

République Algérienne Démocratique et Populaire

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministère de L'enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Université Djilali Liabès Sidi Bel Abbès



DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL & TRAVAUX PUBLICS

Laboratoire L.S.M.A.G.C.T.P

THESE DE DOCTORAT EN SCIENCE

Option : Structures & Matériaux

Présentée par Mr : KHETIR Hafid

Intitulé de la Thèse

Contribution à L'étude Multi Echelles Du Comportement
Mécanique Des Structures Composites

Directeur De Thèse le Professeur		Mohamed BACHIR BOUIADJRA	UDL-SBA
Soutenue Devant Le Jury Composé De :			
Président	Professeur	Mr : Abdelouahed TOUNSI	UDL-SBA
Examineur	MCA	Mr : Mohamed BOUREMANA	UDL-SBA
Examineur	MCA	Mr :Bhagdad KROUR	U-MASCARA
Examineur	MCA	Mr : Réda YEGHNEM	U-SAIDA
Examineur	MCA	Mr : Abdelmoumen Anis BOUSAHLA	C-U-RELIZENE
Invité	Professeur	Mr : Sid Ahmed MEFTAH	UDL-SBA

Année Universitaire 2017-2018

*D*édicaces

Je dédie ce modeste travail scientifique à toutes et à tous qui m'ont aidé de loin ou de près pour accomplir cette thèse.

Je le dédie en premier lieu à :

Mes parents qui m'ont soutenue par leurs interminables prières, ma sœur et mon frère.

Ma petite famille à sa tête : mon épouse, et mes petits poussins :
Farah Wissem et Lina Sara.

Remerciements

Voilà venue une section très importante... la section des remerciements !!!

Peut-être est-ce la plus difficile dans un manuscrit !

En effet, chaque personne qui y est citée mérite la plus belle phrase ce qui nécessite des réels talents littéraires... Ainsi, comme tout un chacun, je vais essayer de faire au mieux et que tous les gens qui me liront sachent que ces quelques lignes ont été écrites avec tout mon cœur.

Je tiens tout d'abord à adresser mes profonds remerciements à Mon directeur de thèse le Professeur **Mohamed BACHIR BOUIADJRA** de m'avoir confié un sujet de recherche prestigieux et passionnant. Je tiens à lui témoigner toute ma gratitude pour son aide, son amabilité et sa rigueur scientifique. Ses encouragements constants et son amical soutien m'ont grandement aidé à l'achèvement de ce travail.

J'exprime également toute ma reconnaissance à Mon Professeur **Abdelouahed TOUNSI**, ses conseils avisés ont facilité l'aboutissement de ce travail, son esprit d'aide, qui n'a guère réfuté mes sollicitations rentrant dans le cadre de ma recherche scientifique et de m'avoir fait honneur de présider ce jury.

Mes vifs remerciements s'adressent aussi à Monsieur le Professeur **Abdelkader FEKRAR**, qui a apporté un soutien scientifique constant à mon travail de recherche. Sa disponibilité et ses conseils avisés ont permis d'aplanir bien des difficultés.

Je remercie tous les membres de mon jury à savoir Messieurs les Professeurs **Mohamed BOUREMANA, Bhagdad KROUR, Réda YEGHNEM, Abdelmoumen Anis BOUSAHLA** et **Sid Ahmed MEFTAH** de m'avoir fait l'honneur d'être les examinateurs de cette thèse Qu'il me soit permis de leur exprimer ma profonde gratitude.

Et pour finir, je tiens à remercier les deux Laboratoires **L.S.M.A.G.C.T.P** et **L'M.H** de l'université de Sidi Bel Abbés, ainsi que ces membres pour son aide matériel et les conditions de travail très agréables.

ملخص

في هذا الدراسة ، تم اقتراح نظرية تشوه جزئية جديدة غير رقمية لمقاومة التكسير الحراري لطلاقات النانومترية النانو المتدرجة وظيفياً (FG) التي تستند إلى أساس مرن ذي معلمين تحت مختلف أنواع البيئات الحرارية.

تستخدم هذه النظرية لأول مرة، متغيرات تكاملية غير محددة، وتحتوي على أربعة مجاهل فقط، وهي أقل من نظرية تشوه القص الأولى

من المعتقد أن لوحة النانو FG معرضة لزيادات درجة الحرارة المنتظمة و الخطية و الجيبية. يتم استخدام نموذج موري تاناكا لتحديد التغير التدريجي لخصائص المادة على طول سماكة اللوحة. يتم استخدام نظرية المرونة غير المحلية من إرينغن لالتقاط تأثيرات الحجم.

تم اقتراح مجموعة متنوعة من الأمثلة لإثبات أهمية المعلمات الأساسية المرنة ، ومختلف مجالات درجة الحرارة ، ومعدلات عدم الاتزان ، وتركيبية المواد ، ونسب الجانب إلى السماكة على درجات حرارة الاستقرار الحرجة للوحة نانو .

الكلمات المفتاح

نظرية المرونة غير الموضعية FG نانو أساس مرن

Résumé

Dans ce travail, une nouvelle théorie trigonométrique non locale de déformation de cisaillement est proposée pour la réponse au flambement thermique des nano-plaques à gradient fonctionnel (FG), reposant sur des fondations élastiques à deux paramètres (Winkler et Pasternak) dans différents types d'environnements thermiques.

Cette théorie utilise pour la première fois, des variables intégrales indéterminées et ne contient que quatre inconnues, Il est considéré que la nano-plaque FG est exposée à des variations de température uniformes, linéaires et sinusoidales.

Le modèle Mori-Tanaka est utilisé pour définir la variation progressive des propriétés du matériau à travers l'épaisseur de la plaque.

La théorie de l'élasticité non locale d'Eringen est utilisée pour visualiser les influences de la taille d'échelle.

Grâce au principe des travaux virtuels, les équations constitutives sont déterminées puis résolues analytiquement.

Divers exemples sont proposés pour démontrer l'importance des paramètres de la fondation élastique, des différents champs de température, de la non-localité, de la composition du matériau et du rapport de dimension par rapport aux températures de stabilité critiques de la nano-plaque FG.

Mots clés: Théorie de l'élasticité non locale; nano-plaques à gradient fonctionnel (FG); Flambement thermique; Théorie raffinée; Fondation élastique.

A*bstract*

In this paper, a new nonlocal trigonometric shear deformation theory is proposed for thermal buckling response of nanosize functionally graded (FG) nano-plates resting on two-parameter elastic foundation under various types of thermal environments.

This theory uses for the first time, undetermined integral variables and it contains only four unknowns, that is even less than the first shear deformation theory (FSDT). It is considered that the FG nano-plate is exposed to uniform, linear and sinusoidal temperature rises. Mori–Tanaka model is utilized to define the gradually variation of material properties along the plate thickness. Nonlocal elasticity theory of Eringen is employed to capture the size influences. Through the stationary potential energy the governing equations are derived for a refined nonlocal four-variable shear deformation plate theory and then solved analytically.

A variety of examples is proposed to demonstrate the importance of elastic foundation parameters, various temperature fields, nonlocality, material composition, aspect and side-to-thickness ratios on critical stability temperatures of FG nano-plate.

Keywords: Nonlocal elasticity theory; FG nanoplate; Elastic foundation.

Sommaire

ملخص

Résumé

Abstract

Liste Des Tableaux

Liste Des Figures

Liste Des Notations

Introduction Générale.....	01
Objectif & Plan De La Thèse.....	03
Chapitre I Nanotechnologie (Aperçus) et Problématique	
I.1 Introduction	03
I.2 Coup D'œil Sur "L'histoire" Des Nanotechnologies et Progrès.....	04
I.3 Les Nanomatériaux.....	06
I.3.1 Définition	06
I.3.2 Fabrication.....	07
I.3.2.1 Définition D'un " Nano-objet".....	08
I.3.3 Les Grandes Familles De Nanomatériaux	09
I.3.4 Utilisation des Nanomatériaux.....	11
I.3.4.1 Les Nanotechnologies Dans Le Domaine De Génie Civil	11
I.3.4.2 Application De La Nanotechnologie En Matériaux De	
Construction.....	12

I.3.4.3 Nanotechnologie et Le Béton.....	13
I.3.4.4 Nanotechnologie et de l'acier.....	16
I.3.4.5 Nanotechnologie et Bois.....	18
I.3.4.6 Nanotechnologie En Matériaux De Construction D'étanchéité	19
I.3.4.7 La Nanotechnologie et Béton Auto-Réparateur.....	20
I.3.5 Comparaisons de Résistance.....	20
I.3.6 La Nanotechnologie et Le Bâtiment Ecologique.....	21
I.3.7 Peintures et Revêtements.....	22
I.3.8 Les Nanotechnologies et L'assainissement Des Sols.....	22
I.3.9 Verre.....	23
I.4 Application Dans Des Autres Domaines	23
I.4.1 Industrie De L'électronique et De La Communication	23
I.5 Les Propriétés Inédites Des Nanomatériaux.....	24
I.6 Principaux Usages Des Nanomatériaux.....	26
Conclusion	27

Chapitre II: Nano-Plaque FG, Théories des Plaques & Fondation Elastiques

II.1 Généralité sur les Matériaux Composites Graduellement Variées	28
II.1.2 Historique.....	28
II.1.3 Introduction	29
II.2 L'origine de FGM	30
II.3 Perspective	30
II.4 Résistant à l'usure	31
II.5 L'intérêt d'utilisation de FGM	31
II.5.1 L'utilisation des matériaux FGM dans le domaine de génie Civil	31
II.5.1.1 Dans les chaussées rigides (Functionally Graded Concrete	
Materials for Rigid Pavements.....	31
II.5.1.2 Les Chaussées Souples.....	32
II.5.1.3 Les Grands Vitrages Dans Les Zones Chaudes.....	32

II.5.1.4 Les Tunnels (F.Graded Concrete Segment In Tunnel).....	32
II.5.1.5 Les Joints Dans La Charpente Métallique.....	32
II.6 Fabrication de FGM.....	33
II.7 Les Propriétés Physiques et Mécaniques de FGM.....	33
II.7.1 Les propriétés de L'aluminium.....	33
II.7.1.1 Définition.....	33
II.7.1.2 Propriétés Physiques.....	33
II.7.1.3 Propriétés Mécaniques	33
II.7.1.4 Propriétés Des Alliages D'aluminium.....	33
II.7.1.5 Résistance A La Corrosion.....	34
II.8.2 Les Céramiques.....	34
II.8.2.1 Propriétés Des Céramiques.....	35
II.09 Simulation Analytique Et Numérique D'un Matériau A Gradient	
Évalué	35
II.10 La Définition et Le Concept D'un Matériau A Gradient de Propriétés	35
II.11 Gradient Matériel Des Plaques FGM	37
II.11.1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM.....	38
II.11.2 Propriétés Matérielles De La Plaque S-FGM	40
II.11.3 Propriétés Matérielles De La Plaque E-FGM.....	41
II.2 Homogénéisation Du Matériaux FGM	
II.2.1 Technique D'homogénéisation	42
II.2.2 Un Volume Élémentaire Représentatif (VER).....	42
II.2.3 Quelques Méthodes Usuelles D'homogénéisations.....	43
II.2.3.1 Approche Auto-Cohérent.....	43
II.2.3.2 Solution Diluée.....	43
II.2.3.3 Modèle De Mori –Tanaka.....	44
II.2.3.4 Bornes de Voigt et Reuss.....	45

II.3 Théories Des Plaque

II.3.1 Introduction.....	46
II.3.2 Différents Modèles Dans L'élasticité Bidimensionnelle.....	47
II.3.3 Approche monocouche équivalente.....	48
II.3.3.1 Modèles classiques L-Kirchhoff (théorie classique des plaques)	49
II.3.3.2 Les Modèles Reissner-Mindlin.....	51
II.3.3.3 Synthèse Bibliographique Sur Les Modèles D'ordre Supérieur	55
II.4 Théories Des Plaques Selon La Prise en Compte De L'effet D'échelle...	55
II.4.1 La Théorie Locale D'élasticité.....	55
II.4.2 La Théorie Non Locale D'élasticité.....	55
II.5 Conclusion.....	57

Chapitre III : Revue des Travaux Antérieurs sur les FGM

III.1 Introduction	58
III.2 Etudes sur les Contraintes Résiduelles.....	58
III.3 Etudes Sur Les Problèmes Thermo-Elastiques Statiques.....	60
III.4 Etudes sur les Problèmes de Flambement Thermique.....	61
III.5 Conclusion.....	63

Chapitre IV : Modèle Théorique pour l'Etude du flambement Thermique

IV. 1 Introduction	64
IV. 2 Modèle Théorique.....	65
IV. 2.1 Propriétés Effective Du Matériau FGM.....	65
IV.2.2 Champ de Déplacement et de Déformation.....	66
IV.2.3 Equations De Stabilité.....	68
IV.2.4 Modèle D'élasticité Non Locale Pour Nano Plaque FG.....	71
IV.3 Solution Trigonométrique Du Flambement Thermique.....	75

IV.4 Types De Chargement Thermique.....	76
IV.4. 1 Variation uniforme de la température (UTR).....	76
IV.4. 2 Variation Linéaire de la température (LTR).....	76
IV.4. 3 Variation Sinusoïdale de la température (STR).....	77
IV.5 Conclusion.....	77

Chapitre V : Résultats Numériques et Discussions

V.1 Introduction	78
V.2 Etude Comparative.....	78
V.3 Etude Paramétrique.....	82
V.3.1 Effet Du Paramètre D'échelle Sur La Température Critique Du Flambement	82
V.3.2 Effet De L'indice De Puissance Sur La Température Critique.....	83
V.3.3 Effet Du Paramètre Rapport D'épaisseur Sur La Température Critique Du Flambement	85
V.3.4 Effet Du Paramètre Fondation Elastique Sur La Température Critique Du Flambement	87
V.4 Conclusion.....	89

Conclusion Générale & Perspectives

Conclusion Générale.....	99
--------------------------	----

Référence Bibliographique

Référence Bibliographique.....	101
--------------------------------	-----

LISTE DES TABLEAUX

Chapitre I

Tableau I.1 : Comparaison De Résistance	21
--	----

Chapitre IV

Tableau IV.01: Propriétés Matérielles des Phases Métalliques et Céramiques	76
---	----

Chapitre V

Tableau V.02: Température Critique Minimale D'une Plaque FG Isotrope En Fonction ($a/b = 1$, $\alpha_0 = 1.0 \times 10^{-6} / K$, $E = 1.0 \times 10^6 N / m^2$, $\nu = 0.3$)	79
--	----

Tableau V.03 : Température critique de flambement d'une plaque FG en fonction de L'indice de puissance ($P=1$)	79
--	----

Tableau V.04: Température critique de flambement d'une plaque FG simplement appuyée pour diverses théories en fonction du rapport (a/h), indice de puissance (P) et ($K_w = K_s = 0$).	80
---	----

Tableau V.05: Température critique de flambement d'une plaque FG simplement appuyée pour divers chargement de température en fonction ($p = 1$, $K_w = 25$, $K_s = 5$).	81
---	----

LISTE DES FIGURES

Chapitre I

Figure. I.1. Microscope effet	04
Figure. I.2. Initial IBM, par un microscope effet tunnel (site web)	04
Figure. I.3. Des nanomatériaux (site web)	05
Figure. I.4. Echelle de grandeur (site web)	05
Figure. I.5. Les différentes catégories des nanomatériaux	09
Figure. I.6. Puce électronique (GPS)	10

Chapitre II

Figure II.1 Exemple type d'un matériau FGM (métal / céramique)	29
Figure II.2 chaussées Rigide (Functionally Graded Concrete Materials)	32
Figure II.3 chaussée souple	32
Figure II.4 Un Type D'un Matériau FGM En Céramique Et Métal	36
Figure II.5) La Variation De La Composition D'un FGM	36
Figure II.6 la variation du module de Young de la plaque P-FGM	39
Figure II.7 la variation du module de Young de la plaque S-FGM	41
Figure II.8 la variation du module de Young de la plaque E-FGM	41
Figure II.9 Géométries déformées et non-déformées d'un bord d'une plaque sous l'hypothèse de Kirchhoff (Reddy, 2003)	48
Figure II.10 Géométries déformées et non déformées d'un bord d'une plaque sous l'hypothèse de Reissner-Mindlin (Reddy, 2003)	50
Figure II.11 variation de la fonction de gauchissement $f(z)=z$ et $f'(z)$ suivant l'épaisseur	51

Figure II.12 variation de la fonction de forme $F(z)$ des Différents Modèles en Fonction de l'épaisseur 52

Figure II.13 variation de la Dérivée la fonction de forme $F(z)$ des Différents Modèles suivant l'Epaisseur 54

Chapitre IV

Figure IV.1 Système de coordonnées et géométrie de la nano-plaque en FG 64

Chapitre V

Figure V.2 Effet du paramètre d'échelle sur la température critique du flambement de la nono-plaque FG ($a/h = 10 ; a/h = 10$) 82

Figure V.3 Effet de l'indice de puissance sur la température critique de la nano-plaque FG carrée simplement appuie sous une variation uniforme ($a/h = 10 ; \mu = 2$). 84

Figure V.4 Effet de l'indice de puissance sur la température critique de la nano-plaque FG carrée simplement appuyé sous une variation linéaire ($a/h = 10 ; \mu = 2$). 85

Figure V.5 Effet de l'indice de puissance sur la température critique de la nano-plaque FG carrée simplement appuyé sous une variation sinusoïdale ($a/h = 10 ; \mu = 2$). 86

Figure V.6: Effet du paramètre Rapport D'épaisseur sur la température critique du flambement de la nono-plaque FG ($a/h = 10 ; p = 1$) 86

Figure V.6: influence du paramètre winkler sur la température critique de la nano-plaque FG carrée simplement appuie sous Divers variations de température ($a/h = 10 ; h = 10 ; p = 1 ; \mu = 2 ; K_s = 5$). 87

Figure V.8: influence du paramètre Pasternak sur la température critique de la nano-plaque FG carrée simplement appuie sous Divers variations de température ($a/h = 10 ; h = 10 ; p = 1 ; \mu = 2 ; K_w = 25$). 88

Liste des Notations & Abréviations

Notations

E_m	Module d'Young métal
E_c	Module d'Young céramique
$e_0 a$	Facteur de taille (non local)
$A' \quad B'$	constant
P	Paramètre du matériau
K_1, K_2	constant
$u_0 \quad v_0 \quad w_0$	composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
$f(z)$	Fonction de forme (gauchissement)
$E(z)$	Module d'Young en fonction de z
$\{ \quad \}$	Vecteur colonne
$[\quad]$	Matrice
$E(z)$	Module de Young en fonction de « z »
$u \quad v \quad w$	Les déplacements dans les directions x, y et z
$u_0 \quad v_0 \quad w_0$	composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
$\varphi_x \quad \varphi_y \quad \varphi_z$	Les rotations autour les directions x, y et z
$\nu(z)$	Coefficient de Poisson en fonction de « z »
$V(z)$	Fraction volumique
a	Longueur de la plaque

b	Largeur de la plaque
h	Épaisseur de la plaque
$\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z$	Contraintes normales
$\tau_x \quad \tau_y \quad \tau_z$	Contraintes de cisaillement
$\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z$	Déformation dans la direction x, y et z
$\delta u \quad \delta v \quad \delta w$	Champ virtuel de déplacement
$\delta\gamma_x \quad \delta\gamma_y$	Champ de déformation transversal virtuel
$\delta w_{int} \quad \delta w_{ext}$	Travail virtuel intérieur et Travail virtuel extérieur
$\delta\varepsilon_x \quad \delta\varepsilon_y \quad \delta\varepsilon_z$	Champ de déformation longitudinal virtuel
$N_x \quad N_y \quad N_z \quad N_{xy}$	Efforts normaux
$M_x^b \quad M_y^b \quad M_{xy}^b$	Moments de flexion
$M_x^s \quad M_y^s \quad M_{xy}^s$	Moments supplémentaire du au cisaillement transverse
$S_x \quad S_y \quad S_{xy}$	Moments supplémentaire du au cisaillement transverse
$Q_{xz} \quad Q_{yz}$	Effort de Cisaillement
$S_{xy}^s \quad S_{yz}^s$	Effort de Cisaillement
A_{ij}	Termes de rigidité de la matrice de membrane
B_{ij}	Termes de rigidité de la matrice de couplage
D_{ij}	Termes de rigidité de la matrice de flexion
A_{ij}^s	Termes de rigidité de la matrice
B_{ij}^s	Termes de rigidité de la matrice
D_{ij}^s	Termes de rigidité de la matrice

H_{ij}^S	Termes de rigidité de la matrice
ij	Nombres naturels
∂	Dérivée partielle
k_w	coefficient transversales de cisaillement (winkler) fondation élastique
k_s	coefficient transversales de rigidité (pasternak) fondation élastique
∇	Laplacien
$T(x, y, z)$	Chargement thermique
C_{ij}	Coefficient de rigidité
$C - C$	Longueur de liaison
μ	Paramètre non local
T_m	Température du métal
T_c	Température de la céramique
ΔT	Variation Température
ΔT_{cr}	Température critique du flambement
UTR	Variation Température Uniforme
LTR	Variation Température Linéaire
STR	Variation Température Sinusoïdale
CPT	La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchoff
HPT	La théorie de déformation de cisaillement du premier ordre
SSDT	La théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé

Abréviations

nm	Nano mètre
µm	Micro mètre
V E R	Volume Élémentaire Représentatif
MEMS Micro	Electromechanic System
NEMS Nano	Electromechanic System
UTR	Variation Température Uniforme
LTR	Variation Température Linéaire
STR	Variation Température Sinusoïdale
CPT	Classical Plate Theory
HPT	High Shear Deformation Theor
SSDT	First Shear Deformation Theory

Introduction Générale

INTRODUCTION

Au cours des dernières années, les matériaux ayant des caractéristiques mécaniques conçues ont suscité une grande attention. Matériaux à gradation fonctionnelle (FGM) avec une variation continue de la composition et les caractéristiques désirées dans des directions sont utilisés pour améliorer les performances des matériaux composites classique avec des distributions soudains dans les caractéristiques des matériaux au niveau des interfaces des structures multicouches. Ayant des caractéristiques avantageuses, FGM conviennent à diverses applications d'ingénierie et suscité un intérêt intense par plusieurs chercheurs (Chakraborty et al., 2003; Bouderba et al., 2013; Hebali et al., 2014; Pradhan and Chakraverty, 2015; Wattanasakulpong and Chaikittiratana, 2015; Bourada et al., 2015; Darilmaz, 2015; Hamidi et al., 2015; Kar and Panda, 2015 and 2016; Bennoun et al., 2016). Les nano-plaques sont l'un des types de nanostructures les plus importants qui peuvent être utilisés comme éléments de construction pour la fabrication de systèmes nano-électromécaniques (NEM). Par conséquent, il est essentiel de considérer les influences à petite échelle dans leur recherche mécanique.

Évitez le paramètre d'échelle dans le modèle de continu classique rend impossible de décrire les influences de la taille. Par conséquent, des modèles de continuum dépendants de la taille tels que la théorie de l'élasticité non locale de Eringen (1972, 1983) et la théorie du gradient de déformation (Li et al., 2015) sont proposés pour tenir compte des effets à petite échelle. Beaucoup d'œuvres ont été réalisées selon la théorie de l'élasticité non locale de Eringen pour examiner le comportement dépendant de la taille des systèmes structurels (Aghababaei et Reddy, 2009; Natarajan et al., 2012; Nami et Janghorban, 2013; Ebrahimi et Nasirzadeh, 2015; Zemri et Al., 2015; Barati et al., 2016). Ils ont démontré que les théories élastiques non locales ne peuvent fournir une rigidité avec une augmentation du paramètre non local.

Introduction Générale

Pour l'étude des nanotechnologies FGM, le modèle d'élasticité non locale d'Eringen est utilisé dans de nombreuses études. La vibration et la stabilité des non-locales Euler-Bernoulli FG nano-poutres mettant en œuvre la méthode des éléments finis est étudiée par Eltaher et al. (2012, 2013).

Rahmani et Jandaghian (2015) ont discuté de l'analyse de la stabilité des nano-faisceaux FG en utilisant un modèle de faisceau déformable de cisaillement de troisième ordre non local. Hosseini-Hashemi et al. (2013) ont proposé une solution analytique exacte pour la dynamique des nano-plaques Mindlin circulaires / annulaires FG selon une élasticité non locale. Nami et Janghorban (2014) ont étudié les comportements de résonance des micro-nano-plaques FG en utilisant la théorie des plaques de Kirchhoff.

Daneshmehr et Rajabpoor (2014) ont utilisé un modèle de plaque d'ordre supérieur non local pour l'analyse du flambement des nano-couches FG soumises à des charges biaxiales dans le plan en utilisant une quadrature différentielle généralisée (GDQ). Belkorissat et al. (2015) ont analysé les propriétés dynamiques des nano-plaques FG via un nouveau modèle de plaque raffiné hyperbolique non local. Zare et al. (2015) ont étudié les fréquences naturelles d'une nano-plaque FG pour différentes combinaisons de conditions aux limites. Récemment, Bounouara et al. (2016) ont développé une théorie de déformation du cisaillement de zéro-ordre non local pour la vibration libre des plaques à l'échelle nanométrique FG reposant sur une fondation élastique.

La stabilité thermique peut avoir un effet destructif sur la sécurité des structures et, par conséquent, elle est considérée comme un phénomène indésirable dans plusieurs ouvrages (Bachir Bouiadjra et al., 2013).

Récemment, Barati et al. (2016) ont analysé le comportement au flambement thermique des nano plaques FG dépendantes de la taille, reposant sur une fondation élastique à deux paramètres sous divers types d'environnements thermiques, sur la base d'une nouvelle théorie de déformation de cisaillement trigonométrique raffiné.

Dans ce travail, une nouvelle théorie trigonométrique non locale de déformation de cisaillement est proposée pour l'analyse de la stabilité thermique des nano-plaques FG simplement appuyées sur fondation élastique soumis à trois types de charge thermique. La prise en compte du terme intégral dans le champ de déplacement conduit à réduire le nombre de variables et d'équations d'équilibres. La mise en œuvre de l'énergie potentielle, les équations sont dérivées et non locales. Ils sont résolus par la technique de la solution Navier.

Différents cas de chargement thermique tels que des variations de température uniformes, linéaires et sinusoïdales sont considérés dans cette étude et appliqués dans l'analyse des nano-plaques FG.

Enfin, les effets de la fondation élastique, différentes charges thermiques, à gradient d'indice, le paramètre non local, et rapports d'aspect d'épaisseur sur la stabilité thermique des plaques de nano-FG.

OBJECTIF & PLAN DE LA THESE

L'objectif principal de cette thèse est de développer une théorie trigonométrique non locale de déformation de cisaillement est utilisée pour la première fois pour l'analyse de l'instabilité thermique des nano plaques fonctionnellement graduées reposent sur une fondation élastique.

La théorie trigonométrique non locale de déformation de cisaillement utilise seulement quatre inconnues contrairement à d'autres théories, elle respecte les conditions de la contrainte de cisaillement nulles sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque sans utiliser le facteur de correction de cisaillement.

En outre, l'effet d'échelle est pris en compte en utilisant les relations constitutives non locales d'Eringen.

Suivant ces objectifs, ce manuscrit est divisé en cinq chapitres :

Le Premier Chapitre, est consacré à donner une définition des nanomatériaux, leurs propriétés à l'échelle du nanomètre et intérêt, techniques de synthèse, leurs domaines d'application ainsi que leurs dangers.

Le deuxième chapitre est articulé autour de trois parties. Dans un premier temps, nous avons présenté quelques notions générales concernant les matériaux à gradient de propriétés «FGM», leurs propriétés, l'histoire de leur développement, leurs méthodes de fabrication, leurs domaines d'application.

En deuxième lieu, on a présenté les différentes méthodes d'homogénéisation utilisées pour le calcul de leurs propriétés effectives, les différentes théories qui permettent la modélisation des plaques à savoir la théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (CPT), La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) et la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT).

La fin de ce chapitre est consacrée à la présentation des différents types de théories non locales.

Le Troisième Chapitre, pour présenter un axe de recherche relativement nouveau, depuis l'apparition du concept FGM, nous remarquons que les matériaux à gradient fonctionnel, beaucoup de chercheurs s'y sont intéressés et d'innombrables travaux ont été publiés mais qu'il reste encore beaucoup à faire.

Le Quatrième Chapitre, porte sur le développement d'un modèle analytique pour l'analyse de l'instabilité thermique des nano plaques fonctionnellement graduées reposant sur des fondations élastiques selon la théorie trigonométrique non-locale de déformation de cisaillement, en assumant que les propriétés matérielles de la nano plaque FGM changent sans interruption à travers l'épaisseur.

