

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



PROJET DE THESE

Pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT 3ème CYCLE LMD

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Comportement mécanique des structures et des solides

Présentée par :

SERHANE Hanane

Analyse et simulation du comportement dynamique des structures composites type sandwich. Application au contrôle actif des vibrations des structures.

Soutenue

devant la commission d'examen composée de :

MEGUENI Abdelkader

Professeur UDL SBA

Président

BENHAMENA Ali

Professeur Univ. Mascara

Examineur

REFASSI Kaddour

Professeur UDL SBA

Examineur

ZIADI Abdelkader

Professeur C.U. Témouchent

Examineur

BOUKHOULDA Farouk Benallel

Professeur UDL SBA

Directeur de thèse

DASCALESCU Lucian

Professeur Univ. de Poitiers, France

Co-directeur de thèse

2018-2019

Remerciements

Cette thèse présente le fruit de résultats de recherches menées durant la période de 2013 à 2018 au sein du laboratoire de Mécanique des Structures et des Solides (LMSS) de l'Université Djilali Liabes (UDL) de Sidi Bel Abbès et du laboratoire PPRIME, UPR 3346 CNRS – Université de Poitiers - ENSMA/France dans le cadre du programme boursier Algérien pour la finalisation des thèses de doctorat.

Les résultats auxquels nous avons abouti sont des efforts et des contributions de plusieurs personnes que nous remercierons sincèrement.

En premier lieu, merci au Professeur Boukhoulda Farouk Benallel, directeur de thèse, qui m'a guidé, aidé et encouragé tout au long de ce projet. Travailler sous sa direction et au sein de son équipe de recherche a été une expérience très enrichissante. Il nous a toujours motivé et a été disponible tout le temps.

Je remercie également Monsieur Bendine Kouider, Maître de conférences à l'université de Sidi Bel Abbès, pour l'aide apporté à ce travail et sa contribution appréciable. Qu'il trouve ici toute ma reconnaissance et mes remerciements les plus sincères.

Je ne saurais oublier également l'aide de Monsieur Dascalascu Lucian. Dès mon arrivée au laboratoire PPRIME à Engoulêmes (France), le Professeur Dascalascu Lucian, co-directeur de thèse et directeur de la recherche à l'IUT, m'a très bien accueilli dans son laboratoire et m'a accompagné et encouragé durant tout mon séjour en France. Il a été présent tout le temps avec ses conseils très utiles pour faire avancer mes travaux de recherche. Qu'il trouve à travers ce travail l'expression de ma profonde gratitude et reconnaissance.

Je remercie également le Dr Zhaghoul Thami, Maître de conférences à l'IUT d'Engoulêmes (France) et le Professeur Medles Karim pour leur aide précieuse et leur disponibilité. Les nombreuses et fructueuses discussions que j'ai eu avec eux m'ont été très enrichissantes.

Je remercie également vivement le Professeur Megneni Abdelkader, le Professeur Ziadi Abdelkader, le Professeur Benhamena Ali et le Professeur Refassi Kaddour pour avoir accepté d'examiner mon travail en acceptant de participer au jury de soutenance.

Je remercie finalement tous les membres de ma famille pour m'avoir soutenu et supporté durant ces dernières années et en particulier mes parents, mes sœurs et mon frère ainsi que toutes les autres personnes qui se reconnaîtront et qui m'ont soutenu pendant les moments difficiles que j'ai pu avoir et m'ont fait profiter de leur bonne humeur.

Résumé

Basé sur des méthodes numériques et en utilisant des dispositifs d'amortissement piézoélectriques actifs, les vibrations des plaques composites étudiées de type sandwich sont amorties. L'analyse a conduit au développement de modèles éléments finis prenant en compte les phénomènes physiques et géométriques intervenants (couplage structures/patches piézoélectriques). Ainsi, un modèle d'une plaque sandwich a été conçu et validé en utilisant les logiciels commerciaux tels que Ansys et Matlab. Pour le contrôle des vibrations, deux algorithmes de contrôleurs LQR et PID sont implémentés et comparés. Lors des simulations, les plaques ont été soumises à deux types de sollicitations (excitation impulsionnelle et harmonique). Pour la validation, une comparaison avec des résultats numériques de la littérature a été faite.

Dans la dernière partie de ce travail, une optimisation utilisant un algorithme génétique en contrôle actif de vibrations d'une plaque sandwich est proposée afin d'optimiser le positionnement des patches. La procédure d'optimisation est basée sur la minimisation l'indice linéaire quadratique.

Mots clés:

Control des vibrations ; Sandwich ; Patches piézoélectriques ; Eléments finis ; Optimisation.

Abstract

Using numerical methods and using active piezoelectric damping devices, the vibrations of the studied sandwich-type composite plates are damped. The analysis of a path during several types of finite elements taking into account the physical and geometric phenomena involved. Thus, models relating to sandwich plates were designed and validated using commercial software such as Ansys and Matlab. For vibration control, two LQR and PID control algorithms are applied and compared. During simulations, the plates were subjected to two types of loads (impulsion and harmonic excitation). For validation, a comparison with the numerical results of the literature was made. In the last part of this work, an optimization using a genetic algorithm in active vibration control of a plate is highlighted in order to optimize the positioning of the patches. The optimization procedure is based on the minimization of the quadratic linear index.

Keywords: vibrations control, sandwich, piezoelectric patches, finite elements, optimization.

Nomenclatures

[A] : Matrice d'état du système,
{ \bar{a} } Et { \bar{p} } : Coefficients des vecteurs,
[B] : Matrice de contrôle d'entrée,
[C] : Matrice de sortie,
[\hat{C}] : Matrice de sortie,
 c^e : Matrice d'élasticité,
[D] : Rigidité du matériau,
 D_p : Déplacement électrique du matériau piézoélectrique,
[e] : Matrice des coefficients piézoélectriques,
 E_i : Module de Young,
 \bar{E}_p : Champ électrique du matériau piézoélectrique,
 h_i : Epaisseur des peaux,
K : Energie cinétique,
[K] : Matrice de rigidité,
{ N_w } : Matrice de la fonction de forme,
[M] : Matrice masse,
S : Energie potentielle,
[T_k] $_i$: Matrice de distribution,
[Q], [R] : Matrices de pondération,
 u_a : Déplacement de membrane,
w : Champ de déplacement transverse,
 \bar{w} : Déplacement global,
 w_a : Rotation due à la flexion,
 w_e, \ddot{w} : Travail effectué par les forces électrique et mécanique,
 X_p : Matrice électrique,

Symboles grecs

θ : Rotation
{ σ } : Champ de contrainte,
{ ε } : Champ de déformation,
 ν_i : Coefficient de Poisson,

$\{\beta_i\}$: Déplacements nodaux d'un élément,

σ_p : Contrainte mécanique des matériaux piézoélectriques,

ϵ_p : Déformation mécanique des matériaux piézoélectriques,

φ : Tension électrique (voltage),

$[\Omega]$: Matrice modale,

Indices

P : relatif à la plaque sandwich,

S : relatif au capteur (« sensor » en anglais),

A : relatif à l'actionneur (« actuator » en anglais),

uu : relatif à la raideur,

$\varphi\varphi$: relatif à la rigidité diélectrique,

$u\varphi$: relatif à la rigidité piézoélectrique,

x, y, z : Direction des axes,

Les exposants

e: relatif à l'élément

T: relatif à la matrice transposé

SOMMAIRE

REMERCIEMENTS	I
RESUME.....	II
NOMENCLATURES.....	III
LIST DES FIGURES	VII
LISTE DES TABLEAUX	X
INTRODUCTION GENERAL	11
CHAPITRE I.....	15
I.1 LES MATERIAUX COMPOSITES TYPE SANDWICHS	16
I.1.1 INTRODUCTION	16
I.1.2 LES ELEMENTS CONSTITUANT LES PANNEAUX SANDWICHS.....	19
I.1.2.1 <i>Les peaux</i>	19
I.1.2.2 <i>L'âme</i>	21
I.2 LES MATERIAUX INTELLIGENTS DANS LE CONTROLE ACTIF DES VIBRATIONS	25
I.2.1 LA PIEZOELECTRICITE	26
I.2.3 DEFINITION, PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT.....	27
I.2.4 PRINCIPE DE L'EFFET DIRECT ET INDIRECT.....	29
I.2.5 LES EQUATIONS GENERALES DE LA PIEZOELECTRICITE	30
I.2.6 DESCRIPTION DU PHENOMENE.....	31
I.2.6 MECANISMES D'ACTIONNEMENT.....	34
I.2.7 LES APPLICATIONS DES MATERIAUX PIEZOELECTRIQUE	35
CHAPITRE II.....	38
II.1 PREMIERE PARTIE : CONTROLE DES VIBRATIONS.....	39
II.1.1 LE CONTROLE PASSIF	40
II.1.2 CONTROLE ACTIF DES VIBRATIONS	41
II.1.2.1 <i>Etat de l'art</i>	41
II.1.2.2 <i>Principe du contrôle actif</i>	42
II.2 LES ALGORITHMES DE CONTROLE.....	43
II.2.1 REGULATEURS PROPORTIONNELS-INTEGRAUX-DERIVES (PID).....	43
II.2.1.2 <i>Description des régulateurs PID</i>	44
II.2.1.2 <i>Les algorithmes du PID</i>	46
II.2.1.3 <i>Les différentes structures d'un PID</i>	47
II.2.2 CONTROLE QUADRATIQUE LINEAIRE.....	48
II.3 DEUXIEME PARTIE : OPTIMISATION DU POSITIONNEMENT DES ACTIONNEURS	50
II.3.1 ETAT DE L'ART	50
II.3.2 PROBLEME D'OPTIMISATION	52
II.3.3 ALGORITHMES GENETIQUES	53
II.1.3.3.1 <i>Codage du chromosome</i>	54
II.1.3.3.2 <i>Sélection</i>	55

II.1.3.3.3	Le croisement (crossover)	56
II.1.3.3.4	Mutation	58
II.4	AVANTAGES DES ALGORITHMES GENETIQUES	58
	CHAPITRE III	59
III.1	INTRODUCTION	60
III.2	THEORIE DES PLAQUES	61
II.2.1	CHAMPS DE DEPLACEMENT	61
II.2.2	CHAMPS DE DEFORMATION	62
III.3	FORMULATION THEORIQUE D'UNE PLAQUE SANDWICH.....	63
III.4	MODALISATION D'UNE PLAQUE SANDWICH PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	63
III.5	FORMULATION GENERALE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	64
III.5.1	DISCRETISATION.....	64
III.5.2	FORMULATION DU PHENOMENE PIEZOELECTRIQUE.....	67
III.5.3	PRINCIPE D'HAMILTON.....	69
III.5.4	COORDONNEE MODALE	72
III.6	ALGORITHME DE CONTROLE LQR.....	73
III.7	ALGORITHME DE CONTROLE PID.....	74
III.8	METHODOLOGIE DE PLACEMENT DES PATCHS A L'AIDE DE L'ALGORITHME GENETIQUE.....	75
III.8.1	TECHNIQUE D'OPTIMISATION.....	76
III.8.2	DISCRETISATION DE LA PLAQUE SANDWICH	77
	CHAPITRE IV	80
IV.1	MODELISATION DE LA PLAQUE SANDWICH ET DES PATCHS SOUS ANSYS	81
IV.2	UTILISATION DE LOGICIEL ANSYS	81
IV.2.1	GEOMETRIE DE LA STRUCTURE ET PROPRIETES.....	81
IV.2.2	ELEMENTS FINIS CHOISI.....	82
IV.3	ETUDE DU CAS DE LA PLAQUE ENCASTREE-LIBRE	83
IV.3.1	DISCRETISATION DE LA PLAQUE ET DES PATCHS PIEZOELECTRIQUES.....	83
IV.3.2	APPLICATION DU CONTROLE	86
IV.3.3	INFLUENCE DU NOMBRE DE PATCHS	87
IV.3.4	CAS DE CHARGE HARMONIQUE.....	93
IV.4	MODELE D'UNE PLAQUE ENCASTREE- ENCASTREE.....	95
VI.4.1	CALCUL DES FREQUENCES PROPRES.....	96
VI.4.2	INFLUENCE DU NOMBRE DE PATCHS	97
IV.5	OPTIMISATION DU POSITIONNEMENT DES PATCHS PIEZOELECTRIQUES	101
	CONCLUSION.....	105
	REFERENCE BIBLIOGRAPHIE.....	108

