

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DJILLALI LIABES

SIDI BEL ABBES

Laboratoire des Matériaux & Hydrologie



FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

THESE DE DOCTORAT EN SCIENCE

Option : Structures & Matériaux

Présentée par

Mlle : **LARBI CHAHT Fouzia**

Intitulé de la thèse

Etude du comportement des nano-poutres en flexion, en flambement et en vibration en utilisant les théories non locales de déformation de cisaillement des poutres.

Soutenu le :... /... /2015 Composition du jury :

ADDA BEDIA EL ABBAS	Pr	UDL SBA	Président
TOUNSI ABDELOUAHED	Pr	UDL SBA	Directeur de thèse
BENACHOUR ABDELKADER	MCA	UDL SBA	Examineur
BERRABAH HAMZA MADJID	MCA	UDL SBA	Examineur
AIT ATMANE HASSEN	MCA	U DE CHLEF	Examineur
YEGHNEM REDHA	MCA	U DE SAIDA	Examineur

Année universitaire 2014-2015

Remerciements

Je fais partie des personnes qui croient qu'il n'y a de force ni de puissance que par Dieu. Cela étant, je commence par Le remercier d'avoir eu la bonté de m'entourer de personnes formidables qui ont, chacune à leur façon, et ce, à différentes étapes de mon cheminement, contribué, d'une manière ou d'une autre, à la réalisation de cette thèse de doctorat en espérant n'avoir oublié personne....

*Je remercie très chaleureusement mon directeur de thèse, monsieur le professeur **Abdelouahed Tounsi**, de m'avoir confié un sujet de recherche prestigieux et passionnant, et qui, malgré ses nombreuses occupations, a accepté de prendre la direction de cette thèse en cours de route, transformant ainsi les difficultés rencontrées en une expérience enrichissante. Je lui suis également reconnaissante de m'avoir assuré un encadrement rigoureux tout au long de ces années, tout en me donnant toutefois la possibilité de trouver par moi-même mon cheminement personnel.*

*J'exprime également toute ma reconnaissance à Monsieur **Adda Bedia El Abass**, Directeur du laboratoire des Matériaux et Hydrologie, de l'Université de Djillali Liabès de Sidi Bel Abbes, qui a apporté un soutien scientifique constant à mon travail de recherche. Sa disponibilité et ses conseils avisés ont permis d'aplanir bien des difficultés.*

*Mes plus vifs remerciements s'adressent aussi à Messieurs : **Benachour Abdelkader**, **Berrabah Hamza Madjid**, **Ait Atmane Hassen** et **Yeghnem Redha** de m'avoir fait l'honneur d'être les examinateurs de cette thèse. Qu'il me soit permis de leurs exprimer ma profonde gratitude.*

Remerciements

*J'adresse mes remerciements les plus vifs à Mlle : **Benyoucef Houria** (Ingénieur du laboratoire LM&H) qui m'a constamment encouragée et soutenue tout au long de ces années.*

Je souhaite exprimer ma gratitude envers l'ensemble de mes collègues du Laboratoire des matériaux et Hydrologie de l'Université Djilali Liabès de Sidi Bel Abbès, avec qui les échanges scientifiques, techniques ou amicaux ont été très formateurs pour ma personnalité et leur contribution a apporté un soutien scientifique important à ce travail.

*Mes sincères remerciements et ma gratitude vont aussi à Mr **Louhibi Zoheir** et Mr **Krouf Baghdad** que je les remercie spécialement pour leurs conseils et orientations.*

Les mots me manquent pour remercier, à ses justes valeurs, mon défunt père, et ma très chère mère qui m'a constamment encouragée et pour tous les sentiments d'affection et d'amour qui représentent pour moi le pilier de tous mes efforts.

Je ne saurais passer sous silence l'apport inestimable des autres membres de ma famille (frères, sœurs, oncles, tantes, cousines et cousins, nièces, neveux.) qui m'ont soutenue, de près ou de loin durant mes études doctorales.

*Je ne saurais terminer sans souligner le soutien amical et chaleureux de mes amis de tous les jours qui m'ont soutenue durant ce parcours doctoral. Je m'abstiens de les nommer tellement la liste est longue. Je nommerai tout de même mon amie, **Ismahene Belkorissat**, que je remercie spécialement pour ses conseils et ses appuis.*

Et à tous ceux que ma réussite leur tient à cœur

Abstract

This paper addresses theoretically the bending and buckling behaviors of size-dependent nanobeams made of functionally graded materials (FGMs) including the thickness stretching effect.

The size-dependent FGM nanobeam is investigated on the basis of the nonlocal continuum model. The nonlocal elastic behavior is described by the differential constitutive model of Eringen, which enables the present model to become effective in the analysis and design of nanostructures.

The present model incorporates the length scale parameter (nonlocal parameter) which can capture the small scale effect, and furthermore accounts for both shear deformation and thickness stretching effects by virtue of a sinusoidal variation of all displacements through the thickness without using shear correction factor.

The material properties of FGM nanobeams are assumed to vary through the thickness according to a power law. The governing equations and the related boundary conditions are derived using the principal of minimum total potential energy.

A Navier-type solution is developed for simply-supported boundary conditions, and exact expressions are proposed for the deflections and the buckling load. The effects of nonlocal parameter, aspect ratio and various material compositions on the static and stability responses of the FGM nanobeam are discussed in detail.

The study is relevant to nanotechnology deployment in for example aircraft structures.

Keywords: Nanobeam; Nonlocal elasticity theory; Bending; Buckling; Stretching effect; Functionally graded materials; Navier solution; Aspect ratio.

Résumé

Ce document aborde théoriquement les comportements de flexion et de flambement des nanopoutres en fonction de leur taille faite de matériaux à gradient fonctionnel (FGM), y compris l'effet d'étirement de l'épaisseur. La FGM nanopoutre dépendante de la taille est étudiée sur la base du modèle non local. Le comportement élastique non local est décrit par le modèle constitutif différentiel d'Eringen, qui permet au modèle actuel de devenir efficace dans l'analyse et la conception des nanostructures.

Le présent modèle intègre le paramètre d'échelle de longueur (paramètre non local) qui peut capturer le petit effet d'échelle, et en outre compte à la fois la contrainte de déformation et l'effet de cisaillement d'étirement selon l'épaisseur se étend effets d'une variation sinusoïdale de tous les déplacements à travers l'épaisseur sans utiliser facteur de correction de cisaillement. Les propriétés des matériaux MGF des nanopoutres sont supposées varier à travers l'épaisseur selon une loi de puissance.

Les équations régissant et les conditions aux limites liées sont calculées en utilisant le principe de l'énergie potentielle totale minimale.

Une solution de type Navier est développé pour des conditions aux limites simplement appuyé, et les expressions exactes sont proposées pour les déviations et la charge de flambement. Les effets de paramètre non locale, rapport d'aspect et diverses compositions de matériaux sur les réponses statiques et la stabilité du nanopoutre de MGF sont discutés en détail. L'étude est pertinente pour le déploiement de la nanotechnologie dans par exemple des structures d'avions.

Mots-clés: nanopoutre; Théorie de l'élasticité non local; flexion; flambement; Effet d'étirement ; Matériaux fonctionnellement gradués; Solution de Navier; Rapport géométrique.

Table des matières

Remerciements	2
Abstract	4
Résumé	5
Introduction générale	14
Chapitre I : Généralités sur les Nanomatériaux	
I.1. Introduction	20
I.2. Historique et Définition du périmètre des Nanomatériaux	21
I.3. Les Nanomatériaux	24
I.4. Champ d'application des nanomatériaux	26
I.5. La diversité des nanoparticules	26
I.5.1. Les nanoparticules d'origine naturelle et / ou anthropique.....	27
I.5.2. Les Nanoparticules manufacturées provenant des nanotechnologies	30
I.6. Fabrication des Nanomatériaux	31
I.7. Le rôle de la nanotechnologie dans la construction de la société civile	31
I.8. Les inconvénients de la nanotechnologie.....	33
I.8.1. Risques liés aux nanomatériaux	33
I.8.1.1. Environnement.....	33
I.8.1.2. Entreposage	33
I.8.1.3. Risques pour la santé :	34
I.8.2. Les avantages de la nanotechnologie	39
I.9. Conclusion.....	40
Chapitre II : Généralités sur les matériaux Composites et les Matériaux FGM	
II.1. Introduction	41
II.1.1. Généralités sur les matériaux composites.....	43
II.1.1.1. Définition	43
II.1.1.2. Type des Matériaux Composites	44
II.1.1.3. Composition des Matériaux Composite.....	45
II.1.1.3. 1. La matrice :	48
II.1.1.3. 2. Les renforts	52
II.2.2. Caractéristiques moyennes des fibres et renforts.....	55

II.2.3. Architecture des renforts	56
II.1.1.3. 3. Les Charges.....	58
II.1.2. Généralités sur les matériaux de type FGM	59
II.1.2.1. Définition	59
II.1.2.2. L'origine et l'Historique de FGM.....	60
II.1.2.3. Comportement des Matériaux FGM	62
II.1.2.4. L'intérêt d'utilisation de FGM.....	63
II.1.2.6. Domaines d'applications des matériaux à gradient de propriétés	70
II.1.2.7. Différences entre matériaux à gradient de propriétés et matériaux composites traditionnels	71
II.2. Conclusion	73
Chapitre III : La Théorie des poutres et l'élasticité non locale	
III.1. Introduction.....	74
III.2. Historique de la théorie des poutres	76
III.3. De l'élasticité à la théorie des poutres.....	76
III.4. Les modèles classiques.....	77
III.4.1 Premières hypothèses fondamentales de la théorie des poutres	77
III.4.1.1 Principe de Saint venant	77
III.4.1.2 Principe de Navier Bernoulli généralisé	77
III.5. Modèle d'Euler Bernoulli ou bien théorie classique des poutres	79
III.6. Modèle de Timoshenko ou bien la théorie de premier ordre (FSDBT)	80
III.7. La théorie de déformation en cisaillement en d'ordre élève (HSDBT)	83
III.8. Le comportement des poutres composites.....	85
III.9. Revue bibliographique sur la théorie des poutres en Matériaux Isotropes, Composites et FGM	86
III.9.1. Matériaux isotropes.....	86
III.9.2. Matériaux composites et « FGM »	91
II.11. Conclusion	94
Chapitre IV: Formulations Théoriques	
IV.1. Introduction	95
IV.2. Formulations théoriques.....	95

Table des matières

IV.2.1. Propriétés des matériaux	95
IV.2.2. Cinématique	96
IV.2.3 La théorie non locale et les relations constitutifs	97
IV.2.4. Les équations d'équilibres basés sur la théorie d'élasticité non locale	98
IV.3. Solution analytique	102
IV.4. Conclusion	103
Chapitre V: Résultats et Discussions	104
V.1. Introduction	104
V.2. Résultats numériques et interprétations	104
V.3. Conclusion	112
Conclusion générale et perspectives	113
Références Bibliographiques	115
Références Bibliographiques	115

Liste des Figures

	<i>page</i>
Figure I.1	Extrait du dossier les Nanomatériaux de l'IRNS..... 24
Figure I.2	Echelle relative de taille des nano particules..... 27
Figure I.3	Distribution en taille de différents types de particules incluant des nanoparticules..... 28
Figure II.1	présentation schématique d'un matériau composite. 44
Figure II.2	Organigramme des différents composites renforcés. 47
Figure II.3	Courbes schématiques contrainte-déformation des différents constituants d'un composite unidirectionnel sollicité en traction longitudinale. 48
Figure II.4	Types de matrice couramment rencontrées. 49
Figure II.5	Composites à matrice céramique. 50
Figure II.6	Composites à matrice métallique. 52
Figure II.7	Les principaux matériaux de renforts. 53
Figure II.8	Formes de conversion d'énergies couvertes par la partie II du projet de FGM. 61
Figure II.9	FGM avec les fractions de volume des phases constitutives graduées dans une seule direction (verticale)..... 62
Figure II.10	Principe de la méthode coulage en bande. 64
Figure II.11	Projection par plasma pour former un matériau thermo électrique gradué. 67

Liste des figures

Figure II.12	Disposition du procédé frittage laser différentiel.	68
Figure II.13	Schéma du procédé dépôt par centrifugation.	69
Figure II.14	Les principaux domaines d'application des FGM.	70
Figure II.15	Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels.	71
Figure II.16	La distribution composante des matériaux.	72
Figure III.1	Le concept à la description du mouvement de la fibre moyenne.....	75
Figure III.2	Schéma de principe de la théorie classique des poutres.	80
Figure III.3	schéma de principe de la théorie des poutres de Timoshenko (FSDT).....	82
Figure III.4	La distribution (constante) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie de Timoshenko.....	83
Figure III.5	Illustration de la poutre d'ordre élevé.....	84
Figure III.6	la distribution (variable) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé.....	85
Figure IV.1	Gradation des propriétés matérielles à travers l'épaisseur de la poutre FGM.	97
Figure V.1	Effet du rapport d'aspect sur (a) flèche transversal adimensionnelle pour un chargement uniforme et (b) chargement de flambement adimensionnel pour $k = 1$, $e_0 a = 1$ nm.....	111
Figure V.2	Effet du paramètre non local sur (a) flèche adimensionnelle pour une charge uniforme et (b) charge de flambement adimensionnel $k = 1$	113

Liste des Tableaux

	<i>Page</i>
Tableau I.1 Comparaison entre la dureté du nouveau matériau par rapport au matériau ordinaire.....	24
Tableau I.2 Domaine d'application par type de nanomatériau.	26
Tableau II.1 Caractéristiques des résines thermodurcissables.	49
Tableau II.2 Caractéristiques des résines thermoplastiques.	50
Tableau II.3 Caractéristiques moyennes des fibres et renforts.	55
Tableau V.1 Flèche transversale adimensionnel (\bar{w}) de la nanopoutre FGM pour un chargement uniforme.	107
Tableau V.2 La charge critique du flambement adimensionnel (\bar{N}) de la nanopoutre FGM.....	109

Liste des Notations

$\{ \}$: Vecteur colonne.

$[]$: Matrice.

$\{\sigma_{ij}\}$: Tenseur de contrainte .

$\{\epsilon_{ij}\}$: Tenseur de déformation.

$u(x,y,z,t)$: le déplacement suivant l'axe des x.

$V(x,y,z,t)$: le déplacement suivant l'axe des y.

$w(x,y,z,t)$: le déplacement suivant l'axe des z.

w_b : le déplacement transversal de la flexion.

w_s : le déplacement transversal du cisaillement.

w_{st} : le déplacement transversal de l'étirement.

$\varphi(x,t)$: le déplacement supplémentaire due à l'effet de la contrainte normale.

δU_{int} : La variation virtuelle de l'énergie de déformation.

δW_{ext} : La variation du travail effectué par des forces extérieures.

σ_{ij} : contrainte normale.

τ_{ij} : contrainte tangentielle.

∂ : Dérivée partielle.

M : le moment fléchissant.

q : la charge transversale.

N_0 : L'effort de flambement critique.

E : Module de Young.

G : Module de cisaillement.

μ : le paramètre non local.

e_0 : Constante qui dépend du matériau.

a : longueur caractéristique interne

L, b, h : dimension de la poutre (longueur, largeur, épaisseur).

$P_t ; P_b$: Propriétés de matériau correspondant au niveau des surfaces supérieure et inférieure de la nanopoutre.

\bar{w} ; \bar{N} : La flèche, l'effort critique adimensionnels respectivement.

Liste des Abréviations

PAN : Polyacétylène.

PUF : Particules Ultrafines.

nm : Nanomètre.

HR : Fibres haute résistance.

HM : Fibres haut module.

PCV : le polychlorure de vinyle.

PTFE : polytétrafluoroéthylène.

SiC : Carbure de silicium.

Al_2O_3 : Oxyde d'aluminium.

Introduction générale

Introduction générale

L'importance plus grande de la surface au niveau nanométrique intéresse tout particulièrement les chercheurs. Cette différence par rapport au monde macroscopique permettrait la création de technologies innovantes dans de nombreux domaines à condition d'apprendre à connaître le monde des nanotechnologies, fait de nombreuses inconnues à cause du changement de lois physiques. Le domaine de recherche est vaste mais les progrès quasi quotidiens des sciences peuvent laisser entrevoir un avenir radieux.

Les Poutres fabriquées à partir de nanomatériaux (Harik et al 2003) et de dimensions nanométriques sont appelées nanopoutres (nano-fils, nanotubes, nano-tiges). Ces éléments de nanostructures sont largement utilisés comme nanostructures dans la nano électromécanique (NEMS) et les systèmes micro électromécaniques (MEMS) (Mukherjee et al 2006) de l'industrie aérospatiale.

Par conséquent, la compréhension du comportement mécanique des nanopoutres est critique pour optimiser les performances de ces structures. Dans telles applications, *l'effet d'échelle* joue un rôle majeur qui doit être traité à quantifier correctement le comportement de ces structures à petites échelle.

Il a été établi maintenant que généralement la mécanique des milieux continus classiques ne parvient pas à prédire la réponse dépendant de la taille des structures à micro-et nano-échelles puisque la théorie classique ne dispose pas des échelles de longueur intrinsèque.

Afin de surmonter ce problème, plusieurs théories d'ordre élevé non locaux ont été proposées. Ces formulations contiennent des constantes matérielles supplémentaires,

telles que la théorie modifiée du couple de contrainte (Yang et al 2002), la théorie de gradient de déformation (Aifantis, 1999), la théorie micropolaire (Eringen, 1967), la théorie de l'élasticité non local (Eringen, 1972), et le modèle d'élasticité de surface (Gurtin et al 1998). Ces théories visent à caractériser l'effet robuste de taille en micro des structures à l'échelle nanométrique en introduisant une échelle de longueur intrinsèque dans les relations constitutives. Parmi ces théories, la théorie de l'élasticité non locale a émergé comme une approche très prometteuse et précise. L'élasticité non locale présentée par Eringen (1983) a pu avec succès prendre en compte l'effet d'échelle dans la théorie d'élasticité et a été utilisée pour simuler efficacement de nombreux phénomènes complexes en mécanique multi-échelles y compris la dispersion du réseau d'ondes élastiques, la propagation des ondes dans les matériaux composites, la mécanique de dislocation, la mécanique de la rupture et les effets de tension superficielle dans les fluides.

Peddie et al (2003) ont d'abord appliqué la théorie d'élasticité non locale d'Eringen (Eringen, 1983) dans la nanotechnologie et les expressions dérivées pour les déformations statiques d'une structure de poutre basée sur un modèle de poutre non locale simplifiée.

Par la suite, en se basant sur la relation de comportement non local d'Eringen, de nombreuses études qui ont développé des modèles de poutre non locaux sont apparues pour prédire les réponses des nanostructures. Ces enquêtes comprennent l'analyse statique (Wang et al 2007; Pijaudier-Cabot et al 1987; Lim et al 2007; Reddy et al 2008), le calcul de flambement (Zhang et al 2004; Zhang et al 2006; Wang et al

2006; Murmu et al 2009a; Amara et al 2010; Narendar et al 2011a; Tounsi et al, 2013ab; Semmah et al 2014; Zidour et al 2014), la modélisation des vibrations (Yoon et al 2003; Zhang et al, 2005ab; Benzair et al, 2008; Murmu et al 2009b; Hemmatnezhad et al 2013; Boumia et al, 2014; Baghdadi et al, 2014), la simulations de propagation des ondes (Lu et al, 2007; Tounsi et al 2008; Heireche et al, 2008abc; Song et al 2008; Narendar et al 2011b; Besseghier et al 2011; Nacéri et al, 2011;Gafour et al, 2013), la thermo-mécanique (Mustapha et al 2010a; Maachou et al 2011; Zidour et al 2012) et les calculs des nanostructures.

Récemment, Mustapha et Zhong (2010b) ont étudié la vibration libre d'un nanotube non-prismatique de carbone à simple paroi axialement chargé incorporé dans un milieu élastique à deux paramètres avec la méthode de Bubnov-Galerkin.

Roque et al. (2011) ont utilisé la théorie d'élasticité non locale d'Eringen pour étudier la flexion, le flambement et la vibration libre des nanopoutres de Timoshenko avec une méthode numérique de discrétisation. Reddy (2007) a mis en œuvre une gamme de différentes théories de poutre y compris celles d'Euler-Bernoulli, Timoshenko, Levinson (1981) et Reddy (1984) pour simuler la flexion, le flambement et les vibrations non locaux des poutres.

Benguediab et al. (2014) a proposé une théorie de poutre de déformation de cisaillement non locale pour le flambement et l'analyse des vibrations des nanopoutres homogènes fondées sur la théorie de l'élasticité non locale d'Eringen.

Les Développements dans le domaine de l'ingénierie des matériaux ont stimulé une nouvelle classe de matériaux à haute performance avec une variation lisse et continue des propriétés matérielles, qui peuvent être stratégiquement manipulées pour des

applications spécifiques telles que les structures de l'aérospatiale, des collectionneurs d'énergie solaire, les ponts, les composants de la machine, etc.

Ces matériaux sont désignés comme des matériaux à gradient fonctionnel (FGM). Yaghoobi et ses collègues (Yaghoobi et Torabi 2013ab; Yaghoobi et Yaghoobi 2013; Yaghoobi et Fereidoon 2014) ont étudié le comportement de flambement des structures FGM. Tounsi et ses collègues (Klouche Djedid et al 2014; Ait Amar Meziane et al 2014; Tounsi et al 2013c; Zidi el al 2014; Boudjerba et al 2013; Bachir Bouiadjra et al 2013; Bouremana et al 2013; Bourada et al 2012; Bachir Bouiadjra et al 2012; Fekrar et al 2012; El Meiche et al 2011; Benachour et al 2011; Mahi et al 2010; Sallai et al 2009; Benatta et al 2008) ont étudié la réponse mécanique des structures FGM.

Ils ont utilisé une variation des propriétés matérielles à travers l'épaisseur selon une loi de puissance. Récemment, l'application des FGM s'est élargie dans domaine des nanostructures, les exemples typiques à cet égard sont les systèmes de nano-électromécanique (NEMS), les couches minces sous forme d'alliages, les microscopes à force atomique (AFMs), les nano-implants dans l'ingénierie médicale, les nanotubes dans les ailes d'avion, les nanopoutres des structures de châssis de l'engin spatial, etc.

Toutes ces applications ont atteint une sensibilité élevée et des performances améliorées. Cependant, la recherche sur les nanopoutres a été communiquée sur la mécanique des structures FGM basée sur la théorie d'élasticité non locale. Janghorban et Zare (2011) ont étudié la vibration libre non locale des nanopoutres en FGM en utilisant la méthode quadratique différentielle.

Eltaher et al. (2012) ont étudié la vibration libre des nanopoutres en FGM basée sur la théorie non locale des poutres d'Euler-Bernoulli. La flexion statique et le flambement de la nanopoutre en FGM ont été également examinés en se basant sur la théorie non locale des poutres de Timoshenko et d'Euler-Bernoulli par Şimşek et Yurtçu (2013).

Un examen récent des applications de l'élasticité non locale d'Eringen dans une gamme des problèmes de nanopoutre est fourni par Murmu et Adhikari (2012).

Dans ce travail (Larbi chaht et al 2014), ont proposés une théorie non locale d'une poutre pour étudier la flexion et le flambement des nanopoutres FGM. Contrairement aux autres théories élaborées (Roque et al 2011; Reddy 2007; Benguediab et al, 2014; Şimşek et Yurtçu 2013; Berrabah et al, 2013), où l'effet d'étirement est négligé, dans l'enquête courante cet effet est pris en considération.

Le champ de déplacement de la théorie proposée est choisi en fonction des hypothèses suivantes (Bousahla et al, 2014; Fekrar et al 2014; Belabed et al 2014; Hebali et al 2014; Houari et al 2013; Bessaim et al 2013; Saidi et al 2013): (1) Le déplacement transversal est divisé en composantes suivantes : flexion, cisaillement et l'étirement ; (2) le déplacement axial est constitué d'une composante de membrane, de flexion et de cisaillement; (3) la composante de la flexion du déplacement axial est similaire à celle donnée par la Théorie des poutres; et (4) la composante de cisaillement du déplacement axial donne lieu à la variation sinusoïdale de la fonction de cisaillement de telle manière que la contrainte de cisaillement est nulle sur la surface supérieure et inférieure.

Les propriétés matérielles de la nanopoutre FGM sont supposées varier dans la direction de l'épaisseur. En se basant sur les relations constitutives non locales

d'Eringen (1983), les équations régissant sont calculées en utilisant le principe de l'énergie potentielle totale minimale.

Pour illustrer l'exactitude de la théorie actuelle, les résultats obtenus sont comparés avec ceux prédits par la théorie des poutres de Timoshenko et d'Euler-Bernoulli.

Enfin, les influences du paramètre non local, l'indice de puissance, et du rapport des dimensions de la poutre sur les réponses à la flexion, le flambement et la vibration des nanopoutres FGM sont discutées.

Chapitre I : Généralités sur les Nanomatériaux

I.1. Introduction:

La nanotechnologie est une nouvelle approche liée à la compréhension et à la maîtrise des propriétés de la matière à l'échelle nanométrique, un nanomètre (un milliardième de mètre) correspondant à la longueur d'une petite molécule. A ce niveau, la matière présente des propriétés différentes et souvent étonnantes, et les frontières entre les disciplines scientifiques et techniques établies s'estompent. D'où la dimension interdisciplinaire forte associée à la nanotechnologie.

La nanotechnologie est souvent décrite comme potentiellement «perturbatrice» ou «révolutionnaire» en termes d'impact possible sur les méthodes de production industrielle. Elle apporte des solutions possibles à toute une série de problèmes actuels par le biais de matériaux, composants et systèmes plus petits, plus légers, plus rapides et plus efficaces. Ces possibilités ouvrent de nouvelles perspectives pour la création de richesse et l'emploi. La nanotechnologie devrait également apporter une contribution essentielle à la résolution de problèmes mondiaux et environnementaux en réalisant des produits et des processus destinés à un usage plus spécifique, en économisant des ressources et en réduisant le volume des déchets et des émissions.

Des progrès énormes sont aujourd'hui réalisés dans la course mondiale à la nanotechnologie. Plusieurs pays ont rapidement investi dans de nombreux programmes sur les nanosciences. (Tomellini, R et al 2004)

Les nanomatériaux et les nano-objets manufacturés représentent des domaines de la recherche scientifique et de l'industrie en pleine expansion. Ils sont d'ores et déjà une réalité industrielle et économique. (Gaffet , 2011)

I.2. Historique et Définition du périmètre des Nanomatériaux :

Le terme nanotechnologie fut utilisé, la première fois en 1974, par Norio Tanigushi.

Il fut toutefois popularisé par K. Eric Drexler dans les années 80, lorsque celui-ci introduisit le Terme « manufacture moléculaire ». Richard Feynman a été le premier scientifique à avancer l'idée qu'il serait bientôt possible, pour l'homme, de transformer la matière au niveau atomique.

Le terme nano (du grec nanos qui signifie « nain ») est un préfixe, qui placé devant une unité la divise par le facteur 10^{-9} . Un nanomètre correspond donc à un milliardième de mètre ; en pratique, il indique une petitesse extrême à tel point d'ailleurs qu'une nanostructure doit être agrandie plus de 10million de fois avant que nous puissions apprécier aisément ses détails minutieux à l'œil nu. (Tchangna , 2008)

Pour définir la notion de nanoparticules et/ou de nanomatériaux, il aura fallu attendre la terminologie pré-normative telle que définie par l'ISO publiée à la fin du mois de septembre 2008 sous le numéro ISO/TS27687 (« Nanotechnologies – Terminologie et définitions relatives aux nano- objets – Nanoparticule, nanofibre et nanoplat») à savoir :

- La définition nanométrique considère le domaine de dimension compris entre 1 et 100 nm.
- Les nano-objets sont des matériaux présentent une, deux ou trois dimension extrême dans le domaine nanométrique. Parmi ces nano-objets, les nanoparticules comprennent leurs trois dimensions dans le domaine nanométrique, les nano-plaques ont une dimension

nanométrique alors que les nano fibres sont des nano-objets présentant deux dimensions nanométriques ,troisième dimension étant plus longue de façon significative.

