

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbès
Faculté de Technologie



Département de Génie Civil et Travaux Publics
Laboratoire des Matériaux & Hydrologie

THÈSE

DE DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures et Matériaux

Présentée par :

HAMZA-CHERIF Riad

Intitulé :

Analyse de la vibration d'un nanotube de carbone dans un environnement thermique

Soutenu le devant le jury composé de :

TOUNSI Abdelouahed	Pr	UDL - SBA	Président
MERADJAH Mustapha	MCA	UDL - SBA	Directeur de thèse
ZIDOUR Mohamed	Pr	UIK - Tiaret	Co-directeur de thèse
HASSAINE DAOUADJI Taher	Pr	UIK - Tiaret	Examineur
BENYOUCEF Samir	Pr	UDL - SBA	Examineur
DRAICHE Kada	MCA	UIK - Tiaret	Examineur

Année Universitaire : 2019/2020

Remerciement

Le travail présenté dans cette thèse a été réalisé au laboratoire des matériaux et hydrologie (LM&H) de l'université Djilali Liabès de Sidi Bel-Abbes, sous la direction de Monsieur MERADJAH Mustapha, Maître de Conférence à l'université Djilali Liabès de Sidi Bel-Abbes et Monsieur ZIDOUR Mohamed, co-directeur, Professeur à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret.

Je tiens à exprimer ici mon profond respect et ma reconnaissance à Monsieur MERADJAH Mustapha, qui a assisté et dirigé mes pas tout au long de ce travail. Et mille mercis à Monsieur ZIDOUR Mohamed qui a apporté un soutien scientifique constant à mon travail de recherche. Ses conseils et ses encouragements m'ont été d'un soutien particulièrement précieux et indispensable pour mener à bien ce travail.

Je remercie Monsieur TOUNSI Abdelouahed, Professeur à l'université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbes qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence de mon jury.

Que Monsieur HASSAINE DAOUADJI Taher, Professeur à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret, Monsieur BENYOUCEF Samir, Professeur à l'université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbes et Monsieur DRAICHE Kada, Maître de Conférence à l'université Ibn Khaldoun de Tiaret, reçoivent l'expression de ma profonde reconnaissance pour avoir bien voulu accepter d'être examinateurs de cette thèse.

Mes remerciements vont à l'ensemble du personnel du laboratoire des matériaux et hydrologie (LM&H) et aux personnels du département de Génie Civil et Travaux Publics de l'université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbes.

Ma reconnaissance va à mon fils Ilyes et toute ma famille qui m'a soutenu durant cette période. Enfin, j'associe à cet hommage, tous mes collègues et tous mes amis.

Que chacun trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Dédicaces

À tous ceux qui me sont chers...

Résumé

Sur la base de la théorie d'élasticité non-locale et la poutre d'Euler-Bernoulli on a étudié la vibration libre d'un nanotube de carbone monocouche (SWCNT) situé dans un milieu élastique sous l'effet thermique avec divers condition aux limites.

Au terme de ce travail, une synthèse bibliographique sur les nano-charges et les matériaux nanocomposites est présentée tout en montrant leurs importances. Les différentes théories des poutres et des modèles des milieux élastiques sont rappelées. Les méthodes numériques de résolution sont brièvement présentées. L'équation de mouvement est obtenue en utilisant le principe de « Hamilton ». La méthode de transformation différentielle (DTM) est utilisée pour prédire et analyser la vibration libre d'un nanotube de carbone monocouche situé dans un milieu élastique sous l'effet thermique. Le modèle de Winkler est utilisé pour modéliser l'interaction du nanotube de carbone et le milieu élastique (matrice polymère).

L'influence de l'effet d'échelle non-local, le nombre de modes de vibration, le paramètre du module de Winkler (k_w), les conditions aux limites et la variation de la température (θ) sur la fréquence adimensionnelle sont étudiés et discutés. Pour montrer l'efficacité de la méthode de transformation différentielle utilisée, les résultats trouvés sont comparés avec ceux obtenus par d'autres études existant dans la littérature. Cette recherche sera utilisée comme référence pour l'application et l'utilisation du nanotube de carbone dans les nanocomposites.

Mots clés :

Méthode de transformation différentielle ; Nanotube ; Nanocomposite ; Vibration ; Winkler ; Thermique.

Abstract

On the basis of the nonlocal Euler-Bernoulli beam theory we studied the free vibration of a single-walled carbon nanotube located in an elastic medium under the thermal effect with various boundary conditions.

In this work, a bibliographic synthesis on nano-charges and nanocomposite materials is presented while showing their importance. The different theories of beams and models of elastic media are recalled. The numerical resolution methods are presented. The equation of motion is obtained using “Hamilton’s” principle. The differential transformation method (DTM) is used to predict and analyze the free vibration of a single-walled carbon nanotube located in an elastic medium in the thermal effect. The Winkler model is used to model the interaction of the carbon nanotube and the elastic medium (polymer matrix).

The influence of the non-local scale effect, the number of vibration modes, the Winkler modulus parameter (k_w), the boundary conditions and the temperature variation (θ) on the adimensional frequency are studied and discussed. To show the effectiveness of the differential transformation method used, the results found are compared with those obtained by other studies existing in the literature. This research will be used as a reference for the application and use of carbon nanotubes in nanocomposites.

Keywords:

Differential transform method; Nanotube; Nanocomposite; Vibration; Winkler; Thermal.

ملخص

إذا اعتمدنا على نظرية الأجسام المرنة الغير موضعية لرافد "أولير-برنولي" في دراسة الاهتزازات الحرة للأنابيب النانوية الكربونية أحادية الطبقة (SWCNT) المدمجة في وسط مرن تحت تأثير الحرارة و خصائص الهيكل.

في هذا العمل نقوم بتقديم الشحنات النانوية والمواد نانومؤلفة و أهميتها. وتطرقنا إلى نظريات مختلف الدعائم و الوسط المرن وأيضاً تقديم الطرق العددية. نستمد معادلة الحركة باستخدام مبدأ "هاملتون". استعملنا طريقة التحويل التفاضلي (DTM) لدراسة معادلة اهتزاز أنبوب النانوي أحادية الطبقة. استخدمنا نموذج "وينكلر" لدراسة تأثير بين المصفوفة المرنة (مصفوفة البوليمر) و أنبوب النانو.

تمت دراسة ومناقشة تأثير المقياس الغير الموضعي، عدد أمواج الاهتزاز، نموذج "وينكلر"، خصائص الهيكل وتغير درجات الحرارة لإظهار فعالية طريقة التحويل التفاضلي المستخدمة، و تمت مقارنة النتائج المتحصل عليها مع تلك التي تم الحصول عليها من الدراسات الأخرى. وفي الأخير سيتم استخدام هذا البحث كمرجع لتطبيق واستخدام أنابيب النانوية الكربونية في المركبات المواد نانومؤلفة.

الكلمات المفتاحية :

طريقة التحويل التفاضلي، أنبوب النانو، مواد نانو مؤلفة، اهتزازات، وينكلر، حرارة.

Table des Matières

Remerciement.....	i
Dédicaces.....	ii
Résumé	iii
Abstract	iv
ملخص	v
Introduction générale.....	1
1. Généralités sur les nano-charges.....	4
1.1 Introduction	4
1.2 Les nano-charges	5
1.3 Classification de nano-charge ou nano-renfort.....	5
1.3.1 Classifications selon leur géométrie	5
1.3.1.1 Renforts de type 1D	5
1.3.1.2 Renforts de type 2D	5
1.3.1.3 Renforts de type 3D	6
1.3.2 Classifications selon leur nature	6
1.3.2.1 Noir de carbone	6
1.3.2.2 Poudres métalliques	7
1.3.2.3 Feuillet d'argile	7
1.3.2.4 Graphène	7
1.3.2.5 Nanofibres de carbone (Nanotubes de carbone)	7
1.3.2.6 Nanofibrilles de cellulose.....	8
1.4 Le carbone	8
1.4.1 Formes traditionnelles du carbone	9
1.4.1.1 Le diamant.....	9
1.4.1.2 Le graphite	10

1.4.2 Nouvelles formes du carbone	11
1.4.2.1 Les fullerènes	11
1.4.2.2 Nanotube de carbone.....	11
1.5 Méthodes de synthèse des nanotubes	14
1.5.1 Arc électrique.....	15
1.5.2 Ablation laser.....	15
1.5.3 Méthode de CVD	16
1.5.4 Décomposition catalytique - HiPCO	17
1.6 Structure des nanotubes	18
1.7 Propriétés des nanotubes	19
1.7.1 Propriétés thermiques	19
1.7.2 Propriétés électroniques.....	20
1.7.3 Propriétés mécaniques	21
1.8 Défauts des nanotubes de carbone.....	22
1.9 Généralités sur les impuretés et purification des nanotubes.....	23
1.10 Producteurs sur le marché.....	24
1.11 Toxicité.....	25
1.12 Conclusion.....	26
2. Généralités sur les nanocomposites à base de polymères	27
2.1 Introduction	27
2.2 Les polymères.....	28
2.3 Classification des polymères	28
2.3.1 Classification suivant l'origine	28
2.3.1.1 Les polymères naturels.....	28
2.3.1.2 Les polymères artificiels	28
2.3.1.3 Les polymères synthétiques	28
2.3.2 Classification suivant la structure chimique	29
2.3.2.1 Les homopolymères	29
2.3.2.2 Les copolymères	29
2.3.3 Classification suivant le comportement thermique.....	30
2.3.3.1 Les thermoplastiques.....	30
2.3.3.2 Les thermodurcissables	30
2.3.3.3 Les élastomères	30
2.4 Structures moléculaire des polymères solides	30
2.4.1 La structure amorphe-cristalline	30
2.4.2 La structures semi-cristallines	31
2.5 Propriétés des polymères	31

2.6 Applications des polymères.....	32
2.7 Nanocomposites.....	33
2.8 Classification des nanocomposites selon la nature de la matrice	34
2.8.1 Nanocomposites à matrice organique	34
2.8.1.1 Les matrices thermoplastiques	35
2.8.1.2 Les matrices therm durcissables	35
2.8.2 Nanocomposites à matrice métallique	35
2.8.3 Nanocomposites à matrice céramique	36
2.9 Classification des nanocomposites selon le type du renfort	36
2.9.1 Nanocomposites à base de nanotubes de carbone.....	36
2.9.2 Nanocomposites à base de nanoparticules.....	36
2.9.3 Nanocomposites à base d'argile	37
2.10 Propriétés des nanocomposites (polymère/nanotube de carbone).....	38
2.10.1 Les propriétés mécaniques des nanocomposites.....	38
2.10.2 Les propriétés thermiques des nanocomposites.....	38
2.10.3 Les propriétés électriques des nanocomposites	39
2.10.4 Comportement au feu des nanocomposites	39
2.11 Interface matrice-renfort dans les nanocomposites	39
2.12 Procédés de fabrication des nanocomposites (polymère/CNT).....	40
2.12.1 Polymérisation in situ	40
2.12.2 Mélange en solution.....	40
2.12.3 Mélange à l'état fondu	41
2.13 Application des nanocomposites	41
2.14 Conclusion.....	42
3. Les théories des poutres et méthodes numériques de résolution	43
3.1 Introduction	43
3.2 Différentes théories des poutres.....	44
3.2.1 Théorie de poutre d'Euler-Bernoulli.....	44
3.2.2 Théorie de poutre de Timoshenko	45
3.2.3 Théorie des poutres d'ordre élevé.....	46
3.3 Modélisation d'un milieu élastique	48
3.3.1 Le modèle de Winkler.....	48
3.3.2 Le modèle de Filonenko-Borodich	49
3.3.3 Le modèle de Pasternak	50
3.3.4 Le modèle de Hetényi	50
3.3.5 Le modèle de Kerr	51
3.4 Méthodes numériques de résolution	51

3.4.1 La méthode de décomposition d'Adomian.....	51
3.4.2 La méthode de perturbation de l'homotopie.....	53
3.4.3 La méthode d'itération variationnelle.....	54
3.4.4 La méthode de transformation différentielle.....	55
3.5 Conclusion.....	56
4. La vibration libre d'un nanotube de carbone incorporé dans une matrice polymère sous l'effet thermique.....	58
4.1 Introduction.....	58
4.2 La théorie d'élasticité non-locale.....	59
4.3 Vibration d'un SWCNT dans un milieu élastique sous l'effet thermique.....	59
4.4 Conditions aux limites.....	62
4.5 Paramètres adimensionnels.....	64
4.6 Solution de l'équation de vibration par la DTM.....	64
4.7 Résultats et discussions.....	67
4.7.1 La convergence.....	67
4.7.2 La comparaison.....	68
4.8 Conclusion.....	73
Conclusion générale et perspectives.....	75
Références bibliographiques.....	77

Liste des Figures

1.1 : Schémas des différentes morphologies de renfort	5
1.2 : Vue en coupe d'une particule de noir de carbone	6
1.3 : Structure chimique de la cellulose	8
1.4 : Forme et structure du diamant.....	10
1.5 : Forme et structure du graphite	10
1.6 : (a) Fullerène C ₆₀ , (b) Dômes géodésiques	11
1.7 : Nanotubes observés avec M.E.T par S. Iijima	12
1.8 : Les différents types de nanotubes monofeuillets	13
1.9 : Nanotubes multifeuillets	14
1.10 : Photo et schémas de la méthode d'arc électrique.....	15
1.11 : Photo du réacteur de synthèse par ablation laser	16
1.12 : Schéma représentant un réacteur CVD	17
1.13 : Schéma de principe d'un réacteur type HiPCO	17
1.14 : Structures atomiques d'un nanotube ($n = 5$ et $m = 2$)	18
1.15 : Conductivité thermique k d'un SWCNT individuel.....	20
1.16 : Propriété électronique de nanotube de carbone monofeuillet.....	21
1.17 : Influence du nombre d'atome de carbone sur la courbure	23
1.18 : Défauts pentagonaux et heptagonaux.....	23
1.19 : Evolution du marché des CNTs de 2011 à 2016.....	25
2.1 : Exemples de polymérisation	28
2.2 : Homopolymères, (a) linéaires, (b) branchés, (c) étoilés	29
2.3 : Copolymères, (a) statistique, (b) alterné, (c) séquencé, (d) greffé.....	29

2.4 : (a) Schématisation de la structure type d'une pelote statistique, (b) Schématisation du repliement des chaînes dans un monocristal	31
2.5 : Structure d'un polymère semi-cristallin.....	31
2.6 : Exemples de monomères et des polymères correspondants	32
2.7 : Définition morphologique de nanocomposites	34
2.8 : Schéma des différentes morphologies de nanocomposites rencontrées.....	37
2.9 : Evolution de la conductivité thermique dans un nanocomposite à matrice polyuréthane, avec des MWCNTs modifiés par deux voies chimiques différentes	38
2.10 : Méthodes d'élaborations des nanocomposites	41
3.1 : Cinématique d'Euler-Bernoulli	44
3.2 : Cinématique de Timoshenko.....	46
3.3 : Cinématique de la théorie d'ordre élevé	47
3.4 : Modèle de Winkler.....	49
3.5 : Déformation du modèle de Filonenko-Borodich	49
3.6 : Modèle de Pasternak	50
3.7 : Modèle de Kerr	51
4.1 : Le modèle de nanotube de carbone étudié	60
4.2 : Schémas des conditions aux limites, (a) Simplement appuyée, (b) Encastrée-appuyée, (c) Encastrée-encastrée, (d) Encastrée-libre	63
4.3 : L'effet de petite échelle sur les trois premières modes de fréquences cas d'une poutre simplement appuyée avec ($k_w = 3$ GPa, $\theta = 40$ °C, $L/d = 10$).....	70
4.4 : L'effet de petite échelle sur les trois premières modes de fréquences cas d'une poutre encastrée-appuyée avec ($k_w = 3$ GPa, $\theta = 40$ °C, $L/d = 10$)	71
4.5 : L'effet de petite échelle sur les trois premières modes de fréquences cas d'une poutre encastrée-encastrée avec ($k_w = 3$ GPa, $\theta = 40$ °C, $L/d = 10$).....	72
4.6 : L'effet d'un milieu élastique sur le troisième mode de fréquences cas d'une poutre simplement appuyée avec ($\theta = 0$, $L/d = 10$).....	72
4.7 : L'effet de variation de température sur le troisième mode de fréquences cas d'une poutre simplement appuyée avec ($k_w = 3$ GPa, $L/d = 10$)	73

Liste des Tableaux

1.1 : Conductivité thermique de quelques matériaux	20
1.2 : Module de Young déterminé expérimentalement	22
1.3 : Exemples de producteurs des nanotubes de carbone	23
3.1 : Opérations fondamentales de la DTM	56
4.1 : Les conditions aux limites associées	63
4.2 : Les conditions aux limites adimensionnelles	64
4.3 : Transformation des conditions aux limites basées sur la DTM	65
4.4 : Conditions aux limites pour : Simplement appuyée, Encastrée-appuyée, Encastrée- encastrée, Encastrée-libre	66
4.5 : Convergence de la DTM dans le cas local poutre encastré-encastré avec ($k_w = 0$, $\theta = 0$, $L/d = 10$)	67
4.6 : Les trois premières fréquences adimensionnelles ($\sqrt{\lambda}$) dans le cas non-local avec ($k_w = 0$, $\theta = 0$, $L/d = 10$)	68
4.7 : L'effet du module de Winkler sur les trois premières fréquences adimensionnelles ($\sqrt{\lambda}$) dans le cas non-local avec ($\theta = 0$, $L/d = 10$)	69
4.8 : L'effet du changement de température sur les trois premières fréquences adimensionnelles ($\sqrt{\lambda}$) dans le cas non-local avec ($k_w = 3$ GPa, $L/d = 10$)	70

Introduction générale

Depuis la découverte de l'atome, les scientifiques ont cherchés toujours de la manipulé d'une manière très rigoureuse. Ainsi, le développement des microscopes électroniques puissants a permis aux scientifiques de voir le nouveau monde de taille nanométrique. Tout ça a mené à la découverte des fullerènes (C_{60}) en 1985 par Kroto et ses collaborateurs [Kroto 1985]. Quelques années plus tard, en 1991 Sumio Iijima découvre par hasard les nanotubes de carbone, en observant par microscopie électronique à transmission un sous produit de synthèse de fullerènes [Iijima 1991]. Cette première observation des nanotubes de carbone a mis en évidence la forme multifeuillet des nanotubes. La première observation de la forme monofeuillet des nanotubes de carbone date de 1993 par Iijima et Ichihashi [Iijima 1993]. Un nanotube de carbone monofeuillet est une feuille de graphite enroulée sur elle-même, qui forme un tube dont le diamètre est de l'ordre du nanomètre. La longueur typique d'un nanotube est de l'ordre du micron. Un nanotube multifeuillet est constitué de plusieurs nanotubes monofeuillets imbriqués les uns dans les autres à la manière de poupées russes ou pourraient avoir une structure de type rouleau de parchemin.

Depuis cette première observation, plusieurs méthodes de synthèse sont apparues. Les premières nanotubes de carbone observés par Iijima ont été produits en créant un arc électrique entre deux électrodes de graphites aux quelles ont été ajoutés des catalyseurs métalliques. Un dépôt de nanotubes de carbone se forme alors au niveau de la cathode. A l'heure actuelle, les nanotubes de carbone peuvent être synthétisés par ablation laser, par dépôt chimique en phase vapeur, ou encore par une méthode appelée « HiPCO ».

A partir de ces dates, ces découvertes ont révolutionnés nos connaissances sur les structures cristallines que le carbone peut adopter. Elles ont également ouvert la voie à l'étude de matériaux carbonés de dimension nanométrique. Tout le potentiel de ces nouveaux nanomatériaux a entraîné une recherche scientifique très intense depuis lors.

Actuellement sur le site web de « ScienceDirect » avec le mot-clé « CNT » (pour, Carbon Nano Tube) ils existent plus que 77000 [Web 1] articles et publications scientifiques. On trouve une variation considérable de 616 articles en 1996 à 8261 articles pour l'année 2018, le nombre d'article augmente d'une façon considérable chaque année.

L'utilisation des nanotubes de carbone dans les matériaux à permet d'obtenir des nouveaux matériaux (nanocomposites), dans lesquels les charges sont organisées à l'échelle du nanomètre. Ces nanocomposites présentent un grand intérêt dans différents domaines : aéronautique, spatiales, électronique, photovoltaïque,... Néanmoins, l'utilisation de nanotube dans les composites se heurte à un problème majeur à savoir l'agglomération spontanée des nanotubes de carbone entre eux, ce qui limite leurs propriétés potentielles au sein du matériau.

Les propriétés des nanocomposites dépendent de la concentration et de l'état de dispersion des nanocharges dans la matrice. Par exemple la technique de dispersion des nanotubes de carbone dans une matrice polymère est un autre enjeu majeur pour l'avenir des nanocomposites. Il n'existe aucune méthode directe permettant de déterminer l'état de dispersion des nanotubes de carbone dans la matrice. Car, les microscopes électroniques actuels permettent d'avoir des vues très précises des nanocomposites.

Malgré ces avancement et ces révolutions dans le domaine technologie plus précisément nanotechnologie, reste toujours l'analyse des vibrations linéaires ou non linéaires une thématique actuelle importante, tant d'un point de vue académique qu'industrielle et qui touche de nombreux domaines, tels que l'aéronautique, le génie civil, le transport, l'acoustique ou encore le génie nucléaire. Pour ces vibrations, la gamme de techniques ou de logiciels dédiés à l'étude expérimentale ou numérique est très large et permet de traiter un grand nombre de problèmes de structures.

La vibration et la stabilité des structures situées dans les fondations élastiques ont été largement adoptée par plusieurs recherches pour modéliser divers problèmes constructifs pendant les décennies passées. Actuellement, pour décrire les interactions dans les matériaux composites entre le renfort et la matrice, les scientifiques ont proposé de divers genres de modèles de base. Le modèle le plus simple concernant la base élastique est le modèle de Winkler, qui considère la base comme une série de ressorts séparés sans effets d'accouplement. Ceci a été amélioré plus tard par Pasternak qui a tenu compte des interactions entre les ressorts séparés dans le modèle de Winkler en présentant un nouveau paramètre dépendant.

La théorie la plus largement utilisée pour l'investigation des structures à l'échelle nanométrique est la théorie d'élasticité non-locale initiée par Eringen ^[Eringen 1972, 1983]. Dans le modèle d'élasticité non-locale l'influence des petites échelles est introduite on considérant que la contrainte à un point est non seulement fonction de la déformation dans ce point mais aussi fonction de toutes les déformations des autres points du milieu. Ces théories constitutives prennent en compte les forces entre les atomes et la longueur d'échelle interne.

Avec le développement de l'outil informatique, divers méthodes numériques ont été utilisées pour résoudre des problèmes linéaires et non linéaires apparus dans des applications physiques, chimiques, mécaniques et d'ingénierie, telles que : la méthode de transformation différentielle, la méthode de décomposition d'Adomian, la méthode de perturbation de l'homotopie, etc. La méthode de transformation différentielle (DTM) est une méthode numérique, basée sur le développement en série de Taylor utilisée pour résoudre les

équations différentielles. Elle a été utilisée pour la première fois par Zhou ^[Zhou 1986] pour résoudre les problèmes de circuits électriques.

Le but de ce travail est d'analyser le comportement vibratoire libre d'un nanotube de carbone monofeuillet (SWCNT) dans un milieu élastique (matrice polymère) sous l'effet thermique, pour cela on a utilisé le modèle élastique non-local de la poutre d'Euler-Bernoulli, avec l'influence des conditions aux limites sur la vibration libre. La méthode de transformation différentielle (DTM) a été utilisée pour résoudre ce problème. On a prédit les modes de vibration, ces résultats sont comparés avec les résultats des travaux de Wang et al. ^[Wang 2007]. Différents paramètres qui influent sur les vibrations ont été utilisés comme le rapport de petite échelle (e_0a), le rapport (L/d), le nombre de mode, le coefficient de Winkler, les conditions aux limites et le changement de la température(θ).

Ce manuscrit est composé de quatre chapitres : Dans le premier chapitre, nous décrivons des généralités sur les nano-renforts, les différentes classifications, différents types de nanotubes de carbone en détaillant leurs propriétés mécaniques, thermiques et structurelles, ainsi que les différentes techniques de synthèse, tel que : la méthode d'ablation laser, l'arc électrique, dépôt chimique en phase vapeur et la méthode dit HiPCo. De nombreuses applications et défauts de nanotube seront ensuite présentés.

Le deuxième chapitre présente plus particulièrement les nanocomposites à matrice polymère et à renforts de nanotube de carbone. On présente des définitions et classifications des polymères utilisés comme matrice des nanocomposites. Les différents types de matrices existants sont présentés. Ensuite, nous traitons particulièrement les propriétés, la fabrication des nanocomposites et la dispersion des renforts dans la matrice polymère.

Puis dans le troisième chapitre, nous décrivons les différentes théories des poutres, les différents modèles de milieu élastique (Winkler, Pasternak, Filonenko-Borodich, Kerr...) et une brève présentation des méthodes numériques (la méthode de transformation différentielle, la méthode de décomposition d'Adomian...) de résolution des systèmes linéaires et non-linéaires.

Le dernier chapitre sera consacré à l'analyse du comportement vibratoire d'un nanotube de carbone monocouche situé dans un milieu élastique avec variation de température sous diverses conditions aux limites, pour cela on a développé mathématiquement le modèle élastique non-local de la poutre d'Euler-Bernoulli. La méthode de transformation différentielle a été utilisée pour résoudre ce problème et validé les résultats à travers des exemples connus de la littérature. Ainsi la présentation des résultats numériques trouvés.

Ce travail de thèse se termine par une conclusion générale relative à ce travail de recherche.

Chapitre 1

Généralités sur les nano-charges

1.1 Introduction

Les nanotechnologies sont aujourd'hui un phénomène de société au niveau mondial. Cette nouvelle discipline relève de défis aussi bien économiques que politiques car elle s'établit comme une science d'avenir, à l'interface entre plusieurs domaines scientifiques. Par conséquent, le développement de ces technologies suscite des intérêts industriels qui ne cessent de croître, mais aussi des interrogations environnementales et sanitaires. Diverses structures nanométriques sont apparues au cours des trois dernières décennies, parmi celles-ci on trouve principalement les nanoparticules et les nanotubes de carbone.

La première partie de ce chapitre, est une introduction générale sur les nano-charges et les différentes classifications. Dans la deuxième partie on va s'intéresser plus particulièrement aux différentes formes allotropiques du carbone et les techniques de synthèses des nanotubes de carbone. La troisième et dernière partie on va se focaliser sur les propriétés mécaniques, thermiques et électroniques des nanotubes de carbone ainsi que leurs applications.

1.2 Les nano-charges

Une nano-charge est un renfort qui possède au moins une dimension de l'ordre nanométrique. Parmi les plus connues on cite : les nanotubes de carbone, les fullerènes, les nano-argiles ou encore les poudres métalliques. Tous ces éléments (nano-charges) représentent les ingrédients clés des matériaux du futur. Ils permettent même sous de faibles taux de charges d'améliorer les propriétés des résines et peut se présenter sous forme de particules ou de nano-fibres ^[Kaci 2012].

1.3 Classification de nano-charge ou nano-renfort

En général, il est couramment admis que le classement des nanocomposites se fait selon le facteur de forme de la charge incorporée (rapport entre la longueur et l'épaisseur ou le diamètre). Dans la définition admise des nanocomposites les renforts doivent avoir au moins une de leurs dimensions morphologiques inférieure à 100 nm et peuvent être classés en fonction de leur géométrie (figure 1.1) ou nature. On trouve alors trois classifications selon leur géométrie ^[Marquis 2011].

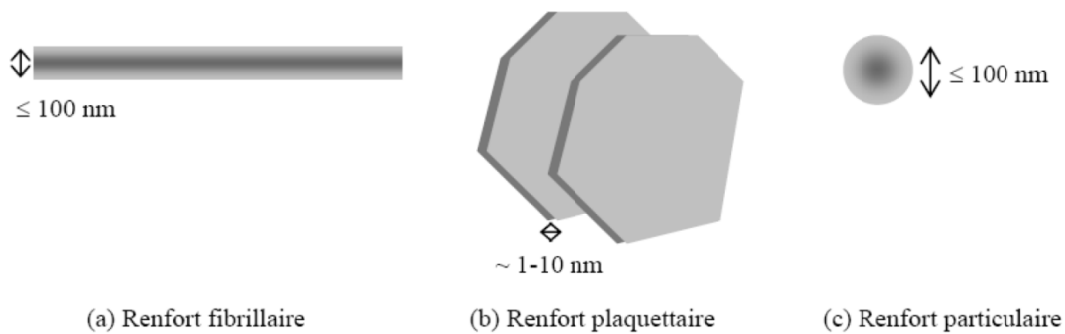


Fig. 1.1 : Schémas des différentes morphologies de renfort ^[Cauvin 2009].

1.3.1 Classifications selon leur géométrie

1.3.1.1 Renforts de type 1D

Ce sont des renforts à une seule dimension est de l'ordre du nanomètre ; les charges se présentent sous forme de plans d'épaisseur de l'ordre du nanomètre et de dimensions latérales allant de quelques dizaines à plusieurs centaines de nanomètres. Ces charges plaquettaires peuvent être aussi bien des argiles naturelles (montmorillonite, hectonite) ou argile synthétiques (laponite, fluorohectorite) et des phosphates de métaux de transition (phosphate de zirconium) ^[Dihaj 2018].

