

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES



FACULTE DES SCIENCES EXACTES

DEPARTEMENT MATERIAUX ET DEVELOPPEMENT DURABLE

THESE DE DOCTORAT

Filière : Physiques

Spécialité : Physique Energétique et sciences des Matériaux

Sujet de thèse

*Etude des propriétés Physique des nanostructures
fabriquées à partir des mélanges Céramique -métal.*

Présenté par : M^r *BENAHMED Abdelillah*

Soutenu le 25/02/2020 devant le jury composé de :

Président	: HEIRECHE Houari	Professeur	UDL SIDI BEL ABBES
Directeur de thèse	: FAHSI Bouazza	Professeur	UDL SIDI BEL ABBES
CO- Directeur de thèse	: BENZAIER Abdelnour	Professeur	UDL SIDI BEL ABBES
Examineurs	: YEGHNEM Reda	Professeur	UNIV. DE SAIDA

Année universitaire 2019-2020

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Dédicace

Dédicace

*À ma très chère défunte mère,
À mon père,
À ma femme
À mes frères,
À mon ami MATMOUR Karim
Et à tous qui me sont chers.*

BENAHMED Abdelillah

Remerciement

Je remercie en premier lieu notre Dieu le tout puissant de m'avoir donné le courage, la volonté et la patience de mener à terme le présent travail.

*Mes vifs remerciements A Monsieur **Pr. Bouazza Fahsi** Professeur de l'université Djillali liabés (SBA), Qui a accepté d'encadrer et de diriger ce travail pour ses conseils précieux, son aide et sa grande patience.*

*Je tiens aussi à remercier sincèrement mon co-directeur de thèse **BENZAIR Abdenour** Professeur de l'université Djillali liabés (SBA) pour toute son aide, ses conseils et sa disponibilité tout au long de ce travail de thèse.*

*A Monsieur **HEIRECHE Houari**, Professeur à l'université Djillali liabés (SBA), Qui nous a fait l'honneur d'accepter la présidence de jury En témoignage de notre respect. Sincères remerciements.*

*A Monsieur **YEGHNEM Reda**, Professeur à l'université Dr. Moulay Tahar (SAIDA) , qui a accepté de participer au jury de cette thèse. En témoignage de notre respect, Sincères remerciements.*

Mes remerciements et ma reconnaissance sont adressés envers nos collègues pour le temps précieux passé ensemble. Mes plus vifs remerciements vont également à tous nos amis avec qui nous avons partagé des moments inoubliables pendant nos études.

*Enfin, toute nos gratitudes, notre reconnaissance et nos très vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin et en particulier l'ensemble des enseignants du laboratoire Modélisation et simulation Multi-échelle Djillali-liabés (SBA), et les membres du laboratoire des Matériaux et Hydrologie notamment **Dr. BOURADA Fouad** qui m'a été d'une aide précieuse*

Résumé

Résumé

Dans ce travail, nous présentons une théorie efficace non locale d'ordre supérieur pour la charge critique de flambement des nano-poutres fonctionnellement graduée (FG) avec des porosités. Le comportement élastique non local est décrit par le modèle constitutif différentiel d'Eringen. Qui permet au modèle actuel de devenir efficace dans l'analyse et la conception des nanostructures.

Le présent modèle intègre le paramètre d'échelle de longueur (paramètre non local) qui peut capturer le petit effet d'échelle.

Les équations qui régissent les nano-poutres fonctionnellement graduée avec porosités de sont dérivées en utilisant le principe de Hamilton.

Des solutions analytiques sont présentées pour un nano-poutre FG simplement appuyée avec des porosités. Ces résultats sont comparés par d'autres résultats mentionnés dans la littérature.

Des exemples expliqués sont également donnés pour montrer les effets de la fraction volumique de porosité, des rapports de forme et des rapports d'épaisseur sur la longueur flambement des poutres FG.

Mots clés : Nano-poutre ; La théorie d'élasticité non locale ; Flambement ; Matériaux à gradient fonctionnelle. Porosité.

Abstract

In this work, we present an efficient non-local higher-order theory for the critical buckling load of functional-graded nano-beams (FG) with porosities.

Non-local elastic behavior is described by Eringen's differential constitutive model. That allows the current model to become effective in the analysis and design of nanostructures.

This model incorporates the length scale parameter (non-local parameter) that can capture the small scale effect.

The equations governing nano-girders with functional-grade porosities are derived using the Hamilton principle.

Analytical solutions are presented for a nano-beam FG simply supported with porosities. These results are compared by other results mentioned in the literature.

Explained examples are also given to show the effects of porosity volume fraction, shape ratios and thickness ratios on the FG beam buckling length.

Keywords : Nano-beam; Non-local elasticity theory; Buckling; Functional gradient materials. Porosity.

المخلص

في هذا العمل، نقدم نظرية عالية الكفاءة غير محلية للتحميل الحرج من الحزم النانوية الوظيفية (FG) مع المسامية. يوصف السلوك المرن غير المحلي من خلال نموذج Eringen التفاضلي التأسيسي. يتيح ذلك للنموذج الحالي أن يصبح فعالاً في تحليل وتصميم الهياكل النانوية.

يشتمل هذا النموذج على معلمة مقياس الطول (معلمة غير محلية) يمكنها التقاط تأثير المقياس الصغير. وتستمد المعادلات التي تحكم الحزم النانوية ذات التدرج الوظيفي باستخدام مبدأ هاملتون.

يتم تقديم حلول تحليلية لمجموعة FG-nano-beam مدعومة ببساطة بالمسامية. تتم مقارنة هذه النتائج بالنتائج الأخرى المذكورة في الأدب.

يتم تقديم أمثلة موضحة أيضاً لإظهار تأثيرات جزء حجم المسامية ونسب الشكل ونسب السُمك على طول مشبك حزمة FG.

كلمات مفتاحية: Nano-beam؛ نظرية المرونة غير المحلية؛ التواء. مواد التدرج الوظيفي. المسامية.

Sommaire

Sommaire

Dédicace	I
Remerciement	II
Résumé	IV
Abstract	V
المخلص.....	VI
Sommaire	VIII
Liste des figures et des tableaux	XII
Liste des abréviations	XV
Nomenclature	XVI
Introduction générale	01
Chapitre I : Généralité sur les matériaux à gradient de propriétés (FGM)	
I.1 Introduction	04
I.2 Définition des matériaux à fonctionnel gradues	05
I.3 Historique	06
I.4 L'intérêt d'utiliser les FGM	07
I.5 Différence entre FGM et les matériaux composites traditionnels	08
I.6 Fabrication des FGM	09
I.6.1 Coulage en bande (Tape Casting ou Doctor-Blade)	10
I.6.2 Coulage séquentiel en barbotine (Slip Casting)	11
I.6.3 Compaction Sèche des Poudres	12
I.6.4 Dépôt par Electrophorèse	12
I.6.5 Projection Plasma	13
I.6.6 Dépôt physique en phase vapeur (PVD)	14
I.6.7 Dépôt chimique en phase vapeur (CVD)	15
I.6.8 Frittage et Infiltration	16
I.6.9 Frittage Laser Différentiel	16
I.6.10 Implantation Ionique (Sputtering)	17
I.6.11 Dépôt par Centrifugation	17
I.7 Les différentes lois qui régissent la variation des propriétés matérielles suivant l'épaisseur d'une poutre FGM	17
I.7.1 Les propriétés matérielles de la poutre P-FGM [Hadji et Al 2013]	18
I.7.2 Les propriétés matérielles de la poutre E-FGM	19
I.7.3 Les propriétés matérielles de la poutre S-FGM	20
I.8 Domaines d'applications des FGM	21

I.8.1 Aérospatiale	21
I.8.2 Médecine	22
I.8.3 Défense	22
I.8.4 Énergie	22
I.8.5 Optoélectronique	22
I.8.6 Autres applications	22
I.9 Avantages et inconvénients de la FGM	23
➤ Avantages de la FGM	23
➤ Inconvénient de la FGM	24
I.10 Conclusion	25
Chapitre II : Généralités sur les théories des poutres	
II.1 Introduction	27
II.2 Aperçu historique des théories des poutres	28
II.3 Le comportement des poutres composites	28
II.4 Les différents types de poutres	28
a. Poutre simple	29
b. Poutre console	29
c. Poutre avec poutre-à-faux	29
d. Poutre continue	29
e. Poutre à double encastrement	29
f. Poutre supportée à double encastrement	29
II.5 La modélisation des poutres	30
II.6 Résolution des problèmes d'élasticité	31
II.6.1 Approche en déplacement	31
II.6.2 Approche en contraintes	32
II.6.3 Choix d'une méthode de résolution	33
II.7 Théories des poutres selon la prise en compte du cisaillement	33
II.7.1 Théorie classique des poutres (Euler-Bernoulli)	33
II.7.2 Théorie de déformation en cisaillement de premier ordre (Timoshenko)	35
II.7.3 La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT)	37
II.8 Théories des poutres selon la prise en compte de l'effet d'échelle	40
II.8.1 Théorie locale d'élasticité	40
II.8.2 Théorie non locale d'élasticité	41
II.9 Conclusion	44

Chapitre III : Revue des travaux sur les structures FGM avec porosités

III.1 Introduction	46
III.2 Notions générales de flambement	47
III.3 Définition d'une porosité.....	47
III.4 Liens entre taux volumique de porosité et propriétés mécaniques d'un stratifié	50
III.5 Revue de quelques travaux sur les structures FGM avec porosités effectués par les auteurs local en plus de quelques auteurs étrangers	54
III.6 Conclusion	59

Chapitre IV : Formulation mathématique

IV.1 Introduction	61
IV.2 Formulation théorique	62
IV.3 Matériaux fonctionnellement gradués avec porosités	62
IV.4 Hypothèses de base	63
IV.5 Cinématique	64
IV.6 Relations constitutives	64
IV.7 Equations de mouvement (Principe d'énergie d'Hamilton)	65
IV.8 La solution analytique pour la poutre nano-FGM simplement appuyé	67
IV.9 Conclusion	68

Chapitre V : Résultats et discussions

V.1 Introduction	70
V.2 Caractéristiques des matériaux	71
V.3 Résultats numériques et interprétations	71
V.4 Conclusion	78
Conclusion générale	80
Référence bibliographique	84

Liste des figures et des tableaux

Liste des figures

Chapitre I : Généralité sur les matériaux à gradient de propriétés (FGM)

Figure I-1	Quelques exemples de matériaux à fonctionnel gradues FGM. (Bouafia Khadra 2017).....	06
Figure I-2	La distribution composante des matériaux.....	08
Figure I-3	Modèles analytiques pour une couche en FGM.....	09
Figure I-4	Principe de la méthode coulage en bande (Boch 1986).....	11
Figure I-5	Principe de la méthode coulage séquentiel en barbotine. (J.S.Moya et al 1992).....	12
Figure I-6	Vue schématique de l'installation d'EPD pour la production des matériaux.....	13
Figure I-7	Principe de la projection plasma (TCPP 2014).....	14
Figure I-8	Schéma de l'installation pour la préparation d'un SiC/C FGM par le dépôt chimique en phase vapeur (CVD).....	15
Figure I-9	Disposition du procédé frittage laser différentiel (Yuki et al 1990).....	17
Figure I-10	Schéma du procédé dépôt par centrifugation (d'après réf. (Lucc 1995)).....	17
Figure I-11	Poutre de section rectangulaire (a x b) en FGM.....	18
Figure I-12	La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre P-FGM.....	18
Figure I-13	La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre E-FGM.....	19
Figure I-14	Variation du module de Young à travers l'épaisseur de la structure S-FGM.....	21
Figure I-15	Les principaux domaines d'application des FGM. (Bessaim, 2014).....	23

Chapitre II : Généralités sur les théories des poutres

Figure II-1	La cinématique de la théorie classique des poutres.....	34
Figure II-2	Schéma de principe de la théorie des poutres de Timoshenko (FSDT).....	36
Figure II-3	La distribution (constante) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie de Timoshenko.....	37
Figure II-4	Illustration de la cinématique de la poutre d'ordre élevé.....	38
Figure II-5	La distribution (variable) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé.....	39

Chapitre III : Revue des travaux sur les structures FGM avec porosités

Figure III-1	(a) Micrographie MEB des porosités étudiées, (b) Schématisation des différents types de pores (c) et (d) Nomenclatures relatives à la taille des pores.....	50
Figure III-2	Variation relative de l'ILSS en fonction du taux de porosité pour des matériaux composites..	51
Figure III-3	(a) Pourcentage volumique de porosité en fonction du coefficient d'absorption ultrasonore, (b) Logarithme de la contrainte à rupture en cisaillement inter laminaire en fonction du logarithme du coefficient d'atténuation ultrasonore (Costa et al 2001).....	53
Figure III-4	Variation du faisceau du paramètre de charge de flambement non dimensionnel avec le paramètre K de Winkler et le coefficient de porosité.....	56

Figure III-5	Déviation centrale sans dimension (w) en fonction du rapport d'aspect (a / b) d'une plaque de MGF parfaite et imparfaite.....	57
Figure III-6	Effet de la porosité sur la déviation centrale sans dimension en fonction de l'épaisseur du rapport latéral à l'épaisseur d'une plaque de MGF.....	58
Chapitre IV : Formulation mathématique		
Figure IV-1	(a) Géométrie et coordonnées de la nano-poutre fonctionnellement graduée. (b) Zone de section transversale du nano-poutre fonctionnellement graduée avec des porosités.....	62
Chapitre V : Résultats et discussions		
Figure V-1	L'effet du rapport longueur/épaisseur sur la charge critique du flambement (\bar{N}) avec $k = 1 \dots$	73
Figure V-2	Variation du flambement critique (\bar{N}) avec le rapport longueur/épaisseur et le coefficient de porosités α	74
Figure V-3	Variation du flambement critique dimensionnel en fonction de l'indice de matériel avec $L / h = 20$, $e_0 \alpha = 2$ nm et un coefficient de porosité α	74
Figure V-4	Effet du coefficient de porosité sur le flambement dimensionnel critique avec $e_0 \alpha = 2$ nm et $k = 1$	75
Figure V-5	Variation du flambement dimensionnel critique en fonction du paramètre Nano-local avec $L / h = 100$, $k = 2$ et le coefficient de porosité α	76
Figure V-6	Variation du flambement dimensionnel critique en fonction du paramètre Nano-local avec, $k = 1.5$ et le coefficient de porosité $\alpha = 0.2$	77
Figure V-7	Variation du flambement dimensionnel critique en fonction de l'Indice de matériel avec $l / h = 15$ et le coefficient de porosité $\alpha = 0.1$	78

Liste des tableaux

Chapitre V : Résultats et discussions		
Tableau V.1	La charge critique du flambement non-dimensionnelle (\bar{N}) de la poutre ($k=1$, $e_0 \alpha = 1$ (nm)).....	71
Tableau V.2	Flambement critique sans dimension (\bar{N}) du nano-poutre FG avec des porosités.....	72

Liste des abréviations et Nomenclature

Liste des abréviations

<i>CBT</i>	<i>Théorie classique des poutres (Classical beam theory)</i>
<i>CVD</i>	<i>Dépôt chimique en phase vapeur (Chemical Vapor Deposition)</i>
<i>E-FGM</i>	<i>FGM avec fonction exponentielle</i>
<i>FGM</i>	<i>Functionally graded material (matériau fonctionnellement Gradué)</i>
<i>FSDT</i>	<i>Théorie de déformation en cisaillement de premier ordre (First order deformation theory)</i>
<i>HSDT</i>	<i>La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (The theory of high order shear deformation)</i>
<i>PVD</i>	<i>Le dépôt physique en phase vapeur (Physical Vapor Deposition)</i>
<i>P-FGM</i>	<i>FGM avec fonction polynomiale</i>
<i>S-FGM</i>	<i>FGM avec fonction sigmoïde</i>
μm	<i>Micro mètre</i>
<i>nm</i>	<i>Nanomètre</i>

Liste des notations

$E(z)$	<i>Modules de Young effectifs</i>
h	<i>Hauteur de la poutre</i>
$V(z)$	<i>Fraction volumique de la matière constituante</i>
k	<i>Paramètre matériel</i>
E_1	<i>Module de Young du 1er matériau (fibre inférieur)</i>
E_2	<i>Module de Young du 2eme matériau (la fibre supérieur)</i>
V_1	<i>Fraction volumique du 1er matériau</i>
V_2	<i>Fraction volumique du 2eme matériau</i>
R_T	<i>Le rayon de la Terre</i>
R_B	<i>Le rayon d'un ballon de football</i>
R_f	<i>Le rayon d'un fullerène</i>
d	<i>Diamètre du nanotube</i>
a	<i>Longueur de la liaison C=C</i>
S	<i>Surface plane de la poutre</i>
G	<i>Centre de gravité de la poutre</i>
$u(x, z)$	<i>Déplacement dans la direction des "x"</i>
$u_0(x)$	<i>Déplacement de la ligne moyenne dans la direction des "x"</i>
$w(x)$	<i>Déplacement dans la direction des "z"</i>

$w_0(x)$	<i>Déplacement de la ligne moyenne dans la direction des "z"</i>
γ_{xz}	<i>Distorsion dans le plan xz</i>
τ_{xz}	<i>Contrainte de cisaillement dans le plan xz</i>
φ_y	<i>Rotation du au cisaillement</i>
$\psi(z)$	<i>Fonction de gauchissement</i>
b	<i>Largueur de la poutre</i>
L	<i>Longueur de la poutre</i>
$q(x)$	<i>Chargement transversal</i>
N_0	<i>Charge axiale</i>
$P(z)$	<i>Propriété matérielle de la poutre</i>
P_t	<i>Propriétés matérielles correspondantes aux surfaces Supérieures</i>
P_b	<i>Propriétés matérielles correspondantes aux surfaces Inférieures</i>
w_b	<i>La flèche : composante de flexion</i>
w_s	<i>La flèche : composante de cisaillement</i>
σ_z	<i>Contrainte normale dans la direction des "z"</i>
u_b	<i>Déplacement axial du à la flexion</i>
u_s	<i>Déplacement axial du au cisaillement</i>
ε	<i>Déformation axiale</i>
E	<i>Module de Young</i>
μ	<i>Paramètre non local</i>
e_0	<i>Constante appropriée pour chaque matériau</i>
a	<i>Rapport entre la longueur caractéristique interne et celle des Caractéristiques externes</i>
N	<i>Effort normal interne</i>
M_b	<i>Moment de flexion résultant</i>

M_s	<i>Moment de flexion du au cisaillement</i>
I_0, I_2	<i>Inertie massique</i>
ρ	<i>Masse volumique</i>
A, B, D, E, F, H	<i>Composantes de la rigidité</i>
U_n, W_{bn}, W_{sn}	<i>Paramétrés arbitraires constituant le champ de déplacement</i>
ω	<i>Fréquence propre</i>
Q_n	<i>Coefficients de Fourier associés à la charge</i>
α	<i>Coefficients de porosités.</i>
C_{ijkl}	<i>Le tenseur de module d'élasticité</i>
β	<i>Le coefficient correcteur de cisaillement</i>
σ_{ij} et ε_{ij}	<i>Les tenseurs des contraintes et déformations.</i>
τ	<i>Contrainte tangentielle.</i>

Introduction Générale

Introduction Générale

Le développement des matériaux composites a permis d'associer des propriétés spécifiques à différents matériaux au sein d'une même pièce. L'optimisation locale de ses propriétés par association d'un matériau très dure à la surface d'un matériau tenace pose le problème d'interface. Cette transition brutale de composition peut générer localement de fortes concentrations de contraintes, et aussi pour les matériaux composites, il y a de fortes chances que le décollement fibre –matrice se produise à certaines conditions de chargement extrêmes ; la solution d'une transition continue des propriétés recherchées par un gradient de propriétés FGM et la variation progressive de la fraction volumétrique des matériaux FGM peut résoudre ce problème. Face à ce problème ; l'utilisation des matériaux à gradient de propriété type FGM demeure efficace parce qu'ils présentent un changement progressif dans la composition et les propriétés en fonction de l'orientation spatiale à l'intérieur du matériau. Parmi les classes des matériaux composites nous avons les matériaux FGM ayant une variation continue des propriétés d'une surface à l'autre.

Ces matériaux peuvent être fabriqués en faisant varier la teneur en pourcentage de deux ou plusieurs matériaux tels que les nouveaux matériaux qui possèdent un gradient de propriété souhaitée dans les directions dimensionnelles. Les matériaux à gradient de propriété FGM sont des matériaux composites dans lesquels les propriétés mécaniques varient continuellement suivant des directions préférées. Macroscopiquement, les matériaux FGM sont assumés de les considérer comme matériaux isotropes.

De plus, lors de la fabrication des FGM, des micro-vides ou des porosités peuvent apparaître dans les matériaux au cours du processus de frittage. Ceci est dû à la grande différence de températures de solide entre les constituants du matériau (Zhu et al., 2001). Wattanasakulpong et al., (2012) ont également donné une discussion sur les porosités se produisant à l'intérieur d'échantillons de FGM fabriqués par une technique d'infiltration séquentielle à plusieurs étapes. Par conséquent, il est important de prendre en compte l'effet de porosité lors de la conception de structures FGM soumises à des chargements dynamiques. (Wattanasakulpong et Ungbhakorn .,2014) ont récemment étudié les problèmes de vibration linéaires et non linéaires des poutres de FG à extrémité élastiquement restreinte et présentant des porosités.

Contrairement aux théories classiques, les théories non-locales contiennent un paramètre de longueur interne de matériau qui peut représenter la dépendance de l'effet d'échelle. Un exposé de divers modèles non locaux peut être trouvé dans Bazant et Jirasek (Bazant et Jirasek, 2002).

La théorie de l'élasticité non local d'Eringen (Eringen, 1972, 1983) a été développée par plusieurs auteurs comme une réponse à l'incapacité de l'élasticité locale pour gérer les problèmes élastiques avec singularités géométriques pointus (par exemple, une fissure-pointu). Le modèle d'Eringen a été appliqué au nano et micro-poutre d'Euler–Bernoulli par (Peddieson et al., 2003), (Sudak 2003) et (Amara et al. 2010) pour l'étude de flambement des barres en nanotube et utilisée par Pisano et al. (Pisano et Fuschi, 2003) pour l'étude de la traction des barres élastiques. Reddy (Reddy 2007) a reformulé différentes théories non-locales des poutres incluant les modèles d'Euler–Bernoulli, Timoshenko, (Reddy 1984 et Levinson 1981) pour étudier la flexion statique, le flambement et la vibration libre. (Adda Bedia et al., 2015) ont étudié le flambement thermique des poutres en carbone nanotube en parois simple en forme de fauteuil incorporé dans une fondation élastique en proposant une nouvelle théorie de déformation de cisaillement de premier ordre.

Dans cette étude, la théorie des poutres de déformation au cisaillement d'ordre supérieur nano-local pour le flambement critique, de nano- poutre à porosités de degré fonctionnel (FG), utilisant la théorie développée, tient compte de la variation d'ordre supérieur de la déformation de cisaillement transverse sur une profondeur de la poutre. Les équations qui régissent les nano-poutres à porosités sont dérivées en utilisant le principe de Hamilton.

Des solutions analytiques sont présentées pour un nano- poutre FG simplement appuyé avec des porosités. Pour illustrer l'exactitude de la présente théorie, les résultats obtenus sont comparés à ceux prédits par d'autres théories d'ordre supérieur rapportées dans la littérature.

Enfin, les influences du paramètre non local, de l'indice de la loi de puissance et du rapport de forme sur les réponses au flambement de nano-poutre FG avec des porosités sont discutées.

Chapitre I : Généralité sur les matériaux

À gradient de propriétés (FGM)

I.1 Introduction :

Un matériau composite est défini comme étant « Un matériau constitué de l'assemblage d'au moins de deux matériaux non miscibles et de nature différente, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément ». (Berthelot.,1999) mais ce dernier n'a pas cessé de se progresser afin de pouvoir surmonter certains problèmes de composition.

Récemment, une nouvelle classe des matériaux composites nommée les matériaux fonctionnellement gradués FGM a attiré une attention considérable. Un exemple typique de la FGM, avec un effet de couplage flexion-allongement élevé est un composite hétérogène de matériau constitué fabriqué en différentes phases (généralement de céramique et de métal).

Les matériaux à gradient de propriétés (FGM) ; un type de matériaux composites produit en changeant sans interruption les fractions de volume dans la direction d'épaisseur pour obtenir un profil bien déterminé, ils sont composés de deux ou plusieurs matériaux relatifs à des fractions volumiques et microstructure qui sont conçus pour avoir une continuité spatiale des variables. Les (FGM) permettent l'adaptation des fractions de volume d'un matériau pour extraire l'avantage maximum de leur inhomogénéité. Ces matériaux offrent un grand potentiel pour les composants dont le fonctionnement est soumis à de fortes charges mécaniques ou thermiques, tels que les boucliers thermiques des vaisseaux spatiaux, les revêtements du plasma pour les réacteurs de fusion, les composantes du moteur pour les avions de combat.

I.2 Définition des matériaux à fonctionnel gradues :

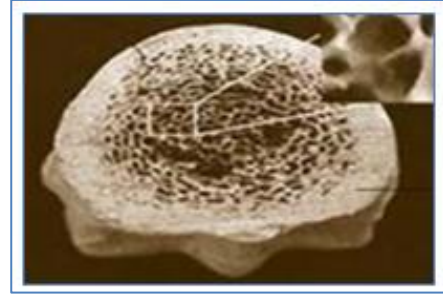
Les matériaux à fonctionnel gradues (FGM) sont des matériaux dont la composition chimique et les caractéristiques mécaniques et microstructures varient graduellement au cours de la fabrication d'une pièce. L'intérêt est d'associer et de concentrer les avantages de plusieurs matériaux dans une seule pièce pour résister à la température, la corrosion, l'usure ou la fatigue. (Hirai.,1996).