Le Cinquième chapitre, est consacré pour le calcul et l'analyse du résultat numérique et commentaires de ces résultats, ainsi la validité de la théorie est établie par comparaison des résultats obtenus à partir de cette théorie avec des résultats obtenus par d'autre littérature.

Finalement, le travail se termine par une conclusion générale résumant les résultats obtenus et les perspectives envisagés.

Chapitre I

Nanotechnologie (Aperçus et Problématique)

Est consacré à donner une définition des nanomatériaux, leurs propriétés à l'échelle du nanomètre et intérêt, techniques de synthèse, leurs domaines d'application.

I.1 Introduction:

Bien que l'échelle nanométrique existe depuis la nuit des temps, l'Homme ne l'a découvert que récemment et apprend tout juste à s'en servir. Mais les nanotechnologies ont un potentiel énorme puisqu'elle pourrait permettre à l'homme de modifier la matière à un niveau jamais atteint.

Ce potentiel est présent dans quasiment tous les domaines. Elle est capable d'offrir des solutions à de nombreux problèmes contemporains grâce à des matériaux, composants et systèmes plus petits, plus légers, plus rapides et plus performants. Elle repose sur la connaissance et la maîtrise de l'infiniment petit, et regroupe l'ensemble des techniques qui permettent de fabriquer, de manipuler et de caractériser la matière à l'échelle nanométrique.

La nanotechnologie est le procédé de fabrication de structures à l'échelle nanométrique, elle permet de fabriquer de la matière de la même manière qu'on fabrique une maison avec des briques. C'est donc de l'architecture à l'échelle atomique et moléculaire. On crée des nanoparticules, soit des particules dont une de leurs trois dimensions est inférieure à cent nanomètres, et on les assemble pour former de nouvelles molécules. On peut également incorporer des nanoparticules à un produit pour augmenter son efficacité.

I.2 Coup D'œil Sur "L'histoire" Des Nanotechnologies et Progrès:

Le début de la nanotechnologie se traduit par le physicien Richard Feynman, cet homme a déclaré "Les principes de la physique, pour autant que nous puissions en juger, ne s'opposent pas à la possibilité de manipuler des choses atome par atome», grâce a cet homme la communauté scientifique va explorer l'univers de l'infiniment petit. C'est en 1974 que le terme "Nanotechnologie" sera popularisé grâce a Eric Drexler mais le terme "Nanotechnologie" fut utilisé pour la première fois par Norio Tanigushi.

Après l'apparition du terme Nanotechnologie, des innovations de la technologie ont permis de progresser énormément.

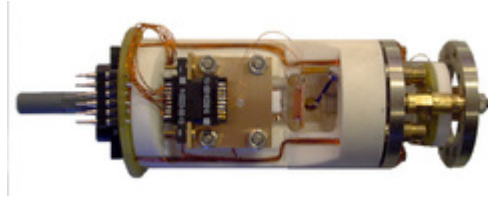


Figure. I.1. Microscope effet

-1981: Invention du microscope à effet tunnel, (ou STM: Scanning Tunneling Microscope), par Gerd Binnig et Heinrich Rohrer. Ce microscope utilise une technique d'observation de surfaces conductrices ou semi-conductrices. Il fournit des images en trois dimensions avec une résolution inférieure au dixième de nanomètre. Il permet également de manipuler les atomes, ce qui entraîne de nouvelles expérimentations à l'échelle du nanomètre. Cette invention vaudra à ses créateurs le Prix Nobel de physique de 1986.

-1985: découverte des fullérenes par Harold Kroto, Robert Curl et Richard Smalley. Molécules constituées par un assemblage d'atomes de carbone, les fullerènes constituent la troisième forme cristallisée du carbone (après le graphite et le diamant).

Les fullerènes présentent une forme de sphère, et sont constitués d'un nombre pair d'atomes de carbone. Il existe de nombreux types de fullerènes, mais le plus célèbre est le fullerène C₆₀, appelé aussi foot ballène pour sa ressemblance avec un ballon de football.

-1989: Déplacement de 35 atomes de xénon par le chercheur d'IBM Donald Eigler, qui a réussi à dessiner les initiales d'IBM en utilisant la pointe ultra-fine du microscope à effet tunnel.

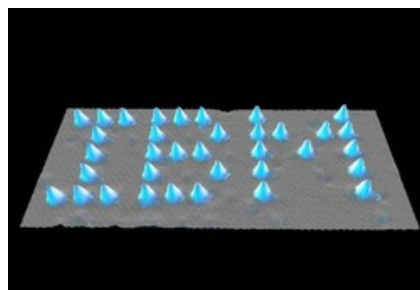


Figure. I.2. Initial IBM, par un microscope effet tunnel (<http://tpelananotechnologie.e-monsite.com>)

I.3 LES NANOMATERIAUX:

I.3.1 Définition:

C'est des matériaux composés de nano-objets (dont la taille est comprise entre 1 et 100 nanomètres), et qui possède des propriétés particulières et différentes des matériaux dits macroscopique grâce a leur taille et à leur structure nanométrique.

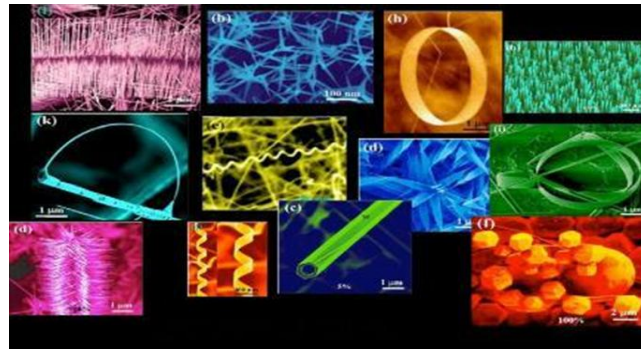


Figure. I.3. Des nanomatériaux
(<http://tpelananotechnologie.e-monsite.com>)

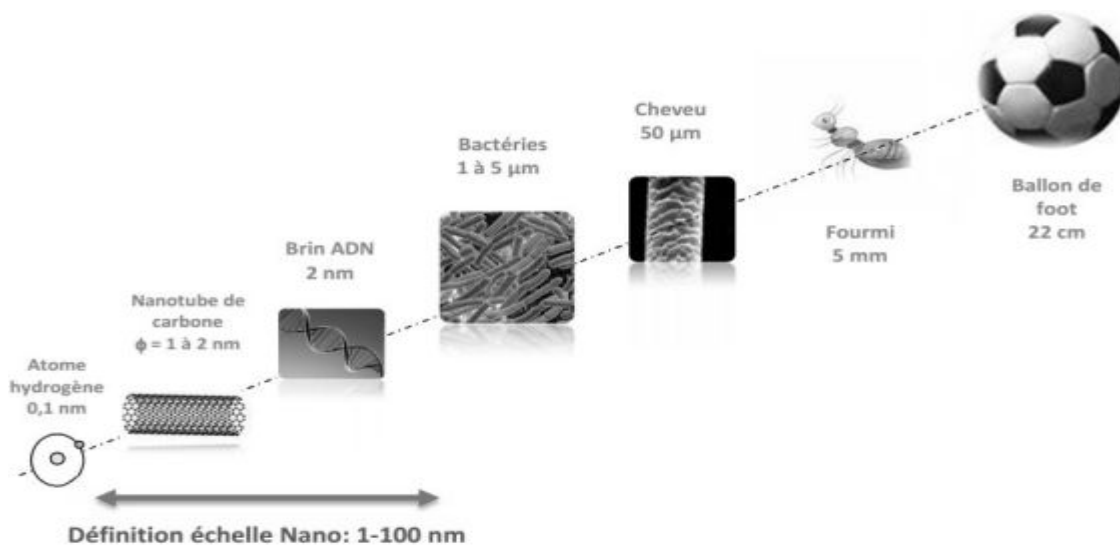


Figure. I.4. Echelle de grandeur
(<http://veillenanos.fr/wakka.php?wiki=NanoTechnologies>)

Les nano-objets peuvent se présenter sous la forme de particules, fibres ou tubes, de couches minces ou de constituants structurels. L'unité de référence du monde des nanotechnologies est donc le nanomètre (nm). Le préfixe nano vient du grec nano qui signifie nain.

Un nanomètre est une unité de mesure qui équivaut à un milliardième de mètre ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} = 0,000\ 000\ 001 \text{ m}$). Un nanomètre correspond environ à la taille de 4 atomes de silicium mis côte à côte, à 1/100 de la largeur d'une molécule d'ADN, à 1/50 000 de l'épaisseur d'un cheveu humain ou encore à 1/500 000 de l'épaisseur du trait d'un stylo à bille. Il existe de nombreuses définitions du terme « nanomatériau » :

- La Commission européenne a proposé en octobre 2011, dans le cadre d'une recommandation, une définition pour le terme « nanomatériau ». Un nanomatériau est un matériau naturel, formé accidentellement ou manufacturé contenant des particules libres, sous forme d'agrégat ou sous forme d'agglomérat, dont au moins 50 % des particules, dans la répartition numérique par taille, présentent une ou plusieurs dimensions externes se situant entre 1 nm et 100 nm. Est également mentionné dans cette recommandation, que tout matériau est à considérer comme relevant de la définition mentionnée ci-dessus dès lors qu'il présente une surface spécifique en volume supérieure à $60 \text{ m}^2/\text{cm}^3$.
- Selon la norme ISO TS 80004-1, un nanomatériau est un matériau dont au moins une dimension externe est à l'échelle nanométrique c'est-à-dire comprise approximativement entre 1 et 100 nm ou qui possède une structure interne ou de surface à l'échelle nanométrique.

I.3.2 FABRICATION DES NANOMATERIAUX

Depuis peu, les hommes ont appris à travailler la matière à l'échelle nanométrique (10^{-9} mètre).

Il fabrique et utilise également des nanoparticules appelés nano-objets qui servent de base à la création de les nanomatériaux dont les dimensions peuvent varier de 1 à 100 nanomètre (un exemple de nanomatériaux: les nanotubes de carbone).

Ils peuvent être d'origine naturel ou résulter de processus comme le soudage, le fumage ou le polissage.

I.3.2.1 Définition D'un " Nano-objet" :

Les nano-objets peuvent se présenter sous la forme de particules, fibres ou tubes (on parle de charges ou renforts), de couches minces ou de constituants structurels.

Ces matériaux sont regroupés en trois grandes familles:

- Les nanoparticules avec une dimension supérieure ou égale à 100 nanomètres.
- Les nano-fibres, nanotubes, nano-filaments, et les nano-bâtonnets avec une section de quelques dizaines de nanomètres et une longueur qui varie de 500 à 10 000 nanomètres.
- Les nano-films, les nano-couches et les nano-revêtements, qui ont une dimension supérieure à 100 nanomètres.

Les nano-objets obtenus peuvent alors être soit utilisé comme tels ou servir à la fabrication des nanomatériaux.

Ces nanomatériaux sont quant à eux classés en trois groupes.

- Le **premier**: Des matériaux dit nano-chargés ou nano-renforcés sont créés par incorporation de nano-objets dans une matrice organique ou minérale ce qui permet de créer nouvelle fonctionnalité ou bien de modifier ses propriétés mécanique, optique, magnétiques ou thermiques.
- Puis le **deuxième** qui sont les matériaux nano-structurés en surface, Ils sont recouverts d'une ou plusieurs couches de nanoparticules se qui permet de former un revêtement bien défini, se qui permet de doter la surface de propriétés comme la résistance à l'érosion ou de fonctionnalités nouvelles comme l'adhérence.
- Enfin la **troisième** sont les matériaux nano-structurés en volume, ils possèdent une microstructure particulière. On dit qu'ils ont une structure intrinsèque nanométrique ce qui leur permet d'acquérir des propriétés physiques particulière comme la porosité.

I.3.3 Les Grandes Familles De Nanomatériaux

- **Les Nano-objets** : qui sont des matériaux dont une, deux ou trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique c'est-à-dire approximativement entre 1 et 100 nm. Parmi les nano-objets, il est possible de distinguer trois catégories :
- **Les Nanoparticules** : qui désignent des nano-objets dont les trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique : nanoparticules de latex, d'oxyde de zinc, de fer et de cérium, d'alumine, de dioxyde de titane, de carbonate de calcium, etc.
- **Les Nano Fibrés, Nanotubes, Nano Filaments Ou Nano Bâtonnets** : qui se rapportent à des nano-objets dont deux dimensions externes sont à l'échelle nanométrique et la troisième dimension significativement supérieure (nanotubes de carbone, nano fibres de polyester, nanotubes de bore, etc.). Ces termes désignent des nano-objets longilignes de section comprise entre 1 et quelques dizaines de nm et de longueur comprise entre 500 et 10 000nm.
- **Les Nano-Feuillets, Nano-Plats Ou Nano-Plaquettes** : qui définissent des nano-objets dont une dimension externe se situe à l'échelle nanométrique et les deux autres dimensions sont significativement supérieures (nano-feuillets d'argile, nano-plaquettes de séléniure de cadmium, etc.). Les nano-objets peuvent être utilisés en tant que tels sous forme de poudre, de suspension liquide ou de gel.
- **Les Matériaux Nano-Structurés** : qui possèdent une structure interne ou de surface à l'échelle nanométrique. Parmi les matériaux nano-structurés, il est possible de distinguer plusieurs familles parmi lesquelles :
 - **Les Agrégats Et Agglomérats De Nano-Objets** : Les nano-objets peuvent se présenter soit sous forme individuelle (c'est-à-dire sous forme de particules primaires) ou soit sous forme d'agrégats ou d'agglomérats dont la taille est sensiblement supérieure à 100 nm.
 - **Les Nano-Composites** : Ces matériaux sont composés pour tout ou partie de nano-objets qui leur confèrent des propriétés améliorées ou spécifiques de la dimension nanométrique. Les nano-objets sont incorporés dans une matrice ou sur une surface afin d'apporter une nouvelle fonctionnalité ou de modifier certaines

Propriétés mécaniques, magnétiques, thermiques, etc. Les polymères chargés de nanotubes de carbone utilisés dans le secteur des équipements sportifs, afin d'améliorer leur résistance mécanique et de diminuer leur poids, constituent un exemple de nano composites.

- **Les Matériaux Nano Poreux** : ces matériaux possèdent des pores de taille nanométrique les aérogels de silice sont des matériaux nano poreux qui présentent d'excellentes propriétés d'isolation thermique.

Les nanomatériaux produits de façon intentionnelle par l'homme à des fins d'applications précises et possédant des propriétés spécifiques sont nommés « nanomatériaux manufacturés » (voir figure. I.5) Parmi ces nanomatériaux manufacturés, certains sont produit depuis déjà de nombreuses années des tonnages importants, tels que le dioxyde de titane, le noir de carbone, l'alumine, le carbonate de calcium ou la silice amorphe. D'autre, plus récents, sont fabriqués dans des quantités moindres, tels que les nanotubes de carbones.

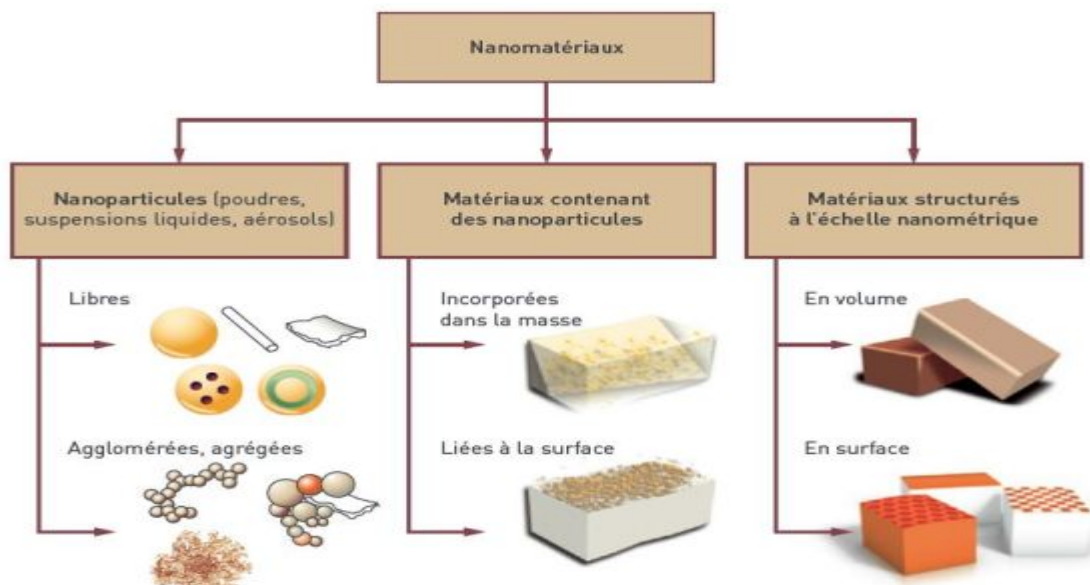


Figure. I.5. : les différentes catégories des nanomatériaux (Elaboré d'après Hansen et al.(2007)

I.4.3 Utilisation des Nanomatériaux

Voici quelque uns des domaines d'utilisation actuelle des nanomatériaux: Dans l'automobile et l'aéronautique, l'électronique et la communication, la chimie et les matériaux, la pharmacie, le secteur biomédicale et la biotechnologie, les cosmétiques, la santé, l'énergie, l'environnement, l'écologie ou encore le domaine militaire



Figure. I.6. Puce électronique (gps)
(<http://tpelanananotechnologie.e-monsite.com>)

I.4.3.1 Les Nanotechnologies Dans Le Domaine De Génie Civil.

La nanotechnologie est l'utilisation de très petites particules de matière, soit par elles-mêmes ou par leur manipulation pour créer de nouveaux matériaux à grande échelle.

La nanotechnologie n'est pas une nouvelle science et ce n'est pas une nouvelle technologie, c'est plutôt une extension des sciences et des technologies qui ont déjà été en développement pendant de nombreuses années.

La nanotechnologie est la réingénierie des matériaux par le contrôle de la matière à l'échelle atomique. La clé dans la nanotechnologie est la taille des particules, car les propriétés des matériaux sont considérablement affectées sous une échelle nanométrique [10^{-9} mètre].

En outre, comme les particules deviennent de taille nanométrique, la proportion d'atomes à la surface augmente par rapport à ceux de l'intérieur, ce qui conduit à des nouvelles propriétés. Le béton est plus fort, plus durable et plus facile à la mise en œuvre, l'acier plus dur et le verre devient auto nettoyant. La résistance et la durabilité accrue sont également une partie de l'envie de réduire l'empreinte écologique de l'environnement construit par l'utilisation efficace des ressources.

Ceci est réalisé à la fois avant le processus de construction avec une réduction de la pollution lors de la production de matériaux (ciment, par exemple) et aussi en service, grâce à une utilisation efficace de l'énergie à cause des progrès en matière d'isolation. Deux particules de taille nanométrique qui se démarquent dans leur application aux matériaux de construction sont le dioxyde de titane (TiO_2) et des nanotubes de carbone (CNT).

Le premier est utilisé pour sa capacité à décomposer la saleté et la pollution sur tous les matériaux, du béton ou verre, qui seront ensuite lavé par l'eau de pluie. Le second est utilisé pour renforcer et surveiller le béton.

En raison de nombreuses caractéristiques uniques des produits issus de la nanotechnologie, des produits récemment mis au point à base de la nanotechnologie peuvent réduire considérablement les problèmes actuels de génie civil. Fondamentalement, la construction serait traitée avec des matériaux et des procédés de haute technologie qui sont utilisés dans cette dernière. Par conséquent, il y a d'énormes possibilités pour appliquer la nanotechnologie dans les matériaux de construction, ce qui peut présenter, probablement, des plus importants impacts sociétaux.

I.3.4.2 Application De La Nanotechnologie En Matériaux De Construction:

De nombreuses disciplines du génie civil, y compris les processus de conception et de construction peuvent bénéficier de la nanotechnologie. Par exemple, les nouveaux matériaux de construction aux propriétés uniques, les matériaux composites légers et plus résistants, isolant d'incendie, absorbeur de son, revêtement à faible entretien, hydrofuges, des polymères nano-argile remplis, les surfaces auto désinfectant, protecteur de la lumière de l'ONU, purificateurs d'air, des capteurs de nano taille, plaquettes conductrices ultra minces, cellules solaires, etc. pour n'en nommer que quelques-uns. On va présenter, en bref, les domaines d'application des nanotechnologies dans le génie civil et la science et la technologie résultant en performance améliorée. En outre, les défis actuels que les scientifiques et les technologues rencontrent dans l'exploitation du potentiel de la nanotechnologie sont également mis en évidence.

I.3.4.3 Nanotechnologie et Le Béton:

Le béton est un macro matériau fortement influencé par ses nano propriétés et la compréhension de ce matériau à ce nouveau niveau donne des nouvelles pistes d'amélioration de la résistance, la durabilité et le suivi. Une grande partie de l'analyse du béton se fait à l'échelle nanométrique pour comprendre sa structure en utilisant les différentes techniques développées telles que la microscopie à force atomique (AFM), microscopie électronique à balayage (MEB) et faisceau d'ions focalisé (FIB).

La silice (SiO_2) est présente en béton traditionnel dans le cadre de la répartition normale. Cependant, l'un des progrès réalisés par l'étude du béton à l'échelle nanométrique, c'est que la particule d'emballage en béton peut être améliorée en utilisant la nano-silice qui conduit à une densification de la micro et nanostructures produisant des propriétés mécaniques améliorées. L'ajout de la nano-silice aux matériaux à base de ciment peut également contrôler la dégradation de la réaction fondamentale de la CSH (calcium silicate hydrate) du béton causée par le lessivage de calcium dans l'eau ainsi que la pénétration de l'eau et donc conduire à des améliorations dans la durabilité. L'amélioration de tassement des particules, broyage à haute énergie de ciment Portland ordinaire (OPC) de clinker et de sable normalisé, produit une plus grande diminution de taille de particule par rapport aux OPC classiques et, par conséquent, la résistance à la compression de la matière raffinée est également de 4 à 6 fois plus élevée (aux différents âges). Un autre type de nanoparticules ajoutées au béton afin d'améliorer ses propriétés est le dioxyde de titane (TiO_2). TiO_2 est un pigment blanc et peut être utilisé comme un excellent revêtement réfléchissant. Il est incorporé, sous forme de nano particule et il est ajouté à des peintures, des ciments et les fenêtres grâce à ses propriétés de stérilisation puisque le TiO_2 décompose les polluants organiques, composés organiques volatils et les membranes bactériennes par des réactions catalytiques puissantes.

Il peut donc réduire les polluants atmosphériques lorsqu'il est appliqué sur les surfaces extérieures. En outre, il est hydrophile et donne donc des propriétés autonettoyantes aux surfaces sur lesquelles il est appliqué. Le processus par lequel cela se produit est que l'eau de pluie est attirée par la surface et forme des feuilles qui captent les polluants et les particules de saleté précédemment décomposés et les laves. Le béton obtenu, déjà utilisé dans des projets à travers le monde, a une couleur blanche qui conserve sa blancheur très efficace contrairement aux bâtiments entachés construits de matériaux traditionnels. Un autre type de nanoparticules, qui possède des propriétés remarquables, est le nanotube en carbone (CNT), des recherches sont actuellement effectuées pour étudier les avantages de l'ajouter au béton. Les nanotubes en carbone sont sous forme de cylindre qui ont été découverts en Russie, mais ils sont entrés en usage à la fin des années quatre-vingt dix au Japon.

Ils sont de forme cylindrique, et leur nom provient de leur diamètre nanométrique. Ils peuvent être de plusieurs millimètres de longueur et peuvent avoir une «couche» ou paroi (nanotube mono paroi) ou plus d'une paroi (nanotubes multi parois). Ils ont 5 fois le module d'Young et 8 fois (théoriquement 100 fois) la résistance de l'acier tout en étant 1/6e en densité. L'addition de faibles quantités (1% en poids) de CNT peut améliorer les propriétés mécaniques des échantillons constitués de la phase principale du ciment Portland et de l'eau. Nanotubes à parois multiples oxydés (MWNT) affichent les meilleures améliorations que ce soit pour la résistance à la compression (+ 25 N/mm²) ou la résistance à la flexion (+ 8 N / mm²) par rapport aux échantillons ordinaires. Théoriquement la forte concentration des défauts sur la surface des MWNT oxydés pourrait conduire à des meilleurs liens entre les nanostructures et le liant améliorant ainsi les propriétés mécaniques du matériau composite de façon plutôt semblable aux déformations sur les barres d'armature.

En effet, même quelques règles de structure en béton sont en réalité empiriquement issues de comportements observés en nanotechnologie. L'étude des composantes fondamentales du béton peut ouvrir la voie à une réelle compréhension de la construction en béton et la durée de vie basée sur un matériau conçu avec des propriétés prédéterminées. Ceci est fortement lié à l'étude de la durée de vie grâce à la modélisation multi-échelle (couvrant de multiples échelles dimensionnelles du nm au m).

A titre d'exemple de ce genre d'ajouts qui ont été faits au béton, la recherche a montré que le microorganisme anaérobie (qui ne nécessite pas d'oxygène) intégré à l'eau de mélange du béton résulte en une augmentation de 25% de la résistance à 28 jours. Le micro-organisme *Shewanella* a été utilisé à une concentration de 105 cellules / ml. Des observations nanométriques révèlent qu'il y avait un dépôt d'une matrice ciment sable sur sa surface. Ceci a conduit à la croissance de la matière de remplissage à l'intérieur des pores de la matrice de ciment sable et conduit à une résistance accrue. Béton auto-compactant (SCC) est celui qui n'a pas besoin de vibration afin de niveler et réaliser la consolidation. Cela représente une avancée significative dans la réduction de l'énergie nécessaire pour construire des structures en béton.

Il est donc un enjeu de développement durable. En outre SCC peut offrir des avantages allant jusqu'à 50% du coût de la main-d'œuvre, du fait qu'il est versé jusqu'à 80% plus rapidement et ayant une usure réduite sur les coffrages. Le matériau se comporte comme un fluide épais et il est rendu possible par l'utilisation de polycarboxylates (un matériau similaire au plastique développé en utilisant la nanotechnologie). SCC mélanges qui contiennent une teneur élevée en particules fines, ont besoin d'un système de dispersion très efficace afin d'être fluide et maniable à faible rapport eau /ciment (rapport élevés W / C conduirait à un risque de ségrégation) et seulement poly carboxylates peuvent satisfaire à ces exigences.

En outre, alors que les résistances à long terme du béton super plastifié classique sont très élevées, les premières forces de résistance, surtout en hiver, ne sont pas suffisamment élevées pour permettre d'enlever rapidement et en toute sécurité le coffrage et de la vapeur de durcissement est donc utilisée pour accélérer l'hydratation du ciment. Cela peut être éliminé dans l'industrie du préfabriqué grâce à l'utilisation des dernières générations de poly carboxylates permettant des économies en temps et en énergie.

Enfin, l'emballage du béton par les fibres est assez fréquent aujourd'hui pour augmenter la résistance des éléments structuraux en béton préexistants.

Les progrès réalisés en cette procédure impliquent l'utilisation d'une feuille de fibres (matrice) contenant des particules de nano-silice et de durcisseurs. Ces nanoparticules pénètrent et ferment les petites fissures sur la surface de béton, et, pour le renforcement de la résistance, les matrices forment une forte liaison entre la surface du béton et de l'armature de fibre. Dans le procédé de renforcement des câbles de carbone préoccupé (fibres) et des feuilles imprégnées avec la matrice est placée sur la surface de béton préparé et collées en utilisant des rouleaux à gorges. La capacité des échantillons à soutenir la charge après fissuration est grandement améliorée par les cordes de carbone et à la fois la matrice et l'interface sont durables sous les conditions de mouillage, de séchage et de mise à l'échelle (grattage).

En outre, il n'ya pas de diminution de la capacité de charge maximale après des cycles répétés de mouillage et de séchage ou de mise à l'échelle.

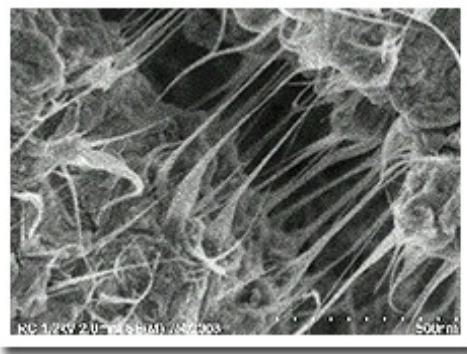


Figure I-7 : Nanotubes en carbone remplissant des fissures dans un composite Cimentaire

I.3.4.4 Nanotechnologie et de l'acier:

L'acier a été largement disponible depuis la deuxième révolution industrielle à la fin du 19e siècle et début du 20e siècle et il a joué un rôle majeur dans l'industrie de construction depuis ce temps. La fatigue est un problème important qui peut conduire à la défaillance structurale de l'acier soumis à des charges cycliques, tels que des ponts ou des tours. Ceci peut arriver à des forces bien en dessous de la force de défaillance du matériau et cause un raccourcissement significatif du temps de service utile de la structure.