1.3.1.2 Renforts de type 2D

Deux dimensions sont de taille nanométrique. La charge se présente donc sous forme de tube (nanotubes de carbone) ^[Peeterbroeck 2004] ou sous forme de fibre (silicates aciculaires : la sépiolite) ^[Baziz 2010].

1.3.1.3 Renforts de type 3D

Dans ce cas, les renforts dont les trois dimensions sont de l'ordre du nanomètre. On a alors affaire à des nanoparticules iso-dimensionnelles telles que des billes de silice nanométriques (obtenues par voie sol-gel in situ ou par polymérisation directement depuis la surface de la charge). Exemple : la silice souvent utilisée dans les silicones, le noir de carbone utilisé comme renfort dans les pneus [Fina 2006].

1.3.2 Classifications selon leur nature

1.3.2.1 Noir de carbone

Actuellement, le noir de carbone est la particule conductrice la plus utilisée dans l'élaboration des composites et des polymères conducteurs, en raison de son prix de revient relativement faible, et de sa faible densité. Le noir de carbone se présente sous la forme d'une poudre constituée de particules. A l'échelle nanométrique, les particules de noir de carbone sont des masses sphéroïdales constituées par des atomes de carbone ayant une organisation plus ou moins graphitique (figure 1.2) [Hassar 2013].



Fig. 1.2 : Vue en coupe d'une particule de noir de carbone [Hassar 2013].

Il existe de nombreuses qualités de noir de carbone, en fonction des matières premières utilisées ainsi que des conditions de combustion et de décomposition thermique :

- **Le noir de fourneau**, obtenu par combustion incomplète de gaz naturel ou de résidus pétroliers lourds, est la forme la plus commercialisée (95 %) ;
- **Le noir d'acétylène**, obtenu par craquage de l'acétylène à des températures de plus de 2000 °C, est un des noirs de carbone les plus purs ;
- **Le noir de fumée**, obtenu par combustion incomplète d'hydrocarbures de goudron, possède des qualités exceptionnelles de renforcement des pneumatiques en caoutchouc ;
- **Le noir thermique**, obtenu par chauffage d'une chambre réfractaire suivi d'une injection de gaz naturel qui génère la formation de carbone et d'hydrogène. Il présente les particules les moins fines (de 150 à 500 nm) ;
- **Le noir tunnel**, produit par combustion incomplète de gaz naturel vers la fin du 19^{ème} siècle, n'est pratiquement plus fabriqué actuellement. C'était la forme la plus commercialisée au début du 20^{ème} siècle pour le caoutchouc et les pigments, Ses particularités : granulométrie très fine (inférieur à 30 nm), taux élevé de substances volatiles (environ 5 %).

1.3.2.2 Poudres métalliques

Les poudres métalliques (argent, nickel, cuivre, aluminium) ont une densité de 0,6 à 2,2. Elles présentent un faible facteur de forme et donc nécessitent de grandes concentrations pour obtenir un réseau conducteur.

Les composites contenant des particules métalliques dans leur composition, sont élaborés dans l'objectif d'obtenir un niveau de conductivité maximal.

Les charges métalliques possèdent un coefficient de dilatation thermique élevé et s'oxydent facilement, du fait, de leur énergie de surface très élevée. Ces charges vieillissent donc très mal dans un environnement oxydant, elles présentent une densité très grande comparativement avec la poudre de noir de carbone et un coût économique très élevé, ce sont les raisons qui restreignent leurs utilisations ^[Hassar 2013].

1.3.2.3 Feuillet d'argile

L'argile la plus étudiée dans l'industrie de la recherche est la montmorillonite. De par sa structure et sa composition chimique, elle est celui ayant le plus de pouvoir renforçant. Cette argile a été impliquée dans la synthèse pré-biotique de biomolécules et des différentes sources de la vie sur terre. Les argiles sont également devenues indispensables à la vie moderne. Elles ont été connues et utilisées par les humains depuis l'antiquité. Elle est le matériau de base de nombreux types de céramiques, telles que la porcelaine, des briques, des tuiles et des appareils sanitaires, ainsi qu'ils sont un des constituants essentiels des matières plastiques, les peintures, le papier, le caoutchouc et les produits cosmétiques. L'argile est non polluante et peut être aussi utilisée en tant qu'agent d'élimination de polluant ^[Boussaboun 2016].

Ainsi, le potentiel de certaines argiles à disperser sous forme de particules unitaires d'une taille nanométrique dans une phase de polymère, formant des matériaux nanocomposites ayant des propriétés supérieures est d'une grande importance pour le futur proche.

Les minéraux argileux sont classés en différentes catégories dans la littérature. Ces classifications sont basées sur leur origine et leur structure chimique. Cette classification est principalement due à la variation de leur structure en couches semblable à une feuille. Les principaux groupes comprennent la kaolinite, des smectites, l'illite et le groupe des chlorites.

1.3.2.4 Graphène

Le graphène est constitué d'une seule couche d'atomes de carbones. En termes simples, le graphène est une mince couche de carbone pur. Il s'agit d'une seule couche d'atomes de carbone étroitement liée qui sont liées ensemble dans un treillis en nid d'abeille hexagonal (voir § 1.4.1.2).

1.3.2.5 Nanofibres de carbone (Nanotubes de carbone)

Six années après la découverte des fullerènes par Harold Kroto et al ^[Kroto 1985], les nanotubes de carbone ont été révélés par Sumio Iijima en 1991 ^[Iijima 1991] qui les a identifiés

par microscopie électronique dans un sous produit de synthèse des fullerènes. Les nanotubes de carbone ressemblent à des feuillets de graphène enroulés sur eux-mêmes (voir § 1.4.2.2).

1.3.2.6 Nanofibrilles de cellulose

La cellulose est un biopolymère semi-cristallin très abondant sur terre qui forme le squelette rigide d'une grande variété d'espèces dont les végétaux, certaines algues, quelques champignons et les amibes. On la retrouve également dans le monde animal et plus particulièrement dans l'enveloppe externe d'animaux marins (les tuniciers).

La cellulose est identifiée en 1838, par le chimiste français Anselme Payen qui découvre après le traitement à l'acide ou à l'ammonium de différents végétaux qu'un composé fibreux peut en être extrait dans l'eau ou l'alcool. La cellulose est cependant déjà utilisée depuis des milliers d'années pour la fabrication de papier et de textile (coton) ^[Privas 2013].

La cellulose est un homopolymère linéaire formé de résidus D-glucopyranose rattachés par une liaison glycosidique β (1 \rightarrow 4) (figure 1.3). La cellulose appartient à la famille des polysaccharides et présente une très forte densité de groupes hydroxyles (OH). Ces derniers forment des liaisons hydrogène intramoléculaires à l'origine de la rigidité de la chaîne et des liaisons hydrogène intermoléculaires favorisant l'état solide ordonné de la cellulose.

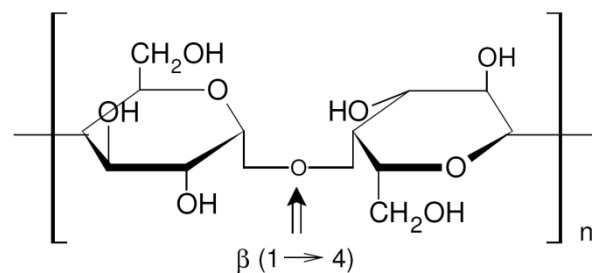


Fig. 1.3 : Structure chimique de la cellulose ^[Dalmás 2005].

1.4 Le carbone

Le nom carbone vient du latin *carbo, carbonis*, qui signifie charbon. Élément chimique de symbole C, de numéro atomique 6 et de masse molaire atomique 12,01 g/mol. Il possède trois isotopes naturels : ^{12}C , ^{13}C et ^{14}C ; les deux premiers sont stables tandis que le troisième est radioactif. Le carbone est le 4^e élément le plus abondant dans l'univers (après l'hydrogène, l'hélium et l'oxygène) et le 15^e le plus abondant dans la croûte terrestre. Il est présent sur terre à l'état de corps simple (charbon et diamants), de composés inorganiques dioxyde de carbone (CO_2) et de composés organiques (biomasse, pétrole et gaz naturel).

L'atome de carbone a la configuration électronique $1s^2 2s^2 2p^2$. Sa couche électronique externe (ou de valence) est la couche $n = 2$; dans son cas, elle possède 4 électrons (i.e. $2s^2 2p^2$) et il lui manque 4 électrons (i.e. $2s^2 2p^6$) pour être saturée. Ceci confère à l'atome de carbone une grande facilité à former des liaisons covalentes en partageant un ou plusieurs électrons de la couche externe (liaison simple, double ou triple).

La couche externe $n = 2$ est caractérisée par 4 états propres différents, appelées aussi orbitales, que l'on peut noter $2s$, $2p_x$, $2p_y$ et $2p_z$; elles correspondent à 4 états électroniques possibles des quatre électrons de valence. Ce sont ces états, ou des combinaisons linéaires de ceux-ci (ou hybridation), qui décrivent en première approximation les liaisons covalentes dans les structures carbonées. En effet, compte tenu de ce qui vient d'être dit, et compte tenu des lois de la mécanique quantique, les vrais états sont en première approximation des mélanges des fonctions propres de la couche $n = 2$. On distingue les hybridations sp^1 , sp^2 et sp^3 , suivant le nombre d'atomes avec lequel l'atome de carbone est lié ^[Allaoui 2005].

Liaison sp^3 correspond au cas où l'atome de carbone est lié à 4 atomes différents ; par raison de symétrie, les orbitales sont des combinaisons linéaires des quatre orbitales atomiques $2s$, $2p_x$, $2p_y$ et $2p_z$ et forment une structure tétraédrique avec des angles entre liaisons de $109^\circ 28'$.

Liaison sp^2 est le mélange des trois orbitales atomiques $2s$, $2p_x$ et $2p_y$ pour former les liaisons σ hybridées sp^2 . L'hybridation sp^2 permet au carbone de se lier à 3 atomes différents, le dernier électron célibataire (orbitale $2p_z$) forme une liaison π avec l'électron célibataire d'un des 3 atomes ; par raison de symétrie, les 3 liaisons de l'hybridation sp^2 sont coplanaires et forment des angles de 120° entre elles.

Liaison sp^1 est le mélange de deux orbitales atomiques $2s$ et $2p_y$ pour former les liaisons σ hybridées sp^1 . L'hybridation sp^1 permet au carbone de se lier à 2 atomes différents, les orbitales $2p_x$ et $2p_z$ forment chacune une liaison π avec les orbitales du même type de l'atome voisin ; par raison de symétrie, les 2 liaisons de l'hybridation sp^1 sont colinéaires et forment donc un angle de 180° .

1.4.1 Formes traditionnelles du carbone

1.4.1.1 Le diamant

Le diamant est un minéral transparent composé de carbone pur cristallisé. C'est l'un des matériaux naturels les plus durs. Sur l'échelle de la dureté (échelle de Mohs) qui va de 1 à 10, le diamant possède un indice de 10. C'est seulement à la fin du 18^{ème} siècle que le diamant fut identifié comme une forme cristalline du carbone par Lavoisier et Tennant ^[Mercier 2012]. Dès lors, les chimistes ont cherché à le synthétiser. Ils n'y sont parvenus qu'au milieu du 20^{ème} siècle.

Le diamant, se forme à de très hautes pressions et températures dans le manteau terrestre, entre 150 et 200 km de profondeur, où la pression et la température atteignent 6 GPa et 1400 °C. Il remonte rapidement à la surface lors d'importante éruption volcanique, sans qu'il ait le temps de se transformer, et se retrouve en tant qu'inclusion dans de la kimberlite (roche magmatique). Suite à l'érosion de cette roche, il peut également être découvert au sein d'alluvion fluviale.

La dureté du diamant vient de sa structure dans laquelle chaque atome de carbone est relié à quatre autres atomes, il s'agit d'une hybridation de type sp^3 . La disposition spatiale se fait selon une géométrie tétraédrique (tridimensionnelle). La distance entre deux atomes de

carbone est de 0,136 nm. L'arrangement des tétraèdres forme une maille cubique comme nous pouvons le voir sur la figure 1.4.

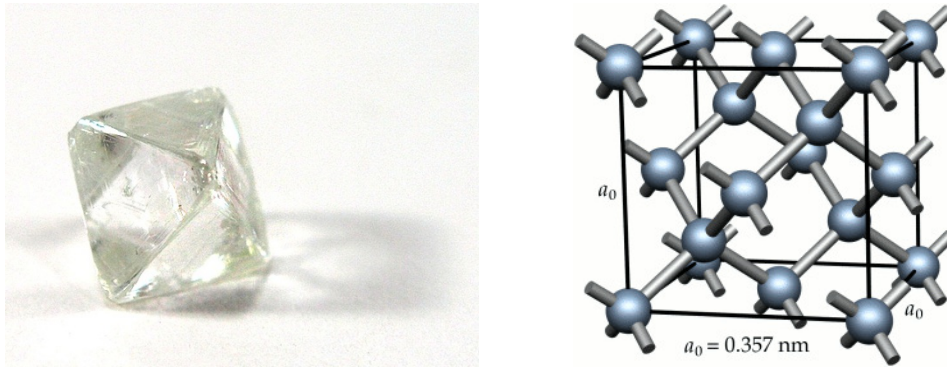


Fig. 1.4 : Forme et structure du diamant [Boulerouah 2011].

La structure cristalline du diamant est donc cubique à faces centrées (paramètre de maille $a = 0,356$ nm). Le diamant est également un bon isolant électrique et un bon conducteur thermique. Il est une forme métastable du carbone dans les conditions normales de température et de pression [Mercier 2012].

1.4.1.2 Le graphite

Le terme graphite provient du grec (*graphein*), qui désigne écrire. Le graphite est un minéral noir friable utilisé depuis des siècles pour l'écriture et est toujours présent dans les mines de nos crayons à papiers. Le graphite a une couleur noir luisant se présentant sous forme de paillettes et de filons, constitué de carbone seulement. Le graphite en paillettes est opaque, flexible, gras et relativement tendre ; il possède une dureté de 1 à 2 sur l'échelle de Mohs et une densité de 2,26. Le graphite se révèle un excellent conducteur d'électricité et de chaleur, et il a un point de fusion élevé (3500 °C) [Allaoui 2005].

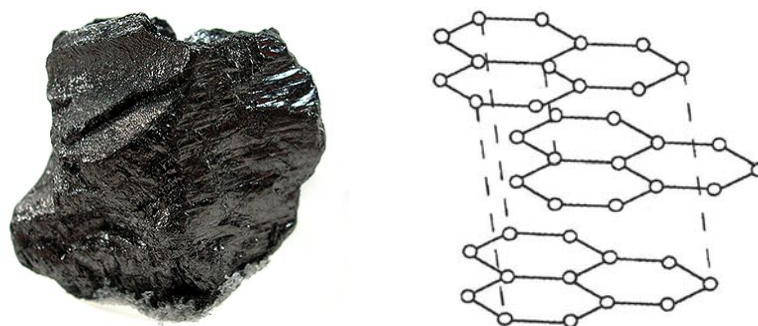


Fig. 1.5 : Forme et structure du graphite [Marcoux 2002].

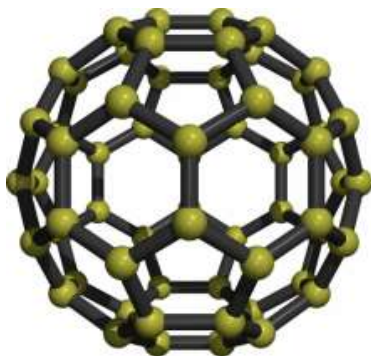
Du point de vue cristallographique, le graphite est constitué d'un empilement de plans appelés graphènes qui sont organisés en hexagone, structure dite en nid d'abeilles. Les atomes de carbone sont situés aux sommets des hexagones et chacun d'entre eux est relié à trois autres atomes, c'est une hybridation de type sp^2 . Les liaisons planaires sont fortes et la distance interatomique est de 0,142 nm. Au contraire, les liaisons entre atomes de plans

voisins sont plus faibles car ce ne sont pas des liaisons covalentes mais des liaisons π , la distance entre chaque plans d'hexagones est plus élevée : 0,336 nm. Cette structure particulière fait du graphite un matériau anisotrope, quasi bidimensionnel dont les plans glissent facilement les uns par rapport aux autres (figure 1.5), le graphite peut ainsi être utilisé comme lubrifiant ^[Buchoux 2011].

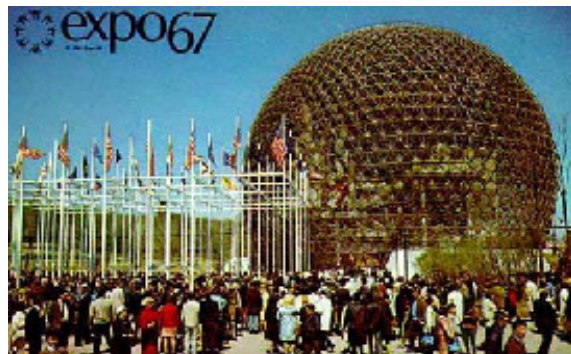
1.4.2 Nouvelles formes du carbone

1.4.2.1 Les fullerènes

En 1985, H. Kroto, R. Curl et R. Smalley ^[Kroto 1985] (colauréats du prix Nobel de chimie de 1996) ont réussi à isoler une forme majoritaire constituée de 60 atomes de carbone. Cette molécule, refermée sur elle-même comme une cage, a la forme d'un icosaèdre tronqué dont tous les sommets sont occupés par des atomes de carbone. Sa structure est alors constituée de 12 pentagones et de 20 hexagones (figure 1.6 (a)).



(a)



(b)

Fig. 1.6 : (a) Fullerène C_{60} , (b) Dômes géodésiques ^[Philippe 2006].

Cette nouvelle molécule de 60 atomes de carbone, ou C_{60} a été appelée buckminsterfullerène, par analogie avec les dômes géodésiques (figure 1.6 (b)) de l'architecte américain Richard Buckminster Fuller. Depuis, le nom a évolué, et nous nous référons maintenant à cette molécule en tant que fullerène, ou plus simplement C_{60} .

Le fullerène C_{60} est le représentant le plus connu de la famille des fullerènes, molécules « cages » de plus de 60 atomes de carbone ^[Kroto 1985]. Les fullerènes doivent obéir à de fortes conditions de stabilité chimique ; toutes les structures géométriquement possibles n'existent donc pas. Les fullerènes les plus connus sont les C_{60} et C_{70} , mais il existe également les C_{76} , C_{78} , C_{82} , C_{84} ...

1.4.2.2 Nanotube de carbone

Les nanotubes de carbone furent découverts en 1991 par un physicien japonais de NEC (Nippon Electric Company), Sumio Iijima, dans des suies issues d'une synthèse de fullerènes par arc électrique ^[Iijima 1991]. Des nanotubes multifeuillets (c'est-à-dire regroupant plusieurs parois cylindriques concentriques, cf. figure 1.7) furent alors observés par microscope électronique à transmission. L'année suivante, Thomas Ebbesen, un collègue d'Iijima chez

NEC, mettait au point une méthode de synthèse de nanotubes multifeuillets en grandes quantités ^[Ebbesen 1992]. Il s'agissait également d'un réacteur à arc électrique, mais à des pressions en hélium (He) plus élevées (500 mmHg) que celles employées pour la synthèse du C₆₀. La suie récoltée contenait un mélange de nanotubes de différents diamètres, longueurs et nombre de couches.

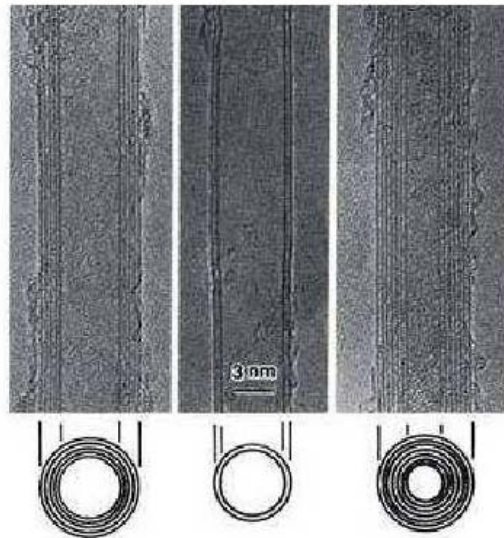


Fig. 1.7 : Nanotubes observés avec M.E.T par S. Iijima ^[Iijima 1991].

Au sein d'un nanotube de carbone (Carbon NanoTube, CNT), les atomes de carbone adoptent une hybridation sp^2 . Chaque atome de carbone est lié de façon covalente avec trois atomes voisins. A la différence des autres allotropes, les nanotubes de carbone (Carbon NanoTubes, CNTs) sont des macromolécules de forme tubulaire. La structure des nanotubes de carbone peut être décrite comme un feuillet de graphène enroulé sur lui-même.

En fonction du nombre de feuilles de graphènes qui les constitue, les nanotubes de carbone peuvent être monofeuillets ou multifeuillets.

a. Nanotube monofeuillet

Un nanotube monofeuillet (monoparoi, monocouche), dont l'acronyme anglais est SWCNT (Single Walled Carbon NanoTube) est constitué d'une seule feuille de graphène. On peut l'imaginer comme une feuille de graphène enroulée sur elle-même en formant un cylindre. Une feuille de graphène se caractérise par de nombreuses liaisons pendantes, ces dernières correspondent à de hauts états d'énergie de surface ^[Dresselhaus 2011]. Dans le but d'éliminer ces liaisons pendantes, l'énergie totale des atomes de carbone est minimisée, ce qui favorise l'augmentation de l'énergie de déformation et par conséquent la formation d'une structure tubulaire ^[Harris 2001]. Le diamètre d'un nanotube monofeuillet peut varier mais est en général compris entre 0,4 et 2 nm, la longueur est encore plus variable (100 nm à quelques millimètres) et toujours bien supérieur au diamètre ce qui fait des nanotubes de carbone des objets quasi unidimensionnel.

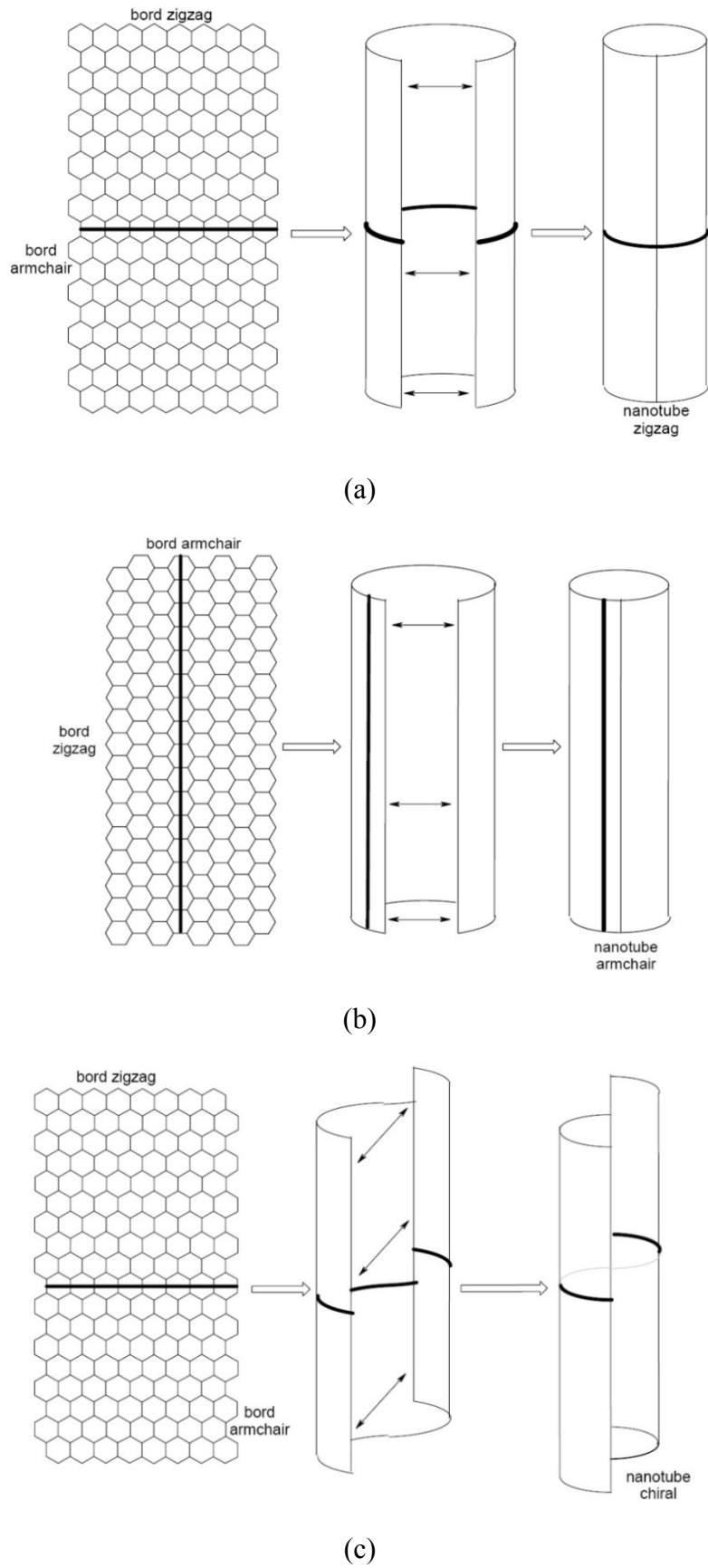


Fig. 1.8 : Les différents types de nanotubes monofeuillets, (a) zigzag, (b) armchair, (c) chiral [Sarr 2015].

Un feuillet de graphène est formé de deux types de bord nommés « zigzag » et « armchair ». Selon la manière dont est enroulé le nanotube, nous pouvons distinguer :

- Le nanotube **zigzag** : dans ce cas de figure, le nanotube est enroulé en joignant les deux bords armchair, voir la figure 1.8 (a).
- Le nanotube **armchair** : le nanotube s'enroule en joignant les deux bords zigzag, voir la figure 1.8 (b).
- Le nanotube **chiral** : il est obtenu en faisant une translation d'un bord du feuillet de graphène par rapport à l'autre et parallèlement à l'axe du tube avant de raccorder les bords voir figure 1.8 (c).

b. Nanotube multifeuillet

Les nanotubes multifeuillets (multiparoï, multicouche), dont l'acronyme anglais est MWCNT (Multi Walled Carbon NanoTube) sont constitués de plusieurs tubes concentriques n'ayant pas la même chiralité (figure 1.9). La distance séparant deux couches consécutives dans un nanotube multifeuillet est de l'ordre de 0,34 nm. Cette distance est légèrement supérieure à celle séparant deux plans de graphite du fait de la courbure des plans de graphène. Le diamètre des nanotubes multifeuillets peut aller de 5 à 50 nm environ, tandis que leur longueur varie d'une dizaine de nanomètres à plusieurs centaines de micromètres ^[Sarr 2015].

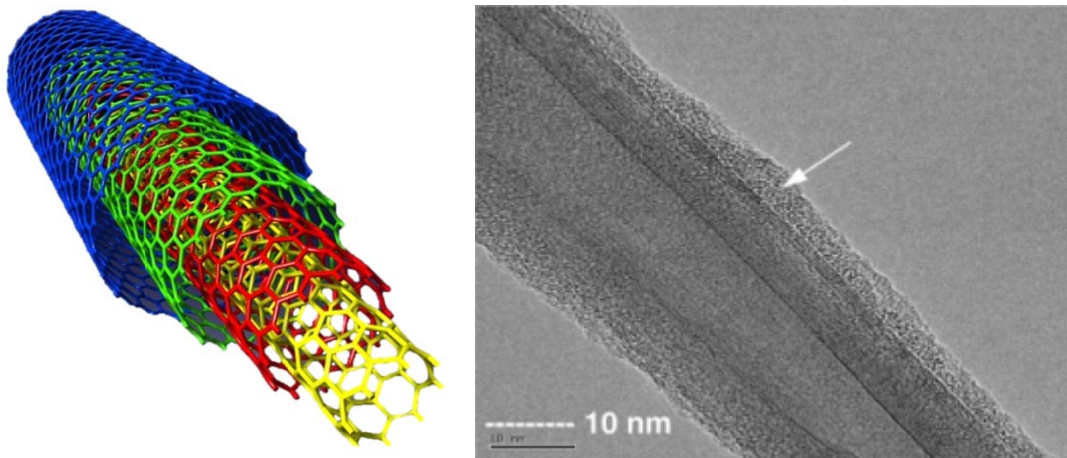


Fig. 1.9 : Nanotubes multifeuillets.

1.5 Méthodes de synthèse des nanotubes

Il existe deux principales méthodes de synthèse des nanotubes :

- La méthode **physique** : c'est la première méthode utilisée pour la synthèse des nanotubes. Dans cette méthode, les atomes de carbone qui constituent les feuillets des nanotubes viennent de l'évaporation d'une cible de graphite. On distingue principalement deux techniques : l'arc électrique et l'ablation laser ;
- La méthode **chimique** : est basée sur la décomposition d'un gaz carboné sur des particules catalytiques portées à moyenne température dans une atmosphère inerte.