Ce concept de FGM peut être appliqué à divers matériaux pour des utilisations structurelles et fonctionnelles. Il y a plusieurs années, ce concept a été évalué en premier lieu dans le développement de revêtement des barrières thermiques pour augmenter la résistance thermique des lames dans les moteurs de turbine à gaz pour diverses applications telles que les systèmes de protection thermique, les matériaux à fonctionnel gradues FGM sont développés pour minimiser les contraintes thermiques qui conduisent à la rupture de la céramique. (Kyoungsoo Park et al.,2010).

En effet ces matériaux existent dans la nature, par exemple, le bambou ; les os et même notre peau est également graduée pour fournir certaine ténacité, qualités tactiles et élastiques en fonction de la profondeur de la peau et l'emplacement sur le corps. Les constituants des FGMs modifiés par l'homme impliquent généralement deux phases de matériau isotrope, bien que tous les nombre de configurations chimiquement et spatialement compatibles soient possibles. Ces composants comprennent souvent des alliages d'ingénierie de magnésium, l'aluminium, le cuivre, le titane, le tungstène, l'acier, etc. et les céramiques structurelles avancées telles que la zircone, l'alumine, le carbure de silicium et de carbure de tungstène. (Bouafia Khadra .,2017).



a- Bambou



b- L'os



c- Articulation artificielle

Figure I- 1 : Quelques exemples de matériaux à fonctionnel gradues FGM. (Bouafia Khadra,2017).

I.3 Historique :

Le concept des matériaux fonctionnellement gradués a été aperçu dans la nature depuis des millions d'années. On peut les trouver dans les tissus des plantes, des animaux et même dans notre corps en citant à titre d'exemple les os, les coquilles, les noix de coco et les feuilles de certaines graminées comme les bambous.

À l'environ de **1984-1985**, dans une université Japonaise, deux chercheurs l'un dans le domaine de l'aéronautique et l'autre dans le domaine des sciences des matériaux rêvent de concevoir un engin spatial dont le revêtement pourrait résister à un environnement thermique très sévère. Ils discutaient la problématique de la résistance à de graves écarts de la température entre l'intérieur et l'extérieure et ils se confrontent à la réalité suivante : Ils n'existent pas de matériau unique supportable à une telle condition. A partir de cette réflexion, ces deux chercheurs ont mis au point ce qu'on appelle les FGM, ils les ont considérés comme des matériaux caractérisés par une résistance thermique améliorée et par

des propriétés mécaniques spécifiques. Donc Trois caractéristiques sont à considérer pour la conception de tels matériaux :

- Résistance thermique et résistance à l'oxydation à haute température de la couche superficielle du matériau ;
- Ténacité du matériau coté basse température ;
- Relaxation effective de la contrainte thermique le long du matériau.

Pour cela, ils ont opté pour l'utilisation de la céramique à la surface extérieure exposée à l'environnement à haute température, quant à la surface intérieure (coté basse température), ils ont utilisé un matériau conducteur de la chaleur.

En **1987**, leur recherche a été acceptée par le ministère de l'éducation et des sciences qui a lancé un grand projet universitaire traitant ces FGM, et à partir de cette année leur étude a pris de l'ampleur et fut utilisé par plusieurs autres chercheurs et différents laboratoires qui ont initié leur recherche en discutant sur : les méthodes de développement des FGM, la conception des matériaux, leurs productions et leurs évolutions.

A la fin de la première étape (**1987-1989**), les chercheurs avaient réussi à fabriquer des petites pièces expérimentales (1-10 mm d'épaisseur et 30 mm de diamètre) pouvant résister à des températures maximales de 2000 K (Température de surface) et à un gradient de température de 1000 K.

Dans la seconde étape (**1990-1991**), le but était de réaliser des pièces de tailles plus grandes et de forme plus complexes par rapport à celles réalisées dans la première étape. Pendant les années 90, non seulement les champs d'application des FGM s'est développé pour les matériaux de structure fonctionnant à haute température, mais s'est aussi élargi à d'autres applications : biomécaniques, technologie de capteur, optique, etc. (Okamura.,1991).

Enfin, les recherches dans ce domaine permettent de développer et d'améliorer nos connaissances sur tout sorte de comportement de ces nouveaux matériaux : thermique, dynamique, stabilité (flambement), etc.

I.4 L'intérêt d'utiliser les FGM :

Il y a beaucoup d'intérêt pour la mise sur pied des structures ainsi les conditions fonctionnelles peuvent varier avec l'endroit. Dans la plupart des cas, ceci impliquera de

varier les matériaux qui sont employés aux endroits spécifiques dans la structure ayant pour résultat les interfaces discrètes dans tout. A nombre de proposé des technologies manufacturières pour le traitement de FGM. (K. Nora.,2011).

I.5 Différence entre FGM et les matériaux composites traditionnels :

Un modèle simple illustrant les différences entre les matériaux à gradient de propriétés (FGM) et les matériaux plus conventionnels est montré sur (Figure I-2) composé, (b) un matériau relié et (c) un matériau à gradient de propriété. Le matériau plan composé, et le matériau relié à une frontière sur l'interface de deux matériaux. Les caractéristiques qui diffèrent de ceux des matériaux plans composés et reliés. Par conséquent, les FGM attirent l'attention en termes de leur application domaine industriels. Puisque les FGM ont une double propriété des deux matières premières qui sont mélangées ensemble, et la distribution composante est graduée sans interruption.

Par exemple, l'un des FGM qui se composent du métal et en céramique a la caractéristique de la conductivité thermique et de la force métallique dans le côté en métal et la résistivité aux hautes températures dans le côté en céramique. (Amanette Amina., 2011).

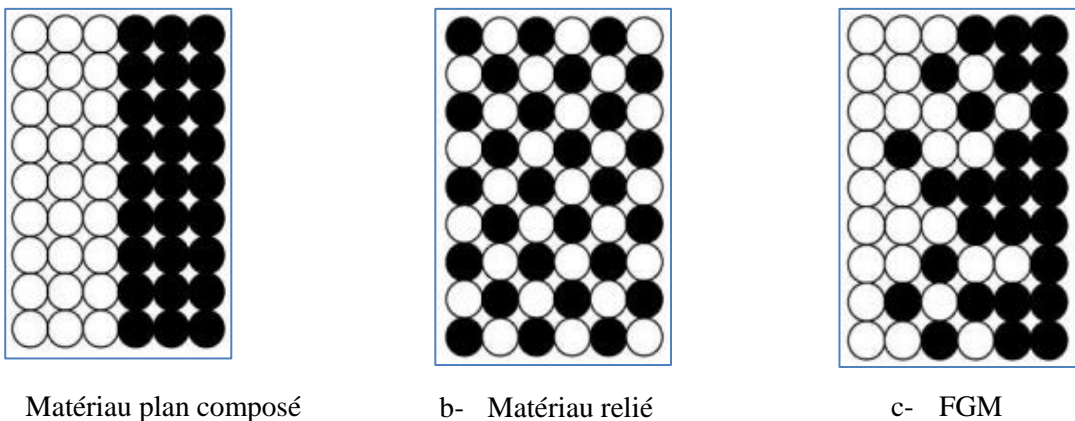


Figure I- 2 : La distribution composante des matériaux.

Les matériaux à gradient de propriétés sont généralement fabriqués par deux phases matérielles avec des propriétés différentes. Une description détaillée des microstructures graduée réelles n'est pas disponible, excepté peut-être pour l'information sur la distribution de fraction volumique. Puisque la fraction de volume de chaque phase varie graduellement dans la direction de la graduation, les propriétés effectives des FGM changent le long de

cette direction. Par conséquent, nous avons deux approches possibles pour modéliser un FGM. (Tamura et al.,1973).

Pour le premier choix, une variation par tranche de fraction volumique de la céramique ou du métal est assumée, et le FGM est pris pour être posé avec la même fraction de volume dans chaque région, c.-à-d., couches quasi homogènes de céramique-métal (figure-I.3). Pour la deuxième approche, une variation continue de la fraction volumique de la céramique ou du métal est assumée, et la fraction de volume en métal peut être représentée suivant une fonction dépendante de la coordonnée Z (épaisseur) :



Figure I- 3 : Modèles analytiques pour une couche en FGM.

La plupart des chercheurs emploient la fonction de loi de puissance, la fonction exponentielle, ou la fonction sigmoïde pour décrire les fractions de volume. Par conséquent, on considère dans notre travail des poutres en FGM avec une variation de la fraction de volume qui suit une fonction de loi de puissance. (Boudraoui Fatoum Khadidja., 2014).

I.6 Fabrication des FGM :

Les procédés de fabrication d'un matériau à gradient de propriétés (FGM) peuvent habituellement être divisés en construisant la structure dans un espace hétérogène (mélange graduel) et transformation de cette structure en matériau en bloc (solidification). Les processus de mélange graduel peuvent être classés dans les constituants, l'homogénéisation et la ségrégation. Les procédés élémentaires sont basés sur la fabrication par étape de structure en matériaux graduels précurseurs ou poudres. Les avancés en technologie d'automatisation pendant les dernières décennies ont rendu des processus élémentaires de progression technologiquement et économiquement durable. Dans la procédure

d'homogénéisation qui traite une interface pointue entre deux matériaux est convertie dans un gradient par transport matériel. Les procédés d'homogénéisation et de ségrégation produisent un gradient continu, mais ont des limitations au sujet des types de gradients qui peuvent être produits. Il existe plusieurs méthodes différentes physiques et chimiques pour la fabrication des FGM selon le type de matériaux, l'application et les commodités accessibles. Les méthodes de traitement des FGM peuvent être classées en deux grandes catégories basées sur le traitement constructif et le transport de masse (J.F. Groves et al., 1997- M.Rasheeda et al.,2012).

Dans la première catégorie, le FGM est construit couche par couche en commençant par une distribution appropriée dans laquelle les gradients sont littéralement construits. L'avantage de cette technique est de fabriquer un nombre illimité de gradients. Pendant ce temps, dans la seconde catégorie, les gradients à l'intérieur d'un composant dépendent du phénomène de transport naturel tel que le flux de fluide, la diffusion d'espèces atomiques ou la conduction thermique. Cependant, les progrès de la technologie d'automatisation au cours des deux dernières décennies ont offert des processus de gradation constitutifs technologiquement et économiquement réalisables.

Il existe de nombreuses méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés, les techniques les plus employées sont brièvement expliquées ci-après :

I.6.1 Coulage en bande (Tape Casting ou Doctor-Blade) :

Le coulage en bande consiste à couler une barbotine de poudres fines en suspension aqueuse ou non-aqueuse sur un support plan en couches minces et régulières. Selon les cas, c'est soit la lame (doctor blade) qui est animée d'un mouvement de translation, soit le support qui se déplace sous la lame (figure I-4). Les produits obtenus sont des feuillets avec des épaisseurs contrôlées (25-1000 μ m). Après un raffermissement de la pâte, les feuillets sont démoulés et ensuite découpés.

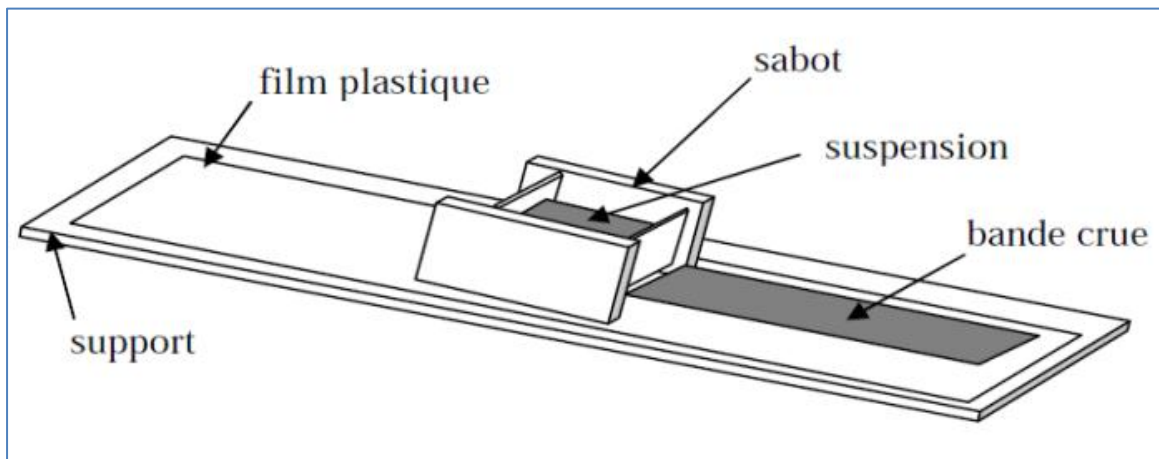


Figure I- 4 : Principe de la méthode coulage en bande (Boch., 1986).

L'un des plus anciens travaux sur l'étude de cette technique a été publié par (Howatt et al.,1947), et depuis d'autres travaux ont été réalisés (Boch.,1986). Ce procédé est devenu une technique économique pour la production des substrats céramiques de type Al_2O_3 et surtout pour les condensateurs à base de $BaTiO_3$. On peut d'ailleurs remarquer qu'il s'agit déjà de F.G.M puisqu'il faut empiler des couches conductrices (métaux rares) avec des couches diélectriques ($BaTiO_3$ principalement).

I.6.2 Coulage séquentiel en barbotine (Slip Casting) :

Le coulage en barbotine (slip casting) consiste à couler une suspension dans un moule poreux qui va drainer le liquide grâce aux forces capillaires, laissant un tesson (couche de poudre compacte) sur la surface du moule. Après séchage, on obtient le corps en cru.

Donc le coulage se décompose en deux étapes essentielles :

- Formation du tesson ou "prise » ;
- Consolidation du tesson ou "raffermissement".

La filtration, c'est à dire la formation du tesson lors du coulage, peut être considéré comme un processus d'élimination d'une partie de l'eau de la barbotine ; Cette eau migre à travers la couche de tesson déjà formée, sous l'effet :

- Du pouvoir de succion du plâtre (coulage classique).

- Ou d'une pression appliquée sur la barbotine (coulage sous pression).

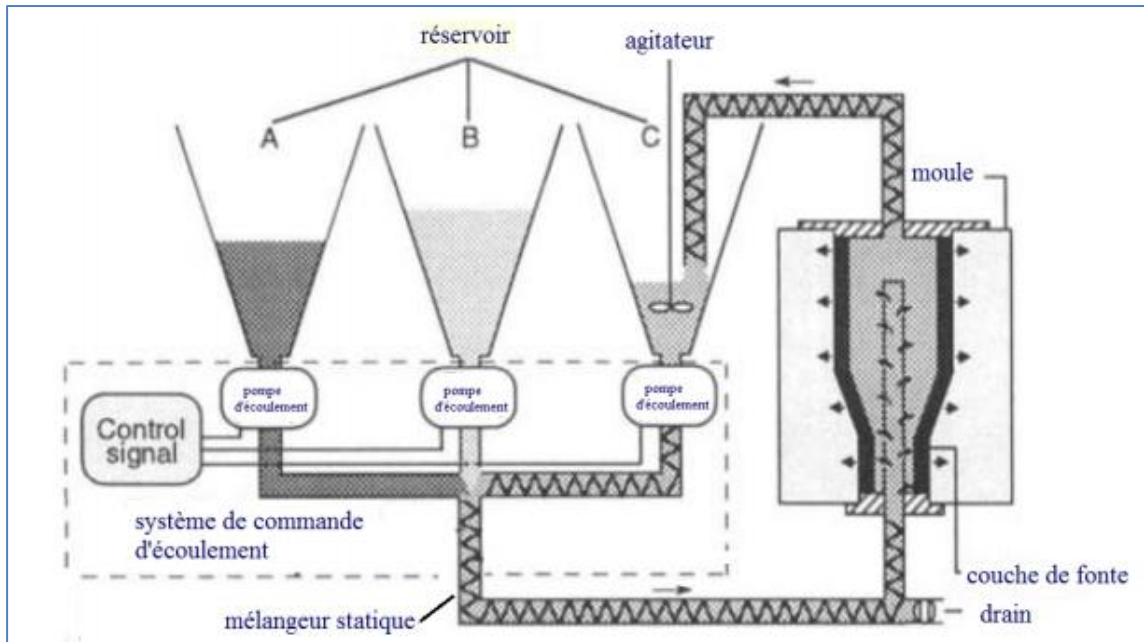


Figure I- 5 : Principe de la méthode coulage séquentiel en barbotine. (J.S.Moya et al., 1992).

Dans le cas de la fabrication de multicouches, après la formation du premier tesson, le dépôt de la deuxième couche s'effectue de manière telle que la barbotine ne pénètre pas dans le tesson formé. Ce procédé est successivement reproduit pour les autres couches (J.S. Moya et al., 1992).

I.6.3 Compaction Sèche des Poudres :

Cette technique consiste à verser successivement dans un moule en acier les poudres, et à chaque fois qu'une poudre est versée une faible compression est exercée. Ensuite la compaction de l'ensemble des couches sera effectuée. Ce procédé est suivi généralement par une pression isostatique et un délainage. La densification sera enfin l'étape finale (Bishop. A et al.,1993) Ce procédé peut être envisagé pour la fabrication de pièces de formes complexes. En effet il s'applique aussi avec la technique du pressage isostatique, et de façon industrielle.

I.6.4 Dépôt par Electrophorèse :

Le dépôt par électrophorèse est un processus dans lequel une suspension colloïdale stable est placée dans une cellule contenant deux électrodes (figure I-6), le dépôt se fait par le mouvement des particules chargées au sein de la solution vers la cathode ou l'anode

selon le signe de la charge des particules due à un champ électrique. L'élaboration des F.G.M peut se faire donc par le dépôt séquentiel des matériaux. (Hossein.,1997).

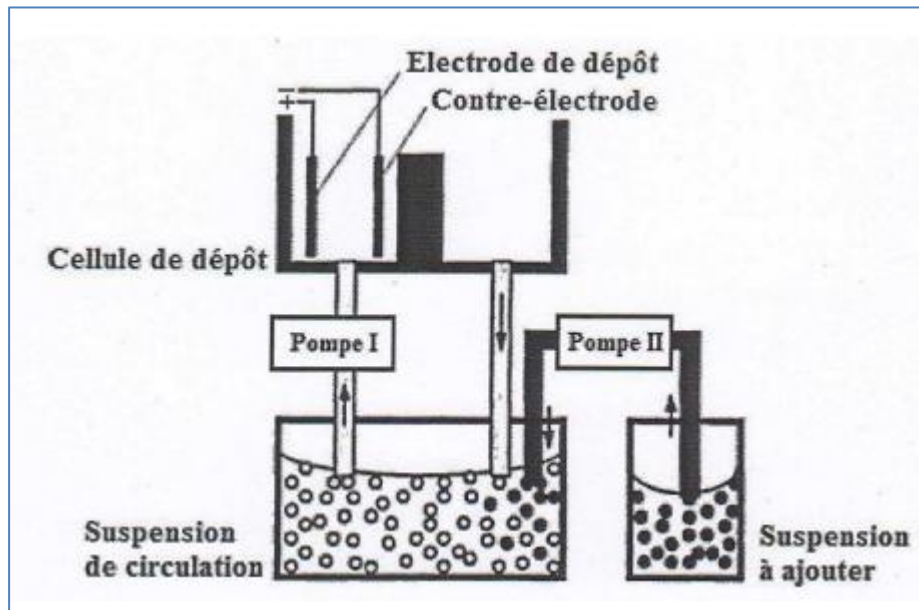


Figure I- 6 : Vue schématique de l'installation d'EPD pour la production des matériaux

I.6.5 Projection Plasma :

Un gaz soumis à une forte température (par exemple celle d'un arc électrique), se transforme en un état ionisé (plasma). Cette transformation est accompagnée d'un dégagement important de chaleur. Si une particule de céramique se trouve dans cet environnement, elle se fond totalement ou superficiellement, ce qui permet de la situer sur un substrat (figure I-7). La projection plasma des particules des divers matériaux est devenue une méthode très utilisée pour fabriquer des FGM. L'équipement relativement simple, le rendement élevé du dépôt des particules sur des substrats à géométrie compliquée (Stef.,1990), les performances des surfaces en fonctionnement et la compatibilité des céramiques avec les métaux (Fuku.,1990) sont les avantages essentiels de cette technique. (Hossein.,1997).

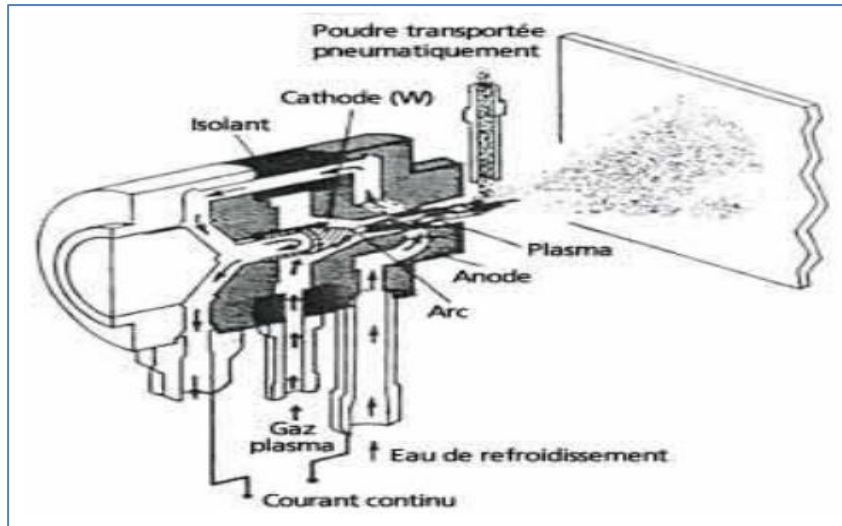


Figure I-7 : Principe de la projection plasma (TCPP 2014).

I.6.6 Dépôt physique en phase vapeur (PVD) :

La technique de dépôt physique en phase vapeur (Physical Vapor Deposition) est une technologie primordiale (prometteuse) pour la production de revêtements de barrière thermique. Parmi les caractéristiques avantageuses de PVD est que les revêtements fabriqués ont des surfaces lisses, qui n'exigent pas la fermeture de trous de refroidissement. Toutefois, le principal avantage est leur résistance exceptionnelle aux chocs thermiques, ainsi que la durée de vie est considérablement plus longue. L'équipement utilisé pour déposer les revêtements d'isolation thermique par l'intermédiaire de PVD, se compose de plusieurs récipients pour le chargement, le préchauffage, et le dépôt plus un dispositif de rotation et la manipulation des échantillons...etc. (Miyamoto.,1999).

Une autre approche pour obtenir une structure à gradients est d'utiliser un mélange d'aluminium, l'alumine, et de zircone, chimiquement contrôlés peuvent être fabriqués facilement par vaporisation à partir de sources multiples en utilisant un ou plusieurs pistolets

Électroniques. En ajustant les paramètres de faisceau d'électrons, différents taux de dépôt peuvent être obtenus pour chaque source (Miyamoto.,1999). Si les taux d'évaporation de deux composants, par exemple alumine et de zircone, sont changés sans interruption, un gradient défini de composition est obtenu, c'est le FGM.

Pour les systèmes de barrières thermiques plus sollicités à l'environnement oxydant, notamment les aubes mobiles de turbines aéronautiques ou terrestres ne sont, toutefois, pas

systématiquement élaborées par projection thermique ; dans le cas de la zircone yttria ZrO_2 , un autre procédé différent est également employé. En l'occurrence, il s'agit de la technique de l'évaporation sous faisceau d'électrons (EB-PVD) qui conduit à des microstructures et des propriétés thermomécaniques assez différentes de celles obtenues par la technique de la projection thermique (Mévrel.,2009).

I.6.7 Dépôt chimique en phase vapeur (CVD) :

Dans la technique de dépôt chimique en phase vapeur (Chemical Vapor Deposition), représenté schématiquement sur la (figure I-8), un dépôt est formé sur un substrat en soumettant la source des gaz (par exemple, des hydrures, bromures ou chlorures) qui occupent la chambre de réaction, à différents types d'énergie comme la chaleur, la lumière et le plasma (Miyamoto.,1999).

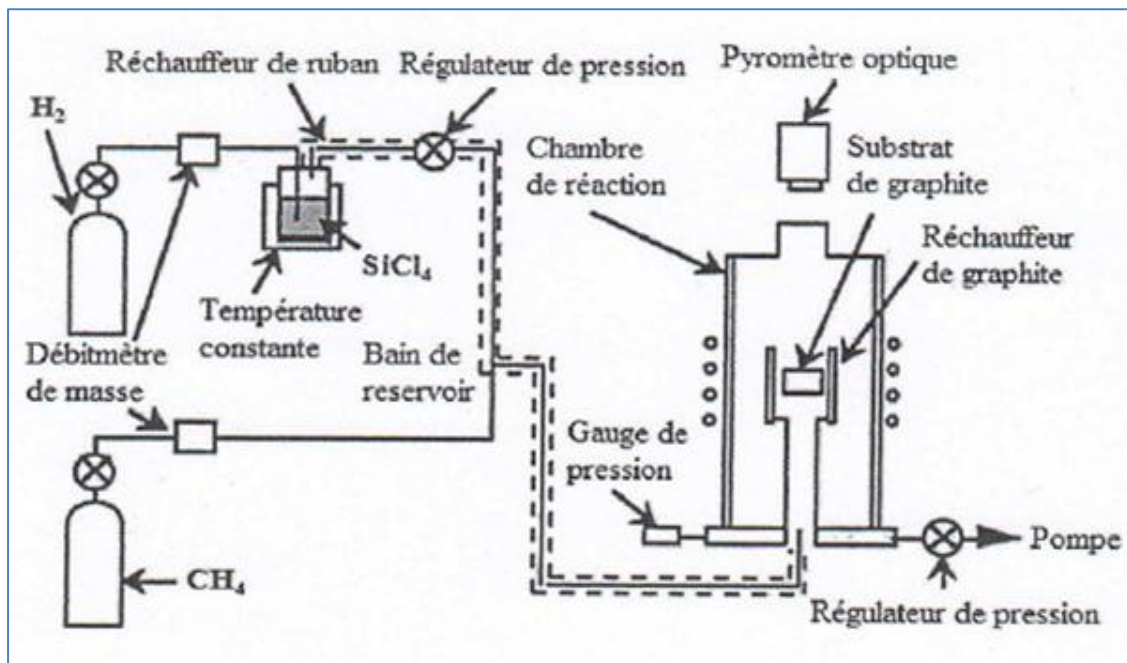


Figure I- 8 : Schéma de l'installation pour la préparation d'un SiC/C FGM par le dépôt chimique en phase vapeur (CVD).

