

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Djillali Liabes de Sidi Belabbes

Faculté des sciences de l'Ingénieur

Département de Génie Civil



THÈSE

Présentée pour l'obtention du Diplôme de Doctorat

Spécialité Génie Civil

Option Structures & Matériaux

Par : Mostafa MERZOUG

Intitulée

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DES STRUCTURES COMPOSITES SOUS CHARGEMENT THERMOMECHANIQUE

-COMPARAISON ENTRE LES STRUCTURES EPAISSE ET MINCE-

Soutenue publiquement Le.....devant le jury composé de :

TOUNSI Abdelouahed	Pr	U.D.L – SBA	Président du jury
BOURADA Mohamed	MCA	U.D.L – SBA	Directeur de thèse
BOUSAHLA Abdelmoumen Anis	MCA	U.D.L – SBA	Co-directeur de thèse
HAMIDI Ahmed	MCA	U.BECHAR	Examinateur
BELABED Zakaria	MCA	CU de NAAMA	Examinateur
ATTIA Amina	MCA	CU de AIN	Examinatrice
		TEMOUCHENT	

Année universitaire 2020/2021

REMERCIEMENTS

Ce travail de thèse a été réalisé au Laboratoire des Matériaux et Hydrologie (LMH) à l'université de Djillali Liabès de Sidi Bel Abbés.

Je remercie profondément mon encadreur monsieur BOURADA Mohammed qui a me diriger tout au long de cette thèse avec patience, rigueur, enthousiasme et bonne humeur. Sans lui, la rédaction de cet mémoire n'aurait pas été réalisé. Sa patience et ses approches toujours à la fois scientifique et pratique ainsi que ses qualités humaines m'ont énormément appris.

Je voudrais remercier tous les membres du Laboratoire matériaux et hydrologie (LMH) de l'université Djilali Liabess de Sidi Belabess avec qui j'ai passé d'agréables moments.

A toute ma famille et à tous mes collègues, je dirai merci pour les encouragements et le soutien dont ils n'ont cessé de me donner.

Résumé

Cet article s'intéresse à la flexion thermoélastique des poutres FG reposant sur des fondations élastiques à deux couches. L'une de ces couches est constituée de ressorts Winkler à module variable tandis que l'autre est considérée comme une couche de cisaillement à module constant. Les poutres sont considérées simplement supportées et soumises à des sollicitations thermomécaniques. Les propriétés des matériaux dépendant de la température sont prises en compte pour les poutres FG, qui sont supposées être graduées en continu sur toute l'épaisseur du panneau. Les théories utilisées contiennent des termes intégraux indéterminés qui conduisent à une réduction des fonctions inconnues. Plusieurs modèles micromécaniques sont utilisés pour estimer les propriétés effectives du matériau FG biphasé en fonction de la fraction volumique des particules compte tenu des effets thermiques. Des solutions analytiques pour l'analyse de flexion thermomécanique sont obtenues à partir de la méthode de Navier qui satisfait les conditions aux limites. Enfin, les résultats numériques sont fournis pour révéler l'effet des modèles micromécaniques explicites, des paramètres géométriques, de la distribution de température et des paramètres de fondation élastique sur la réponse thermoélastique des poutres FG.

Mots clés : poutres FG; Théorie 2D; théorie quasi 3D; formes intégrales indéterminées; fondation élastique variable; thermoélastique ; modèles micromécaniques ;. matériau dépendant de la température .

Abstract:

This paper is concerned with the thermoelastic bending of FG beams resting on two-layer elastic foundations. One of these layers is Winkler springs with a variable modulus while the other is considered as a shear layer with a constant modulus. The beams are considered simply supported and subjected to thermo-mechanical loading. Temperature-dependent material properties are considered for the FG beams, which are assumed to be graded continuously across the panel thickness. The used theories contain undetermined integral terms which lead to a reduction of unknowns functions. Several micromechanical models are used to estimate the effective two-phase FG material properties as a function of the particles' volume fraction considering thermal effects. Analytical solutions for the thermo-mechanical bending analysis are obtained based on Navier's method that satisfies the boundary conditions. Finally, the numerical results are provided to reveal the effect of explicit micromechanical models, geometric parameters, temperature distribution and elastic foundation parameters on the thermoelastic response of FG beams.

Keywords: FG beams; 2D theory; quasi 3D theory; undetermined integral forms; variable elastic foundation; thermoelastic; micromechanical models;. temperature-dependent material.

ملخص.

هذه الورقة تعنى باللدائن الحرارية المعرضة للانحناء والمكونة من الروافد المتدرجة وظيفيا المستندة على أسس مرنة من طبقتين. إحدى هذه الطبقات هي نوابض وينكلر ذات معامل متغير بينما تعتبر الطبقة الأخرى طبقة قص ذات معامل ثابت. تعتبر الحزم مدعومة ببساطة وتخضع للتحميل الحراري الميكانيكي. يتم أخذ خصائص المواد التي تعتمد على درجة الحرارة في الاعتبار بالنسبة لحزم المتدرجة وظيفيا ، والتي يُفترض أنها متدرجة باستمرار عبر سماكة اللوحة. تحتوي النظريات المستخدمة على مصطلحات متكاملة غير محددة تؤدي إلى تقليل الوظائف المجهولة. يتم استخدام العديد من النماذج الميكانيكية الدقيقة لتقدير خصائص المادة المتدرجة وظيفيا الفعالة على مرحلتين كدالة لجزء حجم الحسيمات مع مراعاة التأثيرات الحرارية. يتم الحصول على الحلول التحليلية لتحليل الانحناء الميكانيكي الحراري على أساس طريقة نافسي التي تفي بشروط الحدود. أخيرًا ، تم تقديم النتائج العددية للكشف عن تأثير النماذج الميكانيكية الدقيقة الصريحة والمعلومات الهندسية وتوزيع درجات الحرارة ومعايير الأساس المرنة على استجابة اللدائن الحرارية لحزم المتدرجة وظيفيا.

الكلمات المفتاحية : روافد المتدرجة وظيفيا ؛ نظرية ثنائية الأبعاد شبه نظرية ثلاثية الأبعاد ؛ أشكال متكاملة غير محددة

؛ أساس مرن متغير لدنة بالحرارة . نماذج ميكروميكانيكية . مادة تعتمد على درجة الحرارة .

Sommaire

Résumé.....	i
Abstract	Erreur ! Signet non défini.
ملخص.....	Erreur ! Signet non défini.
Liste des figures	vii
Liste des tableaux	x
Introduction générale.....	2
I.1. Introduction.....	4
I.1.1 Définition	4
I.1.2 Caractéristiques générales.....	4
I.2 Classification des matériaux composites	6
I.2.1 Classification suivant la forme des constituants	6
I.2.1.1 Composites à fibres.....	6
I.2.1.2 Composites à particules	7
I.2.2 Classification suivant la nature des constituants.....	8
I.3 Pourquoi des matériaux composites ?.....	9
I.3.1 Caractéristiques mécaniques spécifiques	9
I.3.2 Caractéristiques mécaniques des matériaux.....	Erreur ! Signet non défini.
I.3.3 Les matériaux composites type FGM	Erreur ! Signet non défini.
II.1. Introduction	15
II 2-La Définition et le concept d'un matériau à gradient de propriétés.....	15
II.3. Histoire du développement architectural du concept FGM	18
II.3.1. pour des utilisations structurales (intégration du caractère réfractaire et de la dureté) .	19
II.3.2. Pour des utilisations fonctionnelles (la conversion directe de l'énergie thermique en énergie électrique) :	20
II.3.2.1. La conception et le traitement de composants gradués par TIC et TEC	23
II.4. Nouveaux procédés pour le traitement des FGM	29
II.4.1. Processus de formation et de consolidation des FGM.....	31
II.4.2. Densification des poudres compactes pour FGM.....	34
II.5 L'intérêt d'utilisation des FGM	36
II.6 Méthodes d'élaboration des FGM	36
II.6.1 Coulage en Bande (Tape Casting ou Doctor-Blade)	37
II.6.2 Coulage Séquentiel en Barbotine (Slip Casting)	38
II.6.3 Compaction Sèche des Poudres	39
II.6.4 Dépôt par Electrophorèse	39
II.6.5 Projection Plasma	39
II.6.6 C. V. D. et P. V. D.....	41
II.6.7 Frittage et Infiltration.....	41
II.6.8 Frittage Laser Différentiel	42

II.6.9 Implantation Ionique (Sputtering)	41
II.6.10 Dépôt par Centrifugation	41
II.7 Propriétés physiques et mécaniques des FGM	43
II.7.1 Propriétés physiques de l'aluminium.....	43
II.7.2 Propriétés physiques de la céramique.....	44
II.8 Propriétés matérielles effectives d'un matériau FGM.....	45
II.9. revue sur les différentes lois qui régissent la variation des propriétés matérielles suivant l'épaisseur d'une plaque FGM	45
II.9.1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM.....	45
II.9.2 Propriétés matérielles de la plaque S-FGM.....	47
II.9.3 Propriétés matérielles de la plaque E-FGM.....	48
II.10. Conclusion	49
III.1. Introduction	51
III.2. Les Différents Modèles des structures composites dans l'élasticité bidimensionnelles .	51
III.2.1. Approche monocouche équivalente	51
III.2.1.1. Les modèles classiques Love-Kirchhoff (théorie classique des plaque stratifiées CLPT)	52
III.2.1.2. Les modèles Reissner-Mindlin (théorie de déformation en cisaillement du premier ordre FSDT)	53
III.2.1.3. Les modèles d'ordre supérieur.....	54
III.2.2. Approche par couche.....	55
III.2.2.1. Les modèles zig-zag	56
III.2.2.2. Les modèles couches discrètes	62
III.3. Conclusion.....	60
IV.1. introduction	66
IV.2. Propriétés efficaces des MGF	64
IV.2.1 Matériaux dépendant de la température	64
IV.2.2.3 Modèle Tamura	65
IV.2.2.4 Description par un élément de volume représentatif (LRVE)	65
IV.2.2.5 Modèle Mori-Tanaka	66
IV.3. Développements théoriques	67
IV.3.1 Cinématique	67
IV.3.2 Relations constitutives	68
IV.3.3 Équations de mouvement	69
IV.3.4 Champ de température	71
IV.4. Solution exacte pour une plaque FG simplement prise en charge	72
V.1. introduction	75
V.2 Résultats numériques et discussion	75
V.3. Conclusion.....	80
Conclusion générale	82

Références bibliographiques 90

Liste des figures

Figure I.1 : Matériau composite. [2]	5
Figure I.2 : Poutre chargés en traction[2].....	9
Figure I.3 : Poutre chargés en flexion trois points[2].....	Erreur ! Signet non défini.
Figure II.1 : un type d'un matériau FGM en céramique et métal	17
Figure. II.2 :Un FGM avec les fractions de volume de phases constitutives graduées dans la direction verticale. [9].	18
Figure. II.3 : Implant dentaire en FGM (Ti/20HAP). Aspect externe (gauche) et section transversale (droite). [15]	19
Figure. II.4 : Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels [24]	20
Figure. II.5 : résultats importants du programme de recherche de 1987-1991 sur « étude fondamentale de la relaxation des contraintes thermiques pour les matériaux à hautes températures en utilisant des structures graduées »	22
Figure. II.6 : Un schéma illustrant le système de conversion direct hybride d'énergie [28]....	24
Figure. II.7 :(a) Un schéma de l'alignement gradué des fibres de carbone dans un réservoir à chaleur, (b) un réservoir à chaleur graduée de C/C [28].	25
Figure. II.8 : changements microstructuraux de l'émetteur gradué en TiC/Mo W/Re [28].	26
Figure. II.9 : Puissance maximum efficace en fonction de la différence de la température pour un FGM trois-couches [28].	27
Figure. II.10: Photo des électrodes symétriques graduées de MoSi ₂ /Al ₂ O ₃ /Ni/Al ₂ O ₃ /MoSi ₂ fabriquées à l'université d'Osaka pour un dispositif de SiGe [28].	28
Figure. II.11 : schématisation d'un matériau très radiatif composé d'une matrice AlN contenant une dispersion graduelle des particules fines W [28].....	29
Figure II.12: La relation entre la conduction thermique et l'émissivité [28].	30
Figure. II.13 : Processus de traitement des Poudre pour les FGM [30].	31
Figure. II.14 : Procédé électro phorétique de dépôt pour des matériaux de FGM [29].	33
Figure.II.15 : Profil en FGM mesuré et prévu d'un disque (Al ₂ O ₃ /ZrO ₂) [29]	34

Figure.II.15 : Panorama général et quelques micrographes détaillés des endroits spécifiques dans un disque en FGM. [29].	35
Figure.II.16: (a) schémas du FGM ; (b) fissure typique observée dans Al ₂ O ₃ / ZrO ₂ [29].	35
Figure. II.17 : Principe de la méthode coulage en bande	39
Figure II.18 : Disposition du procédé frittage laser différentiel	42
Figure II.19 : Schéma du procédé dépôt par centrifugation [26].	43
Figure.II.20 : Modèles analytiques pour une couche en FGM.	46
Figure II.21 : Les dimensions de la plaque FGM.	47
Figure II.22 : La variation du module de Young dans une plaque P-FGM.	48
Figure III. 23 : La variation du module de Young dans une plaque S-FGM.	49
Figure II. 24 : La variation du module de Young de la plaque E-FGM.	50
Figure. III. 1 : Cinématique de Love-Kirchhoff.	54
Figure. III.2 : Cinématique de Reissner-Mindlin.	55
Figure. III.3: Variation de la fonction de gauchissement $f(x_3) = x_3$ et $f'(x_3)$ suivant l'épaisseur.	56
Figure .III.4 : Cinématique de la théorie d'ordre supérieur.	57
Figure. III.5 : Champs de déplacements des modèles couches discrètes, approche cinématique. [20]	60
Figure. III.6 : Champs de déplacements des modèles zig-zag, approche cinématique. [10]	60
Figure. III.7 : Champs de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre. [10]	61
Figure. III.8 : Champs de déplacements des modèles zig-zag d'ordre supérieur. [10]	62
Figure IV.1 :	Erreur ! Signet non défini.
Figure IV.2 :	Erreur ! Signet non défini.
Figure.IV.3 :	Erreur ! Signet non défini.
Figure.IV.4 :	Erreur ! Signet non défini.
Figure.IV.5 :	Erreur ! Signet non défini.

Liste des tableaux

Tableau I.1 :	79
Tableau I.2 :	Erreur ! Signet non défini.
Tableau IV.3 :	Erreur ! Signet non défini.
Tableau IV.4 :	Erreur ! Signet non défini.
Tableau IV.5 :	Erreur ! Signet non défini.

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Un matériau composite est une combinaison de deux matériaux distincts que l'on appelle généralement la matrice et le renfort. Les propriétés physiques d'un matériau composite sont complètement différentes de celles de leurs composantes. La matrice a généralement pour rôle mécanique de fournir une certaine cohésion entre les différents éléments de renfort, elle joue le rôle de « ciment » en assurant un minimum d'homogénéité à l'ensemble. Mais l'optimisation locale des propriétés de ce mélange est indispensable.

Les matériaux composites sont de plus en plus utilisés comme alternative aux matériaux conventionnels, principalement en raison de leur haute résistance et rigidité spécifique, mais aussi à cause de leurs propriétés mécaniques ajustables dans des grandes proportions. Pour ces raisons, les experts avaient prévu depuis les années 1970 une généralisation rapide de leur emploi par des remplacements principaux des matériaux métalliques traditionnels. Ainsi on utilise le plus souvent ces matériaux composites dans les domaines de l'aérospatial, et du naval. Du fait que les matériaux métalliques conventionnels ont commencé à montrer leurs limites face à une conception de pièces et de machines, puisque leur tenue aux contraintes thermiques est très limitée

L'utilisation de ces matériaux composites dans un environnement inchangé (les sollicitations extérieures demeurent les mêmes qu'auparavant) nécessite une meilleure connaissance possible de leur comportement thermomécanique. Où ce comportement est un paramètre important dont il faut tenir compte lors de la conception des structures.

Il est donc essentiel de disposer de moyens de calcul, les plus efficaces et précis possible, qui respectent les lois de la physique, afin d'étudier l'influence du chargement thermique sur le comportement mécanique des structures en matériaux à gradient de propriétés et en déduire l'évolution des déplacements, des déformations et les contraintes normales et tangentielles thermoélastiques liées à un chargement thermique donné en chaque point de la structure, voire même l'influence de la superposition des chargements thermiques et mécaniques (BOURADA M et al 2013).

CHAPITRE I

GENERALITE SUR LES MATERIAUX COMPOSITES

I.1. Introduction

I.1.1 Définition

Dans un sens large, le mot “composite” signifie “constitué de deux ou plusieurs parties différentes”. En fait, l'appellation matériau composite ou composite est utilisée dans un sens beaucoup plus restrictif, qui sera précisé tout au long de ce chapitre. Nous en donnons pour l'instant la définition générale suivante. Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément. Des exemples de matériaux composites pris au sens large sont donnés au tableau I.1.

I.1.2 Caractéristiques générales

Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la matrice. La phase discontinue est appelée le renfort ou matériau renforçant (figure I.1). Une exception importante à la description précédente est le cas de polymères modifiés par des élastomères, pour lesquels une matrice polymère rigide est chargée avec des particules élastomères. Pour ce type de matériau, les caractéristiques statiques du polymère (module d'Young, contrainte à la rupture, etc.) ne sont pratiquement pas modifiées par l'adjonction de particules élastomères, alors que les caractéristiques au choc sont améliorées.

Les propriétés des matériaux composites résultent :

- des propriétés des matériaux constituants,
- de leur distribution géométrique,
- de leurs interactions, etc.

TABLEAU 1.1. Exemples de matériaux composites, pris au sens large.

Type de composite	Constituants	Domaines d'application
1. <i>Composites à matrice organique</i>		
Papier, carton	Résine/charges/fibres cellulose-siques	Imprimerie, emballage, etc.
Panneaux de particules	Résine/copeaux de bois	Menuiserie
Panneaux de fibres	Résine/fibres de bois	Bâtiment
Toiles enduites	Résines souples/tissus	Sports, bâtiment
Matériaux d'étanchéité	Elastomères/bitume/textiles	Toiture, terrasse, etc.
Pneumatiques	Caoutchouc/toile/acier	Automobile
Stratifiés	Résine/charges/fibres de verre, de carbone, etc.	Domaines multiples
Plastiques renforcés	Résines/microsphères	
2. <i>Composites à matrice minérale</i>		
Béton	Ciment/sable/granulats	Génie civil
Composite carbone-carbone	Carbone/fibres de carbone	Aviation, espace, sports, bio-médecine, etc.
Composite céramique	Céramique/fibres céramiques	Pièces thermo-mécaniques
3. <i>Composites à matrice métallique</i>		
	Aluminium/fibres de bore	Espace
	Aluminium/fibres de carbone	
4. <i>Sandwiches</i>		
{ Peaux	Métaux, stratifiés, etc.	Domaines multiples
{ Ames	Mousses, nids d'abeilles, balsa, plastiques renforcés, etc.	

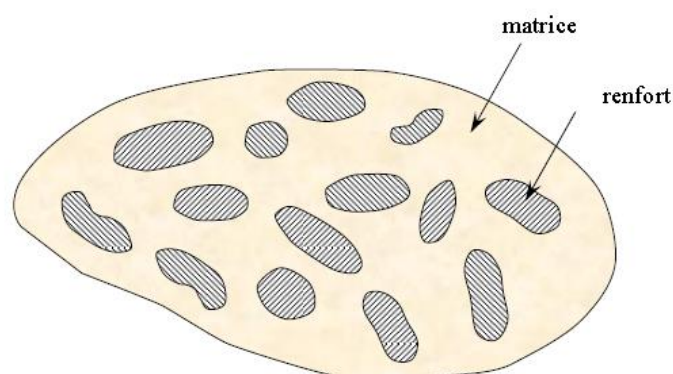


FIGURE 1.1. Matériau composite.

spécifier :

-la nature des constituants et leurs propriétés,

- la géométrie du renfort, sa distribution,
- la nature de l'interface matrice-renfort.

La géométrie du renfort sera caractérisée par : sa forme, sa taille, la concentration du renfort, sa disposition (son orientation), etc. Si l'ensemble de ces paramètres concourt à déterminer les propriétés du composite, les modélisations descriptives ne tiendront compte que de certains paramètres, du fait de la complexité des phénomènes mis en jeu. Par exemple, la forme du renfort sera schématiquement approchée soit par des sphères, soit par des cylindres.

La concentration du renfort est habituellement mesurée par la fraction volumique (fraction en volume) ou par la fraction massique (fraction en masse). La concentration du renfort est un paramètre déterminant des propriétés du matériau composite.

Pour une concentration donnée, la distribution du renfort dans le volume du composite est également un paramètre important. Une distribution uniforme assurera une "homogénéité" du matériau : les propriétés du composite seront indépendantes du point de mesure. Dans le cas d'une distribution non uniforme du renfort, la rupture du matériau sera initiée dans les zones pauvres en renfort, diminuant ainsi la résistance du composite.

Dans le cas de matériaux composites dont le renfort est constitué de fibres, l'orientation des fibres détermine l'anisotropie du matériau composite. Cet aspect constitue une des caractéristiques fondamentales des composites : la possibilité de contrôler l'anisotropie du produit fini par une conception et une fabrication adaptées aux propriétés souhaitées.

I.2 CLASSIFICATION DES MATÉRIAUX COMPOSITES

Les composites peuvent être classés suivant la forme des composants ou suivant la nature des composants.

I.2.1 Classification suivant la forme des constituants

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres.

I.2.1.1 Composites à fibres

Un matériau composite est un composite à fibres si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes, etc. L'arrangement des fibres, leur orientation

permettent de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan.

Le concepteur possède donc là un type de matériau dont il peut modifier et moduler à volonté les comportements mécanique et physique en jouant sur :

-la nature des constituants,

-la proportion des constituants,

-l'orientation des fibres,

suivant le cahier des charges imposées.

L'importance des matériaux composites à fibres justifie une étude exhaustive de leurs comportements mécaniques. En conséquence, le présent ouvrage sera essentiellement consacré par la suite à l'étude de ce type de matériaux.

1.2.1.2 Composites à particules

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée.

Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait, etc. Dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques.

Le choix de l'association matrice-particules dépend des propriétés souhaitées.

Par exemple, des inclusions de plomb dans des alliages de cuivre augmenteront leur facilité d'usinage. Des particules de métaux fragiles tels le tungstène, le chrome et le molybdène, incorporées dans des métaux ductiles, augmenteront leurs propriétés à températures élevées, tout en conservant le caractère ductile à température ambiante.

Les cermets sont également des exemples de composites métal-céramique à particules, adaptés à des utilisations à températures élevées. Par exemple, les cermets à base d'oxydes sont utilisés pour les outils de coupe à vitesse élevée, et pour les protections à hautes températures.

Également, des particules d'élastomère peuvent être incorporées dans des matrices polymères fragiles, de manière à améliorer leurs propriétés à la rupture et au choc, par diminution de la sensibilité à la fissuration.

Ainsi, les composites à particules recouvrent un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse. Toutefois, compte tenu de leurs diversités, ce type de matériaux ne sera pas étudié dans le cadre de cet ouvrage.

I.2.2 Classification suivant la nature des constituants

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale.

Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'associations ont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites, nous pouvons citer :

1. Composites à matrice organique (résine, charges), avec :

- des fibres minérales : verre, carbone, etc.
- des fibres organiques : Kevlar, polyamides, etc.
- des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

2. Composites à matrice métallique (alliages légers et ultra-légers d'aluminium, de magnésium, de titane), avec :

- des fibres minérales : carbone, carbure de silicium (SiC),
- des fibres métalliques : bore,
- des fibres métallo-minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium (BorSiC).

3. Composites à matrice minérale (céramique), avec :

- des fibres métalliques : bore,
- des particules métalliques : cermets,
- des particules minérales : carbures, nitrures, etc.

Les matériaux composites à matrice organique ne peuvent être utilisés que dans le domaine des températures ne dépassant pas 200 à 300 °C, alors que les matériaux composites à matrices métallique ou minérale sont utilisés au-delà : jusqu'à 600 °C pour une matrice métallique, jusqu'à 1000 °C pour une matrice céramique.

I.3 POURQUOI DES MATÉRIAUX COMPOSITES ?

Nous avons indiqué l'aptitude des matériaux composites à être conçus à la carte. D'autres raisons justifient leur développement, et nous en donnons ici quelques éléments.

I.3.1 Caractéristiques mécaniques spécifiques

Considérons une poutre chargée en traction par une charge F (figure 1.2). La relation entre la charge et l'allongement Δl de la poutre est :

$$F = \frac{ES}{l} \Delta l, \quad (I.1)$$

où E est le module d'Young du matériau, S la section de la poutre et l sa longueur.

La rigidité $K = ES/l$ caractérise les performances mécaniques de la poutre dans le

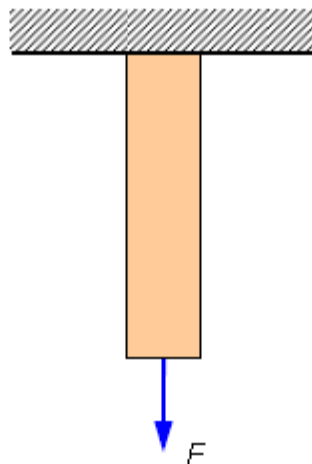


FIGURE 1.2. Poutre chargée en traction.

domaine élastique. Dans le cas de deux matériaux 1 et 2, le rapport des rigidités

est :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1 S_1 l_2}{E_2 S_2 l_1} \quad (I.2)$$

et le rapport des masses des deux poutres s'écrit :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{S_1 l_1 \rho_1}{S_2 l_2 \rho_2} \quad (\text{I.3})$$

en introduisant les masses volumiques des matériaux. La combinaison des relations (I.2) et (I.3) conduit à :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1/\rho_1}{E_2/\rho_2} \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^2, \quad (\text{I.4})$$

Dans une structure, l'encombrement des éléments est donné, et la comparaison des rigidités doit se faire à longueurs identiques. Soit, pour $l_1 = l_2$:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1/\rho_1}{E_2/\rho_2} \frac{m_1}{m_2} \quad (\text{I.5})$$

Enfin, l'utilisation des matériaux dans le domaine de l'espace et de l'aviation, et au-delà dans les domaines du sport, du bâtiment, etc., a conduit à opérer une comparaison des performances mécaniques des structures à masses égales. Pour

$m_1 = m_2$, le rapport des rigidités s'écrit :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1/\rho_1}{E_2/\rho_2} \quad (\text{I.6})$$

Ainsi, il apparaît que le meilleur matériau est celui qui possède la valeur de E/ρ la plus élevée, conduisant à la valeur de la rigidité la plus élevée de la poutre. Le terme E/ρ est appelé le module spécifique d'Young du matériau.

Un calcul semblable peut être mené dans le cas d'une poutre en flexion trois points soumise à une charge F (figure I.3). La relation charge-flèche s'écrit :

$$F = 48 \frac{EI}{l^3} f = Kf \quad (\text{I.7})$$

où f est la flèche de la poutre, I le moment d'inertie de sa section droite et l la distance entre appuis. Le coefficient K est la rigidité de la poutre sollicitée en flexion. Dans le cas d'une poutre cylindrique de rayon r ,

- le moment est donné par $I = \frac{\pi}{4} r^4$,

— la masse s'écrit $m = \rho \pi r^2 l$,

Il en résulte que, dans le cas de deux matériaux 1 et 2, le rapport des rigidités s'écrit :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1/\rho_1}{E_2/\rho_2} \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^5, \quad (I.8)$$

Il apparaît donc ici que le meilleur matériau est celui qui possède la valeur E/ρ^2 la plus élevée.

Des raisonnements analogues peuvent être repris pour diverses formes de structures : plaques, coques, structures complexes. La conclusion est toujours de même nature : à masse et encombrement identiques, les constructions les plus rigides sont celles qui possèdent la masse volumique la plus faible. De même, la comparaison des résistances à la rupture conduit à des conclusions semblables sur les contraintes à la rupture. Ainsi, il est devenu usuel de comparer les performances mécaniques des matériaux en considérant les valeurs spécifiques (rapportées à la masse volumique) du module et de la contrainte à la rupture.

I.3.2 Caractéristiques mécaniques des matériaux

Partant des considérations précédentes, il reste à rechercher les matériaux les plus performants : module élevé, masse volumique faible. Il est évident également que l'élaboration de ces matériaux ne doit pas aboutir à un coût prohibitif, qui dépend d'ailleurs du domaine d'utilisation. Par exemple, dans le domaine de l'espace, de l'aviation, de hautes performances sont recherchées, et le coût matériau a une incidence faible. Par contre, dans le domaine de l'automobile,

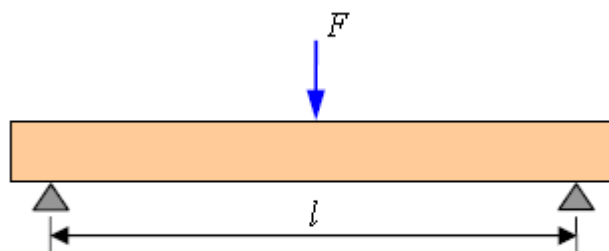


FIGURE 1.3. Poutre chargée en flexion trois points.

l'amélioration des performances ne peut pas se faire au détriment du coût du produit fini. L'incidence du coût matériau est élevée.

Le tableau I.2 donne les performances spécifiques de matériaux usuels élaborés sous forme massive.

TABLEAU I.2. Caractéristiques spécifiques des matériaux usuels, élaborés sous forme massive.

	Module E (GPa)	Contrainte à la rupture σ_u (MPa)	Masse volumique ρ (kg/m ³)	Module spécifique E/ρ (MN m/kg)	Contrainte spécifique σ_u/ρ (kN m/kg)
Acier	210	340–2 100	7 800	26,9	43–270
Alliages d'aluminium	70	140–620	2 700	25,9	52–230
Bois	30	—	390	33,3	—
Verre	70	700-2 100	2 500	28	280–840
Tungstène	350	1 100–4 100	19 300	18,1	57–210
Béryllium	300	700	1 830	164	380

Les matériaux traditionnels tels l'acier, les alliages d'aluminium, le bois, le verre ont des modules spécifiques comparables. Par contre, on constate que la contrainte spécifique du verre est nettement supérieure à celle de l'acier et des alliages d'aluminium. D'autre part, il est un fait établi que les contraintes à la rupture mesurées sur les matériaux sont bien plus faibles que les contraintes théoriques. Cette différence est attribuée à la présence de défauts ou de microfissures dans les matériaux. Pour augmenter les valeurs des contraintes à la rupture, il est alors nécessaire de rechercher des processus d'élaboration qui conduisent à une diminution des défauts. Cet objectif est atteint en élaborant les matériaux sous forme de fibres de très faibles diamètres de quelques dizaines de micromètres. Il est évident qu'il est nécessaire de partir de matériaux qui ont déjà des caractéristiques spécifiques élevées, lorsqu'ils sont élaborés sous forme massive. Les caractéristiques mécaniques de matériaux élaborés sous forme de fibres sont reportées dans le tableau I.3.

TABLEAU 1.3. Caractéristiques mécaniques spécifiques des matériaux élaborés sous forme de fibres.

Fibres de	Module E (GPa)	Contrainte à la rupture σ_u (MPa)	Masse volumique ρ (kg/m ³)	Module spécifique E/ρ (MN m/kg)	Contrainte spécifique σ_u/ρ (kN m/kg)
Verre-E	72,4	3 500	2 540	28,5	1 380
Verre-S	85,5	4 600	2 480	34,5	1 850
Carbone à – haut module – contrainte élevée	390	2 100	1 900	205	1 100
	240	3 500	1 850	130	1 890
Kevlar (aramide)	130	2 800	1 500	87	1 870
Bore	385	2 800	2 630	146	1 100

Ces valeurs montrent nettement l'intérêt de l'élaboration des matériaux sous forme de fibres relativement à la contrainte spécifique à la rupture. Du fait de leur faible coût, les fibres de verre sont les plus utilisées, avec une rigidité toutefois limitée. Les autres fibres présentent par contre un module spécifique élevé, d'où leur intérêt (Jean-Marie Berthelot et al.2012).