La philosophie de conception actuel implique une ou plusieurs des trois mesures limitant suivantes: une conception basée sur une réduction spectaculaire de la contrainte admissible, une durée de vie admissible raccourcie ou la nécessité d'un régime d'inspections régulières.

Les conditions de surface accroissent les contraintes qui sont responsables de l'initiation des fissures qui sont la cause essentielle de ruptures par fatigue et la recherche a montré que l'ajout de nanoparticules de cuivre réduit les inégalités de surface de l'acier qui limite alors le nombre des zones d'accroissement de contrainte et donc la fissuration par fatigue. Les progrès réalisés dans cette technologie devraient conduire à une sécurité accrue, moins besoin de suivi et de matériaux plus efficaces utilisés dans la construction sujettes aux problèmes de fatigue.

Les soudures et la zone affectée thermiquement (ZAT) adjacente aux soudures peuvent être fragiles et échouent sans avertissement lorsqu'elles sont soumises à des brusques chargements dynamique, et la ténacité de la soudure est une question importante en particulier dans les zones à forte activité sismique.

Les échecs des soudures et ZAT ont conduit à la réévaluation des joints structurels soudés à la suite du tremblement de terre du Northridge en 1994 dans la région de Los Angeles et les philosophies de conception actuelles incluent l'affaiblissement sélectif des structures pour produire une déformation contrôlée distante des joints soudés cassants ou le surdimensionnement exprès des structures pour maintenir toutes les faibles contraintes.

Ce pendant la recherche actuellement en cours, a montré que l'ajout de nano particules de magnésium et de calcium rend les grains des ZAT plus fins (environ 1/5 la taille du matériel conventionnel) dans les tôle d'acier, ce qui conduit à une augmentation de la ténacité de la soudure. Ceci constitue une issue de durabilité et de sécurité, puisque une augmentation de la ténacité au niveau des joints soudés se traduirait par un besoin en ressources plus petit parce que moins de matériel est nécessaire pour maintenir les contraintes dans les limites permises.

Deux produits relativement nouveaux qui sont disponibles aujourd'hui sont l'acier Sandvik Nanoflex et l'acier MMFX2. Ils sont résistants à la corrosion, mais ils ont des propriétés mécaniques différentes et ils sont le résultat de différentes applications de la nanotechnologie.

Traditionnellement, le compromis entre la résistance de l'acier et la ductilité est une question importante pour l'acier, les forces dans la construction moderne exigent une grande résistance, alors que la sécurité (en particulier dans les zones sismiques) et la redistribution des contraintes nécessite une grande ductilité. Cela a conduit à l'utilisation de matériel ductile à faible résistance dans les grandes tailles que ce ne serait pas possible avec un matériau fragile à haute résistance et par conséquent, il s'agit d'une question de durabilité et d'utilisation efficace des ressources. Sandvik Nanoflex possède à la fois les qualités souhaitables d'un module d'Young élevé et de haute résistance et il est également résistant à la corrosion due à la présence de très dures particules de taille nanométrique dans la matrice de l'acier.

Effectivement il associe une haute résistance avec une formabilité exceptionnel et actuellement il est utilisé dans la production de pièces aussi diverses que les instruments médicaux et les composants de vélo, cependant, ses applications sont de plus en plus diverses.

L'utilisation de l'armature d'acier inoxydable dans les structures en béton a été normalement limitée à des environnements à hauts risques à cause de son coût prohibitif. Cependant, l'acier MMFX2, tout en ayant les propriétés mécaniques de l'acier classique, présente une nanostructure modifiée qui le rend résistant à la corrosion et il est une alternative à l'acier inoxydable classique, mais à un moindre coût.

I.3.4.5 Nanotechnologie et Bois:

Les nanotubes en carbone sont une nouvelle découverte, alors que le bois est un matériau ancien qui a été utilisé depuis l'aube de la civilisation. Cependant, peut-être pas surprenant étant donné le processus évolutif de la nature, le bois est aussi composée de nanotubes ou «nano fibrilles», à savoir les lignocellulosiques (tissus ligneux) éléments qui sont deux fois plus forts que nano fibrilles mèneraient à un nouveau paradigme dans la construction durable puisque à la fois la production et l'utilisation serait partie d'un cycle renouvelable.

Certains développeurs ont spéculé que la fonctionnalité de la construction sur des surfaces lignocellulosiques à l'échelle nanométrique pourrait ouvrir de nouvelles opportunités pour des aspects telles que des surfaces auto-stérilisants, auto-réparation interne et les appareils électroniques lignocellulosiques. En raison de ses origines naturelles, le bois mène la recherche interdisciplinaire et les techniques de modélisation. Tout d'abord, BASF a développé un revêtement hydrofuge fortement basée sur les actions de la feuille de lotus à la suite de l'incorporation de la silice et des nanoparticules d'alumine et de polymères hydrophobes. Et, d'autre part, des études mécaniques des os ont été adaptées pour le modèle en bois, par exemple dans le processus de séchage.

I.3.4.6 Nanotechnologie En Matériaux De Construction D'étanchéité:

L'imperméabilisation des matériaux de construction a été un problème depuis les 1000 dernières années. Le problème n'a pas été étudié complètement en raison d'un manque de compréhension au niveau nanométrique des matériaux de construction.

Le nouveau développement de la science et de la technologie a permis à l'aide de la nano technologie moderne de produire des éco-produits organo-silicium pour imperméabiliser pratiquement tous les différents types de matériaux de construction. La nanotechnologie garantit que la durée de vie de cette approche mènera à des cycles de vie au-delà de 20 à 30 ans à un coût très économique. Les matériaux de construction sont connus pour avoir des infiltrations d'eau, l'eau s'écoulant en cas de porosité inhérente et micro fissures. Imperméabilisation est un traitement qui devrait rendre le matériau imperméable à l'eau. Beaucoup de technologie et de développement de produits ont eu lieu dans divers produits d'étanchéité pendant les 50 dernières années, en particulier en utilisant les produits à base de polymère et divers autres matériaux. Un autre problème sérieux que traite l'étanchéité est d'empêcher la perte de résistance structurale des matériaux de construction en béton, en particulier en raison de l'ASR (réaction alcali silice), des pluies acides, de l'attaque du sulfate. Elle empêche également la pénétration des chlorures qui peuvent entraîner une corrosion des barres en acier renforcé.

I.3.4.7 La Nanotechnologie et Béton Auto-Réparateur:

L'expérimentation est également en cours sur le béton auto-réparateur. Quand le béton auto-réparateur se fissure, des microcapsules embarquées rompent et libèrent un agent de réparation dans la région endommagée par capillarité. Les agents de réparation rentrent en contact avec un catalyseur embarqué et leur polymérisation ferme la face de la fissure. Dans les tests de rupture, les composites auto-cicatrisés ont récupérés autant que 75 % pour cent de leur résistance initiale. Ils pourraient augmenter la durée de vie des composants structurels de deux ou trois fois. Lorsque des fissures se forment dans ce béton auto-réparateur, elles font rompre des microcapsules libérant un agent de cicatrisation qui prend alors contact avec un catalyseur, déclenchant ainsi une polymérisation qui ferment les fissures.

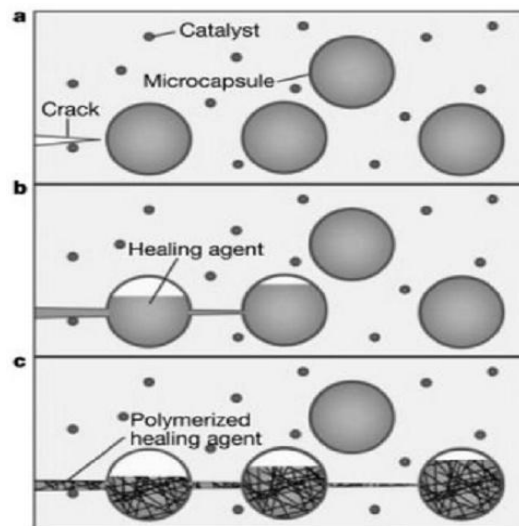


Figure I-8 : Mécanisme de béton auto-réparateur

I.3.5 Comparaisons de Résistance:

Les résultats de la résistance à la compression de la série Co et N présentés dans la comparaison des résultats des échantillons du 7, 28 et 90 jours montrent que la résistance en compression augmente avec l'augmentation de pourcentage de nanoparticule de ZrO_2 jusqu'à 1 % et elle commence à diminuer, bien que les résultats de la résistance à la compression avec l'augmentation de pourcentage de nanoparticule de ZrO_2 restent toujours supérieures à celle du béton de Co.

Il a été montré que l'utilisation de 2,0% de nanoparticule de ZrO₂ diminue la résistance à la compression à une valeur qui est proche de celle du béton de contrôle. Cela peut être dû au fait que la quantité de nanoparticule de ZrO₂ présente dans le mélange est supérieure à la quantité nécessaire pour combiner avec la chaux libérée pendant le processus d'hydratation qui conduit à la lixiviation de l'excès de silice causant une carence à la résistance puisqu'il remplace une partie du matériau à base de ciment, mais ne contribue pas à la résistance. En outre, cela peut être dû à des défauts générés dans la dispersion de nanoparticules qui provoque des zones de faiblesse.

Désignation de l'échantillon	Nanoparticule de ZrO ₂ (%)	Résistance à la compression (Mpa)		
		7 jours	28 jours	91 jours
C0	0	27.3	36.8	42.3
N1	0.5	31.6	42.7	46.5
N2	1.0	33.1	43.6	48.1
N3	1.5	32.2	42.9	47.7
N4	2.0	28.5	39.7	44.3

Tableau I.1 : Comparaison De Résistance

I.3.6 La Nanotechnologie et Le Bâtiment Ecologique:

La nanotechnologie, manipulation de la matière à l'échelle moléculaire, apporte de nouveaux matériaux et de nouvelles possibilités pour des secteurs aussi variés que l'électronique, la médecine, l'énergie et l'aéronautique.

Notre capacité à concevoir de nouveaux matériaux allant de la petite à grande échelle a également des répercussions sur l'industrie du bâtiment. De nouveaux matériaux et de produits basés sur la nanotechnologie peuvent être trouvés dans l'isolation des bâtiments, les revêtements et les technologies solaires.

Les travaux actuellement en cours dans les laboratoires de nanotechnologie vont bientôt se traduire par de nouveaux produits d'éclairage, de structures et d'énergie. Dans le secteur de la construction, la nanotechnologie a déjà apporté au marché des fenêtres

I. 3.7 Peintures et Revêtements :

Le marché des peintures et revêtements a adopté le nano assez vite. Cet ensemble d'applications restera leur principal créneau en valeur dans les 10 ans prochains. La première application est la peinture résistante à la rayure. Une couche nanomatériau unique est aussi efficace que trois couches de coating classique. Les perspectives des nanomatériaux sont intéressantes dans le domaine des surfaces fonctionnelles comme les surfaces autonettoyantes, à effet lotus. On retrouvera dans les nanomatériaux pour l'amélioration de la qualité et du confort perçus, dans des revêtements avec des fonctions sensorielles, antistatiques, isothermes, hydrophiles, hydrophobes, antibactériennes, dans des revêtements iridescents, des vitrages électro chromes ou thermo chromes, des pare-brise antireflets etc.

I.3.8 Les Nanotechnologies et L'assainissement Des Sols :

Une des manières les plus prometteuses pour l'épuration des eaux d'écoulement est l'utilisation de barrières perméables de fer zéro valent. Le système consiste en une paroi recouverte de grains de fer zéro-valent, placée en aval et verticalement par rapport au flux contaminé. Lorsque l'eau polluée rencontre cette membrane, le fer est oxydé et des électrons transférés vers les contaminants qui subissent ainsi une réduction, deviennent moins toxiques et moins mobiles.

Beaucoup de polluants organiques, ainsi que les solvants chlorés et les métaux lourds, peuvent ainsi être éliminés des eaux d'écoulement.

Le système est peu coûteux en énergie et en entretien, et évite des opérations de pompage et de déblayement. Le VITO peut réaliser des tests à l'échelle pilote sur une plaque de fer à la valence zéro.

Aujourd'hui on utilise des grains de fer à l'échelle du millimètre ou du micromètre. Les particules nanométriques offrent l'avantage de pouvoir être injectées et donc plus facilement installées dans le sol, à des profondeurs plus grandes. Pour la construction d'une membrane traditionnelle, faite avec des particules plus grosses, on est limité, de par les techniques de mise en œuvre, à des profondeurs de 15 m. De plus, les nanoparticules ont une plus grande surface spécifique, et sont donc plus réactives.

Non seulement la réduction de polluants est plus rapide, mais une gamme plus importante de polluants peut ainsi être traitée (traitement des composés chlorés aliphatiques mais aussi aromatiques.)

Tout cela offre de nouvelles perspectives pour l'assainissement, grâce à une amélioration du rendement et à une diminution des coûts. Cela a contribué à une évolution rapide des techniques, depuis les essais de laboratoire jusqu'à des installations pilotes. Maintenant des applications à grande échelle sont envisagées.

I.3.9 Verre

Le verre en est un bon exemple puisque dès le XVI^{ème} siècle les verriers de Murano ont donné une couleur rubis à leurs produits en ajoutant un peu d'or. Les connaissances scientifiques récentes ont démontré que les atomes d'or par un traitement thermique approprié forment des agrégats nanométriques qui donnent cette fameuse couleur rubis.

La plupart des produits verriers actuels - tels que les verres optiques photochromes devenant plus sombres au soleil - sont conçus sur le même principe - par intégration d'agrégats nanométriques de sel d'argent à l'origine de la coloration foncée.

I.4 Application Dans Des Autres Domaines :

I.4.1 Industrie De L'électronique et De La Communication :

La microélectronique a pour but de fabriquer des circuits intégrés, des semi conducteurs, des transistors...etc, contenant des puces électroniques, véritables « cœur du système ». En 2007, près de 500 milliards de puces ont été fabriquées pour un chiffre d'affaires total de 260 milliards de dollars. La maîtrise de la fabrication de ces composants se mesure à l'échelle atomique, l'électronique faisant ainsi partie intégrante des nanotechnologies.

Dans les circuits intégrés, tels que ceux constituant les microprocesseurs, les fabricants parviennent à assembler plusieurs centaines de millions de transistors de taille inférieure à 100 nanomètres. Cette miniaturisation des composants a suivi la logique de la loi de « Moore » - diminution de la taille et accroissement de la puissance d'un facteur tous les 18 mois - qui s'est accélérée en passant à l'échelle nanométrique.

Actuellement, les plus petits composants en fabrication industrielle atteignent une taille de 65 nm et descendront bientôt à 45 voire à 32 nm. Aller au-delà par la voie descendante n'est pas envisageable en l'état actuel des procédés de fabrication et se heurtera tôt ou tard aux limites de la matière.

Cette miniaturisation permet d'accroître les fonctionnalités associées au composant (puissance, volume de stockage des mémoires...) tout en diminuant sa taille et sa consommation électrique.

Parallèlement aux efforts accomplis pour miniaturiser les composants électroniques en améliorant les technologies existantes, on étudie la possibilité d'utiliser des molécules comme nano composants de base pour l'électronique. Le cœur de l'électronique et de l'informatique - c'est-à-dire le passage ou non de courant que matérialisent les chiffres zéro et un - serait remplacé par l'utilisation d'une molécule particulière qui pourrait être associée à des combinaisons plus complexes que cette logique binaire.

Ces transistors moléculaires pourraient prendre la forme de nanotubes de carbone, de nano fils ou même de l'ADN dont les propriétés de conduction pourraient permettre aux électrons de circuler sans résistance et sans échauffement.

Première industrie manufacturière au monde devant l'automobile, l'électronique connaît une forte croissance au niveau mondial (environ 10 % par an) mais la pression est très forte sur les prix et les gains de productivité sont à la fois amplifiés par une large échelle de production et limités en raison notamment d'une hausse des coûts de R&D d'environ 15 % par an et de l'importance des investissements – plusieurs milliards d'euros pour la création d'une nouvelle usine de fabrication de wafers (une tranche de silicium où sont imprimés des circuits intégrés) de 300 millimètres. Le marché mondial des systèmes électroniques et des semi conducteurs utilisant des nanotechnologies approche les 1 600 milliards de dollars.

I.5 Les Propriétés Inédites Des Nanomatériaux.

L'intérêt et l'essor croissant des nanomatériaux s'expliquent par les propriétés inédites qu'il est possible de créer en modifiant la matière à l'échelle nanométrique, notamment la taille ou d'autres caractéristiques physico-chimiques des matériaux.

Des propriétés nouvelles ou plus marquées apparaissent, notamment du fait de la petite taille des nanomatériaux qui leur confère une surface de réaction plus grande que le même matériau non nanométrique (le ratio surface / volume est plus important).

- **Ainsi, certains nanomatériaux voient leurs propriétés renforcées.** De même que des cristaux de sucre en poudre se dissolvent plus aisément dans de l'eau chaude que des carrés de sucre, les nanomatériaux sont donc plus réactifs que les matériaux non nano.

- Le nano-argent devient par exemple un antibactérien très efficace.
- Le carbone, lui, peut devenir jusqu'à cent fois plus résistant que l'acier

- **D'autres propriétés totalement nouvelles apparaissent.** Par exemple, à l'échelle nanométrique, l'or peut devenir rouge, l'aluminium devenir explosif, le dioxyde de titane ou le cuivre peuvent devenir transparents.

Au niveau industriel, ces nouvelles propriétés des nanomatériaux sont perçues comme des opportunités dans de nombreux domaines d'application.

Une crème solaire contenant des nanoparticules d'oxyde de titane (TiO₂) est plus transparente qu'une crème "classique" dont le TiO₂ n'est pas nano, évitant ainsi les dépôts blancs sur la peau, ce que les marques utilisent comme arguments de vente.

La plupart des nano produits aujourd'hui sur le marché offrent des avantages dus à l'adjonction de poudres nano particulières qui leur confèrent de nouvelles propriétés, aux atouts divers :

- **Élimination des bactéries** (et des mauvaises odeurs) pour le nano argent, utilisé dans les textiles, les pansements, les sprays désinfectants, les revêtements des frigos, des claviers, des emballages alimentaires...

- **Résistance et légèreté** : pour les nanotubes de carbone, qui constituent un atout majeur notamment pour l'industrie des transport

- **Ecran solaire** ou effet catalytique (**anti-pollution**) pour les nanoparticules de dioxyde de titane qui, en fonction de leur effet, peuvent être utilisées dans des crèmes solaires ou des ciments

- **Effet anti-agglomérant et donc fluidifiant** pour les nano silices à usage alimentaire, utilisées dans les sucres en poudre, les sels de table, etc.

- **Effet catalytique** (déclenchement de réactions chimiques) pour des nanoparticules métalliques, avec des applications dans le domaine de la santé

I.5.1 Principaux Usages Des Nanomatériaux.

- **Dioxyde de titane** : photo catalyseur, revêtement autonettoyant, peintures, vernis, encres, céramiques, cosmétiques, textiles
- **Oxyde de zinc** : caoutchouc, ciment, cosmétiques, produits pharmaceutiques
- **Silice synthétique amorphe** : renforcement du caoutchouc (pneus), dentifrice, additif alimentaire anticoagulant dans les poudres alimentaires, antiagglomérant pour bétons, peintures et revêtements
- **Dioxyde de cérium** : additif pour carburant diesel
- **Noir de carbone** : renforcement du caoutchouc (pneus), pigment (encres, peintures)
- **Carbonate de calcium** : renforcement (caoutchouc, plastique, papier, revêtements)
- **Argent** : antibactérien pour textiles, électroménager (parois de réfrigérateurs), contenueurs alimentaires, claviers d'ordinateurs, équipement médical, etc.
- **Nanotubes de carbone** : renforcement mécanique et allègement d'articles de sport (raquettes de tennis, clubs de golf, ...), dans l'aérospatial, l'automobile, etc.
- **Quantum dots** : imagerie médicale
- **Oxyde de cuivre** : électronique, peintures antisalissure (sur les bateaux, elles empêchent les petits crustacés et les moules de se fixer sur la coque).

I.6 CONCLUSION :

Il y a quelques dizaines d'années, il était inconcevable d'imaginer des particules, voire des appareils à l'échelle de l'atome. Les scientifiques espéraient un jour stocker le plus d'informations possibles sur la surface d'un atome.

Grâce à l'invention de machines de plus en plus performantes et de microscopes de plus en plus précis, il a un jour été possible de fabriquer de la technologie nanométrique.

Les scientifiques se sont réjouis de cette avancée, cependant ils se sont rapidement rendus compte des effets néfastes que pouvaient avoir les nanotechnologies sur l'environnement et sur la santé humaine.

Les produits à base de nanotechnologies ont révolutionné le quotidien des sportifs : en effet, ils ont vu leurs performances considérablement augmentées, comme par exemple le record du monde du smash qui porte actuellement à 414km/h (raquette Yonex ArcSaber Slash). Sans une raquette si performante, jamais il n'aurait été possible de réaliser un tel exploit. Les nanotechnologies se sont immiscées dans nos vies quotidiennes, aussi bien dans l'alimentaire que dans le vestimentaire, dans les cosmétiques...

Chapitre II

Nano-Plaque FG, Théories des Plaques & différents types de théories non locales.

Est articulé autour de trois parties. Dans un premier temps, nous avons présenté quelques notions générales concernant les matériaux à gradient de propriétés «FGM», leurs propriétés, l'histoire de leur développement, leurs méthodes de fabrication, leurs domaines d'application.

En deuxième lieu, on a présenté les différentes méthodes d'homogénéisation utilisées pour le calcul de leurs propriétés effectives, les différentes théories qui permettent la modélisation des plaques à savoir la théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (CPT), La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) et la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT).

La fin de ce chapitre est consacrée à la présentation des différents types de théories non locales.

II.1 Généralité sur les Matériaux Composites Graduellement Variés

II.1.2 Historique

Les matériaux à des gradients évalués **FGM** représentent un des derniers développements, la révolution et la conception de ces matériaux définit au 21ème siècle. Ils sont utilisés pour des emplois à une large variété d'applications.

Les matériaux composites à gradient évalué offrent de nombreuses propriétés supérieures aux matériaux métalliques, comme les grandes charges et la rigidité spécifique élevée. Cela a conduit à l'utilisation massive de matériaux composites dans l'avion, les vaisseaux spatiaux et les structures spatiales. Par exemple, une couche d'un matériau céramique peut être collée à la surface d'une structure métallique pour former un revêtement barrière thermique dans des applications à haute température. Toutefois, la transition brusque dans les propriétés des matériaux à travers l'interface entre les matériaux discrets peut entraîner une grande contrainte inter laminaire et peut conduire à la déformation plastique ou de fissuration.

Pour surmonter ces effets nuisibles on doit utiliser les matériaux à gradient évalué **FGM**, sont des matériaux composites avancés. Par exemple, dans un **FGM** (métal / céramique), le côté métal riche est typiquement placé dans les régions où les propriétés mécaniques, comme la dureté ; doivent être élevée. En revanche, le céramique riche, avec une conductivité thermique faible peut résister aux températures plus élevées, et par conséquent il est utilisé dans les régions fortement exposées à la température. Les **FGM** permettent l'adaptation de la composition du matériel de manière à en retirer le maximum d'avantages de leur hétérogénéité. En outre, d'autres aspects d'exécution peuvent être améliorés en utilisant un **FGM**, par exemple, réduction de la température dans la phase de cuivre pour empêcher l'adoucissement thermique excessif du matériel, d'autres applications de **FGM** incluent des composants trouvés sur l'avion et les véhicules aérospatiaux.

II.1.3 Introduction

Le concept des matériaux à gradient de propriétés (FGM) caractérisé par une propriété sans interruption changeante due à un changement continu de la composition, dans la morphologie et effectivement dans la structure cristalline, représente un saut technologique rapide à travers les différents domaines d'application potentiels, des recherches ont été établis afin de préparer des matériaux de barrière thermique performants à longue durée de vie. Leur but principal est pour l'usage d'améliorer la résistance à l'usure ou à l'oxydation, avoir un matériau blindé léger avec une haute efficacité balistique (navettes spatiales) et peut résister au milieu à haute température (turbomachines aéronautiques ou terrestres). Actuellement, la plupart des activités de recherches et de développements dans les applications structurales se sont concentrées principalement sur secteurs de joindre deux constituants de base, la céramique et le métal.

Beaucoup d'avantages sont prévus d'employer cette classe du FGM, par exemple, la face avec le contenu est élevé en céramique peut fournir haute résistance à l'usure, alors que la face opposée où le contenu est élevé en métal offre la haute dureté et la force. Ainsi, de tels matériaux seront très souhaitables pour des applications tribologiques où la résistance à l'usure et la dureté élevée est requise simultanément. Les applications balistiques de cette classe des matériaux sont également très attrayantes.

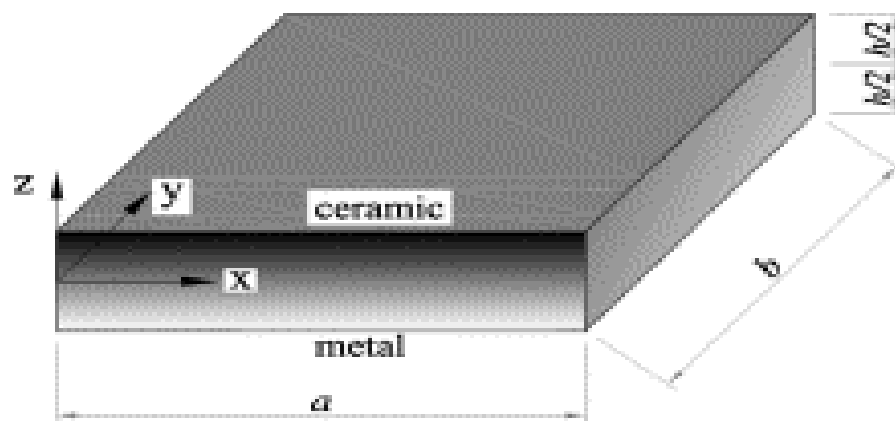


Figure II -1 : Exemple type d'un matériau **FGM** (métal / céramique)

En général, les différentes combinaisons matérielles utilisées dans la fabrication des matériaux à gradient de propriétés (FGM) ont des coefficients de dilatation thermique différents qui peuvent conduire à la génération des contraintes résiduelles significatives chaque fois que la pièce est exposée à un cycle thermique (par exemple, pendant le traitement). Des contraintes résiduelles sont généralement considérées comme une nuisance ou même un danger potentiel pour l'intégrité de la pièce. Dans certains cas, toutefois, elles peuvent avoir un effet bénéfique sur les performances d'un composant. Un certain nombre de concepts bien définis sont disponibles qui permettent à l'ingénieur de parvenir à un tel état de contrainte résiduelle avantageux. Le concept de FGM offre une méthode alternative pour concevoir une pièce bien défini, construit en état de contrainte. En adaptant judicieusement la composition et la microstructure, les contraintes thermiques peuvent être dispersés ou réduits au minimum pendant le cycle de traitement et l'utilisation en service. Alternativement, ils peuvent même être utilisés pour augmenter les performances d'une pièce, par exemple, par la génération des contraintes compressives sur la surface.

II.3 L'ORIGINE DE FGM

Le concept du **FGM** à été procédé au Japon durant l'année 1984 suite à un programme de développement d'une navette spatiale, ces matériaux sont capable du résister à une température de surface de 2000 K et à un gradient de température de 1000 K à travers une section transversale.

II.4 PERSPECTIVE

Les avances significatives dans les techniques de fabrication et de transformation au cours de la dernière décennie ont permis de produire **FGM** utilisant des procédés qui permettent d'offrir une grande latitude dans la confection de la microscopique et la composition matérielle.

Dans l'avenir, les **FGM** avec des formes et des propriétés complexes, y compris deux et trois dimensions de gradient, seront produits à l'aide de la fabrication avec une technique qui nécessitant l'ordinateur. Ce potentiel signifie que le concepteur ne se limite plus à une palette de matériaux homogènes existants, bien que beaucoup de recherches qui s'intéresser à l'analyse de ce matériau, les ingénieurs et autres professionnels sont engagés dans le processus de conception avec les **FGM**.

L'objectif des recherches est de développer une méthodologie solide pour l'adaptation de la composition spatiale d'un matériau à gradient évalué lors de l'application d'une haute température ou haute flux de chaleur, la méthodologie proposée est prévue d'une manière significative de notre capacité de concevoir les composants du **FGM** pour une variété de la mécanique et les applications aérospatiales où les conditions de fonctionnement sont sévères.