« Santé Canada » précise que l'échelle nanométrique signifie 1à100 nanomètres, c'est-à-dire la préconisation de l'ISO. Deux concepts spécifiques sont par contre ajoutés. Tout d'abord celui de «phénomènes à l'échelle nanométrique» qui sont liés à la taille et sont distincts des propriétés chimiques ou physiques des atomes, molécules et matériaux particuliers. D'autre part, « Santé Canada» distingue les produits manufacturés en précisant « le terme «manufacturé» comprend les processus techniques et les contrôles de la matière et des processus à l'échelle nanométrique».

En octobre 2010, la commission européenne lance une consultation sur la définition des nanomatériaux et, à cette occasion, propose une recommandation:« les états membres, les agences européennes et l'industrie ont invités à employer cette définition du terme nanomatériau lorsqu'ils adoptent et implémentent des réglementations ou des programmes concernant les produit issus des nanotechnologies. »

Un nanomatériau remplit au moins l'un des critères suivants :

- Il est composé de particules avec au moins une dimension dans la gamme 1-100 nanomètres, pour au moins 1% d'entre elles.
- Il a des structurations internes ou de surface avec au moins une dimension dans la gamme 1-100 nanomètres.
- Il a une surface spécifique de plus de $60\text{m}^2/\text{cm}^3$, en excluant les matériaux formés de particules de tailles inférieures au nanomètre.

La lecture de ces propositions de définitions- pour certaines encore à l'état de «brouillon» ou de simple recommandation-traduit très clairement la prise en compte, par les autorités en charge de l'encadrement du développement de ces secteurs industriels, des spécificités des nanomatériaux, à savoir :la variation de propriétés physico-chimiques, l'importance de la surface spécifique et encore l'intégration de la notion de distribution de tailles de nanoparticules avec la prise en compte d'une teneur minimum à partir de laquelle un produit/ composant ou encore une substance doivent être considérés comme relevant du champ «nano».

Il convient de souligner la difficulté, pour des définitions et/ou textes réglementaires, à définir des bornes précises en termes de dimensions pour ce champ « nano ».

Ainsi, les limites dimensionnelles 1nm et 100nm peuvent être strictes et exclusives, ou indicatives.

Outre ces tentatives de définition, il en est certaines qui sont quasiment entrées dans le langage commun. Par extension (et sans aucun doute, abus de langage par rapport à cette définition), il est très souvent d'usage d'étendre la notion de nanoparticules à l'ensemble des nano-objets, faisant alors abstraction du nombre de dimensions de l'objet inférieures à 100nm. (Gaffet , 2011)

La Figure I.1 permet d'illustrer la taille extrêmement fine d'un nanomatériau :

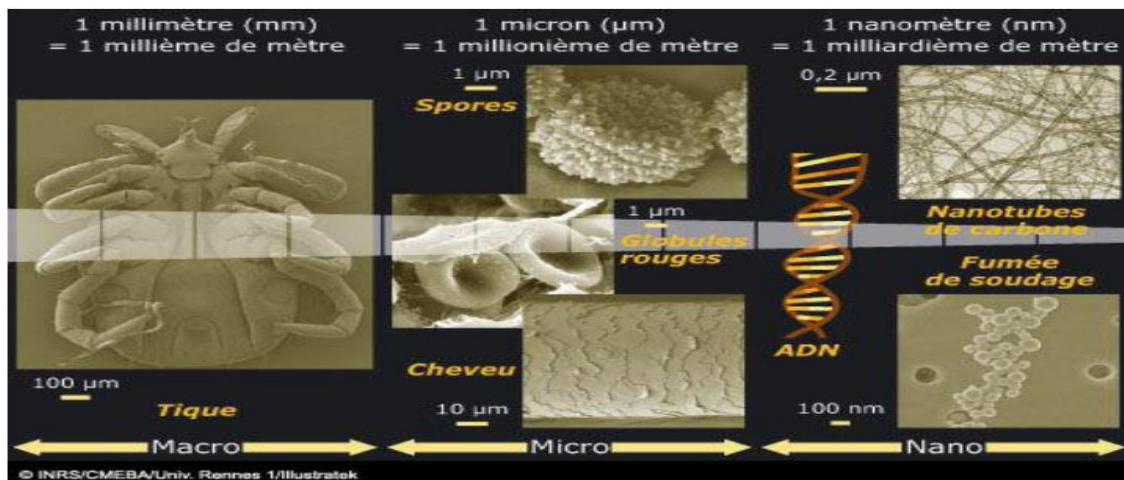


Figure I.1 : Extrait du dossier les Nanomatériaux de l'IRNS.

I.3. Les Nanomatériaux :

Ce qui distingue les matériaux ordinaires des nanomatériaux est la taille des grains qui passent de plusieurs centaines ou plusieurs milliers de nanomètres à moins de 100 nanomètres.

Plus la taille des particules constituant un matériau diminue, plus la résistance ou (dureté) du matériau augmente. Par exemple, un matériau formé de nanoparticules de cuivre voit sa dureté augmenter approximativement selon le tableau suivant (comparaison entre la dureté du nouveau matériau par rapport au matériau ordinaire):

Taille des nanoparticules	Rapport de dureté
50 nm	2
15 nm	3
6 nm	5

Tableau I.1 : comparaison entre la dureté du nouveau matériau par rapport au matériau ordinaire.

Une autre propriété affectée par la taille des grains est la ductilité, caractéristique qui

exprime la difficulté à briser le matériau sous le choc. En règle générale, plus un matériau est dur, moins il est ductile.

Cette règle ne s'observe plus de la même manière chez les nanomatériaux qui peuvent présenter les deux avantages à la fois.

Une piste d'explication a été lancée mais n'est pas encore prouvée, la recherche étant encore dans ce domaine à l'étape d'expérimentation : en réduisant la taille des particules, on agit directement sur les liens atomiques du matériau qui eux sont responsables de sa dureté. Pour ce qui est de la ductilité, certains chercheurs pensent que les nanoparticules, dû à leur taille réduite, glisseraient mieux entre elles lorsque le matériau subit un choc, ce qui aiderait à encaisser le choc.

Ainsi, des chercheurs ont réussi à obtenir des céramiques à la fois plus dures et plus résistantes aux chocs.

I.4. Champ d'application des nanomatériaux :

Le tableau ci-dessous récapitule les domaines d'application par type de nanomatériau :

Nanomatériaux	Domaines d'applications
Nano céramiques	Matériaux composites structuraux -Composants anti – UV- Polissage Mécano chimique des substrats (wafers) dans la microélectronique- Applications photo catalytiques
Nano métalliques	Secteurs antimicrobiens et/ou de la catalyse-Couches conductrices des écrans, les capteurs ou encore les matériaux énergétiques.
Nano poreux	Aérogels pour isolation thermique dans les domaines de l'électronique, de l'optique et de la catalyse- Domaine bio- médical pour des applications de type vectorisation ou encore implants.
Nanotubes	Nano composites conducteurs électriques -Matériaux structuraux -Les nanotubes, mono feuillets pour des applications dans le domaine de l'électronique, les écrans,
Nanomatériaux massifs	Revêtements durs -Composants structuraux pour l'industrie aéronautique, l'automobile, les conduites pour les industries pétrolières et gazières, le domaine sportif ou encore le secteur anticorrosion.
Dendrimères	Domaine médical (administration de médicaments, détection rapide) -Domaine cosmétique.
Quantum Dots	Applications optoélectroniques (écrans) -Cellules photovoltaïques -Encres et peintures pour applications de type marquage anti –contrefaçon
Fullerènes	Secteurs du sport (nano composites) et des cosmétiques
Nano fils	Applications dans les couches conductrices des écrans ou encore les cellules solaires ainsi que les dispositifs électroniques

Tableau I.2 : Domaine d'application par type de nanomatériau.

I.5. La diversité des nanoparticules :

Il existe une multitude de nanoparticules ; des nanoparticules naturelles et celles intentionnellement produites par l'homme, à cause de leurs multiples usages et de leur dégradation, on les retrouve dans l'environnement et même dans le corps humain.

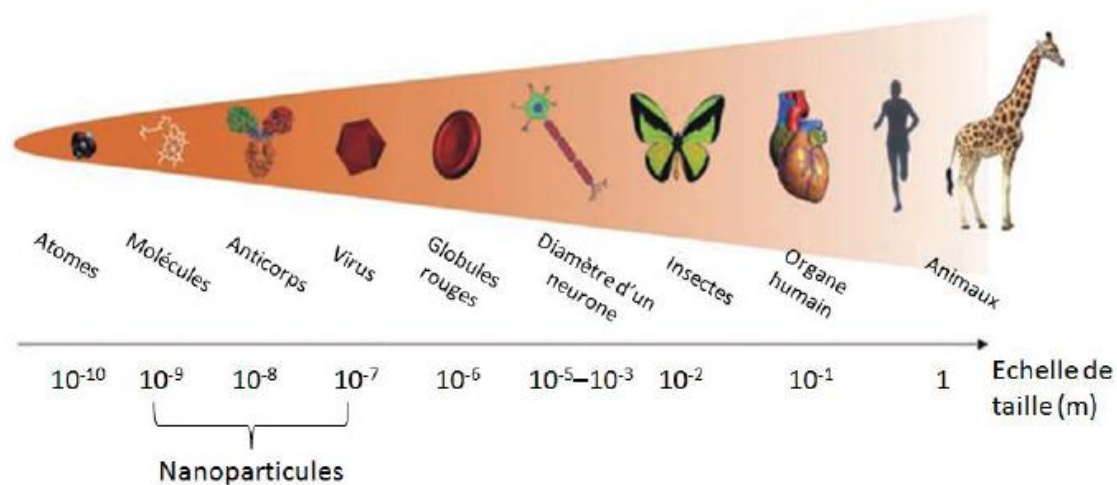


Figure I.2 : Echelle relative de taille des nano particules.

I.5.1. Les nanoparticules d'origine naturelle et / ou anthropique :

Elles se retrouvent mélangées dans l'atmosphère. Celles-ci, appelées en général particules ultrafines, proviennent de combustions diverses, la plupart d'origine anthropique ou de réactions entre composés gazeux (réactions gaz/solide) par exemple formation de chlorure d'ammonium (suite à la réaction entre l'acide chlorhydrique et l'ammoniac), de sulfates, de nitrates, de constituants organiques, etc. Les nanoparticules atmosphériques correspondent en général à un aérosol avec un spectre granulométrique étendu, qui déborde celui des nanoparticules, qui constituent la partie inférieure du spectre. Les virus qui se trouvent à l'origine dans le domaine des nanoparticules, sont fixés sur d'autres particules en général plus grosses.

Le dépôt actif du radon (ou de gaz de fission) a fait l'objet de nombreuses études en liaison avec la radioprotection dans les mines d'uranium. Non fixé sur l'aérosol atmosphérique, il

Une combustion complète du carbone donne essentiellement du gaz carbonique. Les particules émises lors des combustions sont constituées de carbone non brûlé, mais aussi des impuretés du combustible. Les moteurs Diesel, la combustion de la biomasse, la fumée de cigarette ont ainsi une part importante, mais variable, des particules émises dans le domaine des nanoparticules.

Les réactions “gaz solide” qui sont des réactions chimiques ou photochimiques entre gaz, avec un produit des réactions sous forme particulaire, donnent majoritairement des particules dans le domaine des nanoparticules. Ces réactions se produisent dans l’atmosphère avec des gaz d’origine naturelle, comme les terpènes ou l’isoprène, des composés du soufre, etc., ou avec des gaz provenant des émissions anthropiques comme le dioxyde de soufre qui donne des sulfates, les oxydes d’azote des nitrates, etc.

On peut ajouter à cette catégorie le dépôt actif de gaz radioactif comme le radon qui, non fixé, donne des particules de l’ordre du nanomètre.

Les nanoparticules peuvent aussi se former par condensation d’une vapeur. La dimension des particules formées dépend de la super saturation de la vapeur.

Des sels comme le chlorure de sodium, les métaux, des oxydes métalliques, chauffés à des températures de quelques centaines de degrés ont été largement utilisés comme générateurs d’aérosols ultrafins, avec des dimensions de particules recouvrant l’ensemble du domaine des nanoparticules, c’est-à-dire entre 1 et 100 nm.

Les nanoparticules ont aussi été obtenues par pulvérisation d’une solution liquide d’un sel puis évaporation du liquide des particules.

Les nanoparticules se forment donc de façon fréquente dans notre environnement, de façon naturelle ou consécutivement aux actions humaines. La fabrication de nanoparticules a été largement utilisée pour l'étude expérimentale des particules d'aérosol et la vérification des théories.

I.5.2. Les Nanoparticules manufacturées provenant des nanotechnologies :

Elles correspondent en général, au départ, à des particules dont le spectre est mono dispersé, c'est-à-dire centré sur une dimension avec une dispersion faible. Selon leur nature et leur forme on distingue différentes catégories de nanoparticules manufacturées :

- Nanoparticules manufacturées (ou intentionnelles) :

Nano objets de forme et taille contrôlées conçus pour remplir une fonction (ex : les dendrimères, polymère de structure bien définie).

- Métaux, semi-conducteurs, oxydes métalliques, carbone, polymères composites.

Céramiques, nanosphères, fils, aiguilles, tubes, enveloppes, anneaux, plaquettes (ex. : nanotubes de carbone) .

- Molécules (fullerènes) et complexes : Agrégats moléculaires ou atomiques nontraités ou enrobés (nanotechnologie appliquée à de nombreux produits : cosmétiques, médicaments, textiles, électronique, optique, afficheurs, etc....) : matériaux nanostructurés ; matériaux mésoporeux (zéolites artificielles) ; nanomatériaux greffés ; nanomatériaux interactifs (ou intelligents).

Quelle que soit leur origine, les nanoparticules présentent des propriétés physiques communes qui dépendent notamment de leurs dimensions. (Tchangna, 2008)

I.6. Fabrication des Nanomatériaux :

La base de fabrications des nanomatériaux sont les nano-objets dont on peut distinguer trois grandes familles :

- a) Les nano particules ou particules ultrafines (PUF) dont aucune dimension n'est supérieur à 100 nanomètres.
- b) Les nano fibres ; nanotubes ; nano-filaments ; et les nano-batonets qui présente une section de quelques dizaines de nanomètres et une longueur qui varie de 500 et 10 000 nanomètres.
- c) Les nanofilms ; les nano-couches et les nano-revêtements, dont au moins deux de leur dimensions sont supérieur à 100 nanomètres.

Pour fabriquer ces nano-objets deux méthodes existent :

1) Une méthode dite « ascendante » (ou bottom up) :

Cette méthode permet l'assemblage ou le positionnement d'atome ou de molécules de façon précise permette ainsi la fabrication de matériaux dont la structure est parfaitement maîtrisée.

Cette méthode fait appel à des procédés d'élaboration principalement physique et chimiques.

2) Une méthode dite « descendante » (ou top down) :

Cette méthode consiste à miniaturiser les systèmes actuels. Les structures sont ainsi graduellement sous dimensionnés jusqu'à atteindre des proportions nanométriques.

Cette méthode fait appel à des procédés principalement mécaniques.

I.7. Le rôle de la nanotechnologie dans la construction de la société civile :

La nanotechnologie n'est pas seulement une révolution industrielle, mais également

une voie permettant de résoudre beaucoup de problèmes de notre monde et aussi une voie

permettant d'avoir une meilleure vie. De plus avec la nanotechnologie, l'élaboration de nombreux systèmes de transformations et de productions plus performants pourra permettre une meilleure utilisation des ressources naturelles. (Benguediab , 2013)

Les produits de consommation issus des nanotechnologies sont parmi nous ! Quelle est l'ampleur des nanotechnologies ? Les nanotechnologies représentent un enjeu économique majeur et tous les pays développés y investissent des sommes de plus en plus importantes, alors que certaines applications sont déjà sur le marché.

Chaque nation dispose d'une politique en matière de nanotechnologie : celles à faibles et moyens revenus n'ayant pas d'industries de pointe offrent un terrain encore vierge pour le développement de la nanotechnologie, sans les bouleversements économiques provoqués par le déplacement d'industries existantes dans les nations industrialisées. Le Brésil, l'Afrique du Sud, la Corée du Sud, la Chine, le Sri Lanka, l'Inde et la Thaïlande ont tous des programmes innovants en matière de nanotechnologie.

Contrairement aux industries plus anciennes, comme la production dans les régions industrielles en déclin, où les équipements obsolètes ont été abandonnés sans être remplacés par de nouveaux outils ou de nouveaux emplois pour les personnes laissées sur le carreau, la nanotechnologie continue d'attirer de nouveaux investissements malgré l'affaiblissement de l'économie mondiale.

Un exemple qui illustre bien l'attrait grandissant qu'exercent les « nano produits » sur le consommateur est le succès inattendu des jouets NANO MANIA distribués gratuitement par la chaîne de magasins suisse MIGROS, qui ont rapidement fait l'objet d'échanges lucratifs en ligne.

Le site web suisse « nanocube » atteste également de la progression rapide des produits de consommation contenant des nanoparticules. (Sudarenkov, 2013).

I.8. Les inconvénients de la nanotechnologie :

I.8.1. Risques liés aux nanomatériaux :

I.8.1.1. Environnement :

Les nanomatériaux vont remplacer ceux qu'on utilise actuellement à cause de leurs propriétés mécaniques améliorées. Par exemple, dans le domaine de l'automobile, le fait d'avoir recours à des matériaux faits de composites polymériques pourrait se traduire par une utilisation accrue de pièces structurelles en plastique qu'on assemblerait pour former des parties importantes du véhicule. Ceci réduit donc le poids de la carrosserie par exemple, donc la consommation d'énergie, donc la pollution qui en résulte.

Par contre, il faut soulever aussi le point que le recyclage des polymères est plus ardu que celui du métal qu'on est en train de remplacer.

Il faudra alors se doter de nouvelles méthodes de recyclage de ces nouveaux nanomatériaux avant de les lancer sur le marché.

I.8.1.2. Entreposage :

Toujours en raison de l'augmentation de la surface des particules qui entraîne une plus grande réactivité, l'entreposage des nanoparticules exige des soins particuliers.

Elles peuvent comme on l'a vu précédemment s'oxyder facilement. De plus, elles cherchent souvent à s'agglomérer entre elles. Il faut donc les entreposer soit dans un gaz inerte, soit en les enrobant d'une couche protectrice constituée de polymères ou de sels.

Si l'on choisit des sels, il faudra en plus les enlever avant l'utilisation des particules. Par ailleurs, la taille des nanoparticules peut varier en cours de production, parfois de plusieurs nanomètres, de sorte qu'il faudra procéder à des transformations supplémentaires pour obtenir des nanoparticules de taille similaire. Leur production demeure alors encore complexe et souvent coûteuse.

I.8.1.3. Risques pour la santé :

Les risques pour la santé reliés aux nanotechnologies ont été le sujet de quelques études qui jusqu'à maintenant n'ont pas abouti à des résultats concluants mais n'éliminent pas la possibilité de dangers reliés aux nanomatériaux. En voici quelques exemples:

Entre autres, nous pouvons citer l'étude sur les nanomatériaux menée par *Vicki L. Colvin*, directrice du centre de nanotechnologie environnementale et biologique de l'Université Rice. *Colvin* et son groupe de nanochimistes qui fabriquent de nouvelles nanoparticules, sont en train de collaborer avec des toxicologues, biologistes, des ingénieurs biomédicaux pour évaluer les effets biologiques imprévus de ces nanomatériaux. Selon *Colvin*, la grande difficulté de l'étude vient du fait que la grande diversité de nanomatériaux existant déjà sur le marché fait en sorte qu'il n'y aura pas de réponse unique à la question d'évaluation des risques. À l'heure actuelle, selon elle, il est encore trop tôt pour affirmer ou infirmer que les nanoparticules sont dangereuses pour la santé ou l'environnement. La réponse se situe probablement entre les deux positions. Le plus tôt on aura des données techniques fiables, le plus tôt nous pourrons réglementer dans le domaine des nanotechnologies et éviter les effets pervers de ces technologies.

On sait déjà que sous certaines conditions, les nanoparticules peuvent pénétrer l'intérieur

des cellules. Sans avoir de données précises, on a constaté la tendance des nanoparticules de moins de 50nm à infiltrer les cellules. La question est alors de savoir où se dirigent ces nanoparticules et comment elles sont distribuées dans le corps. Apparemment, les particules de taille plus réduite circulent dans le corps de façon plus prolongée et peuvent dans certains cas franchir la barrière hémato-méningée, peuvent certainement sortir des vaisseaux sanguins et se retrouver dans les fluides intercellulaires. Les nanoparticules peuvent donc se rendre jusqu'aux parties du corps qu'aucune matière inorganique n'avait réussi à atteindre.

Un problème qu'entrevoit *Colvin* est l'état d'avancement de la nanoscience par rapport aux pressions sociales qui vont amener les gouvernements à prendre des décisions hâtives basées sur un savoir technique insuffisant.

Le professeur *David D.Allen* du Centre des sciences de la santé du Texas Tech University à Amarillo et son équipe travaillent sur de nouvelles nanoparticules qui pourront traverser sans risques la barrière hémato-méningée dans le but d'aller déposer des médicaments dans certaines parties du cerveau.

La barrière hémato-méningée est constituée de couches de cellules endothéliales dans les vaisseaux sanguins du cerveau, ce qui sert de bouclier contre les toxines dans la circulation sanguine. Les cellules endothéliales tapissent la totalité des vaisseaux sanguins. Elles influencent le flot sanguin et le développement de nouveaux vaisseaux. La plupart des médicaments utilisés à ce jour ne peuvent dépasser cette barrière. Le problème est que l'on doit pouvoir traverser cette barrière pour traiter les maladies dégénératives du cerveau telles que celles de Parkinson ou Alzheimer.

Des études préliminaires sur des animaux de laboratoire ont montré que les nanoparticules traversaient la barrière sans causer de dommages ou affecter l'alimentation normale du cerveau. Des expériences avec des nanoparticules marquées de façon radioactive ont montré que 25 à 40% arrivaient au cerveau, pourcentage comparable aux médicaments utilisés pour traiter des dysfonctionnements du système nerveux central.

Le danger relié à ces études est le fait que les mécanismes d'ingestion d'aliments dans le cerveau sont encore méconnus et devront faire l'objet d'études poussées avant de pouvoir utiliser les nanomatériaux comme agents de livraison de médicaments dans le cerveau.

D'autres études se sont penchées sur la toxicité des diverses nanoparticules au point de vue cellulaire.

Trois constatations majeures peuvent ressortir:

- Premièrement la toxicité des nanoparticules varie beaucoup d'un type à l'autre en fonction de leurs propriétés intrinsèques, ce qui complexifie l'étude toxicologique

- Deuxièmement les études dans ce domaine se sont intéressées aux effets dans des milieux cellulaires restreints et il va être très difficile de prévoir les effets sur des organismes complexes tels que le corps humain.

- Les nanoparticules sont produites généralement par une large variété de procédés à haute température tels que la combustion d'essence ou la soudure et se retrouvent dans l'air. L'inhalation est donc le moyen le plus répandu d'être exposé aux nanoparticules. Ensuite, elles pourraient donc se retrouver dans le système respiratoire et éventuellement finir dans les organes internes tels que le foie ou encore les systèmes nerveux central et cardiovasculaire.

Mais à ce jour, il demeure encore beaucoup d'inconnues par rapport aux effets des nanoparticules à ces endroits.

Günter Oberdörster, professeur de toxicologie à l'Université de Rochester, a étudié les effets des particules dans l'air sur la santé (en milieu extérieur ou de travail)

Il en est arrivé à la conclusion que les particules ultrafines (dont la taille est inférieure à 100 nm) sont plus susceptibles d'entraîner des dommages inflammatoires aux poumons que les plus grosses.

Dans un de ses études, le professeur *Oberdörster* et ses collègues ont découvert que les particules de polytétrafluor oéthylène (PTFE), qui peuvent être produites simplement en surchauffant des fils électriques dont l'isolant est constitué de PTFE, peuvent être hautement toxiques pour les rats.

Pendant 15 minutes, les rats ont inhalé des vapeurs toxiques de PTFE contenant des particules de taille avoisinant 18nm.

Parmi ces rats, la grande majorité ont morts en quelques heures de dommages sévères aux poumons.

Quand les vapeurs étaient moins fraîches et que les nanoparticules s'étaient agglomérées en particules de 130 nm, les effets étaient beaucoup moins toxiques.

Selon *Oberdörster*, cette baisse de toxicité serait due à la plus grosse taille des particules et au changement de leurs propriétés chimiques de surface.

Par ailleurs, le professeur rappelle que la plupart des gens sont exposés sur une base régulière aux particules ultrafines présentes dans la pollution ambiante telle que celle reliée aux automobiles et qu'on aurait peut-être plus à craindre de ces technologies «bas de gamme» plutôt que de la Haute technologie qui produit les fameuses nanoparticules.

Par contre, selon le toxicologue *Chiu-wing Lam* des laboratoires Wyleau National Aeronautics & Space Administration's Johnson Space Center à Houston, l'émergence des nanotubes de carbone dans l'industrie va augmenter notre niveau d'exposition aux nanoparticules, d'où le besoin pressant d'évaluer les risques pour la santé que présentent les nanotubes.

Un des problèmes majeurs pour cet objectif est le coût trop élevé d'une étude des effets toxiques sur l'humain, on doit donc trouver de nouvelles voies.

Lam a donc décidé d'étudier les effets toxiques des SWNTs (Single-Walled NanoTubes), des particules de « carbone black », et de quartz sur des souris de laboratoires.

Le groupe de recherche a constitué deux groupes de souris; la santé des premières sera évaluée après 7 jours et celle des dernières après 90 jours d'observation.

Lam conclut que si les nanotubes atteignent les poumons, ils seront plus toxiques que le carbone black et le quartz.

Le toxicologue *David B. Warheit* du laboratoire Haskell des sciences environnementales et de la santé (Newark, Del.) et son équipe ont mené une autre étude plus complète sur la toxicité des nanotubes SWNTs qu'ils ont introduit dans la trachée de rats.

- Ils ont examiné leurs poumons après 24 h, une semaine, un mois et trois mois.
- Ils ont aussi introduit des particules de Quartz ou de fer de grande pureté à d'autres rats pour permettre la comparaison. Les résultats ont été les suivants:
- Après 24h, 15% des rats ayant reçu de fortes doses de nanotubes (5mg par kg de poids des rats) sont morts, par cause d'agglomération des nanotubes; ce qui a obstrué les voies respiratoires et entraîné la suffocation.

- Ceux qui ont survécu montraient des inflammations passagères des poumons et des dommages aux cellules; résultant principalement de l'obstruction des voies respiratoires.
- Le nombre des agglomérations de nanotubes ne semble pas être relié à la dose administrée et a même baissé durant les deux derniers mois d'observation.

Dans la dernière analyse, *Warheit* a rapporté que les sujets exposés aux nanotubes ne montraient pas de réponse inflammatoire persistante. Par contre, ceux exposés au quartz ont révélé une réponse inflammatoire soutenue et dépendant de la dose administrée, accompagnée d'une toxicité cellulaire.

