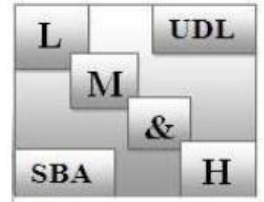


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DJILLALI LIABESSIDI BEL ABBES



FACULTE DES TECHNOLOGIES
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL & TRAVAUX PUBLICS
Laboratoire des Matériaux & Hydrologie



THESE

Présentée en vue de l'obtention du

DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : **Génie Civil**

Option : **Structures & matériaux**

Soutenue par

REFRAFI Salah

Sujet de thèse :

**Etude des effets des conditions hygrothermiques
sur la réponse mécanique des plaques
sandwiches fonctionnellement graduées en
utilisant une théorie avancée des plaques**

Soutenu le : 26 / 11 / 2020, devant le Jury composé de :

M. TOUNSI Abdelouahed	Professeur	UDL SBA	Président
M. BOUSAHLA Abdelmoumen Anis	MCA	UDL SBA	Directeur de la thèse
M. BOUAZZA Fahsi	Professeur	UDL SBA	Co-directeur de la thèse
M ^{me} . LAOUFI Imene	MCA	C.U. Relizane	Examinatrice
M. BELABED Zakaria	MCA	C.U. Naama	Examineur
M. CHIKH Abdelbaki	MCA	U. Tiaret	Examineur
M. BOUHADRA Abdelhakim	MCA	U. Khenchela	Invité

Année universitaire : 2019-2020

DEDICACE

Dédicace

A la mémoire de mon père ;

A ma très chère mère, à mes frères et sœurs ;

A ma petite famille ;

A tous qui ont contribué de manière directe ou indirecte
à la réalisation de ce travail.

REMERCIEMENT

Remerciement

Nous tenons à remercier ALLAH le tout puissant de nous avoir donné la foi et de nous avoir permis d'en arriver là.

Je tiens tout d'abord à adresser mes profonds remerciements à mon encadreur, Monsieur **BOUSAHLA Abdelmoumen Anis**, Maître de conférences classe A, qui a été attentif à l'évolution de ma recherche et a apporté toute sa contribution pour mener à bien ce travail, sans oublier le co-encadreur de la thèse Monsieur **FAHSI Bouaza**, Professeur à l'Université Djilali Liabes de Sidi Bel Abbes, pour leur encouragement et collaboration d'effectuer de cette thèse.

J'exprime également toute ma reconnaissance à l'égard du **Dr. BOUHADRA Abdelhakim** qui a apporté un soutien scientifique constant à mon travail de recherche, sa disponibilité et ses conseils précieux qui m'ont permis d'aplanir bien les différentes difficultés trouvées.

J'adresse mes sincères et profondes reconnaissances pleines d'affection à mon ami **Dr. MENASRIA Abderrahmane**, pour sa participation et sa collaboration à résoudre tous les problèmes que j'ai rencontrés au cours de la réalisation de ce travail.

J'exprime également toute ma reconnaissance à Monsieur **TOUNSI Abdelouahed**, Professeur à l'Université Djilali Liabes de Sidi Bel Abbes, de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de soutenance.

Mes vifs remerciements s'adressent aussi à : Madame **LAOUFI Imene**, Maître de conférences classe A à Centre Universitaire de Relizane, Monsieur **BELABED Zakaria**, Maître de conférences classe A Centre Universitaire de Naama, Monsieur **CHIKH Abdelbaki**, Maître de conférences classe A à l'Université de Tiare, de m'avoir fait l'honneur d'être les examinateurs de cette thèse. Qu'il me soit permis de leur exprimer ma profonde gratitude.

Mes remerciements vont à l'ensemble du personnel du laboratoire LM&H et aux personnels du département de Génie Civil à l'Université de Abbes LAGHROUR à Khenchela.

RESEME

Résumé

Dans ce travail de recherche, la réponse des plaques sandwiches FG simplement appuyées au flambement mécanique et hygrothermique, et reposent sur fondation élastique type "Winkler-Pasternak", est étudiée à l'aide d'une nouvelle théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé à variable réduits. Le modèle actuel prend en compte les effets de déformation de cisaillement et garantit des contraintes de cisaillement nulles sur les bords libres de la plaque sandwich FG sans nécessiter aux facteurs de correction. La plaque sandwich est constituée de trois couches, la couche intermédiaire est isotrope (purement céramique), et les deux autres sont fonctionnellement graduées et varient selon une fonction de loi de puissance « P-FGM ». Du principe du travail virtuel, les équations de stabilité sont déduites et résolues par la solution de Navier. Les effets hygrothermiques sont considérés avec une distribution uniforme, linéaire et non linéaire à travers l'épaisseur de la plaque. Pour vérifier et confirmer l'exactitude du modèle actuel, plusieurs comparaisons ont été faites avec d'autres modèles trouvés dans la littérature. Les effets de la température, de la concentration en humidité, des paramètres de la fondation élastique, du rapport géométrique, du rapport d'aspect et du paramètre d'inhomogénéité sur le flambement critique des plaques sandwiches FG sont également étudiés.

Mots-clés : Plaques sandwiches FG, flambement mécanique, hygrothermique, fondation élastique, équations de stabilités, solution de Navier.

ABSTRACT

Abstract

In this research work, the hygrothermal and mechanical buckling responses of simply supported FG sandwich plate seated on Winkler-Pasternak elastic foundation are investigated using a novel shear deformation theory. The current model take into consideration the shear deformation effects and ensures the zero shear stresses on the free surfaces of the FG-sandwich plate without requiring the correction factors “Ks”. The material properties of the faces sheets of the FG-sandwich plate are assumed varies as power law function “P-FGM” and the core is isotropic (purely ceramic). From the virtual work principle, the stability equations are deduced and resolved via Navier model. The hygrothermal effects are considered varies as a nonlinear, linear and uniform distribution across the thickness of the FG-sandwich plate. To check and confirm the accuracy of the current model, a several comparison has been made with other models found in the literature. The effects the temperature, moisture concentration, parameters of elastic foundation, side-to-thickness ratio, aspect ratio and the inhomogeneity parameter on the critical buckling of FG sandwich plates are also investigated.

Keywords: FG: sandwich plate, hygrothermo and mechanical buckling; stability equations; Navier solution;

ملخص

ملخص

في هذا العمل البحثي، تم التحقيق في استجابات الالتواء الحراري والميكانيكي لصفحة السندويتش FG المدعومة على مساند بسيطة والمثبتة على أساس Winkler-Pasternak المرن باستخدام نظرية تشوه القص الجديدة. يأخذ النموذج الحالي في الاعتبار تأثيرات تشوه القص ويضمن إجهاد القص يساوي الصفر على الأسطح الحدية لصفحة السندويتش FG دون الحاجة إلى عوامل التصحيح "KS". يُفترض أن خصائص المادة لألواح الوجوه لصفحة السندويتش FG تختلف باختلاف وظيفة قانون الطاقة "P-FGM" واللب متناحي الخواص (السيراميك الخالص). من مبدأ العمل الافتراضي، يتم استنباط معادلات الاستقرار وحلها عبر نموذج Navier. تتنوع التأثيرات الحرارية مع الرطوبة كتوزيع غير خطي وخطي وموحد عبر سمك لصفحة السندويتش FG. للتحقق والتأكد من دقة النموذج الحالي، تم إجراء مقارنة عديدة مع النماذج الأخرى الموجودة في الأبحاث. تم فحص تأثيرات درجة الحرارة، تركيز الرطوبة، معاملات الأساس المرن، نسبة الجانب إلى السماكة، نسبة العرض إلى الارتفاع ومعامل عدم التجانس على الالتواء الحرج لصفائح السندويتش FG

كلمات البحث: لصفحة السندويتش متدرجة وظيفيا، الالتواء الميكانيكي الحراري؛ معادلات الاستقرار؛ حل Navier

**TABLE
DES MATIERES**

Table des matières

Remerciement	I
Dédicace	II
Résumé	III
Abstract	IV
ملخص	V
Table de matière	VI
Liste des figures	XI
Liste des tableaux	XIV
Liste des notations	XV
Introduction générale	01
Chapitre I : Généralités sur les composites & Les Structures sandwiches	
I.1. Introduction.....	03
1.2 Classification des composites.....	04
1.2.1 Classification effectuée par rapport au constituant de la matrice.....	04
1.2.2 Classification selon la forme de renforcement.....	04
1.2.3 Les composites laminaires.....	05
1.2.3.1 Composite stratifié	06
1.2.3.2 Composites sandwiches	06
1.3 Constituants de matériaux composites.....	07
1.3.1. La matrice.....	07
1.3.1.1 Résines époxyde.....	08
1.3.1.2 Résines polyester.....	08
1.3.1.3 Matrices en résine des phénoliques.....	08
1.3.1.4 Matrices en résines Polyamides.....	08
1.3.1.5 Matrices métalliques	09
1.3.1.6 Matrices en céramique.....	09

1.3.1.7 Matrices en carbone	09
1.3.2 Les renforts	09
1.3.2.1 Fibres de carbone et de graphite.....	10
1.3.2.2 Fibre d'Aramide.....	11
1.3.2.3 Fibres de verre.....	11
1.3.2.4 Les fibres de bore.....	12
1.3.2.5 Fibre de silice (ou de quartz).....	12
1.3.3 Les Âmes.....	12
1.3.3.1 Les mousses	12
1.3.3.2 Le bois	13
1.3.3.3 Le nid d'abeilles.....	13
1.3.4 Les peaux.....	14
1.3.5 Adhésifs.....	14
1.4 Structure sandwich	14
1.4.1 Définition	14
I.4.2. Les éléments constituant les matériaux sandwichs	15
1.4.2.1. Les peaux	15
1.4.2.2 L'âme	15
1.4.2.3. L'interface	16
I.4.3. Intérêt des structures sandwichs	16
I.5. Conclusion	17
Chapitre II : Matériaux Fonctionnellement Gradués -FGM-	
II.1. Introduction	18
II.2. Origine	19
II.3. Définition	19
II.4. Types des Matériaux Fonctionnellement Graduée	21
II.4.1. La Composition Chimique des Matériaux Fonctionnellement Graduée	21
II.4.2. Gradient de Microstructure Matériaux en FGM	22
II.5. Méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés	22

II.5.1.	Coulage en bande (Tape Casting ou Doctor-Blade)	22
II.5.2.	Coulage séquentiel en barbotine (Slip Casting)	23
II.5.3.	Compaction sèche des Poudres	23
II.5.4.	Projection plasma	24
II.5.5.	Frittage et Infiltration	24
II.6.	Classifications des FGM	24
II.6.1.	Selon L'état Lors du Traitement des FGM	24
II.6.2.	Selon la Structure FGM	25
II.6.3.	Selon le Type de Gradient FGM	26
II.6.4.	Selon L'échelle et les Dimensions de la FGM	27
II.6.5.	Selon la Nature du Processus de Gradation des FGM	27
II.6.6.	Selon le Domaine d'application	28
II.7	Les Modèles de FGM	29
II.7.1	Modèle Voigt	29
II.7.2.	Modèle Reuss	29
II.7.3.	Modèle Tamura	30
II.7.4.	Description par un élément de volume représentatif (LRVE)	30
II.7.5.	Modèle Mori-Tanaka	30
II.7.6.	Comparaison des modèles micromécaniques	31
II.7.7.	Les propriétés des matériaux des poutres P-FGM	33
II.7.8.	Les propriétés des matériaux des poutres S-FGM	33
II.7.9.	Les propriétés des matériaux des poutres E-FGM	34
II.8.	Conclusions	35
 Chapitre III : Revue des théories pour la modélisation et l'analyse des Plaques fonctionnellement Graduées		
III.1.	Introduction	36
III.2.	Les théories équivalentes des monocouches (ESL)	37

III.2.1. Modèle CPT	37
III.2.2 Modèle FSDT	38
III.2.3. Modèle TSDT	40
III.2.4. Modèles HSDT	41
III.2.4.1. Modèles basés sur des fonctions polynomiales	41
III.2.4.2. Modèles basés sur des fonctions non polynomiales	42
III.2.5. Théories simplifiées	43
III.2.6. Théories mixtes	44
III.3. Théorie de l'élasticité 3D	45
III.4. Formulation unifiée	47
III.5. Conclusions	48
 Chapitre IV : Analyse du Comportement hygrothermique et flambement mécanique des Plaques Sandwiches en FGM	
IV.1. Introduction	50
IV.2. Formulation mathématique	50
IV.2.1 Cinématique et déformations	51
IV.2.2. Relations constitutives	53
IV.2.3. Les équations de stabilité	53
IV.2.4 Différents types de distributions hygrothermiques	56
IV.2.4.1 Distribution hygrothermique uniforme (UHR)	56
IV.2.4.2. Distribution hygrothermique linéaire (LHR)	56
IV.2.4.3. Montée hygrothermique non linéaire (NHR)	56
IV.3. Solution analytique	57
IV.4. Conclusion	58

Chapitre V: Résultats et Discussions du Comportement des Plaques Sandwiches en FGM	
V.1. Introduction	59
V.2. Résultats et discussions	59
V.3. Comportement de la plaque sandwich aux sollicitations	60
V.3.1. Plaque soumise à des charges mécaniques	60
V.3.2 Plaque soumise à des charges hygrothermiques	65
V.4. Conclusion	70
Conclusion générale	71
Références	73

**LISTE
DES FIGURES**

Liste des Figures

Chapitre I : Généralités sur les composites & Les Structures sandwiches

Figure I.1 : Classification de matériaux composites	3
Figure I.2 : Classification de matériaux composites	5
Figure I.3 : Classification des composite selon la forme des renforts	5
Figure I.4 : Nomenclatures des laminés composites	6
Figure I.5 : Structure composite stratifié	6
Figure I.6 : Structure sandwich	7
Figure I.7 : Différentes familles de matrices	7
Figure I.8:Les structures géométriques des composites : (a) fibres longues, (b) fibres courtes, (c) particules	9
Figure I.9 : Types de renfort	10
Figure I.10:Les fibres de carbone	10
Figure I.11 : Fibres d'aramide	11
Figure I.12 : Fibre de verre	11
Figure I.13:Fibre de bore	12
Figure I.14:Fibre de silice pure	12
Figure I.15:Mousse en PVC	13
Figure I.16:bois de Balsa	13
Figure I.17:Âme en nid à abeille pour composite	13
Figure I.18:Schéma représentatif d'une structure sandwich	14
Figure I.19:Les différents types de noyau sandwich	16

Chapitre II : Matériaux Fonctionnellement Gradués -FGM-

Figure II.1 : Développement du métal vers la FGM	18
Figure II.2 : Une aube de turbine pré-torsadée conique à paroi mince FGM.....	19
Figure II.3 : Une plaque fonctionnellement graduée	20
Figure II.4 : Variation des propriétés des composites conventionnels et des FGM	20
Figure II.5 : Exemples de combinaisons de matériaux possibles utilisées dans les FGM...	21
Figure II.6 : Diagramme schématique de la FGM à porosité	22

Figure II.7 : Principe de la méthode coulage en bande [Lostec, 1997]	23
Figure II.8: Classification des FGM selon leur état lors de la fabrication	25
Figure II.9 : Matériaux fonctionnellement graduée avec différentes formes de gradient	26
Figure II.10: Exemple typique de trois types différents de gradient de FGM	26
Figure II.11 : Classification des FGM basée sur la dimension principale des FGM	27
Figure II.12 : Classification des MFGM selon la méthode de gradation	28
Figure II.13: Matériaux fonctionnellement graduées: domaines d'application et exemples ...	28
Figure II.14: Module de Young efficace en fonction de la fraction volumique de la céramique pour plusieurs modèles micromécaniques	32
Figure II. 1: Coefficient de Poisson effectif en fonction de la fraction volumique de céramique pour plusieurs modèles micromécaniques	32
Figure II.16: La variation de la fraction volumique dans un faisceau P-FGM	33
Figure II.17: La variation de la fraction volumique dans un faisceau S-FGM	34
Figure II.18: La variation de la fraction volumique dans un faisceau E-FGM	35

Chapitre IV : Analyse du Comportement hygrothermique et flambement mécanique des Plaques Sandwiches en FGM

Figure IV.1 : La géométrie de la plaque sandwich FGM	51
--	----

Liste de figures CH V : Résultats et Discussions du Comportement des Plaques Sandwiches en FGM

Figure V.1 : La charge critique de flambement «Ncr» de la plaque sandwich FG par rapport à (a) le rapport géométrique « a/h » (b / a = 1) et (b) rapport d'aspect « b/a » (a/h = 10) pour différents rapports de charge (k = 1, $\xi = 1$, J1 = 100, J2 = 10)	62
Figure V.2 : La charge critique de flambement 'Ncr' des plaques sandwich FG sous compression biaxiale (R = 1) vs (a) le rapport géométrique« a/h » (b/a = 1) et (b) rapport d'aspect« b/a » (a/h=10) pour différentes valeurs de l'indice matériel k avec ($\xi = 1$, J1 = J2=0)	63
Figure V.3 : Paramètre de charge de flambement 'Ncr' des plaques sandwich FG sous compression uniaxiale (R = 0) en fonction du rapport hauteur / largeur (b/a) pour différentes valeurs du rapport d'épaisseur âme-face (a) sans fondations élastiques J1 = J2 = 0 et (b) sur fondations élastiques J1 = 100, J2 = 10 (k = 1, a / h = 10)	64
Figure V.4 : La charge critique de flambement 'Ncr' des plaques sandwich FG sous compression biaxiale (R = 1) vs rapport d'aspect (b / a) pour différentes valeurs des paramètres de fondation élastique avec ($\xi = 1$, k = 1, a / h = 10)	64
Figure V.5 : La température critique de flambement 'Tcr' des plaques sandwich en FG sous une distribution non linéaire de la température de Fourier vs. (a) le rapport	

géométrique “a/h” ($b/a = 1$) & (b) le rapport d’aspect “b/a” ($a/h = 10$) pour différentes valeurs du l’indice matériel ‘k’ Avec ($\xi = 1, J1 = J2 = 0$)	66
Figure V.6 : La température critique de flambement ‘Tcr’ des plaques sandwich en FG sous une distribution non linéaire de la température de Fourier vs. (a) le rapport géométrique “a/h” ($b/a = 1$) & (b) le rapport d’aspect “b/a” ($a/h = 10$) pour différentes valeurs du l’indice matériel ‘k’ Avec ($\xi = 1, J1 = J2 = 0$)	67
Figure V.7 : La température critique de flambement ‘Tcr’ des plaques sandwich en FG sous une distribution non linéaire de la température de Fourier vs. (a) le rapport géométrique “a/h” ($b/a = 1$) & (b) le rapport d’aspect “b/a” ($a/h = 10$) pour différentes valeurs rapport d’épaisseur de couches ξ avec ($k=1, b/a= 1, J1= 100, J2=10$)	67
Figure V.8: La température critique de flambement ‘Tcr’ des plaques sandwich en FG sous une distribution non linéaire de la température de Fourier vs. Le rapport d’aspect« b/a »: (a) flambement thermique & (b) flambement hygrothermique pour différentes valeurs rapport d’épaisseur de couches ξ avec ($k=1, a/h=10, J1= 100, J2=10$)	68
Figure V.9 : La température critique de flambement ‘Tcr’ des plaques sandwich FG sous distribution linéaire de température ($\gamma= 1$) vs. Le rapport d’aspect« b/a » pour différentes valeurs de paramètres de la fondation élastique avec ($\xi=1, k=1, a/h=10$)	68
Figure V.10: La température critique de flambement ‘Tcr’ des plaques sandwich FG sous la charge hygrothermique : (a) charge thermique et (b) charge hygrothermique ($b/a=1, \xi=1, k=1, J1=100, J2=10$)	69
Figure V.11 : La température critique de flambement ‘Tcr’ des plaques sandwich FG sous la charge hygrothermique : (a) charge thermique et (b) charge hygrothermique ($a/h=10, \xi=1, k=1, J1=100, J2=10$)	69
Figure V.12 : Effet de la concentration d’humidité ‘ ΔC ’ sur le flambement thermique ‘Tcr’ des plaques sandwich FG reposée sur la fondation élastique vs. (a) le rapport géométrique ‘a/h’ ($b/a=1$) et (b) le rapport d’aspect ‘b/a’ ($a/h=10$) avec ($\gamma =1, k=1, \xi=1, a/h=5$)	70

**LISTE
DES TABLEAUX**

Liste des Tableaux

Chapitre I : Généralités sur les composites & Les Structures sandwiches

Tableau I.1 : Des exemples de matériaux composites pris au sens large	4
---	---

Chapitre V : Résultats et Discussions du Comportement des Plaques Sandwiches en FGM

Tableau V.1 : Caractéristiques mécaniques des matériaux constituants de la plaque sandwich en FGM	59
Tableau V.2 : Comparaison de la charge de flambement non dimensionnelle N_{cr} d'une plaque rectangulaire homogène sur fondations élastiques ($R = 0, n = 1$)	61
Tableau V.3 : Comparaison de la charge critique de flambement non dimensionnelle N_{cr} d'une plaque FG carrée sur fondations élastiques ($R = 1, a / h = 10$)	62
Tableau V.4 : Comparaison de la température critique de flambement non dimensionnelle « T_{cr} » d'une plaque FG carrée sur des fondations élastiques sous une élévation de température uniforme	65
Tableau V.5 : Comparaison de la température critique de flambement non dimensionnelle « T_{cr} » des plaques sandwich FG carrées sous échauffement non linéaire ($\gamma=5$)	65

**LISTE
DES NOTATIONS**

Liste des Notations

G	Module de cisaillement dans le plan (x, z)
E	Module de Young
ν	Coefficient de Poisson
$G(z)$	Module de cisaillement en fonction de « z »
$E(z)$	Module de Young en fonction de « z »
$\nu(z)$	Coefficient de Poisson en fonction de « z »
$\alpha(z)$	Coefficient de dilatation thermique en fonction de « z »
α_c, α_m	Coefficient de dilatation thermique de la céramique et du métal
E_c, E_m	Module de Young de la céramique et du métal
$V(z)$	Fraction volumique
β	Coefficient de dilatation d'humidité
K_w	Raideur de fondation du ressort (Winkler)
K_p	Raideurs de fondation du cisaillement (Pasternak)
R_f	Equation de réponse de fondation
$k(z)$	Coefficient de conduction thermique
γ	Exposant de la température
k	Indice matériel
a	Longueur de la plaque
b	Largeur de la plaque
h	Epaisseur de la plaque
R	Rapport de la charge
ξ	Rapport d'épaisseur des couches
u, v, w	Les déplacements dans les directions x, y, z .
u_0, v_0, w_0	Les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
θ	Angle de déplacement transversal
u_b, v_b	Composante de flexion

k_1, k_2	Composante de flexion
u_s, v_s	Composante de cisaillement
$\Psi(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
$f(z)$	Fonction de gauchissement (fonction de cisaillement transverse)
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes normales
τ_{xz}, τ_{yz}	Contraintes de cisaillement
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Déformation dans la direction x, y et z
γ_{xz}, γ_{yz}	Déformations de distorsion
$\Psi'(z)$	La première dérivée de la fonction de gauchissement par rapport à z
$\Psi''(z)$	La deuxième dérivée de la fonction de gauchissement par rapport à z
$\delta u, \delta v, \delta w$	Champ virtuel de déplacement
U	Energie potentielle totale
$\delta\gamma_{xz}, \delta\gamma_{yz}$	Champ de déformation transversal virtuel
N_x, N_y, N_z, N_{xy}	Efforts normaux
M_x, M_y, M_{xy}	Moments de flexion
M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b	Moment supplémentaire du à la flexion
M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s	Moment supplémentaire du au cisaillement transverse
S_{xz}^s, S_{yz}^s	Effort de cisaillement
N_x^T, N_y^T	Contraintes résultants due aux chargements thermique
$M_x^{bT}, M_y^{bT}, M_x^{sT} et M_y^{sT}$	Moment résultants due aux chargements thermique
Q_{ij}, Q_{ji}	Coefficients de rigidité
∂	Dérivée partielle
$i et j$	Nombres naturels.
A_{ij}	Termes de rigidité de la matrice de membrane
B_{ij}	Termes de rigidité de la matrice de couplage
D_{ij}	Termes de la matrice de flexion
A_{ij}^a	Termes de rigidité de la matrice
B_{ij}^a	Termes de rigidité de la matrice
D_{ij}^a	Termes de rigidité de la matrice

F_{ij}^a	Termes de rigidité de la matrice
A_{ij}^s	Termes de rigidité de la matrice
B_{ij}^s	Termes de rigidité de la matrice
D_{ij}^s	Termes de rigidité de la matrice
H_{ij}^s	Termes de rigidité de la matrice
$d_{ij}, d_{ijl}, d_{ijlm}$	Opérateurs différentiels
$X_m(x), Y_n(y)$	Fonctions admissibles
U_{mn}, V_{mn}, W_{mn} et X_{mn}	Paramètres arbitraires
N_{cr}	Charge critique de flambement
T_{cr}	Température critique de flambement
T_C, T_M	Températures de la surface supérieure et inférieure (céramique et métal)
T_f, T_i	Température initiale et finale respectivement
ΔT	Différence de température de flambement
θ_i, θ_u	Hygrothermies à la surface inférieure et supérieure de la plaque
$T(z)$	Chargement thermique
$\{\Delta\}$	Le vecteur des déplacements généralisés
$\{f\}$	Vecteur des efforts généralisés
$\{ \}$	Vecteur colonne
$[]$	Matrice

INTRODUCTION

GENERALE

Introduction Générale

Les plaques sandwichs sont un élément structural composé d'une feuille à deux faces et d'un noyau. En raison de son faible poids et de sa grande rigidité, ce type d'élément de structure a été largement utilisé dans plusieurs secteurs tels que la construction, l'aérospatiale, le transport, l'aéronautique et la marine et autres [Wang et al, 2010]. Les trois éléments des plaques sandwichs composites classiques sont collés, ce qui augmente le risque de délaminage. Pour éviter ce problème, les laboratoires de recherche japonais ont créé la nouvelle classe de matériaux appelés FGM qui élimine les zones d'interfaces qui représentent une zone d'accumulation et de concentrations de contraintes. Plusieurs chercheurs ont utilisé ce type de matériaux dans la structure sandwich FG [Li et al, 2008]. Pour étudier les différents comportements de la plaque sandwich FG épaisse, de nombreux modèles analytiques sont proposés.

[Kiani et Eslami, 2011] ont étudié la stabilité des plaques sandwichs FG poreuses sous charge thermique en utilisant la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT). [Mantari et Granados, 2015] ont proposé un nouveau modèle de déformation en cisaillement incluse des termes d'intégrale indéterminée pour analyser la flexion des plaques sandwichs avec un noyau FG et des peaux isotropes. [Sobhy, 2013] a étudié la stabilité et le comportement dynamique des plaques sandwichs E-FG avec différents types de support en utilisant la théorie de déformation de cisaillement à cinq variables. [Nguyen et al, 2014] ont développé une théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé pour étudier les comportements des plaques sandwichs à âme isotrope et des feuilles à faces FG en flexion, en flambement et en vibration libre et les plaque sandwichs FG à âme FG et feuilles de faces isotropes. Sur la base de la théorie HSDT, [Natarajan et Manickam, 2012] ont étudié le comportement statique et dynamique des plaques sandwichs FG en utilisant un élément de plaque quadrilatère à 8 nœuds. [Akavci, 2016] a développé une nouvelle forme de fonction de gauchissement pour l'analyse des différents comportements des plaques sandwichs FG reposant sur fondation élastique type Winkler-Pasternak. En utilisant la formulation FE couche par couche basée sur l'hypothèse FSDT, [Pandey et Pradyumna, 2015] ont examiné la vibration libre des plaques sandwichs FG. Les fréquences naturelles des plaques sandwichs rectangulaires à face FG et noyau homogène ont été calculées par [Xiang et al, 2011] en utilisant la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé. Récemment, plusieurs travaux de recherche sur les plaques sandwichs sont publiés tels que [Hamed et al, 2020, Eltahir et Mohamed, 2020].

Le but de ce travail est de proposer une théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé à variables réduits incluse des termes d'intégral indéterminés pour examiner la stabilité hygrothermique et mécanique des plaques sandwichs FG simplement appuyées reposant sur une fondation élastique type "Winkler-Pasternak". L'effet de cisaillement transversal est considéré sans aucune correction. Les équations de stabilités sont dérivées via le principe du travail virtuel, la solution de Navier est utilisée pour la résolution des équations différentielles obtenues. De plus, l'efficacité et la précision de la théorie actuelle sont

confirmées en comparant les résultats calculés avec ceux publiés. Par la suite, plusieurs études paramétriques sont présentées et discutées en détail.

Pour atteindre nos objectifs, ce travail de thèse s'articule autour de cinq chapitres :

Le premier chapitre présente une synthèse bibliographique très concise sur les matériaux composites et plus particulièrement sur les structures sandwiches, les différents types et les propriétés mécaniques.

Le deuxième chapitre est consacré à donner une définition des matériaux à gradient de propriétés (FGMs), l'origine, applications de ces structures ainsi que les différentes méthodes d'homogénéisation utilisées pour le calcul de leurs propriétés effectives.

Le troisième chapitre rassemble une étude bibliographique sur les différentes revues des théories pour la modélisation et l'analyse des plaques fonctionnellement graduées et le comportement de flambement mécanique et hygrothermique des plaques à gradient de propriétés (FGMs).

Le quatrième chapitre, est réservé à la modélisation analytique du comportement en flambement hygrothermique et mécanique des plaques sandwiches en FGM en considérant que les propriétés matérielles de la plaque FGM changent sans interruption à travers l'épaisseur, dont ses propriétés sont distribuées graduellement à travers l'épaisseur selon une fonction en loi de puissance.

Le dernier chapitre est consacré aux résultats des études comparatives et paramétriques réalisées, et les commentaires sur les résultats.

A la fin de ce travail, nous avons terminé par une conclusion générale sur l'ensemble de ces travaux qui permet de revenir sur les résultats importants de ce travail, et qui envisage des perspectives pour les futurs travaux.

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LES COMPOSITES & LES STRUCTURES SANDWICHES

Chapitre I :

Généralités sur les composites & Les Structures sandwiches

I.1. Introduction

Les matériaux composites sont constitués de deux ou plusieurs matériaux différents liés les uns aux autres afin d'utiliser les propriétés de chaque constituant pour l'amélioration structurelle de l'ensemble de l'assemblage. Les matériaux composites prévalent sur les matériaux d'ingénierie monolithiques traditionnels car ils offrent plusieurs avantages tels que haute résistance, haute rigidité, longue durée de vie, faible densité, résistance à l'usure et à la corrosion et isolation acoustique. La raison pour laquelle les composites ont des performances structurelles supérieures est leur résistance spécifique élevée (rapport résistance / densité) et leur rigidité spécifique élevée (rapport inertie / densité). Pour cette raison, les pièces composites sont plus légères que leurs homologues.

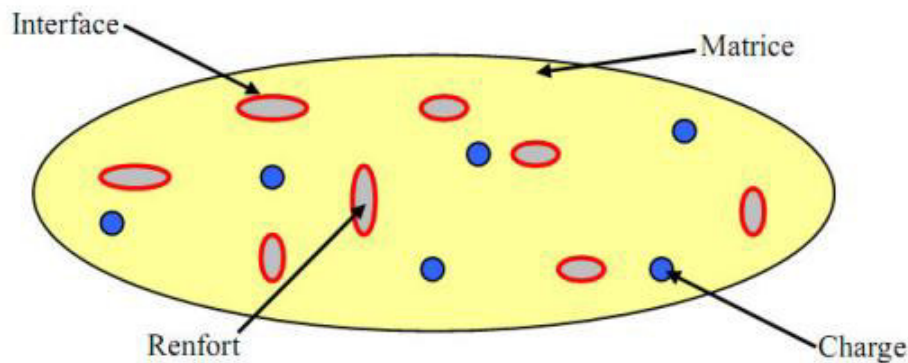


Figure I.1 : Matériau composite [Boudenne, 2003]

En raison de ces propriétés, les matériaux composites sont considérés comme un remplacement des matériaux traditionnels utilisés dans l'aérospatiale, l'automobile et d'autres industries. La spécialité des composites est que les propriétés d'ingénierie requises dans le produit final peuvent être obtenues par une sélection rigoureuse de la matrice et du renfort. [Kar, 2017]

Il existe trois principales classifications des matériaux composites: les composites renforcés de particules, renforcés de fibres et structurels. Dans les composites renforcés de particules, les dimensions des particules sont approximativement les mêmes dans toutes les directions et généralement la phase particulaire est plus dure et plus rigide que la matrice. Dans les composites renforcés de fibres, la phase dispersée a la géométrie d'une fibre, les propriétés mécaniques dépendent principalement des propriétés des fibres et la charge appliquée est transmise aux fibres par la phase matrice à travers l'interface fibre / matrice.

I.2. Classification des composites

I.2.1. Classification effectuée par rapport au constituant de la matrice

Les principales classes des composites comprennent les composites à matrice polymère (PMC), les composites à matrice métallique (MMC), les composites à matrice céramique (CCM) et les composites à matrices de carbone (CMC).

Le terme composite à matrice organique (OMC) est généralement présente les deux classes de composites, à savoir les composites à matrice polymérique (PMC) et les composites à matrice de carbone (CMC).

Type de composite	Constituants	Domaines d'application
1. <i>Composites à matrice organique</i> Papier, carton Panneaux de particules Panneaux de fibres Toiles enduites Matériaux d'étanchéité Pneumatiques Stratifiés Plastiques renforcés	Résine/charges/fibres cellulosiques Résine/copeaux de bois Résine/fibres de bois Résines souples/tissus Elastomères/bitume/textiles Caoutchouc/toile/acier Résine/charges/fibres de verre, de carbone, etc. Résines/microsphères	Imprimerie, emballage, etc. Menuiserie Bâtiment Sports, bâtiment Toiture, terrasse, etc. Automobile Domaines multiples
2. <i>Composites à matrice minérale</i> Béton Composite carbone-carbone Composite céramique	Ciment/sable/granulats Carbone/fibres de carbone Céramique/fibres céramiques	Génie civil Aviation, espace, sports, biomédecine, etc. Pièces thermomécaniques
3. <i>Composites à matrice métallique</i>	Aluminium/fibres de bore Aluminium/fibres de carbone	Espace
4. <i>Sandwiches</i> { Peaux Ames	Métaux, stratifiés, etc. Mousses, nids d'abeilles, balsa, plastiques renforcés, etc.	Domaines multiples

Tableau I.1 : Des exemples de matériaux composites pris au sens large [Berthelot, 1999]

1.2.2. Classification selon la forme de renfort

Les principales classes des composites comprennent, les composites renforcés par des fibres (continues et discontinues), les composites stratifiés et les composites à particules (figure I.2).

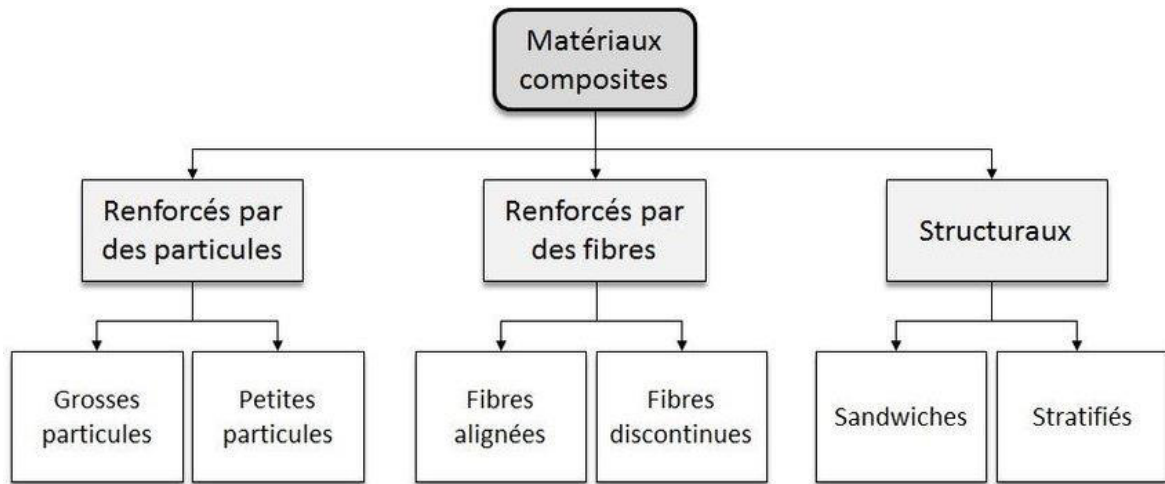


Figure I.2 : Classification de matériaux composites

Les composites renforcés par des fibres sont composés par des fibres imprégnées dans la matrice. Tous ces renforts fibreux sont inclus dans une matrice qui répartit les forces entre eux et les protège contre l'agression externe. Les renforts en fibres peuvent être orientés dans des directions spéciales ou disposés de manière aléatoire. En outre, les renforts peuvent avoir plusieurs géométries et peuvent être réalisées dans de nombreux matériaux.

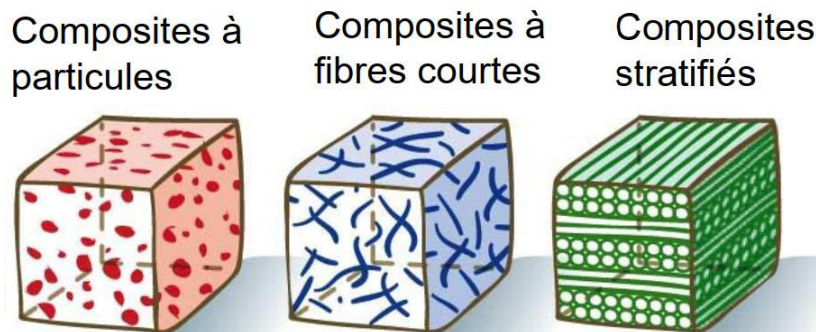


Figure I.3 : Classification des composite selon la forme des renforts

On peut distinguer trois grands types de composites classés, selon la nature de la forme des renforts, tels que :

- (a) composites renforcées par des petites particules ;
- (b) composites à fibres courtes (c.-à-d. de longueur faible devant les dimensions de la pièce ;
- (c) composites à fibres longues (c.-à-d. longueur comparable aux dimensions de la pièce.

I.2.3. Les composites laminaires

Les composites laminaires sont composées par des couches maintenues ensemble par une matrice. On peut citer, les structures composites stratifiés et les sandwiches.