II.5 RESISTANT A L'USURE

Un matériau à gradients évalués peu coûteux par exemple : céramique -métal serait idéal pour les doublures résistantes à l'usure dans l'industrie de transformation minérale. Un tel matériel comporterait un visage en céramique dur du côté exposé, un visage dur en métal du dos qui peut être boulonné ou soudé à une armature de soutien, Un tel matériau classerait uniquement les caractéristiques suivantes :

- Résistance d'usure élevée (visage en céramique)
- Résistance à haute résultante

II.6 L'INTERET D'UTILISATION DE FGM

Il y a beaucoup d'intérêt pour la mise sur pied des structures ainsi les conditions fonctionnelles peuvent varier avec l'endroit. Dans la plupart des cas, ceci impliquera de varier les matériaux qui sont employés aux endroits spécifiques dans la structure ayant pour résultat les interfaces discrètes dans tout. A nombre de proposé des technologies manufacturières pour le traitement de **FGM**. Récemment, les concepts de **FGM** sont devenus d'intérêt scientifique pour améliorer l'exécution des systèmes géométriquement complexes des structures.

II.6.1 L'utilisation Des Matériaux FGM Dans Le Domaine De Génie Civil.

II.6.1.1 Dans les chaussées rigides (Functionally Graded Concrete Materials for Rigid Pavements):

Les FGM peuvent être utilisés dans les chaussées rigides en béton avec une gradation obtenue par la variation de la fraction volumique de fibres, cette technique est visée d'être utilisée dans **les autoroutes** et les routes à très fort trafic où l'utilisation d'une chaussée souple en béton bitumineux est déconseillée, les **dallages industrielles**, les **pistes des aéroports**, car elles offrent une résistance et une durabilité élevées, le but est d'optimiser l'épaisseur de la chaussée afin d'avoir un matériaux rigide sur la surface de roulement et un matériau moins rigide sur la couche de fondation.

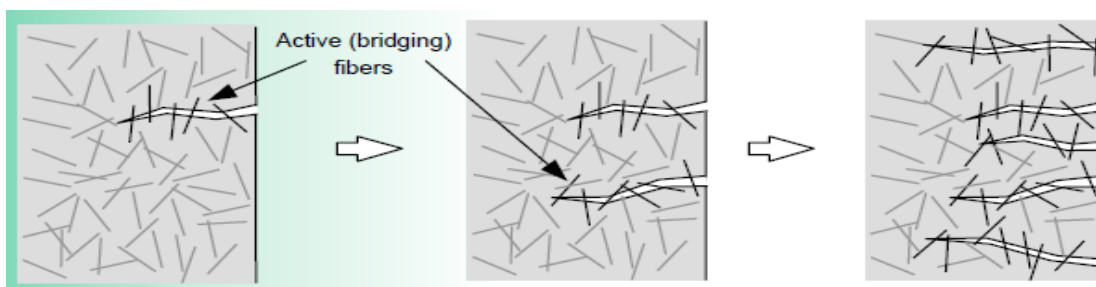


Figure II .2: chaussées Rigide (Functionally Graded Concrete Materials)

II.6.1.2 Les Chaussées Souples

Les FGM peuvent être utilisés dans les chaussées souples pour supprimer l'interface entre les couches d'accrochage (couche de la Grave Bitume et la couche de roulement en Béton Bitumineux) et éviter le glissement entre les deux couches et économiser les épaisseurs des couches tout en obtenant un comportement optimisé et augmentant la capacité portante de la chaussée et par la suite sa durabilité.

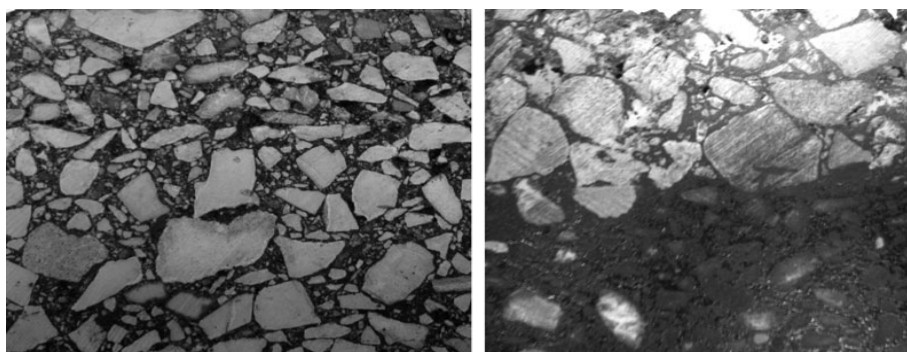


Figure II -3 : chaussée souple

II.6.1.3 Les Grands Vitrages Dans Les Zones Chaudes : Les vitres sont en FGM pour contrôler la température dans les zones chaudes et éviter les vitrages multiples.

II.6.1.4 Les Tunnels (Functionally Graded Concrete Segment In Tunnel)

Les parois intérieures des tunnels doivent être réalisées en matériau réfractaire et rigide dans la surface exposée et d'un matériau imperméable dans la surface en contact avec le sol et les roches. L'utilisation des FGM est une solution efficace.

II.6.1.5 Les Joints Dans La Charpente Métallique : Dans certains cas de la charpente métallique, lors de l'assemblage des éléments, on est obligé de réaliser des soudures entre des éléments de nature différente l'un lourd et l'autre souple (acier/aluminium). Dans ce cas on utilise des joints ordinaires en acier. L'inconvénient de ce type de joint est la rupture et la durabilité. L'utilisation des joints en FGM est une solution optimale.

II.7 FABRICATION DE FGM : Le processus de la fabrication du FGM incluez : poudre densification, enduit, et stratification. Quand ceci est accompli dans un lot, le résultat est les interfaces discrètes. Ceux-ci discrets les interfaces sont souvent plus faibles que les matériaux voisins et aussi à l'effort de concentration, et composition dangereuse qui peut mener à la défaillance de structure.

II.8 LES PROPRIETES PHYSIQUES ET MECANIQUES DE FGM : Dont ce travail, notre choix c'est porté sur un matériau FGM (Aluminium - céramique).

II.8.1 Les propriétés de L'aluminium

II.8.1.1 Définition : L'aluminium est un métal blanc. Après polissage, il peut devenir réfléchissant.

II.8.1.2 Propriétés Physiques : L'aluminium a une température de fusion relativement basse, d'environ 660°. Il en résulte une facilité de fusion qui présente un avantage certain pour les opérations de fonderie.

L'aluminium est très ductile, on peut aisément le mettre en forme à l'état solide, par déformation plastique. La masse volumique de l'aluminium est de 2700 kg/m³. L'utilisation de l'aluminium s'impose donc dans les domaines de la construction aéronautique et du transport.

II.8.1.3 Propriétés Mécaniques : Les propriétés mécaniques des métaux présentent un grand intérêt dans la vie quotidienne. Elles peuvent être classées en deux groupes. Celles qui se rapportent à la résistance mécanique du métal :

- résistance à la traction ;
- résistance à la pénétration (dureté) ;

Celles qui concernent les modifications de forme que le métal peut subir sans se briser :

- la malléabilité (mise en feuilles) ;
- la ductilité (mise en fils) ;

II.8.1.4 Propriétés Des Alliages D'aluminium :

- Température de travail élevée
- Très bonne résistance à la corrosion
- Léger
- Très bonne solidité, dureté, et rigidité
- Bon rapport force/poids
- Bonnes propriétés de protection contre les interférences électromagnétiques

- bonne conductivité thermique
- conductivité électrique élevée
- bonnes caractéristiques de finition
- entièrement recyclable

II.8.1.5 Résistance A La Corrosion

Grâce à la couche d'oxyde qui se forme en surface, les alliages d'aluminium résistent à la corrosion. On peut rendre cette couche protectrice d'oxyde plus épaisse par galvanisation. L'aluminium et ses alliages peuvent alors être utilisés sans protection supplémentaire comme revêtements extérieurs de bâtiments. Par contre, dans les milieux corrosifs, les alliages d'aluminium peuvent subir les effets de la corrosion. Des piqûres, de la corrosion sous contrainte, de la fatigue corrosion, voire de la corrosion généralisée peuvent se développer. Pour des conditions données, la sévérité de l'attaque dépend de l'alliage utilisé et de son état.

II.8.2 Les Céramiques

Les céramiques sont des matériaux très anciens, utilisés dès leur origine pour leur tenue à haute température. Il est maintenant admis de définir ces matériaux comme des matériaux non métalliques et non organiques. Les céramiques se déclinent sous forme d'oxydes, de nitrures et de carbures ou de combinaisons entre eux.

Elles s'obtiennent toutes sous forme massive par l'action d'une forte chaleur, combinée ou non à une pression extérieure, qui va transformer la masse de poudre initiale en un solide continu et cohérent. Elles peuvent également être préparées par des procédés dits de dépôts en phase vapeur.

Outre leur tenue en température, ces céramiques offrent généralement un bon comportement mécanique, excepté en termes de **ténacité** et de déformation pour lesquelles elles peuvent être améliorées par une voie composite ou une nano structuration.

II.8.2.1 Propriétés Des Céramiques

- Liaisons fortes
- Module d'Young élevé : La contrainte nécessaire pour que les décompositions se déplacent est du même ordre de grandeur que la résistance théorique à la rupture
- Comportement fragile et rupture sans déformation plastique
- Faible résistance à la rupture en traction ; par contre meilleur comportement en compression : dureté élevée en corrosifs, outils de coupe, surfaces de frottement qui doivent résister à l'usure.

II.09 Simulation Analytique Et Numérique D'un Matériau A Gradient Evalué

Au cours de la dernière décennie, un corps substantiel de travail s'est développé au sujet de l'analyse des structures de **FGM**.

Des méthodes analytiques ont été employées pour étudier les déformations, le comportement thermo-élastique et la réponse dynamique des matériaux à gradient évalué.

Rogers (1992) ont utilisé la méthode d'expansion asymptotique pour analyser les déformations tridimensionnelles des poutres non homogènes. Bien que les travaux d'analyse aient fourni beaucoup de l'idée des mécanismes de FGM, souvent l'application se fait uniquement aux géométries très spécifiques, conditions aux limites, les conditions de chargement et profils d'évaluation de fraction de volume.

En général, il est difficile d'obtenir une solution analytique pour les équations partiellement différentielle cela régissent la conduction bidimensionnelle de la chaleur, déformation thermomécanique et vibration à l'état d'équilibre des corps non homogènes avec l'évaluation bidirectionnelle. Par conséquent, Nous devons recourir à des techniques numériques, telles que la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis ou le plus récemment développé les méthodes de **MELENK (1996)**.

II.10 La Définition Et Le Concept D'un Matériau A Gradient De Propriétés

Un matériau à gradient de propriétés c'est une type de matériaux composites composé de deux ou plusieurs matériaux relatif a des fractions volumiques et microstructure qui sont conçus pour avoir une continuité spatiale des variable .Un FGM est produit en changeant sans interruption les fraction de volume dans la direction d'épaisseur pour obtenir un profil bien déterminer.

La plupart des chercheurs emploient trois fonctions pour décrire la variation de la fraction volumique qui sont

- La fonction de puissance (P-FGM),
- La fonction sigmoïde (S-FGM),
- La fonction exponentielle (E-FGM),

Ces matériaux FGMs sont généralement fait à partir d'un mélange de métaux et de céramique (figure II 1) par un processus de métallurgie de poudre, le côté métal riche est typiquement placé dans les régions où les propriétés mécaniques, comme la dureté, le besoin d'être élevés .en revanche, le céramique riche, ce qui à la conductivité faible et peut résister aux températures plus élevées, est placé dans les régions de grands gradient de la température.

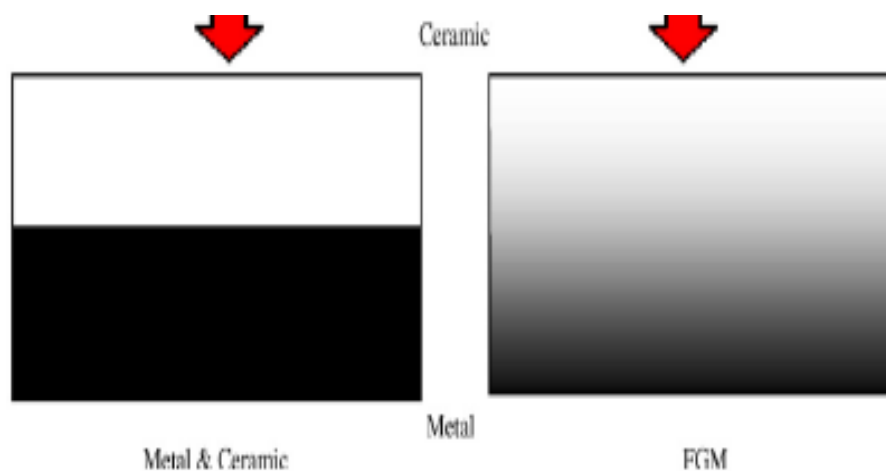


Figure (II-4) Un Type D'un Matériau FGM En Céramique Et Métal

Le concept de "matériaux à gradient de propriétés " a été développé dans le laboratoire national d'aérospatial du japon en 1984 par M.Niino et ses collègues à Sendai.l'idee est de réaliser des matériaux utilisés comme barrière thermique dans les structures spatiales et les réacteurs à fusion [KOIZ92] .LES FGMs peuvent être utilisés pour différentes applications, telles que les enduits des barrières thermiques pour les moteurs en céramique, turbines à gaz, couches minces optiques.....

Les matériaux à gradient de propriétés sont donc des matériaux composites avec un caractère au microscope non homogène. Constitués de plusieurs couches contenant des composants différents tels que les céramiques et les métaux.

Le changement continu dans la composition et donc dans la microstructure du matériau distingue les FGMs la figure (II-2).des matériaux composites conventionnels .dans certain cas, on peut avoir un FGM constitué d'un même matériau mais microstructure différente.

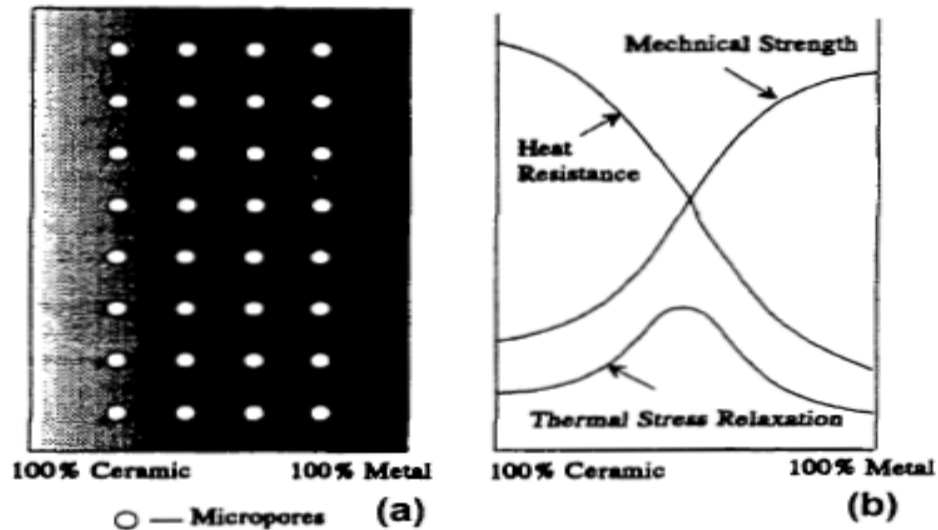


Figure (II-5) la variation de la composition d'un FGM

(a) Conductivité thermique

(b) résistance mécanique

(c)

En 1987, le gouvernement japonais a lancé un vaste projet intitulé "la recherche sur la technologie de base pour développement de matériaux à gradient de propriétés et l'étude de la relation des contraintes thermiques ".l'intérêt du projet est de développer des matériaux présentant des structures utilisées comme barrière thermique dans les programme aérospatiaux. Les matériaux constituant les parois des engins spatiaux son appelés à travailler à des températures de surface de 1800°C ainsi qu'un gradient de température de l'ordre 1300°C .A cette année là, aucun matériau industriel n'était connu pour supporter de telles sollicitations thermomécaniques [KOIZ92].

II.11 Gradient Matériel Des Plaques FGM

Les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) peut être produit en changeant sans interruption les constituants des matériaux multi phases dans un profil prédéterminé.

Les dispositifs les plus distincts d'un FGM sont les microstructures avec des macros - propriétés graduées sans interruption. Un **FGM** peut être définie par la variation des fractions de volume. La plupart des chercheurs emploient la fonction de loi de puissance, la fonction exponentielle, ou la fonction sigmoïde pour décrire les fractions de volume. Par conséquent, des plaques FGM avec la loi de puissance, sera considères dans cette étude.

Considérant une plaque rectangulaire figure II-2. Les coordonnées x et y définissent le plan de la plaque, tandis que l'axe z lancé sur la surface moyenne du plat est dans la direction d'épaisseur.

Les propriétés matérielles, module de Young et le coefficient de Poisson, sur les surfaces supérieure et inférieure intrados supérieurs et sont différent mais sont déterminés selon les demandes d'exécution.

Cependant, le module de Young et le coefficient de Poisson des plaques changent sans interruption seulement dans la direction d'épaisseur (l'axe z), $E = E(z)$, $\mu = \mu(z)$. **DELALE ET ERDOGAN** (1983) ont indique que l'effet du coefficient de Poisson sur la déformation est beaucoup moins important que celui du module de Young. Ainsi, on suppose que le coefficient de Poisson de la plaque est constant.

Cependant, le module de Young change dans la direction de l'épaisseur de la plaque **FGM** suivant une fonction de loi de puissance (**P-FGM**), une fonction exponentielle (**E-FGM**), au avec une fonction sigmoïdes (**S-FGM**).

II.11.1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM

On assume que la fraction de volume du **P-FGM** suit une fonction de loi de puissance:

$$g(z) = \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^P$$

Ou (P) est un paramètre matériel et h est l'épaisseur de la plaque. Une fois que la fraction de volume local $g(z)$ est définie, les propriétés matérielles d'une plaque **P-FGM** peuvent être déterminées par la loi des mélanges (**BAO ET WANG**, 1995):

$$E(z) = g(z)E_1 + E_2[1 - g(z)]$$

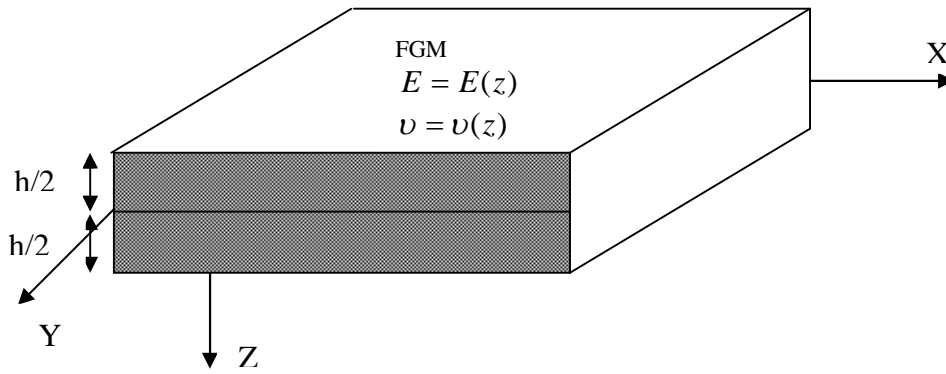


Figure II -6 : les propriétés de la plaque FGM.

Ou E_1 et E_2 sont respectivement les modules de Young de la surface inférieure ($z = h/2$) et de la surface supérieure ($z = -h/2$) de la plaque FGM. La variation du module de Young dans la direction d'épaisseur de la plaque P-FGM est représentée sur la figure II-3, il apparaît clairement que le module de Young change rapidement près de la plus basse surface pour $p > 1$, et augmente rapidement près de la surface supérieur pour $p < 1$.

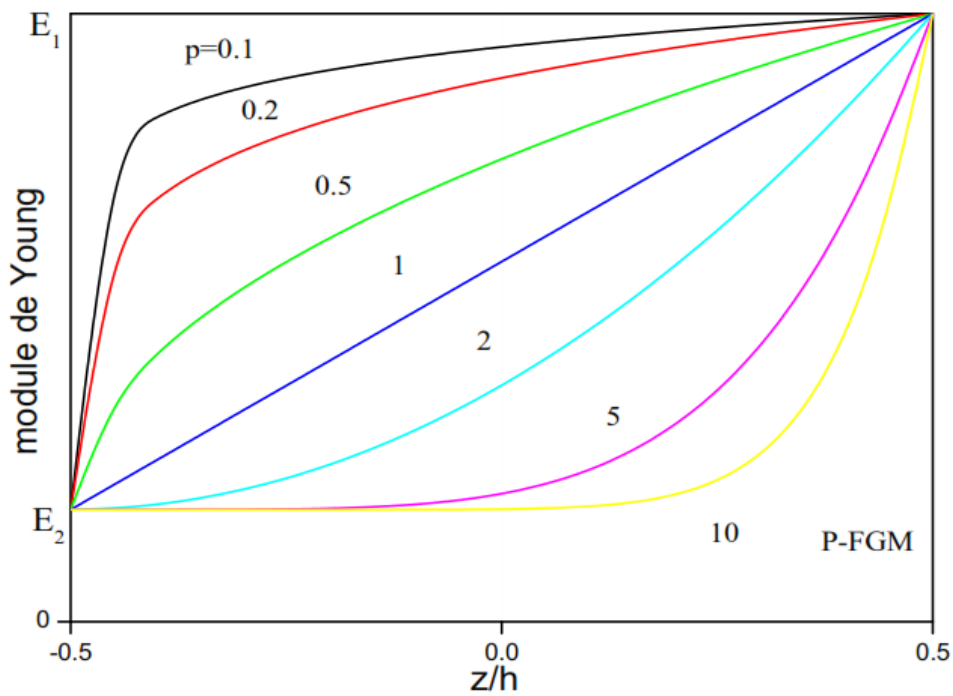


Figure II.5 : la variation du module de Young de la plaque P-FGM

II.11.2 Propriétés Matérielles De La Plaque S-FGM

Dans le cas d'ajouter une plaque **P-FGM** d'une simple fonction de loi de puissance à une plaque composite multicouche, les concentrations des contraintes apparaissent sur l'interfaces ou le matériau est continu mais changent rapidement (Lee et ERDOGAN, 1995; BAO ET WANG, 1995). Par conséquent, CHUNG et chi (2001) ont défini la fraction de volume de la plaque FGM en utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définies par :

$$g_1(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{h/2 - z}{h/2} \right)^P \quad \text{pour} \quad 0 \leq z \leq h/2$$

$$g_1(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{h/2 + z}{h/2} \right)^P \quad \text{pour} \quad -h/2 \leq z \leq 0$$

En utilisant la loi des mélanges, le module du Young de la plaque S-FGM peut être calculé par :

$$E(z) = g_1(z)E_1 + E_2[1 - g_1(z)] \quad \text{pour} \quad 0 \leq z \leq h/2(a)$$

$$E(z) = g_2(z)E_1 + E_2[1 - g_2(z)] \quad \text{pour} \quad -h/2 \leq z \leq 0(b)$$

La figure II-6 montre que la variation du module de Young des équations **(a)** et **(b)** représente des distributions sigmoïdes, donc la plaque **FGM** est ainsi appelée (Plaque **S-FGM**).

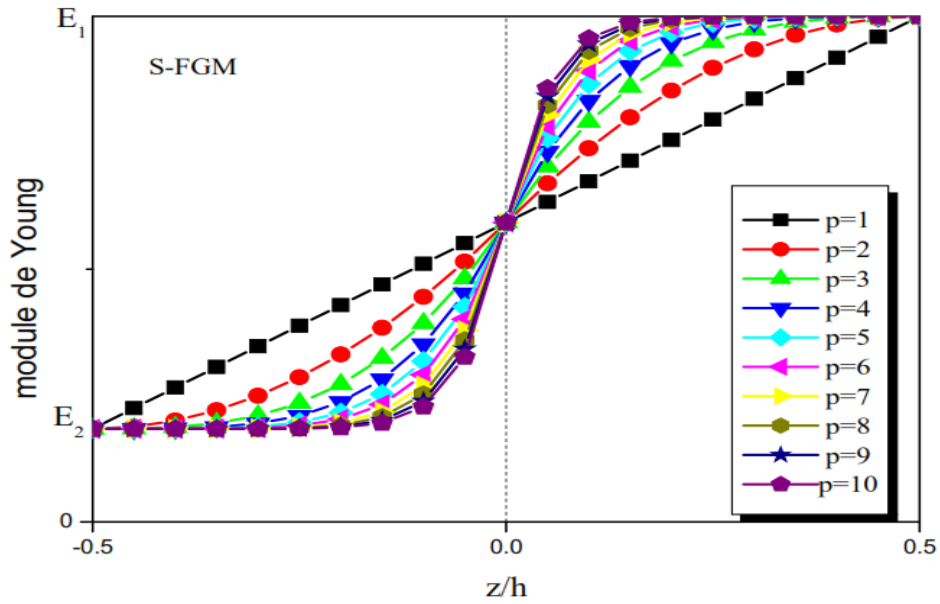


Figure II -6 : la variation du module de Young de la plaque S-FGM

II.11.3 Propriétés Matérielles De La Plaque E-FGM

Beaucoup de chercheurs utilisent la fonction exponentielle pour décrire les propriétés matérielles des FGM comme suit (DELALE ET ERDOGAN, 1983) :

$$A = E_2 \qquad B = \frac{1}{h} \cdot \ln \left(\frac{E_1}{E_2} \right)$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la plaque E-FGM est représentée dans la figure II-7.

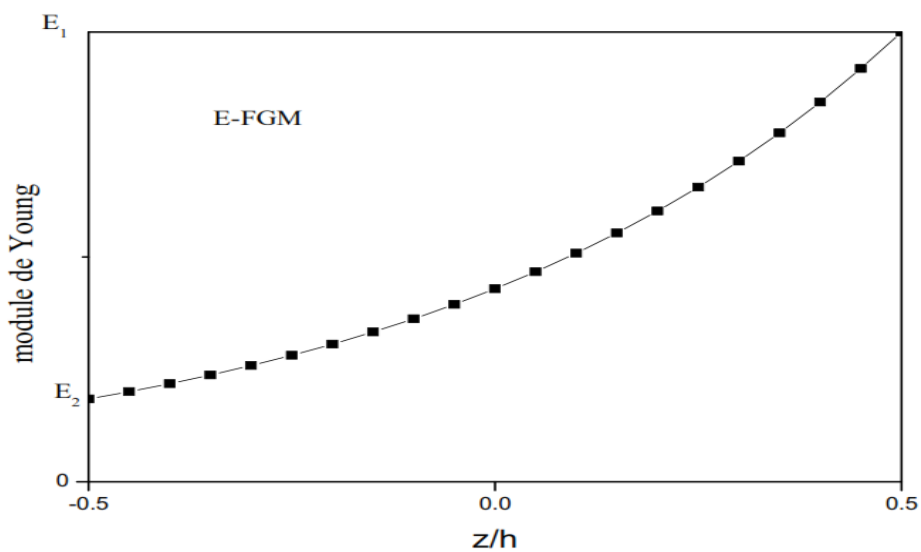


Figure II -7 : la variation du module de Young de la plaque E-FGM

II.2 HOMOGENEISATION DU MATERIAUX FGM

Les FGMs se sont des matériaux hétérogène et pour permettre de contourner les problèmes liés à cette hétérogénéité, il est nécessaire d'appliquer le concept d'homogénéisation (Ch El Hage, 2006) qui est parfois appelé la micromécanique où la modélisation multi-échelle. C'est une discipline relativement ancienne puisque la loi de mélange bien connue remonte à 1889 avec Voigt.

II.2.1 Technique D'homogénéisation

La procédure d'homogénéisation en mécanique des matériaux consiste à substituer un matériau fortement hétérogène à un matériau homogène qui répond globalement à une sollicitation donnée de la même façon. Elle se formalise mathématiquement par l'écriture d'une relation de comportement homogène à une échelle dite macroscopique en fonction des propriétés des phases du matériau à une échelle dite microscopique (Yang, 2008). La mise en œuvre des techniques d'homogénéisation nécessite deux éléments :

- Un Volume Élémentaire Représentatif (VER).
- Le respect de la condition de séparation d'échelle.

II.2.2 Un Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Le VER est un motif élémentaire qui permet de reconstituer le matériau, lorsqu'on le duplique dans les trois directions de l'espace. Ce VER est choisi en fonction des informations disponibles sur la microstructure du matériau.

La condition de séparation d'échelle permet de vérifier que la sollicitation (grandeur macroscopique) est grande devant la taille des constituants (grandeur microscopique). Ainsi, le matériau hétérogène est vu comme un matériau homogène au niveau macroscopique.