Les autres sujets n'ont pas montrée d'effet néfaste significatif. Les résultats contradictoires obtenus à propos des sujets qui ont subi l'exposition aux nanotubes ont incité *Warheit* et ses collègues à questionner la valeur physiologique de leurs résultats. Contrairement aux autres particules étudiées, les nanotubes ont tendance à s'agglomérer en "nanocordes", résultat d'interactions électrostatiques. Pour dissiper toutes ces incertitudes, il est d'un commun accord qu'il serait judicieux de mener une étude complète sur l'inhalation de nanotubes par des rats en laboratoire.

I.8.2. Les avantages de la nanotechnologie :

La nanotechnologie n'est pas seulement une révolution industrielle, mais également une voie permettant de résoudre beaucoup de problèmes de notre monde et aussi une voie permettant d'avoir une meilleure vie. De plus avec la nanotechnologie, l'élaboration de nombreux systèmes de transformations et de productions plus performants pourra permettre une meilleure utilisation des ressources naturelles. Grâce à eux, certains matériaux

nocifs pour l'environnement (ex: lubrifiants, engrais chimiques, pesticides...) pourraient être remplacés. On peut dire également qu'avec la nanotechnologie, la dépollution et la réparation des dégâts causés à l'environnement sont à notre portée. Prenons l'exemple de la dépollution avec l'élimination de la pollution des eaux industrielles et de l'air. Par la nanotechnologie, des nanoparticules comme les nanopoudres peuvent être utilisées pour dépolluer l'eau. Des études ont montrées que cette méthode peut être utilisée avec succès. De plus, cette méthode a un coût beaucoup plus petit que les méthodes qui nécessitent de pomper l'eau hors de la terre pour le traitement. Au niveau de l'air, une des applications de la nanotechnologie la plus rependu dans ce domaine est le pot catalytique. Grâce à celui-ci, tous les polluants (monoxyde de carbone, oxyde d'azote) peuvent être éliminés. Ensuite, la nanotechnologie permettra une grande avancée dans le domaine médical avec l'élaboration de nombreux médicaments permettant de vaincre certaines maladies, dans le domaine militaire avec l'amélioration des armes et dans le domaine informatique avec la production de nouveaux ordinateurs, portables....etc Pour conclure, les nanotechnologies ont le gros avantage de pouvoir résoudre certains problèmes inhérents aux conditions de la vie de l'homme. (Benguediab , 2013).

I.9. Conclusion :

L'objectif de ce chapitre est de donner une idée générale sur les nano matériaux et leur utilisation dans les différents domaines. Le potentiel de la nanotechnologie pour faire le bien, ou du moins pour faire du profit, est immense. Avec les innovations de nombreux domaines d'application, la nanotechnologie affiche un potentiel commercial énorme. Les scientifiques et les hommes d'affaires sont unanimes: la nanotechnologie est bien plus qu'une nouvelle mode.

*Chapitre II : Généralités sur les matériaux
Composites et les Matériaux FGM*

II.1. Introduction :

Depuis que l'homme s'exerce à maîtriser son environnement, il s'est efforcé d'utiliser les matériaux disponibles (le silex, le bois, les métaux précieux à l'état natif), puis de développer de nouveaux matériaux (le bronze, les aciers, les alliages d'aluminium, plus récemment les polymères).

Il les a mis en forme, il les a assemblés, les a protégés des agressions chimiques de façon à réaliser les outils, les objets qui lui permettaient de vivre.

Sans aller chercher les produits des industries de la microélectronique, il n'est que de regarder avec un peu de curiosité les objets du quotidien, la portière de voiture, l'aile d'avion, la lame du rasoir, pour réaliser que là aussi, et sur des tonnages combien plus conséquents, l'ingéniosité humaine a fait son œuvre et est loin de l'avoir achevée.

Un matériau est donc de la matière qui doit remplir une fonction. Mais quelle fonction ?

Cette fonction peut être de transmettre des efforts, on parle alors de «matériaux de structure».

Elle peut être de transmettre de l'information ou de l'énergie, on parle alors de «matériaux fonctionnels».

Les matériaux modernes tendent à devenir «multifonctionnels», même si leur objet premier permet en général de les classer en «Matériaux de structure » et en « matériaux fonctionnels ».

Le problème du concepteur est qu'il demande non pas une propriété, mais un ensemble.

(Sellai, 2011)

La diversité des matériaux et de leurs propriétés correspond à la diversité des applications techniques : éléments porteurs d'une construction civile ou mécanique, éléments d'un circuit électromagnétique, protecteurs résistants aux agressions thermique ou chimiques, capteurs.

La multitude d'objectifs provoque toujours de nouveau matériau.

Les matériaux composites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels.

Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels:

Légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes.

Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques.

Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et aux feux. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique.

Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions.

Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels,...), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes.

Le développement des matériaux composites a permis d'associer des propriétés spécifiques à différents matériaux au sein d'une même pièce.

L'optimisation locale de ces propriétés, par l'association d'un matériau de haute dureté à la surface d'un matériau tenace par exemple, pose alors le problème de l'interface.

Cette transition brutale de compositions peut générer localement de fortes concentrations de contraintes.

La solution d'une transition continue des propriétés recherchées, par un gradient de composition, permet d'atténuer cette singularité par l'utilisation des matériaux à gradient de propriétés (en anglais Functionally Graded Materials « **FGM** »

II.1.1. Généralités sur les matériaux composites

II.1.1.1. Définition :

Un matériau composite est, par définition, tout alliage ou matière première comportant un renfort sous forme filamentaire. Il nécessite l'association intime d'au moins deux composants le renfort et la matrice, qui doivent être compatibles entre eux et se solidariser, ce qui introduit la notion d'un agent de liaison, l'interface.

Contrairement aux matières premières classiques dont on connaît à l'avance les caractéristiques mécaniques, celles des composites ne sont réellement connues qu'après fabrication, car on réalise, en même temps, le matériau et le produit.

Actuellement, les composés à matrice organique représentent plus de 99% des matériaux composites ; toutefois, il existe également des composites à matrice inorganique (métallique ou céramique) dont la diffusion reste encore marginale. (Berebah, 2011)

Les matériaux composites permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques.

Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu.

Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. (Benatta, 2011)

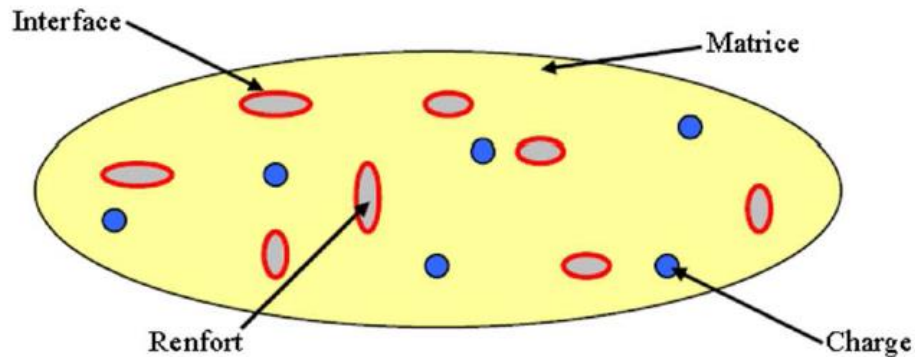


Figure II.1: présentation schématique d'un matériau composite. (Aucher, 2011)

II.1.1.2. Type des Matériaux Composites :

Parmi les composites, on distingue deux types :

Les composites grandes diffusions (GD) et les composites hautes performances (HP).

Les GD représentent 95% des composites utilisés ; Ce sont en général des plastiques armés ou des plastiques renforcés, le taux de renfort avoisinant 30%. Dans 90% des cas, l'anisotropie n'existe pas ou n'est pas maîtrisée car les renforts sont des fibres courtes. Les principaux constituants de bases sont les résines polyesters (95% des résines thermodurcissables) avec des fibres de verre (+ de 99% des renforts utilisés !). Renforts et matrices sont à des coûts voisins.

Les HP, principalement utilisés dans l'aéronautique sont d'un coût élevé. Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%, et ce sont les renforts qui influent sur le coût. Les propriétés mécaniques (résistance mécanique et rigidité) sont

largement supérieures à celles des métaux, contrairement aux GD. Des méthodes de calculs de structures et d'homogénéisations ont été développées pour les HP.

II.1.1.3. Composition des Matériaux Composite :

Contrairement aux matières premières classiques dont on connaît à l'avance les caractéristiques mécaniques, celles des composites ne sont réellement connues qu'après fabrication, Lorsque le matériau composite est non endommagé, les renforts et la matrice sont parfaitement liés et il ne peut pas y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases. Les renforts se présentent sous forme de fibres continues ou discontinues.

Le rôle du renfort est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La matrice assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques. L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure. Nous étudions plus particulièrement les matériaux composites à renfort fibre longue continue utilisés dans l'industrie nautique, automobile, constructions civils, aéronautique et spatiale. Les pièces structurelles sont réalisées par empilement de nappes en optimisant les directions des renforts en fonction des charges qu'elles doivent subir. La nature de la résine ou du renfort est choisie en fonction de l'application finale visée.

Les composites sont donc intrinsèquement des matériaux hétérogènes, le terme "composite" recouvre pratiquement l'ensemble des matériaux. Ainsi les matériaux métalliques eux-mêmes sont des alliages, composés de plusieurs phases de microstructure et/ou de composition distinctes : il suffit de changer d'échelle pour passer de l'image d'un milieu homogène à celle d'un milieu hétérogène.

Le type d'approche à utiliser se décidera d'une part en fonction du rapport entre les dimensions de la structure à modéliser et une dimension caractéristique du milieu à représenter, d'autre part en fonction du but poursuivi. (Mecheb , 2008).

Ceci conduit à utiliser plutôt le terme de structure composite lorsqu'il est naturel de modéliser séparément chaque matériau dans la pièce à traiter, par exemple pour :

- ✓ Le béton armé, ou encore le béton pré – ou post–contraint, pour lesquels béton et acier sont pris en compte chacun de leur côté, avec en première approximation un modèle où le béton apporte une résistance à la compression, et l'acier une résistance à la traction ;
- ✓ Les plaques sandwichs ; Matériaux composés de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppantes une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance;
- ✓ Les pneumatiques, qui sont calculés comme de véritables structures, assemblages de caoutchouc et de câbles métalliques en acier à très forte limite d'élasticité.

Les matériaux composites structuraux sont principalement constitués de deux phases :

➤ **Le renfort** : son rôle est d'assurer la fonction mécanique. Il se présente généralement sous la forme des fibres dont l'orientation au sein du composite dépend de la sollicitation mécanique qu'elle doit supporter.

L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure.

Il existe des composites à particules, des composites sandwichs, des composites à phases dispersées ou encore des composites fibreux (Voir Figure II.2).

➤ **La matrice** : son but est de réaliser la liaison entre les renforts, leurs protections vis-à-vis des agents agressifs et la prévention contre une rupture catastrophique. (Benatta ,2011). Elle sert également à protéger les fibres contre l'abrasion, contrôler le fini de surface et assurer le transfert de charges entre les fibres.

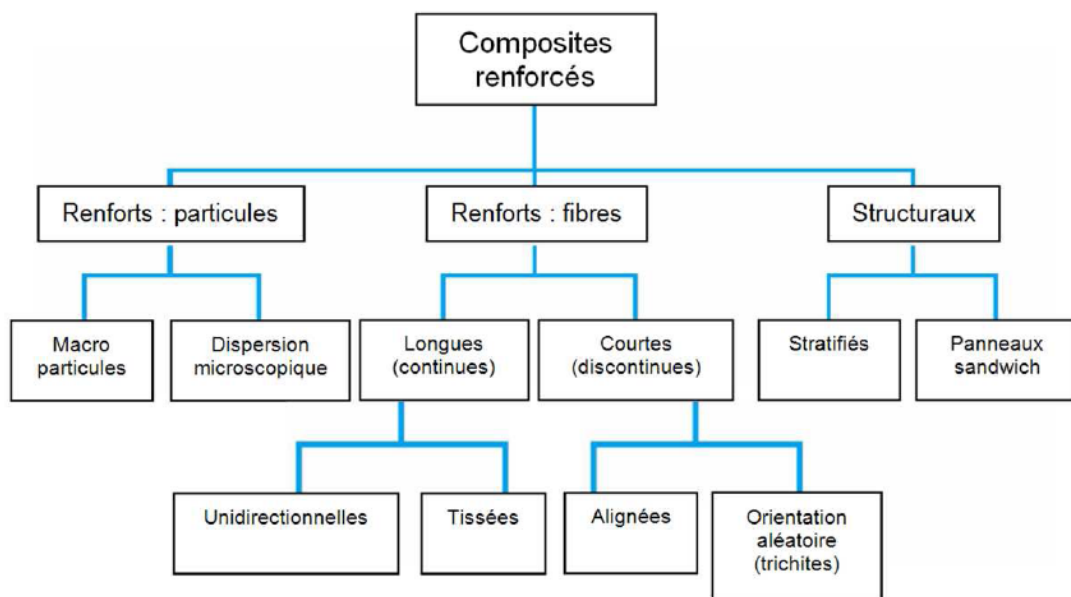


Figure II.2: Organigramme des différents composites renforcés. (Aucher ,2011)

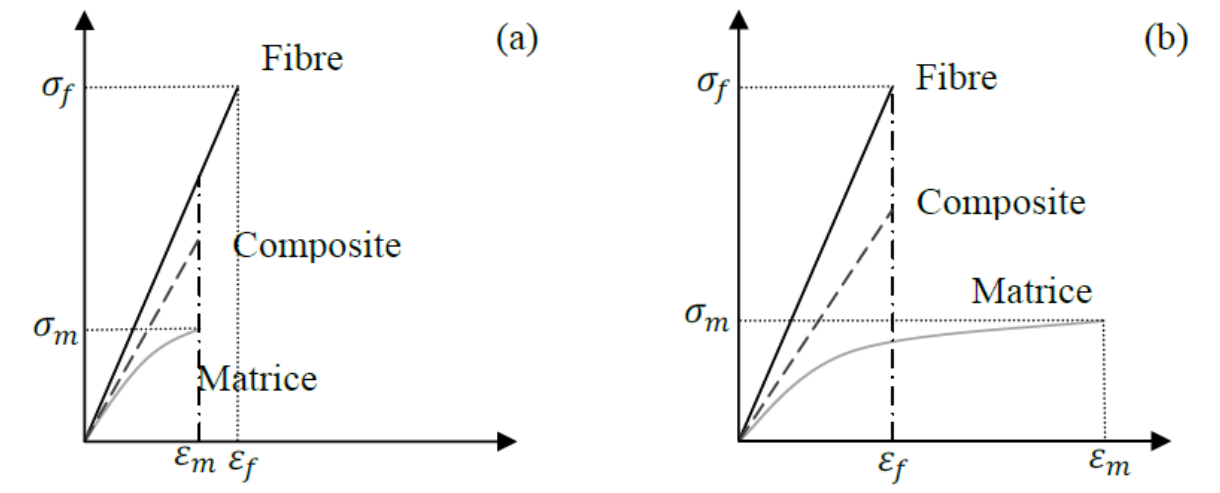


Figure II.3: Courbes schématiques contrainte-déformation des différents constituants d'un composite unidirectionnel sollicité en traction longitudinale : (a) $\epsilon_f > \epsilon_m$ - (b) $\epsilon_f < \epsilon_m$.

Dans ce qui suit on va détailler les différents composants des matériaux composites.

II.1.1.3. 1. La matrice :

Dans un grand nombre de cas, la matrice constituant le matériau composite est une résine polymère. Les résines polymères existent en grand nombre et chacune à un domaine particulier d'utilisation. Dans les applications où une tenue de la structure aux très hautes températures est requise, des matériaux composites à matrice métallique, céramique ou carbone sont utilisés.

Dans le cas des matériaux en carbone des températures de 2 200°C peuvent être atteintes.

Le solide formant la matrice peut être d'origine métallique, céramique ou polymère.

A partir de la nature de la matrice les matériaux composites sont classés en trois catégories :

- Les composites à matrice polymère ou organique (CMO),
- Les composites à matrice métallique,
- Les composites à matrice céramique.

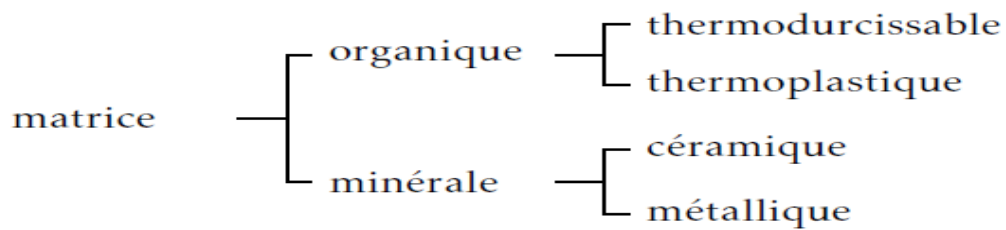


Figure II.4 : Types de matrice couramment rencontrées. (Gornet, 2011)

La performance générale du composite (matrice/renfort) est très dépendante du choix de la matrice (Figure : II.3). En effet, dans le cas où la déformation à la rupture de la matrice est inférieure à celle des fibres, pour une sollicitation en déplacement imposé, la matrice ne permet pas de bénéficier totalement du renfort des fibres. D'autre part pour une tenue à long terme (fatigue, fluage), le rôle de la matrice devient alors très important.

A. Résines thermodurcissables :

Les résines thermodurcissables ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants. Les résines polyesters insaturées, les résines de condensation (phénoliques, amioplastes, furaniques) et les résines époxydes sont des résines thermodurcissables.

Les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible. Ces caractéristiques sont présentées dans le tableau II.1.

résines	T_f (°C)	ρ (Kg/m ³)	ϵ_t^R (%)	σ_t^R (MPa)	σ_c^R (MPa)	E (GPa)
polyesters	60 à 100	1 140	2 à 5	50 à 85	90 à 200	2,8 à 3,6
phénoliques	120	1 200	2,5	40	250	3 à 5
epoxydes	290	1 100 à 1 500	2 à 5	60 à 80	250	3 à 5

Tableau II.1 : Caractéristiques des résines thermodurcissables. (Gornet, 2011)

B. Résines thermoplastiques :

Les résines thermoplastiques ont des propriétés mécaniques faibles. Ces résines sont solides et nécessitent une transformation à très haute température.

Les polychlorures de vinyle (PVC), les polyéthylènes, polypropylène, polystyrène, polycarbonate polyamide sont quelques exemples de ces résines thermoplastiques.

De même que pour les résines thermodurcissables, les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible :

Ces dernières sont présentées dans le tableau II.2.

résines	T_f (°C)	ρ (kg/m ³)	ϵ_f^R (%)	σ_f^R (MPa)	σ_c^R (MPa)	E (GPa)
polyamide	65 à 100	1 140		60 à 85		1,2 à 2,5
polypropylène	900	1 200		20 à 35		1,1 à 1,4

Tableau II.2 : Caractéristiques des résines thermoplastiques. (Gornet, 2011)

C. Matrice céramique :

L'utilisation des céramiques n'a pas connu l'ampleur prévisible des applications thermo-structurales possibles en raison de leur sensibilité à la propagation de fissures qui induit un manque de fiabilité vis-à-vis des chocs mécaniques ou thermiques.

Une façon de fiabiliser ce type de matériau est de le "défragiliser" en passant au concept de composite thermo-structural à matrice céramique (CMC).

Les composites thermo-structuraux à matrice céramique ont une triple filiation :

- ✓ Aux céramiques monolithiques ils vont emprunter réfractarité et résistance à la corrosion ;
- ✓ Aux composites structuraux ils vont emprunter le concept de renforcement fibreux, en

particulier par des fibres longues ;

- ✓ Aux composites carbone/carbone ils vont emprunter la performance en température tout en évitant leur oxydation très rapide.

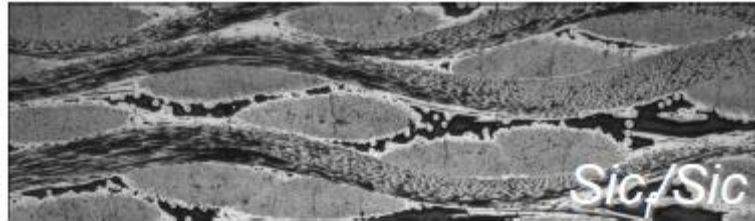


Figure II.5: Composites à matrice céramique.

En ce qui concerne le renfort fibreux le choix est beaucoup plus limité et ce d'autant plus qu'on va vers des températures extrêmes.

Au-dessus de 1000°C le choix de fibres renforçantes disponibles sur le plan commercial, commence à être réduit (Sioz, d2O3, Sic, ...) et au-delà d'environ 1400 °C seules les fibres de carbone sont disponibles, avec malheureusement leur sensibilité à l'oxydation.

(Thebault ,1993)

D. Matrice Métallique :

Le composite à matrice métallique est un matériau de pointe utilisé en aéronautique et en aérospatiale, ce matériau se développe depuis les années 60-65.

Dans ce cas la matrice est métallique ; les métaux les plus souvent utilisés sont : l'aluminium, le magnésium et le titane, pour les hautes températures c'est le cobalt (parfois allié avec du nickel).

La matrice métallique donne au matériau composite de nouvelles propriétés. Les plus communes sont : des meilleures propriétés mécaniques, une meilleure résistance au feu et à la

température, une meilleure conductivité électrique et thermique, une résistance aux radiations, une imperméabilité au gaz et à l'humidité.

Ils sont utilisés dans des domaines très variés : du foret de perceuse (tungstène) à l'aérospatial en passant par l'automobile.

Cependant le facteur qui limite leur exploitation est le coût, bien supérieur à celui des matériaux plus conventionnels. (Couillault, 2010)

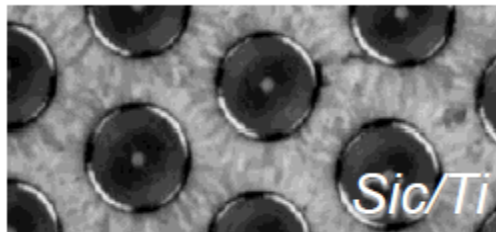


Figure II.6: Composites à matrice métallique.

II.1.1.3. 2. Les renforts :

Un renfort est un dispositif permettant d'assurer une meilleure tenue mécanique, c'est-à-dire une bonne rigidité et une bonne résistance, et d'améliorer les propriétés thermiques. Parmi ces renforts, que contient un matériau composite, on distingue les fibres (billes pleines ou creuses, les fibrilles, les écailles, les whiskers... Ce renfort est un les plus souvent employées), les particules (comme SiC, TiC, Al₂O₃...), les éléments nécessaire à la constitution du composite. (Bahlouli , 2006)

Du point de vue des applications industrielles, les composites les plus répandus sont caractérisés généralement par une matrice polymère et des renforts sous forme de fibres longues tissées ou non.

Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes :

Linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tri directionnel ou plus).

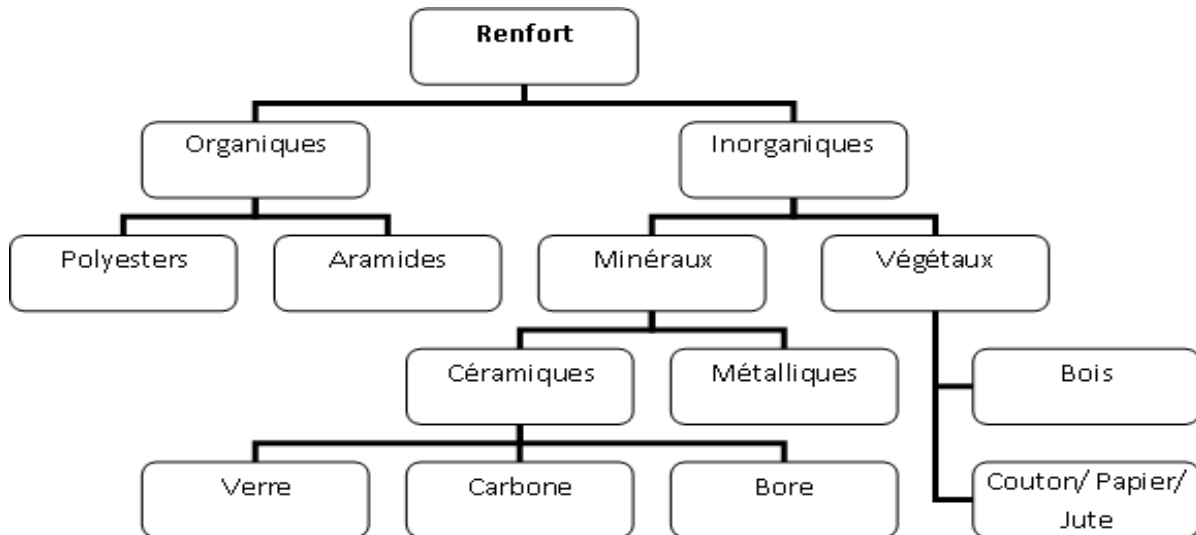


Figure II.7 : Les principaux matériaux de renforts.

A. Fibre de verre :



Elles constituent le renfort essentiel des composites de grande diffusion. Elle est obtenue à partir de sable (silice) et d'additifs (alumine, carbonate de chaux, magnésie, oxyde de bore). On distingue trois types de fibres :

E : pour les composites de grande diffusion et les applications courantes ;

R : pour les composites hautes performances ;

D : pour la fabrication de circuits imprimés (propriétés diélectriques).

B. Fibre de carbone



C'est la fibre la plus utilisées dans les applications hautes performances. Elle est obtenue par carbonisation de la fibre de PAN (Polyacrylonitrile).

Selon la température de combustion, on distingue deux types de fibres :

Fibres haute résistance (HR) : pour une combustion de 1000 à 1500 °C ;

Fibres haut module (HM) : pour une température de combustion de 1800 à 2000 °C.

La qualité des fibres de carbone finales dépend fortement des qualités du précurseur.

C. Fibre d'aramide :



Souvent appelée KEVLAR®, la fibre d'aramide est issue de la chimie des polyamides aromatiques.

Il est possible de trouver deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes :

Les fibres bas module : utilisées pour les câbles et les gilets pare-balles ;

Les fibres haut module : employées dans le renforcement pour les composites hautes performances.

Les fibres aramides ont des propriétés mécaniques élevées en traction comme les carbones mais leurs résistances à la compression est faible.

La faible tenue mécanique en compression est généralement attribuée à une mauvaise adhérence des fibres à la matrice dans le matériau composite.

L'utilisation de composites à fibres hybrides permet également de remédier aux faiblesses des composites à fibres aramides.

Des renforts hybrides de type verre-kevlar ou carbone-kevlar sont largement utilisés dans le domaine des loisirs (ski, raquette de tennis).

D. Fibre de bore :

Fibres de haut module et insensibles à l'oxydation à hautes températures, elles sont obtenues par dépôt en phase gazeuse sur un substrat en tungstène.

E. Fibre de silice (ou de quartz) :

Elles sont produites comme le verre, par fusion, et sont essentiellement utilisées pour leur haute tenue chimique et thermique dans les tuyères pour moteur de fusée.

F. Fibres de polyéthylène de haut module :

Elles présentent une très bonne résistance à la traction mais une mauvaise mouillabilité. Pour des structures peu sollicités, on peut encore utiliser des fibres synthétiques courantes de polyamide ou polyester.

II.2.2. Caractéristiques moyennes des fibres et renforts :

Il existe différents types de fibres. Elles peuvent être scindées en deux groupes, les fibres à haut module et les fibres à haute résistance. Les fibres à haut module ont une résistance faible et celles à forte résistance ont un module faible.