1.5.1 Arc électrique

Cette technique a été initialement développée par Krätschmer et al. [Krätschmer 1990] pour la synthèse en grande quantité de fullerènes C_{60} , elle a été aussi utilisée par Iijima dans la découverte des premiers nanotubes de carbone en 1991 [Iijima 1991].

La méthode est schématisée sur la figure 1.10. Dans cette technique, on utilise des électrodes de carbone d'environ 5 à 20 mm de diamètre, séparées d'environ 1 mm. Entre ces électrodes, on applique une tension de 20 à 30 V et un courant continu d'environ 50 à 120 A. L'expérience s'effectue généralement sous une pression de gaz inerte (He, Ar) d'environ 500 mmHg. Lorsque l'arc électrique est en fonctionnement, un dépôt de carbone se forme autour de la cathode. C'est dans ce dépôt qu'on trouve les nanotubes de carbone. D'une façon générale, la méthode de synthèse par arc électrique produit des nanotubes avec un diamètre $\leq 1,5$ nm [Iijima 1993].

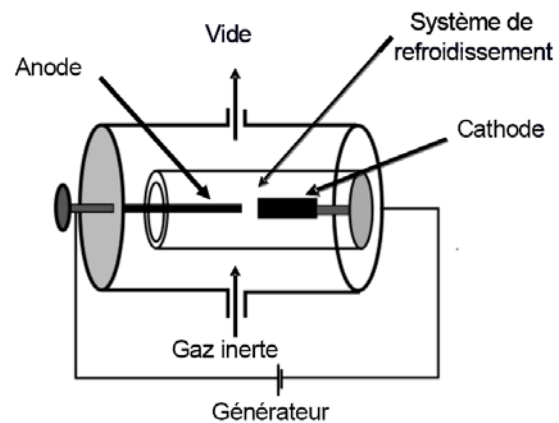


Fig. 1.10 : Photo et schémas de la méthode d'arc électrique.

La différence majeure entre la production de nanotubes multifeuillets et de nanotubes monofeuillets est la nécessité d'utiliser un ou plusieurs catalyseurs pour obtenir la forme monofeuillets des nanotubes de carbone. Le catalyseur est généralement une poudre métallique, contient souvent le nickel ou le cobalt, introduit dans un trou creusé dans l'anode.

Ce procédé a l'avantage d'être très simple et peu coûteux, et peut produire également différents types de nanotubes de carbone : des SWCNTs [Iijima 1993] [Bethune 1993] ou des MWCNTs [Iijima 1991] [Ebbesen 1992]. La densité de ces nanotubes de carbone varie avec la pression du gaz et la concentration du métal. La distribution du diamètre quand à elle ne varie pas avec ces paramètres.

1.5.2 Ablation laser

La technique de synthèse par ablation laser est la méthode qui a permis à Kroto et Smalley de découvrir les fullerènes (C_{60}) en 1985 [Kroto 1985]. Cette technique repose sur l'évaporation d'un disque de graphite par irradiation laser, la cible étant placée dans un four à 1200 °C.

Un faisceau laser pulsé est focalisé sur une cible placée à l'intérieur d'un four (figure 1.11). Le four est composé d'un tube généralement en quartz entouré de filaments chauffants. La synthèse se passe à haute température ($> 1200\text{ °C}$), sous atmosphère inerte, généralement de l'hélium ou de l'argon à une pression d'environ 500 mmHg.

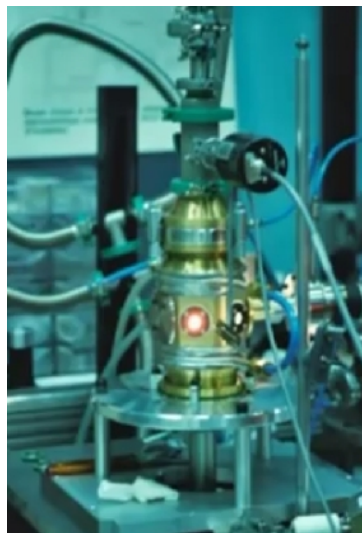


Fig. 1.11 : Photo du réacteur de synthèse par ablation laser.

La cible composée de carbone et ou d'un métal (Co, Ni, Fe...) servant de catalyseur à la réaction est ablatée par le laser et vaporisée. Le flux de gaz permet le transport des espèces qui viennent se condenser sur un collecteur en cuivre refroidi à l'eau. La croissance des nanotubes se passe pendant le transport et la nucléation se fait sur les particules de métal en suspension. Outre la température et la pression au sein du four, l'intensité du laser servant à ablater la cible joue un rôle critique. Le type de laser est également important. Le développement réalisé pour cette technique de synthèse s'est fait à l'aide d'un laser Nd:YAG, mais d'autres types de laser ont également été utilisés avec succès ^[Gautier 2016].

Comme dans le cas du procédé de synthèse par arc électrique plusieurs types de nanotubes peuvent être élaborés : une cible de graphite pur produira des MWCNTs avec une longueur moyenne de 300 nm et sont composés d'une dizaine de feuillets, une cible de graphite dopé d'un ou plusieurs catalyseurs métal produira des SWCNTs. Dans tous les cas des fullerènes et d'autres formes de carbone plus ou moins graphitisés sont observés.

1.5.3 Méthode de CVD

La synthèse de nanotubes de carbone par la méthode de dépôt chimique en phase vapeur (abrégée en CVD pour Chemical Vapor Deposition) a été effectuée pour la première fois par Endo et al. ^[Endo 1995].

Dans cette méthode, des gaz carbonés (CO , CH_4 , C_2H_2 , C_2H_4 , ou C_2H_6) et des gaz diluants (H_2 , NH_3) sont mis en présence de catalyseurs métalliques (Fe, Co, Ni), dans un four porté à haute température ($> 700\text{ °C}$). Le carbone libéré par la décomposition du gaz précipite ensuite à la surface de la particule. Cette condensation génère la croissance de structures tubulaires graphitisées. La croissance des nanotubes dépend aussi de la taille des particules

catalytiques (Co, Ni, Fe, Pd), de la température du four, de la pression du débit des gaz et de la nature du support (Si_3N_4 , SiO_2 , MgO , TiN ...) sur lequel sont localisées les particules métalliques. Le diamètre des nanotubes semble lié à la taille de la particule catalytique dont ils sont issus.

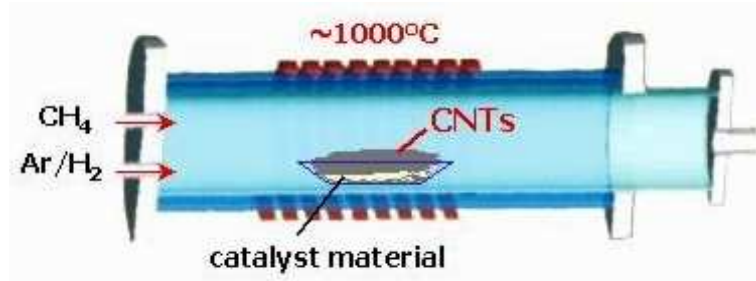


Fig. 1.12 : Schéma représentant un réacteur CVD.

1.5.4 Décomposition catalytique - HiPCO

Le procédé HiPCO (High Pressure dissociation of CO : décomposition sous haute pression de CO) a été développé par le groupe de R. Smalley ^[Nikolaev 1999]. Ce procédé fait partie de la famille des procédés de décomposition catalytique chimique.

Un flux continu de pentacarbonyle de fer ($\text{Fe}(\text{CO})_5$) et de monoxyde de carbone (CO) est introduit sous une pression de 10 atm dans une enceinte chauffée à 1200 °C. L'originalité du procédé tient au fait que le catalyseur, nécessaire à la croissance des tubes monofeuillets, est formé in situ par la décomposition du gaz précurseur. De surcroît, le monoxyde de carbone utilisé comme source de carbone pour la croissance des tubes ne se pyrolyse pas à 1200 °C, ce qui permet d'obtenir des nanotubes de carbone monofeuillets exempts de toute impureté graphitique.

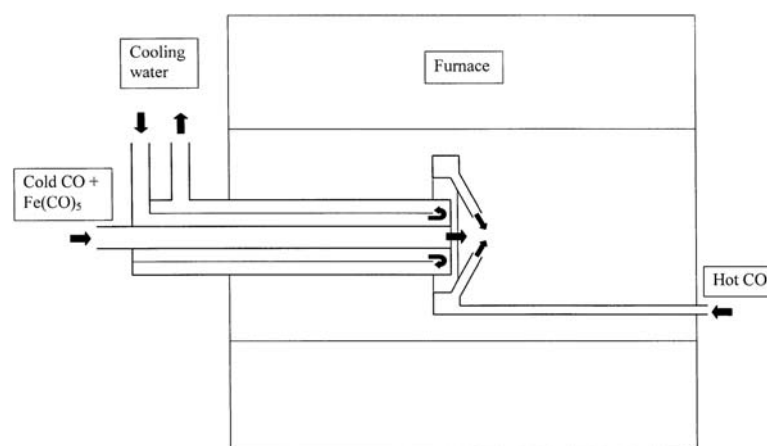


Fig. 1.13 : Schéma de principe d'un réacteur type HiPCO ^[Nikolaev 1999].

Les nanotubes formés par cette technique sont assez originaux. Ils présentent une large distribution de longueurs (dont des nanotubes très petits), mais contiennent beaucoup de catalyseur résiduel. Cette technique permet la synthèse à grande échelle de nanotubes monofeuillets. Le procédé de fabrication est à flux continu, ce qui est très positif pour une industrialisation.

1.6 Structure des nanotubes

Les nanotubes monofeuillets se différencient par ce qu'on appelle la chiralité, qui est la façon dont le feuillet de graphène est enroulé autour de son axe. La chiralité est très importante, en particulier pour les électroniciens, car elle définit les propriétés physico-chimique du nanotube et tout particulièrement les propriétés électriques.

Comme cité précédemment, une feuille de graphène est un pavage hexagonal à deux dimensions d'atomes de carbone de côté $a_{C-C} = 0,142 \text{ nm}$ (figure 1.14). Ce réseau hexagonal est défini par la base (\vec{a}_1, \vec{a}_2) . On note $a = \|\vec{a}_1\| = \|\vec{a}_2\| = \sqrt{3}a_{C-C} = 0,246 \text{ nm}$.

La feuille de graphène possède deux atomes par maille. Le nanotube est obtenu en repliant la feuille de graphène de façon à faire coïncider deux sites cristallographiques équivalents reliés par le vecteur chiral \vec{C}_h .

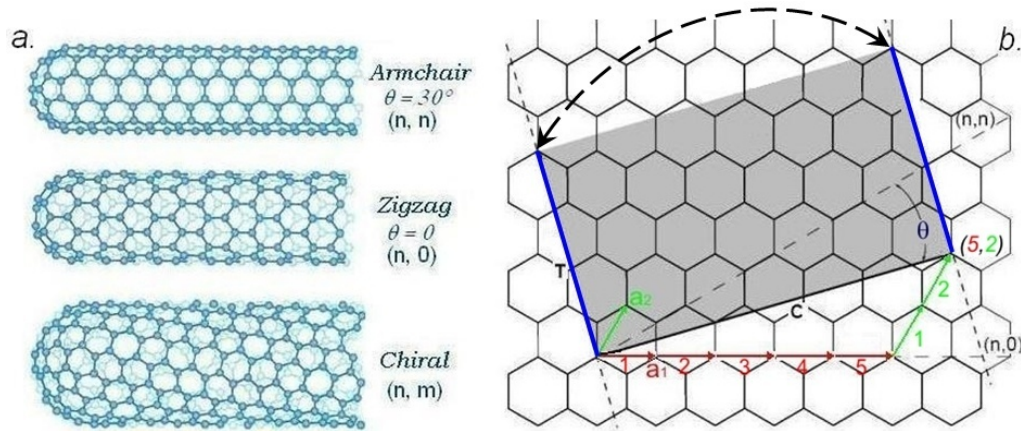


Fig. 1.14 : Structures atomiques d'un nanotube ($n = 5$ et $m = 2$).

Le vecteur chiral \vec{C}_h est une combinaison linéaire des vecteurs de base du graphène \vec{a}_1 et \vec{a}_2 :

$$\vec{C}_h = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 \quad (1.1)$$

où (n, m) est un couple de nombres entiers. Les entiers n et m sont appelés indices de chiralité du nanotube. Ils définissent complètement le nanotube et lui donnent son « nom ». Par exemple, différents nanotubes sont nommés $(10,10)$; $(10,0)$; $(5,4)$ etc.

L'angle θ entre \vec{C}_h et le vecteur de base \vec{a}_1 est appelé angle chiral. Les nanotubes se divisent en deux familles : les nanotubes chiraux et les nanotubes non chiraux. Les nanotubes non chiraux possèdent une symétrie miroir, ce qui n'est pas le cas des nanotubes chiraux. Les hexagones dessinent une hélice sur la surface du nanotube.

Les nanotubes peuvent être classés selon leur hélicité. Il existe trois hélicités différentes :

- $\theta = 0^\circ$ ($n = 0$ ou $m = 0$) : le nanotube est non chiral, de type zigzag ;
- $\theta = 30^\circ$ ($n = m$) : le nanotube est non chiral, de type armchair (chaise) ;
- $\theta \neq 0^\circ$ et $\neq 30^\circ$: le nanotube est chiral.

Il existe un certain nombre de relations permettant de calculer le diamètre d_t , l'hélicité, etc. à partir de la seule connaissance du couple (n, m) :

Vecteur \vec{C}_h :

$$\|\vec{C}_h\| = a\sqrt{n^2 + m^2 + nm} \quad (1.2)$$

Diamètre du tube d_t :

$$d_t = \frac{a}{\pi}\sqrt{n^2 + m^2 + nm} = \frac{a_{C-C}}{\pi}\sqrt{3}\sqrt{n^2 + m^2 + nm} \quad (1.3)$$

Angle chiral θ :

$$\theta = \arctan \frac{\sqrt{3}m}{m + 2n} = \arccos \frac{2n + m}{2\sqrt{n^2 + m^2 + nm}} \quad (1.4)$$

1.7 Propriétés des nanotubes

Les nanotubes de carbone, étant constitués de plans de graphène comportant des liaisons covalentes, ils présentent des propriétés exceptionnelles, qui seront détaillées ci-dessous.

1.7.1 Propriétés thermiques

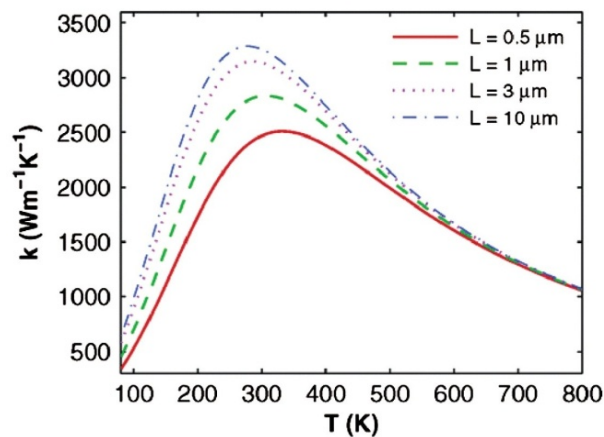
La conductivité thermique des nanotubes de carbone est supérieure à celle du cuivre et du diamant (cf. tableau 1.1) ce qui les place parmi les meilleurs conducteurs thermiques connus. Cette conductivité très élevée est due principalement à la rigidité de ces structures composées de liaisons covalentes de type sp^2 et sp^3 entre atomes de carbone favorisant une transmission de la chaleur par vibration des réseaux cristallins (phonons).

La conductivité thermique des nanotubes de carbone déterminée expérimentalement à la température ambiante est comprise entre 34,0 et 13350,0 $Wm^{-1}K^{-1}$ selon les études [Marconnet 2013]. Ces valeurs de conductivité thermique sont calculées avec une section correspondant à l'aire délimitée par le tube externe du nanotube, soit $\pi d^2/4$, avec d le diamètre externe du nanotube. La conductivité thermique des MWCNT est réputée décroître avec l'augmentation du nombre de feuillets.

Tab. 1.1 : Conductivité thermique de quelques matériaux.

Matériaux	Conductivité thermique ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)
Cuivre	483
Aluminium	204
Acier	46
Béton	0,92
Diamant	2000
Graphite	100 ~ 400
SWCNT	3500 ^[Tanaka 2014]
MWCNT	3000 ^[Tanaka 2014]

La conductivité thermique des nanotubes de carbone dépend de la température, de la géométrie (chiralité, diamètre, longueur) et de la qualité du réseau cristallin (défauts, impuretés). La conductivité thermique des nanotubes est maximale aux alentours de la température ambiante. La figure 1.15 illustre cette tendance pour un nanotube monocouche individuel ainsi que l'effet de la longueur sur la conductivité thermique. A mesure que la longueur des nanotubes augmente et dépasse le libre parcours moyen des phonons, le régime de conduction de la chaleur passe de balistique à diffusif. Dans le cas du régime diffusif, la conductivité thermique ne dépend plus de la longueur du nanotube. Lorsque le diamètre augmente, les résultats expérimentaux montrent que la conductance thermique augmente mais que la conductivité thermique avec comme surface de référence $\pi d^2/4$ diminue. La présence de défauts ou d'impuretés dans le réseau cristallin diminue la conductivité thermique de manière significative, cette diminution pouvant dépasser un facteur 2 pour de faibles concentrations de défauts ^[Marconnet 2013].

**Fig. 1.15** : Conductivité thermique k d'un SWCNT individuel en fonction de la température T et de la longueur L ^[Marconnet 2013].

1.7.2 Propriétés électroniques

Les propriétés électroniques des nanotubes dépendent fortement de leur angle de chiralité et leur diamètre, ce qui leur donne un caractère semi-conducteur ou métallique. Tous les nanotubes de configuration « armchair » sont métalliques, alors que les nanotubes de types

« zigzag » ou « chiraux » sont soit semi-conducteurs soit métalliques. Avec les multifeuillets, chacun des feuillets peut présenter des propriétés électriques différentes (soit semi-conductrice, soit métallique). Les nanotubes présentent un grand potentiel dans le domaine de la microélectronique, ceux-ci pouvant transporter des densités de courant supérieures à 10^9 A/cm^2 , donc 100 fois supérieures à celles transportées par les métaux couramment utilisés tels que le cuivre ou l'argent [Bortolamiol 2015].

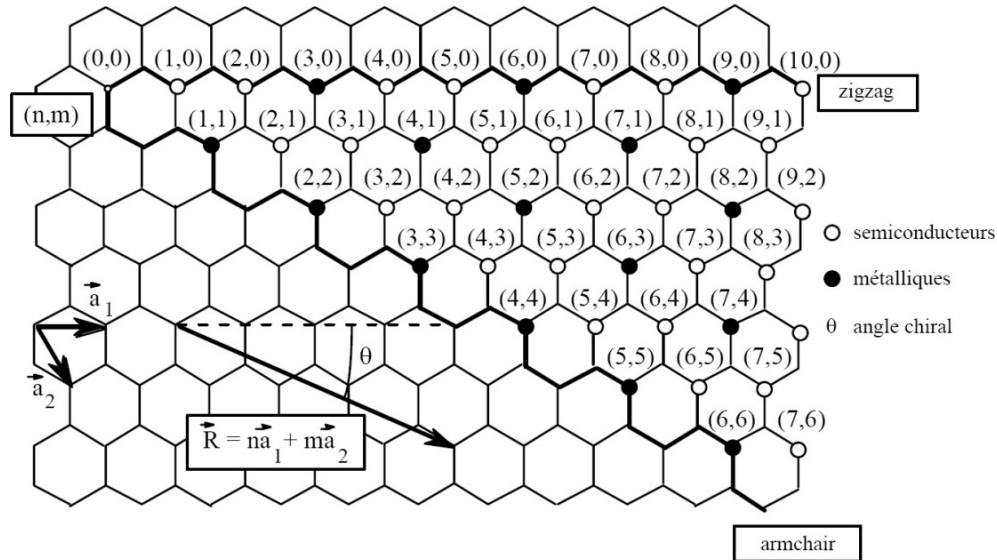


Fig. 1.16 : Propriété électronique de nanotube de carbone monofeuillet en fonction de leurs indices de chiralité (n, m) [Marcoux 2002].

1.7.3 Propriétés mécaniques

La force des liaisons covalentes présentes dans les feuillets de graphène constituant les nanotubes (énergie de liaison C-C : 610 kJ/mol), confère aux nanotubes des propriétés mécaniques exceptionnelles [Debski 2014].

La dimension nanométrique des nanotubes de carbone rend l'étude de leurs propriétés mécaniques très difficile en raison d'importants moyens techniques de microscopie nécessaires pour leurs caractérisations [Boulerouah 2011].

Ainsi, la première expérience sur la mesure du module de Young a été réalisée par Treacy et al. en 1996. Cette mesure a été effectuée à l'aide d'un microscope électronique en transmission (TEM pour Transmission Electron Microscopy) sur un amas de MWCNT fixé à une extrémité sur un substrat et l'autre extrémité soumis à une source de chaleur. L'analyse des vibrations thermiques en fonction de la température a permis une estimation du module de Young d'une moyenne de $1,8 \text{ TPa}$.

Par la suite, Krishnan et al. ont trouvé par la même méthode une valeur de module de Young comparable, d'environ $1,21 \text{ TPa}$ pour un SWCNT de $1,5 \text{ nm}$ de diamètre moyen. En utilisant un microscope à force atomique (AFM pour Atomic Force Microscope), Salvétat et

al. ont mesuré un module de Young moyen de 1,31 TPa pour un SWCNT de 3 nm de diamètre.

Le tableau 1.2 contient des valeurs de module de Young des nanotubes de carbone déterminées expérimentalement. Vu de ces propriétés mécaniques, les nanotubes de carbone sont des candidats potentiels en tant que renfort dans différentes matrices pour augmenter les propriétés mécaniques de matériaux comme les fibres ou les films.

Tab. 1.2 : Module de Young déterminé expérimentalement ^[Pal 2018].

Types de CNTs	Approches	Module de Young (TPa)	Références
MWCNT	TEM*	1,8	Treacy et al. (1996)
MWCNT	AFM*	1,28	Wong et al. (1997)
MWCNT	SEM*	1,0	Muster et al. (1998)
SWCNT	TEM*	1,25	Krishnan et al. (1998)
MWCNT	AFM*	0,81	Selvetat et al. (1999)
SWCNT	AFM*	1,002	Yu et al. (2000)
MWCNT	AFM*	1,2	Tomblor et al. (2000)
MWCNT	TEM*	1,25	Demczyk et al. (2002)
MWCNT	TEM*	0,35 ± 0,11	Guhados et al. (2007)
MWCNT	TEM*	0,62 ~ 1,2	Ding et al. (2007)
SWCNT	EMA*	0,97	Wu et al. (2008)

(*) AFM, atomic force microscopy ; EMA, electro-magnetic actuation ; SEM, scanning electron microscopy ; TEM, transmission electron microscopy.

1.8 Défauts des nanotubes de carbone

Les nanotubes de carbone sont constitués uniquement d'atomes de carbone hybridés sp^2 et formant des réseaux d'hexagones. L'outil principal pour caractériser les nanotubes est la microscopie électronique, qui projette une image en deux dimensions. Pour accéder à la troisième dimension, il faut utiliser les microscopies à effet tunnel et à force atomique. La troisième dimension est en théorie accessible par TEM à l'aide d'une reconstruction numérique à partir d'images deux dimensions inclinées à différents angles.

En pratique, cette opération est trop lourde pour être exploitable. Parmi les défauts présents dans les nanotubes pouvant avoir une influence notable sur les propriétés mécaniques, nous distinguons les dislocations, les agglomérats, et les défauts topologiques. Les atomes de carbone peuvent former par exemple des pentagones ou des heptagones plutôt que des hexagones (figure 1.17). Les dislocations entraînent une diminution de la résistance à la rupture, alors que les défauts topologiques, lorsqu'ils induisent une courbure locale de la couche de graphite, peuvent diminuer le module élastique effectif d'un nanotube.

Il est alors possible, en combinant ces défauts, de faire varier le diamètre du tube ou créer des coudes. Des connexions entre nanotubes de carbone sous la forme de jonction en Y, T ou en X ont déjà été observées (figure 1.18).

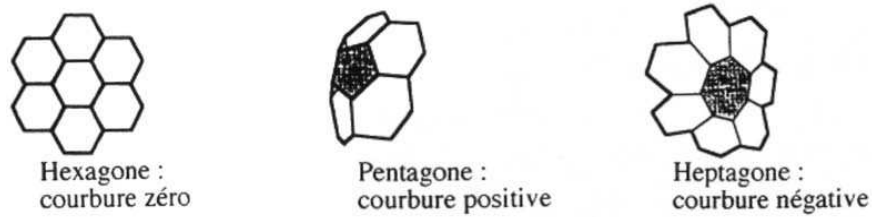


Fig. 1.17 : Influence du nombre d'atome de carbone sur la courbure ^[Marcoux 2002].

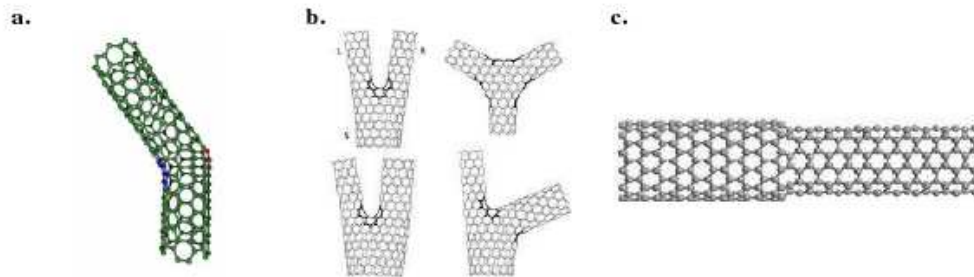


Fig. 1.18 : Défauts pentagonaux et heptagonaux se traduisant par : (a) un coude, (b) des jonctions Y, (c) un changement de diamètre ^[Rizk 2009].

1.9 Généralités sur les impuretés et purification des nanotubes

La qualité et le rendement des méthodes de synthèse des échantillons de nanotube de carbone dépendent de nombreux paramètres comme la température, la pression dans la zone de réaction, la composition des catalyseurs ou le flux du gaz utilisé. L'optimisation de tous les paramètres de synthèse est essentielle pour contrôler les caractéristiques des échantillons.

Dans les échantillons produits, les nanotubes de carbone ne possèdent pas une structure parfaite et présentent une distribution plus ou moins large des diamètres et des longueurs. Ils sont également accompagnés d'impuretés de différente nature. La présence de ces hétérogénéités limite l'exploitation optimale des propriétés des nanotubes ^[Mercier 2012].

Les impuretés présentes au sein des échantillons de nanotubes de carbone dépendent des conditions de synthèse des échantillons. Cependant, certaines impuretés se retrouvent systématiquement dans des échantillons issus de différents modes de synthèse. On peut distinguer :

- Les impuretés **solubles** : des fullerènes (C_{60} , C_{70}), des hydrocarbures aromatiques polycycliques ;
- Les impuretés **insolubles** : du carbone amorphe, des particules de graphite, des oignons de carbone, des particules métalliques de catalyseur (recouvertes de feuillets graphitiques).

Il est très facile de se séparer des impuretés solubles, un lavage au (CS_2) ou au toluène permet d'y parvenir. La question des impuretés insolubles est naturellement plus délicate et une grande variété de méthodes de purification ont été décrites, qu'on peut classer comme suit :

- Les méthodes **chimiques** : elles reposent sur la différence de réactivité entre les nanotubes et les impuretés, le carbone amorphe et les espèces mal graphitisées étant plus réactives. Les réactions mises en jeu sont des réactions d'oxydation, avec un oxydant liquide (la plupart du temps) ou gazeux. Elles doivent dégrader les impuretés en produits solubles ou gazeux. Elles permettent de se séparer du carbone amorphe et des particules métalliques, bien que les feuillets graphitiques entourant le métal constituent souvent un obstacle à son oxydation.
- Les méthodes **physiques** : elles reposent sur la différence de forme entre les nanotubes, très longs et très anisotropes, et les nanoparticules d'impuretés, bien souvent de forme approximativement sphérique. Les techniques utilisées sont principalement la microfiltration, tangentielle ou directe, ou la chromatographie, d'exclusion stérique, ou de perméations de gel. Des séparations reposant sur la différence de densité existent également, il s'agit alors de purification par centrifugation. Ces méthodes physiques permettent de se séparer des nanoparticules (catalyseur, graphite, oignons), le carbone amorphe étant trop divisé pour pouvoir être éliminé par ces méthodes.

1.10 Producteurs sur le marché

Depuis leur découverte par un chercheur en nanotechnologies japonais, les nanotubes de carbone suscitent de plus en plus d'engouement. Le marché mondial explose et est estimé à près d'1 milliard d'euros. C'est pourquoi de grands groupes chimiques comme Bayer et Arkema investissent autant dans cette molécule du futur.

En dehors de ces multinationales, la majorité des fabricants de nanotube de carbone sont des spin-off (filiale séparée de l'entreprise mère) avec comme point de départ une équipe de chercheurs universitaires ayant eu une idée innovante. La difficulté pour ces derniers est de passer de la création en laboratoire à la phase industrielle. Cela se traduit par d'importantes dépenses obligeant les fabricants à effectuer des levées de fonds. Le secteur étant attractif, les investisseurs intéressés sont nombreux.