Les FGM peuvent être synthétisés à lent pour modérer des taux de dépôt en modifiant le rapport de mélange de la source des gaz, ou par le contrôle de la température de dépôt, la pression de gaz, ou le débit de gaz.

En raison de son faible taux de dépôt, CVD est largement utilisé pour l'infiltration de piles ou pour la fabrication de couches minces.

Un exemple typique d'une application de FGM par CVD est la formation d'un revêtement gradué de carbure de silicium SiC sur le graphite dans lequel il y a une transition continue de SiC au C. des compositions contrôlés la source de mélanges des gaz ($\text{CH}_4\text{-SiC}_{14}\text{-H}_2$) sont employés aux températures de dépôt entre 1400 °C et 1500 °C et aux pressions entre 1.3 et 6.5 KPa.

I.6.8 Frittage et Infiltration :

Cette méthode passe par deux étapes et convenable à la mise en forme d'un composite FGM résultant de la combinaison de deux matériaux sous des températures de fusion extrêmement différentes. La première étape est de produire une matrice frittée à haute température de fusion avec un gradient de porosité. La seconde est de remplir ces porosités avec le deuxième matériau fondu par infiltration. Le résultat est excellent pour réduire les contraintes thermiques (Taka.,1990).

I.6.9 Frittage Laser Différentiel :

La puissance du laser permet de contrôler la température et la focalisation du point à chauffer. La différence de l'intensité de l'irradiation sur différents points du matériau, provoque un frittage différentiel le long de la pièce, ce qui résulte en des microstructures différentes, dépendant de la position du point irradié. (Yuki et al.,1990) ont fabriqué une pièce F.G.M de PSZ/Mo. (La figure I-9) montre schématiquement la disposition du procédé utilisé par ces auteurs.

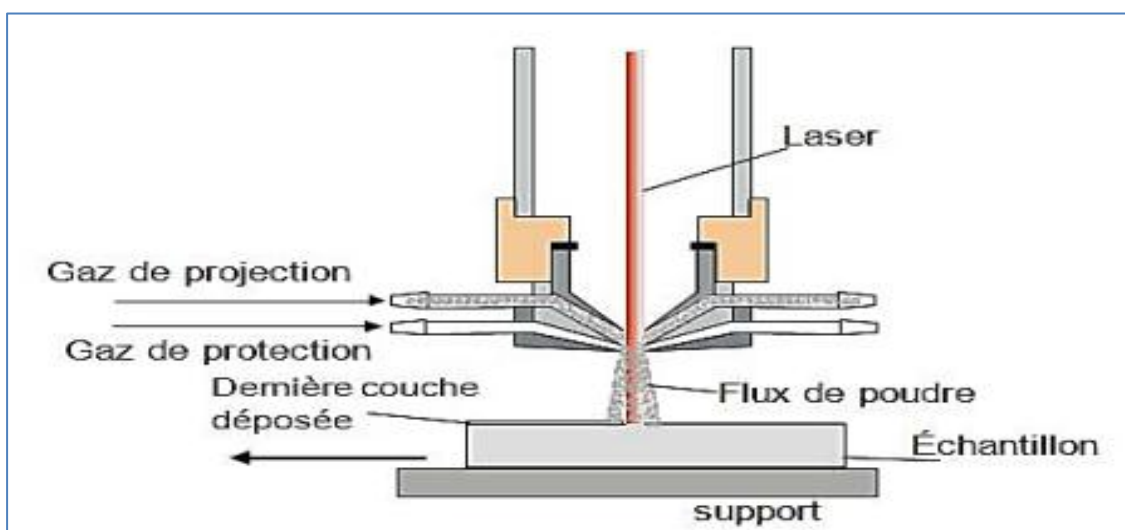


Figure I- 9 : Disposition du procédé frittage laser différentiel (Yuki et al.,1990).

I.6.10 Implantation Ionique (Sputtering) :

C'est une technique avancée pour la fabrication des M.G.F. permettant de réaliser seulement des épaisseurs fines ($<1\mu\text{m}$) sur différents substrats (plastiques, céramiques, et métaux). Le traitement s'effectue par les faisceaux énergétiques d'ions ou via des gaz réactifs. Les couches fabriquées présenteront un gradient de composition qui peut être très finement contrôlé (Beni .,1990) et (Chig .,1990).

I.6.11 Dépôt par Centrifugation :

La technique consiste à verser une suspension colloïdale relativement diluée dans des flacons cylindriques, le tout est soumis à une centrifugation. La sédimentation s'opère et le liquide surnageant est retiré. Ce procédé est répété pour obtenir des multicouches (Figure. I-10) (Lucc .,1995), (Hill .,1996), (Sbai., 1996).

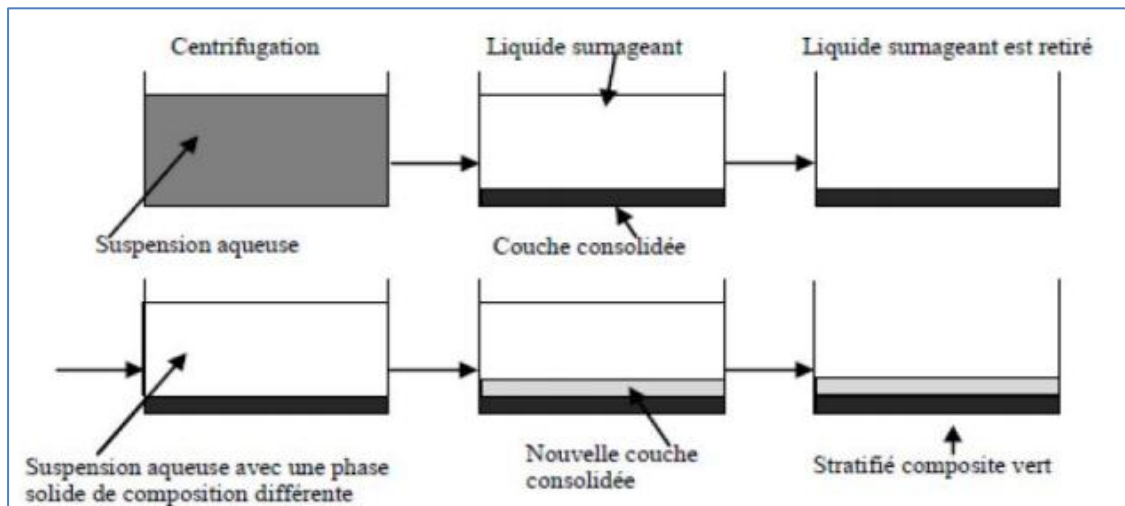


Figure I- 10 : Schéma du procédé dépôt par centrifugation (d'après réf. (Lucc., 1995)).

I.7 Les différentes lois qui régissent la variation des propriétés matérielles suivant l'épaisseur d'une poutre FGM :

Les matériaux à gradient de propriétés (FGM) peuvent être produits en changeant sans interruption les constituants des matériaux FGM avec microstructure non-uniformes et des macro-propriétés graduées dans l'espace. Un FGM peut être défini par la variation des fractions de volume. La plupart des chercheurs utilisent la fonction de loi de puissance, la fonction exponentielle, ou la fonction sigmoïde pour décrire les fractions de volume. (Bessaim et al.,2013) La poutre montrée ci-dessous (figure I-11) fait l'objet de notre étude.

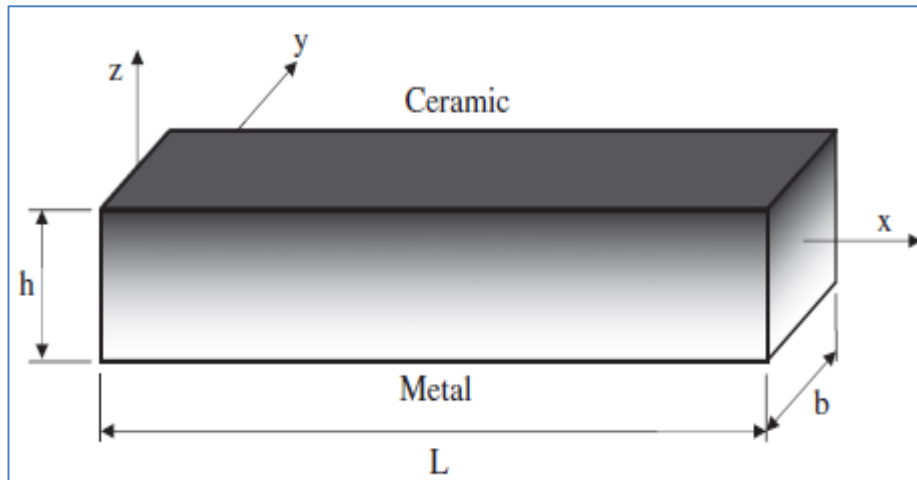


Figure I-11 : Poutre de section rectangulaire ($a \times b$) en FGM.

I.7.1 Les propriétés matérielles de la poutre P-FGM [Hadji et Al 2013] :

La fraction de volume dans les P-FGM est régie par la loi de puissance suivante :

$$V(z) = \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^n \quad (\text{I-1})$$

Où n est un paramètre du matériau, h est l'épaisseur de la poutre. Une fois que la fraction de volume local $V(z)$ est définie, les propriétés matérielles d'une poutre P-FGM peuvent être déterminées par la loi des mélanges :

$$E(z) = E_1 + (E_2 - E_1)V(z) \quad (\text{I-2})$$

Où E_1 et E_2 sont respectivement les modules de Young de la surface supérieure ($z = -h/2$) et de la surface inférieure ($z = h/2$) de la poutre FGM, la variation du module de Young dans la direction d'épaisseur de la poutre P-FGM est représentée sur la (figure I-12) (pour différentes valeurs de n).

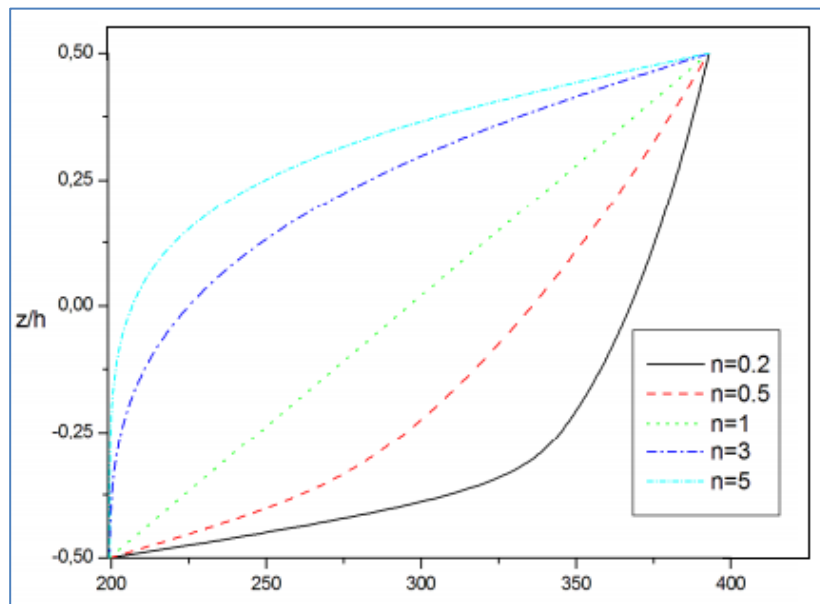


Figure I-12 : La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre P-FGM.

I.7.2 Les propriétés matérielles de la poutre E-FGM :

Beaucoup de chercheurs utilisent la fonction exponentielle pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la fonction exponentielle est donnée par (Delale.F.,1983) :

$$E(z) = E_0 e^{B(z+h/2)} \quad (\text{I-3})$$

Avec

$$B = t / h \ln(E_1 / E_2) \quad (\text{I-4-a})$$

$$E_0 = \sqrt{E_1 E_2} \quad (\text{I-4-b})$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la poutre E-FGM est représentée dans la (figure I-13).

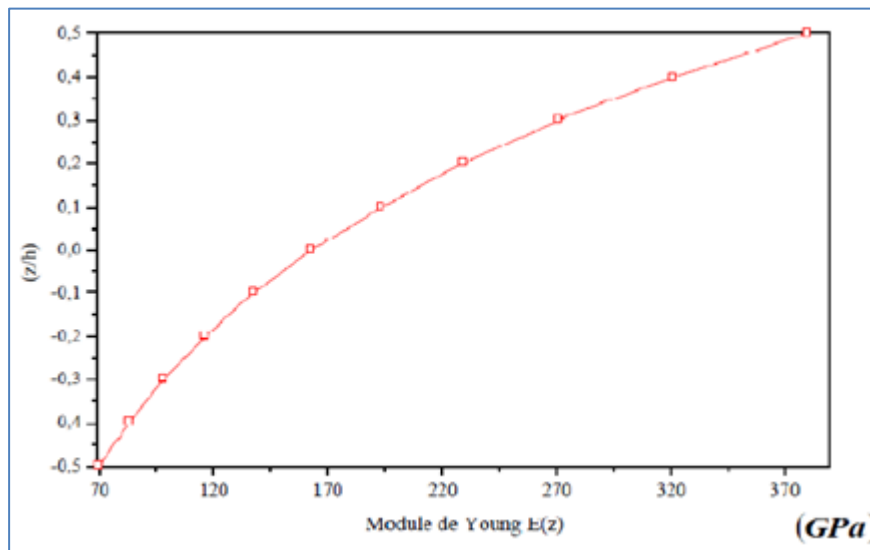


Figure I-13 : La variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre E-FGM.

I.7.3 Les propriétés matérielles de la poutre S-FGM :

(Chung et chi.,2003) ont défini la fraction de volume de la structure FGM en utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définies par :

$$V_1(z) = 1/2 \left(\frac{h/2 + z}{h/2} \right)^n \quad (\text{I-5})$$

$$V_2(z) = 1 - 1/2 \left(\frac{h/2 - z}{h/2} \right)^n \quad (\text{I-6})$$

En utilisant la loi des mélanges, le module de Young de la poutre S-FGM peut être calculé par :

$$E(z) = V_1(z)E_1 + [1 - V_1(z)]E_2 \quad \text{Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{I-7-a})$$

$$E(z) = V_2(z)E_2 + [1 - V_2(z)]E_1 \quad \text{Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{I-7-b})$$

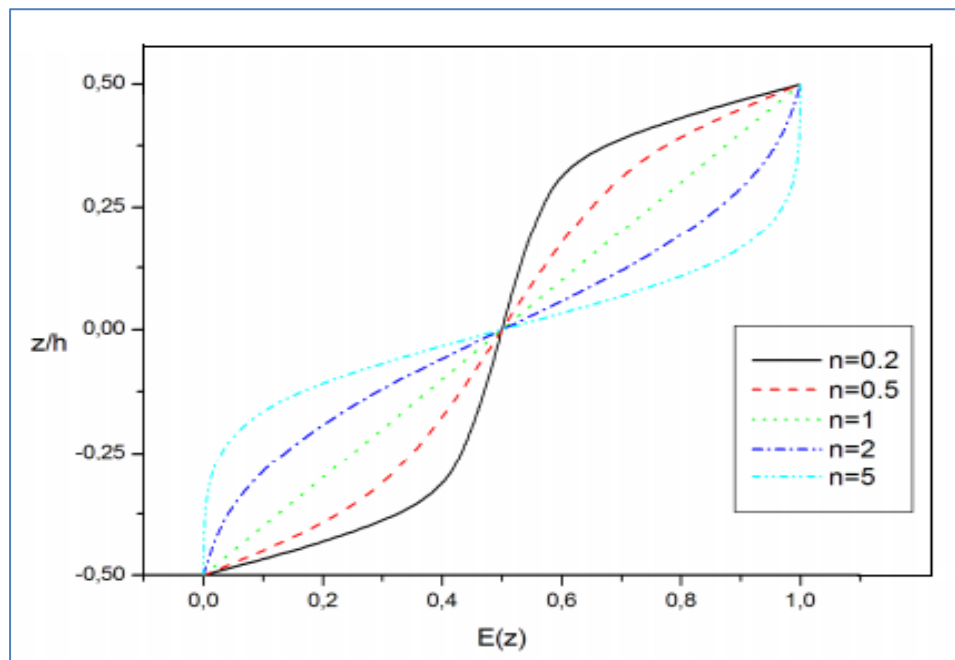


Figure I-14 : Variation du module de Young à travers l'épaisseur de la structure S-FGM.

La Figure I.14 montre que la variation du module de Young définie par les équations (I-7-a) et (I-7-b) représente les distributions sigmoïdes.

I.8 Domaines d'applications des FGM :

Maintenant, l'utilisation de matériaux fonctionnellement gradués est très populaire, en raison de la souplesse nécessaire pour rendre le matériau composite selon l'exigence de l'application et l'adéquation fonctionnelle. Nous pouvons voir différents domaines d'application de la FGM dans la Figure I.15. Généralement, le domaine d'application du matériel fonctionnel est très grand, mais les domaines d'application principaux sont les projets aérospatiaux, la médecine, les projets nucléaires, le secteur de l'énergie, le domaine de la communication et d'autres utilisations diverses. (Bouafia Khadra.,2017)

I.8.1 Aérospatiale :

Matériaux à gradient fonctionnel peut résister à très haut gradient thermique, ce qui rend approprié pour une utilisation dans les structures et le corps plan de l'espace, élément moteur de fusée, etc. (B. Kieback.,2003). Si la technique de traitement est améliorée, les FGM sont prometteurs et peuvent être utilisés dans des domaines plus larges de l'aérospatiale.

I.8.2 Médecine :

Tissus vivants comme les os et les dents sont caractérisés comme matériau à gradient fonctionnel de la nature, pour remplacer ces tissus, un matériau compatible est nécessaire, qui servent à l'original bio-tissu. Le candidat idéal pour cette application est matériaux à gradient fonctionnel. Les FGM ont trouvé large éventail d'applications dans les soins dentaires des applications orthopédiques et pour les dents et les os de remplacement.

I.8.3 Défense :

Une des caractéristiques les plus importantes de matériau à gradient fonctionnel est la capacité d'inhiber la propagation des fissures. Cette propriété le rend utile dans l'application de la défense, en tant que matériaux résistants à la pénétration utilisée pour les plaques d'armures et gilets pare-balles.

I.8.4 Énergie :

FGM sont utilisés dans des dispositifs de conversion d'énergie. Ils fournissent également de barrière thermique et sont utilisés comme revêtement protecteur sur les aubes de turbine à turbine à gaz.

I.8.5 Optoélectronique :

FGM trouve aussi son application en optoélectronique des matériaux classés comme indice de réfraction et de l'audio-vidéo disque supports de stockage magnétiques. D'autres domaines d'application sont : coupe de revêtement plaquette d'outil, composants de moteurs d'automobiles, de composants de réacteurs nucléaires, lame turbine, échangeur de chaleur, tribologie, des capteurs, des portes ignifuges, etc. La liste est infinie et une application plus est surgissent comme les techniques de traitement, des coûts de production et améliorent les propriétés de FMG.

I.8.6 Autres applications :

Le téléphone cellulaire est l'un des outils de communication pratique. Il devient de plus mince et plus petit. La technologie des FGM est applicable dans ce domaine. Afin de minimiser la taille et l'efficacité de transmission, une permittivité-technologie de classification peut être appliquée lors de la production des substrats. De même, dans d'autres domaines tels que le champ de l'électronique et domaine de la chimie, les FGM sont également applicables. Les fibres optiques entièrement faites de polymère fluoré ont

été développées. En outre, de nouvelles recherches ont permis de développer de nouveaux matériaux avec de nouvelles fonctions et ce à l'aide de nanotechnologies des niveaux de classification.

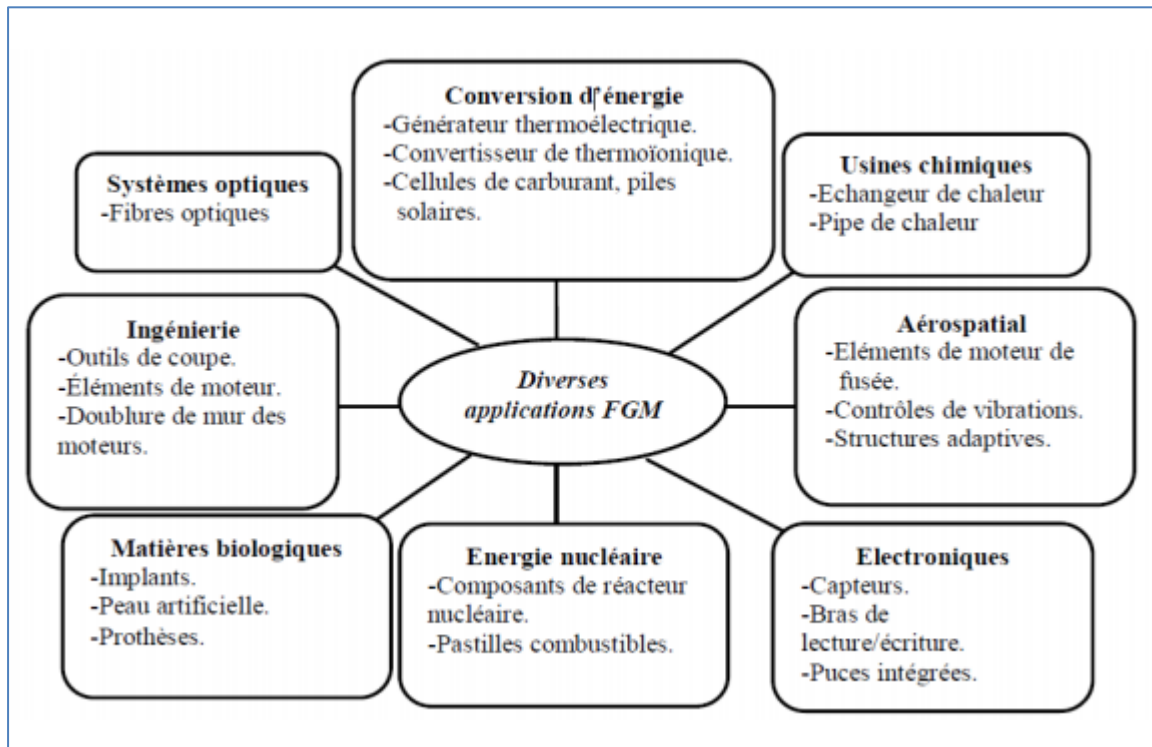


Figure I-15 : Les principaux domaines d'application des FGM. (Bessaim.,2014).

I.9 Avantages et inconvénients de la FGM :

Les matériaux fonctionnellement gradués présentent des avantages et des inconvénients :

➤ Avantages de la FGM :

Outre l'accomplissement de son objectif principal, c'est à dire de fournir les différents requis des propriétés en divers points et des surfaces du futur produit qui, pourrait être réalisé par un simple revêtement. (Suresh et al.,1998), et beaucoup d'autres soulignent divers avantages supplémentaires de la FGM. Ils énumèrent certains avantages qui en résultent principalement de la non-existence d'une interface forte FGM, tels que :

- ❖ Diminuer les contraintes thermiques causées par les différences de coefficients de dilatation thermique des matériaux utilisés.

- ❖ Absence d'une interface nette devrait conduire à un contrôle d'ensemble mieux des contraintes.
 - ❖ Meilleure cohésion entre différents matériaux, par exemple un métal et une céramique.
 - ❖ Extension de la région fonctionnelle avant d'atteindre la valeur limite de la déformation plastique.
 - ❖ Suppression de délaminage.
 - ❖ Augmentation de la ténacité à la rupture.
 - ❖ Elimination des singularités des contraintes à divers endroits, tels que les surfaces libres, des coins, des racines de fissures, etc (Narottam.P.Bansal.,2011).
- **Inconvénient de la FGM :**

Le principal obstacle à une application plus large de la FGM est leur fabrication compliquée en raison de l'inadéquation des propriétés différentes, par exemple, la température de fusion, des affinités différentes pour divers autres éléments, la taille des particules, la morphologie, etc ; un exemple type est un mélange d'un métal avec la température de fusion (T_1) et une céramique avec une température de fusion (T_2). Dans la plupart des cas, un tel couple est habituellement ($T_1 \ll T_2$). Puis, si la température de fabrication est d'environ (T_1), la céramique est encore non fondue et la structure finale contient des particules de céramique non fondue dans une matrice métallique.

Dans de nombreux cas, une telle structure présente une grande porosité et une petite adhérence entre les différents composants et son application générale est limitée. Cependant, pour des applications spéciales, la présence de particules très dures (carbures) dans une matrice solide peut être souhaitable.

D'autre part, travailler autour (T_2) va certainement entraîner une oxydation rapide et de l'évaporation de nombreux métaux. La formation de phases indésirables, etc. Les matériaux doivent être fabriqués dans une atmosphère protectrice ou à une basse pression et ces deux technologies sont très coûteuses. (Narottam P. Bansal.,2011).

I.10 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le concept des matériaux à gradients évalués «FGM» à travers un aperçu historique, l'intérêt de leur utilisation, le domaine de leur utilisation, les procédés de leur fabrication ainsi que les différentes lois qui régissent la variation des propriétés matérielles (module de Young, coefficient de poisson...).suivant l'épaisseur de la poutre, ces lois peuvent être puissances, exponentielles ou même sigmoïde. L'exploitation rationnelle et idéale des propriétés des FGM fait l'objet d'intérêt à la recherche scientifique dont l'intervention de nouveau concept est probable.

