

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES



FACULTE DES SCIENCES EXACTES  
DEPARTEMENT MATERIAUX ET DEVELOPPEMENT DURABLE

THESE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Sciences Physiques

Option : Physique Appliquée et Modélisations

*Sujet de thèse*

*Etude et analyse du comportement physique des nanomatériaux avancés.*

Présenté par : M<sup>r</sup> YAZID MILOUD

Soutenu le: 20 /12 / 2018 devant le jury composé de :

Président	: BENZAIER Abdelnour	Professeur	UDL SIDI BEL ABBES
Examineurs	: BOUSAHLA Abdelmomen Anis	MCA	C.U RELIZANE
	: CHIKH Abdelbaki	MCA	U.TIARET
	: BESSEGHIR Abderrahmane	MCA	C.U.TISSEMSSILET
Encadreur	: HEIRECHE Houari	Professeur	UDL SIDI BEL ABBE
Co- encadreur	: TOUNSI Abdelouahed	Professeur	UDL SIDI BEL ABBE

*Année universitaire 2018-2019.*



# Dédicaces



Je dédie cette thèse :

## **À MES CHERS PARENTS.**

*Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être.*

*Je vous remercie pour tout le soutien et l'amour que vous me portez depuis mon enfance et j'espère que votre bénédiction m'accompagne toujours.*

*Que ce modeste travail soit l'exaucement de vos vœux tant formulés, le fruit de vos nombrables sacrifices, bien que je ne vous en acquitterai jamais assez.*

*Puisse Dieu, le Très Haut, vous accorder santé, bonheur et longue vie et faire en sorte que jamais je ne vous déçoive. Je vous aime papa et maman.*

## **A MES CHERS ET ADORABLE FRERES ET SCEURS ET LEURS FAMILLES.**

*En témoignage de mon affection fraternelle, de ma profonde tendresse et reconnaissance, je vous souhaite une vie pleine de bonheur et de succès et que Dieu, le tout puissant, vous protège et vous garde.*

## **A MA TRÈS CHÈRE EPOUSE.**

*On encouragement et ton soutien étaient la bouffée d'oxygène qui me ressourçait dans les moments pénibles, de solitude et de souffrance. Merci d'être toujours à mes côtés, par ta présence, par ton amour dévoué et ta tendresse, pour donner du goût et du sens à notre vie de famille En témoignage de mon amour, de mon admiration et de ma grande affection, je te prie de trouver dans ce travail l'expression de mon estime et mon sincère attachement. Je prie dieu le tout puissant pour qu'il te donne bonheur et Prospérité.*

## **A MA TRÈS CHÈRE PETITE FILLE DJINENE DOHA. ET MA TRÈS CHÈRE NIÈCE HIDAYETTE**

*Avant même que mes yeux ne te voient ma chérie, mon amour et mon affection pour toi n'ont pas cessé de s'accroître de jour en jour. Ton sourire illumine ma vie et la rend plus joyeuse et pleine de sens. Tu as partagé avec moi cette aventure avant même ta naissance et tu continues à la vivre avec moi chaque instant. A toi ma chérie je dédie ce modeste travail en implorant DIEU le tout puissant de vous garder pour tes parents qui vous adorent. Je vous aime mes deux puces.*

## **A MES BEAUX-PARENTS.**

*Ne pourrais jamais exprimer le respect que j'ai pour vous. Vos prières, vos encouragements et votre soutien m'ont toujours été d'un grand secours. Puisse Dieu, le tout puissant vous préserver du mal, vous combler de santé, de bonheur et vous procurer une longue vie.*

## **A MES BEAUX-FRERES ET MA BELLE SOEUR.**

*A tous mes amis et à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

# Remerciements :

Ce travail a été réalisé au Laboratoire : Modélisation et Simulation Multi-Echelles sous la direction de Monsieur **HEIRECHE HOUARI**, Directeur de Laboratoire et professeur à l'Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbes .Je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude pour sa patience, pour les précieux conseils qui m'ont permis de mener à bien ce travail. Je le remercie également pour sa disponibilité et la qualité de ses aides qu'il a fournies et les connaissances qu'il a su me transmettre et en fin pour ses encouragements dans les Passages difficiles.

Je remercie infiniment mon *Co-encadreur M<sup>r</sup>. ABDELOUAHED TOUNSI* ; professeur à l'Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbes pour son soutien moral et scientifique efficace et constant, pour son écoute.son encouragement continu, sa disponibilité, ses conseils durant cette recherche.

D'autre coté, je tiens à remercier chaleureusement les membres de mon jury pour le temps qu'ils ont consacré à la lecture de mon manuscrit. Je remercie spécialement *M<sup>r</sup>. BENZAIK ABDELNOUR* ; professeur à l'Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbes, qui a par ailleurs accepté la responsabilité de présider le jury. ainsi que *M<sup>r</sup> BOUSAHLA ABDELMOMEN ANIS (MCA) à C.U Relizane* et *M<sup>r</sup> CHIKH ABDELBAKI (MCA) à U.Tiaret* ;et aussi *M<sup>r</sup> BESSEGHIR ABDERRAHMANE (MCA à C.U Tissemsilet* dans leurs rôles d'examineurs, pour les remarques constructives qu'ils m'ont adressées.

Je tiens à saisir cette occasion et adresser mes profonds remerciements et mes profondes reconnaissances :

- A mon très cher père et ma très chère mère, à mes frères mes sœurs, à ma femme. Je remercie tout spécialement ma grande famille chacun par son prénom qui m'a incité à entreprendre ce travail et m'a toujours accordé un soutien moral sans faille, tout en partageant avec moi les moments de doutes et d'angoisses mais aussi les joies qui ont parsemé ces années de thèse .Qu'elle en soit remerciée.
- A mes meilleures amis, surtout à vous **SAMMEH ABDELOUAHED, YUCEF MOKHTAR** et **HADJ EL MRABET ABDERRAHMANE** pour m'avoir encouragé dans les moments où j'en avais le plus besoin.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.

## ملخص:

يقدم هذا البحث دراسة عن إنتواء الألواح النانوية المتكاملة مثل الجرافين بإستخدام نظرية جديدة على ألواح منقحة ( مكررة ) مع آثار صغيرة غير محلية. تم الأساس المرن على هيئة قاعدة Pasternak ذات بعدين. إن النظرية المقترحة للصفائح المكررة ثنائية المتغيرات تأخذ بعين الإعتبار القص المستعرض والتغيير المكافئ لتشوهات القص العرضي على سمك الصفيحة من خلال إدخال مصطلحات تكميلية غير محددة وبالتالي لا لزوم لإستخدام عوامل القص. كما يتم الحصول على معادلات حاكمة غير محلية لصفحة الجرافين أحادية الطبقة من مبدأ التشريد الظاهري تتم مقارنة النظرية المقترحة مع نظريات أخرى من الألواح. بحيث يتم الحصول على حلول تحليلية للقوى المطبقة على أوراق الجرافين أحادية الطبقة ذات الخواص المتناحية والعظمية .

إن النتائج المقدمة في هذه الدراسة ما هي إلا توجيهات مفيدة لتصميم أجهزة النانو المعتمدة على الجرافين العظمي الذي يستخدم خصائص التباين للجسيمات النانوية التقويمية.

**كلمات البحث:** الإلتواء – المرونة غير محلية - أسس باسترناك.

## Résumé :

Le présent travail présente une étude du flambement des nano plaques orthotropes intégrées comme le graphène en employant une nouvelle théorie de la plaque raffinée et des effets à petite échelle non locaux. La fondation élastique est modélisée en tant que base de Pasternak à deux paramètres. La théorie de la plaque raffinée à deux variables proposée prend en compte les influences transversales de cisaillement et la variation parabolique des déformations transversales de cisaillement dans l'épaisseur de la plaque en introduisant des termes intégraux indéterminés, il est donc inutile d'utiliser des facteurs de correction de cisaillement. Les équations gouvernantes non locales pour la feuille de graphène de simple couche sont obtenues à partir du principe des déplacements virtuels. La théorie proposée est comparée à d'autres théories de la plaque. Des solutions analytiques pour les charges de flambement sont obtenues pour des feuilles de graphène de simple couche avec propriétés isotropes et orthotropes. Les résultats présentés dans cette étude pourront fournir des orientations utiles pour la conception de nano dispositifs à base de graphène orthotrope qui utilisent les propriétés de flambage des nanoparticules orthotropes.

### Mots-clés:

Flambement, orthotrope, élasticité non locale, fondations de Pasternak, HSdT.

## **Abstract:**

This work presents the buckling investigation of embedded orthotropic nanoplates such as graphene by employing a new refined plate theory and nonlocal small-scale effects. The elastic foundation is modeled as two-parameter Pasternak foundation. The proposed two-variable refined plate theory takes account of transverse shear influences and parabolic variation of the transverse shear strains within the thickness of the plate by introducing undetermined integral terms, hence it is unnecessary to use shear correction factors. Nonlocal governing equations for the single layered graphene sheet are obtained from the principle of virtual displacements. The proposed theory is compared with other plate theories. Analytical solutions for buckling loads are obtained for single-layered graphene sheets with isotropic and orthotropic properties. The results presented in this study may provide useful guidance for design of orthotropic graphene based nanodevices that make use of the buckling properties of orthotropic nanoplates.

### **Keywords:**

Buckling; Orthotropic nanoplates; Nonlocal elasticity; Pasternak's foundations; HSDT.

# Sommaire :

Dédicace	
Remerciement	
Résumé	
Table des matières	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Liste des notations	
Abréviations	
<b>Table des matières</b>	
Introduction générale	<b>01</b>
<b>Chapitre I : Généralité sur le graphène</b>	
<b>I - Introduction</b>	<b>03</b>
I-1- Le carbone	<b>03</b>
a- Abondance du carbone	<b>03</b>
b-Propriétés du carbone	<b>03</b>
1) Structure atomique et hybridation	<b>03</b>
2) Isotopes	<b>04</b>
I-2- Les Allotropies de carbone	<b>04</b>
a- le diamant	<b>05</b>
b- le graphite	<b>06</b>
❖ Propriétés	<b>07</b>
1) Dureté	<b>07</b>
2) Densité	<b>07</b>
3) Conductivité électrique	<b>07</b>
4) Conductivité thermique	<b>08</b>
❖ Les différences entre ces deux frères (Diamant et Graphite)	<b>08</b>
c- Les fullerènes	<b>08</b>
d- Les nanotubes de carbone	<b>09</b>
e- Les nanorubans de graphène	<b>10</b>
<b>II - Graphène</b>	<b>11</b>
II-1- découverte de Graphène	<b>11</b>
II-2- Structure cristallographique	<b>12</b>
II-3- Structure électronique complète	<b>13</b>
II.4-Propriétés du graphène	<b>15</b>
<b>III-Les différentes techniques d'obtention du graphène</b>	<b>17</b>
III-1- Exfoliation mécanique	<b>18</b>
III-2- Exfoliation chimique	<b>19</b>
III-3- Synthèse épitaxiée sur SiC	<b>19</b>
III-4- Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD)	<b>19</b>
<b>IV- Application du graphène</b>	<b>21</b>
IV-1- Applications électroniques	<b>22</b>
a-transistors	<b>22</b>
b- autre application électronique	<b>22</b>

IV-2- Electrodes transparentes	23
IV-3- Senseurs	24
IV-4- Les nanocomposites	24
IV-5- Les batteries	24
IV-5- Cellule photovoltaïque	24
Références bibliographiques	26
<b>Chapitre II : Les différents modèles théoriques des milieux continus</b>	
I - Introduction	29
II- Mécanique des milieux continus et disciplines de l'ingénieur :	29
1-Résistance	29
2-Rigidité	29
3-Endurance	29
❖ Économie de matière	30
❖ Durée de vie	30
III- Notions de milieu continu et d'échelle d'observation	30
IV- Théorie des milieux continus	31
IV- 1- Hypothèse de base	31
❖ 1 <sup>ère</sup> hypothèse de l'élasticité (loi de proportionnalité)	31
❖ 2 <sup>ème</sup> hypothèse	31
❖ 3 <sup>ème</sup> hypothèse	31
V- Théorie des poutres	31
V-1- Définitions	32
a- Notion de poutre	32
❖ Poutre	32
❖ Section droite, fibre moyenne	32
❖ Fibre neutre	32
b- Les différents modèles de la théorie des poutres	32
❖ Modèle d'Euler Bernoulli (la théorie classique des poutres)	32
❖ Modèle de Timoshenko (la théorie de premier ordre (FSDT))	34
❖ théorie d'ordre élevé	36
V-2- Les différents modèles de la théorie des plaques :	39
1-Définitions	39
a-Plaque	39
b- Hypothèses	40
c- formulation mathématique	40
d-Plan moyen	41
2- Modèles de la théorie des plaques	41
a- Les modèles classiques Love–Kirchhoff (théorie classique des plaques stratifiées) CLPT :	41
b- Les modèles Reissner-Mindlin (Théorie de déformation en cisaillement du premier ordre) FSDT :	43
c- La Théorie d'ordre élevé (Modèle d'ordre Supérieur) :	44
Références bibliographiques	48
<b>Chapitre III : étude du comportement physique des plaques composites orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local</b>	

I - Introduction	50
II- Formulation théorique	53
II.1 - Théorie d'élasticité non local	53
a-Discussion du paramètre d'échelle non locale	55
b- Cinématique et équations constitutives	56
c- Equations gouvernantes	58
d- Résultats de contrainte non-local	59
e- Les équations en termes de déplacements :	60
Références bibliographiques	62
<b>Chapitre IV : Résultats et discussion</b>	
I- Solutions analytiques	72
II- Résultats numériques:	73
Références bibliographiques	79
Conclusion générale:	80



## Liste des figures :

<b><u>Chapitre I :</u></b>	
<b>Figure I.1 :</b> Allotropies du carbone.	<b>05</b>
<b>Figure I.2 :</b> Structure cristalline du Diamant où $a_0$ est le paramètre du réseau cubique	<b>05</b>
<b>Figure I.3 :</b> Structure cristalline du graphite.	<b>06</b>
<b>Figure I.4 :</b> Structure cristalline du fullerène C60	<b>09</b>
<b>Figure I.5 :</b> Du C <sub>60</sub> au C <sub>80</sub> : les atomes ajoutés au C <sub>60</sub> pour obtenir le C <sub>70</sub> et le C <sub>80</sub> sont représentés en rouge.	<b>09</b>
<b>Figure I.6 :</b> Deux types de nanotubes de carbone, SWCNT et MWCNT.	<b>10</b>
<b>Figure I.7 :</b> a) nanoruban Zigzag b) nanoruban Armchair.	<b>11</b>
<b>Figure I.8 :</b> Graphène vu par microscopie à effet tunnel (STM). Adapté avec émission à partir de Stolyarova et coll.	<b>12</b>
<b>Figure I.9:</b> a) Structure cristalline du graphène. La cellule unitaire contient deux atomes de carbone et les vecteurs du réseau forment un angle de 120°C. Ces atomes sont équivalents parce qu'ils ont le même nombre d'atomes voisins. b) Diagramme schématique des liaisons $\sigma$ dans le plan de graphène et des orbitales $\pi$ perpendiculaire à ce plan.	<b>13</b>
<b>Figure I.10:</b> Calcul ab initio de la structure de bandes d'un plan de graphène isole. Le niveau de Fermi est à 0 eV (pointillés noirs). A gauche la structure de bandes est représentée le long d'un trajet $\Gamma$ -M-K- $\Gamma$ , les flèches violettes indiquent les bandes $\sigma$ , la flèche orange la bande $\pi$ , la flèche verte la bande $\pi^*$ . Des bandes $\sigma^*$ sont visibles au dessus de 3 eV au niveau du point $\Gamma$ . Les bandes $\pi$ et $\pi^*$ se touchent aux points K et K'. L'image de droite est une coupe d'isoénergie dans la zone de Brillouin hexagonale à 0.5 eV au-dessus du niveau de Fermi (trait bleu sur la structure de bandes). Les états forment des poches plus ou moins circulaires autour des points K et K'. On dit que les états sont localisés dans les vallées K et K'.	<b>14</b>
<b>Figure I.11:</b> Comparaison des structures de bandes calculées ab initio du graphène (points noirs), du biplan de graphène (carrés verts) et du graphite (points bleus) à proximité du point K et K' au voisinage du niveau de Fermi.	<b>15</b>
<b>Figure I.12 :</b> Schémas représentant les différentes méthodes utilisées pour la synthèse du graphène.	<b>17</b>
<b>Figure I.13 :</b> Image représentant la méthode d'exfoliation mécanique employée par Geim et Novoselov.	<b>18</b>
<b>Figure I.14:</b> Photo du dispositif de synthèse de graphène par CVD à pression atmosphérique.	<b>20</b>
<b>Figure I.15:</b> Schéma montrant un bracelet à écran tactile et flexible réalisé à partir de graphène.	<b>23</b>

## **Chapitre II :**

<b>Figure II-1 :</b> Notion de poutre.	<b>32</b>
<b>Figure II-2 :</b> Cinématique d'Euler Bernoulli.	<b>33</b>
<b>Figure II.3 :</b> Cinématique de Timoshenko.	<b>35</b>
<b>Figure II.4 :</b> cinématique de la théorie d'ordre élevé.	<b>37</b>
<b>Figure II.5-</b> Géométrie d'une plaque.	<b>39</b>
<b>Figure II.6-</b> Feuille de graphène monocouche reposant sur un substrat élastique Winkler-Pasternak.	<b>40</b>
<b>Figure II.7:</b> Déformation d'une plaque (pointillés gris) avec mise en évidence du feuillet moyen (rouge) d'un élément de matière (noir) et d'une fibre normale.	<b>41</b>
<b>Figure II.8 :</b> Cinématique de Love-Kirchhoff.	<b>42</b>
<b>Figure II.9 :</b> Cinématique de Reissner-Mindlin.	<b>44</b>
<b>Figure II.10 :</b> Cinématique des théories d'ordre supérieur.	<b>45</b>

## **Chapitre IV :**

<b>Figure IV-1:</b> Une comparaison de la charge de flambage non-dimensionnelle pour un carré orthotrope SLGS ( $K_w = 100$ et $K_s = 100$ ).	<b>75</b>
<b>Figure IV- 2:</b> Variation de la charge de flambage critique non dimensionnelle par rapport à la longueur de la SLGS orthotrope ( $K_w = 100$ and $K_s = 100$ ).	<b>76</b>
<b>Figure IV- 3:</b> Variation de la charge de flambement critique par rapport à la longueur du SLGS carré orthotrope pour différentes valeurs de la rigidité de la fondation élastique ( $\mu = 4$ ).	<b>77</b>
<b>Figure IV- 4:</b> Variation de la charge de flambage par rapport au rapport d'épaisseur de la SLGS orthotrope pour différentes valeurs des nombres de mode m et n ( $\mu = 4$ , $K_w = 100$ et $K_s = 100$ ).	<b>78</b>

## Liste des tableaux :

<b><u>Chapitre I :</u></b>	
<b>Tableau I.1 :</b> la forme du carbone et leur masse dans les différentes sphères.	<b>03</b>
<b>Tableau I.2 :</b> les différentes hybridations de carbone.	<b>04</b>
<b>Tableau I.3 :</b> Les différences entre le Diamant et le Graphite.	<b>08</b>
<b>Tableau I.4 :</b> Les propriétés d'un nanofeuillet de graphène.	<b>16</b>
<b>Tableau I.5 :</b> Propriétés du graphène.	<b>16</b>
<b>Tableau I.6 :</b> Exemples de techniques de production	<b>21</b>
<b><u>Chapitre III :</u></b>	
<b>Tableau III.1:</b> Valeurs du paramètre non local disponible en version allégée.	<b>55</b>
<b><u>Chapitre IV :</u></b>	
<b>Tableau IV.1:</b> La Charge critique de flambage $N_{cr}$ de feuilles isotropes de graphène monocouches avec ou sans fondations élastiques pour différentes valeurs de paramètres non locaux $\mu$ .	<b>74</b>
<b>Tableau IV.2:</b> La Charge critique de flambage $N_{cr}$ du graphène simple-posé orthotropic couvre avec ou sans les bases élastiques pour différentes valeurs de paramètre nonlocal $\mu$ .	<b>74</b>

## **Abréviations :**

SWCNT : Single Walled Carbon Nanotube.....	Nanotube de carbone à simple paroi.
MWCNT :Multi Walled Carbon Nanotubes.....	Nanotubes de carbone à parois multiples.
GNR : graphen nanoribbon.....	Nanoruban de graphène.
AGNR : armchair graphene nanoribbon .....	Nanoruban de graphène d'armchair.
ZGNR: zigzag graphene nanoribbon .....	Nanoruban de graphène en zigzag.
HOPG : Highly Oredred Pyrolytic Graphite.....	Graphite pyrolytique hautement ordonné.
STM : Scanning Tunneling Microscopy.....	Microscopie à effet tunnel.
CVD: Chemical Vapor Deposition.....	Dépôt chimique en phase vapeur.
ITO : indium tin oxide.....	oxyde d'indium étain.
BN : boron nitrid.....	nitride de bore.
PMMA : Polymethyl methacrylate.....	Poly-méthacrylate de méthyle.
ADN : Deoxyribonucleic acid.....	Acide Désoxyribonucléique.
PVA : Polyvinyl alcohol.....	Alcool Polyvinylique.
FSDT : first shear deformation theory .....	Théorie de déformation de cisaillement du premier ordre.
FGM : functionally graded materials .....	Matériaux fonctionnellement gradués.
CLPT : Classical theory of stratified plates .....	Théorie classique des plaques de laminage.
CT : transverse shear.....	Cisaillement transverse.
MD : Molecular dynamic.....	Dynamique moléculaire.
SLGS : single layer graphene sheets.....	feuilles de graphène à une seule couche.
SWCNT : Single-walled carbon nanotubes.....	Nanotubes de Carbone monofeuillet.
SSDT : sinusoidal shear deformation theory.....	Théorie de déformation de cisaillement sinusoïdale.

## Liste des notations :

$f(z)$ : La fonction qui décrit la répartition de déplacement suivant l'épaisseur de la poutre.

$z$ : coordonnée suivant l'épaisseur.

$U(M)$  : Le champ de déplacement d'un point  $M$ .

$U(x, z)$  : C'est le déplacement suivant  $X$ .

$w(x, z)$  : C'est le déplacement dans la direction de  $Z$ .

$U_0(x)$  et  $w_0(x)$  sont les composantes de déplacement au milieu de la section et sur la ligne moyenne de la poutre, respectivement le long des axes  $X$  et  $Z$ .

$\gamma_{xz}$  : La distorsion.

$\varphi_0(x)$  : est la rotation de la section mesurée sur la ligne moyenne de la poutre.

$G_{xz}$  : Le module de cisaillement transversal.

$h$  : étant l'épaisseur de la poutre (modèle d'ordre élevé).

$U_0(x, y)$  et  $V_0(x, y)$  les déplacements de membrane dans la direction  $x$  et  $y$ .

$W$  : La flèche de la plaque.

$\frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial w_0(y)}{\partial y}$  : Rotation dues à la flexion (sans cisaillement).

$\varphi_0(x)$  et  $\varphi_0(y)$  étant les rotations totales de la section mesurée sur la ligne moyenne de la plaque.

$\rho$  : la masse volumique .

$I_j$  : Nombres normales.

$f_i$  : et les forces du corps.

$u_i$  : désigne le vecteur de déplacement.

$t_{ij}$  : est le tenseur des contraintes de l'élasticité non locale.

$X$  : est le point de référence dans le corps.

$\alpha(|X'-X|)$  : est la fonction non locale du noyau.

$\sigma_{ij}$  : est le tenseur local des contraintes de la théorie de l'élasticité locale en tout point  $X'$  dans le corps.

$C_{ijkl}$  : sont les composantes du module d'élasticité avec les caractéristiques de symétrie

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij} .$$

$\varepsilon_{kl}$  : est le tenseur de déformation.

$\&$  : Opérateur différentiel linéaire.

$\nabla$  : Laplacien.

$a$  : est une longueur de propriété interne (paramètre de maille, taille granulaire ou diamètres moléculaires).

$e_0$  : est une constante appropriée à chaque matériau.

$a^*$  : le paramètre du treillis.

$a^{\$}$  : la longueur de la liaison carbone-carbone dans SWCNT ou graphène (= 1.42Å °).

$u_0, v_0, w_0(x, y)$ , et  $\theta(x, y)$  sont les 4 fonctions de déplacement inconnues de la surface moyenne de la feuille de graphène.

$k_1$  et  $k_2$  : Les constantes dépend de la géométrie.

$\{ \}$  : Vecteur colonne.

$A'$  et  $B'$  : Coefficients sont considérés en fonction du type de solution utilisée.

$k_w$  : est la rigidité de fondation de Winkler.

$k_s$  : est la rigidité de la couche de cisaillement de la fondation.

$N, M$  et  $S$  : Les résultantes de contrainte.

$[ ]$  : Matrice.

$E_1, E_2$  : sont les modules de Young.

$G_{12}, G_{23}, G_{13}$  : sont les modules de cisaillement.

$\nu_{12}, \nu_{21}$  : sont Les coefficients de Poisson.

$C_{ij}$  : les coefficients de rigidité.

$A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}$  : Les rigidités de la plaque.

$\partial$  : Dérivée partielle .

$\xi$  : terme dénote le taux de compression.

$W_{mn}$  et  $X_{mn}$  : sont des coefficients arbitraires.

$\{\Delta\}$  dénote les colonnes.

$K_{ij}$  : Les éléments de la matrice symétrique  $[K]$ .

$N_{cr}$  : charge critique de flambage.

$\mu$  : valeurs de paramètres non locaux.

$a/h$  : le côté à l'épaisseur.

### Introduction générale :

La recherche de nouveaux matériaux occupe une place importante dans l'histoire de la technologie ; La production de matériaux composites augmente de plus en plus .En particulier, Les stratifiés composites trouvent un grand intérêt dans une variété de structures complexes et d'applications technologiques grâce à leurs performances ; aptes à remplir plusieurs fonctions, sans doute dans les domaines des lanceurs, navettes spatiales et satellites que le problème de gain de performances, baisse du cout de fabrication. et parmi les matériaux de l'heure actuelle est le graphène. Le graphène est une forme inhabituelle de l'un des éléments les plus communs sur notre planète, le carbone, et a été découvert et synthétisé à l'Université de Manchester en 2004 par Konstantin Novoselov et Andre Geim. Cela leur a valu le Prix Nobel de Physique en 2010. Il se compose de plusieurs feuilles d'atomes de carbone, d'un seul atome d'épaisseur, disposés dans un réseau hexagonal. Ouais je sais, ça ne nous avance pas beaucoup.

Donc en gros, le graphène est à ce jour le matériau le plus résistant et le plus fin au monde. Mais ce n'est pas tout, puisque ces qualités sont très nombreuses, c'est aussi le matériau le plus dur et pourtant il est malléable, celui qui est le meilleur conducteur de chaleur et d'électricité... et enfin, et c'est tout l'intérêt de ce matériau, il est très peu couteux (normal puisqu'il s'agit d'une forme de carbone) !.

La plupart des investigations entreprises sur les plaques stratifiées sont dévouées à la détermination des contraintes des déformations ou des déplacements d'origines flexionnelles .L'analyse des structures au comportement d'instabilité est moins fréquente en dépit de l'importance du phénomène mis en évidence par la rupture en service de nombreuses constructions monumentales.

Les chercheurs essayent de concevoir des matériaux composites stratifiés épais plus économiques. Les déformations du cisaillement transversal sont l'un des intérêts principaux des plaques stratifiées épaisses composites. Il existe plusieurs théories des plaques stratifiées, qui incluent des contraintes de cisaillement transversales ; une des théories bien connues est le modèle de Reissner , qui est connue comme la théorie des ordres première de déformation de cisaillement (FSDT) et prend le champ de déplacement comme variations linéaires au plan moyen.

Beaucoup de théories des plaques d'ordre élevé, ont été développées pour évaluer les déformations de cisaillement transversal des plaques stratifiées. Une de ces théories ; a prouvé une théorie simple d'ordre supérieur.

Il y a eu un nombre considérable d'études ; sur les plaques reposant sur des fondations élastique ; dans certaines des analyses, un paramètre simple  $k_0$  est utilisé pour décrire le comportement de fondation . Dans cette méthode il est supposé qu'il y a une proportionnalité

d'interaction entre la contrainte et la déformation du point appliqué dans la fondation.

Cette fondation est modélisée aux ressorts verticaux discrets et ne prend pas en compte les déformations de cisaillement transversal dans la fondation (modèle linéaire Winkler).

Certains chercheurs ont modélisé la fondation à deux paramètres différents ; un de ces modèles est le modèle type Pasternak. Ce deuxième paramètre (modèle de Pasternak) prend en compte l'effet de l'interaction entre les points de cisaillement dans la fondation . Si le second paramètre est nul, la fondation Pasternak est réduite au type Winkler.