I.3.3 Les matériaux composites type FGM

Du fait de leurs faibles sections (diamètres de 10 à 20 μm), les fibres ne peuvent toutefois être utilisées directement dans des applications mécaniques.

D'où l'idée de les incorporer dans une matrice polymère pour constituer un *composite* à fibres. La matrice a alors diverses fonctions : lier les fibres entre elles, transférer les charges mécaniques aux fibres, protéger les fibres de l'environnement extérieur, etc. Ainsi est né un nouveau matériau, modulable et présentant des caractéristiques mécaniques spécifiques élevées.

Le développement des matériaux composites a permis d'associer des propriétés spécifiques à différents matériaux au sein d'une même pièce. L'optimisation locale de ces propriétés, par association d'un matériau de haute dureté à la surface d'un matériau tenace, par exemple, pose alors le problème de l'interface. Cette transition brutale de compositions peut générer localement de fortes concentrations de contraintes. La solution d'une transition

continue des propriétés recherchées, par un gradient de composition, permet d'atténuer cette singularité par l'utilisation des matériaux à gradient de propriétés

CHAPITRE II

GENERALITES SUR LES MATERIAUX A GRADIENTS DE PROPRIETES

II.1. Introduction

Les matériaux à des gradients évalués FGM représentent un des derniers développements, la révolution et la conception de ces matériaux a été défini au 21ème siècle. Ils sont utilisés pour des emplois à une large variété d'applications (M .Chatin et al.2000).

L'amélioration des performances des pièces structurelles peut conduire à chercher au sein d'un même matériau, des propriétés différentes, souvent antagonistes, mais localement optimisées. Le développement des matériaux composites a permis d'associer des propriétés spécifiques à différents matériaux au sein d'une même pièce. L'optimisation locale de ces propriétés par association d'un matériau de haute dureté à la surface d'un même matériau tenace par exemple pose alors le problème de l'interface, par exemple une couche d'un matériau céramique peut collé à la surface d'une structure métallique pour former un revêtement barrière thermique dans les applications à haute température, la transition brusque dans les propriétés des matériaux à travers l'interface entre les matériaux discrets peuvent entraîner une grande contrainte inter-laminaire ou une fortes concentration de contraintes conduisant à la déformation plastique ou de fissuration (Jin Dai et al.2003 et Avila A et al.2007).

Une façon pour surmonter ces effets nuisibles on doit employer Un Matériau à Gradient Evalué (de l'anglicisme FUNCTIONALY GRADED MATERIALS (FGM)).

Ces dernières années, les matériaux à gradient évalués ont été développés pour leurs excellentes propriétés mécaniques. Ces matériaux ont de grandes performances et sont capables de résister aux températures plus chaudes.

Au début les FGM ont été conçus en tant que matériaux de barrière dans les applications et les réacteurs, c'est par suite que les FGM ont été développés dans le domaine militaire, automobile, biomédicale l'industrie des semi-conducteurs et toutes utilisations dans un environnement à haute température.

II 2-La Définition et le concept d'un matériau à gradient de propriétés

Un matériau a gradient de propriétés c'est un type de matériaux composites composé de deux ou plusieurs matériaux relatif a des fractions volumiques et microstructure qui sont conçus pour avoir une continuité spatiale des variables. Un FGM est produit en changeant sans

interruption les fractions de volume dans la direction d'épaisseur pour obtenir un profil bien déterminé.

Ces matériaux FGMs sont généralement fait à partir d'un mélange de métaux et de céramique (figure II.1) par un processus de métallurgie de poudre, le coté métal riche est typiquement placé dans les régions ou les propriétés mécaniques, comme la dureté, le besoin d'être élevés. En revanche, le céramique riche, ce qui a la conductivité faible et peut résister aux températures plus élevées, est place dans les régions de grands gradient de la température.

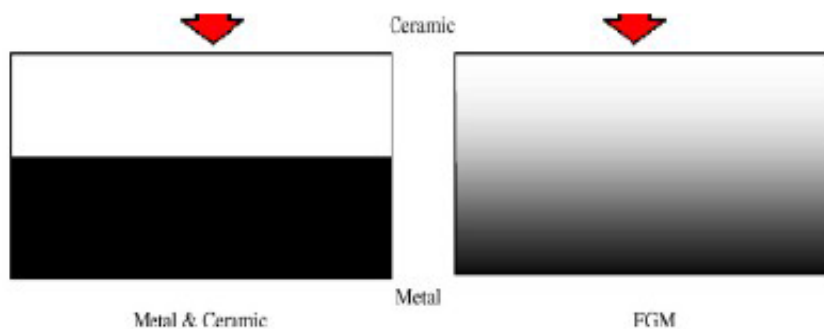


Figure II.1 : un type d'un matériau FGM en céramique et métal.

Le concept de "Matériaux à Gradient de propriétés" a été développé dans le laboratoire national d'aérospatial en 1984 par un groupe de scientifiques au Japon (M. Niino et ses collègues à Sendai). L'idée est de réaliser des matériaux utilisés comme barrière thermique dans les structures spatiales et les réacteurs à fusion (Hirai T. et al.1999 - Chan S.H. et al.2001 et Uemura S. et al 2003)

Un exemple d'un tel matériau est montré sur la figure II.2 (Yin H.M.et al 2004) où des particules sphériques ou presque sphériques sont incrustées dans une matrice isotrope.

En variant graduellement la fraction de volume des matériaux constitutifs, leurs propriétés matérielles montrent un changement minime et continu d'un point à un autre, de ce fait en remédient aux problèmes d'interface et en atténuant des concentrations de contraintes thermique. C'est dû au fait que les constituants en céramique de FGM peuvent résister aux hautes températures que le produit final possède de meilleures caractéristiques de résistance thermique, tandis que le les constituants métalliques fournissent une résistance mécanique plus forte et réduisent la possibilité de rupture catastrophique. Donc un FGM (functionally graded material) typique est un composé non homogène constitué de différentes phases matérielles (habituellement en céramique-métal). Cette solution permet une transition continue des

propriétés recherchées, par un gradient de composition, en vue d'atténuer les singularités prédites ci-dessous.

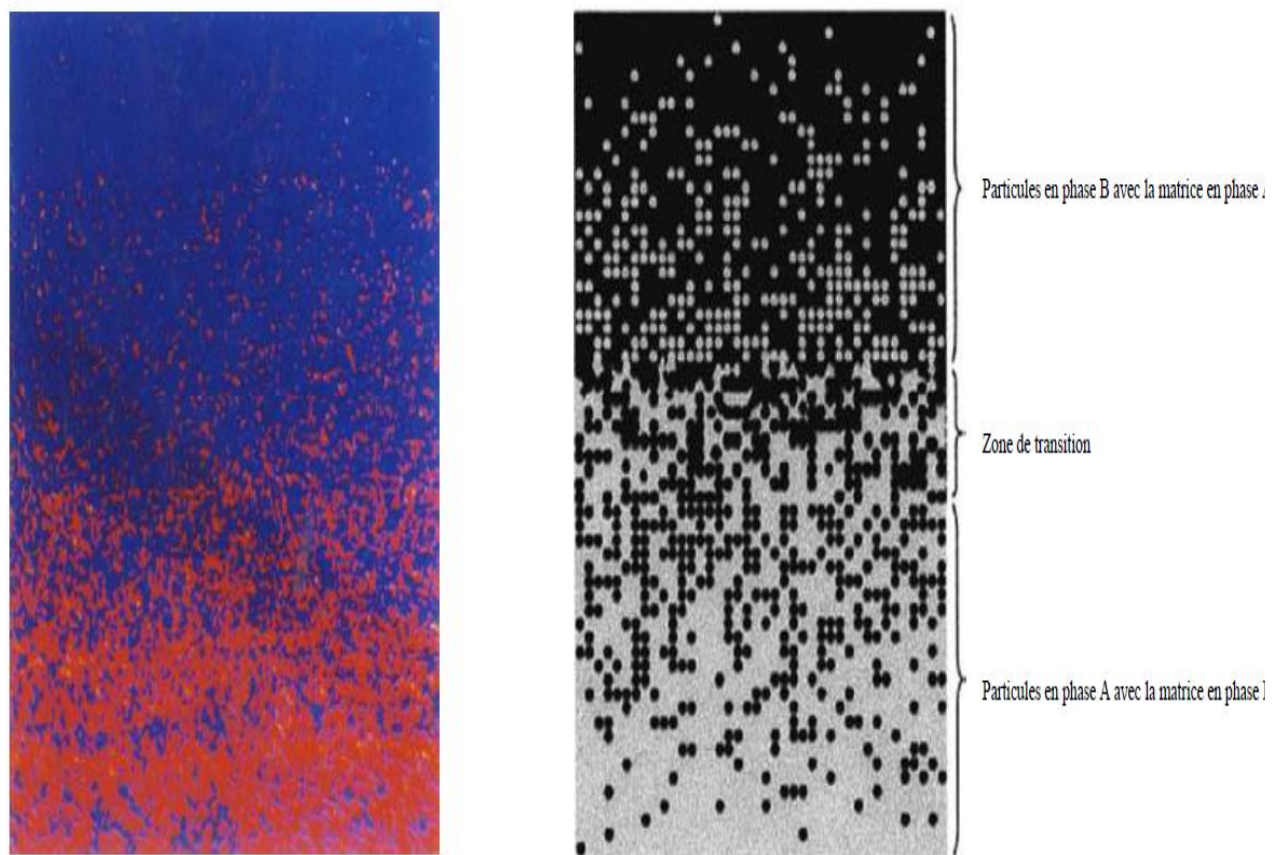


Figure. II.2 :Un FGM avec les fractions de volume de phases constitutives graduées dans la direction verticale. (Yin H.M.et al 2004).

Les FGM peuvent être utilisés pour différentes applications, telles que couches en céramique comme barrières thermiques pour les moteurs, turbines à gaz, couches minces en optiques, etc... (Viet.Tung et al. 2004). D'autres Applications potentielles de ce matériau sont diverses et nombreuses. Elles ont été, récemment, rapporté dans la littérature ouverte ; par exemple, des sondes (Müller E. et al .2003), des déclencheurs (Qiu J., et al .2003), des armures métal/céramique (Liu L.-S. et al. 2003), des détecteurs photoélectriques (Paszkievicz B. et al. 2008) et des implants dentaires (Watari F. et al .2004). Un certain nombre de revues traitant les différents aspects de ce matériau ont été édités pendant les deux dernières décennies (Fuchiyama T. et al. 1995) -(Markworth A.J. et al 1995)

-(Tanigawa Y. et al .1995) -(Noda N. et al .1999) -(Paulino G.H. et al. 2003). Il a été montré dans ces revues que la majorité des recherches récentes en FGM sont concentrés sur l'analyse mécanique de la rupture ainsi que sur les contraintes thermiques (Hui- shen shen et al 2009).



Figure. II.3 : Implant dentaire en FGM (Ti/20HAP). Aspect externe (gauche) et section transversale (droite). (Watari F. et al. 2004),

Un aperçu complet sur l'analyse de la flexion, du flambement et de la vibration des plaques et des structures en coques faites en FGM a été présenté par Shen (Shen H.-S. et al. 2004)

Récemment, Birman et Byrd (Birman V. et al. 2007) ont présentés une étude sur les principaux développements dans ces matériaux en traitant plusieurs problèmes à savoir : le transfert de chaleur, la distribution des contraintes, la stabilité, l'analyse dynamique, les essais, la fabrication et la conception, la rupture et les différentes applications du matériau à gradient de propriétés.

II.3. Histoire du développement architectural du concept FGM

Généralement, les F.G.M sont des matériaux constitués de plusieurs couches contenant des composants différents tels que les céramiques et les métaux. Ils sont donc des composites présentant des caractéristiques macroscopiquement inhomogènes. Le changement continu dans la composition et donc dans la microstructure du matériau distingue les F.G.M des matériaux composites conventionnels comme c'est illustré dans la Figure. II.4(Koizumi. M et al. 1996). Il en résulte un gradient qui déterminera les propriétés matérielles des FGM. Dans certains cas, on peut avoir un FGM constitué d'un même matériau mais de microstructure différente (Boch. P C et al. 1986)

Le concept FGM peut être appliqué dans divers domaines pour des usages structuraux et fonctionnels. Au Japon, plusieurs programmes de cinq ans ont été conduits au cours des années 80 et 90 afin de développer l'architecture des FGM, et d'étudier également ces matériaux pour les applications de hautes températures (par exemple, éléments pour navettes spatial hypersonique) ainsi que pour des applications fonctionnelles (par exemple, convertisseurs thermoélectriques et thermo-ioniques). Ces programmes ont conduit au développement de la conception architecturale du FGM et de ces perspectives.

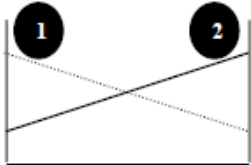

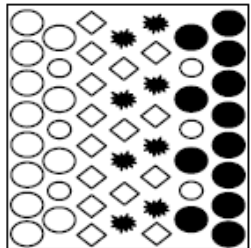
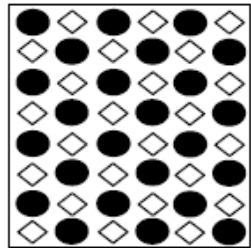
Propriétés	<p>1 Résistance mécanique</p> <p>2 Conductivité thermique</p>		
Structure	<p>Eléments constitutants:</p> <p>céramique ○</p> <p>métal ●</p> <p>microporosité ○</p> <p>fibre ◇</p>		
Matériaux	exemple	FGM	NON-FGM

Figure. II.4 : Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels (Koizumi. M et al. 1996)

II.3.1. pour des utilisations structurales (intégration du caractère réfractaire et de la dureté)

La véritable lancée de ce matériau à commencée en 1987. À cette époque là, le gouvernement Japonais a lancé un vaste projet intitulé « étude fondamentale de la relaxation des contraintes thermiques des matériaux à hautes températures en utilisant des structures graduées » pour un budget total de 1.215 millions de Yens sous l'auspice de l'agence des sciences et technologie. L'intérêt du projet est de développer des matériaux présentant des structures utilisées comme barrière thermique dans les programmes aérospatiaux. Les matériaux constituant les parois des engins spatiaux travaillent à des températures de surface de 1800°C ainsi qu'à un gradient de température de l'ordre de 1300°C.

A cette année-là, aucun matériau industriel n'était connu pour supporter de telles sollicitations thermomécaniques. Trente organisations de recherches entre instituts, universités et compagnies nationales ont participées au programme en tant que membres des trois importants ateliers « conception, traitement et évaluation ». Le souci été de développer l'architecture fondamentale des FGM ainsi que leurs applications.

Trois caractéristiques sont à considérer pour la conception de tels matériaux :

1. Résistance thermique et résistance à l'oxydation à haute température de la couche superficielle du matériau;
2. Ténacité du matériau côté basse température;
3. Relaxation effective de la contrainte thermique le long du matériau (Abdizadeh H et al. 1997).

Pour répondre à un tel cahier des charges, l'idée originale des FGM a été proposée pour élaborer un nouveau composite profitant à la fois des propriétés des céramiques (coté hautes températures) et des métaux (côté basse température) (Figure. II.4).

La figure. II.5 montre les principaux résultats du programme de recherche (T.Hirai et al. 1996, (Ichiro chiota et al. 1996). Par exemple, du coté de la conception et de la modélisation, ils ont développés un système de DAO utilisant un modèle de conception inverse qui peut donner une architecture de conception globale en choisissant des compositions et des microstructures tout en optimisant sur l'arrangement gradué. En vue d'une meilleure optimisation ils ont utilisés Des paramètres thermo-physiques mesurés ou calculés pour réduire au minimum la contrainte thermique sous les conditions des différents processus de fabrication ou de service. Une fonction aléatoire a été utilisée pour combiner différentes microstructures et propriétés. Ils ont établis une approche micromécanique pour corréler les microstructures graduées et leurs propriétés. Des théories fractales et de percolation ont été présentées pour l'analyse quantitative de la variation spatiale des microstructures graduées; la méthode FEM a été employée pour modéliser la distribution des efforts internes.

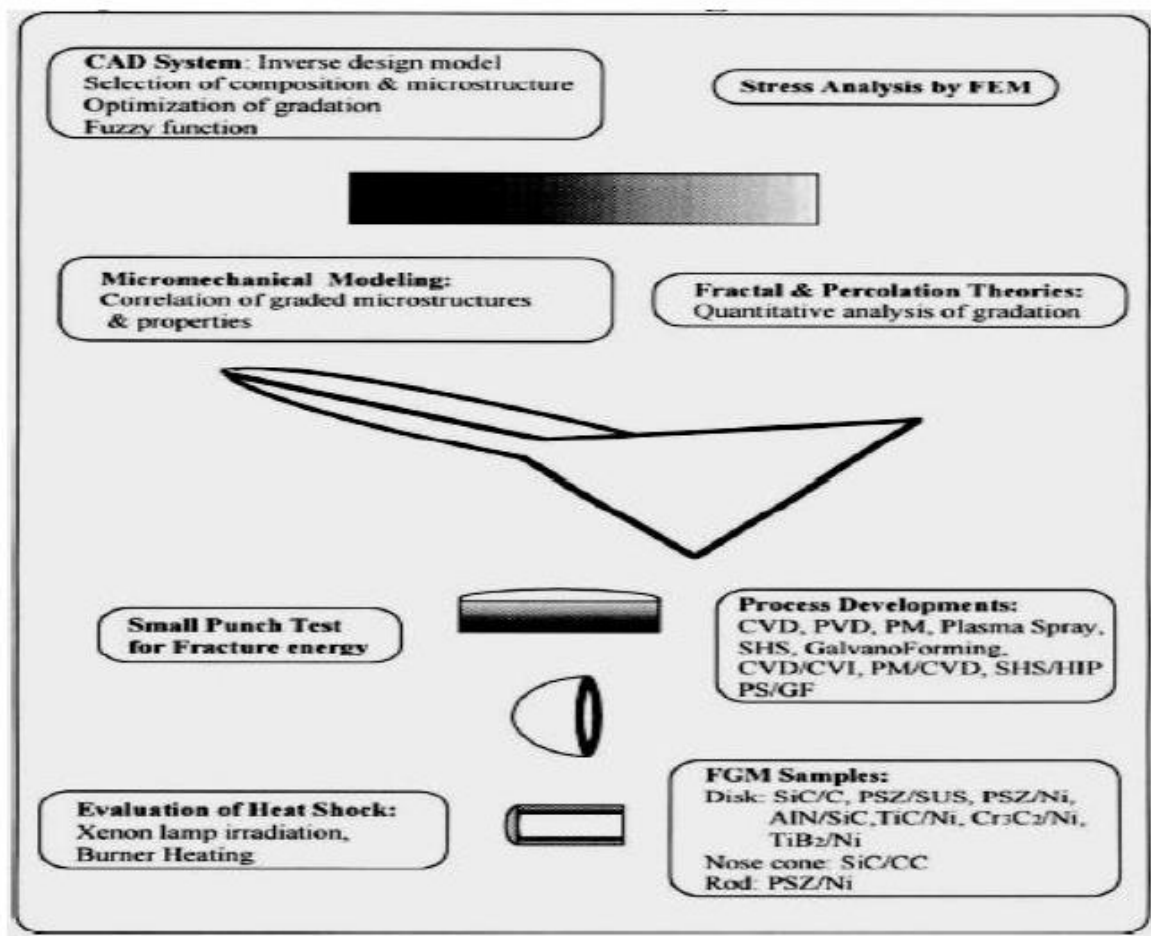


Figure. II.5 : résultats importants du programme de recherche de 1987-1991 sur « étude fondamentale de la relaxation des contraintes thermiques pour les matériaux à hautes températures en utilisant des structures graduées ».

Cette première étape dure de 1987 à 1992 ; Plusieurs techniques ont été utilisées pour fabriquer les matériaux présentant un gradient de composition et de structure en site CVD, PVD, jet de plasma, poudre métallurgique, SHS et galvano formation. Les chercheurs avaient réussi à fabriquer des petites pièces expérimentales (1-10 mm d'épaisseur et 30 mm de diamètre) pouvant résister à des températures maximales de 2000°K (température de surface) et à un gradient de température de 1000°K. Divers échantillons en FGM ont été fabriqués comme des disques en SiC/C, AlN/sic, PSZ /acier, PSZ/Ni, TiC/Ni, Cr₃C₂/Ni, TiB₂/Cu ; des ogives en SiC/CC et des tiges de PSZ/Ni.

Un petit essai de poinçonnement a été conçu pour évaluer l'énergie à la rupture d'un disque mince en FGM. Deux méthodes ont été développées pour l'évaluation de la résistance au choc thermique jusqu'à 2000°K ; L'irradiation par une forte lampe en xénon et une méthode basée sur le chauffage en utilisant un mélange de gaz d'oxygène/hydrogène comme flamme de brûleur. Les petites chambres de combustion pour des moteurs-fusées faites de formations

SiC/CC par CVD/CVI et de ZrO₂/Ni par jet de plasma/galvano ont subis des essais de combustion au laboratoire aérospatial national.

Bien que ce programme ne soit pas prolongé au delà de la recherche fondamentale, il a établi l'orientation future pour continuer la recherche en FGM dans le monde entier. Plus tard le concept FGM a été appliqué dans plusieurs industries et même dans les productions en série. A nos jours, des outils de coupe de haute performance en TiCN/WC/Co, Ni et des lames de rasage faites de composés intermétalliques Al-Fe/ acier inoxydable ont été commercialisés (Ichirochiota et al. 1996). Cependant, d'autres applications commerciales sont encore limitées.

II.3.2. Pour des utilisations fonctionnelles (la conversion directe de l'énergie thermique en énergie électrique) :

Puisqu'on s'est attendu à ce que le concept FGM s'applique aux matériaux aussi bien pour des usages fonctionnels que pour des applications structurales, un nouveau projet de cinq ans a été lancé en 1993 dans le but d'appliquer le concept FGM au développement de l'énergie de conversion des matériaux thermoïoniques et thermoélectriques. Les convertisseurs TIC (en conversion ionique) et TEC (en conversion électrique) peuvent produire de l'énergie électrique directement à partir de l'énergie thermique par l'écoulement d'électron produit dans l'espace ou dans un solide sous un différentiel à hautes températures. La figure. II.6 montre ce programme continu; Dans ce système hybride de conversion directe d'énergie, un TIC et un TEC sont combinés, et l'énergie solaire est utilisée comme source de chaleur pour créer un gradient de température de ~2000°K à ~300°K. La conception et l'optimisation des champs gradués sous un potentiel électronique et élastique devraient mener à une efficace conversion avec la relaxation de la contrainte thermique. Ainsi le développement de l'architecture du FGM qui combinerait les propriétés structurales et fonctionnelles est un autre but de ce programme.

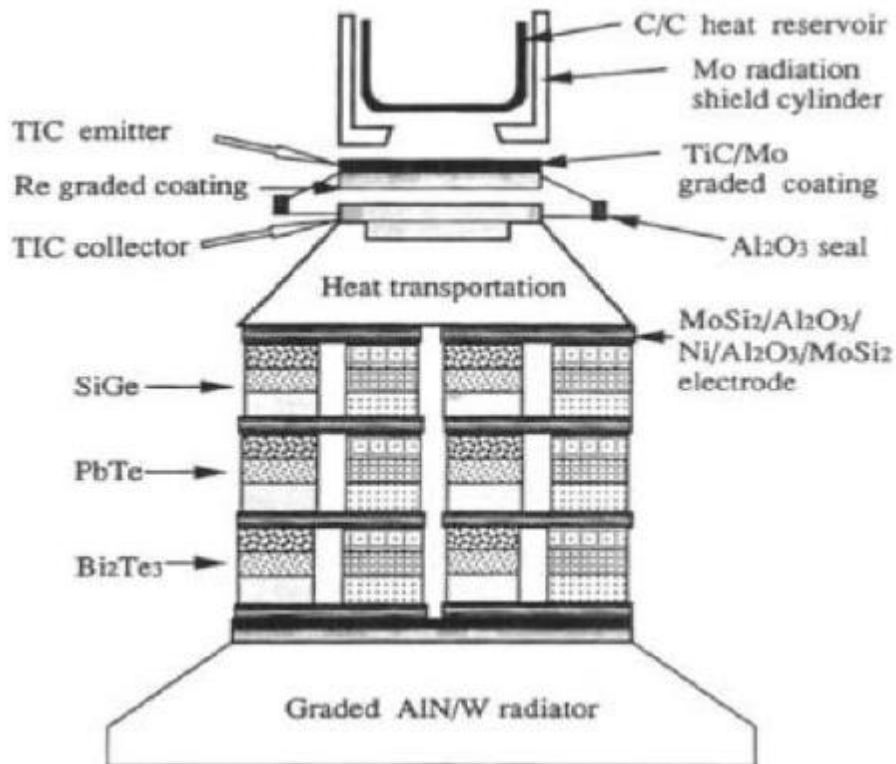


Figure. II.6 : Un schéma illustrant le système de conversion direct hybride d'énergie (Ichiro chiota et al. 1996).

II.3.2.1. La conception et le traitement de composants gradués par TIC et TEC

Afin de développer des TIC et TEC efficaces et durables, ou une combinaison de ces deux dispositifs, un système optimisé, avec une faible perte de température et moins de dégradation, doit être assemblé utilisant les matériaux et dispositifs à haute performance par TIC et TEC. Ceci exige de résoudre divers problèmes d'interface concernant le transfert de chaleur, jonction des matériaux, contrainte thermique, contact électrique, et isolation sous des conditions thermiques extrêmes.

a/ un réservoir de chaleur gradué(C/C) :

Afin de réaliser une accumulation de chaleur et un transfert efficace à partir des rayons solaires, un FGM composé d'un alignement gradué des fibres de carbone en 3D et une technique d'infiltration de lancement a été développée par Nippon Oil Company Ltd. (Ichiro chiota et al. 1996). Les fibres de carbone sont fortement anisotropes concernant la conduction thermique suivant et perpendiculairement à leur longueur. Par conséquent, l'alignement gradué des fibres est conçu pour avoir une densité plus élevée des fibres le long du flux thermique dans les couches internes.

Une pièce tissée de fibres de carbone avec une texture graduée a été infiltrée par un lancement sous pression isostatique chaude (HIP) pour graphiter le lancement et pour densifier la structure. La figure II.7 (a) montre l'alignement gradué des fibres de carbone, tandis que la figure II.7 (b) est une photo d'un réservoir de chaleur gradué et dense en C/C selon la technique (HIP). Des rayons solaires sont concentrés dans ce réservoir par un grand miroir parabolique, et les parois latérales et celles du fond sont uniformément chauffées à 1380°C et à 1680°C respectivement.

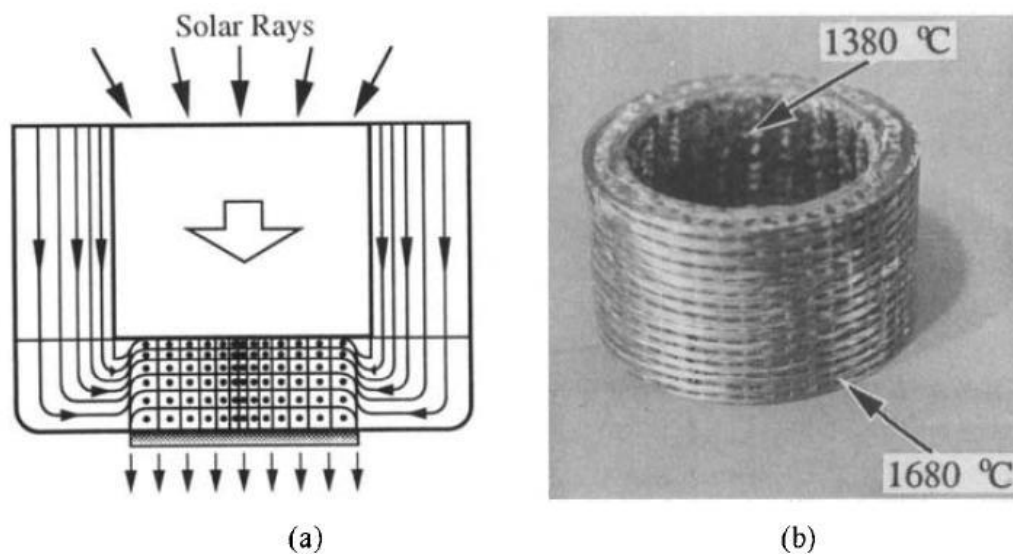


Figure. II.7 :(a) Un schéma de l'alignement gradué des fibres de carbone dans un réservoir à chaleur, (b) un réservoir à chaleur graduée de C/C (Ichiro chiota et al. 1996).

Le réservoir à chaleur est couvert d'un bouclier de radiations fais d'un cylindre fortement poli en monocristal M_0 (Figure. II.7). Un flux thermique élevé de 1450°C peut être transporté du fond du réservoir jusqu'à la surface arrière de l'électrode d'émission du TIC par les rayons de chaleur.

- **un émetteur gradué TIC (TIC/MO/W/Re) :**

Le carbure titanique est un matériau prometteur pour la réception de la chaleur de l'émetteur TIC en raison de son point de fusion élevée (3000° C) et son émissivité élevée (0,9), qui permet l'absorption efficace de la chaleur d'une bande du spectre solaire à températures élevées. Un enduit gradué de TIC/Mo avec une contrainte thermique basse a été développé en utilisant une technique de jet de plasma en double-pistolet développée à l'institut de recherche national sur les métaux au japon (Ichiro chiota et al. 1996). Il n'a été observé aucune fissure dans cet enduit gradué après chauffage à 1800°C.

L'enduit a été formé par le côté arrière de l'électrode d'émission Mo/W/Re (Ichiro chiota et al. 1996). W et Re ont été déposés sur un substrat M0 par CVD. La couche graduée est formée à travers l'inter-diffusion de ces éléments à 2300°C par traitement thermique. W peut agir en tant que barrière de diffusion pour Re par la création d'une graduation compositionnelle stable au-delà de 2000°C.

La figure. III.7 montre la section transversale graduée de cet émetteur en FGM développé par la firme Tokyo Tungstène Co. Ltd. le changement linéaire du coefficient de dilatation thermique pour Re-W et le petit changement pour W-M0 relaxent efficacement la contrainte thermique.

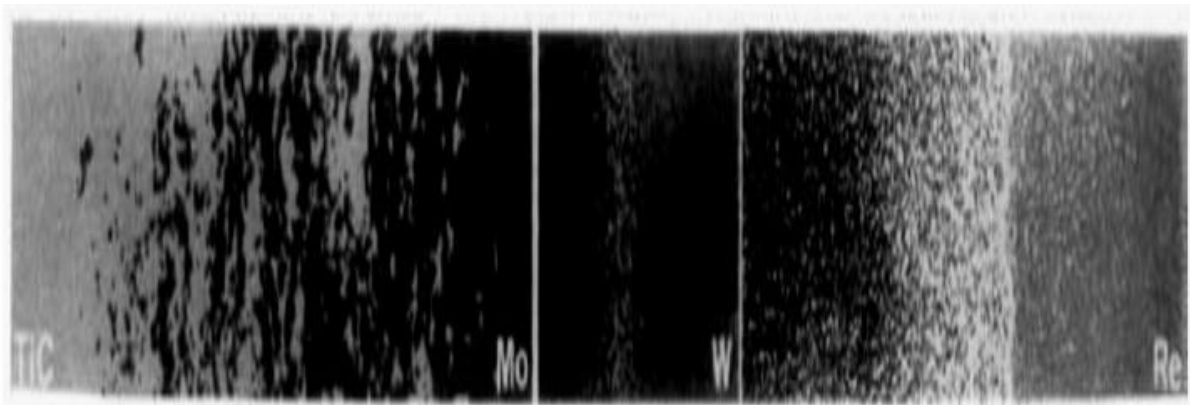


Figure. II.8 : changements microstructuraux de l'émetteur gradué en TiC/Mo W/Re (Ichiro chiota et al. 1996).