List des Figures

CHAPITRE I

Figure (I.1)	Quelque domaine d'utilisation des matériaux sandwich.....	13
Figure (I.2)	Structure sandwich.....	14
Figure (I.3)	Exemple de sandwich avec une âme en mousse.....	18
Figure (I.4)	Exemple d'un sandwich avec âme en nid d'abeille.....	20
Figure (I.5)	L'aile d'essai des aérostructures	24
Figure (I.6)	Illustration 2D de l'apparition de la piézoélectricité.....	25
Figure (I.7)	Organigramme des classes cristallines	25
Figure (I.8)	Effets piézoélectriques direct et indirect	27
Figure (I.9)	Numérotation des directions en notation tensorielle Condensée.....	30
Figure (I.10)	Les principaux modes de déformation d'un matériau Piézoélectrique.....	32
Figure (I.11)	Réduction des vibrations d'un bras de satellite.....	33
Figure (I.12)	Réduction des vibrations dans les ailes d'avions.....	33
Figure (I.13)	Control active des vibrations d'une pôle d'hélicoptère The Boeing.....	34

CHAPITRE II

Figure (II.1)	Configuration de contrôle passif et actif	36
Figure (II.2)	Amortissement avec une couche viscoélastique collée à une plaque.....	37
Figure (II.3)	Diagramme de contrôle actif	39
Figure (II.4)	PID en série.....	45
Figure (II.5)	PID en parallèle.....	45
Figure (II.6)	Les étapes de processus d'optimisation	50
Figure (II.7)	Procédure de génération de l'algorithme génétique.....	51
Figure (II.8)	Croisement d'un point.....	54
Figure (II.9)	Croisement à deux points.....	55
Figure (II.10)	Croisement uniforme.....	55

CHAPITRE III

Figure (III.1)	Cinématique de love – Kirchhoff.....	59
Figure (III.2)	Système de coordonnées d'un élément fini de plaque sandwich muni de patches piézoélectriques.....	63
Figure (III.3)	Courbure d'une plaque produite par l'expansion d'une couche piézoélectrique et la contraction de l'autre.....	66
Figure (III.3)	Schéma du système de contrôle de rétroaction PID.....	72
Figure (III.4)	Organigramme d'un algorithme génétique.....	74
Figure (III.5)	Discrétisation de la plaque sandwich en 100 éléments.....	76
Figure (III.6)	Représentation et le codage des variables (jusqu'à 100).....	75

CHAPITRE IV

Figure (IV.1)	Élément finis tridimensionnel de type solide (Ansys Inc).....	81
Figure (IV.2)	Modélisation de la plaque sandwich libre-encasté avec ANSYS.....	82
Figure (IV.3)	Résultats théoriques des cinq premiers modes naturels de la plaque sandwich encastée-libre.....	83
Figure (IV.4)	Réponses en fréquences.....	89
Figure (IV.5)	Schéma de contrôle utilisé pour valider l'algorithme de contrôle LQR appliqué à la plaque sandwich.....	85
Figure (IV.6)	Positionnement des patches	86
Figure (IV.7)	Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 4 patches avec et sans contrôle (PID et LQR).....	87
Figure (IV.8)	Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 3 patches avec et sans contrôle (PID et LQR).....	88

Figure (IV.9)	Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 2 patchs avec et sans contrôle (PID et LQR).....	88
Figure (IV.10)	Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich recouverte totalement avec et sans contrôle (PID et LQR).....	89
Figure (IV.11)	coefficients d'amortissement pour (PID et LQR).....	90
Figure (IV.12)	Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de quatre patchs (PID et LQR).....	91
Figure (IV.13)	Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de trois patchs (PID et LQR).....	91
Figure (IV.14)	Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de deux patchs (PID et LQR).....	92
Figure (IV.15)	Tension de commande appliquée pour le cas de recouvrement total avec une couche piézoélectrique (PID et LQR).....	92
Figure (IV.16)	Réponse harmonique de la plaque sandwich avec et sans contrôle au centre de l'extrémité libre (Contrôle QR).....	93
Figure (IV.17)	Tension de commande appliquée sur l'actionneur 1 (Contrôle LQR).....	93
Figure (IV.18)	Tension de commande appliquée sur l'actionneur 2.....	94
Figure (IV.19)	Tension de commande appliquée sur l'actionneur 3.....	94
Figure (IV.2)	Modélisation de la plaque sandwich encastrée-encastrée avec ANSYS.....	95
Figure(IV.21)	Résultats théoriques des cinq premiers modes naturels de la plaque sandwich encastrée- encastrée.....	96
Figure (IV.22)	Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 4 patchs avec et sans contrôle (PID).....	97
Figure (IV.23)	Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 3 patchs avec et sans contrôle (PID).....	97
Figure (IV.24)	Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 2 patchs avec et sans contrôle (PID).....	98
Figure (IV.25)	Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich recouverte totalement avec et sans contrôle (PID).....	98
Figure (IV.26)	Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de 4 patchs (PID).....	99
Figure (IV.27)	Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de 2 patchs (PID).....	99
Figure (IV.28)	Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de 3 patchs (PID).....	100
Figure (IV.29)	Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de 3 patchs (PID).....	100
Figure (IV.30)	Variation de la fitness en fonction du nombre de génération. (Test de convergence).....	101
Figure (IV.31)	Distribution optimale pour les quatre actionneurs.....	101
Figure (IV.32)	Réponse vibratoire de la plaque sandwich Avec u 4 pats piézoélectrique optimaux.....	102
Figure (IV.33)	Tension appliquée aux actionneurs 1 et 3.....	103
Figure (IV.34)	Tension appliquée aux actionneurs 2 et 4.....	103
Figure (IV.35)	Tension appliqué aux actionneurs dans le cas d'un contrôle PID	104

Liste des tableaux

<i>Tableau (I.3)</i>	<i>Principales caractéristiques mécaniques des âmes en mousse (SP système guide to composite).....</i>	<i>20</i>
<i>Tableau (IV.1)</i>	<i>Propriétés mécaniques et géométriques des couches de la plaque sandwich et le cœur de la plaque sandwich.....</i>	<i>80</i>
<i>Tableau (IV.2)</i>	<i>Propriétés mécaniques et géométriques des matériaux piézoélectriques.....</i>	<i>80</i>
<i>Tableau(IV.3)</i>	<i>Fréquences naturelles des peaux.....</i>	<i>82</i>
<i>Tableau (VI.4)</i>	<i>Fréquences naturelles de la plaque sandwich libre-encasté</i>	<i>83</i>
<i>Tableau (IV.5)</i>	<i>Matrice d'état (contrôle LQR).....</i>	<i>86</i>
<i>Tableau (IV.6)</i>	<i>Gains de contrôle (Contrôle PID).....</i>	<i>87</i>
<i>Tableau (IV.7)</i>	<i>Temps d'atténuation des vibrations.....</i>	<i>89</i>
<i>Tableau (IV.8)</i>	<i>Coefficients d'amortissement.....</i>	<i>89</i>
<i>Tableau (IV.9)</i>	<i>Fréquences naturelles de la plaque sandwich encastée-encastée.....</i>	<i>95</i>
<i>Tableau(IV.10)</i>	<i>Temps d'atténuation des vibrations.....</i>	<i>103</i>

Introduction générale

Dans de nombreuses applications industrielles, les vibrations sont devenues une source de problèmes et par conséquent elles ont été et sont encore une obsession pour les scientifiques et les ingénieurs dans plusieurs domaines. On citera à titre d'exemple les domaines de l'aéronautique, la construction navale et l'automobile.

Généralement, les vibrations sont dans la plus part des cas très indésirables puisqu'elles peuvent à la longue entraîner des problèmes majeurs. Un des gros problèmes engendré est sans aucun doute la fatigue structurale. Mais pas seulement, car la transmission des vibrations d'un élément à d'autres éléments du système peut aussi nuire au bon fonctionnement de ce dernier. Ajouter à cela, le bruit interne ou externe.

La résolution de ce problème complexe a été prise en charge depuis son apparition, surtout depuis le développement des machines tournantes. Ainsi, et dans la perspective de limiter les effets catastrophiques des vibrations, trois techniques de réduction des vibrations ont été développées.

La première technique consiste en l'annulation presque totale des vibrations, c'est-à-dire carrément la suppression des vibrations. Elle est surtout utilisée pour éliminer le bruit engendré par la vibration et non la vibration elle-même.

La seconde technique est l'isolation. Elle consiste à éviter la transmission des vibrations d'un système à un autre. Enfin, la troisième technique dite d'atténuation est utilisée pour diminuer l'amplitude des vibrations d'un système. Cette méthode est employée dans le cas d'échec ou d'impossibilité de l'isolation du système vibrant, ou pour réduire le rayonnement acoustique en cas d'inefficacité d'une source secondaire d'antibruit.

Dans le cadre de cette thèse de doctorat, nous nous intéressons aux techniques d'atténuation. Celles-ci consistent à diminuer l'amplitude des vibrations structurales dont les fréquences sont dans le voisinage des fréquences propres de la structure. Par conséquent, ces techniques permettent d'atténuer ou même d'éliminer les résonances de la structure.

En général, les techniques employées peuvent être classées en deux catégories : passives ou actives.

Les vibrations sont réduites de manière passive en intégrant ou en ajoutant des matériaux ou systèmes, possédant des propriétés amortissantes à la structure de telle façon que les vibrations de la structure soient amorties passivement. Malheureusement, ces méthodes passives conduisent à une augmentation du poids de la structure, accompagné d'une faible réponse.

De ce fait, les méthodes de contrôle actif apparaissent à priori plus adaptées et plus appropriées vu qu'elles évitent tous les inconvénients de la méthode passive. Un amortisseur passif est fondamentalement conçu pour réduire seulement un mode de vibration particulier de la structure. En revanche, un amortisseur actif peut amortir une bande large de fréquence. Ainsi, il paraît évident que l'étude du contrôle actif des structures est une extension logique de la technologie du contrôle passif.

Généralement, le contrôle actif est obtenu par application d'efforts externes sur une structure en vibration en plaçant des patches piézoélectriques. Le plus souvent, cet effort est une différence de potentiel. L'un des premiers à avoir mis au point ce concept fut le scientifique Olson dans les années 50 (Olson, 1956). Depuis, plusieurs travaux allant de l'expérimentation à la modélisation et à la simulation du comportement des matériaux piézoélectriques, offrant cette possibilité ont été menés. Des études plus au moins récentes présentée dans les thèses de (Piefort, 2001) et (Boudaoud, 2007) ont proposé des solutions aux problèmes des vibrations de poutres sandwichs piézoélectriques.

Selon le type de contrôle désiré, des patches ou couches piézoélectriques sont apposés aux structures. Une partie des patches est utilisée comme des capteurs afin de récupérer et d'évaluer la charge adéquate pour le contrôle escompté. La charge nécessaire est donc retournée à la structure par l'intermédiaire des autres patches qui servent d'actionneurs. Cela permet soit le contrôle par anticipation, dit « *feedforward control* », ou par rétroaction, dit « *feedback control* », les premiers travaux de contrôle de vibrations par actionneurs sont ceux de (Liu et Forward 1981) et (Bailey et Ubbard 1985) qui ont respectivement utilisé des actionneurs pour contrôler les vibrations de structures flexibles.

Dans le présent travail, des actionneurs construits à partir de pastilles céramiques piézoélectriques à base de *zirconate et titanate de plomb* PZT seront utilisés. Ils serviront au contrôle actif des vibrations des structures sandwichs.