Le présent travail présente une étude du flambement des nano plaques orthotropes intégrées comme le graphène en employant une nouvelle théorie de la plaque raffinée et des effets à petite échelle non locaux. La fondation élastique est modélisée en tant que base de Pasternak à deux paramètres.

Notre travail s'articule sur quatre chapitres :

Dans le premier, une présentation générale sur le carbone ; le graphite et notamment le graphène et leurs propriétés ainsi Les différentes techniques d'obtention de ce dernier.

Le second chapitre est purement théorique, il contient un rappel sur les différents modèles théoriques des milieux continus particulièrement les différents modèles de la théorie des plaques.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude du comportement physique des plaques composites orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

Et dans le dernier chapitre on présente les résultats obtenus et leur interprétation.

Finalement. Le travail s'achève par des conclusions.



## I- Introduction :

### I-1- Le carbone :

#### a- Abondance du carbone :

Le carbone est un élément peu abondant dans l'écorce Terrestre. Il représente moins de 0,1 % en masse des éléments présents. Il est réparti inégalement entre l'atmosphère, la biosphère, l'hydrosphère et la lithosphère et sous différentes formes. Il circule en permanence d'une sphère à l'autre, à des vitesses très différentes.

Sphère	Masse de carbone	Formes du carbone
Lithosphère	$5 \times 10^{16}$ tonnes	Essentiellement dans les roches sédimentaires, sous forme de carbonates (CaCO <sub>3</sub> , MgCO <sub>3</sub> , FeCO <sub>3</sub> )
		Aussi présent dans les combustibles fossiles, comme le pétrole et le charbon
Hydrosphère	$4 \times 10^{13}$ tonnes	CO <sub>2</sub> dissous dans l'eau, formant des ions CO <sub>3</sub> <sup>-</sup> et HCO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>
Atmosphère	$8 \times 10^{11}$ tonnes	Essentiellement sous forme de CO <sub>2</sub> gazeux
Biosphère	$6 \times 10^{11}$ tonnes	Dans tous les tissus biologiques




**Tableau I.1 :** la forme du carbone et leur masse dans les différentes sphères.

#### b- Propriétés du carbone :

##### 1) Structure atomique et hybridation :

Le carbone possède 6 électrons :  $1s^2 2s^2 2p^2$

On le retrouve presque toujours sous **forme hybridée**. Selon son hybridation, la structure des liaisons aura une forme différente :

Hybridation	Arrangement
$Sp^3$	Tétraédrique 
$Sp^2$	Trigonal 
$Sp$	Linéaire 

**Tableau I.2 :** *les différentes hybridations de carbone.*

Le carbone cristallin pur existe dans la nature sous forme de diamant et de graphite. Le carbone élémentaire est inerte et insoluble dans l'eau ou les solvants organiques. À haute température, il s'oxyde pour former du monoxyde et du dioxyde de carbone.

L'atome de carbone a un faible diamètre et une électronégativité moyenne (2,5 sur l'échelle de Pauling). Il peut donc former de nombreuses liaisons avec d'autres atomes et lui-même, et elles sont presque toujours covalentes.

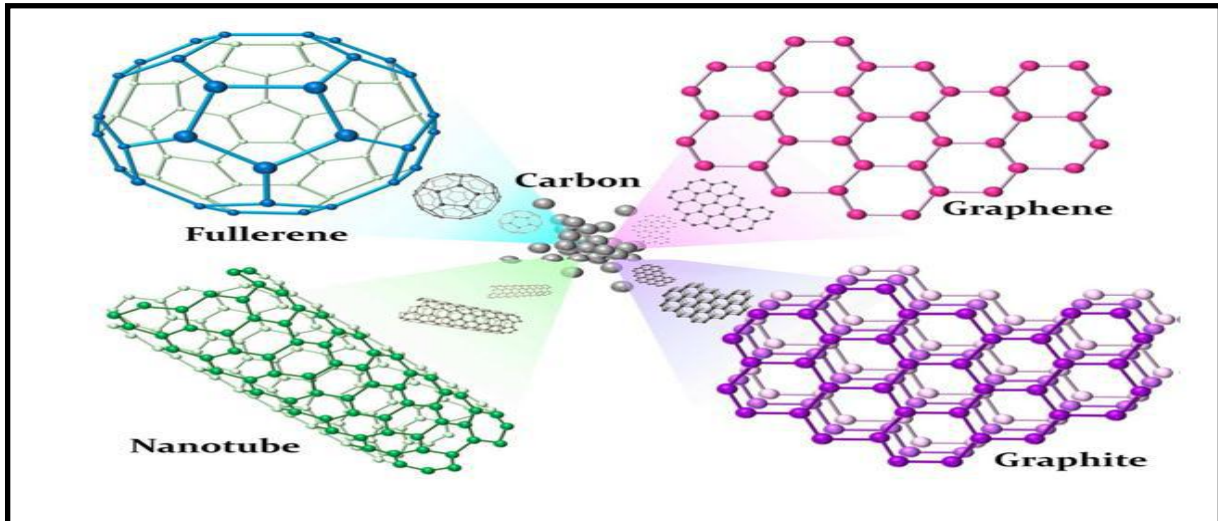
## 2) Isotopes :

Le carbone possède deux isotopes naturels stables :  $^{12}\text{C}$  (abondance = 98,89 %) et  $^{13}\text{C}$  (abondance = 1,11 %). L'isotope  $^{12}\text{C}$  a été choisi comme référence pour la masse atomique 12. Les deux radio-isotopes les plus connus et exploités pour leurs propriétés sont le  $^{14}\text{C}$  à période longue (5 730 ans), employé pour la datation en archéologie afin d'évaluer l'âge des fossiles ou de toutes autres matières organiques, et le  $^{11}\text{C}$  à période courte (20 minutes) utilisé en imagerie médicale et médecine nucléaire.

## I-2- Les Allotropies de carbone :

Le carbone est le 15<sup>ème</sup> élément naturel le plus présent sur terre, il est l'élément du groupe VI de la table de Mendeleïev, qui comporte six électrons avec une configuration atomique de l'état fondamental  $1s^2, 2s^2 2p^2$ . Il se présente sous de nombreux allotropies dont le plus anciennement connu est le graphite, utilisé comme mine de crayon dès le 16<sup>ième</sup> siècle.

Une vue schématique de ces différents allotropies de carbone est donnée dans la figure I.1. Ces allotropies cristallines couvrent les trois dimensions spatiales du fullerène 0D, nanotubes de carbone 1D, le graphène 2D et du graphite 3D et des diamants.

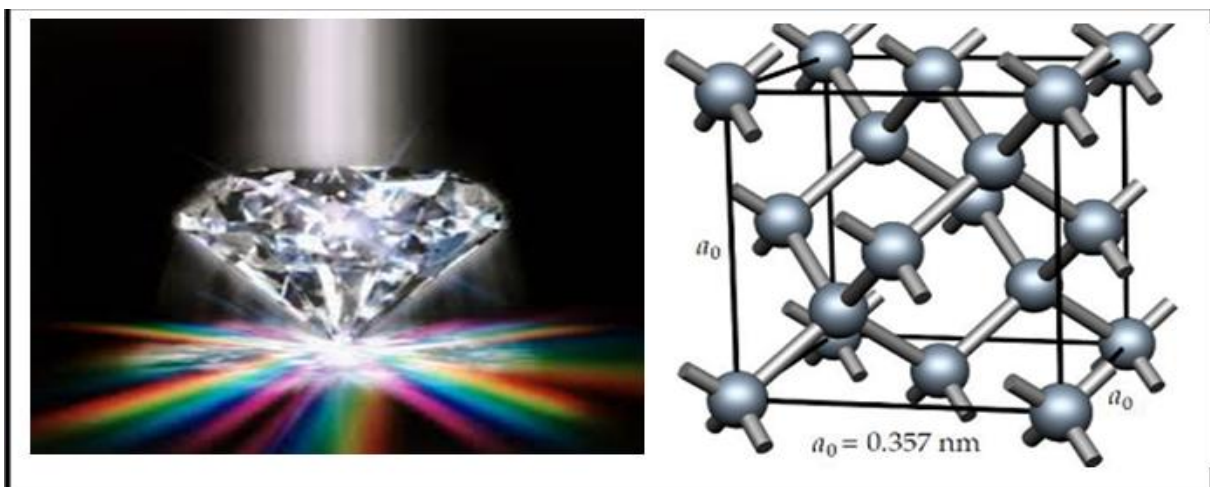


**Figure I.1** : Allotropies du carbone. (Image de [1]).

**a- Le diamant :**

Le diamant est une forme allotropique tridimensionnelle du carbone. Dans le diamant, les atomes de carbone sont en état d'hybridation  $sp^3$ , et donc tétravalents. Il existe plusieurs structures cristallines du diamant [2], comme le diamant hexagonal ou la lonsdaléite, mais la structure la plus courante est de loin le diamant cubique (figure 1.2). En plus d'être le matériau le plus dur qui soit, il est hydrophobe, inattaquable par les acides, et inaltérable. Il n'a qu'un seul point faible, la chaleur. Dans un environnement riche en oxygène, il brûle à partir de 800 degrés.

La maille de cette structure est de type cubique faces centrées, avec un paramètre de maille de 0,356 nm, et une distance interatomique de 0,154 nm.



**Figure I.2** : Structure cristalline du Diamant où  $a_0$  est le paramètre du réseau cubique (Image de [3]).

On outre que les principales données physiques et chimiques du diamant sont :

Composition chimique : C (Carbone cristallisé)

Système cristallin : Cubique

Dureté : 10 sur l'échelle de Mohs

Densité : 3.52

Indice de réfraction : 2.42

Biréfringence : Aucune

Couleur : Blanc, jaune, brun, orange, vert, violet, bleu, rouge.

### b- Le graphite :

C'est le composant le plus important des mines de crayon. Il se présente comme un solide noir et brillant. Il peut être facilement rayé à l'ongle. Chimiquement, le graphite est du carbone pur. Microscopiquement, le graphite présente une structure en feuillets parallèles:

Dans chaque feuillet, les atomes de carbone sont liés par des liaisons covalentes formant une suite d'hexagones, rappelant les alvéoles d'une ruche. La distance entre chaque atome de carbone est  $d_{c-c}=1.42 \text{ \AA}=0.142\text{nm}$ , l'espacement entre les couches est de  $d=3.35 \text{ \AA} = 0,335 \text{ nm}$ . [4].

Il existe des liaisons faibles (type Van der Waals) entre les feuillets. Dès que l'on exerce une contrainte mécanique, les feuillets glissent les uns par rapport aux autres et, éventuellement, ils se séparent. Ceci explique la friabilité du graphite et ses propriétés lubrifiantes.

Curieusement, chaque atome de carbone ne forme que trois liaisons covalentes donc possède un doublet non liant (ceci est inexplicable avec une représentation de Lewis). Les électrons de ces doublets non liants peuvent se déplacer; le graphite conduit donc le courant électrique. La mobilité des électrons est aussi responsable du caractère déformable du graphite.

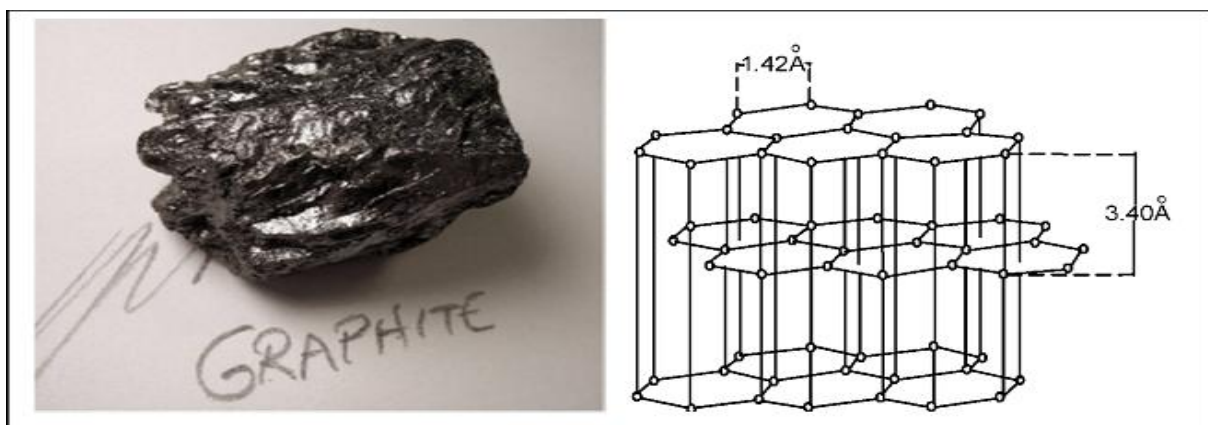


Figure I.3 : Structure cristalline du graphite. (Image de [5]).

### ❖ Propriétés :

Le graphite possède des propriétés physiques très intéressantes :

- il est résistant
- il possède une bonne conductivité thermique de manière parallèle aux plans, en revanche de manière perpendiculaire sa conductivité thermique est plutôt mauvaise
- il s'agit également d'un des éléments fragiles (friable avec les ongles)
- il a une faible densité.

Il existe aussi une relation entre sa structure cristalline et ses propriétés physiques :

#### 1) Dureté :

Le graphite est aussi solide que l'ongle, il a donc une dureté très faible. Les liaisons covalentes sont quasiment deux fois plus grandes que celles du diamant. Leur taille est de 0.36 nm. De plus, si parallèlement aux plans hexagonaux chaque atome est lié à trois autres atomes, perpendiculairement à ces plans, les atomes ne sont pas liés les uns aux autres. Chaque plan est donc séparé des autres : cela explique la faible dureté du carbone.

#### 2) Densité :

La densité du graphite est de 1.9. Elle s'explique par la taille des liaisons de sa structure cristalline qui est de 0.36 nm. Plus la taille des liaisons est importante, plus la densité est faible. En effet, quand deux atomes sont liés, plus la distance qui les sépare est grande, plus ils occuperont un volume plus important que deux atomes proches. C'est pour cela que leur densité est plus faible car la densité dépend du volume de l'ensemble. De plus le fait que perpendiculairement aux plans, les atomes ne sont pas liés entre eux, favorise une faible densité.

#### 3) Conductivité électrique :

La conductivité électrique dépend du fait que les électrons se trouvant sur la couche externe ont la capacité à se "détacher". Dans le graphite un atome de carbone est lié avec 3 autres atomes par des liaisons covalentes simples. Dans le graphite, les liaisons sont assez éloignées (0,36 nm) ce qui fait que les électrons appartenant à la liaison covalente sont faiblement liés donc ils peuvent facilement se faire détacher.

#### 4) Conductivité thermique :

La conductivité thermique dépend du plan choisi : en fait, cette conductivité dépend de la cohérence des vibrations. Parallèlement aux plans hexagonaux, un atome est lié à trois autres atomes donc la conductivité thermique est importante. Mais si l'on prend perpendiculairement au plan, les atomes ne sont pas liés entre eux donc la conductivité thermique est très faible.

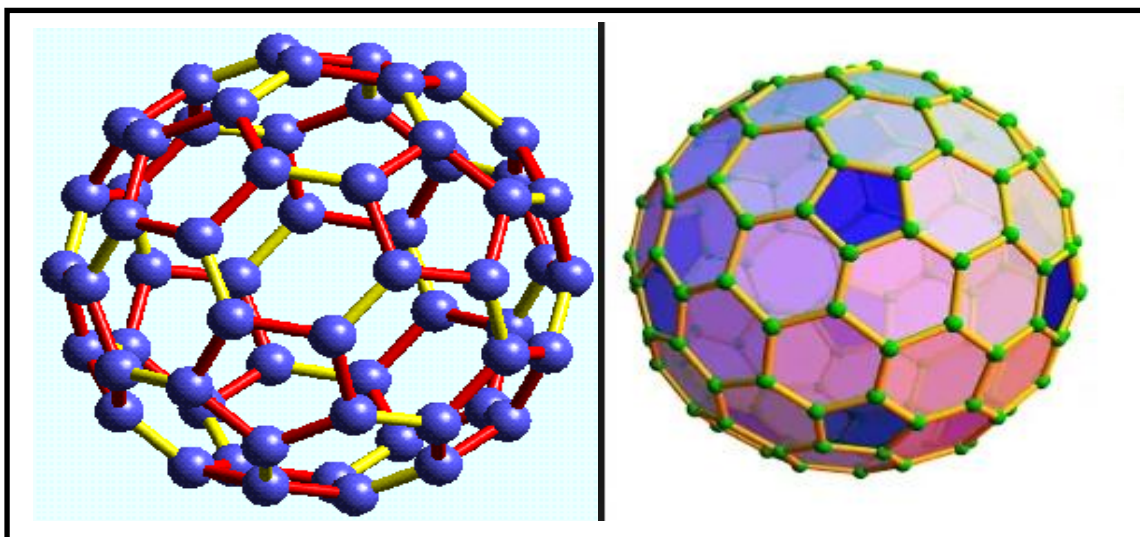
#### ❖ Les différences entre ces deux frères (Diamant et Graphite) :

Graphite	Diamant
Matériau très mou	Matériau très dur
Conducteur de courant	Isolant électrique
Conduit moyennement la chaleur	Excellent conducteur de chaleur
Opaque à la lumière visible	Transparent à la lumière visible

**Tableau I.3 :** Les différences entre le Diamant et le Graphite.

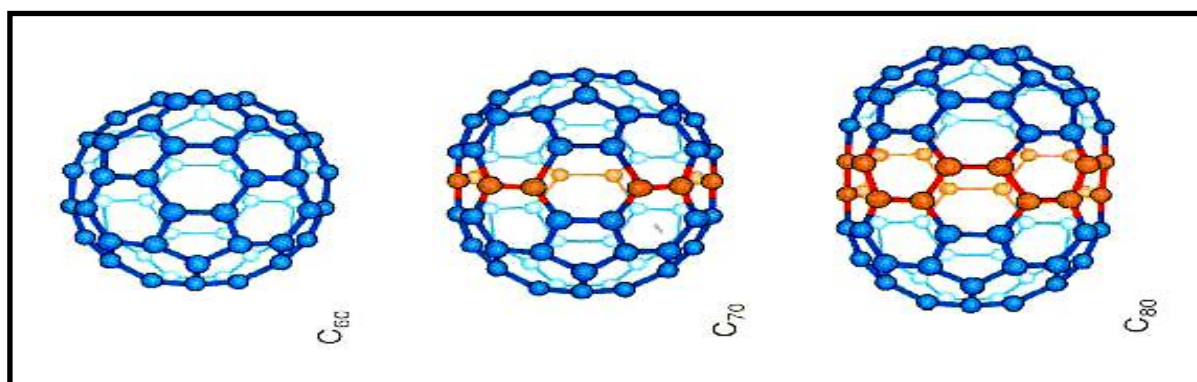
#### C- Les fullerènes :

Fullerène est une structure tridimensionnelle des atomes de carbone, qui a été découvert en 1985. Les fullerènes sont obtenus par vaporisation du graphite sous une atmosphère de gaz d'hélium ou d'argon. Les fullerènes ont différentes formes, qui sont le C<sub>70</sub>, C<sub>78</sub>, C<sub>82</sub>, C<sub>84</sub>, C<sub>90</sub>, C<sub>94</sub> et le C<sub>96</sub> mais la plus commune est C<sub>60</sub>. La structure fullerène sphérique est également appelée buckyball C<sub>60</sub>, cette structure est la plus stable voir (Figure 1.4) qui est composée de 12 pentagones et 20 hexagones. Il est caractérisé par la longueur entre les deux hexagones  $d_{c-c}=1.39 \text{ \AA}$ , la distance entre les pentagones  $D_{c-c}=1.43 \text{ \AA}$  [6]. La structure fullerène est constituée des anneaux de carbone hexagonaux, qui peuvent aussi contenir des anneaux pentagonaux ou heptagonaux. Le fullerène a attiré beaucoup d'attention durant cette dernière décennie par ses propriétés électriques qui permettent des applications dans divers domaines ; électronique, cellules solaires organiques. La structure lubrifiante de cette nanoparticule a aussi un champ d'application dans le domaine pharmaceutique.



**Figure I.4 :** Structure cristalline du fullerène  $C_{60}$  (Image de [7]).

En coupant en deux parties égales le  $C_{60}$  et en ajoutant des atomes de carbone avant de refermer la structure (cf. Figure 1.4), on peut construire le  $C_{70}$  (25 hexagones, 12 pentagones) et le  $C_{80}$  (30 hexagones, 12 pentagones). [8].



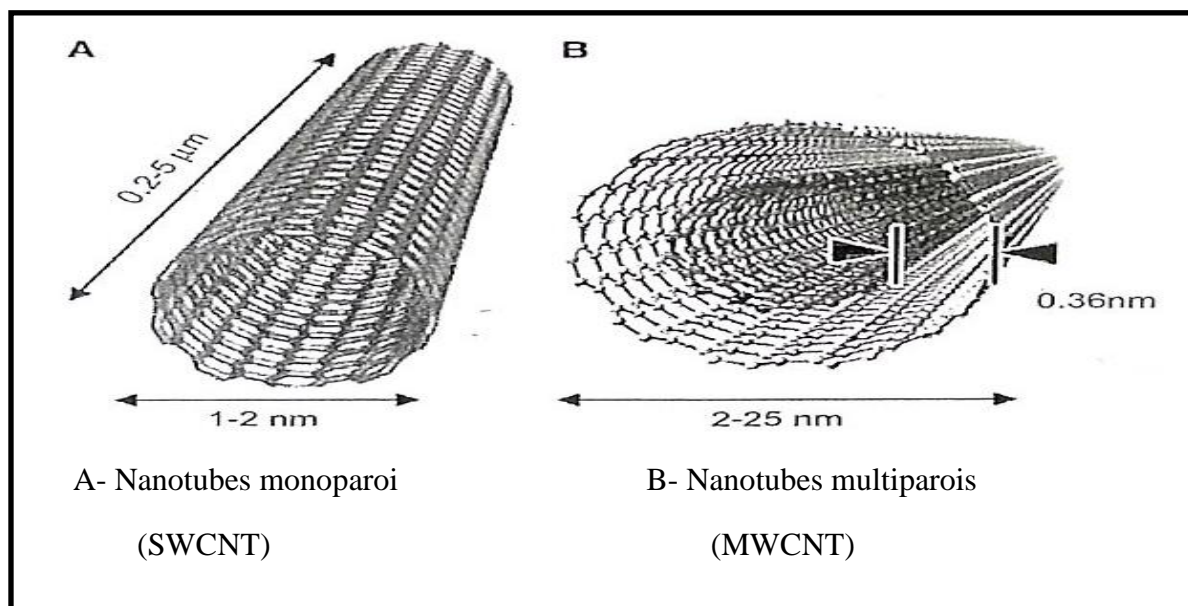
**Figure I.5 :** Du  $C_{60}$  au  $C_{80}$ : les atomes ajoutés au  $C_{60}$  pour obtenir le  $C_{70}$  et le  $C_{80}$  sont représentés en rouge.

#### d- Les nanotubes de carbone :

Les nanotubes de carbone est une forme unidimensionnelle de carbone (1D), ont été découverts par le chercheur japonais Junio Iijima en 1991. Alors qu'il s'intéressait à la synthèse de fullerènes. Depuis cette date, ils ont fait l'objet de diverses études quant à leurs propriétés et leurs applications envisageables.

Les nanotubes de carbone peuvent posséder 1, 2, ou plusieurs parois. Les nanotubes multiparois sont assimilables à des nanotubes monoparoi concentriques. Pour expliquer les propriétés des nanotubes, les nanotubes monofeuillet constituent le plus simple modèle de

nanotubes. Ce type de nanotube possède un diamètre compris entre 0.7 et 10 nm même si la plupart ont un diamètre inférieur à 2 nm. Ils peuvent être décrits comme un feuillet de graphène enroulé dont les deux extrémités sont fermées par deux demi-fullerènes. En pratique, les nanotubes synthétisés via un catalyseur possèdent souvent une particule de catalyseur à une de leurs extrémités. Suivant la façon dont le graphène est enroulé les nanotubes peuvent être regroupés en trois catégories différentes : chirale, zigzag et chaise.



**Figure I.6 :** Deux types de nanotubes de carbone, SWCNT et MWCNT.

### e- Les nanorubans de graphène:

Les structures nanorubans de graphène (graphene nanoribbon: GNR) sont obtenues en découpant les feuilles de graphène. Il existe deux configurations de bords des nanorubans de graphène ; armchair (armchair graphene nanoribbon : AGNR) les bords sont armchair, et les nanorubans de graphène zigzag (zigzag graphene nanoribbon : ZGNR) les bords sont zigzag voir (figure 1.6).

Les propriétés électroniques dépendent fortement de la direction dont le nanoruban est découpé, ou encore de la nature chimique des bords du nanoruban. Les calculs par la méthode des liaisons fortes (Tight Binding) montrent que les nanorubans zigzag sont toujours métallique et les nanorubans armchairs peuvent avoir un comportement métallique ou semi-conducteur dépendant de sa largeur [9].



Les nanotubes de carbone peuvent être obtenus par « dézippage » Exemple l'intercalation-exfoliation par voie chimique de MWCNTs, des réactions acides oxydantes attaquant les liaisons carbone-carbone ou par passage d'un courant électrique à travers le nanotube.

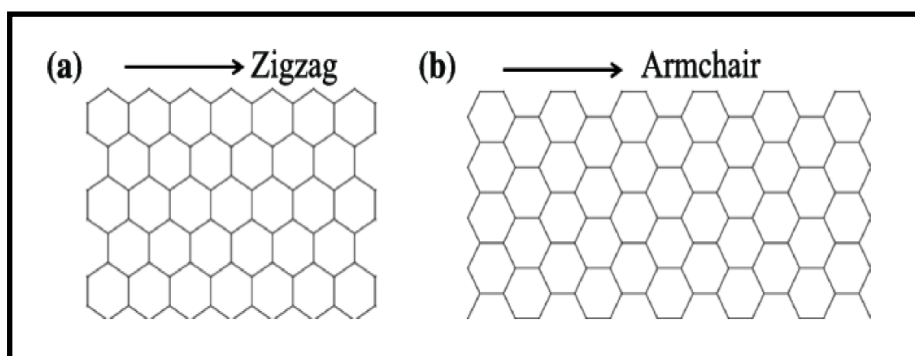


Figure I.7 :a) nanoruban Zigzag b) nanoruban Armchair. (Image de [10]).

## II- Graphène :

### II-1- découverte de Graphène :

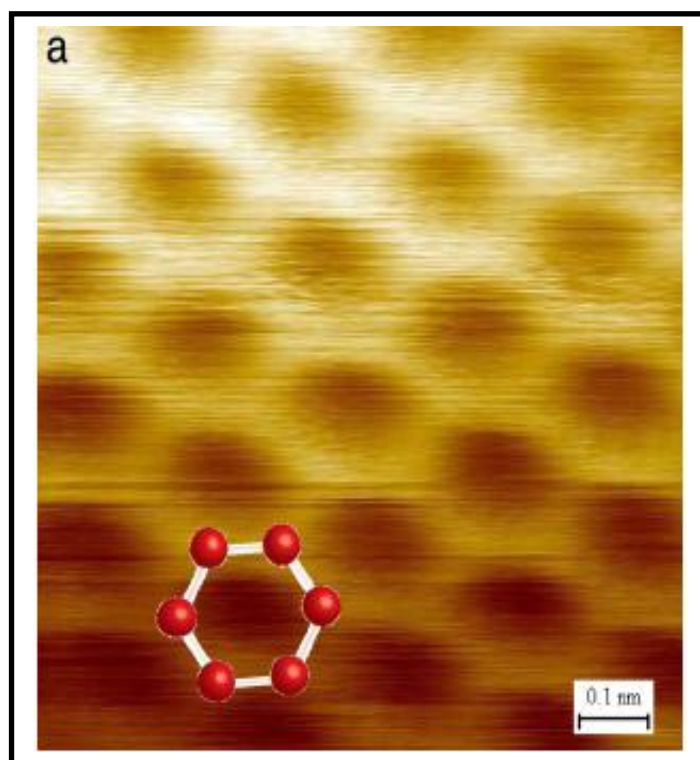
La forme bidimensionnelle du carbone  $sp^2$  — le graphène — a été décrite de manière théorique pour la première fois en 1947 par P. R. Wallace alors qu'il pratiqua le calcul de la structure de bandes du graphite [11]. Le graphène ne trouva un nom que plus tard, en 1986, lorsque Boehm et coll. l'utilisèrent pour décrire des composés d'intercalation du graphite [12, 13].