L'électrode du collecteur a été façonnée au laboratoire électrotechnique en pulvérisant l'oxyde de niobium selon une basse fonction de voltage de 1,38 eV sur l'électrode M0. Le dispositif TIC avec un maximum de puissance de sortie de 8 W/cm² obtenue à un différentiel de température d'émetteur-collecteur de 1600°C-760°C et une température du réservoir de 330°C est assemblée à Mitui Engineering & Ship Building Co.Ltd. (Ichiro chiota et al. 1996).

- **Matériel thermoélectrique gradué en PbTe**

Pour les dispositifs TEC tels que Bi₃Te₂, PbTe, et SiGe, exposés dans le proceding d'ichiro (Ichiro chiota et al. 1996), les calculs théoriques suggèrent qu'il soit possible d'améliorer l'efficacité de conversion d'un pourcentage considérable par la graduation des compositions. La figure II.9 compare le maximum de puissance de sortie d'un PbTe gradué ayant trois différentes concentrations (A-couche 3.51x10²⁵/m³, b-couche 2.6x10²⁵/m³, c-couche 2.26x10²⁵/m³), fabriqué à l'institut national de recherche sur les métaux au japon, à celui des compositions homogènes de chaque couche (théorique). Le PbTe avec une graduation

du dopant PbI_2 a été préparé en stratifiant des poudres avec trois compositions différentes du dopant, suivies du pressage à chaud. La puissance de sortie a été mesurée en tenant l'électrode de basse température à la température ambiante. Il a été montré que l'échantillon de FGM possède une puissance maximum de 253 W/m pour $\Delta T=486^\circ K$, 11% plus grande que la puissance la plus élevée des échantillons non-gradués en stratifiée.

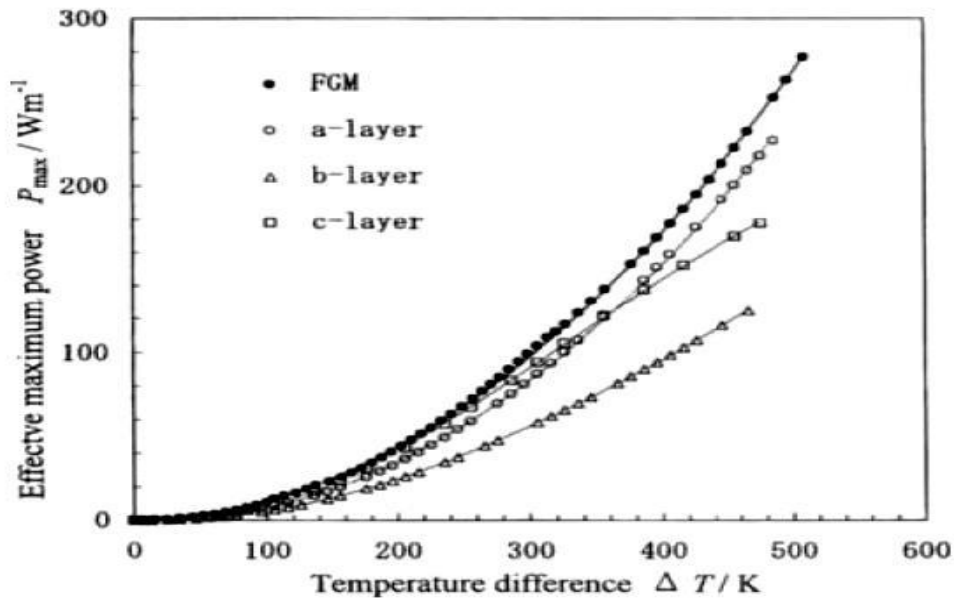


Figure. II.9 : Puissance maximum efficace en fonction de la différence de la température pour un FGM trois-couches [28].

- **Une électrode symétriquement graduée $MoSi_2/Al_2O_3/Ni/Al_2O_3/MoSi_2$ pour un TEC SiGe**

Dans le cas du dispositif TEC, $MoSi_2$ est prometteur comme électrode à hautes températures pour les matériaux thermoélectriques tels que SiGe parce qu'il a un point de fusion élevée ($2030^\circ C$), avec une résistivité appropriée de ($1.7 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot cm$ à $1000^\circ C$), et une excellente résistance à l'oxydation. Cependant, sa dureté mécanique ($3-4 \text{ MPA} \cdot m^{1/2}$) est faible. Pour façonner des électrodes dures, une électrode symétriquement graduée de $MoSi_2/Al_2O_3/Ni/Al_2O_3/MoSi_2$ (représenté sur la figure II.10) a été fabriquée à l'université d'Osaka à l'aide d'une combinaison d'auto propagation d'une synthèse à hautes températures et de HIP (SHS/HIP).

Cette structure symétriquement graduée produit une contrainte résiduelle compressive de 100 MPA à la couche externe de $MoSi_2$ due à une dilatation thermique inadéquate entre les couches externes et internes, ayant pour résultat le renforcement du $MoSi_2$ jusqu'à $5,8 \text{ MPA} \cdot m^{1/2}$. Al_2O_3 agit en tant que barrière de diffusion contre le Ni à environ $800^\circ C$. Un aperçu des

expériences avec la diffusion de Ni dans une structure de FGM à températures élevées suggère qu'à 800°C il y aura peu de formation de couches réactives pendant au moins 10 années. Cette électrode symétrique en FGM a été jointe à SiGe par la firme (Mitsubishi Heavy Industries Ltd) en utilisant des inters couches en poudres Ge et W et des feuilles Zr-Ni à 1000°C (Ichiro chiota et al. 1996).

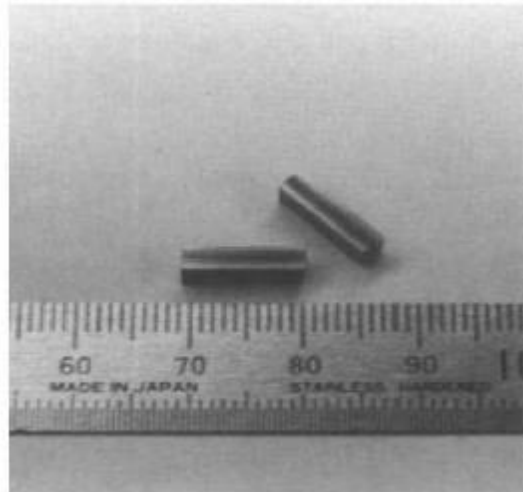


Figure. II.10: Photo des électrodes symétriques graduées de MoSi₂/Al₂O₃/Ni/Al₂O₃/MoSi₂ fabriquées à l'université d'Osaka pour un dispositif de SiGe (Ichiro chiota et al. 1996).

- **matériau radiatif gradué AlN/W**

Pour l'utilisation des dispositifs TIC et TEC ou leur combinaison dans l'espace, le refroidissement par rayonnement est exigé. Au Sumitomo Electric Industries, Ltd. Au Japon, un matériau radiatif unique fait d'un composé d'une matrice en céramique AlN contenant une dispersion graduée des particules fines de W, fabriqué par frittage à 1800°C. L'AlN dense possède une conductivité thermique élevée (200 W/mK), il est transparent aux longueurs d'ondes du visible à l'infrarouge. D'autre part, W a une émissivité élevée (0,9) pour les ondes infrarouges. Une partie de la chaleur écoulee, conduite à partir du TEC vers AlN, peut être reflétée par les particules W, comme illustré sur la figure. II.11. Une émissivité élevée de 0,97 a été calculée et mesurée quand une forte concentration de particules de W ont été dispersées près de l'interface avec TEC, et la concentration a été graduellement diminuée vers l'autre extrémité.

Suivant les indications de la figure. II.12, la structure graduée AlN/W, qui peut satisfaire à la fois une conduction thermique élevée et une émissivité élevée, possède différentes caractéristiques comparées aux matériaux conventionnels (Ichiro chiota et al. 1996).

Dans ce programme, la nouvelle enquête a été effectuée principalement sur les sujets suivants :

1. Modélisation et évaluation des matériaux thermoélectriques gradués ;
2. Synthèse des graduations p et n type (Bi_3Te_2 , PbTe , et SiGe) avec une efficacité de conversion plus élevée ;
3. La fabrication des segments et des cascades de TEC avec des pertes d'énergie faibles au niveau des interfaces ;
4. fabrication des TIC avec les électrodes graduées qui ont une efficacité de conversion au-dessus de 15%.
5. Stabilité des structures graduelles de propriétés aux températures élevées.

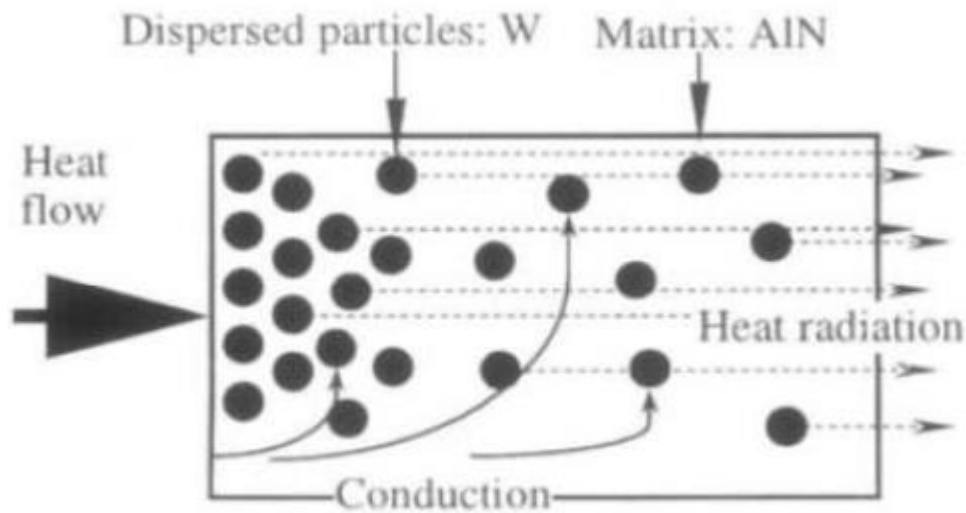


Figure. II.11 : schématisation d'un matériau très radiatif composé d'une matrice AlN contenant une dispersion graduelle des particules fines W [28]

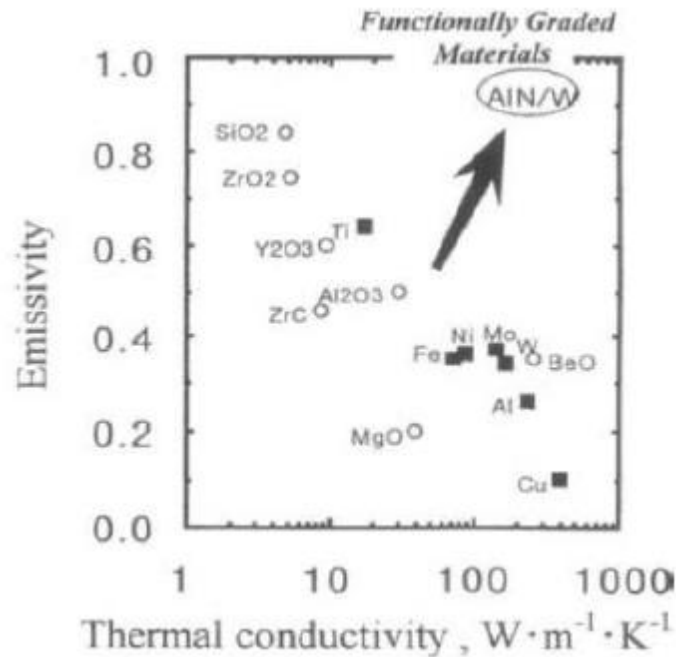


Figure II.12: La relation entre la conduction thermique et l'émissivité (Ichiro chiota et al. 1996).

II.4. Nouveaux procédés pour le traitement des FGM

S'il y'a Une caractéristique concernant la fabrication des FGM c'est certainement la très grande variété des méthodes de traitement disponibles (Anné G et al. 2006). Les matériaux fonctionnellement gradués incluent des matériaux avec un gradient dans la composition, La taille de grain et/ou la porosité. Le but général du traitement des FGM est de réaliser une distribution spatiale en microstructure et/ou en composition dans le produit final. Quand en choisit la méthode de traitement, les différences existantes entre les propriétés des deux phases constitutives du FGM sont d'extrême importance. Dans la composition d'un FGM, par exemple, la différence dans la résistance thermique entre les deux phases est un facteur clé. Si les deux phases ont des points de fusion sensiblement différents, comme dans le cas des FGM en céramique/métal, le gradient de composition peut être formé en produisant un gradient de porosité performant de la phase réfractaire infiltré, par la suite, par la deuxième phase fondue pour obtenir un produit final dense. Si les deux phases ont un point de fusion semblable, l'infiltration ne peut pas être utilisée, car le squelette ne peut pas tenir leur puissance durant l'infiltration. Les dimensions et la géométrie du FGM doivent être aussi bien considérées. Il est faisable de produire des FGM dans plusieurs systèmes avec des technologies de couches

thermiques, mais leur basse efficacité les rend inutiles pour la production en grandes masses des FGM tridimensionnels.

II.4.1. Processus de formation et de consolidation des FGM

Pour la fabrication de FGM en bloc, le traitement métallurgique en poudre est le plus économique et approprié à la production en série. Afin de produire un FGM par traitement conventionnel à la poudre, un corps vert avec un gradient de fraction volumique désirée est d'abord fabriqué. Après la formation et la consolidation, ce corps doit être densifié par frittage. Les méthodes de gradation peuvent être divisées en deux groupes : le processus sec et l'autre humide (figure II.13) (Neubrand, A et al. 1997). Les processus secs sont rapides, mais, généralement, ils permettent seulement la génération des profils gradués par étape. Dans le processus humide, une étape de séchage est exigée pour l'élimination du liquide mais la continuité du mélange est facilitée et il peut y avoir une production des gradients continus et lisses. En outre, des procédés de transport apparaissent dans les suspensions, par exemple sédimentation et électrophorèse, peuvent être employés pour produire des gradients à bas prix.

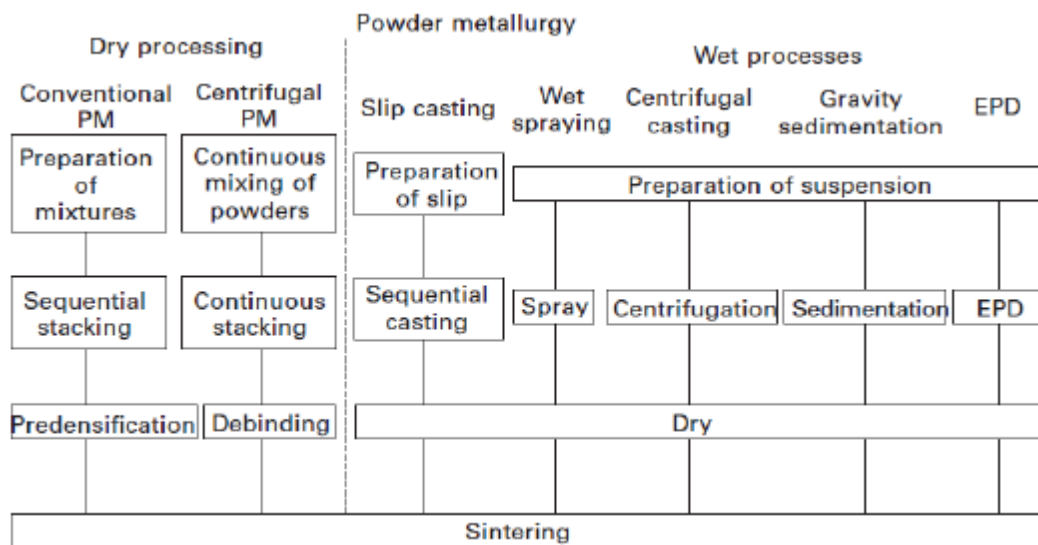


Figure. II.13 : Processus de traitement des Poudre pour les FGM (Neubrand, A et al. 1997).

Le défi principal lié au traitement aux poudres est fréquemment lié à la densification du compact de poudre gradué. Les taux de frittage diffèrent avec la position et le rétrécissement inégal peut conduire à la déformation et à la fissuration, à moins que des techniques sophistiquées de frittage soient utilisées.

Une technique largement utilisée pour les matériaux gradués en céramique/céramique elle consiste à la coulée en barbotine séquentielle où de glissades de différentes compositions

moulées l'une au-dessus de l'autre (Requena, J et al. 1993). En utilisant un système pré mélange, la composition en jet peut être faite sans interruption (Chu, J et al. 1993).

Dans un processus appelé la pulvérisation humide (Schindler, J et al. 1998), des suspensions en deux poudres sont créées, mélangées et pulvérisées sous control informatique sur un substrat chauffé. Après la formation, le corps vert est enlevé du substrat, pour les feuilles en FGM.

Un excellent gradient de composition suivant l'épaisseur peut être créée en contrôlant la proportion de deux poudres dans la suspension mélangée. La Coulée par centrifugation (Watanabe, Y et al. 1998) est une autre méthode de consolidation du FGM en utilisant le mélange de suspensions pour réaliser le gradient. Quand les suspensions des deux poudres de densités différentes ou de grosseurs de grains différents sont mélangées et injectées dans la cavité cylindrique, qui tourne à la grande vitesse, les forces centrifuges causent un gradient compositionnel ou de porosité dans le compact de poudre croissant dans la direction radiale. Avant d'arrêter la rotation, la cire est injectée dans le système pour lier les poudres afin d'augmenter la force verte pour le façonnage du corps. Les FGM poreux avec une distribution graduelle de la porosité peuvent être utilisés comme préforme pour des filtres, ou pour les membranes en céramique. Un processus similaire à la coulée par centrifugation est la sédimentation gravitationnelle (Bernhardt, R et al. 1999). La coulée par centrifugation, peut seulement être utilisée pour les pièces de forme cylindrique, tandis que la sédimentation gravitationnelle convient aux plaques en FGM.

Parmi les différentes techniques de traitement colloïdales, la méthode électro phorétiques de dépôt (EPD) est une méthode très prometteuse (Anné, G et al. 2004) parce que c'est un processus assez rapide qui ne coûte pas cher pour la fabrication des couches en céramique, des monolithes, des composites et des matériaux fonctionnellement gradués variant selon l'épaisseur de quelques nanomètres à quelques centimètres. Le dépôt électro phorétique est un processus en deux étapes (figure. III.13). Dans la première étape, des particules ayant acquis une charge électrique dans le liquide dans lequel elles sont suspendues sont forcées de se déplacer vers l'une des électrodes par l'application de champ électrique à la suspension (électrophorèse). Dans la deuxième étape (dépôt), les particules se rassemblent à l'une des électrodes et forment un dépôt cohérent. Le dépôt prend la forme imposée par cette électrode. Après séchage et enlèvement de la matière de l'électrode, une forme de corps en céramique vert est obtenue. La cuisson de ce corps vert donne un composé en céramique. Des matériaux

graduels peuvent être obtenus puisque la composition de la prochaine couche de poudre déposée est déterminée par la composition de la suspension en ce moment (fig. II.14).

L'adaptation Judicieuse de la concentration de la poudre dans la suspension permet de générer un profil gradué bien contrôlé dans une étape de mise en forme continue.

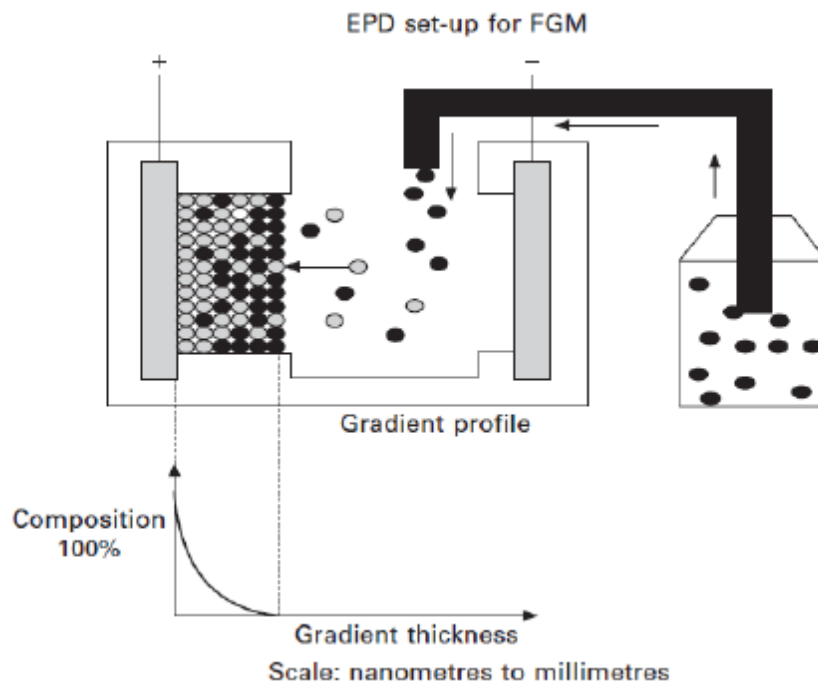


Figure. II.14 : Procédé électrophorétique de dépôt pour des matériaux de FGM (Anné G et al. 2006).

Le processus n'est pas spécifiquement matériel, puisqu'une large variété de matériaux a été déjà déposée, comme les poudres en métal, en céramique, en verres, et en polymères (Van der Biest et al. 1999). Généralement la seule limitation de forme est la faisabilité d'enlever le dépôt de l'électrode après la déposition. Les matériaux gradués dans le système $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$, ZrO_2/WC , et WC/Co ont déjà été exploré au moyen du processus EPD [39]. requise une pré réquisition d'une production réussie des matériaux en FGM au moyen d'EPD s'avère le meilleur moyen de contrôle de la cinétique du processus. Des modèles cinétiques ont été donc développés pour traiter les FGM dans un système à plusieurs éléments au moyen d'EPD (Put, S. et al. 2003)

. Comme exemple, en présente une composition d'un profil (figure. II.15) et sa microstructure (figure. II.16) ; c'est un disque en FGM $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ (Vleugels, J et al. 2003) avec un noyau homogène (75% volume d' Al_2O_3), une couche Al_2O_3 extérieure pure d'un côté et un composé homogène (90%volume d' Al_2O_3) sur l'autre face, et des couches symétriquement graduées à profilées intermédiaire.

Comme montré dans le graphe, un profil convexe gradué en alumine est suggéré pour donner un effort de compression plus élevé aux couches externes d'alumine et les plus basses contraintes de traction au noyau du disque. Les phases ZrO_2 (blanc) et Al_2O_3 (grises) peuvent être clairement différenciées dans la microstructure. La phase ZrO_2 est bien dispersée dans la matrice Al_2O_3 dans les parties graduées et dans le noyau du FGM.

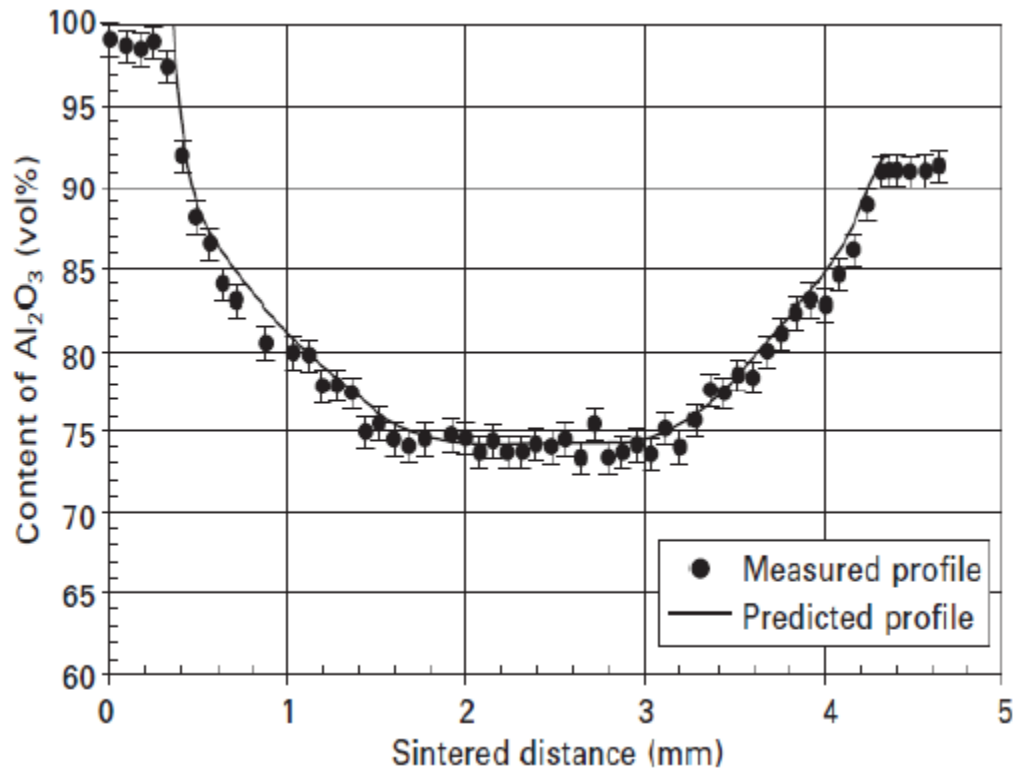


Figure.II.15 : Profil en FGM mesuré et prévu d'un disque (Al_2O_3/ZrO_2) [29]

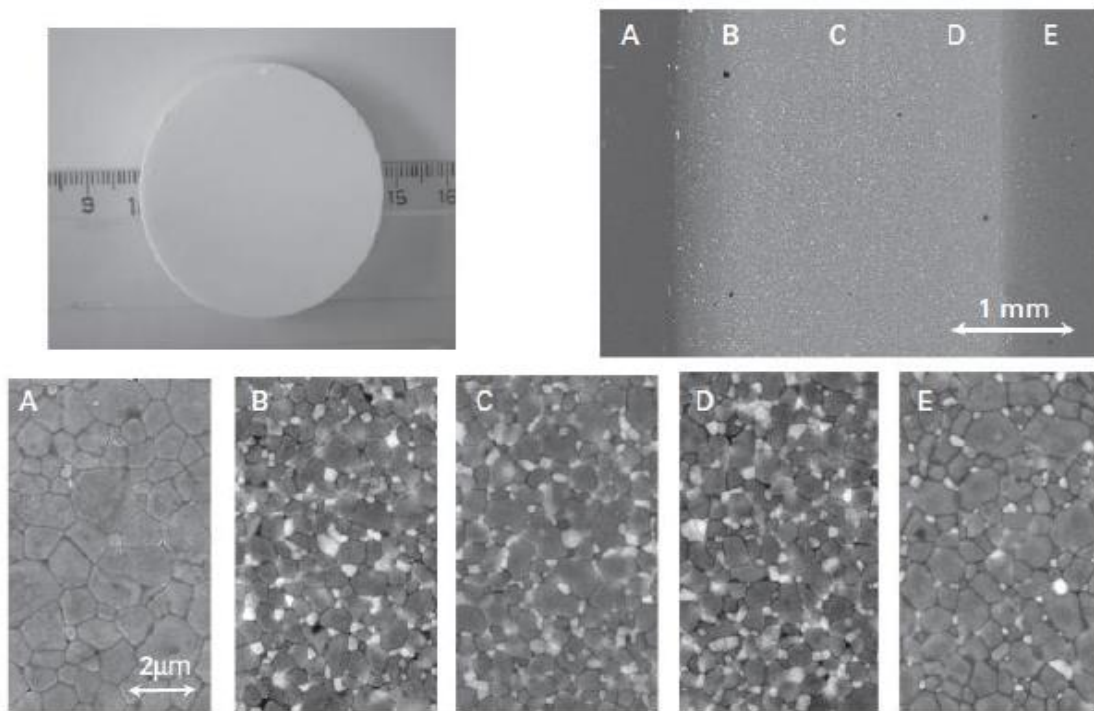


Figure.II.15 : Panorama général et quelques micrographes détaillés des endroits spécifiques dans un disque en FGM. (Anné G et al. 2006).

II.4.2. Densification des poudres compactes pour FGM

Le défi le plus important est la densification des poudres compactes graduées. Le traitement des matériaux en FGM par des méthodes métallurgiques des poudres induit des flèches de déformation excessives et indésirables du composant après frittage. A cause de ces contraintes thermiques résiduelles excessives, des fissures et d'autres défauts peuvent souvent

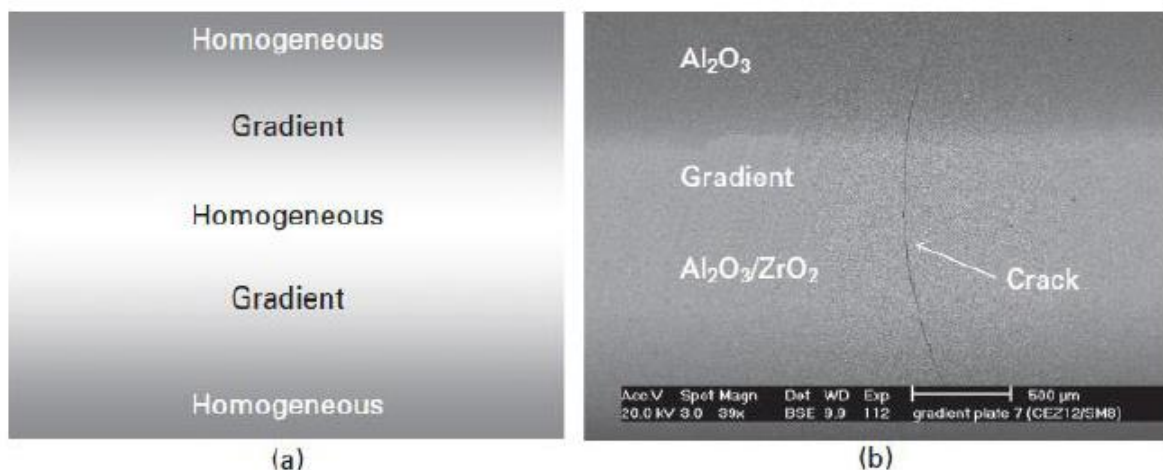


Figure.II.16: (a) schémas du FGM ; (b) fissure typique observée dans $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ [29].

La figure. II.16 montre des fissures typiques observées dans les disques symétriquement gradués en $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$, formés par les dépôts électrophorétiques et densifiés par frittage a

basse pression. A partir de la figure, il est à voir que des fissures transversales apparaissent dans le noyau riche en ZrO_2 d'un disque symétrique fritté en TZP/ Al_2O_3 . Cependant, La propagation des fissures s'est arrêtée dans la couche externe Al_2O_3 , indiquant que la contrainte de traction plane est située au centre des disques, qui devraient être abaissés. Hillman (Hillman, C et al. 1996) a observé des défauts similaires dans des stratifiés symétriques avec des couches Al_2O_3/ZrO_2 sur les surfaces et une couche médiane en ZrO_2 . Ces défauts sont les plus susceptibles aux contraintes résiduelles de traction pendant le refroidissement du noyau, dû au coefficient de dilatation thermique élevé de zircon. Ces régions de plus faible densité (pores) doivent être formées comme conséquence de la contrainte de traction qui se développe pendant le rétrécissement différentiel durant la densification entre les couches Al_2O_3 et Al_2O_3/ZrO_2 . Les pores agissent alors en tant que pailles préexistantes pour la génération de la dilatation thermique inadéquate des fissures pendant le refroidissement par l'intermédiaire du lien des pores et des défauts cavitationnels.

L'élimination des fissures transversales peut être accomplie en diminuant le retrait de tous les composés. Ceci se fait seulement en diminuant le grand écart compositionnel entre les différentes couches (Cai, P.Z. et al. 1997)- (Cai, P.Z et al. 1997) ou en ajustant la densité verte des différentes couches (S., Beraniè et al. (2005). Une autre possibilité est de diminuer le taux de chauffage et de refroidissement Pendant le frittage (Cai, P.Z et al. 1997). Les forces résiduelles pendant Le cycle de chauffage sont diminuées par nature visqueuse du FGM à la Température de frittage. La force de frittage résiduelle est proportionnelle au taux de frittage résiduel. La rupture est réduite sous un refroidissement lent ; ceci est probablement du à La relaxation des tensions résiduelles pendant la période initiale de refroidissement.