Afin d'atteindre l'objectif de contrôler les vibrations des structures sandwichs en dynamique, des modèles vibrationnels appropriés pour le calcul des efforts mécaniques et électriques seront présentés et employés dans cette thèse.

La méthode des éléments finis basée sur la théorie classique des plaques en utilisant le logiciel ANSYS pour modéliser la structure sera utilisée. On utilisera également les contrôleurs d'algorithmes de régulation quadratique linéaire LQR et PID pour atténuer les vibrations.

Dans un premier temps, les fréquences propres sont calculées et validées à l'aide des logiciels ANSYS et MATLAB. Ensuite, les algorithmes LQR et PID seront développés et

présentés pour étudier le contrôle des vibrations actives liées aux conditions aux limites de la structure sandwich intelligente (cas d'une plaque en porte-à-faux sous des excitations différentes : charges transitoires et harmoniques).

Ainsi, l'objectif de cette thèse est de mettre en place une technique basée sur une simulation de contrôle des vibrations d'une plaque sandwich en utilisant des patches piézoélectriques. Afin d'atteindre cet objectif, cette étude a été structurée de la façon suivante. Premièrement, le développement de modèles éléments finis d'une plaque sandwich munies de patches piézoélectriques. Ensuite, l'optimisation des paramètres de commande des actionneurs piézo-électriques et puis l'application de deux types de contrôleurs (PID et LQR). Et enfin, une optimisation du positionnement des patches.

La thèse est constituée de quatre chapitres. Le premier chapitre est scindé en deux sections. La première section est une introduction aux matériaux composites d'une manière générale et plus particulièrement aux structures sandwichs. La deuxième partie est consacrée quant à elle à l'utilisation de la piézo-électricité dans le cadre du contrôle actif de vibrations. Dans cette partie, et après la définition des paramètres caractéristiques de la conversion électromécanique, nous présentons les patches piézo-électriques utilisés en contrôle actif des structures.

Dans le deuxième chapitre, nous exposons les différentes stratégies de contrôle des vibrations (passives et actives). Une attention particulière et approfondie a été portée au contrôle actif, sujet de recherche de cette thèse. Ensuite, on a introduit les outils modernes de modélisation utilisés en contrôle actif et les principales méthodes de contrôle actif. Nous présenterons deux stratégies de contrôle basées sur deux algorithmes différents « LQR et PID ». Il est également évoqué dans ce chapitre, un rappel de l'algorithme génétique qui sera appliqué pour l'optimisation du positionnement des patches sur la plaque sandwich contrôlée.

Dans le troisième chapitre, un état de l'art sur la modélisation des vibrations de structures est dressé, ensuite un rappel est fait sur la méthode des éléments finis utilisée pour la modélisation de la plaque sandwich munie des patches piézoélectriques. Cette méthode est développée à partir d'une formulation variationnelle. Les deux types de contrôle (PID et LQR) sont alors appliqués. Dans la deuxième partie du chapitre, une méthode d'optimisation est proposée, celle-ci étant basée sur un algorithme génétique et vise à minimiser l'indice linéaire quadratique pour une optimisation de réseaux de capteurs et d'actionneurs piézo-électriques en contrôle actif des vibrations de la plaque sandwich.

Enfin, dans le quatrième et dernier chapitre, des applications seront proposées et les résultats obtenus à travers le contrôle des vibrations d'une plaque sandwich seront présentés et

discutés. En simulation, les éléments finis sont implémentés sous MATLAB et ANSYS et validés par la suite à travers des comparaisons avec des résultats de la littérature.

Une conclusion générale est construite à partir des résultats obtenus et des perspectives au présent travail sont proposées.

Chapitre I

*Les matériaux composites type sandwichs et les
matériaux piézo-électriques*

Ce chapitre est scindé en deux sections. La première section est une introduction aux matériaux composites d'une manière générale et plus particulièrement les structures sandwichs.

Dans la deuxième section, est un rappel sur la piézoélectricité est présenté ainsi que le formalisme permettant de mettre ce phénomène en équation. Nous y présenterons également les différents matériaux piézoélectriques développés en couches minces.

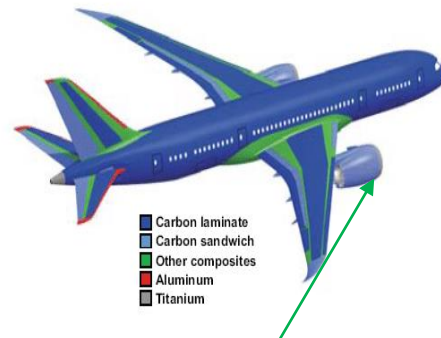
I.1 Les matériaux composites type sandwichs

I.1.1 Introduction

Le développement rapide des produits, des pratiques technologiques et industrielles est accompagné par de nouvelles générations de matériaux tels que les matériaux composites « sandwichs » qui évoluent sous différents types et formes. Au début, les matériaux sandwichs étaient considérés comme des matériaux « high-tech » réservés aux secteurs de pointe comme l'industrie aéronautique civile et militaire où ils ont été introduits dès la seconde guerre mondiale. Depuis, les sandwichs ont conquis presque tous les autres secteurs d'activités. Ils sont maintenant utilisés dans les secteurs de grande consommation comme l'automobile, le génie civil, la navigation maritime ou le sport (Figure I.1).



Couverture de toiture en sandwich.



Capot de réacteur d'avion en sandwich.

Figure (I.1) : Quelques domaines d'utilisation des matériaux sandwich.

Leurs propriétés mécaniques exceptionnelles, surtout en flexion, proviennent de leur géométrie particulière (superposition de couches : sandwich). Généralement, ces structures sont composées de deux peaux (ou semelles) qui ensèrent une âme plus épaisse définie par une couche faite d'un autre matériau Figure (I.2). Les peaux sont constituées par un matériau dense, résistant et rigide, par contre l'âme est faite d'un matériau de plus faible densité et de

moins bonnes caractéristiques mécaniques. Le rôle mécanique des peaux est de reprendre les efforts de tension et de compression. Celui de l'âme est de maintenir l'écartement des peaux et de transmettre les efforts de cisaillement d'une peau à l'autre.

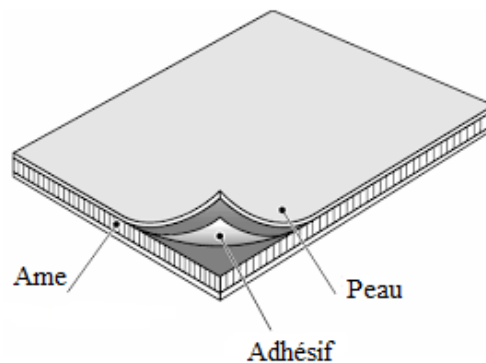


Figure (I.2) : Structure sandwich.

Les caractéristiques spécifiques des matériaux sandwichs peuvent causer des problèmes importants tels qu'une instabilité structurelle et une grande amplitude de vibration indésirable. Il est donc important de connaître le comportement en dynamique (plus particulièrement en vibration) pour ce genre de structures. Depuis leurs apparitions, différentes recherches ont porté sur les performances vibratoires des structures sandwichs. Les premières études liées au domaine des vibrations des structures sandwichs avec des couches viscoélastiques ont été présentée par (Kerwin 1959) et (Kerwin et Ross 1959). Ces derniers ont examiné des structures sandwichs simplement appuyées, dont les peaux élastiques étaient beaucoup plus rigides que l'âme et dont la rigidité en flexion de la couche de centrale était négligeable par rapport à celle de la structure de fondement.

En 1962, (Yuan 1962) a proposé une approche basée sur l'élaboration des équations du mouvement adaptées aux structures sandwichs. Au terme de cette étude, il a effectué une reformulation générale du problème dans le cas bidimensionnel puis a établi une équation différentielle d'ordre 4 relative à la flèche et régissant le mouvement des sandwichs en utilisant la théorie des plaques.

Par la suite, à la fin des années soixante et le début des années soixante-dix, et tout en gardant les hypothèses de (Kerwin 1959), d'autres modèles ont été développés par (DiTaranto 1965), (Mead et Markus 1969) et (Yan et Dowell 1972) qui se sont intéressés à établir une forme simplifiée de l'équation différentielle du mouvement des poutres et plaques

Sandwichs symétriques et asymétriques. Ils ont montré l'apport des effets d'inerties longitudinale et rotationnelle sur la réponse des sandwichs soumis à une excitation. Dans leurs analyses, les effets d'inertie et le cisaillement ont été pris en compte dans chaque couche et ils n'ont fait aucune restriction sur le rapport entre les densités, les modules et les épaisseurs des trois couches. Ce qui rend ses théories applicables aux sandwichs à trois couches.

Dans une autre étude (Frostig et Baruch 1990) ont analysé de manière analytique le comportement en flexion d'une poutre sandwich avec une âme en mousse. L'analyse a inclus les effets de la flexibilité de l'âme dans la direction verticale sur le comportement global en flexion. Ils se sont basés sur les principaux paramètres affectant le comportement général et en particulier le pelage et les contraintes de cisaillement entre les peaux et l'âme. Dans la continuité du développement des modèles associés aux matériaux sandwichs, un autre modèle a été développé par (Lok et Cheng 2001) pour étudier la réponse dynamique des vibrations libres et forcées. Ils ont considéré le sandwich comme étant orthotrope et ont représenté des constantes élastiques qui varient avec la configuration de l'âme. Trois années plus tard (Frostig et Thomsen 2004) ont étudié la vibration libre de panneaux sandwichs avec une âme flexible. Cette étude a été basée sur la théorie des panneaux sandwichs d'ordre élevé. Dans cette étude, deux modèles ont été utilisés et comparés afin de déterminer les effets de l'écart des champs de déplacement et de vitesse de l'âme. Dans le premier modèle, ils ont supposé que le champ de vitesse dans l'âme varie linéairement avec la hauteur, ce qui introduit une incohérence dans la formulation. Tandis que dans le deuxième modèle, ils ont supposé une description polynomiale de champ de déplacement dans l'âme, basée sur le champ de déplacement du premier modèle.

Et dans le domaine de l'impact, (Yang et Qiao 2005) ont utilisé la théorie d'ordre élevé des plaques (panneaux) pour simuler la réponse d'une poutre sandwich à âme souple soumise à un impact par un corps étranger. Ils ont amélioré le modèle (nouveau modèle) en considérant les forces d'inertie de l'âme dans les équations gouvernant le mouvement. Bien que dans leur modèle, l'âme porte ses charges inertielles, les deux modèles de calcul ont donné des résultats presque identiques.

En ce que nous concerne, et dans le domaine des vibrations des plaques sandwichs, une contribution sera apportée par une analyse vibratoire de ce type de structures avec une proposition d'un modèle numérique de simulation incluant des patches piézoélectriques pour le contrôle des vibrations.

I.1.2 Les éléments constituant les panneaux sandwichs

Une structure sandwich est constituée généralement de trois composants de base possèdent des propriétés différentes : les peaux, l'âme et l'interface (adhésif).

I.1.2.1 Les peaux

Les peaux sont constituées de matériau pouvant être obtenu sous forme de plusieurs couches ou monocouche. Elles sont constituées le plus souvent de :

- **Composites à moyennes et hautes performances (stratifiés renforcés de fibres mat ou tissus)**

- Lorsqu'il s'agit de peaux en composites stratifiés, les fibres sont noyées dans une matrice à base de résine. Les résines utilisées dans les matériaux composites et plus particulièrement les sandwichs ont pour rôle de transférer les sollicitations mécaniques aux fibres et de les protéger des effets de l'environnement extérieur. Les résines doivent présenter une bonne aptitude à la déformation, une bonne compatibilité avec les fibres mais aussi avec une faible masse volumique afin de donner au matériau des propriétés mécaniques spécifiques élevées. Deux grandes classes de résines polymères existent : les résines thermoplastiques et les résines

- **Structures en feuilles métalliques**

Les peaux en matériaux métalliques ont des caractéristiques dures, rigides et déformables physiquement. Il existe les peaux en matériaux ou alliages métalliques. Font partie de cette catégorie le fer, l'acier, l'aluminium, le cuivre, le bronze, la fonte et autres. Mais également les alliages d'aluminium destinés au carroyage, les alliages d'aluminium destinés à la fonderie, les alliages de cuivre, les alliages ferreux, les aciers, les zincs et les alliages de zinc. Ce sont tous des bons conducteurs de chaleur, d'électricité. Parmi peaux les en matériaux métallique en cite, on cite

- **Les peaux en acier**

Les peaux d'une structure sandwich en acier présentent une grande variété de structures et donc de propriétés physiques, mécaniques et chimiques. La principale propriété de ces aciers est leur excellente résistance à la corrosion, ce qui leur donne une durée de vie quasi exceptionnelle dans la très grande majorité des milieux. A cette propriété fondamentale,

ajoutent les caractéristiques mécaniques élevées à hautes comme à basses températures (résistance mécanique, ductilité, ténacité...).