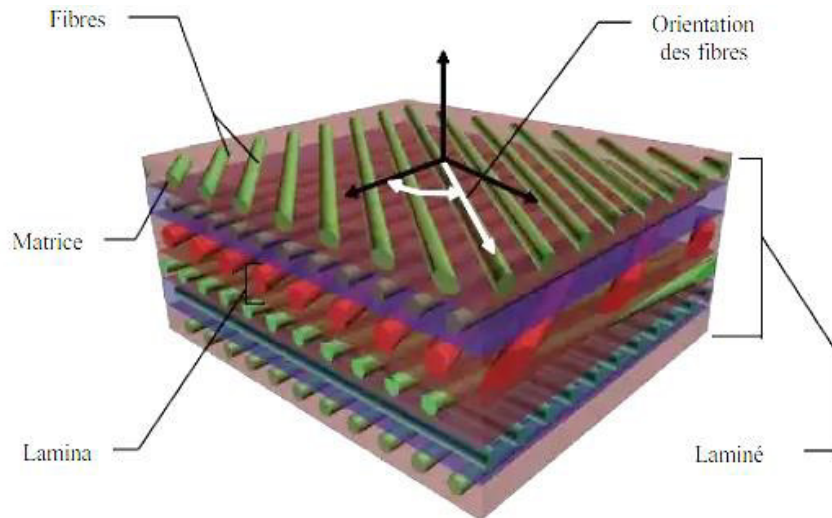


Figure I.4 : Nomenclatures des laminés composites

I.2.3.1. Composite stratifié

Ils sont constitués d'un ou plusieurs renforts (sous forme de fibres longues et courtes et / ou des grains) ayant de bonnes propriétés mécaniques notamment en traction, disposés dans une matrice généralement en résine. Le rôle principal de la matrice est de transmettre les efforts mécaniques au renfort (résistance à la compression ou à la flexion). Elle permet de donner la forme souhaitée au produit réalisé. Elle assure aussi, la protection du renfort contre les différentes conditions environnementales (figure I.5). Les différents types de matériaux composites stratifiés sont définis en fonction de la nature de la matrice qui peut être de type polymère, métallique, carbonique ou céramique.

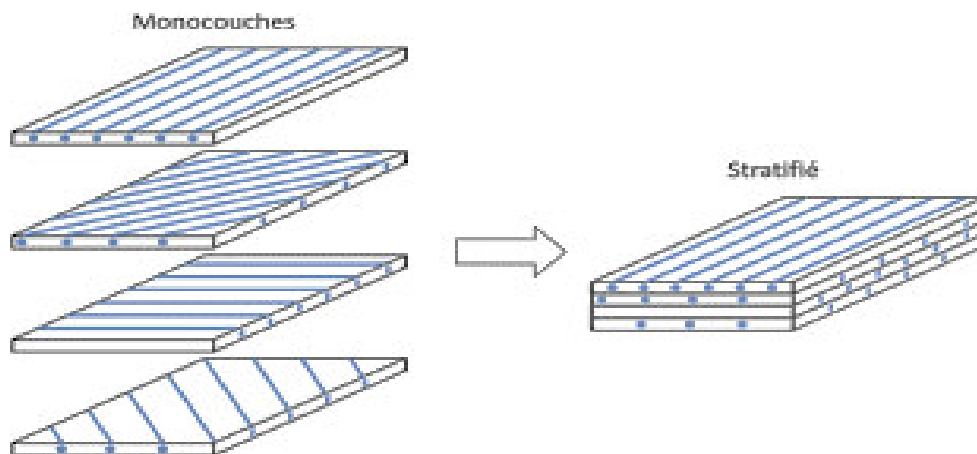


Figure I.5 : Structure composite stratifié

I.2.3.2 Composites sandwiches

Les sandwichs sont des matériaux constitués en deux feuilles ou plaques (peaux) de faible épaisseur et de grande rigidité collées au droit des extrémités supérieures et inférieures d'un matériau de faible masse volumique (l'âme). Le rôle essentiel de l'âme du

sandwich est la transmission par cisaillement les actions mécaniques en interactions avec les deux peaux extérieures (figure I.6). Le matériau sandwich est un excellent isolant thermique et acoustique. En même temps les sandwichs se distinguent par une robustesse à la flexion alliée à une légèreté économique.

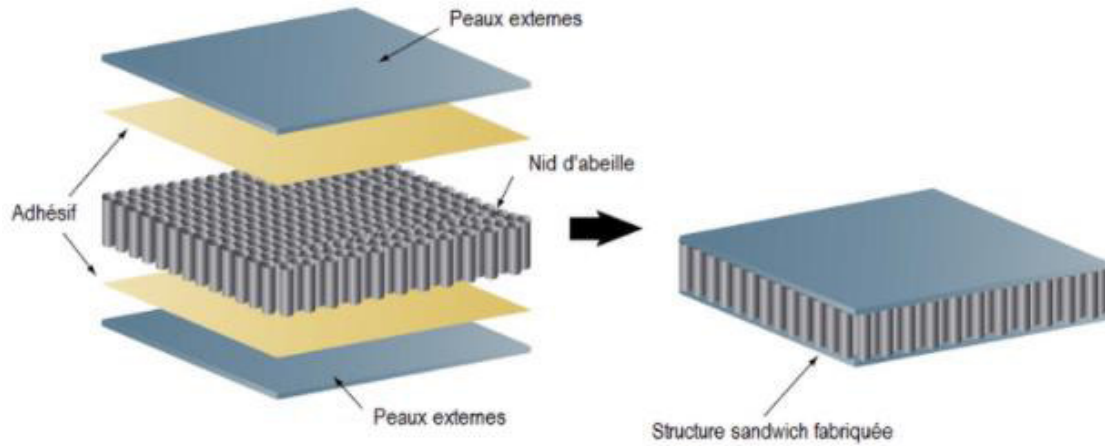


Figure I.6 : Structure sandwich

I.3. Constituants de matériaux composites

I.3.1. La matrice

La matrice lie les fibres renforts, répartie les efforts (résistance à la compression ou à la flexion), assure la protection chimique. Par définition, c'est un polymère ou une résine organique [Gorent, 2008].

C'est la phase continue. Elle constitue le corps du matériau, en assurant la cohérence du matériau, et en lui fournissant une cohérence au repos. Bien souvent, ce rôle est assuré par une résine ou un polymère. Dans le cas de ce matériau, la matrice est polymérique (Epoxyde). Les différentes familles de matrice sont résumées dans le schéma de la Figure I.7.

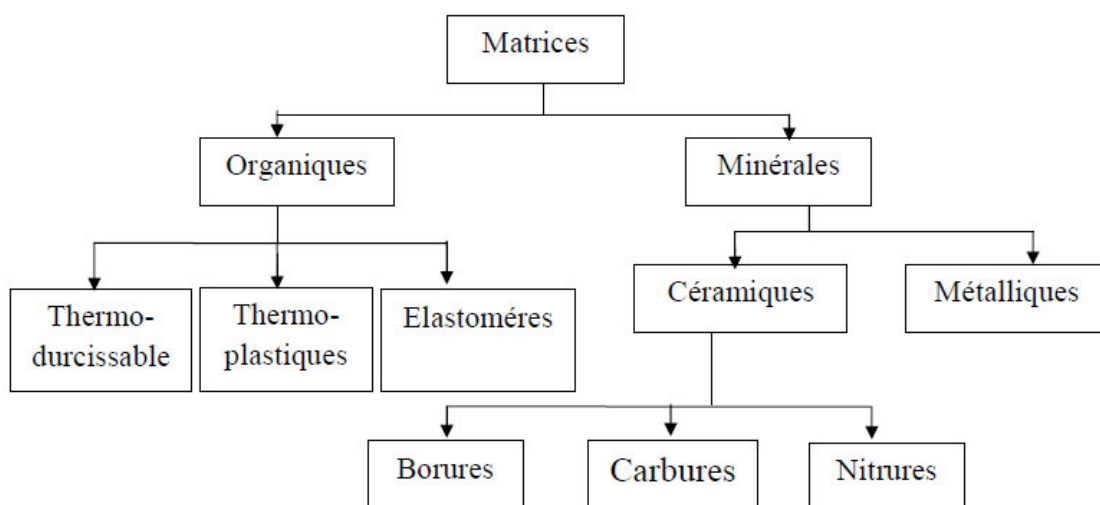


Figure I.7 : Différentes familles de matrices

I.3.1.1. Résines époxyde

Le terme époxyde est une description générale de la famille de polymères qui sont basés sur les molécules qui contiennent des groupes époxyde. Un groupe époxyde est une structure, qui contient à l'échelle atomique un cycle composé par un atome d'oxygène et deux atomes de carbone. Les époxydes sont des résines thermodurcissables polymérisables contenant un ou plusieurs groupes époxydes durcis-sables. Les époxydes sont largement utilisés dans les résines pour les pré-imprégnés et les adhésifs structuraux.

Les avantages des époxydes sont leur grande résistance, le module élevé, l'excellente adhérence, la faible rétraction, la bonne résistance chimique et leur facilité de traitement. Les principaux inconvénients sont la fragilité et la réduction des propriétés en présence d'humidité. Le coût de la résine est également plus élevé que celui des polyesters.

I.3.1.2. Résines polyester

Le terme résine de polyester thermodurcissable est un terme général utilisé pour la résine de polyester ortho-phtalique ou d'iso-phtalique. Les résines de polyester sont relativement peu coûteuses et utilisées pour les applications de traitement rapides à faible coût. La combinaison des polyesters avec certaines charges peut présenter une résistance à la rupture sous l'effet de l'arc électrique. Les résines de polyester iso- phtalique présentent une stabilité thermique et dimensionnelle et une résistance au fluage plus élevée. En général, les avantages principaux des structures composites à matrice de résine polyester renforcées par des fibres, sont son faible coût et sa capacité à être traité rapidement.

Les composites fibres /polyesters peuvent être fabriquées par de nombreuses méthodes, tels que, l'empilement humide, le moulage sous presse (sous vide), le moulage par injection, l'enroulement filamentaire, la pultrusion et l'autoclavage.

I.3.1.3. Matrices en résine des phénoliques

Les phénoliques, en général, durcissent par voie de condensation avec dégazage de l'eau. La matrice résultante est caractérisée par sa résistance chimique et thermique, et par sa dureté, ainsi que par ses produits à faible dégagement de fumée et de toxicité.

Ces résines ont des viscosités et poids moléculaires plus élevées. Par conséquent, elles sont optimales pour la fabrication de structures composites de formes exceptionnelles et de courbures complexes.

I.3.1.4. Matrices en résines Polyamides

La famille de résines polyamides comprend un nombre varié de polymères qui contiennent une structure hétérocyclique aromatique. Les composites à matrice de polyamide se caractérisent par leur excellente performance dans les environnements à haute température, par leur résistance thermique, leur stabilité à l'oxydation, ainsi que leur faible coefficient de dilatation thermique. Les principales applications des polyamides apparaissent dans les structures à moteur chaud, ainsi que, les industries aérospatiales.

1.3.1.5. Matrices métalliques

Les métaux sont utilisés essentiellement pour les composites à matrice métalliques (MMC). Les métaux sont généralement des alliages traditionnels, qui ont été développés pour être utilisés dans certains types de composites. Les principaux matériaux de matrice métallique sont les alliages d'aluminium, les alliages de titane ainsi que, les alliages de fer.

D'autres métaux utilisés comme matériaux de matrice, y compris le cuivre le plomb, le magnésium, le cobalt, l'argent et les superalliages. Les propriétés mécaniques des métaux dans les composites dépendent du processus de fabrication [Zweben, 2002].

1.3.1.6. Matrice en céramique

Les céramiques utilisées comme matrices sont le carbure de silicium, l'alumine, le nitrure de silicium et divers ciments. Les propriétés mécaniques des céramiques, sont encore plus sensibles au processus de fabrication que celles des métaux. La détermination de la résistance en traction et en flexion des céramiques est difficile, en raison de leurs natures fragiles. La résistance à la flexion dépend également de la taille de l'échantillon qui est généralement beaucoup plus élevée que celle d'un spécimen de traction de même taille [Warren, 1992].

1.3.1.7. Matrices en carbone

Les formes des matrices de carbone résultant de divers processus de fabrication de carbone-carbone tendent à être des matériaux fragiles et plutôt faibles. Les conductivités thermiques de ces matrices varient de très faible à élever, selon les processus de fabrication. Comme pour les céramiques, les propriétés mécaniques de carbone sont difficiles à mesurer.

1.3.2. Les renforts

La phase de renfort apporte la résistance et la rigidité. Dans la plupart des cas, le renfort est plus dur, plus fort et plus rigide que la matrice. Le renfort est généralement une fibre ou une particule dont les dimensions sont approximativement égales dans toutes les directions. Ils peuvent être sphériques, ou toute autre géométrie régulière ou irrégulière.

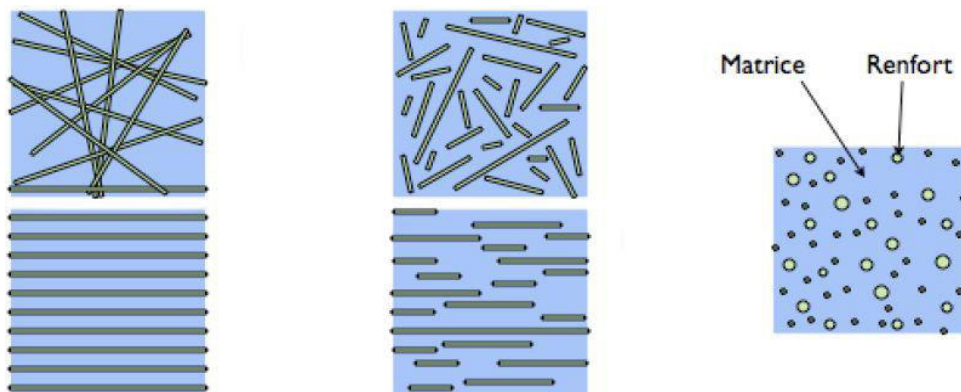


Figure I.8 : Les structures géométriques des composites : (a) fibres longues, (b) fibres courtes, (c) particules. [Medjani, 2016]

D'un point de vue géométrique, on peut distinguer trois grands types de renforts :

- Les fibres longues (longueur comparable aux dimensions de la pièce, figure I.8 a) ;
- Les fibres courtes (de longueur faible devant les dimensions de la pièce, figure I.8b) ;
- Les particules, ou charges renforçantes (figure I.8 c).

Les composites particuliers ont tendance à être beaucoup plus faibles et moins rigides que les composites à fibres continues, mais ils sont généralement beaucoup moins chers. Les composites renforcés de particules contiennent généralement moins de renforcement (jusqu'à 40 à 50% en volume) en raison des difficultés de traitement et de la fragilité. [Hussein]

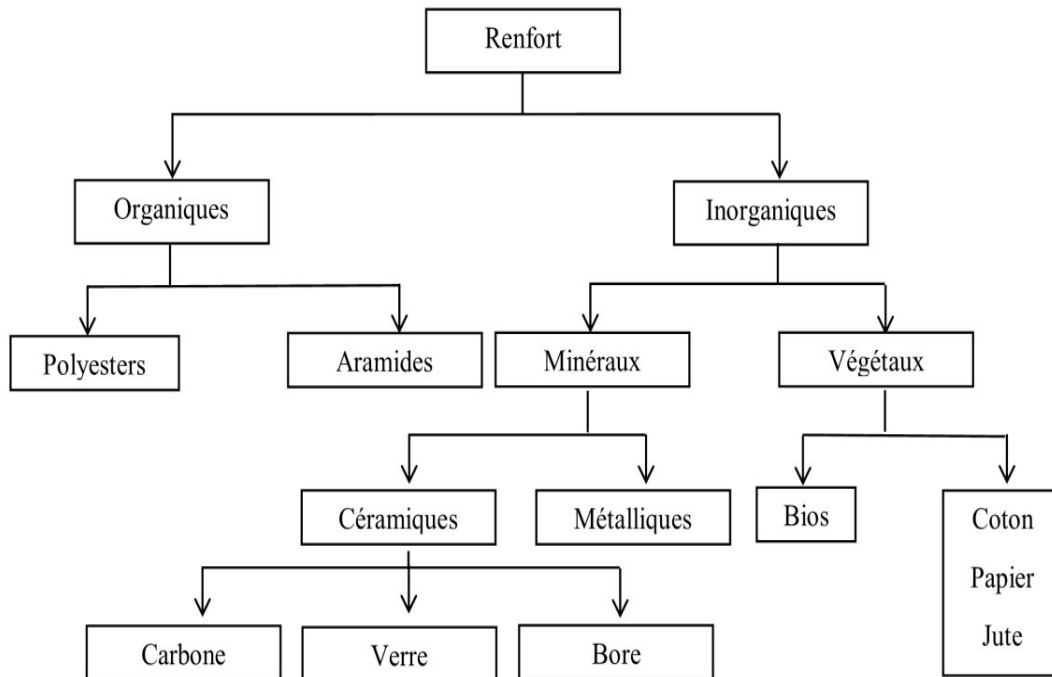


Figure I.9 : Types de renfort

I.3.2.1. Fibres de carbone

C'est la fibre la plus utilisée dans les applications hautes performances. Elle est obtenue par carbonisation de la fibre de PAN (Polyacrylonitrile). Selon la température de combustion, on distingue deux types de fibres :

- Fibres haute résistance (HR) : pour une combustion de 1000 à 1500 °C ;
- Fibres haut module (HM) : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.

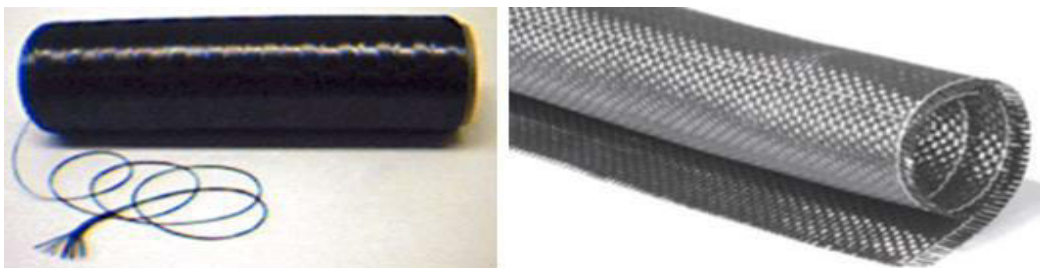


Figure I.10 : Les fibres de carbone

Les fibres de carbone et de graphite sont caractérisées par, l'excellente propriété mécanique (traction et compression), la bonne conductibilité électrique et thermique. Pour cela, les fibres de carbone et de graphite sont les plus utilisées dans les applications de hautes performances.

I.3.2.2. Fibre d'Aramide

La fibre d'aramide est issue de la chimie des polyamides aromatiques. Il est possible de trouver deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes :

- Les fibres de bas module : utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles [**Perrot, 2006**] ;
- Les fibres de haut module : employées dans le renforcement pour les composites hautes performances.



Figure I.11 : Fibres d'aramide

1.3.2.3. Fibres de verre

Les fibres les plus employées sont les fibres de verre. Elles constituent le renfort essentiel des composites de grande diffusion. Elles sont obtenues à partir du sable (silice) et d'additifs (alumine, carbonate de chaux, magnésie, oxyde de bore). On distingue trois types de fibres de verre [Perrot, 2006] :

- E : pour les composites de grande diffusion et les applications courantes ;
- R : pour les composites hautes performances ;
- D : pour la fabrication de circuits imprimés (propriétés diélectriques).

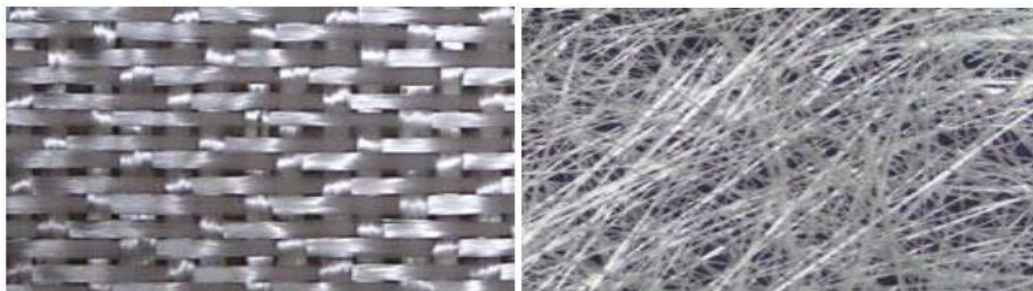


Figure I.12 : Fibre de verre

Les composite en fibre de verre présente un inconvénient en ce qui concerne les propriétés en traction par rapport aux composites renforcés en fibres d'aramide. Concernant, les avantages de composite renforcés par des fibres de verre sont apparié à la

bonne tenue au cisaillement et à la compression finale avec en plus leurs bonnes capacités à l'absorption de l'humidité.

I.3.2.4. Les fibres de bore

La fibre de bore élémentaire est formée par une réaction sur un fil de tungstène chaud qui est étiré en continu à travers un réacteur contenant BCl_3 et H_3 . Le substrat de fil de tungstène réagit pour former du borure de tungstène dans le noyau. La structure cristalline du bore déposé est considérée comme amorphe en raison de sa petite taille. Le bore est disponible sous forme de fibre cylindrique en deux diamètres nominaux, de 0,10 et 0,16 mm, avec une densité de 2,57 et 2,49 g / cm^3 respectivement.

Le module de traction et la résistance de la fibre de bore sont entre 40 GPa et 3600 MPa. La conductivité thermique et la dilatation thermique sont faibles, Le coût des fibres de bore est plus élevé que les fibres de carbone.



Figure I.13 : Fibre de bore

I.3.2.5. Fibre de silice (ou de quartz)

Les fibres de silice sont produites comme le verre, par fusion, et sont utilisées essentiellement en raison de ses hautes tenues chimiques et thermiques dans les tuyères pour les moteurs de la fusée [Abdelhafid, 2018].



Figure I.14 : Fibre de silice pure

I.3.3. Les Âmes

Le rôle principal de l'âme dans le matériau sandwich est de résister les forces de cisaillement pendant les sollicitations mécaniques. Parmi, les âmes les plus utilisées sont le nid d'abeilles, le bois et le mousse PVC.

1.3.3.1. Les mousses

Les mousses sont les plus fréquemment utilisées. Les mousses sont fabriquées à partir de polychlorure de vinyle, polystyrène, polyuréthane et d'autres polymères synthétiques.



Figure 1.15 : Mousse en PVC

Les propriétés mécaniques des âmes sont bonnes, elles sont thermo-formables et permettent de formées des pièces de formes complexes. L'adhérence de l'âme avec les résines est bonne et son absorption d'eau est faible. Néanmoins les mousses présentes l'inconvénient qui consiste en leur faible résistance à l'impact (figure 1.15).

1.3.3.2. Le bois

Il est utilisé pour sa très bonne résistance à la compression et son isolation thermique. Le balsa est le plus utilisé comme matériau de l'âme (figure 1.16).



Figure 1.16 : bois de Balsa

1.3.3.3. Le nid d'abeilles

L'âme en nid d'abeilles, est un matériau souple, généralement constitué de mailles hexagonales.

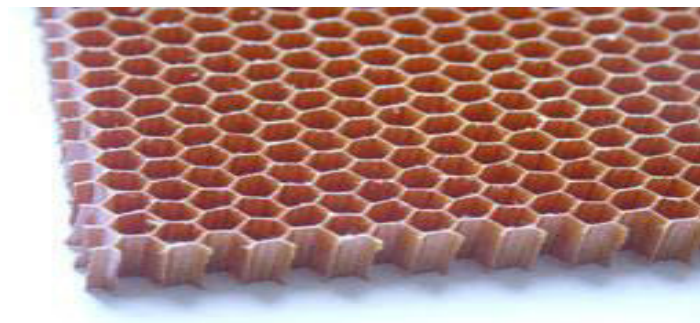


Figure 1.17 : Âme en nid à abeille pour composite

Le nid d'abeilles est réalisé à partir de différents matériaux (Aluminium, Kevlar ...etc.). La Nida est une structure anisotrope, ses propriétés varient selon le sens transversal et longitudinal des tailles de mailles (alvéoles). Les types les plus courants sont le Nomex et le Korex qui sont fabriqués en Kevlar.

I.3.4. Les peaux

Les peaux des sandwichs sont généralement constituées de fibres (mât ou tissu) enrobées d'une matrice à base de résine. Les principales qualités recherchées des peaux sont le module d'élasticité élevé, la grande résistance à la compression et la haute résistance à la traction. On peut aussi ajouter le besoin de propriétés physique et chimique permettant entre autre, une bonne résistance à la corrosion.

I.3.5. Adhésifs

L'assemblage des peaux et l'âme est réalisé par collage par des adhésifs, qui sont généralement des résines comme par exemple les polyesters, les époxydes...etc. Le rôle des adhésifs est de transférer les sollicitations mécaniques entre les peaux et les âmes et de protéger les fibres contre l'agressivité de l'environnement extérieur.

I.4. Structure sandwich

I.4.1. Définition

Une structure sandwich est obtenue à partir de deux peaux ou revêtements, réalisées dans un matériau ayant de très bonnes caractéristiques, collées sur une âme réalisée avec un matériau très léger et ayant des faibles caractéristiques mécaniques.

L'objet d'un tel procédé est de constituer une structure permettant de concilier légèreté et rigidité (Figure I.18) pour de telles structures le rapport des épaisseurs du cœur e_c et des peaux e_p doit être limité entre 10 et 100 ($10 \leq e_c/e_p \leq 100$) [Pagano, 1969].

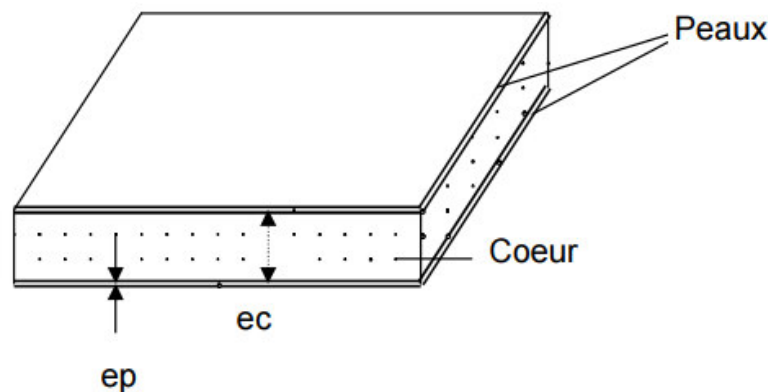


Figure I.18 : Schéma représentatif d'une structure sandwich

Dans les sandwichs, les peaux sont souvent identiques en matériaux et épaisseur. Ces structures sont appelées des sandwichs symétriques. Cependant dans certains cas spéciaux les deux peaux peuvent avoir deux épaisseurs ou deux matériaux différents, ils sont variés suivant les conditions des chargements ou l'environnement du travail. Ces structures sont appelées *des sandwichs asymétriques*.

En général les sandwichs sont symétriques; la variété d'élaboration de sandwich dépend de la structure du cœur. Il peut être d'un matériau quelconque ou d'une quelconque forme d'architecture, mais ils sont généralement classés en plusieurs types; cœur en mousse ou solide, cœur en nid d'abeille, cœur en carton ondulé et treillis.

L'adhérence des peaux et le cœur est un autre critère important pour le transfert des charges et pour le fonctionnement de la structure sandwich dans son ensemble [Rocca et Nanni, 2005]. La notion fondamentale d'une structure sandwich est que les peaux supportent les charges de flexion alors que le cœur supporte les charges de cisaillement.

Les semelles sont fortes et rigides en traction et compression comparées à la densité faible du matériau du cœur [Sezgin et al, 2010]. Par conséquent, les panneaux sandwichs sont efficaces dans la flexion. En plus ils offrent une bonne résistance au flambage et au cisaillement. [Maurice, 1995], [Vinson, 1999]

Dans un sandwich, il ne faut pas oublier un troisième composant : l'adhésif. C'est ce dernier qui permet un bon assemblage de la structure et aussi une bonne transmission des contraintes d'un milieu à l'autre. Sa principale caractéristique doit être une bonne résistance en cisaillement. Dans le cas de peaux en matériau composite, l'insertion de cette troisième phase peut être évitée par l'utilisation d'une résine auto-adhésive.

I.4.2. Les éléments constituant les matériaux sandwichs

I.4.2.1. Les peaux

Généralement de faibles épaisseurs, les peaux sont constituées de tout matériau pouvant être obtenu sous forme de couche. Elles peuvent être en bois, métal ou matériau composite. Le choix de la nature et de la séquence des couches dépendra de l'utilisation des matériaux composites. Les peaux ont pour but de reprendre les efforts de flexion traduit par des contraintes normales (traction ou compression).

Les peaux sont le plus souvent des stratifiés (verre, carbone, Kevlar) ou des feuilles d'alliages légers.

I.4.2.2. L'âme

Légère, l'âme a en général une très faible résistance à la flexion. Son but est de reprendre les efforts de compression et de cisaillement. Les matériaux d'âme les plus utilisés se présentent principalement sous deux formes (figure I.19) :

- Pour les âmes pleines:
 - le balsa ou bois cellulaire ;
 - diverses mousses cellulaires;
 - des résines chargées de microsphères creuses de verre, appelées mousses syntactiques ;
 - etc.
- Pour les âmes creuses, essentiellement nid d'abeilles et profilés :
 - des alliages métalliques légers ;
 - du papier kraft (enduit ou non de résine);
 - du papier polyamide, type papier Nomex;
 - etc.

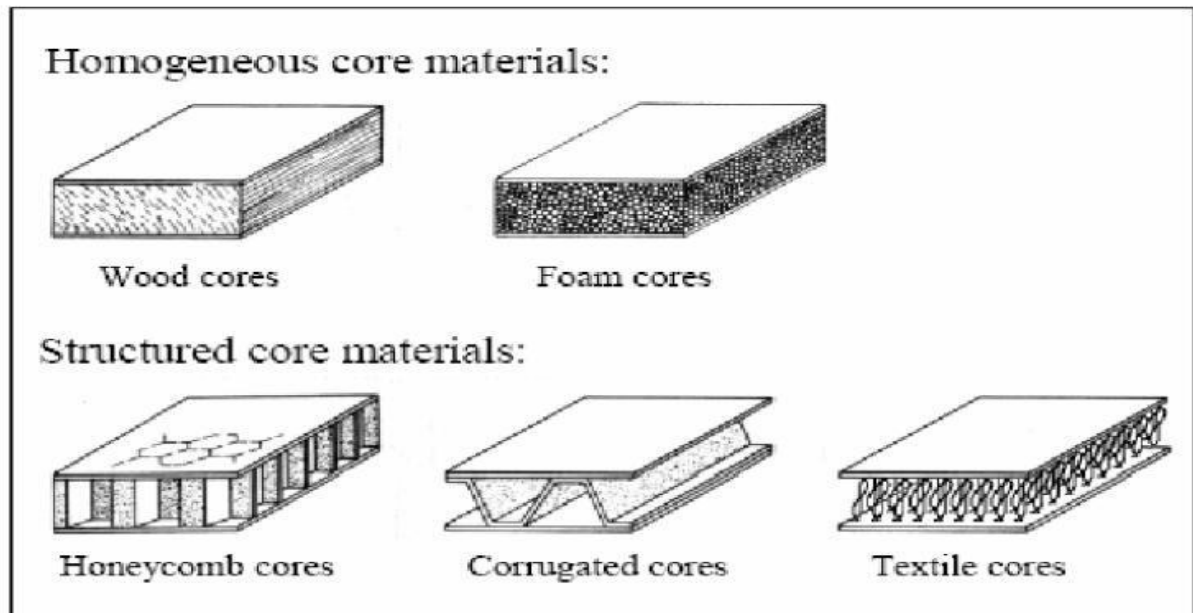


Figure I.19. Les différents types de noyau sandwich. [Herrmann 2005]

Des âmes mixtes peuvent être utilisées.

Pour que les structures sandwiches jouent pleinement leur rôle, il est nécessaire de veiller à avoir une solidarisation parfaite de l'ensemble âme-peaux, de manière à répartir les efforts entre âme et peaux. L'assemblage est réalisé par un collage à l'aide de résines compatibles avec les matériaux en présence [Berthelot, 1999].

I.4.2.3. L'interface

L'assemblage de la structure sandwich peut être réalisé par collage, soudage ou brasage, lors des simulations numériques, on suppose que, quel que soit le mode d'assemblage des différentes couches, le lien est parfait entre les constituants.

I.4.3. Intérêt des structures sandwichs

L'intérêt principal des structures sandwichs, par opposition aux composites traditionnels dits monolithique, réside dans leur rigidité spécifique très élevée. La densité de l'âme est couramment de l'ordre de 100 kg/m^3 . En modifiant la nature et l'épaisseur de la peau et/ou de l'âme, on parvient à donner à la structure le matériau qui convient le mieux. Ainsi, l'amélioration de la rigidité qui traduit le comportement en flexion du matériau, s'obtient en augmentant soit l'épaisseur de l'âme qui conduit à l'augmentation de son moment d'inertie, soit le module d'élasticité des peaux. Puisque l'âme du sandwich possède une faible densité, la masse du composite n'évolue pas de façon importante.

Les matériaux composites sandwichs disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains

d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels, etc.), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes. [Arbaoui, 2009]

I.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous donnons un aperçu général sur les matériaux composites y compris les structures sandwiches. Nous considérons ci-dessus les propriétés des renforts, les matériaux constituant les matrices, les différents types de composites et leurs applications courantes.

À l'avenir, les composites seront fabriqués encore plus selon, un processus de conception intégré résultant de la construction optimale en fonction de paramètres tels que la forme, la masse, la résistance, la rigidité, la durabilité, les coûts, ...etc. Les outils de conception de composites doivent pouvoir montrer aux clients l'influence de différentes conceptions sur chacun de ces paramètres.

CHAPITRE II

MATÉRIAUX FONCTIONNELLEMENT GRADUÉS (FGM)

Chapitre II :

Matériaux Fonctionnellement Gradués

-FGM-

II.1. Introduction

Les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) constituent une nouvelle classe de structures composites d'un grand intérêt pour la conception technique et la fabrication. Ces types de matériaux possèdent des propriétés souhaitables pour des applications spécifiques, en particulier pour les avions, les véhicules spatiaux, l'optique, la biomécanique, l'électronique, la chimie, la mécanique, la construction navale et d'autres structures d'ingénierie soumises à une concentration de contraintes, à des contraintes thermiques et résiduelles élevées [Bouhadra,2015]. Résultat des progrès scientifiques en science des matériaux et les développements continus de l'industrie moderne, ont donné lieu à la demande continue de matériaux avancés qui peuvent satisfaire les propriétés et qualités avancées nécessaires. Cette exigence de matériaux avancés aux propriétés spécifiques a entraîné la transformation progressive des matériaux de leur état de base (monolithique) en composites. Les progrès récents de l'ingénierie et du traitement des matériaux ont conduit à une nouvelle classe de matériaux appelés matériaux fonctionnellement gradués (FGM). Ceux-ci représentent une deuxième génération de matériaux composites et ont été conçus pour atteindre des niveaux de performance supérieurs [Ebrahimi, 2016].

L'émergence de matériaux fonctionnellement gradués (FGM) qui combinent les meilleures propriétés de ses matériaux constitutifs (par exemple, la céramique et les métaux) est considérée comme une alternative à certaines classes de structures aérospatiales exposées à un environnement à haute température. Les FGMs sont caractérisées par une transition graduelle d'un matériau à un autre, évitant ainsi les contraintes de cisaillement d'interface élevées et le problème de délaminage qui persiste dans les composites stratifiés. Avec l'utilisation accrue de ces matériaux, il est nécessaire d'étudier les caractéristiques dynamiques des structures constituées de FGMS [Natarajan, 2013].

L'objectif était de fabriquer le corps à partir d'un matériau ayant une résistance thermique et des propriétés mécaniques améliorées en changeant progressivement les compositions pour résister à une différence de température sévère de 1000 ° C. Figure II. 1 illustre le progrès historique du métal pur aux matériaux fonctionnellement gradués [El-Galy, 2019].

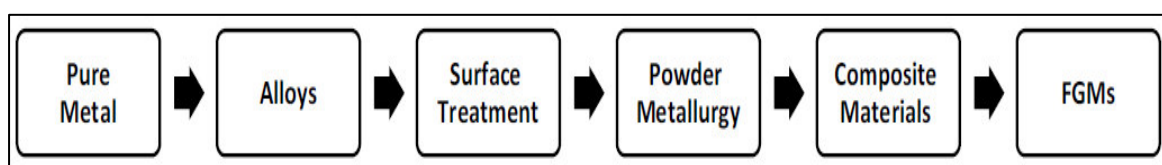


Figure II. 1 : Développement du métal vers la FGM

II.2. Origine

Le terme FGM a été créé au milieu des années 80 par un groupe de scientifiques japonais. Depuis, les efforts visant à développer des matériaux hautement résistants utilisant les FGMs se sont poursuivis. Les FGMs ont été initialement conçues comme des matériaux de barrière thermique pour les structures aérospatiales et les réacteurs de fusion. Ils sont maintenant développés pour une utilisation générale comme composants structurels dans des environnements à haute température. Les lames rotatives à paroi mince FGM en sont un exemple, comme le montre la figure II.2. Les applications potentielles du FGM sont à la fois diverses et nombreuses. Des applications des FGMs ont récemment été rapportées dans la littérature ouverte, par exemple, les capteurs et actionneurs FGM, l'armure céramique-métal FGM, les photodétecteurs FGM et l'implant dentaire FGM [Watari, 2004]. Un certain nombre de revues traitant de divers aspects des FGMs ont été publiées au cours des dernières décennies [Fuchiyama, 1995]. Ils montrent que la plupart des premières recherches sur les FGMs se sont davantage concentrées sur l'analyse des contraintes thermiques et la mécanique de la rupture. [Shen, 2004] a présenté une investigation complète pour l'analyse de la flexion, du flambement et des vibrations des structures de plaques et de coques constituées en FGM. Récemment, [Shen, 2016] a présenté un examen des principaux développements dans les FGMs qui incluent les problèmes de transfert de chaleur, les analyses de contraintes, de stabilité et dynamiques, les tests, la fabrication et la conception, les applications et la fracture.