Tab. 1.3 : Exemples de producteurs des nanotubes de carbone ^[Web 2].

Amérique du nord	Europe	Asie
<u>Canada</u>	<u>Allemagne</u>	<u>Chine</u>
▪ Raymor Industries	▪ Bayer Material Science	▪ Guangzhou Yorkpoint
<u>Etats-Unis</u>	<u>Belgique</u>	▪ Sun Nanotech
▪ Ahwahnee	▪ Nanocyl	<u>Corée</u>
▪ Apex Nanomaterials	<u>France</u>	▪ Ljin Nanotech
▪ Carbolex	▪ Arkema	<u>Japon</u>
▪ Carbon Solutions	▪ Nanoledge	▪ Mitsui Carbon Nanotech
▪ NanoIntegris	<u>Royaume-Uni</u>	▪ Showa Denko Inorganic Materials
▪ Hyperion Catalysis	▪ Thomas Swan	▪ Carbon Wresearch Institute
▪ SCNTE		▪ Mitsubishi Corp
▪ Catalyx Nanotech		
▪ SWENT		
▪ Unidym		

En 2012, plus de 100 entreprises produisaient des nanotubes de carbone. Si l'on considère les capacités de production, le pôle Asie-Pacifique représente le premier pôle (44,2 %) suivi par l'Amérique du nord (29,2 %) et l'Union Européenne (24 %). De la même façon, on recense plus de 1000 entreprises, laboratoires ou autres institutions directement impliqués dans la recherche et le développement liés aux nanotubes de carbone. De ce fait, le marché des nanotubes de carbone est oligopolistique avec de gros producteurs qui fournissent de nombreux secteurs d'activité (industries des polymères et des composites ainsi que les marchés de l'électronique et de l'énergie notamment). Ces nanoparticules représentent 28 % du marché des nanomatériaux avec un chiffre d'affaire proche des 700 millions de dollars pour l'année 2010.

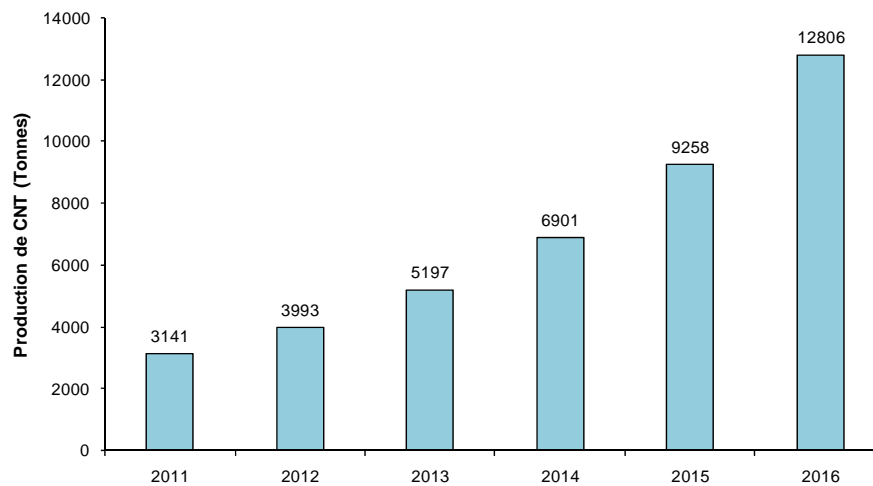


Fig. 1.19 : Evolution du marché des CNTs de 2011 à 2016 ^[Web 3].

Actuellement, le grand défi des nanotubes est de confirmer les attentes placées en eux. Le coût de production très élevé et la complexité technique repoussent encore la véritable commercialisation des pièces fabriquées à base de nanotubes de carbone. La santé publique est l'autre élément à prendre au sérieux par les fabricants.

1.11 Toxicité

Les risques de la fabrication et de l'utilisation des nanotubes à l'échelle industrielle sur l'environnement et la santé ont longtemps été ignorés. Cependant, de nombreuses équipes de recherche étudient actuellement la toxicité potentielle de ces nanoparticules. La toxicité des nanotubes est à l'étude afin de mieux comprendre l'interaction de ces nanomatériaux avec notre organisme. Cette toxicité dépend de nombreux facteurs dans le cas d'une exposition non intentionnelle dont la voie d'exposition : orale, respiratoire ou encore cutanée.

D'une part, les résidus catalytiques (particules métalliques) peuvent potentiellement être toxiques pour l'organisme. En effet, des résidus de fer, provenant par exemple des catalyseurs de synthèse, peuvent entraîner la formation de radicaux libres (OH) et ainsi provoquer l'endommagement cellulaire. Des résidus de cobalt peuvent également, par exemple, conduire à des défauts au niveau des chromosomes.

D'autre part, la modification chimique des parois des nanotubes peut fortement impacter leur potentielle toxicité. Les parois étant directement au contact avec le milieu, ce sont elles qui vont conditionner l'interaction entre les nanotubes et les milieux biologiques. De manière générale, plus les nanotubes ont un taux de fonctionnalisation élevé (avec la conséquence de les raccourcir au cours des étapes de préparation), et plus cela facilite leur dispersion et permet à l'organisme de les éliminer plus rapidement. Dans le cas contraire, les nanotubes vont souvent circuler dans l'organisme avant de s'accumuler dans différents organes tels que le foie, la rate, les poumons, dans lesquels ils sont difficilement biodégradables.

1.12 Conclusion

Ce chapitre, qui constitue une recherche bibliographique sur les nano-renforts a montré l'importance de ces nano-objets tant dans le domaine des nanosciences que dans leur côté applicatif. Leurs dimensions particulières ainsi que leurs propriétés diverses ouvrent à l'industrie des perspectives d'innovations nombreuses et prometteuses.

En raison des propriétés physiques remarquables, Les nanotubes de carbone font l'objet d'une attention particulière. La combinaison de leurs propriétés mécaniques, thermiques et électriques renforcées avec des densités très faibles font penser que les nanotubes de carbone sont les candidats idéaux pour des nanocomposites hautes performances.

Chapitre 2

Généralités sur les nanocomposites à base de polymère et nanotube de carbone

2.1 Introduction

Sous le terme « nanocomposites » sont rassemblées les familles de matériaux composites structurés, pour au moins une des phases, à l'échelle nanométrique. Ces matériaux sont formés d'une matrice et d'un renfort. La matrice peut être constituée d'une matière métallique, céramique ou polymère. Le renfort assure la tenue mécanique de la matrice et peut se présenter sous forme de particules (minéraux), de feuillets (argiles exfoliées) ou de fibres (nanotubes de carbone).

Les matériaux nanocomposites sont de plus en plus étudiés et commencent par être utilisés dans l'industrie pour les améliorations qu'ils offrent comparés aux composites conventionnels. Ils sont très utilisés dans les industries aéronautiques et automobiles où l'amélioration des performances des structures combinée à leur légèreté constituent des défis quotidiens.

Dans cette partie du travail, on va présenter en première partie une généralité et classification des polymères et la deuxième partie en se focalise au nanocomposite à matrice polymères et à renforts de type nanotube de carbone. Enfin, nous traitons la dispersion des renforts dans la matrice polymère.

2.2 Les polymères

Le nom polymère vient du grec (*polus*) plusieurs et (*meros*) partie, qui signifie une classe de matériau. D'un point de vue chimique, un polymère est une macromolécule (grande molécule) formée de l'enchaînement covalent d'un très grand nombre d'unités de répétition qui dérivent d'un ou de plusieurs monomères (qui sont également appelés motifs) et préparée à partir de molécules appelées monomère. En général, les polymères sont formés à partir de 9 éléments chimiques : le carbone, l'hydrogène, l'oxygène, l'azote, le fluor, le silicium, le phosphore, le soufre et le chlore ^[Halary 2006].

La technique d'assemblage des monomères pour l'obtention de polymère s'appelle la polymérisation. Le nombre n ($n > 100$) de monomère est appelée « degré de polymérisation » ou « indice de polymérisation » (figure 2.1).

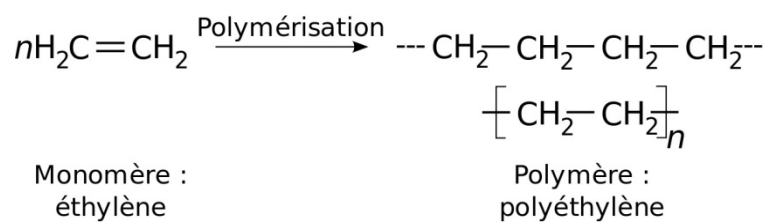


Fig. 2.1 : Exemples de polymérisation.

2.3 Classification des polymères

Les polymères sont classés suivant plusieurs critères tels que : l'origine, la structure chimique, le comportement thermique, l'utilisation, l'importance économique, le mode de synthèse ou l'état cristallin. Nous indiquons ci-après les classifications les plus courantes.

2.3.1 Classification suivant l'origine

Les polymères peuvent être d'origine naturelle, artificielle ou synthétique.

2.3.1.1 Les polymères naturels

Ce sont des composés organiques formant la matière vivante, comme les protéines, les acides nucléiques, la cellulose...

2.3.1.2 Les polymères artificiels

Sont obtenue par modification chimique de polymères naturels de façon à transformer certaines de leurs propriétés.

2.3.1.3 Les polymères synthétiques

Les molécules monomères qui permettent de les obtenir n'existent pas dans la nature. Cependant, les structures réalisées par synthèse sont souvent proches de celles des polymères naturels.

2.3.2 Classification suivant la structure chimique

La structure chimique des motifs permet une classification des composés macromoléculaires en homopolymères et copolymères ^[Young 2011].

2.3.2.1 Les homopolymères

Ce sont des polymères composés d'un seul type d'unité répétitive. Les homopolymères sont des longues chaînes formées par la répétition d'un seul monomère. Il existe au sein des homopolymères différentes familles, on trouve : les homopolymères linéaires, branchés et étoilés (figure 2.2).



Fig. 2.2 : Homopolymères, (a) linéaires, (b) branchés, (c) étoilés.

2.3.2.2 Les copolymères

Les copolymères sont des polymères composés d'au moins deux types d'unités répétitives. Les copolymères peuvent se classer dans différentes familles, citons : le mode statistique, alterné, séquencé et greffé (figure 2.3).



Fig. 2.3 : Copolymères, (a) statistique, (b) alterné, (c) séquencé, (d) greffé.

2.3.3 Classification suivant le comportement thermique

Les polymères sont souvent classés d'après leurs propriétés thermodynamiques en trois types ^[Dupeux 2004] :

2.3.3.1 Les thermoplastiques

Ce sont des polymères qui pouvant être ramolli par chauffage et durci par refroidissement dans un intervalle de température spécifique. Cette opération est réversible et ces polymères sont recyclés par simple chauffage. Ils sont de loin les plus employés du fait de leur faible coût et de leur facilité d'utilisation. Le changement d'état solide/liquide ou pâteux peut se faire plusieurs fois avec une perte de caractéristiques à chaque cycle.

2.3.3.2 Les thermodurcissables

C'est polymères durcissent de façon irréversible sous l'action de la chaleur et/ou par ajout d'un réactif chimique. Dans ce cas les chaînes de départ sont beaucoup plus courtes et plus réactives, ces chaînes vont se lier ensemble chimiquement, cette réaction conduit à des liens chimiques rigides et met en jeu toutes les molécules présentes pour former un réseau tridimensionnel.

2.3.3.3 Les élastomères

Ces polymères présentent les mêmes qualités élastiques que le caoutchouc, un élastomère au repos est constitué de longues chaînes moléculaires repliées sur elles même, sous l'action d'une contrainte, les molécules peuvent glisser les unes par rapport aux autres et se déformer.

2.4 Structures moléculaire des polymères solides

A l'échelle macromoléculaire, les polymères ont essentiellement deux structures différentes. L'état amorphe qui est caractérisé par une structure de type pelote statistique. L'état cristallin qui lui est caractérisé par un ordre à grande distance ^[Tagrara 2016].

2.4.1 La structure amorphe - cristalline

Les zones dites amorphes correspondent à une structure comparable à celle des liquides qui est caractérisé par une structure de type pelote (figure 2.4 (a)). Il n'y a pas de distance constante entre les macromolécules et aucune régularité dans l'arrangement et l'orientation de celles-ci dans des zones submicroniques. Les macromolécules peuvent former des points d'enchevêtrement physiques qui sont inévitables à partir d'une certaine longueur des chaînes moléculaires, très souvent atteinte dans les polymères commerciaux. La longueur des segments entre les enchevêtrements est en général suffisamment grande pour que les segments se comportent comme des chaînes individuelles. Les segments de chaînes sont capables de créer une certaine mobilité moléculaire si des espaces libres sont régulièrement distribués dans tout le volume du matériau. Ces espaces constituent le volume libre du matériau qui détermine la mobilité des macromolécules et l'aptitude du polymère à changer de conformation.

Sous l'influence de certaines actions physiques, des zones ordonnées, suivant un réseau périodique, pourront apparaître au sein du polymère. Dans ces zones dites cristallines les chaînes resteront parallèles les unes aux autres (figure 2.4 (b)), et entre elles s'établiront un réseau d'interactions transversales qui maintiendra la solidité de la structure. Du fait de l'existence des enchevêtrements entre les chaînes qui se conservent dans le solide pendant la formation des zones cristallines, la régularité du parallélisme des chaînes se trouve limitée à des portions restreintes des longueurs de celles-ci. Les domaines cristallins, dans l'impossibilité où ils se trouvent alors de croître jusqu'à occuper la totalité de la masse du polymère, restent de dimension limitée.

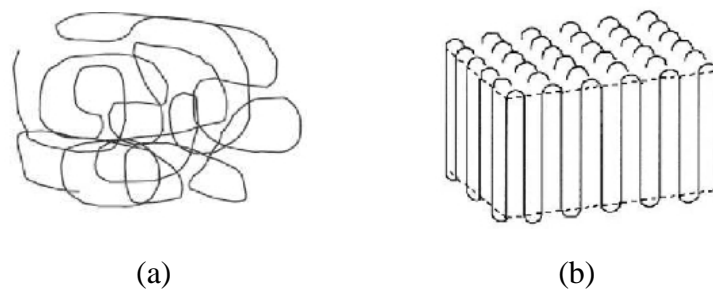


Fig. 2.4 : (a) Schématisation de la structure type d'une pelote statistique,
(b) Schématisation du repliement des chaînes dans un monocristal.

2.4.2 La structures semi-cristallines

La morphologie semi-cristalline se présente localement comme un ensemble de lamelles cristallines, séparées entre elles par une phase amorphe (figure 2.5). Les deux phases sont liées entre elles par des segments de chaînes macromoléculaires appelés molécules de lien, car ces dernières peuvent participer à la formation de plusieurs lamelles cristallines en même temps.

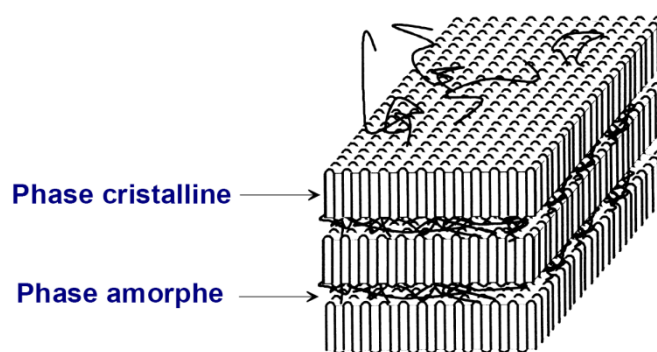


Fig. 2.5 : Structure d'un polymère semi-cristallin ^[Addiego 2006].

2.5 Propriétés des polymères

Les propriétés des matériaux polymères sont beaucoup plus sensibles que celles des métaux aux influences extérieures telles que la température, la dureté, l'intensité de la contrainte appliquée, les radiations UV et les agents chimiques.

La densité des polymères par rapport à l'eau, à l'état compact, s'étage entre 0,9 et 1,5. Cela en fait des matériaux très légers, comparés aux métaux, céramiques, verres ou même certains bois. Ils ne sont stables qu'à des températures modérées. La plupart des polymères thermoplastiques se ramollissent ou fondent à des températures comprises entre 100 et 250 °C ; un polymère est dit « thermostable » s'il résiste à 300 °C durant quelques instants, la plupart des polymères se dégradent à des températures supérieures. Le module de Young des polymères thermoplastiques est inférieur à 3 GPa, comparé à 20 GPa pour les bétons et 200 GPa pour l'acier.

éthylène	$\text{CH}_2 = \text{CH}_2$	polyéthylène (PE) $-(\text{CH}_2 - \text{CH}_2)_n-$
tétrafluoroéthylène	$\text{CF}_2 = \text{CF}_2$	polytétrafluoroéthylène (PTFE) $-(\text{CF}_2 - \text{CF}_2)_n-$
propylène	$\text{CH}_2 = \overset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{CH}}}$	polypropylène (PP) $-(\text{CH}_2 - \overset{\text{CH}_3}{\underset{ }{\text{CH}}})_n-$
chlorure de vinyle	$\text{CH}_2 = \overset{\text{Cl}}{\underset{ }{\text{CH}}}$	polychlorure de vinyle (PVC) $-(\text{CH}_2 - \overset{\text{Cl}}{\underset{ }{\text{CH}}})_n-$
styrène	$\text{CH}_2 = \overset{\text{C}_6\text{H}_5}{\underset{ }{\text{CH}}}$	polystyrène (PS) $-(\text{CH}_2 - \overset{\text{C}_6\text{H}_5}{\underset{ }{\text{CH}}})_n-$
acrylonitrile	$\text{CH}_2 = \overset{\text{CN}}{\underset{ }{\text{CH}}}$	polyacrylonitrile (PAN) $-(\text{CH}_2 - \overset{\text{CN}}{\underset{ }{\text{CH}}})_n-$
méthacrylate de méthyle	$\text{CH}_2 = \overset{\text{CH}_3}{\underset{\text{O}=\text{C}-\text{O}-\text{CH}_3}{ }{\text{C}}}$	polyméthacrylate de méthyle (PMMA) $-(\text{CH}_2 - \overset{\text{CH}_3}{\underset{\text{O}=\text{C}-\text{O}-\text{CH}_3}{ }{\text{C}}})_n-$

Fig. 2.6 : Exemples de monomères et des polymères correspondants [Dupeux 2004].

2.6 Applications des polymères

Les polymères sont devenus l'élément essentiel d'un nombre très important d'objets usuels et courants, dans lesquels, ils ont souvent remplacé les substances naturelles. Les cinq familles les plus utilisées sont :

- Les polychlorures de vinyles (PVC) utilisés comme pièces rigides, tuyauterie, films d'étanchéité ;
- Les polyéthylènes (PE) utilisé comme emballages transparents, pièces rigides ;
- Les polypropylènes (PP) et les polystyrènes (PS) : pièces rigides, fibres ;
- Les polyesters saturés : cosmétiques, revêtements de surface, peintures, vernis, plastifiants pour autres polymères ; et les polyesters insaturés : films, fibres textiles, matériaux composites ;
- Les polyuréthanes (PU).

Citons également les élastomères, qui proviennent pour certains de ces différentes familles et ou du caoutchouc naturel, et dont la principale utilisation se trouve dans le domaine des pneumatiques. Il existe également des polymères spécialement « dessinés » pour des applications plus particulières. Parmi ceux-ci, on retrouve les grandes familles déjà citées, mais aussi les polymères fluorés comme le Téflon ou les polymères minéraux comme les silicones.

2.7 Nanocomposites

Les matériaux composites sont formés d'une matrice contenant des inhomogénéités (de l'ordre du micron) qui sont beaucoup plus grandes que les atomes mais suffisamment petites pour que ces matériaux soient homogènes à l'échelle macroscopique. Parmi les matériaux composites on peut citer des composites naturels tels que le bois (fibres de cellulose dans une matrice de lignine) mais aussi synthétique tels que la gomme d'un pneumatique qui outre la résine élastomère contient également du noir de carbone ^[Andres 2008].

Les nanocomposites sont également composés d'une matrice contenant des charges. La différence par rapport aux matériaux composites classiques provient du fait que les charges possèdent au moins une dimension de l'ordre du nanomètre. Ces nanocharges peuvent être monodimensionnelles (nanotube de carbone), bidimensionnelles (argiles en feuillets) ou encore tridimensionnelles (nano-sphères).

Les nanocomposites présentent plusieurs intérêts par rapport aux composites classiques. Un premier intérêt réside dans la surface inter-faciale entre les nano-charges et la matrice. Pour un poids donné, les nanoparticules présentent une surface d'échange beaucoup plus importante que les particules de taille microscopique. Les nanocomposites ont donc de meilleures propriétés comparativement aux composites classiques, comme par exemple une meilleure répartition des contraintes à l'intérieur de la matrice.

Les nanocomposites présentent souvent des propriétés similaires aux composites classiques mais pour des teneurs en charges jusqu'à 20 fois inférieures, limitant ainsi par la même occasion la dégradation des propriétés provoquée par l'ajout de charges macroscopiques.

Pour les applications industrielles, la plupart des composites sont constitués d'une matrice et d'un renfort. Le renfort se présente généralement sous forme de particules, tissus

ou structures et assure la tenue mécanique, la matrice est généralement un polymère qui lie les points de renfort et participe au transfert des contraintes subit par le matériau final.

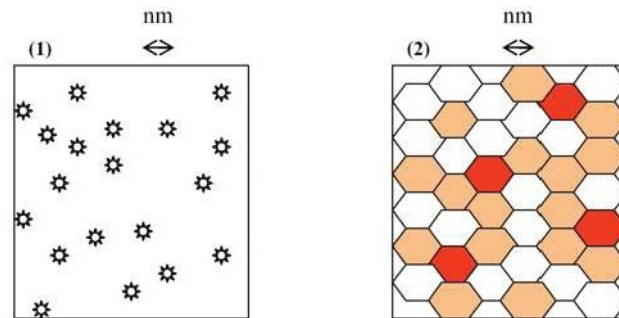


Fig. 2.7 : Définition morphologique de nanocomposites.

- (1) Composite dans lequel les renforts ont une dimension inférieure ou égale au nanomètre
 (2) Matériaux résultant de mélanges multiphasiques, dont la répartition en tailles caractéristiques est voisine de la centaine de nanomètres ^[Andres 2008].

2.8 Classification des nanocomposites selon la nature de la matrice

Le rôle de la matrice polymère est de recevoir les renforts, répartir les contraintes, apporter la tenue de la structure et donner la forme désirée au nanocomposite. On peut utiliser des polymères thermoplastiques ou des polymères thermodurcissables. Les matrices thermoplastiques ont de faibles propriétés mécaniques ; un renforcement par l'incorporation de charge leur confère une tenue thermique et mécanique améliorée et une bonne stabilité dimensionnelle.

Les matrices les plus courantes sont le polychlorure de vinyle qui est utilisé dans la fabrication des tuyauteries, le polyacétate de vinyle que l'on trouve dans les colles et adhésifs, le polyéthylène dont on se sert pour fabriquer les jouets, les bouteilles ou les sacs, le polypropylène pour les boîtes alimentaires ou les revêtements de sols, le polystyrène qui intervient dans la composition des contenants alimentaires, de la vaisselle jetable, des jouets ou des vitres. Les thermodurcissables durcissent de façon définitive lors de leur synthèse. La transformation est donc irréversible, Ce sont les matrices les plus utilisées dans la production de matériaux composites.

On peut appliquer la classification classique des composites suivant la nature de la matrice, dans l'ordre croissant de la température d'utilisation. Les matériaux composites à matrice organique ne peuvent être utilisés que dans un domaine de températures ne dépassant pas 200 à 300 °C, alors que les autres types de composites sont utilisés au-delà : jusqu'à 600 °C pour une matrice métallique et jusqu'à 1000 °C pour une matrice céramique.

2.8.1 Nanocomposites à matrice organique

Ils sont sûrement les plus développés du fait de l'importance commerciale de ces derniers et de la maîtrise (coût et savoir-faire) de nombreux processus de fabrication. Les matériaux

nanocomposites à matrice organique ne peuvent être utilisés que dans un domaine de températures ne dépassant pas 200 à 300 °C [Dupoux 2004].

Elles se subdivisent en deux groupes : Les matrices thermoplastiques et les matrices thermodurcissables. Ce type est aussi appelé composites à matrice polymère.

2.8.1.1 Les matrices thermoplastiques

La famille des matrices thermoplastiques est très vaste et peut être séparée en plastique de grande diffusion et en plastique technique :

- Les plastiques de grande diffusion sont mis en œuvre soit par injection pour obtenir des objets moulés, soit par extrusion pour obtenir des films, des plaques, des tubes et des profilés ;
- Les plastiques techniques sont généralement mis en œuvre par injection. Parmi les résines thermoplastiques, nous citerons : le polychlorure de vinyle, le polyéthylène, le polypropylène, le polystyrène, le polyamide, le polycarbonate.

L'intérêt des thermoplastiques réside dans leur faible coût, résultant à la fois de matières premières disponibles et des procédés de fabrication. Toutefois, ce faible coût est lié à des propriétés mécaniques et thermomécaniques faibles. Cependant, ils possèdent la propriété de pouvoir être mis en forme plusieurs fois par chauffage et refroidissement successifs. Ils peuvent donc être récupérés et facilement recyclés.

2.8.1.2 Les matrices thermodurcissables

Contrairement aux matrices thermoplastiques, les matrices thermodurcissables (ou résines thermodurcissables) ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. En effet, après polymérisation par apport de chaleur en présence d'un catalyseur, ces résines conduisent à un réseau très réticulé qui ne peut être détruit que par un apport important de chaleur. Ainsi, les matrices thermodurcissables possèdent des propriétés mécaniques et thermiques plus élevées que les matrices thermoplastiques. Les principales résines thermodurcissables sont :

- Les résines polyesters insaturées ;
- Les résines de condensation ;
- Les résines époxydes.

2.8.2 Nanocomposites à matrice métallique

Dans certains procédés de fabrication s'inspirent de la métallurgie des poudres. Les particules de seconde phase peuvent être des oxydes, borures, carbures, nitrures. Les composites à matrice métallique encore appelés MMCs (pour metal matrix composites) sont développés grâce à la facilité et à la maîtrise des procédés de fabrication ainsi qu'à leur faible coût. Ils peuvent être utilisés jusqu'à 600 °C.

2.8.3 Nanocomposites à matrice céramique

Ils sont utilisés pour des applications à plus haute température comme des oxydes, carbures ou nitrures. L'utilisation des céramiques est limitée notamment par leur ténacité à rupture, leur résistance à la fatigue et aux chocs thermiques. Pour résoudre ces problèmes, l'incorporation d'une seconde phase ductile dans la matrice céramique est une solution.

2.9 Classification des nanocomposites selon le type du renfort

Le facteur commun entre les procédés de fabrication des différents types de nanocomposites est lié à la taille des renforts qui ne sont plus micrométriques mais nanométriques : pour obtenir les propriétés requises, il faut une distribution et une dispersion homogène des renforts qui ne doivent pas s'agglomérer. Il faut donc parfois adapter les méthodes existantes ou en inventer de nouvelles méthodes qui tiennent compte de cet effet, comme le montrent les exemples ci-dessous de nanocomposites classés par types de renforts.

2.9.1 Nanocomposites à base de nanotubes de carbone

Pour la fabrication de nanocomposites, les nanotubes de carbone sont principalement associés à des polymères thermodurcissables. C'est ainsi qu'en 1994, Ajayan ^[Ajayan 1994] fut le pionnier de la fabrication de nanocomposites à matrice polymère renforcée par des nanotubes de carbone afin d'améliorer les propriétés mécaniques du nanocomposite. Il utilisa une résine époxy dans laquelle les nanotubes ont été dispersés par ultrasons. Depuis, de nombreuses avancées ont été faites, et notamment du point de vue de la dispersion des nanotubes de carbone, ou bien au niveau de l'interface matrice/renfort ^[Bartholome 2008]. A noter que le procédé de fabrication ne doit pas endommager les nanotubes pour conserver l'intégrité de leurs propriétés notamment mécaniques.

La particularité des nanocomposites (polymère/nanotube de carbone) réside dans la finalité multifonctionnelle du matériau obtenu, du fait des propriétés intrinsèques des nanotubes. En effet, l'ajout des nanotubes de carbone dans une matrice polymère lui confère en plus de la rigidité mécanique, des augmentations significatives de conductivités électrique et thermique.

2.9.2 Nanocomposites à base de nanoparticules

Les renforts particuliers, avec les trois dimensions nanométriques, sont généralement des billes de diamètre inférieur ou égal à 100 nm. Les principaux renforts particuliers sont le noir de carbone et la silice. Le diamètre des particules de carbone varie de 10 à 400 nm tandis que celui des particules de silice varie de 30 à 150 nm. Le noir de carbone s'utilise essentiellement dans des matrices élastomères. Les applications industrielles des nanocomposites à renforts particuliers sont essentiellement les peintures et les films. Les nanoparticules permettent dans ces applications d'obtenir une bonne résistance aux solvants, l'absence de collant superficiel ainsi que, dans le cas des films, de bonnes propriétés mécaniques (résistance à l'abrasion).

