d'autres types de renforcement car il y a une concentration du renfort loin du plan médian de la plaque sandwich. Sur la base des résultats, il est clair que les flèches des plaques sous charge uniforme sont importantes par rapport à celles des plaques soumises à une charge sinusoïdale. De plus, ces résultats nous ont permis de choisir le type de renforcement de plaque sandwich correspondant à la charge appliquée.

**Tableau V.4 :** L'effet de la fondation élastique sur les flèches adimensionnelles d'une plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) sous charges uniformes et sinusoïdales ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ,  $a/h = 10$ )

âme renforcé								
			Charges uniformes			Charges sinusoïdale		
$\beta_w$	$\beta_s$	Type de renforcement	$V_{cnt}^* = 0.11$	$V_{cnt}^* = 0.14$	$V_{cnt}^* = 0.17$	$V_{cnt}^* = 0.11$	$V_{cnt}^* = 0.14$	$V_{cnt}^* = 0.17$
0	0	UD-CNT	2.1638	1.9062	1.4477	1.2488	1.0932	0.8373
		FG-CNT	2.8752	2.6067	1.9568	1.6807	1.5188	1.1462
100	0	UD-CNT	1.8904	1.6896	1.3204	1.0814	0.9608	0.7593
		FG-CNT	2.4165	2.2230	1.7337	1.3991	1.2834	1.0092
100	50	UD-CNT	0.8421	0.7993	0.7079	0.4678	0.4430	0.3978
		FG-CNT	0.9338	0.9033	0.8132	0.5207	0.5037	0.4594
Couches de facettes supérieure et inférieure renforcées								
0	0	UD-CNT	0.8067	0.7166	0.5254	0.4260	0.3740	0.2782
		FG-CNT	0.7417	0.6630	0.4809	0.3882	0.3435	0.2529
100	0	UD-CNT	0.7623	0.6810	0.5062	0.3996	0.3529	0.2668
		FG-CNT	0.7037	0.6323	0.4647	0.3657	0.3253	0.2433
100	50	UD-CNT	0.5058	0.4688	0.3788	0.2674	0.2460	0.2006
		FG-CNT	0.4793	0.4452	0.3551	0.2520	0.2325	0.1871

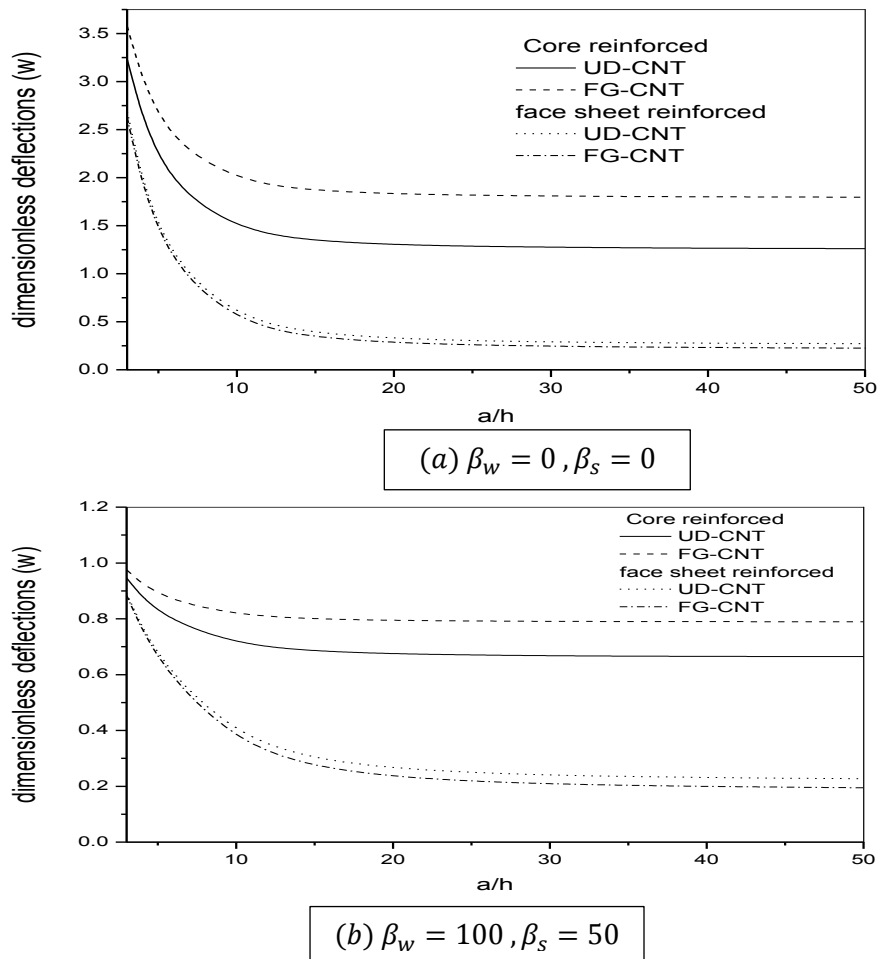
L'effet du rapport géométrique ( $h_c/h_t$ ) sur la flèche adimensionnelle et les contraintes de la plaque carrée sandwich renforcée avec et sans fondation élastique, comme indiqué dans le tableau 5 pour divers renforcement de CNT sous une charge uniforme. On peut constater que la valeur des flèches et des contraintes adimensionnelles pour divers schémas ou épaisseurs de couche de plaque sandwich sont assez différentes, La valeur est élevée pour le schéma ( $h_c/h_t = 2$ ), mais la valeur est moindre pour ( $h_c/h_t = 0.5$ ) dans le cas d'une plaque sandwich avec couches de facettes renforcées et l'inverse dans le cas d'une plaque sandwich à

âme renforcée. La flèche adimensionnelle minimale et les contraintes sont estimées dans le cas des couches de facettes renforcées FG-CNT et des couches de facettes renforcées UD-CNT respectivement pour ( $h_c/h_t = 0.5$ ) en présence de fondation élastique.

**Tableau V.5** : L'effet du rapport géométrique ( $h_c/h_t$ ) sur la fleche adimensionnelle et les contraintes d'une plaque sandwich carrée renforcée avec et sans fondation élastique sous une charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17, a/h = 10$ )

âme renforcé										
UD-CNT							FG-CNT			
$\beta_w$	$\beta_s$	$h_c/h_t$	$\bar{u}$	$\bar{w}$	$\bar{\sigma}_{xx}$	$\bar{\sigma}_{xy}$	$\bar{u}$	$\bar{w}$	$\bar{\sigma}_{xx}$	$\bar{\sigma}_{xy}$
0	0	0.5	0.4636	2.9582	9.4161	0.2106	0.4875	3.0783	-75.9566	0.0775
		1	0.3452	2.3135	7.3480	0.1632	0.4123	2.6833	-33.3294	0.0940
		2	0.1959	1.4477	4.2898	0.1027	0.2837	1.9568	-11.8228	0.0857
100	50	0.5	0.0814	0.9359	2.8167	0.0820	0.0834	0.9474	-21.8319	0.0295
		1	0.0707	0.8556	2.7329	0.0723	0.0769	0.9061	-10.9206	0.0385
		2	0.0527	0.6746	2.2126	0.0564	0.0643	0.7946	-4.9932	0.0413
Couches de facettes supérieure et inférieure renforcées										
0	0	0.5	0.0364	0.4839	0.8092	0.0350	0.0265	0.4204	1.1675	0.0372
		1	0.0374	0.4962	0.8317	0.0357	0.0289	0.4413	1.2707	0.0391
		2	0.0409	0.5254	0.9091	0.0375	0.0339	0.4809	1.4932	0.0426
100	50	0.5	0.0152	0.2431	0.6711	0.0229	0.0115	0.1983	1.0062	0.0238
		1	0.0156	0.2486	0.6870	0.0233	0.0124	0.2105	1.0854	0.0251
		2	0.1686	0.2649	0.7415	0.0246	0.0144	0.2350	1.2519	0.0276

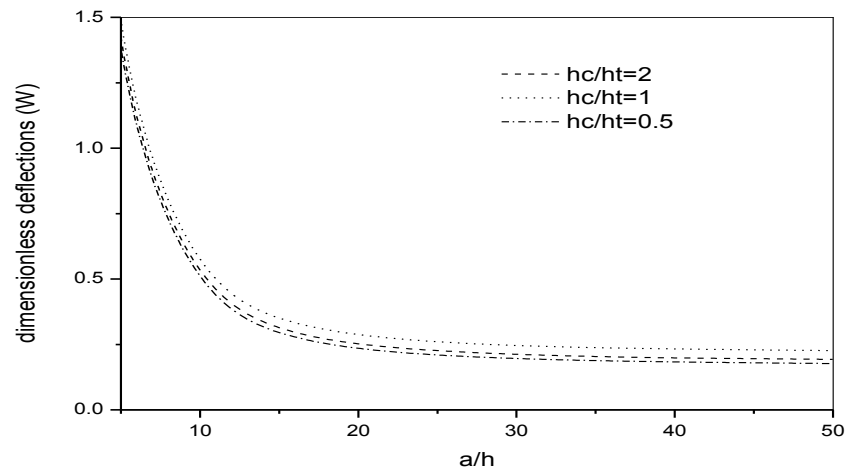
Dans ce chapitre, la (fig. 1) illustre la flèche adimensionnelle ( $\bar{W}$ ) d'une plaque sandwich carrée renforcée sous une charge uniforme avec plusieurs cas de renforcement avec et sans fondation élastique pour présenter l'effet du rapport géométrique  $a/h$ . Le rapport de l'épaisseur de la couche âme-face est maintenu inchangé à ( $h_c/h_t = 2$ ). On peut voir d'après (fig. 1a) et (fig. 1b) que lorsque le rapport géométrique augmente, la flèche adimensionnelle diminue puis se normalise pour la valeur la plus élevée du rapport géométrique ( $a/h > 20$ ). Pour l'effet de fondation élastique, la diminution de la flèche adimensionnelle est évidente dans tous les cas. De plus, la plaque sandwich avec couches de facettes renforcées présente une résistance élevée contre les déformations par rapport à la plaque sandwich à âme renforcée avec et sans fondation élastique.