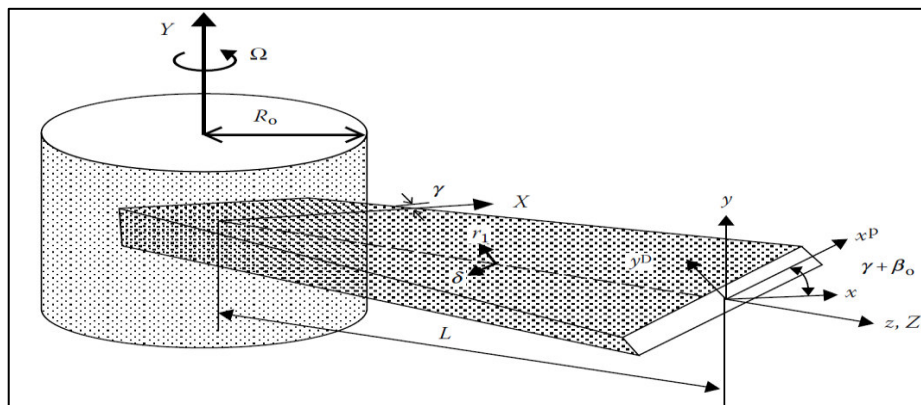


Figure II. 2 : Une aube de turbine pré-torsadée conique à paroi mince FGM.
(D'après Librescu, L. et Song, S.-Y.),

II.3. Définition

Le matériau fonctionnellement gradué est un matériau d'ingénierie de pointe capable de survivre dans un environnement de travail difficile, sans perdre ses propriétés et sans échouer pendant le service. Le matériau fonctionnellement gradué (FGM) est caractérisé par un gradient de composition d'un matériau dans un autre, qui est totalement différent des matériaux composites conventionnels, qui sont soit des mélanges homogènes impliquant un compromis entre les propriétés des matériaux des composants, soit deux matériaux différents joints ensemble comme dans le cas des matériaux composites stratifiés. Les matériaux fonctionnellement gradués sont des matériaux conçus pour répondre à diverses fonctionnalités. L'ingénierie se tourne constamment vers la nature pour

chercher des réponses à un certain nombre de questions lorsqu'elle tente de résoudre des problèmes d'ingénierie. Les matériaux fonctionnellement gradués sont l'un de ces cas. Des matériaux fonctionnellement gradués existent dans des matériaux naturels, tels que les os, les dents, le bois et le bambou. Le changement progressif de la composition d'un matériau à un autre a été ce qui a conduit au développement du matériau fonctionnellement gradué. Bien que le FGM ait été initialement conçu comme un matériau de barrière thermique pour les applications structurelles aérospatiales et les réacteurs à fusion, les applications des matériaux fonctionnellement gradués ont maintenant été étendues à d'autres utilisations, comme dans un environnement d'application extrêmement résistant à l'usure [Rasheedat, 2017].

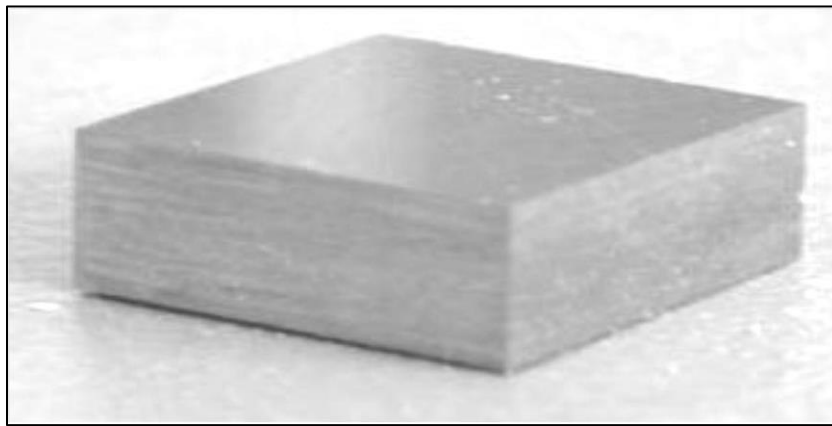


Figure II. 3 : Une plaque fonctionnellement graduée

Les FGMs peuvent également fournir une barrière thermique et peuvent être utilisées comme revêtement à haute résistance aux rayures et à réduction des contraintes résiduelles [Saleh, 2019]. De même, les FGMs peuvent être utilisées comme interface de liaison à haute résistance pour connecter deux matériaux incompatibles [Udupa, 2014]. La figure II.4 illustre la variation possible des propriétés des composites conventionnels par rapport aux FGM.

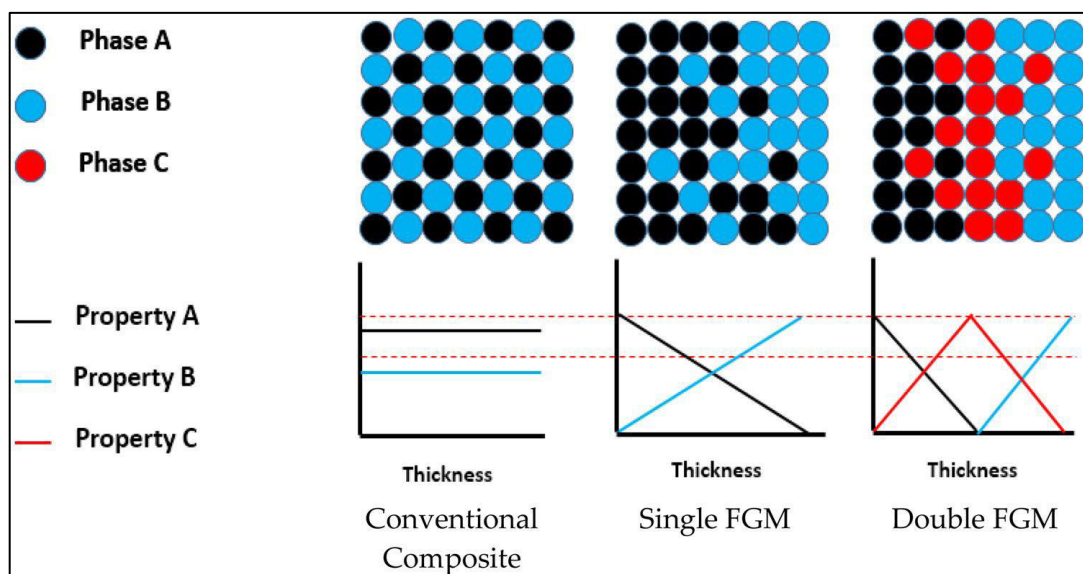


Figure II. 4 : Variation des propriétés des composites conventionnels et des FGM

Les FGMs ont été initialement classées par les chercheurs dans les matériaux composites conventionnels en fonction des combinaisons de constituants utilisées. Il existe de nombreuses combinaisons de matériaux possibles qui peuvent être utilisées pour produire des FGM. Le métal – métal, métal – céramique, céramique – céramique ou céramique – polymère est le plus courant, comme le montre la figure II.5. Au fil du temps, et en raison du développement de plus d'applications et de technologies pour produire des FGMs à différentes échelles, différentes classifications sont apparues [El-Galy, 2019].

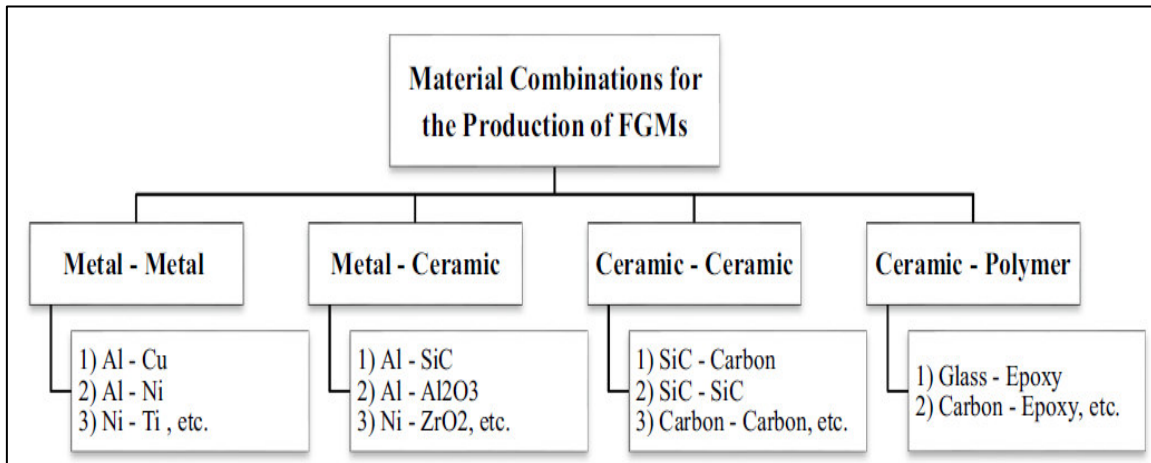


Figure II. 5 : Exemples de combinaisons de matériaux possibles utilisées dans les FGMs

II.4. Types des Matériaux Fonctionnellement Graduée

Au début du développement des matériaux fonctionnellement gradués, le concept était de supprimer l'interface pointue qui existait dans le matériau composite traditionnel, et de la remplacer par l'interface progressivement changeante, qui s'est traduite par la composition chimique changeante de ce composite à cette région d'interface. L'intérêt croissant pour ce type de matériel a conduit au développement de différents types de FGM [Rasheedat, 2017].

II.4.1. La Composition Chimique des Matériaux Fonctionnellement Graduée

C'est le type de matériaux fonctionnellement graduée, où la composition chimique varie progressivement, en fonction de la position spatiale dans le matériau. Cela peut être sous la forme d'une seule phase ou d'un matériau multiphase. Une FGM monophasée est produite lorsque le composite est produit à partir d'une seule phase, en raison de la solubilité des éléments chimiques d'une phase dans l'autre phase. Cela se produit généralement pendant le processus de frittage. Le changement progressif dans la distribution des éléments chimiques dans la phase unique entraîne la formation du matériau fonctionnellement gradué. Selon le diagramme de phase et les limitations thermodynamiques, lorsque certains matériaux sont ajoutés à un autre matériau, le matériau qui a été ajouté à l'autre matériau serait soluble dans ce matériau dans une gamme de conditions de composition et de mélange. Un tel matériau deviendrait ce qu'on appelle un matériau monophasé - mais avec une composition chimique variable - en raison de la solubilité [Rasheedat, 2017].

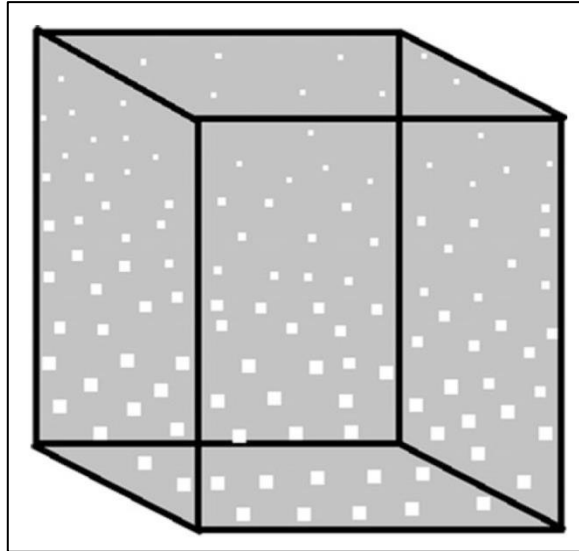


Figure II. 6 : Diagramme schématique de la FGM à porosité

II.4.2. Gradient de Microstructure Matériaux à Gradient des Matériaux fonctionnellement gradués

Le matériau à gradient microstructural à gradation fonctionnelle est un autre type de FGM, dans lequel la microstructure est adaptée de sorte que différentes microstructures soient produites dans le matériau, qui est amené à changer progressivement, de manière à obtenir les propriétés requises du matériau. Une gradation microstructurale peut être obtenue pendant le processus de solidification, de sorte que la surface du matériau est trempée, par exemple, lors de la production d'une propriété de surface très dure du matériau. On laisse le noyau du même matériau refroidir lentement, ce qui aiderait à produire des microstructures différentes de celles de la surface du matériau à la partie la plus interne. De plus, la gradation microstructurale peut être obtenue grâce à un processus de traitement thermique contrôlé. Par exemple, une microstructure variable peut être réalisée par un traitement thermique contrôlé d'une pièce cylindrique en alliage de titane [Rasheedat, 2017].

II.5. Méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés

Le processus de fabrication des matériaux à gradient de propriétés peut être divisé en établissant la structure dans l'espace non homogène « gradation » et la transformation de cette structure en matériau en bloc « consolidation ». Il existe de nombreux procédés d'élaboration des FGM, les paragraphes suivants s'attachent à décrire les principales méthodes d'élaboration des FGMs utilisées dans l'industrie.

II.5.1. Coulage en bande (Tape Casting ou Doctor-Blade)

Le coulage en bande est une technique de mise en forme par voie liquide qui consiste à étaler une barbotine de poudres fines en suspension sur une surface plane en couches minces et régulières. L'étalement de la bande est obtenu par le mouvement relatif d'un réservoir ou sabot.

La suspension est ainsi laminée par son passage entre la lame du réservoir et le support (figure II.7), ce qui confère à la bande déposée une épaisseur uniforme sur toute sa longueur. La hauteur du couteau du réservoir par rapport au support détermine l'épaisseur de la bande [Lostec, 1997]. Les produits obtenus sont des feuillets avec des épaisseurs contrôlées (25-1000 μm). Après un raffermissement de la pâte, les feuillets sont démoulés et ensuite découpés.

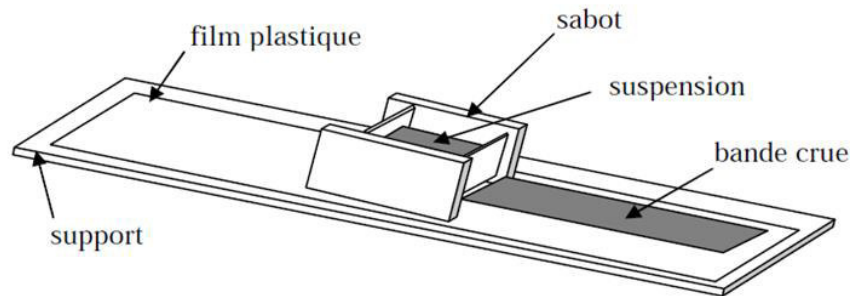


Figure II.7 : Principe de la méthode coulage en bande [Lostec, 1997]

Le procédé de coulage en bande est largement utilisé pour réaliser des matériaux composites laminaires suivant deux méthodes : soit par réalisation directe de bandes multicouches grâce à un système de lames multiples, c'est le cas des tri-couches élaborés par Mistler [Mistler, 1973]; soit par empilage de couches élaborées séparément, dont la cohésion est ensuite assurée par une étape de thermocompression [Boch et al, 1986].

II.5.2. Coulage séquentiel en barbotine (Slip Casting)

Le coulage en barbotine (slip casting) consiste à couler une suspension dans un moule poreux qui va drainer le liquide grâce aux forces capillaires, laissant un tesson (couche de poudre compacte) sur la surface du moule. Après séchage, on obtient le corps en cru.

Donc le coulage se décompose en deux étapes essentielles:

- Formation du tesson ou "prise";
- Consolidation du tesson ou "raffermissement".

La filtration, c'est à dire la formation du tesson lors du coulage, peut être considéré comme un processus d'élimination d'une partie de l'eau de la barbotine; Cette eau migre à travers la couche de tesson déjà formée, sous l'effet de :

- Pouvoir de succion du plâtre (coulage classique) [Moya et al, 1992] ;
- Une pression appliquée sur la barbotine (coulage sous pression).

Dans le cas de la fabrication de multicouches, après la formation du premier tesson, le dépôt de la deuxième couche s'effectue de manière telle que la barbotine ne pénètre pas dans le tesson formé. Ce procédé est successivement reproduit pour les autres couches.

II.5.3. Compaction sèche des Poudres

Dans cette technique les poudres sont successivement versées dans un moule en acier. Chaque fois qu'une poudre est versée, une faible compression est exercée. Ensuite, la compaction de l'ensemble des couches sera effectuée. Ce procédé est suivi, généralement,

par une pression isostatique et un délainage. La densification sera enfin l'étape finale [Bishop et al, 1993].

Ce procédé peut être envisagé pour la fabrication de pièces de formes complexes. En effet il s'applique aussi avec la technique du pressage isostatique, et de façon industrielle.

II.5.4. Projection plasma

Un gaz soumis à une forte température (par exemple celle d'un arc électrique), se transforme en un état ionisé (plasma). Cette transformation est accompagnée d'un dégagement de chaleur important. Si une particule de céramique se trouve dans cet environnement, elle se fond totalement ou superficiellement, ce qui permet de la situer sur un substrat.

La projection plasma des particules des divers matériaux est devenue une méthode très utilisée pour fabriquer des FGM. L'équipement relativement simple, le rendement élevé du dépôt des particules sur des substrats à géométrie compliquée, les performances des surfaces en fonctionnement et la compatibilité des céramiques avec les métaux sont les avantages essentiels de cette technique [Steffens et al, 1990].

II.5.5. Frittage et Infiltration

Cette technique est constituée de deux étapes et convient à la fabrication d'un composite à gradient de fonction composé de deux matériaux dont les températures de fusion sont très différentes. La première étape est de fabriquer une matrice frittée du matériau à haute température de fusion avec un gradient de porosité. La seconde est de remplir ces porosités avec le deuxième matériau fondu par infiltration. Le résultat est excellent pour la diminution de la contrainte thermique [Takahashi et al, 1990].

Cette technique peut être généralement appliquée pour plusieurs combinaisons de matériaux qui sont chimiquement inertes et qui ont des points de fusion bien différents les uns par rapport aux autres.

II.6. Classifications des FGM

II.6.1. Selon L'état Lors du Traitement des FGM

Sur la base de l'état du traitement des FGM, les méthodes peuvent être largement classées en processus à l'état solide, processus à l'état liquide et processus de dépôt. La figure II.8 répertorie les différentes méthodes de traitement entrant dans ces catégories [Kieback, 2003]. Il existe un grand nombre de travaux de recherche couvrant tous les états de transformation dans différentes techniques de production de FGM. Les méthodes de dépôt représentent des technologies très avancées utilisées pour des produits de grande précision et de petite taille. Les procédés à l'état liquide sont généralement utilisés pour les gros produits dont le contrôle des propriétés est relativement faible, tandis que les FGMs à l'état solide sont utilisés pour les composants thermomécaniques fortement sollicités [Yuan, 2019]. La production de FGM par différentes voies et dans différents états affecte les caractéristiques du produit final en fonction des influences thermiques, des charges mécaniques, de la pression et des forces d'inertie qui se produisent lors de la fabrication.

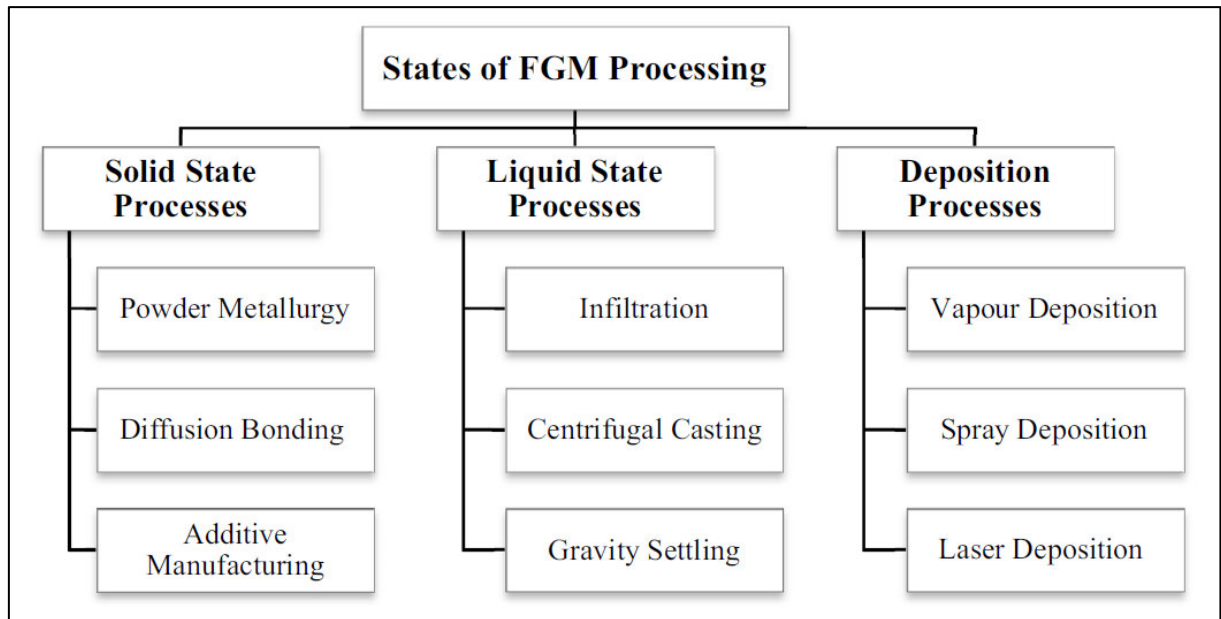


Figure II.8 : Classification des FGMs selon leur état lors de la fabrication

II.6.2. Selon la Structure FGM

Les FGMs peuvent généralement être classées en deux groupes principaux: les matériaux gradués continus et discontinus, comme le montre la figure II.9 [Makwana, 2014]. Dans le premier groupe, aucune zone claire ou ligne de coupe de séparation ne peut être observée à l'intérieur du matériau pour distinguer les propriétés de chaque zone. Dans le deuxième groupe, les ingrédients du matériau changent selon une gradation par étapes discontinue qui est connue sous le nom de FGM en couches ou discrète. Continu et discret peuvent en outre être classés en trois types: gradient de composition, gradient d'orientation, gradient de fraction. Un autre sous-groupe peut être obtenu en considérant le changement de taille dans n'importe lequel des cas (par exemple, grossissement de la taille des grains ou tailles de particules différentes) [Bobbio, 2017]. Le type à gradient de fraction peut être obtenu en utilisant la force centrifuge grâce à l'utilisation d'un procédé de coulée centrifuge [Rajan, 2010]. Les forces centrifuges et répulsives agissent sur les particules [Watanabe, 2011], qui sont dispersées dans la masse fondue. Il y a aussi la force gravitationnelle, mais dans presque tous les cas, la gravité est très faible par rapport à la force centrifuge et peut être négligée [Kieback, 2003]. Théoriquement, le gradient de forme peut introduire une distribution de propriétés bien adaptée. Cependant, le processus de fabrication de la phase de renfort / dispersée avec la précision nécessaire et le placement du constituant façonné est très sophistiqué et coûteux du point de vue de la fabrication. La métallurgie des poudres représente l'une des méthodes importantes de production de FGM contenant un gradient de forme [Makwana, 2014].

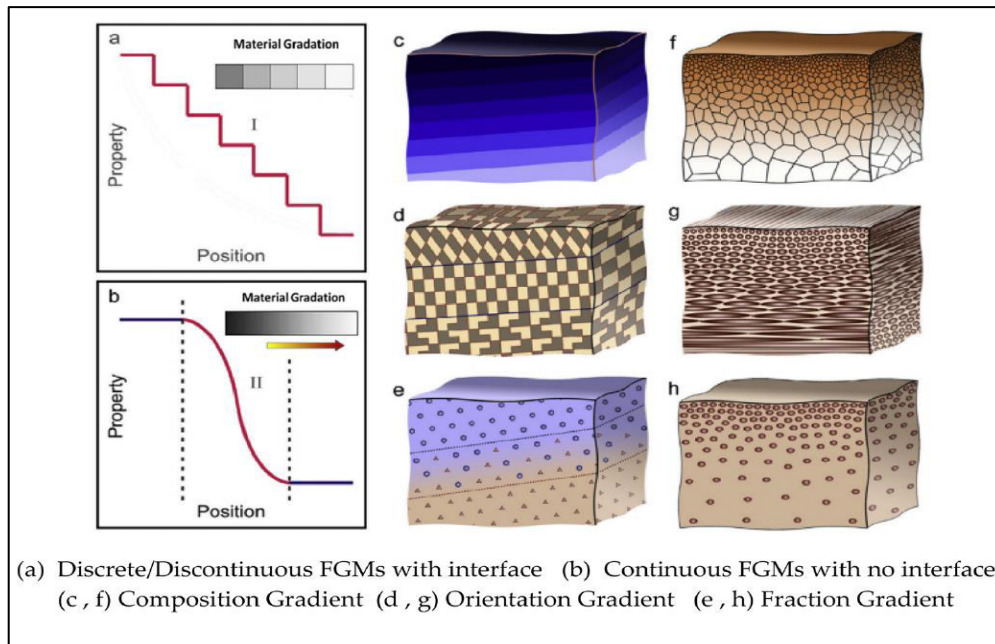


Figure II.9 : Matériaux fonctionnellement gradués avec différentes formes de gradient

II.6.3. Selon le Type de Gradient FGM

Les FGMs peuvent généralement être classées en trois groupes différents de gradients: composition, microstructure et porosité, comme le montre la figure II.10 [Mahmoud, 2017]. Le type de composition du gradient de FGM dépend de la composition du matériau, qui varie d'une substance à l'autre, conduisant à différentes phases avec des structures chimiques différentes. Ces différentes phases de production dépendent de la quantité synthétique et des conditions dans lesquelles les matériaux renforcés sont produits [Popoola, 2016]. Au cours du processus de solidification, le type de microstructure du gradient FGM peut être obtenu de sorte que la surface du matériau s'éteigne. Dans ce type, le noyau du même matériau peut refroidir lentement, ce qui permet de générer différentes microstructures de la surface à l'intérieur du matériau [Popovich, 2017].

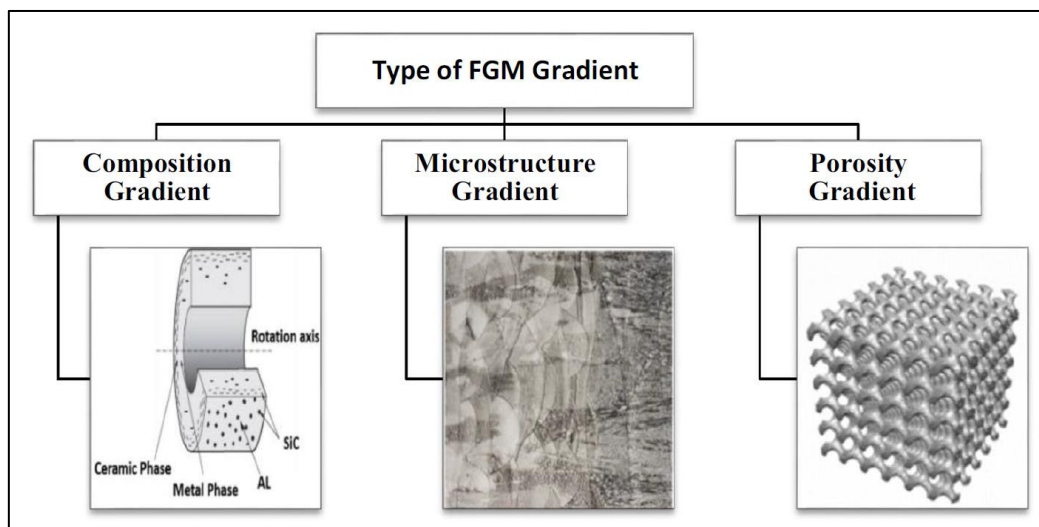


Figure II.10 : Exemple typique de trois types différents de gradient de FGM

Avec les changements de localisation spatiale dans le matériau en vrac, le type de porosité du gradient de FGM dans le matériau change [Mota, 2019]. Les tailles de particules de poudre peuvent être mesurées en faisant varier les tailles de particules de pores utilisées pendant la gradation à différentes positions dans le matériau en vrac [Gabbrielli, 2008].

II.6.4. Selon L'échelle et les Dimensions de la FGM

Les « FGM minces » sont fabriquées par différentes méthodes telles que le dépôt physique en phase vapeur (PVD), le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) [Muller, 2013], le dépôt par projection thermique et les techniques de synthèse à haute température auto-propagée (SHS) comme le revêtement laser. Figure II.11 [Yin, 2018], tandis que les « FGM en vrac » sont fabriquées par métallurgie des poudres, coulée centrifuge, techniques de forme libre solide, décantation par gravité. Les FGMs minces varient entre 5 nm et 500 nm [Alimardani, 2010] et peuvent être étendues à la gamme du micromètre (par exemple, couches déposées de 1 à 120 μm d'épaisseur) [Muller, 2013]. Dans les FGMs épaisses, les dégradés peuvent couvrir de 5 à 350 mm. De plus, le gradient de la FGM peut se développer selon une, deux ou même trois directions différentes [Erdemir, 2015].

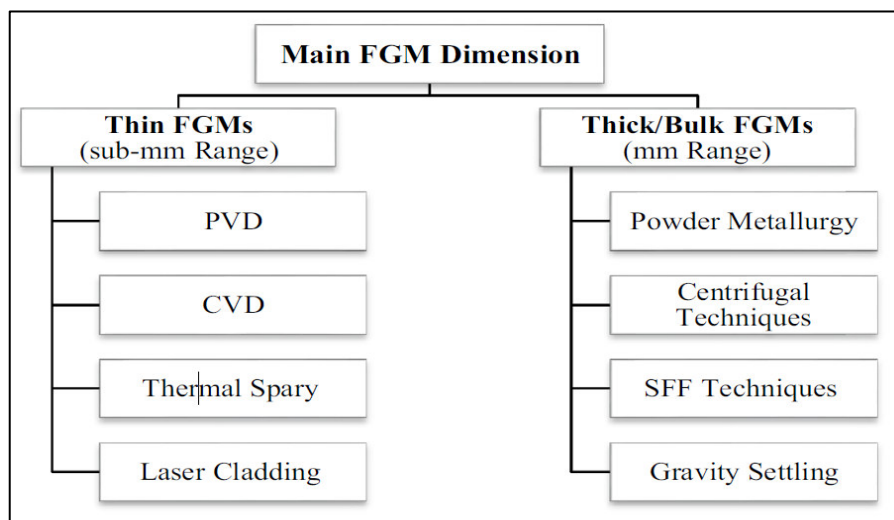


Figure II.11 : Classification des FGMs basée sur la dimension principale des FGM

II.6.5. Selon la Nature du Processus de Gradation des FGM

Une autre classification du processus de gradation divise la production de FGM en un traitement constructif et de transport. La première catégorie suppose une construction couche par couche commençant par une distribution opposée dans laquelle les gradients consécutifs sont construits exactement. Alors que dans la deuxième catégorie, les gradients à l'intérieur des structures dépendent de la physique de la méthode de transport (par exemple, écoulement de fluide, diffusion ou conduction thermique) [Kaushal, 2018]. L'avantage des méthodes constructives est la possibilité de fabriquer un nombre illimité de dégradés. Les progrès de la fabrication additive au cours des deux dernières décennies ont prouvé que les processus de gradation constructive sont techniquement et économiquement réalisables, en particulier pour les prototypes et la production en petites séries Figure II.12, même avec des constituants qui ne sont pas entièrement compatibles ou de nature

homogène. Les techniques de fabrication additive (AM) offrent des avantages supplémentaires sous forme de précision et de répétabilité pour reproduire les gradients et les propriétés conçus [Wei, 2019].

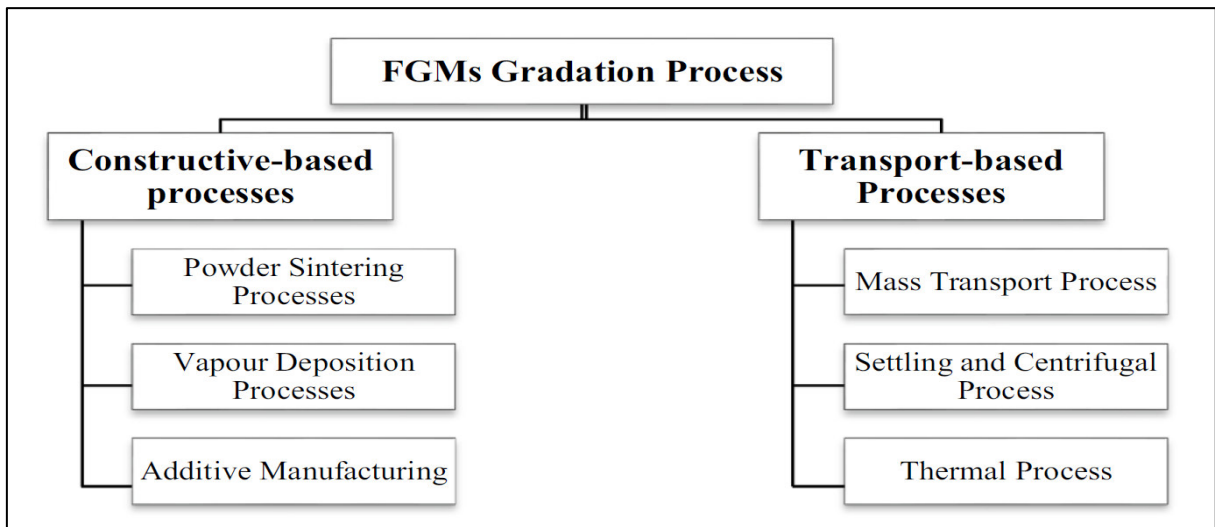


Figure II.12 : Classification des MFGM selon la méthode de gradation

II.6.6. Selon le Domaine d'application

Comme décrit dans la section d'introduction, les FGMs ont été trouvées et utilisées soit dans des conditions de fonctionnement sévères, soit dans des applications très sensibles. Les exemples incluent les échangeurs de chaleur, les éléments résistant à la chaleur dans les vaisseaux spatiaux ou les réacteurs de fusion ainsi que pour les implants biomédicaux [Chmielewski, 2016]. Diverses combinaisons des fonctions habituellement incompatibles peuvent être mises en œuvre pour créer de nouveaux matériaux pour l'aérospatiale, les usines chimiques, les réacteurs d'énergie nucléaire, etc. [Udupa, 2012]. Selon le domaine d'application, les FGMs peuvent être classées en biomatériaux, aérospatiale, automobile, défense, outils de coupe, réacteur nucléaire, structure intelligente, aubes de turbine et équipements sportifs. La Figure II.13 représente un aperçu de la classification selon les principaux domaines d'application.

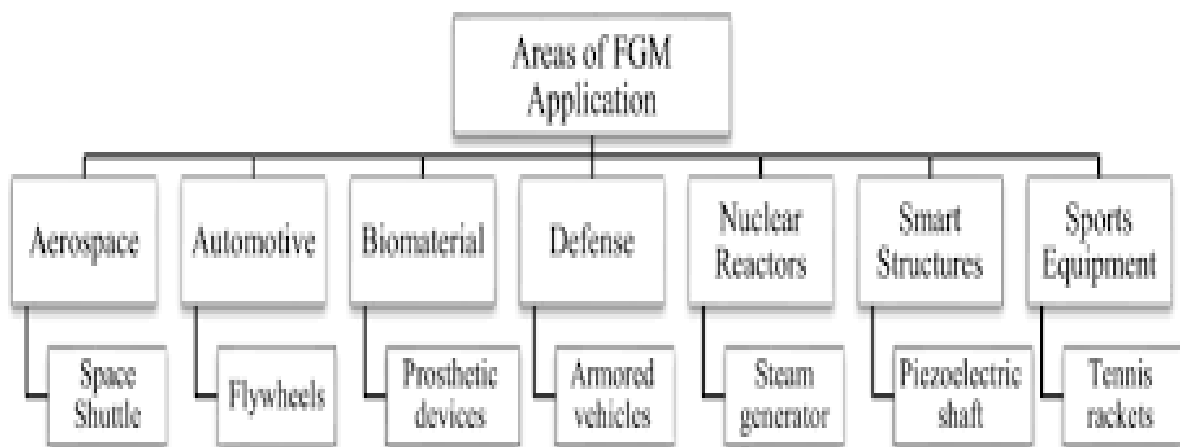


Figure II. 13 : Matériaux fonctionnellement gradués: domaines d'application et exemples

Autre classification des FGMs :

- Classification selon la complexité de forme réalisable;
- Classification selon le degré de contrôle du gradient;
- Classement en fonction de l'effet des contraintes résiduelles;
- Classement en fonction de la consommation d'énergie et de l'impact environnemental;
- Classification selon le coût total du processus.

II.7 Les Modèles de FGM

II.7.1 Modèle Voigt

Le modèle Voigt, introduit à l'origine par Voigt [Voigt, 1889], est un modèle d'homogénéisation bien connu et généralement utilisé pour prédire les propriétés élastiques efficaces pour les différents types de matériaux composites. Le modèle Voigt est relativement simple; ce modèle est fréquemment utilisé. Pour estimer les propriétés effectives des composites biphasés, ce modèle suppose que la déformation n'est pas modifiée dans le chargement des coordonnées du matériau [Gasik, 1998]. Sur la base de l'hypothèse, le module de Young effectif E et le rapport de Poisson des composites biphasés peut être prédit par

$$E(z) = E_c V_c + E_m (1 - V_c) \quad (\text{II.1a})$$

$$\nu = \nu_c V + \nu_m (1 - V) \quad (\text{II.1b})$$

Comme on peut le voir, le schéma de Voigt suppose le module équivalent d'un composite biphasé en tant que modèle parallèle et est connu sous le nom de règle des mélanges. L'approximation de Voigt n'est pas inférieure à la valeur réelle du module équivalent du composite, c'est-à-dire qu'il est la limite supérieure de la valeur vraie. Par souci de simplification, le schéma de Voigt est le modèle le plus populaire et le plus couramment utilisé pour estimer les propriétés mécaniques des FGMs en fonction de l'épaisseur.