La première observation d'un feuillet de graphène par microscopie électronique serait attribuable à Boehm et coll. en 1962 [14]. Ses clichés de microscopie montrent des flocons d'oxyde de graphite réduits à l'hydrazine et apparemment d'épaisseur atomique, mais la découverte a été reléguée à l'époque au statut de curiosité de laboratoire. Le véritable essor du domaine est marqué par l'isolation du graphène en 2004 par Konstantin S. Novoselov et Andre K. Geim par exfoliation du graphite (HOPG) par la technique du ruban adhésif [15]. Geim et Novoselov se sont vus décerner le prix Nobel de physique de 2010 pour leurs « travaux révolutionnaires sur le graphène ». Bien que la reconnaissance pour le développement du domaine rejaillisse principalement sur le groupe de Manchester, des contributions capitales ont été effectuées sur le graphène exfolié par le groupe de la *Columbia University*, mené par Philip Kim [16], et par Claire Berger (Institut NÉEL) et Walt A. de Heer (*Georgia Institute of Technology*) à propos du graphène épitaxial sur SiC [17]. La recherche sur le graphène est en constante progression depuis sa découverte, et l'enthousiasme généré par ses remarquables

propriétés a stimulé l'étude généralisée des matériaux bidimensionnels tels que le nitrure de bore (BN, forme hexagonale) et les chalcogénures (p. ex. MoS<sub>2</sub>).

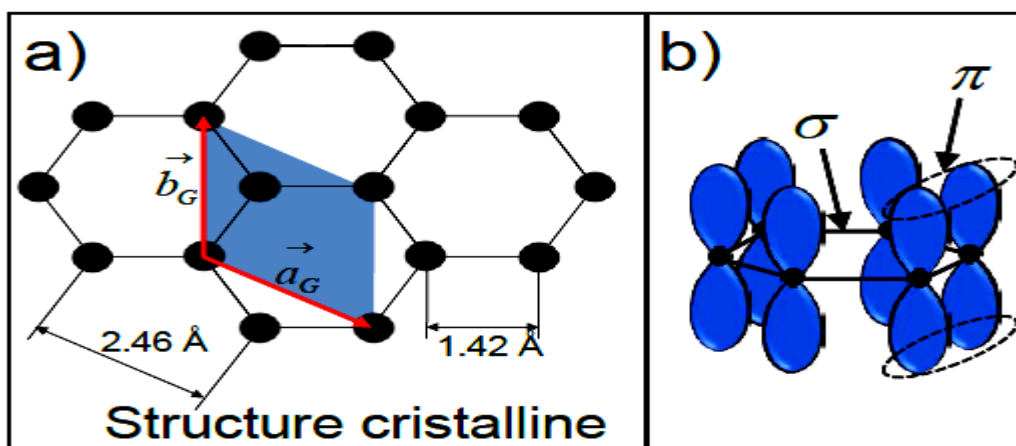
## II-2- Structure cristallographique:

Le graphène est composé d'atomes de carbone arrangés en une structure bidimensionnelle hexagonale, semblable à celle d'un nid d'abeille comme le montre la (figure I-8). Ce matériau bidimensionnel a été isolé pour la première fois en 2004 par Novoselov travaillant avec Geim [18], en utilisant la technique d'exfoliation mécanique en utilisant un ruban adhésif à partir d'un échantillon de graphite pyrolytique hautement orienté (HOPG).



**Figure I.8 :** Graphène vu par microscopie à effet tunnel (STM). Adapté avec permission à partir de Stolyarova et coll. [20], © 2007 The National Academy of sciences of the SA.

La structure cristallographique du graphène est constituée d'une cellule unitaire hexagonale avec 2 atomes de carbone. La distance entre atomes de carbone est 1.42 Å et la norme des vecteurs de base ( $\vec{a}_G$  et  $\vec{b}_G$ ) du réseau sont exprimées par :  $a_G = b_G = 2.46 \text{ \AA}$  [19]. Les positions des atomes de carbone dans la cellule unitaire sont :  $r_1 = (0,0)$  - figure I.9.

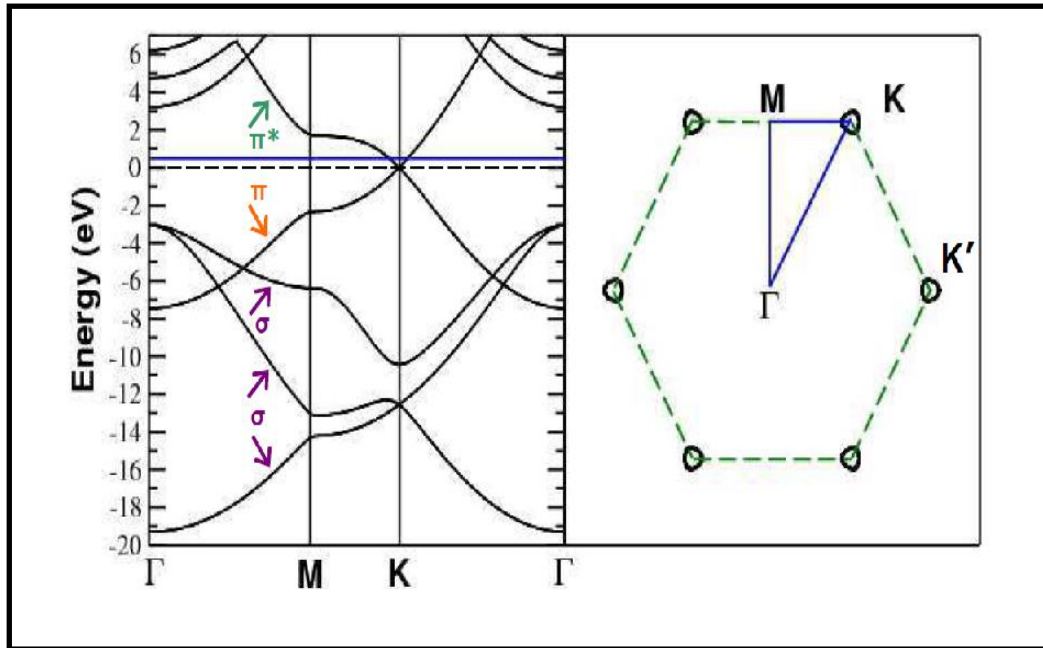


**Figure I.9:** a) Structure cristalline du graphène. La cellule unitaire contient deux atomes de carbone et les vecteurs du réseau forment un angle de  $120^\circ$ . Ces atomes sont équivalents parce qu'ils ont le même nombre d'atomes voisins. b) Diagramme schématique des liaisons  $\sigma$  dans le plan de graphène et des orbitales  $\pi$  perpendiculaire à ce plan.

Chaque atome de carbone dans le graphène est lié de façon covalente à trois autres atomes à travers des liaisons  $\sigma$  (chevauchement frontal) d'orbitales hybrides  $sp^2$  (Figure I.9.b), ces liaisons sont très fortes. Les orbitales  $p_z$  (chevauchement latéral) perpendiculaires au plan du graphène, forment des liaisons  $\pi$  qui sont responsables de la conduction électronique parallèlement au plan du graphène.

### II-3- Structure électronique complète :

La configuration électronique de l'élément C est  $1s^2 2s^2 2p^2$  (quatre électrons de valence). Pour chaque atome de C du plan de graphène, les orbitales s et p présentent une hybridation  $sp^2$ . Ces orbitales  $sp^2$  sont orientées à  $120^\circ$  dans le plan et pointent vers les trois plus proches voisins. Les orbitales hybrides  $sp^2$  de sites voisins se combinent pour former les bandes liantes  $\sigma$  et anti-liantes  $\sigma^*$ , très espacées en énergie et qui sont responsables de la cohésion de la structure en nid d'abeilles. Pour chaque atome de C, il reste au voisinage du niveau de Fermi une orbitale  $p_z$  à moitié remplie. Elles vont former les bandes  $\pi$  et  $\pi^*$  du graphène. La structure de bandes complète du graphène idéal, calculée *ab initio* est représentée sur la (Figure I.10) suivant le parcours  $\Gamma$ -M-K- $\Gamma$  dans la zone de Brillouin hexagonale et bidimensionnelle. On distingue les trois bandes  $\sigma$  de forte énergie négative ainsi que les bandes  $\pi$  et  $\pi^*$ .



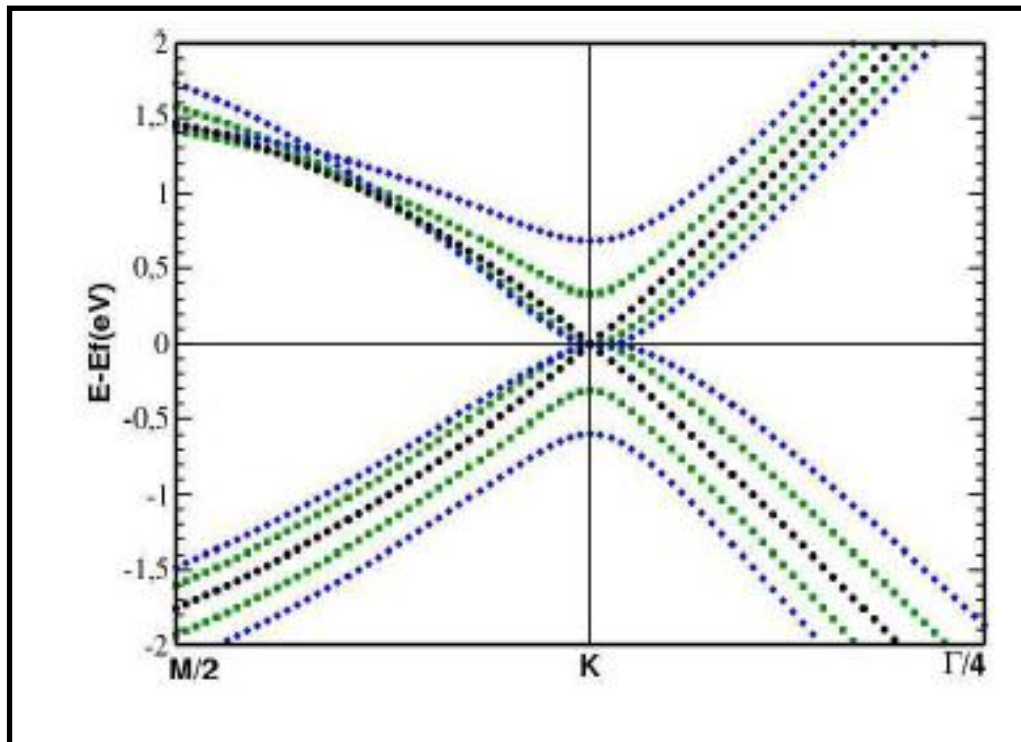
**Figure I.10:** Calcul *ab initio* de la structure de bandes d'un plan de graphène isolé. Le niveau de Fermi est à 0 eV (pointillés noirs). À gauche la structure de bandes est représentée le long d'un trajet  $\Gamma$ -M-K- $\Gamma$ , les flèches violettes indiquent les bandes  $\sigma$ , la flèche orange la bande  $\pi$ , la flèche verte la bande  $\pi^*$ . Des bandes  $\sigma^*$  sont visibles au dessus de 3 eV au niveau du point  $\Gamma$ . Les bandes  $\pi$  et  $\pi^*$  se touchent aux points K et K'. L'image de droite est une coupe d'isoénergie dans la zone de Brillouin hexagonale à 0.5 eV au-dessus du niveau de Fermi (trait bleu sur la structure de bandes). Les états forment des poches plus ou moins circulaires autour des points K et K'. On dit que les états sont localisés dans les vallées K et K'.

La véritable spécificité du graphène vient des bandes  $\pi$  et  $\pi^*$ , qui se touchent au niveau de Fermi aux points K et K' de la zone de Brillouin. Autour de ces points, la relation de dispersion est linéaire. Cette particularité fait que le graphène peut être vu comme un semi-conducteur (densité d'états électroniques nulle au niveau de Fermi) et à la fois comme un semi-métal (contact en un point des bandes de valence et de conduction). Le graphène est alors souvent dénommé « semi-conducteur à gap nul ».

La figure I.10 est aussi représentée une coupe d'isoénergie dans la zone de Brillouin hexagonale, à 0.5 eV au dessus du niveau de Fermi (dans la suite du texte l'énergie de Fermi sert de référence,  $E_F = 0$ ). On voit que les états sont localisés autour des coins de la zone de Brillouin hexagonale sous la forme de poches. Ces poches électroniques sont circulaires à proximité du niveau de Fermi ( $|E| \leq 0.4$  eV). Plus on s'éloigne de ce dernier et plus elles subissent une déformation trigonale.

La dispersion linéaire est une caractéristique intrinsèque du monoplan de graphène, qui ne se retrouve pas pour le biplan en empilement AB ou pour le graphite. Dans ces deux derniers cas, l'empilement AB génère une dissymétrie entre les sous réseaux atomiques A et B dans

chacun des plans de carbone. Ceci a pour effet de dédoubler les bandes  $\pi$  et  $\pi^*$  et d'introduire une dispersion parabolique aux points de contact K et K' (voir la figure I.11). Sur ces points, le dédoublement des bandes  $\pi$  et  $\pi^*$  est le même de part et d'autre du niveau de Fermi. Cet écartement est plus faible pour le biplan ( $\approx 0.33$  eV) que pour le graphite ( $\approx 0.7$  eV)<sup>6</sup>.



**Figure I.11:** Comparaison des structures de bandes calculées ab initio du graphène (points noirs), du biplan de graphène (carrés verts) et du graphite (points bleus) à proximité du point K et K' au voisinage du niveau de Fermi (image de [21]).

#### II.4-Propriétés du graphène :

Le graphène, quant à lui, est une feuille d'une molécule de graphite d'épaisseur, plus résistant que le diamant, plus élastique que la soie ; il peut prendre n'importe quelle forme. Il conduit l'électricité à la vitesse de la lumière, et peut transmettre 1000 fois plus de courant électrique que le cuivre. A terme, il devrait remplacer la silicone dans les microcircuits et les microprocesseurs, car il conduit l'électricité à un taux 30 fois plus rapide que le silicium. Il pourrait être utilisé dans des dispositifs médicaux pour repérer les maladies dans leurs premières étapes ; améliorer l'efficacité des téléphones mobiles, la clarté du signal sans fil et la qualité de radar ; permettre de créer des téléphones pliables, ou encore des batteries qui permettraient de tripler la gamme de véhicules électriques d'aujourd'hui sans augmenter le poids ou la taille de la batterie. Les applications pratiques sont innombrables.

On outre qu'un module de Young de 1 TPa et une résistance mécanique de 130 GPa, le graphène est le matériau le plus résistant mécaniquement [22]. Il a une conductivité thermique de 5000 W/(m.K), qui correspond à la limite supérieure des valeurs les plus élevées reportés pour les nanotubes de carbones à simple-parois (SWNT) [23]. En ajoute que le graphène présente une très haute conductivité électrique, jusqu'à 6000 S/cm [24], et contrairement aux NTC, la chiralité n'est pas un facteur dans sa conductivité électrique. Aussi, le graphène a une forte surface spécifique (la valeur mesurée théoriquement est 2600 m<sup>2</sup>/g) et une grande imperméabilité aux gaz [25]. Les propriétés les plus importants d'un nanofeuillet de graphène sont résumées dans le Tableau suivant :

Propriétés	Valeurs
Dimensionnalité	2D
Module de Young	~1 (TPa) [22]
Résistance mécanique	~130 (MPa) [23]
Conductivité thermique	5. 10 <sup>3</sup> W/(m.K) [23]
Conductivité électrique	6.10 <sup>3</sup> (S/cm) [24]
Modilité des charges	~2.10 <sup>5</sup> (cm <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ) [25]
Surface spécifique	2600 (m <sup>2</sup> /g) [26]
Perméabilité aux gaz	Imperméable [27]
†: La valeur mesurée théoriquement, tandis que la surface spécifique expérimentale est reliée à la technique de préparation du graphène.	

**Tableau I.4 :** Les propriétés d'un nanofeuillet de graphène.

	Graphène	Comparatif
Densité	0,77 mg/m <sup>2</sup>	
Densité de courant	10 <sup>12</sup> cm <sup>-2</sup>	6 fois supérieure au cuivre
Conductivité électrique (bulk)	0,96x10 <sup>6</sup> Ω <sup>-1</sup> cm <sup>-1</sup>	Supérieure au cuivre: 0,60x10 <sup>6</sup> Ω <sup>-1</sup> cm <sup>-1</sup>
Mobilité des charges	2,5x10 <sup>5</sup> cm <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>	La plus importante connue
Conductivité thermique à température ambiante	5 000 W/mK	10 fois meilleure que celle du cuivre (401 W/mK)
Module d'élasticité	~1 TPa	Jusqu'à 960 MPa pour des fibres de carbone à ( <i>Ultra-high-modulus</i> ) module ultra élevé
Force de rupture 2D	42 N/m	Au moins 100 fois plus résistant que l'acier (0,084–0,40 N/m)
Allongement	Jusqu'à 20 %	Cristal le plus élastique
Transmission optique	98 %	standard oxyde indium-étain (ITO): 82–85 %

**Tableau I.5 :** Propriétés du graphène (*Science et Technologie au Royaume-Uni • Mars-Avril 2013*)

Ces excellentes propriétés indiquent le fort potentiel de graphène pour améliorer des propriétés physico-chimiques de polymères dans le domaine de nano composites. Dû au grand intérêt généré par les propriétés exceptionnelles de feuillets de graphène et le développement de nouvelles méthodes pour leur production, plusieurs chercheurs ont commencé à travailler sur le graphène et ses applications.

### III-Les différentes techniques d'obtention du graphène :

Différentes méthodes de synthèse du graphène ont été développées au cours de la dernière décennie. Ces méthodes se divisent en deux catégories : l'approche descendante et l'approche ascendante "top down et bottom up ". L'approche descendante implique la formation du graphène à partir de la séparation des feuillets de graphite notamment en utilisant des techniques telles que l'exfoliation mécanique ainsi que chimique. La formation du graphène par l'approche ascendante " bottom up " contrairement au top down se produit par la formation d'un réseau atome par atome jusqu'à l'obtention de feuillets de taille désirée. Des techniques comme l'épitaxie et le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) sont utilisées. La Figure I.12 résume schématiquement ces différentes techniques. (Gong, 2011).

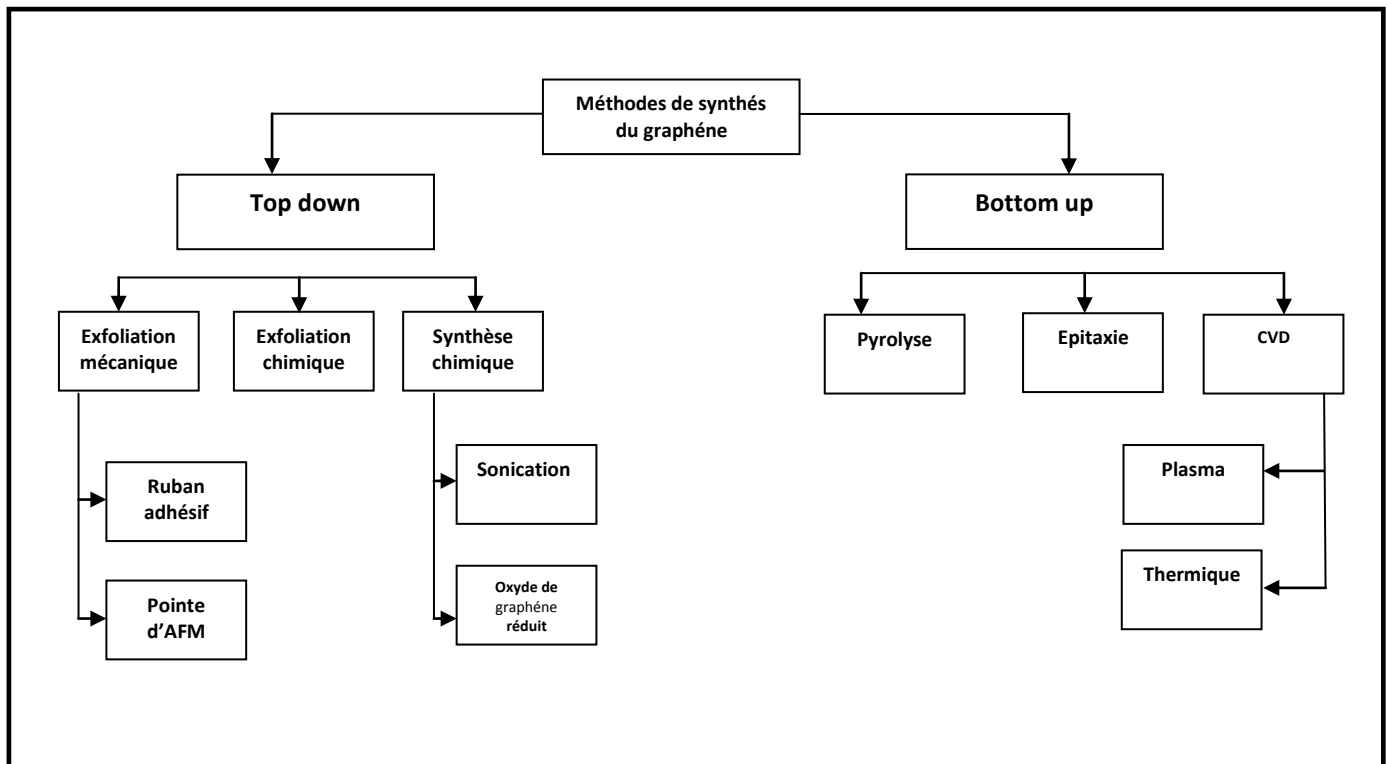
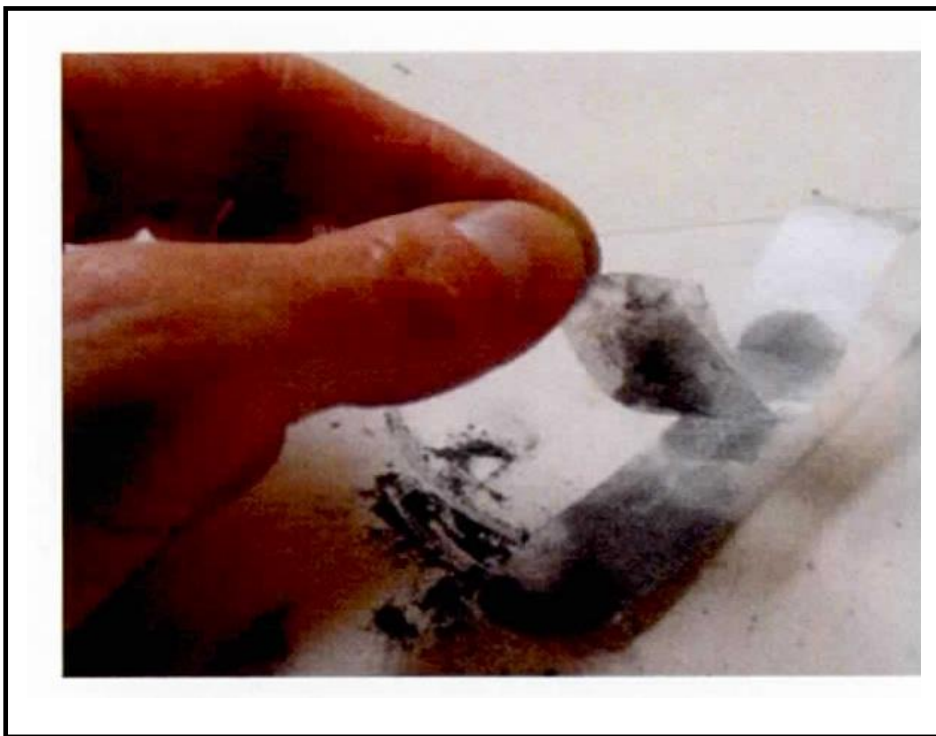


Figure I.12 : Schémas représentant les différentes méthodes utilisées pour la synthèse du graphène. (Gong, 2011).

### III-1- Exfoliation mécanique :

L'exfoliation mécanique consiste à séparer mécaniquement un feuillet de graphène à partir de graphite pyrolytique massif hautement orienté. L'interaction faible de type Van der Waals entre les feuillets de graphène permet d'isoler une monocouche de graphène par une méthode simple utilisant un ruban adhésif. Popularisée par Novoselov et Geim [28], cette méthode consiste à coller puis décoller un ruban adhésif sur du graphite pour arracher quelques couches de graphène. En répétant l'opération plusieurs fois, on obtient du graphène monocouche. Le graphène obtenu par cette méthode est d'excellente qualité, cependant le manque de reproductibilité du procédé et la faible taille des échantillons de graphène, de l'ordre de la centaine de micromètres, rendent impossible la production à une échelle industrielle. L'exfoliation mécanique est très utilisée dans les laboratoires pour étudier les propriétés fondamentales du graphène ou réaliser des dispositifs optiques et électroniques nécessitant du graphène de qualité. Enfin, on peut noter que cette méthode est également utilisée pour produire d'autres cristaux en deux dimensions tels que le nitrure de bore (BN) ou le sulfure de molybdène (MoS<sub>2</sub>) [29].



**Figure I.13 :** Image représentant la méthode d'exfoliation mécanique employée par Geim et Novoselov.



### III-2- Exfoliation chimique :

A la manière de l'exfoliation mécanique, il s'agit là aussi de séparer les feuillets de graphène d'un graphite massif mais par voie chimique [30]. La première étape est l'oxydation du graphite par un traitement acide. L'oxyde de graphite étant fortement hydrophile, il est alors possible de disperser les feuillets de graphène dans un solvant aqueux à l'aide d'ultrasons. Enfin, une étape de réduction permet d'obtenir des feuillets de graphène en solution, généralement un mélange de monocouche et de multicouches. Le graphène obtenu n'est pas totalement réduit et présente de nombreux défauts de structure, notamment des liaisons  $sp^3$ , qui rendent le matériau moins performant. Toutefois, ce procédé reproductible et bon marché est tout à fait adapté à une production à grande échelle. Cela en fait une méthode de choix en vue d'applications ne nécessitant pas de graphène monocouche et de grande qualité telles que les électrodes souples et transparentes, ou les matériaux composites.

### III-3- Synthèse épitaxiée sur SiC:

Ce procédé de croissance de graphène consiste à chauffer à haute température sous vide [31], [32] ou sous pression atmosphérique d'argon [33] un substrat de carbure de silicium (SiC) jusqu'à la sublimation des atomes de Si en surface. Les atomes de C restant se réorganisent sous forme de structure graphitique. Le graphène formé est majoritairement multicouches mais il est possible d'obtenir localement du graphène monocouche. C'est un procédé très intéressant car le graphène obtenu est de bonne qualité structurale et la taille de l'échantillon de graphène est seulement limitée par la taille du substrat de SiC. De plus, le graphène est formé directement sur un matériau isolant, l'ensemble graphène/SiC pouvant être utilisé pour la fabrication de systèmes en microélectronique tels que des transistors [34]. Cependant, le coût élevé du SiC et les températures de synthèse supérieures à 1000 °C du procédé limitent l'intérêt de la croissance sur SiC pour une production à grande échelle.

### III-4- Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD):

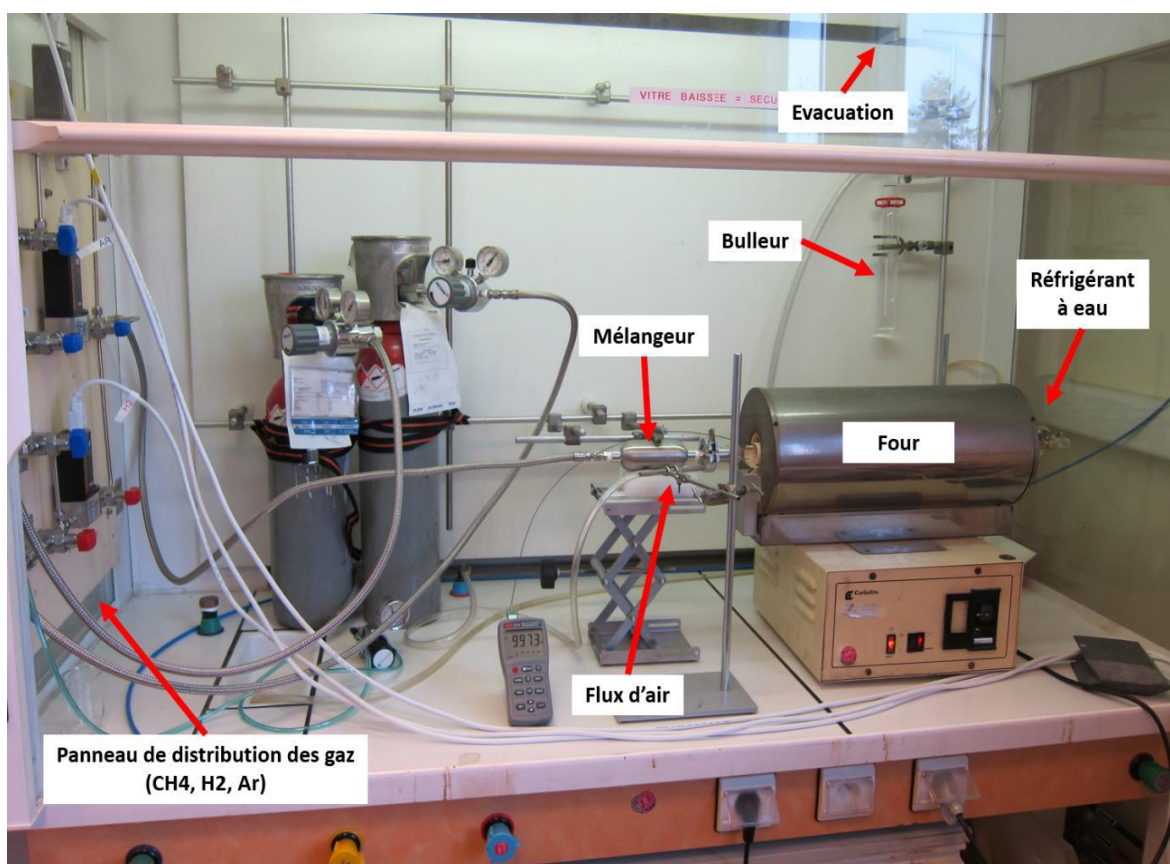
La déposition chimique en phase vapeur (CVD) est un processus très utilisé dans l'industrie des semi-conducteurs afin de produire des matériaux solides de haute pureté. Son principe consiste à exposer le substrat à un gaz précurseur à haute température pour permettre d'activer la réaction chimique. Dans le cas de synthèse de graphène, le précurseur utilisé généralement est le méthane ( $CH_4$ ), ainsi que les substrats les plus communs sont le cuivre(Cu) et le nickel (Ni).