En raison de leur résistance à la corrosion et de leurs finis de surface de tout premier rang, les aciers jouent un rôle prépondérant dans l'industrie aéronautique.

➤ **Propriété de mise en forme**

Les aciers peuvent être fabriqués et transformés en utilisant un large éventail de technologies et sont entièrement « recyclables » à la fin de leur vie utile. Son usinage est beaucoup plus difficile que celui de certains matériaux, d'où un coût Considérablement plus élevé . leur Propriétés physiques , mécaniques , électrique et magnétique sont donne par la suit (AMY Zahia 2013)

➤ **Propriétés physiques**

Ces aciers possèdent :

- Une masse volumique de l'ordre de $7\,850\text{ Kg/m}^3$.
- Une capacité thermique de $0.5\text{J/g.}^\circ\text{C}$ pour $T = 0^\circ\text{C}$ à 100°C
- Une conductivité thermique de 16.2W/m.K à 100°C
- Une conductivité thermique de 21.4W/m.K à 500°C

➤ **Propriétés mécaniques**

Les aciers inoxydables représentent les propriétés mécaniques suivantes :

- La dureté, Rockwell B est : 79HRB ;
- La résistance à la traction est : 558Mpa ;
- L'allongement à la rupture est : 50% ;
- Le module de Young est : 2.105Mpa

➤ **Propriété électrique**

La résistivité électrique des aciers inoxydables est : $7.4 \cdot 10^{-5}\text{ ohm.cm}$.

➤ **Propriétés magnétiques**

Les aciers inoxydables ferritiques et martensitiques sont ferromagnétiques « prennent à l'aimant » suite à la présence de la ferrite et de la martensite. En revanche, les aciers austénitiques présentent, à température ambiante, une structure austénitique qui leur permet d'être paramagnétiques (amagnétiques). Certains aciers inoxydables austénitiques peuvent devenir légèrement ferromagnétiques après une déformation importante (frappe à froid,

emboutissage). En effet, la déformation provoque une modification partielle de la structure austénitique en structure martensitique (formation de martensite d'écroutissage) et devenir ainsi un peu magnétique

1.1.2.2 L'âme

L'âme a en général une très faible résistance à la flexion. Son but est de reprendre les efforts de compression et de cisaillement. Par ailleurs l'âme doit pouvoir supporter des charges localisées de poinçonnement. Il existe plusieurs types d'âmes utilisées pour la fabrication des sandwichs. On cite quelques une d'entre elles :

- **Les âmes en mousse**

Les mousses sont les formes les plus utilisées et les plus communes en matière de réalisation de l'âme. Elles sont fabriquées à partir d'une variété de polymères synthétiques incluant le polyvinyle chlorure (PVC), polystyrène (PS), polyuréthane (PU), les mousses en poly méthyle méthacrylamide (acrylic),...etc. En général, les mousses ont une masse volumique qui varie de 30kg/m³ à plus de 300kg/m³ selon (SP système guide to composite) . Mais les mousses les plus utilisées ont une masse volumique allant de 40kg/m³ à 200kg/m³. Elles sont disponibles dans l'industrie avec des épaisseurs qui varient de 5mm à 50 mm.

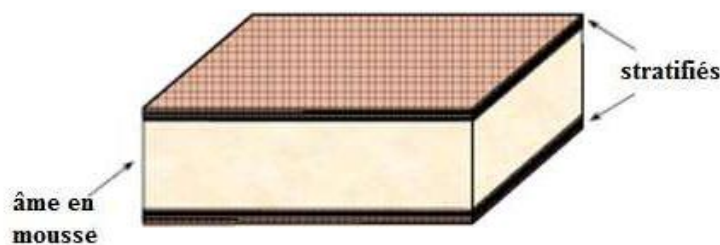


Figure (I.3) : Exemple de sandwich avec une âme en mousse.

Les principaux polymères synthétiques utilisés pour les mousses sont:

- **Les mousses en polyvinyle chlorure (PVC)**

Les mousses en PVC sont les plus communément utilisées pour les sandwichs performants. Elles sont en réalité des composés hybrides du PVC et du polyuréthane (PU), mais on a tendance à les considérer comme des composés en PVC uniquement.

On distingue deux types de mousses en PVC : les mousses PVC linéaires et les mousses PVC croisées. La première variété est plus dure, plus flexible, et à une bonne aptitude au façonnage par chauffage. Néanmoins, elles ont des propriétés mécaniques plus faibles que les mousses

PVC croisées. Les mousses PVC offrent une combinaison équilibrée des propriétés statiques et dynamiques, une bonne absorption des substances liquides et une résistance à la dégradation en milieux chimiques. Leur température de fonctionnement peut aller de -240°C à $+80^{\circ}\text{C}$, et résistent à de nombreux produits chimiques.

➤ **Les mousses en polystyrène (PS)**

Les mousses de polystyrène sont largement utilisées par les fabricants d'équipements de sport en raison de la légèreté de leur poids (40kg/m^3) et de leurs faibles coûts. Elles sont faciles à poncer et sont rarement utilisées dans la construction de composants hautes performances en raison de leurs faibles propriétés mécaniques. Elles ne peuvent pas également être utilisées avec des systèmes en résine de polyester car elles seront dissoutes par le styrène présent.

➤ **Les mousses polyuréthane (PU)**

Les mousses polyuréthane ne présentent que des propriétés mécaniques modérées et ont tendance à se détériorer avec le temps. Leurs applications structurelles se limitent par conséquent à la conception de panneaux sandwichs utilisés pour l'isolation thermique et phonique. Ce type de mousses peut supporter une température de service élevée ($150^{\circ}\text{C}/302^{\circ}\text{F}$).

➤ **Les mousses en poly méthyle méthacrylamide (acrylic)**

Les mousses en polyméthyle méthacrylamide sont une des variétés de mousses qui offrent le plus de rigidité et de résistance aux effets thermiques. Leur inconvénient majeur est leur coût onéreux. C'est pour cela que leur utilisation est limitée à la fabrication de composants de l'industrie aérospatiale et aéronautique.

Sur le tableau (I.3) sont portées les principales caractéristiques mécaniques des âmes en mousses.

	Unité	Mousses en PVC linéaire	Mousses en PVC basse densité	Mousses en PVC haute densité	Mousses en polyuréthane
Masses volumique	Kg/m ³	50-80	40-80	100-200	60
Module de Young en compression	Kg/mm ²	37-56	26-75	110-223	20
Module de Young en traction	Kg/mm ²	37-64	29-57	80-188	/
Module de cisaillement	Kg/mm ²	15-21	12-30	38-77	41
Allongement a la rupture en cisaillement	%	80	10-30	30-31	30
Température de service maximal	°C	55-60	65-75	80	150

Tableau (I.3) : Principales caractéristiques mécaniques des âmes en mousse (SP système guide to composite).

Dans le quatrième chapitre, nous présenterons des applications en utilisant des sandwichs à base de mousse en PVC

- **Les âmes en nid d'abeille**

Les âmes en nid d'abeilles sont disponibles dans une variété de matières (aluminium, bois, résines thermoplastique, ...etc.) allant des moins résistantes aux plus rigides, pouvant supporter un grand chargement. Leur légèreté constitue leur atout principal. Elles sont utilisées pour la fabrication de composants pour les avions. Les cellules des nids d'abeilles peuvent être vides ou remplies par une mousse rigide, ce qui permet d'avoir une plus grande surface de contact avec les peaux, mais aussi une augmentation des propriétés mécaniques, une isolation thermique et phonique. Les propriétés des âmes dépendent en outre de la matière et de la dimension des cellules (et par conséquent de la fréquence).

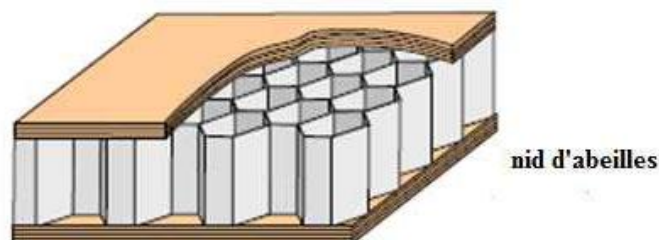


Figure (I.4): Exemple d'un sandwich avec âme en nid d'abeille.

➤ **Nid d'abeille en aluminium**

Les nids d'abeille en aluminium présentent un des plus grands rapports rigidité/poids des différents matériaux qui sont utilisés pour la fabrication de l'âme. Les cellules sont généralement de forme hexagonale, les propriétés peuvent être contrôlées en variant l'épaisseur du papier d'aluminium et les démentions de la cellule.

En dépit de ses bonnes propriétés mécaniques et de son prix de revient relativement bas, le nid d'abeilles en aluminium doit être utilisé avec prudence dans certains cas, tel que des les structures marines à cause de potentiels problèmes de corrosion dus à un environnement très salin.

➤ **Nid d'abeilles en Nomex**

Le nid d'abeilles Nomex est obtenu à partir du papier du même nom. C'est une variété de papier fabriqué à base de kevlar, par la suite, il est imbibé de résine phénolique, ce qui lui permet d'allier une grande rigidité et une bonne résistance au feu.

Le nid d'abeilles en Nomex est utilisé pour sa légèreté dans la fabrication de composant internes des structures d'avions et dans d'autres domaines pour ces hautes performances mécaniques. L'inconvénient majeur à l'élargissement de son utilisation reste son prix élevé.

➤ **Nid d'abeille thermoplastique**

On trouve aussi dans le marché des âmes en matières thermoplastiques. Ces structures légères offrent quelques propriétés avantageuses et sont plus simple à recycler.

L'inconvénient majeur à mettre à leur actif est la difficulté de réaliser une bonne interface avec les peaux et aussi leur faible rigidité. Bien que cette catégorie de nids d'abeilles soit peu utilisée dans des composants de haute performance, il s'avère usuels comme panneaux d'intérieur. Les polymères les plus utilisés pour leur fabrication sont :

- Le polycarbonate : pour sa faible perméabilité aux UV et aussi pour sa résistance aux effets thermiques et sa propriété d'auto extinction du feu.
- Le polypropylène : pour sa résistance aux agressions des milieux chimiques.
- Le polyéthylène : pour son coût faible.

• **Ame en bois**

Comme le bois a une structure à l'échelle microscopique semblable à la structure hexagonale des nids d'abeilles naturels, les propriétés des âmes en bois sont proches de celles des autres matières utilisées pour la fabrication des nids d'abeilles. Cependant, en dépit de plusieurs traitements chimiques, le bois reste sensible aux effets de l'humidité et est susceptible de pourrir s'il n'est pas recouvert d'une couche protectrice de résine.

- **Ame en balsa**

Le balsa est le matériau le plus utilisé dans les âmes en bois. Les âmes en balsa étaient déjà utilisées en 1940 dans les sandwichs en association avec des peaux en aluminium dans la fabrication de bateaux en raison de sa propriété de résistance aux chocs répétés.

Le balsa présente de bonnes propriétés en compression et une bonne isolation thermique et phonique. En plus, il s'enflamme très lentement, et ne nécessite pas de grands moyens pour sa fabrication. Les âmes en balsa sont disponibles avec une épaisseur allant de 3 à 100mm.