Chapitre II : Généralités sur les théories des poutres

II.1 Introduction :

Le terme « poutre » désigne un objet dont la longueur est grande comparée aux dimensions transverses (section fine). Une poutre est un élément de structure utilisée dans la construction des bâtiments, des navires, autres véhicules et dans la fabrication de machines. Cependant, le modèle des poutres peut être utilisé pour des pièces très diverses à condition qu'elles respectent certaines normes.

Pour résoudre les problèmes des structures ayant comme éléments structuraux des poutres dans le domaine élastique, il est nécessaire de choisir la bonne théorie écrivant correctement le comportement statique et dynamique de la structure ainsi que la méthode de résolution à appliquer. La théorie des poutres est un modèle utilisé dans le domaine de la résistance des matériaux. On utilise trois modèles :

- La théorie d'Euler-Bernoulli, qui néglige l'influence du cisaillement ;
- La théorie de Timoshenko qui prend en compte l'effet du cisaillement en exigeant un facteur de correction ;
- La théorie d'ordre élevé qui prend en compte l'effet du cisaillement.

II.2 Aperçu historique des théories des poutres :

A la fin de XVI^{ème} siècle, Galilée effectue les premiers essais connus de traction et de flexion, c'est pratiquement le premier pas dans la théorie des poutres, puis Hook énonce en 1678 la loi de proportionnalité entre les déformations et les contraintes tandis que Bernoulli étudie la flexion plane. A Varigno (1654-1722) on doit le polygone funiculaire, En 1773 Colomb donne une théorie satisfaisante de la flexion simple par l'application des équations d'équilibre interne, et Euler étudie la stabilité des pièces longues comprimées.

Ce n'est qu'à partir de 1823 que Navier établit un cours de résistance des matériaux. Ensuite Gulmann, Muller-Breslau, Mohr, Gastigliano, Ménabréa, Bresse, Clapeyron, Wilson-maney, Hardy Cross, Verechaguine, Bernard de Fontvialant établissent des relations et mettent au point des méthodes nouvelles permettant une systématisation des calculs.

Actuellement les recherches portent plus particulièrement sur : les théories mathématiques de l'élasticité, la photoélasticité, la plasticité, des matériaux nouveaux, obtenus par alliage ou par synthèse, font l'objet d'études poussées dans les domaines des hautes et basses températures et des efforts répétés. (Guy.,1974).

II.3 Le comportement des poutres composites :

L'analyse d'une structure composite est plus complexe que celle d'une structure en matériaux traditionnels, métalliques par exemple (Timoshenko.,1970). Cela est dû au caractère hautement anisotrope des propriétés mécaniques du matériau de base, tant sur les plans raideur que résistance, et qui sont concentrées dans la direction des fibres. L'importance de développer une analyse sur le comportement des poutres est liée d'une part à l'utilisation des poutres comme éléments de base dans la réalisation des structures, d'autre part à la caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux composites et ceci à partir des différents essais réalisés sur des éprouvettes en forme de poutres.

II.4 Les différents types de poutres :

La poutre est l'élément structural essentiel, car elle fait partie intégrante de la plupart des ouvrages de construction ou des pièces machines. Les charges appliquées engendrent des forces et des moments internes dans la poutre pour maintenir l'équilibre.

a. Poutre simple

C'est une poutre reposant sur deux supports ; un appui double et appui simple. Les points d'appui sont articulés de façon à ce que les extrémités puissent se mouvoir librement pendant la flexion.

b. Poutre console

C'est une poutre encastrée à une extrémité. Cette extrémité ne bouge pas pendant la flexion, tandis que l'autre extrémité est entièrement libre. Cette poutre est appelée aussi porte-à-faux ou poutre encastrée à une extrémité.

c. Poutre avec poutre-à-faux

C'est une poutre sur deux appuis (un simple et l'autre double), elle a une ou deux extrémités qui dépassent de façon appréciable les appuis (porte-à-faux). Les poutres sont classées suivant leurs appuis. Ces trois précédents types de poutres entrent dans la catégorie des poutres statiquement déterminées (poutres isostatiques), parce qu'elles possèdent trois inconnues reliées aux trois degrés de liberté et par le fait même des équations d'équilibre.

d. Poutre continue

C'est une poutre sur plusieurs appuis, elle est statiquement indéterminée (hyperstatique), elle est traitée généralement par la méthode de trois moments (Clapyron).

e. Poutre à double encastrement

C'est une poutre encastrée sur les deux extrémités, elle est donc en équilibre hyperstatique, plusieurs méthodes sont disponibles pour son analyse, telles que la méthode des paramètres initiaux.

f. Poutre supportée à double encastrement

C'est une poutre bi-encastrée sur les deux extrémités ayant un ou plusieurs supports intermédiaires. C'est donc une poutre en équilibre hyperstatique. Elle a plus de fixation ou support que nécessaire. Cependant, ces supports augmentent la capacité portante de la poutre mais les équations de la statique ne suffisent pas à l'analyser. Nous aurons donc recours à différentes méthodes.

II.5 La modélisation des poutres :

On appelle poutre le solide engendré par une surface plane S lorsque son centre de gravité G décrit un arc de courbe $\overline{G_1G_0}$, le plan de S étant normal en G à cet arc. $\overline{G_1G_0}$ Est la ligne moyenne de la poutre, S la section droite. Le diamètre D de S est la distance séparant les deux points de S les plus éloignés l'un de l'autre. La définition ci-dessus peut s'appliquer à n'importe quel solide ; on la complète donc en imposant les deux conditions suivantes (Serge Laroze 2005).

- Le diamètre D de chaque section droite S est faible devant la longueur L de la ligne moyenne $\overline{G_1G_0}$, ainsi que devant le rayon de courbure R et le rayon de torsion T de cette ligne moyenne en G .
- Si la section droite S est évolutive (non constante), ses variations (taille, forme, calage) en fonction de l'abscisse curviligne s de G sur $\overline{G_1G_0}$, sont très lente.

Une poutre est rectiligne si sa ligne moyenne est un segment de droite ; si de plus sa section S est constante (dimensions, forme, calage constants), elle est dite prismatique (ou cylindrique). Une poutre non rectiligne est une poutre courbe (plane ou gauche). Un anneau est une poutre dont la ligne moyenne est une courbe fermée : dans ce cas, les sections droites origine et finale, confondues, peuvent être choisies arbitrairement. On nomme tube toute poutre creuse (une ou plusieurs cavités). Une poutre mince possède une section droite S formée d'une ou plusieurs bandes dont la largeur est faible devant le diamètre D de S . Une fibre longitudinale est un tube infiniment délié engendré par un élément dS de S quand G décrit $\overline{G_1G_0}$.

Là où la détermination de la solution exacte pour les champs de contrainte et de déformation n'est pas possible, les théories des poutres permettent d'obtenir une solution approchée, qui donne une bonne idée des efforts et des déplacements. On présente ici les différentes théories des poutres. Les hypothèses principales communes entre ces différentes théories sont les suivantes :

- L'axe de la poutre, x , est droit.
- La poutre se déforme dans le plan $x - z$, qui est le plan principal d'inertie.
- La poutre transmet des efforts normaux en direction x , des cisaillements en direction z et des moments autour de l'axe y .

La construction d'une théorie de poutre consiste à reprendre, pour un milieu curviligne, le cheminement suivi pour le milieu continu en décrivant le champ de déplacement des points constituant la poutre. Les étapes successives du traitement sont donc la définition d'une cinématique, l'application des équations d'équilibre, l'introduction des lois de comportement. On en déduit des relations globales entre force, couples, flèches et angles de rotation des sections. Dans le cas d'une poutre homogène isotrope, la part de cisaillement dans la flèche est directement reliée à l'élanement (L/h).

La précision de la modélisation pour chaque théorie dépend en grande partie des hypothèses proposées ainsi que la cinématique de chacune.

II.6 Résolution des problèmes d'élasticité :

Deux approches existent pour la résolution du problème d'élasticité, selon que la recherche de la solution est faite en choisissant le champ de déplacement ou le champ de contrainte comme inconnue principale.

II.6.1 Approche en déplacement :

Cette méthode consiste à choisir le champ de déplacement comme inconnue principale.

Dans la pratique, une certaine forme pour ce champ est proposée. Il s'agit alors de vérifier toutes les équations du problème.

Ce champ doit satisfaire les conditions aux limites en déplacement, et il est aisé de calculer par dérivation les déformations, puis les contraintes en utilisant la loi de comportement. Il est alors possible d'étudier si les équations d'équilibre et les conditions aux limites portant sur les contraintes sont vérifiées. Dans le cas d'un domaine homogène il est plus commode d'exprimer directement les équations d'équilibre en termes de déplacement. Celles-ci sont obtenues en reportant la relation déformations/déplacements dans la loi de comportement, puis en injectant cette expression dans les équations d'équilibre.

Le processus de résolution avec la méthode en déplacement est :

- Postuler un champ de déplacement ;
- Vérifier les conditions aux limites sur les déplacements ;
- Vérifier les équations de Lamé-Navier ;
- Vérifier les conditions aux limites sur les contraintes ;
- Conclure grâce à l'unicité.

II.6.2 Approche en contraintes :

La seconde méthode de résolution consiste à rechercher directement les contraintes. Le champ de contrainte doit vérifier les conditions aux limites portant sur les contraintes et les équations d'équilibre. Si tel est le cas, il sera toujours possible de lui associer un champ ε en utilisant la loi de comportement sous sa forme inverse.

En revanche, il n'est pas sûr que ce champ corresponde à un champ de déformations. Il faut pour cela s'assurer qu'il existe un champ de déplacement tel que ε dérive de ce champ de déplacement, soit ce qui revient à dire que ε doit vérifier des conditions d'intégrabilité, encore appelées conditions de compatibilité des déformations.

En pratique, lors d'une approche en contraintes, ces équations sont exprimées en fonction des contraintes. Pour ce faire, il faut utiliser la loi de comportement. Mais les équations obtenues sont difficiles à exploiter, c'est pourquoi elles sont combinées avec les équations d'équilibre, pour donner finalement les équations de Beltrami-Michell.

Le processus de résolution avec la méthode en contrainte est donc :

- Postuler un champ de contrainte ;
- Vérifier les conditions aux limites sur les contraintes ;
- Vérifier les équations d'équilibre ;
- Vérifier les équations de Beltrami-Michell ;
- Intégrer les déformations et obtenir le champ de déplacement ;
- vérifier les conditions aux limites sur les déplacements ;
- Conclure grâce à l'unicité.

II.6.3 Choix d'une méthode de résolution :

Pour un problème d'élasticité linéaire admettant une solution analytique, le choix d'une méthode de résolution doit être guidé par l'intuition qui incite à faire des hypothèses sur la forme des déplacements ou des contraintes. Cependant, comme toute solution doit

satisfaire les conditions aux limites du problème, l'inconnue sur laquelle les conditions aux limites sont les plus nombreuses est en général privilégiée.

La proposition d'un candidat à la solution d'un problème est alors une étape délicate, et il faut exploiter toutes les informations disponibles. En particulier, les propriétés géométriques des données du problème (géométrie du système, chargement volumique, loi de comportement et conditions aux limites) doivent être utilisées. Elles peuvent en effet conduire à la recherche d'une solution indépendante d'une ou plusieurs variables d'espace, ou vérifiant des propriétés de symétrie. Enfin, signalons que lorsque les deux méthodes de résolution sont utilisables, la méthode des déplacements sera préférée, car moins lourde au niveau des calculs que la méthode des contraintes (l'intégration des déformations est assez fastidieuse) (Patrice Cartraud.,2011).

II.7 Théories des poutres selon la prise en compte du cisaillement :

La construction d'une théorie de poutre nécessite l'introduction de certaines hypothèses, qui représentent des simplifications acceptables de la réalité. Plusieurs théories dans la littérature jouent sur la prise en compte ou non du cisaillement. On cite, dans ce qui suit, les trois les plus répandues.

II.7.1 Théorie classique des poutres (Euler-Bernoulli) :

La théorie classique des poutres (classical beam theory - CBT) se base sur les hypothèses d'Euler- Bernoulli, selon lesquelles une section plane et normale au plan moyen de la poutre reste normale et perpendiculaire après déformation (figure II-1).

En plus, en supposant que les normales ne changent pas de longueurs et en prenant en compte la petitesse des déformations, cela va nous donner un déplacement transversal similaire pour tous les points de la même section transversale.

En se basant sur les hypothèses ci-dessus, le champ de déplacement peut se donner par :

$$u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w(x)}{\partial x} \quad (\text{II-1})$$

$$w(x, z) = w_0(x) \quad (\text{II-2})$$

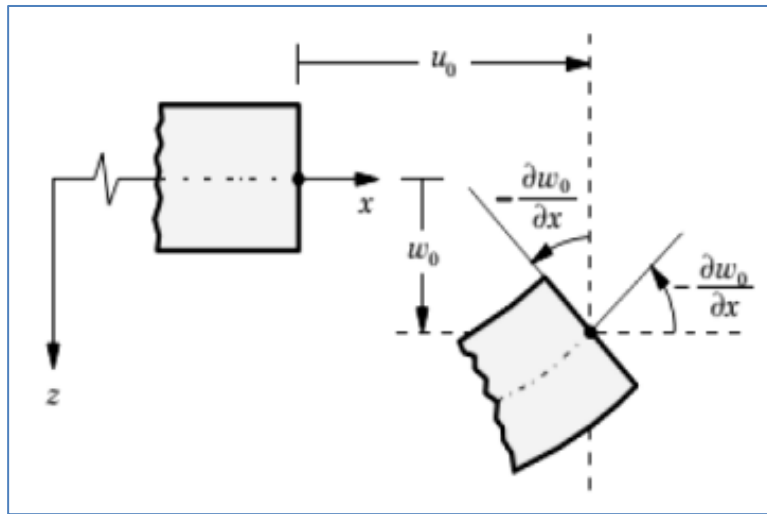


Figure II- 1 : La cinématique de la théorie classique des poutres.

Ce champ se décompose en deux parties :

- Le déplacement axial de la membrane $u_0(x)$
- Le déplacement axial dû à la flexion $z \frac{\partial w(x)}{\partial x}$
- Le déplacement transversal $w(x, z)$

Sous ces considérations, les sections droites de la poutre ne subissent aucun glissement, en effet :

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (\text{II-3})$$

Qui en résulte une contrainte nulle de cisaillement :

$$\tau_{xy} = \gamma_{xy} \cdot G = 0 \quad (\text{II-4})$$

Avec G : le module de cisaillement transverse.

Donc on résume que le cisaillement est négligeable par cette théorie. Ce modèle donne des bons résultats pour les poutres élancées, mais il n'est pas valable pour les poutres courtes.

II.7.2 Théorie de déformation en cisaillement de premier ordre (Timoshenko) :

Les études sur la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) peuvent être référée dans (Reissner.,1945 ; Mindlin.,1951) qui a mené au modèle de plaque de (Reissner-Mindlin, Ainsi que Timoshenko et Woinowsky-Krieger.,1959), (Reddy.,1997., 1999).

La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (théorie de Timoshenko) a prolongé la théorie classique des poutres en tenant compte de l'effet de cisaillement transverse, et cela à travers ces hypothèses. L'hypothèse de base porte sur une schématisation du champ de déplacement à l'intérieur du solide (hypothèse "cinématique") : le solide est assimilé à un milieu curviligne, le champ de déplacement du milieu continu étant ensuite évalué à partir de la solution trouvée en supposant qu'une section droite initialement plane et perpendiculaire à la "ligne moyenne" ainsi définie reste plane mais non perpendiculaire. En un point quelconque du milieu curviligne, il est donc possible de résumer la solution du problème par la connaissance de trois composantes de déplacement (selon x, y, z), et de trois rotations (de type flexion autour de y et z, et de type torsion autour de x). Pour le cas d'une poutre plane chargée dans son plan, il ne subsiste que trois inconnues, deux translations de la ligne moyenne (respectivement U(s) et V (s) selon x et z à l'abscisse s), et une rotation (angle $\theta(s)$, caractérisant la flexion autour de y). Le champ de déplacement pour un point M(x, z) quelconque s'exprime en fonction de ces inconnues :

$$u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w}{\partial x} + z \phi_x \quad (\text{II-5})$$

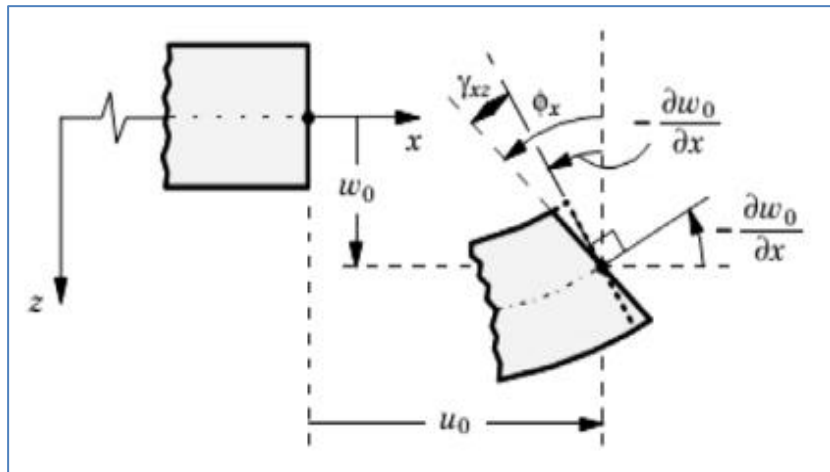


Figure II- 2 : Schéma de principe de la théorie des poutres de Timoshenko (FSDT).

Ce champ se constitue en trois parties :

- Le déplacement axial de la membrane $u_0(x)$
- Le déplacement axial dû à la flexion $z \frac{\partial w}{\partial x}$
- Le déplacement dû au cisaillement $z\phi_x$ où ϕ_x est la rotation due au cisaillement.

Si on veut calculer la contrainte de cisaillement :

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} + \phi_x = \phi_x \quad (\text{II-6})$$

$$\tau_{xy} = \gamma \cdot G \neq 0 \quad (\text{II-7})$$

Donc, cette théorie a corrigé le défaut de la théorie classique qui ne tient pas compte du cisaillement transverse, mais au même temps ces contraintes sont constantes à travers l'épaisseur, ce qui ne représente pas la réalité. Pour cela, les chercheurs ont trouvé des coefficients correcteurs pour régler ce problème.

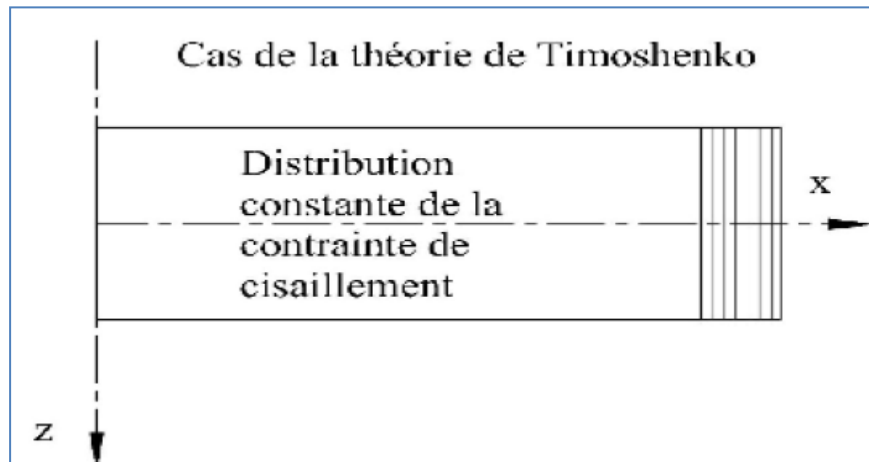


Figure II- 3 : La distribution (constante) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie de Timoshenko.

Les facteurs de correction sont calculés par comparaison entre l'énergie de cisaillement transverse du 1er ordre et celle d'ordre supérieur (Shyang-Ho et Yen-Ling.,2006 ; Davoodinik.,2005; Ugural.,1981). Un calcul plus exact trouvé dans la référence (Shyang-Ho et Yen-Ling .,2006; Nowinski.,1978 ; Zhong et Yu .,2007 ; Chabraborty et al.,2003).

D'ailleurs pour éviter l'introduction d'un facteur de correction, des théories de déformation en cisaillement d'ordre élevée ont été développées.

II.7.3 La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT) :

À la différence de la théorie classique et de celle de Timoshenko avec les acceptations de la distribution linéaire du déplacement à travers l'épaisseur, la théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs dans l'épaisseur. Par conséquent, on tient compte des effets de la déformation transversale de cisaillement et/ou de la déformation normale transversale. Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction. Les références sur de tels modèles peuvent être trouvées dans (Hildebrand et al.,1949 ; Naghdi.,1957 ; Reissner.,1975 ; Reddy.,1984 ; Kant et Swaminathan.,2002).

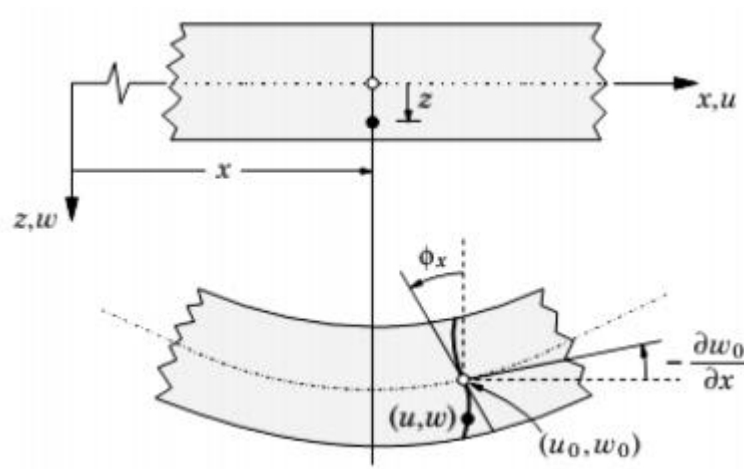


Figure II- 4 : Illustration de la cinématique de la poutre d'ordre élevé.

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suit :

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + \psi(z) \varphi_x(x) \\ w(x, y, z) = w_0(x, y) \end{cases} \quad (\text{II-8})$$

On trouve les mêmes parties : le déplacement de la membrane, le déplacement dû à la flexion et le déplacement dû au cisaillement. Mais cette fois, le déplacement axial dû au cisaillement n'est plus linéaire. Donc, on remplace le « z » pour la théorie précédente par une fonction $\psi(z)$ qu'on l'appelle « fonction de gauchissement » ou « fonction de forme ». Cette dernière représente l'allure de la déformation de la section transversale, c'est ce qu'on appelle « le gauchissement », donc elle doit être impaire pour prendre la forme de « S » aplatie qui est remarquée lors de la déformation de la poutre. La fonction de gauchissement doit aussi satisfaire les conditions aux limites de la nullité des contraintes tangentielles aux surfaces supérieurs et inférieurs de la poutre.

En effet, les déplacements de la théorie classique des poutres (CBT) sont obtenus en prenant $\psi(z)$, alors que la théorie de premier ordre (FSDT) peut être obtenue en mettant $\psi(z) = z$.

Plusieurs modèles de fonctions de forme ont été proposés par plusieurs auteurs, chacune d'elle donne des résultats comparable et très proche.

Les déplacements de théorie cubique de déformation de cisaillement (FSDT) de Reddy (Reddy.,1997 et 1999) sont donnés par :

$$\psi(z) = z \left(1 - \frac{4}{3h^2} z^2 \right) \quad (\text{II-9})$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution d'élasticité tridimensionnelle.

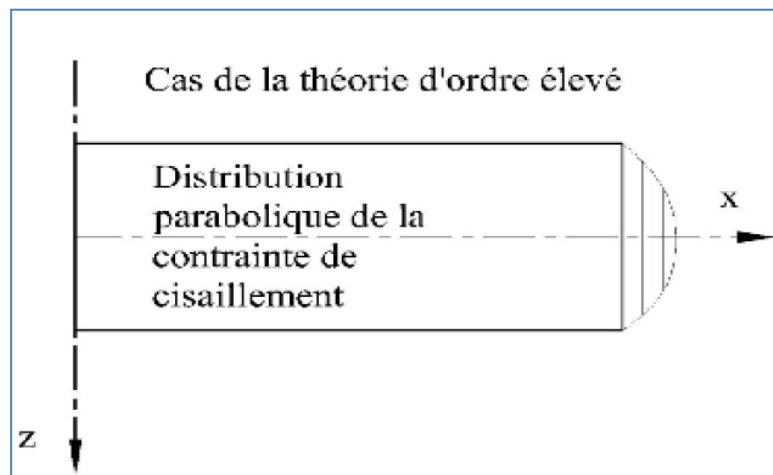


Figure II- 5 : La distribution (variable) des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur dans la théorie d'ordre élevé.