Il existe trois voies pour disperser des nanoparticules dans une matrice :

- Mélange direct de la matrice et des nanoparticules par exemple en solution ;
- Polymérisation in situ en présence des nanoparticules ;
- Formation in situ des nanoparticules et polymérisation in situ.

2.9.3 Nanocomposites à base d'argile

L'utilisation d'argiles modifiées organiquement dans une matrice polymère a été proposée pour la première fois par Carter et al. ^[Carter 1950] pour augmenter la rigidité d'élastomères. En 1961, Blumstein ^[Blumstein 1965] est le premier à rapporter l'élaboration d'un nanocomposite par intercalation du monomère vinyle dans la montmorillonite ; il obtient ainsi un système intercalé après polymérisation in-situ ^[Sahnoune 2016].

Trois types de nanocomposites (figure 2.8) peuvent être obtenus avec des argiles dans une matrice polymère dépendant de la nature des constituants utilisés, y compris la matrice, les cations inorganiques et l'argile :

- Microcomposite : le polymère n'est pas intercalé entre les couches de l'argile. Les phases sont séparées non miscibles et on retrouve en général les propriétés des microcomposites.
- Nanocomposite intercalé : une (ou parfois plusieurs) chaîne de polymère est intercalée entre les couches de l'argile. Le résultat est une structure inorganique lamellaire relativement ordonnée et dilatée.
- Nanocomposite exfolié : ce sont des structures délaminées où les couches de l'argile sont complètement et uniformément réparties dans la matrice polymère. La délamination a pour effet de maximiser les interactions polymère/argile augmentant considérablement la surface de contact et créant les propriétés spécifiques de ce type de nanocomposites.

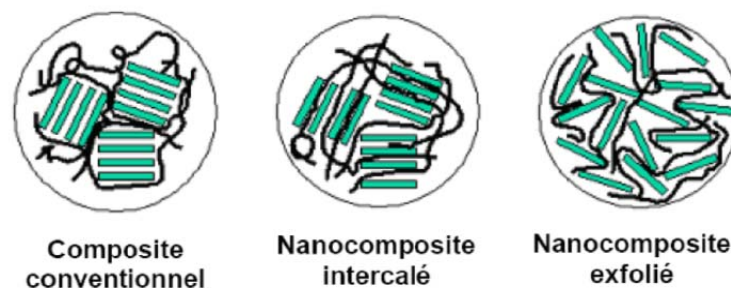


Fig. 2.8 : Schéma des différentes morphologies de nanocomposites rencontrées ^[Illaik 2008].

La fabrication des nanocomposites en utilisant des argiles se fait en deux étapes :

- Modification des lamelles d'argile pour les rendre compatibles avec les polymères. Les argiles sont généralement hydrophiles et naturellement incompatibles avec la plupart des polymères.
- L'étape préalable consiste donc en une altération de la polarité de l'argile par échange de cations dans l'espace entre les deux couches de silice : en insérant un cation de taille plus importante, la distance entre les deux couches de silice augmente, ainsi que le

caractère hydrophobe de l'argile. Les facteurs influençant la délamination de l'argile incluent la capacité d'échange de cation de l'argile, la nature chimique de l'inter-couche cationique, la polarité du milieu réactif. Cette étape de prétraitement augmente ainsi le coût de fabrication du composite.

Intercalation de l'argile modifiée avec le polymère : le polymère peut être incorporé dans l'inter-couche soit sous forme de polymère ou de monomères qui polymériseront in-situ pour aboutir au nanocomposite final.

2.10 Propriétés des nanocomposites (polymère / nanotube de carbone)

2.10.1 Les propriétés mécaniques des nanocomposites

La contrainte à la rupture peut être diminuée par la présence de défauts associés aux agglomérats de nanotubes. La résistance à la rupture de ces composites est améliorée lorsque la matrice et les charges possèdent une énergie interfaciale suffisante pour permettre le transfert des efforts de la matrice au renfort. La dispersion des nanotubes dans une matrice polyéthylène téréphtalate permet d'augmenter le module d'Young du polymère de 1,5 à 1,9 GPa ainsi que la contrainte à la rupture de 60 à 68 MPa avec 2 % de nanotube de carbone [Kim 2007]. Avec ce même taux de charge une augmentation de 214 % du module d'élasticité est observée dans une matrice polyamide [Liu 2004]. Dans une matrice polyéthylène une amélioration de 89 % et 56 % respectivement du module d'Young et de la contrainte à la rupture peut être observée à 10 % de charges [Xiao 2007].

2.10.2 Les propriétés thermiques des nanocomposites

L'élaboration d'un matériau nanocomposite avec un niveau de conductivité thermique élevé est un défi important à relever du fait des applications prometteuses, en particulier dans la réalisation de composants électroniques. Diverses études ont récemment montré une augmentation de 40 % de la conductivité thermique d'une résine époxy ou du polyuréthane chargée à 0,5 % en masse des nanotubes de carbone [Cai 2008], comme représenté sur la figure 2.9.

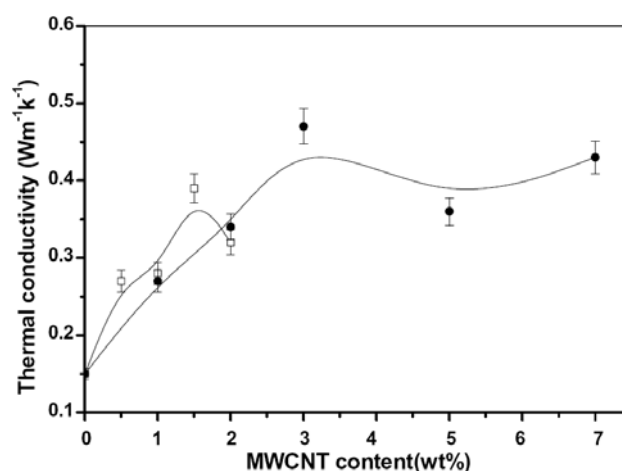


Fig. 2.9 : Evolution de la conductivité thermique dans un nanocomposite à matrice polyuréthane, avec des MWCNTs modifiés par deux voies chimiques différentes [Cai 2008].

2.10.3 Les propriétés électriques des nanocomposites

Les matrices polymères sont généralement des matériaux diélectriques (leur conductivité moyenne est proche de 10^{-7} S/m). L'ajout de charges électriquement conductrices donne la possibilité d'obtenir un matériau alliant les propriétés structurales du polymère et de bénéficier partiellement de la conductivité électrique des particules. Ainsi, il est possible d'obtenir des composites et nanocomposites permettant la dissipation de charges électrostatiques. Ce comportement est très prisé dans les domaines de l'aéronautique et de l'électronique. Des matrices électriquement isolantes peuvent par exemple atteindre des valeurs de conductivités électriques dépassant 1 S/m grâce à l'incorporation de très faibles fractions massiques de nanotubes de carbone. La conductivité électrique dans ces composites et nanocomposites intervient lorsqu'on obtient un réseau percolant de charges conductrices.

2.10.4 Comportement au feu des nanocomposites

L'utilisation des nanocharges comme alternative aux agents retardateurs de flamme conventionnels permet d'améliorer fortement le comportement au feu des polymères. La charge la plus communément utilisée à cet effet est l'argile. Cependant, l'étude de nanocomposites chargés en nanotubes de carbone montre l'efficacité de ces charges en tant qu'agent retardateur. Kashiwagi et al ^[Kashiwagi 2002], ont montré que le pic de débit calorimétrique de composites (PP/NTC) contenant 1 % et 2 % en volume de nanotube ne représentait respectivement que 27 % et 32 % du pic de débit calorifique du polypropylène seul. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus pour des composites (PP/PP-g-AM) (polypropylène greffé anhydride maléique)/argile. L'introduction de 5 % en masse de nanotube dans une matrice polyamide-6 montre également l'efficacité de ces charges dans le retard au feu même si le mécanisme n'est pas encore totalement élucidé ^[Zidour 2012].

2.11 Interface matrice-renfort dans les nanocomposites

La liaison entre la matrice et les renforts est un phénomène physico-chimique fondamental qui est créée lors de la phase d'élaboration du composite. C'est l'interface matrice/renfort qui sera déterminante au niveau des propriétés finales du composite, et notamment du point de vue mécanique.

Il est à rappeler que pour la plupart des matrices polymères, la compatibilité avec les nanotubes est faible du fait de leurs structures chimiques très différentes. En effet, l'adhésion entre un nanotube et un polymère est mauvaise du fait des tensions superficielles trop élevées ^[Gao 2005]. Ce désagrément empêche par ailleurs une dispersion efficace et homogène des nanotubes de carbone à l'intérieur de la matrice.

De nombreuses études sont menées afin de comprendre et d'améliorer les phénomènes à l'interface. Il s'agit principalement de travailler au niveau de la cohésion entre les deux éléments constitutifs du composite. Ceci peut être réalisé grâce à une modification de surface des nanotubes avant leur insertion dans la matrice.

2.12 Procédés de fabrication des nanocomposites (polymère/CNT)

Afin de mieux comprendre les méthodes de fabrication des nanocomposites à matrice polymère et à renforts de nanotube de carbone, nous rappelons ci-après leurs méthodes d'élaboration. Nous pouvons identifier trois techniques d'élaboration de nanocomposites à savoir :

- La polymérisation en présence de NTC également appelée polymérisation in situ ;
- Le mélange avec le polymère en solution ;
- Le mélange avec le polymère à l'état fondu.

2.12.1 Polymérisation in situ

Cette méthode consiste à disperser des nanocharges dans des solutions adaptées de monomères puis à effectuer une polymérisation classique afin d'obtenir des nanocomposites. La fabrication de nanocomposite par un procédé de polymérisation in situ est divisée en plusieurs étapes. Dans un premier temps, les charges sont ajoutées au monomère liquide. Etant donné la faible viscosité de ce dernier, la dispersion des charges peut s'effectuer grâce à l'utilisation d'ultrasons ou encore via agitation mécanique en régimes turbulents. Une fois les charges bien dispersées dans la matrice, on débute la polymérisation. Lorsque la polymérisation est achevée, il ne reste plus qu'à extraire le monomère résiduel.

Le premier avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas l'utilisation des solvants qui sont coûteux et difficiles à éliminer. Le deuxième avantage est qu'elle permet d'obtenir un bon état de dispersion notamment grâce au fait que les charges sont introduites dans le monomère fondu qui a une faible viscosité ^[Penu 2008].

2.12.2 Mélange en solution

Cette méthode consiste à disperser des nanoparticules dans une solution polymère à l'aide d'un solvant adéquat, puis à évaporer ce solvant pour former des films ou des feuilles nanocomposites.

Elle permet en effet d'abaisser la viscosité permettant ainsi de faciliter la dispersion des nanotubes. Le solvant du polymère utilisé doit également pouvoir disperser de manière homogène les nanotubes de carbone. La matrice polymère est tout d'abord mise en solution dans son solvant. Les nanotubes sont de leur côté dispersés dans le même solvant sous agitation par ultrasons. Cette solution de nanotube est ensuite ajoutée à la matrice solubilisée sous agitation. Les nanotubes peuvent de cette manière s'introduire entre les chaînes macromoléculaires du polymère. Enfin le solvant est enlevé par évaporation (contrôlée).

L'un des principaux inconvénients de cette méthode est l'utilisation et l'élimination du solvant, sachant que ce solvant peut influencer sur les propriétés mécaniques du nanocomposite. Un autre inconvénient provient de l'utilisation des ultrasons, qui bien que très efficaces pour disperser les nanotubes, peuvent également détruire les chaînes macromoléculaires. Une solution consiste à disperser les nanotubes en solution grâce aux ultrasons avant l'introduction du polymère ^[Moniruzzaman 2006].

2.12.3 Mélange à l'état fondu

C'est une des techniques classiques pour préparer des composites polymères qui consiste à disperser des particules dans un polymère, généralement un thermoplastique, à l'état fondu.

Cette méthode est la plus simple. Dans ce cas, le polymère et les nanotubes sont incorporés, dans une extrudeuse chauffée. Le cisaillement apporté par la rotation des vis est l'élément déterminant dans la qualité de la dispersion des charges. Les nanotubes peuvent ainsi circuler au sein du polymère fondu.

Des nanocomposites à base de polyéthylène, polypropylène, polyamide, polycarbonate, polyéthylène téréphtalate, polylactide, polyméthacrylate de méthyle et autres polymères thermoplastiques ont été obtenus par cette méthode. L'inconvénient de cette méthode est que la viscosité augmente considérablement avec le taux des nanotubes ^[Lee 2008].

La mise en forme de matériaux composites à matrice polymère, nécessite la mise en place de procédés très précis afin d'obtenir un matériau de qualité. En effet, la synthèse d'un polymère thermodurcissable s'avère plus complexe que celle d'un thermoplastique.

Le second paramètre à prendre en compte dans la fabrication de composites est la dispersion des renforts au sein de la matrice.

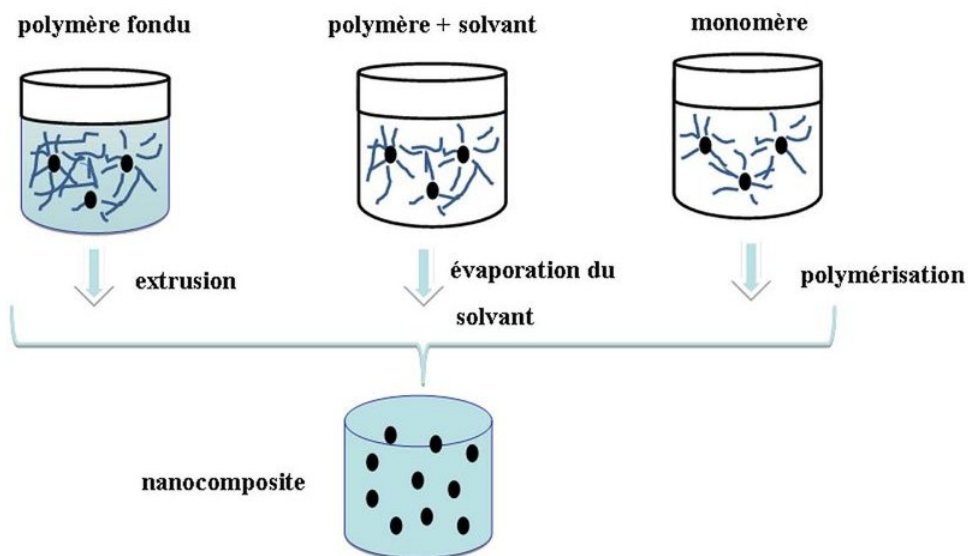


Fig. 2.10 : Méthodes d'élaborations des nanocomposites.

2.13 Application des nanocomposites

Les enjeux de l'industrie portent essentiellement sur le développement de nanocomposites à matrice polymère, l'élargissement des domaines d'application des polymères et l'amélioration de certaines propriétés (allègement et renforcement des structures, amélioration des propriétés optiques, augmentation de la durabilité, mais également résistance au feu, aux températures élevées et aux chocs thermiques). Il s'agit

notamment d'obtenir des céramiques, pigments, poudres et catalyseurs multifonctionnels et plus efficaces, des technologies de collage sans colle, de nouvelles technologies de soudage, des couches fonctionnelles (antiadhésif, antistatique, etc.), des peintures, vitres, etc.

L'industrie des produits céramiques cherche à renforcer les céramiques en introduisant des nano-poudres comme les nanoparticules de nitrure de silicium qui permettent de renforcer l'alumine. L'industrie du bâtiment développe des capteurs miniaturisés qui seront intégrés dans l'habitat afin d'améliorer le confort et la sécurité. Des recherches sont en cours pour réaliser des revêtements plus résistants ou présentant des propriétés anti-salissures ou antidérapantes.

D'autre part, dans le domaine du génie civil et des grands ouvrages, l'amélioration de la sûreté passe par le renforcement des matériaux de construction. Une des réalisations exceptionnelles touche le secteur des matériaux cimentaires. Un nouveau procédé basé sur les nanotechnologies permet en effet le remplacement de la fumée de silice, une ressource peu accessible employée dans les bétons haute performance.

2.14 Conclusion

Les nanocomposites, à l'image des nanotechnologies plus généralement, suscitent de nombreux espoirs du fait de leur potentiel et d'un certain engouement médiatique. Quelques écueils peuvent ralentir le développement de ces derniers :

- Les espoirs déçus d'une technologie présentée comme trop prometteuse.
- L'éclatement d'une éventuelle bulle spéculative similaire à celle d'internet qui a eu pour conséquence de tarir de nombreuses sources de financement.

Les préoccupations environnementales liées à la taille des particules nanométriques qui pourraient se révéler dangereuses en pénétrant dans le corps humain (circulation sanguine, poumon) à l'image de l'amiante.

Actuellement, les nanocomposites se cantonnent à des marchés de niches où l'amélioration des propriétés justifie leur utilisation en dépit de leur surcoût. Les premières applications industrielles récentes sont des étapes nécessaires pour le développement et l'épanouissement d'une telle technologie qui a besoin d'un premier succès pour amorcer son passage du laboratoire à la commercialisation.

Chapitre 3

Les théories des poutres et méthodes numériques de résolution

3.1 Introduction

Les poutres sont des éléments structuraux très répandus dans le domaine de l'ingénierie. Ceci est principalement dû à leur simplicité d'utilisation. Dans ce chapitre, on a abordé le sujet de théorie des poutres selon la prise en compte du cisaillement ou non, on trouve globalement trois types dans la littérature, la théorie d'Euler-Bernoulli (ne prend pas en compte le cisaillement), la théorie de Timoshenko et la théorie d'ordre élevé.

Dans la modélisation entre structure et sol, la structure est toujours modélisée par une ou plusieurs poutres, alors que le sol est modélisé par différents modèles à savoir le modèle de Winkler est le modèle le plus simple ^[Basmaji 2016], le modèle de Pasternak est utilisé par : Boudierba et al. ^[Boudierba 2013] et Khalfi et al. ^[Khalfi 2014]. Aussi, on va présenter le modèle de Filonenko-Borodich, de Hetényi et le modèle de Kerr.

Souvent la résolution des problèmes de modélisations mènes à des équations parfois difficile à les résoudre, pour cela il est nécessaire d'utiliser des méthodes numériques tel-que la méthode de transformation différentielle, on va la présenter et l'utiliser par la suite. Ainsi que la méthode de décomposition d'Adomian, la méthode de perturbation de l'homotopie et la méthode d'itération variationnelle seront présentés brièvement.

3.2 Différentes théories des poutres

La théorie des poutres est une simplification de la théorie de l'élasticité. Elle peut être envisagée lorsque le corps solide déformable possède une dimension bien plus grande que les deux autres dimensions.

La théorie des poutres fournit des solutions en déplacements et en contraintes qui ne sont pas nécessairement valables en tout point. Mais loin des points d'application de chargements, des liaisons (blocage cinématique) et des variations brusques de section, elle est tout à fait suffisante. On cite, dans ce qui suit, les trois les plus répandues.

3.2.1 Théorie de poutre d'Euler-Bernoulli

La théorie classique de poutre (CBT pour classical beam theory) d'Euler-Bernoulli (de Leonhard Euler, 1707-1783, et Daniel Bernoulli, 1700-1782) est probablement une des plus anciennes théories de poutres connues. Elle est basée sur les trois hypothèses suivantes :

- H1 : Les sections droites restent perpendiculaires à la ligne moyenne après déformation.
- H2 : Les sections planes restent planes après déformation.
- H3 : Les sections sont indéformables dans leurs plans.

Les hypothèses ci-dessus permettront de définir la cinématique de la poutre, qui définit la forme générale du déplacement de la poutre, quel que soit le chargement auquel elle sera soumise. On analyse donc l'effet de chacune de ces hypothèses sur le comportement de la poutre, mais pour cela il est nécessaire de définir au préalable deux notions importantes, le gauchissement et la déformation transversale (distorsion) des sections (figure 3.1).

On appelle gauchissement d'une section droite, tout déplacement dans le sens longitudinal de la poutre (hors plan de la section), autre que les mouvements rigides longitudinaux, de déplacement uniforme et de rotation de flexion ^[Ferradi 2015].

On appelle déformation transversale d'une section droite, tout déplacement de la section dans son plan, autre que les mouvements de corps rigide (déplacement vertical/horizontal et rotation de torsion).

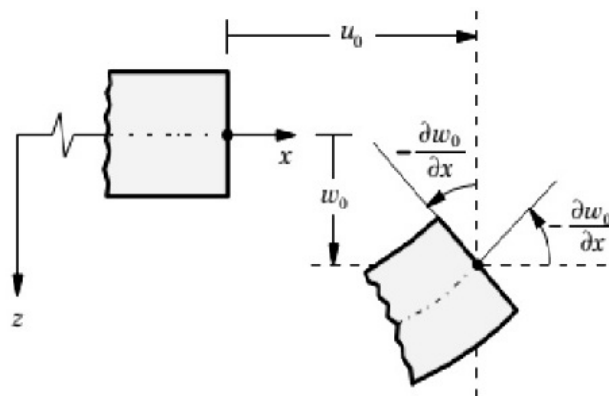


Fig. 3.1 : Cinématique d'Euler-Bernoulli.

Les hypothèses H2 et H3 impliquent donc que la poutre ne subira ni gauchissement ni déformation transversale. Quant à l'hypothèse H1, elle implique que la rotation de flexion de la section est proportionnelle à la dérivée de la déformée de la poutre.

En se basant sur les hypothèses précédentes, le champ de déplacement est donné par :

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (3.1)$$

avec : $u(x, z)$, $w(x, z)$ les déplacements suivant les directions X , Z respectivement.

La rotation autour de l'axe Y , provoquée par la flexion est : $\frac{\partial w_0(x)}{\partial x}$, où $u_0(x)$ et $w_0(x)$ sont les déplacements de la fibre moyenne suivant les directions X et Z respectivement.

Sous ces hypothèses, les sections droites de la poutre ne subissent aucun glissement, en effet :

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

Cela veut dire que la distorsion est nulle et par conséquent la contrainte de cisaillement est nulle puisque :

$$\tau_{xz} = \gamma_{xz} G = 0 \quad (3.3)$$

avec G : le module de cisaillement transverse.

Donc on résume que le cisaillement est négligeable par cette théorie. Ce modèle donne des bons résultats pour les poutres élancées, mais il n'est pas valable pour les poutres courtes.

3.2.2 Théorie de poutre de Timoshenko

La poutre de Timoshenko (de Stephen Timoshenko, 1878-1972) représente une évolution par rapport à la poutre d'Euler-Bernoulli, en permettant d'obtenir une moyenne des déformations d'effort tranchant dans la section. Pour cela, on s'affranchit de l'hypothèse H1, en considérant les deux rotations de flexions comme des paramètres indépendants de la déformée. Les deux hypothèses H2 et H3 restent valides pour ce modèle ^[Ferradi 2015].

Le champ de déplacement est donné par :

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + z \varphi_0(x) \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (3.4)$$

où $\varphi_0(x)$: étant la rotation totale de la section mesurée sur la ligne moyenne de la poutre.

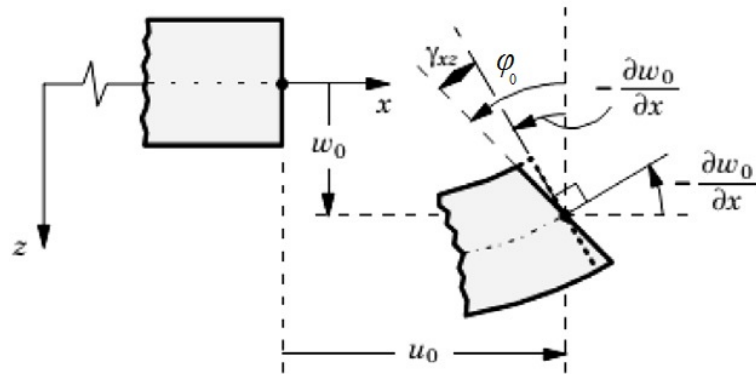


Fig. 3.2 : Cinématique de Timoshenko.

Par définition, la distorsion est donnée par la relation suivante :

$$\gamma_{xz}(x) = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + \varphi_0(x) + \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \quad (3.5)$$

$$\gamma_{xz}(x) = \varphi_0(x) \quad (3.6)$$

sachant que la contrainte de cisaillement est égale :

$$\tau_{xz} = G_{xz} \gamma_{xz} = G_{xz} \varphi_0 \quad (3.7)$$

avec G_{xz} : est le module de cisaillement transversal qui est supposé constant.

Avec cette théorie, les contraintes tangentielles de cisaillement sont constantes et uniformes sur toute l'épaisseur de la poutre ; cela veut dire qu'elles existent même sur les bords supérieurs et inférieurs de la poutre et pourtant il n'y a aucun chargement qui induit le cisaillement. Cette contradiction mène à introduire des coefficients de correction pour mieux considérer le cisaillement transversal. Ces coefficients correcteurs dépendent de la forme géométrique de la section de poutre considérée.

En outre, afin d'éviter les difficultés de la correction de cisaillement, les théories de la déformation de cisaillement d'ordre élevé des poutres ont été développées.

3.2.3 Théorie des poutres d'ordre élevé

Dans cette théorie la distribution des champs de déplacement est non linéaire selon l'épaisseur de la poutre. Elle est plus précise que la théorie de poutre de Timoshenko puisqu'elle introduit une fonction qui tient compte du phénomène de « gauchissement ». Ce phénomène apparaît lorsque la section transversale de la poutre perd sa planéité. La fonction $f(z)$ représente le gauchissement et sa dérivée $f'(z)$ le cisaillement.

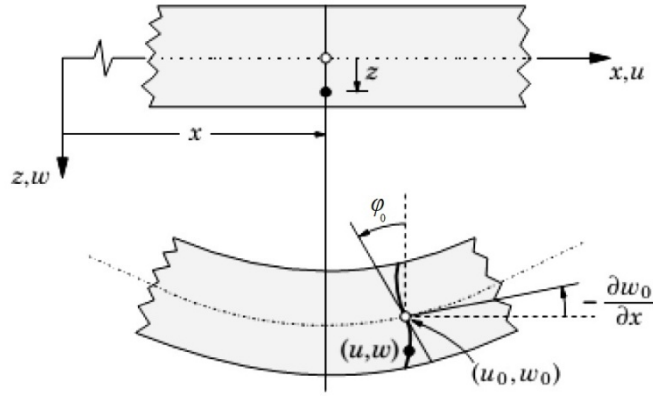


Fig. 3.3 : Cinématique de la théorie d'ordre élevé.

Dans ce cas, le champ de déplacement devient :

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + f(z) \varphi_0(x) \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\gamma_{xz}(x) = \frac{\partial u(x)}{\partial z} + \frac{\partial w(x)}{\partial x} = -\frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + f'(z) \varphi_0(x) + \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \quad (3.9)$$

$$\gamma_{xz}(x) = f'(z) \varphi_0(x) \quad (3.10)$$

Pour que les contraintes tangentielles soient nulles sur les bords extrêmes de la poutre, on doit avoir :

$$f'(z) = f'\left(\pm \frac{h}{2}\right) = 0 \quad (3.11)$$

avec h : l'épaisseur ou le diamètre de poutre. C'est la condition qui nous permet d'avoir une répartition parabolique des contraintes de cisaillement sur l'épaisseur du matériau.

Selon l'expression de la fonction de gauchissement, $f(z)$ quelques modèles sont présentés dans la littérature des nanomatériaux :

Le modèle Euler-Bernoulli (la théorie classique) :

$$f(z) = 0 \quad (3.12)$$

Le modèle de Timoshenko ou bien la théorie du premier ordre :

$$f(z) = z \quad (3.13)$$

Le modèle d'ordre élevé, avec l'approche Ambartsumian (1958) ^[Karama 2003] :

$$f(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad (3.14)$$

Avec l'approche de Kaczkowski (1968), Panc (1975) et Reissner (1975) [Karama 2003] :

$$f(z) = \frac{5}{4}z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (3.15)$$

Avec l'approche de Levinson (1980), Murthy (1981) et Reddy (1984) [Karama 2003] :

$$f(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (3.16)$$

Avec l'approche de Touratier (1991) [Karama 2003] [Aydogdu 2009] :

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right) \quad (3.17)$$

Avec le modèle exponentiel proposé par Afaq et al. (2003) [Karama 2003] :

$$f(z) = ze^{-2(z/h)^2} \quad (3.18)$$

Et le modèle hyperbolique proposé par Mahi et al. (2015) [Mahi 2015] :

$$f(z) = \frac{h}{2} \tanh \left(2 \frac{z}{h} \right) - \frac{4}{3 \cosh^2(1)} \left(\frac{z^3}{h^2} \right) \quad (3.19)$$

3.3 Modélisation d'un milieu élastique

La propagation transversale d'onde dans les nanotubes de carbone situé dans une matrice polymère (un milieu élastique) soumis à un chargement thermique (considéré comme une force axiale) est étudiée en se basant sur le modèle de la poutre d'Euler-Bernoulli. Pour décrire l'interaction entre le renfort et la matrice dans les matériaux nanocomposites, les scientifiques ont proposés de considérer la matrice polymère comme une fondation élastique. Dans la suite, on va citer quelque modèle de fondation élastique les plus connus.