II.7.2. Modèle Reuss

L'hypothèse de base pour les propriétés effectives dérivées par Reuss [Reuß, 1929], stipule que la contrainte moyenne totale à une échelle macroscopique est considérée comme identique dans chaque phase sous une contrainte uniforme équivalente. En d'autres termes, ce modèle est connu comme la règle inverse du modèle de Voigt [Akbarzadeh, 2015]. Ainsi, le module d'Young effectif et le coefficient de Poisson se présentent comme suit:

$$E(z) = \frac{E_c E_m}{E_c (1 - V_c) + E_m V_c} \quad (\text{II.2a})$$

$$\nu = \frac{\nu_c \nu_m}{\nu_c (1 - V) + \nu_m V} \quad (\text{II.2b})$$

II.7.3. Modèle Tamura

Le modèle Tamura utilise en fait une règle linéaire de mélanges, introduisant un paramètre d'ajustement empirique connu [69]

$$\mathbf{q} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \quad (\text{II.3})$$

Les estimations pour $q = 0$ correspondent à la règle de Reuss et avec $q = \infty$ à la règle de Voigt, étant indifférente à la considération de quelle phase est matrice et laquelle est particulière [Bouiadjra, 2018]. Certes, la méthode Tamura dépend fortement des valeurs de q et il faut tenir compte du fait que les FGMs doivent généralement avoir une plage de ces valeurs, variant selon l'épaisseur du matériau [Gasik, 2003]. Même lorsqu'un composite homogène (non gradué) est considéré, les valeurs de q changent avec le degré de déformation plastique. Le module de Young effectif se présente comme suit:

$$E(z) = \frac{(1 - V_c)E_m(q - E_c) + V_c E_c(q - E_m)}{(1 - V_c)(q - E_c) + V_c E_c(q - E_m)} \quad (\text{II.4})$$

II.7.4. Description par un élément de volume représentative(LRVE)

Le modèle utilise des éléments de volume représentatifs locaux (LRVE) est basé sur une échelle de longueur «méso-scopique» qui est beaucoup plus grande que l'échelle de longueur caractéristique des particules (inhomogénéités) mais plus petite que l'échelle de longueur caractéristique d'un spécimen macroscopique [Ju, 1994]. La dernière étape est l'accumulation du LRVE dans tout l'échantillon de FGM, en tenant compte des conditions aux limites et de la continuité du solide. L'entrée du LRVE pour le cadre micromécanique déterministe est généralement la moyenne en volume ou la moyenne d'ensemble des descripteurs des microstructures. Le module de Young est exprimé comme suit par la méthode LRVE [Gasik, 1998].

$$E(z) = E_m \left(1 + \frac{V_c}{E - \sqrt[3]{V_c}} \right), \quad E = \frac{1}{1 - \frac{E_m}{E_c}} \quad (\text{II.5})$$

II.7.5. Modèle Mori-Tanaka

Le schéma de Mori-Tanaka est un modèle d'homogénéisation bien connu et généralement utilisé pour prédire les propriétés élastiques efficaces pour les différents types de FGM. Selon le modèle de Mori-Tanaka, les modules d'effectifshear (G) et de volume (K) peuvent être énoncés dans la forme. Cette méthode basée sur l'hypothèse qu'un matériau composite biphasé constitué d'une matrice renforcée par des particules sphériques, réparties aléatoirement dans la assiette. Selon le schéma d'homogénéisation de Mori-Tanaka, le module de masse effectif (K) et le module de cisaillement effectif (G) sont donnés par [Mori, 1973].

$$K(z) = K_m + \frac{V_c(K_c - K_m)}{1 + (1 - V_c)3(K_c - K_m)/(3K_m + 4K_c)} \quad (\text{II.6a})$$

$$G(z) = G_m + \frac{V_c(G_c - G_m)}{1 + (1 - V_c)(G_c - G_m)/(G_m + f_1)} \quad (\text{II.6b})$$

$$\text{Et} \quad f_1 = \frac{G_m(9K_m + 8G_m)}{6(K_m + 2G_m)} \quad (\text{II.6c})$$

À l'aide des modules de cisaillement et de volume, le module de Young effectif et le coefficient de Poisson sont alors exprimés comme

$$E(z) = \frac{9K(z)G(z)}{3K(z) + G(z)} \quad (\text{II.6d})$$

$$\nu = \frac{3K(z) - 2G(z)}{2G(z) + 3K(z)} \quad (\text{II.6e})$$

II.7.6. Comparaison des modèles micromécaniques

Les estimations du module d'Young et du coefficient de Poisson d'un composite biphasé renforcé de particules, à l'aide des six modèles micromécaniques susmentionnés, sont comparées aux figures II.14 / 15. Le composite biphasé considéré est un composite à matrice métallique constitué d'une matrice d'aluminium et d'inclusions céramiques sphériques parfaitement liées. Les résultats estimés sont représentés en fonction de la fraction volumique des inclusions (céramique). Il convient de mentionner que le groupement de particules (agglomération), l'état d'interface de la matrice et des particules, et la taille des particules pourraient affecter les propriétés multifonctionnelles des composites renforcés de particules. Comme observé dans, ces paramètres ont des effets significatifs sur la déformation plastique ainsi que dans les composites contenant des particules nanométriques [Fu, 2008]. L'influence de l'agrégation des particules, des paramètres inter faciaux et de l'effet de la taille sur les propriétés élastiques efficaces est négligée.

Comme le montrent les figures II.14 / 15, les approximations de Voigt et de Reuss tracent les limites supérieures et inférieures pour l'estimation du module de Young. Alors que l'estimation de Reuss pour le module de Young pourrait être 48% inférieure à l'estimation de Voigt pour la fraction volumique de $V = 0,5$, les limites de Hashin-Shtrikman fournissent une capture de bande d'estimation réduite par les limites supérieure et inférieure. Par exemple, l'estimation du module de Young en utilisant la borne inférieure (LB) Hashin-Shtrikman est 30% inférieure à son homologue utilisant la borne supérieure (UB) Hashin-Shtrikman. Comme le montre la figure II.14, les estimations faites par SCM, LRVE et Tamura ($q = -100\text{GPa}$) se situent dans les limites de Hashin-Shtrikman. Il est à noter que les estimations de Tamura dépendent fortement de la valeur de qt . La figure II.15 révèle que le coefficient de Poisson n'obéit pas à la règle du mélange de type Voigt ou Reuss qui est cohérente avec les résultats de Zimmerman [Muller, 2013].

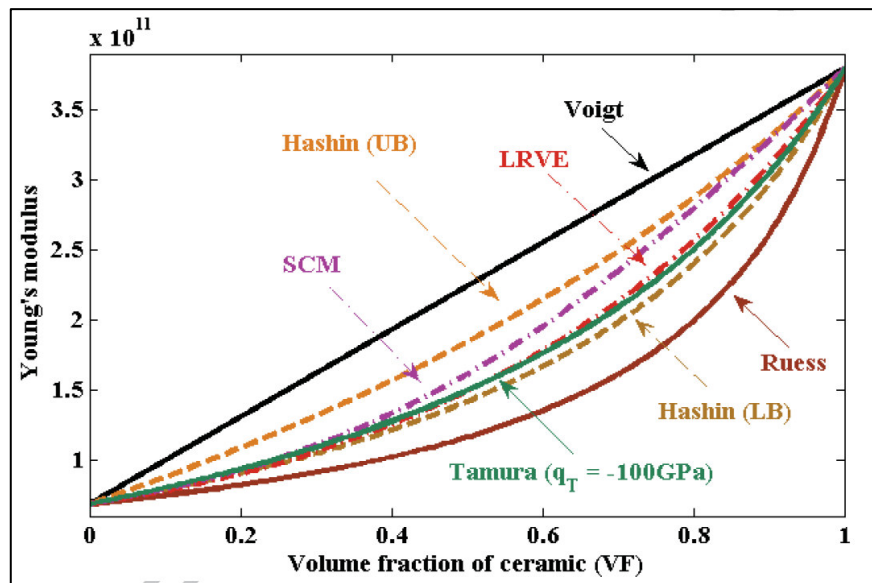


Figure II. 14: Module de Young efficace en fonction de la fraction volumique de la céramique pour plusieurs modèles micromécaniques

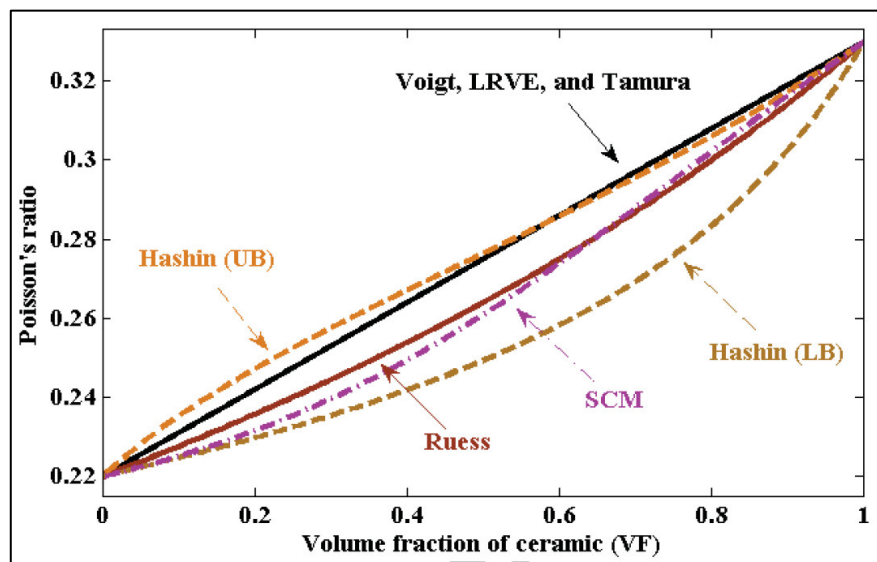


Figure II. 7 : Coefficient de Poisson effectif en fonction de la fraction volumique de céramique pour plusieurs modèles micromécaniques

Bien que les FGMs soient généralement considérées comme des combinaisons de métal et de céramique en fait, elles peuvent être fabriquées par tout autre matériau différent. Ici, les variations de matériaux sont supposées être dans le sens de l'épaisseur de la micropoutre. Le volume fraction des armatures est modifiée dans la direction z selon trois modèles différents: (a) modèles de loi de puissance (P-FGM), (b) Sigmoïde (S-FGM) et (c) modèles exponentiels (E-FGM).

II.7.7. Les propriétés des matériaux des poutres P-FGM

La fraction volumique de la P-FGM est supposée obéir à une fonction de loi de puissance:

$$V(z) = \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^k \quad (\text{II.7})$$

Où p est le paramètre de matériau et h est l'épaisseur de la poutre. Une fois la fraction volumique locale $g(z)$ définie, les propriétés des matériaux d'une P-FGM peuvent être déterminées par la règle du mélange [Bao, 1995]:

$$E(z) = E_m + (E_c - E_m)V(z) \quad (\text{II.8})$$

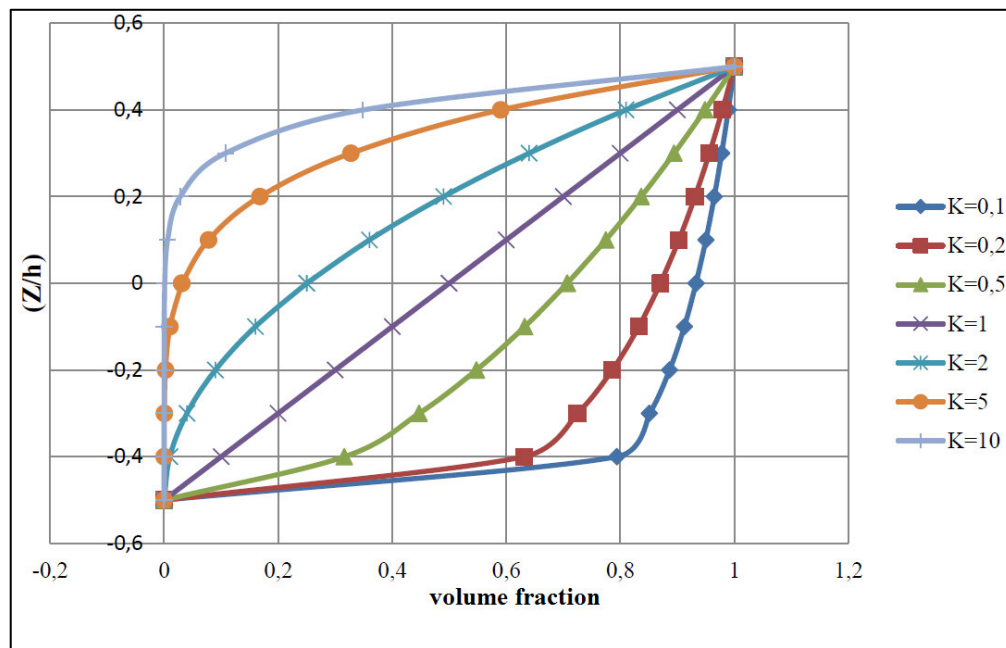


Figure II. 16 : La variation de la fraction volumique dans un faisceau P-FGM

La variation de la fraction volumique dans la direction de l'épaisseur du faisceau P-FGM est représentée sur la figure II.16, qui montre que la fraction volumique change rapidement près de la surface la plus basse pour $p < 1$, et augmente rapidement près de la surface supérieure pour $p > 1$.

II.7.8. Les propriétés des matériaux des poutres S-FGM

Dans le cas de l'ajout d'une FGM d'une seule fonction de loi de puissance au composite multicouche, des concentrations de contraintes apparaissent sur l'une des interfaces où le matériau est continu mais évolue rapidement ([Lee, 1994]; [Bao, 1995]). Par conséquent, Chung et Chi (2001) ont défini la fraction volumique à l'aide de deux fonctions de loi de puissance pour assurer une distribution régulière des contraintes entre toutes les interfaces [Chung, 2001]. Les deux fonctions de loi de puissance sont définies par:

$$V(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{h}{2} + z}{h/2} \right)^p, \text{ For } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{II.9a})$$

$$V(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{h}{2} - z}{\frac{h}{2}} \right)^p, \text{ For } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.9b})$$

En utilisant la règle du mélange, le module de Young de la S-FGM peut être calculé par:

$$\mathbf{E}(z) = V_1(z)\mathbf{E}_1 + [1 - V_1(z)]\mathbf{E}_2, \text{ For } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{II.10a})$$

$$\mathbf{E}(z) = V_2(z)\mathbf{E}_1 + [1 - V_2(z)]\mathbf{E}_2, \text{ For } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.10b})$$

La Figure II.17 montre que la variation de la fraction volumique en Eq. (10a) et (10b) représentent des distributions sigmoïdes, et ce faisceau FGM est ainsi appelé plaque FGM sigmoïde (plaques S-FGM).

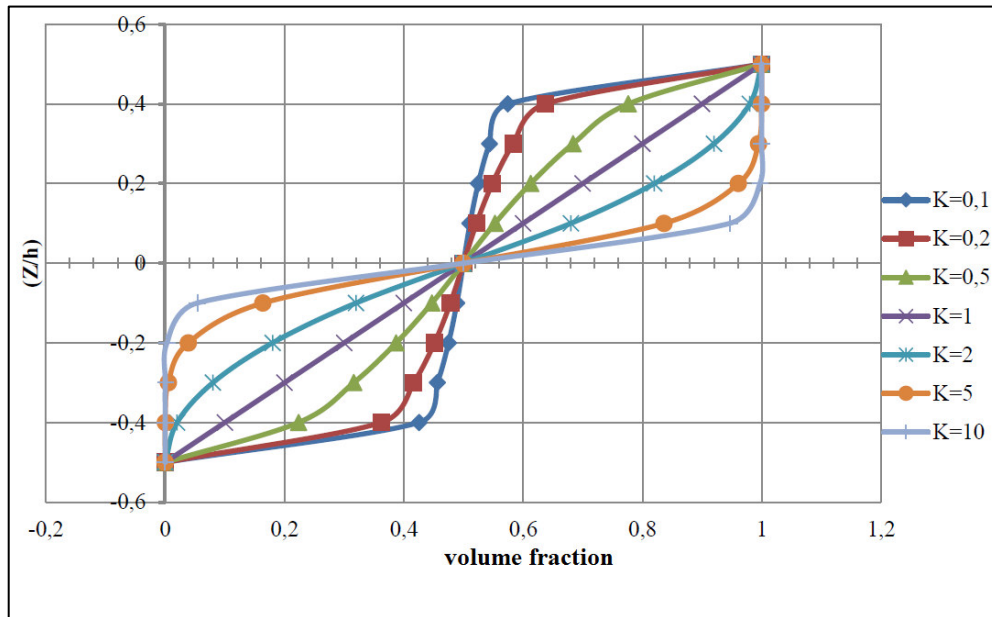


Figure II. 17 : La variation de la fraction volumique dans un faisceau S-FGM

II.7.9. Les propriétés des matériaux des poutres E-FGM

De nombreux chercheurs ont utilisé la fonction exponentielle pour décrire les propriétés matérielles des FGMs comme suit : [Delale, 1983]

$$E(z) = E_2 e^{B(z+h/2)} \quad (\text{II.11})$$

$$\text{Et} \quad B = \frac{1}{h} \ln \left(\frac{E_1}{E_2} \right)$$

La répartition des matériaux dans le sens de l'épaisseur des poutres E-FGM est représentée sur la figure II.18

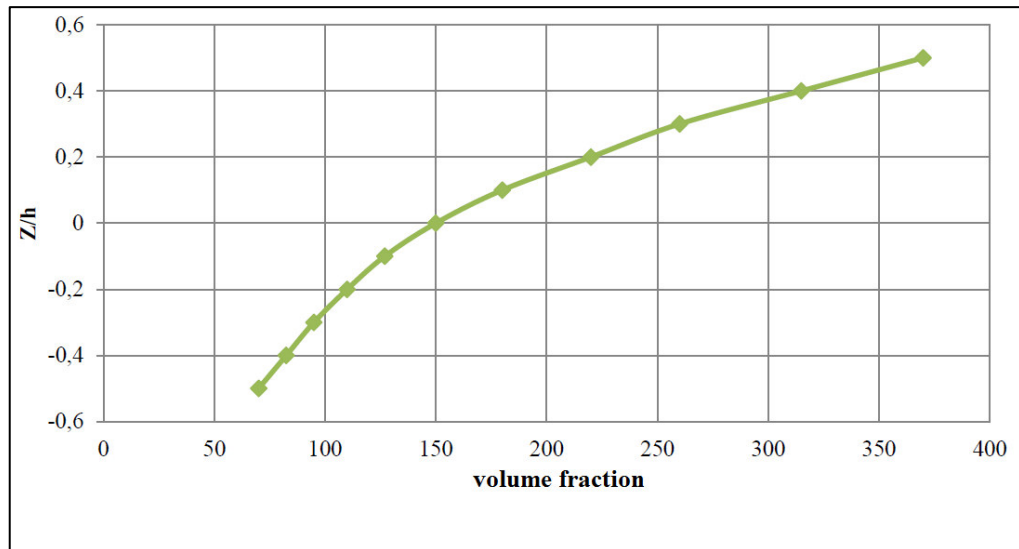


Figure II. 18 : La variation de la fraction volumique dans un faisceau E-FGM

II.8. Conclusions

Le matériau fonctionnellement gradué est un excellent matériau avancé qui révolutionnera le monde de la fabrication. Il existe un certain nombre d'obstacles pour atteindre cet objectif.

Dans ce chapitre, nous avons défini des matériaux avec un gradient de propriétés «FGM», l'histoire de leur développement, leurs types, leurs domaines d'application et leurs classifications. La variation progressive des propriétés des matériaux à gradient permet de créer des structures innovantes exploitables dans de nombreux domaines d'application des structures spéciales en génie civil.

CHAPITRE III

**REVUE DES THEORIES POUR LA
MODELISATION ET L'ANALYSE DES
PLAQUES FONCTIONNELLEMENT
GRADUEES**

Chapitre III :

Revue des théories pour la modélisation et l'analyse des Plaques fonctionnellement Graduées

III.1. Introduction

Les matériaux composites multicouches sont largement utilisés dans l'aérospatiale, la mécanique, le génie civil, le nucléaire et l'automobile en raison de leurs caractéristiques exceptionnelles telles qu'un rapport rigidité et résistance au poids élevé et un faible coût de maintenance. Les matériaux composites stratifiés classiques présentent une discontinuité des propriétés mécaniques à une interface en raison de l'assemblage de deux matériaux différents. En conséquence, la concentration des contraintes se produit généralement à l'interface, cela peut entraîner des dommages sous forme de délaminage, de fissuration de la matrice et de séparation de la liaison adhésive [Reddy, 2004].

En général, le comportement des plaques en matériau fonctionnellement gradués (FGM) sous chargement mécaniques et thermiques peut être prédit en utilisant soit la théorie de l'élasticité tridimensionnelle (3D), soit les théories équivalentes à une seule couche (ESL). Les modèles ESL sont dérivés de la théorie de l'élasticité 3D en faisant des hypothèses appropriées sur la cinématique de déformation ou un état tressé à travers l'épaisseur des plaques [Reddy, 2004].

Ces théories ESL peuvent expliquer à la fois les effets de cisaillement et de déformation normale en fonction du niveau des hypothèses. Le modèle ESL le plus simple est la théorie classique des plaques (CPT), également connue sous le nom de théorie de [Kirchhoff, 1850], qui ignore les effets de déformation de cisaillement transversale. Ainsi c'est Convient uniquement aux plaques FG minces. La théorie suivante dans la hiérarchie des modèles ESL est la théorie de la déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT) développée par [Mindlin, 1951].

Le FSDT tient compte de l'effet de déformation de cisaillement par le biais d'une variation linéaire des déplacements dans l'épaisseur. Un facteur de correction de cisaillement est donc nécessaire. Le facteur de correction de cisaillement est difficile à déterminer car il dépend non seulement des paramètres géométriques mais également des conditions de chargement et conditions aux limites. Pour éviter l'utilisation du facteur de correction de cisaillement, des théories de déformation de cisaillement d'ordre supérieur (HSDT) ont été introduites.

Le HSDT peut être développé par l'expansion des composants de déplacement en séries de puissance de la coordonnée d'épaisseur. En principe, les théories développées par ce moyen peuvent être rendues aussi précises que souhaité en incluant un nombre suffisant de termes dans la série. Parmi les HSDT, la théorie de déformation de cisaillement du troisième ordre (TSDT) de [Reddy, 1984] est la plus largement utilisée en raison de sa simplicité et de sa précision. Une revue des théories de déformation de cisaillement pour les plaques isotropes et stratifiées a été réalisée par [Ghugal, 2002].

Un examen complet de divers modèles analytiques et numériques pour prédire les réponses à la flexion, au flambement et aux vibrations des plaques FG sous chargement mécaniques et thermiques a été récemment réalisé par [Swaminathan, 2015]. Cependant, aucune littérature n'a été rapportée pour l'examen du développement de diverses théories pour la modélisation et l'analyse des plaques FG.

L'objectif de ce chapitre est de fournir une revue complète de la littérature des théories existantes pour la modélisation et l'analyse des plaques FG avec l'accent principal sur les modèles ESL tels que le CPT, FSDT, TSDT, HSDT, théories simplifiées, théories mixtes. En outre, une revue détaillée de la littérature liée au développement de solutions d'élasticité 3D et d'une formulation unifiée est également rapportée.

III.2. Les théories équivalentes des monocouches (ESL)

III.2.1. Modèle CPT

Le modèle CPT est basé sur l'hypothèse de Kirchhoff-Love selon laquelle la ligne droite reste droite et perpendiculaire au plan médian après déformation. Cette hypothèse implique la disparition du cisaillement et des déformations normales, et par conséquent, la négligence des effets de cisaillement et de déformation normale. Le CPT est le modèle ESL le plus simple et il ne convient que pour les plaques FG minces où les effets de cisaillement et de déformation normale sont négligeables.

[Feldman et Aboudi, 1997] ont étudié le flambement élastique des plaques FG sous charge compressive uniaxiale en utilisant une combinaison d'approches micromécaniques et structurelles. Les équations gouvernantes dérivées du CPT ont été résolues analytiquement pour la charge critique de flambement des plaques FG avec diverses conditions aux limites. [Javaheri R et Eslami, 2002a] ont utilisé le CPT pour étudier le comportement au flambement des plaques FG sous quatre types de charges thermiques et de charges compressives [Javaheri R, Eslam 2002b]. Sur la base du CPT, [Kiani et al, 2011] a présenté des solutions analytiques approximatives pour la température critique de flambement de plaques encastées FG reposant sur une fondation élastique sous trois types différents de chargement thermiques. [Ghannadpour et al, 2012] ont également examiné le flambement thermique des plaques FG à l'aide du CPT. Cependant, la charge de flambement a été calculée en utilisant la méthode des bandes finies au lieu de la solution de Navier dans le travail de [Javaheri R et Eslami, 2002a].

Le flambement des plaques FG soumises à une compression non uniforme a été examiné par [Mahdavian, 2009] en utilisant la théorie CPT et la solution de Fourier. [Mohammadi et al, 2010] ont dérivés une solution analytique pour la charge de flambement des plaques FG avec deux bords opposés, simplement appuyées et deux autres bords ayant des conditions arbitraires (c'est-à-dire une plaque de type Levy). Les équations gouvernantes dérivées du CPT ont été résolues analytiquement en utilisant l'approche de solution de type Levy.

[Yang et Shen, 2001] ont utilisé le CPT pour étudier la réponse transitoire des plaques FG initialement sollicitées reposant sur une fondation élastique soumise à des excitations latérales impulsives. La méthode différentielle quadrature semi-analytique (DQM) et l'approche de superposition modale ont été respectivement utilisées pour déterminer la fréquence naturelle

et la réponse transitoire de plaques rectangulaires avec deux bords opposés, encastés et deux autres bords restants arbitraires. Les réponses non linéaires charge-déflexion et post-flambement des plaques FG reposant sur une fondation élastique sous chargement dans le plan et transversaux ont été étudiées par [Yanga et Shen, 2003] en utilisant le CPT avec l'hypothèse des déformations non-linéaire de Von Karman. Une approche semi-analytique basée sur la procédure DQM et Galerkin a été utilisée pour résoudre les équations gouvernantes. [Alinia et Ghannadpour, 2009] ont également utilisé le CPT avec l'hypothèse de Von-Karman pour étudier la réponse non linéaire des plaques FG sous pression transversale. Cependant, ils ont utilisé le principe de l'énergie potentielle minimale pour obtenir les solutions analytiques des plaques simplement appuyées.

[Damanpack, 2013] a utilisé le modèle CPT basé sur la surface neutre et la méthode des éléments finis pour prédire le comportement en flexion des plaques FG. [Kowal-Michalska et Mania, 2013] ont également adopté le modèle CPT basé sur la surface neutre pour étudier le flambement statique et dynamique des plaques FG soumises à l'action simultanée d'une compression directionnelle et de charges thermiques. Étant donné que le couplage traction-flexion produit les déformations transversales et des moments de flexion lorsqu'une plaque FG est soumise à des charges de compression dans le plan. Par conséquent, un flambement de type bifurcation ne se produira pas. Les conditions pour que le flambement de type bifurcation se produise sous l'action des chargements de compression dans le plan ont été examinées par [Aydogdu, 2008]. On constate que le flambement de type bifurcation se produit lorsque la plaque est totalement encastée. Pour une plaque à bord libre, le flambement de type bifurcation se produit lorsque les chargements dans le plan sont appliqués sur la surface neutre [Aydogdu, 2008].

III.2.2 Modèle FSDT

Le FSDT développé par [Mindlin, 1951] rend compte de l'effet de déformation de cisaillement par une variation linéaire des déplacements dans le plan à travers l'épaisseur. Il est à noter que la théorie développée par [Reissner E, 1947] tient également compte de l'effet de déformation de cisaillement. Cependant, la théorie de Reissner n'est pas similaire à la théorie de Mindlin comme la perception erronée de nombreux chercheurs par l'utilisation de descriptions trompeuses.

Comme les "plaques Reissner-Mindlin" et "FSDT of Reissner". La différence majeure entre deux théories a été établie par [Wang et al, 2001] en dérivant les relations de flexion entre les quantités de Mindlin et de Reissner pour un problème général de plaque.

La théorie de Reissner étant basée sur l'hypothèse d'une distribution linéaire des contraintes de flexion et d'une distribution parabolique des contraintes de cisaillement, sa formulation conduira inévitablement à ce que la variation de déplacement ne soit pas nécessairement linéaire sur l'épaisseur de la plaque [Wang et al, 2001].

Ainsi, il est incorrect de se référer à la théorie de Reissner comme le FSDT qui implique une variation linéaire des déplacements à travers l'épaisseur. Une autre différence entre les deux théories est que la contrainte normale qui était inclus dans la théorie de Reissner a été omis dans celui de Mindlin [Panc, 1975].

Le FSDT a été largement utilisé pour modéliser les plaques FG. Praveen et Reddy [Praveen GN, 1998] ont étudié les réponses transitoires non linéaires de plaques FG sous chargements thermiques et mécaniques en utilisant la méthode des éléments finis et le FSDT avec des hypothèses de Von Karman. [Della Croce et Venini, 2004] ont présenté une famille hiérarchique d'éléments finis pour l'analyse de la flexion des plaques FG sous chargements mécaniques et thermiques en utilisant le FSDT. Cependant, le couplage traction-flexion a été ignoré dans leur travail. [Kim et al, 2008] ont étudié le comportement en flexion non linéaire des plaques FG en utilisant le FSDT avec une définition complète du tenseur de déformation de Green. [Memar Ardestani et al, 2014] ont utilisé le FSDT et une méthode de reproduction des particules de noyau pour étudier le comportement en flexion de plaques rigidifiées FG concentriquement et excentriquement sous des charges transversales.

[Bouazza et al, 2010] ont dérivé des solutions analytiques pour la température de flambement de plaques FG simplement appuyée sous deux types de chargements thermiques en utilisant la solution Navier. [Ganapathi et al, 2006] ont utilisé le FSDT et la méthode des éléments finis pour étudier le flambement des coques FG sous charges de compression.

[Yaghoobi, 2013] a étudié le flambement des plaques sandwichs FG reposant sur fondation élastique sous sollicitations thermiques et mécaniques. La méthode Frobenius et les séries de puissance ont été adoptées pour calculer la charge critique de flambement des plaques FG pour différentes conditions aux limites. Le flambement des plaques FG sous chargements mécanique et thermiques ont été étudiées par [Zhang et al, 2014] en utilisant le FSDT et la méthode locale sans maillage de Kriging qui est basée sur la formulation locale de forme faible de Petrov-Galerkin et l'interpolation de Kriging.

Le flambement des plaques sandwich FG reposant sur une fondation élastique sous chargements mécaniques ont été étudiés par [Kiani et Eslami, 2012] en utilisant le FSDT avec des hypothèses de Von Karman. L'approche monomode combinée à la technique de Galerkin a été utilisée pour calculer la température critique de flambement et le flambement des plaques FG simplement appuyées.

[Dai et al, 2005] ont étendu la méthode de Galerkin sans élément [Belytschko T, 1994] aux plaques FG avec des couches piézoélectriques sous des chargements mécaniques et thermiques basées sur le FSDT. Les résultats montrent que la méthode Galerkin sans élément présente de nombreuses caractéristiques intéressantes par rapport à la méthode des éléments finis. [Zhao et al, 2009a] ont développé un modèle sans maillage basé sur le FSDT et la méthode kp-Ritz sans élément. Ce modèle a été appliqué aux plaques et coques FG à travers différents problèmes, par ex. flexion géométriquement non linéaire [Zhao et al, 2009b], flambement thermique [Zhao et al, 2009a], thermique-flexion [Lee et al, 2009], flambement thermique [Lee YY et al, 2010] et flambement thermomécanique [Zhao et Liew, 2011]. La réponse transitoire des plaques FG sous chargements transversaux a été étudiée par [Roque et al, 2010] utilisant le FSDT et une méthode sans maillage avec des fonctions de base radiale (RBF).

III.2.3. Modèle TSDT

Le TSDT développé par [Reddy, 1984] pour les plaques composites stratifiées tient compte de l'effet de déformation de cisaillement transversal et satisfait les conditions de nullité de la contrainte tangentielle sur les surfaces supérieure et inférieure d'une plaque. Un facteur de correction de cisaillement n'est donc pas nécessaire. Il est à noter que le champ de déplacement de la théorie de Reddy est identique à celui de la théorie de [Levinson, 1980]. Cependant, les équations de mouvement des deux théories sont différentes l'une de l'autre. Ceci est dû au fait que Levinson a utilisé les équations d'équilibre du FSDT qui sont en contradiction avec celles dérivées de l'approche variationnelle de Reddy.

[Reddy, 2000] a présenté des formulations à la fois analytiques et par éléments finis basées sur le TSDT. Les formulations tiennent compte du couplage thermomécanique, de la dépendance du temps et de la non-linéarité géométrique de type Von-Karman. [Shen, 2002] a présenté l'analyse non linéaire des plaques FG sous chargements transversaux dans des environnements thermiques. Des équations basées sur le TSDT avec des hypothèses de Von Karman ont été résolues pour les courbes de charge-déflexion et charge-moment de flexion des plaques simplement appuyées avec des bords mobile ou immobiles utilisant une technique mixte de Galerkin-perturbation. L'analyse de flexion non linéaire des plaques FG sous chargements thermiques et mécaniques a été réalisée par [Yang et Shen, 2003] utilisant le TSDT avec des hypothèses de Von-Karman. Une approche de perturbation multi-paramètres a été utilisée pour obtenir les réponses en flexion des plaques FG avec deux bords opposés encastres ou simplement appuyées et deux bords restants ayant des conditions aux limites arbitraires. [Zhang, 2014] a utilisé le TSDT basé sur la surface neutre tenant compte de l'hypothèse de Von-Karman pour étudier la réponse en flexion non linéaire de plaques FG reposant sur une fondation élastique dans des environnements thermiques. Des solutions analytiques pour les plaques FG avec six conditions aux limites différentes ont été obtenues en utilisant la méthode de Ritz. [Javaheri et Eslami, 2002] ont dérivé des solutions analytiques pour la température critique de flambement de plaques FG simplement appuyées sous quatre types de chargements thermiques en utilisant la solution de Navier. Un travail similaire a été réalisé par [Samsam Shariat et Eslami, 2007] pour des plaques FG soumises aux trois types de chargements mécaniques et deux types de chargements thermiques. [Najafizadeh et Heydari, 2007] ont dérivé des solutions analytiques pour la charge critique de flambement des plaques circulaires FG en utilisant le TSDT. [Bodaghi et Saidi, 2010] ont dérivés la solution analytique pour la charge critique de flambement des plaques FG de type Levy sous chargements dans le plan. En introduisant quatre nouvelles fonctions, cinq équations d'équilibre dérivées du TSDT ont été converties en deux équations indépendantes. Ces équations ont ensuite été résolues pour les plaques rectangulaires FG en utilisant la solution de Levy. Cette approche de solution a également été adoptée par [Saidi et al, 2012] pour dériver des solutions analytiques pour la déflexion et les contraintes des plaques FG de type Levy soumises à des chargements transversaux. [Thai et Kim, 2013] ont reformulé le TSDT sur la base de la surface neutre et dérivé de la solution de type Levy pour la charge critique de flambement des plaques FG reposant sur une fondation élastique.

[Yang et al, 2006] ont étudié la sensibilité des imperfections géométriques initiales sur le comportement de flambement de plaques FG sous chargements mécaniques et thermiques. Ils ont supposé que l'imperfection géométrique était sous la forme du produit des fonctions trigonométriques et hyperboliques. Les équations gouvernantes basées sur le TSDT et l'hypothèse de Von-Karman ont été résolues pour le post-flambement des plaques FG avec différentes conditions aux limites en utilisant une approche semi-analytique en combinaison avec une procédure d'itération. [Shen, 2007] a étendu ses travaux antérieurs [Shen, 2002] à l'analyse de flambement des plaques FG simplement appuyées sous chargement thermique. Une technique de perturbation en deux étapes a été utilisée pour calculer la température critique de flambement et la trajectoire d'équilibre post-flambement.

Les résultats révèlent que la dépendance à la température a un effet significatif sur le comportement de flambement thermique des plaques FG. Les résultats montrent également que pour le cas de la conduction thermique, la trajectoire de flambement des plaques géométriquement parfaites n'est plus du type à bifurcation. [Nguyen et Pham, 2013] ont étudié le comportement en flambement des plaques FG reposant sur une fondation élastique. Des solutions analytiques pour la charge critique de flambement et la température critique de flambement des plaques FG sous charges mécaniques et thermiques ont été obtenues en utilisant la méthode TSDT et Galerkin.

III.2.4. Modèles HSDT

Les HSDT tiennent compte des variations d'ordre supérieur des déplacements dans le plan ou des déplacements à la fois dans le plan et transversal (c'est-à-dire la théorie quasi-3D) à travers l'épaisseur, et par conséquent, capturent les effets de la déformation de cisaillement ou à la fois des déformations de cisaillement et normales. Les HSDT peuvent être développés à l'aide de fonctions de forme polynomiale ou de fonctions de forme non polynomiale.

III.2.4.1. Modèles basés sur des fonctions polynomiales

Basé sur le champ de déplacement de [Lo et al, 1977], [Reddy, 2011] a développé un HSDT général avec non-linéarité géométrique de Von-Karman pour l'analyse thermomécanique de plaques FG. Le CPT, le FSDT, le TSDT et le HSDT avec des surfaces supérieure et inférieure sans traction peuvent être déduits du HSDT général. Des solutions analytiques ont été obtenues pour des plaques simplement appuyées en utilisant la solution Navier. L'influence des termes d'ordre supérieur dans le champ de déplacement sur la fréquence propre des plaques FG a également été étudiée [Reddy et al, 2013]. Cette théorie quasi-3D a également été utilisée par [Swaminathan et Naveenkumar, 2014] pour étudier le flambement des plaques sandwich FG. [Natarajan et Manickam, 2012] ont développé un élément de sérendipité continue C0 à huit nœuds avec 13 DOF par nœud pour étudier la flexion et la vibration libre des plaques sandwich FG. La formulation était basée sur la théorie quasi-3D de [Ali et al, 1999]. Ils ont également étudié l'influence des termes d'ordre supérieur dans le champ de déplacement sur la précision de la théorie quasi-3D. [Nguyen-Xuan et al, 2013] ont présenté une simple et efficace formulation pour les plaques sandwich composites utilisant une théorie de la déformation par cisaillement du cinquième ordre (FSDT) en combinaison avec l'IGA. La flexion statique, le flambement et la vibration libre des plaques rectangulaires et circulaires dans différentes conditions aux limites ont été étudiés.