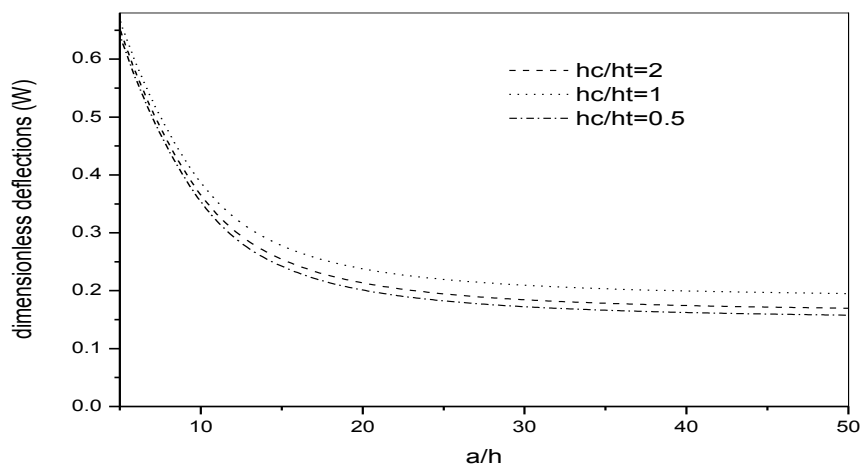
**Figure V.1 :** Effet du rapport géométrique  $a/h$  sur la flèche adimensionnelle ( $\bar{w}$ ) d'une plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) avec et sans fondation élastique sous une charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17$ )

Il est noté que la résistance élevée aux flèches pour le cas des couches de facettes renforcées est attribuée à une concentration du nanotube de carbone dans les couches supérieure et inférieure de la plaque sandwich. L'effet du rapport géométrique  $a/h$  et de la fondation élastique sur la flèche adimensionnelle ( $\bar{W}$ ) pour âme et couches de facettes renforcés de la plaque carré sandwich pour divers schémas sous une charge uniforme est fourni dans la (fig. 2). Le rapport d'épaisseur de couche âme-face varie avec les valeurs suivantes: ( $h_c/h_t = 0.5, 1, 2$ ). Les valeurs de la fraction volumique des NTC sont considérées comme égales à ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ). Il est claire dans la (Fig.2) que la flèche adimensionnelle diminue une fois avec une augmentation du rapport géométrique et une autre fois avec une augmentation du rapport d'épaisseur âme-face pour deux cas avec et sans fondation élastique. En revanche, on observe que lorsque le rapport d'aspect augmente, la flèche adimensionnelle diminue rapidement ( $a/h < 20$ ) puis se stabilise pour la valeur la plus élevée. La forte

diminution de la flèche adimensionnelle est plus prononcée lorsque la plaque est épaisse. La raison de ce phénomène est due au fait que l'effet de cisaillement est négligeable pour les plaques minces.



(a)  $\beta_w=0, \beta_s=0$

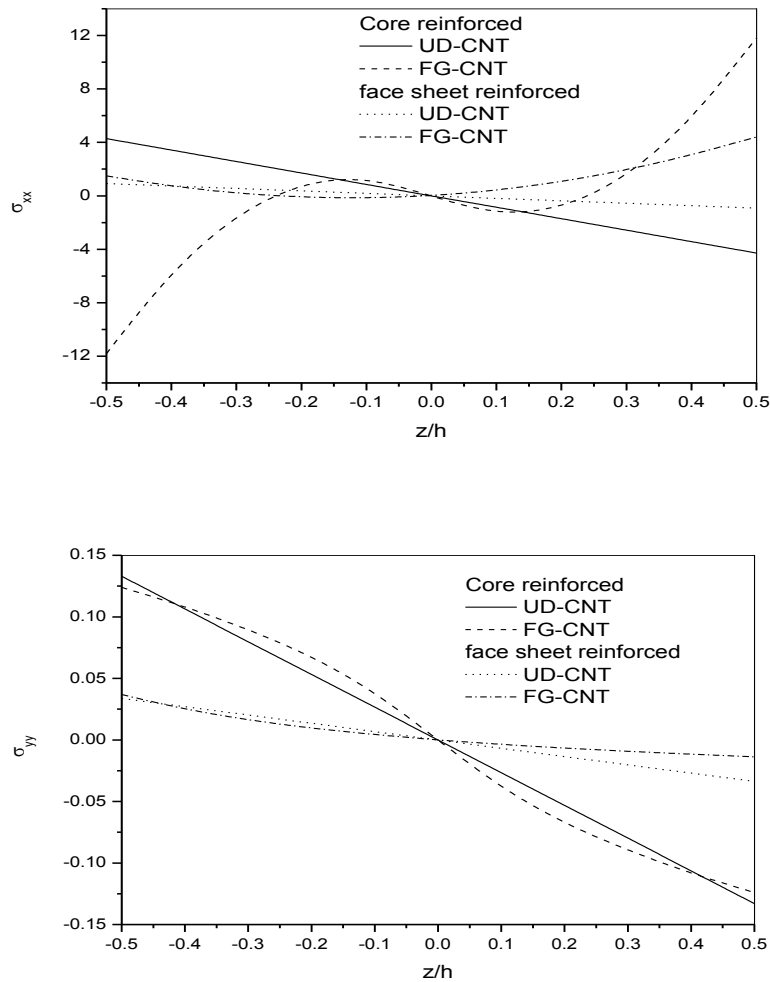


(b)  $\beta_w=100, \beta_s=50$

**Figure V.2** : Effet du rapport géométrique  $a/h$  et de la fondation élastique sur la flèche adimensionnelle ( $\bar{W}$ ) de la plaque sandwich carrée en couches de facettes renforcées pour divers schémas sous charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ).



L'influence de divers renforcement de CNT sur les contraintes axiales adimensionnelles ( $\bar{\sigma}_{xx}, \bar{\sigma}_{yy}$ ) à travers l'épaisseur de la plaque carrée sandwich renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) sous une charge uniforme sont illustrées dans la (fig.3) avec un rapport géométrique ( $a/h = 10$ ) et fraction volumique de nanotubes ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ). Sur ces figures, on observe que les contraintes adimensionnelles varient considérablement dans l'épaisseur de la plaque en raison de la fonction de distribution des NTC. La plaque sandwich avec couches de facettes renforcées entraîne moins de contraintes et la plaque sandwich avec âme renforcé entraîne une contrainte clairement visible comme dans la figure3. D'autre part, les contraintes adimensionnelles à travers l'épaisseur de la plaque sandwich renforcée (FG-CNT) ne sont pas linéaires et les contraintes sont de traction à la surface inférieure et compression à la surface supérieure de la plaque sandwich.

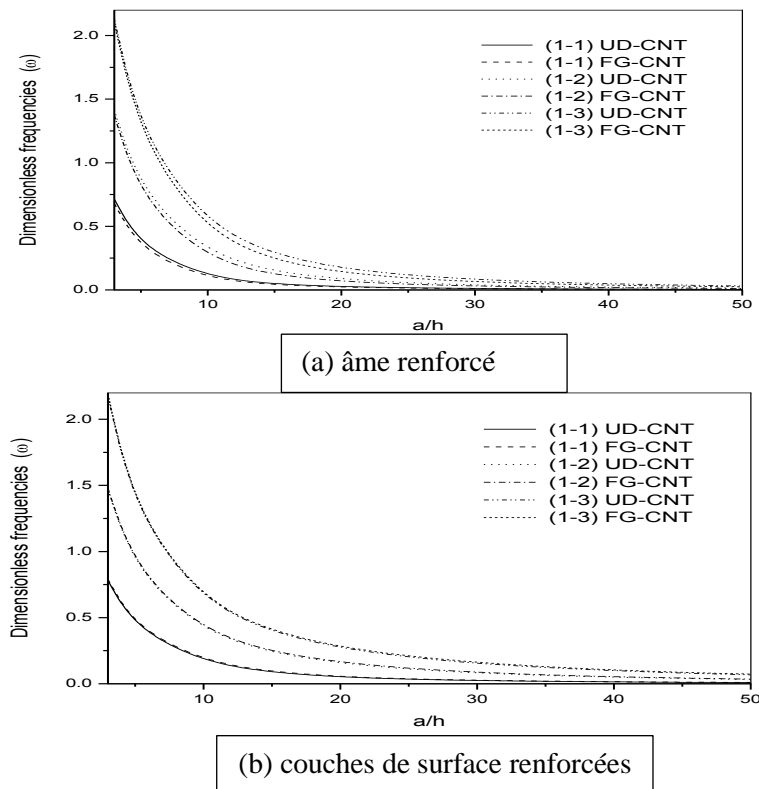


**Figure V.3 :** Contraintes adimensionnelles ( $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{yy}$ ) à travers l'épaisseur de la plaque sandwich carrée renforcée ( $h_c/h_t = 2$ ) sous une charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17, a/h = 10$ ).

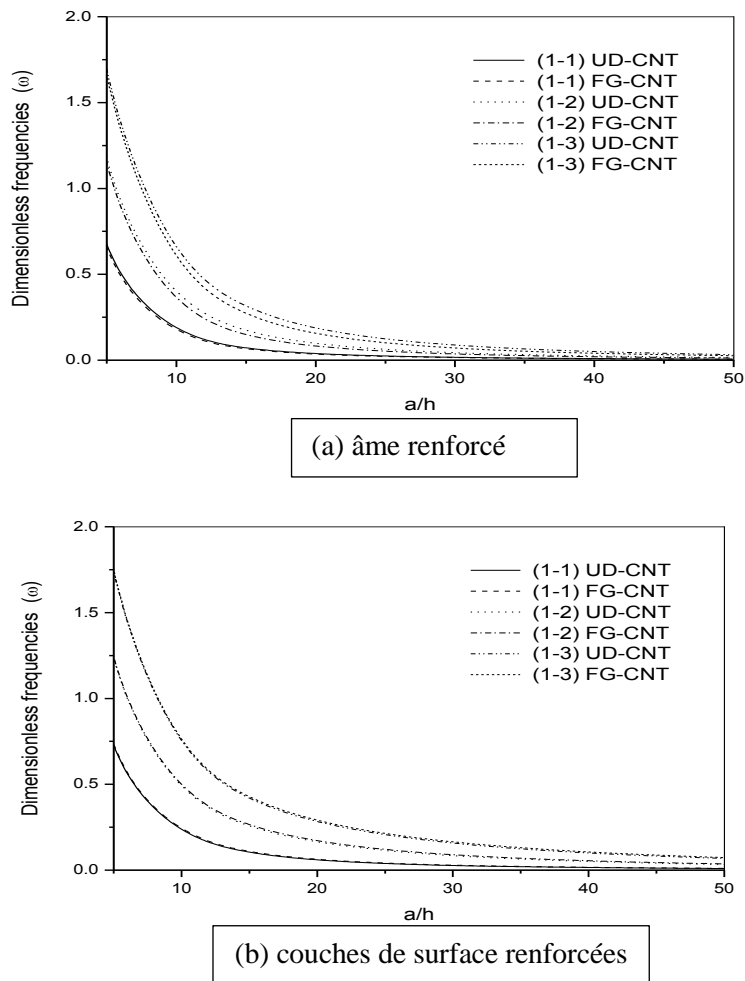
### V.2.3 fréquences adimensionnelle de la plaque sandwich FG-CNT :

En termes d'analyse des vibrations, la variation de la première, deuxième et troisième fréquences adimensionnelle de la plaque sandwich carrée à âme et couches de facettes renforcées ( $h_c/h_t = 2$ ) sous une charge uniforme avec fraction volumique de nanotubes ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ) sont présentées dans la (fig. 4) sans fondation élastique et la (fig. 5) avec fondation élastique.