Presque tous les volumes FGM en matériaux céramique/céramique sont frittés par un frittage conventionnel à basse pression ou par un pressage à chaud, selon les propriétés de frittage des deux composants (Vleugels, J et al. 2003). Dans un FGM métal/ céramique avec une phase continue en métal et une phase en céramique discontinue, les taux de frittage sont contrôlés par la densification de la phase métallique et un tel FGM peut être densifié par des méthodes de frittage conventionnelles (Hillman, C et al. 1996). Cependant, dans la plupart des FGM où une phase céramique élevée est envisagée quelques approches spéciales doivent être considérées pour la densification entière.

En plus du frittage conventionnel, le traitement réactif en poudre, également appelé synthèse de combustion ou la synthèse à hautes températures (SHS), peut être utilisée si les composés voulus sont synthétisés d'un premier mélange de poudre. Ce processus comporte une

réaction chimique rapide et exothermique pour synthétiser simultanément quelques ou toutes les phases des constituants dans le FGM et puis densifier le composant.

Une technique plus avancée, telle que le frittage de plasma en étincelle (SPS) ou le frittage par courant électrique pulsé, est également utilisé pour la fabrication de FGM (Vleugels, J et al. 2003). C'est une méthode de frittage à pression assistée dans laquelle un haut courant est pulsé à travers une installation matrice/poinçon/échantillon, qui peut être comparée à ceux du cas de pressage conventionnel à chaud. Les grandes impulsions de courant produisent des plasmas d'étincelle, une pression d'impact d'étincelle et une énergie de chauffage en Joule.

Le mécanisme de frittage et les propriétés mécaniques des compacts frittés montrent des caractéristiques différentes des processus de frittage conventionnels aux pressions assistés. Cette technique offre des avantages significatifs pour différentes sortes de nouveaux matériaux et produit toujours un compact dense dans un petit temps de frittage et avec une dimension du grain plus fins que des méthodes conventionnelles. Le frittage de plasma en étincelle des FGM utilise un gradient de température dans le système, qui permet une densification homogène des FGM en Correspondant le gradient de température au gradient de taux de retrait du compact. Avec un système de plasma d'étincelle, une grande masse FGM (céramique/métal) (~100 millimètres se section) peut être homogènement densifié en peu de temps avec des temps de chauffage et d'entreposage à moins d'une heure. Parmi les systèmes de frittage de plasma en étincelle rapportés on site des matériaux à base de WC (WC/Co, WC/Co/steel, WC/Mo), des composés à base de ZrO_2 (ZrO_2 /acier, ZrO_2 /TiAl, ZrO_2 /Ni), Al_2O_3 /TiAl, ...etc. (Vleugels, J et al. 2003).

Le frittage à la micro-onde est une autre technique prometteuse pour les FGM en céramique/métal pour remédier à la difficulté de l'inégalité du taux de rétrécissement. Comme une nouvelle technique de frittage, le frittage aux micro-ondes utilise des micro-ondes et des radiations pour chauffer la céramique ou un compacte composite à base de céramique (Zhao, C et al. 1999) Le mécanisme de chauffage par micro-ondes est basé sur la perte diélectrique des phases céramiques injectées, ayant obtenue par une technique volumétrique de chauffage dans laquelle la chaleur est produite par le compacte lui-même.

II.5 L'intérêt d'utilisation des FGM

Il y a beaucoup d'intérêt pour la mise sur pied des structures ainsi les conditions fonctionnelles peuvent varier avec l'endroit. Dans la plupart des cas, ceci impliquera de varier

les matériaux qui sont employés aux endroits spécifiques dans la structure ayant pour résultat les interfaces discrètes dans tout. A nombre de proposé des technologies manufacturières pour le traitement de FGM.

II.6 Méthodes d'élaboration des FGM

L'obtention des qualités désirées nécessite de plus l'intervention de techniques sophistiquées et subtiles comme l'utilisation de lasers, de plasmas, l'implantation ionique, de dépôts en phase vapeurs, etc.

Les procédés de fabrication d'un matériau à gradient évalués peuvent habituellement être divisés en construisant la structure dans un espace hétérogène (mélange graduel) et la transformation de cette structure en matériau en bloc (solidification).

Les processus de mélange graduel peuvent être classés suivant ses constituants, l'homogénéisation et la ségrégation. Les procédés élémentaires sont basés sur la fabrication par étape de structure en matériaux graduels précurseurs ou poudres. Les avancés en technologie d'automatisation durant les dernières décennies ont rendu des processus élémentaires de progression technologiquement et économiquement durables. Dans la procédure d'homogénéisation qui traite une interface pointue entre deux matériaux est convertie dans un gradient par transport matériel. Les procédés d'homogénéisation et de ségrégation produisent un gradient continu, mais ont des limitations au sujet des types de gradients qui peuvent être produits.

Habituellement, le séchage et la solidification suivent les étapes du mélange graduel. Le besoin de ces processus de consolidation doit adapter aux FGM :

- Des conditions de procédure choisie pour ne pas altérer ou détruire le gradient en mode non contrôlé.
- Prêter attention a tout rétrécissement inégal du FGM pendant la consolidation.

Ces dernières années, les travaux menés au laboratoire ont permis de développer une méthode originale pour élaborer des composites à gradient continu de composition. Cette méthode est basée sur une technique de co-sédimentation de poudres en milieu proportionnelle à la densité du matériau et au carré du diamètre de particule. En contrôlant et en adaptant les répartitions granulométriques de chaque poudre, il est possible d'obtenir différents gradient de concentration dans le dépôt formé à l'issu de sédimentation.

Il existe de nombreuses méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés, les techniques les plus employées sont brièvement expliquées ci-dessous :

II.6.1 Coulage en Bande (Tape Casting ou Doctor-Blade)

Le coulage en bande consiste à couler une barbotine de poudres fines en suspension aqueuse ou non-aqueuse (la plupart des travaux commerciaux utilisent le procédé non-aqueux) sur un support plan en couches minces et régulières. Selon les cas, c'est soit la lame (doctor-Blade) qui est animée d'un mouvement de translation, soit le support qui se déplace sous la lame (figure. II.17). Les produits obtenus sont des feuillets avec des épaisseurs contrôlées (25-1000 μm). Après un raffermississement de la pâte, les feuillets sont démoulés et ensuite découpés.

Le solvant doit avoir un point d'ébullition très bas et une viscosité faible. Il doit être soluble avec le liant le plastifiant et les autres ajouts, mais ne doit être ni soluble ni réactif avec la poudre céramique. Le liant donne une grande résistance mécanique au produit cru en permettant son maniement. Généralement un plastifiant est ajouté au liant pour baisser sa viscosité. Les liants (Plastifiants et dé flocculant) doivent être totalement dégagés pendant le délainage.

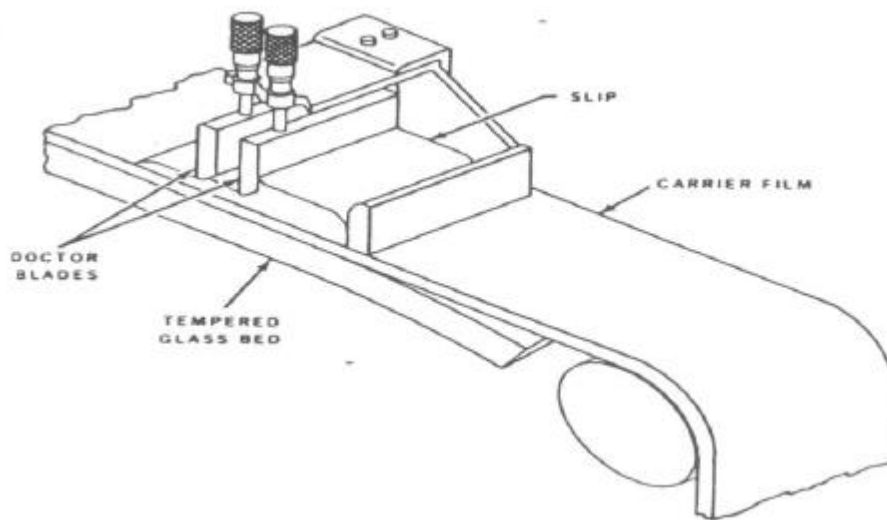


Figure. II.17 : Principe de la méthode coulage en bande.

L'un des plus anciens travaux sur l'étude de cette technique a été publié par Howatt et al. En 1947, et depuis d'autres travaux ont été réalisés (Boch. P C et al. 1986) Ce procédé est devenu une technique économique pour la production des substrats céramiques de type Al_2O_3 et surtout pour les condensateurs à base de BaTiO_3 . On peut d'ailleurs remarquer qu'il s'agit

déjà de F.G.M puisqu'il faut empiler des couches conductrices (métaux rares) avec des couches diélectriques (BaTiO₃ principalement).

Le procédé de coulage en bande est largement utilisé pour réaliser des matériaux composites laminaires suivant deux méthodes :

- Réalisation directe de bandes multicouches grâce à un système de lames multiples c'est le cas des tri-couches élaborées par MISTLER(Mistler, R et al. 1973)
- Empilement des couches élaborées séparément dont la cohésion est ensuite assuré par une étape de thermo-compression (Boch. P C et al. 1986).

II.6.2 Coulage Séquentiel en Barbotine (Slip Casting)

Le coulage en Barbotine (Slip Casting) consiste à couler une suspension dans un moule poreux qui va drainer le liquide grâce aux forces capillaires, laissant un tesson (couche de poudre compacte) sur la surface du moule .Après séchage, on obtient le corps en cru .Donc le coulage se effectuée en deux étapes essentielles :

- Formation du tesson ou « prise ».
- Consolidation du tesson « raffermissment ».

La filtration, c'est à dire la formation du tesson lors du coulage, peut être considéré comme un processus d'élimination d'une partie de l'eau de la barbotine; Cette eau migre à travers la couche de tesson déjà formée, sous l'effet :

- du pouvoir de succion du plâtre (coulage classique) ;
- ou d'une pression appliquée sur la barbotine (coulage sous pression).

Dans le cas de la fabrication de multicouches, après la formation du premier tesson, le dépôt de la deuxième couche s'effectue de manière telle que la barbotine ne pénètre pas dans le tesson formé. Ce procédé est successivement reproduit pour les autres couches.

II.6.3 Compaction Sèche des Poudres

Cette technique consiste à verser successivement dans un moule en acier les poudres, et à chaque fois qu'une poudre est versée une faible compression est exercée. Ensuite la compaction de l'ensemble des couches sera effectuée. Ce procédé est suivi généralement par une pression isostatique et un délainage. La densification sera enfin l'étape finale (Bishop, a et al. 1993). Ce

procédé peut être envisagé pour la fabrication de pièces de formes complexes. En effet il s'applique aussi avec la technique du pressage isostatique, et de façon industrielle.

II.6.4 Dépôt par Electrophorèse

Le dépôt par électrophorèse est un procédé dans lequel une suspension colloïdale stable est placée dans une cellule contenant deux électrodes, le dépôt se fait par le mouvement des particules chargées au sein de la solution vers la cathode ou l'anode selon le signe de la charge des particules due à un champ électrique. L'élaboration des F.G.M peut se faire donc par le dépôt séquentiel des matériaux (Abdizadeh H et al. 1997).

II.6.5 Projection Plasma

Un gaz soumis à une forte température (par exemple celle d'un arc électrique), se transforme en un état ionisé (plasma). Cette transformation est accompagnée d'un dégagement de chaleur important. Si une particule de céramique se trouve dans cet environnement, elle se fond totalement ou superficiellement, ce qui permet de la situer sur un substrat. La projection plasma des particules des divers matériaux est devenue une méthode très utilisée pour fabriquer des FGM L'équipement relativement simple, le rendement élevé du dépôt des particules sur des substrats à géométrie compliquée, les performances des surfaces en fonctionnement et la compatibilité des céramiques avec les métaux sont les avantages essentiels de cette technique (Steffes.H.D et al. 1990) .

II.6.6 C. V. D. et P. V. D.

Les dépôts chimique ou physique en phase vapeur sont des techniques dans lesquelles les atomes du matériau sont déposés sur la surface du substrat. Les techniques de C.V.D. et P. V. D. peuvent être utilisées pour façonner un F.G.M sur des substrats de formes compliquées.

II.6.7 Frittage et Infiltration

Cette technique est constituée de deux étapes et convient à la fabrication d'un composite à gradient de fonction composé de deux matériaux dont les températures de fusion sont très différentes :

- La première étape est de fabriquer une matrice frittée du matériau à haute température de fusion avec un gradient de porosité.
- La seconde étape est de remplir ces porosités avec le deuxième matériau fondu par infiltration.

- Le résultat est excellent pour la diminution de la contrainte thermique.

Cette technique peut être généralement appliquée pour plusieurs combinaisons de matériaux qui sont chimiquement inertes et qui ont des points de fusion bien différents les uns par rapport aux autres.

II.6.8 Frittage Laser Différentiel

Le rayonnement thermique du laser permet le contrôle de la température et la focalisation du point à chauffer. La différence de l'intensité de l'irradiation sur différents points du matériau, provoque un frittage différentiel le long de la pièce, ce qui résulte en des microstructures différentes, dépendant de la position du point irradié. Cette technique a été utilisée pour élaborer un F.G.M de PSZ/Mo. La figure II.18 montre schématiquement la disposition du procédé utilisé par ces auteurs.

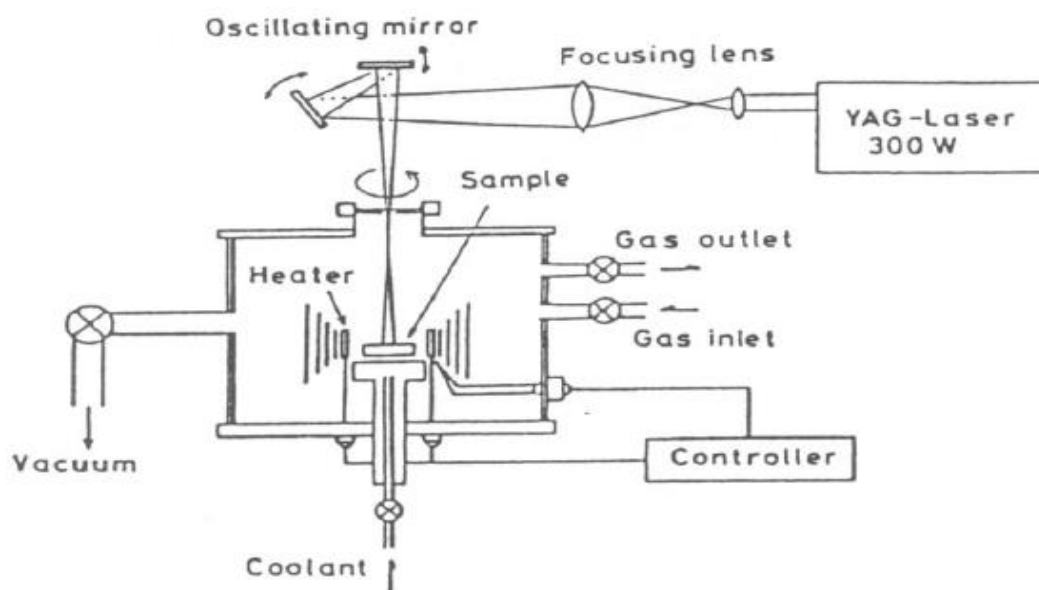


Figure II.18 : Disposition du procédé frittage laser différentiel.

II.6.9 Implantation Ionique (Sputtering)

C'est une technique avancée pour la fabrication des F.G.M permettant de réaliser seulement des épaisseurs fines ($<1\mu\text{m}$) sur différents substrats (plastiques, céramiques, et métaux). Le traitement s'effectue par les faisceaux énergétiques d'ions ou via des gaz réactifs. Les couches fabriquées présenteront un gradient de composition qui peut être très finement contrôlé [(Abdizadeh H et al. 1997).

II.6.10 Dépôt par Centrifugation

La technique consiste à verser une suspension colloïdale relativement diluée dans des flacons cylindriques, le tout est soumis à une centrifugation. La sédimentation s'opère et le liquide surnageant est retiré. Ce procédé est répété pour obtenir des multicouches (figure. II.19) (Abdizadeh H et al. 1997).

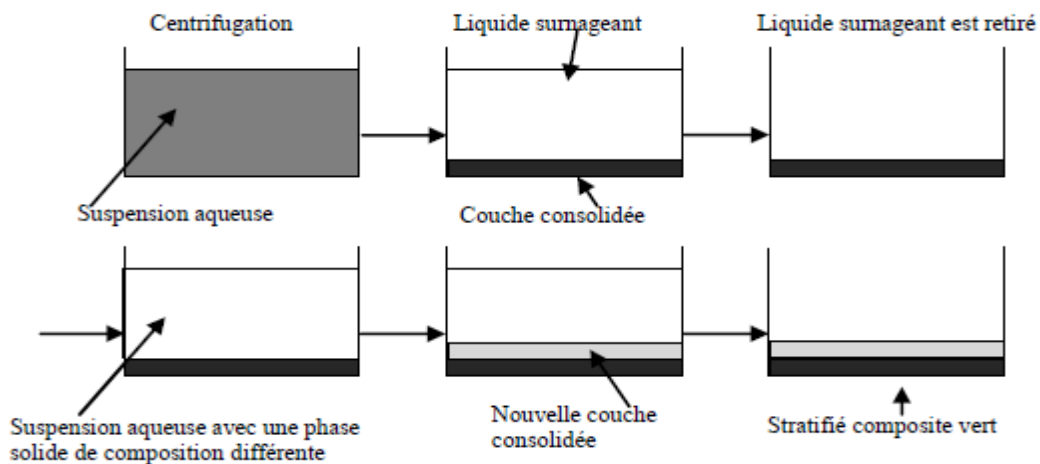


Figure II.19 : Schéma du procédé dépôt par centrifugation (Abdizadeh H et al. 1997).

II.7 Propriétés physiques et mécaniques des FGM

Pour ce travail le matériau FGM choisi est (Aluminium-Céramique).

II.7.1 Propriétés physiques de l'aluminium

Définition : L'Aluminium est un métal blanc qui après polissage peut devenir réfléchissant **Propriétés physiques :** L'Aluminium a une température de fusion relativement basse d'environ 660°. Il en résulte une facilité de fusion qui présente un avantage certain pour les opérations de fonderie. L'Aluminium est très ductile, on peut aisément le mettre en forme. La masse volumique de l'Aluminium est de 2700 kg/m³. L'utilisation de l'Aluminium s'impose donc dans les domaines aéronautiques et du transport.

Propriétés mécaniques : Les propriétés mécaniques des métaux présentent un grand intérêt dans la vie quotidienne, elles peuvent être classées en deux groupes :

- Celles qui se rapportent à la résistance mécanique du métal :
- Résistance à la traction.

- Résistance à la pénétration (dureté).
 - Celles qui concernent les modifications de forme que le métal peut subir sans se briser :
- La malléabilité (mises en feuilles).
- La ductilité (mise en fils).

Propriétés des alliages d'aluminium : L'Aluminium a pour propriétés une :

- Température de travail élevée.
- Très bonne résistance à la corrosion.
- Légèreté.
- Très bonnes solidités, dureté et rigidité.
- Bon rapport force/poids.
- Bonnes propriétés de protection contre les interférences électromagnétiques.
- Bonne conductivité thermique.
- Conductivité électrique élevée.
- Bonnes caractéristiques de finition.
- Entièrement recyclable.

Résistance à la corrosion : Grâce à la couche d'oxyde qui se forme en surface, les alliages d'Aluminium résistent à la corrosion. On peut rendre cette couche protectrice d'oxyde plus épaisse par galvanisation. L'Aluminium et ses alliages peuvent être utilisés sans protection supplémentaire comme revêtement extérieur de bâtiments. Par contre dans les milieux corrosifs, les alliages d'Aluminium peuvent subir les effets de la corrosion. Des piqures, de la corrosion sous contrainte, de la fatigue corrosion, voire de la corrosion généralisée peuvent se développer. Pour des conditions données, la sévérité de l'attaque dépend de l'alliage utilisé et de son état.

II.7.2 Propriétés physiques de la céramique

Définition : La céramique résulte des terres et des roches broyées (matériaux géologiques) ou bien d'une argile qui sera modelée puis cuite sous haute température (transformation irréversible) ce qui fait perdre au matériau sa plasticité donc il ne peut plus se réhydrater.

Propriétés physiques : La céramique a une facilité de fusion qui présente un avantage certain pour les opérations de fonderie. La masse volumique de la céramique est de 3800 kg/m^3 . L'utilisation de la céramique s'impose dans les domaines de l'habitat et du design, l'industrie céramique et métallurgique, aéronautique et spatial, médicale et dans les revêtements.

Propriétés mécaniques : Les propriétés mécaniques du céramique dépendent des :

- Matières première employées.
- Méthodes de fabrication qui fixent les microstructures finales et déterminent la répartition des différentes phases en présence.

Propriétés des céramiques : Les propriétés de la céramique sont :

- Un module de YOUNG élevé (Liaisons, covalente, ioniques).
- Une dureté élevée (Abrasif, outils de coupe, surfaces de frottement qui doivent résister à l'usure, résistance mécanique élevée, bonne tenue à chaud, rigidité élevée).
- Une très bonne résistance à la compression non à la traction (Résistance à la compression = 200 MPa).

II.8 Propriétés matérielles effectives d'un matériau FGM

Les matériaux à gradient de propriétés sont généralement fabriqués par deux phases matérielles avec des propriétés différentes. Une description détaillée des microstructures graduée réelles n'est pas disponible, excepté peut-être pour l'information sur la distribution de fraction volumique. Puisque la fraction de volume de chaque phase varie graduellement dans la direction de la graduation, les propriétés effectives des FGM changent le long de cette direction.

Par conséquent, nous avons deux approches possibles pour modéliser un FGM.

- La première approche : une variation par tranche de fraction volumique de la céramique ou du métal est assumée, et le FGM est pris pour être posé avec la même fraction de volume dans chaque région, c.-à-d., couches quasi homogènes de céramique-métal (figure. II.20a).
- La deuxième approche : une variation continue de la fraction volumique de la céramique ou du métal est assumée (figure. II.20b), et la fraction de volume en métal peut être représentée suivant une fonction dépendante de la cordonnée Z (épaisseur).

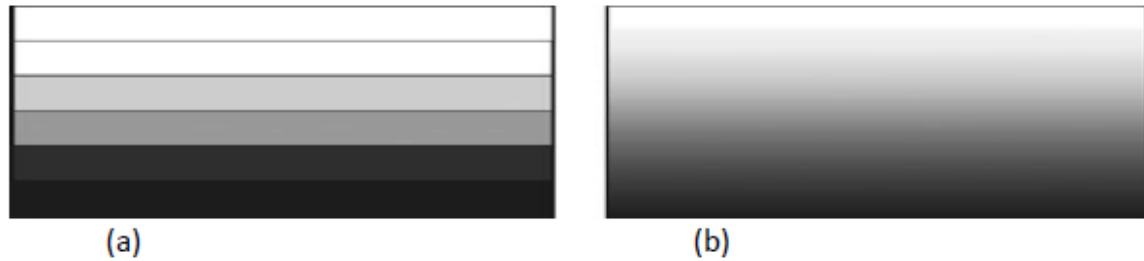


Figure.II.20 : Modèles analytiques pour une couche en FGM.

La plupart des chercheurs emploient la fonction de loi de puissance ; la fonction exponentielle, ou la fonction sigmoïde pour décrire les fractions de volume. Par conséquent, on considère dans notre travail des plaques FGM avec des variations de la fraction de volume qui suit des fonctions de la loi de puissance.

II.9. revue sur les différentes lois qui régissent la variation des propriétés matérielles suivant l'épaisseur d'une plaque FGM

Considérant une plaque élastique rectangulaire (figure II.21). Les coordonnées x et y définissent le plan de la plaque, tandis que l'axe z lancé sur la surface moyenne de la plaque est dans la direction de l'épaisseur. Les propriétés matérielles, module de Young, densité et le coefficient de Poisson, sur les surfaces supérieure et inférieure sont différent mais sont déterminés selon les demandes d'exécution. Cependant, le module de Young, la densité et le coefficient de Poisson des plaques changent sans interruption seulement dans la direction d'épaisseur (l'axe z), $E = E(z)$, $\rho = \rho(z)$, $\nu = \nu(z)$. Delale et Erdogan (F. Delale, F et al. 1983) ont indiqué que l'effet du coefficient de Poisson sur la déformation est beaucoup moins important que celui du module de Young. Donc, on suppose que le coefficient de Poisson de la plaque F.G.M est constant dans tout point de la plaque; d'ailleurs cette propriété est sensiblement la même pour les matériaux avec lesquels on va travailler. Alors, le module de Young et la densité changent dans la direction de l'épaisseur de la plaque FGM suivant une fonction de loi de puissance (P-FGM), une fonction exponentielle (E-FGM), ou une fonction sigmoïde (S-FGM).

Notant que S représente la propriété mécanique qui varie selon l'épaisseur ; donc elle peut être le module de Young $E(z)$ ou la densité $\rho = \rho(z)$.

II.9.1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM

La fraction volumique dans les P-FGM est assurée par une loi de puissance sous la forme:

$$g(z) = \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^p \quad (\text{II.1})$$

Où p est un paramètre du matériau et h est l'épaisseur de la plaque. Une fois que la fraction de volume local $g(z)$ est définie, les propriétés matérielles d'une plaque P-FGM peuvent être déterminées par la loi des mélanges :

$$S(z) = g(z).S_1 + [1 - g(z)].S_2 \quad (\text{II.2})$$

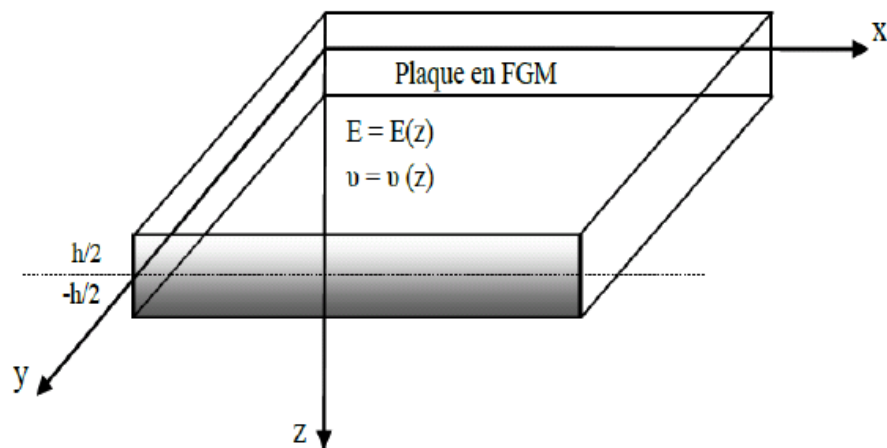


Figure II.21 : Les dimensions de la plaque FGM.

Où S_1 et S_2 sont respectivement les propriétés matérielles (modules de Young ou densité) de la surface inférieure ($z = h/2$) et de la surface supérieure ($z = -h/2$) de la plaque FGM. La variation de ces propriétés dans la direction de l'épaisseur de la plaque P-FGM est représentée sur la figure II.22, il apparaît clairement que le module de Young par exemple change rapidement près de la surface inférieure pour $p > 1$, et augmente rapidement près de la surface supérieure pour $p < 1$.

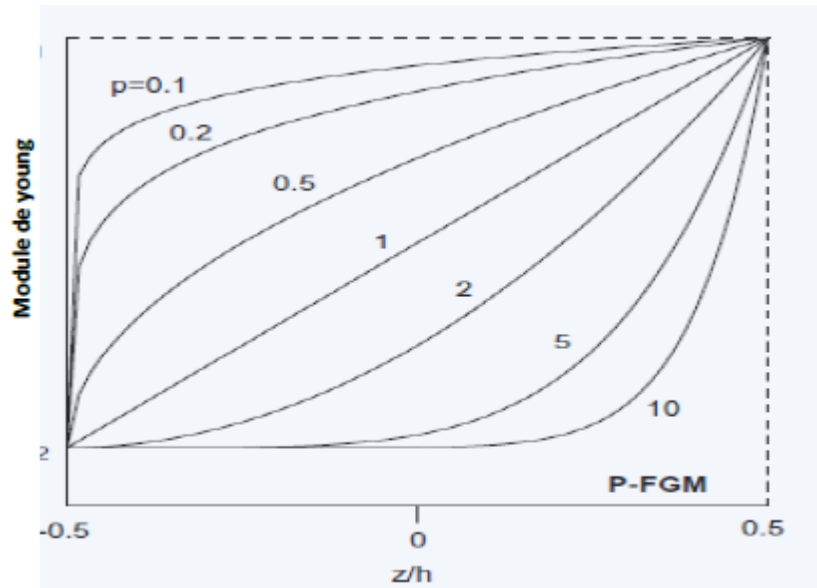


Figure II.22 : La variation du module de Young dans une plaque P-FGM.

Comme il est présenté sur la figure II.22, le changement de la valeur de P produit un nombre infini de distributions de composition. Afin de modéliser exactement les propriétés matérielles de FGM, les propriétés doivent avoir une dépendance entre la température et la position. Ceci est réalisé par une loi simple de mélange des matériaux composites (modèle de Voigt). Pour une résolution numérique, par éléments finis par exemples, Les propriétés matérielles effectives S de la couche de FGM, comme le module de Young E , et la densité ρ et le coefficient de poisson ν peut alors être exprimé comme suit :

$$S = \sum_{j=1} S_j \cdot g_j \quad (\text{II.3})$$

Là où S_j et g_j sont les propriétés matérielles et la fraction volumique de la couche jj (Figure.II.20.a),et la somme des fractions de volume de tous les matériaux constitutifs fait l'unité :

$$\sum_{j=1} g_j = 1 \quad (\text{II.4})$$

II.9.2 Propriétés matérielles de la plaque S-FGM

Si l'on rajoute une plaque P-FGM d'une simple fonction de loi de puissance à une plaque composite multicouche, les concentrations des contraintes apparaissent sur l'interface des deux matériaux Par conséquent, Chung et chi ont défini la fraction de volume de la plaque FGM en

utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définies par :

$$g_1(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{h/2 - z}{h/2} \right)^P \text{ Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.5.a})$$

$$g_2(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{h/2 + z}{h/2} \right)^P \text{ Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{II.5.b})$$

En utilisant la loi des mélanges, la propriété S de la plaque S-FGM peut être calculé par :

$$S(z) = g_1(z).S_1 + [1 - g_1(z)].S_2 \text{ Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.6.a})$$

$$S(z) = g_2(z).S_1 + [1 - g_2(z)].S_2 \text{ Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{II.6.b})$$

La figure II.23 montre que la variation du module de Young selon les équations (II.6.a) et (II.6.b) avec des distributions sigmoïdes, donc la plaque FGM est ainsi appelée (Plaque S-FGM).

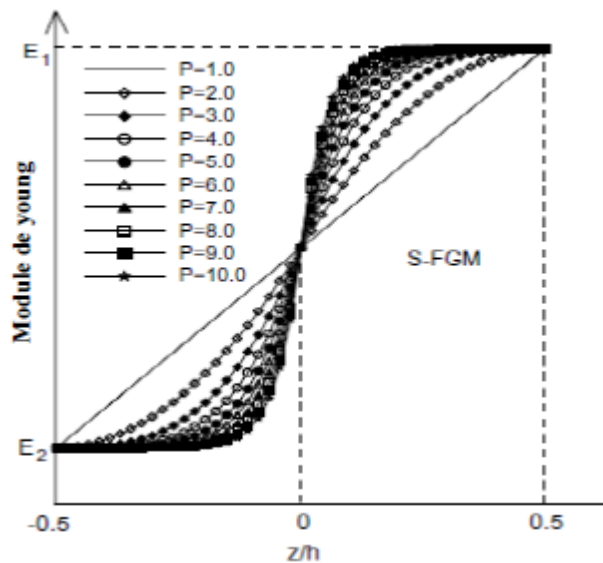


Figure III. 23 : La variation du module de Young dans une plaque S-FGM.