Renforts	Diamètre du filament (µm)	Masse volumique (kg.m ⁻³)	Module d'élasticité longitudinal (MPa)	Module de cisaillement (MPa)	Coefficient de Poisson	Contrainte de rupture (traction) MPa	Allongement à rupture %	Coefficient de dilatation thermique °C ⁻¹
	d	Mv	E	G	k	C _r	A	α
Verre E	16	2 600	74 000	30 000	0,25	2 500	3,5	0,5*10 ⁻⁵
Verre R	10	2 500	86 000		0,2	3 200	4	0,3*10 ⁻⁵
Carbone HM	6,5	1 800	390 000	20 000	0,35	2 500	0,6	0,08*10 ⁻⁵
Carbone HR	7	1 750	230 000	50 000	0,3	3 200	1,3	0,02*10 ⁻⁵
Kevlar 49	12	1 450	130 000	12 000	0,4	2 900	2,3	-0,2*10 ⁻⁵
Bore	100	2 600	400 000			3 400	0,8	0,4*10 ⁻⁵
Silicate d'alumine	10	2 600	200 000			3 000	1,5	
Polyéthylène		960	100 000			3 000		

Tableau II.3 : Caractéristiques moyennes des fibres et renforts.

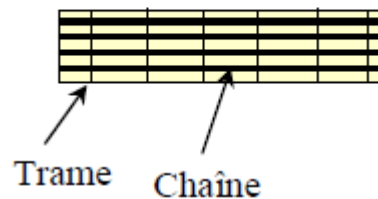
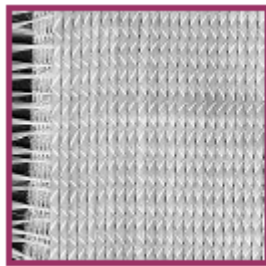
II.2.3. Architecture des renforts :

Les structures composites sont anisotropes. La plupart des renforts travaillent bien en traction, mais offrent de moins bonnes performances en compression et cisaillement.

Il est donc impératif de jouer sur la texture et la géométrie des renforts pour créer une architecture adaptée.

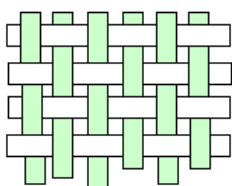
Il existe différentes géométries et textures de renforts :

1. **Les unidirectionnels (UD)** : Dans une nappe UD, les fibres sont assemblées parallèlement les unes par rapport aux autres à l'aide d'une trame très légère. Taux de déséquilibre très grand.



Les tissus se composent de fils de chaîne et de trame perpendiculaires entre eux.

Le mode d'entrecroisement ou armure les caractérise.

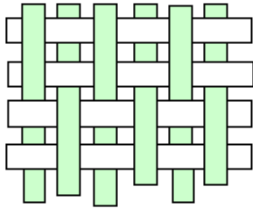


Toile ou taffetas :

Chaque fil de chaîne passe dessus puis dessous chaque fil de trame, et réciproquement. Le tissu présente une bonne planéité et une relative

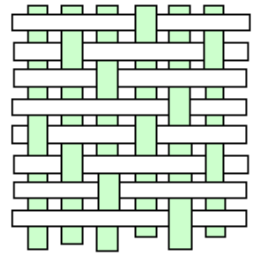
rigidité, mais est peu déformable pour la mise en œuvre.

Les nombreux entrecroisements successifs génèrent un embuvage important et réduisent les propriétés mécaniques.



Serge : Chaque fil de chaîne flotte au-dessus de plusieurs (n) fils de trame et chaque fil de trame flotte au-dessus de (m) fils de chaîne.

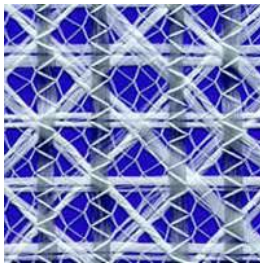
Armure de plus grande souplesse que le taffetas ayant une bonne densité de fils. Ci-contre, un sergé 2/2.



Satin : Chaque fil de chaîne flotte au-dessus de plusieurs ($n-1$) fils de trame et réciproquement. Ces tissus ont des aspects différents de chaque côté. Ces tissus sont assez souples et adaptés à la mise en forme de pièces à surfaces complexes.

Ce type de tissus présente une forte masse spécifique.

Comme un tissu est difficilement déformable sur une surface gauche, on réalise également pour des utilisations spécifiques des armures bi ou tridimensionnelles.



Tissu multiaxial



Tissu 3D ou tresse

Il est également possible de réaliser des structures de renforts hybrides en tissant des fibres de natures différentes ou, en superposant des tissus ou nappes de renforts de fibres différentes.

II.1.1.3. 3. Les Charges :

On désigne sous le nom général de charge toute substance inerte, minérale ou végétale qui, ajoutée à la matrice, permet de modifier de manière sensible les propriétés mécaniques, électriques ou thermiques, d'améliorer l'aspect de surface ou bien, simplement, de réduire le prix de revient du matériau transformé.

Le choix d'une charge est déterminé en fonction des modifications recherchées pour l'objet fini. Mais, d'une manière générale, les substances utilisables comme charges des matières plastiques devront d'abord satisfaire à un certain nombre d'exigences :

- ✓ Compatibilité avec la résine de base ;
- ✓ Mouillabilité ;
- ✓ Uniformité de qualité et de granulométrie ;
- ✓ Faible action abrasive ;
- ✓ Bas prix de revient.

Les charges peuvent se trouver sous différents formes :

- ✓ Charges organiques ;
- ✓ Charges minérales ;
- ✓ Oxydes et hydrates métalliques ;
- ✓ Verre ;
- ✓ Carbone.

II.1.2. Généralités sur les matériaux de type FGM

II.1.2.1. Définition :

Les matériaux à gradients évalués FGM sont composés de deux ou plusieurs matériaux relatifs, à des fractions volumiques et microscopiques qui sont conçus pour avoir une continuité spatiale variable.

Ces types de matériaux, ont suscité beaucoup d'attention récemment en raison de leur faculté à diminuer la disparité dans les propriétés matérielles et de réduire les contraintes thermiques. La variation continue des propriétés mécaniques donne au matériau un comportement optimisé. (Merdaci et al 2013)

Un matériau à gradient de propriétés est caractérisé par l'évolution continue ou discontinue d'une propriété physique du matériau dans une direction de l'espace.

Cette variation de comportement est induite par une modification de composition chimique, de microstructure (taille et morphologie de grains, fraction volumique et morphologie de phases), d'architecture et/ou de l'état de contraintes résiduelles. (Texier, 2013)

Les FGM sont particulièrement utilisés dans les applications de haute technologique, tel que : aéronautique, aérospatiale, nucléaire, semi-conducteurs, et en Génie civil et trouvent également des applications biomédicales. (Merdaci , 2013)

II.1.2.2. L'origine et l'Historique de FGM :

Le concept de FGM est né au milieu des années quatre-vingt dans le laboratoire national d'aérospatial au Japon, qui fût suivi par d'autres pays : l'Allemagne, la Suisse, Les Etats-Unis, la Chine et la Russie.

En 1984 M. Niino et ses collègues à Sendai ; Ont eu l'idée de réaliser des matériaux utilisés comme barrière thermique dans les structures spatiales et les réacteurs à fusion (Koizumi ,1992).

Les changements continus dans la composition, dans la microstructure, et même dans la porosité de ces matériaux a comme conséquences des gradients des propriétés matérielles telles que les propriétés mécaniques et la conductivité thermique (Koizumi, 1997).

Cette nouvelle classe de matériaux composites peuvent être utilisés pour différentes applications, telles que les enduits des barrières thermiques pour les moteurs en céramique, turbines à gaz, couches minces optiques (Nguyen et al 2007).

En 1987,le gouvernement japonais a lancé un vaste projet appeler « la recherche sur la technologie de base pour développer de matériaux à gradient de fonction et l'étude de la relaxation des contrainte thermique ».l'intérêt du projet est de développer des matériaux présentant des structures utilisées comme barrière thermiques dans les programme aérospatiaux .les matériaux constituant les parois des engins spéciaux sont appeler à travailler à des températures de surface de 1800 °C ainsi qu'a gradient de température de l'ordre de 1300 °C .

En 1987-1989, c'est la fabrication de petites pièces expérimentales (1-10 mm d'épaisseur et 30 mm de diamètre) pouvant résister à des températures de surfaces maximales de 2000K et à un gradient de température de 1000K.

En 1990-1991, c'est la réalisation des pièces de tailles plus grandes et de forme plus Complexes (Okamura , 1991).

En 1992, c'est la période de l'amélioration de l'efficacité des FGM dans la conservation d'énergie photoélectrique, thermoélectrique, thermonucléaire (Kieback et al 2003).

A partir de ces résultats, un nouveau projet national intitulé « recherche sur les matériaux pour la conservation de l'énergie avec le plan fonctionnel gradient de structure », communément dénommé « FGM partie II, a été lancé en 1993, pour la promotion de la science et technologie. La figure II.8 montre les formes de conversion d'énergie visée par le présent projet de recherche.

Les énergies solaire et nucléaire sont considérées comme les sources d'énergie en vue d'éventuelles applications extensives.

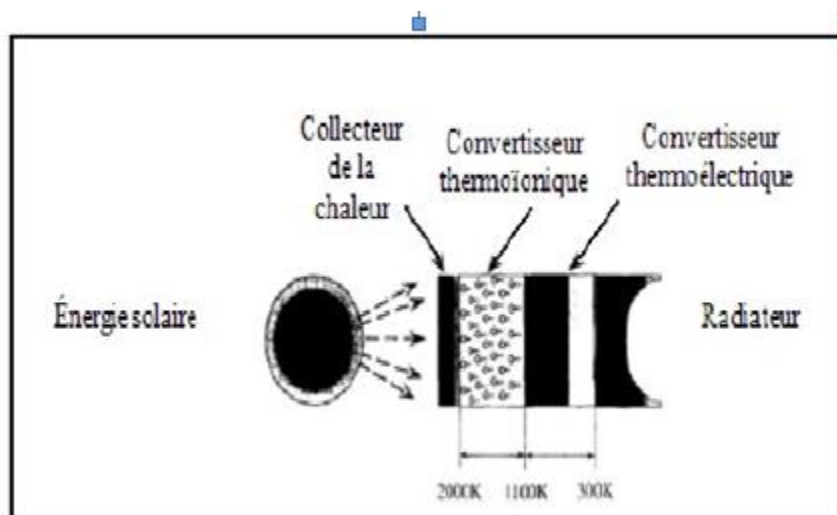


Figure II.8 : Formes de conversion d'énergies couvertes par la partie II du projet de FGM. (Koizumi et al 1996)

II.1.2.3. Comportement des Matériaux FGM :

Dans un matériau de type FGM les différentes phases microstructurales ont différentes fonctions, en variant graduellement la fraction de volume des matériaux constitutifs avec un changement doux et continu d'une surface à l'autre, de ce fait éliminant des problèmes d'interface et diminuant des concentrations de contrainte thermique.

C'est dû au fait que les constituants en céramique des FGM peuvent résister aux environnements à hautes températures en raison de leurs meilleures caractéristiques de résistance thermique, alors que les constituants en métal fournissent une performance mécanique plus forte et réduisent la possibilité de rupture catastrophique.

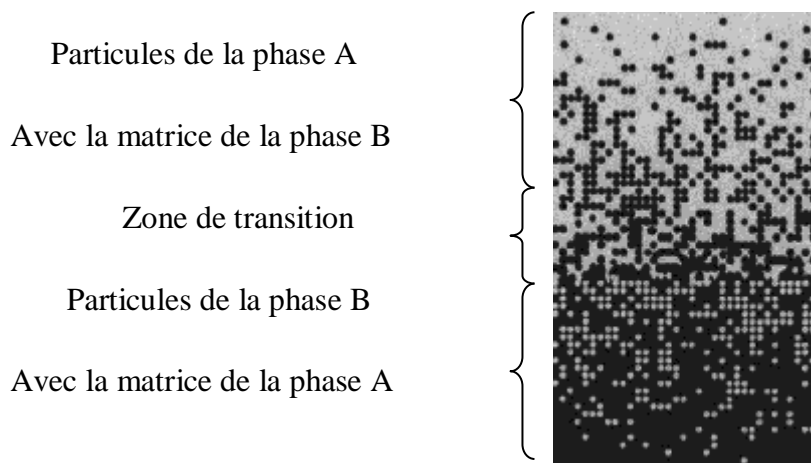


Figure II.9 : FGM avec les fractions de volume des phases constitutives graduées dans une seule direction (verticale). (Yin et al 2004)

Les problèmes de transitoire ou de fatigue thermique sont étudiés dans divers secteurs industriels autres que l'aéronautique, comme l'électronucléaire (circuits de refroidissement, combustible), l'électrotechnique (contacts électriques), l'automobile (culasses, collecteurs d'échappement, filtres à particules) ou la production de matériaux (verre, aluminium).

L'étude des conséquences de ces sollicitations d'origine thermique constitue l'un des axes majeurs de plusieurs chercheurs et s'appuie sur la méthodologie développée pour l'aéronautique et les superalliages. Des approches multi-échelles sont aussi utilisées pour la prévision de durée de vie des revêtements à haute température.

L'objectif est d'augmenter la tenue aux hautes températures pour les turbines à gaz en appréhendant les mécanismes fondamentaux de la rupture des revêtements pour aubes de turbine. (Benatta , 2011)

II.1.2.4. L'intérêt d'utilisation de FGM :

Il y a beaucoup d'intérêt pour la mise sur pied des structures ainsi les conditions fonctionnelles peuvent varier avec l'endroit.

Dans la plupart des cas, ceci impliquera de varier les matériaux qui sont employés aux endroits spécifiques dans la structure ayant pour résultat les interfaces discrètes dans tout.

A nombre de proposé des technologies manufacturières pour le traitement de **FGM**.

Récemment, les concepts de **FGM** sont devenus d'intérêt scientifique pour améliorer l'exécution des systèmes géométriquement complexes des structures. (Meradjah, 2011)

II.1.2.5. Revus des méthodes d'élaboration des FGM :

De nombreuses méthodes d'élaboration sont employées pour la réalisation des M.G.F.

Ces techniques sont brièvement expliquées ci-après:

1) Coulage en Bande (Tape Casting ou Doctor-Blade) :

Le coulage en bande consiste à couler une barbotine de poudres fines en suspension aqueuse ou non-aqueuse (la plupart des travaux commerciaux utilisent le procédé non-aqueux) sur un support plan en couches minces et régulières.

Selon les cas, c'est soit la lame (doctor blade) qui est animée d'un mouvement de translation ; soit du support qui se déplace sous la lame (figure II.10).

Les produits obtenus sont des feuillets avec des épaisseurs contrôlées (25-1000 μm).

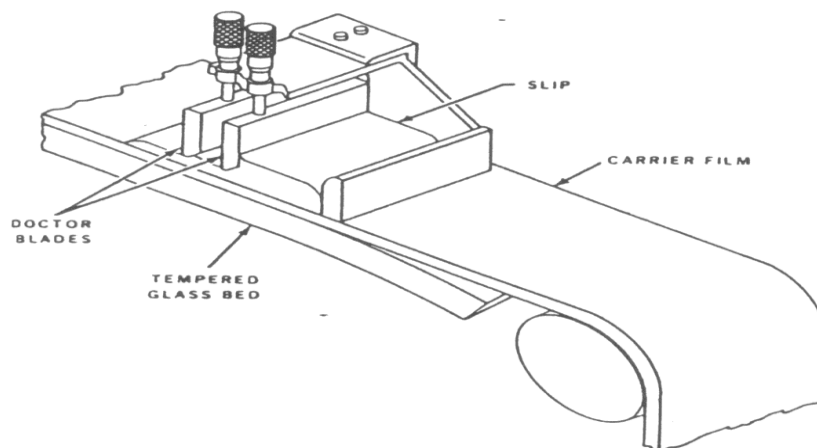


Figure II.10 : Principe de la méthode coulage en bande. (Williams et al 1976)

Après un raffermissement de la pâte, les feuillets sont démoulés et ensuite découpés.

Le solvant doit avoir un point d'ébullition très bas et une viscosité faible.

Il doit être soluble avec le liant, le plastifiant et les autres ajouts mais ne doit être ni soluble ni réactif avec la poudre céramique.

Le liant donne une grande résistance mécanique au produit cru en permettant son maniement.

Généralement un plastifiant est ajouté au liant pour baisser sa viscosité.

Le liant, le plastifiant et le défloculant doivent être totalement dégagés pendant le déliantage.

Le procédé de coulage en bande est largement utilisé pour réaliser des matériaux composites laminaires suivant deux méthodes soit :

- ✓ Par réalisation directe de bandes multicouches grâce à un système de lames multiples, c'est le cas des tri-couches élaborés par Mistler (Mistler ,1973) ;
- ✓ Par empilage de couches élaborées séparément, dont la cohésion est ensuite assurée par une étape de thermocompression (Boch et al 1986), (Boch et al 1987).

2) Coulage Séquentiel en Barbotine (Slip Casting) :

Basiquement, le coulage en barbotine (slip casting) consiste à couler une suspension dans un moule poreux qui va drainer le liquide grâce aux forces capillaires, laissant un tesson (couche de poudre compacte) sur la surface du moule.

Après séchage, on obtient le corps en cru.

Donc le coulage se décompose en deux étapes essentielles:

- ✓ Formation du tesson ou "prise";
- ✓ Consolidation du tesson ou "raffermissement".

La filtration, c'est à dire la formation du tesson lors du coulage, peut être considéré comme un processus d'élimination d'une partie de l'eau de la barbotine; Cette eau migre à travers la couche de tesson déjà formée, sous l'effet:

- ✓ Du pouvoir de succion du plâtre (coulage classique) (Moya et al 1992);
- ✓ Ou d'une pression appliquée sur la barbotine (coulage sous pression).

Dans le cas de la fabrication de multicouches, après la formation du premier tesson, le dépôt de la deuxième couche s'effectue de manière telle que la barbotine ne pénètre pas dans le tesson formé.

Ce procédé est successivement reproduit pour les autres couches.

3) Dépôt par Electrophorèse :

Le dépôt par électrophorèse est un procédé dans lequel une suspension colloïdale stable est placée dans une cellule contenant deux électrodes, le dépôt se fait par le mouvement des particules chargées au sein de la solution vers la cathode ou l'anode selon le signe de la charge des particules due à un champ électrique (Sark et al 1996).

4) Compaction Sèche des Poudres :

Dans cette technique les poudres sont successivement versées dans un moule en acier.

Chaque fois qu'une poudre est versée, une faible compression est exercée.

Ensuite, la compaction de l'ensemble des couches sera effectuée.

Ce procédé est suivi, généralement, par une pression isostatique et un déliantage.

La densification sera enfin l'étape finale (Bishop et al 1993).

5) Projection Plasma :

Un gaz soumis à une forte température (par exemple celle d'un arc électrique), se transforme en un état ionisé (plasma). Cette transformation est accompagnée d'un dégagement de chaleur important. Si une particule de céramique se trouve dans cet environnement, elle se fond totalement ou superficiellement, ce qui permet de la situer sur un substrat.

La projection plasma des particules des divers matériaux est devenue une méthode très utilisée pour fabriquer des FGM.

L'équipement relativement simple, le rendement élevé du dépôt des particules sur des substrats à géométrie compliquée (Steffens et al 1990).

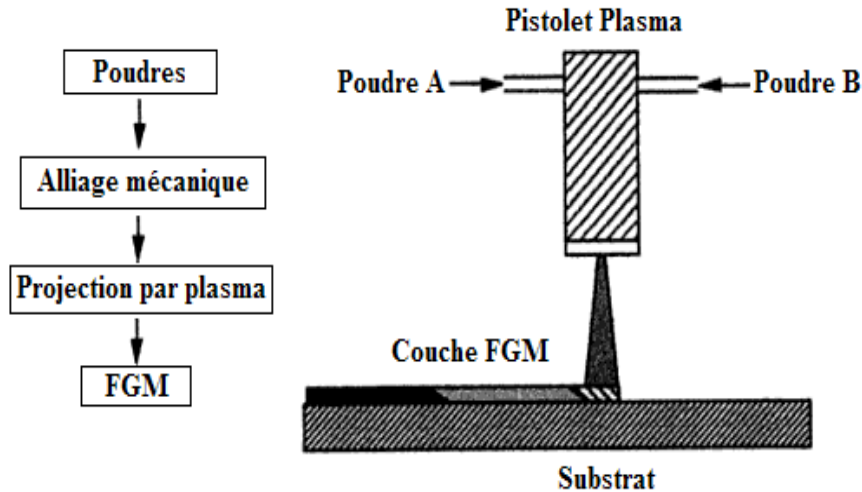


Figure II.11 : Projection par plasma pour former un matériau thermoélectrique gradué. (La composition est graduée dans la direction plane)

6) C. V. D. et P. V. D.

Les dépôts chimique ou physique en phase vapeur sont des techniques dans lesquelles les atomes du matériau source sont déposés sur la surface du substrat.

Les techniques de C.V.D. et P. V. D. peuvent être utilisées pour la préparation de F.G.M sur des substrats de formes compliquées (Uemura et al 1990), (Kawai et al 1990).

7) Frittage et Infiltration :

Cette technique est constituée de deux étapes et convient à la fabrication d'un composite à gradient de fonction composé de deux matériaux dont les températures de fusion sont très différentes.

La première étape est de fabriquer une matrice frittée du matériau à haute température de fusion avec un gradient de porosité.

La seconde est de remplir ces porosités avec le deuxième matériau fondu par infiltration.

Le résultat est excellent pour la diminution de la contrainte thermique (Takahashi et al 1990).

Cette technique peut être généralement appliquée pour plusieurs combinaisons de matériaux qui sont chimiquement inertes et qui ont des points de fusion bien différents les uns par rapport aux autres.

8) Frittage Laser Différentiel :

Le rayonnement thermique du laser permet le contrôle de la température et la focalisation du point à chauffer.

La différence de l'intensité de l'irradiation sur différents points du matériau, provoque un frittage différentiel le long de la pièce, ce qui résulte en des microstructures différentes, dépendant de la position du point irradié.

La figure II.12 montre schématiquement la disposition du procédé utilisé par Yuki et al. (Yuki et al 1990).

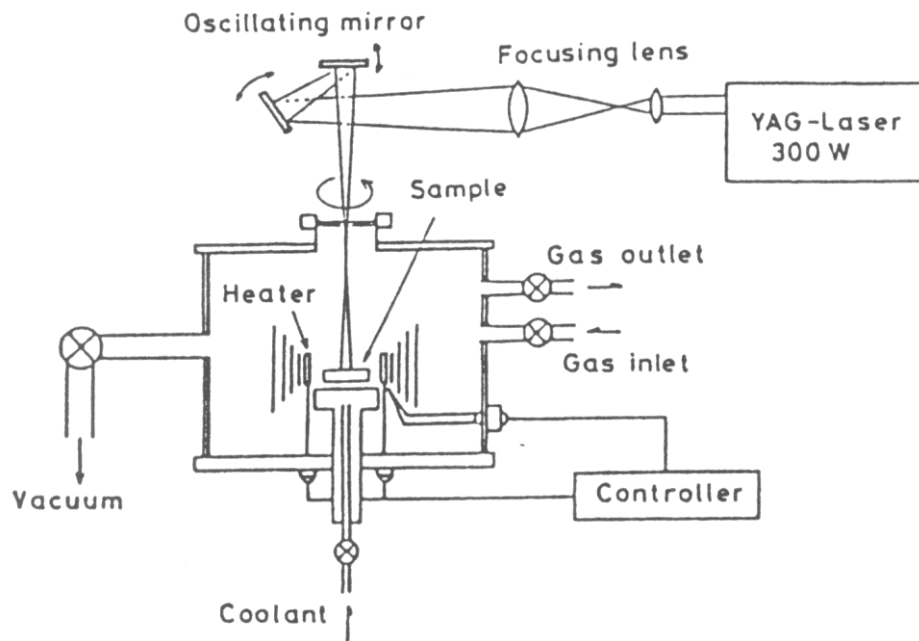


Figure II.12 : Disposition du procédé frittage laser différentiel. (Yuki et al 1990)

9) Implantation Ionique (Sputtering) :

C'est une technique avancée pour la fabrication des FGM permettant de réaliser seulement des épaisseurs fines ($<1\mu\text{m}$) sur différents substrats (plastiques, céramiques, et métaux).

Le traitement s'effectue par les faisceaux énergétiques d'ions ou via des gaz réactifs.

Les couches fabriquées présenteront un gradient de composition qui peut être très finement contrôlé (Benien et al 1990) et (Chigasaki et al 1990).

10) Dépôt par Centrifugation :

La technique consiste à verser une suspension colloïdale relativement diluée dans des flacons cylindriques, le tout est soumis à une centrifugation.

La sédimentation s'opère et le liquide surnageant est retiré.

Ce procédé est répété pour obtenir des multicouches (figure II.13) (Lucchini et al 1995), (Hillman et al 1996), (Sbaizero et al 1996).

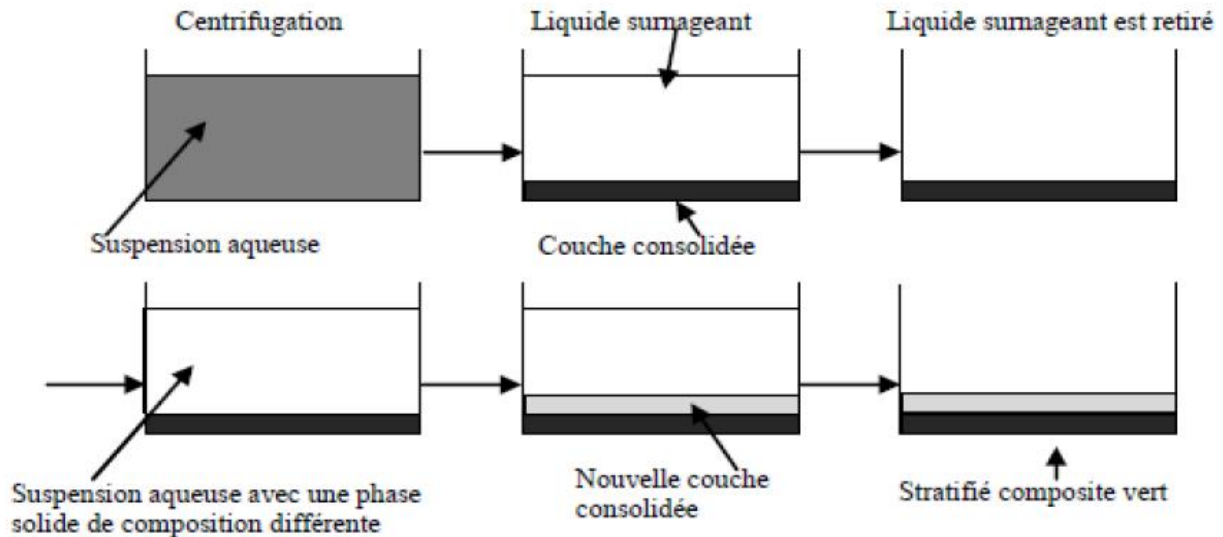


Figure II.13 : Schéma du procédé dépôt par centrifugation. (Lucchini et al 1995)

II.1.2.6. Domaines d'applications des matériaux à gradient de propriétés :

Le concept des matériaux à gradient de propriétés est applicable dans des nombreux domaines.