Leurs résultats montrent la dépendance des fréquences adimensionnelle avec le rapport géométrique, la fondation élastique et diverse types de renforcement de la plaque sandwich. Pour chaque type de plaques, on s'attend à ce que les fréquences dans le champ de fréquence adimensionnelle augmentent avec l'augmentation du nombre de mode et diminuent avec l'augmentation du rapport d'aspect ( $a/h$ ). Dans ce cas, on peut voir que la différence entre la fréquence adimensionnelle de UD-CNT et FG-CNT est très faible pour tous les modes. De plus, la réduction de la fréquence adimensionnelle est la plus prononcée dans les plaques sandwich à âme renforcée. D'autre part, la présence d'une fondation élastique augmente des facteurs de constante de ressort qui entraînent la diminution des fréquences adimensionnelle des plaques sandwich.



**Figure V.4 :** Première, deuxième et troisième fréquences adimensionnelles d'une plaque sandwich carrée 1-2-1 sous charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ) sans milieu élastique ( $\beta_w = 0, \beta_s = 0$ ).



**Figure V.5 :** Première, deuxième et troisième fréquences adimensionnelles d'une plaque sandwich carrée 1-2-1 sous charge uniforme ( $V_{cnt}^* = 0.17$ ) avec milieu élastique ( $\beta_w = 100, \beta_s = 50$ ).

### V.3 Conclusion :

Dans ce chapitre, les résultats ont montré la dépendance du comportement statique et dynamique sur les différents paramètres tels que les rapports géométrique, la fraction volumique, les types de renforcement et l'épaisseur de la plaque.

La plaque sandwich FG-CNT renforcée en couches de facettes présente une résistance élevée à la flexion par rapport à d'autres types de renforcement du fait de la concentration des nanotubes de carbone au niveau des facettes supérieure et inférieure de la plaque sandwich.

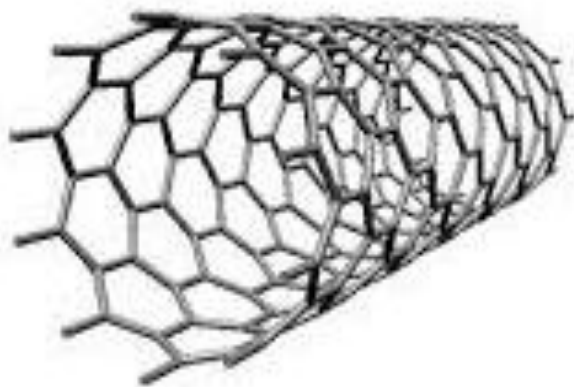
En ce qui concerne les analyses de vibrations, il a été constaté que les types de renforcement, les rapports géométriques et les numéros de mode sont des paramètres

importants pour les fréquences adimensionnelles de chaque plaque. L'augmentation des rapports géométrique ( $a/h$ ) et du mode fondamental conduit à la plus petite fréquence adimensionnelle. De plus, la réduction de la fréquence adimensionnelle est plus prononcée dans la plaque sandwich à âme renforcée.

---

## CONCLUSION GENERALE

---



## Conclusions générale

Dans cette recherche, l'influence de différents paramètres en présence de fondation élastique sur le comportement statique et dynamique des plaques sandwich composites renforcées de nanotubes de carbone a été réalisée en utilisant la théorie des plaques de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT). La structure était composée de couches nanocomposites telles que l'âme et couches de facettes renforcées. On a supposé que la plaque sandwich reposait sur fondation élastique type Pasternak. La règle du mélange avec l'introduction des paramètres d'efficacité CNT a été utilisée pour estimer les propriétés matérielles effectives du CNTRC. Les formulations et les équations principales comprennent les différents paramètres à résoudre et les analyses de flexion, de contraintes et de vibrations adimensionnelles de deux types de plaques sandwich reposant sur fondation type Pasternak, le sandwich avec les couches de facettes renforcées et l'âme homogène et le sandwich avec les couches de facettes homogène et l'âme renforcée. La fiabilité et l'exactitude des formulations mathématiques de ce modèle ont été établies grâce à l'étude de convergence et de comparaison.

Dans cette thèse, plusieurs résultats numériques de flexion, de contraintes et de vibrations des plaques sandwich reposant sur fondation élastique type Pasternak sont présentés et discutés en détail avec différents paramètres tels que les rapports géométrique, la fraction volumique, les types de renforcement, le numéro de mode, la fondation élastique et l'épaisseur de la plaque. Les résultats ont montré la dépendance des paramètres précédents sur le comportement statique et dynamique.

Outre les résultats, on constate que:

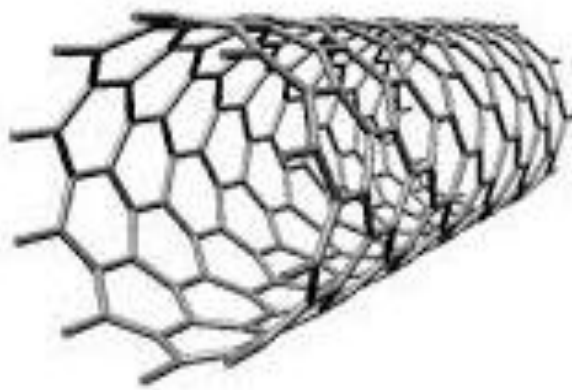
- La flèche adimensionnelle diminue dans la présence d'une fondation élastique et avec l'augmentation de la fraction volumique du nanotube de carbone pour tous les cas. La plaque sandwich avec couches de facettes renforcées FG-CNT présente une résistance élevée aux flèches par rapport aux autres types de renfort car il y a une concentration du renfort loin du plan médian de la plaque sandwich.
- La flèche et les contraintes minimales adimensionnelles sont estimées dans le cas des couches de facettes renforcées FG-CNT et des couche de facettes renforcées UD-CNT respectivement pour ( $h_c/h_t = 0.5$ ) dans la présence de fondation élastique.

- Il est noté que la résistance élevée aux flèches pour le cas des couches de facettes renforcées est attribuée à une concentration du nanotube de carbone au niveau des couches de facettes supérieure et inférieure de la plaque sandwich.
- La forte diminution de la flèche adimensionnelle est plus prononcée lorsque la plaque est épaisse. La raison de ce phénomène est due au fait que l'effet de cisaillement est négligeable pour la plaque mince.
- Le champ de la fréquence adimensionnelle augmente avec l'augmentation du nombre de mode et diminue avec l'augmentation du rapport géométrique ( $a / h$ ).
- La réduction de la fréquence adimensionnelle est la plus prononcée dans les plaques sandwich à âme renforcée et la présence d'une fondation élastique entraîne la diminution des fréquences adimensionnelle des plaques sandwich.