La distribution des contraintes de cisaillement transverse est parabolique dans l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

Touratier (Touratier.,1991) a proposé le modèle sinusoïdal (SSDT) qui est différent des autres modèles d'ordre supérieurs puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement dans l'épaisseur. La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme ci-dessous :

$$\psi(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (\text{II-10})$$

Les contraintes de cisaillement transverses déterminées par les modèles (sinus) prennent une forme sinusoïdale dans l'épaisseur de la poutre. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

La version exponentielle de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The exponential shear deformation plate theory ESDPT) développée par Karama (Karama et al., 2003) est obtenue en prenant :

$$\psi(z) = ze^{-2(z/h)^2} \quad (\text{II-11})$$

La version hyperbolique de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The hyperbolic shear deformation plate theory HSDPT) développée par Ait Atmane (Ait Atmane et al., 2010) est obtenue en prenant :

$$\psi(z) = \frac{\cosh(\pi/2)}{[\cosh(\pi/2)-1]^z} - \frac{(h/\pi)\sinh\left(\frac{\pi}{h}z\right)}{[\cosh(\pi/2)-1]} \quad (\text{II-12})$$

On peut décortiquer le déplacement transversal $w(x)$ en deux parties : $w_s(x)$ pour la flexion (bending) et $w_b(x)$ pour le cisaillement (shear), le champ de déplacement peut s'écrire :

$$\begin{aligned} u(x, z) &= u_0(x) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} + \psi(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ w(x, z) &= w_b(x) + w_s(x) \end{aligned} \quad (\text{II-13})$$

II.8 Théories des poutres selon la prise en compte de l'effet d'échelle :

La modélisation des structures est différente entre le monde macro et le monde micro et nano. La différence qui existe est celle de l'effet d'échelle qui a une grande influence sur le comportement de ces structures au niveau micro et nanométrique.

II.8.1 Théorie locale d'élasticité :

C'est tout simplement les théories existées avant le début de l'ère de la miniaturisation des objets. Cette théorie ne tient pas en compte de l'effet d'échelle dans ces hypothèses et alors néglige les forces entre atomiques. La théorie est applicable dans le cas des structures macro métriques mais incapable d'étudier les structures micro ou nanométriques.

II.8.2 Théorie non locale d'élasticité :

Selon la théorie de l'élasticité non-local (Eringen and Edelen 1972, Eringen 1983), l'état de contrainte à un point à l'intérieur d'un corps est considéré comme une fonction des

contraintes de tous les points dans les régions voisines. Pour les solides élastiques homogènes, les composantes du tenseur des contraintes non locales σ_{ij} à chaque point x dans le solide peut être exprimé comme :

$$\sigma_{ij}(x) = \int_{\Omega} \alpha(|x'-x|, \tau) t_{ij}(x') d\Omega(x') \quad (\text{II-14})$$

D'où $t_{ij}(x')$ sont les composants disponibles dans le tenseur de contrainte locale au point x qui sont associés aux composants tenseurs de déformation ε_{kl} comme :

$$t_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{II-15})$$

Le concept de l'éq. (II-14) C'est que le stress non-local en tout point est une moyenne pondérée de la contrainte locale de tous les points proches, et le noyau non-local $\int_{\Omega} \alpha(|x'-x|, \tau)$ considère l'influence de la déformation au point x' sur la contrainte au point x dans le corps élastique. Le paramètre α Est une longueur caractéristique interne (Par exemple, le paramètre de maille, distance granulaire, la longueur des liaisons C-C). Aussi $x'-x$ est la distance euclidienne et τ est une valeur constante comme suit :

$$\tau = \frac{e_0}{l} \quad (\text{II-16})$$

Qui présente la relation d'une longueur caractéristique interne, et une longueur caractéristique externe, l (Par exemple, longueur de fissure et longueur d'onde) en utilisant la constante, e_0 , dépend de chaque matériau. La valeur de e_0 est évaluée expérimentalement en comparant les courbes de diffusion des ondes planes avec celles de la dynamique atomique. Dans le modèle non local d'élasticité, les points subissent un mouvement de translation comme dans le cas classique, mais la contrainte en un point dépend de la déformation dans une région proche de ce point. La valeur de e_0 a été étalonnée par (Huang et al., 2012).

Pour l'analyse de flexion statique des SLGSs. (Arash et Ansari., 2012) ont également évalué la valeur du paramètre non local pour la vibration libre des SWCNTs en comparant les prédictions du modèle de coque FSDT non local avec les simulations MD. (Duan et al.,

2013) ont proposé un modèle de poutre microstructure pour calibrer la valeur de pour l'analyse des vibrations libres des poutres non locales.

Des expressions analytiques de e_0 ont été obtenus basé sur les propriétés géométriques et les modes de vibration. (Zhang et al., 2014-2015) ont proposé une poutre microstructure modèle de grille pour déterminer la valeur e_0 de pour la vibration libre des poutres non locales (Zhang et al., 2014) et flambement et la vibration libre des plaques non locales. Il a été constaté que la valeur de varie en fonction de la contrainte initiale, l'inertie rotatif, la forme du mode et le rapport d'aspect des plaques rectangulaires. En général, une estimation prudente du paramètre non local pour les SWCNTs est $e_0 \text{ à } < 2,0 \text{ nm}$ (Wang Q, Wang CM., 2007).

(Eringen.,1983) a montré que l'équation constitutive non locale donnée sous forme intégrale peut être représentée sous une forme différentielle :

$$\left(1 - (e_0 a) \nabla^2\right) \sigma_{kl} = t_{kl} \quad (\text{II-17})$$

Dans lequel ∇^2 est l'opérateur laplacien. Par conséquent, la longueur d'échelle $e_0 a$ considère l'effet de la petite échelle sur le comportement des nanostructures.

La forme explicite de l'équation (II.17) peut être écrit pour trois problèmes avec des matériaux isotropes comme suit :

➤ Pour les problèmes unidimensionnels (1D) :

$$\sigma_{xx} - \mu \frac{d^2 \sigma_{xx}}{dx^2} = E \varepsilon_{xx} \quad (\text{II-18-a})$$

$$\sigma_{xx} - \mu \frac{d^2 \sigma_{xx}}{dx^2} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{xx} \quad (\text{II-18-b})$$

➤ Pour les problèmes (2D) :

$$\sigma_{xx} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{xx}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{xx}}{dy^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \quad (\text{II-19-a})$$

$$\sigma_{yy} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{yy}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{yy}}{dy^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \quad (\text{II-19-b})$$

$$\sigma_{xy} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{xy}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{xy}}{dy^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xy}) \quad (\text{II-19-c})$$

$$\sigma_{xz} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{xz}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{xz}}{dy^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xz}) \quad (\text{II-19-d})$$

$$\sigma_{yz} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{yz}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{yz}}{dy^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yz}) \quad (\text{II-19-e})$$

➤ Pour les problèmes (3D) :

$$\sigma_{xx} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{xx}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{xx}}{dy^2} + \frac{d^2 \sigma_{xx}}{dz^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{zz}) \quad (\text{II-20-a})$$

$$\sigma_{yy} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{yy}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{yy}}{dy^2} + \frac{d^2 \sigma_{yy}}{dz^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{zz}) \quad (\text{II-20-b})$$

$$\sigma_{zz} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{zz}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{zz}}{dy^2} + \frac{d^2 \sigma_{zz}}{dz^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{zz}) \quad (\text{II-20-c})$$

$$\sigma_{xy} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{xy}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{xy}}{dy^2} + \frac{d^2 \sigma_{xy}}{dz^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xy}) \quad (\text{II-20-d})$$

$$\sigma_{xz} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{xz}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{xz}}{dy^2} + \frac{d^2 \sigma_{xz}}{dz^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xz}) \quad (\text{II-20-e})$$

$$\sigma_{yz} - \mu \left(\frac{d^2 \sigma_{yz}}{dx^2} + \frac{d^2 \sigma_{yz}}{dy^2} + \frac{d^2 \sigma_{yz}}{dz^2} \right) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yz}) \quad (\text{II-20-f})$$

Où ε_{ij} sont les composantes du tenseur de déformation ; et E et ν sont le module de Young et le coefficient de Poisson des matériaux, respectivement. Comparé au modèle intégral, le différentiel est largement utilisé pour les nanostructures en raison de sa simplicité. Cependant, le modèle différentiel peut donner des résultats paradoxaux dans certains cas, par exemple : problèmes en flexion et en vibration des poutres en porte-à-faux.

II.9 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a abordé le sujet de la modélisation des poutres et les théories d'élasticité existé dans ce domaine. Ces théories sont divisées en deux parties, selon deux

Critères. Selon la prise en compte du cisaillement ou non : on trouve globalement trois types dans la littérature, la théorie d'Euler-Bernoulli, la théorie de Timoshenko et la théorie d'ordre élevé. Un deuxième critère est la prise en compte de l'effet d'échelle, on trouve deux théories : la théorie locale et la théorie non locale.

Chapitre III : Revue des travaux sur les structures FGM avec porosités

III.1 Introduction :

Les structures FGMs avec la variation continue des propriétés des matériaux possèdent des avantages pour avoir la réduction des contraintes résiduelles et thermiques.

Les composants structuraux avancés en matériaux fonctionnellement graduée (FGM) sont exposés à des conditions environnementales telles que la température élevée et l'humidité qui nuisent à la résistance et à la rigidité des structures composites avancées, même à l'échelle nanométrique.

Par conséquent, l'analyse de telles structures nanométriques composites sous chargement hygrothermique a été d'un intérêt considérable pour les chercheurs. Récemment, des intérêts considérables ont été consacrés aux travaux expérimentaux et théoriques de la réponse des structures graduées.

III.2 Notions générales de flambement :

Le flambement est un phénomène mécanique équivalent à une sollicitation composée de compression et de flexion. L'effort à partir duquel se manifestent les grandes déformations allant jusqu'à l'instabilité est appelé l'effort critique de flambement. Cette partie est consacrée à une présentation générale du phénomène de flambage des structures. Nous présentons brièvement le formalisme général du flambage statique, nous parlons également de l'effet des défauts géométriques et des différentes approches de la stabilité.

Ces concepts sont très clairement définis dans (Koiter.,1974). Le flambage est un phénomène d'instabilité. Il peut tout particulièrement être observé pour des structures élancées (faible raideur de flexion) soumises à des contraintes de compression, au-delà d'une certaine valeur, la charge appliquée conduit à un important changement de forme de la structure qui se traduit par l'apparition brutale ou progressive de plis ou d'ondulations.

Ce changement de configuration, lié aux effets des non linéarités géométriques, peut s'accompagner ou non de plasticité. La notion de flambage recouvre deux notions distinctes que nous allons préciser celle de bifurcation et celle de point limite. Nous considérons une structure soumise à un chargement l'entraînant un déplacement caractéristique d . Dans un premier temps, sous l'effet d'un chargement croissant, la structure passe par une succession d'états d'équilibre stables appelé chemin d'équilibre fondamental ou branche primaire.

III.3 Définition d'une porosité :

Selon le glossaire international d'hydrologie, la porosité peut être définie comme étant la propriété d'un milieu, d'un sol ou d'une roche de comporter des pores, c'est à dire des vides interstitiels interconnectés ou non. Elle peut être exprimée comme étant le rapport du volume de ces vides au volume total du milieu.

La porosité est donc définie à la fois comme une propriété caractéristique d'un milieu poreux et comme un paramètre qui l'exprime quantitativement (rapport de volumes, sans dimension). D'après cette définition, il est possible de se représenter le défaut de porosité dans un matériau composite comme étant de très petites cavités emprisonnant à priori de la matière gazeuse (tâches noires sur la figure III.1 (a)).

Schoeller (Schoeller.,1955), distingue deux catégories de pores représentés sur la figure III.1 (b) :

- Les porosités ouvertes composées de vides inter communicants connectés à la partie extérieure du matériau et,
- Les porosités fermées, isolées à l'intérieur du matériau et ne permettant aucune perméabilité.

Les pores pénétrants sont des pores ouverts qui ont la particularité de relier au moins deux faces du matériau poreux.

Les nombreuses applications des matériaux poreux font appel à des tailles de pores qui peuvent varier de l'échelle atomique à l'échelle millimétrique. L'IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry) a recommandé la nomenclature relative à la taille des pores présentée à la figure III.1 (c) (Schaefer.,1994). En se référant à la gamme des tailles moyennes des interstices d'un milieu poreux et aux états physiques de l'eau contenue en leur sein, une seconde classification des porosités avait préalablement été proposée (Schoeller.,1955). Celle-ci définit un micropore (ou pore matricielle) comme une cavité de diamètre inférieur à 0,1 μm et un macropore (ou porosité structurale) comme une cavité de diamètre supérieur à 2,5 mm Les méso porosités (ou porosité texturale ou capillaire) sont donc les interstices de diamètre intermédiaire compris entre 0,1 μm et 2,5 mm (figure III.1 (d)). Les nombreuses applications des matériaux poreux font appel à des tailles de pores qui peuvent varier de l'échelle atomique à l'échelle millimétrique. L'IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry) a recommandé la nomenclature relative à la taille des pores présentée à la figure III.1 (c) (Schaefer.,1994). En se référant à la gamme des tailles moyennes des interstices d'un milieu poreux et aux états physiques de l'eau contenue en leur sein, une seconde classification des porosités avait préalablement été proposée (Schoeller.,1955).

Celle-ci définit un micropore (ou pore matricielle) comme une cavité de diamètre inférieur à 0,1 μm et un macropore (ou porosité structurale) comme une cavité de diamètre supérieur à 2,5 mm.

Les méso porosités (ou porosité texturale ou capillaire) sont donc les interstices de diamètre intermédiaire compris entre 0,1 μm et 2,5 mm (figure III.1 (d)). Les nombreuses applications des matériaux poreux font appel à des tailles de pores qui peuvent varier de

l'échelle atomique à l'échelle millimétrique. L'IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry) a recommandé la nomenclature relative à la taille des pores présentée à la figure III.1 (c) (Schaefer.,1994). En se référant à la gamme des tailles moyennes des interstices d'un milieu poreux et aux états physiques de l'eau contenue en leur sein, une seconde classification des porosités avait préalablement été proposée (Schoeller.,1955). Celle-ci définit un micropore (ou pore matricielle) comme une cavité de diamètre inférieur à 0,1 μm et un macropore (ou porosité structurale) comme une cavité de diamètre supérieur à 2,5 mm. Les méso porosités (ou porosité texturale ou capillaire) sont donc les interstices de diamètre intermédiaire compris entre 0,1 μm et 2,5 mm (figure III.1 (d)). (Yohann Ledru.,2009)

Les nombreuses applications des matériaux poreux font appel à des tailles de pores qui peuvent varier de l'échelle atomique à l'échelle millimétrique. L'IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry) a recommandé la nomenclature relative à la taille des pores présentée à la figure III-1 (c) (Schoeller.,1994). En se référant à la gamme des tailles moyennes des interstices d'un milieu poreux et aux états physiques de l'eau contenue en leur sein, une seconde classification des porosités avait préalablement été proposée (Schoeller.,1955). Celle-ci définit un micropore (ou pore matricielle) comme une cavité de diamètre inférieur à 0,1 μm et un macropore (ou porosité structurale) comme une cavité de diamètre supérieur à 2,5 mm. Les méso porosités (ou porosité texturale ou capillaire) sont donc les interstices de diamètre intermédiaire compris entre 0,1 μm et 2,5 mm (figure III-1 (d)).

La porosité est donc un concept indépendant de la forme et des connexions entre les pores. Seuls les volumes sont considérés. Néanmoins, il est important de signaler que pour les matériaux composites, le concept de porosité correspond à des interstices de petites tailles (ordre millimétrique et inférieur) par rapport aux fissures, diaclases ou délaminages.

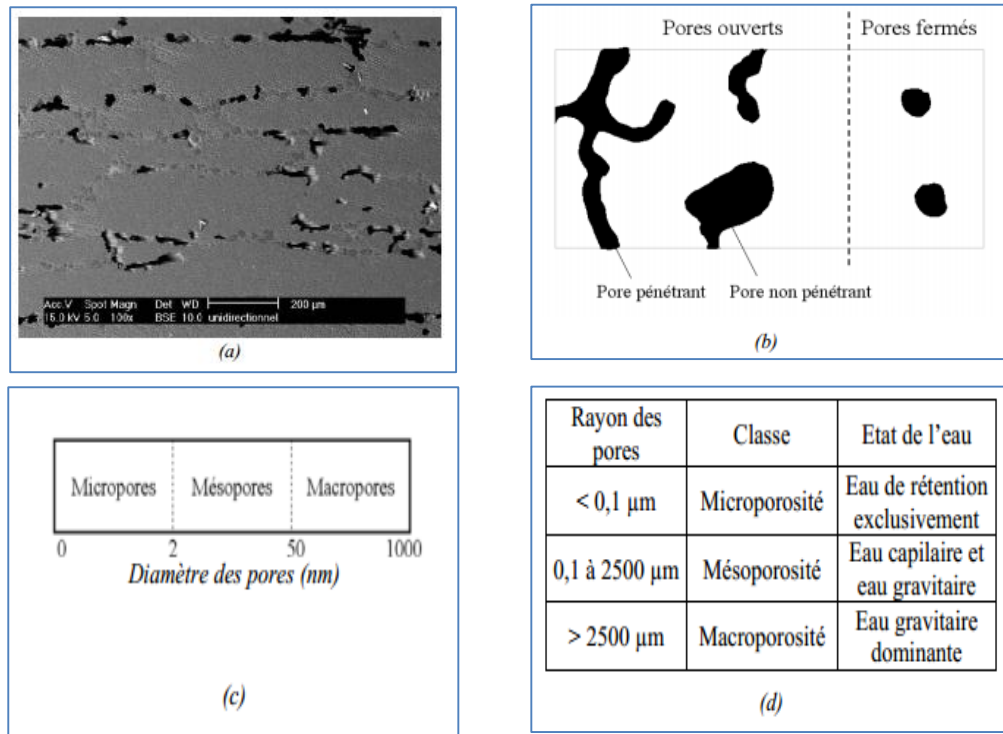


Figure III- 1 : (a) Micrographie MEB des porosités étudiées, (b) Schématisation des différents types de pores (c) et (d) Nomenclatures relatives à la taille des pores.

III.4 Liens entre taux volumique de porosité et propriétés mécaniques d'un stratifié :

Très recherchée dans la fabrication des mousses ou des membranes filtrantes, la porosité est en revanche néfaste au matériaux composites hautes performances. L'impact de ce défaut à fait l'objet de beaucoup d'attention, comme en atteste le nombre important d'études sur ce sujet. Tous les auteurs sont d'accord pour affirmer qu'en dessous d'un certain pourcentage volumique, compris entre 0.5% et 1% suivant le matériau étudié, la porosité n'a pas d'influence sur le comportement de la pièce si elle est iso répartie.

En revanche, pour des taux de porosité plus élevés, les propriétés mécaniques de la pièce sont affectées de manière significative et en particulier le cisaillement inter laminaire. En effet, la résistance au cisaillement inter laminaire, notée ILSS (InterLaminar Shear Stress), est très sensible à la présence de ces inclusions gazeuses. Sa diminution représentée à la figure III.2, a été mesurée en fonction du taux de porosité par plusieurs chercheurs (Yokota.,1978), (Yoshida et al., 1986), (Tang et al., 1987), (Bowles et al.,1992), (Costa et al., 2001), (Liu et al.,2006 (a)).

La diminution moyenne de l'ILSS a été estimée en moyenne à 6% par unité volumique de taux de porosité pour des stratifiés carbone/époxy. On peut remarquer de grandes disparités suivant les études considérées. Celles-ci sont dues essentiellement à la nature des matériaux des différentes études (tissu préimprégné (Costa), ou nappes avec différents types de fibres (T300 (Bowles), T700 (Liu)...), et différents types de résine de classe 120°C (Yoshida) ou 180°C (autres).

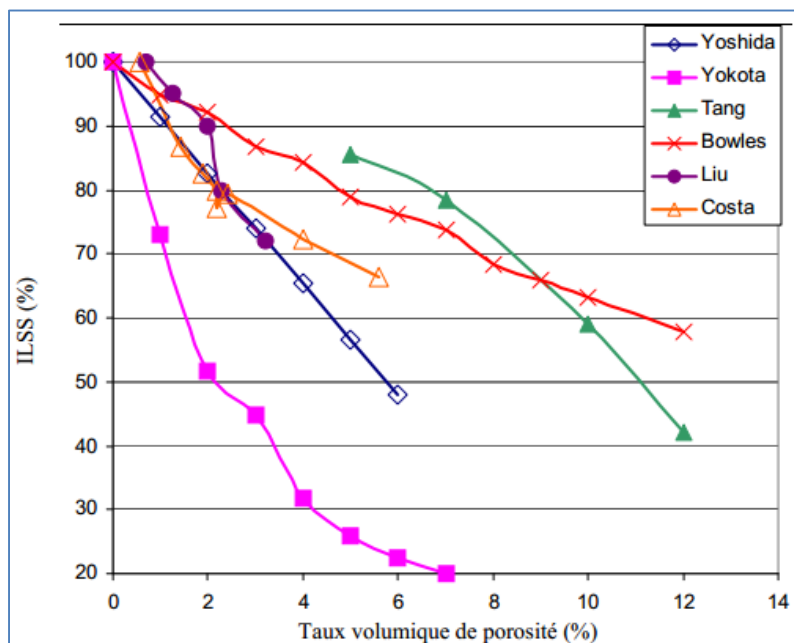


Figure III- 2 : Variation relative de l'ILSS en fonction du taux de porosité pour des matériaux composites.

L'étude la plus réaliste permettant d'expliquer la diminution de l'ILSS en fonction de l'augmentation du taux volumique de porosité est proposée par Wisnom (Wisnom et al., 1996). Ces travaux mettent en évidence l'initiation des fissures à partir des porosités dès que ces dernières sont suffisamment grandes (diamètre équivalent > 0.2 mm). Les résultats présentés montrent aussi que la présence de porosité diminue la surface de contact entre les fibres et la matrice, ce qui favorise la rupture de la pièce en cisaillement inter laminaire.

Plusieurs modèles sont proposés afin de prévoir numériquement la valeur de la contrainte à rupture en cisaillement inter laminaire d'une pièce en fonction de son pourcentage volumique de porosité (Bowles et al., 1992), (Yoshida et al., 1986). Cependant, quel que soit le modèle considéré, les résultats théoriques diffèrent sensiblement des résultats expérimentaux. Ceci est dû aux nombreuses hypothèses simplificatrices utilisées pour l'élaboration de certaines équations, notamment concernant

la forme des porosités (sphérique ou cylindrique), et de leur répartition supposée homogène au sein de la pièce. Une telle répartition est en réalité rarement constatée. De plus, il est signalé que la dispersion des résultats augmente avec le taux volumique de porosité, ce qui rend difficile la comparaison des données expérimentales et théoriques pour des taux de porosité supérieurs à 10%.

En revanche, en s'appuyant sur des paramètres énergétiques d'initiation et de propagation de fissures, le modèle développé par Wisnom (Wisnom et al., 1996) semble bien plus en accord avec la réalité pour modéliser la décroissance de l'ILSS en fonction du taux volumique de porosité.

Enfin, Costa (Costa et al., 2001) a analysé l'influence de la porosité lors de sollicitations statiques d'éprouvettes en carbone/époxy. Il a dans un premier temps évalué la qualité des éprouvettes par analyse ultrasonore (type d'analyse développé au paragraphe I.7). Ainsi, le coefficient d'atténuation de l'onde ultrasonore traversant la pièce est lié linéairement au taux volumique de porosité V_0 , comme le montre la figure III.3 (a). Cette relation n'est valable que si le taux volumique de porosité est supérieur à une valeur minimale voisine de 0,5%, correspondant à un coefficient d'atténuation α_{cr} . Puis, une loi empirique a été développée pour déterminer la contrainte à rupture en cisaillement inter laminaire de l'éprouvette en fonction de ce coefficient d'atténuation, représentée par la figure III.3 (b).

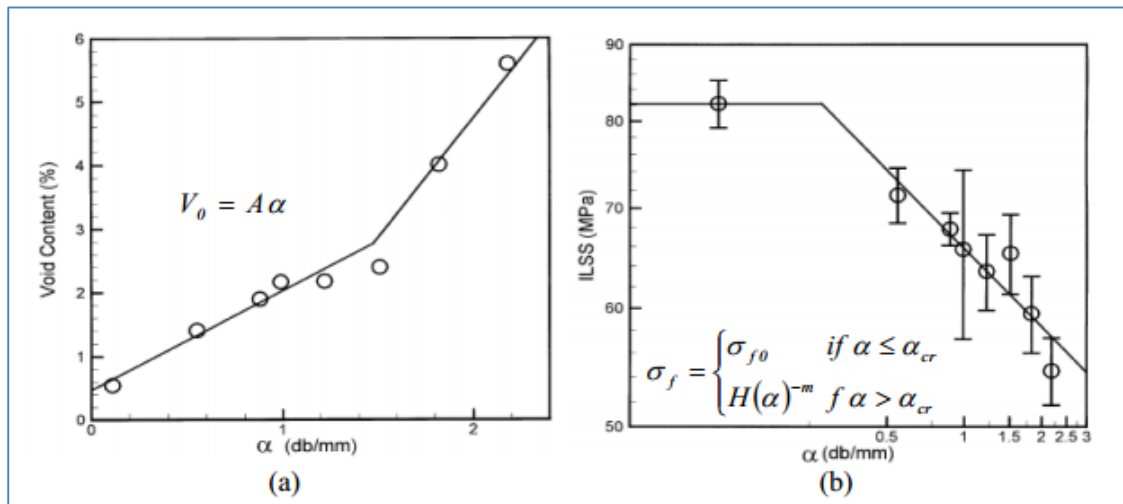


Figure III- 3: (a) Pourcentage volumique de porosité en fonction du coefficient d'absorption ultrasonore, (b) Logarithme de la contrainte à rupture en cisaillement inter laminaire en fonction du logarithme du coefficient d'atténuation ultrasonore (Costa et al., 2001).

D'après toutes ces études, il est indéniable que la porosité affecte le comportement en cisaillement inter laminaire du matériau composite, dès que le pourcentage volumique de ce défaut est supérieur à 1%. Les autres caractéristiques mécaniques (traction, compression, cisaillement plan) sont également affectées par la présence de porosité, mais de façon moindre, bien que non négligeable (Harper et al., 1987), (Liu et al., 2004). De manière générale, une augmentation du taux volumique de porosité entraîne une diminution des propriétés mécaniques du matériau. L'une des raisons évoquées (Olivier, 1994), (Olivier et al., 1995) notamment pour expliquer la chute de la contrainte à rupture en traction et en compression, concerne la déformation locale des fibres due essentiellement à l'apparition de ces porosités et à leurs mouvements au sein de la matrice durant le cycle de cuisson. On peut aussi raisonnablement penser que la présence de porosité au sein du stratifié modifie à la fois le transfert d'effort entre la résine et le renfort mais aussi la cohésion de celui-ci. Cette hypothèse reste cependant encore à démontrer.