Il a été initialement conçu pour l'industrie de l'aéronautique, où les FGM ont fournis deux propriétés contradictoires telles que la conductivité thermique et d'isolation thermique dans un matériau.

Actuellement, elles permettent la production des matériaux légers, forts et durables, et elles sont applicables dans un large intervalle des domaines tels que les matériaux de construction, matériaux de conversion d'énergie, nucléaire et semi-conducteurs.(Houari , 2011).

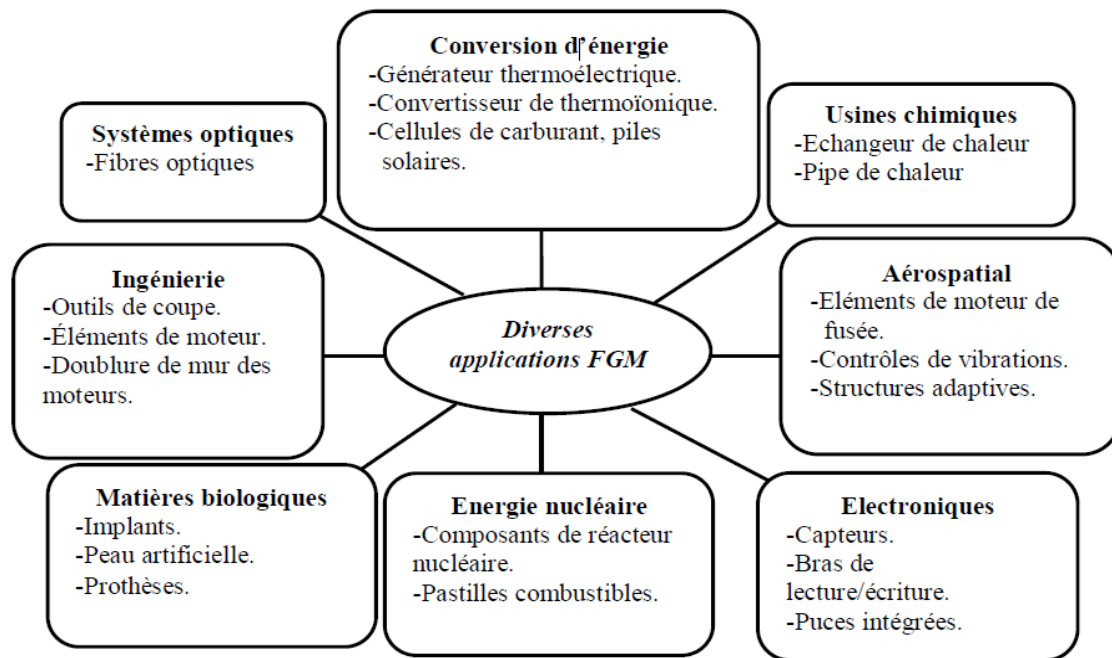


Figure II.14 : Les principaux domaines d’application des FGM. (Bessaim, 2014)

II.1.2.7. Différences entre matériaux à gradient de propriétés et matériaux composites traditionnels :

Les matériaux à gradient de propriétés sont donc des matériaux composites avec un caractère au microscope non homogène. Les changements continus de leur microstructure distinguent le FGM des matériaux composites conventionnels. Le changement continu de la composition a comme conséquence les gradients dans les propriétés de FGM. Les différences dans la microstructure et les propriétés entre FGM et matériaux composites conventionnels sont illustrées schématiquement sur la figure II.15 ; Il en résulte un gradient qui déterminera les propriétés des M.G.F. Dans certains cas, on peut avoir un M.G.F. constitué d'un même matériau mais de microstructure différente (Boch et al 1986).

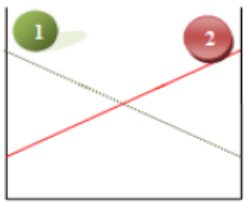
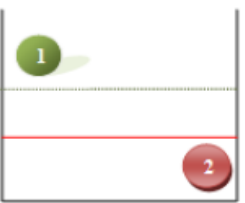
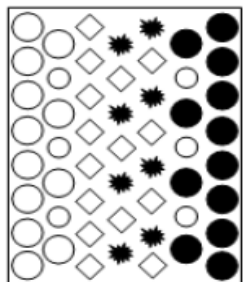
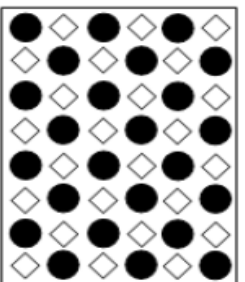
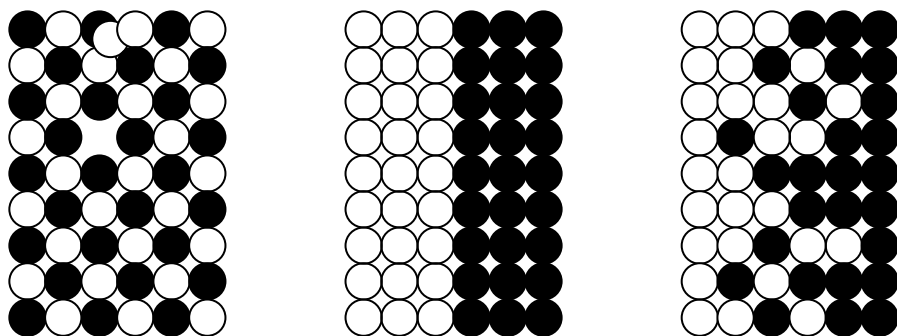
Propriétés	<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: flex-start;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 5px;"> 1 Résistance mécanique </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> 2 Conductivité thermique </div> </div>		
Structure	Eléments constitutifs: Céramique ○ Métal ● Microporosité ○ Fibre ◇		
Matériaux	Exemple	FGM	NON-FGM

Figure II.15 : Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels. (Koizumi et al 1996)

Yoshihisa (2004) a établi un modèle simple illustrant les différences entre les matériaux à gradient de propriétés (FGM) et les matériaux plus conventionnels est montré sur la (figure II.16) . Le matériau plan composé à une caractéristique plane, et le matériau relié à une frontière sur l'interface de deux matériaux. FGM ont de excellentes caractéristiques qui diffèrent de ceux des matériaux plans composés et reliés. Par conséquent, les FGM attirent l'attention en termes de leur application dans les domaines industriels.



Matériau plan composé (a), Matériau relié (b), Matériau à gradient de propriété (c)
Figure II.16 : La distribution composante des matériaux. (Yoshihisa , 2004)

II.2. Conclusion :

L'objectif de ce chapitre est de donner une vue globale sur les matériaux modernes (composite et FGM) ; leur caractéristique et utilisation, ainsi que la différence entre eux.

Les changements continus de leur microstructure distinguent le FGM des matériaux composites conventionnels.

Grace à leur fonctionnalité ces matériaux permettent de créer des structures innovantes qui peuvent être exploitées dans de nombreux domaines d'application dans les structures spéciales en génie civil.

*Chapitre III : La Théorie des poutres et
l'élasticité non locale*

III.1. Introduction :

Les poutres sont des éléments structuraux très répandus dans le domaine de l'ingénierie. De plus, l'utilisation croissante des matériaux composites, entre autre dans le domaine des transports pour réduire le poids, a stimulé beaucoup de recherches sur les poutres en composite à sections pleines, à sections creuses, les nano-poutres etc.

Une poutre, ou un élément de flexion, est fréquemment rencontré dans des structures et des machines et son analyse élémentaire de contrainte constitue une des plus importantes études de la mécanique des matériaux. (Decolon , 2000)

Le terme «poutre» désigne un objet dont la longueur est grande comparée aux dimensions transverses (section fine). Une poutre est un élément de structure utilisée dans la construction des bâtiments, des navires, autres véhicules et dans la fabrication des machines.

Cependant, le modèle des poutres peut être utilisé pour des pièces très diverses à condition qu'elles respectent certaines normes.

En mécanique des structures, la théorie des poutres permet de simplifier les problèmes rencontrés, en assimilant le solide étudié à une poutre, à savoir une structure élancée, dont une dimension est grande devant les deux autres.

Celle-ci s'applique dans un domaine d'efforts permettant au matériau homogène et isotrope de demeurer linéaire et élastique, ce qui implique, entre autres, qu'après déformation, le solide reprend sa forme initiale.

La théorie des poutres est un modèle utilisé dans le domaine de la résistance des matériaux.

On utilise trois modèles :

La théorie d'Euler-Bernoulli, qui néglige l'influence du cisaillement ;

La théorie de Timoshenko qui prend en compte l'effet du cisaillement, utilise le facteur de correction (le premier ordre).

La théorie d'ordre élevé qui prend en compte l'effet du cisaillement.

Les hypothèses principales sont les suivantes :

- l'axe de la poutre, x , est droit.
- la poutre se déforme dans le plan $x - z$, qui est plan principal d'inertie.
- la poutre transmet des efforts normaux en direction x , des cisaillements en direction z et des moments autour de l'axe y .

La construction d'une théorie de poutre consiste à reprendre, pour un milieu curviligne, le cheminement suivi pour le milieu continu. Les étapes successives du traitement sont donc la définition d'une cinématique, l'application des équations d'équilibre, l'introduction de lois de comportement. On en déduit des relations globales entre forces, couples, flèches et angles de rotation des sections. Dans le cas d'une poutre homogène isotrope, la part de cisaillement dans la flèche est directement reliée à l'élancement (L/h).

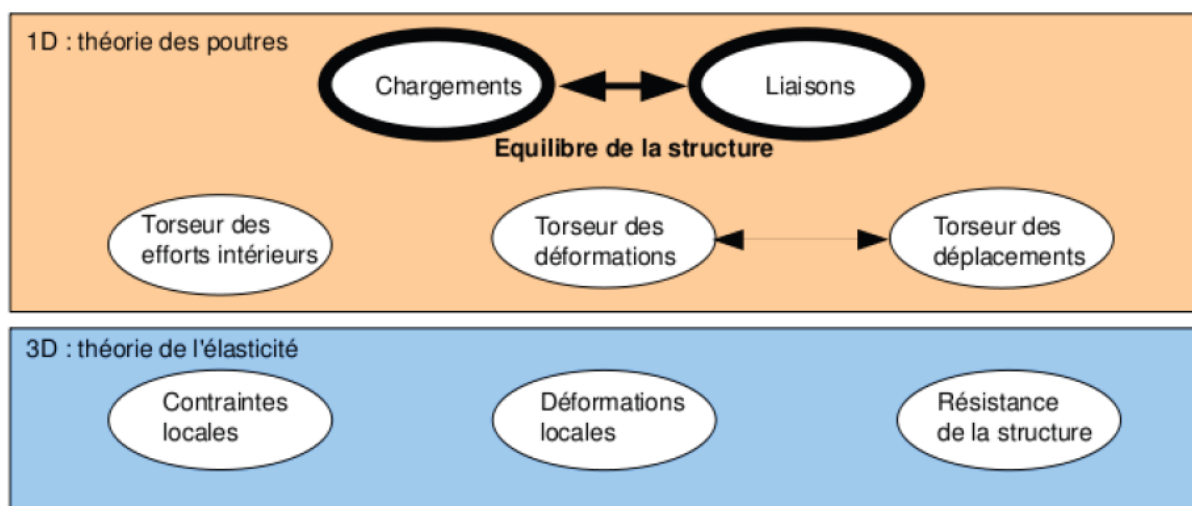


Figure III.1 : Le concept à la description du mouvement de la fibre moyenne. (Génevaux et al 2011)

III.2. Historique de la théorie des poutres :

La paternité de la théorie des poutres est attribuée à *Galilée*, mais des études récentes indiquent que *Léonard De Vinci* l'aurait précédé.

De Vinci avait supposé que la déformation varie de manière linéaire en s'éloignant de la surface neutre, mais il ne pût finaliser ses calculs car il ne connaissait pas la loi de Hooke.

De son côté, *Galilée* était parti sur une hypothèse incorrecte (il supposait que la contrainte était répartie uniformément en flexion), et c'est *Antoine Parent* qui obtint la distribution correcte.

Ce sont *Leonard Euler* et *Jacques Bernoulli* qui émirent la première théorie utile vers les années 1750, alors que *Daniel Bernoulli*, le neveu du précédent, écrivit l'équation différentielle pour l'analyse vibratoire. À cette époque, le génie mécanique n'était pas reconnu comme une science, et on ne considérait pas que les travaux d'une académie des mathématiques puissent avoir des applications pratiques, et on continua à bâtir les ponts et les bâtiments de manière empirique. Ce n'est qu'au XIXe siècle, avec la Tour Eiffel et les grandes roues, qu'on démontra la validité de la théorie à grande échelle. (Sellai, 2011)

III.3. De l'élasticité à la théorie des poutres :

La théorie des poutres est une simplification de la théorie de l'élasticité. Elle peut être envisagée lorsque le corps solide déformable possède une dimension bien plus grande que les deux autres.

La théorie des poutres fournit des solutions en déplacement et contraintes qui ne sont pas nécessairement valables en tout point. Mais loin des points d'application des chargements, des liaisons (blocages cinématiques) et des variations brusques de section, elle est tout à fait suffisante. (Génévaux et al 2011)

III.4. Les modèles classiques :

Ces modèles sont basés sur une distribution linéaire des déplacements dans l'épaisseur (Reissner, 1961), (Yang, 1966), les déformations dues aux cisaillements transverses sont négligées, la normale reste droite et perpendiculaire à la surface moyenne après avoir déformée.

III.4.1 Premières hypothèses fondamentales de la théorie des poutres :**III.4.1.1 Principe de Saint venant :**

Le principe de saint venant s'énonce : La contrainte en un point éloigné des points d'applications d'un système de forces ne dépend que de la résultante générale et du moment résultant de ce système de forces, même si la répartition des contraintes n'est pas la même, la solution trouvée sera valable, si on place suffisamment loin du point d'application des charges.

III.4.1.2 Principe de Navier Bernoulli généralisé :

L'hypothèse de Navier Bernoulli consiste à supposer que les sections normales à la fibre moyenne restent planes pendant la déformation de la poutre. Cette hypothèse qui permet de calculer les contraintes normales dues au moment fléchissant, est bien vérifiée dans le cas de flexion pure où l'effort tranchant est nul .Par contre, dans le cas de la flexion simple avec effort tranchant, les sections ne restent pas planes, mais se gauchissent en forme de lettre S très aplaties. De même lorsque nous étudions la torsion, nous verrons qu'une section non circulaire, ayant deux axes symétries, prend sous l'effet d'un couple de torsion, un gauchissement radial.

-Le principe de Navier Bernoulli est fondé sur les observations suivantes :

- Le gauchissement d'une section est toujours très petit vis-à-vis des dimensions de la section.

voisine, est toujours très petite, non seulement vis-à-vis de la distance des deux sections infiniment voisines.

- Le principe de Navier Bernoulli revient à négliger le cisaillement et le gauchissement des sections transversales dans l'étude de déplacement et de déformation d'un élément de poutre.

Il est rare de trouver une théorie qui serait applicable à tous les cas possibles (matériau composite, anisotrope, isotrope, grand nombre de couches, stratification sandwich etc....) et aux différents domaines (statique, dynamique et flambage), et qui de plus serait simple et facile et ne coûte pas chère en temps de calcul.

La théorie la plus ancienne est celle de *Kirchoff* qui néglige l'effet de cisaillement transversal. Elle ne peut en conséquence être appliquée qu'aux structures très minces.

La théorie du premier ordre communément associée à (Reissner, 1945), qui fût l'un des premiers à énoncer ses bases, prend en compte les effets du cisaillement transversal à travers l'épaisseur. Elle conduit, de par l'hypothèse des « sections droites restent droites » à un vecteur des contraintes de cisaillement transverse constant dans l'épaisseur, en contradiction avec une représentation quadratique classiquement obtenue pour les poutres (théorie de Timoshenko) ou les plaques en flexion.

Pour corriger cette insuffisance, des facteurs dits de correction du cisaillement transverse γ sont introduits.

Les éléments finis formulés en déplacement basés sur la théorie du premier ordre donnent généralement de bons résultats pour les structures isotropes et orthotropes. Ils deviennent peu précis une fois appliqués aux matériaux composites contenant plusieurs couches avec une anisotropie très différente d'une couche à une autre (Topdar, 2003).

Certes, les facteurs de correction du cisaillement transverse, une fois introduits dans les modèles du 1^{er} ordre en déplacement, ont permis de résoudre des problèmes de structures multicouches mais leur évaluations dépend malheureusement du nombre de stratifications. Pour écarter à jamais ce type de problème, des théories d'ordre élevé ont été introduites au début des années 70.

La première théorie a été proposée en 1969 par Whitney, qui a supposé un champ de déplacement d'ordre élevé à 3. Elle a donné des résultats précis mais fût abandonnée en raison de sa complexité théorique ; elle exige en effet un grand nombre de paramètres (Whitney, 1969).

D'autres théories sont apparues par la suite, chacune d'elles présente des avantages et des inconvénients, avec des formalismes différents selon le domaine d'application.

III.5. Modèle d'Euler Bernoulli ou bien théorie classique des poutres :

La théorie classique des poutres (CBT) se base sur les hypothèses d'Euler-Bernoulli, selon lesquelles une section plane et normale au plan moyen de la poutre reste normale et perpendiculaire après déformation (figure III.2).

En se basant sur les hypothèses ci-dessus, le champ de déplacement est donné par :

$$\begin{cases} U(x, y) = u_0 - z \cdot \frac{dw}{dx} \\ W(x) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

Avec :

U, W : Les déplacements suivant les directions x, z respectivement.

u_0, w_0 : Les déplacements de la fibre moyenne suivant les directions x, z respectivement.

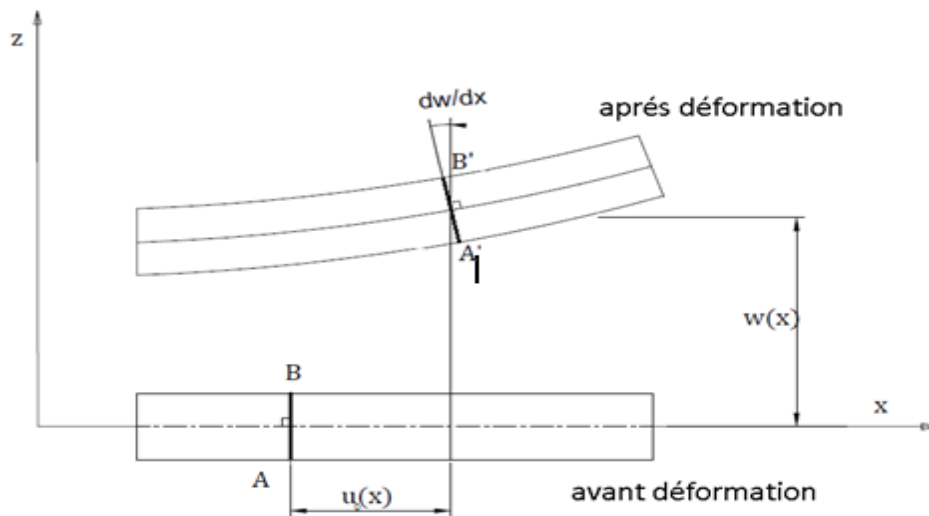


Figure III.2 : Schéma de principe de la théorie classique des poutres.

$\frac{\partial w}{\partial x}$ Est la rotation due à la flexion.

Sous ces hypothèses, les sections droites de la poutre ne subissent aucun glissement, en effet :

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-2})$$

Donc il en résulte que le cisaillement est négligeable par les hypothèses de cette théorie.

Puisque ce modèle ne tient pas en compte l'effet de cisaillement transverse, il donne des résultats imprécis pour les poutres courtes.

III.6. Modèle de Timoshenko ou bien la théorie de premier ordre (FSDBT):

Les études sur la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDBT) s'applique pour le cas des poutres courtes, elle est basée sur le principe; qu'après déformation, la section plane reste plane mais elle perd sa perpendicularité par rapport à la ligne moyenne de la poutre (figure III.3). Ceci est dû au cisaillement transversal, découvert par Timoshenko, sur l'épaisseur de la poutre. Cette théorie peut être référée dans (Reissner, 1945 ; Mindlin,

1951) qui a mené au modèle de plaque de Reissner-Mindlin. Ainsi que Timoshenko et Woinowsky-Krieger (1959), Reddy (1997, 1999).

Dans ce cas, la fonction $f(z)$ est égale à z . Il existe un cisaillement uniforme et les déformations dues au cisaillement transversal ne sont pas négligées. C'est la théorie de premier ordre.

La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (théorie de Timoshenko) a prolongée la théorie classique des poutres en tenant compte de l'effet de cisaillement transverse, et cela à travers ces hypothèses. L'hypothèse de base porte sur une schématisation du champ de déplacement à l'intérieur du solide (hypothèse "cinématique") :

le solide est assimilé à un milieu curviligne, le champ de déplacement du milieu continu étant ensuite évalué à partir de la solution trouvée en supposant qu'une section droite initialement plane et perpendiculaire à la "ligne moyenne" ainsi définie reste plane mais non perpendiculaire. En un point quelconque du milieu curviligne.

Le champ de déplacement pour un point $M(x, z)$ quelconque s'exprime en fonction de ces inconnues :

$$\begin{cases} U(x, z) = u_0(x) + z \cdot \frac{dw}{dx} - z \cdot \varphi_y(x) \\ W(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{III-3})$$

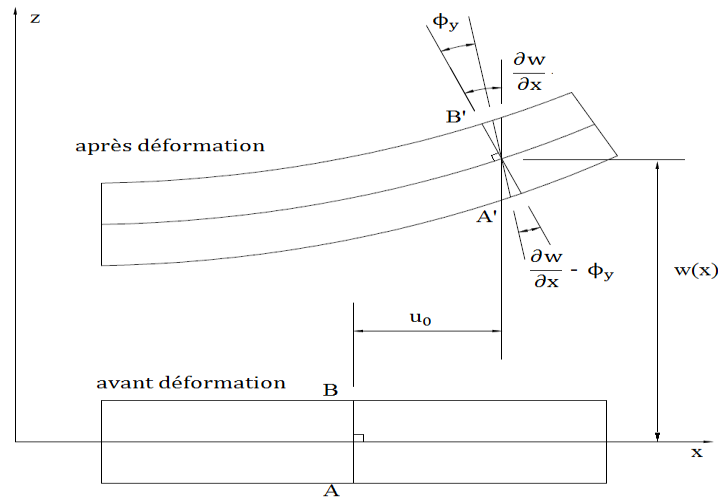


Figure III.3 : schéma de principe de la théorie des poutres de Timoshenko (FSDT).

Où ϕ_y : Etant la rotation totale de la section mesurée sur la ligne moyenne de la poutre

Si on veut calculer la contrainte de cisaillement :

$$\begin{cases} \gamma = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \phi_y \\ \tau = \gamma \cdot G \end{cases} \quad \text{(III-4)}$$

Avec G : le module de cisaillement transverse.

Donc, cette théorie a corrigée le défaut de la théorie classique qui ne tient pas compte du cisaillement transverse, mais au même temps ces contraintes sont constantes à travers l'épaisseur, ce qui n'est pas la réalité. Pour cela, les chercheurs ont trouvé des coefficients correcteurs notés "k" pour régler ce problème. Ces coefficients dépendent de la forme géométrique de la poutre considérée (par exemple, pour une poutre de section rectangulaire $k=5/6$).

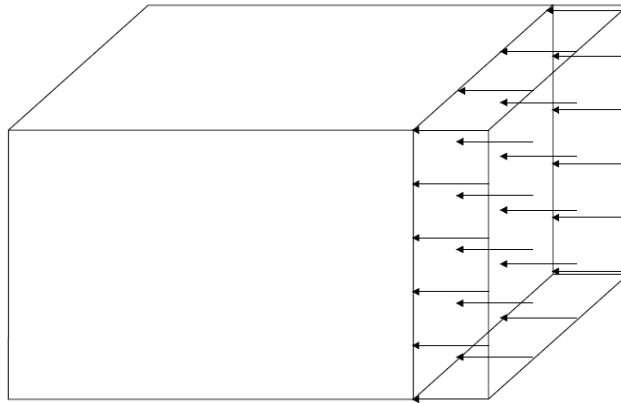


Figure III.4 : La distribution (constante) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie de Timoshenko.

D'ailleurs pour éviter l'introduction d'un facteur de correction, des théories de déformation en cisaillement d'ordre élevé ont été développées.

III.7. La théorie de déformation en cisaillement en d'ordre élève (HSDT) :

À la différence de la théorie classique et la théorie de Timoshenko avec les acceptations de la distribution linéaire du déplacement par l'épaisseur, la théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs dans l'épaisseur. Par conséquent, on tient compte des effets de la déformation transversale de cisaillement et/ou de la déformation normale transversale. Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction.

Elle est plus précise que la théorie du premier ordre puisqu'elle introduit une fonction qui tient compte du phénomène de "gauchissement".

Par définition; le gauchissement apparaît lorsque la section transversale de la poutre perd sa planéité (figure III.4).

La fonction $f(z)$ représente le gauchissement et sa dérivée $f'(z)$ le cisaillement.

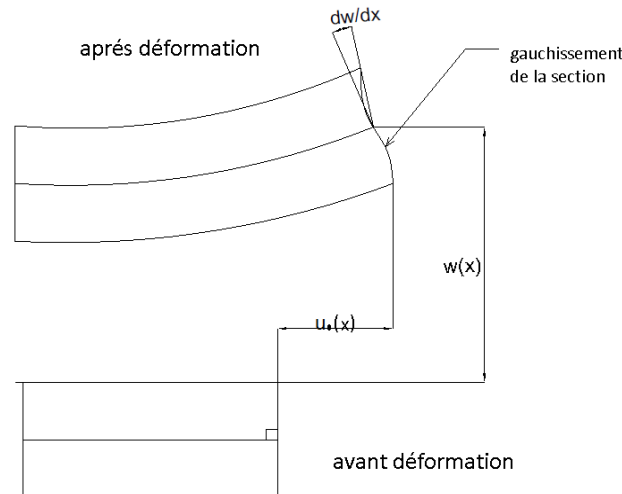


Figure III.5 : Illustration de la poutre d'ordre élevé.

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suite:

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + f(z) \varphi_y(x), \\ w(x, z) = w_0(x), \end{cases} \quad \text{(III-5)}$$

Avec : (u_0, w_0) et (φ_y) sont les déplacements en membrane et la rotation autour de l'axe y , respectivement, $f(z)$ est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes. En effet, les déplacements de la théorie classique de poutre (CPT) sont obtenus en prenant $f(z) = 0$, alors que la théorie de premier ordre (FSDT) peut être obtenue par $f(z) = z$.

Pour que les contraintes tangentielles soient nulles sur les bords extrêmes de la poutre,

On doit avoir:

$$f'(z) \Big|_{z = \pm \frac{h}{2}} = 0 \quad \text{(III-6)}$$

C'est la condition qui nous permet d'avoir une répartition parabolique des contraintes de cisaillement sur l'épaisseur de la poutre d'une part et de choisir correctement des fonctions cubiques qui répondent à la condition (II-6). Selon l'expression de la fonction de gauchissement.

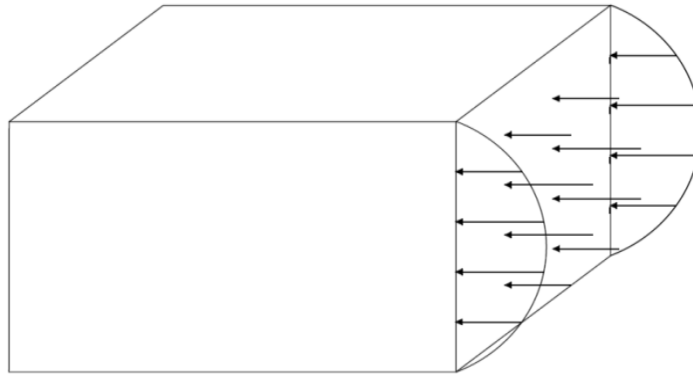


Figure III.6 : la distribution (variable) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé.