Le substrat choisi joue en même temps le rôle de catalyseur. Ce dernier est placé dans un tube de quartz. Ensuite chauffé progressivement à l'aide d'une fournaise, une fois que la température est de 500°C, l'hydrogène est introduit comme réducteur et de l'argon comme Gaz évacuateur.

Après que la température a atteint 1000 °C, la source de carbone utilisée est généralement le méthane (CH<sub>4</sub>) qui est injectée avec une pression d'environ de 1 Torr. L'avantage de cette méthode est l'obtention d'un film de graphène avec une bonne qualité et une bonne mobilité des électrons. [35 ,36]

Cependant, cette méthode présente des faiblesses liées au transfert du graphène vers des substrats. En effet, le dépôt du graphène sur un substrat de verre ou de silicium s'avère compliqué.

Donc il faut passer par l'intermédiaire d'un polymère, le poly méthacrylate de méthyle (PMMA) et par la dissolution de ce dernier par de l'acétone afin de réussir un tel transfert Cette dernière technique est évolutive et pourrait permettre la production à grande échelle de graphène.



**Figure I.14:** Photo du dispositif de synthèse de graphène par CVD à pression atmosphérique.

Et d'après ce qu'on a vu dans les différentes techniques pour obtenir le graphène on peut résumer toutes les méthodes dans le tableau qui se suit ainsi les avantages et les inconvénients de chaque technique :

Méthode	Procédé	Avantage	Inconvénient
Clivage micromécanique	Le clivage successif de graphite pyrolytique fortement orienté en utilisant une énergie mécanique	Cristal de bonne qualité En particulier pour les recherches sur les propriétés du graphène	Procédé laborieux petites surfaces
Exfoliation	Séparation des plans de graphène par : * ultra-sonication * réduction de l'oxyde de graphite * intercalation d'atomes	Production de masse	
Epitaxie sur carbure de Silicium (SiC)	à haute température et sous ultra-haut vide le SiC se décompose et l'évaporation des atomes de surface du silicium laisse place à une surface riche en atomes de carbone qui se forment une couche de graphène	Graphène de bonne qualité	Surface du graphène dépendant de la taille du wafer <sup>ii</sup> Control du nombre de plans atomiques Transfert du graphène
Dépôt chimique en phase vapeur (CVD)	Un gaz carboné est introduit dans une enceinte à haute température où il se décompose grâce à un catalyseur métallique, généralement du cuivre ou du nickel	De grandes feuilles métalliques peuvent être utilisées pour permettre d'avoir de larges surfaces Reproductibilité	Structure non uniforme en limites des grains du métal poly-cristallin gènèrent des défauts dans la structure

**Tableau I.6 : Exemples de techniques de production**

*(Science et Technologie au Royaume-Uni • Mars-Avril 2013)*

### IV- Application du graphène:

Dans cette partie nous ne ferons pas un état exhaustif des différents domaines d'applications. En effet, le graphène a de vastes potentialités d'applications notamment dans le domaine de l'électronique, du stockage d'énergie et des matériaux composites. Ci -dessous sont explicités deux domaines applicatifs porteurs à ce jour.

### **IV-1- Applications électroniques :**

#### **a- Transistors :**

Les performances exceptionnelles du graphène, en particulier concernant la conductivité électronique, font de ce dernier, au premier abord, un concurrent tout désigné pour succéder au silicium dans le domaine des composants électroniques. Cependant, à ce jour, le niveau de maturité technologique est encore loin d'être atteint. Pourtant, des progrès sont réalisés dans la conception de transistor haute-fréquence au graphène capable d'atteindre des fréquences de 26 GHz [37], 100GHz [38] et 300 GHz [39]. Cependant, le graphène a une bande interdite nulle, empêchant le canal des transistors à base de graphène d'être complètement fermé à l'état off. Plusieurs approches sont envisagées pour ouvrir une bande interdite dans le graphène. Il est possible de structurer le graphène en fines bandes, appelées nano-rubans de graphène, et qui en dessous de 100 nm de largeur présente une bande interdite non nulle [40]. De plus, l'énergie de la bande interdite créée peut être contrôlée car elle augmente lorsque la largeur du nano-ruban diminue. Une autre possibilité est d'utiliser du graphène bi-couche qui possède une bande interdite, dont l'énergie est contrôlable, lorsqu'on applique un champ électrique [41]–[42]. Enfin, appliquer une contrainte uniaxiale au graphène permet également d'ouvrir une bande interdite, dont l'énergie dépend du niveau de contrainte [43]. Les solutions proposées par ces trois approches sont complexes à mettre en œuvre, surtout lorsqu'on envisage une énergie de bande interdite supérieure à 350 meV. De plus, la réalisation de composant électronique utilisant du graphène nécessite un graphène homogène et de très bonne qualité structurale ce qui n'est pas atteint, à l'heure actuelle, dans l'optique d'une production de masse.

#### **b-autre application électronique :**

Le graphène planaire se présente comme un des matériaux promoteurs pour la nanoélectronique de demain en raison de ces propriétés électroniques remarquables, les transistors de graphène ont le potentiel d'être plus performant que ceux fabriqués à partir du silicium où ces derniers dégageront très peu de chaleur (Lin, Dimitrakopoulos, Jenkins, Farmer, Chiu, Grillet Avouris, 2010). Ce qui permettrait la réalisation d'ordinateurs plus performants. De plus, le graphène pourrait également permettre la production d'appareils de nouvelle génération comme des écrans tactiles souples, des photo-détecteurs et des lasers ultra rapides. D'ailleurs, en 2010, des chercheurs du laboratoire IBM à New York ont annoncé la fabrication d'un transistor de graphène pouvant fonctionner à 100 GHz. C'est-à-dire à 100

milliards de cycles par seconde, alors que la performance maximale d'un transistor de silicium de mêmes dimensions est d'environ 40 GHz (L in *et al.* 2010).



**Figure I.15:** Schéma montrant un bracelet à écran tactile et flexible réalisé à partir de graphène (Euloge.F. Guepi, 2011 ).

### IV-2- Electrodes transparentes :

Dans un futur plus proche, le graphène pourrait concurrencer l'ITO (oxyde d'indium étain) dans l'élaboration d'électrodes transparentes que l'on retrouve dans la conception d'écrans ou encore de cellules photovoltaïques. En effet, l'ITO, standard actuel, est un matériau onéreux et relativement fragile. Concernant la performance des électrodes transparentes, la valeur minimale de transmittance souhaitée est fixée à 90 % ce qui correspond à environ quatre feuillets de graphène, chaque feuillet absorbant 2,3 % de la lumière [44]. De plus, la résistance de feuille diminuant avec le nombre de couches de graphène, l'utilisation de graphène de deux à quatre couches est tout à fait satisfaisante. La réalisation d'électrodes ne nécessitant pas de graphène strictement monocouche et d'une qualité structurale parfaite, cette application est l'une des plus envisageables dans un futur proche. Enfin, la souplesse du graphène permet de concevoir des électrodes transparentes flexibles [45], [46].

### **IV-3- Senseurs :**

L'application la plus intéressante du graphène c'est comme senseurs, d'où, plusieurs études expérimentales et théoriques ont démontrés qu'une monocouche de graphène, est un candidat pour la détection d'une grande variété de molécules, comme les gaz. Le transfert de charge des molécules adsorbées et du graphène est l'unique responsable de la détection de ces derniers. De plus, le graphène est utilisé comme un capteur pour les biomoléculaires, et pourrait servir comme un détecteur d'ADN (Zhu, MLI·a li, Cai, Li, Suk, Pottset Ruoff, 2010).

### **IV-4- Les nanocomposites :**

Parmi les applications envisagées du graphène sont les matériaux nanocomposites. On parle d'ajouter du graphène à des polymères comme (PMMA, polystyrène, polycarbonate, etc ...). Ceci est réalisé par la dispersion de l'oxyde de graphène dans le polymère. Les nanocomposites montrent une grande amélioration des propriétés au niveau de l'élasticité (module de Young), la conductivité électrique et la stabilité thermique. Une recherche a été faite sur du graphène mélangé avec du alcool Polyvinylique (PVA), où, ils ont pu remarquer à partir de cette dernière qu'une augmentation de 76% a été obtenue pour la résistance de traction et 62% pour le module de Young (Zhu *et al.* 2010).

### **IV-5- Les batteries :**

Une autre application intéressante du graphène, celle-ci est l'utilisation de ce dernier comme un matériau d'électrode pour les batteries lithium-ion. Le graphite était le matériau le plus utilisé comme anode dans les batteries. Cela est dû à sa réversibilité et une bonne capacité spécifique ( $372 \text{ mAhg}^{-1}$ ). Mais le remplacement du graphite par le graphène a permis l'amélioration de la capacité spécifique ( $540 \text{ mAhg}^{-1}$ ). Quand des nanoparticules de silicone ont été mélangées avec du graphène la capacité du stockage était supérieure à  $2200 \text{ mAg}^{-1}$  après 50 cycles, ainsi qu'une fois qu'elle atteint les 200 cycles la capacité reste toujours supérieure à  $1500 \text{ mAhg}^{-1}$  (Zhu *et al.* 2010).

### **IV-6- Cellule photovoltaïque:**

En ce qui concerne les cellules photovoltaïques, des chercheurs de l'ISIR (Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique) à l'université Pierre Marie Curie à Paris, ont récemment mis en évidence une nouvelle propriété du graphène. En fait, quand il est soumis

à un rayonnement infrarouge, il va générer une différence de potentiel. Bien que, les systèmes Photovoltaïques actuels sont capables de convertir la lumière visible et sous-exploitent la partie infrarouge du rayonnement solaire. Alors, le graphène pourrait être utilisé en complément de ces dispositifs afin de convertir également le rayonnement infrarouge (Régnier, 2009).

## Références :

- [1] L.-C. Cheng, X. Jiang, J. Wang, C. Chen, et R.-S. Liu, « Nano–bio effects: interaction of nanomaterials with cells », *Nanoscale*, vol. 5, no 9, p. 3547, 2013.
- [2]. Yin M.T. et Cohen M.L. *PhysicalReviewLetter*, 50 :2006 (1983).
- [3] X. Jia, J. Campos-Delgado, M. Terrones, V. Meunier, et M. S. Dresselhaus, « Graphene edges: a review of their fabrication and characterization », *Nanoscale*, vol. 3, no 1, p. 86-95, 2011.
- [4] Pierre Delhaes, *Graphite and precursors*, CRC Press., vol. 1. 2000.
- [5] F. Xia, T. Mueller, Y. Lin, A. Valdes-Garcia, et P. Avouris, « Ultrafast graphene photodetector », *Nat. Nanotechnol.*, vol. 4, no 12, p. 839-843, déc. 2009.
- [6] H. W. Kroto, A. W. Allaf, et S. P. Balm, « C60: Buckminsterfullerene », *Chem. Rev.*, vol. 91, no 6, p. 1213–1235, 1991.
- [7] Philipp WAGNER, « Modélisation du graphène avec les techniques ab initio », UNIVERSITÉ DE NANTES FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES, France, 2013.
- [7]. Aimé J.P., Boisgard R., Nony L., Couturier G., *Physical Review Letters* 82 (17), 3388-3391(1999)
- [9] S. Gupta, K. Dharamvir, et V. K. Jindal, « Elastic moduli of single-walled carbon nanotubes and their ropes », *Phys. Rev. B*, vol. 72, no 16, oct. 2005.
- [10] G. Xu et al., « Enhanced Conductance Fluctuation by Quantum Confinement Effect in Graphene Nanoribbons », *Nano Lett.*, vol. 10, no 11, p. 4590-4594, nov. 2010.
- [11] P. R. Wallace. *The Band Theory of Graphite*. *Physical Review*, 71(9):622–634, 1947. Référencé en pp. 8, 20.
- [12] H. P. Boehm, R. Setton et E. Stumpp. *Nomenclature and terminology of graphite intercalation compounds*. *Carbon*, 24(2):241–245, 1986. Référencé en p. 8.
- [13] H.-P. Boehm, R. Setton et E. Stumpp. *Nomenclature and terminology of graphite intercalation compounds*. *Pure and Applied Chemistry*, 66(9):1893–1901, 1994. Référencé en pp. 8, 14.
- [14] H. P. Boehm, A. Clauss, G. O. Fischer et U. Hofmann. *Dünnste Kohlenstoff-Folien*. *Zeitschrift für Naturforschung*, 17b:150–153, 1962. Référencé en p. 8.
- [15] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva et A. A. Firsov. *Electric field effect in atomically thin carbon films*. *Science*, 306(5696):666–9, 2004. Référencé en pp. 8, 177.
- [16] Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer et P. Kim. *Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry’s phase in graphene*. *Nature*, 438(7065): 201–204, 2005. Référencé en pp. 8, 177.
- [17] C. Berger, Z. Song, T. Li, X. Li, A. Y. Ogbazghi, R. Feng, Z. Dai, A. N. Marchenkov, [18].Novoselov, Geim, Morozov, Jiang, Zhang, Dubonos, Grigorieva et Firsov, 2004
- [19]. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, and a. Firsov, *Science* 306, 666 (2004). E. H. Conrad, P. N. First et W. A. de Heer. *Ultrathin Epitaxial Graphite: 2D Electron Gas Properties and a Route toward Graphene-based Nanoelectronics*. *Journal of Physical Chemistry B*, 108(52):19912–19916, 2004. Référencé en p. 9.
- [20] E. Stolyarova, K. T. Rim, S. Ryu, J. Maultzsch, P. Kim, L. E. Brus, T. F. Heinz, M. S. Hybertsen et G. W. Flynn. *High-resolution scanning tunneling microscopy imaging of esoscopic graphene sheets on an insulating surface*. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 104(22):9209–9212, 2007. Référencé en p. 10.



- [21]. F. Varchon, Thesis: Propriétés Electroniques et Structurales Du Graphène Sur Carbure de Silicium, Université Joseph Fourier, 2008.
- [22]. C. Lee, X. Wei, J. W. Kysar et al. *Science* (2008); vol. 321: p. 385.
- [23]. A. A. Balandin, S. Ghosh, W. Bao et al. *Nano Lett.* (2008); vol. 8: p. 902.
- [24]. X. Du, I. Skachko, A. Barker et al. *Nature Nanotechnol.* (2008); vol. 3: p. 491.
- [25]. J. S. Bunch, S. S. Verbridge, J. S. Alden et al. *Nano Lett.* (2008); vol. 8: p. 2458.
- [26]. K. I. Bolotin, K. J. Sikes, Z. Jiang et al. *Solid State Commun.* (2008); vol. 146: p. 351.
- [27]. M. D. Stoller, S. J. Park, Y. W. Zhu et al. *Nano Lett.* (2008); vol. 8: p. 3498.
- [28]. K. S. Novoselov, a K. Geim, S. V Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V Dubonos, I. V Grigorieva, and a a Firsov, "Electric field effect in atomically thin carbon films.," *Science*, vol. 306, no. 5696, pp. 666–669, 2004.
- [29]. K. S. Novoselov, a K. Geim, S. V Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V Grigorieva, S. V Dubonos, and a a Firsov, "Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene.," *Nature*, vol. 438, no. 7065, pp. 197–200, 2005.
- [30]. S. Stankovich, D. A. Dikin, G. H. B. Dommett, K. M. Kohlhaas, E. J. Zimney, E. A. Stach, R. D. Piner, S. T. Nguyen, and R. S. Ruoff, "Graphene-based composite materials," vol. 442, no. July, 2006.
- [31]. I. Forbeaux, J. Themlin, and J. Debever, "Heteroepitaxial graphite on 6 H -SiC ,, 0001 ... : Interface formation through conduction-band electronic structure," vol. 58, no. 24, pp. 396–406, 1998.
- [32]. G. Nanelectronics, C. Berger, Z. Song, T. Li, X. Li, A. Y. Ogbazghi, R. Feng, Z. Dai, A. N. Marchenkov, E. H. Conrad, P. N. First, and W. A. De Heer, "Ultrathin Epitaxial Graphite : 2D Electron Gas Properties and a Route toward," pp. 19912–19916, 2004.
- [33]. K. V Emtsev, A. Bostwick, K. Horn, J. Jobst, G. L. Kellogg, L. Ley, J. L. McChesney, T. Ohta, S. A. Reshanov, J. Rohrl, E. Rotenberg, A. K. Schmid, D. Waldmann, H. B. Weber, and T. Seyller, "Towards wafer-size graphene layers by atmospheric pressure graphitization of silicon carbide," *Nat Mater*, vol. 8, no. 3, pp. 203–207, Mar. 2009.
- [34]. Y. Lin, C. Dimitrakopoulos, K. A. Jenkins, D. B. Farmer, H. Chiu, A. Grill, and P. Avouris, "100-GHz Transistors from wafer-scale epitaxial graphene," p. 100.
- [35]. Hernandez, Y.; Nicolosi, V.; Lotya, M.; Blighe, F. M.; Sun, Z.; De, S.; McGovern, I. T.; Holland, B.; Byrne, M.; Gun'Ko, Y. K.; Boland, J. J.; Niraj, P.; Duesberg, G.; Krishnamurthy, S.; Goodhue, R.; Hutchison, J.; Scardaci, V.; Ferrari, A. C.; Coleman, J. N., High-yield production of graphene by liquid-phase exfoliation of graphite. *Nature Nanotechnology* 2008, 3, 563-568.
- [36]. Khan, U.; O'Neill, A.; Lotya, M.; De, S.; Coleman, J. N., High-Concentration Solvent Exfoliation of Graphene. *Small* 2010, 6 (7), 864-871.
- [37]. Y.-M. Lin, K. a Jenkins, A. Valdes-Garcia, J. P. Small, D. B. Farmer, and P. Avouris, "Operation of graphene transistors at gigahertz frequencies.," *Nano Lett.*, vol. 9, no. 1, pp. 422–426, 2009.
- [38]. Y. Lin, C. Dimitrakopoulos, K. A. Jenkins, D. B. Farmer, H. Chiu, A. Grill, and P. Avouris, "100-GHz Transistors from wafer-scale epitaxial graphene," p. 100.
- [39]. L. Liao, J. Bai, R. Cheng, Y. Lin, S. Jiang, Y. Huang, and X. Duan, "Top-gated Graphene Nanoribbon Transistors with Ultrathin High- k Dielectrics," pp. 2–6.
- [40]. J. Cai, P. Ruffieux, R. Jaafar, M. Bieri, T. Braun, S. Blankenburg, M. Muoth, A. P. Seitsonen, M. Saleh, X. Feng, K. Müllen, and R. Fasel, "Atomically precise bottom-up fabrication of graphene nanoribbons.," *Nature*, vol. 466, no. 7305, pp. 470–473, 2010.
- [41]. L. M. Malard, J. Nilsson, D. C. Elias, J. C. Brant, F. Plentz, E. S. Alves, A. H. C. Neto, and M. A. Pimenta, "Probing the electronic structure of bilayer graphene by Raman scattering," pp. 1–4, 2007.

- [42] P. Gava, M. Lazzeri, a. M. Saitta, and F. Mauri, “Ab initio study of gap opening and screening effects in gated bilayer graphene,” *Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys.*, vol. 79, no. 16, pp. 1–13, 2009.
- [43] Y. Zhang, T.-T. Tang, C. Girit, Z. Hao, M. C. Martin, A. Zettl, M. F. Crommie, Y. R. Shen, and F. Wang, “Direct observation of a widely tunable bandgap in bilayer graphene,” *Nature*, vol. 459, no. 7248, pp. 820–823, 2009.
- [44] Z. H. Ni, T. Yu, Y. H. Lu, Y. Y. Wang, Y. P. Feng, and Z. X. Shen, “Uniaxial Strain on Graphene : Raman,” vol. 2, no. 11, pp. 2301–2305, 2008.
- [45] R. R. Nair, P. Blake, a N. Grigorenko, K. S. Novoselov, T. J. Booth, T. Stauber, N. M. R. Peres, and a K. Geim, “Fine structure constant defines visual transparency of graphene,” *Science*, vol. 320, no. 5881, p. 1308, 2008.
- [46] W. Cai, Y. Zhu, X. Li, R. D. Piner, and R. S. Ruoff, “Large area few-layer graphene/graphite films as transparent thin conducting electrodes,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 95, no. 12, p. 123115, 2009.

### I- Introduction :

La mécanique des milieux continus est un cadre physique et mathématique permettant de modéliser un problème concret. Un fois le modèle mathématique établi, il pourra être résolu par une méthode analytique ou numérique. La modélisation suivie de la résolution du modèle forment ce que l'on appelle la simulation du problème concret. Cette simulation devra être validée par des expérimentations lorsque celles-ci sont disponibles et le modèle, corrigé, le cas échéant. Dans certains cas, les expérimentations sont très limitées voire inexistantes d'où l'importance capitale de la simulation. Par exemple, l'étude de la résistance des structures en béton protégeant le cœur des réacteurs nucléaires peut difficilement passer par des expérimentations à l'échelle 1.

La simulation, qui s'affine de plus en plus avec les progrès en modélisation et la puissance des ordinateurs, permet également de réduire le nombre d'essais nécessaires pour mettre au point un produit. C'est le cas notamment de la conception des voitures au crash. Le nombre de voitures sacrifiées en essai a fortement baissé depuis trente ans et les voitures sont néanmoins de plus en plus sûres (*Nantes - octobre 2013- Nicolas Moës*).

### II- Mécanique des milieux continus et disciplines de l'ingénieur :

La mécanique des milieux continus est au centre des disciplines suivantes : le calcul des structures, les procédés de fabrication, la biomécanique, la mécanique des fluides, le génie civil, la conception de nouveaux matériaux (la micro-structure d'un matériau peut être vue comme une structure à part entière). Par exemple, pour le calcul des structures, les préoccupations sont les suivantes :

**1-Résistance :** La pièce ou structure doit pouvoir supporter et transmettre les charges externes qui lui sont imposées : « un pont ne doit pas s'écrouler lors du passage d'un camion » ;

**2-Rigidité :** La pièce ou structure ne doit pas subir de déformation excessive lorsqu'elle est sollicitée : « un pont ne doit pas s'enfoncer lors du passage d'une voiture » ; **Stabilité** Un léger changement des conditions extérieures ne doit pas conduire à une réponse catastrophique de la pièce ou de la structure : « une brise légère ne doit pas conduire à la ruine catastrophique d'un pont » ;

**3-Endurance :** La pièce ou structure soumise à un chargement cyclique (répété) doit pouvoir sans rupture supporter un nombre important de cycles : « le pont doit soutenir un trafic répété

pendant de longues années » ou bien : « un réacteur d'avion doit tenir un maximum possible de vols sans se fissurer. » Quant à l'optimisation des procédés de fabrication, les préoccupations sont les suivantes :

- ❖ **Économie de matière** : Comment produire une pièce répondant à un cahier des charges précis avec le moins de matière possible tout en s'assurant de pouvoir effectivement produire ces pièces ? On constate, depuis vingt ans, une réduction importante du poids des canettes et des bouteilles plastiques de soda .
- ❖ **Durée de vie** : L'usinage est un procédé de fabrication permettant de façonner des pièces métalliques avec un outil coupant. Soit l'outil, soit la pièce, soit les deux se déplacent à vitesse élevée. L'étude du procédé d'usinage est importante pour améliorer la longévité de l'outil et le fini de surface de la pièce usinée. Les préoccupations sont similaires pour les procédés telles que le fraisage, l'emboutissage, le galetage...

### III- Notions de milieu continu et d'échelle d'observation :

La mécanique des milieux continus est un modèle mathématique qui permet de moyenniser une réalité complexe et obtenir ainsi un modèle qui peut être traité analytiquement ou informatiquement. À l'opposé, le calcul explicite du mouvement des molécules dans un bocal ne peut absolument pas être traité à l'aide de l'informatique actuelle. Considérons l'étude d'un barrage construit en béton. Le béton est un matériau composé de sable et de graviers de différentes tailles. Le barrage est un milieu continu dans lequel un point est un volume d'une dizaine à une centaine de centimètres cubes selon la taille des éléments entrant dans la composition du béton. À l'image des molécules dans le bocal, il est exclu de traiter un modèle décrivant le mouvement de chaque petit caillou ou grain de sable constituant le barrage ! Comme dernier exemple, signalons qu'en astronomie, certains modèles considèrent les galaxies comme des fluides. Le point du milieu continu a, dans ce cas, une dimension de l'ordre de mille années-lumière au cube. Le modélisateur doit donc toujours avoir à l'esprit l'échelle caractéristique du problème traité, particulièrement dans l'interprétation des résultats de simulation obtenus avec le modèle « milieu de continu ». Par exemple, la pression prédite par une simulation numérique en un point du barrage doit être interprétée comme la pression moyenne s'exerçant en réalité sur une surface de quelques centimètres à quelques décimètres carrés. Si l'on souhaite comparer les résultats du modèle avec la réalité faite de mesures, il faut que ces mesures utilisent la même échelle que celle du calcul. (*Nantes - octobre 2013- Nicolas Moës*).

## IV- Théorie des milieux continus :

La mécanique des milieux continus est un outil qui permet de modéliser mathématiquement des corps matériels (solides ou fluides) déformables. Elle permet de poser une base d'étude pour différentes matière qui découle d'elle par la suite comme Résistance des matériaux (Élasticité, Plasticité), Mécanique des fluides (Fluides newtoniens, Fluides non-newtoniens).

La méthode des milieux continus a pour but de définir par le calcul les contraintes et les déformations, en tous point d'un corps solide d'une forme connue ou d'un ensemble de corps solides est en donne l'intensité et l'emplacement des charges extérieures appliquées, et la qualité intrinsèque des solides considère défini par ses coefficient d'élasticité.

### IV- 1- Hypothèse de base :

#### ❖ 1<sup>ère</sup> hypothèse de l'élasticité (loi de proportionnalité) :

La propriété d'un corps d'être élastique signifie donc que les forces extérieures qui provoquent les déformations d'un corps ne déplacent pas certaine limites et la déformation disparue en même temps que la force qui a donne une naissance.

#### ❖ 2<sup>ème</sup> hypothèse :

La matière qui constitue un corps élastique est homogène et uniformément distribuer dans son volume, de sorte que le plus petit élément détache de se corps possède les même propriétés physique que le corps lui-même.

#### ❖ 3<sup>ème</sup> hypothèse : (*le corps est isotrope*)

Même propriété élastique dans toutes les directions.

## V- Théorie des poutres :

La théorie des poutres a aujourd'hui plusieurs siècles derrière elle. Certaines sources font remonter les premières avancées dans ce domaine à Leonard De Vinci et Galilée [1]. Dans cette partie on expose quelques-unes des théories de poutres les plus couramment utilisées, où on se limite au cas élastique linéaire, et en utilisant les approximations des petits déplacements/rotations et des petites déformations. et avec tout ça nous permettent de passer par quelques définitions.

## V-1- Définitions :

### a- Notion de poutre :

❖ **Poutre** : On appelle poutre un solide engendré par une surface plane ( $\Sigma$ ) qui peut être variable et dont le centre de gravité  $G$  décrit un segment  $[AB]$ , le plan de ( $\Sigma$ ) restant perpendiculaire à cette courbe. Il faut également que la longueur  $AB$  soit grande devant les dimensions des sections transverses.