- **Le cèdre**

Le cèdre est une variété de bois utilisée quelquefois comme âme. Utilisé dans la construction navale, il est souvent associé à des peaux en stratifiés avec des fibres orientées à $\pm 45^\circ$ afin de protéger le bois contre les attaques du milieu marin.

Pour que les structures sandwichs jouent pleinement leur rôle, il est nécessaire de veiller à avoir une solidarisation parfaite de l'ensemble âme-peaux de manière à répartir les efforts entre me et peaux. L'assemblage est réalisé par un collage à l'aide de résines compatibles avec les matériaux en présence.

I.2 Les matériaux intelligents dans le contrôle actif des vibrations

Les matériaux intelligents sont sensibles, adaptatifs et évolutifs. Ils sont nés au début des années 80 de travaux menés principalement aux États-Unis dans le domaine de l'aérospatiale. Ils possèdent des fonctions qui leur permettent de se comporter comme un capteur (détecter des signaux), un actionneur (effectuer une action sur son environnement) ou parfois comme un processeur (traiter, comparer, stocker des informations-). Ils ont la particularité de modifier spontanément leurs propriétés physiques ou géométriques, par exemple la forme, l'élasticité, la conductivité, la viscoélasticité ou la couleur, en réponse à des excitations naturelles ou provoquées venant de l'extérieur ou de l'intérieur de ces matériaux tels que des variations de température, des champs électriques et magnétiques ou des contraintes mécaniques. L'émergence de nouveaux critères économiques, de confort, de sécurité, de performance (en termes de précision ou de durée de vie) a donné naissance aux premières applications de ces matériaux en vue d'optimiser le comportement général des structures. Il s'agit principalement de catégories de matériaux connaissant de nombreuses applications dans des secteurs divers tels que:

- Les matériaux magnétostrictifs.
- Les alliages à mémoire de forme (AMF).
- Les matériaux électrostrictifs.
- Les matériaux piézo-électriques.

I.2.1 La piézoélectricité

L'effet piézoélectrique direct est connu depuis l'antiquité. Il y a en effet trois mille ans que les Indiens de Ceylan connaissent les propriétés des sels de tourmaline. D'après une étude sur l'histoire de la piézoélectricité réalisée par (Ballato 1996), c'est Coulomb qui a démontré le premier que l'électricité peut être produite par l'application d'une pression. Mais la découverte de la piézoélectricité reste toujours attribuée aux frères Curie. La piézoélectricité, pressentie au dix-neuvième siècle (1817) avec les théories de l'abbé français René-Just Haüy, fondateur de la cristallographie, fut étudiée sous sa forme directe et interprétée par(les frères Pierre et Paul-Jacques Curie en 1880) .Ils y apportèrent à la fois la preuve expérimentale du phénomène et une théorie élaborée. Ils établirent la relation de linéarité entre la contrainte exercée et les charges électriques mesurées et énoncèrent les règles de symétrie auxquelles doit satisfaire un matériau pour présenter un effet piézoélectrique. L'effet piézoélectrique inverse a été mis en évidence par (Lippmann 1881) sur la base de calcul thermodynamique et immédiatement vérifié expérimentalement par les frères Curie. C'est également (Hankel 1881) suggéra l'utilisation du terme piézoélectricité. Le phénomène de piézoélectricité n'est pas resté une simple curiosité puisqu'il attira rapidement l'attention de beaucoup de scientifiques. William Kelvin énonce en 1893 une théorie phénoménologique de la piézoélectricité fondée sur les principes de la thermodynamique.

De nos jours, les caractéristiques particulières des matériaux piézoélectriques en font des matériaux de choix pour la réalisation de capteurs, d'actionneurs, de moteurs, de transducteurs ou de transformateurs.

La Figure (I.5) ci-dessous montre une utilisation de matériaux piézoélectriques comme capteur et actionneur dans avec un dispositif expérimental ATW (Aerostructures Test Wing) utilisé au centre de recherche de vol de Dryden. Le dispositif ATW est équipé d'un ensemble des patches piézoélectriques utilisés comme capteurs pour estimer l'effet de flottement aéroélastique sur l'aile. Les plus gros patches piézoélectriques sont utilisés comme actionneurs pour exciter la structure (l'aile) et provoquer artificiellement une défaillance structurelle. La (Figure II.5) montre le double usage des patches piézoélectriques.

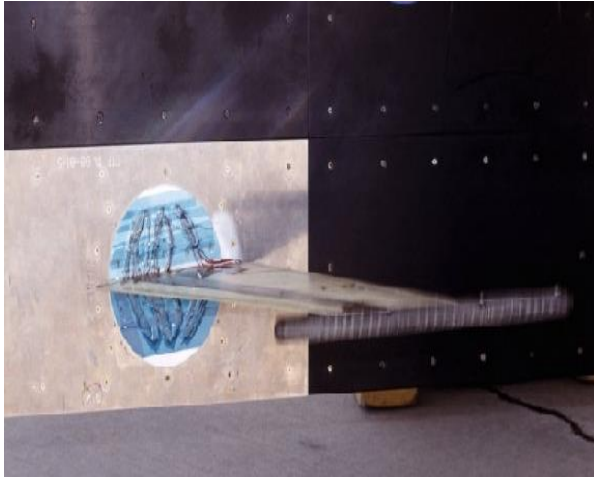


Figure (I.5.a) : Aile avant défaillance équipée de capteur.

Figure (I.5.b) : Aile après défaillance équipée de deux actionneurs.

Figure (I.5): L'aile d'essai des aérostructures (Aerostructures Test Wing).

I.2.3 Définition, principe de fonctionnement

Etymologiquement, le préfixe "piézo" provient du grec et signifie serrer ou presser. La piézoélectricité est l'apparition, dans certains diélectriques anisotropes naturels ou artificiels, sous l'effet d'une contrainte mécanique de direction convenable, d'une polarisation électrique (ou de la variation d'une polarisation déjà existante). Sur leurs surfaces, apparaissent des charges électriques. Le signe de ces charges s'inverse avec le sens de la contrainte appliquée. C'est l'effet appelé *direct*.

L'effet piézoélectrique est réversible. Un matériau piézoélectrique soumis à un champ électrique se déforme sous l'action des forces internes. Ces déformations changent de sens avec le sens du champ électrique appliqué. C'est l'effet appelé *inverse*, parfois qualifié de réciproque ou de converse.

La piézoélectricité est liée à la structure cristalline du matériau. Si l'on applique une contrainte mécanique à un matériau piézoélectrique, les mailles cristallines se déforment. Il y a séparation du centre de gravité des charges positives notées C+ et de charges négatives notées C- au niveau de chaque maille du réseau cristallin, d'où la création d'un moment dipolaire. L'équilibre électrostatique initial est rompu et une polarisation macroscopique apparaît aux bornes du cristal. Il a été démontré que l'absence de centre de symétrie dans la maille élémentaire était nécessaire à l'apparition du phénomène Figure (I.6).

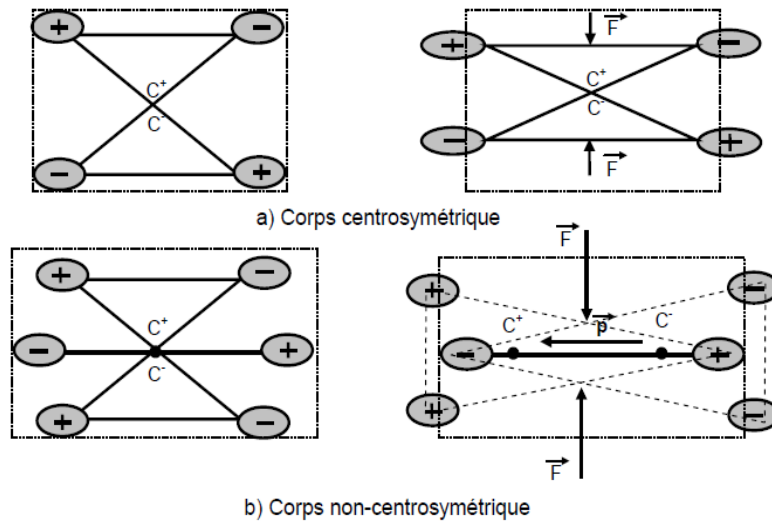


Figure (I.6) : Illustration 2D de l'apparition de la piézoélectricité avec :
 a) corps centrosymétrique et b) corps non-centrosymétrique (Brissaud 2007).

A trois dimensions, un cristal est formé d'un empilement ordonné d'un grand nombre d'atomes, de molécules ou d'ions. Il est défini par une forme géométrique, régulière et périodique, qui traduit ce qu'on appelle l'état cristallin. La présence de points, de plans ou d'axes de symétrie définit ce qu'on appelle une classe cristalline.

Cristallographiquement, on distingue 32 classes de symétrie cristalline (voir Figure (I.7) ci-dessous). Sur ces 32 classes, 21 sont dépourvues de centre de symétrie, 20 classes parmi ces 21 présentent des cristaux à propriétés piézoélectriques.

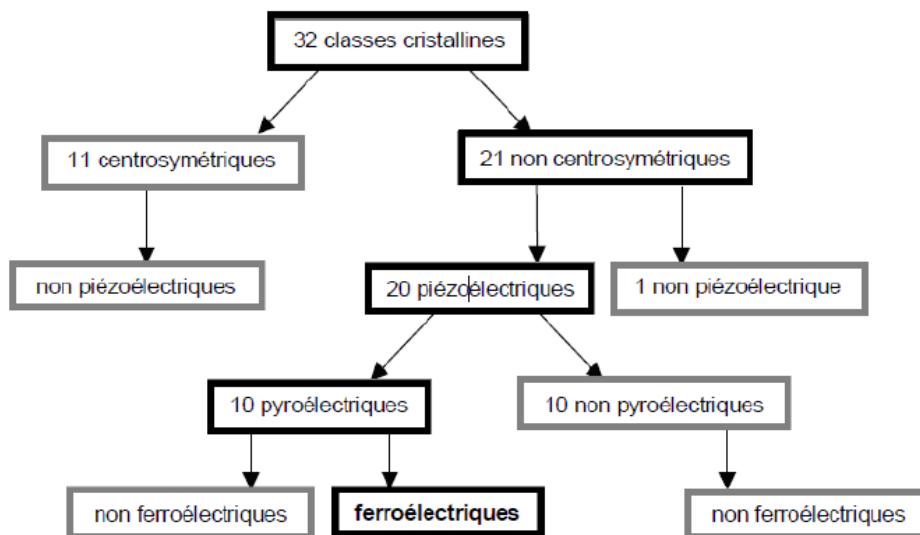


Figure (I.7): Organigramme des classes cristallines (Brissaud 2007).

Pratiquement, on peut classer les matériaux piézoélectriques en deux catégories :

- Les monocristaux qui sont naturellement piézoélectriques, tels que le quartz- α (SiO_2). Ce matériau est toujours utilisé aujourd'hui dans les montres pour générer des impulsions d'horloge. D'autres matériaux sont à enregistrer : la tourmaline (borosilicate naturel d'aluminium) et les cristaux à base de lithium ou de bismuth, découverts par Matthias en 1949, ainsi que le sulfate de lithium (Li_2SO_4), le niobate de lithium (NbLiO_3), le tantalate de lithium (LiTaO_3), l'oxyde mixte de bismuth et de germanium (Bi_2GeO_7).

- Les matériaux dits ferroélectriques qui comprennent :

- Les matériaux amorphes, tels que les polymères polaires. Ils peuvent être naturels d'origine biologique (cellulose, collagène, etc.) ou artificiels comme le polyvinylidène difluoré (PVDF) découvert par (Kawai 1969). Ils sont semi-cristallins et présentent des avantages au niveau de la mise en forme mais demeurent limités au niveau de l'activité piézoélectrique et ce sont essentiellement le PVDF et ses dérivés qui sont les plus couramment utilisés.