3.3.1 Le modèle de Winkler

Pour calculer les contraintes s'exerçant sous une fondation reposante sur un milieu élastique, Winkler (de Emil Winkler, 1835-1888) en 1867 [Jahangir 2011] [Basmaji 2016] a supposé que la réaction du sol à chaque point sous la fondation est proportionnelle à la déflexion de la fondation à ce point (figure 3.4). La déformation verticale caractéristique de la fondation est donc définie par l'utilisation de ressorts identiques, indépendants, étroitement espacés, discrets et linéairement élastiques. La constante de proportionnalité de ces ressorts est connue comme étant le coefficient de réaction du sol.

Le constant de proportionnalité de ces ressorts est connue comme le module de réaction du sol (k_w).

$$p(x) = k_w w(x) \quad (3.20)$$

avec $p(x)$: pression de réaction du sol et $w(x)$: déplacement vertical (tassement) du sol.

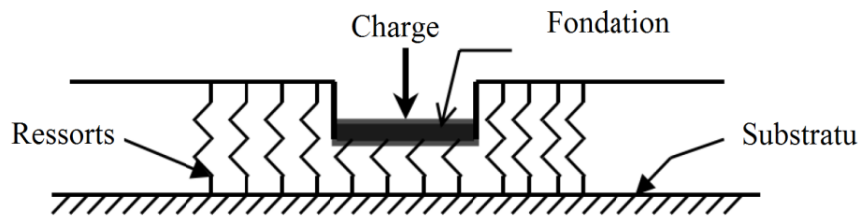


Fig. 3.4 : Modèle de Winkler.

Le modèle de Winkler (équation 3.20) est simple et se combine bien avec les méthodes numériques et analytiques. Malgré la simplicité et l'efficacité du modèle proposé par Winkler, il a deux inconvénients majeurs. Premièrement, il ne prend pas en compte l'interaction entre les ressorts, ce qui revient à négliger le cisaillement vertical dans le sol. En conséquence, une discontinuité de déplacement se crée entre la zone chargée et la zone non chargée sous la fondation. Deuxièmement, il ne tient pas compte de la plasticité pouvant se produire dans le terrain.

Plusieurs chercheurs ont donc proposé des modifications du modèle de Winkler pour le rendre plus efficace et plus logique en introduisant certaines formes d'interaction entre les ressorts tels que des éléments en flexion (Hetényi, 1946), des couches de cisaillement (Pasternak 1954), des membranes sous traction constante (Filonenko-Borodich 1940). Ces modèles ont un autre paramètre qui caractérise l'interaction entre les ressorts ^[Basmaji 2016].

3.3.2 Le modèle de Filonenko-Borodich

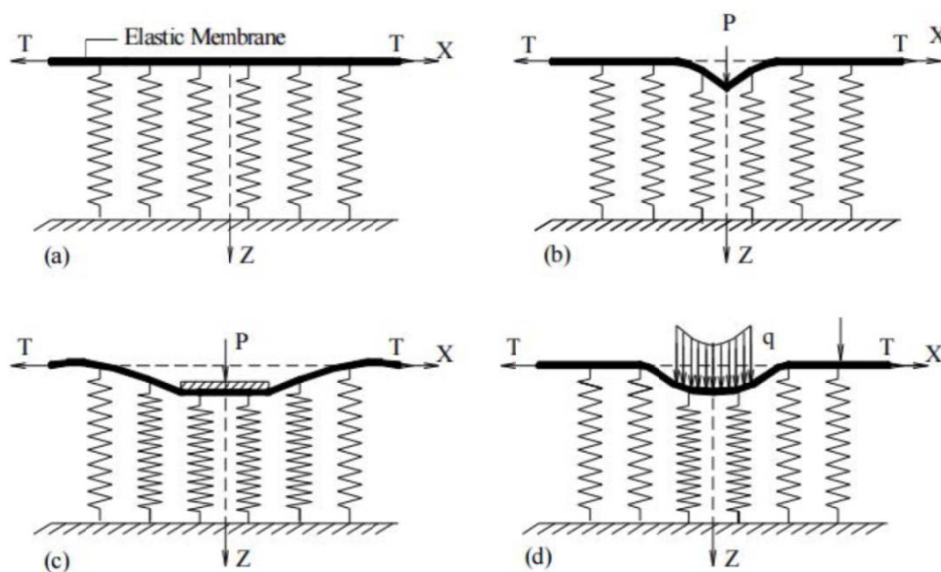


Fig. 3.5 : Déformation du modèle de Filonenko-Borodich, (a) terrain sans chargement, (b) charge ponctuelle, (c) charge ponctuelle sur une fondation rigide et (d) charge répartie.

Filonenko-Borodich (1940) ^[Basmaji 2016] a proposé un modèle sur la base du modèle de Winkler pour assurer une continuité des déplacements entre les ressorts individuels de Winkler en les connectant à une membrane mince soumise à une tension constante (figure 3.5). En prenant en considération l'équilibre du système membrane-ressort, il démontre que pour un problème en 2D le tassement du sol associé à une charge répartie est donné par l'équation 3.21.

$$p(x) = k_w w(x) - T_F \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \quad (3.21)$$

où T_F : est le module de Filonenko-Borodich. Il faut deux paramètres k_w et T_F pour caractériser ce modèle.

3.3.3 Le modèle de Pasternak

Pasternak (1954) ^[Basmaji 2016] a également proposé un modèle sur la base du modèle de Winkler. Il a supposé qu'il y aurait une interaction de cisaillement entre les ressorts, ce qui peut être accompli en reliant les ressorts à une couche incompressible horizontale qui ne se déforme que dans le sens du cisaillement transversal (figure 3.6). Les déformations et les forces maintiennent l'équilibre dans la couche de cisaillement décrit par un module de Pasternak G_P .

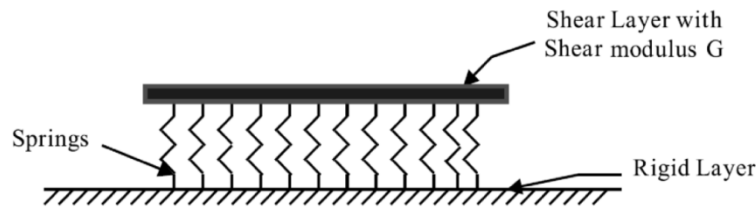


Fig. 3.6 : Modèle de Pasternak.

La relation entre la pression de contact et le tassement du terrain, d'après Pasternak, peut être exprimée par l'équation 3.22.

$$p(x) = k_w w(x) - G_P \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \quad (3.22)$$

L'équation 3.22 est identique à l'équation 3.21 si G_P est remplacé par T_F . En plus, le profil du tassement du sol est similaire à ceux obtenus dans le modèle de Filonenko-Borodich. Il est intéressant de noter que, jusqu'à maintenant, dans les modèles avec deux paramètres, le cas de Winkler peut être récupéré dans la limite où T_F et G_P tendent à avoir une valeur nulle.

3.3.4 Le modèle de Hetényi

Dans le modèle proposé par Hetényi (1946) ^[Imanzadeh 2013], l'interaction entre les ressorts indépendants du modèle de Winkler se fait par l'intermédiaire d'une plaque élastique. La fonction de réponse pour ce modèle est donnée par l'équation 3.23.

$$p(x) = k_w w(x) - \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} \quad (3.23)$$

avec E : le module d'élasticité de la plaque, h la hauteur de la plaque et ν coefficient de Poisson du matériau constituant la plaque.

3.3.5 Le modèle de Kerr

Dans le modèle proposé par Kerr (1964) [Imanzadeh 2013], l'interaction entre les ressorts indépendants du modèle de Winkler se fait par l'intermédiaire d'une couche incompressible horizontale entre deux couches de sols différents (figure 3.7). La fonction de réponse pour ce modèle est donnée par l'équation 3.24.

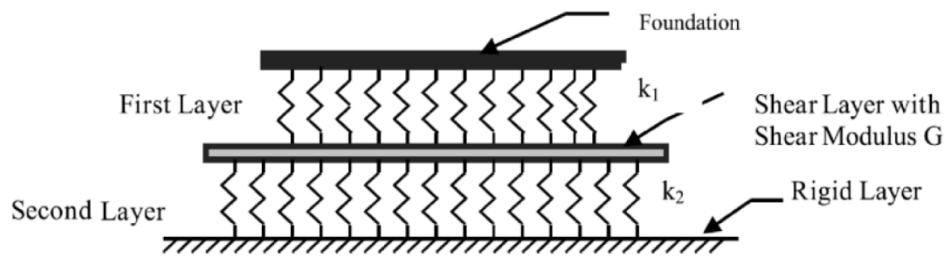


Fig. 3.7 : Modèle de Kerr.

$$\left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right) p(x) = \frac{G}{k_1} \frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} + k_2 w(x) - G \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \quad (3.24)$$

avec k_1 et k_2 : module de raideur de la couche n° 1 et n° 2 respectivement.

3.4 Méthodes numériques de résolution

La formulation des problèmes mène généralement à un système d'équations différentielles aux dérivées partielles. De nombreuses méthodes et techniques existent dans la littérature pour résoudre ce genre de systèmes obtenus. Dans ce qui suit on va présenter quelques méthodes numériques, telles que la méthode d'Adomian, la méthode de perturbation de l'homotopie, la méthode d'itération variationnelle et méthode de transformation différentielle. Chaque méthode sera brièvement présentée.

3.4.1 La méthode de décomposition d'Adomian

La méthode de décomposition d'Adomian (de George Adomian, 1922-1996) permet de résoudre des problèmes fonctionnels (l'inconnu est une fonction) de différents types : équations algébriques, différentielles, intégrales, intégral-différentielles, aux dérivées partielles (EDP). La méthode s'adapte aussi bien aux problèmes linéaires qu'aux problèmes non linéaires. On rencontre fréquemment l'utilisation d'ADM (pour Adomian Decomposition Method) [Zhang 2011] [Barhoum 2016].

La technique est basée sur une décomposition d'une solution d'une équation fonctionnelle non linéaire dans une série de fonctions. Chaque terme de la série est obtenu à

partir d'un polynôme généré par un développement en série de puissance d'une fonction analytique. La méthode de décomposition d'Adomian donne la solution comme une série de puissance infinie, qui converge habituellement à la solution exacte.

Considérons l'équation fonctionnelle :

$$AU = g \quad (3.25)$$

où A est un opérateur différentiel contenant des termes linéaires et des termes non linéaires et g est une fonction connue. Le terme linéaire de l'opérateur A est décomposé en $L+R$ où L est inversible et R est le reste. On note N le terme non linéaire de A et donc $A = L + R + N$, alors l'équation 3.25 s'écrit comme :

$$LU + RU + NU = g \quad (3.26)$$

nous pouvons écrire l'équation 3.26 comme suit :

$$LU = g - RU - NU \quad (3.27)$$

L étant inversible, si L^{-1} est son inverse on a :

$$U = \Phi + L^{-1}g - L^{-1}RU - L^{-1}NU \quad (3.28)$$

où Φ est la constante de l'intégration.

La méthode d'Adomian consiste à rechercher la solution sous forme d'une série :

$$U = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n \quad (3.29)$$

et à décomposer le terme non linéaire NU sous forme d'une série :

$$NU = F(U) = \sum_{n=0}^{+\infty} A_n \quad (3.30)$$

Les A_n sont appelées polynômes d'Adomian et sont obtenues grâce à la relation suivante :

$$A_n(u_0, u_1, \dots, u_n) = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{d\lambda^n} \left[N \left(\sum_{i=0}^{+\infty} \lambda^i u_i \right) \right]_{\lambda=0} \quad (3.31)$$

où λ est un paramètre réel introduit par convenance.

En remplaçant les relations 3.29 et 3.30 dans 3.28, on obtient :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n = \Phi + L^{-1}g - L^{-1}R \sum_{n=0}^{+\infty} u_n - L^{-1} \sum_{n=0}^{+\infty} A_n \quad (3.32)$$

Ce qui entraîne par identification :

$$\begin{cases} u_0 = \Phi + L^{-1}g \\ u_1 = -L^{-1}Ru_0 - L^{-1}A_0 \\ \dots \\ u_{n+1} = -L^{-1}Ru_n - L^{-1}A_n \end{cases} \quad (3.33)$$

Tous les termes de la série $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ ne peuvent être calculés, en utilisant l'approximation :

$$\varphi_n = \sum_{i=0}^{n-1} u_i, n \geq 1 \quad \text{avec} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n = U \quad (3.34)$$

Le problème qui se pose est comment déterminer les $(A_n)_{n \geq 0}$.

3.4.2 La méthode de perturbation de l'homotopie

La méthode de perturbation de l'homotopie (HPM, pour Homotopy Perturbation Method) a été établie par Ji-Huan He (mathématicien chinois) en 1999 ^[He 1999]. La méthode a été utilisée par beaucoup de chercheurs et appliquée pour résoudre des équations linéaires et non linéaires.

La caractéristique importante de la méthode de perturbation d'homotopie est qu'elle fournit une solution presque exacte à un large éventail de problèmes linéaires et non linéaires, sans la nécessité d'hypothèses irréalistes, la linéarisation, la discrétisation et le calcul des polynômes d'Adomian ^[Ziane 2016].

Pour illustrer les idées de base de cette méthode, nous considérons l'équation différentielle non linéaire suivante :

$$AU - g(r) = 0 \quad , \quad r \in \Omega \quad (3.35)$$

avec les conditions aux limites :

$$B\left(U, \frac{\partial U}{\partial n}\right) = 0 \quad , \quad r \in \Gamma \quad (3.36)$$

où A est un opérateur différentiel général, B est un opérateur définissant les conditions aux limites, U est la fonction inconnue, $g(r)$ est une fonction analytique connue et Γ la frontière du domaine Ω .

L'opérateur A peut être généralement décomposé en deux parties L et N , où L est un opérateur linéaire, tandis que N est non-linéaire. Par conséquent, l'équation 3.35 peut être écrite comme suite :

$$LU + NU - g(r) = 0 \quad (3.37)$$

On construit une homotopie $v(r, p) : \Omega \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, qui satisfait :

$$h(v, p) = (1-p)[L(v) - L(U_0)] + p[A(v) - g(r)] = 0, \quad p \in [0,1], \quad r \in \Omega \quad (3.38)$$

ou l'équivalence :

$$h(v, p) = L(v) - L(U_0) + pL(U_0) + p[N(v) - g(r)] = 0 \quad (3.39)$$

où $p \in [0,1]$: est un paramètre d'intégration, U_0 est une approximation initiale de l'équation 3.35 qui satisfait les conditions aux limites (3.36). A partir des équations 3.38 et 3.39 on a :

$$h(v, 0) = L(v) - L(U_0) = 0 \quad (3.40)$$

$$h(v, 1) = A(v) - g(r) = 0 \quad (3.41)$$

En faisant varier p de 0 à 1, on change $v(r, p)$ de $U_0(r)$ à $U(r)$. D'après la HPM, nous pouvons utiliser le paramètre p comme un petit paramètre, et supposons que les solutions d'équations 3.38 et 3.39 peut être écrite comme une série de puissance de p :

$$v = v_0 + pv_1 + p^2v_2 + \dots \quad (3.42)$$

Mettant $p = 1$, la solution approchée de l'équation 3.35 est :

$$U = \lim_{p \rightarrow 1} v = v_0 + v_1 + v_2 + \dots \quad (3.43)$$

La convergence de cette méthode a été prouvée par He ^[He 1999]. L'équation (3.38) peut être réécrite comme :

$$h(v, p) = p \left[L(U_0) + N(v_0 + pv_1 + p^2v_2 + \dots) - g(r) \right] + \left[L(v_0 + pv_1 + p^2v_2 + \dots) - L(U_0) \right] = 0 \quad (3.44)$$

3.4.3 La méthode d'itération variationnelle

La méthode d'itération variationnelle (VIM, pour Variational Iteration Method) a été développée par Ji-Huan He ^[He 1997]. Cette méthode à été utilisée par beaucoup des chercheurs dans une variété de champs scientifiques et peut résoudre des problèmes non linéaire. La méthode est basée sur la détermination de multiplicateur de Lagrange de façon optimale par l'intermédiaire de la théorie variationnelle.

Pour illustrer les idées de base de cette méthode, nous considérons l'équation différentielle non linéaire suivante ^[Ziane 2016] :

$$LU + NU = g(r) \quad (3.45)$$

où L est un opérateur linéaire, N est un opérateur non linéaire et $g(r)$ est une fonction connue.

Nous pouvons construire une correction fonctionnelle selon la méthode d'itérative variationnelle suivante :

$$U_{n+1}(r) = U_n(r) + \int_0^r \lambda (LU_n(t) + N\tilde{U}_n(t) - g(t)) dt \quad (3.46)$$

où λ est un multiplicateur générale du Lagrange. L'indice n représente la $n^{\text{ème}}$ approximation, $\tilde{U}_n(t)$ est considéré comme une variation restreinte c'est-à-dire $\delta\tilde{U}_n(t) = 0$.

Pour résoudre l'équation par la méthode VIM, on doit d'abord déterminer le multiplicateur de Lagrange λ qui va être identifié par une intégration par partie. Alors les approximations successives U_n de la solution $U(r)$ vont être obtenues en utilisant le multiplicateur de Lagrange λ et une fonction U_0 bien choisie (qui doit être au moins satisfaire les conditions initiales), par conséquent, la solution exacte sera la limite :

$$U(r) = \lim_{n \rightarrow \infty} U_n(r) \quad (3.47)$$

3.4.4 La méthode de transformation différentielle

La méthode de transformation différentielle (DTM, pour Differential Transform Method) est une méthode numérique qui permet la résolution des équations différentielles. Cette méthode a été proposée la première fois par Zhou ^[Zhou 1986] pour résoudre des problèmes linéaires et non linéaires dans l'analyse des circuits électriques. La méthode de transformation différentielle est une technique de transformation basée sur le développement en série de Taylor, elle constitue un outil utile pour obtenir des solutions analytiques des équations différentielles linéaires et non linéaires avec de petites erreurs de calcul.

Pour illustrer la méthode de transformation différentielle. Soit $(u(\eta))$ une fonction analytique dans un domaine (D) , soit $(\eta = \eta_0)$ un point quelconque du domaine (D) . La fonction $(u(\eta))$ est représentée par une série de centre (η_0) . La transformation différentielle de est donnée par :

$$U(k) = \frac{1}{k!} \left[\frac{d^k u(\eta)}{d\eta^k} \right]_{\eta=\eta_0} \quad (3.48)$$

où $U(k)$: est la fonction transformée de la fonction originale $u(\eta)$.

La transformation inverse est définie par :

$$u(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} (\eta - \eta_0)^k U(k) \quad (3.49)$$

En injectant l'équation (3.48) dans (3.49), on obtient :

$$u(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\eta - \eta_0)^k}{k!} \left[\frac{d^k u(\eta)}{d\eta^k} \right]_{\eta=\eta_0} \quad (3.50)$$

D'après l'équation 3.50 on remarque que le concept de la transformation différentielle est basé sur le développement en série de Taylor de la fonction $(u(\eta))$. L'équation 3.50 peut être écrite comme suite si on limite le nombre de séries à (m) séries.

$$u(\eta) = \sum_{k=0}^m \frac{(\eta - \eta_0)^k}{k!} \left[\frac{d^k u(\eta)}{d\eta^k} \right]_{\eta=\eta_0} \quad (3.51)$$

le nombre (m) est défini en fonction du critère de convergence de la solution.

Les propriétés d'opérations de la transformation différentielle sont données sur le tableau (3.1). Soit $f(\eta)$ et $g(\eta)$ deux fonctions quelconques et soit $F(k)$ et $G(k)$ les fonctions transformées des deux fonctions originales.

Tab. 3.1 : Opérations fondamentales de la DTM ^[Hassan 2008].

Fonction originale	Fonction transformée
$u(\eta) = \alpha f(\eta) \pm \beta g(\eta)$	$U(k) = \alpha F(k) \pm \beta G(k)$
$u(\eta) = \lambda f(\eta)$	$U(k) = \lambda F(k)$
$u(\eta) = f(\eta) g(\eta)$	$U(k) = \sum_{k_1=0}^k F(k_1) G(k - k_1)$
$u(\eta) = \eta^m$	$U(k) = \delta(k - m) = \begin{cases} 1, & k = m \\ 0, & k \neq m \end{cases}$
$u(\eta) = \frac{d^n f(\eta)}{d\eta^n}$	$U(k) = (k+1)(k+2)\dots(k+n)F(k+n)$
$u(\eta) = e^{\lambda\eta}$	$U(k) = \frac{\lambda^k}{k!}$
$u(\eta) = \frac{df(\eta)}{d\eta}$	$U(k) = (k+1)F(k+1)$
$u(\eta) = \frac{d^2 f(\eta)}{d\eta^2}$	$U(k) = (k+1)(k+2)F(k+2)$
$u(\eta) = \sin(\omega\eta + \alpha)$	$U(k) = \frac{\omega^k}{k!} \sin\left(\frac{\pi k}{2} + \alpha\right)$
$u(\eta) = \cos(\omega\eta + \alpha)$	$U(k) = \frac{\omega^k}{k!} \cos\left(\frac{\pi k}{2} + \alpha\right)$
$u(\eta) = \int_{\eta_0}^{\eta} f(t) dt$	$U(k) = \frac{F(k-1)}{k}$

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu sur les différentes théories des poutres à savoir la théorie classique des poutres (Euler-Bernoulli), la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (Timoshenko) et la théorie de déformation de cisaillement

d'ordre élevé. On a observé à travers ces définitions la complexité et la défaillance dans l'utilisation de chaque théorie.

Ainsi, nous nous sommes attachés à présenter et à définir des modèles des milieux élastiques tel que : le modèle de Winkler, Filonenko-Borodich, Pasternak, Hetényi et de Kerr. On conclut à travers ces définitions que le modèle de Winkler est le plus simple (un seul paramètre).

Pour les méthodes numériques la méthode de transformation différentielle est une méthode simple à manipuler est sera utilisé par la suite du travail avec le modèle de Winkler et la poutre d'Euler-Bernoulli.

Chapitre 4

La vibration libre d'un nanotube de carbone incorporé dans une matrice polymère sous l'effet thermique

4.1 Introduction

Dans le cas de vibration transversale de poutre, la détermination de fréquence fondamentale se fait en résolvant une équation différentielle de quatrième ordre. Et en raison de la large application des nanotubes de carbone, plusieurs recherches ont été menées sur le comportement mécanique et thermique des nanotubes de carbone [Naceri 2011] [Zidour 2012] [Bensattalah 2016] [Dihaj 2018].

L'objectif de ce chapitre, est d'analyser les vibrations libres transversales d'un nanotube de carbone monocouche entouré par une matrice polymère sous une charge thermique aux différentes conditions d'appuis basé sur le modèle élastique non-local de la poutre Euler-Bernoulli. Pour atteindre cet objectif, nous utilisons la méthode de transformation différentielle (DTM), c'est une méthode numérique pour la résolution des équations différentielles. Ensuite, nous étudions les différents paramètres qui influent sur la vibration d'un nanotube de carbone tels que, le paramètre d'effet de petite échelle (e_0a), le rapport (L/d), le nombre de mode, le coefficient de Winkler, les conditions d'appuis et la variation de température.

4.2 La théorie d'élasticité non-locale

Dans la théorie d'élasticité non-locale ^{[Eringen 1972] [Eringen 1983]}, la contrainte au niveau d'un point de référence (x) est considérée comme une fonction du champ de déformation estimée à chaque point dans le solide. Cette observation est conforme au modèle atomique et aux observations expérimentales sur la dispersion des photons. En outre, quand l'effet des contraintes aux autres points que (x) est négligé, la théorie non-locale d'élasticité se conforme à la théorie classique (locale) d'élasticité. Par conséquent, la théorie non-locale fournit une description plus précise du comportement matériel comparée à la théorie classique (locale) d'élasticité.

Les équations de base pour un milieu homogène et isotrope, la théorie proposée par Eringen ^[Eringen 1983] peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= 0 \\ \sigma_{ij}(x) &= \int K(|x-x'|, \tau) C_{ijkl} \varepsilon_{kl}(x') dV(x'), \quad \forall x \in V \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

où (C_{ijkl}) : est le tenseur de module d'élasticité isotrope classique, (σ_{ij} et ε_{ij}) sont les tenseurs des contraintes et déformations respectivement, et (u_i) et le vecteur de déplacement.

La fonction ($K(|x-x'|, \tau)$) est le module nono-local ou la fonction d'atténuation incorporant aux équations constitutives qui caractérisent l'effet non-local au point de référence (x) produit par la déformation locale de la source (x'), ($|x-x'|$) est la distance entre le point de référence (x) et le point (x'), et ($\tau = e_0 a / \ell$) ^[Eringen 1983], ou (e_0) est une constante appropriée à chaque matériau, (a) est la longueur interne qui caractérise le matériau (p. ex., paramètre cristallin, distance granulaire, distance entre les liaisons C-C) et (ℓ) est la longueur externe qui caractérise le matériau (p. ex., longueur de la fissure, longueur d'onde).

La loi de Hooke de la théorie d'élasticité non-locale pour un état uni-axial de contrainte a été déterminée par l'équation suivant ^{[Peddieson 2003] [Zhang 2005] [Heireche 2008]} :

$$\sigma(x) - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma(x)}{\partial x^2} = E \varepsilon(x) \quad (4.2)$$

où (E) est le module de Young du matériau. Ainsi, le coefficient ($e_0 a$) représente l'effet de petite échelle, et (ε) est la déformation.

4.3 Vibration d'un SWCNT dans un milieu élastique sous l'effet thermique

Dans ce qui suit, on va étudier la vibration transversal d'un nanotube de carbone type monocouche (SWCNT) incorporé dans un milieu élastique et soumis à un chargement thermique. Cette étude est basée sur le modèle de la poutre d'Euler-Bernoulli et l'utilisation de la théorie d'élasticité non-local. Le milieu élastique exerce par hypothèse une force ($p_w(x)$) par unité de longueur transversale, agissant sur le nanotube, cette force est due à l'entourage du milieu élastique.

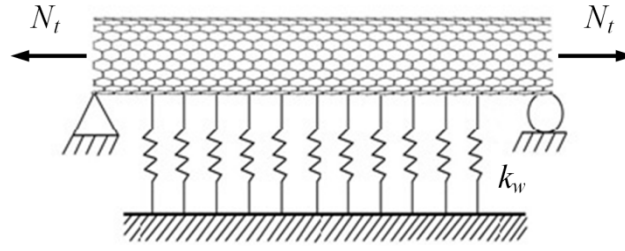


Fig. 4.1 : Le modèle de nanotube de carbone étudié.

Dans le cas de poutre d'Euler-Bernoulli, le champ de déplacement peut être exprimé sous la forme suivante :

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (4.3)$$

La déformation (ε_{xx}) pour le modèle de poutre d'Euler-Bernoulli est donnée par :

$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w_0(x)}{\partial x^2} \quad (4.4)$$

Le principe de « Hamilton » est utilisé pour dériver les équations du mouvement. Ce principe peut être énoncé sous une forme analytique ^{[Reddy 2007] [Sina 2016]} :

$$\int_0^t (\delta u + \delta f - \delta k) dt = 0 \quad (4.5)$$

où δu est la variation virtuelle de l'énergie de déformation, δf est la variation virtuelle de l'énergie potentielle et δk est la variation virtuelle de l'énergie cinétique.

La variation de l'énergie de déformation de la poutre peut être exprimée comme :

$$\delta u = \int_0^l \int_A (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dx \quad (4.6)$$

Le moment de flexion (M) résultant dans une section de poutre est donné comme suit :

$$M = \int_A z \sigma_{xx} dA \quad (4.7)$$

D'après la théorie classique des poutres (Euler-Bernoulli) :

$$\gamma_{xz} = 0 \quad (4.8)$$

Substituant l'équation (4.4) et (4.8) dans (4.6) :

$$\delta u = \int_0^l \int_A \sigma_{xx} \left(-z \frac{\partial^2 \delta w_0(x)}{\partial x^2} \right) dA dx \quad (4.9)$$

Substituant l'équation (4.7) et dans (4.9) :

$$\delta u = \int_0^l M \left(-\frac{\partial^2 \delta w_0(x)}{\partial x^2} \right) dx \quad (4.10)$$

La variation de l'énergie potentielle de la poutre peut être exprimée comme :

$$\delta f = \int_0^l \left(k_w w - N_t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w dx \quad (4.11)$$

où (k_w) : est le module de Winkler et (N_t) : est un effort normal dû a la variation de température (charge thermique).

La variation de l'énergie cinétique de la poutre est exprimée par :

$$\delta k = \int_0^l \int_A \left(-\rho \frac{\partial^2 w(x)}{\partial t^2} \right) \delta w dA dx \quad (4.12)$$

La surface et le moment d'inertie d'un nanotube de carbone est donné comme suit :

$$A = \int_A dA, \quad I = \int_A z^2 dA \quad (4.13)$$

Substituant l'équation (4.13) dans (4.12) :

$$\delta k = -\rho A \int_0^l \frac{\partial^2 w(x)}{\partial t^2} \delta w dx \quad (4.14)$$

Substituant les expressions δu , δf et δk des équations (4.10), (4.11) et (4.14) dans (4.5) et intégrant par parties pour obtenir l'équation du mouvement de la théorie proposée.

$$-\int_0^l M \left(\frac{\partial^2 \delta w(x)}{\partial x^2} \right) dx + \int_0^l \left(k_w w - N_t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w dx + \rho A \int_0^l \frac{\partial^2 w(x)}{\partial t^2} \delta w dx = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - N_t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_w w \quad (4.16)$$

avec (N_t) : est une force thermique ($N_t = -EA\alpha\theta$), où (α) est le coefficient de dilatation, thermique, (θ) est le changement de la température (entre la température actuelle et la température de référence), (w) est le déplacement transversale, (ρ) est la densité, (A) est la section transversale du nanotube.