Dans le milieu industriel aéronautique, il est admis qu'une pièce structurale comportant un taux volumique de porosité supérieur à 2% doit être rebutée. On comprend dès lors l'intérêt de cette étude pour minimiser au maximum l'apparition de ces défauts, apparition qui peut être due à plusieurs causes détaillées ci-après.

III.5 Revue de quelques travaux sur les structures FGM avec porosités effectués par les auteurs local en plus de quelques auteurs étrangers :

Kadoli, R et al., (2008) ont étudié Un champ de déplacement basé sur la théorie de la déformation par cisaillement d'ordre supérieur est mis en œuvre pour étudier le comportement statique de poutre métal – céramique (FGM) à gradation fonctionnelle à température ambiante. Les poutres de FGM avec une variation de la fraction volumique de métal ou de céramique sur la base de l'exposant de la loi de puissance sont pris en compte. En utilisant le principe de l'énergie potentielle stationnaire, on présente la forme en éléments infinité de l'équation d'équilibre statique pour la poutre de FGM. Deux matrices de rigidité sont ainsi dérivées de sorte que l'une d'elles réfléchisse l'influence de la rotation de la normale et l'autre de la rotation de cisaillement. Les résultats numériques sur la déflexion transversale, les contraintes axiales et de cisaillement dans une poutre de FGM d'épaisseur moyenne sous une charge répartie uniforme pour des conditions aux limites serrées-serrées et simplement soutenues sont discutés en profondeur. L'effet de l'exposant de la loi de puissance pour diverses combinaisons de la poutre de FGM métal-céramique sur la déflexion et les contraintes est également commenté.

Les études révèlent que, selon que le chargement repose sur la face riche en céramique ou la face riche en métal de la poutre, la déflexion statique et les contraintes statiques dans la poutre ne restent pas les mêmes.

Wattanasakulpong, N et al., (2014). Ont présenté les problèmes de vibrations linéaires et non linéaires posés par des poutres soumises à des contraintes élastiques en matériaux de qualité fonctionnelle (FGM). En raison des porosités pouvant se produire à l'intérieur des FGM pendant la fabrication, il est donc nécessaire de prendre en compte le comportement vibratoire des poutres ayant des porosités dans la présente enquête. La règle de mélange est modifiée pour décrire et approximer les propriétés matérielles des poutres à gradations fonctionnelles avec phases de porosité. La méthode de transformation différentielle (DTM) est utilisée pour résoudre les réponses vibratoires linéaires et non linéaires de la poutre de FGM avec différents types de supports élastiques. Les effets de la distribution des propriétés du matériau, des constantes du ressort et de la fraction volumique de porosité sur les fréquences linéaires et non linéaires des poutres de FGM sont également présentés et discutés en détail.

Atmane, H et al., (2017) ont étudié La nouveauté de cet article réside dans l'utilisation d'une théorie efficace des poutres pour l'analyse de flexion, de vibration libre et de flambement des poutres de matériaux de gradation fonctionnel (FGM) sur des fondations élastiques à deux paramètres.

La présente théorie prend en compte les effets de déformation par cisaillement et d'étirement par une variation parabolique de tous les déplacements dans l'épaisseur, et satisfait les conditions aux limites sans contrainte sur les surfaces supérieure et inférieure de la poutre sans nécessiter de facteur de correction de cisaillement. En raison de porosités, pouvant survenir à l'intérieur des FGM pendant la fabrication, il est donc nécessaire de prendre en compte les comportements de vibration, de flexion et de flambement des poutres ayant des porosités dans ce travail. L'équation du mouvement pour les poutres de FGM est obtenue selon le principe de Hamilton. Les solutions sous forme fermée sont obtenues en utilisant la technique de Navier, puis les fréquences fondamentales sont trouvées en résolvant les résultats des problèmes de valeurs propres. La validité de la théorie actuelle est étudiée en comparant certains des présents dans la littérature. On peut en conclure que la théorie proposée est simple et précise pour résoudre les comportements de flexion, de vibration libre et de flambement des poutres sandwich FGM.

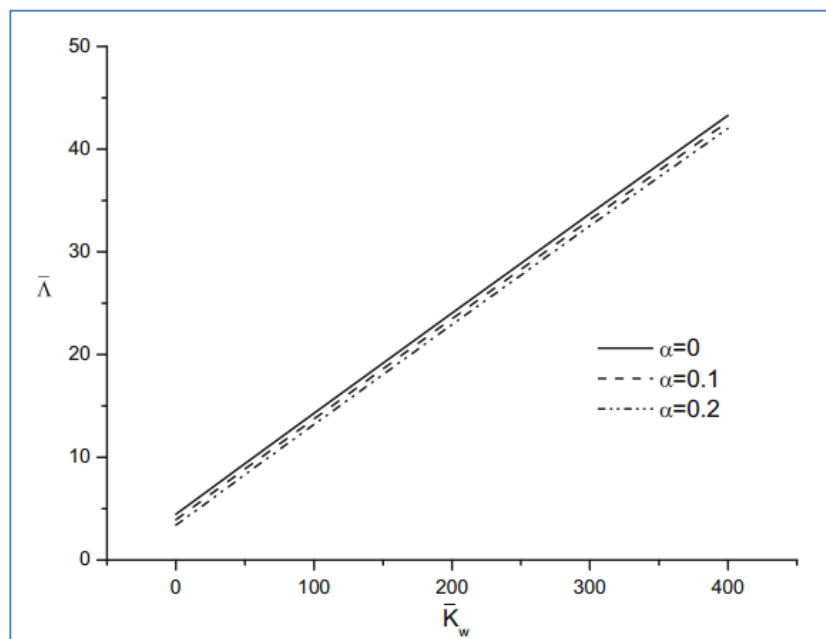


Figure III- 4 Variation du faisceau du paramètre de charge de flambement non adimensionnel avec le paramètre K de Winkler et le coefficient de porosité

La figure III-4 présente la variation du non -adimensionnement paramètre de charge de flambement sionnel en fonction du paramètre de Winkler et pour trois valeurs du coefficient de porosité $\alpha = 0, 0,1$ et $0,2$. On peut déduire de cette courbe que le paramètre de charge de flambement augmente linéairement avec le paramètre de fondation de Winkler. Cependant, ce paramètre de charge de flambement est inversement proportionnel au coefficient de porosité.

Benferhat, R et al., (2016). Se concentre sur le comportement de l'analyse statique de matériaux de plaques à calibrage fonctionnel (FGM) avec des porosités pouvant éventuellement apparaître à l'intérieur des matériaux à gradation fonctionnel (FGM) lors de leur fabrication. À cette fin, une nouvelle théorie affinée des plaques est utilisée dans ce travail, elle ne contient que quatre inconnues, contrairement à cinq inconnues pour autres théories. Ce nouveau modèle répond à la nullité de la contrainte de cisaillement transverse au niveau des surfaces supérieure et inférieure de l'assiette. La distribution parabolique des contraintes de cisaillement transversal le long de l'épaisseur de la plaque est prise en compte dans cette analyse ; les propriétés matérielles de la plaque FGM varient d'une distribution de loi de puissance en termes de fraction volumique des constituants. La règle de mélange est modifiée pour décrire et approximer les propriétés matérielles des plaques FG avec phases de porosité. La validité de cette théorie est étudiée en comparant certains des résultats actuels avec d'autres théories d'ordre supérieur rapportées dans la littérature, influence du paramètre du matériau, fraction volumique de la porosité et le rapport d'épaisseur sur le comportement mécanique de la plaque P-FGM mécanique sont représentés par des exemples numériques.

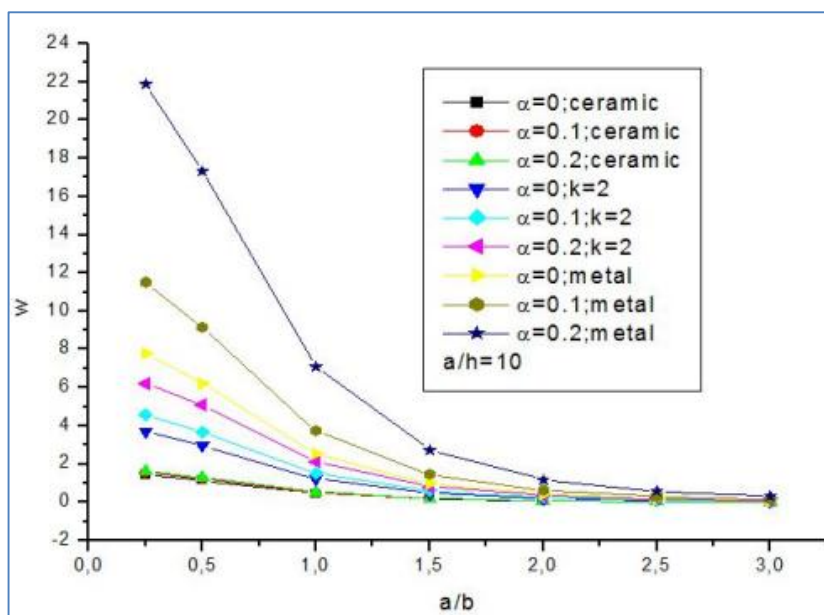


Figure III- 5 Déviation centrale sans dimension (w) en fonction du rapport d'aspect (a / b) d'une plaque de MGF parfaite et imparfaite

Figures III-5 montrent la variation de la déviation non dimensionnelle avec l'aspect et le rapport côté à épaisseur, respectivement pour des plaques FG parfaites et imparfaites simplement supportées, sur la base de la théorie des plaques actuelle. La flèche est maximale pour la plaque imparfaite FG ($\alpha = 0,1$ et $\alpha = 0,2$) et minimale pour la plaque FG parfaite ($\alpha = 0$). La différence augmente au fur et à mesure que le rapport de format augmente, alors qu'elle peut rester inchangée avec l'augmentation du rapport de côté à l'épaisseur.

Benferhat, R et al., (2016). Ont étudié L'effet de la porosité sur le comportement en flexion et en vibration libre d'une plaque simplement classée reposant sur une base fonctionnelle et reposant sur la fondation Winkler-Pasternak est analysé de manière analytique dans le présent article.

La règle modifiée du mélange couvrant les phases de porosité est utilisée pour décrire et approximer les propriétés matérielles des plaques FGM avec phases de porosité. L'effet dû au cisaillement transversal est inclus en utilisant une nouvelle théorie affinée de la déformation par cisaillement. Le nombre de fonctions inconnues impliquées dans la théorie actuelle n'est que de quatre contre cinq ou plus dans le cas d'autres théories de déformation en cisaillement.

Le coefficient de Poisson est maintenu constant. Sur la base de la théorie de la déformation en cisaillement sinusoïdale, la position de la surface neutre est déterminée et l'équation du mouvement pour les plaques rectangulaires FG reposant sur une fondation élastique basée sur une surface neutre est obtenue par l'énergie potentielle totale minimale et le principe de Hamilton. La convergence de la méthode est démontrée et pour valider les résultats, des comparaisons sont effectuées avec les solutions disponibles pour matériaux à la fois isotropes et fonctionnellement classés (FGM). L'effet de la fraction volumique de porosité sur les plaques d'oxyde d'aluminium Al / Al₂O₃ et Ti-6Al-4V / Aluminium est présenté sous forme graphique. Les rôles joués par l'indice de fraction volumique constituant, les paramètres de rigidité de la fondation et la géométrie de la plaque sont également étudiés.

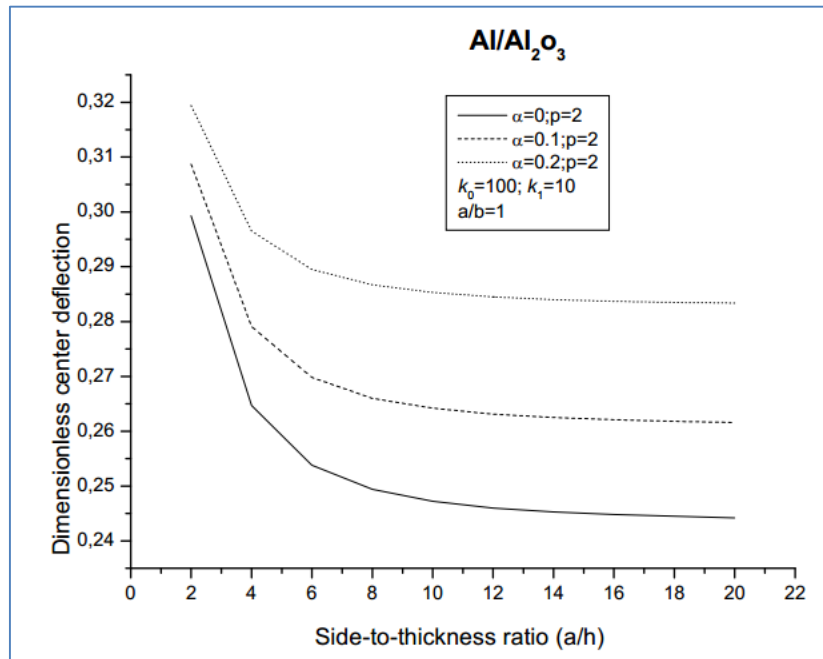


Figure III- 6 Effet de la porosité sur la déviation centrale sans dimension en fonction de l'épaisseur du rapport latéral à l'épaisseur d'une plaque de MGF

La Figure III-6 montre l'effet de la porosité sur la déviation centrale sans dimension en fonction du rapport latéral à l'épaisseur a/h d'une plaque de MGF. Comme on peut le constater, l'effet de la porosité sur la déviation centrale sans dimension augmente avec l'augmentation du taux d'épaisseur. L'augmentation de la valeur du coefficient de porosité entraîne une augmentation de la déviation centrale sans dimension.

Barati, M. R. (2017) Ont présent Le comportement en vibration forcée de nano-plaques en mousse métallique poreuse sur un milieu élastique est étudié via une théorie de plaque à 4 variables. Différentes distributions de porosité appelées uniformes, symétriques et asymétriques sont considérées. La théorie du gradient de contrainte non locale (NSGT) contenant deux paramètres d'échelle est utilisée pour la modélisation dépendante de la taille des corps poreux. Nano-plaques. La théorie des plaques actuelle satisfait à l'effet de la déformation par cisaillement et a des variables de champ plus faibles que la théorie des plaques du premier ordre. Le principe de Hamilton est utilisé pour dériver les équations qui régissent. Les résultats obtenus de la méthode de Galerkin sont vérifiés par ceux de la littérature. Les effets des paramètres non locaux, du gradient de déformation, des paramètres de fondation, de la charge dynamique, des distributions de porosité et du coefficient de porosité sur les fréquences de déviation dynamique et de résonance des plaques nanométriques en mousse métallique sont examinés.

III.6 Conclusion :

L'objectif de cette étude est la compréhension des phénomènes de création et de croissance de la porosité dans les matériaux composites afin d'en minimiser leur taux volumique. Les progrès récents dans la caractérisation, la caux , la modélisation et l'analyse des structures en FGM avec porosités effectués par les auteurs local et auteurs étrangers ont été présentés dans ce chapitre. En raison du vaste domaine qui se développe rapidement sur les matériaux à gradient de propriété, en conclusion, les FGM représentent un domaine en évolution rapide dans l'ingénierie avec de nombreuses applications pratiques.

Chapitre IV : Formulation théorique

IV.1 Introduction :

La nanotechnologie concerne principalement la fabrication des matériaux fonctionnellement graduée (FG) et les structures à une échelle nanométrique, qui permet de créer une nouvelle génération de matériaux aux propriétés révolutionnaires et des dispositifs avec des fonctionnalités améliorées. Parmi ces structures c'est les nano-poutres qui sont utilisés largement dans différents systèmes et dispositifs, comme les nano-fils, les nano-sondes, les microscopes à force atomique et les nano-capteurs. La compréhension du comportement mécanique des nano-poutres est essentielle pour le développement de telle structure, vu ces applications potentielles dans l'engineering. (Nix et Gao.,1980).

Les effets de taille sont importants dans le comportement mécanique de ces structures dans lesquelles les dimensions sont faibles et comparables à des distances moléculaires. Ces effets peuvent être capturés à l'aide la mécanique des milieux continu dépendante de la taille telle que la théorie de l'élasticité non local.

Dans cette partie ; le flambement des nano poutres FGM avec porosités sont étudiés en utilisant une théorie non locale.

IV.2 Formulation théorique :

La formulation théorique de la nano-poutre fonctionnellement graduée avec porosités est basée sur des hypothèses cinématiques et physique. Les équations différentielles et des conditions aux limites, en fonction du champ de déplacement sont obtenues en utilisant le principe de travail virtuel. La poutre considérée est illustrée pour le schéma ci-dessous :

$$0 \leq x \leq L; \quad -b/2 \leq y \leq b/2; \quad -h/2 \leq z \leq h/2 \quad (\text{IV-1})$$

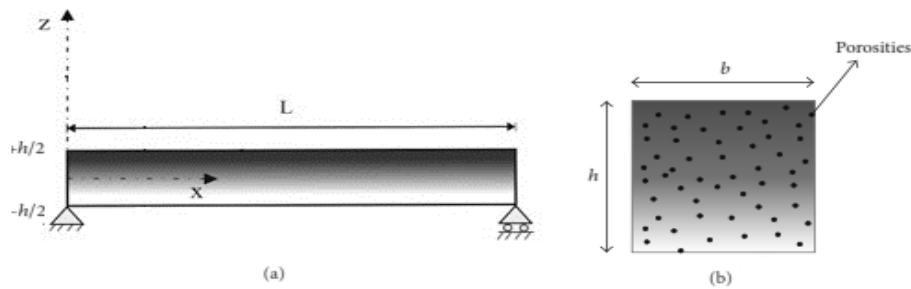


Figure IV- 1 : (a) Géométrie et coordonnées de la nano-poutre fonctionnellement graduée. (b) Zone de section transversale du nano-poutre fonctionnellement graduée avec des porosités.

où x , y , z sont les coordonnées cartésiennes, L est la longueur, b est la largeur et h est la hauteur totale du nano-poutre.

IV.3 Matériaux fonctionnellement gradués avec porosités :

On suppose que les propriétés matérielles du nano-poutre FG, telles que le module de Young (E), le module de cisaillement (G), la masse volumique (ρ) et le coefficient de porosités (α) sont supposées varier de manière continue dans le sens de la profondeur en fonction de la puissance. Z est la distance du plan médian du nano-poutre de FGM et k est le paramètre variable non négatif (exposant de puissance minimale) qui détermine la répartition du matériau dans l'épaisseur du nano-poutre. Pour une distribution uniforme des porosités (FGM-I), les propriétés matérielles effectives sont obtenues comme dans (Wattanasakulpong et Ungbhakorn.,2014). :

$$P(z) = \left(P_t - P_b \right) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^k + P_b + \frac{\alpha}{2} \quad (\text{IV-2})$$

Où P_t et P_b sont les propriétés matérielles correspondantes aux surfaces supérieure et inférieure du nano-poutre, k est un nombre non négatif qui dicte le profil de variation du matériau à travers l'épaisseur du nano-poutre. Et (α) est la fraction volumique des porosités.

IV.4 Hypothèses de base :

Le champ de déplacement de la théorie proposée est choisi en se basant sur les hypothèses suivantes :

- (i) Les déplacements sont petits par rapport à l'épaisseur du nano-poutre FG et, par conséquent, les déformations résultantes sont infinitésimales.
- (ii) Les normales à la fibre moyenne ne changent pas de longueurs, donc tous les points de la même section ont le même déplacement transversal.
- (iii) Le déplacement transversal :

$$w(x, z, t) = w_0(x, t) \quad (\text{IV-3})$$

- (iv) La contrainte transversale σ_z est négligeable en comparaison par la contrainte dans le plan σ_x .
- (v) Le déplacement u dans la direction de x se constitue de trois termes : le déplacement de la membrane, de la flexion et de cisaillement.

$$u = u_0 + u_b + u_s \quad (\text{IV-4})$$

La composante de la flexion est supposée être similaire au déplacement donné par la théorie classique des poutres. Par conséquent, l'expression de u_b peut-être donnée par :

$$u_b = -z \frac{\partial w_b}{\partial x} \quad (\text{IV-5})$$

La composante de cisaillement u_s donne lieu, en combinaison avec w_s , à une variation sinusoïdale de cisaillement, et donc la contrainte de cisaillement, à travers l'épaisseur de la nano-poutre de telle sorte que la contrainte de cisaillement est nulle au niveau des faces supérieure et inférieure de la nano-poutre. Par conséquent, l'expression peut être donné comme :

$$u_s = -f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{IV-6-a})$$

Où :

$$f(z) = \left(z - \frac{h}{\pi} \sin \frac{\pi z}{h} \right) \quad (\text{IV-6-b})$$

IV.5 Cinématique :

Basés sur les hypothèses citées ci-dessus, le champ de déplacement peut se définir, en combinant les Eqs. (IV-3) – (IV-6), comme suit :

$$u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} + f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{IV-7-a})$$

$$w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) \quad (\text{IV-7-b})$$

Le champ de déformation s'écrit comme suit :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z k_x^b + f(z) k_x^s \quad \text{Et} \quad \gamma_{xz} = g(z) \gamma_{xz}^s \quad (\text{IV-8})$$

Où :

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}, \gamma_{xz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{IV-9-a})$$

$$\gamma_{xz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial x^2}, f = \left(z - \frac{h}{\pi} \sin \frac{\pi z}{h} \right), g = \cos \left(\frac{\pi z}{h} \right) \quad (\text{IV-9-b})$$

IV.6 Relations constitutives :

Le comportement des matériaux à l'échelle nanométrique est différent de ce au niveau macro-métrique. L'élasticité non locale est considérée pour la première fois par Eringen (Eringen.,1972.,1983). Il a supposé que la déformation dans un point référentiel est fonction des déformations de tous les points de la structure. Eringen (Eringen.,1972.,1983) a proposé la forme différentielle des relations constitutives non-locales suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_x - \mu \frac{d^2 \sigma_x}{dx^2} &= E \varepsilon_x \\ \tau_x - \mu \frac{d^2 \tau_x}{dx^2} &= G \gamma_{xz}\end{aligned}\quad (\text{IV-10})$$

Où $\mu = (e_0 a)^2$ est le paramètre non-local, e_0 est une constante appropriée pour chaque matériau et a est le rapport entre la longueur interne et celle des caractéristiques externes.

En général, une estimation est prise pour le produit $e_0 a < 2.0 \text{ nm}$ pour les nanotubes en carbone (Wang.,2005).

IV.7 Equations de mouvement (Principe d'énergie d'Hamilton) :

En utilisant la version dynamique du principe de travail virtuel (Ghaffari et al.,2018, Lv et Liu.,2018), des équations différentielles régissant les variations cohérentes pour le nanopoutre de FG considéré sont obtenues. Le principe du travail virtuel appliqué au nanopoutre FG conduit à :

$$\int_0^L \int_A (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dx - \int_0^L N_0 \frac{d(w_b + w_s)}{dx} \frac{d\delta(w_b + w_s)}{dx} dx = 0 \quad (\text{IV-11})$$

En utilisant les coefficients de δu_0 , δw_b , et δw_s de l'équation (IV-11), les équations de mouvement sont :

$$\delta u_0 : \frac{dN}{dx} = 0 \quad (\text{IV-12-a})$$

$$\delta w_b : \frac{d^2 M_b}{dx^2} - N_0 \frac{d^2(w_b + w_s)}{dx^2} = 0 \quad (\text{IV-12-b})$$

$$\delta w_s : \frac{d^2 M_s}{dx^2} + \frac{dQ}{dx} - N_0 \frac{d^2(w_b + w_s)}{dx^2} = 0 \quad (\text{IV-12-c})$$

Où N, M_b, M_s et Q sont les efforts internes résultants, défini comme :

$$(N, M_b, M_s) = \int_A (1, z, f) \sigma_x dA \quad \text{et} \quad Q = \int_A g \tau_{xz} dA \quad (\text{IV-13})$$

Quand on néglige l'effet de cisaillement ($w_s = 0$) les équations d'équilibre Eq. (IV-12) coïncident avec celles trouvées par la théorie de poutre d'Euler–Bernoulli.