III.2.4.2. Modèles basés sur des fonctions non polynomiales

La fonction non polynomiale a d'abord été utilisée par [Levy, 1877] avec une fonction sinusoïdale pour développer une théorie affinée pour les plaques isotropes épaisses. La fonction sinusoïdale était plus tard adoptée par [Touratier, 1991] pour développer une théorie de déformation de cisaillement sinusoïdal à cinq inconnues (SSDT) pour les plaques composites isotropes et stratifiées, respectivement. Le SSDT a été largement utilisé pour étudier la flexion thermique des plaques composites [Zenkour, 2004], le flambement des plaques composites [Zenkour, 2004], la flexion des plaques sandwich FG [Zenkour, 2005], flexion des plaques FG [Zenkour, 2006], flexion thermique des plaques FG reposant sur une fondation élastique [Zenkour, 2009], flambement thermique des plaques FG reposant sur une fondation élastique [Zenkour et Sobhy, 2011] et nano-plaques [Tha et al, 2014]. Les relations de flexion entre les quantités SSDT et CPT ont été calculées par [Zenkour, 2012] pour les plaques de type FG Levy.

Une fonction hyperbolique inverse était utilisée par [Grover et al, 2013] pour développer un HSDT pour les plaques composites et sandwich. [Mahi, 2014] a récemment développé un HSDT pour les plaques sandwich et composites FG basé sur une nouvelle fonction hyperbolique.

Une fonction tangentielle a été employée par [Mantari et al, 2012a] pour développer un HSDT pour les plaques isotropes, composites et sandwich et les plaques FG [Mantari et Guedes Soares, 2012]. [Mantari et al, 2012b] ont combiné les fonctions exponentielles et trigonométriques pour développer un HSDT pour les plaques sandwich et composite et les plaques FG [Mantari et al, 2012c]. [Mantari et Guedes, 2012] assemble les fonctions exponentielles et hyperboliques pour développer un HSDT pour les plaques isotropes, multicouches et les plaques FG [Mantari et Guedes, 2013]. Une combinaison des fonctions tangentielles et exponentielles a été proposée par [Mantari et al, 2014] pour développer un HSDT pour les plaques FG. [Nguyen et al, 2014] ont combiné les fonctions tangentielles et cubiques inverses pour les plaques sandwich FG, tandis que [Thai et al, 2014] ont combiné les fonctions inverses tangentielles et linéaires pour plaques composites et sandwiches. [Thai et al, 2014b] ont suivi leurs travaux antérieurs [Thai et al, 2014a] pour développer un HSDT pour IGA des plaques sandwich FG en utilisant deux nouvelles fonctions trigonométriques.

De plus, les fonctions non polynomiales ont également été utilisées pour développer des théories quasi-3D qui tiennent compte à la fois des effets de cisaillement et de déformation normale. Par exemple, [Zenkour, 2007] a utilisé la fonction sinusoïdale pour développer une théorie quasi-3D des plaques FG. [Mantari et Guedes, 2012] ont présenté une formulation généralisée dans laquelle de nombreuses théories quasi-3D peuvent être déduites en utilisant des fonctions polynomiales ou hybrides ou trigonométriques. [Mantari et Guedes, 2013] ont amélioré leurs travaux antérieurs [Mantari et al, 2012] en intégrant l'effet d'étirement d'épaisseur dans les plaques FG.

III.2.5. Théories simplifiées

Il est bien connu que les HSDT et les théories quasi-3D développées par expansion des déplacements en série de puissance de la coordonnée d'épaisseur, sont plus coûteuses en calcul puisque chaque puissance supplémentaire de la coordonnée d'épaisseur induira une inconnue supplémentaire de la théorie. Par conséquent, il est nécessaire de simplifier Les HSDT et les théories quasi-3D pour développer des théories simples avec moins d'inconnues.

[Senthilnathan et al, 1987] a simplifié le TSDT en divisant le déplacement transversal en composantes de flexion et de cisaillement et en faisant d'autres hypothèses au TSDT. Par conséquent, le nombre d'inconnues est réduit de un. En effet, l'idée de subdivision le déplacement transversal en parties de flexion et de cisaillement était la première proposée par [Huffington, 1963] et adopté plus tard par [Krishna Murty, 1987] (voir [Reddy, 1990]). La séparation des déplacements en parties de flexion et de cisaillement réduit non seulement le nombre d'inconnues mais aide également à voir les contributions dues au cisaillement et à la flexion aux déplacements totaux. Le TSDT simplifié a ensuite été étendu aux plaques FG [Thai et Kim, 2013] et aux plaques sandwich FG [Hamidi et al, 2012].

[Shimpi, 2002] a développé une théorie raffinée des plaques (RPT) pour les plaques isotropes en divisant les déplacements en composantes de flexion et de cisaillement. Le RPT ne contient que deux inconnues comparées à deux trois inconnues dans le cas du FSDT et du TSDT, mais il est suffisamment précis pour prédire les réponses globales des plaques isotropes [Shimpi, 2002] et orthotropes [Thai et Kim, 2012]. [Kim et al, 2009] ont étendu le RPT aux plaques composites stratifiées et modifié le RPT en tenant compte de la composante d'extension du déplacement transversal. Le RPT a également été largement appliqué aux plaques FG [Mechab et al, 2010], plaques sandwich FG [Abdelaziz, 2011], plaques FG avec couches piézoélectriques [Rouzegar et Abad, 2015], nanoplaques [Malekzadeh et Shojaee, 2013] et nanopoutre [Thai, 2012]. [Thai et Uy, 2013] ont reformulé le RPT sur la base de la surface neutre et ont dérivé des solutions analytiques pour la charge critique de flambement des plaques FG de type Levy. [Thai et Choi, 2014] ont amélioré le RPT pour tenir compte de l'effet d'étirement d'épaisseur dans les plaques FG.

En utilisant des hypothèses similaires de [Shimpi, 2002], de nombreuses théories de déformation de cisaillement à quatre inconnues ont été développées en utilisant différentes fonctions de forme. Par exemple, [Mechab et al, 2013] ont proposé un HSDT à quatre inconnus pour les plaques FG et les plaques sandwich FG [El Meiche et al, 2011] en utilisant des fonctions hyperboliques. [Tounsi et al, 2013] ont développé un HSDT à quatre inconnus pour les plaques sandwich FG. Basé sur une fonction tangentielle inverse, [Nguyen-Xuan et al, 2014] a proposé un HSDT à quatre inconnus pour IGA des plaques FG. [Thai et Choi, 2013] ont proposé divers HSDT à quatre inconnus pour les plaques FG utilisant différentes fonctions de forme, y compris les fonctions cubiques [Reddy,1984], fonctions sinusoïdales [Touratier, 1991], fonctions hyperboliques [Soldatos, 1992] et fonctions exponentielles [Karama et al, 2003]. [Yaghoobi et Fereidoon, 2014] ont simplifié la théorie de la déformation de cisaillement d'ordre élevé développée par [Xiang et al, 2011] pour le flambement des plaques FG reposant sur une fondation élastique soumise à des sollicitations thermiques. [Thai et Choi, 2013a] ont

simplifié le FSDT pour les plaques FG [Thai et Choi, 2013a] et les plaques composites stratifiées [Thai et Choi, 2013b]. Le FSDT simplifié a ensuite été utilisé par [Yu et al, 2015] et [Yin et al, 2014] pour l'IGA des plaques FG tenant compte de la non-linéarité géométrique. [Thai et al, 2014] ont également développé un autre FSDT simplifié pour les plaques sandwich FG en utilisant les hypothèses de [Shimpi et al, 2010].

En divisant le déplacement transversal en parties de flexion, de cisaillement et d'étirement, [Thai et Kim, 2013] ont proposé une théorie quasi-3D à cinq inconnues pour les plaques FG utilisant la fonction sinusoïdale. Plusieurs théories quasi-3D similaires à cinq inconnues ont également été proposées en utilisant différentes fonctions de forme telles que les fonctions hyperboliques [Thai et al, 2014], les fonctions sinusoïdales [Mantari et Guedes, 2014], les fonctions hyperboliques et exponentielles combinées [Mantari et Granados, 2015] et les fonctions hyperboliques et sinusoïdales combinées [Mantari et al, 2014]. Sur la base de fonctions trigonométriques, [Mantari et Soares, 2014] ont proposé des théories quasi-3D simples à quatre inconnues pour les plaques FG en combinant les parties de cisaillement et d'étirement transversal. En faisant des hypothèses supplémentaires sur la théorie quasi-3D à six inconnus, [Zenkour, 2013a] a proposé une autre théorie quasi-3D à quatre inconnues pour les plaques FG, les plaques sandwiches FG [Zenkour, 2013b] et les plaques composites stratifiées [Zenkour, 2015]] en utilisant une fonction hyperbolique. [Al Khateeb et Zenkour, 2014] ont suivi les travaux précédents [Zenkour, 2013a] pour proposer une théorie quasi-3D à quatre inconnues pour les plaques FG reposant sur une fondation élastique utilisant la fonction sinusoïdale.

III.2.6. Théories mixtes

Les modèles ESL mentionnés ci-dessus sont développés sur la base du principe des déplacements virtuels (PVD) où les composants de déplacement sont considérés comme les principaux variables et les composantes de contrainte sont calculées à partir des composantes de déplacement utilisant le champ de déplacement et les relations constitutives.

[Murakami, 1986] a été le premier à appliquer le RMVT pour développer une théorie des stratifiés mixtes utilisant un modèle de déplacement en zig-zag du premier ordre. Sur la base du RMVT, [Demasi, 2009a] a développé une variété de théories sur les stratifiés mixtes dans une série de cinq articles comprenant les théories par couches [Demasi, 2009b], les HSDT [Demasi, 2009c] et les modèles en zig-zag [Demasi, 2009d]. [Wu et Li, 2010a] ont développé un TSDT basé sur RMVT pour l'analyse de flexion des plaques FG multicouches en utilisant le modèle de déplacement TSDT et les distributions quadratiques par couches des contraintes de cisaillement transversales. Par conséquent, les conditions de continuité des déplacements et des contraintes de cisaillement transversales aux interfaces entre couches adjacentes sont exactement satisfaites.

Une technique de condensation statique a été utilisée pour réduire le nombre d'inconnues à cinq, ce qui est le même que celui du TSDT à base de PVD. Des solutions analytiques ont été obtenues pour des plaques simplement appuyées, et les résultats obtenus ont également été comparés à ceux prédits par le modèle basé sur PVD. On constate que le modèle basé sur RMVT est légèrement supérieur à celui basé sur PVD pour prédire les réponses globales des plaques orthotropes, stratifiées et FG. Basé sur le RMVT et le PVD, [Wu et Li, 2010b] ont développé

des modèles de couches finies pour l'analyse de flexion 3D des plaques multicouches et FG. Dans ces modèles, la plaque était divisée en un certain nombre de couches finies dans lesquelles des fonctions trigonométriques et des polynômes de Lagrange étaient respectivement utilisés pour interpoler les variations dans le plan et transversales des variables de champ de chaque couche individuelle. Ces modèles ont été étendus par [Wu et al, 2014] à la flexion statique [Wu et Chang, 2012] et au flambement des cylindres composites multicouches et des cylindres sandwichs. Une méthode de collocation sans maillage et une méthode de Galerkin sans élément ont été développées par [Wu et al, 2011] en utilisant l'interpolation différentielle du noyau de reproduction [Wang et al, 2010] et la RMVT. Ces modèles ont été appliqués aux analyses de flexion-3D [Wu et al, 2011] des plaques composites multicouches et FG. On constate que la méthode de collocation sans maillage donne légèrement meilleures performances que la méthode Galerkin sans élément pour le problème de flexion.

III.3. Théorie de l'élasticité 3D

Le développement des solutions exactes de la théorie de l'élasticité 3D est très utile pour évaluer la précision et la validité des modèles ESL. [Mian et Spencer, 1998] ont établi des solutions exactes pour les plaques FG et composites stratifiées. [Ootao et Tanigawa, 1999] ont développé des solutions-3D exactes pour les problèmes de contraintes thermiques des plaques FG simplement appuyées sous chargement thermique partiel. [Cheng et Batra, 2000] ont dérivé des solutions exactes pour l'analyse de flexion 3D des plaques FG elliptiques encastrées sous chargement thermique en utilisant une méthode d'expansion asymptotique. [Reddy et Cheng, 2001] ont également adopté la méthode d'expansion asymptotique pour dériver des solutions exactes pour l'analyse de flexion-3D de plaques FG simplement appuyées sous chargement thermique. Au lieu d'utiliser la méthode d'expansion asymptotique, [Vel et Batra, 2002] ont adopté une méthode des séries de puissance pour dériver des solutions exactes pour l'analyse de flexion-3D de plaques FG simplement appuyées soumises à des charges thermiques et mécaniques. [Vel et Batra, 2003] a étendu ses travaux antérieurs [Vel et Batra, 2002] pour analyser les problèmes de conductivité thermique transitoire de la plaque FG simplement appuyées soumise à une température dépendant du temps ou à un flux auditif sur les surfaces supérieure et inférieure. [Alibeigloo, 2010] a analysé la flexion-3D de plaques FG sous chargements thermiques et mécaniques. Des solutions exactes pour la température, la contrainte et le déplacement sont obtenus pour des plaques simplement appuyées en utilisant la méthode de de l'état d'espace.

Les solutions exactes pour l'analyse de flexion statique 3D des plaques FG ont été dérivées par [Kashtalyan, 2004]. Des solutions exactes pour les contraintes et les déplacements des plaques simplement appuyées sous pression transversale ont été obtenues en utilisant les fonctions de déplacement de Plevako. [Zenkour, 2007] a adopté une méthode pour dériver les solutions exactes pour l'analyse de la flexion-3D des plaques FG simplement appuyées sous pression transversale. [Zhong et Shang, 2008] ont présenté des solutions exactes pour l'analyse de flexion 3D des plaques FG simplement appuyées avec des variations spécifiques des propriétés matériel telles que le modèle exponentiel, le modèle linéaire et le modèle réciproque. Des solutions semi-analytiques pour l'analyse de flexion-3D de la plaque FG avec différentes conditions aux limites ont été fournies par [Zhang et al, 2014] en utilisant le DQM et l'état

d'espace proche. [Xu et Zhou, 2009] ont développé les solutions exactes pour l'analyse de la flexion-3D des plaques FG d'épaisseur variant en continu. Les expressions des déplacements et des contraintes des plaques simplement appuyées soumises à des chargements transversaux ont été obtenues en utilisant la méthode des séries de Fourier. [Kashtalyan et Menshykova, 2009] ont effectué une analyse de flexion statique en 3D des panneaux sandwichs simplement appuyées avec un noyau FG sous des charges transversales. [Woodward et Kashtalyan, 2011] ont étendu les travaux précédents [Kashtalyan et Menshykova, 2009] aux panneaux sandwichs simplement appuyées soumis à des chargements répartis et concentrés. Le comportement en flexion-3D des plaques FG sous chargement ponctuel a été étudié par [Abali et al, 2014] utilisant une combinaison d'approches analytiques et numériques. L'approche analytique est basée sur la méthode de la fonction de déplacement, tandis que la modélisation numérique est basée sur la méthode des éléments finis de type Galerkin.

[Na et Kim, 2004] ont étudié le comportement de flambement thermique 3D des plaques FG sous élévation de température uniforme, linéaire et sinusoïdale à travers l'épaisseur en utilisant un élément solide à 18 nœuds. Pour éviter le blocage par cisaillement et conserver la stabilité cinématique des structures minces, une formulation mixte de déformation supposée a été utilisée. [Na et Kim, 2005] ont amélioré leurs travaux antérieurs [Na et Kim, 2004] en tenant compte de l'élévation de température en fonction du temps. [Na et Kim, 2006a] ont étendu leurs travaux antérieurs [Na et Kim, 2005] aux plaques sandwich FG à faces homogènes et à âme FG. [Na et Kim, 2006b] ont utilisé la méthode des éléments finis pour étudier le poste flambement-3D thermique des plaques FG sous élévation de température uniforme ou non uniforme. Un élément solide à 18 nœuds basé sur la relation Green-Lagrange a été développé pour tenir compte d'une grande déviation. Le schéma d'itération Newton-Raphson a été utilisée pour déterminer la trajectoire d'équilibre de flambement. [Na et Kim, 2006c] ont étendu leurs travaux antérieurs [Na et Kim, 2006b] pour étudier la flexion-3D non linéaire des plaques FG soumises à une pression uniforme et à des charges thermiques. Le flambement des plaques FG annulaire sectorielles a été étudiés par [Asemi et al, 2014] utilisant la théorie de l'élasticité-3D et la méthode des éléments finis. Un élément de brique à huit nœuds basé sur le tenseur de déformation de Green complet a été développé pour tenir compte de la non-linéarité géométrique. Le schéma d'itération Newton-Raphson a été utilisé pour déterminer le chemin d'équilibre de post-flambement. Des plaques FG à secteurs annulaires ont été étudiées par [Asemi et al, 2014] en utilisant la théorie de l'élasticité-3D et la méthode des éléments finis. Un élément de brique à huit nœuds basé sur le tenseur de déformation de Green complet a été développé pour tenir compte de la non-linéarité géométrique. Le schéma d'itération de Newton-Raphson a été utilisé pour déterminer la trajectoire d'équilibre post-flambement.

III.4. Formulation unifiée

La formulation unifiée proposée par [Carrera, 1995] pour les structures composites multicouches est une formulation hiérarchique qui offre une procédure pour décrire et mettre en œuvre de nombreuses théories des plaques ainsi que des éléments finis de manière unifiée en se référant à quelques noyaux fondamentaux. Toutes les théories peuvent être facilement développées dans le cadre de la formulation unifiée de Carrera (CUF) en développant les inconnus de déplacement dans la coordonnée d'épaisseur en utilisant les expansions de Taylor

d'ordre N avec N étant un paramètre arbitraire. Des informations plus détaillées et des applications du CUF peuvent être trouvées dans les livres écrits par [Carrera et al, 2011]

Le CUF a été largement utilisé pour l'analyse des plaques FG basées sur le PVD ou le RMVT. Par exemple, [Carrera et al, 2008] ont utilisé le CUF et le PVD pour développer un modèle cinématique variable pour l'analyse de flexion des plaques FG sous chargements. Les solutions analytiques et d'éléments finis obtenues sont bien comparées aux solutions-3D existantes. [Brischetto et al, 2008] ont étendu le CUF aux plaques FG pour analyser la flexion sous charges thermiques et mécaniques. Les équations gouvernantes dérivées du PVD sont résolues analytiquement pour des plaques simplement appuyées à l'aide de la solution Navier. [Cinefra et al, 2010] ont étendu l'application du CUF à l'analyse thermique des coques FG, tandis que [Cinefra et Soave, 2011] ont étendu l'application du CUF à l'analyse des vibrations libres des plaques sandwiches FG. [Brischetto et Carrera, 2010] ont prolongé les travaux précédents [Carrera et al, 2008] dans le cadre du RMVT. Des solutions analytiques des plaques simplement appuyées sont obtenues à l'aide de la solution Navier. Par rapport aux modèles basés sur PVD, ceux basés sur RMVT donnent une meilleure prédiction des contraintes transversales puisqu'ils sont considérés comme les variables primaires dans les modèles basés sur RMVT. [Brischetto, 2009] a appliqué les modèles à base de PVD [Carrera et al, 2008] et les modèles à base de RMVT [Brischetto et Carrera, 2010] pour étudier les réponses en flexion des plaques sandwiches FG avec un noyau FG. [Carrera et al, 2010] ont également étudié la réponse en flexion des plaques et des coques sandwich FG en utilisant le CUF avec des modèles à base de PVD et de RMVT. Les résultats des plaques simplement appuyées sous pression transversale indiquent que l'utilisation de modèles raffinés est obligatoire pour les structures sandwich FG car les effets du cisaillement et des déformations normales sont importants. [Carrera et al, 2011] ont adopté le CUF et le PVD pour évaluer les effets de la déformation normale dans les plaques FG en comparant les théories contenant le déplacement transversal constant avec les modèles correspondants ayant des termes d'expansion linéaire au quatrième ordre dans la direction de l'épaisseur. L'importance des effets d'étirement de l'épaisseur dans les plaques FG a été soulignée dans leurs travaux. Il a été conclu que l'augmentation de l'ordre d'expansion pour les déplacements dans le plan n'a pas de sens si les déformations normales transversales n'étaient pas prises en compte.

[Neves et al, 2012a] ont également fait un travail similaire en utilisant une fonction hyperbolique au lieu de la fonction sinusoidale comme dans leurs travaux précédents [Neves et al, 2012b]. [Neves et al, 2013] ont étendu l'application du CUF et de la méthode de collocation avec les RBF aux plaques sandwiches FG. Les effets de cisaillement et de déformation normale sont pris en compte en utilisant une théorie quasi-3D avec une variation cubique des déplacements dans le plan et une variation quadratique du déplacement transversal à travers l'épaisseur.

III.5. Conclusions

Le développement de divers modèles pour la modélisation et l'analyse des plaques FG a été complètement examiné et discuté dans ce chapitre. Sur la base des modèles ESL, de la théorie de l'élasticité-3D et de la formulation unifiée, un grand nombre Des modèles de calcul ont été proposés pour prédire la réponse globale des plaques FG sous chargements mécaniques et thermiques. Les points suivants peuvent être soulignés à partir de la présente étude bibliographique:

- Parmi les modèles ESL, le CPT est largement utilisé pour prédire les réponses non linéaires et le flambement des plaques minces FG. Tous les effets de la température, des imperfections géométriques initiales et de la non-linéarité géométrique peuvent être facilement inclus dans le modèle CPT car il est le plus simple parmi les modèles ESL. Bien que le CPT ignore les effets de cisaillement et de déformation normale, il peut fournir des prédictions acceptables pour les plaques minces où les effets du cisaillement et des déformations normales sont insignifiants.
- Parmi les théories de déformation par cisaillement, le FSDT et le TSDT ont été largement utilisés pour la modélisation et l'analyse des plaques FG. Cela pourrait être dû au fait que FSDT et TSDT ont été développés il y a longtemps par rapport à d'autres HSDT ayant le même nombre d'inconnues.
- Un grand nombre de HSDT basés sur des fonctions non polynomiales ont été développés récemment. Cependant, ils ne sont pas largement utilisés par rapport aux HSDT basés sur les fonctions polynomiales sauf dans le cas du SSDT. De plus, la plupart des études basées sur les fonctions non polynomiales se limitent à des solutions analytiques de problèmes linéaires. Le développement de modèles numériques basés sur les fonctions non polynomiales est donc nécessaire pour évaluer pleinement la précision ainsi que l'efficacité des HSDT basés sur des fonctions non polynomiales.
- Les modèles de calcul basés sur une combinaison de l'IGA et des HSDT simplifiés semblent être très attractifs et prometteurs puisque l'IGA peut décrire exactement la géométrie des structures complexes et plus important encore, les HSDT simplifiés contiennent moins d'inconnues. Cependant, la plupart des modèles simplifiés basés sur HSDT sont limités à des problèmes géométriquement linéaires. Ainsi, d'autres études sur le développement de modèles géométriquement non linéaires devraient être effectuées pour évaluer pleinement les avantages des HSDT simplifiés.
- On constate que les théories mixtes développées sur la base du RMVT sont légèrement supérieures aux théories basées sur le PVD pour prédire les réponses globales des plaques FG en particulier les contraintes transversales puisqu'elles sont considérées comme les variables primaires dans les modèles basés sur le RMVT.
- La plupart des études actuelles sur l'analyse 3D des plaques et coques FG se limitent à des approches analytiques pour les problèmes de flexion, de flambement et de vibrations libres géométriquement linéaires avec des conditions aux limites simplement appuyées ou encastres sur les quatre bords.

CHAPITRE IV

**ANALYSE DU COMPORTEMENT
HYGROTHERMIQUE ET FLAMBEMENT
MECANIQUE DES PLAQUES
SANDWICHES EN FGM**

Chapitre IV :**Analyse du Comportement hygrothermique et flambement
mécanique des Plaques Sandwiches en FGM****IV.1. Introduction**

Les plaques sandwiches sont largement utilisées dans plusieurs secteurs tels que la construction, l'aérospatiale, le transport, l'aéronautique et la marine et autres (Wang et al.2011). Les trois éléments des plaques sandwiches composites classiques sont collés, ce qui augmente le risque de délaminage. Pour éviter ce problème, les laboratoires de recherche japonais ont créé la nouvelle classe de matériaux appelés FGM qui élimine les zones d'interfaces qui représentent une zone d'accumulation et de concentrations des contraintes. Plusieurs chercheurs ont utilisé ce type de matériaux dans la structure sandwich FG (Liu et Jeffers 2017). Pour étudier les différents comportements de la plaque sandwich FG épaisse, de nombreux modèles analytiques sont proposés.

Le but de ce travail est de proposer une nouvelle HSDT hyperbolique à quatre inconnus pour examiner la stabilité hygrothermique et mécanique non linéaire de la plaque sandwich FG simplement appuyée sur une fondation élastique de type "Winkler-Pasternak". L'effet de cisaillement transversal est considéré sans aucune correction. Les équations de stabilités et la charge critique de flambement de la plaque sandwich FG sont dérivées via le principe de travail virtuel et la solution de Navier, respectivement. De plus, l'efficacité et la précision de la théorie actuelle sont confirmées en comparant les résultats calculés avec ceux publiés. Par la suite, plusieurs études paramétriques sont présentées et discutées en détail.

IV.2. Formulation mathématique

Considérons une plaque sandwich FG d'épaisseur "h", de longueur "a" et de largeur "b" composée de trois couches (métal-céramique, céramique pure et céramique-métal) comme indiqué sur la figure 1. Les faces supérieure et inférieure de la plaque sont à $z = \pm h / 2$. Les positions verticales du haut, du bas et des deux interfaces entre les couches sont désignées par $h_0 = -h / 2$, $h_3 = h / 2$, h_1 et h_2 , respectivement. La plaque sandwich FG est reposée sur la fondation élastique.

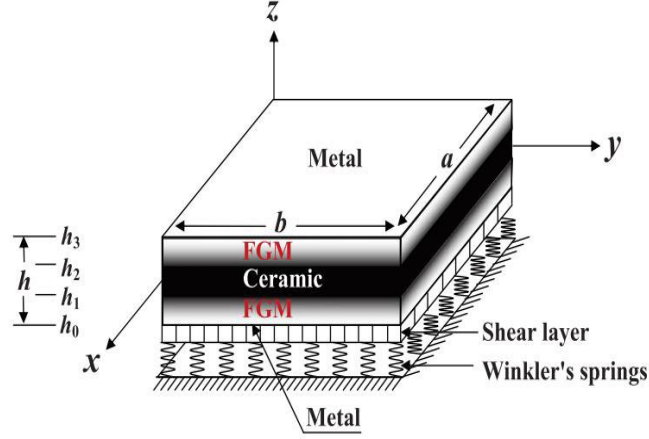


Figure IV.1 : La géométrie de la plaque sandwich FGM.

Les propriétés matérielles pour chaque couche, telles que la conductivité thermique " K ", le module d'Young " E ", le coefficient de Poisson " ν ", le coefficient de dilatation thermique " α " et le coefficient de dilatation d'humidité " β ", sont supposées être déterminé comme (Zenkour et Sobhy 2010, Radwan 2017, Ebrahimi et Barati 2017ab, Akbas 2019b, Hadji et al.2019 et Sahouane et al.2019).

$$P^{(j)}(z) = (P_c - P_m)V^{(j)}(z) + P_m \quad (\text{IV.1})$$

$$P = E, \beta, \alpha, K$$

Où " $V^{(j)}$ " est la fraction volumique de la couche j qui peut être exprimé comme :

$$\begin{cases} V^{(1)}(z) = \left(\frac{z - h_0}{h_1 - h_0}\right)^k & \text{for } z \in [h_0, h_1] \\ V^{(2)}(z) = 1 & \text{for } z \in [h_1, h_2] \\ V^{(3)}(z) = \left(\frac{z - h_3}{h_2 - h_3}\right)^k & \text{for } z \in [h_2, h_3] \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

Où les indices m et c désignent respectivement le métal et la céramique. Dans le cas de k égal à zéro la plaque est entièrement céramique, tandis que $k=\infty$ représente une plaque entièrement métallique.

La plaque est supposée être reposer sur une fondation élastique à deux paramètres, L'équation de réponse " R_f " de cette fondation est donnée par :

$$R_f = K_w w - K_p \nabla^2 \quad (\text{IV.3})$$

Où " K_w " et " K_p " sont les raideurs des fondations du ressort (Winkler) et du cisaillement (Pasternak), respectivement.

IV.2.1 Cinématique et déformations

Dans ce travail, le HSDT classique est modifié en considérant quelques hypothèses simplificatrices permettant de réduire le nombre d'inconnues. La formulation du champ de déplacement du HSDT conventionnel est donnée par :

$$\begin{aligned}
u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + f(z) \phi_x(x, y) \\
v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + f(z) \phi_y(x, y) \\
w(x, y, z) &= w_0(x, y)
\end{aligned} \tag{IV.4}$$

u_0, v_0, w_0, Φ_x et Φ_y sont les cinq déplacements inconnus du plan médian de la plaque. En considérant que : $\phi_x = \int \theta(x, y) dx$ et $\phi_y = \int \theta(x, y) dy$.

Le champ de déplacement mentionné ci-dessus peut être réécrit comme suit :

$$\begin{aligned}
u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + k_1 f(z) \int \theta(x, y) dx \\
v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + k_2 f(z) \int \theta(x, y) dy \\
w(x, y, z) &= w_0(x, y)
\end{aligned} \tag{IV.5}$$

Dans la présente étude, la fonction de gauchissement est proposée sous forme hyperbolique comme suit :

$$f(z) = (0.1212\pi z) \left[\pi - (0.135)^{1/3} \cosh\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right] \tag{IV.6}$$

La fonction de déformation de cisaillement transverse est une fonction paire qui est la 1ère dérivation de la fonction de gauchissement ($g(z) = f'(z)$). Par conséquent, la fonction de gauchissement actuelle satisfait les conditions de nullité sur les faces supérieure et inférieure de la plaque.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \tag{IV.7}$$

Où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \tag{IV.8a}$$

$$\begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \theta \\ k_2 \theta \\ k_1 \frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx + k_2 \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_2 \int \theta dy \\ k_1 \int \theta dx \end{Bmatrix}, \tag{IV.8b}$$

Les intégrales " $\int \theta dx$ " et " $\int \theta dy$ " utilisés dans les équations ci-dessus (IV.5 et IV.8b) doivent être résolues par la procédure de Navier et peuvent être donnés comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx = A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy = B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \int \theta dx = A' \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \int \theta dy = B' \frac{\partial \theta}{\partial y} \tag{IV.9a}$$

Lorsque les coefficients "A'" and "B'" sont exprimés en fonction du type de solution utilisé. Donc, "A', B', k_1 and k_2 " sont exprimés comme suit:

$$A' = -\frac{1}{\mu^2}, B' = -\frac{1}{\beta^2}, k_1 = \mu^2, k_2 = \beta^2 \quad (\text{IV.9b})$$

Où “ μ ” et “ β ” sont utilisés dans l'expression (IV.30).

Il est à noter que contrairement au FSDT, ce modèle ne nécessite pas de coefficients de correction de cisaillement.

IV.2.2. Relations constitutives

Les relations contraintes-déformations de la plaque FG peuvent être exprimées comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(j)} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^{(j)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \alpha T - \beta C \\ \varepsilon_y - \alpha T - \beta C \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}^{(j)} \quad (\text{IV.10})$$

Où “ $C_{ij} (i, j = 1, 2, 4, 5, 6)$ ” sont les expressions en termes de constantes d'ingénierie données comme suit :

$$\begin{aligned} C_{11}^{(j)} = C_{22}^{(j)} &= \frac{E^{(j)}(z)}{1 - \nu^2}, C_{12}^{(j)} = \frac{\nu E^{(j)}(z)}{1 - \nu^2}, \\ C_{44}^{(j)} = C_{55}^{(j)} = C_{66}^{(j)} &= \frac{E^{(j)}(z)}{2(1 + \nu)} \end{aligned} \quad (\text{IV.11})$$

IV.2.3. Les équations de stabilité

Le principe de travail virtuel pour la plaque sandwich FG reposant sur une fondation élastique sous une charge de compression biaxiale peut être exprimé comme (Zouatnia et al.2019)

$$\begin{aligned} \int_A [N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_y \delta \varepsilon_y^0 + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + M_x^b \delta k_x^b + M_y^b \delta k_y^b + M_{xy}^b \delta k_{xy}^b + M_x^s \delta k_x^s \\ + M_y^s \delta k_y^s + M_{xy}^s \delta k_{xy}^s + S_{yz}^s \delta \gamma_{yz} + S_{xz}^s \delta \gamma_{xz} \\ + \left(\bar{R}_f - \frac{N_x}{b} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{N_y}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \delta w] dA = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

Où, les contraintes et moments résultants sont définis par

$$(N_i, M_i^b, M_i^s) = \sum_{j=1}^3 \int_{h_{j-1}}^{h_j} (1, z, f) \sigma_i^{(j)} dz, (i = x, y, xy) \quad (\text{IV.13a})$$

et

$$(S_{xz}^s, S_{yz}^s) = \sum_{j=1}^3 \int_{h_{j-1}}^{h_j} g(\tau_{xz}, \tau_{yz})^{(j)} dz \quad (IV.13b)$$

La substitution de l'Eq. (IV.7) dans l'Eq. (IV.10) et les résultats ultérieurs dans l'équation. (IV.13) Les résultantes des efforts et des moments sont obtenues sous forme matricielle comme :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x^b \\ M_y^b \\ M_{xy}^b \\ M_x^s \\ M_y^s \\ M_{xy}^s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & B_{66}^s \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & D_{66}^s \\ B_{11}^s & B_{12}^s & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 & H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 & H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s & 0 & 0 & D_{66}^s & 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \\ k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{pmatrix} \quad (IV.14a)$$

$$- \begin{pmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ 0 \\ M_x^{bT} \\ M_y^{bT} \\ 0 \\ M_x^{sT} \\ M_y^{sT} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N_x^C \\ N_y^C \\ 0 \\ M_x^{bC} \\ M_y^{bC} \\ 0 \\ M_x^{sC} \\ M_y^{sC} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_{yz}^s \\ S_{xz}^s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44}^s & 0 \\ 0 & A_{55}^s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{pmatrix} \quad (IV.14b)$$

où A_{11}, B_{11} etc. les composantes de rigidité sont exprimées tel que :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & B_{11} & D_{11} & B_{11}^s & D_{11}^s & H_{11}^s \\ A_{12} & B_{12} & D_{12} & B_{12}^s & D_{12}^s & H_{12}^s \\ A_{66} & B_{66} & D_{66} & B_{66}^s & D_{66}^s & H_{66}^s \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^3 \int_{h_{j-1}}^{h_j} C_{11}^{(j)} (1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)) \begin{pmatrix} 1 \\ \nu \\ \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} dz \quad (IV.14c)$$

$$(A_{22}, B_{22}, D_{22}, B_{22}^s, D_{22}^s, H_{22}^s) = (A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s)$$

$$A_{44}^s = A_{55}^s = \sum_{j=1}^3 \int_{h_{j-1}}^{h_j} C_{44}^{(j)} [g(z)]^2 dz,$$

Les résultantes des efforts et des moments $N_x^\Theta = N_y^\Theta$; $M_x^{b\Theta} = M_y^{b\Theta}$ and $M_x^{s\Theta} = M_y^{s\Theta}$; ($\Theta=T, C$) en raison de la charge hygrothermique sont définis comme :

$$\begin{pmatrix} N_x^\Theta \\ M_x^{b\Theta} \\ M_y^{b\Theta} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^3 \int_{h_{j-1}}^{h_j} \frac{E^{(j)}(z)}{1-\nu} \gamma^{(j)}(z) \Theta(z) \begin{pmatrix} 1 \\ z \\ f(z) \end{pmatrix} dz \quad (\text{IV.16})$$

Où

$$\Theta(z) = \begin{cases} C(z) & \text{if } Y = \beta \\ T(z) & \text{if } Y = \alpha \end{cases} \quad (\text{IV.17})$$

Supposons les termes de déplacement u_0^0 ; v_0^0 ; w_0^0 et θ^0 à l'état d'équilibre de la plaque sandwich FG sous charges hygrothermiques, et les termes de déplacements u_0^1 ; v_0^1 ; w_0^1 et θ^1 sont les termes de l'état d'équilibre stable. Par conséquent, les déplacements généraux d'un État voisin (Radwan 2017) sont :

$$\begin{aligned} u_0 &= u_0^0 + u_0^1, & v_0 &= v_0^0 + v_0^1, \\ w_0 &= w_0^0 + w_0^1, & \theta_0 &= \theta^0 + \theta^1 \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

Où L'exposant 0 et 1 indique respectivement l'état d'équilibre et l'état de stabilité. En collectant les coefficients u_0^1 ; v_0^1 ; w_0^1 et θ^1 dans l'équation. IV.12), les équations de stabilité sont obtenues comme :

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x^1}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^1}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_{xy}^1}{\partial x} + \frac{\partial N_y^1}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial^2 M_x^{b1}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{b1}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^{b1}}{\partial y^2} + N_0 - \bar{R}_f &= 0 \\ -k_1 M_x^{s1} - k_2 M_y^{s1} - (k_1 A' + k_2 B') \frac{\partial^2 M_{xy}^{s1}}{\partial x \partial y} + k_1 A' \frac{\partial S_{xz}^{s1}}{\partial x} + k_2 B' \frac{\partial S_{yz}^{s1}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

Où

$$N_0 = N_x^0 \frac{\partial^2 w_0^1}{\partial x^2} + N_y^0 \frac{\partial^2 w_0^1}{\partial y^2} \quad (\text{IV.20})$$

Dans lequel N_x^0 et N_y^0 sont donnés comme:

$$N_x^0 = N_x^M + N_x^H, \quad N_y^0 = N_y^M + N_y^H, \quad (\text{IV.21a})$$

$$N_x^M = -\frac{N_x}{b}, \quad N_y^M = -\frac{N_y}{a}, \quad \frac{N_x^M}{N_y^M} = R, \quad (\text{IV.21b})$$

$$N_x^H = N_y^H = - \sum_{j=1}^3 \int_{h_{j-1}}^{h_j} \frac{E^{(j)}(z)}{1-\nu} (\alpha^j(z) T(z) + \beta^j(z) C(z)) dz \quad (\text{IV.21c})$$

IV.2.4 Différents types de distributions hygrothermiques

Dans cette étude, la plaque simplement appuyée est soumise à une distribution hygrothermique uniforme, linéaire et non linéaire à travers l'épaisseur. Chaque type de distribution hygrothermique est décrit avec précision ci-dessous.