A partir des relations (4.2), (4.4), (4.7) et (4.13), le moment de flexion (M) pour le modèle non-local peut être exprimé par :

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.17a)$$

$$M = (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.17b)$$

On substituant l'équation (4.16) dans l'équation (4.17b) :

$$M = (e_0 a)^2 \left(\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - N_t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_w w \right) - EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.18a)$$

$$M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (e_0 a)^2 \left(\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - N_t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_w w \right) \quad (4.18b)$$

La dérivation de l'équation (4.18b) deux fois donne :

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (e_0 a)^2 \left(\rho A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - N_t \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + k_w \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (4.19)$$

On substituant l'équation (4.16) dans l'équation (4.19) pour obtenir :

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - N_t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_w w = -EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (e_0 a)^2 \left(\rho A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - N_t \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + k_w \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (4.20a)$$

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \left(\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - N_t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_w w \right) = 0 \quad (4.20b)$$

L'équation (4.20b) est l'équation différentielle générale de la vibration transversale d'un nanotube de carbone monocouche dans un milieu élastique soumis à un chargement thermique, et basé sur la théorie non-locale d'Euler-Bernoulli.

4.4 Conditions aux limites

Dans cette étude, on considère les conditions aux limites du nanotube de carbone monocouche selon des poutres avec quatre types de différents modes d'appuis, c.-à-d. une poutre articulée aux deux extrémités, une deuxième poutre encastree en extrémité et articulée en autre, une troisième poutre encastree aux deux extrémités, et une quatrième poutre encastree en extrémité et libre en autre (figure 4.2).

Les définitions des conditions aux limites (déplacement, rotation, moment de flexion et effort tranchant) utilisées dans le présent document sont récapitulées dans le tableau 4.1.

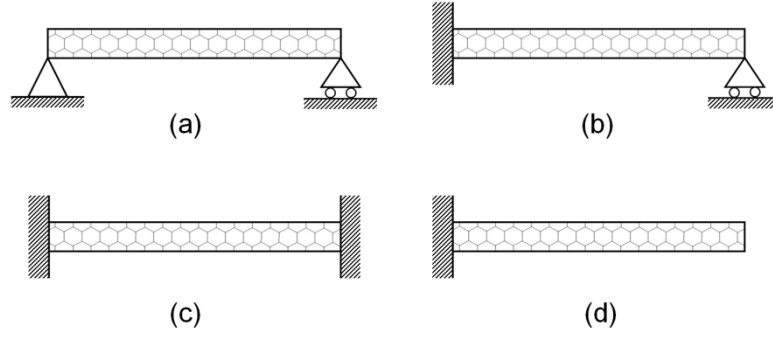


Fig. 4.2 : Schémas des conditions aux limites, (a) Simplement appuyée, (b) Encastrée - appuyée, (c) Encastrée - encastrée, (d) Encastrée - libre.

Tab. 4.1 : Les conditions aux limites associées.

Types	$x = 0$		$x = l$	
Simplement appuyée	$w = 0$	$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$	$w = 0$	$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$
Encastrée – appuyée	$w = 0$	$\frac{\partial w}{\partial x} = 0$	$w = 0$	$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$
Encastrée – encastrée	$w = 0$	$\frac{\partial w}{\partial x} = 0$	$w = 0$	$\frac{\partial w}{\partial x} = 0$
Encastrée – libre	$w = 0$	$\frac{\partial w}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$	$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = 0$

L'équation (4.20b) est une équation différentielle, et pour le cas de vibration harmonique dans une poutre, elle admet une solution sous la forme ^[Heireche 2008] :

$$w(x, t) = W(x) e^{i\omega t} \quad (4.21)$$

où (W) : est l'amplitude et (ω) la fréquence fondamentale du nanotube de carbone.

On substituant l'équation (4.21) dans l'équation (4.20b) pour obtenir :

$$\begin{aligned} \Rightarrow EI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} e^{i\omega t} + (e_0 a)^2 \rho A \omega^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} e^{i\omega t} + N_t (e_0 a)^2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} e^{i\omega t} - (e_0 a)^2 k_w \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} e^{i\omega t} \\ - \rho A \omega^2 W e^{i\omega t} - N_t \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} e^{i\omega t} + k_w W e^{i\omega t} = 0 \end{aligned}$$

$$\left(EI + N_t (e_0 a)^2 \right) \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \left(-N_t + (e_0 a)^2 \rho A \omega^2 - (e_0 a)^2 k_w \right) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \left(-\rho A \omega^2 + k_w \right) W = 0 \quad (4.22)$$

4.5 Paramètres adimensionnels

Les paramètres adimensionnels du présent modèle sont définis dans l'équation (4.23) comme suit :

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \bar{W} = \frac{W}{L}, \quad \mu = \frac{k_w L^4}{EI}, \quad \lambda = \omega^2 L^4 \frac{\rho A}{EI}, \quad \alpha = \frac{e_0 a}{L}, \quad \bar{N}_t = \frac{N_t L^2}{EI} \quad (4.23)$$

On utilise les paramètres adimensionnels (4.23) l'équation (4.22) devient :

$$(1 + \alpha^2 \bar{N}_t) \frac{d^4 \bar{W}}{d\xi^4} + (-\bar{N}_t + \alpha^2 \lambda - \alpha^2 \mu) \frac{d^2 \bar{W}}{d\xi^2} - (\lambda - \mu) \bar{W} = 0 \quad (4.24)$$

L'équation (4.24) c'est une équation linéaire, homogène avec des coefficients constants. Les expressions des conditions aux limites avec les paramètres adimensionnels sont données dans le tableau (4.2).

Tab. 4.2 : Les conditions aux limites adimensionnelles.

Types	$\xi = 0$		$\xi = 1$	
Simplement appuyée	$\bar{W} = 0$	$\frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial \xi^2} = 0$	$\bar{W} = 0$	$\frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial \xi^2} = 0$
Encastrée – appuyée	$\bar{W} = 0$	$\frac{\partial \bar{W}}{\partial \xi} = 0$	$\bar{W} = 0$	$\frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial \xi^2} = 0$
Encastrée – encastrée	$\bar{W} = 0$	$\frac{\partial \bar{W}}{\partial \xi} = 0$	$\bar{W} = 0$	$\frac{\partial \bar{W}}{\partial \xi} = 0$
Encastrée – libre	$\bar{W} = 0$	$\frac{\partial \bar{W}}{\partial \xi} = 0$	$\frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial \xi^2} = 0$	$\frac{\partial^3 \bar{W}}{\partial \xi^3} = 0$

4.6 Solution de l'équation de vibration par la DTM

Parmi les méthodes numériques citées dans le chapitre précédent (voir § 3.4), la méthode de transformation différentielle (DTM) a été choisie pour résoudre le problème d'équation différentielle de vibration (4.24).

Sur le principe de la DTM, l'équation différentielle (4.24) et les conditions aux limites (tableau 4.2) sont transformées en un ensemble d'équations algébriques en utilisant les règles de transformation du tableau (3.1).

Dans notre cas la transformation utilisée est représenté dans l'expression suivant :

$$u(\eta) = \frac{d^n f(\eta)}{d\eta^n} \xrightarrow{DTM} U(k) = (k+1)(k+2)\dots(k+n)F(k+n) \quad (4.25)$$

Le transformé des termes d'équations (4.24) de mouvement sont donnés par :

$$\bar{W}(\xi) = W_i(k) \quad (4.26a)$$

$$\frac{d^2 \bar{W}}{d\xi^2} = (k+1)(k+2)W_i(k+2) \quad (4.26b)$$

$$\frac{d^4 \bar{W}}{d\xi^4} = (k+1)(k+2)(k+3)(k+4)W_i(k+4) \quad (4.26c)$$

En remplaçant les équations (4.26a), (4.26b) et (4.26c) dans l'équation (4.24) on obtient :

$$W_i(k+4) = \frac{(\bar{N}_i - \lambda\alpha^2 + \mu\alpha^2)(k+1)(k+2)W_i(k+2) + (\lambda - \mu)W_i(k)}{(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)(1 + \alpha^2 \bar{N}_i)} \quad (4.27)$$

Les conditions aux limites dans le cas général, suivant la DTM sont présentes dans le tableau (4.3) :

Tab. 4.3 : Transformation des conditions aux limites basées sur la DTM.

$x = 0$		$x = 1$	
Originale C.L	Transformée C.L	Originale C.L	Transformée C.L
$f(0) = 0$	$F(0) = 0$	$f(1) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} F(k) = 0$
$\frac{df}{dx}(0) = 0$	$F(1) = 0$	$\frac{df}{dx}(1) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} k F(k) = 0$
$\frac{d^2 f}{dx^2}(0) = 0$	$F(2) = 0$	$\frac{d^2 f}{dx^2}(1) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1) F(k) = 0$
$\frac{d^3 f}{dx^3}(0) = 0$	$F(3) = 0$	$\frac{d^3 f}{dx^3}(1) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)(k-2) F(k) = 0$

Dans le tableau (4.4), on va présentes les conditions aux limites suivant chaque cas (Simplement appuyée, Encastrée - appuyée, Encastrée - encastrée, Encastrée - libre).

En remplaçant les conditions aux limites dans l'équation (4.27) l'équation obtenue sera de la forme :

$$A_{j1}^{(n)}(\omega)c_1 + A_{j2}^{(n)}(\omega)c_2 = 0 \quad j = 1, 2, 3 \dots n \quad (4.28)$$

où $A_{j1}^{(n)}(\omega)$ et $A_{j2}^{(n)}$ sont des fonctions polynomiales correspondant au $n^{\text{ème}}$ terme.

Le système d'équation sous forme matricielle est donné par l'expression (4.28) :

$$\begin{bmatrix} A_{11}^{(n)}(\omega) & A_{12}^{(n)}(\omega) \\ A_{21}^{(n)}(\omega) & A_{22}^{(n)}(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.29)$$

où c_1 et c_2 dépendent des condition aux limites choisies.

L'équation caractéristique du système est déterminée à partir du déterminant du système d'équations (4.29) précédant.

$$\begin{bmatrix} A_{11}^{(n)}(\omega) & A_{12}^{(n)}(\omega) \\ A_{21}^{(n)}(\omega) & A_{22}^{(n)}(\omega) \end{bmatrix} = 0 \quad (4.30)$$

La valeur de (n) est obtenue en fonction du critère de convergence suivant (4.31) :

$$|\omega_j^{(n)} - \omega_j^{(n-1)}| \leq Tol \quad (4.31)$$

où Tol est la tolérance exigée.

Tab. 4.4 : Conditions aux limites pour : Simply supported, Encastree - appuyee, Encastree - encastree, Encastree - libre [Pradhan 2011].

	$x = 0$	$x = 1$
Simply supported		
(a)	$W(0) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} W(k) = 0$
(b)	$W(1) = c_1$	-
(c)	$W(2) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)W(k) = 0$
(d)	$W(3) = c_2$	-
Encastree - appuyee		
(a)	$W(0) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} W(k) = 0$
(b)	$W(1) = 0$	-
(c)	$W(2) = c_1$	$\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)W(k) = 0$
(d)	$W(3) = c_2$	-
Encastree - encastree		
(a)	$W(0) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} W(k) = 0$
(b)	$W(1) = 0$	$\sum_{k=0}^{\infty} k W(k) = 0$
(c)	$W(2) = c_1$	-
(d)	$W(3) = c_2$	-
Encastree - libre		
(a)	$W(0) = 0$	-
(b)	$W(1) = 0$	-
(c)	$W(2) = c_1$	$\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)W(k) = 0$
(d)	$W(3) = c_2$	$\sum_{k=0}^{\infty} k(k-1)(k-2)W(k) = 0$

(a) : $w(x)$, (b) : $\frac{\partial w(x)}{\partial x}$, (c) : $\frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2}$, (d) : $\frac{\partial^3 w(x)}{\partial x^3}$.

4.7 Résultats et discussions

Sur la base de calcul, par la méthode de transformation différentielle ci-dessus, l'impact de tous les paramètres tels que : l'effet de petite échelle non-local, le module de Winkler, la variation de la température, et les trois premières modes et fréquences de vibration de SWCNT suivants quatre types des conditions aux limites (simplement appuyée, encastrée-appuyée, encastrée-encastrée et encastrée-libre) sont traitées. Pour valider les résultats du modèle étudié, les trois premières fréquences de la poutre non-locale avec les quatre types des différentes conditions aux limites sont comparées avec les résultats publiés par Wang et al. [Wang 2007].

Les différents paramètres utilisés dans la validation et le calcul pour le nanotube de carbone monocouche selon Wang et al. [Wang 2007] sont : la masse volumique ($\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$), le diamètre ($d = 0,678 \text{ nm}$), le module de Young ($E_0 = 5,5 \text{ TPa}$), le coefficient de dilatation thermique à haute température ($\alpha_0 = 1,1 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) [Naceri 2011]. Et d'autres parts, le module de Young (E), le coefficient thermique (α) de nanotube et le module de Winkler de la matrice de polymère (k_w), qui sont considérés comme une fonction de variation de la température, sont comme suit [Avsec 2007] :

$$E = E_0(1 - 0,0005\theta), \quad \alpha = \alpha_0(1 - 0,002\theta), \quad k_w = k_0(1 - 0,0003\theta) \quad (4.32)$$

avec (E), (α) et (k) : sont le module de Young, le coefficient de dilatation thermique et la rigidité du milieu élastique (matrice en polymère) respectivement, ils sont dépendants de la température.

4.7.1 La convergence

La convergence de la méthode de transformation différentielle de la poutre locale (classique) d'Euler-Bernoulli avec les conditions aux limites encastré-encastré est présentée dans le tableau (4.5), avec le cas ($\alpha = 0$, $\mu = 0$, $\theta = 0$, $k_w = 0$ et $L/d = 10$). On voit au tableau (4.5) un bon arrangement de la méthode actuelle avec les résultats de Wang et al. [Wang 2007].

Tab. 4.5 : Convergence de la DTM dans le cas local poutre encastré - encastré avec ($k_w = 0$, $\theta = 0$, $L/d = 10$).

Nombre d'itération	Mode				
	1	2	3	4	5
10	4.3383	-	-	-	-
20	4.7300	7.8081	-	-	-
30	4.7300	7.8532	10.9587	-	-
40	4.7300	7.8532	10.9956	14.1353	-
50	4.7300	7.8532	10.9956	14.1373	17.2755
60	4.7300	7.8532	10.9956	14.1373	17.2767
70	4.7300	7.8532	10.9956	14.1372	17.2773
Wang et al. (2007)	4.7300	7.8532	10.9956	14.1372	17.2787

Le tableau (4.5) montre que la convergence des cinq premières fréquences adimensionnelles de nano-poutre d'Euler-Bernoulli et la condition au limite encastré-encastré converge aux 50^{ème} itérations. Tandis que la première et la seconde fréquence adimensionnelle ont convergées dans cet exemple, aux 20^{ème} et 30^{ème} itérations.

4.7.2 La comparaison

Une autre comparaison, entre les trois premières fréquences adimensionnelles non-local du nanotube de carbone avec les quatre types des conditions aux limites ($k_w = 0$, $\theta = 0$, $L/d = 10$), et entre les aux résultats des travaux de Wang et al sont récapitulés dans le tableau (4.6). On peut voir dans ce tableau une nette superposition des résultats entre la méthode utilisé et le résultat de Wang et al., et pour la variation du paramètre d'effet d'échelle.

Tab. 4.6 : Les trois premières fréquences adimensionnelles ($\sqrt{\lambda}$) dans le cas non-local avec ($k_w = 0$, $\theta = 0$, $L/d = 10$).

α	Mode 1		Mode 2		Mode 3	
	Wang et al. (2007)	Présent	Wang et al. (2007)	Présent	Wang et al. (2007)	Présent
Simplement appuyée						
0	3.1416	3.14159	6.2832	6.28318	9.4248	9.42477
0.1	3.0685	3.06853	5.7817	5.78166	8.0400	8.03998
0.3	2.6800	2.67999	4.3013	4.30134	5.4422	5.44224
0.5	2.3022	2.30223	3.4604	3.46040	4.2941	4.29405
Encastrée – appuyée						
0	3.9266	3.92660	7.0686	7.06858	10.2102	10.21017
0.1	3.8209	3.82089	6.4649	6.46488	8.6517	8.65169
0.3	3.2828	3.28283	4.7668	4.76675	5.8371	5.83707
0.5	2.7899	2.78992	3.8325	3.83250	4.6105	4.61057
Encastrée – encastrée						
0	4.7300	4.73004	7.8532	7.85320	10.9956	10.99560
0.1	4.5945	4.59445	7.1402	7.14025	9.2583	9.25831
0.3	3.9184	3.91836	5.1963	5.19631	6.2317	6.23157
0.5	3.3153	3.31532	4.1561	4.15604	4.9328	4.91751
Encastrée – libre						
0	1.8751	1.87510	4.6941	4.69409	7.8548	7.85475
0.1	1.8792	1.87917	4.5475	4.54748	7.1459	7.14589
0.3	1.9154	1.91537	3.7665	3.76653	5.2988	5.29874
0.5	2.0219	2.02192	2.9433	2.94326	-	-

Le tableau (4.7) présente en détail les trois premières fréquences adimensionnelles pour les quatre types de conditions aux limites avec et sans milieu élastique ($k_w = 3$ GPa) utilisant le modèle non-local de poutre d'Euler-Bernoulli. En observer l'effet du milieu élastique et le paramètre d'effet de petite échelle adimensionnelle sur les trois premières fréquences. Le rapport de la longueur au diamètre ($L/d = 10$) et le coefficient de petite échelle adimensionnelle varie ($\alpha = 0, 0.1, 0.3, 0.5$).

Tab. 4.7 : L'effet du module de Winkler sur les trois premières fréquences adimensionnelles ($\sqrt{\lambda}$) dans le cas non-local avec ($\theta = 0, L/d = 10$).

α	Sans milieu élastique			Avec milieu élastique		
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 1	Mode 2	Mode 3
Simplement appuyée						
0	3.141593	6.283185	9.424778	3.930872	6.421040	9.466706
0.1	3.068531	5.781667	8.039988	3.894350	5.956423	8.107135
0.3	2.679996	4.301343	5.442248	3.726939	4.689579	5.649358
0.5	2.302230	3.460401	4.294057	3.607898	4.107802	4.683901
Encastrée – appuyée						
0	3.926602	7.068583	10.210173	4.412447	7.166579	10.24321
0.1	3.820892	6.464884	8.651691	4.339097	6.591874	8.705750
0.3	3.282839	4.766756	5.837071	4.005816	5.064027	6.007858
0.5	2.789927	3.832501	4.610573	3.769656	4.347312	4.897839
Encastrée – encastrée						
0	4.730041	7.853205	10.995600	5.033485	7.925170	11.02209
0.1	4.594457	7.140250	9.258315	4.922075	7.235402	9.302524
0.3	3.918368	5.196310	6.231574	4.406650	5.431646	6.395642
0.5	3.315323	4.156048	4.917519	4.023833	4.579299	5.093963
Encastrée – libre						
0	1.875104	4.694091	7.854757	3.521077	5.003729	7.926681
0.1	1.879171	4.547483	7.145896	3.521693	4.884013	7.240828
0.3	1.915370	3.766536	5.298747	3.527340	4.302302	5.521666
0.5	2.021920	2.943266	-	3.545640	3.835796	-

Les résultats affichés au tableau (4.7) montrent la dépendance de la fréquence, du paramètre d'effet d'échelle adimensionnelle et du milieu élastique. Il est à noter que, l'augmentation de fréquence adimensionnelle dans le milieu élastique présent pour divers types de conditions aux limites, cette augmentation est attribuée à la rigidité du milieu élastique, et devient plus significative avec le paramètre d'effet d'échelle adimensionnel. Cet effet significatif est manifeste, car l'effet d'échelle rend le nanotube plus flexible. En plus, il est clairement que la fréquence augmente lorsque le nombre de mode de vibration augmente.

Les résultats du tableau (4.8) montrent la dépendance des trois premières fréquences adimensionnelles pour les quatre types des conditions aux limites avec le changement de température, en utilisant le modèle non-local de la poutre d'Euler-Bernoulli. Le rapport de la longueur au diamètre ($L/d = 10$), et les coefficients d'effet d'échelle est ($\alpha = 0, 0.1, 0.3, 0.5$). On considère que les valeurs de variation de température est ($\theta = 20 \text{ }^\circ\text{C}, 80 \text{ }^\circ\text{C}$).

D'après le tableau (4.8), on remarque que la première fréquence adimensionnelle augmente avec le changement de température pour les quatre types de conditions aux limites et diminue dans le deuxième et le troisième mode, et devient plus significative avec le paramètre d'effet de petite échelle, cette dépendance de la fréquence sur la variation de température est évaluée dans toutes les types de conditions aux limites (simplement appuyée, encastrée-appuyée, encastrée- encastrée et encastrée-libre).

Tab. 4.8 : L'effet du changement de température sur les trois premières fréquences adimensionnelles ($\sqrt{\lambda}$) dans le cas non-local avec ($k_w = 3$ GPa, $L/d = 10$).

α	$\theta = 20^\circ\text{C}$			$\theta = 80^\circ\text{C}$		
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 1	Mode 2	Mode 3
Simplement appuyée						
0	3.932485	6.420904	9.466401	3.937266	6.420249	9.465284
0.1	3.896009	5.956251	8.106648	3.900925	5.955431	8.104868
0.3	3.728831	4.689229	5.647903	3.734437	4.687547	5.642652
0.5	3.609983	4.107281	4.681396	3.616159	4.104776	4.672068
Encastrée – appuyée						
0	4.413501	7.166439	10.24295	4.416586	7.165822	10.24199
0.1	4.340151	6.591621	8.705249	4.343208	6.590577	8.703442
0.3	4.006896	5.063203	6.004213	4.009885	5.059963	5.999572
0.5	3.770790	4.345515	4.926924	3.773794	4.340076	4.938386
Encastrée – encastrée						
0	5.034167	7.925037	11.02186	5.036150	7.924482	11.02103
0.1	4.922684	7.235089	9.302011	4.924389	7.233870	9.300166
0.3	4.406881	5.430458	6.367005	4.407119	5.425935	6.369946
0.5	4.023734	4.576802	5.122580	4.022563	4.568950	5.134314
Encastrée – libre						
0	3.524432	5.004387	7.926550	3.534886	5.006281	7.925999
0.1	3.525035	4.884600	7.240517	3.535445	4.886218	7.239313
0.3	3.530572	4.302630	5.520086	3.540609	4.303162	5.515977
0.5	3.548595	3.837175	4.535486	3.557733	3.837500	-

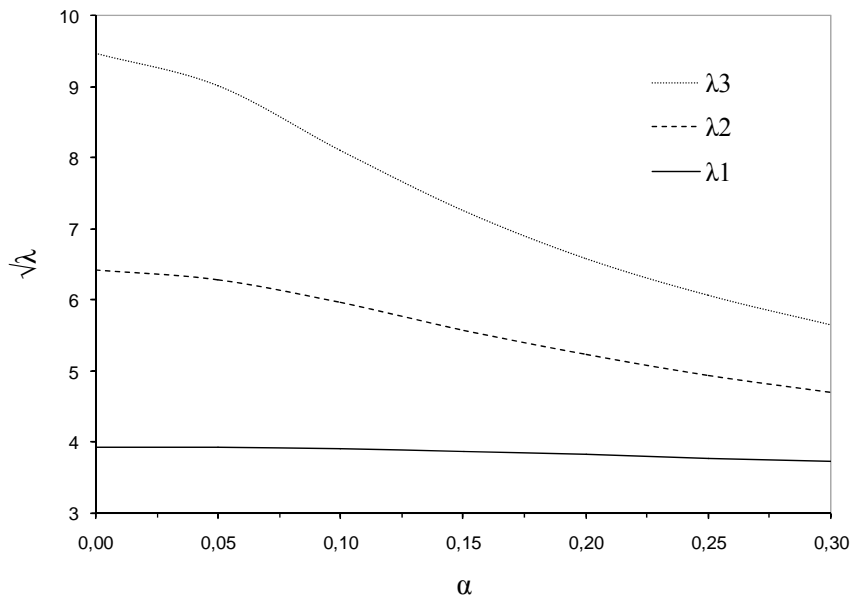


Fig. 4.3 : L'effet de petite échelle sur les trois premiers modes de fréquences cas d'une poutre simplement appuyée avec ($k_w = 3$ GPa, $\theta = 40^\circ\text{C}$, $L/d = 10$).

Les figures (4.3), (4.4) et (4.5) montrent la relation entre la fréquence et le paramètre d'effet de petite échelle pour les trois premières modes vibratoires de nanotube de carbone monocouche (SWCNT) dans un milieu élastique. La fréquence est considérée comme un indice pour estimer la solution de vibration de nanotube. On observe sur les figures (4.3), (4.4) et (4.5) que la fréquence diminue lorsque le paramètre d'effet de petite échelle augmente. Cette dépendance est attribuée au fait que l'effet d'échelle rend la poutre plus flexible. De plus, il est clair que lorsque le nombre de modes augmente, la fréquence de vibration augmente. La signification de la dépendance dans les modes les plus élevés est assignée à la petite longueur d'onde, qui augmente les interactions entre les atomes et cela conduit à une augmentation dans l'effet de petite échelle. En plus, les plages de résultats pour les différents types des conditions aux limites sont très différentes. Pour le cas simplement appuyée la plage est plus petite, mais la plage est la plus grande pour le cas encastree-encastree. La raison de cette différence est que les conditions aux limites jouent un rôle très important pour changer la fréquence de la vibration d'un nanotube en carbone.

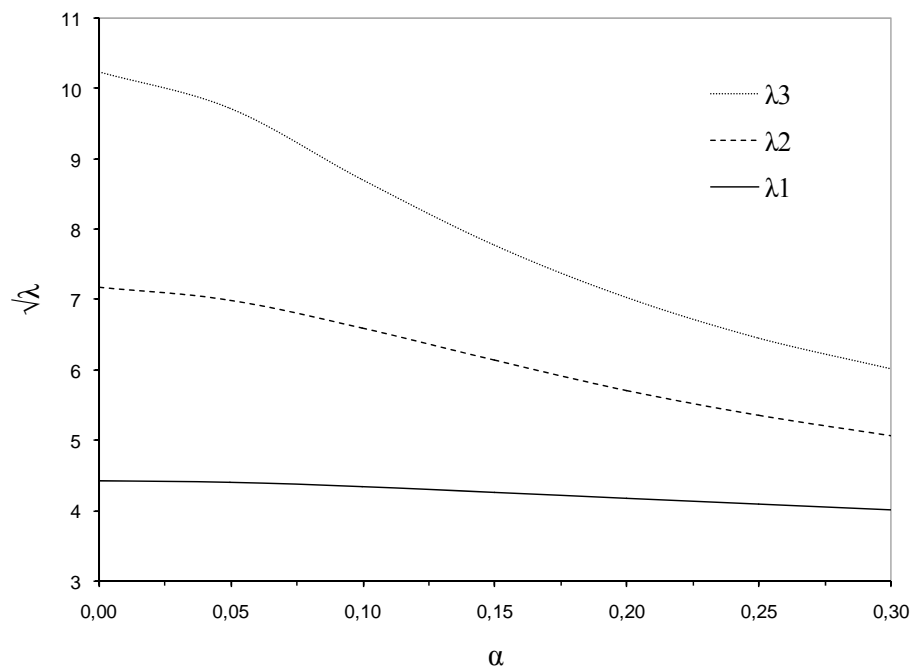


Fig. 4.4 : L'effet de petite échelle sur les trois premières modes de fréquences cas d'une poutre encastree-appuyee avec ($k_w = 3$ GPa, $\theta = 40$ °C, $L/d = 10$).

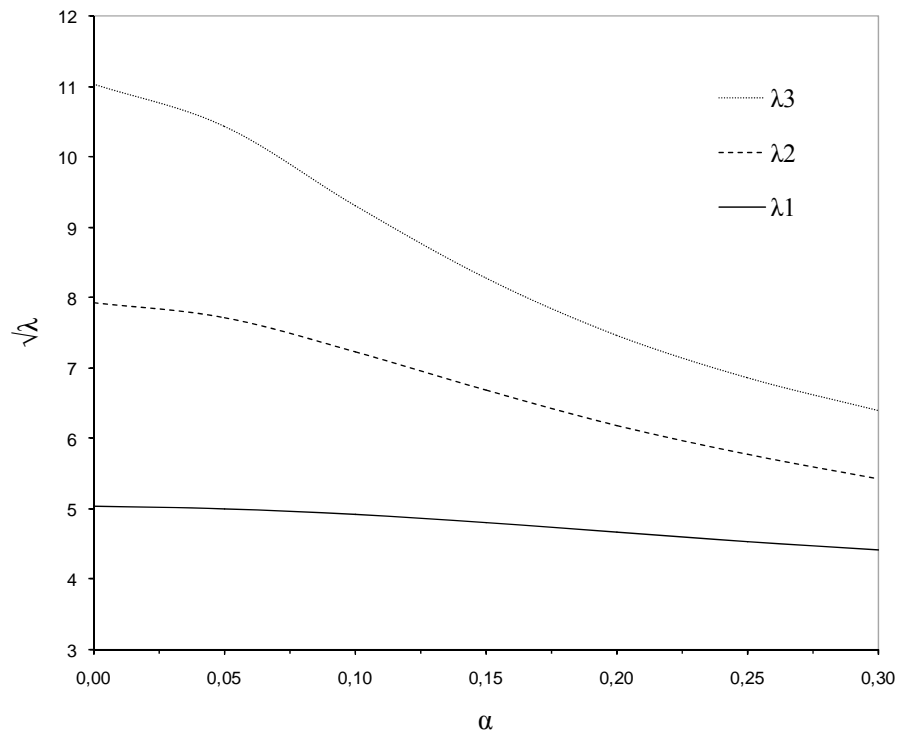


Fig. 4.5 : L'effet de petite échelle sur les trois premières modes de fréquences cas d'une poutre encastree-encastree avec ($k_w = 3 \text{ GPa}$, $\theta = 40 \text{ }^\circ\text{C}$, $L/d = 10$).