Dans notre thèse, nous étudions un matériau hétérogène (FGM) composé de deux phases homogènes : céramique (ou l'inclusion ; phase a) de fraction volumique V_a , noyé dans la partie solide métal (ou matrice, phase m). Chacune de ces phases présente un comportement élastique linéaire, homogène et isotrope. Les deux phases sont supposées parfaitement collées entre elles, ce qui justifie la représentation biphasique.

II.2.3 Quelques Méthodes Usuelles D'homogénéisations

La détermination des propriétés effectives d'un matériau hétérogène consiste alors, à définir le comportement homogène équivalent du matériau à partir des caractéristiques de la matrice diluée. Il existe beaucoup de méthodes d'homogénéisations dans la bibliographie telle que la méthode Auto-cohérente, la solution diluée, le modèle de Mori-Tanaka, les bornes de Voigt et Reuss, etc.

II.2.3.1 Approche Auto-Cohérent

Dans cette méthode, pour tenir compte de l'interaction entre les constituants du milieu hétérogène, on suppose que le milieu entourant chaque inclusion est un milieu infini possédant les caractéristiques du matériau homogénéisé recherché.

Pour un composite biphasé, avec des inclusions sphériques, une solution analytique permet d'exprimer les caractéristiques élastiques recherchées :

$$K^{AC} = K_1 + F_2 \frac{(K_1 - K_2)(3K^{AC} + 4\mu^{AC})}{(3K_2 + 4\mu^{AC})}$$

$$\mu^{AC} = \mu_1 + F_2(\mu_1 + \mu_2) \frac{15(1 - 4V^{AC})}{\mu^{AC}(7 - 5V^{AC}) + 2(4 - 5V^{AC})\mu_1}$$

Où (K^{AC}) et (μ^{AC}) représentent respectivement les modules de compressibilité et de cisaillement équivalent.

II.2.3.2 Solution Diluée

Dans cette section, chaque inclusion est considérée comme noyée dans un milieu infini ayant les propriétés de la matrice. La solution diluée est donc valable s'il n'y a aucune interaction entre les inclusions, c'est-à-dire si elles ne sont pas suffisamment éloignées les unes des autres. Par conséquent, elle s'applique seulement aux matériaux hétérogènes contenant une faible fraction volumique d'inclusion.

Dans le cas d'un composites à deux phase (matrice en phase 1 et inclusion en phase 2), en supposant que les inclusions sont sphériques de comportement élastique linéaire isotrope, les coefficients de compressibilité (K) et (μ) de cisaillement :

$$K^{dl} = K_1 + F_2 \frac{(K_1 - K_2)(3K_1 + 4\mu_1)}{(3K_2 + 4\mu_1)}$$

$$\frac{\mu^{dl}}{\mu_1} = 1 - \frac{15(1 - V_1)(1 - \frac{\mu_2}{\mu_1})F_2}{7 - 5V_1 + 2(4 - 5V_1)\frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

II.2.3.3. Modèle De Mori -Tanaka

Mori et al. (Mor73) ont proposé une méthode de calcul de la contrainte moyenne et de l'énergie élastique stockée dans la matrice d'un matériau contenant une fraction volumique d'inclusion. Benveniste (Ben87) a ensuite publié une interprétation claire de ce modèle.

Dans ce dernier, le renfort est noyé dans un milieu infini ayant les propriétés de la matrice. Le V.E.R est soumis à l'infini à la déformation moyenne de la matrice in-situ dans le composite.

Pour un composite élastique linéaire à deux phases avec des inclusions sphérique, le module de compressibilité équivalent et le module de cisaillement équivalent sont défini comme suit :

$$K^{dl} = K_1 + F_2 \frac{(K_1 - K_2)(3K_1 + 4\mu_1)}{(3K_2 + 4\mu_1)}$$

$$K^{dl} = K_1 + F_2 \frac{(K_1 - K_2)(3K_1 + 4\mu_1)}{(3K_2 + 4\mu_1)}$$

Où les paramètres α_1 et β_1 valent:

$$\alpha_1 = K_1 + F_2 \frac{(K_1 - K_2)(3K_1 + 4\mu_1)}{(3K_2 + 4\mu_1)}$$

$$\beta_1 = K_1 + F_2 \frac{(K_1 - K_2)(3K_1 + 4\mu_1)}{(3K_2 + 4\mu_1)}$$

II.2.3.4. Bornes de Voigt et Reuss

Les bornes élémentaires de Voigt et de Reuss découlent du choix des champs uniformes pour les champs admissibles de contrainte pour la borne de Reuss et de déformation pour la borne de Voigt. L'approximation de Voigt suppose que la déformation ($v(y)$) est constante dans toutes les phases (V.E.R) et égale à la déformation macroscopique imposée (E) soit : $\varepsilon^{(1)} = \varepsilon^{(2)} = E$

$$v(y) = E, \quad \forall y \in V$$

$$\varepsilon^{(1)} = \varepsilon^{(2)} = E$$

$$C_v^* = c_1 C^{(1)} + c_2 C^{(2)}$$

Ou

$$C_v^* \leq c_1 C^{(1)} + c_2 (C^{(2)} - C^{(1)})$$

Avec :

$C^{(1)}$ Et $C^{(2)}$ sont respectivement les rigidités des deux phases : phase (a) et matrice (m).

C_v^* présente la rigidité équivalente de la borne supérieure de Voigt.

C_1 et C_2 sont des fractions volumiques tel que:

$$C_1 + C_2 = 1$$

L'approximation de Reuss est l'approximation duale de Voigt et consiste à construire un champ statiquement admissible pour le problème dual. Le module d'élasticité du matériau peut s'exprimer en fonction du tenseur (S_R^*) des souplesses homogénéisées. Le champ de contrainte (τ) proposé est uniforme dans le V.E.R et égale à la contrainte macroscopique imposée (Σ), soit:

$$v(y) = E, \quad \forall y \in V$$

$$\varepsilon^{(1)} = \varepsilon^{(2)} = E$$

$$C_V^* = c_1 C^{(1)} + c_2 C^{(2)}$$

Ou

$$C_V^* \leq C^{(1)} + c_2 (C^{(2)} - C^{(1)})$$

($S^{(1)}$) et ($S^{(2)}$) sont respectivement les tenseurs de souplesses homogénéisées des deux phases : phase (a) et matrice(m).

Voigt: le module d'élasticité de la partie parallèle (Zhou et al., 1995), (Kurugöl et al., 2008) :

$$E_{c_Voigt} = E_m + V_a (E_a - E_m)$$

Reuss: le module d'élasticité de la partie en série (Zhou et al., 1995) (Kurugöl et al., 2008):

Avec :

$$E_{c_Reuss} = \frac{1}{\frac{1}{E_m} + V_a \left(\frac{1}{E_a} - \frac{1}{E_m} \right)}$$

E_a et E_m sont respectivement les modules d'élasticité des deux phases: inclusion et matrice.

II.3 THEORIES DES PLAQUES

II.3.1 Introduction

Dans la plupart des cas, les investigateurs considèrent le FGM comme étant un matériau composé particulier pour lequel la fraction de volume varie sans interruption à travers l'épaisseur, Quelques études considèrent également le FGM comme étant un composé renforcé par un tissu dans lesquels l'orientation de fibre varie à travers l'épaisseur.

Un matériau FGM est un type de matériaux composites classé par leur microstructure variable dans l'espace; conçue pour optimiser l'exécution des éléments de structures par la distribution de propriétés correspondantes.

Les distributions de propriété sont trouvées dans une variété de produits communs qui doivent avoir des fonctions multiples (c'est-à-dire multifonctionnelles) comme les liaisons entre les particules ; qui doivent être assez dures a l'intérieur pour résister à la rupture ; mais doivent également être assez dures sur l'extérieur pour empêcher l'usure. On utilise souvent la théorie des stratifiés pour étudier le comportement des plaques FGM. De même la prise en compte de l'effet de cisaillement exige une bonne description des champs de contrainte et de déformation.

II.3.2 Différents Modèles Dans L'élasticité Bidimensionnelle:

Une structure composite peut être considérée comme un corps hétérogène constitue d'un nombre fini de couches homogènes anisotropes collées. La caractéristique géométrique d'une plaque est une épaisseur faible par rapport aux autres dimensions.

La modélisation des structures multicouches modernes avec une forte anisotropie (par exemple : faible rapport du module de cisaillement transverse de l'âme par rapport au module d'élasticité longitudinal des peaux dans le cas des structures sandwich) exige des théories améliorées qui prennent en compte une bonne description des cisaillements transverses. On trouve dans [Noor et Burton 1989, Kapania 1989, Kant 2000, Carrera 2000] des revues complètes sur les différents modèles existants de type élasticité tridimensionnelle ou de type plaque.

L'intérêt d'une approche tridimensionnelle réside dans l'obtention de résultats exacts tridimensionnels, utiles notamment comme référence.

L'adoption d'une approche tridimensionnelle ne présente toute fois d'utilité que dans la mesure où les équations différentielles finalement obtenues peuvent être résolues.

L'approche tridimensionnelle (3D) est donc limitée à certain cas de géométrie, empilement et chargement simple.

Durant ces dernières années, plusieurs modèles bidimensionnels ont été développés pour la modélisation des structures multicouches tenant compte des cisaillements transverses. Ils peuvent être regroupés en fonction du type d'approche adopté :

Là encore une approche 3D peut fournir des informations dans certains cas (bord libre droit, plaque simplement appuyé . . .) mais il est préférable d'envisager des démarches bidimensionnelles (2D) de type plaque.

Dans la suite ce sont ces approches 2D qui seront mentionnées.

- Approche monocouche équivalente
- Approche par couche
- Approche développement asymptotique

II.3.3 Approche monocouche équivalente :

Dans l'approche monocouche équivalente, la variation des caractéristiques physicomécaniques selon l'épaisseur n'est pas un facteur déterminant du nombre d'équations, la plaque FGM est homogénéisée et considérée donc comme une seule couche.

Depuis le premier travail de Sophie Germain en 1815 sur les plaques minces en passant par les modèles du premier ordre de Love-Kirchhoff et de Reissner-Mindlin, de nombreux auteurs ont développé des théories de plaque à partir de cinématiques ou champs de contraintes plus raffinées. Nous passons en revue, dans ce qui suit, les principaux modèles.

II.3.3.1 Modèles classiques Love-Kirchhoff (théorie classique des plaques)

On commence par le model le plus simple et le plus général appelé model de Love-Kirchhoff, ce modèle est basé sur une distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur [Reissner 1961]. L'hypothèse adoptée est celle de Love-Kirchhoff [Kirchhoff 1950] des contraintes planes, les déformations dues au cisaillement transverse sont négligées, la normale à la surface moyenne de la plaque reste perpendiculaire et droite à celle-ci après déformation (Figure. II.8).

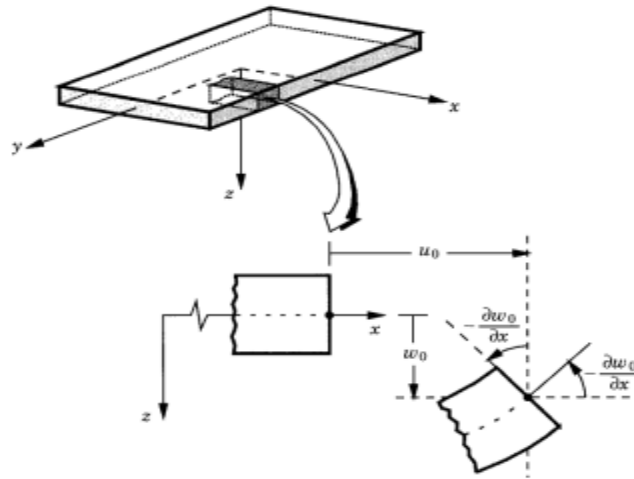


Figure II.8 Géométries déformées et non-déformées d'un bord d'une plaque sous l'hypothèse de Kirchhoff (Reddy, 2003).

Le champ de déplacements de Love-Kirchhoff s'écrit alors,

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u^0(x, y) - z w_1^0(x, y) \\ v(x, y, z) &= v^0(x, y) - z w_2^0(x, y) \\ w(x, y, z) &= w^0(x, y) \end{aligned} \quad \text{II.01}$$

Avec,

u^0, v^0 : Les déplacements de la membrane suivant les directions x et y.

w^0 : La flèche de la plaque

w_1^0, w_2^0 : les rotations dues à la flexion (sans cisaillement) mesurées sur le plan autours x,y.

II.3.3.2 Les Modèles Reissner-Mindlin

Pour introduire l'effet du cisaillement transverse, l'hypothèse cinématique Mindlin est adoptée: La normale reste droite mais non perpendiculaire à la surface moyenne (à cause de l'effet du cisaillement transverse).

Avec ce choix de la forme des champs de déplacements, les déformations transversales sont constantes en z . Les contraintes de cisaillement sont donc uniformes dans chaque couche et discontinues entre les couches.

Cette mauvaise description oblige à introduire des coefficients correcteurs pour mieux prendre en compte, dans l'écriture de l'énergie, les effets de cisaillement transversal [Whitney].

Les résultats obtenus dépendent essentiellement du choix empirique dans des situations complexes des coefficients correcteurs et l'étude des composites épais restes aléatoires par ce type d'approche cinématique.

Ce modèle est aussi la Théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (First order shear deformation theory FSDT).

le champ des déplacements de Reissner-Mindlin [Mindlin 1951] s'écrit :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u^0(x, y) + z\phi_x(x, y) \\ v(x, y, z) = v^0(x, y) + z\phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) = w^0(x, y) \end{cases} \quad (\text{II-2})$$

Avec :

ϕ_x, ϕ_y : Les rotations de la normale au plan moyen autour x et y .

$\gamma_{xz}^0 = (w_{,1}^0 + \phi_x)$: La déformation de cisaillement transverse mesurée sur le plan moyen.

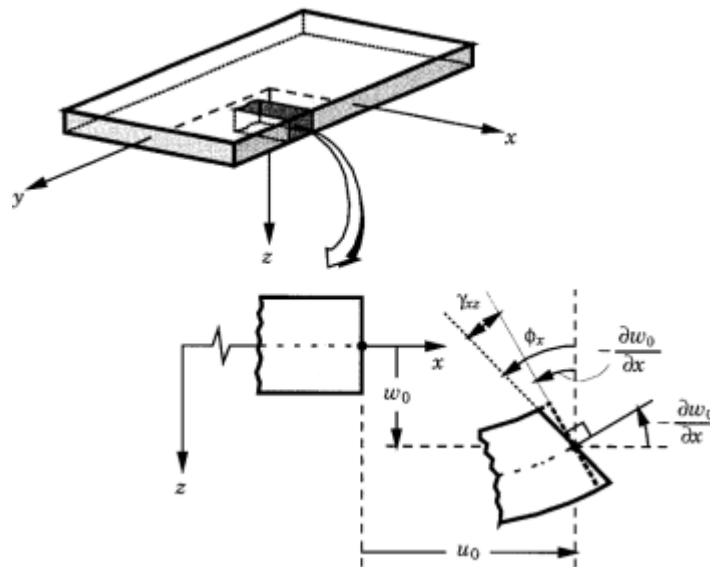


Figure II.9 Géométries déformées et non déformées d'un bord d'une plaque sous l'hypothèse de Reissner-Mindlin (Reddy, 2003).

Avec ce choix de la forme des champs de déplacements, les déformations transversales sont constantes en z . Les contraintes de cisaillement sont donc uniformes dans chaque couche discontinue entre les couches.

Cette mauvaise description oblige à introduire des coefficient correcteurs pour mieux prendre en compte dans l'écriture de l'énergie, les effets de cisaillement transverse [Whitney, 1972]. Les résultats obtenus dépendent essentiellement du choix empirique dans des situations complexes des coefficients correcteurs et l'étude des composites épais restes aléatoires par ce type d'approche cinématique.

La Figure II.3 montre la variation de la fonction de forme ainsi que sa dérivée par rapport à l'épaisseur de la plaque. Cette variation est plus authentique pour le cas des plaques stratifiés ou au niveau de l'interface il ya une discontinuité de distribution des propriétés alors que pour les FGM ce problème est résolu.

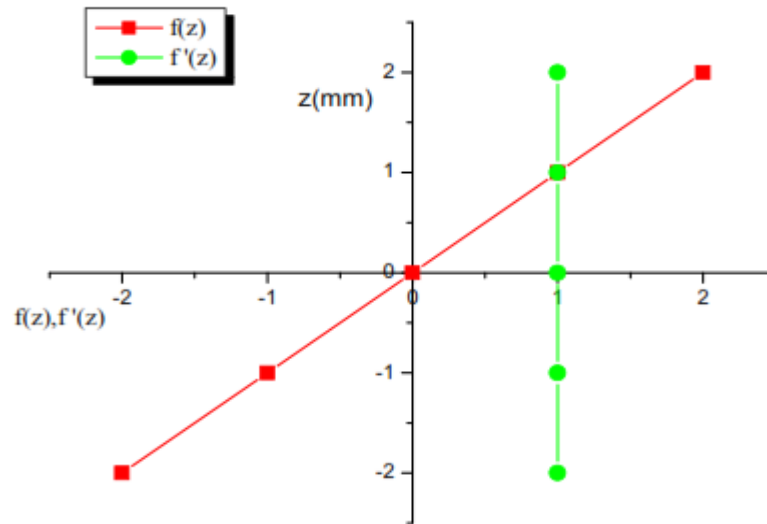


Figure.II.10 : variation de la fonction de gauchissement $f(z)=z$ et $f'(z)$ suivant l'épaisseur

II.3.3.3 Synthèse Bibliographique Sur Les Modèles D'ordre Supérieur :

Pour franchir les limites des théories du premier ordre, plusieurs auteurs proposent des théories à un ordre supérieur. Les modèles sont basés sur une distribution non linéaire des champs suivant l'épaisseur. Ces modèles permettent de représenter le gauchissement de la section dans la configuration déformée (Figure. II.10) [Liberscu 1967, Whitney 1973, Touratier 1991, Nguyen 2004]. La plupart des modèles d'ordre supérieur utilisent un développement en série de Taylor des champs de déplacements qui s'écrivent de la forme :

$$u_i(x_1, x_2, x_3) = u_i^0(x_1, x_2) + z\phi_i^{0(1)}(x_1, x_2) + z^2\phi_i^{0(2)}(x_1, x_2) + z^3\phi_i^{0(3)}(x_1, x_2) + z^4\phi_i^{0(4)}(x_1, x_2) \quad (\text{II-3})$$

Partons de ce principe, nous pouvons utiliser différents ordres, en fonction de la complexité du problème et de la précision souhaitée.

La plupart des études sont basées sur un développement en 3ème ordre, assurant ainsi un niveau minimum de complexité. La valeur détermine la nature de la théorie. Ainsi, la théorie du premier ordre de Reissner-Mindlin est obtenue en posant : pour $j= 2, 3, 4 \dots$ En principe, les modèles d'ordre supérieur sont plus précis que les modèles du premier ordre. La précision augmente avec l'ordre de développement, c'est à dire avec le nombre de paramètres supplémentaires.

Cependant, les conditions aux limites sur les bords sont difficiles à satisfaire et le nombre de variables de déplacement indépendantes dépasse celui des modèles classiques. Pour réduire le nombre de paramètres de déplacement, plusieurs simplifications sont proposées.

On impose souvent les conditions de nullité des contraintes de cisaillement transverse aux surfaces supérieure et inférieure de la plaque. Le développement en série de Taylor est utilisé avec Le champ de déplacement (II-3) devient :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u^0(x, y) - zw_1^0 + f(z)\gamma_{xz}^0(x, y) \\ v(x, y, z) = v^0(x, y) - zw_2^0 + f(z)\gamma_{yz}^0(x, y) \\ w(x, y, z) = w^0(x, y) \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

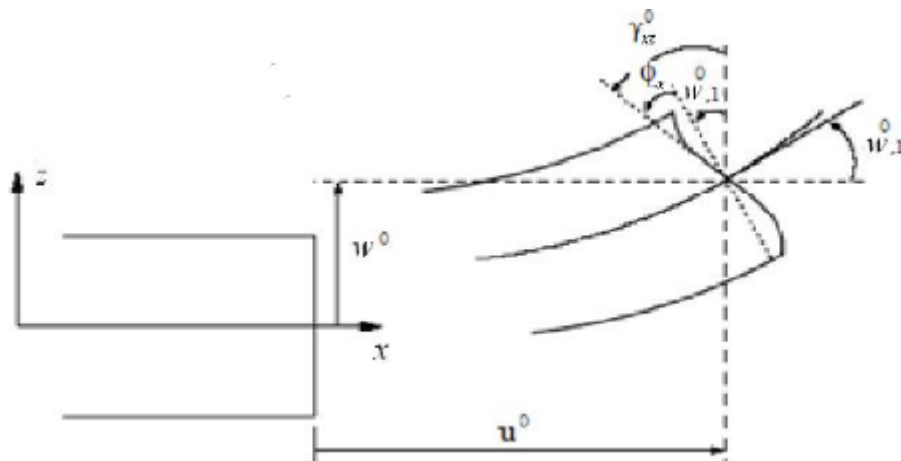


Figure II.11 variation de la fonction de gauchissement $f(z)=z$ et $f(z)$ suivant l'épaisseur

$f(z)$ représente la fonction de forme déterminant la distribution des contraintes et des déformations transversales suivant l'épaisseur.

Le champ de déplacements de la théorie classique des plaques (CPT) est obtenu en posant $f(z)=0$. La théorie du premier ordre (first order shear deformation theory ou FSDT) est obtenue en posant $f(z)=z$.

Voici quelques contributions importantes de développement de modèles d'ordre supérieur qui se sont distingués dans la littérature et qui diffèrent par la fonction de formes $f(z)$:

- L'approche de [Ambartsumyan 1969] avec ;

$$f(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad (\text{II-5})$$

- L'approche de [Reissner1945], [Panc1980] et [Kaczkowski1975] avec ;

$$f(z) = \frac{5}{4} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{II-6})$$

- La théorie des déformations du troisième ordre (the third-order shear deformation theory ou (TSDT) [Reddy 1984]:

$$f(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{II.7})$$

Dans le modèle de [Reddy1984], le champ de déplacement membranaire est cubique et le déplacement normal w est constant. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution élastique tridimensionnelle. La distribution des contraintes de cisaillement transversal est parabolique dans l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

- La théorie de déformation de cisaillement sinusoïdal (The sinusoidal shear deformation theory ou SSDT) de Touratier [Touratier 1991] est obtenue en posant :

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (\text{II.8})$$

Touratier propose le modèle "sinus" qui est différent des autres modèles d'ordre supérieur puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement suivant l'épaisseur.

La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme suit :

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) = \frac{h}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \left(\frac{\pi z}{h}\right)^{2n+1} = z \left(1 - \frac{\pi^2}{3!} \frac{z^2}{h^2} + \frac{\pi^4}{5!} \frac{z^4}{h^4} - \frac{\pi^6}{7!} \frac{z^6}{h^6} + \dots \right) \quad (\text{II.9})$$

Les contraintes de cisaillement transversal déterminées par le modèle "sinus" prennent une forme sinusoïdale dans l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de [Reddy 1984].

- Récemment, Afaq et al. [Afaq 2003b] proposent un modèle exponentiel avec une cinématique plus riche. La fonction de cisaillement transverse prend la forme suivante :

$$f(z) = z e^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad (\text{II.10})$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance pair et impair de la variable z alors que la fonction "sinus" ne permet qu'un développement en puissances impaires.

- L'approche de [Aydogdu 2005] avec ;

$$f(z) = z \alpha^{\frac{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}{\ln(\alpha)}} \quad \alpha > 0 \tag{II.11}$$

h : étant l'épaisseur de la plaque FGM.

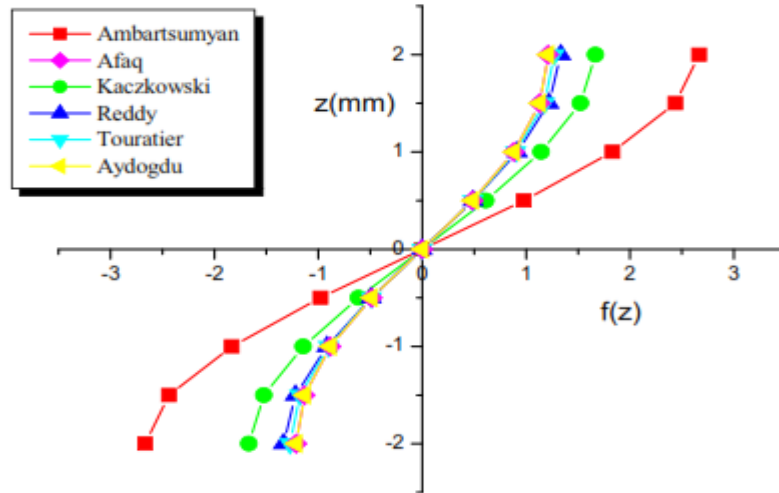


Figure.II.12: variation de la fonction de forme F(z) des Différents Modèles en Fonction de l'épaisseur .

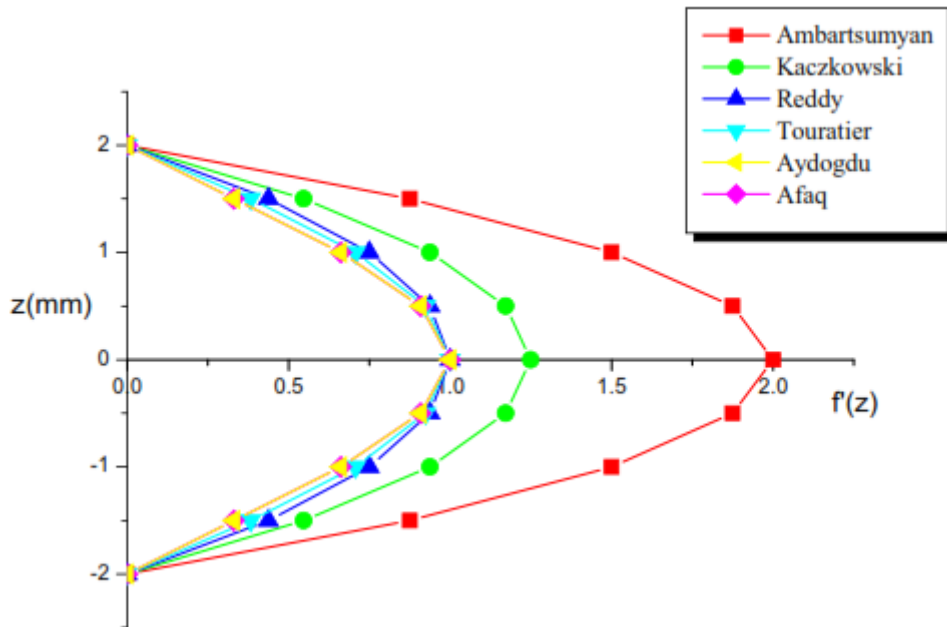


Figure.II.13 : variation de la Dérivée la fonction de forme F(z) des Différents Modèles suivant l'Épaisseur .

En fonction des Figures II.5 et II.6 on remarque que les deux approches d'Ambartsumyan et de Kaczkowski sont sensiblement loin des autres fonctions de forme. Elles sont servies comme bases pour développer les autres fonctions qui sont plus proches de l'analyse 3D. Il faut remarquer que les modèles issus d'une approche monocouche équivalente présentent des contraintes de cisaillement transverse discontinues aux interfaces si les couches ont des propriétés différentes, même si la continuité du champ de déformation est assurée. Ceci présente un inconvénient sérieux lors de l'analyse locale à l'interface des structures multicouches (effets de bord sur les contraintes, délaminage . . .) .mais pour le cas des matériaux FGM cette approche paraît très appropriée, du fait que la variation des propriétés se fait continuellement selon l'épaisseur.

II.4 Théories Des Plaques Selon La Prise En Compte De L'effet D'échelle :

La modélisation des structures est différentes entre le monde macro et le monde micro et nano. La différence qui existe est celle de l'effet d'échelle qui a une grande influence sur le comportement de ces structures au niveau micro et nanométrique.

II.4.1 La Théorie Locale D'élasticité :

C'est tout simplement les théories existées avant le début de l'ère de la minimisation des objets. Cette théorie ne tient pas en compte de l'effet d'échelle dans ces hypothèses et alors néglige les forces entre les atomes. La théorie est applicable dans le cas des structures macro métriques mais incapable d'étudier les structures micro nanométriques.