IV.2.4.1 Distribution hygrothermique uniforme (UHR)

Dans le premier type, la plaque sandwich FG est soumise à une température et à une humidité initiales " T_i " et " C_i ", puis l'humidité et la température ont été uniformément augmentées aux valeurs finales " T_f " et " C_f ", avec :

$$\Delta\Theta = \Theta_f - \Theta_i \quad , \quad \Theta = T, C \quad (IV.22)$$

IV.2.4.2. Distribution hygrothermique linéaire (LHR)

Le deuxième type de distribution hygrothermique est linéaire et peut être présenté sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \Theta(z) &= \Delta\Theta \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right) + \Theta_l \\ \Theta(z) &= \Delta\Theta \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right) + \Theta_l \end{aligned} \quad (IV.23)$$

Où " Θ_l and Θ_u " sont l'hygrothermie à la surface inférieure et supérieure de la plaque sandwich FG et $\Delta\Theta = \Theta_u - \Theta_l$.

IV.2.4.3. Distribution hygrothermique non linéaire (NHR)

Dans ce cas, la distribution de température à travers l'épaisseur a été donnée selon les approches suivantes:

a. Dans le premier cas, la température de la surface supérieure est T_t et on considère qu'elle varie de T_t à T_b dans laquelle la plaque se déforme, selon la variation de la loi de puissance à travers l'épaisseur, jusqu'à la température de surface inférieure T_b dans laquelle la plaque se déforme. Par conséquent, l'augmentation de température à travers l'épaisseur est donnée par :

$$\Theta(z) = \Delta\Theta \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^\gamma + \Theta_l \quad (IV.24)$$

où est l'exposant hygrothermique, $1 < \gamma < \infty$.

b. Dans le second cas, l'équation de Fourier unidimensionnelle de la conduction thermique est résolue.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dz} \left[k(z) \frac{dT}{dz} \right] = 0 \quad -\frac{h}{2} < z < \frac{h}{2} \\ T = T_c \quad z = \frac{h}{2} \\ T = T_m \quad z = -\frac{h}{2} \end{array} \right. \quad (IV.25)$$

$k(z)$ est le coefficient de conductivité thermique, T_c et T_m désignent respectivement les variations de température côté céramique et côté métal. Semblable aux coefficients des modules élastiques et de la dilatation thermique, le coefficient de conductivité thermique est également supposé selon une fonction de puissance comme suit:

$$k(z) = (k_c - k_m)V_c^k + k_m \quad (IV.26)$$

L'éq. (25) peut être résolu en utilisant une expansion polynomiale en série de puissance donnée comme :

$$T(z) = T_m + \frac{(T_c - T_m)}{L} \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right) \sum_{i=0}^{N_T} \left[(-1)^i \frac{\left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^{ip} (K_c - K_m)^i}{(ip + 1)K_m} \right] \quad (IV.27)$$

Où, N_T est le nombre de termes de la série qui, dans le cas d'une élévation de température non uniforme, est obtenu à partir d'une étude de convergence. L est défini comme suit :

$$L = \sum_{i=0}^{N_T} \left[(-1)^i \frac{(K_c - K_m)^i}{(ip + 1)K_m} \right] \quad (IV.28)$$

IV.3. Solution analytique

Sur la base de la procédure de Navier (Akbas 2017 et Safa et al.2019), les extensions de déplacements suivantes \mathbf{u}_0^1 ; \mathbf{v}_0^1 ; \mathbf{w}_0^1 et $\boldsymbol{\theta}^1$ sont choisis pour satisfaire les conditions aux limites de la plaque sandwich FG.

$$\begin{Bmatrix} u_0^1 \\ v_0^1 \\ w_0^1 \\ \theta^1 \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\mu x) \sin(\beta y) \\ V_{mn} \sin(\mu x) \cos(\beta y) \\ W_{mn} \sin(\mu x) \sin(\beta y) \\ X_{mn} \sin(\mu x) \sin(\beta y) \end{Bmatrix} \quad (IV.29)$$

Où U_{mn} , V_{mn} , W_{mn} , X_{mn} sont des paramètres arbitraires à déterminer. μ et β sont définis comme :

$$\mu = \frac{m\pi}{a} \text{ et } \beta = \frac{n\pi}{b} \quad (IV.30)$$

En écrivant l'Eq (IV.19) en fonction des termes de déplacement et en Remplaçant l'équation. (IV.29) dans cette dernière, la charge critique de flambement de la plaque sandwich FG est obtenue à partir de :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \\ X_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.31})$$

Où

$$\begin{aligned} a_{11} &= -(A_{11}\mu^2 + A_{66}\beta^2) \\ a_{12} &= -\mu\beta(A_{12} + A_{66}) \\ a_{13} &= \mu(B_{11}\mu^2 + (B_{12} + 2B_{66})\beta^2) \\ a_{14} &= -\mu(B_{11}^s A'k_1\mu^2 + B_{12}^s B'k_2\beta^2 + B_{66}^s(A'k_1 + B'k_2)\beta^2) \\ a_{22} &= -\mu^2 A_{66} - \beta^2 A_{22} \\ a_{23} &= \beta(B_{22}\beta^2 + (B_{12} + 2B_{66})\mu^2) \\ a_{24} &= -\beta(B_{22}^s B'k_2\beta^2 + \mu^2(B_{12}^s A'k_1 + B_{66}^s(A'k_1 + B'k_2))) \\ a_{33} &= -\mu^2(D_{11}\mu^2 + (2D_{12} + 4D_{66})\beta^2) - D_{22}\beta^4 + N_x^0\mu^2 + N_y^0\beta^2 - K_w - K_p(\mu^2 \\ &\quad + \beta^2) \\ a_{34} &= D_{11}^s A'k_1\mu^4 + D_{12}^s(A'k_1 + B'k_2)\beta^2\mu^2 + D_{22}^s B'k_2\beta^4 \\ &\quad + 2D_{66}^s(A'k_1 + B'k_2)\beta^2\mu^2 \\ a_{44} &= -(H_{11}^s\mu^2 k_1 + 2k_1\beta^2 H_{66}^s + 2H_{66}^s\mu^2 k_2 + H_{12}^s\mu^2 k_2 + k_1\beta^2 H_{12}^s + k_2\beta^2 H_{22}^s \\ &\quad + A_s^{44}k_1 + A_s^{55}k_2) \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

Pour obtenir la solution non triviale, le déterminant $|A|$ devrait être nul. En résolvant l'équation $|A| = 0$, on peut facilement obtenir la charge de flambement $\bar{N} = P_x$ et la température de flambement $\Delta T_{cr}(P_x = P_y = 0)$.

IV.4. Conclusion

Dans le présent chapitre, nous avons présenté les différentes étapes de l'étude analytique sur la stabilité des plaques sandwiches fonctionnellement graduée soumises à un chargement mécanique et hygrothermique et ce, en utilisant une nouvelle théorie d'ordre élevée (HSDT) à quatre variables, au lieu de cinq ou plus dans le cas des autres théories de déformation de cisaillement.

Dans la présente théorie les déplacements de rotations sont remplacés par des termes en intégrale dans les champs de déplacement. Ce modèle n'exige pas un facteur de correction de cisaillement et donne une description parabolique des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur tout en satisfaisant les conditions de la nullité des contraintes de cisaillement sur les faces inférieure et supérieure de la plaque. Les résultats présentés dans le chapitre suivant permettant d'apprécier clairement l'apport de cette théorie en les comparant avec ceux obtenus par les autres théories du premier ordre et d'ordre élevé.

CHAPITRE V

RESULTATS ET DISCUSSIONS DU COMPORTEMENT DES PLAQUES SANDWICHES EN FGM

Chapitre V:

Résultats et Discussions du Comportement des Plaques Sandwiches en FGM

V.1. Introduction

L'importance de ce chapitre est de présenter les résultats numériques de la réponse des plaques sandwiches en matériau à gradient évaluée (FGM) au flambement hygrothermo-mécanique reposant sur fondation élastique type Winckler-Pasternack, sous variation de température uniforme, linéaire et non-linéaire, dont la dernière est considérée sous deux formes, celle d'une variation selon une loi de puissance à travers l'épaisseur et l'autre selon l'équation de la conductivité thermique unidimensionnelle de Fourier. Les propriétés matérielles de la plaque sandwich FGM variées graduellement à travers l'épaisseur selon une distribution en simple loi de puissance, en termes des fractions volumiques des constituants. Des exemples numériques sont présentés afin de montrer l'efficacité de la théorie actuelle en proposant une nouvelle fonction de gauchissement. Une étude paramétrique est menée dans le cadre de ce travail pour révéler L'effet de divers facteurs sur le comportement en flambement hygrothermo-mécanique de la plaque FG sandwich, tel que le rapport d'aspect « a/h » et géométrique « a/b », le rapport de la charge « R », rapport d'épaisseur des couches ξ , l'indice matériel « k ».

V.2. Résultats et discussions

Les résultats numériques de l'analyse de flambement mécanique et hygrothermique de la plaque FG sandwich, sont présentés dans la section suivante. Le matériau FG varie en continu du nitrure de silicium (Si_3N_4) à l'acier inoxydable (SUS304). Les propriétés de chaque matériau sont résumées dans le tableau V.1.

properties of FG plate components		
Materials	silicon nitride (Si_3N_4)	stainless steel (SUS304)
E [GPa]	348.43	201.04
α [$\times 10^{-6}/^\circ\text{C}$]	5.8711	12.330
K [W/mK]	13.723	15.379
β (wt % H_2O) $^{-1}$	0.001	0.44
ν	0.3	

Tableau V.1 : Caractéristiques mécaniques des matériaux constituants de la plaque sandwich en FGM

La température correspondant à la surface inférieure est prise égale à $T_b = 25^\circ\text{C}$.

Tous les résultats présentés dans ce travail sont calculés sous la forme non dimensionnelle

$$\begin{aligned}
 N_{cr} &= \frac{\bar{N}b}{D_c}, & \bar{N}_{cr} &= \frac{\bar{N}a^2}{bh^3E_m}, & T_{cr} &= 10^{-3}\Delta T_{cr} \\
 J_1 &= \frac{K_w a^4}{D_c}, & J_2 &= \frac{K_p a^2}{D_c}, & D_c &= \frac{E_c h^3}{12(1-\nu^2)} \\
 \bar{J}_1 &= \frac{K_w a^4}{D_m}, & \bar{J}_2 &= \frac{K_p a^2}{D_m}, & D_m &= \frac{E_m h^3}{12(1-\nu^2)} \\
 \xi &= \frac{H_c}{H_f}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Les propriétés des matériaux utilisées dans les tableaux V.3 et V.4 sont $E_c = 380 \text{ GPa}$, $\alpha_c = 7.4 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $E_m = 70 \text{ GPa}$, and $\alpha_m = 23 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$; Alors que les propriétés des matériaux utilisées dans le tableau 5 sont $E_c = 244.27 \text{ GPa}$, $\alpha_c = 12.766 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $E_m = 66.2 \text{ GPa}$, $\alpha_m = 10.3 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$.

V.3. Comportement de la plaque sandwich aux sollicitations

V.3.1. Plaque soumise à des charges mécaniques

Pour vérifier la théorie utilisée, les résultats obtenus pour le flambement mécanique des plaques homogènes et FG sont comparés à ceux trouvés dans la littérature. Le tableau V.2 montre la comparaison de la charge critique de flambement N_{cr} obtenue pour des plaques homogènes simplement appuyées avec celles calculées via la théorie de la déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT) d'Akhavan et al. (2009) et le modèle TSDT de (Thai et Kim 2013 et Yaghoobi et Fereidoon 2014) et RPT de (Radwan, 2017).

Le tableau V.2 montre que pour tous les rapports d'aspect géométriques a/b , le rapport d'aspect a/h et les paramètres de fondation élastique (J_1, J_2), les résultats actuels sont en bon accord avec ceux donnés par (Akhavan et al.2009, Thai et Kim 2013, Yaghoobi et Fereidoon 2014 et Radwan 2017). La charge critique de flambement non dimensionnelle « N_{cr} » d'une plaque FG carrée simplement appuyé sous charge de compression est présentée dans le tableau V.3 où le rapport de charge « $R=1$ » par rapport au tableau V.2 « $R=0$ ».

Les résultats calculés à l'aide de la présente théorie hyperbolique-HSDT, sont comparés avec la théorie raffinée de déformation par cisaillement du « n » ordre développée par Yaghoobi et Fereidoon (2014), le TSDT proposé par Thai et Kim (2013) et le RPT de Radwan (2017). Il ressort clairement du tableau que le modèle actuel donne presque les mêmes valeurs que les autres modèles de la littérature. Il est également remarquable que la charge critique de flambement non dimensionnelle « N_{cr} » soit en relation inverse avec l'indice de matériau k . On peut noter que la présence de la fondation élastique rend la plaque plus rigide.

Tableau V.2 : Comparaison de la charge de flambement non dimensionnelle N_{cr} d'une plaque rectangulaire homogène sur fondations élastiques ($R = 0, n = 1$)

a/b	J_1	J_2	Theory	a/h			
				5	10	100	1000
0	0	0	Akhavan et al. (2009)	54.3207	59.6629	61.6641	61.6848
			Thai and Kim (2013)	54.0737	59.5856	61.6633	61.6848
			Yaghoobi and Fereidoon (2014)	54.0737	59.5860	61.6633	61.6848
			Radwan (2017)	54.0780	59.5873	61.6633	61.6848
			Present	54,0859	59,5887	61,6633	61,6848
0.5	100	10	Akhavan et al. (2009)	144.6952	150.1910	152.1930	152.2130
			Thai and Kim (2013)	144.6022	150.1141	152.1918	152.2133
			Yaghoobi and Fereidoon (2014)	144.6022	150.1141	152.1918	152.2133
			Radwan (2017)	144.6065	150.1158	152.1918	152.2133
			Present	144,6144	150,1172	152,1918	152,2132
1000	100	100	Akhavan et al. (2009)	643.5000 ^b	686.1710 ^a	704.3860 ^a	704.5890 ^a
			Thai and Kim (2013)	640.9782 ^b	685.5369 ^a	704.3775 ^a	704.5888 ^a
			Yaghoobi and Fereidoon (2014)	640.9782 ^b	685.5369 ^a	704.3775 ^a	704.5888 ^a
			Radwan (2017)	640.8714 ^b	685.5487 ^a	704.3777 ^a	704.5888 ^a
			Present	641,3795 ^b	685,5670 ^a	704,3778 ^a	704,5887 ^a
0	0	0	Akhavan et al. (2009)	32.4414	37.4477	39.4570	39.4782
			Thai and Kim (2013)	32.2276	37.3721	39.4562	39.4782
			Yaghoobi and Fereidoon (2014)	32.2276	37.3721	39.4562	39.4782
			Radwan (2017)	32.2305	37.3738	39.4562	39.4782
			Present	32,2398	37,3753	39,4562	39,4781
1	100	10	Akhavan et al. (2009)	55.0289 ^a	67.5798	69.5891	69.6103
			Thai and Kim (2013)	54.5692 ^a	67.5042	69.5883	69.6103
			Yaghoobi and Fereidoon (2014)	54.5692 ^a	67.5042	69.5883	69.6103
			Radwan (2017)	54.5665 ^a	67.5059	69.5883	69.6103
			Present	54,6116 ^a	67,5074	69,5883	69,6103
1000	100	100	Akhavan et al. (2009)	174.9760 ^b	204.6510 ^a	211.9610 ^a	212.0140 ^a
			Thai and Kim (2013)	174.2676 ^b	204.4040 ^a	211.9285 ^a	212.0145 ^a
			Yaghoobi and Fereidoon (2014)	174.2676 ^b	204.4040 ^a	211.9285 ^a	212.0145 ^a
			Radwan (2017)	174.2320 ^b	204.4084 ^a	211.9285 ^a	212.0145 ^a
			Present	174,3907 ^b	204,4162 ^a	211,9286 ^a	212,0144 ^a
0	0	0	Akhavan et al. (2009)	19.2255 ^b	32.4414 ^a	39.3930 ^a	39.4776 ^a
			Thai and Kim (2013)	18.9794 ^b	32.2276 ^a	39.3896 ^a	39.4775 ^a
			Yaghoobi and Fereidoon (2014)	18.9794 ^b	32.2276 ^a	39.3896 ^a	39.4775 ^a
			Radwan (2017)	18.9574 ^b	32.2305 ^a	39.3896 ^a	39.4775 ^a
			Present	19,0400	32,2398 ^a	39,3896 ^a	39,4775 ^a
2	100	10	Akhavan et al. (2009)	22.7476 ^c	37.5182 ^b	45.0262 ^a	45.1108 ^a
			Thai and Kim (2013)	22.5785 ^c	37.8358 ^b	45.0228 ^a	45.1108 ^a
			Yaghoobi and Fereidoon (2014)	22.5785 ^c	37.8358 ^b	45.0228 ^a	45.1108 ^a
			Radwan (2017)	22.5322 ^c	37.8377 ^b	45.0229 ^a	45.1108 ^a
			Present	22,6777 ^c	37,8580 ^b	45,0229 ^a	45,1107 ^a
1000	100	100	Akhavan et al. (2009)	--	72.8290 ^c	85.0953 ^b	85.2563 ^b
			Thai and Kim (2013)	50.0214 ^d	72.3694 ^c	85.0887 ^b	85.2562 ^b
			Yaghoobi and Fereidoon (2014)	50.0214 ^d	72.3694 ^c	85.0887 ^b	85.2562 ^b
			Radwan (2017)	49.9393 ^d	72.3667 ^c	85.0888 ^b	85.2562 ^b
			Present	50,1748 ^d	72,4117 ^c	85,0889 ^b	85,2562 ^b

Les exposants a, b, c et d, désignent $m = 2, 3, 4$ et 5

Tableau V.3 Comparaison de la charge critique de flambement non dimensionnelle N_{cr} d'une plaque FG carrée sur fondations élastiques ($R = 1, a/h = 10$).

J_1	J_2	Theory	K					
			0	0.5	1	2	5	10
0	0	Thai and Kim (2013)	9.2893	6.0615	4.6695	3.6315	3.0177	2.7264
		Yaghoobi and Fereidoon (2014)	9.2893	6.0615	4.6695	3.6315	3.0177	2.7264
		Radwan (2017)	9.2897	6.0617	4.6697	3.6321	3.0195	2.7275
		Present	9,2902	6,0619	4,6699	3,6325	3,0206	2,7282
100	10	Thai and Kim (2013)	10.6689	7.4411	6.0492	5.0112	4.3973	4.1061
		Yaghoobi and Fereidoon (2014)	10.6689	7.4411	6.0492	5.0112	4.3973	4.1061
		Radwan (2017)	10.6693	7.4413	6.0494	5.0118	4.3992	4.1071
		Present	10,6699	7,4416	6,0496	5,0122	4,4002	4,1078
1000	100	Thai and Kim (2013)	23.0860	19.8582	18.4663	17.4283	16.8144	16.5232
		Yaghoobi and Fereidoon (2014)	23.0860	19.8582	18.4663	17.4283	16.8144	16.5232
		Radwan (2017)	23.0864	19.8584	18.4665	17.4289	16.8162	16.5242
		Present	23,0870	19,8587	18,4667	17,4293	16,8174	16,5250

La charge critique de flambement « N_{cr} » de la plaque sandwich FG reposait sur une fondation élastique par rapport au rapport de géométrie « a/h », au rapport d'aspect « b/a » et au rapport de charge « R » est tracé sur la Figure V.1. La plaque sandwich FG a ($k = 1, \zeta = 1, J_1 = 100, J_2 = 10$). Il ressort des courbes tracées que la charge critique de flambement « N_{cr} » est en corrélation directe avec le rapport de géométrie « a/h » et décroît avec l'augmentation du rapport d'aspect « b/a » jusqu'à une valeur minimale correspondant à « $b/a=1,5$ » puis il augmente. Les valeurs les plus élevées de « N_{cr} » sont obtenues pour le rapport de charge « $R=0$ ».

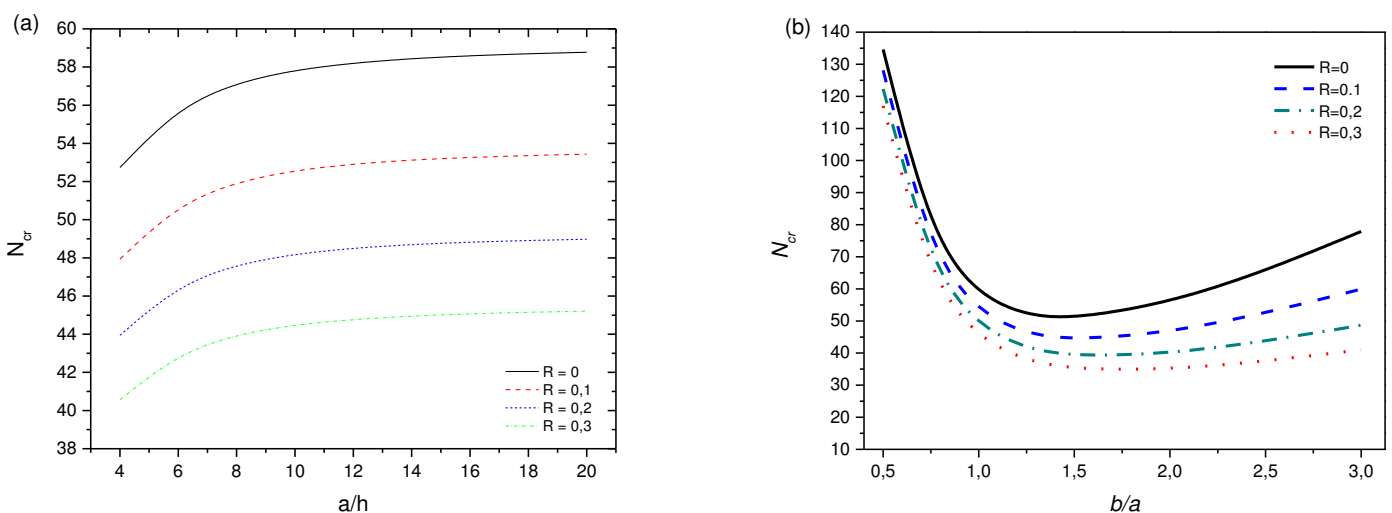


Figure V.1: La charge critique de flambement « N_{cr} » de la plaque sandwich FG par rapport à (a) le rapport d'épaisseur « a/h » ($b/a = 1$) et (b) rapport d'aspect « b/a » ($a/h = 10$) pour différents rapports de charge ($k = 1, \zeta = 1, J_1 = 100, J_2 = 10$)

La figure V.2 montre la variation du paramètre de charge de flambement « N_{cr} » de la plaque sandwich FG sans fondation élastique ($J_1 = J_2 = 0$) en fonction de l'indice matériel « k », de la dimension « b/a » et de la géométrie « a/h ». À partir des courbes tracées, on peut observer que l'augmentation de l'indice matériel « k » et du rapport de géométrie « a/h » entraîne une augmentation des valeurs du paramètre de charge de flambement « N_{cr} », mais ces valeurs diminuent lorsque le rapport d'aspect « b/a » augmente.

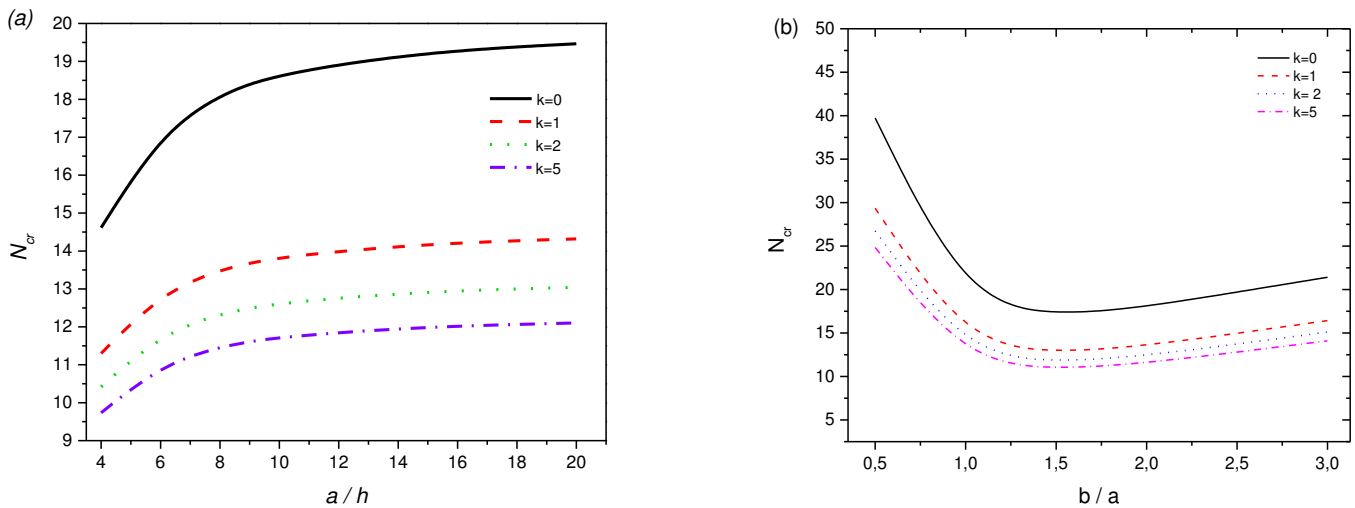


Figure V.2 : La charge critique de flambement ' N_{cr} ' des plaques sandwich FG sous compression biaxiale ($R = 1$) vs (a) le rapport d'épaisseur « a/h » ($b/a = 1$) et (b) rapport d'aspect « b/a » ($a/h=10$) pour différentes valeurs de l'indice matériel k avec ($\zeta = 1, J_1 = J_2 = 0$).

L'effet du rapport d'épaisseur de couche « ξ » et du rapport de dimension « b/a » sur le paramètre de charge de flambement critique « N_{cr} » des plaques sandwich FG simplement supportées sous une charge de compression uniaxiale « $R = 0$ » est présenté dans la Figure V.3. D'après la courbe tracée, on peut observer que les valeurs de la charge critique de flambement « N_{cr} » de la plaque sandwich FG sans fondations élastiques, sont plus petites que celles de la plaque FG avec fondation élastique ($J_1 = 100, J_2 = 10$). Il est également clair que les valeurs inférieures de la charge de flambement « N_{cr} » sont données par plaque sans âme.

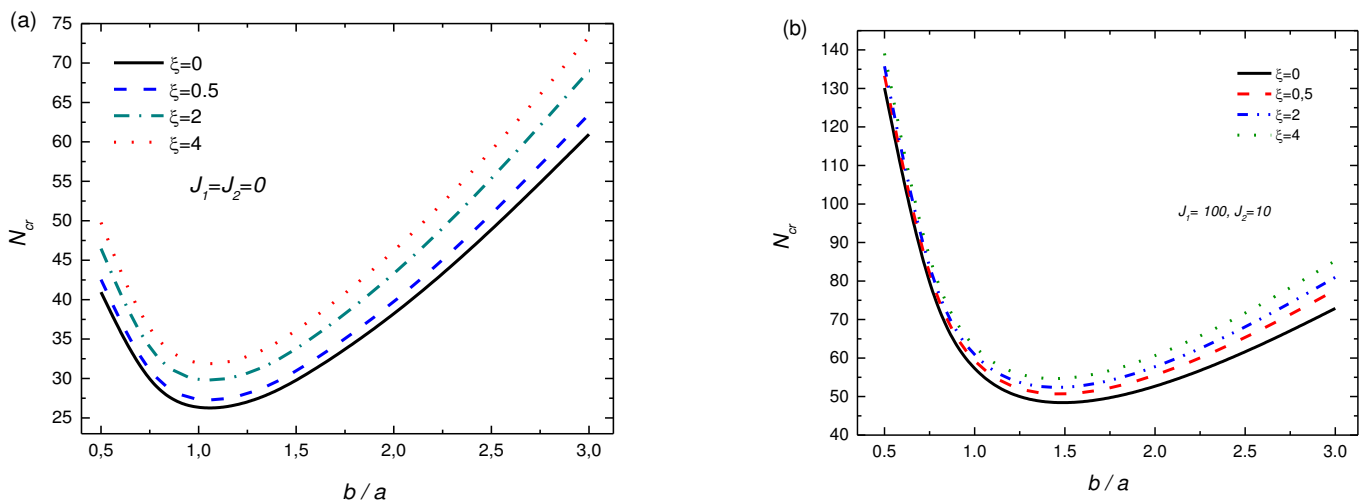


Figure V.3 : Paramètre de charge de flambement ' N_{cr} ' des plaques sandwiches FG sous compression uniaxiale ($R = 0$) en fonction du rapport hauteur / largeur (b/a) pour différentes valeurs du rapport d'épaisseur âme-face (a) sans fondations élastiques $J_1 = J_2 = 0$ et (b) sur fondations élastiques $J_1 = 100, J_2 = 10$ ($k = 1, a / h = 10$)

La figure 4 montre la variation de la charge critique de flambement « N_{cr} » de la plaque sandwich FG sous des charges mécaniques biaxiales en fonction du paramètre de fondation élastique (J_1, J_2) et du rapport d'aspect « b/a ». Il est remarquable d'après les graphiques que l'augmentation du rapport d'aspect « b/a » entraîne une diminution des valeurs de la charge critique de flambement « N_{cr} ». La plaque sandwich FG à base élastique ($J_1 = 50, J_2 = 10$) donne les valeurs les plus élevées du ' N_{cr} '.

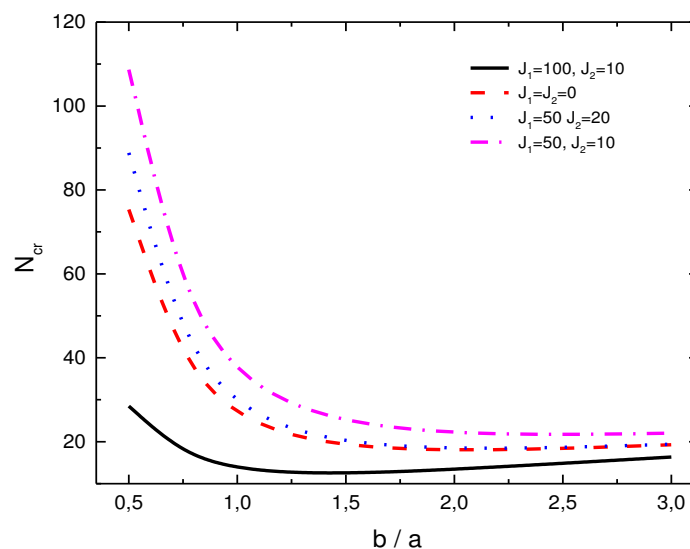


Figure V.4 : La charge critique de flambement ' N_{cr} ' des plaques sandwiches FG sous compression biaxiale ($R = 1$) vs rapport d'aspect (b/a) pour différentes valeurs des paramètres de fondation élastique avec ($\xi = 1, k = 1, a / h = 10$).

V.3.2 Plaque soumise à des charges hygrothermiques

Dans cette section, les résultats obtenus de la température critique de flambement « T_{cr} » des plaques FG sandwichs sont comparés à ceux disponibles dans la littérature.

Le tableau V.4 présente la température critique de flambement « T_{cr} » de la plaque FG sans et avec fondation élastique sous une charge thermique uniforme. Les résultats calculés sont comparés à ceux donnés par Yaghoobi et Torabi (2013), Zenkour et Sobhy (2011) et Radwan 2017 en utilisant respectivement les FSDT, TSDT et RPT. On peut noter à partir du tableau que l'augmentation des valeurs de l'indice de matériau « k » conduit à réduire la température critique de flambement « T_{cr} » et cela est confirmé pour la plaque FG avec et sans fondation élastique.

Table V.4 : Comparaison de la température critique de flambement non dimensionnelle « T_{cr} » d'une plaque FG carrée sur des fondations élastiques sous une élévation de température uniforme

k	Theory	$J_1=0, J_2=0$			$J_1=10, J_2=0$			$J_1=10, J_2=10$		
		a/h = 5	10	20	a/h = 5	10	20	a/h = 5	10	20
0	Yaghoobi and Torabi (2013)	5.58069	1.61862	0.42153	5.75623	1.66251	0.43251	9.22123	2.52876	0.64907
	Zenkour and Sobhy (2011)	5.58556	1.61882	0.42154	5.76109	1.66270	0.43252	9.22610	2.52896	0.64908
	Radwan (2017)	5.58394	1.61875	0.42154	5.75948	1.66264	0.43251	9.22448	2.52889	0.64907
	Present	5,56502	1,59416	0,39657	5,74056	1,63804	0,40754	9,20556	2,50429	0,62410
1	Zenkour and Sobhy (2011)	2.67241	0.75845	0.19627	2.83603	0.79935	0.20649	6.06558	1.60674	0.40834
	Radwan (2017)	2.67174	0.75842	0.19627	2.83535	0.79933	0.20649	6.06491	1.60672	0.40834
	Present	2,64926	0,73358	0,17128	2,81287	0,77449	0,18150	6,04243	1,58188	0,38335
5	Yaghoobi and Torabi (2013)	2.35948	0.68678	0.17905	2.58625	0.74347	0.19322	7.06257	1.86255	0.47299
	Zenkour and Sobhy (2011)	2.27131	0.67895	0.17851	2.49808	0.73564	0.19268	6.97440	1.85472	0.47245
	Radwan (2017)	2.27935	0.67972	0.17856	2.50612	0.73641	0.19274	6.98244	1.85549	0.47251
	Present	2,24462	0,65377	0,15350	2,47139	0,71046	0,16767	6,94771	1,82954	0,44744
10	Yaghoobi and Torabi (2013)	2.36822	0.70108	0.18373	2.62416	0.76507	0.19972	7.67626	2.02809	0.51548
	Zenkour and Sobhy (2011)	2.27551	0.69254	0.18313	2.53146	0.75653	0.19913	7.58356	2.01955	0.51489
	Radwan (2017)	2.27936	0.69296	0.18316	2.53531	0.75694	0.19916	7.58740	2.01997	0.51492
	Present	2,25119	0,66757	0,15814	2,50713	0,73156	0,17413	7,55922	1,99458	0,48989

Le tableau V.5 montre la comparaison de la température critique de flambement « T_{cr} » de la plaque FG sandwich sous la charge thermique non linéaire avec ($\gamma = 5$). Il ressort de ce tableau que la température critique de flambement non dimensionnelle « T_{cr} » est en corrélation directe avec l'indice matériel « k ». On peut reconfirmer que les résultats actuels sont presque les mêmes que ceux donnés par Zenkour et Sobhy (2010) et Radwan (2017). Les valeurs inférieures de la température critique de flambement « T_{cr} » sont obtenues lorsque l'épaisseur du noyau (couche de céramique) de la plaque sandwich FG est deux fois plus grande que la feuille de faces (couches de métal).

Tableau V.5 : Comparaison de la température critique de flambement non dimensionnelle « T_{cr} » des plaques sandwichs FG carrées sous échauffement non linéaire ($\gamma = 5$).

ξ	k	Theory	a/h				
			5	10	15	25	50
0	0.5	Zenkour and Sobhy (2010)	21.61337	5.90995	2.58239	0.81982	0.06380
		Radwan (2017)	21.60648	5.90948	2.58230	0.81981	0.06380

		Present	21,60480	5,9093	2,58228	0,81981	0,06380
	2	Zenkour and Sobhy (2010)	3.02926	6.12449	2.64800	0.82107	0.04052
		Radwan (2017)	23.00135	6.12245	2.64759	0.82102	0.04051
		Present	22,98800	6,12147	2,64739	0,82100	0,04050
0.5	0.5	Zenkour and Sobhy (2010)	21.33821	5.83566	2.54875	0.80744	0.06048
		Radwan (2017)	21.33354	5.83536	2.54869	0.80743	0.06048
		Present	21,33300	5,83535	2,54869	0,80743	0,06048
	2	Zenkour and Sobhy (2010)	22.35275	5.89838	2.53488	0.77011	0.01668
		Radwan (2017)	22.33166	5.89686	2.53458	0.77007	0.01668
		Present	22,32160	5,89614	2,53443	0,77005	0,01668
1	0.5	Zenkour and Sobhy (2010)	21.12437	5.79091	2.53084	0.80247	0.06078
		Radwan (2017)	21.12333	5.79089	2.53084	0.80246	0.06078
		Present	21,12500	5,79100	2,53090	0,80247	0,06079
	2	Zenkour and Sobhy (2010)	21.98303	5.81247	2.49756	0.75699	0.01363
		Radwan (2017)	21.97101	5.81161	2.49738	0.75698	0.01363
		Present	21,96600	5,81120	2,49730	0,75697	0,01363
2	0.5	Zenkour and Sobhy (2010)	20.80375	5.73532	2.51144	0.79933	0.06402
		Radwan (2017)	20.80829	5.73575	2.51152	0.79935	0.06403
		Present	20,81300	5,73610	2,51160	0,79936	0,06403
	2	Zenkour and Sobhy (2010)	21.54679	5.75368	2.48202	0.75946	0.02279
		Radwan (2017)	21.54827	5.75383	2.48206	0.75946	0.02279
		Present	21,55000	5,75400	2,48210	0,75947	0,02279

Les températures critiques de flambement ' T_{cr} ' de la plaque sandwich FG carrée simplement appuyée sous une charge thermique linéaire et non linéaire en fonction de l'indice de puissance ' k ', de rapport géométrique ' a/b ' et du rapport d'épaisseur ' a/h ' sont présentés dans les figures V.5 et V.6, respectivement.