---

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---





## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

- Abdulrazzaq, M.A. Kadhim, Z.D., Faleh, N.M., Moustafa, N.M. (2020b), "A numerical method for dynamic characteristics of nonlocal porous metal-ceramic plates under periodic dynamic loads", *Structural Monitoring and Maintenance*, **7**(1), 27-42. DOI: <https://doi.org/10.12989/smm.2020.7.1.027>
- Abdulrazzaq, M.A., Fenjan, R.M., Ahmed, R.A., Faleh, N.M. (2020a), "Thermal buckling of nonlocal clamped exponentially graded plate according to a secant function based refined theory", *Steel and Composite Structures*, **35**(1), 147-157. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2020.35.1.147>
- Abdollahi, I., M.H. Yas, "Free vibration analysis of Timoshenko beams reinforced by BNNTs and a comparison with CNT-reinforced composite". *SN Appl. Sci.* **2**, 645, 2020.
- Abed, Z.A.K. and Majeed, W.I. (2020), "[Effect of boundary conditions on harmonic response of laminated plates](#)", *Composite Materials and Engineering*, **2**(2), 125-140. DOI: [10.12989/cme.2020.2.2.125](https://doi.org/10.12989/cme.2020.2.2.125).
- Ahmed, R.A., Fenjan, R.M., Faleh, N.M. (2019), "Analyzing post-buckling behavior of continuously graded FG nanobeams with geometrical imperfections", *Geomech. Eng.*, **17**(2), 175-180. <https://doi.org/10.12989/gae.2019.17.2.175>.
- Ait Atmane, H., A. Tounsi., I. Mechab., E.A Adda Bedia, (2010). —Free vibration analysis of functionally graded plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations using a new shear deformation theory. *Int. J. Mech. Mater. Design*; **6** (2): 113-121.
- Ajayan, P.M., Stephen, O., Colliex, C., Trauth, D. (1994), "Aligned carbon nanotube arrays formed by cutting a polymer resin-nanotube composite", *Science*, **256**, 1212-1214. DOI: [10.1126/science.265.5176.1212](https://doi.org/10.1126/science.265.5176.1212)
- Al-Maliki, A.F.H., Ahmed, R.A., Moustafa, N.M. and Faleh, N.M. (2020), "Finite element based modeling and thermal dynamic analysis of functionally graded graphene reinforced beams", *Advances in Computational Design*, **5**(2), 177-193. <https://doi.org/10.12989/acd.2020.5.2.177>.
- Al-Maliki, A.F.H., Ahmed, R.A., Moustafa, N.M., Faleh, N.M. (2020), "Finite element based modeling and thermal dynamic analysis of functionally graded graphene reinforced beams", *Advances in Computational Design*, **5**(2), 177-193. DOI: <https://doi.org/10.12989/acd.2020.5.2.177>
- Al-Osta, M.A. (2019), "Shear behaviour of RC beams retrofitted using UHPFRC panels epoxied to the sides", *Computers and Concrete*, **24**(1), 37-49. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2019.24.1.037>
- Ambartsumian, S.A. (1969). —Theory of anisotropic plate. Technomic Publishing Co Bouazza, M., Tounsi, A., Adda-Bedia, EA., Megueni, A. (2010), "Thermoelastic stability analysis of functionally graded plates: An analytical approach". *Comput Mater Sci* , **49**(4), 865-870.
- Anazawa K, Shimotani K, Manabe C, Watanabe H, Shimizu M, High purity carbon nano tube synthesis method, *Applied Physics Letters* **81**;(2002);739-741.
- Andrews, R. D. Jacques, M. Minot, T. Rantell, "Fabrication of carbon multiwall nanotube/polymer composites by shear mixing", *Macromolecular Materials and Engineering*, **287**, 395-403, 2002.
- Anil, K.L., Panda, S.K., Sharma, N., Hirwani, C.K., Topal, U. (2020), "Optimal fiber volume fraction prediction of layered composite using frequency constraints-A hybrid FEM approach", *Computers and Concrete*, **25**(4), 303-310. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/cac.2020.25.4.303>
- Ansari, R., J. Torabi, R. Hassani, Thermal buckling analysis of temperature-dependent FG-CNTRC quadrilateral plates, *Computers & Mathematics with Applications*, Volume 77, Issue 5, 2019, Pages 1294- 1311, ISSN 0898-1221.
- Arani, A.J., and Kolahchi, R. (2016), "Buckling analysis of embedded concrete columns armed with carbon nanotubes", *Computers and Concrete*, **17**(5), 567-578. <http://dx.doi.org/10.12989/cac.2016.17.5.567>.
- Arefi Mohammad, Mohammadi Masoud, Amir-Ahmadi Sara, Rabczuk Timon, FSDT electro-elastic analysis of FG-CNTRC cylindrical three-layered pressure vessels with piezoelectric face-sheets, *Thin-Walled Structures*, Volume 144, 106320, ISSN 0263-8231, 2019.
- Asadi, H., Souri, M., & Wang, Q. (2017), « A numerical study on flow-induced instabilities of supersonic FG-CNT reinforced composite flat panels in thermal environments », *Composite Structures*, **171**, 113-125. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.02.003>
- Aslan, Z., Karakuzu, R., & Okutan, B. (2003), « The response of laminated composite plates under low-velocity impact loading », *Composite structures*, **59**(1), 119-127. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(02\)00185-X](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(02)00185-X)
- Avcar, M. (2016), "Free Vibration of Non-Homogeneous Beam Subjected to Axial Force Resting on Pasternak Foundation", *JOURNAL OF POLYTECHNIC-POLITEKNIK DERGISI*, **19**(4), 507-512. Doi: [10.2339/2016.19.4.507-512](https://doi.org/10.2339/2016.19.4.507-512)
- Avcar, M., & Mohammed, W. K. M. (2018), "Free vibration of functionally graded beams resting on Winkler-Pasternak foundation", *Arabian Journal of Geosciences*, **11**(10), 232. <https://doi.org/10.1007/s12517-018-3579-2>
- Babak Safaei, Rasool Moradi-Dastjerdi, Zhaoye Qin, Fulei Chu, Frequency-dependent forced vibration analysis of nanocomposite sandwich plate under thermo-mechanical loads, *Composites Part B: Engineering*, Volume 161, 2019, Pages 44-54, ISSN 1359-8368.
- Bahavar V, Kattire P, Patil V, Khot S, Gujar K, Singh R 2014 A Review on Powder bed fusion technology of metal additive manufacturing AMSI Conference 2014, Bangalore, India.
- Bakhshi, N. and Taheri-Behrooz, F. (2019), "[Length effect on the stress concentration factor of a perforated orthotropic composite plate under in-plane loading](#)", *Composite Materials and Engineering*, **1**(1), 71-90. DOI: [10.12989/cme.2019.1.1.071](https://doi.org/10.12989/cme.2019.1.1.071).
- Barati, M.R. (2019), "Vibration analysis of FG nanoplates with nanovoids on viscoelastic substrate under hygro-thermo-mechanical loading using nonlocal strain gradient theory", *Structural Engineering and Mechanics*, **64**(6), 683-693. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2017.64.6.683>.

- Barber, A.H., Cohen, S.R., Wagner, H.D. (2003), "Measurement of carbon nanotube–polymer interfacial strength", *Appl Phys Lett*, **82**, 4140–2. DOI: 10.1063/1.1579568
- Barouni, A. K., & Saravanos, D. A. (2016), "A layerwise semi-analytical method for modeling guided wave propagation in laminated and sandwich composite strips with induced surface excitation", *Aerospace Science and Technology*, **51**, 118-141. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.01.023>
- Behera, S., Kumari, P. (2018), "Free vibration of Levy-type rectangular laminated plates using efficient zig-zag theory", *Advances in Computational Design*, **3**(3), 213-232. <https://doi.org/10.12989/acd.2017.2.3.165>
- Behrouz Karami, Davood Shahsavari, Maziar Janghorban, A comprehensive analytical study on functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates, *Aerospace Science and Technology*, Volumes 82–83, 2018, Pages 499-512, ISSN 1270-9638.
- Benedict Thomas, Vibration Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotubes Reinforced Composite Shell Structures", Roll Number 512ME1045.
- Berthelot J.M., Matériaux composites : Comportement mécanique et analyse des structures. Lavoisier, 2012
- Carrera, E. (2004), "On the use of Murakami's zig-zag function in the modeling of layered plates and Shells", *Computers and Structures*, **82**, 541-554.
- Bharti I, Gupta N, and Gupta K 2013 Novel Applications of Functionally Graded Nano, Optoelectronic and Thermoelectric Materials International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing, Vol. 1, No. 3, August 2013.
- Chakraverty, S. and Pradhan, K.K. (2014), "Free vibration of exponential functionally graded rectangular plates in thermal environment with general boundary conditions", *Aerosp. Sci. Technol.*, **36**, 132-156.
- Chin ESC 1999 Army focused research team on functionally graded armor composites Mater Sci. Engg. A259 : 155-161.
- Civalek, O., Jalaei, M.H. Buckling of carbon nanotube (CNT)-reinforced composite skew plates by the discrete singular convolution method. *Acta Mech* (2020).
- Civalek, Ö. Vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced quadrilateral plates using geometric transformation discrete singular convolution method. *Int J Numer Methods Eng*. 2020; 121: 990– 1019.
- Coomar N, Kadoli R 2010 Comparative analysis of steady state heat transfer in a TBC and functionally graded air cooled gas turbine blade", *Sadhana* Vol. 35, Part 1, February 2010, pp. 1–17. © Indian Academy of Sciences.
- Cooper, C.A., Cohen, S.R., Barber, A.H. and Wagner, H.D. (2002), "Detachment of nanotubes from a polymer matrix", *Appl Phys Lett*, **81**, 3873–5. <https://doi.org/10.1063/1.1521585>
- Dash, S., Mehar, K., Sharma, N., Mahapatra, T. R., Panda, S. K. (2019), "Finite element solution of stress and flexural strength of functionally graded doubly curved sandwich shell panel", *Earthquakes and Structures*, **16**(1), 55-67. <https://doi.org/10.12989/eas.2019.16.1.055>
- Das D, Saini A, Pathak M, Kumar S 2012 Application of functionally graded materials as thermal insulator in high temperature engineering components *IJREAS* Volume 2, Issue 2
- Das A, Rout M, Karmakar A. Time dependent response of impact induced functionally graded conical shell considering porosity. *Sādhanā*. 2020 Dec;45(1):1-15.
- Das. A, Agarwal G, Inaba K and Karmakar A. Time dependent low velocity impact response of turbo machinery blade made of porous exponential FGM. *ASME 2019 Gas Turbine India Digital Collection*. doi.org/10.1115/GTINDIA2019-2785
- Della, Croce. L., Venini.P.(2004), "Finite elements for functionally graded Reissner–Mindlin plates", *Comput Methods Appl Mech Eng.*, **193**(9),705–25.
- Dewangan, H.C., Sharma, N., Hirwani, C.K., Panda, S.K. (2020), "Numerical eigenfrequency and experimental verification of variable cutout (square/rectangular) borne layered glass/epoxy flat/curved panel structure", *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1759432>
- Dey S, Sarkar S, Das A, Karmakar A, Adhikari S 2015 Effect of twist and rotation on vibration of functionally graded conical shells. *Int.Journal of Mechanics and Materials in Design*, 11:425-437.
- Di Sciuva, M. (1987), "An improved shear-deformation theory for moderately thick mul-tilayered anisotropic shells and plates", *Journal of Applied Mechanics*, **54**, 589-596.
- Dihaj, A., Zidour, M., Meradjah, M., Rakrak, K., Heireche, H., & Chemi, A. (2018), "Free vibration analysis of chiral double-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium using non-local elasticity theory and Euler Bernoulli beam model", *Structural engineering and mechanics*, **65**(3), 335-342. <https://doi.org/10.12989/sem.2018.65.3.335>
- Duc, N. D., Cong, P. H., Tuan, N. D., Tran, P., & Van Thanh, N. (2017), "Thermal and mechanical stability of functionally graded carbon nanotubes (FG CNT)-reinforced composite truncated conical shells surrounded by the elastic foundations", *Thin-Walled Structures*, **115**, 300-310. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.02.016>
- Du, C., Li, Y., Jin, X. (2014), "Nonlinear forced vibration of functionally graded cylindrical thin shells", *Thin-Walled Struct.* **78**, 26–36.
- Dresselhaus MS, Dresselhaus G, Charlier JC, Hernandez E. Electronic, Thermal and mechanical properties of carbon nanotubes. *PhilosTransact A Math PhysEngSci*; 362(2004);2065- 2098.
- Ebrahimi F, Habibi S. Low-velocity impact response of laminated FG-CNT reinforced composite plates in thermal environment. *Advances in nano research*. 2017 Jun 1;5(2):69.
- Ebrahimi F, Farazmandnia N, Kokaba MR, Mahesh V. Vibration analysis of porous magneto-electroelastically actuated carbon nanotube-reinforced composite sandwich plate based on a refined plate theory. *Engineering with Computers*. 2019 Oct 5:1-6.
- Eltaher, M. A., Mohamed, S.A. (2020), "Buckling and stability analysis of sandwich beams subjected to varying axial loads", *Steel and Composite Structures*, **34**(2),241-260. <https://doi.org/10.12989/scs.2020.34.2.241>
- Epler L 2012 New Duplex Surface Treatment Dramatically Improves Die Life, Part Quality & Cost Saving Die Cast Engineer Magazine, September 2012.
- Esawi, A.M.K. and Farag, M.M. (2007), "Carbon nanotube reinforced composites: potential and current challenges", *Mater Des*, **28**, 2394–401. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2006.09.022>