II.4.2 La Théorie Non Locale D'élasticité :

L'importance croissante des micros et nano technologie a récemment attiré une attention considérable sur le besoin des modèles mathématiques capables de capturer les effets de la petite taille de ces structures. A cet effet, il s'est avéré que les modèles classiques des poutre semblent insatisfaisants pour modéliser un tel système. Pour ces raisons, les chercheurs ont préférés une nouvelle théorie qui est « **non locale** » qui peut résoudre un tel problème [Gioacchino Alotta et al., 2014]. La question qui se pose, pourquoi la non localité ? Le domaine de l'applicabilité des théories classiques d'élasticité est intimement relié à grandes échelles de temps et de longueur.

Si(L) dénote la longueur caractéristique externe (par exemple, longueur de la fissure, longueur d'onde...etc.) et (l) la longueur caractéristique interne (par exemple, distance entre granulaire, paramètre granulaires), dans un champ où $L/l \gg \gg 1$ les théories classiques

locales prédisent suffisamment le comportement de ce corps solide, alors que si $L/l \equiv 1$, les théories locales échouent et nous devons recourir aux théories atomiques qui peuvent expliquer les attractions interatomique à longue portée, même que cette dernière est bien très couteuse en termes de calcul informatique.

Pour ces raisons et pour le fait que même la construction d'un modèle moléculaire a besoin de quelques considérations théoriques, les chercheurs ont préférés une formulation « enrichie » continue, où les effets de la micro ou nanostructure et les forces intermoléculaires sont pris en considération dans la modélisation, dans un sens approprié, en présentant des termes non locaux appropriés [Gioacchino Alotta et al., 2014].

Pour le cas dynamique, il y aura un raisonnement semblable T/t là où T est le temps caractéristique externe (par exemple, l'échelle de temps des charges appliquées) et t est le temps caractéristique interne (par exemple, l'échelle de temps de la transmission du signal d'une molécule à une autre). Encore, les théories classiques échouent lorsque $T/t \equiv 1$, et on se trouve encore face à un besoin d'une théorie non locale. Les théories de l'élasticité non locale sont concernées par la physique des corps matériels dont le comportement à un point matériel est influencé par l'état de tous les points du corps. La théorie non local généralise la théorie classique de champ à deux points :(i) la loi de bilan énergétique est considérée valide globalement (pour le corps entier) ;et (ii) l'état du corps à un point matériel est décrit par les fonctionnels de réponse. Ceci signifie que nous avons besoin de la connaissance complète des variables indépendantes à tous les points du corps pour décrire l'état du corps à chaque point.

La terminologie de la théorie d'élasticité non locale doit être comprise dans ce sens. Eringen a proposé, pour la première fois, l'élasticité non locale pour expliquer l'effet de l'échelle en élasticité en supposant que l'effort à un point de référence peut être considéré comme une fonction du champ de contrainte à chaque point dans le domaine. De cette façon, la taille interne a pu être considérée dans les équations constitutives simplement comme un paramètre matériel.

Dans un travail de Peddieson et al., ils ont proposé une version d'élasticité non local pour formuler une version non local de théorie de poutre d'Euler-Bernoulli. Ils ont conclu que la mécanique continue non locale pourrait potentiellement jouer un rôle utile dans l'analyse liée aux applications de la nanotechnologie [A. CemalEringen, 2002].

Avant les années 60, quelques éléments de théorie de l'élasticité étaient entrés dans la discussion des divers phénomènes physiques qui ont exigé des descriptions mathématiques sous la forme des équations différentielles et intégro-partielles. Par exemple, les équations radiatives du transfert de Chandrasekhar sont de ce type.

D'autres références historiques dans cette catégorie sont données en plusieurs articles dans la *Continuum Physics*, Vol. IV, édité par Eringen. L'approche de l'élasticité non locale dépendante au temps a été faite par Eringen et à l'élasticité micro polaire non locale par Eringen. Ces premières théories n'ont pas inclus l'aspect (i), à savoir, la nature globale des lois d'équilibre.

Cet aspect avec les équations constitutives non locales a été formulé par Eringen et Edelen. Un revu de développement de la théorie, ainsi que les références historiques des années 1976, sont contenus dans la *Continuum Physics*, Vol. IV, édité par Eringen.

II.7. CONCLUSION

Le présent chapitre est dédié à l'acquisition des connaissances théoriques nécessaires pour étudier notre problématique.

Dans un premier temps, nous avons présenté quelques notions générales concernant les matériaux FGMs, un aperçu sur la théorie des plaques ainsi que les modèles analytiques des plaques FGM à savoir la théorie classique des plaques (CPT), la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) et la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT) qui servent à analyser et modélisé le comportement des plaques fonctionnellement graduées sous différent chargement.

Enfin nous avons présenté différents types d'approches non-locales. Parmi celles-ci, la théorie non locale intégrale de l'élasticité est intéressante par le fait qu'elle ne nécessite pas l'introduction de conditions aux limites non conventionnelles pour la résolution d'un problème concret.

Contrairement à l'élasticité classique, où la contrainte en un point dépend uniquement de la déformation au même point (loi de Hooke), le modèle de comportement non-local relie la contrainte en un point aux déformations dans l'ensemble du solide.

Chapitre III

Revue des Travaux Antérieurs sur les FGM

pour présenter un axe de recherche relativement nouveau, depuis l'apparition du concept FGM, nous remarquons que les matériaux à gradient fonctionnel, beaucoup de chercheurs s'y sont intéressés et d'innombrables travaux ont été publiés mais qu'il reste encore beaucoup à faire.

III.1. Introduction

Les matériaux à gradient fonctionnel sont des matériaux composites formés de deux ou plusieurs phases constitutives avec une composition variable et continue dans l'espace. Ils possèdent un certain nombre d'avantages qui les rendent intéressants dans des applications potentielles, une réduction importante des contraintes dans le plan et à travers l'épaisseur, une meilleure répartition des contraintes résiduelles, des propriétés thermiques améliorées, une grande ténacité, et une réduction du facteur d'intensité de contrainte. Durant les deux dernières décennies, beaucoup de travaux ont été consacrés à ces matériaux et il est prudent de réduire la recherche bibliographique dans ce chapitre en se concentrant sur les travaux dédiés aux problèmes liés aux plaques en FGM. Néanmoins, une partie minimale de cette recherche nous donnera une idée sur ce qui a été réalisé dans l'étude des contraintes résiduelles, ou encore de l'analyse thermique et/ou thermomécanique du flambage. Le but ici étant de montrer l'étendue du domaine de recherche dans le contexte des FGM et qu'il y a encore beaucoup à faire dans cet axe de recherche.

III.2 Etudes sur les Contraintes Résiduelles

Une structure en FGM est affectée par la température à la fois pendant la fabrication et au cours de sa vie. En conséquence, il est nécessaire d'étudier l'évolution des contraintes résiduelles d'origine thermique qui surviennent lorsque deux matériaux avec des coefficients de dilatation thermique différents sont collés. Ces contraintes micromécaniques peuvent causer des dommages initiaux, affectent la distribution des contraintes à vie, l'apparition et la propagation des fissures. Pour les structures en FGM soumises à des environnements à température élevée, la distribution de température dans le matériau et les contraintes thermiques associées à deux niveaux macro mécanique et micromécaniques pendant sa vie devrait également être étudiée. Aussi, les contraintes résiduelles ne seront pas étudiées dans ce travail. Elles doivent être prises en considération avant l'intégration du FGM dans un système de protection thermique assujéti à un environnement haute-température.

Très tôt, des investigations dans ce domaine ont été menées par Drak et al. (1993) et Williamson et al. (1993). Ils ont alors considéré un spécimen en FGM (Al_2O_3-Ni) dans trois configurations différentes, le but de l'étude étant de connaître l'effet des contraintes résiduelles sur les FGM lorsqu'ils sont refroidis, Giannakopoulos et al. (1995) ont examiné le comportement des poutres et des plaques FGM sous l'effet de charges thermiques cycliques. Le FGM étudié est le même que celui considéré par Williamson et al. (1993).

Les auteurs ont analysé des membres structuraux à trois couches dont la couche supérieure est en nickel, la couche inférieure en céramique et la zone médiane est une zone gradée constituée d'un mélange Al_2O_3-Ni . Des cycles de température ont été imposés induisant une déformation plastique dans les membres structuraux. Des équations analytiques ont été établies afin d'obtenir la distribution des contraintes. Des modèles d'éléments finis ont été développés pour prédire les déformations plastiques cumulées sous l'effet des températures cycliques. Finot et al. (1996) complétèrent ce travail en conduisant des expérimentations sur différents spécimens FGM. En 1995, Ravichandran (1995) a étudié les contraintes résiduelles survenant lors de la fabrication d'un Système FGM sous haute température. Le but de l'étude étant de déterminer l'effet des contraintes résiduelles et de proposer un guide pour des conditions de fabrication optimales. Il a été constaté qu'un matériau avec une fraction volumique linéaire produit moins de contraintes résiduelles. Ainsi, dans un FGM discret, il est préférable d'avoir beaucoup de couches avec des fractions volumiques constantes plutôt que peu de couches avec des changements importants de la fraction volumique. D'autres travaux ont suivi comme ceux de Hill et Lin (2002) qui ont mené une étude expérimentale et numérique pour étudier les contraintes résiduelles dans une plaque FGM borure titane-titane.

III.3 Etudes Sur Les Problèmes Thermo-Elastiques Statiques

Un système FGM conçu pour une application donnée doit prouver sa capacité à supporter simultanément des charges thermiques et mécaniques. Praveen et Reddy (1998) ont présenté une analyse du comportement thermo élastique des plaques FGM rectangulaires incluant les effets non linéaires, les déformations en cisaillement transverse et l'inertie de rotation. Reddy et al. (1999) ont étendu cette théorie des plaques FGM rectangulaires à une formulation du premier ordre de plaques annulaires et circulaires en flexion. Des solutions pour la déflexion, les forces et moments résultants ont été présentées. La théorie originalement formulée par Praveen et Reddy (1998) a été par la suite étendue par Reddy (2000), à des relations plus générales des plaques FGM permettant de prendre en considération des déformations du troisième ordre. Reddy (2000) a également développé des modèles d'éléments finis en théorie de déformation du troisième ordre incluant les effets thermiques et non linéaires. Woo et Meguid (2001) ont publié une formulation des grandes déformations des plaques et coques minces en FGM sous des charges thermiques et mécaniques en utilisant la théorie classique des plaques. Vel et Batra (2002) étudièrent les petites déformations élastiques des plaques FGM avec des bords en appuis simples. Les champs de déplacements et de températures ont été générés en imposant individuellement ou simultanément des charges mécaniques et thermiques sur les faces supérieure et inférieure de la plaque.

Ces champs sont pris sous forme de séries de Taylor et satisfont les équations constitutives d'un matériau thermo élastique isotrope linéaire ainsi que les conditions aux limites. La clé de cette hypothèse est qu'une plaque gradée suivant l'épaisseur a des propriétés de matériau qui varient très lentement et que la plaque est supposée constituée de couches très minces, isotropes, homogènes et parfaitement collées.

Les solutions obtenues par les séries en puissance ont alors été comparées à celles générées par les théories classiques, du premier ordre et du troisième ordre des plaques. . Reddy et Cheng (2001) ont utilisé l'approche asymptotique du problème de conduction de la chaleur pour résoudre les problèmes thermo élastiques en 3D d'une plaque FGM simplement appuyée soumise à des charges mécaniques ou thermiques. Récemment, Tounsi et al. (2013) ont développé une théorie raffinée à quatre (04) inconnus pour l'analyse thermo élastique de la flexion des plaques sandwiches en FGM.

III.4 Etudes sur les Problèmes de Flambement Thermique.

Le flambage des plaques, des coques est un problème très important étudié par beaucoup de chercheurs. Ces éléments structuraux sont en général gradés de façon non symétrique par rapport au plan moyen. Il existe alors un couplage flexion-traction. Dû à ce fait, les charges critiques de flambage risquent d'être plus importantes que celles obtenues pour les mêmes membres structuraux en matériau homogène et symétrique. Le flambement des plaques FGM devient très dangereux lorsque celles-ci sont utilisées dans des systèmes de protection thermique. L'une des premières études sur le flambement des structures FGM a été réalisée par Shen (2002). Il s'est intéressé au post-flambage des coques cylindriques dans un environnement thermique. La même année, Javaheri et Eslami (2002a) proposent des solutions exactes au flambement thermique des plaques FGM rectangulaires gradées dans la direction de l'épaisseur suivant une loi de distribution en puissance d'un mélange métal-céramique. Ils se sont basés sur la théorie classique des plaques. Les charges critiques de flambement sont influencées par les changements de température à travers l'épaisseur. Deux observations importantes ressortent de leur étude :

- La variation de la température critique de flambement d'une plaque FGM est inférieure à celle d'une plaque homogène.

- En augmentant l'indice k de la loi de distribution en puissance, la température critique de flambement est réduite. Na et Kim (2005) analysèrent le flambement des plaques FGM sous des charges thermiques et mécaniques combinées en utilisant la méthode des éléments finis.

Le flambement thermique sous des changements de températures uniformes et non uniformes à travers l'épaisseur a été traité. Il ressort de cette étude que les caractéristiques du flambement thermique des plaques FGM sont très influencées par le champ de température, la distribution de la fraction volumique et les paramètres géométriques du système structural. En 2004, Wu (2004) a analysé le flambement thermique d'une plaque FGM d'épaisseur moyenne avec des bords en appuis simples. Il appliqua la théorie de déformation du premier ordre. Les équations d'équilibre et de flambement ont été résolues analytiquement. Des conclusions identiques à celles de Na et Kim ont été tirées.

L'analyse du post-flambage des plaques avec des propriétés dépendant de la température a été abordée par Shen (2007). Les équations sont basées sur une théorie des plaques d'ordre supérieur incluant les effets thermiques. Les imperfections géométriques initiales sont prises en considération. Les résultats publiés concernent le post-flambage thermique du plan moyen des plaques FGM symétriques. Bodaghi et Saidi (2010) ont analysé le flambement d'une plaque FGM rectangulaire épaisse en se servant de la théorie d'ordre supérieur de Reddy et d'une méthode analytique. Les auteurs ont développé une procédure pour découpler les cinq équations différentielles et obtenir deux équations à résoudre. Pour les conditions imposées, deux côtés de la plaque sont en appuis simples et la plaque est soumise à différents types de chargements en plan. Les auteurs ont ensuite aisément résolu le problème en se servant de la méthode de Levy (1899).

D'autres études intensives sur le flambement des plaques FGM ont été entreprises par Javaheri et Eslami (2002b, 2002c), Shariat et al. (2005, 2006 et 2007). Boudarba et al. (2013) ont étudiés la réponse en flexion thermomécanique des plaques FG sandwichs reposants sur fondation élastique en utilisant une théorie raffinée de cisaillement trigonométrique.

En utilisant la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre, Yaghoobi H et Yaghoobi P (2013) ont présentés une étude analytique pour l'analyse du flambement des plaques FG sandwichs symétriques sur fondation élastique et soumises à un chargement mécanique.

Pr : Tounsi et son groupe de travail (Houari et al. 2011, Merdaci et al. 2011, Bourada et al. 2012, Tounsi et al. 2013) ont mis au point de nouvelles théories de plaque raffinés pour la réponse de flexion et flambement des plaques FG sandwichs avec seulement quatre fonctions inconnues. (Saidi et al. 2013) ont développé une solution analytique pour la flexion thermomécanique des plaques sandwichs fonctionnellement graduées en utilisant une théorie de déformation de cisaillement hyperbolique. Ils ont utilisés un nouveau champ de déplacement en incluant l'effet « stretching ».

III.5 Conclusion

Suite à cette recherche bibliographique, nous remarquons que les matériaux à gradient fonctionnel représentent un axe de recherche relativement nouveau, que depuis l'apparition du concept FGM, beaucoup de chercheurs s'y sont intéressés et d'innombrables travaux ont été publiés mais qu'il reste encore beaucoup à faire.

Chapitre IV

MODELE THEORIQUE POUR L'ETUDE DE L'INSTABILITE THERMIQUE DES NANO-PLAQUES (**FG**) SUR FONDATIONS ELASTIQUES

porte sur le développement d'un modèle analytique pour l'analyse de l'instabilité thermique des nano plaques fonctionnellement graduées reposant sur des fondations élastiques selon la théorie trigonométrique non-locale de déformation de cisaillement, en assumant que les propriétés matérielles de la nano plaque FGM changent sans interruption à travers l'épaisseur.

IV.1 Introduction

Le chargement thermique des nanostructures est d'une grande importance dans les nanotechnologies. Comprendre le comportement de flambement thermique des nanostructures est l'étape clé pour de nombreux problèmes.

Dans cette partie, l'instabilité des plaques fonctionnellement graduées à l'échelle nanométrique est étudiée en utilisant une nouvelle théorie non locale trigonométrique. La prise en compte du terme intégral dans le champ de déplacement mène à réduire le nombre de variables et d'équations ce qui rend la nouvelle théorie simple à utiliser. L'effet d'échelle est pris en considération en utilisant les relations constitutives d'Eringen.

Considérons la composition matérielle de la nano-plaque fonctionnellement graduée FG d'épaisseur h de longueur a et de largeur b reposant sur une fondation élastique à deux paramètres, le matériau supposé à la surface supérieure de la plaque ($z=+h/2$) est la céramique qui varie graduellement en métal à la surface inférieure de la plaque ($z=-h/2$) selon une loi de distribution puissance. (Voir figure IV-01)

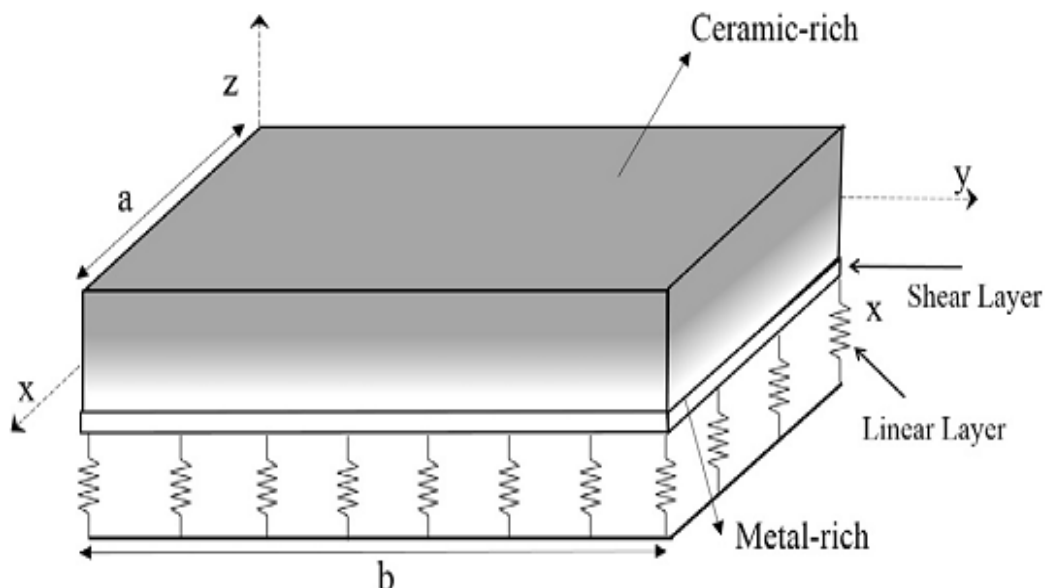


Figure IV.01: Système De Coordonnées et Géométrie De La Nano-Plaque en FG

IV. 2 Modèle Théorique

IV. 2.1 Propriétés Effective Du Matériau FGM

En employant la méthode d'homogénéisation de Mori-Tanaka, les caractéristiques matérielles locales de la nano-plaque FG, telles que le module de masse local K_e et le module de cisaillement μ_e peuvent être calculées:

$$\frac{K_e - K_m}{K_c - K_m} = \frac{V_c}{1 + V_m(K_c - K_m)/(K_m + 4\mu_m/3)} \quad (IV1)$$

$$\frac{\mu_e - \mu_m}{\mu_c - \mu_m} = \frac{V_c}{1 + V_m(\mu_c - \mu_m)/[\mu_m + \mu_m(9K_m + 8\mu_m)/(6(K_m + 2\mu_m))]} \quad (IV2)$$

Où m les c indices et représentent le métal et la céramique, respectivement, et la relation entre la fraction volumique de la céramique et du métal est définie par:

$$V_c = \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^p, \quad n \geq 0 \quad (IV3)$$

La fraction volumique du constituant céramique de la nano-plaque FG considérée est comme exprimée par: $V_c + V_m = 1$

Voici (p) l'indice de loi de puissance qui définit la variation du matériau dans la direction de l'épaisseur (Z) de la plaque et la distance de la surface médiane de la nano-plaque FG.

Ainsi, le module de Young effectif (E), en utilisant la technique de Mori-Tanaka, peut être écrit par:

$$E(z) = \frac{9K_e\mu_e}{3K_e + \mu_e} \quad (IV4)$$

Le coefficient de dilatation thermique (α) peut être donné par

$$\frac{\alpha_e - \alpha_m}{\alpha_c - \alpha_m} = \frac{\frac{1}{K_e} - \frac{1}{K_m}}{\frac{1}{K_c} - \frac{1}{K_m}} \quad (IV5)$$

IV.2.2 Champ de Déplacement et de Déformation :

Le champ de déplacement de la présent théorie est considéré basé sur la supposition que les contraintes de cisaillement transversales changent selon une variation trigonométrique en fonction de l'épaisseur de la plaque et disparaissent sur les surfaces inférieures et supérieures de la plaque, et, par conséquent, elle ne nécessite pas l'utilisation d'un facteur de correction de cisaillement.

L'état de déplacement sera proposé avec seulement quatre inconnus exprimé comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + k_1 f(z) \int \theta(x, y) dx \\ v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + k_2 f(z) \int \theta(x, y) dy \\ w(x, y, z) = w_0(x, y) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(IV6a)} \\ \text{(IV6b)} \\ \text{(IV6c)} \end{array}$$

Où u_0, v_0, w_0 et θ sont les quatre fonctions de déplacement inconnues de la surface médiane de la plaque. La dernière variable est un terme mathématique qui permet d'obtenir les rotations de la normale à la plaque médiane autour des axes x et y (comme dans le HSDT ordinaire). Les coefficients k_1 et k_2 dépend de la géométrie. Les intégrales utilisées sont indéterminées.

$f(z)$ Représente une fonction de forme déterminant les variations de contrainte de cisaillement transversal et la répartition de contraintes dans l'épaisseur. La cinématique de la théorie classique des plaques (CPT) peut être facilement obtenue, si $f(z) = 0$.

Dans ce travail, le HSDT proposé a une fonction trigonométrique sous la forme:

$$f(z) = \frac{z \left(\pi + 2 \cos \left(\frac{\pi z}{h} \right) \right)}{(2 + \pi)} \quad \text{(IV7)}$$

Le champ de déformation associé au champ de déplacement cité dans le système d'équation (IV-9) est exprimé par :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (IV8a)$$

Tel que:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (IV8b)$$

$$\begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \theta \\ k_2 \theta \\ k_1 \frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx + k_2 \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \int \theta dy \\ k_2 \int \theta dx \end{Bmatrix} \quad (IV8c)$$

Et

$$g(z) = \frac{df(z)}{dz} \quad (IV8e)$$

Les intégrales utilisées dans les équations ci-dessus doivent être résolues par la solution de Navier et peuvent être écrites comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx = A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy = B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \int \theta dx = A' \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \int \theta dy = B' \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (IV9)$$

Où les coefficients A' et B' sont exprimés selon le type de solution utilisée, dans le cas de Navier. Par conséquent A' , B' , k_1 et k_2 sont exprimés comme suit:

$$A' = -\frac{1}{\alpha^2}, \quad B' = -\frac{1}{\beta^2}, \quad k_1 = \alpha^2, \quad k_2 = \beta^2 \quad (IV10)$$

Où α et β sont utilisés dans l'expression (IV10).

IV.2.3 Equations De Stabilité :

Les équations d'équilibre d'une plaque FG reposant sur une fondation élastique type Pasternak sous un chargement thermique peuvent être trouvées sur la base de l'énergie potentielle. L'énergie potentielle totale de la plaque FG « V », peut être exprimée comme suit :

$$V = U + U_F \quad (\text{IV11})$$

Variation l'énergie de déformation totale de la plaque

U Est l'énergie de déformation totale de la plaque qui est donnée par :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[\sigma_x (\varepsilon_x - \alpha T) + \sigma_y (\varepsilon_y - \alpha T) + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz} \right] dz dy dx,$$

Avec A est la surface de la section et N , M et S sont exprimés par les formules suivantes :

$$(N_i, M_i^b, M_i^s) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, f) \sigma_i dz, \quad (i = x, y, xy) \quad \text{et} \quad (S_{xz}^s, S_{yz}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} g(\tau_{xz}, \tau_{yz}) dz \quad (\text{IV12a})$$

$$\delta u_0 = \int N_x \delta \left(\frac{\partial \delta u_0}{\partial x} \right) + \int N_{xy} \delta \left(\frac{\partial \delta u_0}{\partial y} \right) = N_x \delta u_0 - \int \delta u_0 \frac{\partial N_x}{\partial x} + N_{xy} \delta u_0 - \int \delta u_0 \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \quad (\text{IV12b})$$

$$\delta v_0 = \int N_y \delta \left(\frac{\partial \delta v_0}{\partial x} \right) + \int N_{xy} \delta \left(\frac{\partial \delta v_0}{\partial y} \right) = N_x \delta v_0 - \int \delta v_0 \frac{\partial N_x}{\partial x} + N_{xy} \delta v_0 - \int \delta v_0 \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \quad (\text{IV12c})$$

$$\delta w_0 = \int (M_x^b \left(-\frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x^2} \right) + M_y^b \left(-\frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial y^2} \right) + M_{xy}^b \left(-2 \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x \partial y} \right)) dx dy \quad (\text{IV12d})$$

Récapitulatif

$$\begin{aligned}
 \delta u_0 &: \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \\
 \delta v_0 &: \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} \\
 \delta w_0 &: \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} \\
 \delta \theta &: (k_1) M_x^s + (k_2) M_y^s + (k_1 A' + k_2 B') \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + k_1 A' \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + k_2 B' \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{IV13}$$

Variation de l'énergie déformation du milieu élastique

U_F Est l'énergie de déformation due à la fondation élastique de Pasternak, qui est formulée comme suit :

$$U_F = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b f_e(w_0) dy dx, \tag{IV14}$$

Avec « f_e » la force de réaction de la fondation.

Pour le modèle de fondation de Pasternak, elle est donnée par :

$$f_e = K_w(w_0) - K_s \nabla^2(w_0) \tag{IV15}$$

Avec K_w, K_s sont les coefficients de rigidité transverse et de cisaillement pour la fondation élastique respectivement

$$\text{Avec } \nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$$

∇^2 Représente l'opérateur Laplace dans le système cartésien à deux dimensions.

L'énergie de déformation virtuelle pour le milieu élastique peut être calculée comme suit

$$\delta U_f = \int \left[K_w w \delta w + K_s \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \delta w}{\partial y} \right) \right] dx dy \tag{IV16}$$

En substituant les équations (IV), (IV), et dans l'équation (IV) et on mettait les coefficients δu_0 , δv_0 , δw_0 et $\delta \theta$ égale à zéro, même Il convient de noter que, contrairement à la FSDT, cette théorie n'exige pas de coefficients de correction de cisaillement.

Les équations de mouvements des plaques FG sous charge thermique peuvent être obtenues sur la base de l'énergie potentielle (Reddy, 1984).

Les équations de stabilité sont exprimées comme :

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \\ \delta w_0 : \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + N_x^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2 N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - k_w w_0 + k_s \nabla^2 w_0 &= 0 \\ \delta \theta : -k_1 M_x^s - k_2 M_y^s - (k_1 A' + k_2 B') \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + k_1 A' \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + k_2 B' \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{IV17}$$

Où, N_x^0, N_y^0, N_{xy}^0 sont des charges appliquées dans le plan et k_w, k_s sont des paramètres de fondation élastiques.

En utilisant des relations constitutives, les résultats de contrainte-moment sont définis par

Les équations (IV)

Et dans ce travail, on suppose que la nano-plaque est sous une charge Thermo-Mécanique biaxial et que le chargement par cisaillement est ignoré ($N_x^0 = N_y^0 = N^T, N_{xy}^0 = 0$) et que la résultante thermique peut être exprimée comme suit:

$$N_x^0 = N_y^0 = N^T = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu} \alpha(z) T dz \tag{IV18}$$

Où $T(x, y, z)$ est la variation de la température à travers l'épaisseur .