II.9.3 Propriétés matérielles de la plaque E-FGM

Beaucoup de chercheurs utilisent la fonction exponentielle pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la fonction exponentielle est donnée par (F. Delale, F et al. 1983):

$$S(z) = A.e^{B.(z+h/2)} \quad (\text{II.7.a})$$

Avec

$$A = S_2 \text{ Et } B = \frac{1}{h} \cdot \ln \left(\frac{S_1}{S_2} \right) \quad (\text{II.7.b})$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la plaque E-FGM est représentée dans la figure II.24.

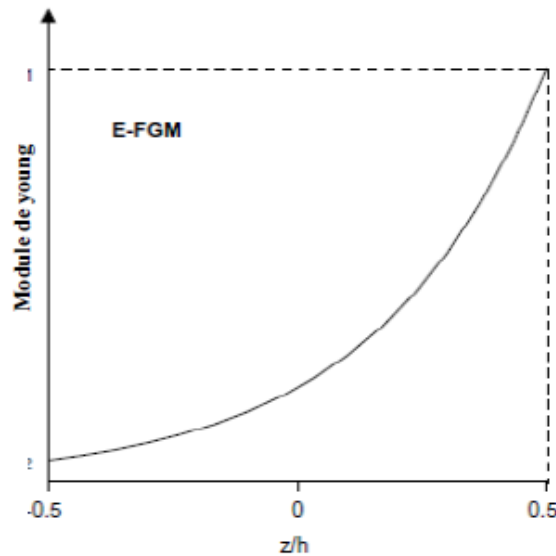


Figure II. 24 : La variation du module de Young de la plaque E-FGM.

II.10. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à présenter et à définir la notion d'un matériau FGM. Dans un premier temps, nous avons présenté l'historique de la fabrication des FGM dont les premiers pas de la naissance du FGM. Et puis en est passé à décrire les différentes méthodes modernes d'usinage à savoir la méthode d'injection des poudres. Après nous avons cités les propriétés matérielles effectives d'un matériau FGM, et à la fin nous avons terminés par les différentes lois possibles qui servent à décrire la variation des propriétés matérielles du matériau FGM (module de Young, masse volumique et coefficient de poisson) suivant l'épaisseur d'une plaque, ces lois peuvent être de puissances, exponentielles ou même sigmoïde. Le chapitre suivant va porter sur la conception des plaques FGM tous en définissant les différents modèles des structures composites dans l'élasticité bidimensionnelles.

CHAPITRE III

LES THEORIES DES STRUCTURES FGM

III.1. Introduction

Une structure FGM peut être considérée comme un corps hétérogène. La caractéristique géométrique d'une plaque est une épaisseur faible par rapport aux autres dimensions. La modélisation des structures FGM modernes avec une forte anisotropie (par exemple : faible rapport du module de cisaillement transverse de l'âme par rapport au module d'élasticité longitudinal des peaux dans le cas des structures sandwich) exige des théories raffinées qui prennent en compte une bonne description des cisaillements transverses. On trouve dans (A. K. Noor et al. 1989) -(R. K. Kapania et al. 1989) -(T. Kant et al. 2000)- (E. Carrera. et al. 2000) des revues complètes sur les différents modèles existants de type élasticité tridimensionnelle ou de type plaque. L'intérêt d'une approche tridimensionnelle réside dans l'obtention de résultats exacts tridimensionnels, utiles notamment comme référence. L'adoption d'une approche tridimensionnelle ne présente toutefois d'utilité que dans la mesure où les équations différentielles finalement obtenues peuvent être résolues. L'approche tridimensionnelle (3D) est donc limitée à certains cas de géométrie, empilement et chargement simple (N.J. Pagano et al. 1969), (N.J. Pagano et al. 1970), (S. Srinivas et al. 1970), (S. Srinivas et al. 1973). La encore une approche 3D peut fournir des informations dans certains cas (bord libre droit, plaque trouée . . .) mais il est préférable d'envisager des démarches bidimensionnelles (2D) de type plaque plus opératoires. Dans la suite ce sont ces approches 2D qui seront mentionnées.

Durant ces dernières années, plusieurs modèles bidimensionnels ont été développés pour la modélisation des structures multicouches tenant compte des cisaillements transverses. Ils peuvent être regroupés en fonction du type d'approche adopté :

- Approche monocouche équivalente.
- Approche par couche.
- Approche développement asymptotique.

III.2. Les Différents Modèles des structures composites dans l'élasticité bidimensionnelles

III.2.1.Approche monocouche équivalente

Dans l'approche monocouche équivalente, le nombre d'équations ne dépend pas du nombre de couche, la plaque multicouche est homogénéisée et est donc considérée comme une seule couche.

Chapitre III: LES THEORIES DES STRUCTURES FGM

Depuis le premier travail de Sophie Germain en 1815 sur les plaques minces en passant par les modèles du premier ordre de Love-Kirchhoff et de Reissner-Mindlin, de nombreux auteurs ont développé des théories de plaques à partir de cinématiques ou champs de contraintes plus raffinés. Nous passons en revue, dans ce qui suit, les principaux modèles.

Tableau III.1 : Hypothèses cinématiques pour différentes théories de plaques

Théories	Hypothèses de déplacements tri dimensionnels
<i>CPT</i>	$U(x, y, z) = u(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x},$ $V(x, y, z) = v(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial y},$ $W(x, y, z) = w(x, y).$
<i>FSDPT</i>	$U(x, y, z) = u(x, y) + z\phi_x(x, y),$ $V(x, y, z) = v(x, y) + z\phi_y(x, y),$ $W(x, y, z) = w(x, y).$
<i>TSDPT</i>	$U(x, y, z) = u(x, y) + z\phi_x(x, y) - \frac{4z^3}{3h^2} \left(\phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right),$ $V(x, y, z) = v(x, y) + z\phi_y(x, y) - \frac{4z^3}{3h^2} \left(\phi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right),$ $W(x, y, z) = w(x, y).$
<i>SSDPT</i>	$U(x, y, z) = u(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right) \phi_x(x, y),$

$$V(x, y, z) = v(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \phi_y(x, y),$$

$$W(x, y, z) = w(x, y).$$

III.2.1.1. Les modèles classiques Love-Kirchhoff (théorie classique des plaque stratifiées CLPT)

En commence par le model le plus simple est le plus général appelé model de Love-Kirchhoff. Ce modèle est basé sur une distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur (E. Reissner & Y et al. 1961). L'hypothèse adoptée est celle de Love-Kirchhoff (G. Kirchhoff. et al. 1850) des contraintes planes, les déformations dues au cisaillement transverse sont négligées. La normale à la surface moyenne de la plaque reste perpendiculaire et droite à celle ci après déformation (Figure. III.1).

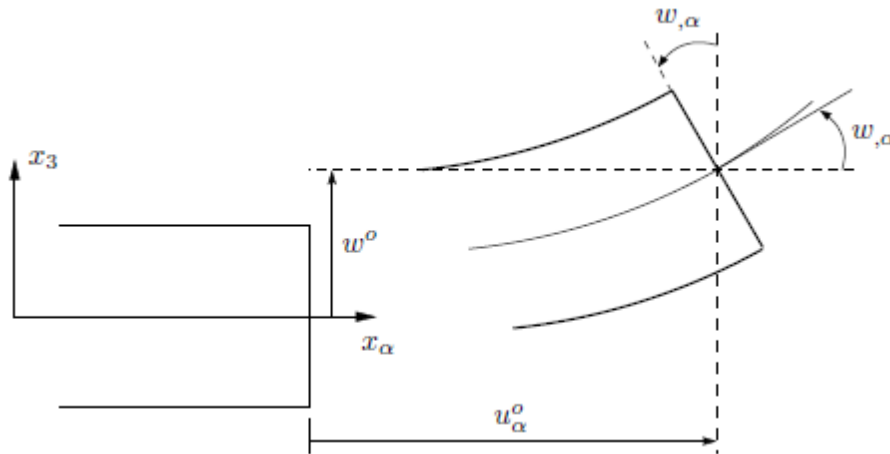


Figure. III. 1 : Cinématique de Love-Kirchhoff.

Le champ de déplacements de Love-Kirchhoff s'écrit alors,

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha^0(x_1, x_2) - z w_{,\alpha}(x_1, x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases}, \alpha = 1, 2 \quad (\text{III.1})$$

Avec,

u_α^0 : Le déplacement de membrane dans la direction α ,

w : La flèche de la plaque,

$w_{,\alpha}$: La rotation due a la flexion (sans cisaillement).

III.2.1.2. Les modèles Reissner-Mindlin (théorie de déformation en cisaillement du premier ordre FSDT)

Le cisaillement transverse ne peut être négligé; sa prise en compte est adoptée par Mindlin dont l'hypothèse cinématique est la suivante :

La normale reste droite mais non perpendiculaire à la surface moyenne (à cause de l'effet du cisaillement transverse) dans la configuration déformée (Figure.III.2). Le champ de déplacements de Reissner-Mindlin s'écrit :

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha^0(x_1, x_2) - z\phi_{,\alpha}(x_1, x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Avec,

ϕ_α : La rotation de la normale au plan moyen autour des axes x_α ,

$\gamma_\alpha^0 = (w_{,\alpha} + \phi_\alpha)$: La déformation de cisaillement transverse mesurée sur le plan moyen.

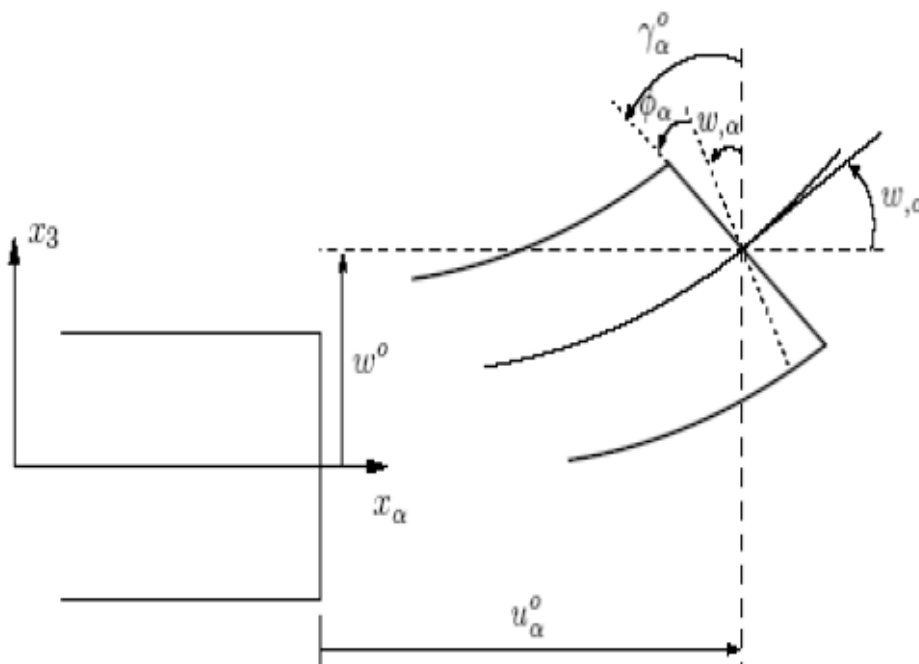


Figure. III.2 : Cinématique de Reissner-Mindlin.

Avec ce choix de la forme des champs de déplacements, les déformations transversales γ_{α}^0 sont constantes en z . Les contraintes de cisaillement sont donc uniformes à n'importe quel point suivant l'épaisseur et ça évitent la discontinuité entre les couches dans les composites conventionnels. Cette mauvaise description d'uniformité de distribution des contraintes oblige à introduire des coefficients correcteurs pour mieux prendre en compte, dans l'écriture de l'énergie, les effets du cisaillement transversal (J.M. Whitney et al. 1973). Les résultats obtenus dépendent essentiellement du choix empirique dans des situations complexes des coefficients correcteurs et l'étude des plaques épaisses reste aléatoire par ce type d'approche cinématique.

La Figure. III.3 montre la variation de la fonction de forme ainsi que sa dérivée par rapport à l'épaisseur de la plaque. Cette variation est plus authentique pour le cas des plaques stratifiés ou au niveau de l'interface il ya une discontinuité de distribution des propriétés alors que pour les FGM ce problème est résolu.

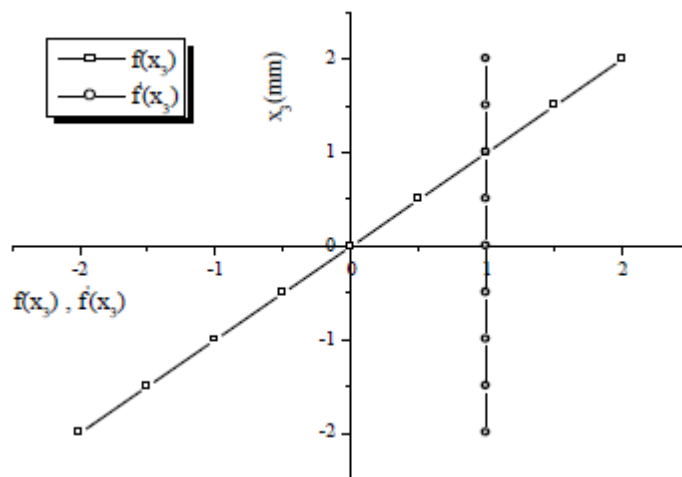


Figure. III.3: Variation de la fonction de gauchissement $f(x_3) = x_3$ et $f'(x_3)$ suivant l'épaisseur.

III.2.1.3. Les modèles d'ordre supérieur

Pour franchir les limites des théories du premier ordre, plusieurs auteurs proposent des théories à un ordre supérieur. Les modèles sont basés sur une distribution non linéaire des champs suivant l'épaisseur. Ces modèles permettent de représenter le gauchissement de la section dans la configuration déformée (Figure. III.4) (J.M. Whitney et al. 1973)- (L. Liberscu et al. 1967)

-(M. Touratier et al. 1991). La plupart des modèles d'ordre supérieur utilisent un développement en série de Taylor des champs de déplacements qui s'écrivent de la forme :

$$u_i(x_1, x_2, x_3) = u_i^0(x_1, x_2) + z\phi_i^{0(1)}(x_1, x_2) + z^2\phi_i^{0(2)}(x_1, x_2) + z^3\phi_i^{0(3)}(x_1, x_2) + z^4\phi_i^{0(4)}(x_1, x_2) + \dots \quad (\text{III.3})$$

Partons de ce principe, nous pouvons utiliser différents ordres, en fonction de la complexité du problème et de la précision souhaitée. La plupart des études sont basées sur un développement en 3ème ordre, assurant ainsi un niveau minimum de complexité. La valeur de $\phi_j^{0(i)}$ détermine la nature de la théorie. Ainsi, la théorie du premier ordre de Reissner-Mindlin est obtenue en posant : $\phi_i^{0(j)} = 0$ pour $j = 2,3,4$ et $\phi_3^{0(1)} = 0$.

En principe, ces modèles d'ordre supérieur sont plus précis que les modèles du premier ordre. La précision augmente avec l'ordre de développement, c'est à dire avec le nombre de paramètres supplémentaires. Cependant, les conditions aux limites sur les bords sont difficiles à satisfaire et le nombre de variables de déplacement indépendantes dépasse celui des modèles classiques. Pour réduire le nombre de paramètres de déplacement, plusieurs simplifications sont proposées. On impose souvent les conditions de nullité des contraintes de cisaillement transverse aux surfaces supérieure et inférieure de la plaque. Le développement en série de Taylor est utilisé avec $\phi_i^{o(4)} = \phi_i^{o(2)} = \phi_i^{o(1)} = 0$, $\phi_i^{o(3)}$, $\alpha = \{1,2\}$. Le champ de déplacement devient :

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha^o(x_1, x_2) - zw_{,\alpha} + f(z)\gamma_\alpha^o(x_1, x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

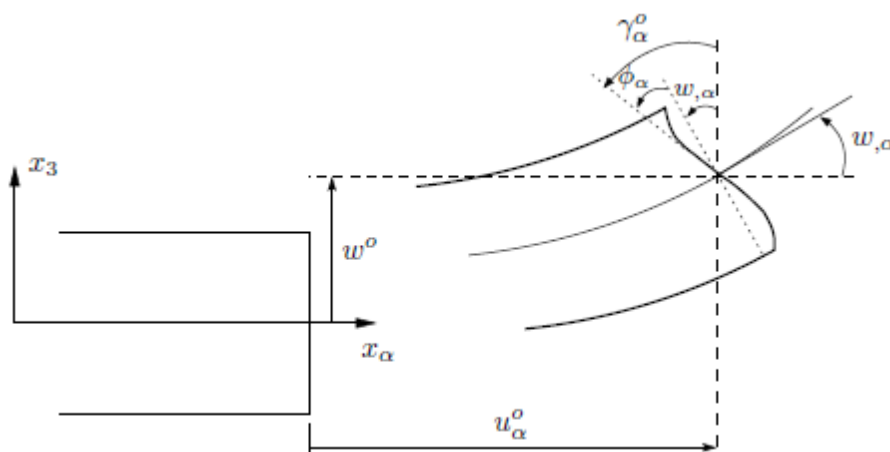


Figure .III.4 : Cinématique de la théorie d'ordre supérieur.

Chapitre III: LES THEORIES DES STRUCTURES FGM

Voici quelques contributions importantes de développement de modèles d'ordre supérieur qui se sont distingués dans la littérature et qui diffèrent par la fonction de cisaillement $f(z)$:

- L'approche d'Ambartsumyan (S.A. Ambartsumyan et al. 1969) avec :

$$f(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad (\text{III.5})$$

- L'approche de Reissner (E Reissner et al. 1945):

$$f(z) = \frac{5}{4} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{III.6})$$

- L'approche de Reddy (J.N. Reddy et al. 1987) avec :

$$f(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{III.7})$$

Dans le modèle de (J.N. Reddy et al. 1987), le champ de déplacement membranaire est cubique et le déplacement normal w est constant. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution élastique tridimensionnelle. La distribution des contraintes de cisaillement transversal est parabolique suivant l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

- L'approche de Touratier (M. Touratier et al. 1991) avec ;

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{z}{h} \right) \quad (\text{III.8})$$

Touratier propose le modèle "sinus" qui est différent des autres modèles d'ordre supérieur puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement suivant l'épaisseur. La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme suit :

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) = \frac{h}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \left(\frac{\pi z}{h}\right)^{2n+1}$$

$$= z \left(1 - \frac{\pi^2}{3!} \frac{z^2}{h^2} + \frac{\pi^4}{5!} \frac{z^4}{h^4} - \frac{\pi^6}{7!} \frac{z^6}{h^6} + \dots \right)$$
(III.9)

Les différents termes du développement correspondent aux différents modèles cités précédemment. Suivant la troncature choisie, on obtient la théorie Love-Kirchhoff, la théorie Reissner-Mindlin ou les modèles d'ordre supérieur (aux coefficients près). Les contraintes de cisaillement transversal déterminées par le modèle "sinus" prennent une forme cosinusoidale dans l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de (J.N. Reddy et al. 1984).

Récemment, Afaq et al. (K.S. Afaq et al. 2003) propose un modèle exponentiel avec une cinématique plus riche.

La fonction de cisaillement transverse est de la forme suivante :

$$f(z) = z e^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}$$
(III.10)

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance pair et impair de la variable z alors que la fonction "sinus" [Touratier] ne permet qu'un développement en puissances impaires.

➤ L'approche de Aydogdu (Metin Aydogdu et al. 2005) avec ;

$$f(z) = z \alpha^{\frac{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}{\ln(\alpha)}} \quad \alpha > 0$$
(III.11)

h : étant l'épaisseur de la plaque FGM.

Il faut remarquer que les modèles issus d'une approche monocouche équivalente présentent des contraintes de cisaillement transverse discontinues aux interfaces si les couches ont des propriétés différentes, même si la continuité du champ de déformation est assurée. Ceci présente un inconvénient sérieux lors de l'analyse locale à l'interface des structures multicouches (effets de bord sur les contraintes, délaminage . . .).mais pour le cas des matériaux

FGM cette approche paraît très appropriée, du fait que la variation des propriétés se fait continuellement selon l'épaisseur.

III.2.2. Approche par couche

Ces approches sont destinées justement à mieux décrire les effets d'interface pour les matériaux composites conventionnels. La Figure. II.20.a et les Equations (II.3) et (II.4) montrent aussi que cette approche est applicable pour les matériaux FGM. Ainsi différents modèles issus de l'approche par couche ont été proposés [(A. Chabot et al. 1997)-(K.S. Afaq et al. 2003)-(J.N. Reddy et al. 1984)-(M. Di Sciuva et al. 1987).

Le multicouche est subdivisée en sous structures (correspondant en fait à chaque couche ou chaque ensemble de couches). On applique à chaque sous structure une théorie du premier ordre ou un modèle d'ordre supérieur, imposant un champ de déplacement vérifiant la continuité aux interfaces entre les différentes couches. Les modèles de ce type sont relativement coûteux (l'ordre des équations de comportement dépend du nombre de couche), mais ils permettent l'obtention de résultats plus précis, notamment en ce qui concerne le calcul des contraintes hors plan.

D'une manière générale, les modèles issus de l'approche par couche peuvent être classés en deux groupes :

- les modèles couches discrètes ou chaque couche est considérée comme une plaque en imposant les conditions de continuité en déplacements ou en contraintes aux interfaces.
- les modèles zig-zag ou la cinématique satisfait a priori les conditions de contact est indépendante du nombre de couches. (Figures. III.5 et III.6).

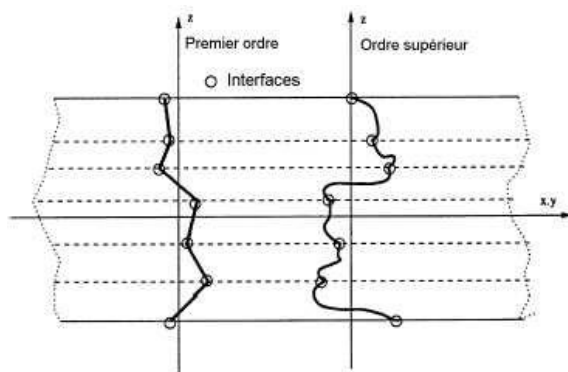


Figure. III.5 : Champs de déplacements des modèles couches discrètes, approche cinématique. (Viet.Tung et al. 2004)

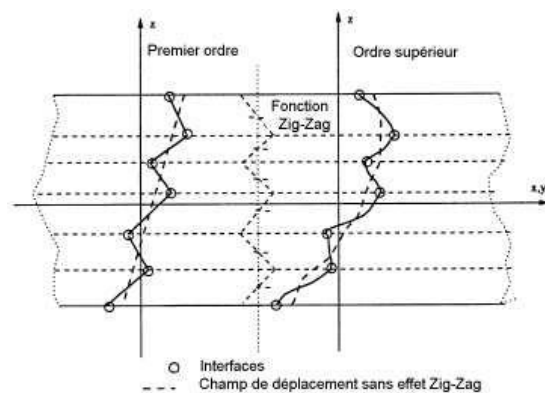


Figure. III.6 : Champs de déplacements des modèles zig-zag, approche cinématique. (Viet.Tung et al. 2004)

III.2.2.1. Les modèles zig-zag

Afin de réduire le nombre de paramètres inconnus, Di Sciuva est le premier à proposer le modèle zig-zag du premier ordre (M. Di Sciuva et al. 1987). Dans ce modèle, les déplacements membranaires sont les résultats de la superposition du champ de déplacement global d'une théorie du premier ordre et d'une fonction zig-zag (avec l'emploi de la fonction d'Heaviside). La fonction zig-zag donne une contribution des déplacements membranaires qui est continue en z mais sa dérivée première est discontinue à l'interface (voir Figure. III.7). Les déformations transversales sont donc discontinues et la continuité des contraintes de cisaillement transverse aux interfaces est assurée.

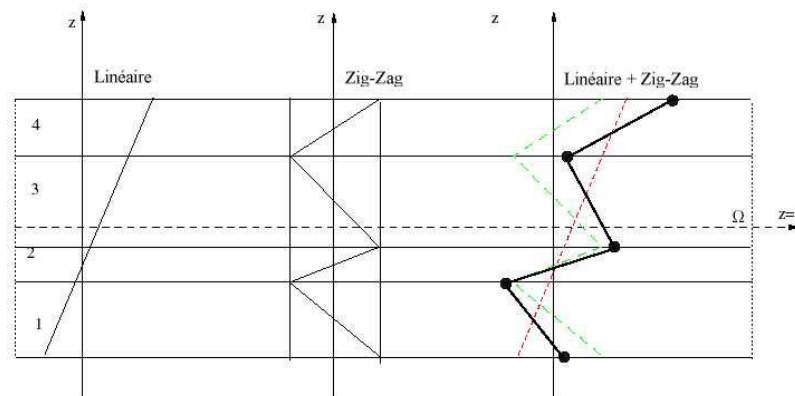


Figure. III.7 : Champs de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre. (Viet.Tung et al. 2004)

L'avantage principal du champ de déplacement des modèles zig-zag réside dans la bonne modélisation de la distorsion de la normale de la surface déformée, ainsi que dans la vérification des conditions de continuité, et ce sans augmenter pour autant le nombre et l'ordre des équations fondamentales de la théorie du premier ordre. Le recours à des coefficients de correction pour le cisaillement transverse est évité.

En se basant sur le concept de (M. Di Sciuva. et al. 1984), plusieurs auteurs ont réalisé des améliorations significatives pour le modèle zig-zag (Viet.Tung et al. 2004). L'amélioration principale est l'introduction d'une distribution non linéaire des déplacements. On superpose le champ zig-zag (linéaire par morceau) à un champ de déplacement d'ordre supérieur (souvent cubique) (voir Figure.III.8). Les conditions de compatibilité sont satisfaites sur les surfaces supérieure et inférieure des plaques pour réduire le nombre de paramètres.

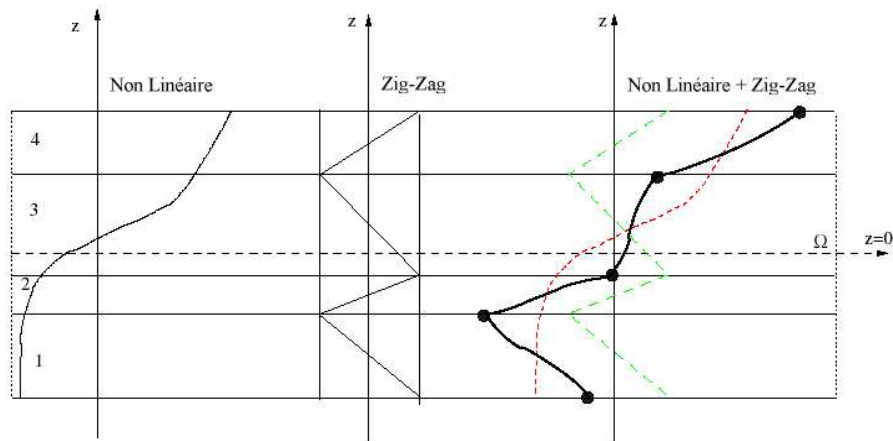


Figure. III.8 : Champs de déplacements des modèles zig-zag d'ordre supérieur. (Viet.Tung et al. 2004).

Dans les travaux de (M. Karama et al. 1998)- (C. Ossadzew et al. 2001), la fonction sinus de (M. Touratier et al. 1991) est combinée avec la fonction zig-zag pour raffiner les effets de cisaillement.

Récemment, Afaq et al.(K.S. Afaq et al. 2003) combine le modèle exponentiel avec l'effet zig-zag pour une cinématique plus riche.

Les résultats numériques de tous ces travaux montrent que le modèle zig-zag assure un bon compromis entre la précision des solutions et le coût de calcul. Néanmoins, les modèles zig-zag ont des limites de validation dans l'analyse du délaminage. En effet rien de physique ne pousse à penser que ces modèles quelque peu artificiels peuvent prévoir les délaminages, par exemple. Le calcul des contraintes de cisaillement transverse par les équations constitutives des modèles zig-zag devient moins précis quand le rapport d'élançement diminue (U. Icardi. et al. 2001). Un autre inconvénient des modèles zig-zag, tout comme pour les modèles d'ordre supérieur est la continuité de type C^1 demandée qui complique leur implémentation numérique.

III.2.2.2. Les modèles couches discrètes

Les modèles couches discrètes adoptent une approximation plus fine des champs suivant l'épaisseur du multicouche que les modèles de plaque d'ordre supérieur ou zig-zag puisqu'ils proposent une cinématique par couche plutôt qu'une cinématique globale (voir Figure. III.5). En fait, avec les modèles couches discrètes, le multicouche est représenté par un ensemble de plaques (objets 2D) couplés par des efforts d'interface. Les conditions de continuité aux interfaces sont assurées. Le nombre de paramètres inconnus dépend du nombre de couche de la plaque composite.

Chapitre III: LES THEORIES DES STRUCTURES FGM

Dans les travaux de (S. Srinivas et al. 1973)-(J.N. Reddy et al. 1987)-(M. Tahani et al. 2003), on postule une cinématique du premier ordre ou d'ordre supérieur par couche. Les équations fondamentales par couche sont obtenues en utilisant le principe des travaux virtuels. Les conditions aux limites sont également données couche par couche.

D'une manière alternative, les travaux de (J.G. Ren. et al. 1986) -(C. Kassapoglou et al., 1987)- (W.L. Yin. et al. 1994) utilisent une approximation des champs de contraintes par couche ou une mixte contrainte cinématique. Ainsi (J.G. Ren. et al. 1986) utilise un champ de contrainte dont la composante de cisaillement transversal est quadratique par couche et les déplacements sont considérés cubiques par couche et continus aux interfaces. Dans (C. Kassapoglou et al., 1987), le champ de contrainte est construit sous la forme d'un produit de fonctions à variables séparées, par couche, à partir de l'équilibre des forces et moments. Les contraintes planes sont supposées constantes suivant l'épaisseur. Dans, les fonctions de contraintes sont utilisées par couche pour déterminer les contraintes inter laminaires. Elles sont approximées de façons polynomiale dans l'épaisseur (W.L. Yin. et al. 1994).

Nous passons à présent à une famille de modèles couches discrètes particulières, les modèles multi particulières. Le premier travail semble être celui de Pagano qui propose le modèle local dans (N.J Pagano et al. 1978).

Le modèle local a été construit à partir de la formulation variationnelle d'Hellinger-Reissner et d'une approximation polynomiale des champs de contraintes par couche.

Les polynômes sont du premier degré pour les contraintes membranaires, quadratique pour les contraintes de cisaillement et donc cubique pour les contraintes normales.

La formulation variationnelle d'Hellinger-Reissner restreinte aux approximations de ces champs de contraintes conduit à une cinématique du multicouches à $7n$ champs en $(x; y)$, n étant le nombre de couches de la plaque. Ces champs cinématiques contiennent des composantes correspondantes à des moments du second ordre qui n'ont pas un sens physique très clair.

La formulation mixte d'Hellinger-Reissner permet de déduire le comportement élastique linéaire généralisé du modèle. Ce modèle pose quelques difficultés au niveau des conditions aux limites et reste assez lourd compte tenu du nombre élevée de champs cinématiques intervenants. Ce modèle a été le point de départ pour un ensemble de travaux menés à l'ENPC

dont l'objectif est de proposer une série de simplifications permettant d'alléger tout en conservant un bon niveau de prédictibilité (Viet.Tung et al. 2004).

III.3. Conclusion

Dans ce chapitre on a décrit les différentes théories des plaques à savoir l'approche monocouche équivalente, l'approche par couche et l'approche développement asymptotique.

Nous concluons aussi que l'approche monocouche équivalente est mieux adaptée pour les matériaux FGM car il n'y a pas de changement brusque dans les caractéristiques mécaniques contrairement aux composites conventionnels où le délaminage est un problème à ne pas écarter.

Donc on a eu recours au modèle monocouche équivalent pour les plaques épaisses et les poutres courtes pour différentes théories d'ordre élevé où la prise en compte du cisaillement transversal est nécessaire pour une étude plus exacte.