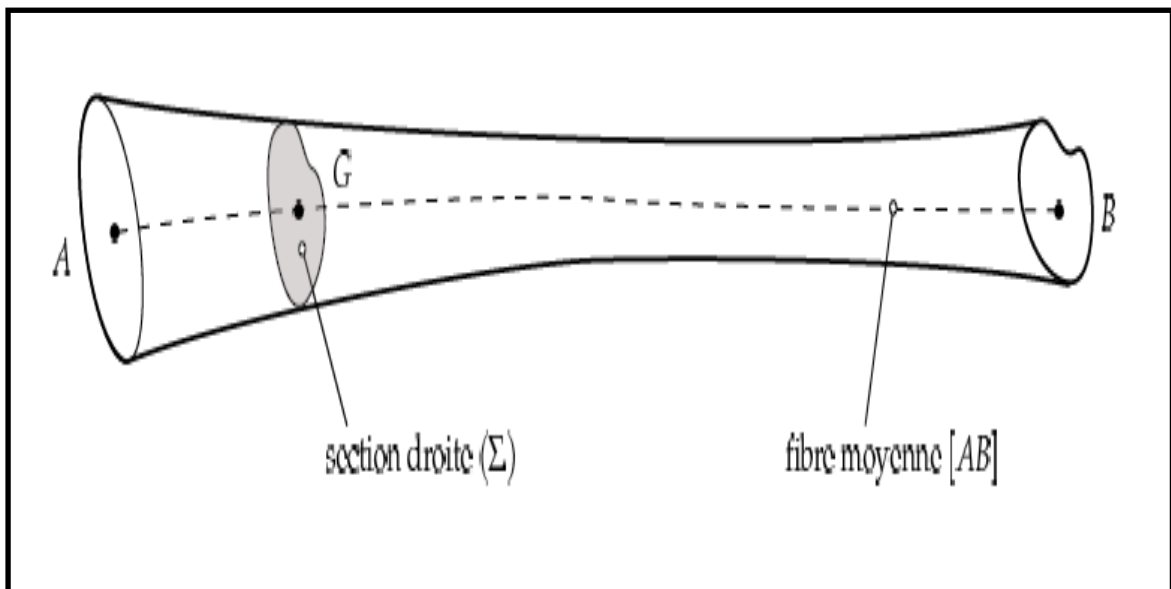


Figure II-1 – Notion de poutre.

Une poutre est donc un volume dont une dimension est grande devant les deux autres. De manière analogue, une coque est un volume dont deux dimensions sont grandes devant la Troisième.

❖ **Section droite, fibre moyenne** : ( $\Sigma$ ) est appelée section droite,  $(AB)$  est la fibre moyenne de la poutre (ou ligne moyenne ou encore lieu des centres d'inertie des sections droites de la poutre).

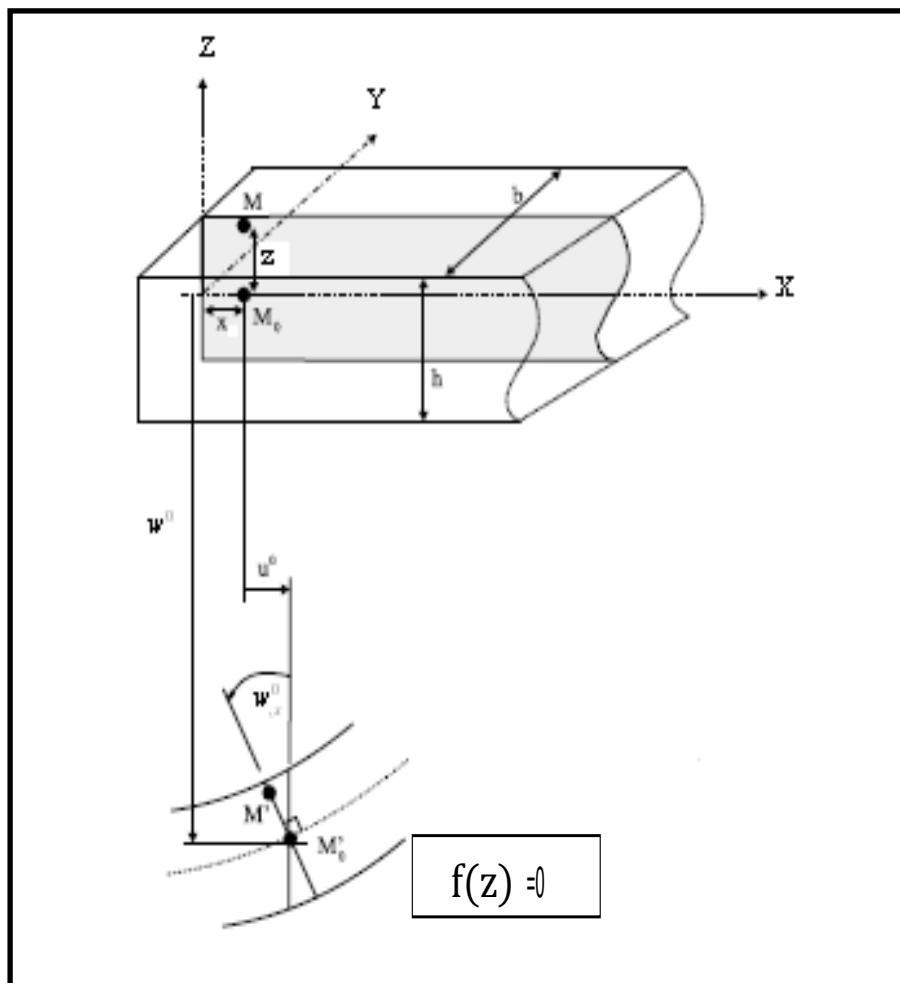
❖ **Fibre neutre** : La ligne d'allongement nul en flexion pure est appelée fibre neutre (Ou ligne neutre).

Sous l'hypothèse des petites déformations, la fibre neutre et la fibre moyenne sont confondues

### b- Les différents modèles de la théorie des poutres:

❖ **Modèle d'Euler Bernoulli (la théorie classique des poutres) :**

Dans cette approche, le nombre d'équations ne dépend pas du nombre de couches puisque la poutre multicouche est homogénéisée, donc considérée comme une seule couche.



**Figure II-2 – Cinématique d'Euler Bernoulli.**(Dufort,2001)

Dans cette théorie, les modèles sont basés sur une distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur de la poutre [2]. L'hypothèse dans cette théorie :

- Après déformation, les déformations dues au cisaillement transversal sont négligées (pas de cisaillement sur la hauteur de la poutre).
- La section transversale reste perpendiculaire à la ligne moyenne de la poutre et la section plane reste plane.
- La fonction  $F(z)$  qui décrit la répartition de déplacement suivant l'épaisseur de la poutre est nulle.

$$f(z) = 0 \quad (\text{II-1})$$

Pour le cas des poutres élancées et d'après la théorie classique des poutres, le déplacement d'un point M est donné par les deux composantes suivantes :

$$U(M) = \begin{cases} U(x, z) = U_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{II-2})$$

$U(x, z)$  : C'est le déplacement suivant x .

$w(x, z)$  : C'est le déplacement dans la direction de Z ou bien la flèche.

La rotation de l'axe Y, provoquée par la flexion est tel que :

$$\frac{\partial w_0(x)}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II} - 3)$$

Ou  $U_0(x)$  et  $w_0(x)$  sont les composantes de déplacement au milieu de la section et sur la ligne moyenne de la poutre, respectivement le long des axes X et Z.

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II} - 4)$$

Cela veut dire que la distorsion est nulle et par conséquent la contrainte de cisaillement est nulle puisque,

$$\tau_{xz} = G_{xz} \gamma_{xz} \quad (\text{II} - 5)$$

« Cette théorie ne tient pas en compte le cisaillement ».

❖ **Modèle de Timoshenko (la théorie de premier ordre (FSDT)) :**

Cette théorie s'applique pour le cas des poutres courtes, elle est basée sur le principe, qu'après déformation la section plane reste plane mais elle perd sa perpendicularité par rapport à la ligne moyenne de la poutre (figure II.3) [3]. Ceci est dû au cisaillement transversal, découvert par Timoshenko, sur l'épaisseur de la poutre. Cette théorie est analogue à la théorie de « Reissner-Mindlin » dans le cas des plaques épaisses dans le cas des plaques épaisses [4]. Dans ce cas, la fonction  $f(z)$  est égale à z.

$$f(z) = z \quad (\text{II-6})$$



Il existe un cisaillement uniforme et les déformations dues au cisaillement transversal ne sont pas négligées.

Le déplacement d'après Timoshenko s'écrit comme suit :

$$U(M) = \begin{cases} U(x, z) = U_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + z\varphi_0(x) \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{II-7})$$

Où  $\varphi_0(x)$  est la rotation de la section mesurée sur la ligne moyenne de la poutre

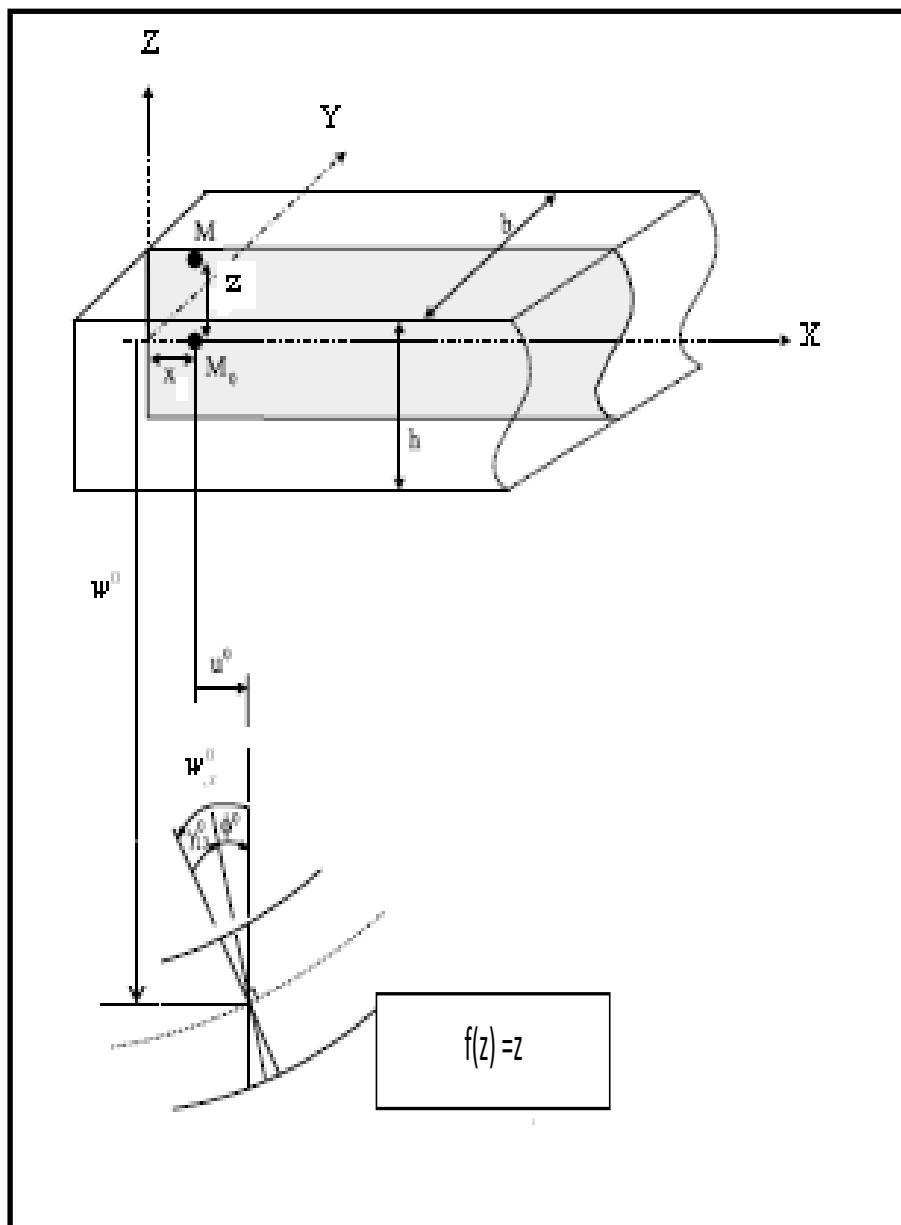


Figure II.3 - Cinématique de Timoshenko.(Dufort,2001).

Par définition, la distorsion est donnée par la relation suivante :

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + \varphi_0(x) + \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \quad (\text{II} - 8)$$

$$\gamma_{xz} = \varphi_0(x) \quad (\text{II} - 9)$$

Sachant que la contrainte de cisaillement est égale :

$$\tau_{xz} = G_{xz}\gamma_{xz} = G_{xz}\varphi_0 \quad (\text{II-10})$$

$G_{xz}$  : est le module de cisaillement transversal qui est supposé constant.

Avec cette théorie, les contraintes tangentielles de cisaillement sont constantes et uniformes sur toute l'épaisseur de la poutre, cela veut dire qu'elles existent même sur les bords supérieurs et inférieurs de la poutre et pourtant il n'y a aucun chargement qui induit le cisaillement.

Cette contradiction mène à introduire des coefficients de correction pour mieux considérer le cisaillement transversal. Ces coefficients correcteurs notés "k" dépendent de la forme géométrique de la poutre considérée (par exemple, pour une poutre de section rectangulaire  $k=5/6$ ).

La non nullité des contraintes tangentielles sur les bords extrêmes de la poutre et l'introduction des coefficients de correction de cisaillement ont menés d'autres chercheurs à essayer de trouver une autre théorie pouvant tenir compte de ces facteurs, c'est « la théorie d'ordre élevé ».

### ❖ théorie d'ordre élevé :

La théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs de déplacement selon l'épaisseur de la poutre [3]. Elle est plus précise que la théorie du premier ordre puisqu'elle introduit une fonction qui tient compte du phénomène « gauchissement ».

Par définition : le gauchissement apparaît lorsque la section transversale de la poutre perd sa planéité (figure. II.4).

La fonction  $f(z)$  représente le gauchissement et sa dérivé  $f'(z)$  le cisaillement.

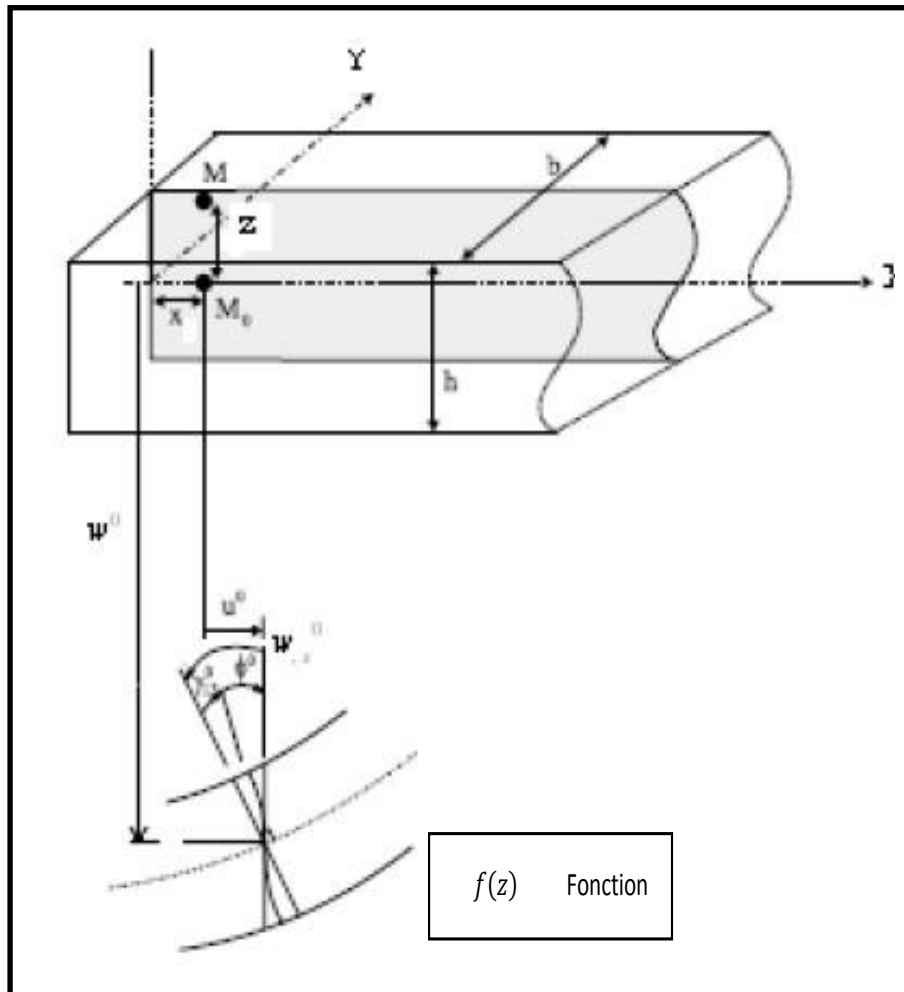


Figure II.4 - cinématique de la théorie d'ordre élevé.

Dans ce cas, le champ de déplacement devient :

$$U(M) = \begin{cases} U(x, z) = U_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + f(z)\varphi_0(x) \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{II-11})$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + f'(z)\varphi_0(x) + \frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz} = f'(z)\varphi_0(x) \quad (\text{II} - 12)$$

Pour que les contraintes tangentielles soient nulles sur les bords extrêmes de la poutre, on doit avoir :

$$f'(z) = f'\left(+\frac{h}{2}, -\frac{h}{2}\right) = 0 \quad (\text{II} - 13)$$

C'est la condition qui nous permet d'avoir une répartition parabolique des contraintes de cisaillement sur l'épaisseur de la poutre d'une part et de choisir correctement des fonctions cubiques qui répondent à la condition (II.13).

Selon l'expression de la fonction de gauchissement  $f(z)$ , quelques modèles sont présentés dans la littérature des poutres en FGM.

- Le modèle Euler-Bernoulli (la théorie des poutres classiques) ETB

$$f(z) = 0 \quad (\text{II-14})$$

- Le modèle de Timoshenko ou bien la théorie du premier ordre FSDT

$$f(z) = z \quad (\text{II-15})$$

- Le modèle d'ordre élevé, avec l'approche de Levinson, Murthy et Reddy [5.6.7].

$$f(z) = \frac{5z}{4} \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2}\right) \quad (\text{II} - 16)$$

- Le modèle exponentiel proposé par Afaq [8]

$$f(z) = ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad (\text{II-17})$$

- Le modèle d'aydogdu [9]

$$f(z) = z\alpha \frac{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}{\ln\alpha} \quad (\text{II-18})$$

Avec,  $h$  étant l'épaisseur de la poutre.

## V-2- Les différents modèles de la théorie des plaques :

### 1-Définitions :

#### a-Plaque :

Une plaque est définie comme étant un solide délimité par deux plans parallèles appelés faces et dont l'épaisseur « h » est petite par rapport aux deux autres dimensions. Les plaques sont généralement employées pour modéliser des structures minces, car seule une dimension est faible par rapport aux deux autres. Par contre, si la structure présente une courbure géométrique, ce sont les éléments de coque qui sont privilégiés plutôt que les éléments de plaque qui sont plans. Autrement dit, si l'élément n'est pas plan au repos, nous parlons de coque plutôt que de plaque.

La plaque peut être constituée d'un matériau homogène :

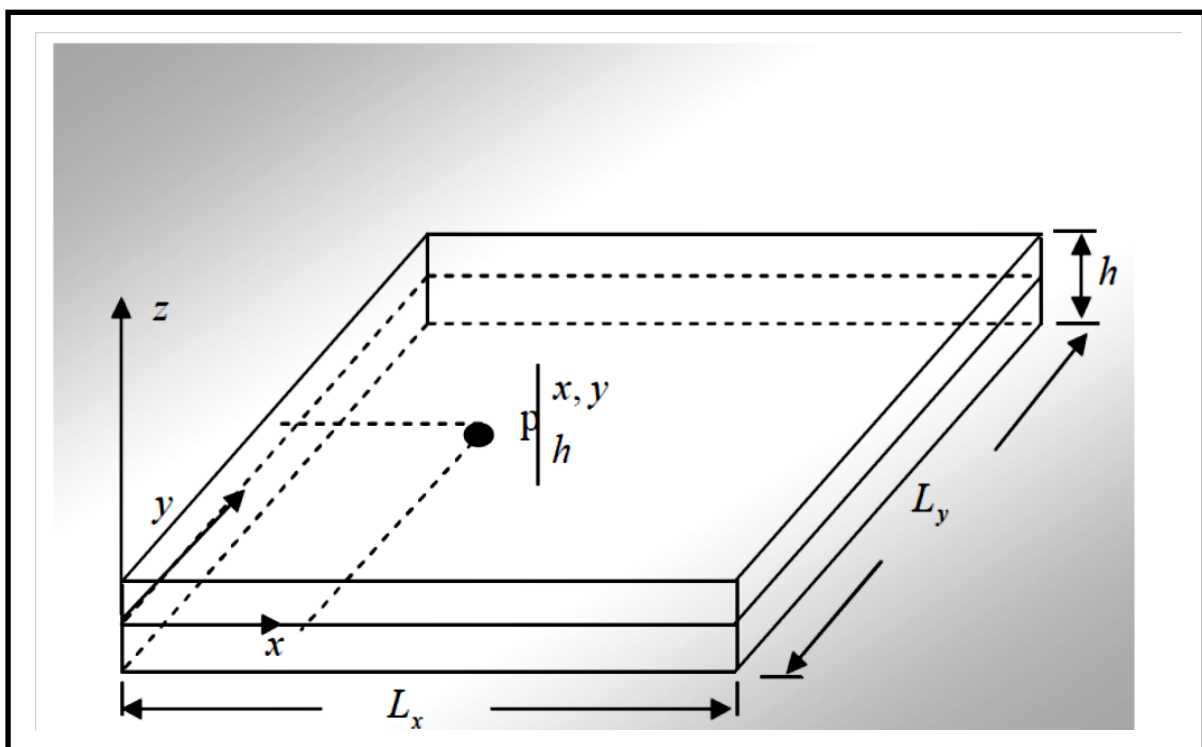


Figure II.5- Géométrie d'une plaque.

Ces plaques sont souvent suivies de l'adjectif mince ou épais suivant la grandeur de l'épaisseur h, nous admettons généralement [10].

- pour les plaques épaisses :

$$\frac{1}{20} < \frac{h}{L} < \frac{1}{4}$$

- Pour les plaques minces:

$$\frac{h}{L} < \frac{1}{20}$$

**b- Hypothèses :**

La théorie des plaques repose sur les hypothèses suivantes :

**H.1** : Les contraintes normales  $\sigma_{zz}$  sont négligeables par rapport aux autres composantes de contraintes :  $\sigma_{zz} = 0$ .

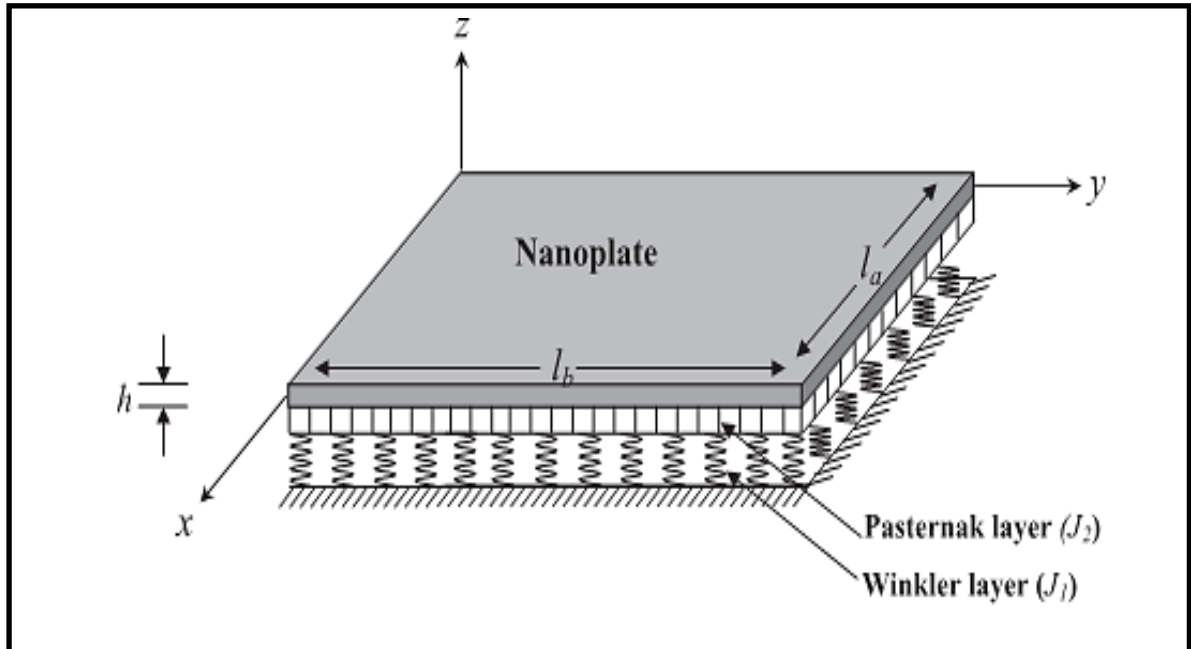
**H.2** : Les pentes de la surface moyenne après déformation, sont supposées petites par rapport à l'unité (Petite déflexion du plan moyen).

**H.3** : Les points situés sur une normale à la surface moyenne avant déformation, restent sur cette normale au cours de la déformation ; ceci permet de négliger l'effet

de cisaillement transversal. Dans ce cas, on a :  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$

**c- formulation mathématique :**

Sur la figure II.5, nous présentons un SLGS de longueur, de largeur et d'épaisseur soutenu par des fondations élastiques. L'origine du système de coordonnées est considérée au centre de la surface médiane de la nano-plaque.



**Figure II.6-** Feuille de graphène monocouche reposant sur un substrat élastique Winkler-Pasternak [11].

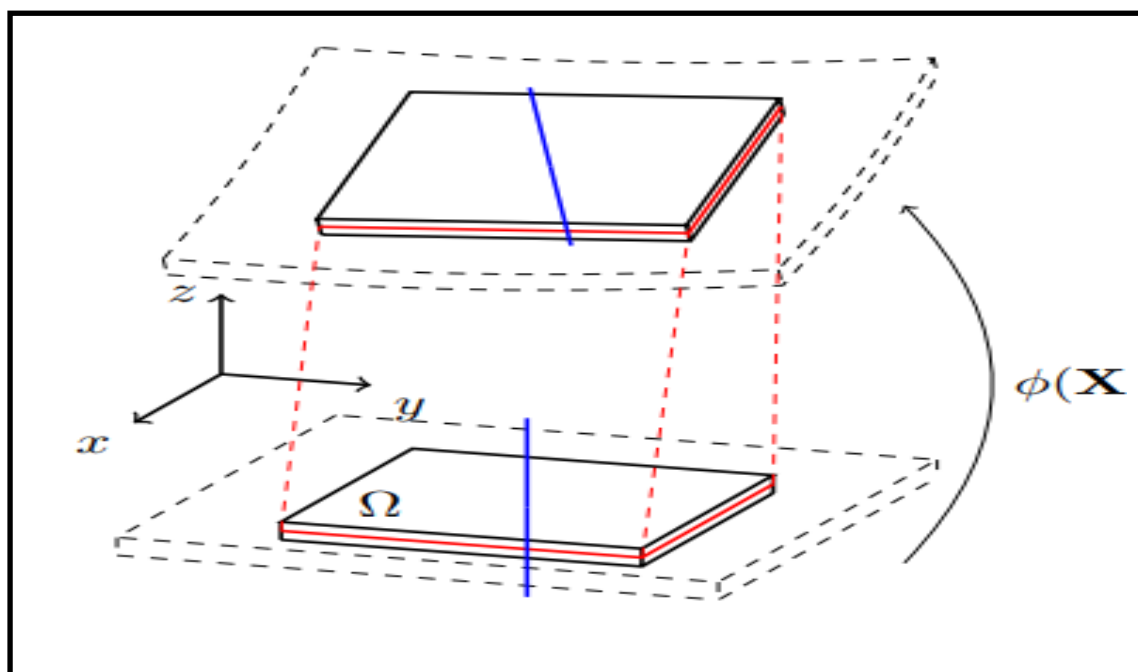
Pour étudier le comportement de la plaque, nous définissons son plan moyen auquel nous associons un repère orthonormé  $(O, x, y, z)$  tangent à ce plan.

### d-Plan moyen :

Le plan moyen est ainsi situé dans le plan  $(0, x, y)$  à équidistance entre les deux faces. L'origine du repère étant située sur le plan moyen avec  $z$  la direction de l'épaisseur, la face inférieure est ainsi positionnée en  $z = -h/2$  et la face supérieure en  $z = h/2$ . Dans la théorie des plaques, le plan moyen représente l'équivalent de la courbe moyenne dans la théorie des poutres.