III.8. Le comportement des poutres composites :

L'analyse d'une structure composite est plus complexe que celle d'une structure en matériaux traditionnels, métalliques par exemple (Elomari, 2011). Cela est dû au caractère hautement anisotrope des propriétés mécaniques du matériau de base, tant sur les plans raideur que résistance, et qui sont concentrées dans la direction des fibres.

L'importance de développer une analyse sur le comportement des poutres est liée d'une part à l'utilisation des poutres comme éléments de base dans la réalisation des structures, d'autre part à la caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux composites et ceci à partir des différents essais réalisés sur des éprouvettes en forme de poutres.

III.9. Revue bibliographique sur la théorie des poutres en Matériaux Isotropes, Composites et FGM :

III.9.1. Matériaux isotropes :

(Amabili et al 1999) se sont concentrés sur une technique qui permet de résoudre des problèmes de poutres ayant des supports rigides et des masses ponctuelles. Ces problèmes sont généralement difficiles à solutionner. Cette technique utilise les solutions de problèmes plus simples avec des supports élastiques à la place des supports rigides et sans masses ponctuelles. Le problème est résolu grâce à la méthode de Rayleigh-Ritz. Dans celle-ci les fonctions modales de problèmes simples sont utilisées pour la résolution de problèmes plus complexes. La méthode de Rayleigh-Ritz permet de calculer les fréquences propres et les fonctions modales de certains problèmes complexes en partant des expressions des énergies.

Il faut jusqu'à 100 termes pour atteindre la convergence. Cependant, l'effort de calcul fourni pour la résolution des systèmes matriciel est faible selon les auteurs. (Han et al 1999) ont comparé les 4 théories les plus utilisées en ce qui concerne les vibrations transverses.

Plus précisément, les modèles adimensionnels des poutres d'Euler-Bernoulli, de Rayleigh, de la poutre de cisaillement et de Timoshenko ont été redéveloppés et résolus grâce au principe de Hamilton pour des vibrations libres et forcées pour des conditions aux limites variées.

La différence entre le modèle de Rayleigh par rapport à celui d'Euler-Bernoulli est qu'il prend en compte l'inertie de rotation, le modèle de la poutre en cisaillement rend en compte le cisaillement transversal et le modèle de Timoshenko prend en compte les deux.

Les hypothèses de base de ces théories sont que l'effet Poisson est négligé et que les sections des poutres étudiées possèdent deux axes de symétrie. Ce dernier est le modèle le plus précis des quatre énoncés. Les auteurs ont déterminé que lorsque le coefficient d'élancement («

slenderness ratio ») est supérieur à 100 le modèle d'Euler-Bernoulli convient bien pour les calculs.

Sinon, les modèles de Timoshenko ou de la poutre de cisaillement devraient être préférés.

(van et al 2006) se sont également penché sur la résolution analytique des équations adimensionnalisées des poutres de Timoshenko simplement supportées et encastées-libres. L'adimensionnalisation des équations permet de trouver des solutions pour n'importe quelle poutre et de comparer ces dernières entre elles avec facilité.

Dans la théorie, les fonctions modales calculées sont toujours orthogonales entre elles. Les fonctions modales représentent les déformations associées aux fréquences propres calculées grâce au problème aux valeurs propres étudiées. Cependant, en pratique, lorsque ces fonctions modales sont implémentées sur un ordinateur des erreurs de nature numérique apparaissent pour les modes élevés. Cela peut causer des problèmes et il existe deux moyens pour y remédier. Le premier consiste à travailler avec un logiciel qui permet à l'utilisateur de choisir le nombre de chiffres derrière une virgule flottante. La deuxième solution, consiste à manipuler expressions des formes modales pour faire disparaître les « points chauds » numériques en faisant disparaître la soustraction des termes hyperboliques dans les expressions des fonctions modales. C'est l'approche qu'ont choisi plusieurs auteurs tels que (Tang, 2003; Leung, 1988, 1990; Gonçalves et al 2007).

Ces techniques n'avaient pas encore été appliquées sur la théorie des poutres de Timoshenko jusqu'à présent.

Dans les théories des poutres classiques les couplages de vibrations transverses avec les vibrations en torsion ou longitudinales sont négligés. Ceux-ci peuvent cependant avoir une

influence sur le comportement des poutres étudiées, puisqu'ils peuvent modifier les fréquences propres notamment.

(Banerjee, 2001) a développé une théorie de poutre qui prend en compte les modes de torsion dans le modèle de Timoshenko. Dans le cas dans la théorie classique de Timoshenko les fonctions modales sont 2 nombres d'onde, mais sont désormais fonction de 3 nombres d'onde. Les nombres d'onde sont également appelés fréquences spatiales et représentent le nombre de cycles d'une onde par unité de distance. Cette théorie développée initialement pour les poutres homogènes isotropes à section pleine peut être adaptée pour des poutres à section creuse, à épaisseur variable et même pour des poutres en composites.

Bien que les méthodes analytiques soient d'une importance cruciale, les méthodes semi-analytiques sont très répandues pour calculer la solution à des problèmes théoriques complexes. C'est le cas de (Lee et al 2004) qui ont développé des solutions aux problèmes des poutres de Timoshenko et des plaques de Mindlin axisymétriques grâce à la méthode pseudospectrale de Chebyshev. Dans cette méthode, le déplacement transverse et l'angle de flexion sont décomposés en un produit d'une fonction spatiale et d'une fonction temporelle. La fonction temporelle est un simple cosinus. La fonction spatiale est une somme finie et pondérée de polynômes de Chebyshev. Ces polynômes sont orthogonaux et permettent ainsi d'utiliser la technique de l'expansion modale. Ces expressions sont injectées dans les équations des poutres et de plaques pour ensuite trouver les fréquences propres du problème. Ceci signifie que contrairement à la technique de Rayleigh-Ritz, le problème des poutres de Timoshenko ne peuvent être résolues que pour des poutres homogènes à section constante grâce à la manière avec laquelle la méthode a été implémentée. Les polynômes de Chebyshev sont des polynômes orthogonaux. Ils sont générés grâce à une relation qui calcule le

polynôme grâce aux deux polynômes précédents. Plusieurs auteurs les utilisent dans leurs méthodes (Mohammadi et al 2011; Ruta, 1999, 2006).

Cependant, ce n'est pas le seul type de polynômes qui a été utilisé dans la littérature.

(Behera et al 2013) ont préféré utiliser des monômes à exposant croissant et même des polynômes grâce au processus d'orthogonalisation de Gram-Schmidt.

La plupart des recherches se concentrent sur les poutres linéaires, mais quelques auteurs se sont penchés sur l'étude des poutres non-linéaires. C'est le cas de (Azrar et al 1999) dont l'objectif était d'étendre l'analyse des vibrations non-linéaires des poutres homogènes encastées et simplement supportées à des vibrations forcées grâce à une méthode semi-analytique.

Dans l'étude de (Zhong et al 2003) la méthode des quadratures différentielles (« Differential Quadrature Method ») est employée pour résoudre les équations d'une poutre de Timoshenko non-linéaire simplement supportée. Dans cette méthode les dérivées de certaines fonctions sont des sommes pondérées des mêmes fonctions évaluées en plusieurs points dans le domaine de définition spatial de la poutre. Les équations différentielles et les équations des conditions aux limites sont déterminées en partant des expressions des énergies grâce à la méthode de Hamilton. L'influence de certains termes non-linéaires est étudiée et une comparaison est également faite avec les résultats pour une poutre non-linéaire simplement supportée utilisant le modèle d'Euler-Bernoulli. Il a été prouvé que les termes non-linéaires peuvent être négligés pour les poutres minces. Cette méthode permettrait de calculer les réponses transitoires mais est relativement complexe à mettre en œuvre.

Les recherches exposées jusqu'à présent se concentrent sur l'étude des poutres homogènes isotropes en se basant sur la théorie d'élasticité locale. Cette théorie fait l'hypothèse que les

contraintes en un certain point ne dépendent uniquement que des déformations en ce même point. La théorie d'élasticité non-locale d'Eringen fait l'hypothèse que les contraintes en un point ne sont plus seulement fonction de la déformation en ce même point, mais sont plutôt fonction des déformations de tous les points du milieu considéré.

En se basant sur cette théorie (Reddy, 2007) a résolu les équations des poutres d'Euler-Bernoulli, de Timoshenko, de Reddy (du même auteur) et de Levinson. Les deux derniers modèles de poutres sont décrits par les mêmes schémas de déformation dérivés des relations constitutives contraintes-déformations locales.

L'effet non-local a pour effet de réduire les rigidités et d'abaisser les fréquences propres.

Les recherches mentionnées jusqu'à présent ne font état que des applications dans des échelles macroscopiques. Cependant les théories des poutres peuvent également être appliquées à des échelles beaucoup plus petites telles que l'échelle nanométrique.

Les dernières années ont été marquées par un fort intérêt pour les nanotubes en carbone. En effet, les nanotubes en carbone présentent des propriétés mécaniques, électriques et chimiques très intéressantes et des nanotubes en carbone sont déjà disponibles sur le marché pour des applications de pointe.

(Wang et al 2006) ont résolu les équations de Timoshenko pour des nanotubes à parois multiples en carbone en utilisant la méthode de quadrature différentielle. Les nanotubes à parois multiples sont formés par plusieurs nanotubes coaxiaux imbriqués. Le déplacement de chaque nanotube est couplé aux nanotubes adjacents, entre autre, par les forces Van der Waals.

La théorie d'Euler-Bernoulli est très répandue dans le domaine, mais ne donne pas de résultats satisfaisants pour des poutres épaisses. Un modèle à poutre unique, où toutes les

parois sont associées à une seule poutre, même si elles ne se touchent pas, donne des résultats satisfaisants lorsque chaque nanotube est mince. Cependant, un modèle multi-poutres, où chaque paroi est associée à une poutre individuelle, est nécessaire pour calculer les vibrations de nanotubes épais à parois multiples. Ces derniers possèdent des propriétés plus intéressantes encore que les nanotubes en carbone à paroi simple. En effet, une résistance mécanique, une conductivité électrique et thermique plus élevées sont possibles. Ils pourront être utilisés par exemple pour fabriquer des capteurs, des écrans électromagnétiques, des équipements sportifs et dans un grand nombre d'applications. Lors de l'étude de nanopoutres de Timoshenko les effets de petite échelle deviennent importants. Ces effets sont comptabilisés dans la théorie non-locale de Timoshenko grâce à un terme supplémentaire par rapport à la théorie classique locale de Timoshenko. (Mohammadi et al 2011) ont résolu les équations non-locales d'une nanopoutre de Timoshenko numériquement grâce à la méthode de Rayleigh-Ritz et grâce aux polynômes de Chebyshev du premier type.

L'effet de petite échelle a pour influence d'abaisser les fréquences propres des nanopoutres et ce de manière significative pour les modes à hautes fréquences.

Les recherches mentionnées ci-haut ne traitent que de poutres étudiées de manière isolée. Mais il existe un grand nombre d'applications où ces éléments sont utilisés dans des structures pour la transmission de puissance ou pour la construction de châssis ou de treillis.

III.9.2. Matériaux composites et « FGM » :

Bien que les poutres homogènes isotropes soient la base de la théorie des poutres, les poutres non-homogènes et/ou non-isotropes sont d'une grande importance. En effet, les matériaux non-homogènes et/ou non-isotropes permettent entre autres d'augmenter la résistance mécanique, aux impacts et aux températures élevées. Des applications de tels matériaux

peuvent être rencontrées dans le domaine aéronautique par exemple pour la construction des ailes, du fuselage et d'autres pièces (Gong et al 1999). Les poutres en composites entrent dans cette catégorie. (Ecsedi et al 2005) ont développé un modèle linéaire pour des poutres non-homogènes présentant une courbure dans un repère d'axes curviligne.

(Kim et al 1996) ont développé une théorie pour des poutres en composites laminées orthotropes, creuses, à parois minces ou épaisses dans un repère d'axes curvilignes.

Cette théorie prend en compte le cisaillement transversal, les fonctions de gauchissement de premier et de deuxième degré et des effets élastiques tridimensionnels. Contrairement aux études précédentes, cette théorie ne fait pas l'hypothèse de contraintes de cisaillement constantes à travers l'épaisseur des parois dans le développement des fonctions de gauchissement. Les résultats sont validés pour des poutres à section circulaires et rectangulaires à parois minces, ainsi que pour des poutres à parois épaisses.

Dans le même ordre d'idée (Vo et al 2008) ont développé un modèle vibratoire de poutres minces laminées orthotropes à section creuse sur base de la théorie des plaques de Kirchhoff-Love qui prend en compte le couplage des modes de flexion et les modes de torsion et qui est calculé par éléments finis. La méthode des éléments finis est très utilisée pour résoudre des problèmes qui ne sont pas ou sont difficilement résolubles avec les méthodes analytiques.

Ce modèle est capable de gérer des séquences d'empilement arbitraires. Les équations de mouvement sont calculées grâce au principe de Hamilton et les équations sont résolues grâce à la méthode d'éléments finis basée sur les déplacements.

Les « FGM » (« Functionally Graded Materials ») sont le sujet de plus en plus de recherches parce qu'ils présentent des propriétés intéressantes qui pourraient être utiles pour des applications avec des températures élevées, par exemple.

Les « FGM » permettent de soutenir des gradients de températures élevés tout en maintenant leur intégrité structurelle. Certains auteurs se sont intéressés aux poutres non-homogènes en « FGM ». (Ziane et al 2013) ont étudié des poutres « FGM » à section creuse et ont résolu les équations de manière analytique. Le champ de déplacement considéré prend en compte les rotations des plans autour des trois axes principaux avec des fonctions de gauchissement.

La matrice de rigidité utilisée possède la forme de la matrice de rigidité d'un matériau isotrope, mais les composantes varient à travers l'épaisseur. Les équations de mouvement ont été obtenues grâce au principe de Hamilton.

(Qatu et al 2010) ont utilisé le modèle de poutres d'Euler-Bernoulli pour calculer les fréquences propres d'un système de deux poutres cylindriques en composites orthotropes articulées entre elles et simplement supportées à leur deuxième extrémité et possédant des masses concentrées sur l'articulation.

(Belkorissat et al 2014) a étudié la vibration des plaque FGM en introduisant le paramètre d'échelle qui traite l'effet de petites échelles.

(Larbi chaht et al 2014) a étudié la réponse à la flexion et au flambement des nanopoutres fonctionnellement gradué en introduisant l'effet d'étirement d'épaisseur.

Sur la base de la discussion ci-dessus, on peut voir que la littérature très limité est disponible pour les structures de FG micro / nano-échelle. Cela nous donne un puissant encouragement à comprendre le comportement mécanique des nanopoutres FG dans la conception de nano-dispositifs.

II.11. Conclusion :

Ce chapitre nous donne une revue sur les poutres ainsi que les différentes théories utilisées.

Dans une première partie on a expliqué les différentes théories de poutres :

- ✓ Théorie classique des poutres (Euler-Bernoulli).
- ✓ Théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (Timoshenko).
- ✓ Théorie d'ordre élevé.

Dans la deuxième partie on a présenté une revue bibliographique sur les poutres en matériaux isotrope et on matériaux composite et FGM. On a observé à travers ce chapitre la complexité ou les défaillances dans l'utilisation de chacune de ces théories.

Chapitre IV: Formulations Théoriques

IV.1. Introduction :

Les nanopoutres ont été largement utilisés dans les systèmes et les périphériques tels que les nanofils, nano-sondes, microscope à force atomique (AFM), nanoactuateurs et nanocapteurs. La compréhension du comportement mécanique de nanopoutre est essentiel dans le développement de ces structures en raison de leurs grandes applications d'ingénierie potentiels. Par conséquent, les effets de taille sont importantes dans le comportement mécanique de ces structures dans lesquelles les dimensions sont faibles et comparables à des distances moléculaires. Ces effets peuvent être capturés à l'aide de la mécanique des milieux continus dépendante de la taille telle que la théorie de l'élasticité non locale.

Dans cette partie ; la flexion et le flambement des nano poutres FGM sont étudiés en utilisant une théorie non locale d'une poutre.

IV.2. Formulations théoriques :

IV.2.1. Propriétés des matériaux :

Une nanopoutre fonctionnellement graduée et simplement appuyée, de longueur L , largeur b , et d'épaisseur h , est représentée sur la **Fig. IV.1**.

On suppose que les propriétés matérielles de la nanopoutre FGM, telles que le module de Young (E), le coefficient de Poisson (ν), et le module de cisaillement (G), varient de façon continue à travers l'épaisseur de la nanopoutre sous forme d'une loi de puissance (Eltaher et al. 2012; Şimşek et Yurtçu, 2013), qui peut être décrite par:

$$P(z) = (P_t - P_b) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^k + P_b$$

Où P_t et P_b sont les propriétés de matériau correspondant au niveau des surfaces supérieure et inférieure de la nanopoutre, k est un nombre non négatif qui détermine le profil de variation matériau à travers l'épaisseur de la nanopoutre.

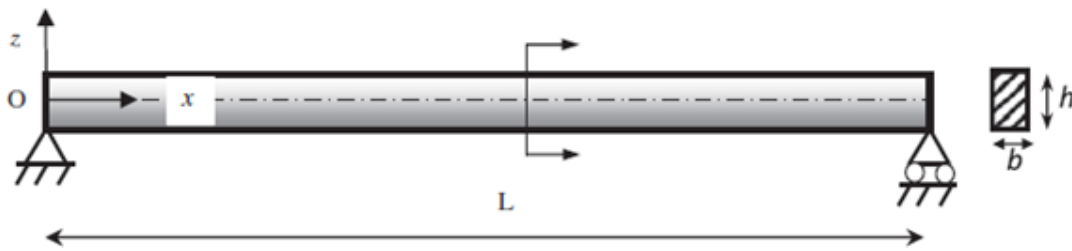


Figure IV. 1: Gradation des propriétés matérielles à travers l'épaisseur de la poutre

FGM

IV.2.2. Cinématique :

En se basant sur les hypothèses citées ci-dessus, le champ du déplacement de la présente théorie peut être obtenu comme suit :

$$u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{IV-2a})$$

$$w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) + w_{st}(x, z, t) \quad (\text{IV-2b})$$

où u_0 est le déplacement axial au long du plan médian de la nanopoutre; w_b , w_s Et w_{st} sont respectivement les composantes du déplacement transversal de la flexion, le cisaillement et l'étirement au long du plan médian de la poutre. En outre:

$$f(z) = \left(z - \frac{h}{\pi} \sin \frac{\pi z}{h} \right) \quad (\text{IV-2c})$$

La composante due à l'effet d'étirement est donnée par :

$$w_{st}(x, z, t) = g(z) \varphi(x, t) \quad (\text{IV-2d})$$

φ Représente le déplacement supplémentaire due à l'effet de la contrainte normale et

$g(z)$ est donnée comme suit :

$$g(z) = 1 - f'(z) \quad (\text{IV-2e})$$

Les déformations non nulles de la théorie des poutres proposées sont :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z k_x^b + f(z) k_x^s, \quad \gamma_{xz} = g(z) \gamma_{xz}^0 \quad \text{et} \quad \varepsilon_z = g'(z) \varepsilon_z^0 \quad (\text{IV-3})$$

D'où :

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, \quad k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}, \quad \gamma_{xz}^0 = \frac{\partial w_s}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \varepsilon_z^0 = \varphi \quad (\text{IV-4})$$

IV.2.3 La théorie non locale et les relations constitutifs :

La réponse des matériaux à l'échelle nanométrique est différente à celle des matériaux à l'échelle macroscopique. Dans la théorie d'élasticité non locale d'Eringen (1983), la contrainte dans un point de référence x est considérée liée au champ de déformation à chaque point du matériau. Dans l'élasticité non locale, la loi du comportement uniaxial est exprimée par (Eringen, 1983):

$$\sigma_x - \mu \frac{d^2 \sigma_x}{dx^2} = Q_{11} \varepsilon_x + Q_{13} \varepsilon_z \quad (\text{IV-5a})$$

$$\tau_{xz} - \mu \frac{d^2 \tau_{xz}}{dx^2} = Q_{55} \gamma_{xz} \quad (\text{IV-5b})$$

$$\sigma_z - \mu \frac{d^2 \sigma_z}{dx^2} = Q_{13} \varepsilon_x + Q_{33} \varepsilon_z \quad (\text{IV-5c})$$

Les Q_{ij} sont les expressions en terme de constantes d'ingénierie, décrites par:

$$Q_{11}(z) = Q_{33}(z) = \frac{E(z)}{1-\nu^2}, \quad Q_{13}(z) = \nu Q_{11}(z), \quad Q_{55}(z) = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \quad (\text{IV-5d})$$

Et $\mu = (e_0 a)^2$ est un paramètre non local à l'échelle nanométrique révélant l'effet sur la réponse des nanopoutres, e_0 est une constante qui dépend du matériau et a est une longueur caractéristique interne.

IV.2.4. Les équations d'équilibres basés sur la théorie d'élasticité non locale :

Les équations régissantes seront calculées en utilisant le principe de l'énergie potentielle totale minimale comme suit :

$$\delta \Pi = \delta (U_{\text{int}} - W_{\text{ext}}) = 0 \quad (\text{IV-6})$$

Où Π est l'énergie potentielle totale. δU_{int} est la variation virtuelle de l'énergie de déformation; et δW_{ext} est la variation du travail effectué par des forces extérieures.

La première variation de l'énergie de déformation est donnée par:

$$\begin{aligned}
\delta U_{\text{int}} &= \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_z \delta \varepsilon_z + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dz dx \\
&= \int_0^L \left(N \frac{d\delta u_0}{dx} + N_z \delta \varphi - M_b \frac{d^2 \delta w_b}{dx^2} - M_s \frac{d^2 \delta w_s}{dx^2} + Q \left[\frac{d\delta w_s}{dx} + \frac{d\delta \varphi}{dx} \right] \right) dx \quad (\text{IV-7})
\end{aligned}$$

où N , M_b , M_s , N_z et Q sont les résultantes des contraintes définies comme :

$$(N, M_b, M_s) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z, f(z)) \sigma_x dz, \quad N_z = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_z g'(z) dz, \quad \text{and} \quad Q = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xz} g(z) dz \quad (\text{IV-8})$$

La première variante du travail accompli par la force de compression axiale est donné

par:

$$\delta V = \int_0^L q \delta w dx + \int_0^L N_0 \frac{dw}{dx} \frac{d\delta w}{dx} dx \quad (\text{IV-9})$$

Où q et N_0 sont respectivement les charges transversales et axiales.

En substituant les expressions de δU_{int} , et δW_{ext} à partir des équations. (IV-7) et (IV-

9) dans l'équation (IV-6) et en utilisant l'intégration par parties avec la collection des

coefficients de δu_0 , δw_b , δw_s et $\delta \varphi$, les équations d'équilibre des nanopoutres

MGF sont obtenues par :

(IV-10a)

$$\delta u_0 : \frac{dN}{dx} = 0$$

$$\delta w_b : \frac{d^2 M_b}{dx^2} + q - N_0 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (\text{IV-10b})$$

$$\delta w_s : \frac{d^2 M_s}{dx^2} + \frac{dQ}{dx} + q - N_0 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (\text{IV-10c})$$

$$\delta \varphi : \frac{dQ}{dx} - N_z - N_0 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (\text{IV-10d})$$

En vertu des équations (IV-3), (IV-5) et (IV-8), les relations force-déformation et moments-déformation de la présente théorie des poutres non locales peuvent être obtenues comme suit:

$$N - \mu \frac{d^2 N}{dx^2} = A_{11} \frac{du_0}{dx} - B_{11} \frac{d^2 w_b}{dx^2} - B_{11}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + X_{13} \varphi \quad (\text{IV-11a})$$

$$M_b - \mu \frac{d^2 M_b}{dx^2} = B_{11} \frac{du_0}{dx} - D_{11} \frac{d^2 w_b}{dx^2} - D_{11}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + Y_{13} \varphi \quad (\text{IV-11b})$$

$$M_s - \mu \frac{d^2 M_s}{dx^2} = B_{11}^s \frac{du_0}{dx} - D_{11}^s \frac{d^2 w_b}{dx^2} - H_{11}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + Y_{13}^s \varphi \quad (\text{IV-11c})$$

$$Q - \mu \frac{d^2 Q}{dx^2} = A_{55}^s \left(\frac{dw_s}{dx} + \frac{d\varphi}{dx} \right) \quad (\text{IV-11d})$$

$$N_z - \mu \frac{d^2 N_z}{dx^2} = X_{13} \frac{du_0}{dx} - Y_{13} \frac{d^2 w_b}{dx^2} - Y_{13}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + Z_{33} \varphi \quad (\text{IV-11e})$$

D'ou:

$$(A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11}(1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)) dz \quad (\text{IV-12a})$$

Et

$$A_{55}^s = \int_{h/2}^{h/2} Q_{55} [g(z)]^2 dz, \quad [X_{13}, Y_{13}, Y_{13}^s] = \int_{h/2}^{h/2} Q_{13} [1, z, f(z)] g'(z) dz, \quad (\text{IV-12b})$$

$$Z_{33} = \int_{h/2}^{h/2} Q_{33} [g'(z)]^2 dz,$$

En substituant l'équation (IV-11) dans l'équation (IV-10), les équations non locales

peuvent être exprimées en termes de déplacements (u_0, w_b, w_s, φ) par :

$$A_{11} \frac{d^2 u_0}{dx^2} - B_{11} \frac{d^3 w_b}{dx^3} - B_{11}^s \frac{d^3 w_s}{dx^3} + X_{13} \frac{d\varphi}{dx} = 0 \quad (\text{IV-13a})$$

$$B_{11} \frac{d^3 u_0}{dx^3} - D_{11} \frac{d^4 w_b}{dx^4} - D_{11}^s \frac{d^4 w_s}{dx^4} + Y_{13} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \left(1 - \mu \frac{d^2}{dx^2}\right) \left(q - N_0 \frac{d^2 w}{dx^2}\right) = 0 \quad (\text{IV-13b})$$

$$B_{11}^s \frac{d^3 u_0}{dx^3} - D_{11} \frac{d^4 w_b}{dx^4} - H_{11}^s \frac{d^4 w_s}{dx^4} + A_{55}^s \frac{d^2 w_s}{dx^2} + (A_{55}^s + Y_{13}^s) \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \left(1 - \mu \frac{d^2}{dx^2}\right) \left(q - N_0 \frac{d^2 w}{dx^2}\right) = 0 \quad (\text{IV-13c})$$

$$-X_{13} \frac{du_0}{dx} + Y_{13} \frac{d^2 w_b}{dx^2} + (A_{55}^s + Y_{13}^s) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + A_{55}^s \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - Z_{33} \varphi - \left(1 - \mu \frac{d^2}{dx^2}\right) \left(N_0 \frac{d^2 w}{dx^2}\right) = 0 \quad (\text{IV-13d})$$

Les équations du mouvement de la théorie locale des poutres peuvent être récupérées

à partir de l'équation (IV-13) en mettant le paramètre non local μ égal à zéro.