- Fallah, A., M. Dehkordi, & Y. Beni, "Semi-exact solution for nonlinear dynamic analysis of nanobeams reinforced with functionally graded carbon nanotube located on a viscoelastic foundation". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 233(18), 6626–6639, 2019.
- Farzad Ebrahimi & Sajjad Habibi, "Nonlinear eccentric low-velocity impact response of a polymer-carbon nanotube-fiber multiscale nanocomposite plate resting on elastic foundations in hygrothermal environments", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 25:5, 425-438, 2018.
- Foroutan, K., H. Ahmadi, E. Carrera, "Nonlinear vibration of imperfect FG-CNTRC cylindrical panels under external pressure in the thermal environment", *Composite Structures*, Volume 227, 2019, 111310, ISSN 0263-8223.
- Frikha, A., S. Zghal, F. Dammak, "Dynamic analysis of functionally graded carbon nanotubes-reinforced plate and shell structures using a double directors finite shell element", *Aerospace Science and Technology*, Volume 78, 2018, Pages 438-451, ISSN 1270-9638.
- Gafour, Y., Hamidi, A., Benahmed, A., Zidour, M., Bensattalah, T. (2020), "Porosity-dependent free vibration analysis of FG nanobeam using non-local shear deformation and energy principle", *Advances in Nano Research*, 8(1), 49-58. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2020.8.1.049>
- George, N., J. Pitchaimani, S. Murigendrappa, & Babu, M. Lenin, "Vibro-acoustic behavior of functionally graded carbon nanotube reinforced polymer nanocomposite plates", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 232(7), 566–581, 2018.
- Ghannadpour, S. A. M. and Mehrparvar, M. (2020), "Modeling and evaluation of rectangular hole effect on nonlinear behavior of imperfect composite plates by an effective simulation technique", *Composite Materials and Engineering*, 2(1), 25-41. <https://doi.org/10.12989/cme.2020.2.1.025>.
- Gholami, R., and R. Ansari, "On the vibration of postbuckled functionally graded-carbon nanotube reinforced composite annular plates", *Scientia Iranica, Transactions F: Nanotechnology* 26 (2019) 3857- 3874.
- Ghorbanpour Arani, A and Emdadi, M and Ashrafi, H and Mohammadimehr, M and Niknejad, S and Ghorbanpour Arani, A. A and Hosseinpour, A, "Analysis of Viscoelastic Functionally Graded Sandwich Plates with CNT Reinforced Composite Face Sheets on Viscoelastic Foundation", *Journal of Solid Mechanics*, volume 11, no- 4, pages -690-706, (2019), Islamic Azad University Arak Branch.
- Giachini, P. A. G. S., S. S. Gupta, W. Wang, D. Wood, M. Yunusa, E. Baharlou, M. Sitti, A. Menges, "Additive manufacturing of cellulose-based materials with continuous, multidirectional stiffness gradients", *Science Advances*, American Association for the Advancement of Science, *Science Advances* 21 Feb 2020: Vol. 6, no. 8, eaay0929. composite skew plates." *Composite Structures* 160 (2017): 824-837.
- Glossaire des matériaux composites-CARMA-Actualisation octobre 2006
- Groves, J. F., and H. N. G. Wadley 1997 *Functionally graded materials synthesis via low vacuum directed vapor deposition Composites Parts B* 28B, (1997), 57-69.
- Hadji, L., Zouatnia, N. and Bernard, F. (2019), "An analytical solution for bending and free vibration responses of functionally graded beams with porosities: Effect of the micromechanical models", *Structural Engineering and Mechanics*, 69(2), 231-241. <https://doi.org/10.12989/sem.2019.69.2.231>.
- Hamed, M. A., Salwa A Mohamed, S. A. and Mohamed A. Eltahir, M. A. (2020), "Buckling analysis of sandwich beam rested on elastic foundation and subjected to varying axial in-plane loads", *Steel and Composite Structures*, 34(1), 75-89. <https://doi.org/10.12989/scs.2020.34.1.075>.
- Hamidi, A., Zidour, M., Bouakkaz, K., and Bensattalah, T. (2018), "Thermal and Small-Scale Effects on Vibration of Embedded Armchair Single-Walled Carbon Nanotubes", *In Journal of Nano Research*, 51, 24-38. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/JNanoR.51.24>.
- Hanson, G. W. (2005). Fundamental transmitting properties of carbon nanotube antennas. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, 53(11), 3426-3435. DOI: [10.1109/TAP.2005.858865](https://doi.org/10.1109/TAP.2005.858865)
- Hajlaoui, A., E. Chebbi, F. Dammak, "Static Analysis of Carbon Nanotube-Reinforced FG Shells Using an Enhanced Solid-Shell Element. In: Aifaoui N. et al. (eds) *Design and Modeling of Mechanical Systems - IV. CMSM 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham, 2020.
- Hedges M., Calder N 2006 *Near Net Shape Rapid Manufacture & Repair by LENS Cost Effective Manufacture via Net-Shape Processing*, pp. 13-1 – 13-14. Meeting Proceedings RTOMP- AVT-139, Paper 13. Neuilly-sur-Seine, France: RTO. Available from: <http://www.rto.nato.int/abstracts.asp>
- He Dan and Men Liang, "A free vibration model of carbon nanotube-reinforced functionally graded composite plates and scale effects", *Journal of Computational Mechanics*, 2018 Issue 03, Page : 326-330.
- Hirlekar R., Yamagar. M., Garse, H., Vij. M., Kadam, V., Carbon nanotubes and its applications, *Asian Journal of Pharmaceutical and Clinical Research*, Vol 2, Issue 4, 2009, 2426.
- Hirwani, C. K., Panda, S. K. (2019), "Nonlinear finite element solutions of thermoelastic deflection and stress responses of internally damaged curved panel structure", *Applied Mathematical Modelling*, 65, 303-317. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.08.014>
- Hone, J., Llaguno, M. C., Nemes, N. M., Johnson, A. T., Fischer, J. E., Walters, D. A., & Smalley, R. E. (2000), "Electrical and thermal transport properties of magnetically aligned single wall carbon nanotube films", *Applied physics letters*, 77(5), 666-668. <https://doi.org/10.1063/1.127079>
- Huangpeng Zeng, Zuxiang Lei, Yang Zhang, Chunhua Yu, "Computation of elastodynamic behavior of a hybrid laminated plate containing CNTR-FG layers and FRC layers under dynamic loading", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Volume 90, 2018, Pages 17-25, ISSN 0955-7997.
- Hu, Y., Y. F. Li, J. Han, "Prediction of interface stiffness of single-walled carbon nanotube-reinforced polymer composites by shear-lag model". *Acta Mech* 230, 2771–2782, 2019.
- Hussain, M., Naeem, M. N., & Taj, M. (2019). Vibration characteristics of zigzag and chiral functionally graded material rotating carbon nanotubes sandwich with ring supports. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 233(16), 5763–5780.