CHAPITRE IV

*FORMULATION THEORIQUE DU COMPORTEMENT DES
STRUCTURES EN FGM SOUS CHARGEMENT
THERMOMECHANIQUES*

IV.1. introduction

Au cours des dernières années, les matériaux à classification fonctionnelle (FGM) en tant que nouvelle classe de matériaux composites ont attiré l'intention de différents secteurs tels que l'ingénierie, l'aérospatiale et d'autres industries en raison des nombreux avantages offerts et de leurs avantages de posséder des propriétés mécaniques supérieures (Kar et Panda 2015ab et 2016, Kolahchi et al. 2016, Mahapatra et al. 2017, Dash et al. 2019, Barati 2017, Kar et Panda 2020, Khilounet al. 2020, Kaddari et al. 2020, Hussain et al. 2020a). Les poutres ont été largement utilisées dans différents systèmes et dispositifs importants. Les matériaux fonctionnellement gradués (MGF) sont utilisés dans les formes de poutres (Gul et al.2019, Tounsi et al.2019, Ahmed et al.2019, Gafour et al.2020, Al-Maliki et al.2020, Rachedi et al.2020). Cependant, les poutres FG sont souvent exposées à des charges mécaniques, thermiques et électriques pendant leur durée de vie opérationnelle. Par conséquent, il est très important de considérer le comportement mécanique et thermique des poutres FG sous différentes configurations.

Le comportement des structures FG soumises à des charges mécaniques et thermiques avec ou sans prise en compte de l'interaction structure-fondation a été étudié par de nombreux chercheurs et de nombreux articles ont été présentés (Balubaid et al.2019, Batou et al.2019, Zine et al. 2020, Rabhi et al. 2020, Chikr et al. 2020, Refrafi et al. 2020, Tounsi et al. 2020, Rahmani et al. 2020).

Fallah et Aghdam (2012) ont utilisé la théorie d'Euler – Bernoulli avec les hypothèses de von Kármán pour étudier le flambement thermomécanique et l'analyse des vibrations sans grande amplitude des poutres FG sur des fondations élastiques non linéaires. Wang et Wu (2016) ont utilisé la théorie classique des faisceaux (CBT) et la théorie des faisceaux de Timoshenko (TBT) pour analyser la réponse dynamique d'un faisceau à gradation fonctionnelle axiale (AFG) dans un environnement thermique et soumis à une charge harmonique mobile. Avcar et Mohammed (2018) ont examiné la vibration libre des poutres FG reposant sur des fondations élastiques à l'aide du CBT. Yas et coll. (2017) analysent la vibration libre de poutres FG sur des fondations élastiques variables en utilisant la théorie d'Euler – Bernoulli et au moyen de la méthode de la quadrature différentielle généralisée (GDQ).

Nguyen et coll. (2013) ont utilisé la théorie des poutres de déformation par cisaillement du premier ordre (FSDBT) pour la vibration statique et libre des poutres FG rectangulaires chargées axialement. Pradhan et Chakraverty (2013) ont présenté une étude pour l'analyse des vibrations libres de poutres FG soumises à différents ensembles de conditions aux limites. L'analyse est basée sur le CBT et le FSDBT. Sun et coll. (2016) ont étudié le flambement thermomécanique et les déformations post-flambage d'une poutre FG Timoshenko sur fondation élastique non linéaire et soumise uniquement à une élévation de température. Esfahani et coll. (2013) ont étudié le flambement thermique non linéaire de poutres FG Timoshenko dépendant de la température sur des fondations élastiques à durcissement non linéaire avec des conditions aux limites générales. Le flambage dynamique et la sensibilité aux imperfections de la poutre FG Timoshenko reposant sur une fondation élastique conventionnelle à trois paramètres et soumise à une élévation soudaine et uniforme de la température ont été étudiés par Ghiasian et al. (2015).

Sur la base de la théorie des poutres à déformation par cisaillement du troisième ordre (TSDBT), Trinh et al. (2016) ont présenté une méthode analytique d'analyse des vibrations et du flambage des poutres FG soumises à des charges thermomécaniques. Dans le même cadre, Wattanasakulpong et al. (2011) ont utilisé un TSDBT amélioré pour étudier la vibration libre et le flambage thermique des poutres FG. De plus, le TSDBT a été utilisé par Zahedinejad (2015) pour la vibration libre de poutres FG avec diverses conditions aux limites reposant sur une fondation élastique à deux paramètres dans l'environnement thermique.

Sur la base de la théorie des poutres à déformation par cisaillement d'ordre élevé (HSDBT) et du concept de surface physique neutre, Zhang (2014) a analysé les comportements de post-flambage thermique et de vibration non linéaire des poutres FG avec des matériaux dépendant de la température. Shen et Wang (2014) ont étudié la flexion non linéaire et le postbuckling thermique des poutres FG sur des fondations élastiques dans des environnements thermiques à l'aide du HSDBT. Ils considèrent deux types de modèles micromécaniques, Voigt et Mori-Tanaka. Ebrahimi et Jafari (2018) ont proposé une solution analytique basée sur une théorie des poutres affinée par déformation par cisaillement à quatre variables pour étudier les caractéristiques de vibration thermomécanique des poutres FG poreuses soumises à plusieurs types de charges thermiques. Frikha et coll. (2016) ont développé un nouvel élément fini pour les poutres FG basé sur le HSDBT.

Mantari et Yarasca (2015) ont présenté une théorie hybride quasi-3D avec 4-inconnu pour l'analyse de flexion du faisceau FG. En utilisant une théorie quasi 3D, Vo et al. (2015) ont présenté un modèle d'éléments finis pour les analyses de vibrations libres et de flambage des poutres sandwich FG. Karamanli (2017) analyse le comportement statique de poutres sandwich FG bidirectionnelles soumises à divers ensembles de conditions aux limites en utilisant une théorie de déformation par cisaillement quasi-3D. Chen et coll. (2019) ont utilisé la théorie 3D en conjonction avec l'analyse isogéométrique (IGA) pour étudier la vibration des faisceaux FG. Fahsi et al (2019) ont présenté une théorie affinée de la déformation par cisaillement quasi-3D pour les analyses de flexion, de flambage et de vibration libre d'une poutre poreuse FG sur une fondation élastique.

Kumar et Devi (2017) étudient la poutre FG thermoélastique dans une théorie de contrainte de couple modifiée soumise à un modèle à double retard de phase.

Tounsi et ses collègues ont présenté très intéressante la recherche sur le comportement des FG faisceaux utilisant plusieurs théories du faisceau (Chaabane et al. 2019, Bourada et al. 2019 et 2020, Arioui et al. 2018, Kaci et al. 2018, Matouk et al.2020 , Bousahla et al.2020).

La plupart des recherches citées ci-dessus utilisent une règle de mélange appelée modèle Voigt pour évaluer les propriétés matérielles effectives de l'élément FG. Un modèle micromécanique approprié doit être appliqué pour estimer avec précision les propriétés multiphysiques effectives (Nemati et al. (2019)).

Yahiaoui et coll. (2018) ont étudié le rôle des modèles micromécaniques sur la flexion, le flambage et la vibration libre des poutres sandwich FG sur fondations élastiques. Ils ont utilisé une solution quasi-3D raffinée . Mahmoudi et coll. (2018) ont présenté une solution 2D pour la vibration libre de la plaque FG sur une fondation élastique. L'influence de plusieurs micromécaniques sur les fréquences fondamentales a été étudiée. Dans le même cadre, Bachir Bouiadjra et al. (2018) ont étudié l'impact des modèles micromécaniques sur la flexion des plaques FG à l'aide d'une théorie 3D raffinée.

La plupart des travaux de recherche de la littérature étudient des plaques, des poutres ou des éléments FG sur des fondations élastiques à modules constants. Cependant, ceux qui traitent des structures FG reposant sur des fondations élastiques variables sont vraiment limités. Nous citons à titre d'exemple les travaux de (Eisenberger et Clastornik 1987, Zhou 1993, Pradhan et Murmu 2009, Sobhy 2015, Attia et al.2018 , Al- Furjan et al.2020 , Shariati et al.2020ab).

D'après les meilleures connaissances des auteurs et la recherche documentaire, il n'existe aucun rapport sur la flexion thermoélastique des poutres FG reposant sur des fondations élastiques variables en tenant compte de l'effet des modèles micromécaniques. Par conséquent, le but de la présente étude est d'étudier la flexion thermomécanique de poutres FG dépendant de la température reposant sur des fondations élastiques variables en utilisant deux théories différentes (théories de déformation par cisaillement 2D et quasi-3D).

Des termes intégraux indéterminés sont employés dans le champ de déplacement utilisé dans lequel les effets de contraintes normales sont considérés dans la théorie de la déformation par cisaillement quasi-3D et omis dans la théorie 2D. Les caractéristiques mécaniques des poutres qui varient selon la direction de l'épaisseur sont évaluées à l'aide de plusieurs modèles micromécaniques. Les effets de ces modèles, les paramètres élastiques des fondations et le chargement thermomécanique sur la réponse des poutres FG seront analysés et discutés à travers une étude paramétrique détaillée.

IV.2. Propriétés efficaces des MGF :

IV.2.1 Matériaux dépendant de la température :

Les MGF sont des matériaux composites le plus souvent en céramique et en métal. Comme ils sont utilisés dans des environnements à haute température, les constituants des MGF peuvent posséder des propriétés dépendant de la température (Reddy et Chin 1998). Par conséquent, les propriétés comprenant le module de Young E , la dilatation thermique et la conductivité thermique sont supposées dépendantes de la température et sont exprimées en fonction de la température (Attia et al 2018, Nemati et Mahmoodabadi 2019).

$$P_f(T, z) = P_0 (P_{-1}T(z)^{-1} + 1 + P_1T(z) + P_2T(z)^2 + P_3T(z)^3) \quad (IV.1)$$

P_{-1}, P_0, P_1, P_2 et sont les coefficients de température T exprimés en Kelvin et sont propres aux matériaux constitutifs. z est la température de montée dans le sens de l'épaisseur. c'est une propriété efficace. Dans notre cas, il peut s'agir de métal ou de céramique. Les valeurs de chacun des coefficients apparaissant dans l'équation précédente sont énumérées dans le tableau 1.

IV.2.2 Modèles micromécaniques :

Contrairement aux microstructures traditionnelles, dans les MGF, les propriétés des matériaux varient dans l'espace, ce qui n'est pas anodin pour un modèle micromécanique (Jaesang et Addis 2014).

Un certain nombre de modèles micromécaniques ont été proposés pour la détermination des propriétés efficaces des MGF.

Dans ce travail, divers modèles micromécaniques tels que les modèles Voigt, Reuss, LRVE, Tamura, Mori-Tanaka et Halpin-Tsai sont utilisés pour déterminer les propriétés matérielles effectives des poutres FG.

IV.2.2.1 Modèle Voigt :

Le modèle Voigt est relativement simple; ce modèle est fréquemment utilisé dans la plupart des analyses de MGF, estime les propriétés des MGF comme (Mishnaevsky 2007, Zimmerman 1994):

$$P(T, z) = P_c(T, z) V(z) + P_m(T, z)(1 - V(z)) \quad (IV.2)$$

IV.2.2.2 Modèle de Reuss :

Reuss a supposé l'uniformité des contraintes à travers le matériau et a obtenu les propriétés effectives comme (Mishnaevsky 2007, Zimmerman 1994):

$$P(T, z) = \frac{P_c(T, z) P_m(T, z)}{P_c(T, z)(1 - V(z)) + P_m(T, z)V(z)} \quad (IV.3)$$

IV.2.2.3 Modèle Tamura :

Le modèle Tamura utilise en fait une règle linéaire des mélanges, introduisant un paramètre d'ajustement empirique connu sous le nom de «transfert contrainte-déformation» (Gasik 1995, Zuiker 1995)

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \quad (IV.4)$$

L'estimation pour $q = 0$ correspond à la règle de Reuss et $q = \pm\infty$ à la règle de Voigt, étant invariante à la considération de avec la phase est matrice et qui est particulaire. La propriété effective se trouve sous la forme:

$$P(T, z) = \frac{(1 - V(z)) P_m(T, z)(q - P_c(T, z)) + V(z) P_c(T, z)(q - P_m(T, z))}{(1 - V(z))(q - P_c(T, z)) + V(z)(q - P_m(T, z))} \quad (IV.5)$$

IV.2.2.4 Description par un élément de volume représentatif (LRVE) :

Le LRVE est développé sur la base de l'hypothèse que la microstructure du matériau hétérogène est connue. L'entrée du LRVE pour le cadre micromécanique déterministe est généralement la moyenne en volume ou la moyenne d'ensemble des descripteurs des microstructures.

La propriété effective est exprimée comme suit par la méthode LRVE (Akbarzadeh et al.2015):

$$P(T, z) = P_m(T, z) \left(1 + \frac{V(z)}{FE - \sqrt[3]{V(z)}} \right) \quad FE = \frac{1}{1 - \frac{P_m(T, z)}{P_c(T, z)}} \quad (\text{IV.6})$$

IV.2.2.5 Modèle Mori-Tanaka :

Selon le schéma d'homogénéisation de Mori-Tanaka, le module de masse effectif (K) et le module de cisaillement effectif (G) sont donnés par Mori et Tanaka (1973):

$$P(T, z) = P_m(T, z) + (P_c(T, z) - P_m(T, z)) \times \left(\frac{V_c}{1 + (1 - V_c)(P_c(T, z) / P_m(T, z) - 1)(1 + \nu) / (3 - 3\nu)} \right) \quad (\text{IV.7a})$$

Où

$$V_c = \left(0,5 + \frac{z}{h} \right)^p \quad (\text{IV.7b})$$

IV.2.2.6 Modèle Halpin – Tsai (H – T)

Le modèle Halpin – Tsai est un schéma mathématique de prédiction de l'élasticité des matériaux composites basé sur la géométrie des inclusions et les propriétés élastiques de la matrice et des inclusions (Halpin 1969, Nemati et Mahmoodabadi 2019). L'estimation du module de Young par ce modèle est donnée par:

$$E(T, z) = \frac{E_m(T, z)(1 + 2s q(T, z)V(z))}{1 - q(T, z)V(z)} \quad (\text{IV.8a})$$

Où

$$q(T, z) = \frac{\frac{E_c(T, z)}{E_m(T, z)} - 1}{\frac{E_c(T, z)}{E_m(T, z)} + 2s} \quad (\text{IV.8b})$$

et « s » est le rapport d'aspect des inclusions ou des particules (s = 1 pour les sphères solides).

Dans tous les modèles décrits ci-dessus, les indices c et m se réfèrent respectivement à la céramique et au métal et P(T, z) c'est une propriété qui peut être le module de Young E, la dilatation α thermique k ou la conductivité thermique des poutres FG.

Les fractions volumiques des phases céramique et métallique sont liées par $V_c + V_m = 1$ et V_c est exprimée comme suit:

$$V_c = \left(0,5 + \frac{z}{h} \right)^p \quad p \geq 0 \quad (\text{IV.9})$$

IV.3. Développements théoriques :

Considérons une poutre FG d'épaisseur h et de longueur L comme le montre la figure 1. La poutre est supposée reposer sur une fondation élastique Winkler-Pasternak. On suppose que les caractéristiques mécaniques de la poutre varient selon l'épaisseur.

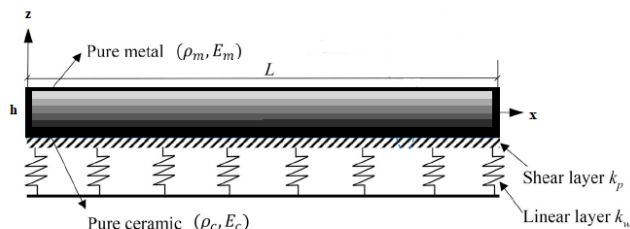


Fig.IV.1: Système de coordonnées et géométrie des poutres FG sur fondation élastique

IV.3.1 Cinématique :

Le champ de déplacement du HSDT conventionnel est donné par:

$$u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + f(z) \phi_x(x) \quad (IV.10)$$

$$w(x, z) = w_0(x) + n \cdot g(z) \theta(x)$$

« n » est un coefficient égal $\begin{cases} n = 0 & \text{for } 2D \\ n = 1 & \text{for } 3D \end{cases}$

$u_0, w_0, \theta_x, \phi_x$ ont les quatre déplacements inconnus du plan médian du faisceau. En considérant que $\phi_x = \int \theta(x) dx$ et en prenant en compte l'effet d' étirement, nous aurons

$$u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + k_1 f(z) \int \theta(x) dx \quad (IV.11a)$$

$$w(x, z) = w_0(x) + n \cdot g(z) \theta(x)$$

Où

$$k_1 = -\alpha^2 \quad (IV.11b)$$

La nouvelle fonction de forme $f(z)$ est donnée comme suit:

$$f(z) = z \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \quad (IV.12a)$$

ET

$$\begin{cases} g(z) = \frac{2}{15} \frac{df(z)}{dz} & \text{for } 3D \\ g(z) = \frac{df(z)}{dz} & \text{for } 2D \end{cases} \quad (IV.12b)$$

Les relations cinématiques peuvent être obtenues comme suit:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z k_x^b + f(z) k_x^s, \quad \{\gamma_{xz}\} = f'(z) \{\gamma_{xz}^0\} + g(z) \{\gamma_{xz}^1\}, \quad \varepsilon_z = g'(z) \varepsilon_z^0 \quad (IV.13a)$$

Où

$$\{\varepsilon_x^0\} = \left\{ \frac{\partial u_0}{\partial x} \right\}, \quad \left\{ \begin{matrix} k_x^b \\ k_x^s \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ k_1 \theta \end{matrix} \right\}, \quad (IV.13b)$$

$$, \quad \{\gamma_{xz}^0\} = \left\{ k_1 \int \theta dx \right\}, \quad \{\gamma_{xz}^1\} = \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial x} \right\} \varepsilon_z^0 = \theta \quad (IV.13c)$$

Les intégrales utilisées dans les équations ci-dessus doivent être résolues par une méthode de type Navier et peuvent être données comme suit: $\int \theta dx = A' \frac{\partial \theta}{\partial x}$

Où le coefficient A' est exprimé en fonction du type de solution utilisée, dans ce cas via Navier. Par conséquent, A' et k_1 sont exprimés comme suit:

$$A' = -\frac{1}{\alpha^2}, \quad k_1 = \alpha^2, \quad (IV.14)$$

IV.3.2 Relations constitutives :

Les relations constitutives linéaires d'une poutre FG peuvent être exprimées comme

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} & 0 \\ C_{13} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \alpha \Delta T \\ \varepsilon_z - \alpha \Delta T \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (IV.15)$$

Les expressions C_{ij} ($i, j = 1, 3, 5$) en termes de constantes d'ingénierie dépendent de la déformation normale ε_z

- Si la déformation de cisaillement 2D est utilisée, $\varepsilon_z = 0$ les, alors C_{ij} sont:

$$C_{ii} = \frac{E(z, T)}{1 - \nu^2(z, T)}, \quad (i = 1, 3). \quad (IV.16a)$$

$$C_{ij} = \frac{E(z, T) \nu(z, T)}{1 - \nu^2(z, T)}, \quad (i, j = 1, 3). \quad (IV.16b)$$

$$C_{ii} = \frac{E(z, T)}{2(1 + \nu(z, T))} \quad (i = 5). \quad (IV.16c)$$

- Si la déformation de cisaillement 3D est utilisée, les $\varepsilon_z \neq 0$, alors C_{ij} sont:

$$C_{ii} = \frac{(1 - \nu(z, T)) E(z, T)}{(1 - 2\nu(z, T))(1 + \nu(z, T))}, \quad (i = 1, 3). \quad (IV.17a)$$

$$C_{ij} = \frac{E(z, T) \nu(z, T)}{(1 - 2\nu(z, T))(1 + \nu(z, T))}, \quad (i, j = 1, 3). \quad (IV.17b)$$

$$C_{ii} = \frac{E(z, T)}{2(1 + \nu(z, T))} \quad (i = 5). \quad (IV.17c)$$

La poutre est supposée reposer sur un modèle de fondation élastique à deux paramètres, qui consiste en des ressorts étroitement espacés interconnectés à travers une couche de cisaillement constituée d'éléments verticaux incompressibles, qui se déforment uniquement par cisaillement transversal. L'équation de réponse de cette fondation est donnée:

$$R(x, y) = \bar{K}(x)w(x, y) + \bar{G}\nabla^2 w(x, y) \quad (IV.18)$$

Où R est la densité de la force de réaction de la fondation élastique, le \bar{k} paramètre de Winkler dépend de x uniquement. Il est supposé être linéaire, parabolique ou sinusoïdal (Sobhy 2015, Attia et al.2018, Pradhan et Murmu 2009):

Dans le cas où J_1 est une constante et ξ est un paramètre varié. G est la rigidité de la fondation de la couche de cisaillement ∇^2 est l'opérateur de Laplace en x et y , et w est la déflexion de la poutre.

Notez que, si $\xi = 0$ la fondation élastique devient la fondation Pasternak et si la rigidité de la fondation de la couche de cisaillement est négligée, la fondation Pasternak devient la fondation Winkler.

IV.3.3 Équations de mouvement :

Le principe du travail virtuel est ici utilisé pour déterminer les équations du mouvement.

La variation de l'énergie de déformation de la plaque est calculée en (Draiche et al 2019, Abualnour et al 2019,.. Sahla et al 2019,. Berghouti et al 2019,. Zarga et al 2019,. Salah et al 2019.) :

$$\bar{K}(x) = \frac{J_1 h^3}{a^4} \begin{cases} 1 + \xi \frac{x}{a} & \text{Linear} \\ 1 + \xi \left(\frac{x}{a}\right)^2 & \text{Parabolic} \\ 1 + \xi \sin\left(\pi \frac{x}{a}\right) & \text{Sin usoidal} \end{cases} \quad (IV.19)$$

Où A est la surface; et les résultantes de contraintes N , M , Q et S sont définies par

$$\delta U = \int_A [N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_z \delta \varepsilon_z^0 + M_x^b \delta k_x^b + M_x^s \delta k_x^s + Q_{xz} \delta \gamma_{xz}^0 + S_{xz} \delta \gamma_{xz}^1] dA = 0 \quad (IV.20)$$

Où A est la surface; et les résultantes de contraintes N , M , Q et S sont définies par

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ M_x^b \\ M_x^s \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x) \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ f(z) \end{Bmatrix} dz \quad (IV.21a)$$

$$N_z = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_z g(z) dz \quad (IV.21b)$$

Chapitre IV: FORMULATION THEORIQUE DU COMPORTEMENT DES STRUCTURES EN FGM SOUS CHARGEMENT THERMOMECHANIQUES

$$(S_{xz}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{xz}) g(z) dz$$

$$(Q_{xz}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{xz}) f^s(z) dz$$

La variation de l'énergie potentielle des charges appliquées peut être exprimée comme

$$\delta V = - \int_A q \delta (w_0(x) + g(z)\theta(x)) dA \quad (IV.22)$$

La variation de l'énergie potentielle de la fondation peut être exprimée comme

$$\delta U_R = \int_A R \delta (w_0(x) + g(z)\theta(x)) dA \quad (IV.23)$$

En substituant les expressions de δU , δV et δU_R :

$$\begin{aligned} \delta U - \delta V + \delta U_R &= \int_A [N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_z \delta \varepsilon_z^0 + M_x^b \delta k_x^b + M_x^s \delta k_x^s \\ &+ Q_{xz} \delta \gamma_{xz}^0 + S_{xz} \delta \gamma_{xz}^1] dA - \int_A q \delta w_0 dA - \int_A q g(z) \delta \theta dA \\ &+ \int_A R \delta w_0 dA + \int_A R g(z) \delta \theta dA = 0 \end{aligned} \quad (IV.24)$$

L'intégration par parties et la collecte des coefficients de δu_0 , δv_0 , δw_0 et $\delta \theta$, et les équations suivantes de mouvement de la plaque sont obtenues:

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \quad \frac{\partial N_x}{\partial x} &= 0 \\ \delta w_0 : \quad \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + q - R &= 0 \\ \delta \theta : \quad -N_z - k_1 M_x^s + k_1 A \left(\frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xz}}{\partial x} + q g(z) - R g(z) \right) &= 0 \end{aligned} \quad (IV.25)$$

Les résultantes des contraintes sont obtenues comme suit:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_x^b \\ M_x^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B^s \\ B & D & D^s \\ B^s & D^s & H^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ k_x^b \\ k_x^s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ L^a \\ R \end{bmatrix} \varepsilon_0^z, \quad \begin{Bmatrix} Q \\ S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F^s & X^s \\ X^s & A^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma^0 \\ \gamma^1 \end{Bmatrix} \quad (IV.26a)$$

$$N_z = R^a \varepsilon_z^0 + L(\varepsilon_x^0) + L^a(k_x^b) + R(k_x^s) \quad (IV.26b)$$

Où

$$S = \{S_{xz}\}, \quad Q = \{Q_{xz}\} \quad (IV.27a)$$

$$\begin{Bmatrix} L \\ L^a \\ R \\ R^a \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} C_{ii} \\ C_{ii} z \\ C_{ii} f(z) \\ C_{ij} g'(z) \end{Bmatrix} g'(z) dz \quad (IV.27b)$$

$$\{A \ B \ D \ B^s \ D^s \ H^s\} = \quad (IV.27c)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} C_{ii} [1, \ z, \ z^2, \ f(z), \ zf(z), \ f^2(z)] dz \quad (IV.27d)$$

$$F^s = F_{44}^s, \ A^s = A_{44}^s, \ X^s = X_{44}^s$$

$$(F_{44}^s, X_{44}^s, A_{44}^s) =$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{E(z, T)}{2(1+\nu)} [f'^2(z), f'(z)g(z), g^2(z)] \right) dz \quad (IV.27e)$$

Les équations de mouvement peuvent être exprimées en termes de déplacements ($\delta u_0, \delta w_0, \delta \theta$) comme:

$$\delta u_0 : A \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} - B \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} + (B^s k_1 + L) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$$

$$\delta w_0 : B \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} - D \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + (D_{11}^s k_1 + L^a) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + q - R = 0$$

(IV.28)

$$\delta \theta : -(L + k_1 B_{11}^s) \frac{\partial u_0}{\partial x} + (L^a + k_1 D_{11}^s) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - (k_1^2 H_{11}^s + 2k_1 R + R^a) \theta$$

$$+ (k_1^2 A^2 F_{44}^s + k_1 A^s X_{44}^s) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + (A_{44}^s + k_1 A^s X_{44}^s) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

$$+ qg(z) - Rg(z) = 0$$

IV.3.4 Champ de température :

L'élévation de température non linéaire sur l'épaisseur de la plaque est déterminée en résolvant l'équation de conduction thermique unidimensionnelle. L'équation unidimensionnelle de conduction thermique en régime permanent dans la direction z est donnée par:

$$-\frac{d}{dz} \left(k(z) \frac{dT}{dz} \right) = 0 \quad (IV.29)$$

Avec la condition aux limites $T(h/2) = T_t$ et $T(-h/2) = T_b = T_0$. Ici, un état sans contrainte est supposé exister à $T_0 = 300$ K. La solution analytique de Eq:

$$T(z) = T_b - (T_t - T_b) \frac{\int_{-h/2}^z \frac{1}{k(z)} dz}{\int_{-h/2}^h \frac{1}{k(z)} dz} \quad (IV.30)$$

Dans le cas de la plaque FG à loi de puissance, la solution de l'Eq. (29) peut également être exprimé au moyen d'une série polynomiale:

$$T(z) = T_b + \frac{(T_t - T_b)}{C_{tb}} \left[\begin{aligned} & \left(\frac{2z+h}{2h} \right) - \frac{k_{tb}}{(p+1)k_b} \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^{p+1} \\ & + \frac{k_{tb}^2}{(2p+1)k_b^2} \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^{2p+1} \\ & - \frac{k_{tb}^3}{(3p+1)k_b^3} \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^{3p+1} \\ & + \frac{k_{tb}^4}{(4p+1)k_b^4} \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^{4p+1} \\ & - \frac{k_{tb}^5}{(5p+1)k_b^5} \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^{5p+1} \end{aligned} \right] \quad (IV.31a)$$

Avec

$$C_{tb} = \left[\begin{aligned} & 1 - \frac{k_{tb}}{(p+1)k_b} + \frac{k_{tb}^2}{(2p+1)k_b^2} - \frac{k_{tb}^3}{(3p+1)k_b^3} \\ & + \frac{k_{tb}^4}{(4p+1)k_b^4} - \frac{k_{tb}^5}{(5p+1)k_b^5} \end{aligned} \right] \quad (IV.31b)$$

Où $k_{tb} = k_t - k_b$, avec k_t et k_b sont respectivement la conductivité thermique des faces supérieure et inférieure de la plaque.

IV.4. Solution exacte pour une plaque FG simplement prise en charge

Les poutres sont généralement classées selon le type de support utilisé. Cet article s'intéresse aux solutions exactes de l'Eq. (28) pour une poutre FG simplement supportée.

Les conditions aux limites suivantes sont imposées aux arêtes:

$$u_0 = w_0 = \theta = \frac{\partial \theta}{\partial y} = N_x = M_x^b = M_x^s = 0 \quad \text{at } x=0, a \quad (IV.32)$$

En suivant la procédure de résolution de Navier, les auteurs supposent la solution suivante à partir de pour u_0 , w_0 et θ qui satisfait les conditions aux limites données dans:

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ w_0 \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\alpha x) \\ W_{mn} \sin(\alpha x) \\ X_{mn} \sin(\alpha x) \end{Bmatrix} \quad (IV.33)$$

Où U_{mn} , W_{mn} et X_{mn} sont des paramètres arbitraires à déterminer et α sont définis comme:

$$\alpha = m\pi / a \quad (IV.34)$$

La charge transversale q est également étendue dans la série sinusoïdale double de Fourier

$$q(x) = q_{mn} \sin(\alpha x) \quad (IV.35)$$

Les solutions analytiques peuvent être obtenues auprès de:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ W_{mn} \\ X_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (IV.36)$$

Dans lequel :

$$\begin{aligned} a_{11} &= A_{11}\alpha^2 \\ a_{12} &= -B\alpha^3 \\ a_{13} &= \alpha^3 B^s k_1 - L\alpha \\ a_{33} &= \alpha^4 D + \overline{K} + \overline{G}(\alpha^2) \\ a_{34} &= D^s k_1 \alpha^2 + L_a \alpha^2 \\ a_{44} &= \alpha^4 H^s k_1^2 A^2 + \alpha^2 (A^2 F_{44}^s k_1^2 + 2AX_{44}^s K_1 + A_{44}^s) \\ &+ Ra - 2\alpha^2 AK_1 R \end{aligned} \quad (IV.37)$$

CHAPITRE V

RESULTATS ET DISCUSSION

V.1. introduction

Dans cette étude, nous considérons les différentes formes de fonction de gauchissement $f(z)$ qui permet d'une part de prendre en compte le cisaillement transverse, et d'autre part d'en approcher la forme de distribution suivant l'épaisseur.

V.2 Résultats numériques et discussion

Dans cette section, la réponse en flexion thermique d'une poutre FG reposant sur une fondation élastique variable est analysée à partir de modèles de calcul 2D et quasi 3D. La poutre FG est soumise à un chargement thermomécanique.

Comme indiqué précédemment, et en l'absence de travaux antérieurs portant sur la même thématique, les résultats des modèles actuels n'ont pas été validés par rapport aux données de la littérature.

Les caractéristiques mécaniques du métal et de la céramique utilisés dans la poutre FG sont énumérées dans le tableau 1.

Tableau 1: propriete des Materiau utilisé dans la plaque FG.