IV.3. Solution analytique :

Les équations du mouvement admettent des solutions analytiques de Navier pour les poutres simplement appuyées. Les variables u_0 , w_b , w_s et φ peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ w_b \\ w_s \\ \varphi \end{pmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{pmatrix} U_m \cos(\lambda x) e^{i\omega t} \\ W_{bm} \sin(\lambda x) e^{i\omega t} \\ W_{sm} \sin(\lambda x) e^{i\omega t} \\ \Phi_{sm} \sin(\lambda x) e^{i\omega t} \end{pmatrix} \quad (\text{IV-14})$$

D'où U_m , W_{bm} , W_{sm} et Φ_{sm} sont des paramètres arbitraires à déterminer, ω est la fréquence propre associée à m mode propre, et $\lambda = m\pi / L$.

La charge transversale q est également étendue dans la série de sinus de Fourier par :

$$q(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \sin \alpha x, \quad Q_n = \frac{2}{L} \int_0^L q(x) \sin(\alpha x) dx \quad (\text{IV-15})$$

Les coefficients de Fourier Q_n associés à certaines charges typiques sont donnés par :

$$Q_n = q_0, \quad n=1 \quad \text{Pour une charge sinusoïdale,} \quad (\text{IV-16a})$$

$$Q_n = \frac{4q_0}{n\pi}, \quad n=1,3,5,\dots \quad \text{Pour une charge uniforme,} \quad (\text{IV-16b})$$

$$Q_n = \frac{2q_0}{L} \sin \frac{n\pi}{2}, \quad n=1,2,3,\dots \quad \text{Pour le point de charge } Q_0 \text{ à la mi- portée} \quad (\text{IV-16c})$$

En substituant les équations (IV-14) et (IV-15) dans l'équation (IV-13), les solutions analytiques peuvent être obtenues par :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} - \zeta & a_{23} - \zeta & a_{24} - \zeta \\ a_{13} & a_{23} - \zeta & a_{33} - \zeta & a_{34} - \zeta \\ a_{14} & a_{24} - \zeta & a_{34} - \zeta & a_{44} - \zeta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_m \\ W_{bm} \\ W_{sm} \\ \Phi_{sm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \alpha Q_n \\ \alpha Q_n \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-17})$$

D'où :

$$\begin{aligned} a_{11} &= A_{11}\lambda^2, \quad a_{12} = -B_{11}\lambda^3, \quad a_{13} = -B_{11}^s\lambda^3, \quad a_{14} = -X_{13}\lambda, \quad a_{22} = D_{11}\lambda^4, \quad a_{23} = D_{11}^s\lambda^4, \\ a_{24} &= Y_{13}\lambda^2, \quad a_{33} = A_{55}\lambda^2 + H_{11}\lambda^4, \quad a_{34} = \lambda^2 Y_{13}^s + A_{55}\lambda^2, \quad a_{44} = \lambda^2 A_{55}^s + Z_{33}, \quad \zeta = \alpha N_0 \lambda^2, \\ \alpha &= 1 + \mu \lambda^2, \end{aligned} \quad (\text{IV-18})$$

IV.4. Conclusion.

Dans ce chapitre nous avons proposé une solution analytique pour une poutre FGM simplement appuyée. Une théorie non locale est proposée pour la flexion et le flambement des nanopoutres FGM.

Les résultats de ce chapitre seront discutés dans le chapitre suivant.

Chapitre V: Résultats et Discussions

V.1. Introduction :

L'intérêt de ce chapitre est de présenter des exemples numériques pour les solutions analytiques obtenues dans le chapitre précédent pour les nanopoutres FGM.

V.2. Résultats numériques et interprétations :

Dans cette section, les solutions analytiques obtenues dans les chapitres précédents sont utilisées dans des exemples numériques. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux rapportés par Şimşek et Yurtçu (2013) basée sur la théorie non locale de la poutre de Timoshenko (TBT) pour une large gamme du paramètre non local ($e_0 a$), l'indice matériel (k) et le rapport de dimension (L/h). La nanopoutre FGM a les propriétés matérielles suivantes: $E_t = 0.25 \text{ TPa}$, $E_b = 1 \text{ TPa}$, $\nu_t = \nu_b = 0.3$. Une estimation du paramètre non local $0 \leq e_0 a \leq 2 \text{ nm}$ pour les nanotubes de carbone mono parois (SWCNTs) a été fournie par Wang (2005). Par conséquent, dans cette étude, le paramètre non local est pris = 0, 0.5, 1, 1.5, 2 nm pour étudier les effets non locaux sur les réponses des nanopoutres FGM. Pour plus de commodité, les quantités adimensionnelles suivantes sont définies:

$$\bar{w} = 100w \frac{E_b I}{q_0 L^4} \quad \text{Pour une charge uniforme,} \tag{V-19a}$$

$$\bar{N} = N_{cr} \frac{L^2}{E_b I} \quad \text{Paramètre de charge critique de flambement} \tag{V-19b}$$

Tableau V.1: Flèche transversale adimensionnel (\bar{w}) de la nanopoutre FGM pour un chargement uniforme.

L/h	k	Nonlocal parameter, $e_0 a$ (nm)														
		0			0.5			1			1.5			2		
		TBT ^(a)	Model 1	Model 2	TBT ^(a)	Model 1	Model 2	TBT ^(a)	Model 1	Model 2	TBT ^(a)	Model 1	Model 2	TBT ^(a)	Model 1	Model 2
10	0	5.3383	5.3381	5.3197	5.4659	5.4659	5.4469	5.8487	5.8485	5.8284	6.4867	6.4865	6.4643	7.3798	7.3797	7.3548
	0.3	3.2169	3.2178	3.1831	3.2938	3.2946	3.2591	3.5245	3.5254	3.4874	3.9090	3.9102	3.8681	4.4472	4.4482	4.4007
	1	2.4194	2.4193	2.3864	2.4772	2.4772	2.4434	2.6508	2.6508	2.6147	2.9401	2.9401	2.9005	3.3451	3.3449	3.2997
	3	1.9249	1.9234	1.9067	1.9710	1.9693	1.9522	2.1091	2.1074	2.0892	2.3393	2.3373	2.3171	2.6615	2.6596	2.6367
	10	1.5799	1.5790	1.5721	1.6176	1.6169	1.6099	1.7310	1.7301	1.7227	1.9190	1.9190	1.9107	2.1843	2.1831	2.1739
30	0	5.2227	5.2228	5.2141	5.2366	5.2366	5.2279	5.2784	5.2786	5.2698	5.3480	5.3480	5.3391	5.4455	5.4456	5.4365
	0.3	3.1486	3.1473	3.1179	3.1570	3.1557	3.1265	3.1822	3.1809	3.1514	3.2241	3.2230	3.1930	3.2829	3.2815	3.2510
	1	2.3732	2.3731	2.3442	2.3795	2.3795	2.3504	2.3985	2.3984	2.3692	2.4301	2.4301	2.4004	2.4744	2.4744	2.4441
	3	1.8894	1.8892	1.8759	1.8944	1.8943	1.8810	1.9095	1.9094	1.8960	1.9347	1.9344	1.9209	1.9700	1.9698	1.9560
	10	1.5489	1.5488	1.5449	1.5530	1.5530	1.5490	1.5654	1.5653	1.5614	1.5860	1.5861	1.5821	1.6149	1.6149	1.6108
100	0	5.2096	5.2097	5.2021	5.2108	5.2110	5.2034	5.2146	5.2146	5.2071	5.2208	5.2210	5.2134	5.2296	5.2296	5.2220
	0.3	3.1408	3.1394	3.1103	3.1416	3.1404	3.1116	3.1438	3.1426	3.1137	3.1476	3.1465	3.1175	3.1529	3.1517	3.1228
	1	2.3679	2.3680	2.3393	2.3685	2.3686	2.3399	2.3702	2.3702	2.3416	2.3730	2.3731	2.3444	2.3770	2.3771	2.3484
	3	1.8853	1.8853	1.8725	1.8858	1.8858	1.8729	1.8871	1.8871	1.8743	1.8894	1.8893	1.8765	1.8926	1.8926	1.8797
	10	1.5453	1.5453	1.5418	1.5457	1.5457	1.5422	1.5468	1.5468	1.5433	1.5487	1.5487	1.5451	1.5513	1.5513	1.5477

(a) Şimşek et Yurtçu (2013)

(b) Modèle 1: Théorie présente avec $\varepsilon_z = 0$

(c) Modèle 2: Théorie présente avec $\varepsilon_z \neq 0$

Le **tableau V.1** montre les flèches maximales non-dimensionnelles \bar{w} d'une nanopoutre FGM simplement appuyée soumise à une charge uniforme. Les valeurs calculées sont obtenues en utilisant 100 termes en série dans les équations (IV-14) et (IV-15) avec le logiciel **Maple**. Il convient de noter que le cas, $e_0a = 0$ correspond à la théorie locale des poutres. Les résultats obtenus (modèles 1 et 2) sont comparés avec ceux prédits par TBT (Şimşek et Yurtçu, 2013). Comme l'effet de l'étirement de l'épaisseur est négligé dans le modèle 1 ($\varepsilon_z = 0$), elle conduit à des solutions proches de la TBT (Şimşek et Yurtçu, 2013) pour toutes les valeurs du rapport des dimensions L/h , l'indice matériel k et le paramètre non local e_0a . La légère différence entre les résultats obtenus par le modèle 1 ($\varepsilon_z = 0$) et TBT est dû à l'utilisation d'un facteur de correction de cisaillement constant pour toutes les valeurs l'indice matériel k (Mena et al, 2012). En outre, les résultats du modèle 2 ($\varepsilon_z \neq 0$) sont également prévus pour montrer l'importance d'inclure l'effet d'étirement de l'épaisseur.

En effet, il est évident qu'à partir de l'inspection du tableau V-1 que la prise en compte de l'effet d'étirement de l'épaisseur conduit à une réduction des amplitudes des nanopoutres FGM. En d'autres termes, avec l'effet d'étirement de l'épaisseur incorporé, les nanopoutres FGM présentent une plus grande rigidité, et cette caractéristique est particulièrement importante dans les applications.

Tableau V.2 : La charge critique du flambement adimensionnel (\bar{N}) de la nanopoutre FGM.

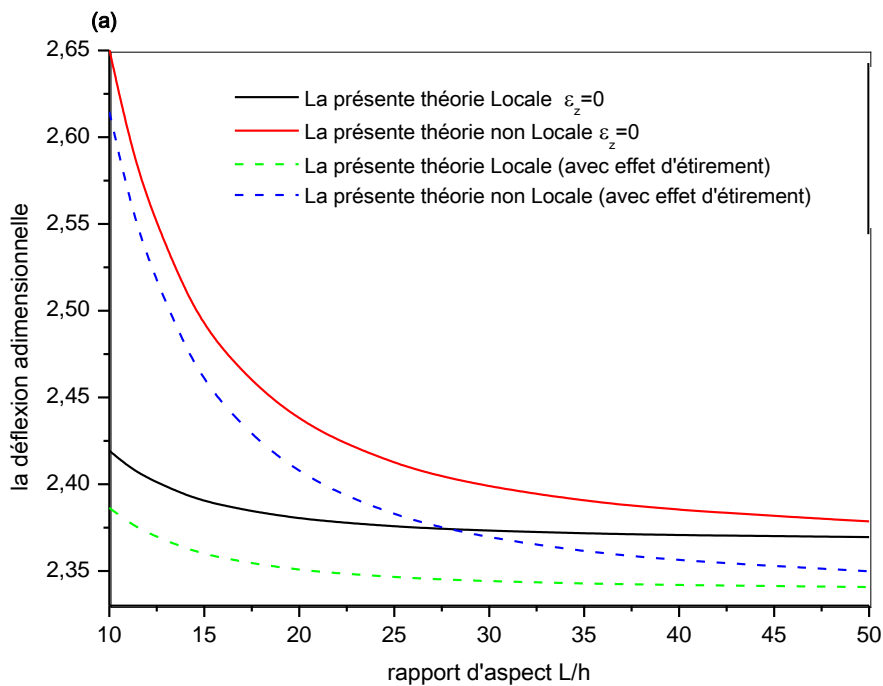
L/h	k	Nonlocal parameter, $e_0 a$ (nm)														
		0			0.5			1			1.5			2		
		TBT ^(a)	Model 1	Model 2	TBT ^(a)	Model 1	Model 2	TBT ^(a)	Model 1	Model 2	TBT ^(a)	Model 1	Model 2	TBT ^(a)	Model 1	Model 2
10	0	2.4056	2.4052	2.4058	2.3477	2.3473	2.3478	2.1895	2.1892	2.1897	1.9685	1.9682	1.9686	1.7247	1.7244	1.7248
	0.3	3.9921	3.9906	4.0204	3.8959	3.8945	3.9236	3.6335	3.6322	3.6592	3.2667	3.2655	3.2898	2.8621	2.8611	2.8824
	1	5.3084	5.3086	5.3642	5.1805	5.1808	5.2350	4.8315	4.8317	4.8823	4.3437	4.3440	4.3894	3.8059	3.8060	3.8459
	3	6.6720	6.6780	6.7131	6.5113	6.5172	6.5515	6.0727	6.0781	6.1101	5.4596	5.4645	5.4932	4.7835	4.7878	4.8130
	10	8.1289	8.1338	8.1397	7.9332	7.9379	7.9437	7.3987	7.4031	7.4085	6.6518	6.6558	6.6606	5.8281	5.8316	5.8358
30	0	2.4603	2.4604	2.4634	2.4536	2.4537	2.4567	2.4336	2.4337	2.4367	2.4011	2.4011	2.4041	2.3570	2.3570	2.3599
	0.3	4.0811	4.0826	4.1195	4.0699	4.0714	4.1083	4.0368	4.0383	4.0749	3.9828	3.9843	4.0203	3.9096	3.9110	3.9464
	1	5.4146	5.4147	5.4797	5.3998	5.3999	5.4647	5.3559	5.3560	5.4203	5.2843	5.2843	5.3478	5.1871	5.1872	5.2495
	3	6.8011	6.8018	6.8473	6.7825	6.7832	6.8285	6.7273	6.7280	6.7730	6.6373	6.6380	6.6824	6.5153	6.5160	6.5595
	10	8.2962	8.2968	8.3143	8.2735	8.2741	8.2916	8.2062	8.2068	8.2241	8.0964	8.0970	8.1141	7.9476	7.9481	7.9649
100	0	2.4667	2.4668	2.4703	2.4661	2.4662	2.4696	2.4643	2.4643	2.4678	2.4613	2.4613	2.4648	2.4570	2.4571	2.4605
	0.3	4.0915	4.0933	4.1311	4.0905	4.0923	4.1301	4.0874	4.0893	4.1271	4.0824	4.0842	4.1220	4.0754	4.0772	4.1149
	1	5.4270	5.4271	5.4932	5.4257	5.4257	5.4918	5.4217	5.4217	5.4878	5.4150	5.4150	5.4810	5.4057	5.4057	5.4716
	3	6.8161	6.8162	6.8629	6.8144	6.8145	6.8612	6.8094	6.8095	6.8561	6.8010	6.8011	6.8476	6.7893	6.7894	6.8359
	10	8.3157	8.3158	8.3346	8.3136	8.3137	8.3326	8.3075	8.3076	8.3264	8.2972	8.2973	8.3162	8.2830	8.2831	8.3018

(a) Şimşek et Yurtçu (2013)

(b) Modèle 1: Théorie présente avec $\varepsilon_z = 0$

(c) Modèle 2: Théorie présente avec $\varepsilon_z \neq 0$

Le **TableauV-2** présente les valeurs pour les charges critiques non-dimensionnelles de flambement calculées. Les présents calculs sont comparés avec les résultats antérieurs de Şimşek et Yurtçu (2013) et une bonne corrélation est observée avec le modèle 1 ($\varepsilon_z = 0$). Les résultats obtenus en utilisant le modèle 2 ($\varepsilon_z \neq 0$) montrent que l'inclusion de l'effet d'épaisseur s'étend par une amélioration dans les charges critiques de flambement. Selon ce tableau, les charges de flambement diminuent avec l'augmentation du paramètre non local ($e_0 a$). Cependant, l'augmentation de l'indice matériel k entraîne une augmentation des charges critiques de flambement.



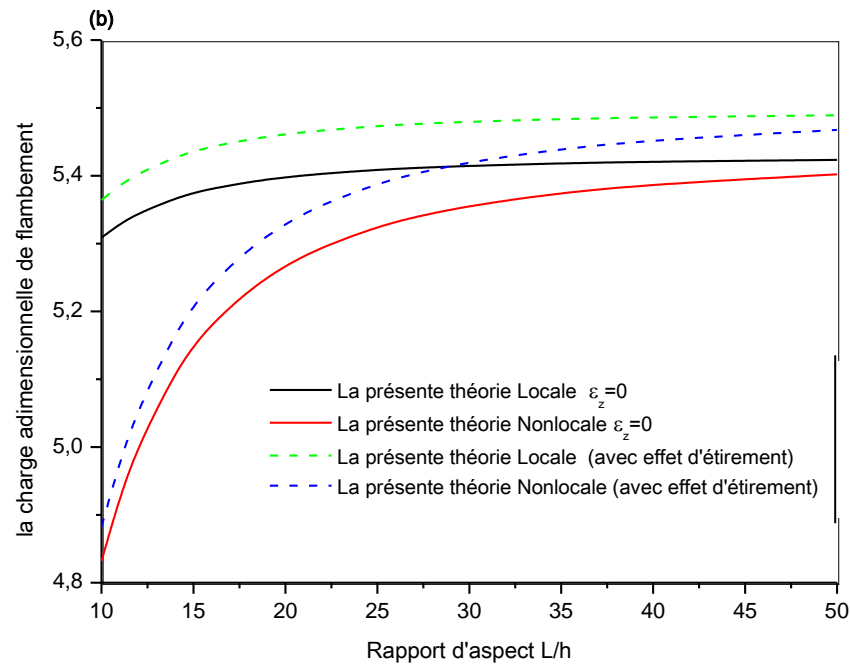


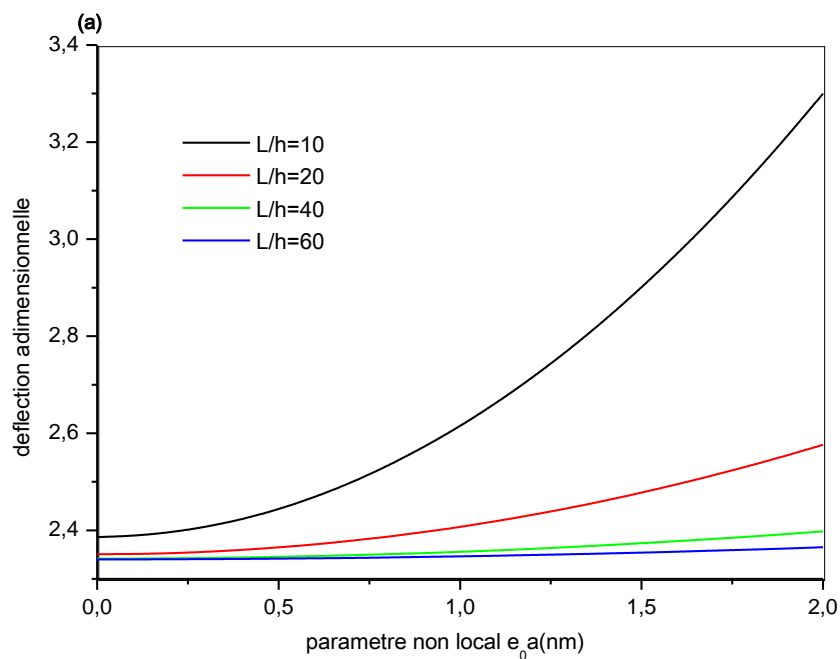
Figure V.1: Effet du rapport d'aspect sur (a) Flèche transversal adimensionnelle pour un chargement uniforme et (b) chargement de flambement adimensionnel pour $k = 1$, $e_0 a = 1$ nm.

La **Figure V.1** montre la variation de la flèche adimensionnelle et la charge de flambement de la nanopoutre FGM avec le rapport d'aspect géométrique. Les résultats locaux et non locaux sont donnés pour $e_0 a = 0$ et $e_0 a = 1$ nm, respectivement. L'indice matériel k est supposé être constant $k = 1$. Dans cet exemple, le rapport d'aspect varie de $L/h = 10$ à $L/h = 50$.

Il est évident que les flèches prédites par la théorie non locale dépassent en grandeur celles calculées avec la théorie locales (classique) d'élasticité. D'autre part, la solution non-locale de la charge de flambement a une amplitude inférieure à la charge de flambement local en raison l'effet des petites échelles.

En outre, il peut être observé que l'inclusion de l'effet d'étirement de l'épaisseur conduit à une réduction remarquable de la déflexion de la nanopoutre et une augmentation de la charge de flambement des nanopoutres FGM.

Ces résultats démontrent effectivement que l'inclusion du petit paramètre d'échelle adoucit la nanopoutre (réduit la rigidité), tandis que l'inclusion de l'effet d'étirement de l'épaisseur la rend plus rigide. D'où la petite échelle et l'effet d'étirement de l'épaisseur exercent à la fois une influence significative sur la performance structurelle de la nanopoutre.



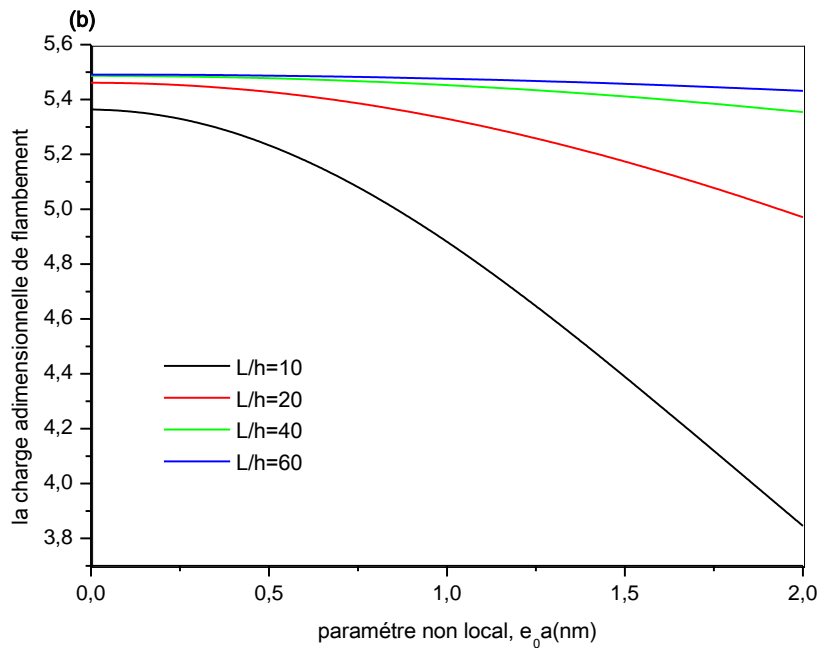


Figure V.2: Effet du paramètre non local sur (a) la flèche adimensionnelle pour une charge uniforme et (b) charge de flambement adimensionnel $k = 1$.

La **Figure V.2** Montre l'effet du paramètre non local sur la flèche adimensionnelle et les charges critiques de flambement. Les résultats de cette figure sont obtenus en utilisant la théorie non locale des poutres avec l'inclusion de l'effet d'étirement de l'épaisseur (modèle 2). L'indice matériel est supposé constant ($k = 1$).

Ces figures montrent que les réponses varient de façon non linéaire avec le paramètre non local. On peut observer que l'effet du paramètre non local $e_0 a$ sur les déflexions et les charges critiques de flambement des nanopoutres FGM est important, en particulier pour des rapports d'aspect relativement plus élevés. Par conséquent, on

peut conclure que les réponses des nanopoutres FGM sont dépendantes du rapport géométrique basé sur l'élasticité non locale.

V.3. Conclusion :

Une théorie sinusoïdale de déformation de cisaillement non locale des poutres y compris l'étirement d'épaisseur a été utilisée pour étudier la flexion et le flambement d'une nanopoutre FGM simplement appuyée.

Le présent modèle est capable de capturer à petite échelle, la déformation de cisaillement et l'effet d'étirement de l'épaisseur des nanopoutres.

Les calculs montrent que l'inclusion de l'effet de la petite échelle ainsi que l'effet d'étirement d'épaisseur augmente la rigidité de la nanopoutre et, par conséquent, conduit à une réduction des déformations et une augmentation correspondante des charges de flambement. Par conséquent, l'effet de la petite échelle ainsi que l'effet d'étirement d'épaisseur devraient être pris en compte dans l'analyse du comportement mécanique des nanostructures.

Les présents calculs fourniront aussi un repère solide pour la vérification des éléments finis et d'autres simulations numériques des nanopoutre FGM.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale et perspectives

Les analyses de la flexion et du flambement des FGM nano poutres dépendante de la taille ont été étudiée sur la base d'une théorie sinusoidale non locale de déformation de cisaillement y a compris l'effet d'étirement selon l'épaisseur des poutres.

Le présent modèle est capable de capturer à petite échelle, déformation de cisaillement et l'effet d'étirement de l'épaisseur des nanopoutres, et en outre satisfait les conditions aux limites d'annulation des contraintes sur les surfaces supérieure et inférieure de la nanopoutre sans exiger un facteur de correction de cisaillement.

Sur la base de la relation constitutive différentielle non locale d'Eringen, les équations de gouvernance non locales sont calculées en utilisant le principe de l'énergie potentielle totale minimale.

Les calculs montrent que l'inclusion de l'effet de la petite échelle ainsi que l'effet d'étirement d'épaisseur augmente la rigidité de la nanopoutre et, par conséquent, conduit à une réduction des déformations et une augmentation correspondante des charges de flambement.

Par conséquent, l'effet de la petite échelle ainsi que l'effet d'étirement d'épaisseur devraient être prises en compte dans l'analyse du comportement mécanique des nanostructures. En outre, on constate que, le profil de distribution de matériau peut être manipulé pour sélectionner une flèche spécifique de la conception et de la charge de flambement.

Conclusion générale et perspectives

Les présents calculs fourniront aussi un repère solide pour la vérification des éléments finis et autres simulations numériques des mécaniques des nanopoutres FGM.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

Aifantis, EC. (1999), “Strain gradient interpretation of size effects”, *Int J Fract.*, 95, 1–4.

Ait Amar Meziane, M., Abdelaziz, H.H., Tounsi, A. (2014), “An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions” *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 16(3), 293 – 318.

Amabili, M., Garziera, R. (1999), “A Technique For The Systematic Choice Of Admissible Functions In The Rayleigh–Ritz Method”, *Journal of Sound and Vibration*, 224(3), 519– 539.

Amara, K., Tounsi, A., Mechab, I., Adda-Bedia, E.A. (2010), “Nonlocal elasticity effect on column buckling of multiwalled carbon nanotubes under temperature field”, *Applied Mathematical Modelling*, 34, 3933–3942.

Aucher, J. (2011), “Etude comparative du comportement composites à matrice thermoplastique ou thermodurcissable”, *Engineering Sciences*, <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00557897>.

Azrar, L., Benamar, R., & White, R. G. (1999). “Semi-Analytical Approach To The Non-Linear Dynamic Response Problem Of S–S And C–C Beams At Large Vibration Amplitudes Part I: General Theory And Application To The Single Mode Approach To Free And Forced Vibration Analysis”, *Journal of Sound and Vibration*, 224(2), 183–207.

Bachir Bouiadjra, R., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A. (2013), “ Nonlinear thermal buckling behavior of functionally graded plates using an efficient sinusoidal shear deformation theory” *Structural Engineering and Mechanics*, 48, 547 – 567.

Bachir Bouiadjra, M.; Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2012), “Thermal buckling of functionally graded plates according to a four-variable refined plate theory”, *Journal of Thermal Stresses*, 35, 677–694.