- Iijima S, Ichihashi T. Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter. *Nature* 1993;363:6035
- J. P.Lu, "Elastic Properties of Carbon Nanotubes and Nanoropes", *Physical Review Letters*, Vol. 79, No. 7, pp.1297-1300, 1997.
- Jam JE, Kiani Y. Low velocity impact response of functionally graded carbon nanotube reinforced composite beams in thermal environment. *Composite Structures*. 2015 Nov 15;132:35-43.
- Jamian S 2012 Application of Functionally Graded Materials for Severe Plastic Deformation and Smart Materials : Experimental Study and Finite Element Analysis Thesis submitted to Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology, Doctor degree of engineering
- Jeyaraj, P., & Rajkumar, I. (2013), "Static behavior of FG-CNT polymer nano composite plate under elevated non-uniform temperature fields", *Procedia Engineering.*, **64**, 825-834. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.09.158>
- Jian Yang, Xu-Hao Huang, Hui-Shen Shen, "Nonlinear flexural behavior of temperature-dependent FGCNTRC laminated beams with negative Poisson's ratio resting on the Pasternak foundation" , *Engineering Structures*, Volume 207, 2020, 110250, ISSN 0141-0296.
- Jianlei Cui, Xiaoying Ren, Huanhuan Mei, Xuewen Wang, Jianwei Zhang, Zhengjie Fan, Wenjun Wang, Hironori Tohyoh, Xuesong Mei, "Molecular dynamics simulation study on the interfacial contact behavior between single-walled carbon nanotubes and nanowires", *Applied Surface Science*, Volume 512, 145696, ISSN 0169-4332, 2020.
- Kapil S, Kulkarni P, Karunakaran K, Joshi P 2014 Development and Characterization of Functionally Graded Materials Using Hybrid Layered Manufacturing 5th International & 26th All India Manufacturing Technology, Design and Research Conference (AIMTDR 2014)
- Kar, V.R., Mahapatra, T.R, Panda, S.K. (2015), "Nonlinear flexural analysis of laminated composite flat panel under hygro-thermo-mechanical loading", *Steel and Composite Structures*, **19**(4), 1011-1033. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/scs.2015.19.4.1011>
- Katariya, P. V., Mehar, K., Panda, S. K. (2020), "Nonlinear dynamic responses of layered skew sandwich composite structure and experimental validation", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 103527. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2020.103527>
- Katariya, P. V., Panda, S. K., Hirwani, C. K., Mehar, K., Thakare, O. (2017), "Enhancement of thermal buckling strength of laminated sandwich composite panel structure embedded with shape memory alloy fibre", *SMART STRUCTURES AND SYSTEMS*, **20**(5), 595-605. <https://doi.org/10.12989/sss.2017.20.5.595>
- Katariya, P.V., Panda, S.K. (2019a), "Frequency and Deflection Responses of Shear Deformable Skew Sandwich Curved Shell Panel: A Finite Element Approach", *Arab J Sci Eng*, **44**, 1631-1648. <https://doi.org/10.1007/s13369-018-3633-0>
- Katariya, P.V., Panda, S.K. (2019b), "Numerical frequency analysis of skew sandwich layered composite shell structures under thermal environment including shear deformation effects", *Structural Engineering and Mechanics*, **71**(6), 657-668. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/sem.2019.71.6.657>
- Katariya, P.V., Panda, S.K. and Mahapatra, T.R. (2018), "Bending and vibration analysis of skew sandwich plate", *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, **90**(6), 885-895. <https://doi.org/10.1108/AEAT-05-2016-0087>
- Keleshteri, M. M., Asadi, H., & Wang, Q. (2017), "Large amplitude vibration of FG-CNT reinforced composite annular plates with integrated piezoelectric layers on elastic foundation", *Thin-Walled Structures.*, **120**, 203-214. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.08.035>
- Khashayar Ghorbani, Ali Rajabpour & Majid Ghadiri,"Determination of carbon nanotubes size-dependent parameters: molecular dynamics simulation and nonlocal strain gradient continuum shell model", *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2019.
- Kiani, Y. (2016), "Shear buckling of FG-CNT reinforced composite plates using Chebyshev-Ritz method", *Composites Part B: Engineering.*, **105**, 176-187. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.09.001>
- Kiani, Y. (2017a), "Dynamics of FG-CNT reinforced composite cylindrical panel subjected to moving load", *Thin-Walled Structures*, **111**, 48-57. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2016.11.011>
- Kiani, Y. (2017b), "Free vibration of carbon nanotube reinforced composite plate on point Supports using Lagrangian multipliers", *Meccanica.*, **52**(6), 1353-1367. <https://doi.org/10.1007/s11012-016-0466-3>
- Kiani, Y. (2017c), "Thermal buckling of temperature-dependent FG-CNT-reinforced composite skew plates", *Journal of Thermal Stresses.*, **40**(11), 1442-1460. <https://doi.org/10.1080/01495739.2017.1336742>
- Kiani, Y. (2018), "Thermal post-buckling of temperature dependent sandwich plates with FG-CNTRC face sheets", *Journal of Thermal Stresses.*, **41**(7), 866-882. <https://doi.org/10.1080/01495739.2018.1425645>
- Kiani, Y., Dimitri, R., Tornabene, F. (2018), "Free vibration study of composite conical panels reinforced with FG-CNTs", *Engineering Structures.*, **172**, 472-482. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.06.006>
- Knoppers. R., J. W. Gunnink, J. Van den Hout, and W. Van Vliet The reality of functionally graded material products TNO ScienceandIndustry, The Netherlands, pp 38-43.
- Kunche, M.C., Mishra, P.K., Nallala, H.B., Hirwani, C.K., Katariya, P.V., Panda, S., Panda, S.K. (2019), "Theoretical and experimental modal responses of adhesive bonded T-joints", *Wind and Structures.*, **29**(5), 361-369. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/was.2019.29.5.361>
- Kundalwal.K.B, Shingare, P.P. Maware, Chapter 5 - Carbon fiber-reinforced nanocomposites: a multiscale modeling of regularly S.I. staggered carbon fibers, Editor(s): Baoguo Han, Sumit Sharma, TuanAnh Nguyen, Li Longbiao, K. Subrahmanya Bhat. In *Micro and Nano Technologies, Fiber-Reinforced Nanocomposites: Fundamentals and Applications*, Pages 101-127, ISBN 9780128199046, 2020.
- Lal, A., Jagtap, K.R., Singh, B.N. (2017), "Thermo-mechanically induced finite element based nonlinear static response of elastically supported functionally graded plate with random system properties", *Advances in Computational Design.*, **2**(3), 165-194. <https://doi.org/10.12989/acd.2017.2.3.165>.
- Lee W, Stinton D 1996 Concept of Functionally Graded Materials for Advanced Thermal Barrier Coating Applications *Journal of the American Ceramic Society*, 79,12 (3003), 12.

- Lei, Z. X., Zhang, L. W., & Liew, K. M. (2015). Free vibration analysis of laminated FG-CNT reinforced composite rectangular plates using the kp-Ritz method. *Composite Structures*, 127, 245-259. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.03.019>
- L. Gornet, Généralités sur les matériaux composites, École Centrale de Nantes, 2011, HAL Id: cel-00470296.
- Li, H., Tu, S., Liu, Y., Lu, X., & Zhu, X. (2019), "Mechanical Properties of L-joint with composite sandwich structure", *Composite Structures.*, **217**, 165-174. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.03.011>
- Liew.K.M, Z.Pan, & L.Zhang, The recent progress of functionally graded CNT reinforced composites and structures, *Sci. China Phys. Mech. Astron.* 63, 234601 (2020).
- Long, V. T., & Van Tung, H. (2019). Thermal postbuckling behavior of CNT-reinforced composite sandwich plate models resting on elastic foundations with tangentially restrained edges and temperature-dependent properties. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*.
- Madani, H., Hosseini, H., & Shokravi, M. (2016), "Differential cubature method for vibration analysis of embedded FG-CNT-reinforced piezoelectric cylindrical shells subjected to uniform and non-uniform temperature distributions", *Steel and Composite Structures.*, **22**(4), 889-913. <https://doi.org/10.12989/scs.2016.22.4.889>
- Mahamood R, Akinlabi E, Shukla M and Pityana S 2012 Functionally graded materials: An overview Proceedings of the World Congress on Engineering 2012 Vol.3, WCE, London, U.K.
- Mahapatra, T. R., Mehar, K., Panda, S. K., Dewangan, S., Dash, S. (2017), "Flexural strength of functionally graded nanotube reinforced sandwich spherical panel", *In IOP conference series: Materials Science and Engineering.*, **178**(1), 012031. IOP Publishing. doi:10.1088/1757-899X/178/1/012031
- Mallek, H., Jrad, H., Wali, M., Kessentini, A., Gamaoun, F., & Dammak, F. (2020). Dynamic analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced shell structures with piezoelectric layers under dynamic loads. *Journal of Vibration and Control*.
- Maji.P, M Rout, & A. Karmakar, "Free vibration response of carbon nanotube reinforced pretwisted conical shell under thermal environment". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 234(3), 770–783, 2020
- Mehar, K., & Panda, S. K. (2018a), "Thermoelastic flexural analysis of FG-CNT doubly curved shell panel", *Aircraft Engineering and Aerospace Technology.*, <https://doi.org/10.1108/AEAT-11-2015-0237>
- Mehar, K., & Panda, S. K. (2018b), "Elastic bending and stress analysis of carbon nanotube-reinforced composite plate: Experimental, numerical, and simulation", *Advances in Polymer Technology.*, **37**(6), 1643-1657. <https://doi.org/10.1002/adv.21821>
- Mehar, K., Mishra, P.K., Panda, S.K. (2020a), "Numerical investigation of thermal frequency responses of graded hybrid smart nanocomposite (CNT-SMA-Epoxy) structure", *Mechanics of Advanced Materials and Structures.* <https://doi.org/10.1080/15376494.2020.1725193>
- Mehar, K., Panda, S.K. (2017a), "Thermoelastic analysis of FG-CNT reinforced shear deformable composite plate under various loading", *International Journal of Computational Methods.*, **14**(2), 1750019. <https://doi.org/10.1142/S0219876217500190>
- Mehar, K., Panda, S.K. (2017b), "Nonlinear static behavior of FG-CNT reinforced composite flat panel under thermomechanical load", *Journal of Aerospace Engineering.*, **30**(3), 04016100. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0000706](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000706)
- Mehar, K., Panda, S.K. (2020), "Nonlinear deformation and stress responses of a graded carbon nanotube sandwich plate structure under thermoelastic loading", *Acta Mech.*, **231**, 1105–1123. <https://doi.org/10.1007/s00707-019-02579-5>
- Mehar, K., Panda, S.K., Mahapatra, T. R. (2017), "Theoretical and experimental investigation of vibration characteristic of carbon nanotube reinforced polymer composite structure", *International Journal of Mechanical Sciences.*, **133**, 319-329. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.08.057>
- Mehar, K., Panda, S.K., Patle, B.K. (2018), "Stress, deflection, and frequency analysis of CNT reinforced graded sandwich plate under uniform and linear thermal environment: A finite element approach", *Polymer Composites.*, **39**(10), 3792-3809. <https://doi.org/10.1002/pc.24409>
- Mehar, K., Panda, S.K., Sharma, N. (2020b), "Numerical investigation and experimental verification of thermal frequency of carbon nanotube-reinforced sandwich structure", *Engineering Structures.*, **211**, 110444. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110444>
- Mellouli.H, H. Jrad, M. Wali, F. Dammak, Free vibration analysis of FG-CNTRC shell structures using the meshfree radial point interpolation method, *Computers & Mathematics with Applications*, Volume 79, Issue 11, Pages 3160-3178, ISSN 0898-1221, 2020.
- Merzoug, M., Bourada, M., Sekkal, M., Abir, A.C., Chahrazed, B., Benyoucef, S., Benachour, A. (2020), "2D and quasi 3D computational models for thermoelastic bending of FG beams on variable elastic foundation: Effect of the micromechanical models", *Geomechanics and Engineering.*, **22**(4), 361-374. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/gae.2020.22.4.361>
- Mindlin, R.D. (1951), "Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates", *J Appl Mech-T ASME*, **18**(1), 31–38.
- Mirjavadi, S.S., Forsat, M., Barati, M. R., Abdella, G. M., Mohasel Afshari, B., Hamouda, A. M. S., & Rabby, S. (2019). "Dynamic response of metal foam FG porous cylindrical micro-shells due to moving loads with strain gradient size-dependency", *The European Physical Journal Plus.*, **134**(5). doi:10.1140/epjp/i2019-12540-3.
- Mirzaei, M., & Kiani, Y. (2016), "Thermal buckling of temperature dependent FG-CNT reinforced composite plates", *Meccanica.*, **51**(9), 2185-2201. <https://doi.org/10.1007/s11012-015-0348-0>
- Miyamoto.Y, W. Kaysser, B. Rabin, A. Kawasaki, R.G. Ford, "Functionally graded materials: design, processing and applications", Springer Science & Business Media2013.