- Les céramiques piézoélectriques comme le titanate de plomb (PbTiO_3), le titanate de baryum (BaTiO_3) élaboré par (Thurnauer 1940) le titanate-zirconate de plomb (PZT) élaboré depuis 1954 par Jaffe, etc. Gray a été le premier à développer un transducteur piézocéramique à base de titanate de baryum.

I.2.4 Principe de l'effet direct et indirect

Un matériau piézoélectrique monté avec des bornes électriques est illustré sur la Figure (I.8.a) Lorsqu'aucune modification de contrainte n'est induite en l'absence de déformation ($\epsilon_{in} = 0$) alors aucune tension n'est mesurable à ses bornes ($V_{out} = 0 \text{ V}$).

Lors de l'application de la déformation ($\epsilon_{in} \neq 0$), le changement de contrainte induit une charge dans le matériau avec une tension mesurable à la sortie (V_{out}). Le matériau piézoélectrique joue le rôle de capteur de contrainte ou de déformation. Cet effet piézoélectrique direct est illustré à la Figure (I.8.b).

Une situation initiale identique au cas de la figure I.6.a est illustrée à la Figure (I.8.c), où aucune contrainte ou tension ne peut être mesurée sur le matériau et ses bornes.

Sur la Figure (I.8.d), le matériau fonctionne comme un actionneur, considérant les avantages de l'effet piézoélectrique inverse, comme illustré à la Figure (I.8.d) de l'effet piézoélectrique indirect. Lors de l'application d'une tension d'entrée aux bornes (V_{in}), une déformation induit à un changement de contrainte dans le matériau.

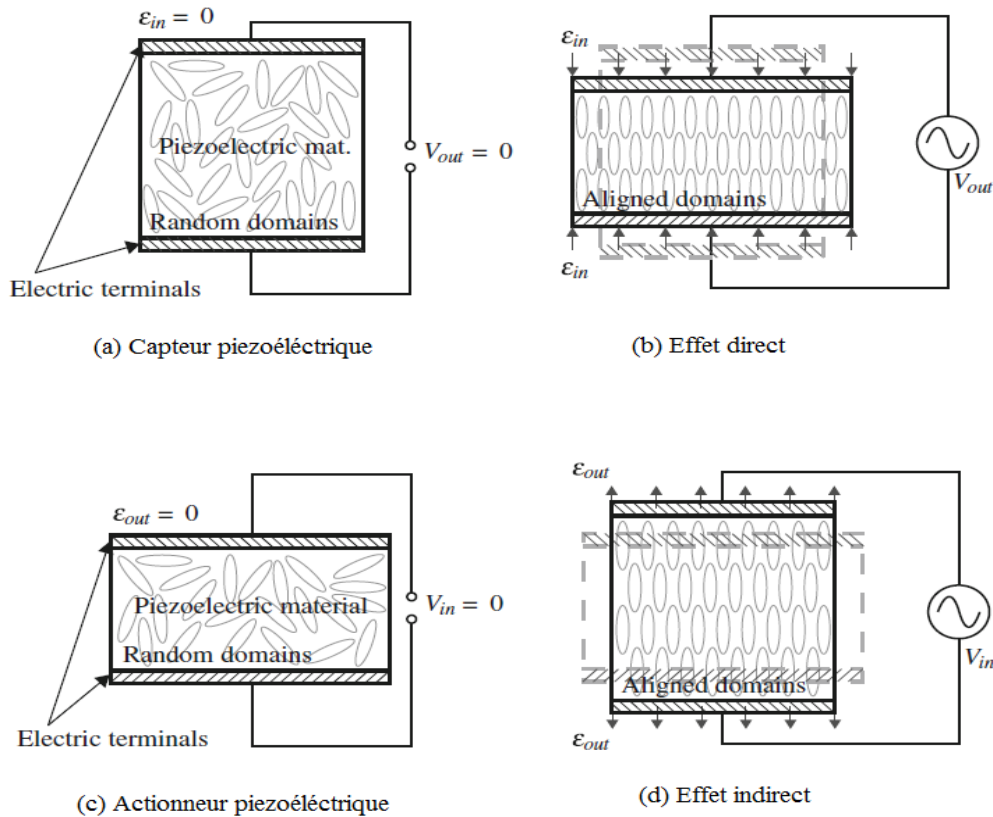


Figure (I.8) : Effets piézoélectriques direct et indirect (Takács et Rohaĭlkiv, 2012).

I.2.5 Les équations générales de la piézoélectricité

Dans le domaine de la modélisation et l'analyse des matériaux piézo-électriques, plusieurs études ont été consacrées à la modélisation des matériaux piézoélectriques en utilisant la méthode des éléments finis (MEF) dans le but de résoudre des problèmes de calcul de structures.

C'est dans ce sens que qu'une première étude intéressante a été faite par (Naillon, 1983). Ils décrivent une méthode d'analyse d'une structure piézoélectrique par la MEF. D'autres études se sont aussi focalisées sur la même problématique. Ainsi, une autre étude (Lerch 1990) est à signaler, où les auteurs ont utilisé la théorie de la MEF pour les matériaux piézoélectriques à deux et trois dimensions. Dans une autre étude (Tzou et Tseng, 1991), les chercheurs ont formulé une approche par éléments finis pour l'étude de l'identification des systèmes couplés (élastiques/piézoélectriques) et de la distribution de patches piézoélectriques (capteur/actionneur). Cependant, en (Chee, Tong et Steven 1998) ont examiné les approches de modélisation des matériaux piézoélectriques incorporés dans des structures intelligentes. Des modèles analytiques et d'autres modèles éléments finis de matériaux piézo-électriques ont été établis en utilisant des équations linéaires constitutives. Ils ont conclu qu'une approche basée sur une modélisation linéaire n'est fiable qu'à de faibles champs électriques

appliqués. Dans le cas de grands champs électriques (i.e. des grandes tensions d'actionnement), le comportement non linéaire des matériaux piézo-électriques doit être pris en compte dans les modèles analytiques et numériques pour des prévisions plus précises.

I.2.6 Description du phénomène

Les effets piézoélectrique sont caractérisés par un couplage entre de l'énergie mécanique et électrique. Afin de décrire ces phénomènes, une approche thermodynamique a été développée par (Damjanovic 1998). L'énergie interne U du système représente une variable d'état puisque l'équilibre du système se caractérise par $dU=0$. Le principe de la thermodynamique s'écrit :

$$dU = \theta ds + \sigma d\varepsilon + E dD \quad (I.1)$$

Les grandeurs intensives thermodynamiques classiques : température θ , contrainte mécanique σ et E champ électrique sont considérées comme constantes, tandis que les grandeurs extensives : entropie s , déformation ε et déplacement électrique D sont considérées comme des variables. Par transformée de Legendre, il est possible de changer de jeu de variables indépendantes. Cette approche permet de définir l'enthalpie libre ou l'énergie de Gibbs G comme suit :

$$G = U - \theta s - \sigma \varepsilon - ED \quad (I.2)$$

Par dérivation, on obtient

$$dG = -s d\theta - \varepsilon d\sigma - D dE \quad (I.3)$$

Avec

$$\begin{cases} s = \left(\frac{\partial G}{\partial \theta} \right)_{\sigma, E} \\ \varepsilon = \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma} \right)_{E, \theta} \\ D = \left(\frac{\partial G}{\partial E} \right)_{\theta, \sigma} \end{cases} \quad (I.4)$$

Quand les grandeurs intensives sont considérées comme variables, l'équilibre thermodynamique se caractérise alors par une valeur de température, de contrainte et de champ électrique.

Les dérivées des variables s , ε et D par rapport aux variables indépendantes θ , ε , E s'expriment comme suit :

$$\begin{pmatrix} ds \\ d\varepsilon \\ dD \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial s}{\partial \theta}\right)_{\sigma,E} & \left(\frac{\partial s}{\partial \sigma}\right)_{E,\theta} & \left(\frac{\partial s}{\partial E}\right)_{\theta,\sigma} \\ \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}\right)_{\sigma,E} & \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma}\right)_{E,\theta} & \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial E}\right)_{\theta,\sigma} \\ \left(\frac{\partial D}{\partial \theta}\right)_{\sigma,E} & \left(\frac{\partial D}{\partial \sigma}\right)_{E,\theta} & \left(\frac{\partial D}{\partial E}\right)_{\theta,\sigma} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\theta \\ d\sigma \\ dE \end{pmatrix} \quad (\text{I.5})$$

Cette relation peut également s'écrire :

$$\begin{pmatrix} ds \\ d\varepsilon \\ dD \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ \bar{b} & d & e \\ \bar{c} & \bar{e} & f \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\theta \\ d\sigma \\ dE \end{pmatrix} \quad (\text{I.6})$$

Les termes diagonaux a , d et f correspondent aux couplages communs du matériau, car ils relient deux grandeurs de même nature : l'entropie et la température, la déformation et la contrainte, et enfin le déplacement électrique et le champ électrique. Les coefficients définis dans l'éq (I.6) correspondent aux grandeurs physiques suivantes :

- a : représente la capacité thermique
- d : représente la rigidité élastique
- f : représente la permittivité diélectrique
- \bar{b} et b : représentent respectivement la dilatation thermique et l'effet inverse associé (qui n'est autre que l'effet élastocalorique).
- \bar{c} et c : représentent respectivement l'effet pyroélectrique et l'effet inverse associé (qui n'est autre que l'effet électrocalorique).
- \bar{e} et e : représentent respectivement l'effet piézoélectrique direct et l'effet piézoélectrique inverse.

En considérant des transformations isentropiques et isothermes, le développement de l'énergie libre G peut s'écrire :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ijkl}^E \sigma_{kl} + d_{ijk} E_k \\ D_i = d_{ikj} \sigma_{kl} + \varepsilon_{ik}^\sigma E_k \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

Ou :

i, j, k, l : prennent les valeurs de 1 à 3 en respectant la notation tensorielle de la Figure I.7.

ε^E : correspond à la rigidité élastique à champ constant,

d : effet piézoélectrique,

ε^σ : permittivité diélectrique à contrainte constante.

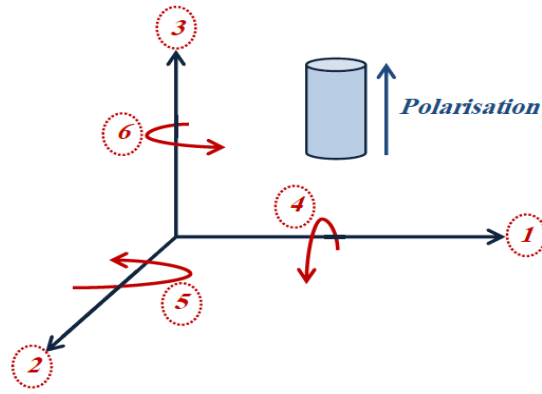


Figure (I.9) : Numérotation des directions en notation tensorielle condensée (Babesse, 2018).

Comme évoqué dans le paragraphe précédent, la variable d'état correspond à un choix de jeu de variables indépendantes : une variable thermodynamique s ou θ , une variable mécanique σ ou ε et une variable électrique D ou E .

Ainsi, le comportement thermodynamique peut être décrit par 2 variables d'états différentes, menant à 8 triplets d'équations différents. Dans le cas de transformations isentropiques et isothermes, on se ramène à 4 couples d'équations électromécaniques différentes. Ces 4 couples d'équations sont équivalents.