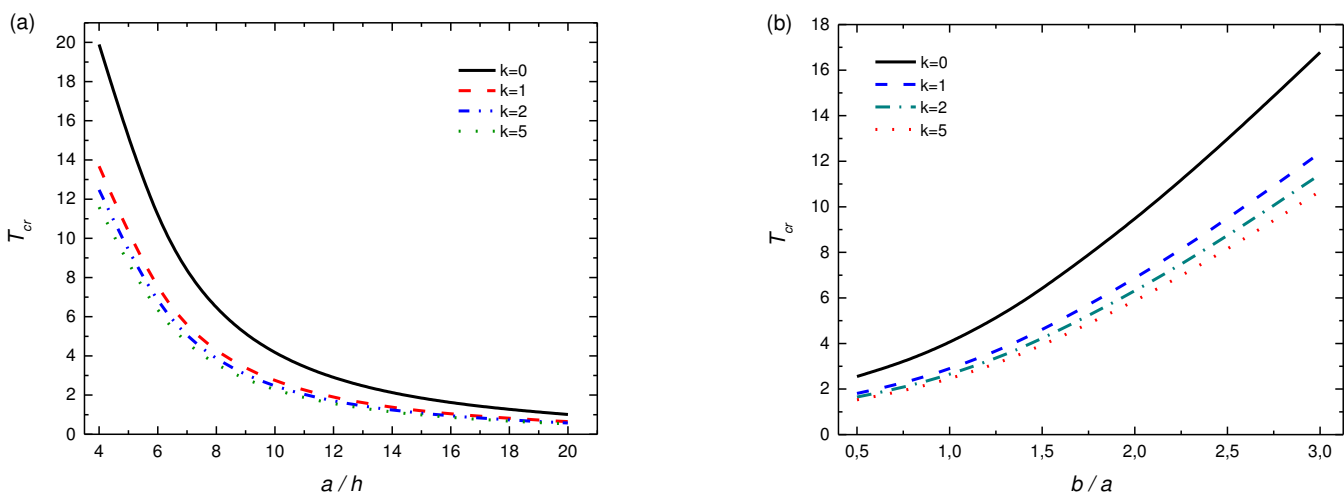


Figure V.5: La température critique de flambement ' T_{cr} ' des plaques sandwich FG sous distribution linéaire de température ($\gamma = 1$) vs. (a) le rapport d'épaisseur a/h ($b/a = 1$) & (b) rapport géométrique " b/a " ($a/h = 10$) pour différentes valeurs du l'indice matériel ' k ' Avec ($\zeta = 1, J_1 = J_2 = 0$).

A partir des résultats obtenus, on peut conclure que les valeurs de température critiques de flambement ' T_{cr} ' diminuent avec l'augmentation de l'indice matériel « k » et du rapport d'aspect « a/h » et le rapport géométrique entraîne une augmentation des valeurs de la température de flambement ' T_{cr} '.

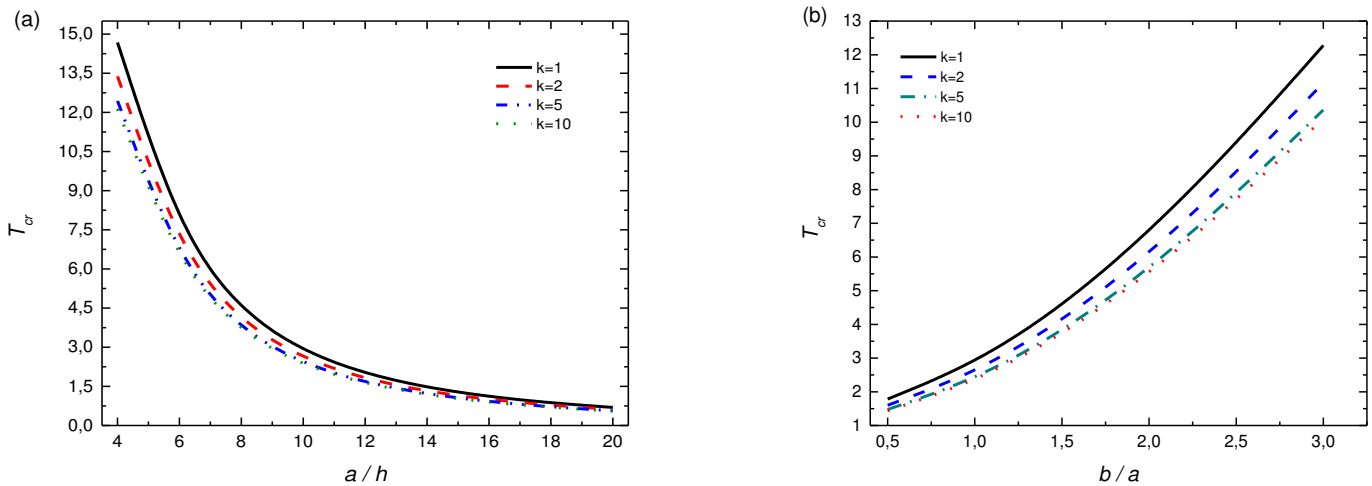


Figure V.6: La température critique de flambement ' T_{cr} ' des plaques sandwich en FG sous une distribution non linéaire de la température de Fourier vs. (a) le rapport d'épaisseur " a/h " ($b/a = 1$) & (b) le rapport géométrique " b/a " ($a/h = 10$) pour différentes valeurs de l'indice matériel ' k ' Avec ($\xi = 1, J_1 = J_2 = 0$).

Figures. 7-8 montre l'effet des rapports géométrique ' b/a ', de l'épaisseur ' a/h ' et de l'épaisseur de couche ' ξ ' sur la température critique de flambement de la plaque sandwich FG sous hygrothermique, linéaire ($\gamma = 1$) et non linéaires. La plaque sandwich FG est assise sur la fondation élastique avec ($J_1 = 100, J_2 = 10$) et l'indice matériel est pris ' $k = 1$ '.

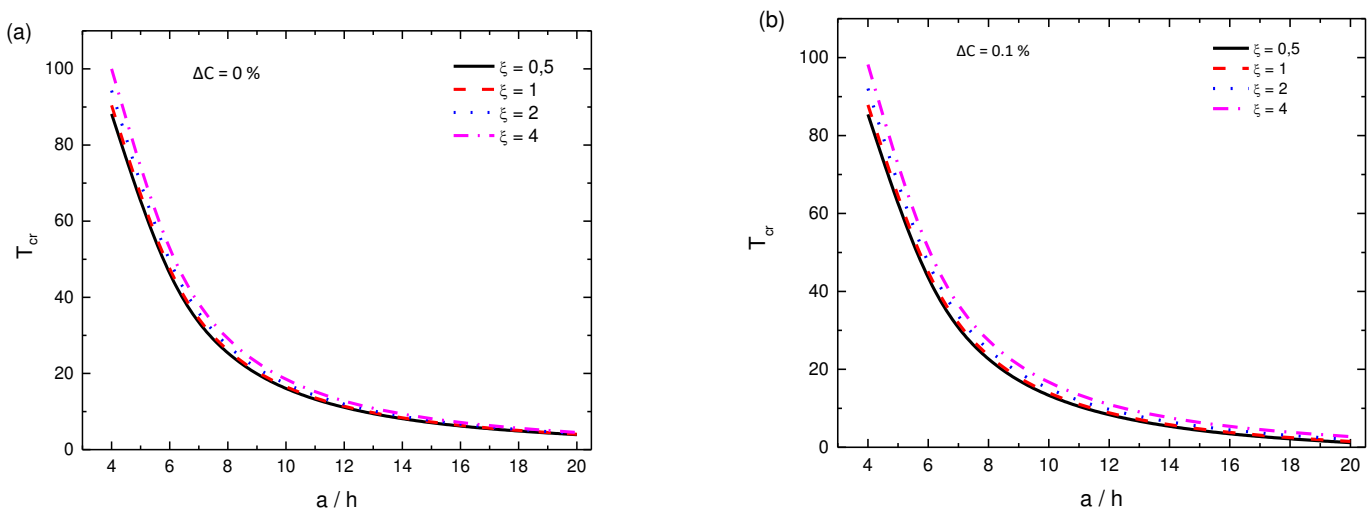


Figure V.7: La température critique de flambement ' T_{cr} ' des plaques sandwich en FG sous une distribution non linéaire de la température de Fourier vs. (a) le rapport d'aspect " a/h " ($b/a = 1$) & (b) le rapport géométrique " b/a " ($a/h = 10$) pour différentes valeurs rapport d'épaisseur de couches ξ avec ($k=1, b/a=1, J_1=100, J_2=10$).

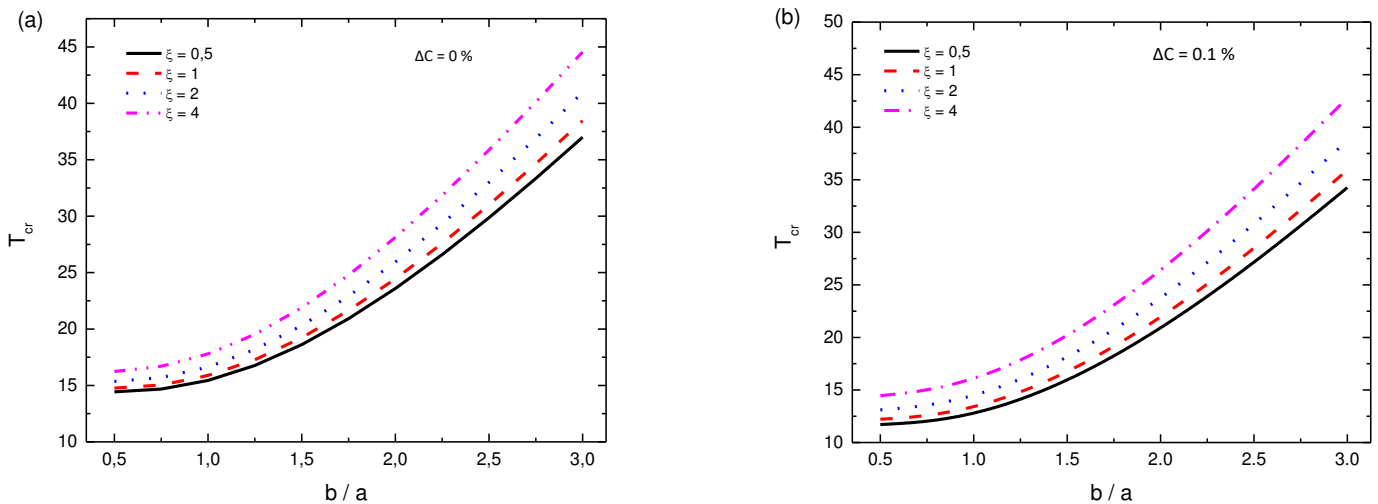


Figure V.8 : La température critique de flambement ' T_{cr} ' des plaques sandwich en FG sous une distribution non linéaire de la température de Fourier vs. Le rapport géométrique « b/a »: (a) flambement thermique & (b) flambement hygrothermique pour différentes valeurs rapport d'épaisseur de couches ξ avec ($k=1, a/h=10, J_1=100, J_2=10$)

La figure V.9 présente la variation de la température critique de flambement « T_{cr} » de la plaque sandwich FG sous une distribution de température linéaire ($\gamma = 1$) en fonction du rapport géométrique « b/a » et du paramètre de fondation élastique (J_1, J_2). Il ressort des courbes tracées que la charge de flambement thermique « T_{cr} » augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect « b/a ». La plaque sandwich FG sans fondation élastique ($J_1 = 0, J_2 = 0$) donne les valeurs les plus faibles de la température critique de flambement « T_{cr} ».

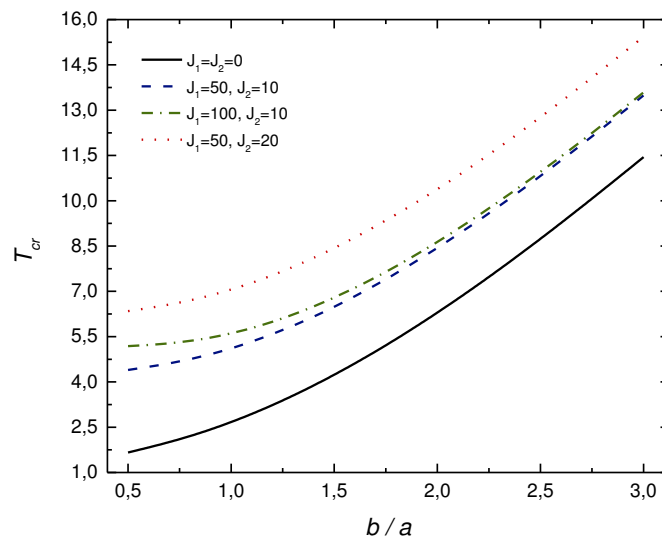


Figure V.9: La température critique de flambement ' T_{cr} ' des plaques sandwich FG sous distribution linéaire de température ($\gamma= 1$) vs. Le rapport géométrique « b/a » pour différentes valeurs de paramètres de la fondation élastique avec ($\xi=1, k=1, a/h=10$)

Figure V.10 et V.11 présente la charge hygrothermique critique de flambement ' T_{cr} ' de la plaque sandwich FG avec ($\zeta=1, k=1, J_1=100, J_2=10$) sous la température et d'humidité par rapport à l'indice de non-linéarité ' γ ', aspect et les ratios de géométrie. Les résultats obtenus montrent que la charge hygrothermique critique de flambement « T_{cr} » est en corrélation directe avec l'indice « γ », ce qui est confirmé pour diverses valeurs de l'humidité. On peut également conclure que la charge hygrothermique critique de flambement « T_{cr} » diminue avec l'augmentation du paramètre « a/h » et augmente avec l'augmentation du paramètre « b/a ».

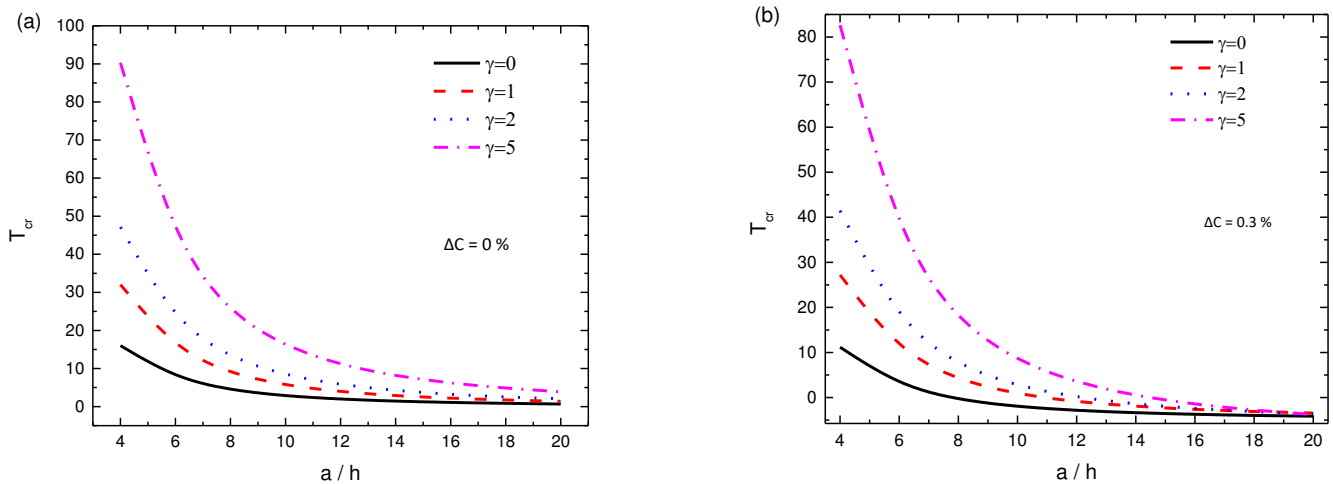


Figure V.10: La température critique de flambement ' T_{cr} ' des plaques sandwich FG sous la charge hygrothermique : (a) charge thermique et (b) charge hygrothermique ($b/a=1, \zeta=1, k=1, J_1=100, J_2=10$).

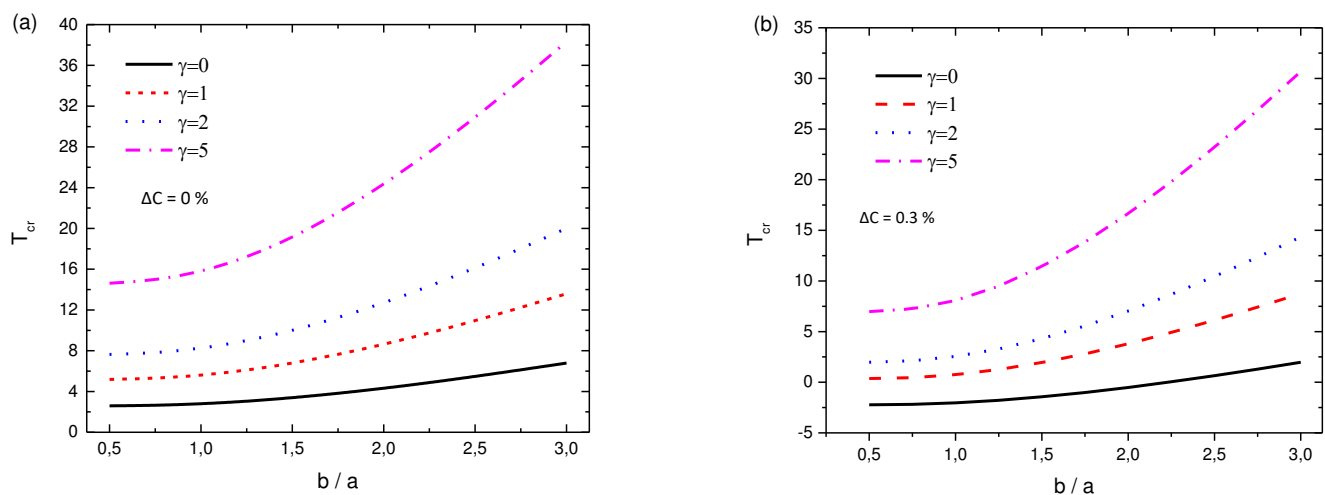


Figure V.11: La température critique de flambement ' T_{cr} ' des plaques sandwich FG sous la charge hygrothermique : (a) charge thermique et (b) charge hygrothermique ($a/h=10, \zeta=1, k=1, J_1=100, J_2=10$).

L'effet de la concentration d'humidité ' ΔC ', des rapports d'aspect et de géométrie sur

la température critique de flambement ' T_{cr} ' des plaques sandwich FG épaisses ($\gamma = 1$, $k = 1$, $\zeta = 1$) reposant sur des fondations élastiques, est présenté dans le Figure V.12. À partir des courbes tracées, on peut noter que la température critique de flambement « T_{cr} » est en relation inverse avec la concentration d'humidité « ΔC » et le rapport d'épaisseur « a/h ». On peut de nouveau confirmer que l'augmentation des valeurs du paramètre géométrique « b/a » entraîne une augmentation des valeurs de « T_{cr} ».

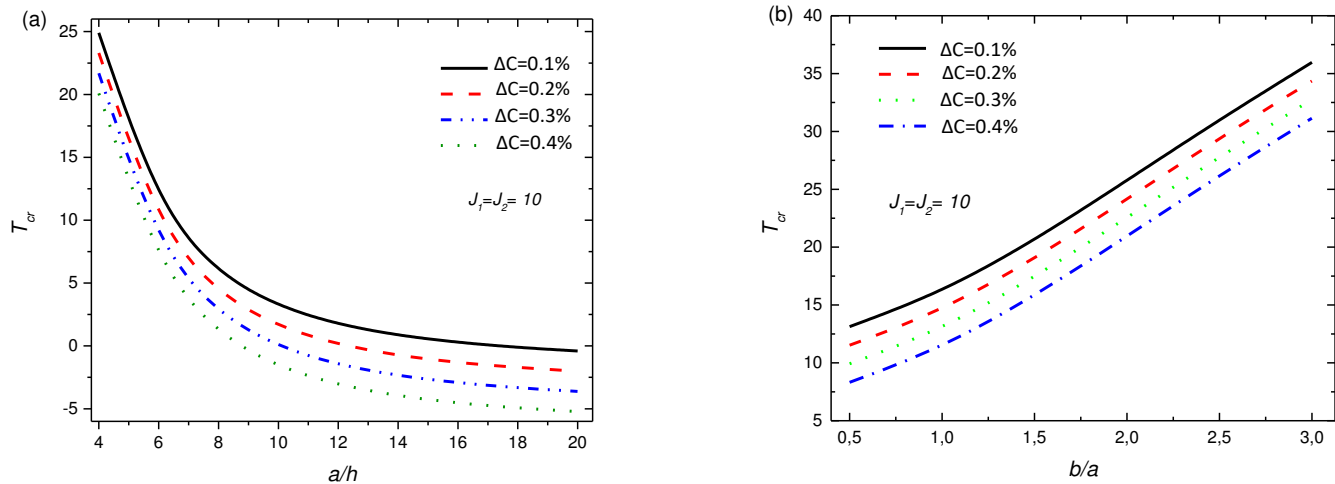


Figure V.12 : Effet de la concentration d'humidité ' ΔC ' sur le flambement thermique ' T_{cr} ' des plaques sandwich FG reposée sur la fondation élastique vs. (a) le rapport d'aspect ' a/h ' ($b/a=1$) et (b) le rapport géométrique ' b/a ' ($a/h=10$) avec ($\gamma = 1$, $k=1$, $\zeta=1$, $a/h=5$)

V.4. Conclusion

Dans ce présent chapitre, une formulation analytique est proposée pour étudier le flambement d'une plaque FG sandwich reposée sur une fondation élastique, soumise à un chargement mécanique et hygrothermique. L'approche proposée est basée sur la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé représentée par un champ de déplacement inclus des termes d'intégral indéterminé pour déterminer les valeurs précises des charges critiques de flambement des différents types des plaques (minces, moyennement épaisses et épaisses). Les résultats générés dans le présent travail sont comparés avec autres résultats existants, la comparaison prouve la précision de la théorie actuelle. Ainsi il est conclu à partir de ce travail que les différents paramètres à savoir l'indice matériel « k », le rapport d'épaisseur « a/h », le rapport géométrique « a/b », le type de chargement (mécanique, hygrothermique), la variation de la température à travers l'épaisseur et le type du sandwich ont une influence significative sur le comportement des plaque. De plus, il est conclu également que les fondations élastiques ont un effet bénéfique sur la stabilité des plaques FG.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

Les structures sandwiches en matériaux à gradient de propriétés représentent un domaine de recherche très vaste et des applications immenses tant qu'il est possible de modifier à volonté leur composition et leur architecture pour obtenir de ces matériaux les propriétés recherchées. La conception et l'élaboration de ces matériaux nécessitent le développement d'outils d'analyse adaptés à leurs spécificités géométriques et matérielles.

L'objectif de ce travail a été d'apporter une contribution à l'analyse de la réponse et de comportement des plaques sandwiches FG au flambement mécanique et hygrothermique reposées sur une fondation élastique.

Nous avons utilisé un nouveau modèle analytique performant basé sur la théorie de déformation d'ordre élevé inclus des termes d'intégral indéterminés pour l'analyse de la réponse et de comportement hygrothermomécanique des plaques FGM soumises à un chargement mécanique et hygrothermique uniforme, linéaire et non linéaire à travers l'épaisseur. Pour valider ce modèle, nous l'avons comparé avec d'autres issus de la littérature. Contrairement aux autres théories, le nombre de variables de la théorie proposée est seulement quatre, tandis que cinq ou plus dans le cas des autres théories de déformation en cisaillement.

Toutes les études comparatives ont démontré que les charges critiques de flambement obtenues en utilisant la présente théorie (avec quatre inconnus) et les autres théories de déformation en cisaillement d'ordre élevé (cinq inconnus) sont presque identiques que ce soit avec ou sans présence de la fondation élastique. Par conséquent, on peut dire que la théorie utilisée est précise et simple pour résoudre les problèmes d'instabilité des plaques FGM.

Dans l'application de technologie, l'étude de ce phénomène est très essentielle pour choisir des paramètres de matériau appropriés pour s'assurer que ces plaques FGM ne remet pas l'intégrité structurale en question une fois soumise à un chargement mécanique ou hygrothermique élevé.

En perspective, il est prévu d'appliquer ce modèle d'ordre élevé pour le calcul de différentes formes de structures FGM sous la combinaison de chargement vibratoire et en

tenant compte des changements dans les propriétés matérielles des matériaux constitutives dû à la température.

En plus, il serait très intéressant d'étudier l'influence des défauts de fabrication à savoir la porosité sur la réponse globale des plaques FGM sous différentes sollicitations et différentes conditions d'appuis.

En fin, on peut dire que ce modeste travail s'inscrit dans le cadre de la contribution de notre laboratoire dans le domaine des matériaux composites à gradient de propriétés et précisément leurs comportements vis-à-vis des chargements mécanique et hygrothermiques.

REFERENCES

Références

Intorduction générale

- Wang et al, 2010** Wang YM, Chen SM, Wu CP. A meshless collocation method based on the differential reproducing kernel interpolation. *Computational Mechanics* 2010;45(6):585-606.
- Kiani et Eslami, 2011** Kiani, Y. and Eslami, M.R. (2011), “Thermal buckling and postbuckling response of imperfect temperature-dependent sandwich FGM plates resting on elastic foundation”, *Arch. Appl. Mech.*, 82(7), 891-905. <https://doi.org/10.1007/s00419-011-0599-8>.
- Mantari et Granados, 2015** Mantari JL, Granados EV. Thermoelastic analysis of advanced sandwich plates based on a new quasi-3D hybrid type HSDT with 5 unknowns. *Composites Part B: Engineering* 2015;69:317-334.
- Sobhy, 2013** Sobhy, M. (2013), “Buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates resting on elastic foundations under various boundary conditions”, *Compos. Struct.*, 99, 76-87. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.11.018>.
- Nguyen et al, 2014** Nguyen VH, Nguyen TK, Thai HT, Vo TP. A new inverse trigonometric shear deformation theory for isotropic and functionally graded sandwich plates. *Composites Part B: Engineering* 2014;66:233-246
- Natarajan et Manickam, 2012** Natarajan S, Manickam G. Bending and vibration of functionally graded material sandwich plates using an accurate theory. *Finite Elements in Analysis and Design* 2012;57:32-42.
- Akavci, 2016** Akavci, S.S. (2016), “Mechanical behavior of functionally graded sandwich plates on elastic foundation”, *Compos. Part B: Eng.*, 96, 136-152. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.04.035>.
- Pandey et Pradyumna, 2015** Pandey, S. and Pradyumna, S. (2015), “Free vibration of functionally graded sandwich plates in thermal environment using a layerwise theory”, *Eur. J. Mech.-A/Solid.*, 51, 55-66. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2014.12.001>.
- Xiang et al, 2011** Xiang S, Jin YX, Bi ZY, Jiang SX, Yang MS. A nth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded and composite sandwich plates. *Composite Structures* 2011;93(11):2826-2832.
- Hamed, M.A., Mohamed, S.A. and Eltaher, M.A. (2020), “Buckling analysis of sandwich beam rested on elastic foundation and subjected to

- Hamed et al, 2020** varying axial in-plane loads”, Steel Compos. Struct., 34(1), 75-89. <https://doi.org/10.12989/scs.2020.34.1.075>.
- Eltaher et Mohamed, 2020** Eltaher, M.A., Mohamed, S.A. and Melaibari, A. (2020), “Static stability of a unified composite beams under varying axial loads”, Thin Wall. Struct., 147, 106488. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106488>.

Chapitre I : Généralités sur les composites & les structures sandwiches

- Boudenne, 2003** BOUDENNE.A, « Etude expérimentale et théorique des propriétés thermo-physiques de matériaux composite à matrice polymère », Université PARISXII, 2003.
- Kar, 2017** K.Kar, K., Composite Materials Processing, Applications, Characterizations. 2017, Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany.
- Berthelot, 1999** BERTHELOT.J.-M, « Matériaux composites: Comportement mécanique et analyse des structures»,1999.
- Gorent, 2008** Laurent Gorent, « Généralités sur les M.C », Ecole d’ingénieur, 2008
- Zweben, 2002** Zweben C (2002). Metal Matrix Composites, Ceramic Matrix Composites, Carbon Matrix Composites and Thermally Conductive Polymer Matrix Composites. Handbook of Plastics, Elastomers and Composites. New York
- Warren, 1992** R. Warren Ed, (1992). Ceramic-Matrix Composites, Chapman and Hall, New York
- Medjani, 2016** MEDJANI Souhila, Elaboration et caractérisation des matériauxcompositions sandwichs multicouches, Mémoire de master, université boumerdes, 2016
- Hussein, 2020** G.Hussein, L.S., COMPOSITE MATERIALS, in Mechanical Department. University of Baghdad.
- Perrot, 2006** Y. Perrot, Contribution à l'étude des matériaux composites utilisés en construction navale de plaisance, Thèse de l'Université de Bretagne Sud, U.F.R Sciences et Sciences de l'Ingénieur, 2006.
- Abdelhafid, 2018** R. Abdelhafid. Etude du comportement dynamique des composites stratifiés et sandwichs(2018)
- Pagano, 1969** N.J.PAGANO," Exact solutions for composite laminates in cylindrical bending", Journal of composite materials, 1969, PP 398-411

- Rocca et Nanni, 2005** Rocca SV., Nanni A., 2005, “Mechanical characterization of sandwich structure comprised of glass fiber reinforced” core: Part 1 Third International Conference Composites in Construction Lyon, France, July 11 – 13, 2005.
- Sezgin et al, 2010** Sezgin FE., Tanoglu M., Egilmez OO. Donmez C., 2010, “Mechanical Behavior of Polypropylene-based Honeycomb-Core Composite Sandwich Structures“. Reinforced Plastics and Composites, 10: 1569-157
- Maurice, 1995** Maurice Reyne R Hermès, «Technologie des Composites», 1995
- Vinson, 1999** Jack R.Vinson;The behavior of sandwich structures of isotropic and composite material; CRC Press, 1999
- Herrmann 2005** Axel S. Herrmann, Pierre C. Zahlen and Ichwan Zuardy; sandwich structures technology in commercial aviation; O.T. Thomsen et al. (eds), Sandwich Structures 7;2005.
- Berthelot, 1999** BERTHELOT.J.-M, « Matériaux composites: Comportement mécanique et analyse des structures»,1999.
- Arbaoui, 2009** Jamal Eddine ARBAOUI, Etude comparative et caractérisations mécaniques des structures sandwichs multicouches, thèse de doctorat, Université de Metz, France, 2009.

Chapitre II : Matériaux Fonctionnellement Gradués -FGM-

- Bouhadra, 2015** Bouhadra, A., et al., Thermal buckling response of functionally graded plates with clamped boundary conditions. Journal of Thermal Stresses, 2015. 38(6): p. 630-650.
- Ebrahimi, 2016** Ebrahimi, F., Advances in functionally graded materials and structures. 2016: BoD–Books on Demand.
- Natarajan, 2013** Natarajan, S., G. Manickam, and S. Bordas, Supersonic flutter analysis of functionally graded material plates with cracks. Frontiers in Aerospace Engineering, 2013. 2(2): p. 91-97.
- El-Galy, 2019** El-Galy, I.M., B.I. Saleh, and M.H. Ahmed, Functionally graded materials classifications and development trends from industrial point of view. SN Applied Sciences, 2019. 1(11): p. 1378.
- Watari, 2004** Watari, F., et al., Biocompatibility of materials and development to functionally graded implant for bio-medical application. Composites Science and Technology, 2004. 64(6): p. 893-908.
- Fuchiyama, 1995** Fuchiyama, T. and N. Noda, Analysis of thermal stress in a plate of functionally gradient material. JSAE review, 1995. 16(3): p. 263-268.

-
- Shen, 2016.** Shen, H.-S., Functionally graded materials: nonlinear analysis of plates and shells. 2016: CRC press.
- Rasheedat, 2017** Rasheedat Modupe Mahamood, E.T.A., Functionally Graded Materials. 2017, University of Johannesburg Johannesburg South Africa.
- Saleh, 2019** Saleh, B., et al., Effect of main parameters on the mechanical and wear behaviour of functionally graded materials by centrifugal casting: a review. *Metals and Materials International*, 2019. 25(6): p. 1395-1409.
- Udupa, 2014** Udupa, G., S.S. Rao, and K. Gangadharan, Functionally graded composite materials: an overview. *Procedia Materials Science*, 2014. 5: p. 1291-1299.
- Boch et al, 1986** P. Boch., T. Chartier., M. Huttepain, Tape casting of Al₂O₃/ZrO₂ laminated Composites, *J. Am. Ceram. Soc*; 69 (8):191-192,1986.
- Moya et al, 1992** J.S. Moya, A.J. Sanchez-Herencia., J. Requena., R. MORENO, Functionally gradient ceramics by sequential slip casting, *Materials Letters*; 14 (5-6): 333-35, 1992.
- Bishop et al, 1993** A Bishop., C.Y. Lin., M. Navaratnam., R.D. Rawlings., H.B. McShane, A functionally gradient material produced by a powder metallurgical process, *Journal of Materials Science Letters*; 12 (19) :1516-18, 1993.
- Steffens et al, 1990** H.D. Steffens., M. Dvorak., M. Wewel, Plasma sprayed functionally gradient materials-processing and applications, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan*; 139-43, 1990.
- Takahashi et al, 1990** M. Takahashi., Y. Itoh., H. Kashiwaya, Fabrication and Evaluation of W/Cu Gradient Material by Sintering and Infiltration Technique, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan*; 129-34, 1990.
- Kieback, 2003** Kieback, B., A. Neubrand, and H. Riedel, Processing techniques for functionally graded materials. *Materials Science and Engineering: A*, 2003. 362(1-2): p. 81-106.
- Yuan, 2019** Yuan, L., S. Ding, and C. Wen, Additive manufacturing technology for porous metal implant applications and triple minimal surface structures: A review. *Bioactive Materials*, 2019. 4: p. 56-70.
- Makwana, 2014** Makwana, A.B., K.C. Panchal, and A.H. Gandhi, Stress analysis of functionally graded material plate with cut-out. *International Journal of Advanced Mechanical Engineering*. ISSN, 2014: p. 2250-3234.
- Bobbio, 2017** Bobbio, L.D., et al., Additive manufacturing of a functionally graded material from Ti-6Al-4V to Invar: Experimental characterization and thermodynamic calculations. *Acta Materialia*, 2017. 127: p. 133-142.
- Rajan, 2010** Rajan, T., R. Pillai, and B. Pai, Characterization of centrifugal cast
-

-
- functionally graded aluminum-silicon carbide metal matrix composites. *Materials characterization*, 2010. 61(10): p. 923-928.
- Watanabe, 2011** Watanabe, Y. and H. Sato, Review fabrication of functionally graded materials under a centrifugal force. *Nanocomposites with unique properties and applications in medicine and industry*, 2011: p. 133-150.
- Mahmoud, 2017** Mahmoud, D. and M.A. Elbestawi, Lattice structures and functionally graded materials applications in additive manufacturing of orthopedic implants: a review. *Journal of Manufacturing and materials Processing*, 2017. 1(2): p. 13.
- Popoola, 2016** Popoola, P., et al., Laser Engineering Net Shaping Method in the Area of Development of Functionally Graded Materials (FGMs) for Aero Engine Applications-A Review. *Fiber Laser*, 2016: p. 383-399.
- Popovich, 2017** Popovich, V., et al., Functionally graded Inconel 718 processed by additive manufacturing: Crystallographic texture, anisotropy of microstructure and mechanical properties. *Materials & Design*, 2017. 114: p. 441-449.
- Mota, 2019** Mota, A. and M. Loja, Mechanical behavior of porous functionally graded nanocomposite materials. *C—Journal of Carbon Research*, 2019. 5(2): p. 34.
- Gabrielli, 2008** Gabrielli, R., I. Turner, and C.R. Bowen. Development of modelling methods for materials to be used as bone substitutes. in *Key Engineering Materials*. 2008. Trans Tech Publ.
- Muller, 2013** Muller, P., P. Mognol, and J.-Y. Hascoet, Modeling and control of a direct laser powder deposition process for Functionally Graded Materials (FGM) parts manufacturing. *journal of materials processing technology*, 2013. 213(5): p. 685-692.
- Yin, 2018** Yin, S., et al., Hybrid additive manufacturing of Al-Ti6Al4V functionally graded materials with selective laser melting and cold spraying. *Journal of Materials Processing Technology*, 2018. 255: p. 650-655.
- Alimardani, 2010** Alimardani, M., et al., Multiphysics modelling of laser solid freeform fabrication techniques, in *Advances in Laser Materials Processing*. 2010, Elsevier. p. 765-791.
- Erdemir, 2015** Erdemir, F., A. Canakci, and T. Varol, Microstructural characterization and mechanical properties of functionally graded Al₂O₃/SiC composites prepared by powder metallurgy techniques. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2015. 25(11): p. 3569-3577.
- Kaushal, 2018** Kaushal, S., D. Gupta, and H. Bhowmick, An approach for functionally graded cladding of composite material on austenitic stainless steel substrate through microwave heating. *Journal of Composite Materials*, 2018. 52(3):
-

-
- p. 301-312.
- Wei, 2019** Wei, C., et al., Additive manufacturing of horizontal and 3D functionally graded 316L/Cu10Sn components via multiple material selective laser melting. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2019. 141(8).
- Chmielewski, 2016** Chmielewski, M. and K. Pietrzak, Metal-ceramic functionally graded materials–manufacturing, characterization, application. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, 2016. 64(1): p. 151-160.
- Udupa, 2012** Udupa, G. and K. Gangadharan. Future applications of carbon nanotube reinforced functionally graded composite materials. in *IEEE-International Conference On Advances In Engineering, Science And Management (ICAESM-2012)*. 2012. IEEE.
- Voigt, 1889** Voigt, W., Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper. *Annalen der physik*, 1889. 274(12): p. 573-587.
- Gasik, 1998** Gasik, M.M., Micromechanical modelling of functionally graded materials. *Computational Materials Science*, 1998. 13(1-3): p. 42-55.
- Reuß, 1929** Reuß, A., Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1929. 9(1): p. 49-58.
- Akbarzadeh, 2015** Akbarzadeh, A., A. Abedini, and Z. Chen, Effect of micromechanical models on structural responses of functionally graded plates. *Composite Structures*, 2015. 119: p. 598-609.
- Bouiadjra, 2018** Bouiadjra, R.B., et al., Analytical investigation of bending response of FGM plate using a new quasi 3D shear deformation theory: Effect of the micromechanical models. *Structural Engineering and Mechanics*, 2018. 66(3): p. 317-328.
- Gasik, 2003** Gasik, M.M. and B. Zhang. Optimization sintering of zirconia/alumina functionally graded material. in *Materials Science Forum*. 2003. Aedermannsdorf, Switzerland: Trans Tech Publications, 1984-.
- Ju, 1994** Ju, J. and T.M. Chen, Micromechanics and effective moduli of elastic composites containing randomly dispersed ellipsoidal inhomogeneities. *Acta Mechanica*, 1994. 103(1-4): p. 103-121.
- Gasik, 1998** Gasik, M.M., Micromechanical modelling of functionally graded materials. *Computational Materials Science*, 1998. 13(1-3): p. 42-55.
- Mori, 1973** Mori, T. and K. Tanaka, Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta metallurgica*, 1973. 21(5): p. 571-574.
-

- Fu, 2008** Fu, S.-Y., et al., Effects of particle size, particle/matrix interface adhesion and particle loading on mechanical properties of particulate–polymer composites. *Composites Part B: Engineering*, 2008. 39(6): p. 933-961.
- Bao, 1995** Bao, G. and L. Wang, Multiple cracking in functionally graded ceramic/metal coatings. *International Journal of Solids and Structures*, 1995. 32(19): p. 2853-2871.
- Lee, 1994** Lee, Y. and F. Erdogan, Residual/thermal stresses in FGM and laminated thermal barrier coatings. *International Journal of Fracture*, 1994. 69(2): p. 145-165.
- Delale, 1983** Delale, F. and F. Erdogan, The crack problem for a nonhomogeneous plane. 1983.