- Mohammadzadeh-Keleshteri, M., Asadi, H., & Aghdam, M. M. (2017), "Geometrical nonlinear free vibration responses of FG-CNT reinforced composite annular sector plates integrated with piezoelectric layers", *Composite Structures.*, 171, 100-112. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.01.048>
- Mohammad Hassan Dindarloo, Li Li, Vibration analysis of carbon nanotubes reinforced isotropic doublycurved nanoshells using nonlocal elasticity theory based on a new higher order shear deformation theory, *Composites Part B: Engineering*, Volume 175, 2019, 107170, ISSN 1359-8368.
- Mohsen Emdadi, Mehdi Mohammadimehr and Borhan Roustavi Navi, Free vibration of an annular sandwich plate with CNTRC facesheets and FG porous cores using Ritz method, *Advances in Nano Research* Volume 7, Number 2, March 2019, pages 109-123.
- Mohseni, A., & Shakouri, M. (2019). Vibration and stability analysis of functionally graded CNTreinforced composite beams with variable thickness on elastic foundation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 233(12), 2478–2489.
- Mohit Goel, S.P. Harsha, Sunita Singh, A.K. Sahani, "Analysis of temperature, helicity and size effect on the mechanical properties of carbon nanotubes using molecular dynamics simulation", *Materials Today: Proceedings*, ISSN 2214-7853, 2020.
- Monge, J.C., Mantari, J.L., Yarasca, J. and Arciniega, R.A. (2019), "[On Bending Response of Doubly Curved Laminated Composite Shells Using Hybrid Refined Models](https://doi.org/10.22055/jacm.2019.27297.1397)", *Journal of Applied and Computational Mechanics.*, 5(5), 875-899. DOI 10.22055/jacm.2019.27297.1397.
- Muzamal Hussain, Muhammad Nawaz Naeem, Effects of ring supports on vibration of armchair and zigzag FGM rotating carbon nanotubes using Galerkin's method, *Composites Part B: Engineering*, Volume 163, 2019, Pages 548-561, ISSN 1359-8368
- Narwariya, M., Choudhury, A., Sharma, A.K. (2018), "Harmonic analysis of moderately thick symmetric cross-ply laminated composite plate using FEM", *Advances in Computational Design.*, 3(2), 113-132. <https://doi.org/10.12989/acd.2018.3.2.113>.
- Nebab, M., Ait Atmane, H., Bennai, R. and Tahar, B. (2019), "Effect of nonlinear elastic foundations on dynamic behavior of FG plates using four-unknown plate theory", *Earthquakes and Structures.* 17(5), 447-462. <https://doi.org/10.12989/eas.2019.17.5.447>.
- Nejadi, M.M. and Mohammadimehr, M. (2020), "Analysis of a functionally graded nanocomposite sandwich beam considering porosity distribution on variable elastic foundation using DQM: Buckling and vibration behaviors", *Computers and Concrete.*, 25(3), 215-224. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.3.215>
- Nekoda van de Werken, Halil Tekinalp, Pouria Khanbolouki, Soydan Ozcan, Andrew Williams, Mehran Tehrani, "Additively manufactured carbon fiber-reinforced composites: State of the art and perspective, *Additive Manufacturing*", Volume 31, 2020, 100962, ISSN 2214-8604.
- Nasrin Naderi Beni, Free vibration analysis of annular sector sandwich plates with FG-CNT reinforced composite face-sheets based on the Carrera's Unified Formulation, *Composite Structures*, Volume 214, 2019, Pages 269-292, ISSN 0263-8223.
- Norouzi, S., A. Barati, R. Noroozi, "Computational Studies on Mechanical Properties of Carbon-based Nanostructures Reinforced Nanocomposites". *Journal of Comp. Applied Mechanics*; 50(2): 413-419, 2019
- Odegard, G.M., Gates, T.S., Wise, K.E., Park, C. and Siochi, E.J. (2003), "Constitutive modelling of nanotube-reinforced polymer composites", *Compos. Sci. Technol.*, 63, 1671-1687. [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00063-0](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00063-0)
- Ömer Civalek, Ali Kemal Baltacıoğlu, Vibration of carbon nanotube reinforced composite (CNTRC) annular sector plates by discrete singular convolution method, *Composite Structures*, Volume 203, 2018, Pages 458-465, ISSN 0263-8223.
- Othman, M. and Fekry, M. (2018), "Effect of rotation and gravity on generalized thermo-viscoelastic medium with voids", *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures.*, 14(2), 322-338. DOI: [10.1108/MMMS-08-2017-0082](https://doi.org/10.1108/MMMS-08-2017-0082)
- Panda, S.K., Katariya, P.V. (2015), "Stability and Free Vibration Behaviour of Laminated Composite Panels Under Thermo-mechanical Loading", *Int. J. Appl. Comput. Math.*, 1, 475-490. <https://doi.org/10.1007/s40819-015-0035-9>
- Panda, S.K., Singh, B.N. (2010), "Thermal post-buckling analysis of a laminated composite spherical shell panel embedded with shape memory alloy fibres using non-linear finite element method", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Sciences.*, 224(4), 757-769. <https://doi.org/10.1243/09544062JMES1809>
- Pandey, H.K., Agrawal, H., Panda, S.K., Hirwani, C.K., Katariya, P.V., Dewangan, H.C. (2020), "Experimental and numerical bending deflection of cenosphere filled hybrid (Glass/Cenosphere/Epoxy) composite", *Structural Engineering and Mechanics.*, 73(6), 715-724. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/sem.2020.73.6.715>
- Pandey, H.K., Hirwani, C.K., Sharma, N., Katariya, P.V., Panda, S.K. (2019), "Effect of nano glass cenosphere filler on hybrid composite eigenfrequency responses-An FEM approach and experimental verification", *Advances in Nano Research.*, 7(6), 419-429. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/anr.2019.7.6.419>
- Panjehpour, M., Eric Woo Kee Loh, Deepak T.J. (2018), "Structural Insulated Panels: State-of-the-Art", *Trends in civil Engineering and its architecture.*, 3(1) 336-340. DOI: 10.32474/TCEIA.2018.03.000151
- Patnaik, S.S., Swain, A. and Roy, T. (2020), "[Creep compliance and micromechanics of multi-walled carbon nanotubes based hybrid composites](https://doi.org/10.12989/cme.2020.2.2.141)", *Composite Materials and Engineering.*, 2(2), 141-152. DOI: 10.12989/cme.2020.2.2.141.
- Popoola P, Farotade G, Fatoba G and Popoola O, Zlatanovic M 2016 Laser Engineering Net Shaping Method in the Area of Development of Functionally Graded Materials (FGMs) for Aero Engine Applications - A Review, from "Fiber Laser", book edited by Mukul Chandra Paul, ISBN 978-953-51-2257-9 Chapter 17
- Quang Chan and Pham, Dinh Nguyen and Vu, Dinh Quang and Vu, Thi Thuy Anh and Nguyen, Dinh Duc, "Nonlinear buckling and post-buckling of functionally graded CNTs reinforced composite truncated conical shells subjected to axial load". *Steel and Composite Structures*, 31. ISSN 1229-9367, 2019
- Quin, X., and Dutta, D. 2004 Feature-Based Design for Heterogeneous Objects *Comput.-Aided Des.*, 36, pp. 1263-1278.