Baghdadi, H., Tounsi, A., Zidour, M., Benzair, A. (2014), “Thermal effect on vibration characteristics of armchair and zigzag single walled carbon nanotubes using nonlocal parabolic beam theory”, *Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures*.

Bahlouli.N (2006), “Cours Matériaux composites”, *DESS mécanique avancée et stratégie industrielle*, 120.

Behera, L.,Chakraverty, S. (2013), “Free Vibration Of Euler And Timoshenko Nanobeams Using Boundary Characteristic Orthogonal Polynomials”, *Applied Nanoscience*, 1–12.

Belabed, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Anwar Bég, O. (2014), "An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates”, *Composites: Part B*, 60, 274–283.

Belkhorisate.I. (2014), “ Etude de la réponse dynamique des plaque FGM avec la prise en compte l’effet d’echelle” , *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.

Benachour, A., Daouadji Tahar, H., Ait Atmane, H., Tounsi, A., Meftah, S.A. (2011), “A four variable refined plate theory for free vibrations of functionally graded plates with arbitrary gradient”, *Composites: Part B*, 42, 1386-1394.

Benatta, M.A., Mechab, I., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. (2008), “Static analysis of functionally graded short beams including warping and shear deformation effects”, *Comput. Mater. Sci.*, 44, 765 – 773.

Benatta.M.A (2011), “Etude et analyse des poutres FGM sous chargement électrostatique”, *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.

Banerjee, J. R. (2001), “Frequency Equation And Mode Shape Formulae For Composite Timoshenko Beams”, *Composite Structures*, 51(4), 381–388.

Benguediab, S., Semmah, A., Larbi Chaht, F. Mouaz, S., Tounsi, A. (2014), “An investigation on the characteristics of bending, buckling and vibration of nanobeams via nonlocal beam theory”, *International Journal of Computational Methods*.

Benguediab.S. (2013), “Application de l'élasticité locale et non locale dans le calcul des macros et nano structures”, *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.

Benien,H., Meyer, M. & Suchentrunk, R. (1990), “Application of Functional Gradient Materials in the Aerospace Industry”, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan* , p. 135-38.

Benzair, A., Tounsi, A., Besseghier, A., Heireche, H., Moulay, N., Boumia, L. (2008), “The thermal effect on vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory”, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 41, 225404.

Berrabah, H.M., Tounsi, A., Semmah, A., Adda Bedia, E.A. (2013), “Comparison of various refined nonlocal beam theories for bending, vibration and buckling analysis of nanobeams”, *Structural Engineering and Mechanics*, 48(3), 351 – 365.

Berrabah, H.M. (2011), “ Etude et analyse des poutres FGM sous chargement électrostatique” ; *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.

Bessaim, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Adda Bedia, E.A. (2013), “A new higher-order shear and normal deformation theory for the static and free vibration analysis of sandwich plates with functionally graded isotropic face sheets”, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 15(6), 671 – 703.

Bessaim.Aicha (2014), “ Etude de l'influence de cisaillement transverse et de la déformation normale sur le comportement statique et dynamique des structures FGM ”, *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.

Besseghier, A., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Benzair, A., Boumia, L., Heireche, H. (2011), "Thermal effect on wave propagation in double-walled carbon nanotubes embedded in a polymer matrix using nonlocal elasticity", *Physica E*, 43, 1379-1386.

Bishop, A, LIN, C. Y., Navaratnam, M., Rawlings, R.D., Mshane, H. B., A (1993), "Functionally Gradient Material Produced by a Powder Metallurgical Process", *Journal of Materials Science Letters*", Vol. 12, p.15-16-18.

Boch .p, Chrtier. Huttepain .M (1986) , "Tape casting of Al_2O_3/ZrO_2 " , *Laminated Composite*.

Boch .p, Chrtier.huttepain.M (1987) , "Tape casting of layered composite, in processing of advanced ceramics", *edited by moya and aza sociedad Espanola de ciramica y vidrio* .

Bouderba, B., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2013), "Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations", *Steel and Composite Structures*, 14(1), 85 – 104.

Boumia, L., Zidour, M., Benzair, A., Tounsi, A. (2014) "A Timoshenko beam model for vibration analysis of chiral single-walled carbon nanotubes", *Physica E*, 59, 186–191.

Bourada, M., Tounsi, A., Houari, M.S.A.,_ Adda Bedia, E.A. (2012), "A new four-variable refined plate theory for thermal buckling analysis of functionally graded sandwich plates", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 14, 5 - 33.

Bouremana, M, Houari, M.S.A, Tounsi, A, Kaci, A, Adda Bedia, E.A. (2013), "A new first shear deformation beam theory based on neutral surface position for functionally graded beams", *Steel and Composite Structures*, 15(5), 467-479.

Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., (2014), "A novel higher order shear and normal deformation theory based on neutral surface position for bending analysis of advanced composite plates", *International Journal of Computational Methods*.

Chigasaki, M., Kojima, Y., Nakashima, S. & Fukaya, Y. (1990), “Partially Stabilized ZrO₂ and Cu FGM Prepared by Dynamic Ion Mixing Process”, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan*, p.269-72.

Couillault.G (2010), “Les composites a matrice métallique dans l’aéronautique et l’aérospatiale”, *Etude bibliographique, Ecole des mines de DOUAI* ,16-17.

Comité de la prévention et de la précaution (CPP) (2006), “Nanotechnologies Nanoparticules ”, *Ministère de l’écologie et du développement durable, paris*.

Decolon.C (2000), “ Calcul des plaques et des poutres multicouches”, *Structure composites , Hermes Science ; Paris .*

El Meiche, N., Tounsi, A., Ziane, N., Mechab, I., Adda Bedia, E.A. (2011), “A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate”, *International Journal of Mechanical Sciences*, 53, 237-247.

Eltaher, MA, Emam SA, Mahmoud, FF. (2012), “Free vibration analysis of functionally graded size-dependent nanobeams”, *Appl. Math. Comput.* 218, 7406–7420.

Ecsedi, I., Dluhi, K. (2005), “A Linear Model For The Static And Dynamic Analysis Of NonHomogeneous Curved Beams”, *Applied Mathematical Modelling*, 29(12), 1211–1231.

Eringen, AC. (1967), “Theory of micropolar plates”, *Z Angew Math. Phys.*, 18, 12–30.

Eringen, AC. (1972), “Nonlocal polar elastic continua”, *Int J Eng Sci.* 10, 1–16.

Eringen, AC. (1983), “On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves”, *J. Appl. Phys.*, 54, 4703–4710.

Feigenbaum ,D ,Nsamirizi.A .D (2004), “Les Nanotechnologiee :leurs bénéfices et leur risques potentiels ”, *Série scientifique , Montréal* ,37,40.

Fekrar, A., El Meiche, N., Bessaim, A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. (2012), “Buckling analysis of functionally graded hybrid composite plates using a new four variable refined plate theory”, *Steel and Composite Structures*, 13(1), 91 – 107.

Fekrar, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2014), “A new five-unknown refined theory based on neutral surface position for bending analysis of exponential graded plates”, *Meccanica*, **49**, 795 – 810.

Gaffet ,E. (2011), “ Nanomatériaux : une revue des définitions, des applications, des effets sanitaires et des moyens à mettre en œuvre pour un développement sécurisé”, *Nanomaterials : a review of the definitions, applications, health effects. How to implement secure development.*

Gafour, Y., Zidour, M., Tounsi, A., Heireche, H., Semmah, A. (2013), “Sound wave propagation in zigzag double-walled carbon nanotubes embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity theory”, *Physica E*, 48, 118 – 123.

Génevaux,J.M.,Deslandes,S,Durand,S.,Gautier,F. (2011) , “théorie des poutres (résistance des matériaux) ,*ENSIM 2A* ; cel-00611692, version 1.

Gong, S. W., Lam, K. Y., & Reddy, J. N. (1999), “The Elastic Response Of Functionally Graded Cylindrical Shells To Low-Velocity Impact”, *International Journal of Impact Engineering*, 22(4), 397–417.

Gonçalves, P. J. P., Brennan, M. J., Elliott, S. J. (2007), “Numerical Evaluation Of High-Order Modes Of Vibration In Uniform Euler–Bernoulli Beams”, *Journal of Sound and Vibration*, 301(3-5), 1035–1039.

Gornet.L. (2011), “Généralités sur les matériaux composites ”, *archive ouvert, Ecole d'ingénieur, centrale Nantes.*

Gurtin, ME, Weissmuller, J, Larche, F. (1998), “A general theory of curved deformable interfaces in solids at equilibrium”, *Philos. Mag. A*, 78, 1093–1109.

Han, S. M., Benaroya, H., Wei, T. (1999). “Dynamics Of Transversely Vibrating Beams Using Four Engineering Theories”, *Journal of Sound and Vibration*, 225(5), 935–988.

Harik, V.M., Salas, M.D. (2003), “Trends in Nanoscale Mechanics, Analysis of Nanostructured Materials and Multiscale Modeling ”, *Kluwer Academic Publishers*.

Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A., Adda Bedia, E.A. (2014), “A new quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates”, *ASCE J. Engineering Mechanics*, 140, 374 – 383.

Heireche, H, Tounsi, A, Benzair, A, Maachou, M, Adda Bedia, EA. (2008a), “Sound wave propagation in single-walled carbon nanotubes using nonlocal elasticity”, *Physica E.*, 40, 2791–2799.

Heireche, H., Tounsi, A., Benzair, A. (2008b), “Scale Effect on wave propagation of double-walled carbon nanotubes with initial axial loading”, *Nanotechnology*, 19, 185703.

Heireche, H., Tounsi, A., Benzair, A., Mechab, I. (2008c), “Sound Wave Propagation in Single – Carbon Nanotubes with Initial Axial Stress”, *Journal of Applied Physics*, 104, 014301.

Hemmatnezhad, M, Ansari, R. (2013), “Finite element formulation for the free vibration analysis of embedded double-walled carbon nanotubes based on nonlocal Timoshenko beam theory”, *J. Theor. Appl. Phys.*, 7, 1-10.

Hillman, C., Suo, Z. & Lange, F.F. (1996), “Cracking of Laminates Subjected to Biaxial Tensile Stresses”, *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 79, N°. 8, p. 2127-33.

Houari, M.S.A., Tounsi, A., Anwar Bég, O. (2013), “Thermoelastic bending analysis of functionally graded sandwich plates using a new higher order shear and normal deformation theory”, *International Journal of Mechanical Sciences*, 76, 102–111.

Houari.M.S.A (2011), “Analyse des contraintes thermo-élastiques : lois des puissances“, Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès.

Janghorban, M, Zare, A. (2011), “Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotubes with variable thickness by differential quadrature method”, *Physica E*, 43, 1602–1604.

Kawai, C., Wakamatsu, S., Sakagami, S., Igarashi, T. (1990), “ Oxidation Resistant Coating with TiC-SiC Gradient Composition on Carbon Fiber Reinforced Composites by CVD”, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan* , p. 77-82.

Kieback, B., Neubrand,A., Riedel,H.(2003) ,“Processing techniques for functionally graded *Science materials*”, *Materials and Engineering A362* ,P82 ,81–105.

Kim, C., White, S. R. (1996), “Analysis of thick hollow composite beams under general loadings”, *Composite Structures*, 34(3), 263–277.

Klouche Djedid, I., Benachour, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Ameer, M. (2014), “A n -order four variable refined theory for bending and free vibration of functionally graded plates”, *Steel and Composite Structures*, 17(1), 21-46.

Koizumi,M.(1992), “Recent Progress of functionally graded materials in Japan. Ceram”, *Eng. Sci. Proc*, 13 (7-8): 333-347.

Koizumi. M (1996) , “FGM activities in Japan, Department of Materials Chemistry”, *Ryukoku University Japan, Ohtsu* 520-21.

Koizumi,M.(1997), “FGM activities in Japan”, *Composites*; 28 (1-2):1– 4.

Larbi chaht .F.,Kaci ,H.,Houari,M.S.A.,Tounsi,A.,Anwar Bég,O.Mahmoud,S.R. (2014), “Bending and buckling analyses of functionally graded material (FGM) size-dependent nanoscale beams including the thickness stretching effect”, *Steel and Composite Structures*, Vo.18, No.2 (2015) 425-442.

Lee, J., Schultz, W. W. (2004), “Eigenvalue Analysis Of Timoshenko Beams And Axisymmetric Mindlin Plates By The Pseudospectral Method”, *Journal of Sound and Vibration*, 269(3–5), 609–621.

Levinson, M., (1981), “A new rectangular beam theory”, *J. Sound Vib.*, 74, 81.

Leung, A. Y. T. (1988), “Integration Of Beam Functions”, *Computers & Structures*, 29(6), 1087– 1094.

Leung, A. Y. T. (1990), “Recurrent Integration Of Beam Functions” *Computers & Structures - COMPUT STRUCT*, 37(3), 277–282.

Lim, CW, Wang, CM. (2007), “Exact variational nonlocal stress modeling with asymptotic higher-order strain gradients for nanobeams”, *J Appl Phys*, 101.

Lu, P, Lee, HP, Lu, C, Zhang, PQ. (2007), “Application of nonlocal beam models for carbon nanotubes”, *Int J Solids Struct*. 44, 5289–5300.

Lucchini, E., Sbaizero, O. (1995), “ Alumina/Zirconia Multilayer Composites Obtained by Centrifugical Consolidation”, *J. European Ceram. Soc.*, Vol. 15, p. 975-81.

Maachou, M, Zidour, M, Baghdadi, H, Ziane, N, Tounsi, A. (2011), “A nonlocal Levinson beam model for free vibration analysis of zigzag single-walled carbon nanotubes including thermal effects”, *Solid State Commun.*, 151, 1467–1471.

Mahi, A., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A., Mechab, I. (2010), “An analytical method for temperature-dependent free vibration analysis of functionally graded beams with general boundary conditions”, *Compos. Struct.*, **92**, 1877–1887.

Mecheb, I. (2008), “ Etude des structures composites en utilisant les théories d’ordre élevé sous chargement thermomécanique”, *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabès De Sidi Bel Abbès*.

Mena, R, Tounsi, A, Mouaici, F, Mechab, I, Zidi, M., Adda Bedia, E.A. (2012), “Analytical solutions for static shear correction factor of functionally graded rectangular beams”, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 19, 641 – 652.

Meradjah.M (2011), “ Etude de renforcement des poutres FGM ”, *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.

Merdaci.S, Benyoucef.S ; Tounsi.A , Adda Bedia.EA (2013) , “Revue « Nature & Technologie » ” , *A- Sciences fondamentales et Engineering*. P 37 à 45 - 37.

Mistler, R.E. (1973), “High Strength Alumina Substrates Produced by a Multiple-Layer Casting Technique”, *Am. Ceram. Soc. Bull.*, Vol. 52, N°. 11, p. 850-54.

Mohammadi, B., Ghannadpour, S. A. M. (2011), “Energy Approach Vibration Analysis Of Nonlocal Timoshenko Beam Theory”, *Procedia Engineering*, 10, 1766–1771.

Moya, J. S., Sanchez-herencia, A. J., Requena, J. & Moreno, R. (1992) , “ Functionally Gradient Ceramics by Sequential Slip Casting”, *Materials Letters*, Vol. 14, p.333-35.

Mukherjee, S, Aluru, N.R. (2006), *Engrg. Anal. Bound. Elem.* 30, 909.

Murmu, T, Adhikari, S. (2012), “Non local elasticity based vibration of initially pre-stressed coupled nanobeam systems”, *Eur. J. Mechanics A-Solids*, 34, 52-62.

Murmu, T., Pradhan, S.C. (2009a), “Buckling analysis of a single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity and Timoshenko beam theory and using DQM“, *Physica E*, 41, 1232–1239.

Murmu, T., Pradhan, S.C. (2009b), “Thermo-mechanical vibration of a single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity theory”, *Computational Materials Science*, 46, 854–859.

Mustapha, KB, Zhong, ZW. (2010a), “The thermo-mechanical vibration of a single-walled carbon nanotube studied using the Bubnov–Galerkin method”, *Physica E.*, 43, 375–381.

Mustapha, KB, Zhong, ZW. (2010b), “Free transverse vibration of an axially loaded non-prismatic single-walled carbon nanotube embedded in a two-parameter elastic medium”, *Comput Mater Sci.*, 50, 742–751.

Nacéri, M., Zidour, M., Semmah, A., Houari, M.S.A., Benzair, A., Tounsi, A. (2011), “Sound wave propagation in armchair single walled carbon nanotubes under thermal environment”, *Journal of Applied Physics*, 110, 124322.

Narendar, S., Gopalakrishnan, S. (2011a), “Critical buckling temperature of single-walled carbon nanotubes embedded in a one-parameter elastic medium based on nonlocal continuum mechanics”, *Physica E*, 43, 1185–1191.

Narendar, S, Gopalakrishnan, S. (2011b), “Nonlocal wave propagation in rotating nanotube”, *Results Phys.*, 1, 17–25.

Nguyen, T. K., K. Sab., Bonnet, G.(2007) , “Shear correction factors of functionally graded plates”, *Mech. Advanced Mater. Struct*, 14, 567-575.

Okamura.H (1991), “State of the Arte of material design projects for sever service application”, *Mater.Sci;Engng*;vol.A143.p,3-9.

Peddieson, J, Buchanan, GR, McNitt, RP. (2003), “Application of nonlocal continuum models to nanotechnology”, *Int J Eng Sci.*, 41, 305–312.

Pijaudier-Cabot, G, ZP, Bazant, (1987), “Nonlocal damage theory”, *ASCE J. Engineering Mechanics*, 113, 1512-1533.

Qatu, M. S.,Iqbal, J. (2010), “Transverse Vibration Of A Two-Segment Cross-Ply Composite Shafts With A Lumped Mass”, *Composite Structures*, 92(5), 1126–1131.

Reddy, J.N. (1984), “A simple higher-order theory for laminated composite plates”, *ASME J. Appl. Mech.*, 51, 745.

Reddy, J.N. (2007), “Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams”, *Int. J. Eng. Sci.*, 45 (2–8), 288 -307.

Reddy, J.N, Pang, SD. (2008), “Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes”, *J Appl Phys.*, 103, 023511.

Roque, CMC, Ferreira, AJM, Reddy, JN. (2011), “Analysis of Timoshenko nanobeams with a nonlocal formulation and meshless method”, *Int J Eng Sci*, 49, 976–984.

Ruta, P. (1999), “Application Of Chebyshev Series To Solution Of Non-Prismatic Beam Vibration Problems”, *Journal of Sound and Vibration*, 227(2), 449–467.

Saidi, H., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. (2013), “Thermo-mechanical bending response with stretching effect of functionally graded sandwich plates using a novel shear deformation theory”, *Steel and Composite Structures*, 15, 221-245.

Sallai, B.O., Tounsi, A., Mechab, I., Bachir Bouiadjra, M., Meradjah, M., Adda Bedia, E.A. (2009), “A theoretical analysis of flexional bending of Al/Al₂O₃ S-FGM thick beams”, *Comput. Mater. Sci.*, 44, 1344–1350.

Sellai ,B.O.(2011), “Etude et Analyse des Structures en FGM: Comparaison entre E-FGM, P-FGM et S-FGM ” ; Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès.

Sarkar, P., Nicholson, P. S. (1996), “ Electrophoretic Deposition (EPD): Mechanisms, Kinetics, and Application to Ceramics”, *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 79, N°. 8, p. 1987-2002.

Sbaizero, O., Lucchini, E. (1996), “Influence of Residual Stresses on the Mecanical Properties of a Layered Ceramic Composite”, *J. European Ceram. Soc.*, Vol. 16, p. 813-18.

Semmah, A, Tounsi, A., Zidour, M., Heireche, H., Nacéri, M. (2014), “Effect of chirality on critical buckling temperature of a zigzag single-walled carbon nanotubes using nonlocal continuum theory”, *Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures*, 23(6), 518-522.

Şimşek, M., Yurtçu, H.H. (2013), “Analytical solutions for bending and buckling of functionally graded nanobeams based on the nonlocal Timoshenko beam theory”, *Compos. Struct.*, 97, 378–386.

Song, J, Shen, J, Li, XF. (2010), “Effects of initial axial stress on waves propagating in carbon nanotubes using a generalized nonlocal model”, *Comput Mater Sci.*, 49, 518–523.

Steffens, H. D., Dvorak, M. , Wewel, M. (1990), “ Plasma Sprayed Functionally Gradient Materials-Processing and Applications, in Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM” *Sendai-Japan* , p. 139-43.

Sudarenkov, V. M. (2013), “Nanotechnologie : mise en balance des avantages et des risques pour la santé publique et l’environnement ” ; *Fédération de Russie, SOC ; Commission des questions sociales, de la santé et du développement durable*, P 9-10.

Takahashi, M., Itoh, Y. & Kashiwaya, H. (1990), “Fabrication and Evaluation of W/Cu Gradient Material by Sintering and Infiltration Technique”, *in Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan* , p. 129-34.

Tang, Y. (2003), “Numerical Evaluation Of Uniform Beam Modes”, *Journal of Engineering Mechanics-Asce - J ENG MECH-ASCE*, 129(12).

Tchangna, M.C (2008), “Les nanotechnologie et les risques de santé ”, *Université de Toulouse I*, 4 ,5.

Texier,D. (2013) , “Mesure et évolution des gradient de propriétés dans le système superalliage à base de nickel MC2 revêtu MCrAly ” ; *Thèse de Doctorat université de Toulouse* .

Thebault.J (1993),“Résistance à la corrosion des composites céramiques thermostructuraux” , *Journal de Physique IV*, 831-841.

Tomellini, R., Hullmann, A. (2004) , “La nanotechnologie l’innovation pour le monde de demain” ,*Magazine RDT info commission européenne ; direction général de la recherché EUR 21151 ; E-mail: research@cec.eu.int.*

Tounsi, A, Heireche, H, Berrabah, HM, Benzair, A, Boumia, L. (2008), “Effect of small size on wave propagation in double-walled carbon nanotubes under temperature field”, *J Appl Phys*, 104, 104301.

Tounsi, A, Semmah, A., Bousahla, A.A. (2013a), “Thermal buckling behavior of nanobeams using an efficient higher-order nonlocal beam theory”, *ASCE Journal of Nanomechanics and Micromechanics*, 3, 37–42.

Tounsi, A, Benguediab, S., Adda Bedia, E.A., Semmah, A., Zidour, M. (2013b), “Nonlocal effects on thermal buckling properties of double-walled carbon nanotubes”, *Advances in Nano Research*, 1(1), 1 – 11.

Tounsi, A., Houari, M.S.A., Benyoucef, S., Adda Bedia, E.A. (2013c), “A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates”, *Aerospace Science and Technology*, 24, 209 – 220.

Uemura, S., Sohda, Y. & Kude Y. (1990), “SiC/C Functionally Gradient Material Prepared by Chemical Vapor Deposition, in Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM ”, *Sendai-Japan*, p. 237-42.

Van ,R., N. F. J., van der. M , A. J. (2006), “Natural Frequencies And Modes Of A Timoshenko Beam”, *Wave Motion*, 44(1), 58–69.

Vo, T. P., Lee, J. (2008), “Free vibration of thin-walled composite box beams”, *Composite Structures*, 84(1), 11–20.

Wang, Q. (2005), “Wave propagation in carbon nanotubes via nonlocal continuum mechanics”, *J Appl Phys.*, 98, 124301.

Wang, Q, Varadan, VK, Quek, ST. (2006), “Small scale effect on elastic buckling of carbon nanotubes with nonlocal continuum models”, *Phys Lett A*, 357, 130–135.

Wang, Q, Liew, KM. (2007), “Application of nonlocal continuum mechanics to static analysis of micro- and nano-structures”, *Phys Lett A*, 363, 236–242.

Wang, C. M., Tan, V. B. C., Zhang, Y. Y. (2006), “Timoshenko Beam Model For Vibration Analysis Of Multi-Walled Carbon Nanotubes”, *Journal of Sound and Vibration*, 294(4–5), 1060–1072.

Williams, J.C. (1976), “Doctor-Blade Process, in *Treatise on Materials Science and Technology*”, *New York:Academic Press*, p. 173-98.

Yaghoobi, H., Torabi, M. (2013a), “Post-buckling and nonlinear free vibration analysis of geometrically imperfect functionally graded beams resting on nonlinear elastic foundation”, *Applied Mathematical Modelling*, 37, 8324-8340.

Yaghoobi, H., Torabi, M. (2013b), “Exact solution for thermal buckling of functionally graded plates resting on elastic foundations with various boundary conditions”, *J. Therm. Stresses*, 36, 869-894.

Yaghoobi, H., Yaghoobi, P. (2013), “Buckling analysis of sandwich plates with FGM face sheets resting on elastic foundation with various boundary conditions: an analytical approach”, *Meccanica*, 48, 2019-2035.

Yaghoobi, H., Fereidoon, A. (2014), “Mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates resting on elastic foundations: An assessment of a simple refined nth-order shear deformation theory”, *Composites: Part B*, 62, 54–64.

Yang, F, Chong, ACM, Lam, DCC, Tong, P. (2002), “Couple stress based strain gradient theory for elasticity”, *Int. J. Solids Struct.*, **39**, 2731–2743.

Yoshihisa,U. (2004), “Properties of functionally graded materials”, *Manufactured by Progressive Lamination Method for Applications*, B, Vol. 39-B ,39-51.

Yoon, J, Ru, CQ, Mioduchowski, A. (2003), “Vibration of an embedded multiwall carbon nanotube”, *Compos Sci. Technol.*, 63, 1533–1542.

Yuki, M., Murayama, T., Irisawa, T. (1991), “ Temperature Gradient Sintering of PSZ/Mo Functionally Gradient Material by Laser Beam Heating”, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan* , p. 203-208.

Zhang, YQ, Liu, GR, Wang, JS. (2004), “Small-scale effects on buckling of multiwalled carbon nanotubes under axial compression”, *Phys Rev B.*, 70, 205430.

Zhang, Y, Liu, G, Han, X. (2005a), “Transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes under compressive axial load”, *Phys Lett A.*, 340, 258–66.

Zhang, YQ, Liu, GR, Xie, XY. (2005b), “Free transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes using a theory of nonlocal elasticity”, *Phys Rev B.*, 71, 195404.

Zhang, YQ, Liu, GR, Han, X. (2006), “Effect of small length scale on elastic buckling of multi-walled carbon nanotubes under radial pressure”, *Phys Lett A*, 349, 370–376.

Ziane, N., Meftah, S. A., Belhadj, H. A., Tounsi, A., Adda Bedia, E. A. (2013), “Free vibration analysis of thin and thick-walled FGM box beams”, *International Journal of Mechanical Sciences*, 66, 273–282.

Zidi, M., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A., Anwar Bég, O. (2014), “Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory”, *Aerospace Science and Technology*, 34, 24–34.

Zidour, M, Benrahou, KH, Semmah, A, Nacéri, M, Belhadj, HA, Bakhti, K, et al. (2012), “The thermal effect on vibration of zigzag single walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory”, *Comput Mater Sci.*, 51, 252–260.

Zidour, M., Daouadji, T.H., Benrahou, K.H., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Hadji, L. (2014), “Buckling analysis of chiral single-walled carbon nanotubes by using the nonlocal Timoshenko beam theory ”, *Mechanics of Composite Materials*, 50(1), 95 – 104.

Zhong, H., Guo, Q. (2003), “ Nonlinear Vibration Analysis Of Timoshenko Beams Using The Differential Quadrature Method”, *Nonlinear Dynamics*, 32(3), 223–234.