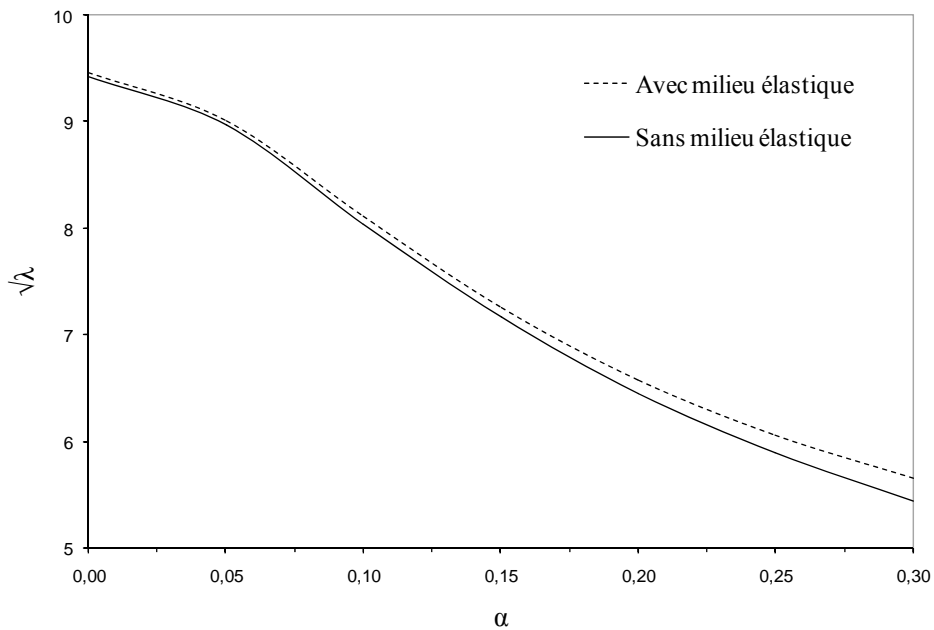


Fig. 4.6 : L'effet d'un milieu élastique sur le troisième mode de fréquences cas d'une poutre simplement appuyée avec ($\theta = 0$, $L/d = 10$).

L'effet du milieu élastique sur la troisième fréquence adimensionnelle d'un nanotube de carbone monocouche cas d'une poutre simplement appuyée en fonction de (α) est illustré sur la figure (4.6) avec le rapport ($L/d = 10$). On peut voir que l'effet du milieu élastique est très faible pour des faibles valeurs de (α) et pour des valeurs plus élevées, cet effet devient clairement appréciable parce que ; le milieu élastique saisit le nanotube de carbone et l'oblige à être plus rigide. En outre, sur la figure (4.7) illustre la dépendance de la troisième fréquence adimensionnelle sur la variation de la température avec le rapport ($L/d = 10$) et avec présence de milieu élastique. La figure montre clairement que la différence entre la fréquence avec et sans variation de température est faible même pour les valeurs plus élevées de (α).

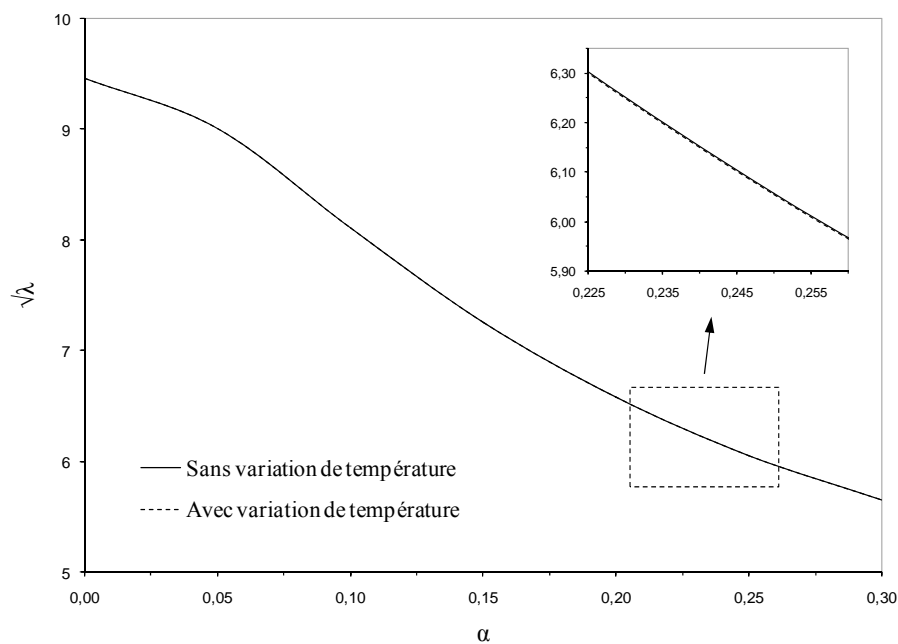


Fig. 4.7 : L'effet de variation de température sur le troisième mode de fréquences cas d'une poutre simplement appuyée avec ($k_w = 3$ GPa, $L/d = 10$).

4.8 Conclusion

Ce chapitre étudie l'analyse de fréquence adimensionnelle de nanotube de carbone monofeuillet dans un milieu élastique, y compris l'effet thermique et les conditions aux limites, sur la base de la théorie non-locale de poutre Euler-Bernoulli. La méthode de transformation différentielle est appliquée dans cette étude pour prédire la vibration du nanotube.

L'influence de l'effet de petite échelle, le numéro de mode, le rapport de longueur, le changement de température, le milieu élastique et la fréquence adimensionnelle avec divers types de conditions aux limites est présenté. Les comparaisons sont faites avec les études de la littérature et un très bon accord a été observé entre les résultats.

Avec une étude de convergence la méthode de transformation différentielle a prouvé sa performance par des résultats très similaires avec les résultats de la littérature avec la 40^{ème} itération on a une convergence pour le troisième mode.

Les résultats ont montré la dépendance de la fréquence adimensionnelle d'un nanotube de carbone avec le coefficient d'effet d'échelle, le rapport ($\alpha = e_0 a/L$), la variation de température, le nombre de mode et le paramètre du module de Winkler. Ce pendant, on observe que l'effet de petite d'échelle rend la poutre plus flexible pour les différents types de conditions aux limites et les plages de fréquence. En outre, il est à noter que, l'augmentation de fréquence adimensionnelle dans le milieu élastique présent pour divers types de conditions aux limites, cette augmentation est attribuée à la rigidité du milieu élastique. En plus, la différence entre la fréquence avec et sans variation de température est très faible même pour des valeurs plus élevées de (α).

En peut conclure que la méthode de transformation différentielle (DTM) a une efficacité très intéressante en matière de précision des résultats pour le calcul des vibrations des nanotubes de carbone elle a donné des résultats avec un degré élevé de précision.

Conclusion générale et perspectives

Nous nous sommes intéressés dans ce travail aux nanocomposites à base de nanotube de carbone (CNT) et à matrice polymère, et en particulier à l'analyse vibratoire des nanotubes de carbone situés dans la matrice polymère et sous l'effet thermique.

Dans un premier temps, on a présenté une définition et classification des nano-charges et leurs importances dans les matériaux nanocomposites. Les formes des nanotubes de carbone et leurs techniques de synthèses sont présentées avec les propriétés mécaniques et thermiques des nanotubes. Ainsi, une généralité avec classification des polymères est citée. Dans la deuxième partie de la synthèse bibliographique on a présenté des théories des poutres on se basant sur la prise en compte de l'effet de cisaillement et les modèles des milieux élastiques, des méthodes numériques de résolution sont brièvement présentées. Le modèle de Winkler est le modèle le plus simple à savoir un seul paramètre inconnu.

Dans le cadre de ce travail, nous avons développé une étude analytique. Cette étude détermine l'effet thermique, le milieu élastique (modèle de Winkler), les conditions aux limites et les différents paramètres pouvant influencer sur le comportement vibratoire libre d'un nanotube de carbone monofeuillet (SWCNT) par l'utilisation du modèle élastique non-local de la poutre d'Euler-Bernoulli. Ainsi, l'utilisation de la méthode de transformation différentielle (DTM) pour résoudre ce problème.

Le travail présent concerne d'une façon globale, la résolution des problèmes de vibration rencontrés dans les structures de type nanocomposites à base polymère/CNT. Pour réaliser ce travail nous nous sommes basés sur quatre approches essentielles : premièrement, l'analyse de la vibration libre d'un nanotube de carbone monocouche intégré dans un milieu élastique ; deuxièmement c'est la vibration libre d'un nanotube de carbone monocouche intégré dans un milieu élastique et sous l'effet thermique ; troisièmement l'analyse de l'influence des conditions aux limites sur le comportement vibratoire libre d'un nanotube de carbone monocouche ; et quatrièmement l'utilisation d'une méthode numérique telle que la méthode de transformation différentielle pour résoudre l'équation de mouvement vibratoire. Tout en se basant sur le modèle non-local de la poutre d'Euler-Bernoulli et en déterminant les différents paramètres pouvant influencer sur la distribution de la vibration.

La méthode de transformation différentielle (DTM) a prouvé sa puissance et sa performance par des résultats très similaires avec les résultats de la littérature ^[Wang 2007] avec la 40^{ème} itération on a une convergence pour les trois premiers modes de vibration, pour les modes supérieurs il faut utiliser un grand nombre d'itération (> 50), dans notre travail on s'est limité à la 50^{ème} itération.

Les résultats ont montré la dépendance de la fréquence adimensionnelle d'un nanotube de carbone avec le coefficient d'effet d'échelle, le rapport ($\alpha = e_0 a/L$), la variation de température (θ), le nombre de mode et le paramètre du module de Winkler (k_w). Ce pendant, on constate que l'effet de petite échelle rend la poutre plus flexible pour les différents types de conditions aux limites et les plages de fréquence. Cet effet significatif est manifeste, car l'effet d'échelle rend le nanotube plus flexible. En plus, on admet que la fréquence augmente lorsque le nombre de mode de vibration augmente. En outre, il est à noter que, l'augmentation de fréquence adimensionnelle dans le milieu élastique présent pour divers types de conditions aux limites, cette augmentation est attribuée à la rigidité du milieu élastique. En plus, la différence entre la fréquence avec et sans variation de température est très faible même pour le troisième mode et des valeurs plus élevées de (α).

En perspective, il est recommandé d'utiliser d'autre modèle de milieu élastique tel que le modèle de Hetényi ou de Kerr pour bien décrire la matrice polymère. L'application des méthodes numériques à savoir la méthode de décomposition d'Adomian pour voir l'efficacité des autres méthodes numériques en matière du temps de calcul et précision des résultats.

Enfin, cette étude peut servir comme une base de données pour les futures recherches dans le but de développer et d'approfondir les connaissances dans le domaine d'utilisation des nanocomposites à base de polymère et de nanotube de carbone.

Références bibliographiques

- [**Addiego 2006**] F. Addiego, Caractérisation de la variation volumique du polyéthylène au cours de la déformation plastique en traction et en fluage, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2006.
- [**Ajayan 1994**] P. M. Ajayan, O. Stephan, C. Colliex & D. Trauth, Aligned carbon nanotube arrays - Formed by cutting a polymer resin-nanotube composite, *Science*, 265 (5176), 1212-1214, 1994.
- [**Ajayan 2007**] P. M. Ajayan & J. M. Tour, Materials science - Nanotube composites, *Nature* 447 (7148), 1066-1068, 2007.
- [**Allaoui 2005**] A. Allaoui, Comportement mécanique et électrique des enchevêtrements de nanotubes de carbone, Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, 2005.
- [**Andres 2008**] N. Andres Perez, Etude calorimétrique et diélectrique de nanocomposites silicones, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 2008.
- [**Aydogdu 2009**] M. Aydogdu, A new shear deformation theory for laminated composite plates, *Composite structures*, 89, 94-101, 2009.
- [**Barhoum 2016**] Z. Barhoum, Résolution de l'équation du bilan de population pour les systèmes continus et discontinus, Thèse de doctorat, Université Mohamed Khider de Biskra, 2016.
- [**Bartholome 2008**] C. Bartholome, P. Miaudet, A. Derré, M. Maugey, O. Roubeau, C. Zakri & P. Poulin, Influence of surface functionalization on the thermal and electrical properties of nanotube-PVA composites, *Composites science and technology*, 68 (12), 2568-2573, 2008.
- [**Basmaji 2016**] B. Basmaji, Développement d'un modèle analytique d'interaction sol-structure pour l'étude du comportement mécanique des structures soumises à un mouvement de terrain - influence des déformations de cisaillement et de la plasticité, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2016.

- [Bensattalah 2016]** T. Bensattalah, Comportement vibratoire d'un nanotube de carbone sous l'effet thermique en milieu élastique, Thèse de doctorat, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, 2016.
- [Bernard 2007]** C. Bernard, Propriétés mécaniques des nanotubes de carbone en tant que nanosondes et leur fonctionnalisation par bio-nanoparticules, Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 2007.
- [Bethune 1993]** D. S. Bethune, C. H. Kiang, M. S. de Vries, G. Gorman, R. Savoy, J. Vazquez & R. Beyers, Cobalt-catalysed growth of carbon nanotubes with single-atomic-layer walls, *Nature*, 363, 605-607, 1993.
- [Blumstein 1965]** A. Blumstein, Polymerization of adsorbed monolayers. I. Preparation of the clay polymercomplex, *Journal of polymer science part A*, 3, 2653-2664, 1965.
- [Bouderba 2013]** B. Bouderba, M. S. Houari & A. Tounsi, Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations, *Steel Compos. Struct.*, 14 (1), 85-104, 2013.
- [Bortolamiol 2015]** T. Bortolamiol, Nanotubes de carbone biparois : fonctionnalisation et détection in vitro, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2015.
- [Boulerouah 2011]** A. Boulerouah, Propriétés thermiques et électriques de composites à base de nanotubes de carbone et application à la détection de gaz, Thèse de doctorat, Université du Littoral-Côte d'Opale, 2011.
- [Boussaboun 2016]** Z. Boussaboun, Synthèse et caractérisation de nanocomposites d'argile et de graphène formés à partir de précurseurs organiques, Ecole de technologie supérieure, Université du Québec, 2016.
- [Buchoux 2011]** J. Buchoux, Nanotubes de carbone comme sondes en microscopie à force atomique : nanomécanique et étude à l'interface air-liquide de fluides complexes, Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 2011.
- [Cai 2008]** D. Cai & M. Song, Latex technology as a simple route to improve the thermal conductivity of a carbon nanotube/polymer composite, *Carbon*, 46, 2107-2112, 2008.
- [Carter 1950]** L. W. Carter, J. G. Hendricks & D. S. Bolley. Elastomer reinforced with modified clay, Assigned to national lead co., United States Patent No 2, 531, 396, 1950.
- [Cauvin 2009]** L. Cauvin, Etude expérimentale et modélisation micromécanique du comportement de nanocomposites à renforts plaquettaires, Thèse de doctorat, Université de Lille 1, 2009.
- [Dalmas 2005]** F. Dalmas, Composites à matrice polymère et nano-renforts flexibles : propriétés mécaniques et électriques, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 2005.
- [Debski 2014]** N Debski, Fibres obtenues à partir de nanotubes de carbone verticalement alignés : élaboration et propriétés, Thèse de doctorat, Université Paris Sud, 2014.

- [Dihaj 2018]** A. Dihaj, Modélisation numérique du comportement mécanique d'un nanocomposite a matrice polymère et nano-renfort, Thèse de doctorat, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, 2018.
- [Dresselhaus 2011]** M. S. Dresselhaus, G. Dresselhaus & P. Avouris, Carbon Nanotubes: Synthesis, Structure, Properties, and Applications, Springer, 448, 2011.
- [Dupeux 2004]** M. Dupeux, Aide-mémoire - Science des matériaux, Editions Dunod, Paris, 2004.
- [Ebbesen 1992]** T. W. Ebbesen & P. M. Ajayan, Large-scale synthesis of carbon nanotubes, Nature, 358, 220-222, 1992.
- [Endo 1995]** M. Endo, K. Takeuchi, K. Kobori, K. Takahashi, H. W. Kroto & A. Sarkar, Pyrolytic carbon nanotubes from vapor-grown carbon fibers, Carbon, 33, 873-881, 1995.
- [Eringen 1972]** A. C. Eringen, Nonlocal polar elastic continua, Int. J. Engng Sci., 10, 1-16, 1972.
- [Eringen 1983]** A. C. Eringen, On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, J. Appl. Phys., 54 (9), 4703-4710, 1983.
- [Ferradi 2015]** M. K. Ferradi, Nouveaux modèles d'éléments finis de poutres enrichis, Thèse de doctorat, Université Paris-Est, 2015.
- [Fina 2006]** A. Fina & H. C. L. Abbenhuis, Polypropylene metal functionalised POSS nanocomposites: A study by thermogravimetric analysis, Polymer degradation and stability, 91, 1064-1070, 2006.
- [Gao 2005]** J. Gao, M. E. Itkis, A. Yu, E. Bekyarova, B. Zhao & R. C. Haddon, Continuous spinning of a Single-walled carbon nanotube a nylon composite fiber, Journal of the american chemical society, 127 (11), 3847-3854, 2005.
- [Gautier 2016]** L. A. Gautier, Synthèse de nanotubes de carbone alignés verticalement par PECVD et étude de leurs propriétés d'émission à effet de champ en configuration de structures hiérarchiques, Thèse de doctorat, Université du Québec, 2016.
- [Halary 2006]** J. L. Halary & F. Lauprêtre, De la macromolécule au matériau polymère - Synthèse et propriétés des chaînes, Editions Belin, 2006.
- [Harris 2001]** P. J. F. Harris, Carbon nanotubes and related structures: New materials for the twenty-first century, Cambridge University Press, 294, 2001.
- [Hassan 2008]** I. H. Abdel-Halim Hassan, Application to differential transformation method for solving systems of differential equations, Applied mathematical modelling, 32, 2552-2559, 2008.
- [Hassar 2013]** M. Hassar, Influence des nano-charges de noir de carbone sur le comportement mécanique de matériaux composites : Application au blindage électromagnétique, Thèse de doctorat, Université de technologie de Compiègne, 2013.

- [He 1997]** J. He, A new approach to nonlinear partial differential equations, *Communications in nonlinear science & numerical simulation*, 4, 230-235, 1997.
- [He 1999]** J. He, Homotopy perturbation technique, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 178, 257-262, 1999.
- [Heireche 2008]** H. Heireche, A. Tounsi, A. Benzair, M. Maachou & E. A. Adda Bedia, Sound wave propagation in single-walled carbon nanotubes using nonlocal elasticity, *Physica E*, 40, 2791-2799, 2008.
- [Iijima 1991]** S. Iijima, Helical microtubules of graphitic carbon, *Nature*, 354, 56-58, 1991.
- [Iijima 1993]** S. Iijima & T. Ichihashi, Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter, *Nature*, 363, 603-605, 1993.
- [Illaik 2008]** A. Illaik, Synthèse et caractérisation de nanocomposites polymères/hydroxydes doubles lamellaires (HDL), Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, 2008.
- [Imanzadeh 2013]** S. Imanzadeh, Effects of uncertainties and spatial variation of soil and structure properties on geotechnical design. Cases of continuous spread footings and buried pipes, Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 2013.
- [Jahangir 2011]** E. Jahangir, Phénomènes d'interaction sol-structure vis-à-vis de l'aléa retrait-gonflement pour l'évaluation de la vulnérabilité des ouvrages, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Lorraine, 2011.
- [Kaci 2012]** A. Kaci, Etude et analyse non linéaire des plaques minces non homogène en flexion cylindrique, Thèse de doctorat, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, 2012.
- [Karama 2003]** M. Karama, K. S. Afaq & S. Mistou, Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity, *International journal of solids and structures*, 40, 1525-1546, 2003.
- [Kashiwagi 2002]** T. Kashiwagi, E. Grulke, J. Hilding, R. Harris, W. Awad & J. Douglas, Thermal degradation and flammability properties of poly(propylene)/carbon nanotube composites, *Macromolecular rapid communication*, 23 (13), 761-765, 2002.
- [Khalfi 2014]** Y. Khalfi, M. S. Houari, & A. Tounsi, A refined and simple shear deformation theory for thermal buckling of solar functionally graded plates on elastic foundation, *Int. J. Comput. Meth.*, 11 (5), 1350077, 2014.
- [Kim 2007]** J. Y. Kim, H. S. Park & S. H. Kim, Multiwall-carbon-nanotube-reinforced poly(ethylene terephthalate) nanocomposites by melt compounding, *Journal of applied polymer science*, 103, 1450-1457, 2007.
- [Krättschmer 1990]** W. Krättschmer, L. D. Lamb, K. Fostiropoulos & D. R. Huffman, Solid C60: a new form of carbon, *Nature*, 347, 354-358, 1990.
- [Kroto 1985]** H. W. Kroto, J. R. Heath, S. C. O'Brien, R. F. Curl & R. E. Smalley, C60 : Buckminsterfullerene, *Nature*, 318, 162-163, 1985.

- [Lee 2008] S. H. Lee, M. W. Kim, S. H. Kim & J. R. Youn, *European Polymer Journal*, 44, 1620-1630, 2008.
- [Liu 2004] T. X. Liu, I. Y. Phang, L. Shen, S. Y. Chow & W. D. Zhang, *Macromolecules*, 37, 7214, 2004.
- [Mahi 2015] A. Mahi, E. Adda Bedia & A. Tounsi, A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates, *Applied mathematical modelling*, 39 (9), 2489-2508, 2015.
- [Marconnet 2013] A. M. Marconnet, M. A. Panzer & K. E. Goodson, Thermal conduction phenomena in carbon nanotubes and related nanostructured materials, *Rev. Mod. Phys.*, 85, 1295-1326, 2013.
- [Marcoux 2002] P. R. Marcoux, Réactivité et manipulation de nanotubes de carbone monocouches : fonctionnalisation de surface par greffage covalent et mise en œuvre comme agent structurant, Thèse de doctorat, Université d'Angers, 2002.
- [Marquis 2011] D. M. Marquis, E. Guillaume & C. Chivas-Joly, Properties of nanofillers in polymer, *Nanocomposites and polymers with analytical methods*, Rijeka, Croatia, InTech, 261-284, 2011.
- [Mercier 2012] G. Mercier, Purification et fonctionnalisation d'échantillons de nanotubes de carbone monofeuillets : efficacité et sélectivité des traitements chimiques, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2012.
- [Moniruzzaman 2006] M. Moniruzzaman & K. I. Winey, Polymer nanocomposites containing carbon nanotubes, *Macromolecules*, 39, 5194, 2006.
- [Murmu 2010] T. Murmu & S. C. Pradhan, Thermal effects on the stability of embedded carbon nanotubes, *Computational materials science*, 47, 721-726, 2010.
- [Naceri 2011] M. Naceri, M. Zidour, A. Semmah, M. S. Houari, A. Benzair, & A. Tounsi, Sound wave propagation in armchair single walled carbon nanotubes under thermal environment, *Journal of applied physics*, 110, 124322, 2011.
- [Nikolaev 1999] P. Nikolaev, M. J. Bronikowski, R. Kelley Bradley, F. Rohmund, D. T. Colbert, K. A. Smith & R. E. Smalley, Gas-phase catalytic growth of single-walled carbon nanotubes from carbon monoxide, *Chemical physics letters*, 313, 91-97, 1999.
- [Pal 2018] G. Pal & S. Kumar, Mechanical properties of isolated carbon nanotube, *Carbon nanotube-reinforced polymers: From nanoscale to macroscale*, 173-199, 2018.
- [Peddieson 2003] J. Peddieson, G. R. Buchanan & R. P. McNitt, Application of nonlocal continuum models to nanotechnology, *International journal of engineering science*, 41, 305-312, 2003.
- [Peeterbroeck 2004] S. Peeterbroeck & M. Alexandre, Polymer-layered silicate-carbon nanotube nanocomposites: unique nanofiller synergistic effect, *Composites science and technology*, 64, 2317-2323, 2004.

[Penu 2008] C. Penu, Nanocomposites à matrice polyamide 6 ou polystyrène et à renforts de nanotubes de carbone : Du procédé de synthèse aux phénomènes de percolation, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2008.

[Philippe 2006] R. Philippe, Synthèse de nanotubes de carbone multi-parois par dépôt chimique en phase vapeur catalytique en lit fluidisé, nouvelle classe de catalyseurs, étude cinétique et modélisation, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, 2006.

[Pradhan 2011] S. C. Pradhan & G. K. Reddy, Buckling analysis of single walled carbon nanotube on Winkler foundation using nonlocal elasticity theory and DTM, Computational materials science, 50, 1052-1056, 2011.

[Privas 2013] E. Privas, Matériaux ligno-cellulosiques « Élaboration et caractérisation », Thèse de doctorat, Ecole nationale supérieure des mines de Paris, 2013.

[Reddy 2007] J. N. Reddy, Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams, International journal of engineering science, 45, 288-307, 2007.

[Rizk 2009] S. Rizk, Elaboration et caractérisation de nanostructures carbonées par procédé CVD assisté par plasma microonde, Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré - Nancy 1, 2009.

[Sahnoune 2016] M. Sahnoune, Etude de la morphologie, des propriétés et de la durabilité de nanocomposites à base de polyamide-11/halloysite, Thèse de doctorat, Université Montpellier, 2016.

[Saito 1992] R. Saito, M. Fujita, G. Dresselhaus & M. S. Dresselhaus, Electronic structure of graphene tubules based on C60, Physical review B, 46, 1804-1811, 1992.

[Sarr 2015] M. M. Sarr, Etude, synthèse et élaboration de nanocharges biphasées, nanotubes de carbone/diatomées pour l'amélioration des propriétés physiques de nanocomposites à matrice polymère, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2015.

[Sina 2017] N. Sina, H. Moosavi, H. Aghaei, M. Afrand & S. Wongwises, Wave dispersion of carbon nanotubes conveying fluid Supported on linear viscoelastic twoparameter foundation including thermal and smallscale effects, Physica E: Low-dimensional systems and nanostructures, 85, 109-116, 2017.

[Tagrara 2016] S. H. Tagrara, Analyse de la flexion statique, le flambement et la vibration des structures composites renforcées par des nanotubes de carbone, Thèse de doctorat, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, 2016.

[Tanaka 2014] K. Tanaka & S. Iijima, Carbon Nanotubes and Graphene - Edition 2, Elsevier, 2014.

[Wang 2007] C. M. Wang, Y. Y. Zhang & X. Q. He, Vibration of nonlocal Timoshenko beams, Nanotechnology, 18, 105401, 2007.

[Web 1] <http://www.sciencedirect.com/>

[Web 2] <http://www.businesscoot.com/>

[Web 3] <http://www.nanowerk.com/spotlight/>

[Xiao 2007] K. Q. Xiao, L. C. Zhang & I. Zarudi, Mechanical and rheological properties of carbon nanotube-reinforced polyethylene composites, *Composites science and technology*, 67, 177-182, 2007.

[Young 2011] R. J. Young & P. A. Lovell, *Introduction to polymers - Third edition*, CRC Press Taylor & Francis Group, 2011.

[Zhang 2005] Y. Q. Zhang, G. R. Liu, & X. Y. Xie, Free transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes using a theory of nonlocal elasticity, *Physical review B*, 71, 195404, 2005.

[Zhang 2011] B. Zhang & J. Lu, Exact solutions of homogeneous partial differential equation by a new adomian decomposition method, *Procedia environmental sciences*, 11, 440-446, 2011.

[Zhen 2010] Y. Zhen & B. Fang, Thermal-mechanical and nonlocal elastic vibration of single-walled carbon nanotubes conveying fluid, *Computational materials science*, 49, 276-282, 2010.

[Zhou 1986] J. K. Zhou, *Differential transformation and its application for electrical circuits*, Huarjung University Press, Wuuhahn, Chine (in Chinese), 1986.

[Ziane 2016] D. Ziane, *Méthode combinée des perturbations HPM et VIM pour la résolution des équations différentielles ordinaires et EDP d'ordre fractionnaire*, Thèse de doctorat, Université Ahmed Ben Bella d'Oran, 2016.

[Zidour 2012] M. Zidour, *Etude du comportement mécanique des nanotubes en carbone entourés par une matrice polymère*, Thèse de doctorat, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, 2012.