Autour du plan moyen, le feuillet neutre (ou feuillet moyen) constitue un élément de matière d'épaisseur infinitésimale (c'est l'équivalent de la fibre neutre des poutres). Une fibre normale est ensuite définie comme l'ensemble des points situés sur une normale au plan moyen (ayant ainsi pour direction  $z$ ) à une position  $(x, y)$  dans le plan  $(0, x, y)$ .

Pour illustrer ces notions, la Figure II.5 présente la déformation d'une plaque mince (pointillés gris) en mettant en évidence le déplacement d'un élément de matière (contour noir), de son feuillet moyen (rouge) et d'une fibre normale (bleue).



**Figure II.7-** Déformation d'une plaque (pointillés gris) avec mise en évidence du feuillet moyen (rouge) d'un élément de matière (noir) et d'une fibre normale (bleu)  
[Wikipédia (2015a)].

### 2- Modèles de la théorie des plaques :

#### a- Les modèles classiques Love–Kirchhoff (théorie classique des plaques stratifiées) CLPT :

La théorie classique de plaque est la plus simple et la plus ancienne parmi les autres théories. Elle est initiée par Kirchhoff [12] en 1850, puis elle a été poursuivie par Love [13] au début du XXe siècle. Cette théorie est applicable uniquement pour les plaques/coques, minces. Cependant, elle a donné des résultats erronés quand elle a été utilisée dans l'analyse des plaques épaisses. L'hypothèse principale de la théorie CLPT (*Classical Lamination Plate Theory*) est que les

lignes normales au plan médian avant déformation restent droites et perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (Figure-II.8). Cette hypothèse implique la négligence des déformations dues au cisaillement transverse (CT)  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$  et les déformations/contraintes normale :  $\varepsilon_z = \sigma_z = 0$ .

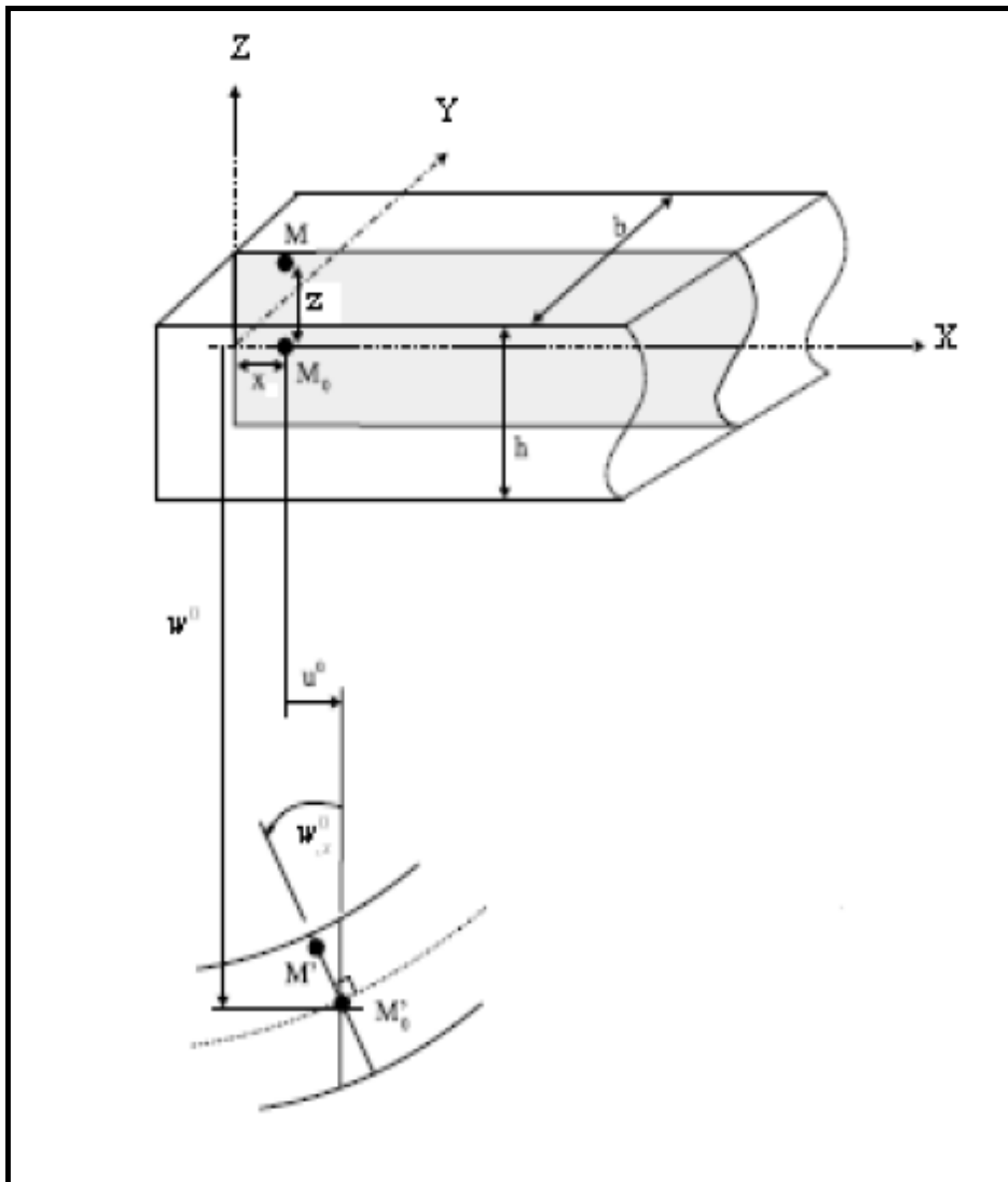


Figure II.8- Cinématique de Love-Kirchhoff.



Le champ de déplacement de Love –Kirchhoff s’écrit alors,

$$U(M) = \begin{cases} U(x, y, z) = U_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \\ V(x, y, z) = V_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(y)}{\partial y} \\ W(x, y, z) = W_0(x, y) \end{cases} \quad (\text{II-19})$$

Avec  $U_0(x, y)$  et  $V_0(x, y)$  les déplacements de membrane dans la direction x et y

$W$  : La flèche de la plaque

$\frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial w_0(y)}{\partial y}$  : Rotation dues à la flexion (sans cisaillement)

**b- Les modèles Reissner-Mindlin (Théorie de déformation en cisaillement du premier ordre) FSDT :**

La théorie du premier ordre (FSDT) peut être considérée comme une amélioration par rapport à la théorie classique (CLPT). Cette théorie est basée essentiellement sur l’hypothèse suivante de Reissner-Mindlin: les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites mais pas forcément perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (à cause de l’effet du cisaillement transverse), (FIG.II.9). Ils ont également supposé que la contrainte normale  $\sigma_z$  est négligeable par rapport aux autres composantes du tenseur de contraintes (l’hypothèse de déformation plane). Le champ de déplacement de Reissner-Mindlin [14] s’écrit comme suit:

$$U(M) = \begin{cases} U(x, y, z) = U_0(x, y) + z\varphi_0(x) \\ V(x, y, z) = V_0(x, y) + z\varphi_0(y) \\ W(x, y, z) = W_0(x, y) \end{cases} \quad (\text{II-20})$$

$\varphi_0(x)$  et  $\varphi_0(y)$  étant les rotations totales de la section mesurée sur la ligne moyenne de la plaque.

Avec ce choix de la forme des champs de déplacements, les déformations transversales sont constantes en Z.

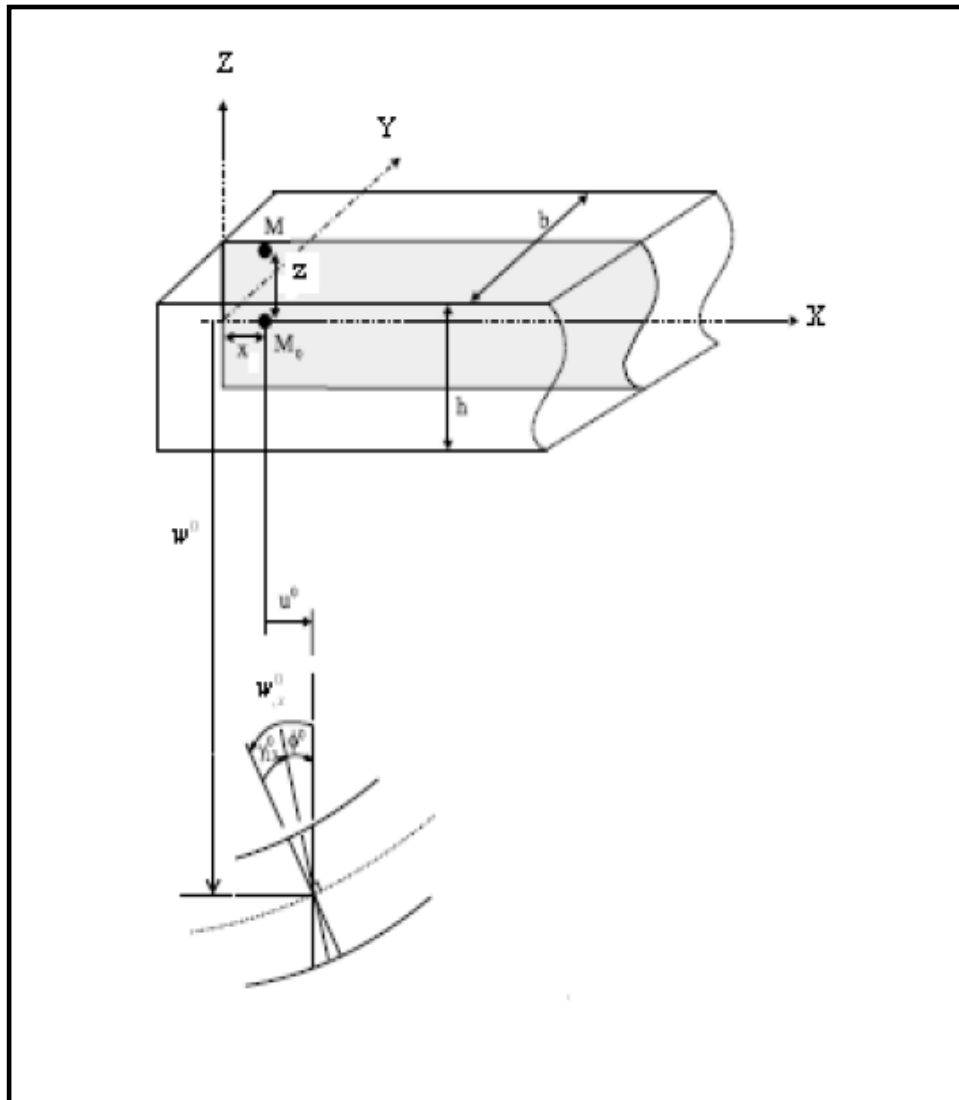


Figure II.9- Cinématique de Reissner-Mindlin

Les contraintes de cisaillement sont donc uniformes dans chaque couche et discontinues entre les couches.

Cette mauvaise description oblige à introduire des coefficients correcteurs pour mieux prendre en compte les effets de cisaillement [15].

Les résultats obtenus dépendent essentiellement du choix empirique dans des situations complexes des coefficients correcteurs et l'étude des composites épais reste aléatoire par ce type d'approche cinématique.

### c- La Théorie d'ordre élevé (Modèle d'ordre Supérieur) :

Pour passer les limites des théories de déformation en cisaillement du premier ordre, certains auteurs proposent des théories à un ordre supérieur.

Ces théories sont basées sur une distribution non linéaire des champs suivant l'épaisseur

figure (II.8) et permettent de représenter le gauchissement de la section dans la configuration déformée [16].

Le champ de déplacement est en général défini par une série de Taylor de la forme :

$$U(x, y, z) = u_i^0(x, y) + z\varphi_i^{0(1)}(x, y) + z^2 z\varphi_i^{0(2)}(x, y) + z^3 z\varphi_i^{0(3)}(x, y) + z^4 z\varphi_i^{0(4)}(x, y) \quad (\text{II-21})$$

Dans la théorie du premier ordre (Reissner-Mindlin), la fonction  $\varphi_i^{0(j)} = 0$  pour  $j=2, 3, 4$

La précision augmente dans les modèles d'ordre supérieur que dans les modèles du premier ordre

Elle augmente avec l'ordre de développement, c'est-à-dire avec le nombre de paramètres supplémentaires. Cependant, les conditions aux limites sur bords sont difficiles à satisfaire et le nombre de variables de déplacement indépendantes dépasse celui des modèles classiques, pour le réduire plusieurs simplifications sont proposées. On impose souvent les conditions de nullité des contraintes de cisaillement transverse aux surfaces supérieure et inférieure de la plaque.

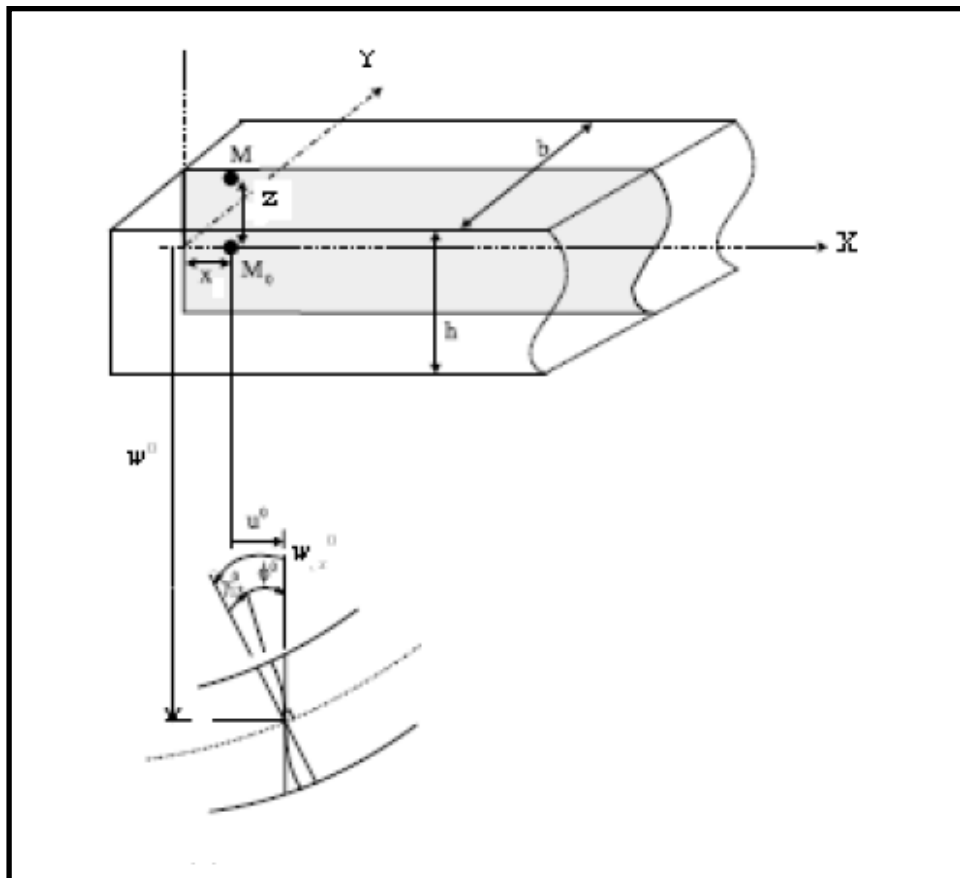


Figure II.10- Cinématique des théories d'ordre supérieur

Finalement le champ de déplacement devient :

$$U(M) = \begin{cases} U(x, y, z) = U_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + z\varphi_0(x) \\ V(x, y, z) = V_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(y)}{\partial y} + z\varphi_0(y) \\ W(x, y, z) = W_0(x, y) \end{cases} \quad (\text{II-22})$$

On va citer quelques exemples des fonctions de cisaillement utilisées dans les modèles d'ordre supérieur :

❖ L'approche d'Ambartsumyan [17] avec :

$$f(z) = \frac{z}{2} \left( \frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad (\text{II-23})$$

❖ L'approche de Reissner [18] avec :

$$f(z) = \frac{5z}{4} \left( 1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{II-24})$$

❖ L'approche de Levinson , Murthy et Reddy [19,20,21] avec :

$$z(z) = z \left( 1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{II-25})$$

h : étant l'épaisseur de multicouches.

Dans le modèle de Reddy [21] le champ de déplacement membranaire est cubique et le déplacement normal w est constant. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution élastique tridimensionnelle.

La distribution des contraintes de cisaillement transversal est parabolique dans l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

- L'approche de Touratier [12] avec le modèle sinus :

La fonction trigonométrique sinusoïdale utilisée pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur de la plaque, la fonction de cisaillement transverse s'écrit :

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin \frac{\pi z}{h} \quad (\text{II-26})$$

- Afaq [8] propose un modèle exponentiel avec une cinématique plus riche. La fonction de cisaillement transverse prend la forme suivante :

$$f(z) = ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad (\text{II-27})$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance pair et impair de la variable alors que la fonction « sinus » ne permet qu'un développement en puissances impaires.

- L'approche d'Aydogdu [9] avec :

$$f(z) = z\alpha \frac{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}{\ln\alpha} \quad (\text{II-28})$$

h: étant l'épaisseur de la plaque FGM.

## Références :

- [1] Ballarini, R. (2006). The Da Vinci-Euler-Bernoulli beam theory ? Mechanical Engineering The Magazine of ASME (20/10/2012), 35
- [2] ( L.Dufort, S.Drapier, and M.Grediac. «Closed form Solution for the CrossSection Warping in Short Beams under three Point Bending». Compositestructures, Pages: 233-246, 2001.
- [3] ( L.Dufort, S.Drapier, and M.Grediac. «Closed form Solution for the Cross Section Warping in Short Beams under three Point Bending». Composite structures, Pages: 233-246, 2001
- [4] S.P.Timoshenko et J.M.Gere. « Mechanics of Materials ». New York: D.VanNostrand Company, 1972.
- [5] M. Levinson. «An accurate simple theory of the statics and dynamics of elastic plates». Mechanics Research Communication, Volume 7, pages:343-350, 1980.
- [6] M.V.V. Murthy. «An Improved Transverse Shear Deformation Theory for Laminated Anisotropic Plate». Rapport technique, NASA, 1981.
- [7] J.N. Reddy. «A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates».Journal of Applied Mechanics, Volume 51, pages: 745-752, 1984.
- [8] K.S. Afaq, M. Karama& S. Mistou. «Un Nouveau Modèle Raffiné pour les Structures Multicouches». In Comptes-rendus des 13emes Journées nationales sur les Composites, pages: 289-292. Strasbourg, March 2003.
- [9] Meeting Aydogdu, «Vibration analysis of cross-ply laminated beams with general boundary conditions by Ritz method», International Journal of Mechanical Sciences 47, pages: 1740-1755, 2005.
- [10] M. BachirBouiadjra, M.S.A. Houari, and A. Tounsi, “Thermal buckling of functionally graded plates according to a four-variable refined plate theory,” *Journal of Thermal Stresses*, vol. 35, pp. 677 – 694, 2012.
- [11] Zenkour A.M, Sobhy M. Nonlocal elasticity theory for thermal buckling of nanoplates lying on Winkler–Pasternak elastic substrate medium. *Physica E* 2013; 53: 251–259.
- [12] Kirchhoff, G.,(1850), Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 40 51-88.
- [13] Love, A.E.H., A treatise on the mathematical theory of elasticity 1934: Cambridge University Press.
- [14] R.D. Mindlin: «Influence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates». *Journal of Applied Mechanics*, Volume 18, pages: 31-38, 1951.
- [15] J.M. Whitney. « Shear Correction Factors for Orthotropic Laminates under Static Loads ». *J.Applied Mechanics*, Volume 40, pages: 302-304, 1973.

- [16] Touratier, M., An efficient standard plate theory International Journal of Engineering Science 29 (8) (1991) 901–916.
- [17] S.A. Ambartsumyan: «Theory of Anisotropic Plate».Economic Publishing Co, 1969.
- [18] E Reissner «The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates». J. Appl. Mech., Volume 12, pages: 69-77, 1945.
- [19] M. Levinson. «An accurate simple theory of the statics and dynamics of elastic plates». Mechanics Research Communication, Volume 7, pages:343-350, 1980.
- [20] M.V.V. Murthy. «An Improved Transverse Shear Deformation Theory for Laminated Anisotropic Plate». Rapport technique, NASA, 1981.
- [21] J.N. Reddy. «A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates».Journal of Applied Mechanics, Volume 51, pages: 745-752, 1984

## I- Introduction :

Le Graphène (Geim et Novoseloy), la contrepartie 2D du graphite 3D, a pris un grand intérêt dans la physique à l'état solide, la science de la matière et de la nanoélectronique depuis sa découverte en 2004 en tant que premier cristal 2D autoportant. Le graphène devient un matériau électronique prometteur dans l'électronique post-silicium. Cependant, la synthèse à grande échelle de graphène de haute qualité dénote un goulot d'étranglement pour les futurs dispositifs de graphène de génération. Les voies existantes pour la synthèse du graphène incorporent une exfoliation mécanique du graphite pyrolytique hautement ordonné (GPHO) (Novoselov et al., 2004), l'élimination du Si de la surface du Sic monocristal (Ohta et al., 2006), le dépôt du graphène à la surface des métaux monocristaux (Oshima and Nagashima, 1997) ou poly cristallins (Obraztsov et al., 2007), et diverses approches basées sur la chimie – humide (Gomez-Navarro et al., 2007 ; Li et al., 2008). Cependant, jusqu'à présent, aucune méthode n'a fourni de graphène de haute qualité avec une surface suffisamment grande pour une nécessité d'application en tant que matériau électronique de pratique. Ces dernières années, l'étude de la réponse mécanique des feuilles de graphène est devenue un sujet intéressant et par conséquent quelques techniques et méthodes expérimentales ont été employées pour analyser les caractéristiques des feuilles de graphène (Soldano et al., 2010).

La théorie de l'élasticité non locale (Eringen, 1972, Eringen et Edelen, 1972, Eringen, 1996, Eringen, 1983) et 2002) a été développé pour considérer l'impact à petite échelle dans l'élasticité en supposant que la contrainte à un point de référence soit dépendante du champ de contrainte en tout point du corps. De cette manière, l'échelle de longueur interne pourrait être simplement introduite dans les équations constitutives en tant que paramètre matériel. Ce n'est que récemment que le modèle d'élasticité non locale a été incorporé aux applications de nanostructure. Comme les échelles de taille sont diminuées, les effets des forces de cohésion interatomiques et intermoléculaires à longue distance sur les caractéristiques statiques et vibratoires ont tendance à être considérables et ne peuvent être ignorés. La théorie classique de l'élasticité étant la longue limite de la théorie atomistique, elle néglige ces influences. Ainsi, la mécanique classique du continuum classique ne parviendrait pas à capturer les influences d'échelle lorsqu'il s'agit de nanostructures (Lu et al., 2006, Tounsi et al., 2013a). L'enquête de petite taille via local la théorie sur prédit les résultats. Ainsi, l'incorporation de petites influences est nécessaire pour corriger la prédiction des nanostructures. Chen et al.



(2004) ont démontré que les modèles basés sur la théorie de l'élasticité non locale sont physiquement raisonnables du point de vue atomistique de la dynamique du réseau et des simulations de dynamique moléculaire (MD). Peddieson et al. (2003) ont utilisé l'élasticité non locale pour présenter le modèle de faisceau non local d'Euler-Bernoulli et ont conclu que la mécanique du continuum non local pourrait potentiellement jouer un rôle important dans les applications de la nanotechnologie. Plusieurs chercheurs ont appliqué la théorie de l'élasticité non locale pour étudier les comportements mécaniques des nanoplaques / aisceaux (Tounsi et al., 2013b, Benzair et al., 2008; Berrabah et al., 2013; Benguediab et al., 2014; Zemri et al., 2015; Larbi Chaht et al., 2015; Belkorissat et al., 2015; Kolahchi et al., 2015; Bounouara et al., 2016; Ghorbanpour Arani et al., 2016; Akbaş, 2016ab). D'autres travaux peuvent être trouvés sur l'effet de la géométrie et des propriétés matérielles des nanotubes d'époxy et de carbone sur le transfert de charge dans les composites de nanotubes de carbone / époxy sous tension (Viet et al., 2017). Ebrahimi et Barati (2017) ont présenté une analyse de flambement de nanofaisceaux piézoélectriques non localisés, de type cisaillement déformable, de troisième ordre, intégrés dans un milieu élastique. Karami et Shahsavari (2017) ont discuté de la propagation de l'onde de flexion dépendant de la température dans un matériau hétérogène poreux de type nanoplaque soumis à un champ magnétique dans la voie. Nami et al. (2015) ont analysé la réponse au flambage thermique de nanoplaques rectangulaires à gradient fonctionnel en se fondant sur la théorie de la déformation par cisaillement du troisième ordre non local.

Pour le bon emploi des feuilles de graphène, son comportement sous la force dans le plan ou dans le plan avec les influences à petite échelle devraient être étudiées. Par conséquent, il y a un encouragement important pour obtenir une bonne compréhension et modélisation théorique du flambage des nanoplaques. Depuis le flambage des plaques nanométriques est un facteur considérable pour la conception de nano-dispositifs, de nombreux travaux sont être proposé. Duan et Wang (2007) ont présenté une solution précise de forme fermée pour l'axisymétrique pliage de feuilles de graphène circulaire par la mécanique du continuum non-local et la théorie classique de la plaque. Pradhan et Murmu (2009) ont utilisé un modèle d'élasticité non locale pour étudier les impacts à petite échelle sur la stabilité de feuilles de graphène monocouches sous compression biaxiale. De plus, Pradhan et Murmu (2010) ont utilisé le modèle d'élasticité non locale et la procédure de quadrature différentielle pour le

### Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

comportement de flambement des feuilles de graphène monocouche rectangulaires sous compression biaxiale. Malekzadeh et al. (2011) ont étudié l'effet des paramètres non locaux sur la stabilité thermique de plaques nanométriques orthotropes noyées dans un milieu élastique. Ils ont démontré qu'en augmentant les coefficients du milieu élastique, l'influence du paramètre d'échelle sur le rapport de force thermique diminue. Farajpour et al. (2012) ont étudié la stabilité de nanoplates sous compression non uniforme avec le modèle de mécanique continue. Asemi et al. (2014) ont examiné l'influence de la petite échelle sur le flambement thermique des feuilles de graphène circulaires en utilisant la théorie de l'élasticité non locale. Sobhy (2014a) a étudié la fréquence naturelle et le flambage de feuilles de graphène orthotropes à une couche, reposant sur les fondations élastiques de Pasternak avec diverses conditions aux limites. Zhang et al. (2015a) ont proposé un modèle de continuum non-local pour la vibration des SLGS basé sur la méthode kp-Ritz sans élément. Zhang et al. (2015b) ont présenté une étude sur l'analyse transitoire des SLGS en utilisant la méthode kp-Ritz sans élément. La théorie classique des plaques est utilisée pour décrire le comportement dynamique des SLGS. Théorie de l'élasticité non locale, La théorie de l'élasticité non locale, dans laquelle un paramètre non local est incorporé, est introduite pour considérer l'effet à petite échelle. Zhang et al. (2016a) ont étudié le comportement vibratoire des feuilles de graphène bicouches dans un champ magnétique en utilisant la théorie des plaques classique combinée à la théorie de l'élasticité non locale pour tenir compte de l'effet à petite échelle. En outre, Zhang et al. (2016b) a analysé un grand comportement de déformation géométrique non linéaire de SLGSs en utilisant la méthode kp-Ritz sans élément. Zhang et al. (2017a) a présenté la modélisation mathématique de la réponse vibratoire non linéaire des GS en utilisant des théorie de la plaque et la théorie de l'élasticité non locale qui explique l'effet de taille. Les solutions numériques sont obtenues par la méthode kp-Ritz sans éléments. Zhang et al. (2017b) ont discuté du comportement vibratoire des SLGS quadrilatéraux dans un champ magnétique en utilisant la théorie classique des plaques et en incorporant la théorie de l'élasticité non locale. La méthode kp-Ritz sans élément est utilisée pour effectuer la simulation numérique. Dans le présent article, les propriétés de flambage des feuilles de graphène à une seule couche orthotrope (SLGS) reposant sur des fondements élastiques à deux paramètres sont étudiés en utilisant une nouvelle théorie des plaques et une élasticité non locale. L'utilisation du terme intégral dans la cinématique proposée a conduit à une réduction du nombre de variables et d'équations

directrices. Sur la base des relations constitutives non locales d'Eringen, les équations gouvernantes des plaques nanométriques sont obtenues en employant le principe du travail virtuel. Pour prouver l'exactitude de la présente formulation, les résultats calculés sont comparés à ceux rapportés par Sobhy (2014a). Une étude paramétrique détaillée est présentée pour mettre en évidence les effets du paramètre d'échelle, du rapport épaisseur-longueur et d'autres paramètres sur le flambage des plaques nanométriques.