En substituant Eq. (IV-8) dans Eq. (IV-10) et les résultats ultérieurs dans Eq. (IV-13), il en résulte les efforts internes :

$$N - \mu \frac{d^2 N}{dx^2} = A \frac{d^2 u_0}{dx^2} - B \frac{d^2 W_b}{dx^2} - B_s \frac{d^2 W_s}{dx^2} \quad (\text{IV-14-a})$$

$$M_b - \mu \frac{d^2 M_b}{dx^2} = B \frac{du_0}{dx} - D \frac{d^2 W_b}{dx^2} - D_s \frac{d^2 W_s}{dx^2} \quad (\text{IV-14-b})$$

$$M_s - \mu \frac{d^2 M_s}{dx^2} = B \frac{du_0}{dx} - D \frac{d^2 W_b}{dx^2} - H_s \frac{d^2 W_s}{dx^2} \quad (\text{IV-14-c})$$

$$Q - \mu \frac{d^2 Q}{dx^2} = A_s \frac{dw_s}{dx} \quad (\text{IV-14-d})$$

Ou les composantes de la rigidité sont données par :

$$\begin{aligned} \{A, B, D, \bar{E}, F, H\} &= \int_A \{1, z, z^2, z^3, z^4, z^6\} E(z) dA \\ B_s &= -\frac{1}{4} B + \frac{5}{3h^2} \bar{E} \\ D_s &= -\frac{1}{4} D + \frac{5}{3h^2} F \\ H_s &= \frac{1}{16} D - \frac{5}{6h^2} F + \frac{25}{9h^4} H \\ \{A_{55}, D_{55}, F_{55}\} &= \int_A \{1, z^2, z^4\} G(z) dA \\ A_s &= \frac{25}{16} A_{55} - \frac{25}{2h^2} D_{55} + \frac{25}{h^4} F_{55} \end{aligned} \quad (\text{IV-15})$$

En substituant Eq. (IV-14) dans Eq. (IV-12), les équations non-locales de mouvement peuvent être exprimées en termes de déplacements (u_0, w_b, w_s) comme suit :

$$A \frac{d^2 u_0}{dx^2} - B \frac{d^3 w_b}{dx^3} - B_s \frac{d^3 w_s}{dx^3} = 0 \quad (\text{IV-16-a})$$

$$B \frac{d^3 u_0}{dx^3} - D \frac{d^4 w_b}{dx^4} - D_s \frac{d^4 w_s}{dx^4} - N_0 \left(\frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} - \mu \frac{d^4 (w_b + w_s)}{dx^4} \right) = 0 \quad (\text{IV-16-b})$$

$$B_s \frac{d^3 u_0}{dx^3} - D_s \frac{d^4 w_b}{dx^4} - H_s \frac{d^4 w_s}{dx^4} + A_s \frac{d^2 w_s}{dx^2} - N_0 \left(\begin{array}{c} \frac{d^2 (w_b + w_s)}{dx^2} \\ -\mu \frac{d^4 (w_b + w_s)}{dx^4} \end{array} \right) = 0 \quad (\text{IV-16-c})$$

Les équations de mouvement de la théorie locale peuvent être obtenues à partir de Eq.(IV-16) en mettant le paramètre non-locale μ égale à zéro.

IV.8 La solution analytique pour la poutre nano-FGM simplement appuyé :

Les équations de mouvement citées haut sont analytiquement résolues pour le flambement. La solution de Navier est utilisée pour déterminer la solution analytique pour la poutre nano-FGM simplement appuyée. La solution prend la forme suivante (Zemri Amine et al. 2015).

:

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} X \begin{Bmatrix} U_n \cos(\xi x) e^{i\omega t} \\ W_{bn} \sin(\xi x) e^{i\omega t} \\ W_{sn} \sin(\xi x) e^{i\omega t} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-17})$$

Où U_n, W_{bn} et W_{sn} , sont des paramètres arbitraires à déterminer, ω est la fréquence propre associée au mode propre $\xi = n\pi/L$.

En remplaçant les expressions de u_0, w_b et w_s par les équations. (16) dans Eq. (15), les solutions analytiques peuvent être obtenues à partir des équations suivantes pour le problème de flambement :

$$\left(\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} u_n \\ W_{bn} \\ W_{sn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV-18})$$

Où :

$$\begin{aligned} s_{11} &= A_s \xi^2, s_{12} = -B_s \xi^3, s_{13} = -B_s \xi^3, s_{22} = D_s \xi^4 - \bar{P}, s_{23} = D_s \xi^4 - \bar{P}, s_{33} = H_s \xi^4 + A_s \xi^2 - \bar{P}, \\ \bar{p} &= \lambda N_0 \xi^2, \lambda = 1 + \mu \xi^2 \end{aligned} \quad (\text{IV-19})$$

IV.9 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons proposé une solution analytique pour une poutre FGM avec porosités simplement appuyée. Une théorie à ordre supérieur non locale est proposée pour le flambement des nano-poutres FGM avec porosités.

Cette théorie prend en compte les effets de cisaillement transversal et la distribution parabolique des contraintes de cisaillement suivant l'épaisseur de la poutre et satisfait les conditions de nullité de la contrainte de cisaillement sur les faces supérieure et inférieure de la poutre FGM sans l'aide des facteurs de correction de cisaillement. Le module de Young est supposé varier dans la direction de l'épaisseur de la poutre FGM en fonction d'une simple loi de puissance.

Les équations de mouvement ont été trouvées en utilisant le principe d'énergie d'Hamilton. Les solutions sont obtenues en utilisant les équations de Navier. Une validation des résultats de cette nouvelle théorie des poutres raffinées ainsi qu'une étude paramétrique seront faits ultérieurement.

Les résultats de ce chapitre seront discutés dans le chapitre suivant.

Chapitre V : Résultats et Discussion

V.1 Introduction :

Dans cette étude, la théorie efficace (higher-order nonlocale) a été utilisée pour étudier la charge critique de flambement des nano-poutres fonctionnellement graduée (FG) avec des porosités. La théorie développée, tient compte de la variation d'ordre supérieur de la déformation de cisaillement transverse et l'effet d'échelle.

Les équations qui régissent les nano-poutres à porosités de FGM sont dérivées en utilisant le principe de Hamilton. Des solutions analytiques sont présentées pour un nano-poutre FG simplement appuyée avec des porosités. Pour illustrer l'exactitude de la présente théorie, les résultats obtenus sont comparés à ceux prédits par d'autres théories d'ordre supérieur rapportées dans la littérature.

Les influences du paramètre non locale, de l'indice de la loi de puissance et du rapport de forme sur les réponses au flambement de nano-poutre FG avec des porosités sont discutées.

V.2 Caractéristiques des matériaux :

Dans cette partie, plusieurs exemples numériques sont présentés et discutés pour vérifier l'exactitude de la présente théorie de cisaillement pour l'analyse du comportement des poutres simplement appuyées en FGM avec porosités. Les propriétés matérielles utilisées dans la présente étude sont :

$$E_t = 0,25TPa , E_b = 1TPa , \nu_t = \nu_b = 0,3 \quad (\text{Larbi Chaht et al., 2015}).$$

Par commodité, les termes non dimensionnels suivants sont utilisés : paramètre de flambement critique :

$$\bar{N} = N_{cy} \frac{L^2}{E_t I} \quad (\text{V-1})$$

V.3 Résultats numériques et interprétations :

Pour valider la précision des résultats obtenus du présent modèle d'une nano-poutre avec des porosités, les présents résultats sont comparés avec les résultats disponibles obtenus par (Larbi Chaht et al. 2015) et (Zemri Amine et al. 2015).

Tableau V.1: la charge critique du flambement adimensionnelle (\bar{N}) de la poutre nano-FGM ($k=1, e_0a=1(\text{nm})$).

L/h	<i>Larbi Chaht et al. (2015)</i>	<i>Zemri et al (2015)</i>	<i>Présent</i>		
	$\alpha = 0$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$
10	4.8317	4.8316	4.8315	5.1965	5.5576
20	5.2678	5.2678	5.2678	5.6671	6.0621

Le tableau (V.2) présente les valeurs des charges critiques de flambement adimensionnelles. Les calculs actuels sont comparés aux résultats des travaux précédents de (Larbi et al. 2015) et (Zemri et al. 2015) et une bonne corrélation est observée entre les résultats, en particulier pour les poutres longs ($L/h = 30$ et 100). Une légère différence apparaît pour les poutres les plus courts ($L/h=10$); De plus, les comparaisons montrent que l'effet de la porosité sur la charge critique de flambement du nano-poutre FG avec deux valeurs de porosité différents. Les résultats révèlent que les résultats de la charge critique du flambement adimensionnelle augmentent avec l'augmentation de la fraction volumique de la porosité (α).

Tableau V.2 : la charge critique du flambement adimensionnelle (\bar{N}) du nano-poutre FG avec des porosités.

$e_0 a$		0					2nm				
L/h	K	Larbi et al. (2015)	Zemri et al. (2015)	Présent			Larbi et al. (2015)	Zemri et al. (2015)	Présent		
		$\alpha = 0$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$
10	0	2.4056	2.4057	2.4056	2.7665	3.1273	1.7247	1.7248	1.7248	1.9834	2.2422
	0,3	3.9921	3.9906	3.9911	4.3825	4.7694	2.8621	2.8614	2.8614	3.1421	3.4194
	1	5.3084	5.3084	5.3084	5.7094	6.1061	3.8059	3.8059	3.8059	4.0934	4.3778
	3	6.6720	6.6776	6.6779	7.0586	7.4376	4.7835	4.7877	4.7877	5.0607	5.3324
	10	8.1289	8.1337	8.1342	8.4990	8.8635	5.8281	5.8319	5.8319	6.0934	6.3547
30	0	2.4603	2.4604	2.4603	2.8294	3.1985	2.3570	2.3569	2.3569	2.7105	3.0640
	0,3	4.0811	4.0826	4.0826	4.4837	4.8800	3.9096	3.9110	3.9110	4.2953	4.6750
	1	5.4146	5.4147	5.4146	5.8254	6.2317	5.1871	5.1871	5.1871	5.5806	5.9698
	3	6.8011	6.8018	6.8018	7.1911	7.5787	6.5153	6.5159	6.5159	6.8889	7.2603
	10	8.2962	8.2968	8.2968	8.6698	9.0426	7.9476	7.9482	7.9482	8.3055	8.6626
100	0	2.4667	2.4668	2.4667	2.8367	3.2067	2.4570	2.4570	2.4570	2.8256	3.1941
	0,3	4.0915	4.0933	4.0933	4.4955	4.8929	4.0754	4.0772	4.0772	4.4779	4.8737
	1	5.4270	5.4271	5.4270	5.8389	6.2463	5.4057	5.4057	5.4057	5.8159	6.2217
	3	6.8161	6.8162	6.8161	7.2065	7.5951	6.7893	6.7893	6.7893	7.1782	7.5653
	10	8.3157	8.3158	8.3157	8.6897	9.0634	8.2830	8.2830	8.2830	8.6555	9.0277

A partir La figure (V-1), on constate que la solution non locale du flambement est plus petite que celles prédites par la théorie locale. Ce résultat indique que le paramètre non local assouplit la nano-poutre. En outre, il est remarqué que pour des valeurs faibles du rapport longueur sur épaisseur, l'effet d'échelle est plus signifiant. La charge critique de flambement diminue quand le rapport longueur /épaisseur augmente. Cela implique que les effets d'échelle sur le comportement vis à vis le flambement ne sont pas évidentes pour les nano-poutres élancées mais ils doivent être pris en compte pour les nano-poutres courtes.

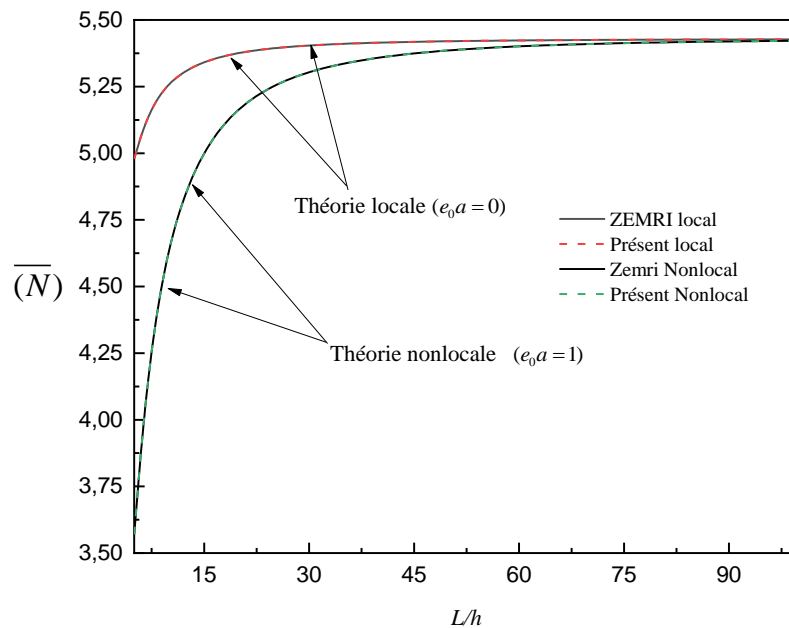


Figure V- 1 : L'effet du rapport longueur/épaisseur sur la charge critique du flambement (\bar{N}) avec $k=1$

La figure (V-2) montre l'effet du rapport longueur/épaisseur sur les réponses de la charge critique du flambement du nano-poutre FG. Les résultats locaux et non locaux sont donnés pour $e_0a = 0$ et $e_0a = 2$ nm, respectivement. On suppose que l'indice de la loi de puissance est constant, $k = 0,3$. On observe sur cette figure que la solution non locale du flambement critique est plus petite que la solution locale en raison des effets à petite échelle. Ce résultat indique que l'effet du paramètre non local assouplit le nano-poutre. Comme expliqué également, l'augmentation du rapport épaisseur / longueur augmente l'effet de la porosité sur le flambement critique.

La figure (V-3) présente la variation du flambement adimensionnel critique en fonction de l'indice de loi de puissance pour trois valeurs du coefficient de porosité $\alpha = 0, 0,1$ et $0,2$. On peut déduire de cette courbe que la charge de flambement augmente lorsque l'indice de matériel augmente. De plus, une augmentation du coefficient de porosité conduit à une augmentation de la charge critique du flambement.

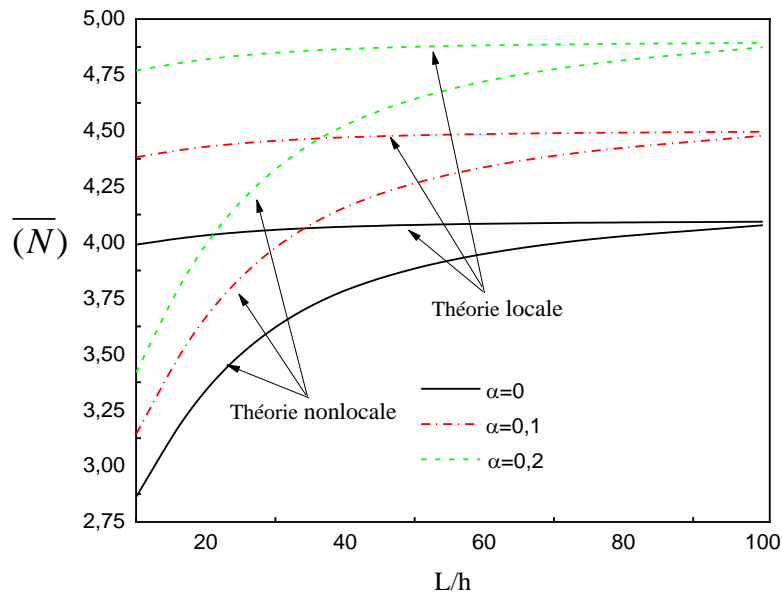


Figure V- 2 : Variation du flambement critique (\bar{N}) avec le rapport longueur/épaisseur et le coefficient de porosité α

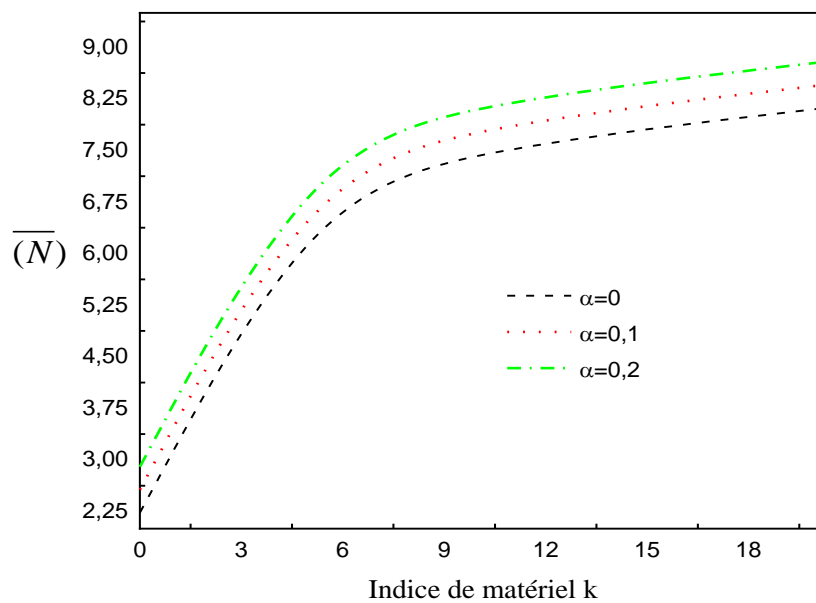


Figure V- 3 : Variation du flambement critique en fonction de l'indice de matériel avec $L/h = 20$, $e_0 a = 2 \text{ nm}$ et un coefficient de porosité α

La figure (V-4) présente la variation de la charge critique de flambement adimensionnelle en fonction du coefficient de porosité α et pour trois valeurs du rapport d'aspect $L/h = 15, 40$ et 70 . On peut déduire de cette courbe que la charge de flambement augmente de manière linéaire avec le coefficient de porosité.

Sur la figure (V-5), le flambement adimensionnel critique en fonction du paramètre Non-local avec le rapport de longueur $l/h=100$, l'indice de matériel $k=2$ et le coefficient de porosité $\alpha = 0, 0,1$ et $0,2$. Ces valeurs montrent que les réponses varient de manière non linéaire avec le paramètre non local. On peut constater que l'effet du paramètre non local sur la charge critique de flambement adimensionnelle des nano-poutre FG est important, en particulier pour les rapports longueur/épaisseur relativement élevés. Par conséquent, on peut conclure que les réponses des nano-poutre FG dépendent du rapport longueur/épaisseur et la base de l'élasticité non locale.

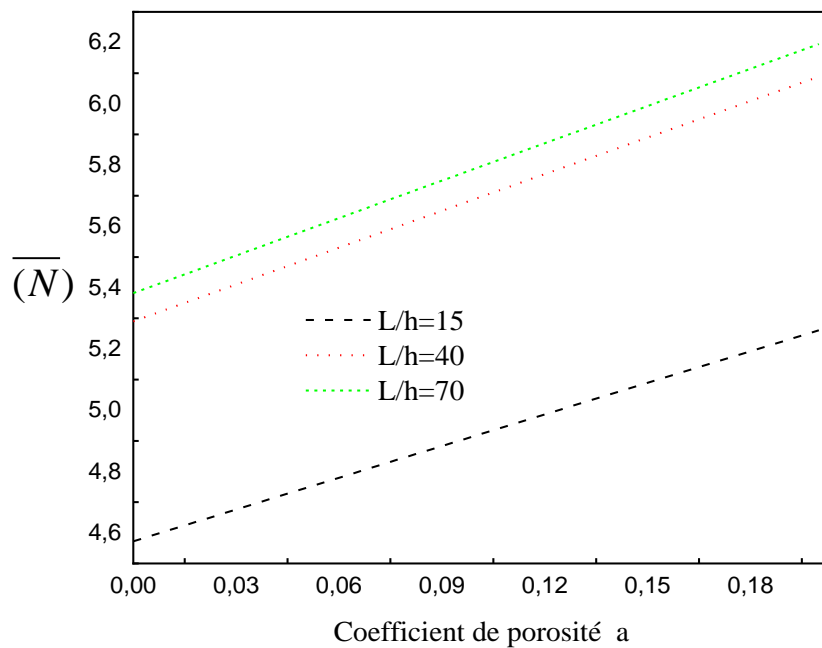


Figure V- 4 : Effet du coefficient de porosité α sur le flambement adimensionnel avec $e_0 a = 2 \text{ nm}$ et $k = 1$

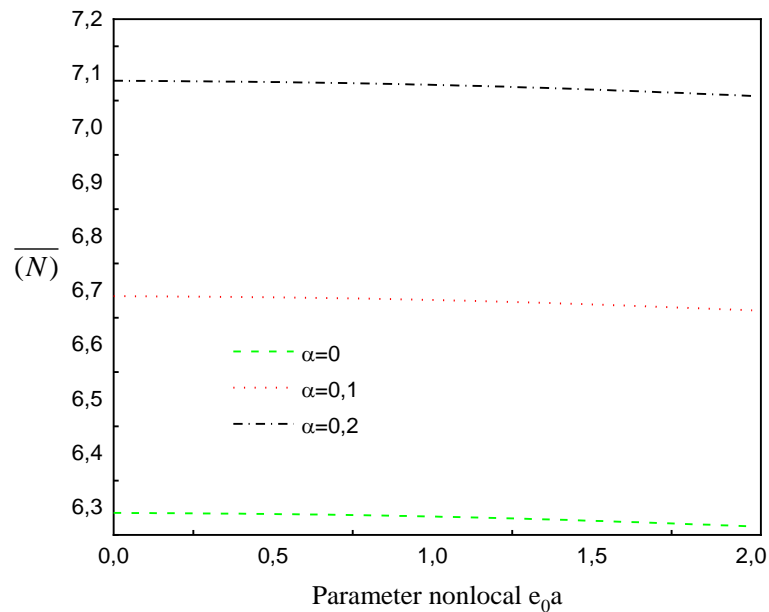


Figure V- 5 : Variation du flambement adimensionnelle en fonction du paramètre Non-local avec $L/h = 100$, $k = 2$ et le coefficient de porosité α .

La Figure (V.6) Montre l'effet du paramètre non local sur les charges critiques de flambement. Les résultats de cette figure sont obtenus en utilisant la théorie non locale des poutres avec l'inclusion de l'effet rapport longueur/épaisseur. L'indice matériel est supposé constant ($k=1.5$) et le coefficient de porosités $\alpha = 0.2$

La figure montre que les réponses varient de façon non linéaire avec le paramètre non local. On peut observer que l'effet du paramètre non local sur les charges critiques de flambement des nano-poutres FGM est important, en particulier pour des rapports d'aspect relativement plus élevés. Par conséquent, on peut conclure que les réponses des nano-poutres FGM sont dépendantes du rapport géométrique basé sur l'élasticité non locale.

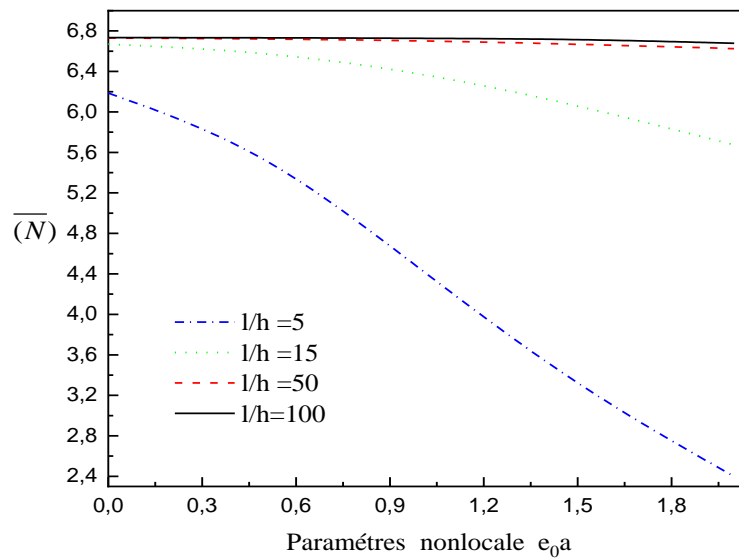


Figure V- 6 : Variation du flambement adimensionnelle critique en fonction du paramètre Non-locale avec, $k = 1.5$ et le coefficient de porosité $\alpha = 0.2$.

L'effet de l'indice matériel sur les charges critiques de flambement des nano-poutres FGM est représentées sur la figure (V-7) pour différentes valeurs de paramètres non locale avec $L/h = 15$. On peut remarquer que la charge critique de flambement augmente quand l'indice matériel augmente. On note que cette observation a été remarquée dans les tableaux (V-1) et (V-2), cela est dû au fait qu'une augmentation de l'indice matériel mène à une diminution de la rigidité de la poutre nano-FGM.

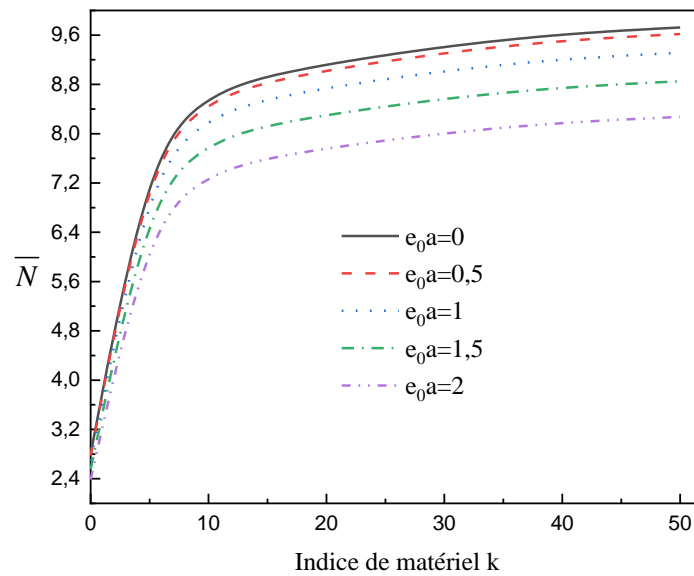


Figure V- 7 : Variation du flambement adimensionnelle critique en fonction de l'Indice de matériel avec $l/h = 15$ et le coefficient de porosité $\alpha = 0.1$.

V.4 Conclusion :

On Conclut, que l'utilisation de la théorie non locale nous amène à une souplesse remarquable au niveau de leur comportement mécanique, ce qui se traduit par la diminution de la charge de flambement propre. On constate que la porosité contribue à augmenter de manière significative le flambement non dimensionnel.

Les résultats obtenus et déjà comparés avec ceux de la littérature ([Larbi Chaht et al. 2015](#)) et ([Zemri Amine et al. 2015](#)). Montrent une bonne concordance ce qui nous même à conclure que la théorie utilisée dans le présent travail n'est pas seulement précise mais efficace pour l'étude du flambement des nano-poutres.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Dans ce travail, nous avons développé une méthode analytique directe pour déterminer les valeurs des charges critique de flambement, en utilisant une théorie raffinée d'ordre élevé pour prendre en compte l'effet de cisaillement sur le comportement **des poutres nano-FGM avec porosités**. Ainsi, le comportement des nano-poutres est fortement influencé par les forces interatomiques, cela nous oblige de considérer cet effet d'échelle en utilisant la théorie non-locale développée par Eringen.