Chapitre III : Revue des théories pour la modélisation et l'analyse des Plaques fonctionnellement Graduées

- Reddy, 2004** Reddy JN. *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*: CRC press; 2004.
- Kirchhoff, 1850** Kirchhoff VG. Über das gleichgewicht und die bewegung einer elastischen scheibe. *Journal Fur Die Reine und Angewandte Mathematik* 1850;1850(40):51-88.
- Mindlin, 1951** Mindlin RD. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. *Journal of Applied Mechanics* 1951;18(1):31-38.
- Reddy, 1984** Reddy JN. A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Journal of Applied Mechanics* 1984;51:745-752.
- Ghugal, 2002** Ghugal YM, Shimpi RP. A review of refined shear deformation theories of isotropic and anisotropic laminated plates. *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 2002;21(9):775-813.
- Swaminathan, 2015** Swaminathan K, Naveenkumar DT, Zenkour AM, Carrera E. Stress, vibration and buckling analyses of FGM plates-A state-of-the-art review. *Composite Structures* 41 2015;120:10-31.
- Feldman et Aboudi, 1997** Feldman E, Aboudi J. Buckling analysis of functionally graded plates subjected to uniaxial loading. *Composite Structures* 1997;38(1):29-36.
- Javaheri R, Eslam 2002a** Javaheri R, Eslami MR. Thermal buckling of functionally graded plates. *AIAA Journal* 2002;40(1):162-169.
- Javaheri R, Eslam 2002b** Javaheri R, Eslami MR. Buckling of functionally graded plates under in-plane compressive loading. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 2002;82(4):277-283.

-
- Kiani et al, 2011** Kiani Y, Bagherizadeh E, Eslami MR. Thermal buckling of clamped thin rectangular FGM plates resting on Pasternak elastic foundation (Three approximate analytical solutions). *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 2011;91(7):581-593.
- Ghannadpour et al, 2012** Ghannadpour SAM, Ovesy HR, Nassirnia M. Buckling analysis of functionally graded plates under thermal loadings using the finite strip method. *Computers & Structures* 2012;108–109:93-99.
- Mahdavian, 2009** Mahdavian M. Buckling analysis of simply-supported functionally graded rectangular plates under non-uniform in-plane compressive loading. *Journal of Solid Mechanics* 2009;1(3):213-225.
- Mohammadi et al, 2010** Mohammadi M, Saidi AR, Jomehzadeh E. Levy solution for buckling analysis of functionally graded rectangular plates. *Applied Composite Materials* 2010;17(2):81-93.
- Yang et Shen, 2001** Yang J, Shen HS. Dynamic response of initially stressed functionally graded rectangular thin plates. *Composite Structures* 2001;54(4):497-508
- Yanga et Shen, 2003** Yanga J, Shen HS. Non-linear analysis of functionally graded plates under 42 transverse and in-plane loads. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 2003;38(4):467-482.
- Alinia et Ghannadpour, 2009** Alinia MM, Ghannadpour SAM. Nonlinear analysis of pressure loaded FGM plates. *Composite Structures* 2009;88(3):354-359.
- Damanpack, 2013** Damanpack AR, Bodaghi M, Ghassemi H, Sayehbani M. Boundary element method applied to the bending analysis of thin functionally graded plates. *Latin American Journal of Solids and Structures* 2013;10:549-570.
- Kowal-Michalska et Mania, 2013** Kowal–Michalska K, Mania R. Static and dynamic thermo-mechanical buckling loads of functionally graded plates. *Mechanics and Mechanical Engineering* 2013;17(1):99-112
- Aydogdu, 2008** Aydogdu M. Conditions for functionally graded plates to remain flat under in-plane loads by classical plate theory. *Composite Structures* 2008;82(1):155-157.
- Reissner E, 1947** Reissner E. On bending of elastic plates. *Quarterly of Applied Mathematics* 1947;5(1):55-68.
- Wang et al, 2001** Wang CM, Lim GT, Reddy JN, Lee KH. Relationships between bending solutions of Reissner and Mindlin plate theories. *Engineering Structures* 2001;23(7):838-849.
- Panc, 1975** Panc V. *Theories of elastic plates*: Springer; 1975
- Praveen GN, 1998** Praveen GN, Reddy JN. Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic-metal plates. *International Journal of Solids*
-

-
- and Structures 1998;35(33):4457-4476.
- Della Croce et Venini, 2004** Della Croce L, Venini P. Finite elements for functionally graded Reissner-Mindlin plates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2004;193(9):705-725.
- Kim et al, 2008** Kim KD, Lomboy GR, Han SC. Geometrically non-linear analysis offunctionally graded material (FGM) plates and shells using a four-node quasi-conforming shell element. *Journal of Composite Materials* 2008;42(5):485-511.
- Memar Ardestani et al, 2014** Memar Ardestani M, Soltani B, Shams S. Analysis of functionally graded stiffened plates based on FSDT utilizing reproducing kernel particle method. *Composite Structures* 2014;112:231-240.
- Bouazza et al, 2010** Bouazza M, Tounsi A, Adda-Bedia EA, Megueni A. Thermoelastic stability analysis of functionally graded plates: An analytical approach. *Computational Materials Science* 2010;49(4):865-870
- Ganapathi et al, 2006** Ganapathi M, Prakash T, Sundararajan N. Influence of functionally graded material on buckling of skew plates under mechanical loads. *Journal of Engineering Mechanics* 2006;132(8):902-905.
- Yaghoobi et Yaghoobi, 2013** Yaghoobi H, Yaghoobi P. Buckling analysis of sandwich plates with FGM face sheets resting on elastic foundation with various boundary conditions: an analytical approach. *Meccanica* 2013;48(8):2019-2035
- Zhang et al, 2014** Zhang LW, Zhu P, Liew KM. Thermal buckling of functionally graded plates using a local Kriging meshless method. *Composite Structures* 2014; 108:472-492.
- Kiani et Eslami, 2012** Kiani Y, Eslami MR. Thermal buckling and post-buckling response of imperfect temperature-dependent sandwich FGM plates resting on elastic foundation. *Archive of Applied Mechanics* 2012;82(7):891-905.
- Dai et al, 2005** Dai KY, Liu GR, Han X, Lim KM. Thermomechanical analysis of functionally graded material (FGM) plates using element-free Galerkin method. *Computers & Structures* 2005;83(17-18):1487-1502.
- Belytschko T, 1994** Belytschko T, Lu YY, Gu L. Element-free Galerkin methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1994;37(2):229-256.
- Zhao et al, 2009a** Zhao X, Lee YY, Liew KM. Free vibration analysis of functionally graded plates using the element-free kp-Ritz method. *Journal of Sound and Vibration* 2009;319(3-5):918-939.
- Zhao et Liew, 2011** Zhao X, Liew KM. An element-free analysis of mechanical and thermal buckling of functionally graded conical shell panels. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2011;86(3):269-285.
-

-
- Lee et al, 2009** Lee YY, Zhao X, Liew KM. Thermoelastic analysis of functionally graded plates using the element-free kp-Ritz method. *Smart Materials and Structures* 2009;18(3):035007.
- Zhao et al, 2009a** Zhao X, Lee Y, Liew K. Mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates. *Composite Structures* 2009;90(2):161-171.
- Zhao et al, 2009b** 84 Zhao X, Liew KM. Geometrically nonlinear analysis of functionally graded plates using the element-free kp-Ritz method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2009;198(33):2796-2811.
- Lee YY et al, 2010** Lee YY, Zhao X, Reddy JN. Postbuckling analysis of functionally graded plates subject to compressive and thermal loads. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2010;199(25–28):1645-1653.
- Roque et al, 2010** Roque CMC, Ferreira AJM, Neves AMA, Fasshauer GE, Soares CMM, Jorge RMN. Dynamic analysis of functionally graded plates and shells by radial basis functions. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 2010;17(8):636-652.
- Levinson, 1980** Levinson M. An accurate, simple theory of the statics and dynamics of elastic plates. *Mechanics Research Communications* 1980;7(6):343-350.
- Reddy, 2000** Reddy JN. Analysis of functionally graded plates. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2000;47(1-3):663-684.
- Shen, 2002** Shen HS. Nonlinear bending response of functionally graded plates subjected to 55 transverse loads and in thermal environments. *International Journal of Mechanical Sciences* 2002;44(3):561-584
- Yang et Shen, 2003** Yang J, Shen HS. Nonlinear bending analysis of shear deformable functionally graded plates subjected to thermo-mechanical loads under various boundary conditions. *Composites Part B: Engineering* 2003;34(2):103-115.
- Zhang, 2014** Zhang DG. Nonlinear bending analysis of FGM rectangular plates with various supported boundaries resting on two-parameter elastic foundations. *Archive of Applied Mechanics* 2014;84(1):1-20
- Javaheri et Eslami, 2002** Javaheri R, Eslami MR. Thermal buckling of functionally graded plates based on higher order theory. *Journal of Thermal Stresses* 2002;25(7):603-625.
- Samsam Shariat et Eslami, 2007** Samsam Shariat BA, Eslami MR. Buckling of thick functionally graded plates under mechanical and thermal loads. *Composite Structures* 2007;78(3):433-439.
- Najafizadeh et Heydari, 2007** Najafizadeh MM, Heydari HR. Higher-order theory for buckling of functionally graded circular plates. *AIAA Journal* 2007;45(6):1153-1160.
-

-
- Bodaghi et Saidi, 2010** Bodaghi M, Saidi AR. Levy-type solution for buckling analysis of thick functionally graded rectangular plates based on the higher-order shear deformation plate theory. *Applied Mathematical Modelling* 2010;34(11):3659-3673.
- Saidi et al, 2012** Saidi AR, Bodaghi M, Atashipour SR. Levy-type solution for bendingstretching of thick functionally graded rectangular plates based on third-order shear deformation theory. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 2012;19(8):577-589.
- Thai et Kim, 2013** Thai HT, Kim SE. Closed-form solution for buckling analysis of thick functionally graded plates on elastic foundation. *International Journal of Mechanical Sciences* 2013;75:34-44.
- Yang et al, 2006** Yang J, Liew KM, Kitipornchai S. Imperfection sensitivity of the post-buckling behavior of higher-order shear deformable functionally graded plates. *International Journal of Solids and Structures* 2006;43(17):5247-5266
- Shen, 2007** Shen HS. Thermal postbuckling behavior of shear deformable FGM plates with temperature-dependent properties. *International Journal of Mechanical Sciences* 2007;49(4):466-478.
- Nguyen et Pham, 2013** Nguyen DD, Pham HC. Nonlinear postbuckling of symmetric S-FGM plates resting on elastic foundations using higher order shear deformation plate theory in thermal environments. *Composite Structures* 2013;100:566-574.
- Lo et al, 1977** Lo KH, Christensen RM, Wu EM. A high-order theory of plate deformationPart 1: Homogeneous plates. *Journal of Applied Mechanics* 1977;44(4):663-668.
- Reddy, 2011** Reddy JN. A general nonlinear third-order theory of functionally graded plates. *International Journal of Aerospace and Lightweight Structures* 2011;1(1):1-21.
- Swaminathan et Naveenkumar, 2014** Swaminathan K, Naveenkumar DT. Higher order refined computational models for the stability analysis of FGM plates – Analytical solutions. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 2014;47:349-361.
- Natarajan et Manickam, 2012** Natarajan S, Manickam G. Bending and vibration of functionally graded material sandwich plates using an accurate theory. *Finite Elements in Analysis and Design* 2012;57:32-42.
- Ali et al, 1999** Ali JSM, Bhaskar K, Varadan TK. A new theory for accurate thermal/mechanical flexural analysis of symmetric laminated plates. *Composite Structures* 1999;45(3):227-232

-
- Nguyen-Xuan et al, 2013** Nguyen-Xuan H, Thai CH, Nguyen-Thoi T. Isogeometric finite element analysis of composite sandwich plates using a higher order shear deformation theory. *Composites Part B: Engineering* 2013;55:558-574
- Levy, 1877** Levy M. Memoire sur la theorie des plaques elastiques planes. *Journal de Mathematiques Pures et Appliquees* 1877:219-306.
- Touratier, 1991** Touratier M. An efficient standard plate theory. *International Journal of Engineering Science* 1991;29(8):901-916.
- Zenkour, 2004a** Zenkour AM. Thermal effects on the bending response of fiber-reinforced viscoelastic composite plates using a sinusoidal shear deformation theory. *Acta Mechanica* 2004;171(3-4):171-187.
- Znkour, 2004b** Zenkour AM. Analytical solution for bending of cross-ply laminated plates under thermo-mechanical loading. *Composite Structures* 2004;65(3):367-379.
- Zenkour, 2005** Zenkour AM. A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: Part 1-Deflection and stresses. *International Journal of Solids and Structures* 2005;42(18-19):5224-5242.
- Zenkour, 2006** Zenkour AM. Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates. *Applied Mathematical Modelling* 2006;30(1):67-84.
- Zenkour, 2009** Zenkour AM. The refined sinusoidal theory for FGM plates on elastic foundations. *International Journal of Mechanical Sciences* 2009;51(11-12):869- 880.
- Zenkour et Sobhy, 2011** Zenkour AM, Sobhy M. Thermal buckling of functionally graded plates resting on elastic foundations using the trigonometric theory. *Journal of Thermal Stresses* 2011;34(11):1119-1138.
- Tha et al, 2014** Thai HT, Vo TP, Nguyen TK, Lee J. A nonlocal sinusoidal plate model for micro/nanoscale plates. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 2014;228(14):2652-2660.
- Zenkour, 2012** Zenkour AM. Exact relationships between classical and sinusoidal theories for FGM plates. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 2012;19(7):551-567
- Grover et al, 2013** Grover N, Maiti DK, Singh BN. A new inverse hyperbolic shear deformation theory for static and buckling analysis of laminated composite and sandwich plates. *Composite Structures* 2013;95:667-675.
- Mahi, 2014** Mahi A, Bedia EAA, Tounsi A. A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates. *Applied Mathematical*
-

-
- Modelling 2014;doi: 10.1016/j.apm.2014.10.045.
- Mantari et al, 2012a** Mantari JL, Oktem AS, Guedes Soares C. A new trigonometric shear deformation theory for isotropic, laminated composite and sandwich plates. *International Journal of Solids and Structures* 2012;49(1):43-53.
- Mantari et al, 2012b** Mantari JL, Oktem AS, Guedes Soares C. A new higher order shear deformation theory for sandwich and composite laminated plates. *Composites Part B: Engineering* 2012;43(3):1489-1499.
- Mantari et al, 2012c** Mantari JL, Oktem AS, Guedes Soares C. Bending response of functionally graded plates by using a new higher order shear deformation theory. *Composite Structures* 2012;94(2):714-723.
- Mantari et Guedes, 2013** Mantari JL, Guedes Soares C. Finite element formulation of a generalized higher order shear deformation theory for advanced composite plates. *Composite Structures* 2013;96:545-553.
- Mantari et al, 2014** Mantari JL, Bonilla EM, Guedes Soares C. A new tangential-exponential higher order shear deformation theory for advanced composite plates. *Composites Part B: Engineering* 2014;60:319-328.
- Nguyen et al, 2014** Nguyen VH, Nguyen TK, Thai HT, Vo TP. A new inverse trigonometric shear deformation theory for isotropic and functionally graded sandwich plates. *Composites Part B: Engineering* 2014;66:233-246
- Thai et al, 2014a** Thai CH, Ferreira AJM, Bordas SPA, Rabczuk T, Nguyen-Xuan H. Isogeometric analysis of laminated composite and sandwich plates using a new inverse trigonometric shear deformation theory. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 2014;43:89-108.
- Thai et al, 2014b** Thai CH, Kulasegaram S, Tran LV, Nguyen-Xuan H. Generalized shear deformation theory for functionally graded isotropic and sandwich plates based on 70 isogeometric approach. *Computers & Structures* 2014;141:94-112.
- Zenkour, 2007** Zenkour AM. Benchmark trigonometric and 3-D elasticity solutions for an exponentially graded thick rectangular plate. *Archive of Applied Mechanics* 2007;77(4):197-214.
- Mantari et Guedes, 2012** Mantari JL, Guedes Soares C. Generalized hybrid quasi-3D shear deformation theory for the static analysis of advanced composite plates. *Composite Structures* 2012;94(8):2561-2575.
- Mantari et Guedes, 2013** Mantari JL, Guedes Soares C. A novel higher-order shear deformation theory with stretching effect for functionally graded plates. *Composites Part B: Engineering* 2013;45(1):268-281.
- Mantari et al, 2012** Mantari, J.L., Oktem, A.S. and Guedes Soares, C. (2012), "A new trigonometric layerwise shear deformation theory for the finite
-

- element analysis of laminated composite and sandwich plates”, *Comput. Struct.*, 94-95, 45-53.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.12.003>.
- Senthilnathan et al, 1987** Senthilnathan NR, Chow ST, Lee KH, Lim SP. Buckling of shear-deformable plates. *AIAA Journal* 1987;25(9):1268-1271.
- Huffington, 1963** Huffington NJ. Response of elastic columns to axial pulse loading. *AIAA Journal* 1963;1(9):2099-2104.
- Krishna Murty, 1987** Krishna Murty AV. Flexure of composite plates. *Composite Structures* 1987;7(3):161-177.
- Thai et Kim, 2013** Thai HT, Kim SE. A simple higher-order shear deformation theory for bending and free vibration analysis of functionally graded plates. *Composite Structures* 2013;96:165-173
- Hamidi et aal, 2012** Hamidi A, Zidi M, Houari MSA, Tounsi A. A new four variable refined plate theory for bending response of functionally graded sandwich plates under thermomechanical loading. *Composites Part B: Engineering* 2012;doi: 10.1016/j.compositesb.2012.03.021.
- Shimpi, 2002** Shimpi RP. Refined plate theory and its variants. *AIAA Journal* 2002;40(1):137- 146.
- Thai et Kim, 2012** Thai HT, Kim SE. Analytical solution of a two variable refined plate theory for bending analysis of orthotropic Levy-type plates. *International Journal of Mechanical Sciences* 2012;54(1):269-276.
- Kim et al, 2009** Kim SE, Thai HT, Lee J. Buckling analysis of plates using the two variable refined plate theory. *Thin-Walled Structures* 2009;47(4):455-462.
- Abdelaziz, 2011** Abdelaziz HH, Atmane HA, Mechab I, Boumia L, Tounsi A, Abbas ABE. Static analysis of functionally graded sandwich plates using an efficient and simple refined theory. *Chinese Journal of Aeronautics* 2011;24(4):434-448.
- Rouzegar et Abad, 2015** Rouzegar J, Abad F. Free vibration analysis of FG plate with piezoelectric layers using four-variable refined plate theory. *Thin-Walled Structures* 2015;89:76- 83.
- Malekzadeh et Shojaee, 2013** Malekzadeh P, Shojaee M. Free vibration of nanoplates based on a nonlocal two-variable refined plate theory. *Composite Structures* 2013;95:443-452
- Thai, 2012** Thai HT. A nonlocal beam theory for bending, buckling, and vibration of nanobeams. *International Journal of Engineering Science* 2012;52:56-64.
- Thai et Uy, 2013** Thai HT, Uy B. Levy solution for buckling analysis of functionally graded plates based on a refined plate theory. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*

-
- 2013;227(12):2649- 2664.
- Thai et Choi, 2014** Thai HT, Choi DH. Improved refined plate theory accounting for effect of thickness stretching in functionally graded plates. *Composites Part B: Engineering* 2014;56:705-716.
- Shimpi, 2002** Shimpi RP. Refined plate theory and its variants. *AIAA Journal* 2002;40(1):137- 146.
- Mechab et al, 2013** Mechab I, Mechab B, Benaissa S. Static and dynamic analysis of functionally graded plates using four-variable refined plate theory by the new function. *Composites Part B: Engineering* 2013;45(1):748-757.
- El Meiche et al, 2011** El Meiche N, Tounsi A, Ziane N, Mechab I, Adda.Bedia EA. A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate. *International Journal of Mechanical Sciences* 2011;53(4):237-247.
- Tounsi et al, 2013** Tounsi A, Houari MSA, Benyoucef S, Adda Bedia EA. A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates. *Aerospace Science and Technology* 2013;24(1):209-220.
- Nguyen-Xuan et al, 2014** Nguyen-Xuan H, Tran LV, Thai CH, Kulasegaram S, Bordas SPA. Isogeometric analysis of functionally graded plates using a refined plate theory. *Composites Part B: Engineering* 2014;64:222-234.
- Thai et Choi, 2013** Thai HT, Choi DH. Efficient higher-order shear deformation theories for bending and free vibration analyses of functionally graded plates. *Archive of Applied Mechanics* 2013;83(12):1755-1771.
- Touratier, 1991** Touratier M. An efficient standard plate theory. *International Journal of Engineering Science* 1991;29(8):901-916.
- Soldatos, 1992** Soldatos KP. A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates. *Acta Mechanica* 1992;94(3):195-220.
- Karama et al, 2003** Karama M, Afaq KS, Mistou S. Mechanical behaviour of laminated composite 68beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity. *International Journal of Solids and Structures* 2003;40(6):1525-1546.
- Yaghoobi et Fereidoon, 2014** Yaghoobi H, Fereidoon A. Mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates resting on elastic foundations: An assessment of a simple refined nth-order shear deformation theory. *Composites Part B: Engineering* 2014;62:54-64.
- Xiang et al, 2011** Xiang S, Jin YX, Bi ZY, Jiang SX, Yang MS. A nth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded and composite sandwich plates. *Composite Structures* 2011;93(11):2826-2832.
-

-
- Thai et Choi, 2013a** Thai HT, Choi DH. A simple first-order shear deformation theory for the bending and free vibration analysis of functionally graded plates. *Composite Structures* 2013;101:332-340.
- Thai et Choi, 2013b** Thai HT, Choi DH. A simple first-order shear deformation theory for laminated composite plates. *Composite Structures* 2013;106:754-763.
- Yu et al, 2015** Yu TT, Yin S, Bui TQ, Hirose S. A simple FSDT-based isogeometric analysis for geometrically nonlinear analysis of functionally graded plates. *Finite Elements in Analysis and Design* 2015;96:1-10.
- Yin et al, 2014** Yin S, Hale JS, Yu T, Bui TQ, Bordas SPA. Isogeometric locking-free plate element: A simple first order shear deformation theory for functionally graded plates. *Composite Structures* 2014;118:121-138.
- Thai et al, 2014** Thai HT, Nguyen TK, Vo TP, Lee J. Analysis of functionally graded sandwich plates using a new first-order shear deformation theory. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 2014;45:211-225.
- Shimpi et al, 2010** Shimpi RP, Patel HG, Arya H. New first-order shear deformation plate theories. *Journal of Applied Mechanics* 2007;74(3):523-533.
- Thai et Kim, 2013** Thai HT, Kim SE. A simple quasi-3D sinusoidal shear deformation theory for functionally graded plates. *Composite Structures* 2013;99:172-180.
- Thai et al, 2014** Thai HT, Vo TP, Bui TQ, Nguyen TK. A quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for functionally graded plates. *Acta Mechanica* 2014;225(3):951-964.
- Mantari et Guedes, 2014** Mantari JL, Guedes Soares C. A trigonometric plate theory with 5-unknowns and stretching effect for advanced composite plates. *Composite Structures* 2014;107:396-405.
- Mantari et Granados, 2015** Mantari JL, Granados EV. Thermoelastic analysis of advanced sandwich plates based on a new quasi-3D hybrid type HSDT with 5 unknowns. *Composites Part B: Engineering* 2015;69:317-334.
- Mantari et al, 2014** Mantari JL, Granados EV, Hinostroza MA, Guedes Soares C. Modelling advanced composite plates resting on elastic foundation by using a quasi-3D hybrid type HSDT. *Composite Structures* 2014;118:455-471.
- Mantari et Soares, 2014** Mantari JL, Soares CG. A quasi-3D tangential shear deformation theory with four unknowns for functionally graded plates. *Acta Mechanica* 2014;doi: 10.1007/s00707-014-1192-3.
- Zenkour, 2013a** Zenkour AM. A simple four-unknown refined theory for bending analysis of functionally graded plates. *Applied Mathematical Modelling* 2013;37(20–21):9041-9051.
- Zenkour, 2013b** Zenkour AM. Bending analysis of functionally graded sandwich plates using a simple four-unknown shear and normal deformations theory.
-

-
- Journal of Sandwich Structures and Materials 2013;15(6):629-656.
- Zenkour, 2015** Zenkour AM. Thermal bending of layered composite plates resting on elastic foundations using four-unknown shear and normal deformations theory. Composite Structures 2015;122:260-270.
- Al Khateeb et Zenkour, 2014** Al Khateeb SA, Zenkour AM. A refined four-unknown plate theory for advanced plates resting on elastic foundations in hygrothermal environment. Composite Structures 2014;111:240-248.
- Murakami, 1986** Murakami H. Laminated composite plate theory with improved in-plane responses. Journal of Applied Mechanics 1986;53(3):661-666.
- Demasi, 2009a** Demasi L. Mixed plate theories based on the Generalized Unified Formulation. Part I: Governing equations. Composite Structures 2009;87(1):1-11.
- Demasi, 2009b** Demasi L. Mixed plate theories based on the Generalized Unified Formulation.:79Part II: Layerwise theories. Composite Structures 2009;87(1):12-22.
- Demasi, 2009c** Demasi L. Mixed plate theories based on the Generalized Unified Formulation.: 79Part II: Layerwise theories. Composite Structures 2009;87(1):12-22.
- Demasi, 2009d** Demasi L. Mixed plate theories based on the Generalized Unified Formulation. Part IV: Zig-zag theories. Composite Structures 2009;87(3):195-205.
- Wu et Li, 2010a** Wu CP, Li HY. An RMVT-based third-order shear deformation theory of multilayered functionally graded material plates. Composite Structures 2010;92(10):2591-2605.
- Wu et Li, 2010b** Wu CP, Li HY. The RMVT-and PVD-based finite layer methods for the three-dimensional analysis of multilayered composite and FGM plates. Composite Structures 2010;92(10):2476-2496.
- Wu et Chang, 2012** Wu CP, Chang YT. A unified formulation of RMVT-based finite cylindrical layer methods for sandwich circular hollow cylinders with an embedded FGM layer. Composites Part B: Engineering 2012;43(8):3318-3333.
- Wu et al, 2014** Wu CP, Fan TY, Li HY. Reissner's mixed variational theorem-based finite cylindrical layer methods for the three-dimensional free vibration analysis of sandwich circular hollow cylinders with an embedded functionally graded material layer. Journal of Vibration and Control 2014;20(8):1199-1223.
- Wu et al, 2014** Wu CP, Peng ST, Chen YC. RMVT-and PVD-based finite cylindrical layer methods for the three-dimensional buckling analysis of multilayered FGM
-

- cylinders under axial compression. *Applied Mathematical Modelling* 2014;38(1):233-252.
- Wu et al, 2011** Wu CP, Chiu KH, Wang YM. RMVT-based meshless collocation and element-free Galerkin methods for the quasi-3D analysis of multilayered composite and FGM plates. *Composite Structures* 2011;93(2):923-943.
- Wang et al, 2010** Wang YM, Chen SM, Wu CP. A meshless collocation method based on the differential reproducing kernel interpolation. *Computational Mechanics* 2010;45(6):585-606.
- Mian et Spencer, 1998** Mian MA, Spencer A. Exact solutions for functionally graded and laminated elastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 1998;46(12):2283-2295.
- Ootao et Tanigawa, 1999** Ootao Y, Tanigawa Y. Three-dimensional transient thermal stresses of functionally graded rectangular plate due to partial heating. *Journal of Thermal Stresses* 1999;22(1):35-55.
- Cheng et Batra, 2000** Cheng ZQ, Batra RC. Three-dimensional thermoelastic deformations of a functionally graded elliptic plate. *Composites Part B: Engineering* 2000;31(2):97-106.
- Reddy et Cheng, 2001** Reddy JN, Cheng ZQ. Three-dimensional thermomechanical deformations of functionally graded rectangular plates. *European Journal of Mechanics-A/Solids* 2001;20(5):841-855.
- Vel et Batra, 2002** Vel SS, Batra RC. Exact solution for thermoelastic deformations of functionally graded thick rectangular plates. *AIAA Journal* 2002;40(7):1421-1433.
- Vel et Batra, 2003** Vel SS, Batra RC. Three-dimensional analysis of transient thermal stresses in functionally graded plates. *International Journal of Solids and Structures* 2003;40(25):7181-7196.
- Alibeigloo, 2010** Alibeigloo A. Exact solution for thermo-elastic response of functionally graded rectangular plates. *Composite Structures* 2010;92(1):113-121.
- Kashtalyan, 2004** Kashtalyan M. Three-dimensional elasticity solution for bending of functionally graded rectangular plates. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 2004;23(5):853-864.
- Zenkour, 2007** Zenkour AM. Benchmark trigonometric and 3-D elasticity solutions for an exponentially graded thick rectangular plate. *Archive of Applied Mechanics* 2007;77(4):197-214.
- Zhong et Shang, 2008** Zhong Z, Shang E. Closed-form solutions of three-dimensional functionally graded plates. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 2008;15(5):355-363.
- Zhang H, Jiang J, Zhang Z. Three-dimensional elasticity solutions for

-
- Zhang et al, 2014** bending of generally supported thick functionally graded plates. *Applied Mathematics and Mechanics* 2014;35:1467-1478.
- Xu et Zhou, 2009** Xu Y, Zhou D. Three-dimensional elasticity solution of functionally graded rectangular plates with variable thickness. *Composite Structures* 2009;91(1):56-65.
- Woodward et Kashtalyan, 2011** Woodward B, Kashtalyan M. 3D elasticity analysis of sandwich panels with graded core under distributed and concentrated loadings. *International Journal of Mechanical Sciences* 2011;53(10):872-885.
- Kashtalyan et Menshykova, 2009** Kashtalyan M, Menshykova M. Three-dimensional elasticity solution for sandwich panels with a functionally graded core. *Composite Structures* 2009;87(1):36-43.
- Abali et al, 2014** Abali BE, Völlmecke C, Woodward B, Kashtalyan M, Guz I, Müller WH. Three-dimensional elastic deformation of functionally graded isotropic plates under point loading. *Composite Structures* 2014;118:367-376.
- Na et Kim, 2004** Na KS, Kim JH. Three-dimensional thermal buckling analysis of functionally graded materials. *Composites Part B: Engineering* 2004;35(5):429-437.
- Na et Kim, 2006a** Na KS, Kim JH. Three-dimensional thermomechanical buckling analysis for functionally graded composite plates. *Composite Structures* 2006;73(4):413-422.
- Na et Kim, 2005** Na KS, Kim JH. Three-dimensional thermomechanical buckling of functionally graded materials. *AIAA Journal* 2005;43(7):1605-1612.
- Na et Kim, 2006b** Na KS, Kim JH. Thermal postbuckling investigations of functionally graded plates using 3-D finite element method. *Finite Elements in Analysis and Design* 2006;42(8-9):749-756.
- Na et Kim, 2006c** Na KS, Kim JH. Nonlinear bending response of functionally graded plates under thermal loads. *Journal of Thermal Stresses* 2006;29(3):245-261.
- Asemi et al, 2014** Asemi K, Salehi M, Akhlaghi M. Post-buckling analysis of FGM annular sector plates based on three dimensional elasticity graded finite elements. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 2014;67:164-177.
- Carrera, 1995** Carrera E. A class of two-dimensional theories for anisotropic multilayered plates analysis. *Atti della accademia delle scienze di Torino. Classe di scienze fisiche matematiche e naturali* 1995;19:1-39.
- Carrera et al, 2011** Carrera E, Giunta G, Petrolo M. *Beam structures: classical and advanced theories*: John Wiley & Sons; 2011.
- Carrera et al, 2008** Carrera E, Brischetto S, Robaldo A. Variable kinematic model for the analysis of functionally graded material plates. *AIAA Journal*
-

-
- 2008;46(1):194-203.
- Brischetto et al, 2008** Brischetto S, Leetsch R, Carrera E, Wallmersperger T, Kröplin B. Thermo-mechanical bending of functionally graded plates. *Journal of Thermal Stresses* 2008;31(3):286-308.
- Cinefra et al, 2010** Cinefra M, Carrera E, Brischetto S, Belouettar S. Thermo-mechanical analysis of functionally graded shells. *Journal of Thermal Stresses* 2010;33(10):942-963.
- Cinefra et Soave, 2011** Cinefra M, Soave M. Accurate vibration analysis of multilayered plates made of functionally graded materials. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 2011;18(1):3-13.
- Brischetto et Carrera, 2010** Brischetto S, Carrera E. Advanced mixed theories for bending analysis of functionally graded plates. *Computers & Structures* 2010;88(23):1474-1483.
- Brischetto, 2009** Brischetto S. Classical and mixed advanced models for sandwich plates embedding functionally graded cores. *Journal of Mechanics of Materials and Structures* 2009;4(1):13-33.
- Carrera et al, 2008** Carrera E, Brischetto S, Robaldo A. Variable kinematic model for the analysis of functionally graded material plates. *AIAA Journal* 2008;46(1):194-203.
- Brischetto et Carrera, 2010** Brischetto S, Carrera E. Advanced mixed theories for bending analysis of functionally graded plates. *Computers & Structures* 2010;88(23):1474-1483.
- Carrera et al, 2010** Carrera E, Brischetto S, Cinefra M, Soave M. Refined and advanced models for multilayered plates and shells embedding functionally graded material layers. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 2010;17(8):603-621
- Carrera et al, 2011** Carrera E, Brischetto S, Cinefra M, Soave M. Effects of thickness stretching in functionally graded plates and shells. *Composites Part B: Engineering* 2011;42(2):123-133.
- Neves et al, 2012a** Neves AMA, Ferreira AJM, Carrera E, Cinefra M, Roque CMC, Jorge RMN, et al. A quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates. *Composite Structures* 2012;94(5):1814-1825.
- Neves et al, 2012b** Neves AMA, Ferreira AJM, Carrera E, Roque CMC, Cinefra M, Jorge RMN, et al. A quasi-3D sinusoidal shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates. *Composites Part B: Engineering* 2012;43(2):711-725.
-

- Neves et al, 2013** Neves AMA, Ferreira AJM, Carrera E, Cinefra M, Roque CMC, Jorge RMN, et al. Static, free vibration and buckling analysis of isotropic and sandwich functionally graded plates using a quasi-3D higher-order shear deformation theory and a meshless technique. *Composites Part B: Engineering* 2013;44(1):657-674.

Chapitre IV : Analyse du Comportement hygrothermique et flambement mécanique des Plaques Sandwichent en FGM

- Wang et al.2010** Wang, B., Wu, L., Jin, X., Du, S., Sun, Y., & Ma, L. (2010). "Experimental investigation of 3D sandwich structure with core reinforced by composite columns", *Materials & Design.*, 31(1), 158–165. doi:10.1016/j.matdes.2009.06.039.
- Liu et Jeffers 2017** Liu, N., & Jeffers, A. E. (2017). "Isogeometric analysis of laminated composite and functionally graded sandwich plates based on a layerwise displacement theory", *Composite Structures.*, 176, 143–153. doi:10.1016/j.compstruct.2017.05.037.
- Radwan 2017** Radwan, A.F. (2017), "Effects of non-linear hygrothermal conditions on the buckling of FG sandwich plates resting on elastic foundations using a hyperbolic shear deformation theory", *Journal of Sandwich Structures and Materials.*,21(1), 289-319. DOI: 10.1177/1099636217693557.
- Ebrahimi et Barati 2017a** Ebrahimi, F., & Barati, M. R. (2017a). "Buckling analysis of nonlocal strain gradient axially functionally graded nanobeams resting on variable elastic medium", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science.*, 232(11), 2067–2078. doi: 10.1177 /0954406217713518.
- Akbas 2019b** Akbas, S.D., (2019b). "Hygro-thermal post-buckling analysis of a functionally graded beam", *Coupled Systems Mechanics.*, 8(5), 459-471.https://doi.org/10.12989/csm.2019.8.5.459.
- Zouatnia et al.2019** Zouatnia, N., Hadji, L., (2019), "Effect of the micromechanical models on the bending of FGM beam using a new hyperbolic shear deformation theory", *Earthquakes and Structures*, 16(2), 177-183.
https://doi.org/10.12989/eas.2019.16.2.177.

Chapitre V : Résultats et Discussions du Comportement des Plaques Sandwiches en FGM

- Akhavan et al. 2009** Akhavan, H., Hashemi, S. H., Taher, H. R. D., Alibeigloo, A., & Vahabi, S. (2009). "Exact solutions for rectangular Mindlin plates under in-plane loads resting on Pasternak elastic foundation. Part II: Frequency analysis",

Computational Materials Science., 44(3), 951

- Thai et Kim 2013** Thai, H.-T., & Kim, S.-E.(2013). “Closed-form solution for buckling analysis of thick functionally graded plates on elastic foundation”, *International Journal of Mechanical Sciences.*, 75, 34-44. doi:10.1016/j.ijmecsci.2013.06.007.
- Yaghoobi et Fereidoon 2014** Yaghoobi, H., &Fereidoon, A. (2014). “Mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates resting on elastic foundations: An assessment of a simple refined nth-order shear deformation theory”, *Composites Part B: Engineering.* 62, 54-64. doi:10.1016/j.compositesb.2014.02.014.
- Radwan, 2017** Radwan, A.F. (2017), “Effects of non-linear hygrothermal conditions on the buckling of FG sandwich plates resting on elastic foundations using a hyperbolic shear deformation theory“, *journal of Sandwich Structures and Materials.*,21(1), 289-319. DOI: 10.1177/1099636217693557.
- Zenkour et Sobhy 2011** Zenkour, A. M., &Sobhy, M. (2011). “Thermal Buckling of Functionally Graded Plates Resting On Elastic Foundations Using the Trigonometric Theory”, *Journal of Thermal Stresses.*,34(11), 1119–1138. doi:10.1080/01495739.2011.606017.