## II- Formulation théorique :

### II.1 - Théorie d'élasticité non local:

Dans le cas des solides élastiques linéaires non locaux, les équations du mouvement prennent la suite de (Eringen 1983-2002) :

$$t_{i,j} + f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

Dans laquelle  $\rho$  et  $f_i$  sont respectivement: la masse volumique et les forces du corps (et / ou appliquées);  $u_i$  désigne le vecteur de déplacement et  $t_{ij}$  est le tenseur des contraintes de l'élasticité non locale exprimé par:

$$t_{ij}(X) = \int_V \alpha(|X'-X|) \sigma_{ij}(X') dv(X') \quad (2)$$

Où  $X$  est le point de référence dans le corps,  $\alpha(|X'-X|)$  est la fonction non locale du noyau et  $\sigma_{ij}$  est le tenseur local des contraintes de la théorie de l'élasticité locale en tout point  $X'$  dans le corps et respecte les relations constitutives

$$\sigma_{ij}(X') = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}(X') \quad (3)$$

$$\varepsilon_{kl}(X') = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (4)$$

Dans le cas d'un matériau élastique général, où  $C_{ijkl}$  sont les composantes du module

## Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

d'élasticité avec les caractéristiques de symétrie  $C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij}$ . et  $\varepsilon_{kl}$  est le tenseur de déformation. Il convient de noter que les conditions aux limites impliquant des tractions sont basées sur le tenseur de contrainte non classique  $t_{ij}$  et non sur le tenseur de contrainte classique  $\sigma_{ij}$ . Les caractéristiques du noyau non local  $\alpha(|X'-X|)$  ont été étudiées en détail par Eringen (1983). Quand  $\alpha(|X|)$  prend la fonction de Green d'un opérateur différentiel linéaire & i.e.,

$$\& \alpha(|X'-X|) = \delta(|X'-X|) \quad (5)$$

La relation constitutive non locale (2) est réduite à l'équation différentielle

$$\& t_{ij} = \sigma_{ij} \quad (6)$$

Et l'équation différentielle integro-partielle (1) est réduite de manière correspondante à l'équation différentielle partielle

$$\sigma_{ij} + \&(f_i - \rho \ddot{u}_i) = 0 \quad (7)$$

En faisant correspondre les courbes de dispersion avec des modèles en treillis. Eringen (1983, 2002) a développé un modèle non classique avec l'opérateur différentiel linéaire & exprimé par :

$$\& = 1 - \mu^2 \nabla^2 \quad (8)$$

Où  $\mu = e_0 a$ ,  $a$  est une longueur de propriété interne (paramètre de maille, taille granulaire ou diamètres moléculaires) et  $e_0$  est une constante appropriée à chaque matériau. Selon les équations (3), (4), (6) et (8), les relations constitutives peuvent s'écrire :

$$(1 - \mu^2 \nabla^2) t_{ij} = \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (9)$$

Pour simplifier et éviter l'utilisation des relations différentielles integro-partielles, Le modèle de l'élasticité non locale, présenté par les équations (6) – (9), a été largement utilisé pour considérer divers problèmes d'élasticité linéaire et de comportement mécanique des micro-nanostructures

## Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

### a-Discussion du paramètre d'échelle non locale :

L'évaluation du paramètre non local  $e_0 = \mu/a$  dans le modèle non local n'a pas été entièrement comprise. La valeur du paramètre non local déterminée par divers chercheurs est montrée dans le tableau 1 :

Les enquêteurs	$\mu = e_0 a$	Approche
Eringen (1983)	$0.39a^*$	Appariement des courbes de dispersion par la théorie non locale de l'onde plane et du modèle Born-Karman de la dynamique du réseau à la fin de la zone de Brillouin
Eringen (1972)	$0.31a^*$	Comparaison de l'onde de surface de Rayleigh via la mécanique du continuum non local et la dynamique du réseau
Hu et al. (2008)	$0.6a^{\$}$	Comparaison de la dispersion des ondes transversales et de torsion dans les NTC via une couche élastique non locale avec dynamique moléculaire
Wang and Hu (2005)	$0.288a^{\$}$	La propagation de l'onde de flexion dans SWCNT via un modèle de faisceau non local de Timoshenko et des simulations dynamiques moléculaires
Zhang et al. (2005)	$0.82a^{\$}$	Analyse de flambage de SWCNT via la théorie de Donnell et simulations de mécanique moléculaire
Zhang et al. (2006)	$8.79a^{\$}$	Interactions élastiques entre les défauts de Stone-Wales et de divacance sur une feuille de carbone-graphène
Wang (2005)	$< 2.1 \text{ nm}$	Pour un SWCNT si la valeur de fréquence de propagation d'onde mesurée est évaluée comme étant supérieure à 10THz
Sudak (2003)	$112.7a^{\$}$	Souche de flambage critique correspondant à différents modes de flambement pour un nanotube de carbone à double paroi
Wang et al. (2008)	$0.7 \text{ nm}$	Comparaison de la rigidité dépendant de la longueur de SWCNT obtenue à partir de l'élasticité non locale avec des résultats de simulation moléculaire
Duan et al. (2007)	$0 - 19 a^{\$}$	Utilisation des résultats de la dynamique moléculaire, pour la vibration des nanotubes de carbone avec la théorie non locale du faisceau de Timoshenko
Narendar et al. (2011)	$0.3617a^{\$}$	Basé sur la mécanique des structures moléculaires, l'élasticité non locale et la propagation des ondes dans les SWCNT (pour la propagation d'ondes axiales dans les NTC de fauteuil et de zigzag)

## Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

**Tableau III.1:** Valeurs du paramètre non local disponible en version allégée.

$a^*$  : le paramètre du treillis

$a^{\$}$  : la longueur de la liaison carbone-carbone dans SWCNT ou graphène (= 1.42Å °)

Le tableau indique également l'approche utilisée par le (s) chercheur (s) pour évaluer le coefficient non local. Duan et Wang (2007) ont utilisé la valeur de  $e_0 a$  allant de 0 à 2 nm pour la flexion étudié en micro / nanoplaques circulaires. Des valeurs similaires sont utilisées par de nombreux chercheurs pour étudier les nanostructures (Reddy, 2007).

### b- Cinématique et équations constitutives:

La cinématique de la théorie proposée est écrite comme suit (Bourada et al., 2016; Hebali et al, 2016; Bellifa et al, 2017b; El-Haina et al, 2017; Menasria et al, 2017; Chikh et al, 2017):

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + k_1 f(z) \int \theta(x, y) dx \quad (10a)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + k_2 f(z) \int \theta(x, y) dy \quad (10b)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (10c)$$

où  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $w_0(x, y)$ , et  $\theta(x, y)$  sont les 4 fonctions de déplacement inconnues de la surface moyenne de la feuille de graphène. Notez que les intégrales n'ont pas de limites. Dans le modèle proposé est considéré termes avec intégrales au lieu de termes avec des dérivés.

Les constantes  $k_1$  et  $k_2$  dépend de la géométrie.

Dans cette recherche, la théorie actuelle de la plaque de déformation de cisaillement d'ordre supérieur est utilisée :

$$f(z) = z \left( \frac{5}{4} - \frac{5z^2}{3h^2} \right) \quad (11)$$

## Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

Il convient d'indiquer que contrairement à la FSDT, la théorie proposée ne nécessite pas de coefficient de correction de cisaillement. Les relations cinématiques peuvent être écrites comme suit:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

Où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \theta \\ k_2 \theta \\ k_1 \frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx + k_2 \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \int \theta dy \\ k_2 \int \theta dx \end{Bmatrix}, \quad (13a)$$

et

$$g(z) = \frac{df(z)}{dz} \quad (13b)$$

Les intégrales considérées dans les relations ci-dessus doivent être résolues par une technique de type Navier et s'écrire comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx = A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy = B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \int \theta dx = A' \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \int \theta dy = B' \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (14)$$

Où les coefficients  $A'$  et  $B'$  sont considérés en fonction du type de solution utilisée.

## Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

Dans ce cas en utilisant la méthode de Navier. Donc,  $A'$  et  $B'$  sont écrits comme suit:

$$A' = -\frac{1}{\alpha^2}, \quad B' = -\frac{1}{\beta^2}, \quad k_1 = \alpha^2, \quad k_2 = \beta^2 \quad (15)$$

Où  $\alpha$  et  $\beta$  sont définis dans l'expression (26).

### c- Equations gouvernantes :

Le principe du travail virtuel peut être utilisé pour déterminer les équations gouvernantes de et al., la feuille de graphène. En utilisant le principe des déplacements virtuels (Bouderba et al., 2013; Tounsi 2013c; Zidi et al., 2014; Ait Amar Meziane et al., 2014; Attia et al., 2015; Taibi et al., 2015; Ait Yahia et al., 2015; Mahi et al., 2015; Bouderba et al., 2016; Boukhari et al., 2016; Beldjelili et al., 2016; Saidi et al., 201; Bellifa et al., 2016; Bousahla et al., 2016; Houari et al., 2016; Zidi et al., 2017), les équations suivantes peuvent être déterminées :

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (16a)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \quad (16b)$$

$$\frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + \bar{N} - \mu \nabla^2 \bar{N} + k_w w - k_s \nabla^2 w = 0 \quad (16c)$$

$$-k_1 M_x^s - k_2 M_y^s - (k_1 A' + k_2 B') \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + k_1 A' \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + k_2 B' \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} = 0 \quad (16d)$$

Où :

$k_w$  est la rigidité de fondation de Winkler et  $k_s$  est la rigidité de la couche de cisaillement de la fondation.

Avec :

$$\bar{N} = N_x^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2 N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad (17)$$



## Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

Les résultantes de contrainte  $N$ ,  $M$  et  $S$  sont définis par :

$$(N_i, M_i^b, M_i^s) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, f) \sigma_i dz, \quad (i = x, y, xy), \quad (i = x, y, xy) \text{ and } (S_{xz}^s, S_{yz}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} g(\tau_{xz}, \tau_{yz}) dz \quad (18)$$

### d- Résultats de contrainte non-local :

L'analyse est basée sur le fait que les modules d'élasticité d'une feuille de graphène dans deux orientations perpendiculaires sont différents, donc la plaque est considérée comme anisotrope. Dans la présente étude, nous insistons beaucoup sur l'orthotropie des plaques car les plaques à l'échelle nanométrique telles que les feuilles de graphène sont censées contenir des propriétés orthotropes (Reddy et al., 2006). Les constantes élastiques calculées de la feuille de graphène se conforment à la réponse du matériau orthotrope (Reddy et al., 2006). Les équations constitutives non locales d'une feuille de graphène anisotrope peuvent être exprimées.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} - \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Où :

les coefficients de rigidité,  $C_{ij}$ , peut être défini par :

$$C_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{12} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{66} = G_{12}, \quad C_{44} = G_{23}, \quad C_{55} = G_{13}, \quad (20)$$

Avec,  $E_1$ ,  $E_2$  sont les modules de Young,  $G_{12}$ ,  $G_{23}$ ,  $G_{13}$  sont les modules de cisaillement, et  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  sont Les coefficients de Poisson. Pour la plaque isotrope, ces propriétés de matériau ci-dessus réduisent à,  $E_1 = E_2 = E$ ,  $G_{12} = G_{23} = G_{13} = G$ ,  $\nu_{12} = \nu_{21} = \nu$ . Les indices 1, 2, 3 correspondre à  $x$ ,  $y$ ,  $z$  directions du système de coordonnées cartésiennes, respectivement. En substituant Eq. (12) à Eq. (19) et les résultats suivants en Eq. (18), les résultantes de

contrainte sont obtenues comme :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x^b \\ M_y^b \\ M_{xy}^b \\ M_x^s \\ M_y^s \\ M_{xy}^s \end{Bmatrix} - \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x^b \\ M_y^b \\ M_{xy}^b \\ M_x^s \\ M_y^s \\ M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & B_{66}^s \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & D_{66}^s \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 & H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 & H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s & 0 & 0 & D_{66}^s & 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \\ k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} \quad (21a)$$

$$\begin{Bmatrix} S_{xz}^s \\ S_{yz}^s \end{Bmatrix} - \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \begin{Bmatrix} S_{xz}^s \\ S_{yz}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{55}^s & 0 \\ 0 & A_{44}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad (21b)$$

Et les composants de rigidité sont donnés comme :

$$\{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, B_{ij}^s, D_{ij}^s, H_{ij}^s\} = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} \{1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)\} dz, \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (22a)$$

$$A_{ij}^s = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} [g(z)]^2 dz, \quad i, j = 4, 5 \quad (22b)$$

### e- Les équations en termes de déplacements :

Les équations gouvernantes non locales du présent modèle peuvent être données en termes de déplacements ( $w_0$ ,  $\theta$ ) en remplaçant les résultats de contrainte dans Eq. (21) dans Eq. (16) comme :

$$A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} = 0, \quad (23a)$$

$$A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} = 0, \quad (23b)$$

$$\begin{aligned}
 & -D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} + (D_{11}^s k_1 + D_{12}^s k_2) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \\
 & + 2(D_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial y^2} + (D_{12}^s k_1 + D_{22}^s k_2) \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + (1 - \mu \nabla^2) (N_x^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}) \quad (23c) \\
 & + (1 - \mu \nabla^2) (K_w w_0 - K_s \nabla^2 w_0) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (D_{11}^s k_1 + D_{12}^s k_2) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2(D_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + (D_{12}^s k_1 + D_{22}^s k_2) \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - H_{11}^s k_1^2 \theta - H_{22}^s k_2^2 \theta \\
 & - 2H_{12}^s k_1 k_2 \theta - ((k_1 A' + k_2 B')^2 H_{66}^s) \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial y^2} + A_{44}^s (k_2 B')^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + A_{55}^s (k_1 A')^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 \quad (23d)
 \end{aligned}$$

Il est observé à partir de Eq. (23) que les déplacements dans le plan  $(u_0, v_0)$  sont découplés des déplacements transversaux  $(w_0$  et  $\theta)$ . Ainsi, les équations de mouvement pour la réponse transversale de la plaque sont réduites à Eqs.(23c)-(23d).

Nous considérons les relations suivantes pour la présente étude de compression :

$$N_x^0 = N^0, N_y^0 = \xi N^0, N_{xy}^0 = 0 \quad (24)$$

Ici, le terme  $\xi$  dénote le taux de compression :  $\xi = N_y^0 / N_x^0$

## **Références :**

- Abualnour, M., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R. (2018), "A novel quasi-3D trigonometric plate theory for free vibration analysis of advanced composite plates", *Composite Structures*, 184, 688–697.
- Ahouel, M., Houari, M.S.A., AddaBedia, E.A., Tounsi, A. (2016) "Size-dependent mechanical behavior of functionally graded trigonometric shear deformable nanobeams including neutral surface position concept", *Steel and Composite Structures*, 20(5), 963-981.
- Ait Amar Meziane, M., Abdelaziz, H.H., Tounsi, A. (2014), "An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 16(3), 293–318.
- Akbaş, Ş.D. (2016a), "Wave propagation of a functionally graded beam in thermal environments", *International Journal of Engineering & Applied Sciences*, 8(2), 30-39.
- Akbaş, Ş.D. (2016b), "Forced vibration analysis of viscoelastic nanobeams embedded in an elastic medium", *Smart Structures & Systems*, 18(6), 1125-1143.
- Asemi, S.R., Farajpour, A., Borghei, M., Hassani, A.H. (2014) "Thermal effects on the stability of circular graphene sheets via nonlocal continuum mechanics", *Lat Am J Solids Struct*, 11, 704-724.
- Attia, A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R. (2015), "Free vibration analysis of functionally graded plates with temperature-dependent properties using various four variable refined plate theories", *Steel and Composite Structures*, 18(1), 187-212.
- Ait Yahia, S., Ait Atmane, H., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2015), "Wave propagation in functionally graded plates with porosities using various higher-order shear deformation plate theories", *Struct. Eng. Mech., Int. J.*, 53(6), 1143-1165.
- Barati, M.R., Shahverdi, H. (2016), "A four-variable plate theory for thermal vibration of embedded FG nanoplates under non-uniform temperature distributions with different boundary conditions", *Structural Engineering and Mechanics*, 60(4), 707-727.
- Belabed, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. and Anwar Bég, O. (2014), "An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates", *Compos. Part B*, 60, 274-283.

- Beldjelili, Y., Tounsi, A., & Mahmoud, S.R. (2016), "Hygro-thermo-mechanical bending of S-FGM plates resting on variable elastic foundations using a four-variable trigonometric plate theory", *Smart Structures and Systems*, 18(4), 755-786.
- Belkorissat, I., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R. (2015), "On vibration properties of functionally graded nano-plate using a new nonlocal refined four variable model" *Steel and Composite Structures*, **18(4)**, 1063-1081.
- Bellifa, H., Benrahou, K.H., Hadji, L., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2016), "Bending and free vibration analysis of functionally graded plates using a simple shear deformation theory and the concept the neutral surface position", *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, 38(1), 265-275.
- Bellifa, H., Benrahou, K.H., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017a), "A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for nonlinear postbuckling of nanobeams", *Structural Engineering and Mechanics*, 62(6), 695 - 702.
- Bellifa, H., Bakora, A., Tounsi, A., Bousahla, A.A. and Mahmoud, S.R. (2017b), "An efficient and simple four variable refined plate theory for buckling analysis of functionally graded plates", *Steel Compos. Struct.*, **25(3)**, 257-270.
- Benadouda, M., Ait Atmane, H., Tounsi, A., Bernard, F., Mahmoud, S.R. (2017), "An efficient shear deformation theory for wave propagation in functionally graded material beams with porosities", *Earthquakes and Structures*, 13(3), 255-265.
- Benahmed, A., Houari, M.S.A., Benyoucef, S., Belakhdar, K., Tounsi, A. (2017), "A novel quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for functionally graded thick rectangular plates on elastic foundation", *Geomechanics and Engineering*, 12(1), 9-34.
- Benbakhti, A., Bachir Bouiadjra, M., Retiel, N., Tounsi, A. (2016), "A new five unknown quasi-3D type HSDT for thermomechanical bending analysis of FGM sandwich plates", *Steel and Composite Structures*, 22(5), 975 – 999.
- Benchohra, M., Driz, H., Bakora, A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R. (2018), "A new quasi-3D sinusoidal shear deformation theory for functionally graded plates", *Struct. Eng. Mech.*, (In press).
- Benguediab, S., Tounsi, A., Zidour, M., Semmah, A. (2014), "Chirality and scale effects on mechanical buckling properties of zigzag double-walled carbon nanotubes", *Composites Part B*, **57**, 21 – 24.

### Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

- Bennoun, M., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2016), "A novel five variable refined plate theory for vibration analysis of functionally graded sandwich plates", *Mech. Adv. Mater.Struct.*, 23(4), 423-431
- Bessaim, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Adda Bedia, E.A. (2013), "A new higher order shear and normal deformation theory for the static and free vibration analysis of sandwich plates with functionally graded isotropic face sheets", *J. Sandw. Struct.Mater.*, 15, 671-703.
- Besseghier, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017), "Free vibration analysis of embedded nanosize FG plates using a new nonlocal trigonometric shear deformation theory", *Smart Struct. Syst., Int. J.*, 19(6), 601 - 614.
- Benzair, A., Tounsi, A., Besseghier, A., Heireche, H., Moulay, N., Boumia, L. (2008), "The thermal effect on vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory", *Journal of Physics D: Applied Physics*, **41**, 225404.
- Berrabah, H.M., Tounsi, A., Semmah, A., Adda Bedia, E.A. (2013), "Comparison of various refined nonlocal beam theories for bending, vibration and buckling analysis of nanobeams", *Structural Engineering and Mechanics*, **48(3)**, 351 – 365.
- Bouafia, K., Kaci, A., Houari, M.S.A., Benzair, A., Tounsi, A. (2017), "A nonlocal quasi-3D theory for bending and free flexural vibration behaviors of functionally graded nanobeams", *Smart Structures and Systems*, 19(2), 115-126.
- Bouderba, B., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2013), "Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 14(1), 85-104.
- Bouderba, B., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. and Mahmoud, S.R. (2016), "Thermal stability of functionally graded sandwich plates using a simple shear deformation theory", *Struct. Eng. Mech.*, 58(3), 397-422.
- Boukhari, A., Ait Atmane, H., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. and Mahmoud, S.R. (2016), "An efficient shear deformation theory for wave propagation of functionally graded material plates", *Struct. Eng. Mech.*, 57(5), 837-859.
- Boumia, L., Zidour, M., Benzair, A., Tounsi, A. (2014), "A Timoshenko beam model for vibration analysis of chiral single-walled carbon nanotubes", *Physica E*, **59**, 186–191.

### Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

- Bounouara, F., Benrahou, K.H., Belkorissat, I. and Tounsi, A. (2016), "A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded nanoscale plates resting on elastic foundation", *Steel Compos. Struct.*, **20**(2), 227-249.
- Bourada, M., Kaci, A., Houari, M.S.A. and Tounsi, A. (2015), "A new simple shear and normal deformations theory for functionally graded beams", *Steel and Composite Structures*, **18**(2), 409-423.
- Bourada, F., Amara, K., Tounsi, A. (2016), "Buckling analysis of isotropic and orthotropic plates using a novel four variable refined plate theory", *Steel and Composite Structures*, **21**(6), 1287-1306.
- Bousahla, A.A., Benyoucef, S., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2016), "On thermal stability of plates with functionally graded coefficient of thermal expansion", *Structural Engineering and Mechanics*, **60**(2), 313-335.
- Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. and Adda Bedia, E.A. (2014), "A novel higher order shear and normal deformation theory based on neutral surface position for bending analysis of advanced composite plates", *Int. J. Comput. Meth.*, **11**(6), 1350082.
- Chen, Y., Lee, J.D., Eskandarian, A. (2004), "Atomistic viewpoint of the applicability of microcontinuum theories", *Int. J. Solids Struct.*, **41**, 2085–2097.
- Chikh, A., Tounsi, A., Hebali, H., Mahmoud, S.R. (2017), "Thermal buckling analysis of cross-ply laminated plates using a simplified HSDT", *Smart Structures Systems*, **19**(3), 289-297.
- Draiche, K., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2016), "A refined theory with stretching effect for the flexure analysis of laminated composite plates", *Geomechanics and Engineering*, **11**(5), 671-690.
- Duan, W.H., Wang, C.M. (2007), "Exact solutions for axisymmetric bending of micro/nanoscale circular plates based on nonlocal plate theory", *Nanotechnology*, **18**, 385704.
- Duan, W.H., Wang, C.M., Zhang, Y.Y. (2007), "Calibration of nonlocal scaling effect parameter for free vibration of carbon nanotubes by molecular dynamics", *J. Appl. Phys.*, **101**, 024305.
- Ebrahimi, F., Barati, M.R. (2017), "Buckling analysis of nonlocal third-order shear deformable functionally graded piezoelectric nanobeams embedded in elastic medium", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **39**, 937-952.

### Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

- El-Haina, F., Bakora, A., Bousahla, A.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017), "A simple analytical approach for thermal buckling of thick functionally graded sandwich plates", *Struct. Eng. Mech.*, 63(5), 585-595.
- Fekrar, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2014), "A new five-unknown refined theory based on neutral surface position for bending analysis of exponential graded plates", *Meccanica*, 49, 795-810.
- Eringen, A.C. (1983), "On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves", *J. Appl. Phys.*, **54**, 4703–4710.
- Eringen, A.C. (2002), "Nonlocal continuum field theories", Springer, New York, NY.
- Eringen, A.C., Edelen, D.G.B. (1972), "On non-local elasticity", *Int. J. Eng. Sci.*, **10**, 233.
- Eringen, A.C. (1972), "Linear theory of non-local elasticity and dispersion of plane waves", *Int. J. Eng. Sci.*, **10**, 425.
- Eringen, A.C. (1996), "Non-local polar field models", Academic, New York.
- Farajpour, A., Shahidi, A.R., Mohammadi, M., Mahzoon, M. (2012), "Buckling of orthotropic micro/nanoscale plates under linearly varying in-plane load via nonlocal continuum mechanics", *Compos Struct*, **94**, 1605-1615.
- Geim, A.K., Novoselov, K.S. (2007), "The rise of graphene", *Nat. Mater.*, **6**, 183.
- Ghorbanpour Arani, A., Cheraghbak, A., Kolahchi, R. (2016), "Dynamic buckling of FGM viscoelastic nano-plates resting on orthotropic elastic medium based on sinusoidal shear deformation theory", *Structural Engineering and Mechanics*, **60**(3), 489 - 505.
- Gomez-Navarro, C., Weitz, R.T., Bittner, A.M., Scolari, M., Mews, A., Burghard, M., Kern, K. (2007), "Electronic transport properties of individual chemically reduced graphene oxide sheets", *Nano Lett.*, **7**, 3499.
- Hamidi, A., Houari, M.S.A., Mahmoud, S.R. and Tounsi, A. (2015), "A sinusoidal plate theory with 5-unknowns and stretching effect for thermomechanical bending of functionally graded sandwich plates", *Steel Compos. Struct., Int. J.*, 18(1), 235-253.
- Hanifi Hachemi Amar, L., Kaci, A., Tounsi, A. (2017), "On the size-dependent behavior of functionally graded micro-beams with porosities", *Structural Engineering and Mechanics*, 64(5), 527-541.



- Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A. and Adda Bedia, E.A. (2014), "A new quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates", *ASCE J. Eng. Mech.*, 140(2), 374-383.
- Hebali, H., Bakora, A., Tounsi, A., Kaci, A. (2016), "A novel four variable refined plate theory for bending, buckling, and vibration of functionally graded plates", *Steel and Composite Structures*, 22(3), 473-495.
- Houari, M.S.A., Tounsi, A., Bessaim, A., Mahmoud, S.R. (2016), "A new simple three-unknown sinusoidal shear deformation theory for functionally graded plates", *Steel and Composite Structures*, 22(2), 257 – 276.
- Hu, Y.G., Liew, K.M., Wang, Q., He, X.Q., Yakobson, B.I. (2008), "Nonlocal shell model for elastic wave propagation in single and double-walled carbon nanotubes", *J. Mech. Phys. Solids*, **56**(12), 3475.
- Karami, B, Shahsavari, D., Li, L. (2017), "Temperature-dependent flexural wave propagation in nanoplate-type porous heterogeneous material subjected to in-plane magnetic field", *Journal of Thermal Stresses*, 1-17. DOI: 10.1080/01495739.2017.1393781.
- Khetir, H., Bachir Bouiadjra, M., Houari, M.S.A., Tounsi, A., S.R. Mahmoud, (2017), "A new nonlocal trigonometric shear deformation theory for thermal buckling analysis of embedded nanosize FG plates", *Struct. Eng. Mech.*, 64(4), 391-402.
- Kolahchi, R., Bidgoli, A.M.M., Heydari, M.M. (2015), "Size-dependent bending analysis of FGM nano-sinusoidal plates resting on orthotropic elastic medium", *Structural Engineering and Mechanics*, **55**(5), 1001 - 1014.
- Larbi Chaht, F., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Anwar Bég, O., Mahmoud, S.R. (2015), "Bending and buckling analyses of functionally graded material (FGM) size-dependent nanoscale beams including the thickness stretching effect" *Steel and Composite Structures*, **18**(2), 425 – 442.
- Li, X.L., Wang, X.R., Zhang, L., Lee, S.W., Dai, H.J. (2008), "Chemically derived, ultrasmooth graphene nanoribbon semiconductors", *Science*, **319**, 1229.
- Lu, P., Lee, H.P., Lu, C., Zhang, P.Q. (2006), "Dynamic properties of flexural beams using a non-local elasticity model", *J. Appl. Phys.*, **99**, 073510.

### Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

- Mahi, A., Adda Bedia, E.A. and Tounsi, A. (2015), "A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates", *Appl. Math. Modelling*, 39(9), 2489-2508.
- Malekzadeh, P., Setoodeh, A.R., Alibeygi Beni, A. (2011), "Small scale effect on the thermal buckling of orthotropic arbitrary straight-sided quadrilateral nanoplates embedded in an elastic medium", *Compos Struct*, **93**, 2083–2089.
- Menasria, A., Bouhadra, A., Tounsi, A., Bousahla, A.A., Mahmoud, S.R. (2017), "A new and simple HSDT for thermal stability analysis of FG sandwich plates", *Steel and Composite Structures*, 25(2), 157-175.
- Mouffoki, A., AddaBedia, E.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2017), "Vibration analysis of nonlocal advanced nanobeams in hygro-thermal environment using a new two-unknown trigonometric shear deformation beam theory", *Smart Structures Systems*, 20(3), 369-383.
- Nami, M.R., Janghorban, M., Damadam, M. (2015), "Thermal buckling analysis of functionally graded rectangular nanoplates based on nonlocal third-order shear deformation theory", *Aerospace Science and Technology*, 41, 7-15.
- Narendar, S., Roy Mahapatra, D., Gopalakrishnan, S. (2011), "Prediction of nonlocal scaling parameter for armchair and zigzag single-walled carbon nanotubes based on molecular structural mechanics, nonlocal elasticity and wave propagation", *Int. J. Eng. Sci.*, **49**, 509–522.
- Novoselov, K.S., Geim, A.K., Morozov, S.V., Jiang, D., Zhang, Y., Dubonos, S.V., Grigorieva, I.V., Firsov, A.A. (2004), "Electric field effect in atomically thin carbon films", *Science*, **306**, 666.
- Obraztsov, A.N., Obraztsova, E.A., Tyurnina, A.V., Zolotukhin, A.A. (2007), "Chemical vapor deposition of thin graphite films of nanometer thickness", *Carbon*, **45**, 2017.
- Ohta, T., Bostwick, A., Seyller, T., Horn, K., Rotenberg, E. (2006), "Controlling the electronic structure of bilayer graphene", *Science*, **313**, 951.
- Oshima, C., Nagashima, A. (1997), "Ultra-thin epitaxial films of graphite and hexagonal boron nitride on solid surfaces", *J. Phys. Condens. Matter*, **9**, 1.
- Peddieon, J., Buchanan, G.R., McNitt, R.P. (2003), "Application of nonlocal continuum models to nanotechnology", *Int. J. Eng. Sci.*, **41**, 305.

- Pradhan, S. C. and Murmu, T. (2009), "Small scale effect on the buckling of single-layered graphene sheets under biaxial compression via nonlocal continuum mechanics," *Computational Materials Science*, **47(1)**, 268 – 274.
- Pradhan, S.C., Murmu, T. (2010), "Small scale effect on the buckling analysis of single-layered graphene sheet embedded in an elastic medium based on nonlocal plate theory", *Physica E*, **42**, 1293-1301.
- Reddy, J.N. (2007), "Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams", *Int. J. Eng. Sci.*, **45**, 288.
- Reddy, C.D., Rajendran, S., Liew, K.M. (2006), "Equilibrium configuration and elastic properties of finite graphene", *Nanotechnology*, **17**, 864–870.
- Saidi, H., Tounsi, A., Bousahla, A.A. (2016), "A simple hyperbolic shear deformation theory for vibration analysis of thick functionally graded rectangular plates resting on elastic foundations", *Geomechanics and Engineering*, 11(2), 289-307.
- Sobhy, M. (2014a), "Natural frequency and buckling of orthotropic nanoplates resting on two-parameter elastic foundations with various boundary conditions", *Journal of Mechanics*, **30(5)**, 443 – 453.
- Sobhy, M. (2014b), "Generalized two-variable plate theory for multi-layered graphene sheets with arbitrary boundary conditions," *Acta Mechanica*, **225(9)**, 2521 – 2538.
- Soldano, C., Mahmood, A., Dujardin, E. (2010), " Production, properties and potential of graphene", *Carbon* **48(8)**, 2127 - 2150.
- Sudak, L.J. (2003), "Column buckling of multiwalled carbon nanotubes using nonlocal continuum mechanics", *J. Appl. Phys.*, **94**, 7281.
- Taibi, F.Z., Benyoucef, S., Tounsi, A., Bachir Bouiadjra, R., Adda Bedia, E.A., Mahmoud, S.R. (2015), "A simple shear deformation theory for thermo-mechanical behaviour of functionally graded sandwich plates on elastic foundations", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 17(2), 99 - 129.
- Tounsi, A, Benguediab, S., Adda Bedia, E.A., Semmah, A., Zidour, M. (2013a), "Nonlocal effects on thermal buckling properties of double-walled carbon nanotubes", *Advances in Nano Research*, **1(1)**, 1 – 11.

### Chapitre III : étude du comportement physique des plaques orthotropes en utilisant la théorie d'élasticité non local.

---

- Tounsi, A., Semmah, A., Bousahla, A.A. (2013b), "Thermal buckling behavior of nanobeam using an efficient higher-order nonlocal beam theory", *Journal of Nanomechanics and Micromechanics (ASCE)*, **3**, 37 – 42.
- Tounsi, A., Houari, M.S.A., Benyoucef, S. and Adda Bedia, E.A. (2013c), "A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates", *Aerosp. Sci. Technol.*, **24**(1), 209-220.
- Viet, N.V., Wang, Q., Kuo, W.S. (2017), "A studying on load transfer in carbon nanotube/epoxy composites under tension", *Journal of Modeling in Mechanics and Materials*, **1**(1), 20160153.
- Wang, L.F., Hu, H.Y. (2005), "Flexural wave propagation in single-walled carbon nanotubes", *Phys. Rev. B*, **71**, 195412.
- Wang, Q. (2005), "Wave propagation in carbon nanotubes via nonlocal continuum mechanics", *J. Appl. Phys.*, **98**, 124301.
- Wang, Q., Han, Q.K., Wen, B.C. (2008), "Estimate of material property of carbon nanotubes via nonlocal elasticity", *Adv. Theor. Appl. Mech.*, **1**(1), 1–10.
- Zemri, A., Houari, M.S.A., Bousahla, A.A., Tounsi, A. (2015), "A mechanical response of functionally graded nanoscale beam: an assessment of a refined nonlocal shear deformation theory beam theory", *Structural Engineering and Mechanics*, **54**(4), 693-710.
- Zhang, Y.Q., Liu, G.R., Xie, X.Y. (2005), "Free transverse vibration of double-walled carbon nanotubes using a theory of nonlocal elasticity", *Phys. Rev. B*, **71**, 195404.
- Zhang, X., Jiao, K., Sharma, P., Yakobson, B.I. (2006), "An atomistic and non-classical continuum field theoretic perspective of elastic interactions between defects (force dipoles) of various symmetries and application to graphene", *J. Mech. Phys. Solids*, **54**, 2304.
- Zhang, Y, Lei, Z.X., Zhang, L.W., Liew, K.M., Yu, J.L. (2015a), " Nonlocal continuum model for vibration of single-layered graphene sheets based on the element-free kp-Ritz method", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **56**, 90-97.
- Zhang, Y, Zhang, L.W., Liew, K.M., Yu, J.L. (2015b), "Transient analysis of single-layered graphene sheet using the kp-Ritz method and nonlocal elasticity theory", *Applied Mathematics and Computation*, **258**, 489-501.
- Zhang, Y, Zhang, L.W., Liew, K.M., Yu, J.L. (2016a), "Free vibration analysis of bilayer graphene sheets subjected to in-plane magnetic fields", *Composite Structures*, **114**, 86-95.

- Zhang, Y, Zhang, L.W., Liew, K.M., Yu, J.L. (2016b), "Nonlocal continuum model for large deformation analysis of SLGSs using the kp-Ritz element-free method", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 79, 1-9.
- Zhang, L.W., Zhang, Y, Liew, K.M. (2017a), "Modeling of nonlinear vibration of graphene sheets using a meshfree method based on nonlocal elasticity theory", *Applied Mathematical Modelling*, 49, 691-704.
- Zhang, L.W., Zhang, Y, Liew, K.M. (2017b), "Vibration analysis of quadrilateral graphene sheets subjected to an in-plane magnetic field based on nonlocal elasticity theory", *Composites Part B: Engineering*, 118, 96-103.
- Zidi, M., Tounsi, A., Houari M.S.A., Adda Bedia, E.A. and Anwar Bég, O. (2014), "Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory", *Aerosp. Sci. Technol.*, 34, 24-34.
- Zidi, M., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Bessaim, A., Mahmoud, S.R. (2017), "A novel simple two-unknown hyperbolic shear deformation theory for functionally graded beams", *Struct. Eng. Mech.*, 64(2), 145-153.

## I- Solutions analytiques :

Un nanoplaque orthotrope rectangulaire simplement soutenu avec la longueur et la largeur est considéré ici. Basé sur la méthode de Navier, les extensions suivantes de déplacements généralisés sont choisies pour satisfaire automatiquement les conditions aux limites simplement supportées :

$$\begin{Bmatrix} w_0 \\ \theta \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} W_{mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \\ X_{mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \end{Bmatrix} \quad (25)$$

Tel que  $W_{mn}$  et  $X_{mn}$  sont des coefficients arbitraires à déterminer.

Avec :

$$\alpha = m\pi/a \text{ et } \beta = n\pi/b \quad (26)$$

En substituant l'équation (25) dans les équations (23), on obtient :

$$[K]\{\Delta\} = \{0\} \quad (27)$$

Où :  $\{\Delta\}$  dénote les colonnes.

$$\{\Delta\} = \{W_{mn}, X_{mn}\}^T \quad (28)$$

Les éléments  $K_{ij}$  de la matrice symétrique  $[K]$ , pour les théories de la plaque de déformation de cisaillement, sont donnés par :

$$\begin{aligned} K_{33} &= -(D_{11}\alpha^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha^2\beta^2 + D_{22}\beta^4) - k_w(1 + \mu)(\alpha^2 + \beta^2) \\ &\quad - k_s((\alpha^2 + \beta^2) + \mu(\alpha^2 + \beta^2)^2) - N_0((\alpha^2 + \xi\beta^2) + \mu(\alpha^4 + (1 + \xi)\alpha^2\beta^2 + \xi\beta^4)) \\ K_{12} &= -k_1(D_{11}^s\alpha^2 + D_{12}^s\beta^2) + 2(k_1A' + k_2B')D_{66}^s\alpha^2\beta^2 - k_2(D_{22}^s\beta^2 + D_{12}^s\alpha^2) \\ K_{22} &= -H_{11}^s k_1^2 - 2H_{12}^s k_1 k_2 - H_{22}^s k_2^2 - (k_1A' + k_2B')^2 H_{66}^s \alpha^2 \beta^2 - (k_1A')^2 A_{55}^s \alpha^2 - (k_2B')^2 A_{44}^s \beta^2 \end{aligned} \quad (29)$$

## II- Résultats numériques:

Les résultats numériques des charges de flambement des SLGS orthotropes reposant sur les fondations élastiques de Pasternak sont présentés et discutés dans cette section en utilisant la théorie proposée. Les caractéristiques des matériaux isotropes et orthotropes sont illustrées dans ce travail. Pour le problème de stabilité, le SLGS est soumis à des charges dans le plan de compression égales dans les directions x et y ( $\xi=1$ ). Les caractéristiques du matériau orthotrope sont considérées comme (Sobhy, 2014b).

$$\frac{E_1}{E_2} = 10, \quad \frac{G_{12}}{E_2} = 0.6, \quad \frac{G_{13}}{E_2} = 0.5, \quad G_{23} = G_{13}, \quad \nu_{23} = 0.3 \quad (30)$$

De nombreux exemples ont été résolus analytiquement en employant les données fixes suivantes (sauf indication contraire)  $a/h=10$ ,  $b/a=1$ ,  $m=n=1$ ,  $K_w = K_s = 100$ . Les quantités non dimensionnelles utilisées sont :

$$N_{cr} = \frac{N^0 a^2}{D \pi^2}, \quad K_w = \frac{k_w a^4}{D}, \quad K_s = \frac{k_s a^2}{D}, \quad D = \frac{h^3 E_2}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})} \quad (31)$$

Les tableaux : IV-1 et IV-2 expliquent la charge critique de flambage  $N_{cr}$  des SLGS isotropes et orthotropes avec ou sans fondations élastiques pour différentes valeurs de paramètres non locaux  $\mu$  et le côté à l'épaisseur  $a/h$ . Les résultats calculés sont comparés à ceux rapportés par Sobhy (2014a). Il convient de noter que lorsque  $\mu=0$ , nous déterminons la fréquence naturelle comme celle du modèle d'élasticité non locale. La charge de flambage critique du modèle de continuum local est plus élevée que celle du modèle non local. A partir des tableaux 2 et 3, on peut voir qu'il existe un excellent accord entre les résultats de cette méthode impliquant seulement deux inconnues et ceux de la théorie de la plaque de déformation de cisaillement sinusoïdale (SSDT) de Sobhy (2014a).

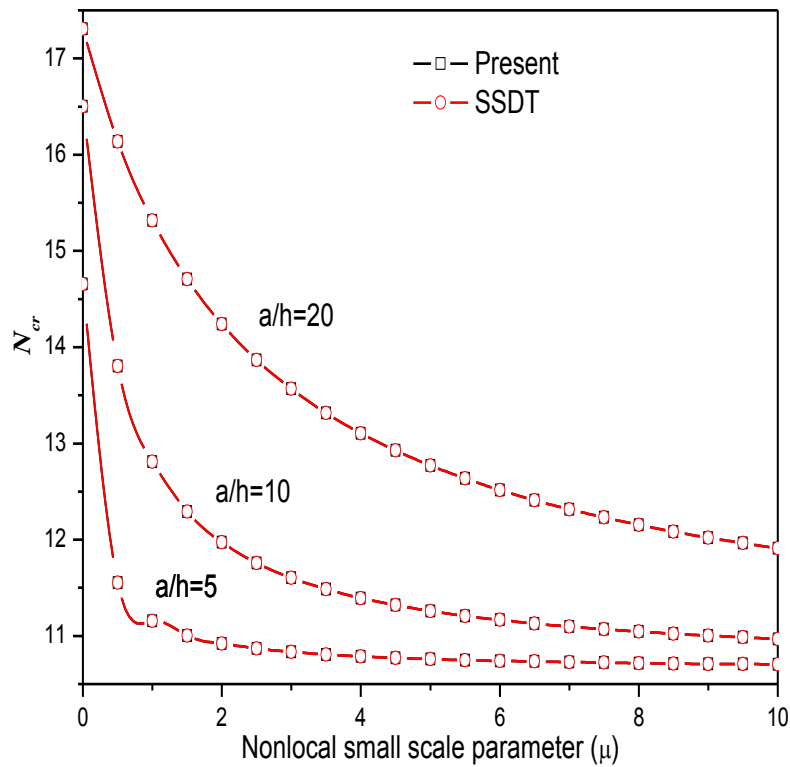
$\mu$	Théorie	$(K_w = 0, K_s = 0)$				$(K_w = 100, K_s = 100)$			
		$a/h = 5$	10	20	30	$a/h = 5$	10	20	30
0	Sobhy (2014a)	1.63329	1.89346	1.97224	1.98756	12.27871	12.53887	12.61766	12.63298
	<b>Présent</b>	1.63267	1.89329	1.97220	1.98755	12.27809	12.53871	12.61762	12.63296
1	Sobhy (2014a)	0.20858	0.69932	1.38220	1.67061	10.85401	11.34474	12.02762	12.31602
	<b>Présent</b>	0.208510	0.69927	1.38217	1.67059	10.85393	11.34468	12.02759	12.31601
2	Sobhy (2014a)	0.11140	0.42886	1.06391	1.44083	10.75683	11.07428	11.70932	12.08625
	<b>Présent</b>	0.1114	0.42882	1.06388	1.44082	10.75678	11.07424	11.70930	12.08624
3	Sobhy (2014a)	0.07600	0.30925	0.86476	1.26662	10.72142	10.95467	11.51018	11.91204
	<b>Présent</b>	0.07597	0.30923	0.86475	1.26661	10.72139	10.95465	11.51017	11.91203
4	Sobhy (2014a)	0.05767	0.24181	0.72842	1.13000	10.70309	10.88723	11.37384	11.77542
	<b>Présent</b>	0.05765	0.24179	0.72841	1.12999	10.70307	10.88721	11.37383	11.77541

**Tableau IV. 1:** La Charge critique de flambage  $N_{cr}$  de feuilles isotropes de graphène monocouches avec ou sans fondations élastiques pour différentes valeurs de paramètres non locaux  $\mu$ .

$\mu$	Théorie	$(K_w = 0, K_s = 0)$				$(K_w = 100, K_s = 100)$			
		$a/h = 5$	10	20	30	$a/h = 5$	10	20	30
0	Sobhy (2014a)	4.01159	5.85591	6.66298	6.84003	14.65701	16.50133	17.30840	17.48544
	<b>Présent</b>	4.00553	5.85401	6.66249	6.83981	14.65094	16.49943	17.30791	17.48522
1	Sobhy (2014a)	0.51232	2.16281	4.66960	5.74924	11.15774	12.80823	15.31502	16.39466
	<b>Présent</b>	0.51155	2.16211	4.66925	5.74905	11.15697	12.80753	15.31467	16.39447
2	Sobhy (2014a)	0.27363	1.32634	3.59428	4.95850	10.91905	11.97176	14.23970	15.60392
	<b>Présent</b>	0.27322	1.32591	3.59402	4.95834	10.91864	11.97133	14.23944	15.60376
3	Sobhy (2014a)	0.18667	0.95643	2.92152	4.35898	10.83209	11.60185	13.56694	15.00439
	<b>Présent</b>	0.18639	0.95613	2.92130	4.35884	10.83180	11.60154	13.56672	15.00425
4	Sobhy (2014a)	0.14165	0.74786	2.46090	3.88879	10.78707	11.39328	13.10631	14.53421
	<b>Présent</b>	0.14144	0.74762	2.46071	3.88866	10.78685	11.39304	13.10613	14.53408

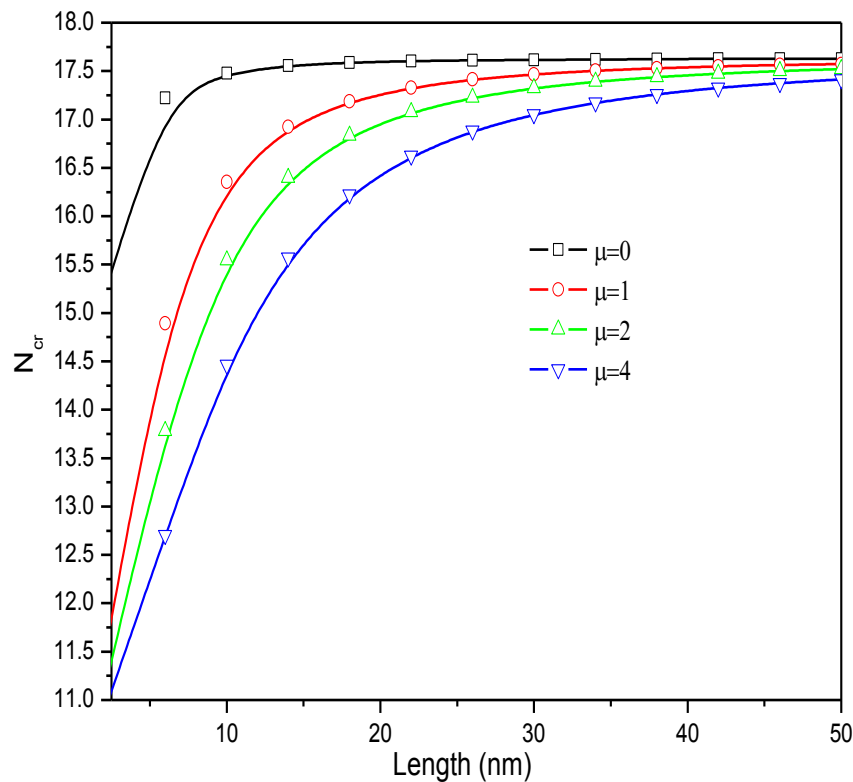
**Tableau IV.2:** La Charge critique de flambage  $N_{cr}$  du graphène simple-posé orthotropic couvre avec ou sans les bases élastiques pour différentes valeurs de paramètre nonlocal  $\mu$ .





**Figure IV-1:** Une comparaison de la charge de flambage non-dimensionnelle pour un carré orthotrope SLGS ( $K_w = 100$  et  $K_s = 100$ ).

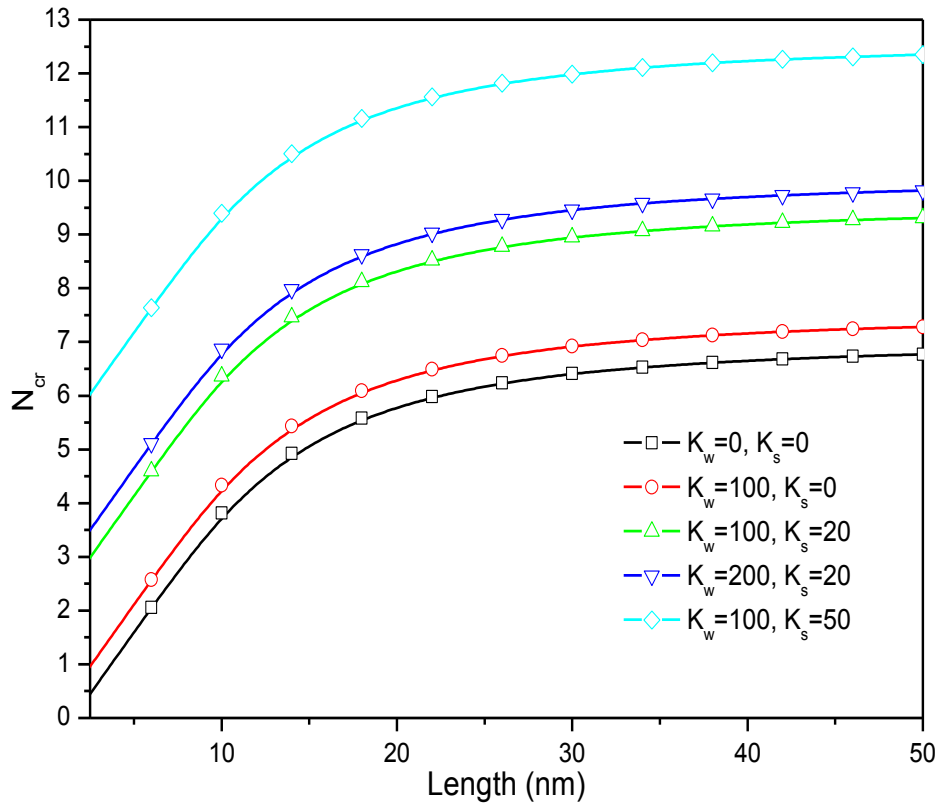
La figure 1 illustre les effets à petite échelle sur la charge de flambage non dimensionnelle pour les SLGS à petite échelle bi-axialement comprimées. Les résultats sont comparés avec ceux générés en utilisant le SSDT proposé par Sobhy (2014a) et ceci pour différentes valeurs du rapport d'épaisseur  $a/h$ . On peut voir que les deux théories donnent les mêmes résultats. Cependant, il est à noter que la théorie actuelle implique seulement deux équations gouvernantes, contrairement à la SSDT de Sobhy (2014a) où trois équations sont nécessaires. On peut également voir que lorsque le paramètre d'échelle non locale augmente, la charge de flambage diminue.



**Figure IV- 2:** Variation de la charge de flambage critique non dimensionnelle par rapport à la longueur de la SLGS orthotrope ( $K_w = 100$  and  $K_s = 100$ ).

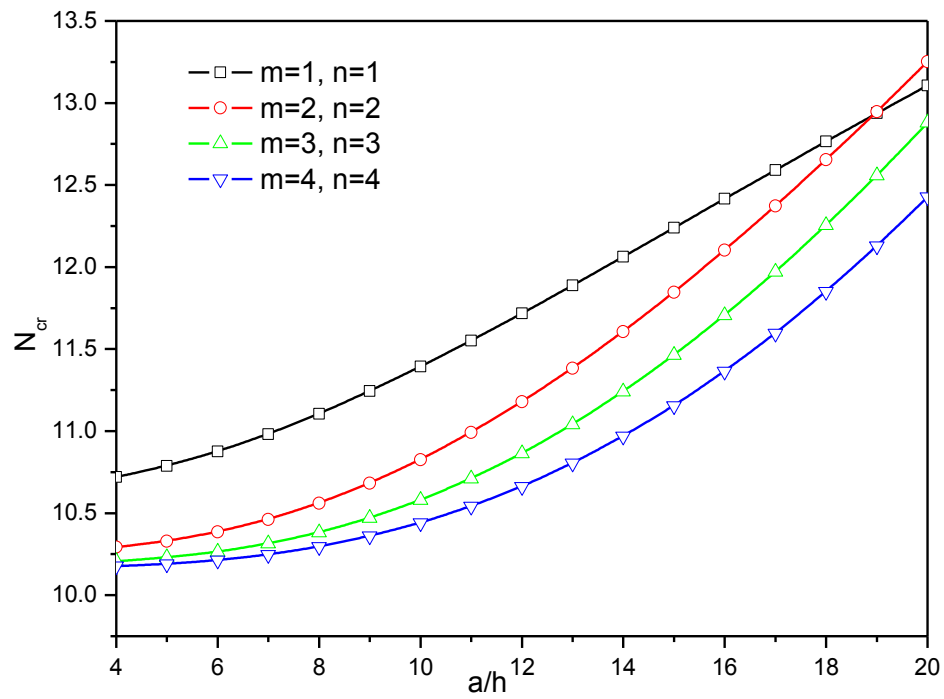
La figure 2 présente la variation de la charge de flambage non dimensionnelle par rapport à la longueur de la SLGS orthotropique pour différents paramètres non locaux. On peut voir que le paramètre de charge de flambage augmente pour toutes les valeurs de paramètre d'échelle non locale en augmentant la longueur du SLGS.

L'effet des paramètres de fondation élastique sur la charge de flambage non dimensionnelle du SLGS orthotropique par rapport à la longueur du SLGS est illustré à la Figure 3. On peut voir que lorsque la longueur et les paramètres de fondation élastique augmentent, la charge de flambage augmente. En outre, on peut observer qu'avec l'augmentation de la longueur de SLGS, les différences entre les courbes sont presque fixes.



**Figure IV- 3:** Variation de la charge de flambement critique par rapport à la longueur du SLGS carré orthotrope pour différentes valeurs de la rigidité de la fondation élastique ( $\mu = 4$ ).

Enfin, le carré orthotrope de charge de flambage non-dimensionnel par rapport au rapport d'épaisseur est tracé sur la figure 4 pour différentes valeurs des nombres de modes  $n$  et  $m$ . A partir de cette figure, on peut observer que la charge de flambement augmente de façon monotone à mesure que le rapport  $a/h$  augmente et les nombres de mode diminuent.



**Figure IV- 4:** Variation de la charge de flambage par rapport au rapport d'épaisseur de la SLGS orthotrope pour différentes valeurs des nombres de mode  $m$  et  $n$  ( $\mu=4$ ,  $K_w=100$  et  $K_s=100$ ).

## *Références :*

Sobhy, M. (2014a), “Natural frequency and buckling of orthotropic nanoplates resting on two-parameter elastic foundations with various boundary conditions”, *Journal of Mechanics*, **30**(5), 443 – 453.

Sobhy, M. (2014b), “Generalized two-variable plate theory for multi-layered graphene sheets with arbitrary boundary conditions,” *Acta Mechanica*, **225**(9), 2521 – 2538.

## **Conclusion générale :**

Dans la présente étude, la réponse de flambage de SLGS orthotropique reposant sur des fondations élastiques de paramètres de remorquage est étudiée en utilisant des modèles de continuum. Le modèle considère les effets de la petite échelle et de la variation parabolique des déformations transversales de cisaillement dans l'épaisseur de la SLGS et évite ainsi l'utilisation de facteurs de correction de cisaillement. Le principal avantage de la nouvelle théorie de plaque raffinée non locale proposée par rapport aux théories existantes de déformation de cisaillement d'ordre supérieur est que les théories actuelles impliquent moins de variables ainsi que des équations gouvernantes. Le coût de calcul peut donc être réduit. De la présente étude, les conclusions suivantes sont tirées:

- Les résultats obtenus sont très d'accords avec ceux disponibles dans la littérature.
- La différence entre les résultats de la théorie d'élasticité non locale et celle d'élasticité locale diminuent à mesure que le rapport  $a/h$  augmente.
- La charge du flambement est proportionnelle à la rigidité de la fondation élastique et elle est inversement proportionnelle au paramètre d'échelle non locale.
- Les influences des nombres de mode, le rapport d'épaisseur et la longueur de SLGS sur la charge du flambement sont étudiés.
- Lorsque le paramètre non local ( $\mu$ ) augmente, la charge de flambement non-dimensionnelle obtenue pour la théorie non locale est comme suit :

L'effet à petite échelle rend le SLGS plus flexible car le modèle non local peut être vu comme des atomes liés par des ressorts élastiques (Boumia et al., 2014) tandis que le modèle continu local assume la constante du ressort pour prendre une valeur infinie.

Enfin, une amélioration du travail présent sera envisagée dans les travaux futurs pour prendre en compte l'effet d'étirement de l'épaisseur en utilisant des modèles de déformation de cisaillement quasi-3D. (Bessaim *et al.* 2013, Bousahla *et al.* 2014, Belabed *et al.* 2014, Fekrar *et al.* 2014, Hebali *et al.* 2014, Larbi Chaht et al., 2015; Hamidi et al. 2015, Bourada *et al.* 2015, Bennoun et al., 2016; Draiche et al., 2016; Benbakhti et al., 2016; Benahmed et al., 2017; Bouafia et al., 2017; Benchohra et al., 2018; Abualnour et al., 2018).