IV.2.4. Modèle D'élasticité Non Locale Pour Nano Plaque FG :

Sur la base de la théorie de l'élasticité non-locale d'Eringen (Eringen,1972), l'état de contrainte d'un point intérieur d'un corps est considéré comme fonction de déformation de tous les points dans les régions voisines. Pour les solides élastiques homogènes, les composantes de contrainte-tensions non locales σ_{ij} et à chaque point \mathcal{X} dans le solide peuvent être exprimées comme suit :

$$\sigma_{ij}(x) = \int_{\Omega} \alpha(|x'-x|, \tau) t_{ij}(x') d\Omega(x') \quad (\text{IV19})$$

Où $t_{ij}(x')$ les composants disponibles dans le tenseur de contrainte local au point x qui sont associés aux composants tenseurs de déformation ε_{kl}

$$t_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{IV20})$$

Le concept de l'équation (IV19) est que la contrainte non locale à n'importe quel point est une moyenne de pondération d'une contrainte local de tous les points proches, et le noyau non local considère l'influence de la déformation au point x' sur la contrainte au x dans le corps élastique. Le paramètre α est une longueur de caractéristique interne (par exemple : paramètre de réseau, distance granulaire, longueur de liaison C-C). En outre $|x'-x|$ est une distance euclidienne et τ une valeur constante donnée comme suit :

$$\tau = \frac{e_0 a}{l} \quad (\text{IV21})$$

Qui définit la relation d'une longueur interne caractéristique et une longueur externe caractéristique, (l) (par exemple, longueur de fissure et longueur d'onde) en utilisant une constante, (e_0) dépendante de chaque matériau. La valeur de (e_0) est déterminée expérimentalement en comparant les courbes de diffusion des ondes planes avec celles de la dynamique atomique. Dans le modèle l'élasticité non locale, les points subissent un mouvement de traduction comme dans le cas classique, mais la contrainte à un point dépend des états de contraintes dans une région proche de ce point.

En ce qui concerne l'interprétation physique, le modèle non local introduit des interactions à longue distance entre les points dans un modèle de milieu continu. De telles interactions à longue distance se produisent entre des atomes chargés ou des molécules dans un solide. Eringen (1972, 1983) a déterminé numériquement la forme fonctionnelle du noyau. Par une sélection appropriée de la fonction du noyau, Eringen a montré que l'équation constitutive non locale donnée en forme intégrale (voir l'équation (IV23)) peut être représentée sous une forme différentielle équivalente comme suit:

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \nabla^2\right) \sigma_{kl} = t_{kl} \quad (\text{IV23})$$

Dans ∇^2 lequel est l'opérateur laplacien. Par conséquent, la longueur de l'échelle ($e_0 a$) considère les effets de la petite taille sur le comportement des nanostructures. Ainsi, les relations constitutives de la théorie non locale pour une nano-plaque FG peuvent être écrites comme suit:

$$\left(1 - \mu \nabla^2\right) \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV24})$$

Pour lequel $\mu = (e_0 a)^2$ et les coefficients de rigidité, C_{ij} on peut définir comme

$$C_{11} = C_{22} = \frac{E(z)}{1 - \nu(z)^2}, \quad C_{12} = \frac{\nu E(z)}{1 - \nu(z)^2}, \quad C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{E(z)}{2[1 + \nu(z)]}, \quad (\text{IV25})$$

Intégrer l'éq. (26) sur la section transversale de la plaque donne la contrainte de force et la contrainte-moment des nano-plaques FG non locales raffinées de la manière suivante:

$$(1 - \mu \nabla^2) \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x^b \\ M_y^b \\ M_{xy}^b \\ M_x^s \\ M_y^s \\ M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & B_{66}^s \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & D_{66}^s \\ B_{11}^s & B_{12}^s & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 & H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 & H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s & 0 & 0 & D_{66}^s & 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \\ k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} \quad (\text{IV26})$$

$$(1 - \mu \nabla^2) \begin{Bmatrix} S_{xz}^s \\ S_{yz}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{55}^s & 0 \\ 0 & A_{44}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV27})$$

Les rigidités en section transversale sont définies comme suit:

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, B_{ij}^s, D_{ij}^s, H_{ij}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} (1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)) dz, \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (\text{IV28})$$

$$A_{ij}^s = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} [g(z)]^2 dz, \quad (i, j = 4, 5) \quad (\text{IV29})$$

Les équations non locales du mouvement des nano-plaques FG en termes de déplacement peuvent être obtenues en remplaçant les équations (27) par les équations (17) comme suit:

$$\begin{aligned}
& A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - B_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \\
& + (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial y^2} + (B_{11}^s k_1 + B_{12}^s k_2) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0
\end{aligned} \tag{IV30a}$$

$$\begin{aligned}
& A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} - B_{22} \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} \\
& + (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^3 \theta}{\partial x^2 \partial y} + (B_{22}^s k_2 + B_{12}^s k_1) \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0
\end{aligned} \tag{IV30b}$$

$$\begin{aligned}
& B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} \\
& - D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} + (D_{11}^s k_1 + D_{12}^s k_2) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \\
& + 2(D_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial y^2} + (D_{12}^s k_1 + D_{22}^s k_2) \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \\
& + (1 - \mu \nabla^2) (-k_w w_0 + (N^T + k_s) \nabla^2 w_0) = 0
\end{aligned} \tag{IV30c}$$

$$\begin{aligned}
& - (B_{11}^s k_1 + B_{12}^s k_2) \frac{\partial u_0}{\partial x} - (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} - (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12}^s k_1 + B_{22}^s k_2) \frac{\partial v_0}{\partial y} \\
& + (D_{11}^s k_1 + D_{12}^s k_2) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2(D_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + (D_{12}^s k_1 + D_{22}^s k_2) \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\
& - H_{11}^s k_1^2 \theta - H_{22}^s k_2^2 \theta - 2H_{12}^s k_1 k_2 \theta - ((k_1 A' + k_2 B')^2 H_{66}^s) \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial y^2} \\
& + A_{44}^s (k_2 B')^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + A_{55}^s (k_1 A')^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0
\end{aligned} \tag{IV30d}$$

IV.3. Solution Trigonométrique Du Flambement Thermique

Dans cette partie, une solution analytique basée sur la méthode Navier est utilisée pour résoudre les équations de mouvement non locales d'une nano-plaque FG simplement appui. Pour satisfaire les équations régissant la stabilité et la condition aux limites sur simple appui, les variables de déplacement sont adoptées pour être sous la forme:

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ W_{mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \\ X_{mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \end{Bmatrix} \quad (\text{IV31a})$$

Où $(U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, X_{mn})$ sont des paramètres arbitraires à déterminés avec

$$\alpha = m\pi / a \text{ et } \beta = n\pi / b \quad (\text{IV31b})$$

Substituons l'équation (30) dans les équations (31), conduit à

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \\ X_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV32})$$

Où

$$\begin{aligned} S_{11} &= -(A_{11}\alpha^2 + A_{66}\beta^2), \quad S_{12} = -\alpha\beta (A_{12} + A_{66}), \quad S_{13} = \alpha(B_{11}\alpha^2 + B_{12}\beta^2 + 2B_{66}\beta^2). \\ S_{14} &= \alpha(k_1 B_{11}^s + k_2 B_{12}^s - (k_1 A' + k_2 B') B_{66}^s \beta^2). \\ S_{22} &= -(A_{66}\alpha^2 + A_{22}\beta^2), \quad S_{23} = \beta(B_{22}\beta^2 + B_{12}\alpha^2 + 2B_{66}\alpha^2). \\ S_{24} &= \beta(k_2 B_{22}^s + k_1 B_{12}^s - (k_1 A' + k_2 B') B_{66}^s \alpha^2). \\ S_{33} &= -(D_{11}\alpha^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha^2\beta^2 + D_{22}\beta^4) + \lambda(k_w + (N^T + k_s)(\alpha^2 + \beta^2)). \\ S_{34} &= -k_1(D_{11}^s\alpha^2 + D_{12}^s\beta^2) + 2(k_1 A' + k_2 B') D_{66}^s \alpha^2\beta^2 - k_2(D_{22}^s\beta^2 + D_{12}^s\alpha^2). \\ S_{44} &= -k_1(H_{11}^s k_1 + H_{12}^s k_2) - (k_1 A' + k_2 B')^2 H_{66}^s \alpha^2\beta^2 - k_2(H_{12}^s k_1 + H_{22}^s k_2) - (k_1 A')^2 A_{55}^s \alpha^2 - (k_2 B')^2 A_{44}^s \beta^2 \\ \lambda &= 1 + \mu(\alpha^2 + \beta^2) \end{aligned} \quad (\text{IV33})$$

IV. 4. Types De Chargement Thermique

IV. 4. 1. Variation uniforme de la température (UTR)

Pour une plaque à échelle nanométrique FG à la température de référence, (T_i) la température est uniformément élevée jusqu'à atteindre une valeur finale (T_f) température pour la quelle la plaque flambe.

Dont la variation de température est :

$$\Delta T = T_f - T_i$$

IV. 4. 2. Variation Linéaire de la température (LTR)

Pour une plaque à l'échelle nanométrique FG pour laquelle l'épaisseur de la plaque est assez mince, la variation de température est considérée comme étant modifiée linéairement dans l'épaisseur comme suit (Barati et al., 2016):

$$T = T_m + \Delta T \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)$$

Où la différence de température de flambage dans l'équation (29) est $\Delta T = T_c - T_m$ et T_c est T_m la température de la surface supérieure qui est riche en céramique et la surface inférieure qui est riche en métal, respectivement (voir tableau IV.01).

Tableau IV.01: Propriétés Matérielles des Phases Métalliques et Céramiques

Propriétés	Metal	Ceramic
E (Pa)	70	380
α (K^{-1})	$23 \cdot 10^{-6}$	$7.4 \cdot 10^{-6}$
ν	0.3	0.3

IV. 4. 3. Variation Sinusoïdale de la température (STR)

Le champ de température lorsque la nano-plaque FG est exposée à une variation de la température sinusoïdale à travers l'épaisseur peut être définie comme (Na et Kim, 2004; Barati et al., 2016):

$$T = T_m + \Delta T \left[1 - \cos \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right) \right]$$

Avec un changement de température : $\Delta T = T_c - T_m$

Conclusion :

La formulation théorique a été établie par le calcul des propriétés efficaces du nano plaque FG tel le module de masse local K_e et le module de cisaillement μ_e selon la technique d'homogénéisation de Mori-Tanaka.

La théorie classique de déformation par cisaillement (HSST) d'ordre élevé a permis d'obtenir le champ de déformation.

L'état de déplacement sera proposées avec seulement quatre inconnus en mettant en œuvre le principe, les équations non-locales de mouvement sont obtenues et résolues par le principe de Navier. Selon la théorie de l'élasticité non-locale d'Eringen, l'état des contraintes sera déterminé.

En fin, une solution analytique des équations mouvement pour analyser le flambement thermique d'une plaque à l'échelle nanométrique

Chapitre V

Résultats Numériques et Discussions

Est consacré pour le calcul et l'analyse du résultat numérique et commentaires de ces résultats, ainsi la validité de la théorie est établie par comparaison des résultats obtenus à partir de cette théorie avec des résultats obtenus par d'autre littérature.

V.1 INTRODUCTION

Dans cette dernière partie, nous nous concentrons sur la présentation des résultats numériques de l'analyse du flambement thermique des plaques en matériaux à gradient de propriétés FG à l'échelle nanométrique, posées sur des fondations élastiques ont été largement étudiées pour modéliser divers problèmes constructifs pendant ces dernières années.

Dans ce présent chapitre, nous présenterons les résultats pour examiner la stabilité thermique pour des macros et nano plaques fonctionnellement graduées **FG**, simplement appuyées posées sur des fondations élastiques, modélisées sur la base d'une nouvelle théorie de déformation de cisaillement trigonométrique non-locale à quatre variables.

En commençant en premier lieu par la comparaison et validation cette dernière avec d'autres théories de déformation de cisaillement à plusieurs variables connus dans la littérature.

V.2 Etude Comparative

Dans cette partie, des résultats sont présentés pour examiner la stabilité thermique des nano-plaques **FG** modélisées sur la base d'une nouvelle théorie de déformation trigonométrique non-locale.

Les propriétés du matériau de la nano-plaque FG variant dans le sens de l'épaisseur selon la méthode d'homogénéisation de Mori-Tanaka.

Les effets de l'indice de gradient, le paramètre d'échelle, les diverses variations thermiques, les paramètres de fondation élastiques et du rapport d'aspect sur les températures critiques de flambement de la nano-plaque FG sont étudiés.

Pour des variations de température à travers l'épaisseur, la Température référence de (T_0) du nano-plaque FG augmente de (5 K) dans la surface de la plaque riche en métal, c'est-à-dire ($T_m - T_0 = 5K$) (Barati et al., 2016).

Les paramètres élastiques de Winkler et Pasternak sont utilisés dans l'analyse actuelle:

$$K_w = k_w \frac{a^4}{D_c}, \quad K_s = k_s \frac{a^2}{D_c}, \quad D_c = \frac{E_c h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (1)$$

Afin de vérifier l'exactitude de la théorie actuelle, on a comparé les résultats rapportés par Matsunaga (2005), Kettaf et al. (2013) et Noor et Burton (1992) pour des plaques isotropes homogènes soumises à une variation de température uniforme.

Le tableau (V.2) illustre les différentes températures critiques du flambement.

À partir de ces résultats, on peut confirmer que la théorie actuelle est en excellent accord avec ceux obtenus par Kettaf et al. (2013).

Tableau V.02: Température Critique Minimale D'une Plaque FG Isotrope En Fonction ($a/b = 1, \alpha_0 = 1.0 \times 10^{-6} / K, E = 1.0 \times 10^6 N/m^2, \nu = 0.3$)

a/h	Present theory	Noor and Burton (1992)	Matsunaga (2005)	Kettaf (2013)
10	0.1198×10^{-1}	0.1183×10^{-1}	0.1183×10^{-1}	0.1198×10^{-1}
20	0.3120×10^{-2}	0.3109×10^{-2}	0.3109×10^{-2}	0.3119×10^{-2}
100	0.1265×10^{-3}	0.1264×10^{-3}	0.1264×10^{-3}	0.1265×10^{-3}

Dans la deuxième vérification, les résultats pour le flambement thermique des nano-plaques FG sous une variation thermique uniforme et linéaire à travers l'épaisseur sont calculés et comparés à ceux obtenus par les diverses théories (CPT, FSDT, TSDT et SSDT) comme indiqué dans le tableau V.03.

Tableau V.03 : Température critique de flambement d'une plaque FG en fonction de L'indice de puissance P=1

	Theory	$K_w = 0, K_s = 0$			$K_w = 10, K_s = 0$			$K_w = 10, K_s = 10$		
		$a/h = 5$	10	50	$a/h = 5$	10	50	$a/h = 5$	10	50
UTR	Present	2.67426	0.75858	0.03171	2.83787	0.79949	0.03335	6.06743	1.60688	0.06565
	SSDT ^(a)	2.67241	0.75845	0.03171	2.83602	0.79935	0.03335	6.06558	1.60674	0.06565
	TSDT ^(a)	2.67153	0.75840	0.03171	2.83514	0.79930	0.03335	6.06470	1.60669	0.06565
	FSDT ^(a)	2.67039	0.75837	0.03171	2.83400	0.79928	0.03335	6.06356	1.60667	0.06565
	CPT	3.17751	0.79438	0.03178	3.34112	0.83528	0.03341	6.57068	1.64267	0.06571
LTR	Present	5.00611	1.41332	0.05010	5.31296	1.49003	0.05317	11.36989	3.00427	0.11374
	SSDT ^(a)	5.00264	1.41307	0.05010	5.30948	1.48978	0.05317	11.36642	3.00402	0.11374
	TSDT ^(a)	5.00099	1.41297	0.05010	5.30784	1.48968	0.05317	11.36477	3.00391	0.11374
	FSDT ^(a)	4.99885	1.41292	0.05010	5.30570	1.48964	0.05317	11.36263	3.00387	0.11374
	CPT	5.94993	1.48045	0.05022	6.25678	1.55716	0.05328	12.31372	3.07140	0.11385

^(a) Résultats ont été rapportés par Khalfi et al. (2014)

Il est clair que les résultats Présentent des différences considérables entre les théories de la plaque de déformation du cisaillement et la CPT, ce qui indique l'influence de la déformation du cisaillement.

En outre, un bon accord est obtenu entre la théorie actuelle et les autres HSDT pour toutes les valeurs, le rapport entre l'épaisseur a/h et les paramètres des fondations élastiques (K_w, K_s).

Une autre vérification est effectuée en comparant les résultats obtenus avec ceux calculés avec différentes théories des plaques (Barati et al., 2016); tels que la théorie classique(CPT), la théorie des plaques d'ordre élevé(HPT) et le SSDT dans l'analyse du flambement thermique des nano-plaques FG carrées, Dans des environnements thermiques en fonction de l'indice de puissance ($P=1$) et sans paramètre de la fondation élastique ($K_w = K_s = 0$). Les résultats de cette comparaison sont présentés dans le tableau. V.04.

Tableau V.04: Température critique de flambement d'une plaque FG simplement appuyée pour diverses théories en fonction du rapport (a/h), indice de puissance (P) et $K_w = K_s = 0$

Variation	Model	$\mu = 0 \text{ nm}^2$			$\mu = 2 \text{ nm}^2$		
		$a/h = 5$	$a/h = 10$	$a/h = 20$	$a/h = 5$	$a/h = 10$	$a/h = 20$
UTR	CPT ^(a)	3199.97	897.771	231.517	2294.24	643.663	165.988
	HPT ^(a)	3077.83	887.779	230.845	2206.67	636.499	165.506
	SSDT ^(a)	3077.60	887.735	230.842	2206.51	636.468	165.504
	Present	3078.95	887.823	230.848	2207.47	636.531	8165.50
LTR	CPT ^(a)	5874.65	1641.56	416.502	4209.27	1174.32	296.012
	HPT ^(a)	5650.08	1623.18	415.266	4048.26	1161.15	295.126
	SSDT ^(a)	5649.66	1623.10	415.260	4047.96	1161.09	295.121
	Present	5652.13	1623.26	415.270	4049.73	1161.21	295.128
STR	CPT ^(a)	7773.35	2172.11	551.116	5569.71	1553.87	391.683
	HPT ^(a)	7476.19	2147.80	549.481	5356.67	1536.44	390.511
	SSDT ^(a)	7475.64	2147.69	549.473	5356.27	1536.36	390.505
	Present	7478.90	2147.91	549.486	5358.61	1536.52	390.515

(a) Résultats ont été rapportés par Barati et al. (2016)

- UTR : Température Uniforme
- LTR : Température Linéaire
- STR : Température Sinusoïdale

On peut constater à partir de ces résultats que les températures critiques du flambement obtenues par des modèles de déformation de cisaillement d'ordre élevé sont très proches. Mais, la théorie classique (CPT) en ignorant l'influence de la déformation du cisaillement donne des valeurs plus importantes pour la température critique.

Cette différence entre (CPT) et(HSDT) devient plus importante pour les valeurs inférieures du rapport (a/h).

En plus dans le Tableau V.05 présente une autre comparaison intéressante entre les résultats de la présente théorie et ceux de la solution analytique développée par (Barati et al. (2016)). Ce tableau présente la température critique du flambement de la nano-plaque FG, assise sur des fondations élastiques, nous présentons également les effets de ces derniers, les types de chargements thermiques (UTR, LTR et STR), les paramètres d'échelle (μ) et les paramètres géométriques (a/h et a/b) sur la température critique. Par rapport aux résultats présentés par (Barati et al. (2016)), nous pouvons voir que le résultat illustre dans le tableau V.5 donne presque la même chose.

Tableau V.05: Température critique de flambement d'une plaque FG simplement appuyée pour divers chargement de température en fonction ($p = 1, K_w = 25, K_s = 5$).

chargement	μ	$a/b = 1$			$a/b = 2$			$a/b = 3$		
		$a/h = 5$	$a/h = 10$	$a/h = 20$	$a/h = 5$	$a/h = 10$	$a/h = 20$	$a/h = 5$	$a/h = 10$	$a/h = 20$
UTR	0	6059.95	1633.07	417.160	8712.56	2716.06	729.501	11585.3	4310.76	1251.92
	1	5552.38	1486.72	379.105	8043.41	2489.70	667.366	10687.3	3946.49	1143.63
	2	5188.48	1381.78	351.821	7506.70	2308.14	617.528	9950.91	3647.74	1054.82
	3	4914.80	1302.87	331.301	7066.63	2159.27	576.665	9336.01	3398.30	980.671
LTR	0	11133.4	2993.57	757.847	16010.8	4984.88	1332.15	21292.9	7917.01	2292.73
	1	10200.1	2724.46	687.874	14780.4	4568.67	1217.91	19641.8	7247.30	2093.62
	2	9530.96	2531.52	637.706	13793.5	4234.82	1126.27	18287.7	6697.99	1930.33
	3	9027.75	2386.41	599.977	12984.4	3961.10	1051.13	17157.1	6239.33	1793.99
STR	0	14731.7	3961.10	1002.78	21185.5	6596.00	1762.71	28174.8	10475.9	3033.74
	1	13496.8	3605.01	910.196	19557.4	6045.27	1611.53	25990.1	9589.64	2770.28
	2	12611.4	3349.70	843.813	18251.6	5603.52	1490.28	24198.4	8862.79	2554.22
	3	11945.5	3157.71	793.890	17180.9	5241.33	1390.86	22702.3	8255.89	2373.81

Selon ces résultats, il est clair que pour tous les types de chargements thermiques en raison de l'effet du paramètre d'échelle avec valeurs augmenter, la rigidité réduite de la plaque, entraîne une diminution des températures de stabilité critiques des nano-plaques FG. Contrairement au paramètre d'échelle, les paramètres de Winkler et Pasternak ont une influence croissante sur la rigidité de la plaque et la température de stabilité critique.

En outre, il est conclu que, pour toutes les valeurs des paramètres de fondation, indépendamment du type de charge thermique, augmentant dans le rapport (a/b) et le rapport (a/h) respectivement et diminue les températures de flambement (ΔT_{cr}) des nano-plaques FG.

Enfin, il faut indiquer que la charge thermique sinusoïdale (STR) produit des valeurs plus élevées de la différence critique de température par rapport à celles de l'UTR et de la LTR, tandis que variation uniforme de la température fournit des valeurs inférieurs.

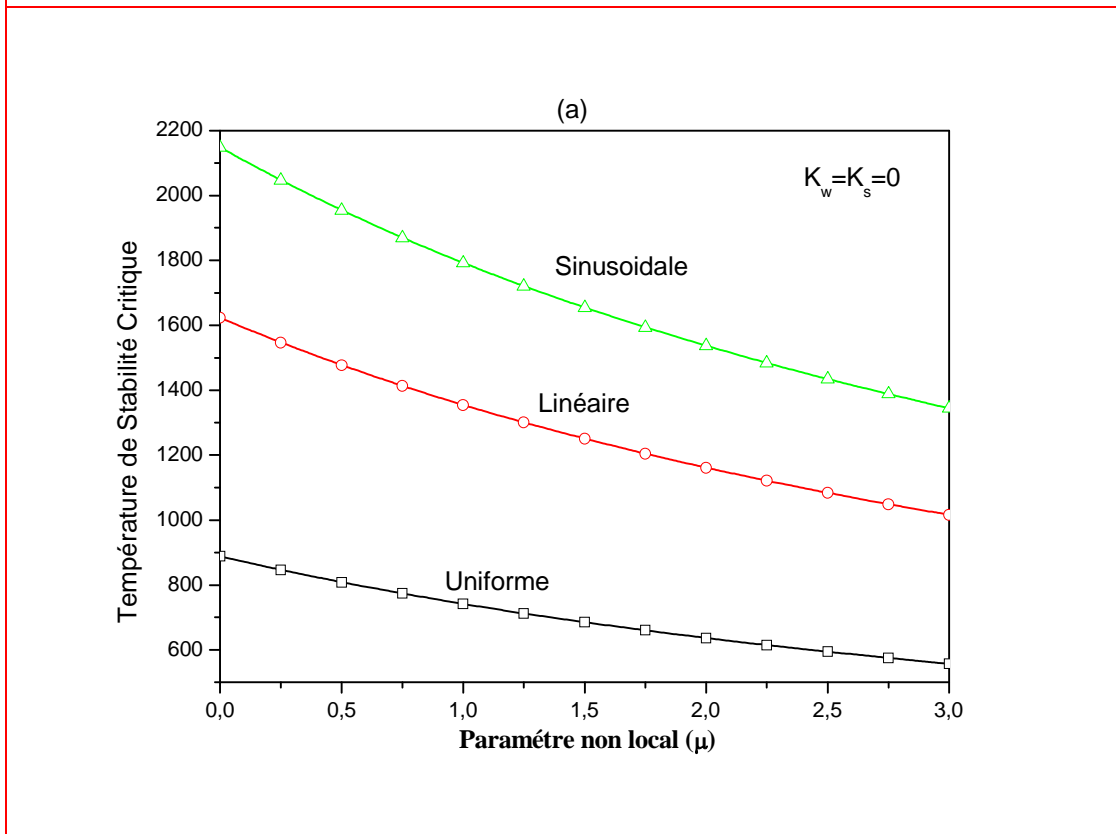
V.3 Etude Paramétrique

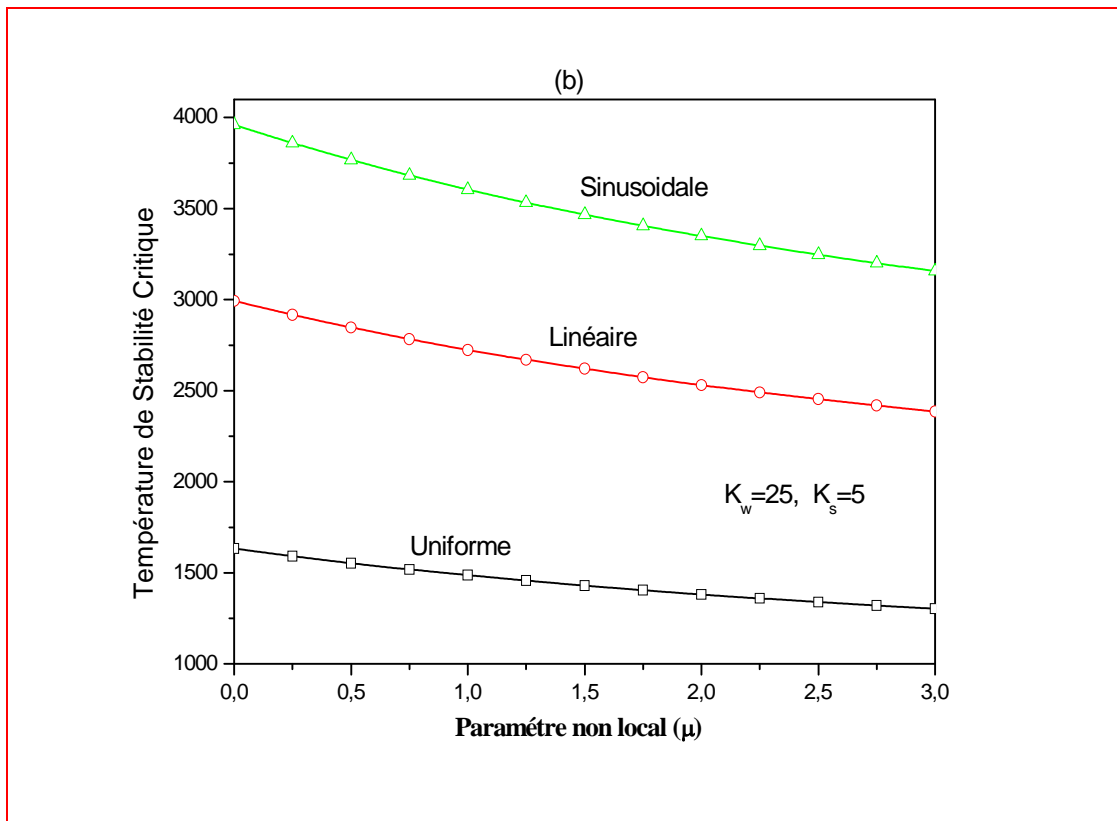
Dans cette section, afin d'étudier les effets des différents paramètres de la plaque et les variations thermique sur la réponse de la nano-plaque en terme de température critique de flambement, divers résultats sont présentés sur les figures (V-2 à V-8).

V.3.1 Effet Du Paramètre D'échelle Sur La Température Critique Du Flambement

La figure(V.2) présente l'effet du paramètre d'échelle sur la température de stabilité critique (ΔT_{cr}) des nano-plaques FG carrées pour différentes variations de température avec et sans fondation élastique.

Figure (V.2) : Effet du paramètre d'échelle sur la température critique du flambement de la nano-plaque FG $a/h = 10$; $p = 1$





On constate que, pour tout type de distribution de température, la température de stabilité critique de la nano-plaque FG diminue lorsque le paramètre de l'échelle augmente. Ceci est dû au fait que la présence de non-localité rend la structure de la plaque plus souple.