Ainsi, le comportement d'un matériau piézoélectrique peut se décrire de manière équivalente par le couple d'équations l'eq. (I.7), ou par l'un des couples l'eq. (I.8), l'eq. (I.9), l'eq. (I.10), définis ci-dessous :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ijpq}^D \sigma_{kl} - g_{ijk} D_k \\ E_i = -g_{kil} \sigma_{ij} + \beta_{ik}^\sigma D_k \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = C_{ijkl}^D \varepsilon_{ij} - h_{ijk} D_k \\ E_i = -h_{kij} \varepsilon_{kl} + \beta_{ik}^\varepsilon D_k \end{cases} \quad (\text{I.9})$$

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = C_{ijpq}^E \varepsilon_{kl} - e_{ijk} E_k \\ D_i = e_{mij} \varepsilon_{ij} + \epsilon_{ik}^\varepsilon E_k \end{cases} \quad (\text{I.10})$$

Ces couples d'équations font intervenir différents tenseurs ε^E , ε^D , C^D , C^E traduisant la souplesse ou la raideur du matériau, à champ ou à déplacement électrique constant. Ces couples d'équations font également intervenir différents tenseurs ϵ^σ , ϵ^ε , β^σ et β^ε traduisant la permittivité ou l'impermittivité diélectrique du matériau, à contrainte ou à déformation

constante. Enfin, les effets piézoélectriques du matériau considéré peuvent se décrire de manière équivalente par quatre tenseurs différents : g , h , d et e .

Dans le cas de couches minces, le « e » fait partie des tenseurs les plus utilisés. « e » est un tenseur à trois indices, qui peut s'écrire sous forme d'un tenseur à deux indices, suivant les règles définies ci-après :

$$e_{ij} = e_{ikl} \text{ lorsque } i=k \text{ et } l=1, 2, 3$$

$$e_{ij} = 2e_{ikl} \text{ lorsque } i \neq j \text{ et } l=4, 5, 6$$

Ainsi, la forme générale du tenseur piézoélectrique direct « e » s'écrit comme suit :

$$[e] = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} \end{bmatrix} \quad (\text{I.11})$$

Avec $e_{32} = e_{31}$

$$[e] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22}^{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^{\epsilon} \end{bmatrix} \quad (\text{I.12})$$

I.2.6 Mécanismes d'actionnement

Le matériau piézoélectrique se déforme de différentes manières à différentes fréquences. Ces diverses déformations s'appellent les modes de déformation. Du fait de l'anisotropie des matériaux piézoélectriques, leur déformation se fait selon une direction privilégiée sous l'action d'un champ électrique. Une étude des propriétés de ces matériaux nécessite donc une identification des directions (Kpeky, 2016). La figure (I.10) illustre ces modes.

- En effet, lorsque la sollicitation électrique et le sens de polarisation sont dans la même direction, il se produit une déformation par extension des couches piézoélectriques.
- Lorsque le champ électrique appliqué est dans le sens opposé de la polarisation, il se produit une extension longitudinale des couches piézoélectriques.
- Lorsque le champ électrique appliqué est perpendiculaire au sens de polarisation, il se produit un cisaillement dans les couches piézoélectriques.

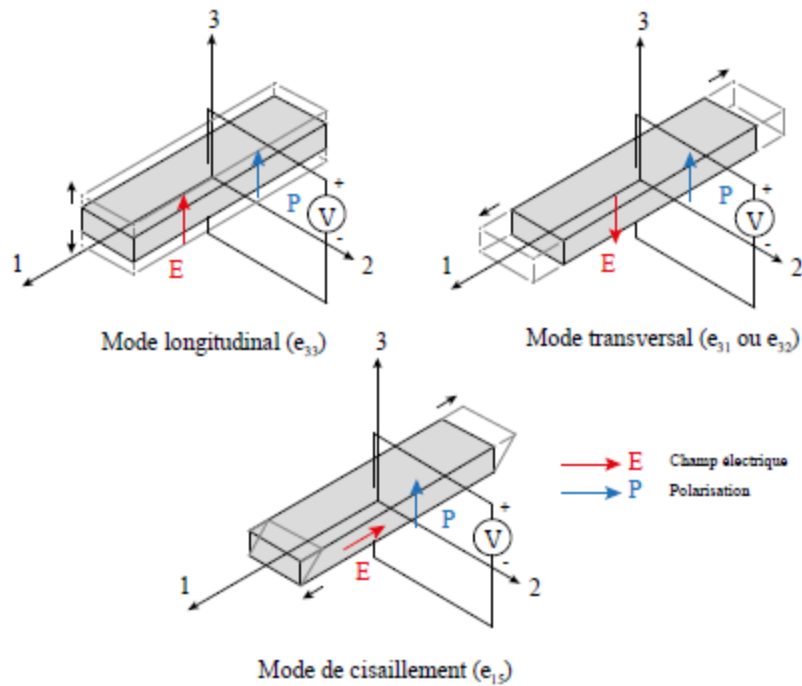


Figure (I.10): Les principaux modes de déformation d'un matériau piézoélectrique. (Babesse, 2018).

I.2.7 Les applications des matériaux piézoélectrique

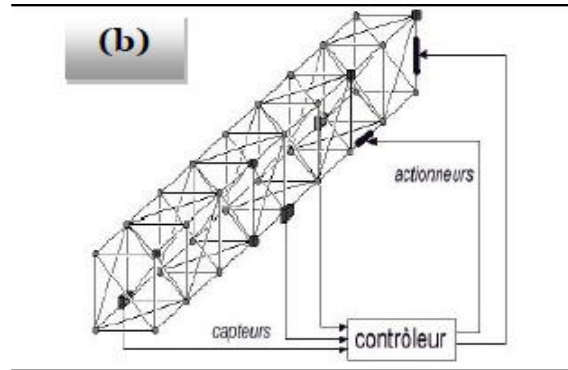
Le phénomène des matériaux piézoélectriques d'assurer une conversion d'énergie électrique en énergie mécanique permet d'utiliser les éléments piézo-électriques indifféremment comme actionneur ou capteur ou même de cumuler les deux fonctions.

Les techniques de réduction de vibration à l'aide de matériaux piézoélectrique sont récemment montrés une importante utilisation du nombre des applications industriel. Beaucoup de ces travaux sont couramment employées.

Comme un premier cas les vibrations mécaniques dans des structures flexibles est un thème de recherche qui s'est développé rapidement ces dernières années, en vue des applications aux futures stations spatiales figure (I .11). Ces structures sont caractérisées par des modes possédant un amortissement naturel faible (typiquement quelques %) et se trouvant dans la bande passante des contrôleurs classiques par en utilisant les piézo-électriques comme capteurs et comme actionneurs (Rizet 1999).



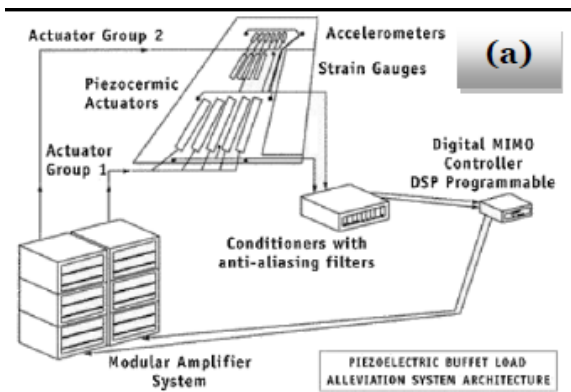
(a) satellite



(b) Bras de satellite équipé de contrôle actif de vibrations

Figure (I.11): Réduction des vibrations d'un bras de satellite (Sleiman, 2010).

dans Certains angles de vols induisent à haute vitesse des vibrations importantes en bout d'aile, fatiguant la structure. Des travaux sont menés pour contrôler les deux premiers modes de flexion et de torsion avec un contrôle de type modal, en utilisant les piézo-électriques comme capteurs et comme actionneurs (figure (I.12)) .



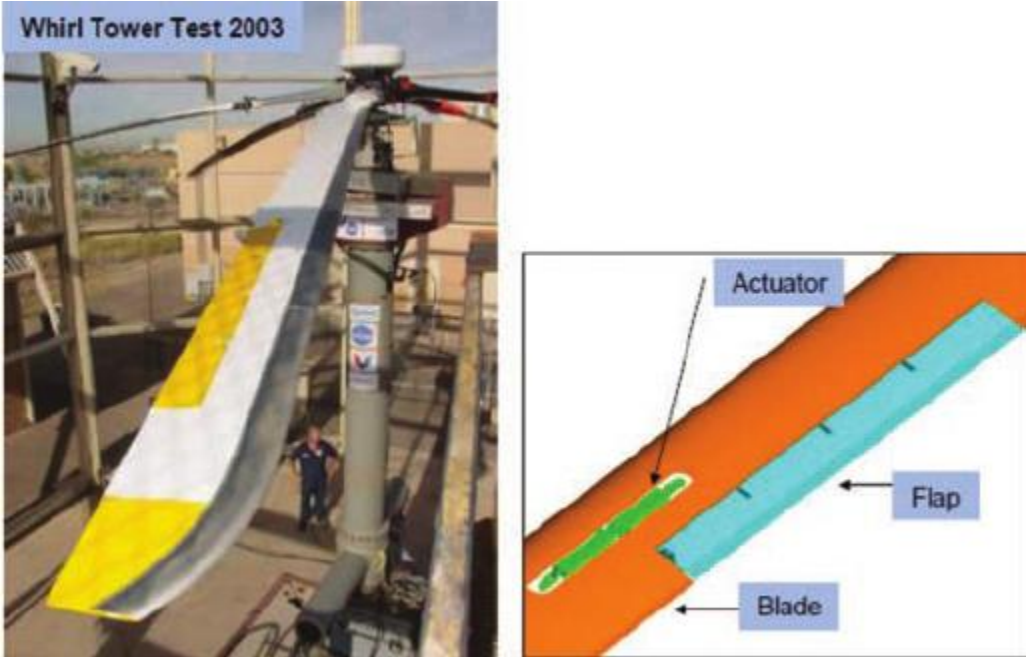
(a) principe de dispositif de contrôle de vibration d'une aile d'avion.



(b) vue générale d'une aile équipée de transducteurs piézoélectriques.

Figure (I.12): Réduction des vibrations dans les ailes d'avions (Sleiman 2010).

l'amortissement des aubes de turbomachine à l'aide des pastilles piézoélectriques dans (Sénéchal 2011). Le contrôle actif des pâle d'hélicoptère (figure(I.13)).



*Figure (I.13): Control active des vibrations d'une pâle d'hélicoptère
The Boeing (Company facility in Mesa, Arizona, USA)*

Chapitre II

*Les algorithmes de contrôle
et d'optimisation*

Ce second chapitre traite dans sa première partie des généralités rattachées au contrôle des vibrations. Après un bref rappel des principes fondamentaux du contrôle des vibrations, nous introduirons les notions indispensables à la compréhension des différents dispositifs de contrôle existants dans l'industrie. Par la suite, deux types de contrôle actifs (les plus importants) seront présentés.

Dans la deuxième partie du présent chapitre, nous présenterons d'une part les principes de la théorie des algorithmes génétiques (qu'on appliquera dans le troisième chapitre pour l'optimisation du positionnement des actionneurs), et d'autre part les opérateurs participants à l'exploration de l'espace de recherche tout en mettant l'accent sur l'utilité de ses algorithmes.

II.1 Première Partie : Contrôle des vibrations

Les vibrations mécaniques couvrent une gamme d'amplitudes allant des mètres (génie civil) à des nanomètres (mécanique de précision). Afin de réduire les problèmes causés par les vibrations et d'améliorer l'efficacité et la fiabilité des structures, un amortissement et un contrôle des vibrations indésirables sont nécessaires. Dans la littérature, des dispositifs et des moyens sont proposés pour l'amortissement des vibrations.

Ces moyens de contrôle sont classés en deux grandes catégories, à savoir : les contrôles passifs et les contrôles actifs (voir Figure II.1) ci-dessous.

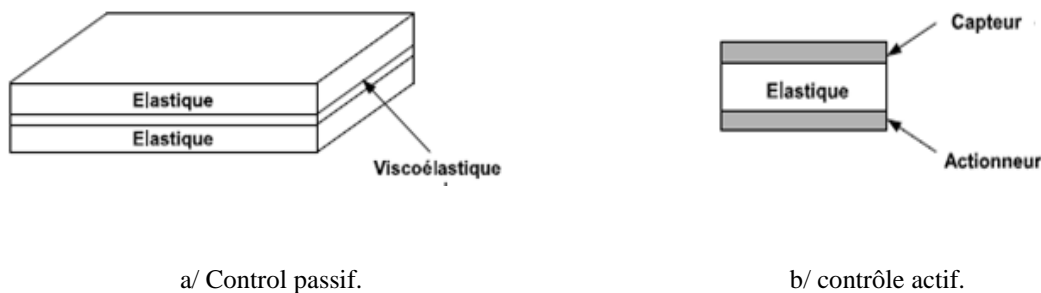


Figure (II.1) : Configuration de contrôle passif et actif (Trindade, 2000).