	P0	P-1	P1	P2	P3
ZrO2 (Ceramic)					
E	244.27 e ⁺⁹	0	-1.371 e ⁻³	1.214 e ⁻⁶	-3.681e ⁻¹⁰
α	12.766 e ⁻⁶	0	-1.491 e ⁻³	1.006 e ⁻⁵	-6.778e ⁻¹¹
k	1.7	0	0	0	0
ν	0.3	0	0	0	0
Ti-4V-6Al (Metal)					
E	122.56e ⁺⁹	0	-4.586e ⁻⁴	0	0
α	7.5788e ⁻⁶	0	6.638e ⁻⁴	-3.147e ⁻⁶	0
k	1	0	0	0	0
ν	0.3	0	0	0	0

Pour plus de commodité, les expressions suivantes pour calculer la flèche centrale non dimensionnelle, les contraintes et les paramètres de fondation ont été utilisées:

Tableau 2 Les rapports de déformation centrale \bar{w} par rapport à la longueur sur l'épaisseur de la poutre FG sans fondations élastiques ($\Delta T = 300$)

L/h	Theory	p				
		0	1	2	5	10
5	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	2.1224	2.6324	2.7588	2.8862	2.9815
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	2.0912	2.5934	2.7206	2.8501	2.9441

10	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	7.8420	9.7355	10.1724	10.6108	10.9698
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	7.7996	9.6843	10.1230	10.5688	10.9277
20	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	30.7198	38.1468	39.8259	41.5075	42.9218
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	30.6525	38.0749	39.7514	41.4568	42.8775
30	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	68.8493	85.4988	89.2482	93.0021	96.1751
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	68.7443	85.3979	89.1358	92.9393	96.1300
50	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	190.8638	237.0252	247.3997	257.7845	266.5855
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	190.6396	236.8335	247.1674	257.6844	266.5393

Tableau 3 La contrainte de cisaillement transversale $\bar{\sigma}_{xz}$ par rapport aux rapports longueur / épaisseur (L/h) de la poutre FG sans fondations élastiques ($\Delta T = 300$)

L/h	Theory	p				
		0	1	2	5	10
5	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	0.4746	0.4775	0.4693	0.4634	0.4694
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	0.5095	0.5165	0.4968	0.4809	0.4899
10	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	0.4751	0.4780	0.4698	0.4639	0.4699
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	0.5635	0.5740	0.5448	0.5214	0.5329
20	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	0.4752	0.4781	0.4699	0.4640	0.4700
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	0.5886	0.6009	0.5669	0.5397	0.5524
30	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	0.4753	0.4781	0.4700	0.4641	0.4700
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	0.5943	0.6070	0.5718	0.5438	0.5566
50	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	0.4753	0.4781	0.4700	0.4641	0.4700
	Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	0.5973	0.6103	0.5744	0.5459	0.5590

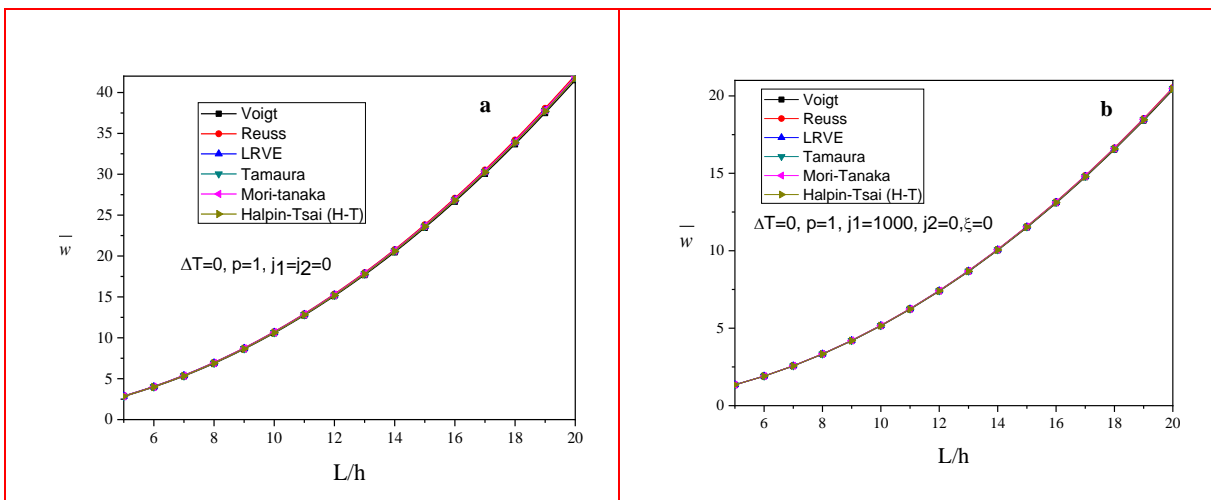


Fig. IV.2 La fleche w de la poutre FG par rapport aux rapports longueur / épaisseur (L/h) pour différents modèles micromécaniques (a) poutre sans fondation élastique, (b) poutre sur fondation élastique

En général, on peut dire que ces contraintes sont insensibles à la variation des deux paramètres « p » et « L/h ».

Les résultats des contraintes axiales rapportés dans le tableau 4 révèlent une augmentation de ces contraintes avec l'augmentation de l'indice « p » et une diminution avec l'augmentation du

rapport « L / h » pour les modèles 2D et quasi-3D. De plus, les deux modèles donnent les mêmes résultats avec l'augmentation du rapport L / h (le faisceau devient mince).

La figure 2 montre l'effet des différents modèles micromécaniques sur les déformations calculées à partir du modèle quasi-3D pour deux cas de poutre avec et sans fondation élastique.

D'après cette figure, il est clair que tous les modèles micromécaniques donnent pratiquement le même résultat. De plus, comme on peut le voir sur cette figure, les déplacements augmentent rapidement avec l'augmentation du rapport « L / h » et que la présence de l'assise élastique permet de réduire les déplacements de plus de 50%.

$$\bar{w} = \frac{100h}{q_0 L^2} w \left(\frac{L}{2}, 0 \right), \quad \bar{\sigma}_{xz} = \frac{h}{q_0 L} \sigma_{xz} (0, 0), \quad \bar{\sigma}_{xx} = \frac{10h^2}{q_0 L^2} \sigma_{xx} (L/2, h/2), \quad j_2 = \frac{\bar{G} L^2}{h^3}$$

Sauf indication contraire, le modèle Voigt est utilisé dans les différents calculs. Dans le tableau 2, le rapport déformation centrale

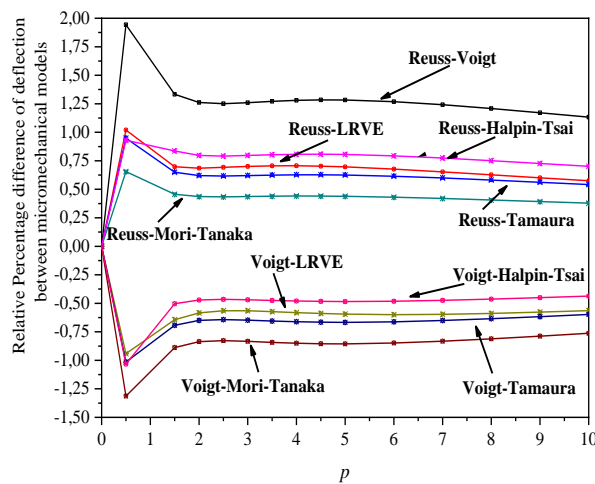


Fig. IV.3 Différence relative en pourcentage de la déformation \bar{w} entre les modèles micromécaniques et l'indice de loi de puissance p ($L/h = 10, \Delta T = 300$)

La différence relative en pourcentage de déviation entre les modèles micromécaniques et l'indice de loi de puissance p est illustrée à la figure 3. L'écart entre la déviation estimée des faisceaux FG par les modèles Voigt, Reuss et d'autres modèles micromécaniques est peu influencé par l'indice de loi de puissance « p ».

Selon cette figure, tous les modèles donnent pratiquement le même résultat. La différence de résultats entre les modèles micro-mécaniques atteint un maximum de 2% entre les Modèles de Voigt et Reuss pour une valeur de l'indice de puissance inférieure à 1. Ensuite, cette différence diminue rapidement avec l'augmentation de « p ».

En général, on peut dire que la différence entre les différents modèles micro-mécaniques est minime et peut donc être négligée.

Un autre exemple consiste à analyser l'effet de la fondation élastique sur la flèche et les contraintes des poutres FG. Les tableaux 5 et 6 présentent respectivement la déformation et la contrainte de cisaillement transversale des poutres FG $\bar{\sigma}_{xz}$ avec et sans fondation élastique pour différentes valeurs du rapport côte sur épaisseur a/h . Les résultats sont présentés pour les modèles 2D et quasi-3D.

Comme on peut le voir, la présence d'une fondation élastique à un ou deux paramètres influence fortement la réponse de la poutre FG. En effet, la prise en compte d'une fondation élastique, notamment à deux paramètres (modèle de Pasternak) augmente la rigidité de la poutre et conduit par conséquent à une réduction significative des déplacements et des contraintes.

Les figures 4 (a) et (b) comparent la flèche d'une poutre simplement supportée soumise à une charge mécanique et thermomécanique respectivement pour trois types différents de fondations élastiques. On peut voir sur cette figure que la flèche dépend fortement du type de fondation. Aussi, la poutre sous charge thermomécanique donne des déformations légèrement supérieures par rapport à la charge mécanique et ce quel que soit le type de fondation élastique

Tableau 5: La déflexion de la poutre FG avec ou sans des fondations élastiques ($\Delta T = 300, p = 1, \xi = 0$)

j_1	j_2	Theory	L/h				
			5	10	20	30	50
0	0	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	2.6324	9.7355	38.1468	85.4988	237.0252
		Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	2.5934	9.6843	38.0749	85.3979	236.8335
1000	0	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	1.2823	4.9330	19.5257	43.8458	121.6699
		Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	1.2835	4.9315	19.5191	43.8316	121.6318
1000	1000	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	0.2115	0.8406	3.3562	7.5489	20.9655
		Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	0.2145	0.8439	3.3596	7.5521	20.9680

Tableau 6 La contrainte de cisaillement transversale dans la poutre FG $\bar{\sigma}_{xz}$ avec ou sans fondation élastique,

$$(\Delta T = 300, p = 1, \xi = 0)$$

j_1	j_2	Theory	L/h				
			5	10	20	30	50
0	0	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	0.4775	0.4780	0.4781	0.4781	0.4781
		Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	0.5165	0.5740	0.6009	0.6070	0.6103
1000	0	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	0.2326	0.2422	0.2447	0.2452	0.2454
		Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	0.2557	0.2923	0.3081	0.3116	0.3134
1000	1000	Present 2D ($\varepsilon_z = 0$)	0.0384	0.0413	0.0421	0.0422	0.0423
		Present quasi-3D ($\varepsilon_z \neq 0$)	0.0427	0.0500	0.0530	0.0537	0.0540

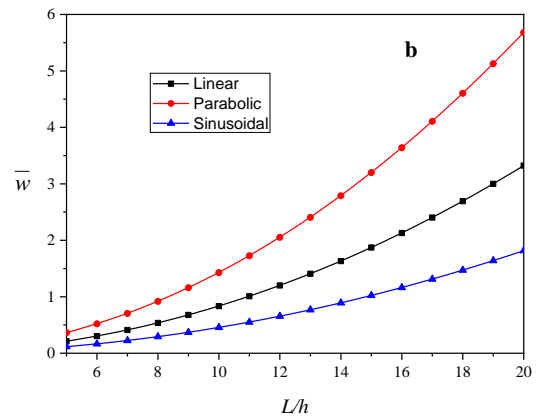
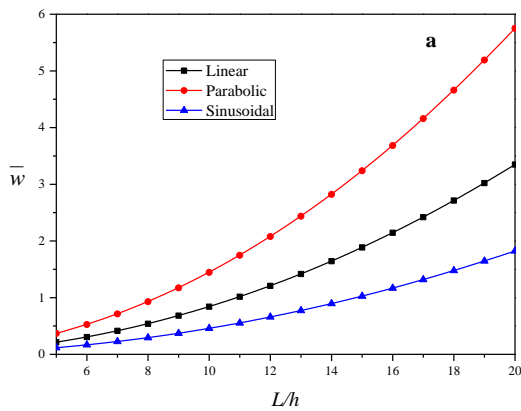


Fig IV.4: la flèche \bar{w} de la poutre ($p = 1, \xi = 20$) par rapport au rapport côté / épaisseur sous (a) une charge mécanique et (b) une charge thermomécanique $\Delta T = 300$ pour différents types de paramètres de Winkler

$$j_1 = 1000, j_2 = 0$$

La figure 5 représente la variation de la déflexion d'une poutre simplement soutenue sous charge thermomécanique et reposant sur une fondation élastique avec différentes valeurs de paramètre parabolique. Il ressort clairement de cette figure que la flèche est fortement influencée par ce paramètre. Son augmentation conduit à une réduction des flèches. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'augmentation de ce paramètre rend la fondation plus rigide et par conséquent empêche la poutre de se déformer.

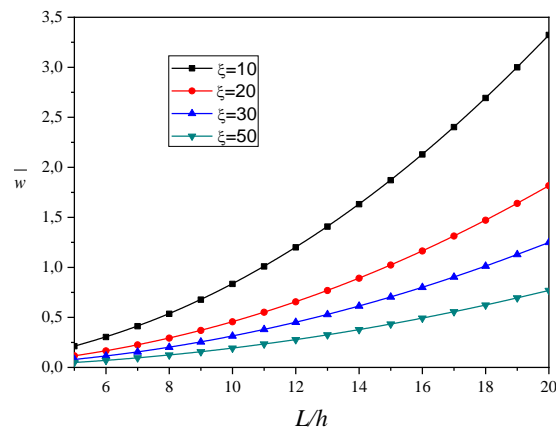


Fig IV.5: la fleche \bar{w} de la plaque FGM ($p = 1$) contre le rapport côté / épaisseur L/h sous charge thermomécanique $\Delta T = 300$ pour différentes valeurs du paramètre sinusoïdal ξ ($j_1 = 1000, j_2 = 0$)

V.3. Conclusion :

Le présent travail se concentre sur le cintrage thermomécanique des poutres FG en environnement thermique et reposant sur des fondations élastiques variables en utilisant des HSDT 2D et quasi-3D. Divers modèles micromécaniques ont été utilisés pour obtenir les propriétés matérielles efficaces des poutres FG qui varient dans la direction de l'épaisseur et ils sont considérés comme dépendant de la température. Les équations de mouvement sont obtenues par le principe de Hamilton. Ces équations sont résolues en employant la procédure de Navier. Une étude paramétrique a été réalisée pour mettre en évidence l'effet du rapport côté-épaisseur, du paramètre parabolique et des modèles micromécaniques sur la déflexion et la contrainte de la poutre sous chargement thermomécanique et reposant sur des fondations élastiques variables.

Le présent modèle peut être utilisé comme référence pour vérifier l'efficacité des méthodes numériques approchées. L'extension de cette étude est également envisagée en considérant d'autres types de matériaux et d'autres modèles à effet de déformation par cisaillement. D'autres travaux peuvent être menés à l'avenir en considérant d'autres types de matériaux et d'autres modèles avec effet de déformation par cisaillement (Kar et al.2015, Mahapatra et al.2016, Mehar et Panda 2017abc, 2018abc et 2019, Panjehpour *et al.*2018 , Othman et Fekry 2018, Behera et Kumari 2018, Mehar et al.2018ab, Mehar et al.2019 , Alimirzaei et al.2019 , Gupta et Anandkumar 2019, Karami et al.2019abc, Bedia et al.2019, Semmah et al.2019 , Draoui et al.2019 , Boutaleb et al.2019 , Shadravan et al.2019 , Medani et al.2019 , Selmi 2019, Timesli 2020, Bellal et al.2020 , Mehar et Panda 2020, Kim et al.2020 , Khosravi et al.2020, Al-Basyouni *et al.*2020 , Shokrieh et Kondori 2020, Hussain et al.2019 et 2020b, Taj et al.2020, Asghar et al.2020) .

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Conclusion générale :

Les structures en matériaux à gradient de propriétés représentent un domaine de recherche très vaste et des applications immenses tant il est possible de modifier à volonté leur composition et leur architecture pour obtenir de ces matériaux les propriétés recherchées. La conception et l'élaboration de ces matériaux nécessitent le développement d'outils d'analyse adaptés à leurs spécificités géométriques et matérielles.

Dans l'application de technologie, cette caractéristique représente beaucoup d'avantages et permet de choisir des paramètres de matériau appropriés pour faire les plaques en matériaux à gradient de propriétés être sûres dans l'intégrité structurale une fois soumise à champ de température élevé.

Dans ce travail de recherche, l'analyse thermomécanique des plaques sandwich rectangulaires en FGM reposant sur fondation de deux paramètres sous sollicitation de flexion a été présenté.

Une nouvelle théorie de plaque raffinée à quatre variables a été développée. Contrairement à d'autre théorie, la théorie présentée ne donne lieu qu'à quatre équations résultant de l'effort computationnel beaucoup plus faible en comparaison avec les autres théories d'ordre supérieur dans la littérature ayant plus nombre d'équations régissant. L'exactitude de la théorie actuelle est déterminée par comparaison avec d'autres théories de déformation en cisaillement d'ordre supérieur où un excellent accord a été observé dans tous les cas. En outre, les influences des paramètres de la plaque comme l'indice de loi de puissance, rapport d'aspect, les coefficients de rigidité de la fondation et chargement thermomécanique sur la contrainte et la flèche de la plaque rectangulaire en FGM ont été complètement étudiées.

En conclusion, on peut dire que la théorie proposée est simple et précis dans la résolution de la flexion statique et thermique, comportements des plaques rectangulaires fonctionnellement gradués reposant sur une fondation élastique.

En perspective, il est prévu d'appliquer le nouveau modèle d'ordre élevé pour le calcul de différentes formes de structures en matériaux à gradient de propriétés reposant sur fondation élastique sous la combinaison des différents types de chargement (mécanique, thermique, vibratoire, hygrothermique) et en tenant compte les changements dans les propriétés matérielles des matériaux constitutives dû à la température.

En fin, Le travail présenté dans le cadre de cette thèse de doctorat peut être développé et enrichi et on peut dire que ce modeste travail s'inscrit dans le cadre de la contribution de notre laboratoire dans le domaine des matériaux composites à gradient de propriétés et précisément leurs comportements vis-à-vis des chargements de température.

RÉFÉRENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

- A, M., Chikh, A., Hebali, H., Kaci, A., Tounsi, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A. (2019), "Thermomechanical analysis of antisymmetric laminated reinforced composite plates using a new four variable trigonometric refined plate theory", *Computers and Concrete*, **24**(6), 489-498. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2019.24.6.489>
- A. Chabot. Analyse des efforts a l'interface entre les couches des matériaux composites à l'aide de modèles multiparticulaires de matériaux multicouches. PhD thesis, ENPC, 1997.
- Abdizadeh H, élaboration et caractérisation de composites « composites laminaires tri-couches à base d'alumine » thèse de doctorat INSA de Lyon 1997 212 p
- A. K. Noor & W. S. Burton. Assesment of shear deformation theories for multilayered composite plates. *Appl Mech Rev*, vol. 42, no. 1, pages 1,12, 1989.
- Ahmed, R.A., Fenjan, R.M., Faleh, N.M. (2019), "Analyzing post-buckling behavior of continuously graded FG nanobeams with geometrical imperfections", *Geomechanics and Engineering*, **17**(2), 175-180 .<https://doi.org/10.12989/gae.2019.17.2.175>.
- Akbarzadeh, A.H., Abedini, A. and Chen, Z.T. (2015), "Effect of micromechanical models on structural responses of functionally graded plates", *Compos. Struct.*, **119**, 598-609. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.09.031>
- Al-Basyouni, K.S., Ghandourah, E., Mostafa, H.M. and Algarni, A. (2020), "Effect of the rotation on the thermal stress wave propagation in non-homogeneous viscoelastic body", *Geomechanics and Engineering*, **21**(1), 1-9. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2020.21.1.001>
- Al-Furjan, M.S.H., Safarpour, H., Habibi, M., Safarpour, M., Tounsi, A. (2020), "A comprehensive computational approach for nonlinear thermal instability of the electrically FG-GPLRC disk based on GDQ method", *Engineering with Computers*. <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01088-7>
- Alimirzaei, S., Mohammadimehr, M., Tounsi, A. (2019), "Nonlinear analysis of viscoelastic micro-composite beam with geometrical imperfection using FEM: MSGT electro-magneto-elastic bending, buckling and vibration solutions", *Structural Engineering and Mechanics*, **71**(5), 485-502. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2019.71.5.485>
- Al-Maliki, A.F.H., Ahmed, R.A., Moustafa, N.M., Faleh, N.M. (2020), "Finite element based modeling and thermal dynamic analysis of functionally graded graphene reinforced beams", *Advances in Computational Design*, **5**(2), 177-193. DOI: <https://doi.org/10.12989/acd.2020.5.2.177>
- Anné G, J Vleugels et O Van der biest, Katholieke University Leuven, Belgium Functionally graded ceramics Woodhead Publishing Limited, 2006.
- Anné, G., Vanmeensel, K., Vleugels, J., (2004), "Electrophoretic deposition as a near net shaping technique for functionally graded biomaterials", *Mat. Sci. Forum*, 492–493, 213–218.

Références bibliographiques

- Arioui, O., Belakhdar, K., Kaci, A., and Tounsi, A., (2018), "[Thermal buckling of FGM beams having parabolic thickness variation and temperature dependent materials](#)", *Steel and Composite Structures*, **27**(6), 777-788. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2018.27.6.777>.
- Asghar, S., Naeem, M.N., Hussain, M., Taj, M., Tounsi, A. (2020), "Prediction and assessment of nonlocal natural frequencies of DWCNTs: Vibration analysis", *Computers and Concrete*, **25**(2), 133-144. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.2.133>
- Attia, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R and Alwabli, S., (2018), "A refined four variable plate theory for thermoelastic analysis of FGM plates resting on variable elastic foundation", *Structural Engineering and Mechanics*, **65**(4), 453-464. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2018.65.4.453>
- Avcar, M., and Mohammed, W.K.M., (2018), "Free vibration of functionally graded beams resting on Winkler-Pasternak foundation", *Arabian Journal of Geosciences*, **11**, 232. <https://doi.org/10.1007/s12517-018-3579-2>.
- Avila A. F., composite structures, 81: 323-330, 2007
- Bachir Bouiadjra, R., Mahmoudi, A., Benyoucef, S., Tounsi, A. and Bernard, F., (2018), "Analytical investigation of bending response of FGM plate using a new quasi 3D shear deformation theory: Effect of the micromechanical models", *Struct. Eng. Mech*, **66**(3), 317-328. <https://doi.org/10.12989/sem.2018.66.3.317>.
- Balubaid, M., Tounsi, A., Dakhel, B., Mahmoud, S.R. (2019), "Free vibration investigation of FG nanoscale plate using nonlocal two variables integral refined plate theory", *Computers and Concrete*, **24**(6), 579-586. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2019.24.6.579>
- Barati, M., R., (2017), "Investigating dynamic response of porous inhomogeneous nanobeams on hybrid Kerr foundation under hygro-thermal loading", *Appl. Phys. A.*, **123**(5), 332. DOI [10.1007/s00339-017-0908-3](https://doi.org/10.1007/s00339-017-0908-3)
- Batou, B., Nebab, M., Bennai, R., Ait Atmane, H., Tounsi, A., Bouremana, M. (2019), "Wave dispersion properties in imperfect sigmoid plates using various HSDTs", *Steel and Composite Structures*, **33**(5), 699-716. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2019.33.5.699>
- Bedia, W.A., Houari, M.S.A., Bessaim, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Saeed, T., Alhodaly, M.Sh. (2019), "A New Hyperbolic Two-Unknown Beam Model for Bending and Buckling Analysis of a Nonlocal Strain Gradient Nanobeams", *Journal of Nano Research*, **57**, 175-191. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/JNanoR.57.175>
- Behera, S., Kumari, P. (2018), "Free vibration of Levy-type rectangular laminated plates using efficient zig-zag theory", *Advances in Computational Design*, **3**(3), 213-232. <https://doi.org/10.12989/acd.2017.2.3.165>.
- Bellal, M., Hebali, H., Heireche, H., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Bourada, F., Mahmoud, S.R., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A. (2020), "Buckling behavior of a single-layered graphene sheet resting on viscoelastic medium via nonlocal four-unknown integral model", *Steel and Composite Structures*, **34**(5), 643-655. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2020.34.5.643>
- Berghouti, H., Adda Bedia, E.A., Benkhedda, A., Tounsi, A.(2019), "Vibration analysis of nonlocal porous nanobeams made of functionally graded material", *Advances in Nano Research*, **7**(5), 351-364. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.5.351>

Références bibliographiques

- Bernhardt, R., Meyer-Olbersleben, F., Kieback, B., (1999), „The influence of hydrodynamic effects on the adjustment of gradient patterns through gravity sedimentation of polydisperse particle systems in newtonian and viscoelastic fluid”, *Mat. Sci. Forum*, 308–311: 31–35.
- Bishop, a, Lin, C.Y. NAVARATNAM, M. Rawlings.R.D MC. Chane a functionally graded material produced by a powder metallurgical process, *journal of materials science letters* 1993.
- Birman V. and Byrd L.W. (2007), Modeling and analysis of functionally graded materials and structures, *Applied Mechanics Reviews*, 60, 195–216, 2007.
- Boch. P Chartier . Huttepain. M Tapa casting of AL_2O_3/ZrO_2 laminated composites, 1986.
- Bourada mohamed «Analyse du flambement des structures hétérogènes sandwiches sous chargement thermique en utilisant les théories à ordre élevé» Thèse de Doctorat de l'UNIVERSITE DJILLALI LIABES SIDI BEL ABBES (2013-2014).
- Bourada, F., Bousahla, A.A., Bourada, M., Azzaz, A., Zinata, A., and Tounsi, A., (2019), “[Dynamic investigation of porous functionally graded beam using a sinusoidal shear deformation theory](https://doi.org/10.12989/was.2019.28.1.019)”, *Wind and Structures*, **28(1)**, 19-30. DOI: <https://doi.org/10.12989/was.2019.28.1.019>.
- Bourada, F., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R., Benrahou, K.H., Tounsi, A. (2020), “Stability and dynamic analyses of SW-CNT reinforced concrete beam resting on elastic-foundation”, *Computers and Concrete*, **25(6)**, 485-495. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.6.485>
- Bousahla, A.A., Bourada, F., Mahmoud, S.R., Tounsi, A., Algarni, A., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A. (2020), "Buckling and dynamic behavior of the simply supported CNT-RC beams using an integral-first shear deformation theory", *Computers and Concrete*, 25(2), 155-166. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.2.155>
- Boutaleb, S., Benrahou, K.H., Bakora, A., Algarni, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Tounsi, A. (2019), “Dynamic Analysis of nanosize FG rectangular plates based on simple nonlocal quasi 3D HSDT”, *Advances in Nano Research*, **7(3)**, 191-208. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.3.191>
- C. Kassapoglou & P.A. Lagace. Closed form solutions for the interlaminar stress field in angle-ply and cross-ply laminates. *Journal of Composite Materials*, vol. 27, pages 292,308, 1987.
- C. Ossadzow & M. Touratier. An improved shear-membrane theory for multi-layered shells. *Composite Structures*, vol. 52, pages 85, 95, 2001.
- Cai, P.Z., Green, D.J., Messing, G.L., (1997a), Constrained densification of alumina/zirconia hybrid laminates. 1. Experimental observations of processing defects”, *J. Am. Ceram Soc.*, 80(8), 1929–1939.
- Cai, P.Z., Green, D.J., Messing, G.L., (1997b), Constrained densification of alumina/zirconia hybrid laminates. 2. Viscoelastic stress computation”, *J. Am. Ceram. Soc.*, 80(8), 1940–1948.
- Chaabane L.A., Bourada, F., Sekkal, M., Zerouati, S., Zaoui, F.Z., Tounsi, A., Derras, A., Bousahla, A.A., and Tounsi, A., (2019), “[Analytical study of bending and free vibration](#)

Références bibliographiques

- [responses of functionally graded beams resting on elastic foundation”, *Structural Engineering and Mechanics*, **71\(2\)**, 185-196. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2019.71.2.185>.](#)
- Chen, M., Jin, G., Zhang, Y., Niu, F., Liu, Z., (2019), “Three-dimensional vibration analysis of beams with axial functionally graded materials and variable thickness”, *Composite Structures*, **207**, 304-322. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.09.029>
- Chikr, S.C., Kaci, A., Bousahla, A.A., Bourada, F., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R., Benrahou, S.R., Tounsi, A. (2020), "A novel four-unknown integral model for buckling response of FG sandwich plates resting on elastic foundations under various boundary conditions using Galerkin's approach", *Geomechanics and Engineering*, **21(5)**, 471-487. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2020.21.5.471>
- Chan S.H. (2001), Performance and emissions characteristics of a partially insulated gasoline engine, *International Journal of Thermal Science*, **40**, 255–261.
- Chu, J., Ishibashi, H., Hayashi, K., Takebe, H., Morinaga, K., (1993), „Slip casting of continuous functionally gradient material”, *J. Ceram. Soc. Japan*, **101**, 818–820.
- Dash, S., Mehar, K., Sharma, N., Mahapatra, T.R., Panda, S.K. (2019), “Finite element solution of stress and flexural strength of functionally graded doubly curved sandwich shell panel”, *Earthquakes and Structures*, **16(1)**, 55-67. DOI: <https://doi.org/10.12989/eas.2019.16.1.055>
- Draiche, K., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Alwabli, A.S., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2019), “Static analysis of laminated reinforced composite plates using a simple first-order shear deformation theory”, *Computers and Concrete*, **24(4)**, 369-378. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2019.24.4.369>
- Draoui, A., Zidour, M., Tounsi, A., Adim, B. (2019), “Static and dynamic behavior of nanotubes-reinforced sandwich plates using (FSDT)”, *Journal of Nano Research*, **57**, 117-135. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/JNanoR.57.117>
- E. Carrera. An assessment of mixed and classical theories on global and local response of multilayered orthotropic plates. *Composite structures*, vol. 50, pages 183,198, 2000.
- E Reissner. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. *J. Appl. Mech.*, vol. 12, pages 69, 77, 1945.
- E. Reissner & Y. Stavsky. Bending and stretching of certain types of hetero-geneous aelotropic elastic plate. *J. Appl. Mech.*, vol. 28, pages 402,408, 1961.
- Ebrahimi, F., and Jafari, A., (2018), “A four-variable refined shear-deformation beam theory for thermo-mechanical vibration analysis of temperature-dependent FGM beams with porosities”, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, **25(3)**, 212-224. <https://doi.org/10.1080/15376494.2016.1255820>.
- Eisenberger, M. and Clastornik, J. (1987), “Vibrations and buckling of a beam on a variable Winkler elastic foundation”, *J. Sound Vibr.*, **115**, 233-241. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(87\)90469-X](https://doi.org/10.1016/0022-460X(87)90469-X)

Références bibliographiques

- Esfahani, S., Kiani, Y., Eslami, M., (2013), "Non-linear thermal stability analysis of temperature dependent FGM beams supported on non-linear hardening elastic foundations", *International Journal of Mechanical Sciences*, **69**, 10 – 20. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.01.007>
- Fahsi, B., Bouiadjra, R., B., Mahmoudi, A., Benyoucef, S., Tounsi, A., (2019), "Assessing the Effects of Porosity on Bending, Buckling And Vibration of FG Beam Resting on Elastic Foundation Using a New Refined Quasi-3d Theory", *Mechanics of Composite Materials*, **55(2)**, 219-230. [DOI 10.1007/s11029-019-09805-0](https://doi.org/10.1007/s11029-019-09805-0).
- Fallah, A., Aghdam, M.M., (2012), "Thermo-mechanical buckling and nonlinear free vibration analysis of functionally graded beams on nonlinear elastic foundation", *Compos. Part B-Eng.* **43**, 1523–1530. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2011.08.041>.
- Frikha, A., Hajlaoui, A., Wali, M., Dammak, F., (2016), "A new higher order $C0$ mixed beam element for FGM beams analysis", *Composites Part B: Engineering*, **106**, 181-189. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.09.024>.
- F. Delale, F. Erdogan. The crack problem for a nonhomogeneous plane. *ASME Journal of Applied Mechanics* 50, 609 –614, 1983.
- Fuchiyama T. and Noda N. (1995), Analysis of thermal stress in a plate of functionally gradient material, *JSAE Review*, 16, 263–268.
- G. Kirchhoff. Uber das gleichgewicht und die bewegung einer elastischen scheinbe. *Journal fur reine und angewandte Mathematik*, vol. 40, pages 51, 88, 1850.
- Gafour, Y., Hamidi, A., Benahmed, A., Zidour, M., Bensattalah, T. (2020), "Porosity-dependent free vibration analysis of FG nanobeam using non-local shear deformation and energy principle", *Advances in Nano Research*, **8(1)**, 49-58. [DOI: https://doi.org/10.12989/anr.2020.8.1.049](https://doi.org/10.12989/anr.2020.8.1.049)
- Gasik, M. (1995), "Scand. Ch226", *Acta Polytech*, 72.
- Ghiasian, S.E., Kiani, Y., Eslami, M.R., (2015), "Nonlinear thermal dynamic buckling of FGM beams", *European Journal of Mechanics A/Solids*, **54**, 232-242. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2015.07.004>.
- Gul, U., Aydogdu, M., Karacam, F., (2019), "Dynamics of a functionally graded Timoshenko beam considering new spectrums", *Composite Structures*, 207, 273-291. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.09.021>.
- Gupta, V. and Anandkumar, J. (2019), "Phenol removal by tailor-made polyamide-fly ash composite membrane: Modeling and optimization", *Membrane Water Treatment*, **10(6)**, 431-440. [DOI: https://doi.org/10.12989/mwt.2019.10.6.431](https://doi.org/10.12989/mwt.2019.10.6.431).
- Halpin, J.C., (1969), "Effects of environmental factors on composite materials", *Technical Report AFML-TR Ohio*, 67–423.
- Hillman, C., Suo, Z.G., Lange, F.F., (1996), Cracking of laminates subjected to biaxial tensile stresses", *J. Am. Ceram. Soc.*, 79(8), 2127–2133.
- Hirai T. and Chen L. (1999), Recent and prospective development of functionally graded materials in Japan, *Materials Science Forum*, 308–311, 509–514.