Ainsi, la théorie des plaques non locales fournit des résultats avec des valeurs inférieures par rapport à la théorie locale des plaques.

V.3.2 Effet De L'indice De Puissance Sur La Température Critique

Les influences l'indice de puissance (P) sur les variations de la température de stabilité critique des nano-plaques FG simplement appuyée dans une distribution de température uniforme, linéaire et sinusoidale à ($a/h=10$) et ($\mu=2$) sont démontrées sur les Figures (V.3)-(V.5), respectivement.

Figure 3: Effet de l'indice de puissance sur la température critique de la nano-plaque FG carrée simplement appuyée sous une variation uniforme ($a/h = 10; \mu = 2$).

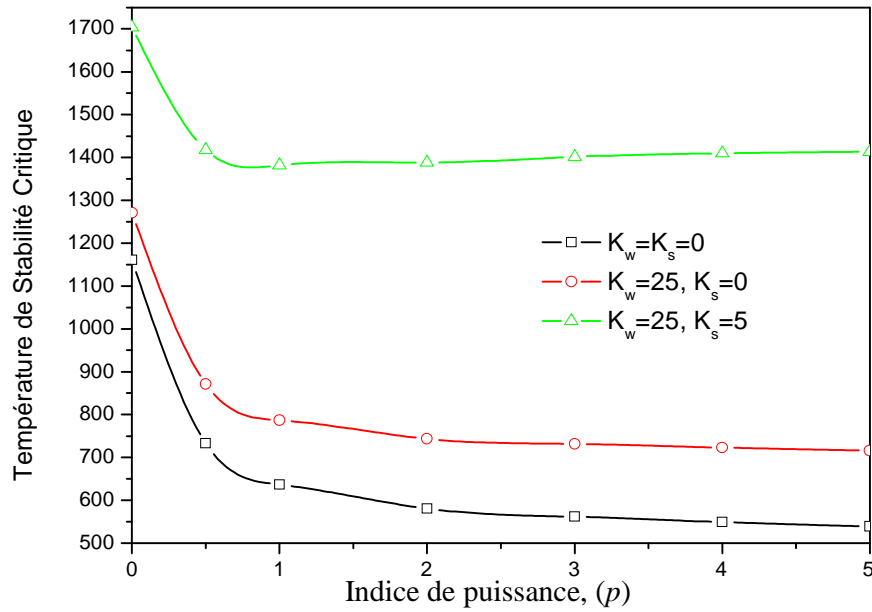


Figure V.4: Effet de l'indice de puissance sur la température critique de la nano-plaque FG carrée simplement appuyé sous une variation linéaire ($a/h = 10; \mu = 2$).

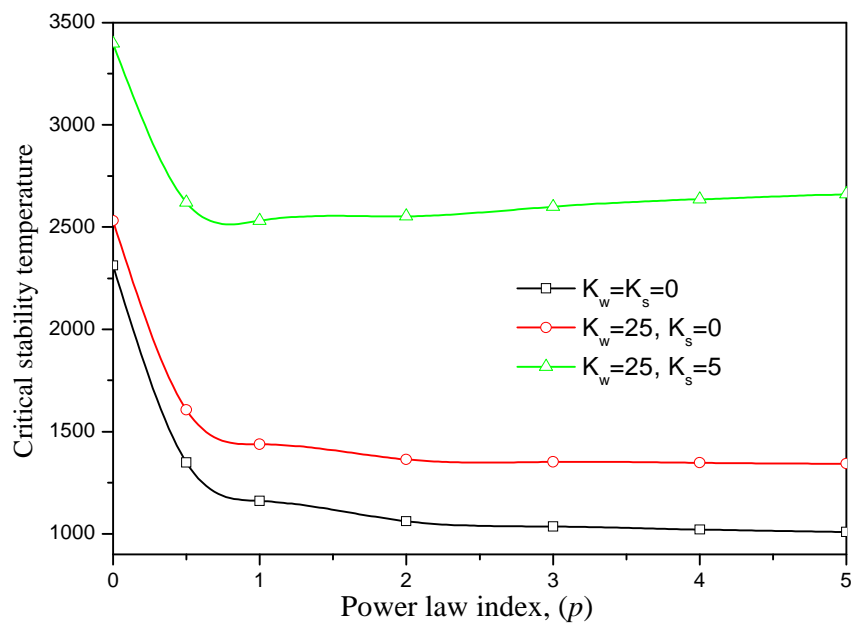
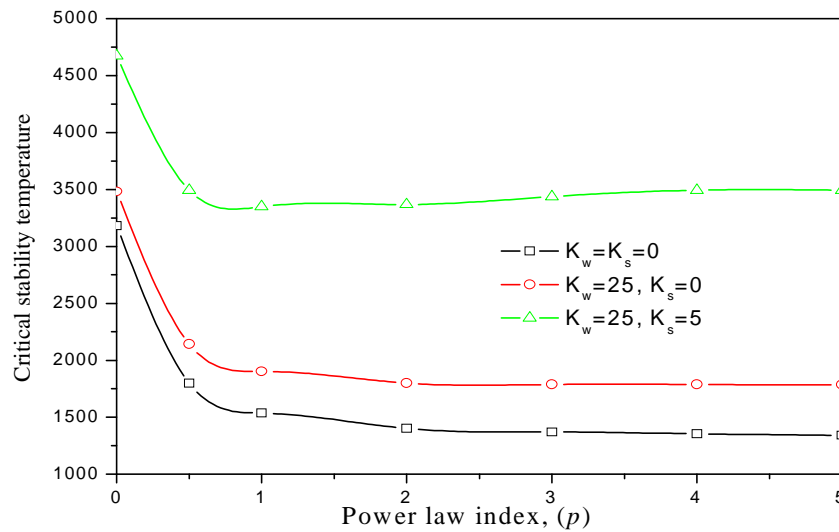


Figure V.5: Effet de l'indice de puissance sur la température critique de la nanoplaque FG carrée simplement appuyé sous une variation sinusoïdale ($a/h = 10$; $\mu = 2$).



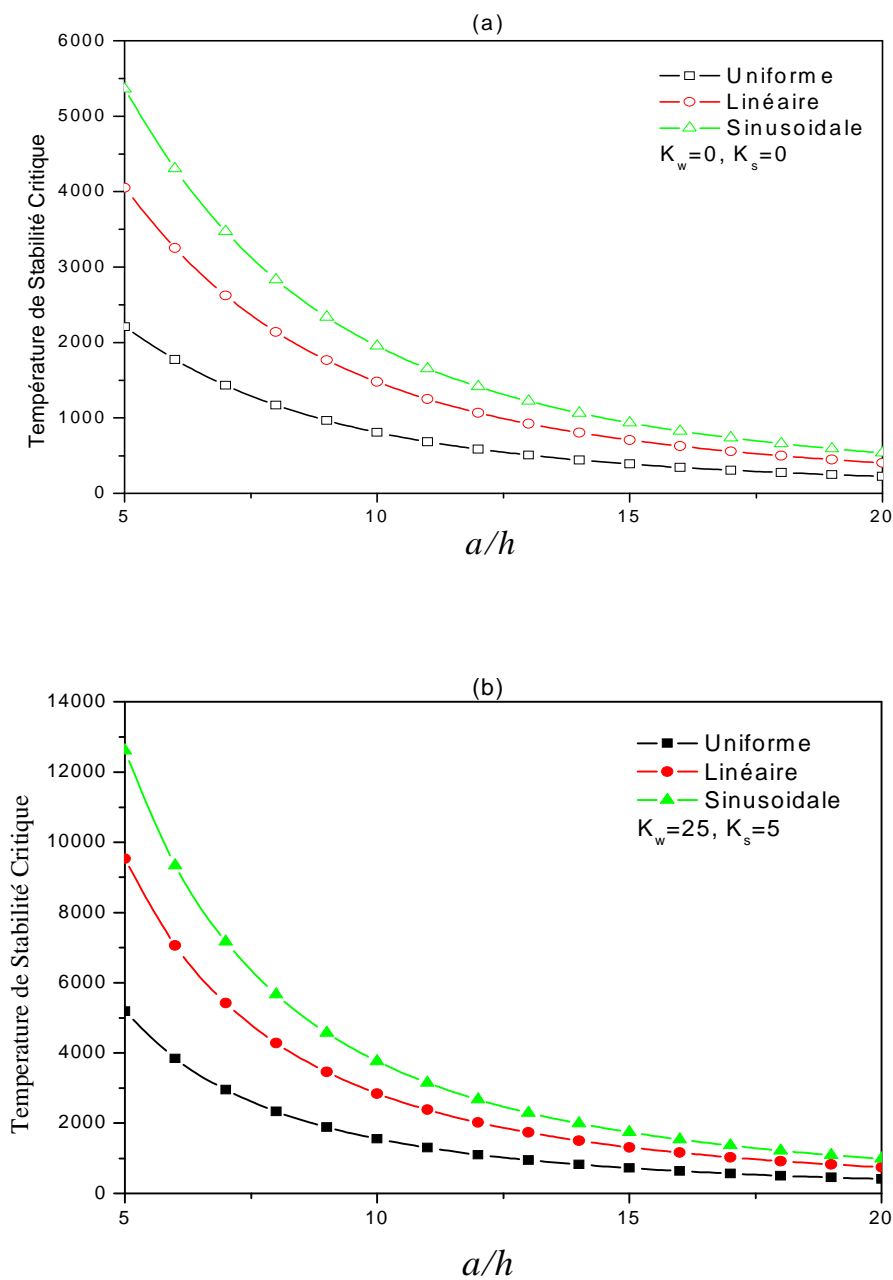
On peut observer que, pour toutes les valeurs des paramètres de la fondation élastique, la température de stabilité critique diminue avec l'augmentation de l'indice de puissance, où cette diminution est plus sensible en fonction des valeurs inférieures de l'indice de puissance. En outre, il est démontré que le paramètre Pasternak a un effet plus considérable sur la température de stabilité critique que le paramètre Winkler. Par conséquent, avec une augmentation constante de Pasternak, la température de stabilité critique augmente considérablement.

V.3.3 Effet Du Paramètre Rapport D'épaisseur Sur La Température Critique Du Flambement

La figure (V.6) présente la variation de la différence de température de stabilité critique de la nano-plaque FG par rapport au rapport entre épaisseur.

La Nano-plaque FG est supposée être exposée à des variations de température uniformes, linéaires et sinusoïdales.

Figure V.6: Effet du paramètre Rapport D'épaisseur sur la température critique du flambement de la nano-plaque FG carrée simplement appuyée ($\mu = 2$; $p = 1$)



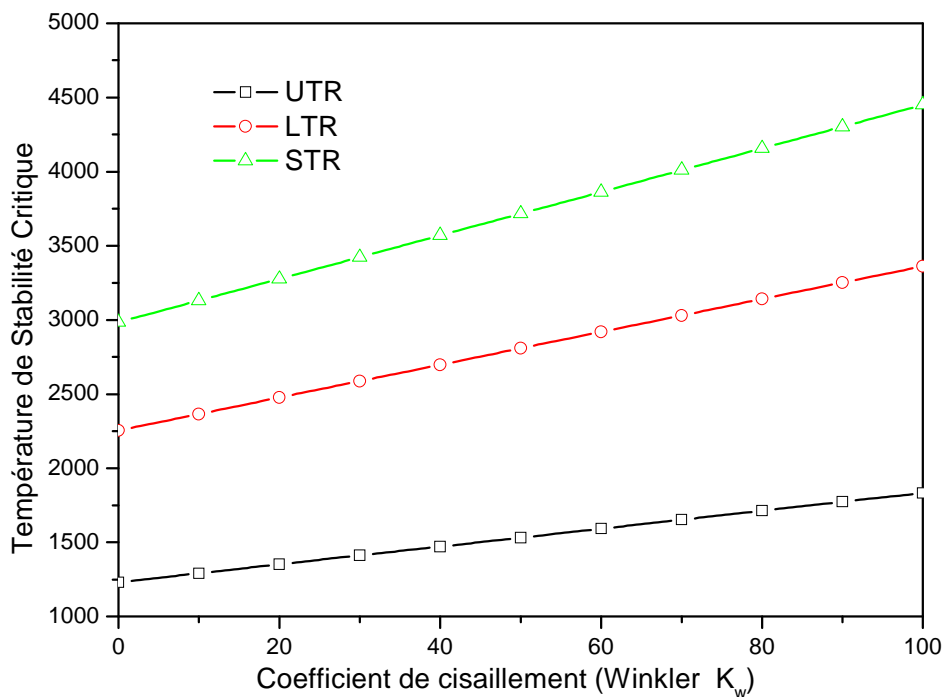
On peut remarquer que, à mesure que le rapport entre épaisseurs de la plaque augmente, la température de stabilité critique diminue avec une vitesse sévère, en particulier pour le cas de la charge de température sinusoïdale.

V.3.4 Effet Du Paramètre Fondation Élastique Sur La Température Critique Du Flambement

Pour démontrer les effets des coefficients de fondation élastique sur la réponse de stabilité thermique de la nano-plaque FG individuellement,

Figures (V.7) et (V.8) montrent les variations de la différence de température de stabilité critique par rapport aux constantes Winkler et Pasternak, respectivement.

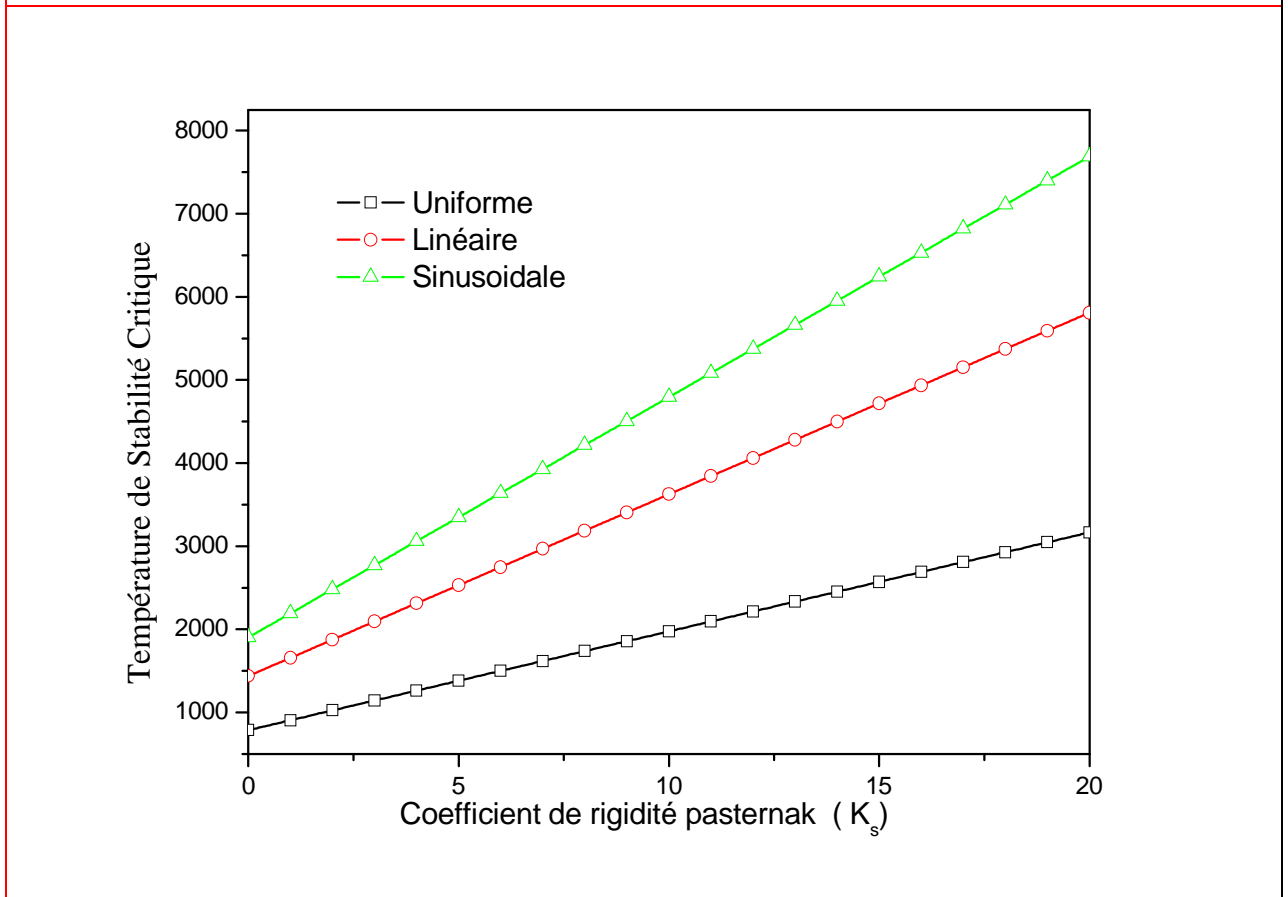
Fig. 7: influence du paramètre winkler sur la température critique de la nano-plaque FG carrée simplement appuyée sous Divers variations de température
($a/h = 10; h = 10; p = 1; \mu = 2; K_s = 5$).



On constate à partir de ces résultats que, indépendamment du type de charge thermique, la température de stabilité critique survient avec l'augmentation des coefficients Winkler et Pasternak, en raison de l'augmentation de la rigidité de la nano-plaque FG.

De plus, selon ces résultats, il est clair qu'avec une variation de température sinusoïdale (STR) donne des valeurs plus importantes qu'une variation (UTR) et (LTR), tandis que (UTR) fournit les valeurs inférieures pour la température critique.

Figure V8: influence du paramètre pasternak sur la température critique de la nano-plaque FG carrée simplement appuyée sous Divers variations de température ($a/h = 10; h = 10; p = 1; \mu = 2; K_w = 25$).



En outre, les différences entre les résultats de flambement de diverses charges thermiques deviennent plus importantes pour des valeurs plus importantes des coefficients de la fondation élastique.

V.4 Conclusion

Dans ce chapitre, l'analyse de l'instabilité (**Flambement Thermique**) de plaques rectangulaires fonctionnellement graduées reposant sur une fondation élastique type Pasternak a été présentée.

Les propriétés mécaniques de la plaque ont été prises comme variant à travers l'épaisseur suivant une simple loi de puissance. Une théorie de plaque trigonométrique efficace a été utilisée pour déterminer les équations de base de la plaque FG sur fondation élastique.

L'exactitude du présent modèle est déterminée par comparaison de ses résultats avec d'autres théories de déformation de cisaillement d'ordre supérieur où un excellent accord a été observé. En outre, l'influence de certains paramètres de la plaque comme l'indice de puissance, rapport d'épaisseur, les coefficients de rigidité de la fondation et les types de chargement thermique sur la température critique de flambement des plaques rectangulaires **FG** ont été minutieusement étudiés.

Conclusion Générale

CONCLUSION GENERALE & PERSPECTIVES

Les structures en matériaux hétérogènes (en l'occurrence) ceux fonctionnellement gradués représentent un domaine de recherche très vaste et des applications immenses tant il est possible de modifier à volonté leur composition et leur architecture pour obtenir de ces matériaux les propriétés recherchées.

La conception et l'élaboration de ces matériaux nécessitent le développement d'outils d'analyse adaptés à leurs spécificités géométriques et matérielles.

L'objectif de ce travail a été d'apporter une contribution à l'étude de la stabilité thermique des nano-plaques FG reposant sur des bases élastiques à deux paramètres soumises à diverses charges thermiques, en utilisant une nouvelle théorie de déformation trigonométrique non-locale.

En proposant des suppositions supplémentaires simplifiées aux « HSDT » existants et avec l'incorporation d'un terme intégral indéterminé, le nombre d'inconnus et les équations de mouvement du « HSDT » proposé sont réduits de un, donc rendre cette théorie plus simple et efficace à utiliser.

Trois types de charges thermiques incluant des variations de température uniformes, linéaires et sinusoïdales sont considérés dans cette étude.

Les propriétés des matériaux des nano-plaques FG varient progressivement selon le modèle d'homogénéisation de Mori-Tanaka.

Grâce au principe des travaux virtuels, et les relations constitutives non locales d'Eringen, les équations différentielles non locales sont déduites.

Ensuite, ces équations sont résolues en utilisant la procédure d'analyse Navier.

Enfin, il est démontré que les réponses en terme de flambement thermique des nano-plaques FG sont affectées par divers paramètres ; tels que : ceux des fondations élastiques, les paramètres d'échelle, l'indice de la loi de puissance, les charges thermiques et le rapport des dimensions. On constate que la présence de la non-localité réduit la rigidité de la plaque et diminue la température de stabilité critique.

Contrairement au paramètre d'échelle, les coefficients Winkler et Pasternak améliorent la structure de la plaque et augmentent les températures de flambement. En outre, la charge de température sinusoïdale (non linéaire) fournit des températures de stabilité critique plus élevées que les charges de température uniformes et linéaires.

En perspective, plus points à notre avis seront à discuter dans d'autres travaux comme suit :

- Il est prévu d'appliquer le modèle pour le calcul de différentes formes de structures FGM sous la combinaison des différents types de chargement (mécanique, vibratoire, hygrothermique).
- Il serait très intéressant de tenir compte des changements dans les propriétés matérielles des matériaux constitutifs en fonction de différents gradients de température.
- En plus, il serait très intéressant d'étudier l'influence des défauts de fabrication à savoir la porosité sur la réponse globale des plaques FGM sous différentes sollicitations et différentes conditions d'appuis.
- En fin, on conclut que ce modeste travail s'inscrit dans le cadre de la contribution de notre laboratoire dans le domaine des matériaux composites à gradient de propriétés et précisément leurs comportements vis-à-vis des chargements thermiques.

Références Bibliographiques

Références Bibliographique

- Aghababaei, R., Reddy, J.N.** (2009), "Nonlocal third-order shear deformation plate theory with application to bending and vibration of plates", *J. Sound Vib.*, **326**(1-2), 277-289.
- Bachir Bouiadjra, R.,** Adda Bedia, E.A., Tounsi, A. (2013), "Nonlinear thermal buckling behavior of functionally graded plates using an efficient sinusoidal shear deformation theory", *Structural Engineering and Mechanics*, **48**(4), 547-567.
- Barati, M.R.,** Zenkour, A.M., Shahverdi, H. (2016), "Thermo-mechanical buckling analysis of embedded nanosize FG plates in thermal environments via an inverse cotangential theory", *Composite Structures*, **141**, 203 – 212.
- Belkorissat, I.,** Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. and Mahmoud, S.R. (2015), "On vibration properties of functionally graded nano-plate using a new nonlocal refined four variable model", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18**(4), 1063-1081.
- Bennoun, M.,** Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2016), "A novel five variable refined plate theory for vibration analysis of functionally graded sandwich plates", *Mech. Adv. Mater. Struct.*, **23**(4), 423-431.
- Bouderba, B.,** Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2013), "Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **14**(1), 85-104.
- Bounouara, F.,** Benrahou, K.H., Belkorissat, I. and Tounsi, A. (2016), "A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded nanoscale plates resting on elastic foundation", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **20**(2), 227-249.
- Bourada, M.,** Kaci, A., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2015), "A new simple shear and normal deformations theory for functionally graded beams", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18**(2), 409-423.
- Chakraborty, A.,** Gopalakrishnan, S., Reddy, J.N. (2003), "A new beam finite element for the analysis of functionally graded materials", *Int J Mech Sci*, **45**(3), 519–539.
- Daneshmehr, A,** Rajabpoor, A. (2014), "Stability of size dependent functionally graded nanoplate based on nonlocal elasticity and higher order plate theories and different boundary conditions", *Int J Eng Sci*, **82**, 84–100.
- Darilmaz, K. (2015),** "Vibration analysis of functionally graded material (FGM) grid systems", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18**(2), 395-408.
- Ebrahimi, F.,** Nasirzadeh, P. (2015), "A nonlocal Timoshenko beam theory for vibration analysis of thick nanobeams using differential transform method", *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, **53**(4), 1041-1052.
- Eltaher, M.A.,** Emam, S.A., Mahmoud, F.F. (2012), "Free vibration analysis of functionally graded size-dependent nanobeams", *Applied Mathematics and Computation*, **218**(14), 7406-7420.
- Eltaher, M.A.,** Emam, S.A., Mahmoud, F.F. (2013), "Static and stability analysis of nonlocal functionally graded nanobeams", *Composite Structures*, **96**, 82-88.
- Eringen, A.C. (1972),** "Nonlocal polar elastic continua", *International Journal of Engineering Science*, **10**, 1-16.

- Eringen, A.C. (1983)**, “On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves”, *J Appl Phys*, **54(9)**, 4703–4710.
- Hamidi, A., Houari, M.S.A., Mahmoud, S.R. and Tounsi, A. (2015)**, “A sinusoidal plate theory with 5-unknowns and stretching effect for thermomechanical bending of functionally graded sandwich plates”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18(1)**, 235-253.
- Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A. and Adda Bedia, E.A. (2014)**, “A new quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates”, *ASCE J. Eng. Mech.*, **140(2)**, 374-383.
- Hosseini-Hashemi, S., Bedroud, M., Nazemnezhad, R. (2013)**, “An exact analytical solution for free vibration of functionally graded circular/annular Mindlin nanoplates via nonlocal elasticity”, *Compos. Struct.*, **103**, 108-118.
- Kar, V.R. and Panda, S.K. (2015)**, “Nonlinear flexural vibration of shear deformable functionally graded spherical shell panel”, *Steel Compos. Struct., Int. J.*, **18(3)**, 693-709.
- Kar, V.R. and Panda, S.K. (2016)**, “Nonlinear thermomechanical deformation behaviour of P-FGM shallow spherical shell panel”, *Chinese J. Aeronaut.*, **29(1)**, 173-183.
- Kettaf, F.Z., Houari, M.S.A., Benguediab, M., Tounsi, A. (2013)**, “Thermal buckling of functionally graded sandwich plates using a new hyperbolic shear displacement model”, *Steel and Composite Structures*, **15(4)**, 399-423.
- Khalfi, Y., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2014)**, “A refined and simple shear deformation theory for thermal buckling of solar functionally graded plates on elastic foundation”, *International Journal of Computational Methods*, **11(5)**, 135007.
- Li, L., Hu, Y., Ling, L. (2015)**, “Flexural wave propagation in small-scaled functionally graded beams via a nonlocal strain gradient theory”, *Composite Structures*, **133**, 1079-1092.
- Matsunaga, H. (2005)**, “Thermal buckling of cross-ply laminated composite and sandwich plates according to a global higher-order deformation theory”, *Composite Structures*, **68**, 439-454.
- Na, K.S., Kim, J.H. (2004)**, “Three-dimensional thermal buckling analysis of functionally graded materials”, *Compos B Eng*, **35(5)**, 429–437.
- Nami, M.R. and Janghorban, M. (2013)**, “Static analysis of rectangular nanoplates using trigonometric shear deformation theory based on nonlocal elasticity theory”, *Beilstein J. Nanotech.*, **4(1)**, 968-973.
- Nami, M.R., Janghorban, M. (2014)**, "Resonance behavior of FG rectangular micro/nano plate based on nonlocal elasticity theory and strain gradient theory with one gradient constant", *Compos Struct*, 2014;111:349–53.
- Natarajan, S., Chakraborty, S., Thangavel, M., Bordas, S. and Rabczuk, T. (2012)**, “Size-dependent free flexural vibration behavior of functionally graded nanoplates”, *Computat. Mater. Sci.*, **65**, 74-80.
- Noor, A., Burton, W. (1992)**, “Three-dimensional solutions for thermal buckling of multilayered anisotropic plates”, *Journal of Engineering Mechanics*, **118**, 683-701.
- Pradhan, K.K. and Chakraverty, S. (2015)**, “Free vibration of functionally graded thin elliptic plates with various edge supports”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, **53(2)**, 337-354.
- Rahmani, O., Jandaghian, A.A. (2015)**, "Buckling analysis of functionally graded nanobeams based on a nonlocal third-order shear deformation theory", *Applied Physics A*, **119(3)**, 1019-1032.
- Reddy, JN. (1984)**, “Energy principles and variational methods in applied mechanics”, New York: John Wiley.

- Wattanasakulpong, N.,** Chaikittiratana, A. (2015), “Flexural vibration of imperfect functionally graded beams based on Timoshenko beam theory: Chebyshev collocation method”, *Meccanica*, **50**(5), 1331–1342.
- Zare, M,** Nazemnezhad, R, Hosseini-Hashemi, S. (2015), “Natural frequency analysis of functionally graded rectangular nanoplates with different boundary conditions via an analytical method”, *Meccanica*, **50**(9), 2391–2408.
- Zemri, A.,** Houari, M.S.A., Bousahla, A.A. and Tounsi, A. (2015), “A mechanical response of functionally graded nanoscale beam: an assessment of a refined nonlocal shear deformation theory beam theory”, *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, **54**(4), 693-710.