- Rachedi, M.A., Benyoucef, S., Bouhadra, A., Bachir Bouiadjra, R., Sekkal, M., Benachour, A. (2020), "Impact of the homogenization models on the thermoelastic response of FG plates on variable elastic foundation", *Geomechanics and Engineering.*, **22**(1), 65-80. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/gae.2020.22.1.065>
- Rahmani, M., Mohammadi, Y., Kakavand, F. and Raeesifard, H. (2020), "Vibration Analysis of Different Types of Porous FG Conical Sandwich Shells in Various Thermal Surroundings", *Journal of Applied and Computational Mechanics.*, **6**(3), 416-432. DOI [10.22055/jacm.2019.29442.1598](https://doi.org/10.22055/jacm.2019.29442.1598).
- Ranjbartoreh, A. R., Ghorbanpour, A., & Soltani, B. (2007), "Double-walled carbon nanotube with surrounding elastic medium under axial pressure", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures.*, **39**(2), 230-239. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2007.04.010>
- Reddy, J.N. (2004), "Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and Analysis", (2nd edition), Taylor & Francis eBooks, CRC Press.
- Reddy, J.N. (1979), "Free vibration of antisymmetric angle ply laminated plates including transverse shear deformation by the finite element method", *J Sound Vib.*, **4**, 565-576.
- Reddy, J.N. (1984), "A simple higher-order theory for laminated composite plates", *J Appl Mech.*, **51**(4), 745-752.
- Reddy, J.N. (1990), "A review of refined theories of laminated composite plates", *Shock Vib Dig.*, **22**(7), 3-17.
- Reddy, J.N. (1993), "An evaluation of equivalent-single-layer and layerwise theories of composite laminates", *Compos Struct.*, **25**(1-4), 21-35.
- Reissner, E. (1945), "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates", *J Appl Mech-T ASME.*, **12**(2), 69-77.
- Reissner, E. (1947), "On bending of elastic plates", *Q Appl Math.*, **5**(1), 55-68.
- Reissner, E. (1975), "On Transverse Bending of Plates, Including the Effects of Transverse Shear Deformation", *International Journal of Solids and Structures.*, **11**, 569-573.
- Reissner, E., Stavsky, Y. (1961), "Bending and stretching of certain types of hetero-geneous aelotropic elastic plate", *J. Appl. Mech.*, **28**, 402,408.
- Rezaiee-Pajand, M., Masoodi, A.R., Mokhtari, M. (2018), "Static analysis of functionally graded non-prismatic sandwich beams", *Advances in Computational Design.*, **3**(2), 165-190. <https://doi.org/10.12989/acd.2018...165>.
- Roopzeikar, S., A.M.Fattahi, "Evaluation of elastic modulus in PE/CNT composites subjected to axial loads". SN Appl. Sci. 1, 17, 2019.
- Rout M, Dash C, Karmakar A. Low velocity impact performance of CNTs-reinforced composite plate. Int J Adv Mech Eng. 2018;8(8).
- Rout M, Karmakar A. Free vibration of rotating pretwisted CNTs-reinforced shallow shells in thermal environment. Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2019 Nov 2;26(21):1808-20.
- Rostami, R., M. Mohammadimehr, "Dynamic stability and bifurcation analysis of sandwich plate with considering FG core and FG-CNTRC face sheets". Journal of Sandwich Structures & Materials, 2020.
- Ruan J, Sparks T, Fan Z, Stroble J, Panackal A and Liou F 2006 A Review of Layer Based Manufacturing Processes for Metals Solid freeform fabrication symposium, January 2006.
- Safa, A., Hadji, L., Bourada, M., and Zouatnia, N., (2019), "Thermal vibration analysis of FGM beams using an efficient shear deformation beam theory", *Earthquakes and Structures.*, **17**(3), 329-336. <https://doi.org/10.12989/eas.2019.17.3.329>.
- Sahmani, S., & Fattahi, A. M. (2017), "Nonlocal size dependency in nonlinear instability of axially loaded exponential shear deformable FG-CNT reinforced nanoshells under heat conduction", *The European Physical Journal Plus.*, **132**(5), 231. <https://doi.org/10.1140/epjp/i2017-11497-5>
- Sahoo, S.S., Panda, S.K., Singh, V.K. (2017), "Experimental and numerical investigation of static and free vibration responses of woven glass/epoxy laminated composite plate", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials and Design.*, **231**(5), 463-478. <https://doi.org/10.1177/1464420715600191>
- Sahoo, S.S., Singh, V.K., Panda, S.K. (2016), "Nonlinear flexural analysis of shallow carbon/epoxy laminated composite curved panels: experimental and numerical investigation", *Journal of Engineering Mechanics.*, **142**(4), 04016008. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0001040](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001040)
- Sahouane, A., Hadji, L., Bourada, M., (2019), "Numerical analysis for free vibration of functionally graded beams using an original HSDBT", *Earthquakes and Structures.*, **17**(1), 31-37. <https://doi.org/10.12989/eas.2019.17.1.031>.
- Sahu, P., Sharma, N., Panda, S.K. (2020), "Numerical prediction and experimental validation of free vibration responses of hybrid composite (Glass/Carbon/Kevlar) curved panel structure", *Composite Structures.*, **241**, 112073. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112073>
- Safarpour, M., A.Rahimi, Arani Noormohammadi, T.O. Rabczuk, "Frequency Characteristics of Multiscale Hybrid Nanocomposite Annular Plate Based on a Halpin-Tsai Homogenization Model with the Aid of GDQM". Appl. Sci. 2020, 10, 1412.
- Sankar, A., S.El-Borgi, M.Ganapathi, & K. Ramajeyathilagam, "Parametric instability of thick doubly curved CNT reinforced composite sandwich panels under in-plane periodic loads using higher-order shear deformation theory". Journal of Vibration and Control, 24(10), 1927-1950, 2018.
- Sayyad, A., and Ghumare, S. (2019), "A New Quasi-3D Model for Functionally Graded Plates", *Journal of Applied and Computational Mechanics.*, **5**(2), 367-380, DOI [10.22055/jacm.2018.26739.1353](https://doi.org/10.22055/jacm.2018.26739.1353).
- Sciuva, Di, M. Sorrenti, Bending, free vibration and buckling of functionally graded carbon nanotube reinforced sandwich plates, using the extended Refined Zigzag Theory, Composite Structures, Volume 227, 2019, 111324, ISSN 0263-8223
- Selmi, A. (2019), "Effectiveness of SWNT in reducing the crack effect on the dynamic behavior of aluminium alloy", *Advances in Nano Research.*, **7**(5), 365-377. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.5.365>
- Sehar Asghar, Muhammad Nawaz Naem, Muzamal Hussain, "Non-local effect on the vibration analysis of double walled carbon nanotubes based on Donnell shell theory", Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, Volume 116, 2020, 113726, ISSN 1386-9477.

- Shahistha A, Varghese B, Baby A 2014 A review on functionally graded materials The International Journal Of Engineering And Science (IJES), Volume 3, Issue 6, Pages 90-101, ISSN (e): 2319 – 1813 ISSN (p): 2319 – 1805
- Shen, H.S. (2009), “Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube reinforced composite plates in thermal environments”, *Compos Struct.*, **91**, 9-19. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.04.026>
- Shenas, A.G., Malekzadeh, P. & Ziaee, S. Vibration of Triangular Functionally Graded Carbon Nanotubes Reinforced Composite Plates with Elastically Restrained Edges in Thermal Environment. *Iran J Sci Technol Trans Mech Eng* 43, 653–678 (2019).
- Shokravi, M. (2017), “Buckling of sandwich plates with FG CNT-reinforced layers resting on orthotropic elastic medium using Reddy plate theory”, *Steel Compos. Struct.*, **23**(6), 623-631. <https://doi.org/10.12989/scs.2017.23.6.623>
- Shokrieh, M.M. and Kondori, M.S. (2020), “Effects of adding graphene nanoparticles in decreasing of residual stresses of carbon/epoxy laminated composites”, *Composite Materials and Engineering.*, **2**(1), 53-64. <https://doi.org/10.12989/cme.2020.2.1.053>.
- Simsek M 2015 Bi-directional functionally graded materials (BDFGMs) for free and forced vibration of Timoshenko beams with various boundary conditions *Composites structures* (Sciencedirect), 133, (2015), 968-978.
- Singha TD, Das A, Agarwal G, Bandyopadhyay T, Karmakar A. Free vibration characteristics of sandwich conical shells with fgm face sheets: A Finite Element Approach. ASME 2019 Gas Turbine India Digital Collection. doi.org/10.1115/GTINDIA2019-2545
- Sumet Chakraborty, Tanish Dey and Rajesh Kumar, “Stability and vibration analysis of CNT-Reinforced functionally graded laminated composite cylindrical shell panels using semi-analytical approach”, *Composites Part B: Engineering*, Volume 168, 2019, Pages 1-14, ISSN 1359-8368.
- Suryakumar S, Somashekara M 2013 Manufacture of functionally gradient materials using weld-deposition *Solid Free. Fabr. Symp.* (2013) 1-36
- Tornabene.F, M.Baccocchi, N.Fantuzzi, and J.Reddy, “Multiscale approach for three phase CNT/polymer/fiber laminated nanocomposite structures”, *Polym. Compos.*, 40: E102-E126, 2019.
- Udupa G, Rao S, Gangadharan K 2014 Functionally graded composite materials: An overview”, *International conference on advances in manufacturing and material engineering*, AMME 2014.
- Van Do Vuong Nguyen, Lee Yang-Kyu, Lee Chin-Hyung, Isogeometric analysis of FG-CNTRC plates in combination with hybrid type higher-order shear deformation theory, *Thin-Walled Structures*, Volume 148, 2020, 106565, ISSN 0263-8231..
- Verma, K. L. (2013), “Wave propagation in laminated composite plates”, *International Journal of Advanced Structural Engineering.*, 5(1), 10. <https://doi.org/10.1186/2008-6695-5-10>
- Vodenitcharova, T., Zhang, L.C. (2006), “Bending and local buckling of a nanocomposite beam reinforced by a single-walled carbon nanotube”, *Int J Solids Struct.*, **43**, 3006–24. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.05.014>
- Watanabe Y, Inaguma Y, Sato H, and Miura-Fujiwara E 2009 Novel fabrication method for functionally graded materials under centrifugal force: the centrifugal mixed-Powder method *Materials*, Vol. 2, No. 4, pp.2510-2525.
- Wattanasakulpong, N. and Chaikittiratana, A. (2015), “Exact solutions for static and dynamic analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates with Pasternak elastic foundation”, *Applied Mathematical Modelling.*, **39**(18), 5459-5472. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2014.12.058>
- Xie, S., Li, W., Pan, Z., Chang, B., & Sun, L. (2000), “Mechanical and physical properties on carbon nanotube”, *Journal of Physics and Chemistry of solids.*, **61**(7), 1153-1158. [https://doi.org/10.1016/S0022-3697\(99\)00376-5](https://doi.org/10.1016/S0022-3697(99)00376-5)
- Zghal.S, S.Trabelsi, A.Frikha, F. Dammak, “Forced Vibration Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotubes-Reinforced Composite Plates with Finite Element Strategy”. In: Aifaoui N. *et al.*(eds) *Design and Modeling of Mechanical Systems - IV. CMSM 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham, 2020.
- Zghal.S, A. Frikha, F. Dammak, Free vibration analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded composite shell structures, *Applied Mathematical Modelling*, Volume 53, 2018, Pages 132-155, ISSN 0307-904X.
- Zghal.S, A. Frikha, F. Dammak, Mechanical buckling analysis of functionally graded power-based and carbon nanotubes-reinforced composite plates and curved panels, *Composites Part B: Engineering*, Volume 150, 2018, Pages 165-183, ISSN 1359-8368.
- Zhang, L. W., Lei, Z. X., & Liew, K. M. (2015), “Buckling analysis of FG-CNT reinforced composite thick skew plates using an element-free approach”, *Composites Part B: Engineering.*, **75**, 36-46. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.01.033>
- ZhangDanhui, LiuZhongkui, YangHoubao, and LiuAnmin, “Molecular dynamics simulations of singlewalled carbon nanotubes and polymers” *Surface Innovations* 2019 7:5, 284-289.
- Zhu, P., Lei, Z.X., Liew, K.M. (2012), “Static and free vibration analyses of carbon nanotube reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory”, *Compos. Struct.* , **94**, 1450-1460. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.11.010>
- Zhu J, Lai Z, Yin Z, Jeon J, and Lee S Fabrication of ZrO<sub>2</sub>-NiCr functionally graded material by powder metallurgy *Materials Chem. Phys.* 68 130. Crossref.