Références bibliographiques

- Hui- shen shen functionally graded materials nonlinear analysis of plates and shells 2009 CRC Press is an imprint of the Taylor & Francis Group.
- Hussain, M., Naeem, M.N., Khan, M.S., Tounsi, A. (2020a), “Computer-aided approach for modelling of FG cylindrical shell sandwich with ring supports”, *Computers and Concrete*, **25**(5), 411-425. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.5.411>
- Hussain, M., Naeem, M.N., Taj, M., Tounsi, A. (2020b), “Simulating vibrations of vibration of single-walled carbon nanotube using Rayleigh-Ritz’s method”, *Advances in Nano Research*, **8**(3), 215-228. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2020.8.3.215>
- Hussain, M., Naeem, M.N., Tounsi, A., Taj, M. (2019), “Nonlocal effect on the vibration of armchair and zigzag SWCNTs with bending rigidity”, *Advances in Nano Research*, **7**(6), 431-442. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.6.431>
- Ichiro chiota ; yoshinari miyamoto functionally graded materials 1996 elsevier.
- J.G. Ren. A new theory of laminated plate. Composite Science and Technology, vol. 26, pages 225, 239, 1986.
- J.M. Whitney. « Shear correction factors for orthotropic laminates under static loads ». J.Applied Mechanics, Vol.40, pages 302-304, 1973.
- J.N. Reddy. A generalization of two-dimensional theories of laminated composite plates. Commun. Appl. Numer. Methods, vol. 3, pages 173,180, 1987.
- J.N. Reddy. A simple higher-order theory for laminated composite plates. Journal of Applied Mechanics, vol. 51, pages 745-752, 1984.
- Jaesang, Y. and Addis, K. (2014), “Modeling functionally graded materials containing multiple heterogeneities”, *Acta Mech.*, **225**(7), 1931-1943. DOI 10.1007/s00707-013-1033-9.
- Jean-Marie Berthelot. Matériaux composites Comportement mécanique et analyse des structures 5e édition (2012)
- Jin Dai, Hahn H., composite structure, 61: 247-253, 2003.
- K.S. Afaq, M. Karama & S. Mistou. Un nouveau modèle raffiné pour les structures multicouches. In Comptes-rendus des 13 emes Journées Nationales sur les Composites, pages 289-292. Strasbourg, March 2003.
- Kaci, A., Houari, M.S.A, Bousahla, A., A., Tounsi, A., and Mahmoud, S.R., (2018), “[Post-buckling analysis of shear-deformable composite beams using a novel simple two-unknown beam theory](#)”. *Structural Engineering and Mechanics*, **65**(5), 621-631. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2018.65.5.621>.
- Kaddari, M., Kaci, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Bourada, F., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Al-Osta, M.A. (2020), “A study on the structural behaviour of functionally graded porous plates on elastic foundation using a new quasi-3D model: Bending and Free vibration analysis”, *Computers and Concrete*, **25**(1), 37-57. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.1.037>

Références bibliographiques

- Kar, V.R. and Panda, S.K. (2020), "Nonlinear flexural vibration of shear deformable functionally graded spherical shell panel", *Steel and Composite Structures*, **18**(3), 693-709. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2015.18.3.693>
- Kar, V.R., Mahapatra, T.R., Panda, S.K. (2015), "Nonlinear flexural analysis of laminated composite flat panel under hygro-thermo-mechanical loading", *Steel and Composite Structures*, **19**(4), 1011-1033. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/scs.2015.19.4.1011>
- Kar, V.R., Panda, S.K. (2015a), "Large deformation bending analysis of functionally graded spherical shell using FEM", *Structural Engineering and Mechanics*, **53**(4), 661-679. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2015.53.4.661>
- Kar, V.R., Panda, S.K. (2015b), "Thermoelastic analysis of functionally graded doubly curved shell panels using nonlinear finite element method", *Composite Structures*, **129**, 202-212. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.04.006>
- Kar, V.R., Panda, S.K. (2016), "Nonlinear thermomechanical behavior of functionally graded material cylindrical/hyperbolic/elliptical shell panel with temperature-dependent and temperature-independent properties", *Journal of Pressure Vessel Technology*, **138**(6), 061202. <https://doi.org/10.1115/1.4033701>
- Karamanlı, A., (2017), "Bending behaviour of two directional functionally graded sandwich beams by using a quasi-3d shear deformation theory", *Composite Structures*, **174**, 70-86. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.04.046>.
- Karami, B., Janghorban, M. and Tounsi, A. (2019a), "Galerkin's approach for buckling analysis of functionally graded anisotropic nanoplates/different boundary conditions", *Engineering with Computers*, **35**, 1297-1316. <https://doi.org/10.1007/s00366-018-0664-9>
- Karami, B., Janghorban, M., Tounsi, A. (2019c), "On pre-stressed functionally graded anisotropic nanoshell in magnetic field", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **41**, 495. <https://doi.org/10.1007/s40430-019-1996-0>
- Karami, B., Shahsavari, D., Janghorban, M., Tounsi, A. (2019b), "Resonance behavior of functionally graded polymer composite nanoplates reinforced with grapheme nanoplatelets", *International Journal of Mechanical Sciences*, **156**, 94-105. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.03.036>
- Khiloun, M., Bousahla, A.A., Kaci, A., Bessaim, A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2020), "Analytical modeling of bending and vibration of thick advanced composite plates using a four-variable quasi 3D HSDT", *Engineering with Computers.*, **36**(3), 807-821. <https://doi.org/10.1007/s00366-019-00732-1>
- Khosravi, F., Hosseini, S. A., Tounsi, A. (2020), "Forced axial vibration of a single-walled carbon nanotube embedded in elastic medium under various moving forces", *Journal of Nano Research*, **63**, 112–133. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/jnanor.63.112>
- Koizumi, M, FGM activities in Japan, department of materials chemistry. Ryukoku University, Ohtsu 520-21 Japan, 1996.
- Kim, I., Zhu, T., Jeon, C.H., Lawler, D.F. (2020), "Detachment of nanoparticles in granular media filtration", *Membrane Water Treatment*, **11**(1), 1-10. DOI: <https://doi.org/10.12989/mwt.2020.11.1.001>.

Références bibliographiques

- [Kolahchi, R., Safaria, M., Esmailpour, M., \(2016\), "Dynamic stability analysis of temperature-dependent functionally graded CNT-reinforced visco-plates resting on orthotropic elastomeric medium", *Composite Structures*, **150**, 255-265. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.05.023>.](#)
- Kumar, R., Devi, S., (2017) "Response of thermoelastic functionally graded beam due to ramp type heating in modified couple stress with dual-phase-lag model", *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, **13(3)**, 471-488. <https://doi.org/10.1108/MMMS-05-2017-0034>.
- L. Liberscu. On the theory of anisotropic elastic shell and plates. *Int J Solids Structures*, vol. 3, pages 53,68, 1967.
- Liu L.-S., Zhang Q.-J., and Zhai P.-C. (2003), The optimization design of metal=ceramic FGM armor with neural net and conjugate gradient method, *Materials Science Forum*, 423–425, 791–796.
- M. Di Sciuva. An improved shear-deformation theory for moderately thick mul-tilayered anisotropic shells and plates. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 54, pages 589(596, 1987).
- M. Di Sciuva. A re_ned transverse shear deformation theory for multi-layered anisotropic plates. *Atti. Accad. Sci. Torino*, vol. 118, pages 279{295, 1984.
- M. Karama, B. Abou Harb, S. Mistou & S. Caperaa. Bending, buckling and free vibration of laminated composite with a transverse shear stress continuity model. *Composite Part B*, vol. 29, no. 3, pages 223,234, 1998.
- M. Tahani & A. Nosier. Edge e_ect of uniformly loaded cross-ply composite laminate. *Material and Design*, vol. 24, pages 647, 658, 2003.
- M. Touratier. An efficient standard plate theory. *Engng Sci*, vol. 29, no. 8, pages 901,916, 1991.
- Markworth A.J., Ramesh K.S., and Parks W.P. (1995), Review: modeling studies applied to functionally graded materials, *Journal of Material Sciences*, 30, 2183–2193, 1995.
- M .Chatin, "Matériaux composites – présentation générale", *Technique de l'ingénieur BT4*, 2000.
- Mahapatra, T.R., Kar, V.R., Panda, S.K., Mehar, K. (2017), "Nonlinear thermoelastic deflection of temperature-dependent FGM curved shallow shell under nonlinear thermal loading", *Journal of Thermal Stresses*, **40(9)**, 1184-1199. <https://doi.org/10.1080/01495739.2017.1302788>
- Mahapatra, T.R., Panda, S.K., Kar, V.R. (2016), "Geometrically nonlinear flexural analysis of hygro-thermo-elastic laminated composite doubly curved shell panel", *Int J Mech Mater Des*, **12**, 153–171. <https://doi.org/10.1007/s10999-015-9299-9>
- Mahmoudi, A., Benyoucef, S., Tounsi, A., Benachour, A and Adda Bedia, E.A. (2018), "On the effect of the micromechanical models on the free vibration of rectangular FGM plate

Références bibliographiques

- resting on elastic foundation”, *Struct. Eng. Mech.*, **14(2)**, 117-128. <https://doi.org/10.12989/eas.2018.14.2.117>.
- Mantari, J.L., Yarasca, J., (2015), “A simple and accurate generalized shear deformation theory for beams”, *Composite Structures*, **134**, 593-601. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.08.073>
- Matouk, H., Bousahla, A.A., Heireche, H., Bourada, F., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Tounsi, A., Benrahou, K.H. (2020), “Investigation on hygro-thermal vibration of P-FG and symmetric S-FG nanobeam using integral Timoshenko beam theory”, *Advances in Nano Research*, **8(4)**, 293-305. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2020.8.4.293>
- Medani, M., Benahmed, A., Zidour, M., Heireche, H., Tounsi, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2019), “Static and dynamic behavior of (FG-CNT) reinforced porous sandwich plate using energy principle”, *Steel and Composite Structures*, **32(5)**, 595-610. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2019.32.5.595>
- Mehar, K. and Panda, S.K. (2018c), "Thermoelastic flexural analysis of FG-CNT doubly curved shell panel", *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, **90(1)**, 11-23. <https://doi.org/10.1108/AEAT-11-2015-0237>
- Mehar, K., Panda, S.K. (2017a), “Numerical investigation of nonlinear thermomechanical deflection of functionally graded CNT reinforced doubly curved composite shell panel under different mechanical loads”, *Composite Structures*, **161**, 287-298. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.10.135>
- Mehar, K., Panda, S.K. (2017b), “Thermoelastic analysis of FG-CNT reinforced shear deformable composite plate under various loadings”, *International Journal of Computational Methods*, **14(2)**, 1750019. <https://doi.org/10.1142/S0219876217500190>
- Mehar, K., Panda, S.K. (2017c), “Nonlinear static behavior of FG-CNT reinforced composite flat panel under thermomechanical load”, *Journal of Aerospace Engineering*, **30(3)**, 04016100. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0000706](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000706)
- Mehar, K., Panda, S.K. (2018a), “Elastic bending and stress analysis of carbon nanotube-reinforced composite plate: Experimental, numerical, and simulation”, *Advances in Polymer Technology*, **37(6)**, 1643-1657. <https://doi.org/10.1002/adv.21821>
- Mehar, K., Panda, S.K. (2018b), “Nonlinear finite element solutions of thermoelastic flexural strength and stress values of temperature dependent graded CNT-reinforced sandwich shallow shell structure”, *Structural Engineering and Mechanics*, **67(6)**, 565-578. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/sem.2018.67.6.565>
- Mehar, K., Panda, S.K. (2019), “Theoretical deflection analysis of multi-walled carbon nanotube reinforced sandwich panel and experimental verification”, *Composites Part B: Engineering*, **167**, 317-328. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.12.058>
- Mehar, K., Panda, S.K. (2020), “Nonlinear deformation and stress responses of a graded carbon nanotube sandwich plate structure under thermoelastic loading”, *Acta Mech*, **231**, 1105–1123. <https://doi.org/10.1007/s00707-019-02579-5>
- Mehar, K., Panda, S.K., Mahapatra, T.R. (2018b), “Thermoelastic deflection responses of CNT reinforced sandwich shell structure using finite-element method”, *Scientia Iranica. Transaction B, Mechanical Engineering*, **25(5)**, 2722-2737. DOI: 10.24200/SCI.2017.4525
- Mehar, K., Panda, S.K., Mahapatra, T.R. (2019), “Large deformation bending responses of nanotube-reinforced polymer composite panel structure: Numerical and experimental analyses”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, **233(5)**, 1695-1704. <https://doi.org/10.1177/0954410018761192>
- Mehar, K., Panda, S.K., Patle, B.K. (2018a), “Stress, deflection, and frequency analysis of CNT reinforced graded sandwich plate under uniform and linear thermal environment: A

Références bibliographiques

- finite element approach”, *Polymer Composites*, **39**(10), 3792-3809.
<https://doi.org/10.1002/pc.24409>
- Metin Aydogdu, Vibration analysis of cross-ply laminated beams with general boundary conditions by Ritz method, *International Journal of Mechanical Sciences* 47 (2005) 1740–1755.
- Mishnaevsky, J.L. (2007), “Computational Mesomechanics of Composites”, *John Wiley & Sons*, U.K.
- Mistler, R, E. high strength substrates produced by multiple layer casting technique, *Am. Ceram. Soc. Bull.* 1973 Vol .52 N° 11 p850-54.
- Mori, T., Tanaka, K., (1973), “Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions”, *Acta Metall.*, **21**, 571–574.
[https://doi.org/10.1016/0001-6160\(73\)90064-3](https://doi.org/10.1016/0001-6160(73)90064-3).
- Müller E., Drašar C., Schilz J., and Kaysser W.A. (2003), Functionally graded materials for sensor and energy applications, *Materials Science and Engineering*, A362, 17–39
- N.J Pagano. Stress fields in composite laminates. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 14, page 385, 1978.
- N.J. Pagano. Exact solutions for composite laminates in cylindrical bending. *J. Comp. Mat.*, vol. 3, pages 398-411, 1969.
- N.J. Pagano. Exact solutions for rectangular bidirectional composite and sandwich plates. *J. Comp. Mat.*, vol. 4, pages 20-35, 1970.
- Neubrand, A., Rödel, J., (1997), Gradient materials: an overview of a novel concept, *Z. Metallk.*, 88(5), 358–371.
- Noda N. (1999), Thermal stresses in functionally graded material, *Journal of Thermal Stresses*, 22, 477–512.
- Nemati, A. R. and Mahmoodabadi, M. J., (2019), “Effect of micromechanical models on stability of functionally graded conical panels resting on Winkler–Pasternak foundation in various thermal environments”, *Arch. Appl. Mech.*, <https://doi.org/10.1007/s00419-019-01646-6>.
- Nguyen, T.K., Vo, T.P., Thai, H.T., (2013), "Static and free vibration of axially loaded functionally graded beams based on the first-order shear deformation theory”, *Compos. Part B-Eng.*, **55**(55), 147-57. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.06.011>.
- Othman, M. and Fekry, M. (2018), "Effect of rotation and gravity on generalized thermo-viscoelastic medium with voids", *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, **14**(2), 322-338. DOI: [10.1108/MMMS-08-2017-0082](https://doi.org/10.1108/MMMS-08-2017-0082).
- Panjehpour, M., Eric Woo Kee Loh, Deepak, T.J. (2018), "Structural Insulated Panels: State-of-the-Art", *Trends in civil Engineering and its architecture*, **3**(1) 336-340. DOI: [10.32474/TCEIA.2018.03.000151](https://doi.org/10.32474/TCEIA.2018.03.000151)
- Paulino G.H., Jin Z.H., and Dodds Jr. R.H. (2003), Failure of functionally graded Materials, in *Comprehensive Structural Integrity*, Vol. 2 (eds. B. Karihallo and W.G. Knauss), Elsevier Science, New York, pp. 607–644.

Références bibliographiques

- Paszkievicz B., Paszkievicz R., Wosko M., Radziewicz D., Sciana B., Szyszka A., Macherzynski W., and Tlaczala M. (2008), Functionally graded semiconductor layers for devices application, *Vacuum*, 82, 389–394.
- [Pradhan K. K. and Chakraverty, S., \(2013\), "Free vibration of Euler and Timoshenko functionally graded beams by Rayleigh–Ritz method", *Compos. Part B*, 51, 175–184. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.02.027>](#)
- Pradhan, S.C., Murmu ,T. (2009), “Thermo-mechanical vibration of FGM sandwich beam under variable elastic foundations using differential quadrature method”, *J. Sound Vib.*, **321**, 342–362. [doi:10.1016/j.jsv.2008.09.018](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.09.018).
- Put, S., Vleugels, J., Van der Biest, O., (2003), „Gradient profile prediction in functionally graded materials processed by electrophoretic deposition”, *Acta. Mater.*, 51(20), 6303–6317.
- Qiu J., Tani J., Ueno T., Morita T., Takahashi H., and Du H. (2003), Fabrication and high durability of functionally graded piezoelectric bending actuators, *Smart Materials and Structures*, 12, 115–121.
- R. K. Kapania & S. Raciti. Recent advances in analysis of laminated beams and plates, Part I : Shear effects and buckling. *AIAA Journal*, vol. 27, no. 7, pages 923,934, 1989.
- Rabhi, M., Benrahou, K.H., Kaci, A., Houari, M.S.A., Bourada, F., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R., Tounsi, A. (2020),“A new innovative 3-unknowns HSDT for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates resting on elastic foundations under various boundary conditions”, *Geomechanics and Engineering*, **22**(2). 119-132. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2020.22.2.119>
- Rachedi, M.A., Benyoucef, S., Bouhadra, A., Bachir Bouiadjra, R., Sekkal, M., Benachour, A. (2020), “Impact of the homogenization models on the thermoelastic response of FG plates on variable elastic foundation”, *Geomechanics and Engineering*, **22**(1), 65-80. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/gae.2020.22.1.065>
- Rahmani, M.C., Kaci, A., Bousahla, A.A., Bourada, F., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R., Benrahou, K.H., Tounsi, A. (2020), "Influence of boundary conditions on the bending and free vibration behavior of FGM sandwich plates using a four-unknown refined integral plate theory", *Computers and Concrete*, **25**(3), 225-244. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.3.225>
- Reddy, J.N., Chin, C.D., (1998), “Thermomechanical analysis of functionally graded cylinders and plates”. *J. Therm. Stress*, **21**, 593–629. <http://dx.doi.org/10.1080/01495739808956165>
- Refrafi, S., Bousahla, A.A., Bouhadra, A., Menasria, A., Bourada, F., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R., Benrahou, K.H., Tounsi, A. (2020), “Effects of hygro-thermo-mechanical conditions on the buckling of FG sandwich plates resting on elastic foundations”, *Computers and Concrete*, **25**(4), 311-325. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.4.311>

Références bibliographiques

- Requenna, J., Moya, J.S., Pena, P., (1993), „Al₂TiO₃–Al₂O₃ functionally gradient materials obtained by sequential slip casting”, in Holt, J.B., Koisumi, M., Hirai, T., Munir, Z.A., *Functionally Gradient Materials*, American Ceramic Society, Westerville, O.H., 203–210.
- S.A. Ambartsumyan. *Theory of anisotropic plate*. Technomic Publishing Co, 1969.
- S., Beraniè, S., (2005), „Densification of step graded Al₂O₃–ZrO₂ composites”, *Mat. Sci. Forum*, 492–493, 207–212.
- S. Srinivas & A. K. Rao. Bending, vibration and buckling of simply supported thick orthotropic rectangular plates and laminates. *Int J Solids Structures*, vol. 6, pages 1463–1481, 1970.
- S. Srinivas & A.K. Rao. Flexure of thick plates. *ASME*, pages 298–299, 1973.
- Sahla, F., Saidi, H., Draiche, K., Bousahla, A.A., Bourada, F., Tounsi, A. (2019), “Free vibration analysis of angle-ply laminated composite and soft core sandwich plates”, *Steel and Composite Structures*, **33**(5), 663–679. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2019.33.5.663>
- Salah, F., Boucham, B., Bourada, F., Benzair, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A. (2019), "Investigation of thermal buckling properties of ceramic-metal FGM sandwich plates using 2D integral plate model", *Steel and Composite Structures*, **33**(6), 805–822. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2019.33.6.805>
- Selmi, A. (2019), "Effectiveness of SWNT in reducing the crack effect on the dynamic behavior of aluminium alloy", *Advances in Nano Research*, **7**(5), 365–377. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.5.365>
- Semmah, A., Heireche, H., Bousahla, A.A., Tounsi, A. (2019), “Thermal buckling analysis of SWBNNT on Winkler foundation by non local FSDT”, *Advances in Nano Research*, **7**(2), 89–98. DOI: <https://doi.org/10.12989/anr.2019.7.2.089>
- Schindler, J., Meyer-Olbersleben, F., Kirbach, B., (1998), „Fabrication of FGM-foils for joining application by wet powder spraying”, presented at 5th International Symposium on Functionally Graded Materials, Dresden, October 1998.
- Shadravan, S., Ramseyer, C.C. and Floyd, R.W. (2019), “Comparison of structural foam sheathing and oriented strand board panels of shear walls under lateral load”, *Advances in Computational Design*, **4**(3), 251–272. DOI: <https://doi.org/10.12989/acd.2019.4.3.251>
- Shariati, A., Ghabussi, A., Habibi, M., Safarpour, H., Safarpour, M., Tounsi, A., Safa, M. (2020a), “Extremely large oscillation and nonlinear frequency of a multi-scale hybrid disk resting on nonlinear elastic foundations”, *Thin-Walled Structures*, **154**, 106840. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2020.106840>
- Shariati, A., Habibi, M., Tounsi, A., Safarpour, H., Safa, M. (2020b), “Application of exact continuum size-dependent theory for stability and frequency analysis of a curved cantilevered microtubule by considering viscoelastic properties”, *Engineering with Computers*. <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01024-9>
- Shen H. S. and Wang, Z. X., (2014), "Nonlinear analysis of shear deformable FGM beams resting on elastic foundation in thermal environment", *Int. J. Mech. Sci.*, **81**, 195–206. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.02.020>.

Références bibliographiques

- Shokrieh, M.M. and Kondori, M.S. (2020), "Effects of adding graphene nanoparticles in decreasing of residual stresses of carbon/epoxy laminated composites", *Composite Materials and Engineering*, **2**(1), 53-64. DOI: <https://doi.org/10.12989/cme.2020.2.1.053>
- Sobhy, M. (2015), "Thermoelastic response of FGM plates with temperature-dependent properties resting on variable elastic foundations", *J. Appl. Mech.*, **7**(6), 1550082. <https://doi.org/10.1142/S1758825115500829>.
- Steffes.H.D. DvorakM.Wewel. Plasma sprayed functionally graded materials- processing and application, in proceeding of the first international symposium on functionally gradient materials-Sedai Japan 1990.
- Sun, Y., Li, S.R., and Batra, R.C., (2016), "Thermal buckling and post-buckling of FGM Timoshenko beams on nonlinear elastic foundation", *Journal of Thermal Stresses*, **39**(1), 11-26. <http://dx.doi.org/10.1080/01495739.2015.1120627>.
- T. Kant & K. Swaminathan. Estimation of transverse/interlaminar stresses in laminated composites - a selective review and survey of current developments. *Composite structures*, vol. 49, pages 65,75, 2000.
- T.Hirai, Chapter 20, "Functional Gradient Materials", *Mater. Sci. and Tech.* vol.17B, R.W.Chan, P.Hassen and E.J.Kramer(eds.), VCH, Weinheim, Germany 293, 1996.
- Tanigawa Y. (1995), Some basic thermoelastic problems for nonhomogeneous structural materials, *Applied Mechanics Reviews*, 48, 287–300.
- Taj, M., Majeed, A., Hussain, M., Naeem, M.N., Safeer, M., Ahmad, M., Khan, H.U., Tounsi, A. (2020), "Non-local orthotropic elastic shell model for vibration analysis of protein microtubules", *Computers and Concrete*, **25**(3), 245-253. DOI: <https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.3.245>
- Thuc, P., Voa , Huu, T., T., Trung-Kien, N., Inam, F., Lee, J.,(2015), "A quasi-3D theory for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams", *Composite Structures*, **119**, 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.08.006>.
- Timesli, A. (2020), "An efficient approach for prediction of the nonlocal critical buckling load of double-walled carbon nanotubes using the nonlocal Donnell shell theory", *SN Appl. Sci.*, **2**, 407. <https://doi.org/10.1007/s42452-020-2182-9>
- [Tounsi, A., Ait Atmane, H., Khiloun, M., Sekkal, M., Taleb, O., Bousahla, A.A. \(2019\), "On buckling behavior of thick advanced composite sandwich plates", *Composite Materials and Engineering*, **1**\(1\), 1-19. DOI: 10.12989/cme.2019.1.1.001](#)
- Tounsi, A., Al-Dulaijan, S.U., Al-Osta, M.A., Chikh, A., Al-Zahrani, M.M., Sharif, A., Tounsi, A. (2020), "A four variable trigonometric integral plate theory for hygro-thermo-mechanical bending analysis of AFG ceramic-metal plates resting on a two-parameter elastic foundation", *Steel and Composite Structures*, **34**(4), 511-524. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2020.34.4.511>

Références bibliographiques

[Trinh, L. C., Vo, T. P., Thai, H. T., and Nguyen, T. K.,\(2016\), "An analytical method for the vibration and buckling of functionally graded beams under mechanical and thermal loads", *Composites Part B: Engineering*, **100**, 152–163. doi:10.1016/j.compositesb.2016.06.067.](#)

U. Icardi. Higher-order zig-zag model for analysis of thick composite beams with inclusion of transverse normal stress and sublaminates approximations. *Composites : Part B*, vol. 32, pages 343-354, 2001.

Uemura S. (2003), The activities of FGM on new applications, *Materials Science Forum*, 423–425, 1–10.

Van der Biest, O., Vandeperre, L, (1999), Electrophoretic deposition of materials", *Ann. Rev. Mat. Sci.*, 29, 327–352.

Viet.Tung. Nguyen. « Modélisation globale et locale des structures multicouches par éléments finis de plaques ». Thèse de doctorat de l'école nationale des ponts et chaussées ,2004.

Vleugels, J., Anné, G., Put, S., Van der Biest, O., (2003), „Thick plate-shaped Al₂O₃/ZrO₂ composites with a continuous gradient processed by electrophoretic deposition", *Mat. Sci. Forum.*, 423–425, 171–176.

Wang, Y., Wu, D., (2016), "Thermal effect on the dynamic response of axially functionally graded beam subjected to a moving harmonic load", *Acta Astronautica*, **127**, 171-181. <http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.05.030>

Wattanasakulpong, N., Prusty, B.G., Kelly, D.W., (2011), "Thermal buckling and elastic vibration of third-order shear deformable functionally graded beams", *Int J. Mech. Sci.* 53, 734–743. [doi:10.1016/j.ijmecsci.2011.06.00](http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2011.06.00).

W.L. Yin. Interlaminar stress analysis of composite laminates using a sublaminate/layer model. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 31, no. 11, pages 1549, 1564, 1994.

Watanabe, Y., Yamanaka, N., Fukui, Y., (1998), „Control of composition gradient in a metal-ceramic functionally graded material manufactured by the centrifugal method", *Composites Part A*, 29A, 595–601.

Watari F., Yokoyama A., Omori M., Hirai T., Kondo H., Uo M., and Kawasaki T. (2004), Biocompatibility of materials and development to functionally graded implant for bio-medical application, *Composites Science and Technology*, 64, 893–908.

Yahiaoui, M., Tounsi, A., Fahsi, B., Bouiadjra Bouiadjra, R., Benyoucef, S. (2018), “The role of micromechanical models in the mechanical response of elastic foundation FG sandwich thick beams”, *Structural Engineering and Mechanics*, **68(1)**, 53-66. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2018.68.1.053>.

Yas, M. H., Kamarian, S., Pourasghar, A. (2017), “Free vibration analysis of functionally graded beams resting on variable elastic foundations using a generalized power-law distribution and GDQ method”, *Ann. Solid Struct. Mech.*, **9**, 1–11 [DOI 10.1007/s12356-017-0046-9](https://doi.org/10.1007/s12356-017-0046-9).

Références bibliographiques

Yin H.M., Sun L.Z., and Paulino G.H. (2004), Micromechanics-based elastic model for functionally graded materials with particle interactions, *Acta Materialia*, 52, 3535–3543.

[Zahedinejad, P. \(2015\), "Free vibration analysis of functionally graded beams resting on elastic foundation in thermal environment", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 16, 1550029. DOI: 10.1142/S0219455415500297.](#)

Zarga, D., Tounsi, A., Bousahla, A.A., Bourada, F., Mahmoud, S.R. (2019), "Thermomechanical bending study for functionally graded sandwich plates using a simple quasi-3D shear deformation theory", *Steel and Composite Structures*, 32(3), 389-410. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2019.32.3.389>

Zhao, C., Vleugels, J., Vandeperre, L., Van Der Biest, O., (2000), Cylindrical Al₂O₃/TZP functionally graded materials by EPD, *Brit. Cer. Trans.*, 99(6), 284–287.

Zhang, D. G., (2014), "Thermal Post-buckling and nonlinear vibration Analysis of FGM beams based on physical neutral Surface and high order shear deformation theory", *Meccanica*, 49(2), 2014, 283-293. [DOI 10.1007/s11012-013-9793-9](https://doi.org/10.1007/s11012-013-9793-9).

[Zhou, D. \(1993\), "A general solution to vibrations of beams on variable Winkler elastic foundation", *Comput. Struct.*, 47\(1\), 83-90. \[https://doi.org/10.1016/0045-7949\\(93\\)90281-H\]\(https://doi.org/10.1016/0045-7949\(93\)90281-H\)](#)

Zimmerman, R.W. (1994), "Behavior of the Poisson ratio of a two-phase composite material in the high-concentration limit", *Appl. Mech. Rev.*, 47(1), 38-44. <https://doi.org/10.1115/1.3122819>

Zine, A., Bousahla, A.A., Bourada, F., Benrahou, K.H., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R., Tounsi, A. (2020), "Bending analysis of functionally graded porous plates via a refined shear deformation theory", *Computers and Concrete*, 26(1).

Zuiker, J.R. (1995), "Functionally graded materials-choice of micromechanics model and limitations in property variation", *Compos. Eng.*, 5(7), 807-819. [https://doi.org/10.1016/0961-9526\(95\)00031-H](https://doi.org/10.1016/0961-9526(95)00031-H)