Dans la théorie de l'élasticité classique (locale), la contrainte à un point dépend uniquement de la déformation au même point que dans la théorie de l'élasticité non locale, la contrainte à un point est fonction des déformations en tout point du milieu continu. De cette façon, la théorie de milieu continu non local contient des informations sur les forces à longue distance entre les atomes, et l'échelle de longueur interne est introduite dans les équations constitutives simplement comme paramètre matériel pour capturer l'effet de petite échelle.

Les résultats numériques prouvent effectivement que l'incorporation de paramètre d'échelle non local adoucit la nanostructure (réduit la rigidité), alors que l'incorporation de l'effet d'épaisseur la rend plus rigide. En tant que tel, les influences de petite échelle d'épaisseur exercent un effet significatif sur les performances structurelles de la nanostructure. Par conséquent, l'effet de la petite échelle devrait être pris en compte dans l'analyse et la modélisation du comportement mécanique des nanostructures avec porosités. Ainsi, on a prouvé que l'indice matériel a une grande influence sur le comportement des nanostructures fonctionnellement graduées avec porosités, et les réponses sont contrôlées en utilisant des valeurs propres de l'indice matériel. En outre, on constate que, les réponses des nanostructures en matériaux fonctionnellement gradués FGM avec porosités sont dépendantes du rapport d'élancement basé sur l'élasticité non locale.

Les propriétés du matériau sont supposées varier dans le sens de l'épaisseur de la poutre selon la règle du mélange, qui est reformulée pour évaluer les caractéristiques du matériau avec les phases de porosité.

Des formules mathématiques détaillées sont données et les résultats numériques établis, l'accent étant mis sur l'examen de l'influence de plusieurs paramètres. On constate plus particulièrement que l'effet des paramètres utilisé est prédominant pour les poutres de FG les plus courts et que la porosité contribue à diminuer légèrement la charge de flambement adimensionnelle.

Les résultats numériques obtenus à travers cette nouvelle théorie sont comparés avec ceux de la littérature. Ou une bonne concordance est observée par conséquent, on peut conclure que la présente théorie n'est pas seulement précise mais efficace pour l'étude de ce type de comportement.

En perspective, nous envisageons d'étudier d'autres structures telles que les nano-poutres, ainsi que les structures macro métriques et qui sont constituées par des matériaux nano structurés. Il est aussi prévu de développer un modèle élément finis pour des nanostructures constituant des FGM qui servira comme un outil de base pouvant s'intégrer dans un logiciel de calcul.

Référence bibliographique

Référence bibliographique

A

[Amanette Amina, 2011] Amanette Amina « analyse et modélisation du comportement des poutres en gradient à propriété », thèse de master d'université DILALI LIABES DE SIDI BEL ABBES 2011.

[Amara, U., et al (2010)]. Molecular intercommunication between the complement and coagulation systems. *The Journal of Immunology*, 185(9), 5628-5636.

[Ansari, R., Ajori, S., & Arash, B. (2012)]. Vibrations of single-and double-walled carbon nanotubes with layerwise boundary conditions: a molecular dynamics study. *Current Applied Physics*, 12(3), 707-711.

[Ait Atmane H, 2010] Ait Atmane H, A. Tounsi., I. Mechab., E.A Adda Bedia, (2010). Free vibration analysis of functionally graded plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations using a new shear deformation theory. *Int. J. Mech. Mater. Design*; 6 (2): 113-121.

[Atmane, H. A., Tounsi, A., & Bernard, F. (2017)]. Effect of thickness stretching and porosity on mechanical response of a functionally graded beams resting on elastic foundations. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 13(1), 71-84.

B

[Barati, M. R. (2017)]. On wave propagation in nanoporous materials. *International Journal of Engineering Science*, 116, 1-11.

[Bažant, Z. P., & Jirásek, M. (2002)]. Nonlocal integral formulations of plasticity and damage : survey of progress. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(11), 1119-1149

[Benferhat, R., et al (2016)]. Effect of porosity on the bending and free vibration response of functionally graded plates resting on Winkler-Pasternak foundations. *Earthquakes and Structures*, 10(6), 1429-1449.

Référence bibliographique

[Beni 90] Benien, H., Meyer, M. & Suchentrunk, R., Application of Functional Gradient Materials in the Aerospace Industry, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan*, 1990, p. 135-38.

[Berthelot 1999] Berthelot J.M. 3^{ème} édition, « Matériaux composites –comportement mécanique et analyse des structures ». Technique et documentation 1999 Paris.

[Bessaim,A 2013] Bessaim, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Adda Bedia, E.A. (2013), “A new higher-order shear and normal deformation theory for the static and free vibration analysis of sandwich plates with functionally graded isotropic face sheets”, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, **15(6)**, 671 – 703.

[Bessaim,A 2014] Bessaim, A, (2014), “ Etude de l’influence de cisaillement transverse et de la déformation normale sur le comportement statique et dynamique des structures FGM ”, *Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès*.

[Bishop 1993] Bishop, A, LIN, C. Y., Navaratnam, M., Rawlings, R.D., & Mcshane, H. B., A Functionally Gradient Material Produced by a Powder Metallurgical Process, *Journal of Materials Science Letters*, 1993, Vol. 12, p.1516-18.

[Boch 1986] Boch, P., Chartier, T.& Huttepain, M., Tape Casting of Al₂O₃/ZrO₂ Laminated Composites, *J. Am. Ceram. Soc.*, 1986, Vol. 69, N°. 8, p. C-191 - C-192.

[Boudraoui Fatoum Khadidja (2014)]. Etude du comportement statique et dynamique des poutres FGM en utilisant les différentes théories de cisaillement. Mémoire de fin d’études en vue de l’obtention du diplôme de Master.

[Bouafia Khadra 2017] Bouafia, K., Kaci, A., Houari, M.S.A., Benzair, A. and Tounsi, A. (2017), “A nonlocal quasi-3D theory for bending and free flexural vibration behaviors of functionally graded nanobeams”, *Smart Struct. Syst.*, 19(2), 115-126.

[Bowles et al.,1992] K.J. Bowles and S. Frimpong, ‘Voids effects on the interlaminar shear strength of unidirectional graphite-fiber reinforced composites’, *Journal of Composite Materials*, Vol 26, pp 1487-1509, 1992.

C

[Chabraborty et al, 2003] Chabraborty, A., Gopalakrishnan, S., Reddy, J.N., 2003, "A New Beam Finite Element for the Analysis of Functionally Graded Materials", *International Journal of Mechanical Science* ; 45: 519-539.

[Chig 90] Chigasaki, M., Kojima, Y., Nakashima, S. & Fukaya, Y., Partially Stabilized ZrO₂ and Cu FGM Prepared by Dynamic Ion Mixing Process, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan*, 1990, p.269-72.

[Chung et chi 2003] Chi. Shyang-ho., Chung Yen-Ling, Cracking in coating-substrate composites of multi-layered and sigmoid FGM coatings. *Engineering Fracture Mechanics*; 70 (10), 1227–1243, 2003.

[Costa et al., 2001] M.L. Costa, S.F. Müller de Almeida, M.C. Rezende, 'The influence of porosity on the ILSS of carbon/epoxy and carbon/bismaleimide fabric laminates', *Composites Science and Technology*, Vol. 61 ; pp 2101-2108 ; 2001.

D

[Davoodinik, 2005] Davoodinik, A.R, "Mechanical Behavior Analysis of FGM Timoshenko's Beam", Ph.D. dissertation, Tarbiat Modarres University, Tehran, 2005.

[Delale F 1983] Delale, F. Erdogan. « The crack problem for a non homogeneous plane ». *ASME Journal of Applied Mechanics* 50, 609 –614, 1983.

[Duan et al 2013] Duan WH, Challamel N, Wang CM, Ding Z. Development of analytical vibration solutions for microstructured beam model to calibrate length scale coefficient in nonlocal Timoshenko beams. *J Appl Phys.* 2013 ;114 : 104312-11.

E

[Eringen 1972] Eringen, A.C. and Edelen, D.G.B., “On nonlocal elasticity”, *Int. J. Eng. Sci.*, (1972), 10, 233-248

[Eringen 1983] Eringen, A.C., “On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves”, *J. Appl. Phys.*, (1983), 54(9), 4703-4710.

F

[Fuku 1990] FUKUSHIMA, T., KURODA, S. & KITAHARA, S. «Gradient Coatings Formed by Plasma Twin orches and those Properties», in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan* , 1990, p. 145-50.

G

[Ghaffari, M., et al. (2018)]. Improved massively parallel computation algorithms for mis, matching, and vertex cover. arXiv preprint arXiv:1802.08237.

[Guy 1974] Guy Villard « Notions de résistance des matériaux Tome I » N° d'édition :262/72, 1972, p 48.

H

[Hadji et Al 2013] Hadji, T.H. Daouadji, A. Tounsi and E.A. Bedia. « A higher order shear deformation theory for static and free vibration of FGM beam » Université Ibn Khaldoun, BP 78 Zaaroura, 14000 Tiaret, Algérie Laboratoire des Matériaux & Hydrologie, Université de Sidi Bel Abbes, 22000 Sidi Bel Abbes, Algérie, **Steel and Composite Structures**, Vol. 16, No. 5 (2014)507-519, 2013.

[Harper et al., 1987] B.D. Harper, G.H. Staab and R.S. Chen, ‘A note on the effects of voids upon the hygral and mechanical properties of AS4/3502 Graphite/Epoxy’, *Journal of Composite Materials*, Vol. 21, pp 280-289, March 1987.

Référence bibliographique

[Hildebrand et al 1949] F.B. Hildebrand., E. Reissner., G.G. Thomas, Notes on the foundations of theory of small displacements of orthotropic shells. NACA T. N. N° :1833, 1949.

[Hill 96] Hillman, C., Suo, Z. & Lange, F.F., Cracking of Laminates Subjected to Biaxial Tensile Stresses, *J. Am. Ceram. Soc.*, 1996, Vol. 79, N° . 8, p. 2127-33.

[Hirai 1996] Hirai, T « *Functional gradient materials*», *Processing of ceramics*»Part 2, Weinheim, Germany: VCH Verlagsgesellschaft mbH Publishers; p. 293–341, 1996.

[Hossein 1997] ABDIZADEH Hossein, thèse doctorat « Elaboration et caractérisation de composites Duplex, composites laminaires tri-couches à base d'alumine » l'institut national des sciences appliquées Lyon, 1997.

[Huang et al 2012] Huang LY, Han Q, Liang YJ. Calibration of nonlocal scale effect parameter for bending singlelayered graphene sheet under molecular dynamics. *Nano*. 2012 ;7 : 125003-8.

[Howatt, G. N., et al (1947)]. Fabrication of thin ceramic sheets for capacitors. *Journal of the American Ceramic Society*, 30(8), 237-242.

J

[J.F. Groves et al.1997] Groves, J.F, Wadley, H.N.G., “Functionally graded materials synthesis via low vacuum directed vapor deposition,” *Composites Part synthesis via low vacuum directed vapor deposition*,” *Composites Part B : Engineering*, vol. **28**, 1997.

[J.S. Moya et al 1992] Moya, J. S., Sanchez-Herencia, A. J., Requena, J. & Moreno, R, Functionally Gradient Ceramics by Sequential Slip Casting, *Materials Letters*, 1992, Vol. 14, p.333-35.

K

[**Kant 2002**] T. Kant., K. Swaminathan, Analytical solutions for the static analysis of laminated composite and sandwich plates based on a higher order refined theory. Composite. Structure; 56 (4): 329-344, 2002.

[**Kadoli, R., Akhtar, K., & Ganesan, N. (2008)**]. Static analysis of functionally graded beams using higher order shear deformation theory. Applied Mathematical Modelling, 32(12), 2509-2525.

[**Karama et al. 2003**] KARAMA M., Afaq K.S, Mitsou S., « Mechanical behavior of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverseshear stress continuity », Int. J. Solids Struct, Vol. 40, 2003, p. 1525-1546.

[**K.Nora 2011**] KASSIMI NORA « étude des contraintes d'interface d'une poutre FGM renforcées par une plaque en matériaux composites », thèse de master d'université DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES 2011.

[**Kieback 2003**] B.kieback, A.neubrand, H.riedel, processing techniques for functionally graded materials, material science and engineering a362 (2003) 81-105.

[**Koiter 1974**] Koiter W. T. An consistent first approximation in general theory of buckling of structures. IUTAM Symposium, Harvard University, p. 133-147, 1974.

[**Kyoungsoo Park et al., 2010**] Kyoungsoo Park, Glaucio H. Paulino, Jeffery Roesler, Cohesive fracture model for functionally graded fiber reinforced concrete, Cement and Concrete Research 40 956–965, 2010.

L

[**Larbi Chaht et al.2015**] Larbi Chaht, F., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Anwar Bég, O., Mahmoud, S.R. (2015), “Bending and buckling analyses of functionally graded material (FGM) size-dependent nanoscale beams including the thickness stretching effect”, Steel Compos. Struct., 18(2), 425-442.

Référence bibliographique

[Liu et al 2004] L. Liu, B. Zhang, D. Wang, 'Void content in carbon/epoxy composites and its effects on flexural properties', *49th International Sampe Symposium and Exhibition*, pp 254-261, 2004.

[Liu et al 2006 (a)] L. Liu, B. Zhang, D. Wang, Z. Wu, 'Effects of cure cycles on void content and mechanical properties of composite laminates', *Composite Structure*, Vol. 73, pp 303-309, 2006.

[Lucc 95] Lucchini, E. & Sbaizero, O., Alumina/Zirconia Multilayer Composites Obtained by Centrifugical Consolidation, *J. European Ceram. Soc.*, 1995, Vol. 15, p. 975-81.

M

[Mévrel 2009] Mévrel R., Les systèmes barrières thermiques pour aubes de turbine, Département Matériaux Métalliques et Procédés, *PlastOx 2007 (2009)*, 255-264.

[Mindlin 1951] R.D. Mindlin, Influence of rotatory inertia and shear on flexural motion of isotropic, elastic plates. *J.Appl.Mech*; 18 (1): 31-38, 1951.

[Miyamoto 1999] Miyamoto Y, Kaysser WA, Rabin BH, Kawasaki A, Ford RG, 1999, *Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications*, Kluwer Academic, Boston.

N

[Naghdi 1957] P. M. Naghdi, On the theory of thin elastic shells. *Quarterly Appl. Math*, 14: 369-380 1957.

[Narottam P. Bansal 2011] Narottam P. Bansal, Jitendra P. Singh, Jacques Lamon, Sung R. Choi, *Processing and Properties of Advanced Ceramics and Composites III: Ceramic Transactions*; John Wiley & Sons; page 110, 4 août 2011.

[Nowinski, 1978] Nowinski, J.L. "Theory of Thermo Elasticity with Applications", Sijthoff & Noordhoff International Publishers, 1978.

O

[Okamura 1991] Okamura.H, “State of the Arte of material design projects for sever service application”, *Mater.Sci; Engng* ; vol. A143.p,3-9, 1991.

[Olivier 1994] P. Olivier, ‘Etude des contraintes résiduelles de cuisson dans les stratifiés carbone / époxy en relation avec les cycles de polymérisation’, *Thèse de doctorat*, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 270p, 1994.

[Olivier et al 1995] P. Olivier, J.P. Cottu et B. Ferret, ‘Effects of cure cycle pressure and voids on some mechanical properties of carbon/epoxy laminates’, *Composites*, Vol. 26 N°7, p 509, 1995.

P

[Patrice Cartraud 2011] Cartraud, P. “ Mécanique des Structures. Etude des Poutres”, *Engineering school. Ecole Centrale de Nantes, FRANCE*, 67, 2011.

[Peddieson, J., et al (2003)]. Application of nonlocal continuum models to nanotechnology. *International Journal of Engineering Science*, 41(3-5), 305-312.

[Pisano, A. A., & Fuschi, P. (2003)]. Closed form solution for a nonlocal elastic bar in tension. *International Journal of Solids and Structures*, 40(1), 13-23.

R

[Reddy 1984] Reddy, J.N., "A Simple Higher-Order Theory for Laminated Ccomposite Plates", *ASME Journal of Applied Mechanics*, 745–752, 1984.

[Reddy 1997] Reddy, J., 1997. *Mechanics of Laminated composites plates. Theory and analysis*. CRC Press, Boca Raton.

[Reddy 1999] Reddy, J., 1999. *Theory and analysis of Elastic Plates*. Taylor Francis, Philadelphia.

[Reissner 1945] E. Reissner The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. *J Appl Mech, Trans ASME* ; 12(2) :69–77, 1945.

Référence bibliographique

[Reissner 1975] E. Reissner, On transverse bending of plates, including the effects of transverse shear deformation, *Int. J. Solids Structures*; 25 (5):495-502, 1975.

S

[Sbai 96] Sbaizero, O. & Lucchini, E. Influence of Residual Stresses on the Mechanical Properties of a Layered Ceramic Composite, *J. European Ceram. Soc.*, 1996, Vol. 16, p. 813-18.

[Serge LAROZE 2005] L.Serge « Mécanique des structures Tome 2 poutres », ISBN : 2.85428.712.6, p9, 2005.

[Schaefer, 1994] D.W. Schaefer, 'Engineered porous materials', *A publication of the Materials Research Society : Bulletin MRS*, Vol 19, N°4, pp 14-17, 1994.

[Schoeller, 1955] H. Schoeller, 'Hydrogéologie'. Ecole Nationale Supérieur du Pétrole, Technip, Paris, 2 vol, 443 p, 1955.

[Shyang-Ho et Yen-Ling, 2006] Shyang-Ho Chi, Yen-Ling Chung. "Mechanical Behavior of Functionally Graded Material Plates Under Transverse Load-Part I : Analysis", *Inter. J. of Solids and Structures* ; 43 : 3657-3674, 2006.

[Stef 1990] Steffens, H. D., Dvorak, M. & Wewel, M., Plasma «Sprayed Functionally Gradient Materials-Processing and Applications», in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan* , 1990, p. 139-43.

Sudak, L. J. (2003). Column buckling of multiwalled carbon nanotubes using nonlocal continuum mechanics. *Journal of applied physics*, 94(11), 7281-7287

Sreenivasulu, G., et al (2012). Expression and immunolocalization of 20 β -hydroxysteroid dehydrogenase during testicular cycle and after hCG induction, in vivo in the catfish, *Clarias gariepinus*. *General and comparative endocrinology*, 175(1), 48-54.

T

[Taka 90] Takahashi, M., Itoh, Y. & Kashiwaya, H., Fabrication and Evaluation of W/Cu Gradient Material by Sintering and Infiltration Technique, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan*, 1990, p.129-34.

[Tamura et al 1973] Tamura I, Tomota Y, Ozawa M, 1973, Strength and ductility of Fe-Ni-C alloys composed of austenite and martensite with various strength, Proceedings of the 3rd International Conference on Strength of Metals and Alloys (Institute of Metals, and Iron and Steel Institute, London 1973, 1 :611-615.

[Tang et al., 1987] J.M. Tang, W.I. Lee and G.S. Springer, 'Effects of cure pressure on resin flow, voids and mechanical properties', *Journal of Composite Materials*, Vol 21, p 421-440, May 1987.

[TCPP 2014] « Traitements Composites Poudres et Process cpp »
<http://www.tcpp.fr/html/plasma.htm> consulté le 07 février 2014.

[Timoshenko 1959] Timoshenko, S. P., Woinowsky-Kreiger, S., 1959. Theory of plates and Shells. McGraw-Hill, New York.

[Timoshenko 1970] Timoshenko,S. P.Goodier,J.N .: «Theory of elasticity»,3rd end. McGraw Hill, New York 1970.

[Touratier 1991] M. Touratier. An efficient standard plate theory. *Engng Sci*, 1991, vol. 29, no. 8, pages 901,916.

U

[Ugural, 1981] A.C Ugural."Stresses in Plates and Shells", McGraw- Hill, New York, 1981.

W

[Wattanasakulpong, N., et al (2012)]. Free vibration analysis of layered functionally graded beams with experimental validation. *Materials & Design* (1980-2015), 36, 182-190.

[Wattanasakulpong, N., & Ungbhakorn, V. (2014)]. Linear and nonlinear vibration analysis of elastically restrained ends FGM beams with porosities. *Aerospace Science and Technology*, 32(1), 111-120.

[Wang Q 2005] Wang, Q, “Wave propagation in carbon nanotubes via nonlocal continuum mechanics”, *J. Appl. Phys.*, 98, 124301, 2005.

[Wang Q 2007] Wang, Q, Liew, KM, “Application of nonlocal continuum mechanics to static analysis of micro- and nano-structures”, *Phys Lett A*, **363**, 236–242, 2007.

[Wisnom et al 1996] M.R. Wisnom, T. Reynolds and N. Gwilliam, ‘Reduction in ILSS by discrete and distributed Voids’, *Composites Science and Technology*, 56, pp 93-101, 1996.

Y

[Yohann LEDRU 2009] Y. Ledru, R. Piquet, F. Schmidt, L. Michel, G. Bernhart, ‘Quantification 2-D et 3-D de la Porosité par Analyse d’Image dans les Matériaux Composites Stratifiés Aéronautique’, *Proc of JNC16*, 2009.

[Yokota 1978] M.J. Yokota, ‘Process controlled curing of resin matrix composites’, *Sample Journal*, p11-17, July/Augus, 1978.

[Yoshida et al 1986] H. Yoshida, T. Ogasa and R. Hayashi, ‘Statistical approach to the relationship between ILSS and void content of CFRP’, *Composites Science and Technology*, Vol 25, pp 3-18, 1986.

[Yuki et al 1990] Yuki M., Murayama T., Irisawa T., «Temperature gradient sintering of PSZ/Mo Functionally Gradient Material by laser beam heating», in proceeding of the first international symposium on functionally gradient materials FGM, Sendai-Japan, 1991, 203208.

Z

[Zhang, Y. L., Li, B. Y., & Zheng, D. (2002)]. Datasets of the boundary and area of the Tibetan Plateau. Global Change Research Data Publishing and Repository, 2014. DOI: 10.3974/geodb. 2014.01. 12. v1.

[Zemri Amine et al 2015] Zemri, A., Houari, M.S.A., Bousahla, A.A. and Tounsi, A. (2015), “A mechanical response of functionally graded nanoscale beam : an assessment of a refined nonlocal shear deformation theory beam theory”, Struct. Eng. Mech., 54(4), 693-710.

[Zhu, Y. G., Smith, S. E., & Smith, F. A. (2001)]. Zinc (Zn)-phosphorus (P) interactions in two cultivars of spring wheat (*Triticum aestivum* L.) differing in P uptake efficiency. Annals of Botany, 88(5), 941-945.

[Zhong et Yu 2007] Zhong, Z., Yu, T. Analytical solution of a cantilever functionally graded beam. Composites Science and Technology 67 :481–488, 2007.

Résumé

Dans ce travail, nous présentons une théorie efficace non locale d'ordre supérieur pour la charge critique de flambement des nano-poutres fonctionnellement graduée (FG) avec des porosités.

Le comportement élastique non local est décrit par le modèle constitutif différentiel d'Eringen. Qui permet au modèle actuel de devenir efficace dans l'analyse et la conception des nanostructures.

Le présent modèle intègre le paramètre d'échelle de longueur (paramètre non local) qui peut capturer le petit effet d'échelle. Les équations qui régissent les nano-poutres à porosités de calibre fonctionnel sont dérivées en utilisant le principe de Hamilton. Des solutions analytiques sont présentées pour un nano-poutre FG simplement appuyée avec des porosités. Ces résultats sont comparés par d'autres résultats mentionnés dans la littérature. Des exemples expliqués sont également donnés pour montrer les effets de la fraction volumique de porosité, des rapports de forme et des rapports d'épaisseur sur la longueur flambement des poutres FG.

Mots clés : Nano-poutre ; La théorie d'élasticité non locale ; Flambement ; Matériaux à gradient fonctionnelle. Porosité.

الملخص

في هذا العمل، نقدم نظرية عالية الكفاءة غير محلية للتحميل الحرج من الحزم النانوية الوظيفية (FG) مع المسامية. يوصف السلوك المرن غير المحلي من خلال نموذج Eringen التفاضلي التأسيسي. يتيح ذلك للنموذج الحالي أن يصبح فعالاً في تحليل وتصميم الهياكل النانوية. يشتمل هذا النموذج على معلمة مقياس الطول (معلمة غير محلية) يمكنها التقاط تأثير المقياس الصغير. وتستمد المعادلات التي تحكم الحزم النانوية ذات التدرج الوظيفي باستخدام مبدأ هاملتون. يتم تقديم حلول تحليلية لمجموعة FG-nano-beam مدعومة ببساطة بالمسامية. تتم مقارنة هذه النتائج بالنتائج الأخرى المذكورة في الأدب. يتم تقديم أمثلة موضحة أيضاً لإظهار تأثيرات جزء حجم المسامية ونسب الشكل ونسب السمك على طول مشبك حزمة FG. **الكلمات المفتاحية :** Nano-beam؛ نظرية المرونة غير المحلية؛ التواء. مواد التدرج الوظيفي. المسامية.

Abstract

In this work, we present an efficient non-local higher-order theory for the critical buckling load of functional-graded nano-beams (FG) with porosities. Non-local elastic behavior is described by Eringen's differential constitutive model. That allows the current model to become effective in the analysis and design of nanostructures. This model incorporates the length scale parameter (non-local parameter) that can capture the small-scale effect.

The equations governing nano-girders with functional-grade porosities are derived using the Hamilton principle. Analytical solutions are presented for a nano-beam FG simply supported with porosities. These results are compared by other results mentioned in the literature.

Explained examples are also given to show the effects of porosity volume fraction, shape ratios and thickness ratios on the FG beam buckling length.

Keywords: Nano-beam; Non-local elasticity theory; Buckling; Functional gradient materials. Porosity.