- le contrôle passif se fait par combinaison (superposition) de couches élastiques et de couches viscoélastiques (origine visqueuse).
- le contrôle actif est obtenu par combinaison de couches élastiques, de couches piézoélectriques ainsi que par l'application d'une loi de contrôle électrique.

Dans les paragraphes qui vont suivre, nous allons présenter un développement détaillé des notions de base du contrôle actif des vibrations, objet de la présente thèse.

II.1.1 Le contrôle passif

Le contrôle passif des vibrations provient des propriétés dissipatives du à l'intégration ou à l'ajout de matériaux ou systèmes, possédant des propriétés amortissantes est présenté par (Soong, 1997) et (Lam, Inman et Saunders, 1997) Cet ajout de masse peut entraîner une augmentation significative du poids des structures ce qui en fait une contrainte supplémentaire, en les rendant plus lourds et donc contraignant dans certaines applications telles que les applications aéronautiques et aérospatiales (Takács et Rohaľ-Ilkiv, 2012), (Sun et Huang, 2000). Ces systèmes additionnels sont couplés aux structures d'origine de telle façon que les vibrations des structures résultantes soient amorties passivement, c'est-à-dire, sans aucune intervention extérieure supplémentaire. Les revêtements composés de matériaux polymères viscoélastiques constituent des solutions très efficaces pour réduire les amplitudes de résonance de structures vibrantes.

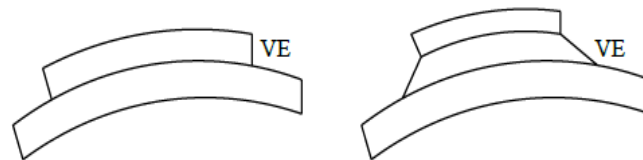


Figure (II.2) : Amortissement avec une couche viscoélastique collée à une plaque.

Ces matériaux ont la propriété de passer d'un état peu rigide (caoutchouteux) pour des températures élevées et des fréquences de vibration basses, à un autre rigidifié (vitreux) pour la situation opposée. De plus, dans la région de transition entre ces deux états, ou leurs propriétés élastiques varient rapidement, ces matériaux sont capables de transformer l'énergie de déformation due à des contraintes extérieures en une énergie thermique, dissipant ainsi, sous forme de chaleur, l'énergie vibratoire de la structure sur laquelle ils sont collés. Par ailleurs, il a été constaté que ces revêtements viscoélastiques sont beaucoup plus efficaces quand ils sont recouverts d'une couche élastique permettant de les faire déformer en cisaillement (voir Figure II.2). Ce traitement est dénommé *Revêtement Contraint Passif* (RCP).

II.1.2 Contrôle actif des vibrations

II.1.2.1 *Etat de l'art*

Un autre moyen d'amortir les vibrations des structures, appelé contrôle actif des vibrations, a été introduit par (Liu, 1981) et (Bailey et Ubbard, 1985) pour pallier la faiblesse du contrôle passif des vibrations. Le contrôle actif des vibrations repose sur trois points essentiels: actionneurs, capteurs et conception de la commande.

S'en est suivi alors des travaux s'intéressant de modélisation de ce phénomène. On citera a titre d'exemple des travaux de la littérature tels (Crawley et De Luis 1987), (Hagood, Chung et Von Flotow, 1990) qui ont montré la possibilité de coupler les structures avec des capteurs piézoélectriques et des actionneurs pour créer des structures intelligentes à contrôler. Les mesures fournies par les capteurs sont traitées par un système de contrôle approprié qui envoie aux actionneurs un signal capable de modifier le comportement de la structure et de l'adapter à la position souhaitée. Dans différents travaux scientifiques traitant du contrôle des vibrations, des algorithmes basés sur différentes lois ont été développés. Ainsi, (Azvine, Tomlinson et Wynne, 1995) ont utilisé une loi proportionnelle (P) tandis que (Kapadia et Kawiecki, 1997) ont utilisé une loi de contrôle dérivative (D), et (Rongong et al. 1997) ont utilisé les deux à la fois, c'est-à-dire une loi proportionnelle-dérivée (PD). D'autres lois ont été utilisées par (Shen, 1994), par (Veley et Rao, 1996): proportionnelle-intégrale-dérivée et par (Lesieutre et Lee, 1996)] et bien d'autres.

Par ailleurs, plusieurs auteurs, tels que (Liao et Wang, 1997)], (Bruant, Pablo et Polit, 2008) et (Vinyas, 2019) ont utilisé un contrôle de vibration actif basé sur un régulateur quadratique linéaire (LQR). Un autre algorithme noté LQG (Linear Quadratic Gaussian) a été utilisé par (Trindade 2000) pour le contrôle des vibrations. Alors que (Baz, 1998) a utilisé un contrôleur robuste H_2 pour étudier les performances de contrôle d'une plaque élastique équipée de trois patchs piézoélectriques. (Crassidis, Baz et Wereley, 2000) ont aussi utilisé un contrôle robuste mais avec la norme H_∞ . A noter aussi l'étude de (Bendine, 2016) qui a présenté une stratégie de contrôle basée sur la rétroaction directe des vitesses (DVF).

Dans une autre étude, celle de (Zhang, Schmidt et Qin, 2015), une comparaison a été faite entre le contrôle PID et le contrôle optimal LQR sur des plaques équipées de patchs piézoélectriques. Les résultats de cette étude ont montré que le contrôle LQR était meilleur.

II.1.2.2 Principe du contrôle actif

Un système de contrôle est dit « actif » si un ou plusieurs actionneurs appliquent des forces sur une structure selon une loi de contrôle en utilisant une source d'énergie externe pour leur fonctionnement. Ces forces peuvent être utilisées pour ajouter ou dissiper l'énergie de la structure à contrôler. Afin de construire un tel système, il existe deux approches radicalement différentes :

- la première consiste à identifier la perturbation qui crée les vibrations pour l'annuler en lui superposant une excitation "inverse". Cette stratégie de contrôle actif est appelée contrôle par anticipation (feedforward). Elle est surtout développée en acoustique, mais elle est aussi très utile pour le contrôle des vibrations des structures.
- La deuxième consiste à identifier la réponse de la structure plutôt que l'excitation qui la fait vibrer. Elle nécessite donc, la modélisation du comportement dynamique de la structure. Le travail de contrôle des vibrations qui porte sur ce type de stratégie est appelé contrôle par boucle de rétroaction (feedback). Un système de contrôle actif des structures a une configuration de base comme indiqué sur la figure (II.3).

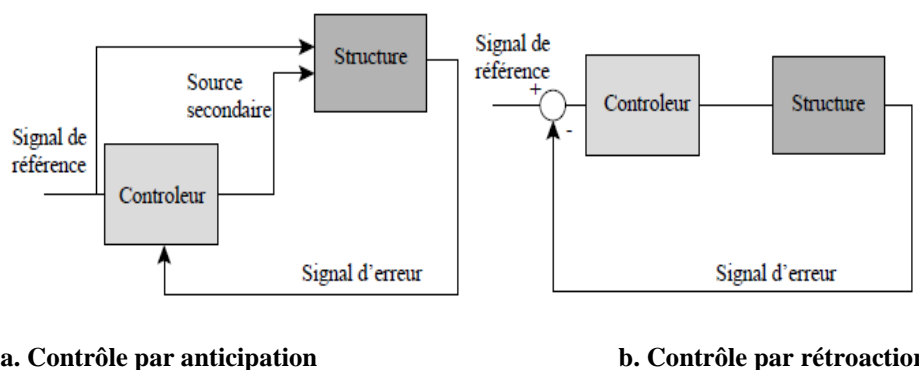


Figure (II.3): Diagramme de contrôle actif (Rizet 1999).

Ce système consiste premièrement, à placer les capteurs sur la structure pour identifier, à chaque instant, la réponse ou l'excitation. Lorsque seulement la réponse de la structure est mesurée, la configuration de contrôle est connue sous le nom du contrôle à boucle fermée : la réponse est mesurée à chaque instant et cette information est utilisée pour la correction de la force de contrôle appliquée instantanément.

Mais, lorsque seulement l'excitation est mesurée, le contrôle prend le nom de boucle ouverte. Par contre, si la réponse et l'excitation sont mesurées ensemble le terme utilisé dans la littérature est le contrôle à boucle fermée-ouverte.

En deuxième étape, le système consiste à choisir une loi de contrôle convenable qui permet, à chaque instant, à l'actionneur, en apportant de l'énergie de l'extérieur, de produire une force de contrôle. Par suite, lors de la conception d'un système de contrôle actif des vibrations par rétroaction, on commence par étudier le comportement dynamique de la structure à contrôler, puis on choisit une loi de contrôle de rétroaction qui répond au mieux à la problématique.

II.2 Les algorithmes de contrôle

La performance du système de control actif est dépendante de l'algorithme de contrôle utilisé pour traiter les informations. Ces dernières sont disponibles grâce à des capteurs. Les informations recueillies permettent de déterminer les signaux de commande envoyés aux actionneurs.

Cette section a pour but de présenter les principaux algorithmes de commande couramment utilisés dans le contrôle actif des vibrations. Des ouvrages scientifiques se sont attelés à cela. Nous citerons à titre d'exemple le livre de (Takács et Rohal-Ilkiv, 2012) où les auteurs illustrent les différentes théories de contrôle.

La première sous-section II.2.1 du présent paragraphe définit les régulateurs proportionnels-intégraux-dérivés (PID) qui sont couramment utilisés dans tous les domaines de l'ingénierie, y compris le contrôle actif des vibrations. La sous-section II.2.2 présente une stratégie de contrôle un peu plus avancée, appelée commande linéaire quadratique (LQR). Les deux méthodes citées sont appelées rétroaction de position ou de vitesse (i.e. le système utilise simplement un gain fixe multiplié par la position, la vitesse ou le signal d'accélération afin de calculer un signal d'entrée, qui est à son tour fourni à l'actionneur).

II.2.1 Régulateurs Proportionnels-Intégraux-Dérivés (PID)

La commande PID est dite aussi « correcteur, régulateur, contrôleur ». Elle se compose de trois terme P, I et D où 'P' correspond au terme proportionnel, 'I' au terme intégral et 'D' au terme dérivé de la commande. Les régulateurs PID sont largement utilisés dans le contrôle industriel. Le régulateur PID est une simple implémentation de retour d'information

(feedback). Il a la capacité d'éliminer la compensation de l'état d'équilibre grâce à l'action intégral, et il peut anticiper le futur grâce à une action dérivée. Au fil des ans, ils ont été adaptés ou modifiés selon les besoins (Ziegler 1942). A titre d'exemple, en 1963, Horowitz a ajouté un degré de liberté supplémentaire au régulateur PID afin de mieux contrôler les dépassements obtenus lors d'une réponse indicielle. Ce nouveau degré de liberté consiste, en particulier, à ne réinjecter vers le terme proportionnel qu'une partie du signal de sortie.

Depuis, les contrôleurs PID ont connu des avancées technologiques importantes les rendant très performants.

II.2.1.2 Description des régulateurs PID

Un régulateur PID remplit essentiellement trois fonctions :

- Fournir un signal de commande $u(t)$ en tenant compte de l'évolution du signal de sortie $y(t)$ par rapport à la consigne $r(t)$.
- Éliminer l'erreur statique grâce au terme intégrateur.
- Anticiper les variations de la sortie grâce au terme dérivateur.

Le comportement du régulateur proportionnel intégral dérivé (PID) standard peut être décrit par l'équation suivante :

$$u(t) = g_d q(t) + g_v \dot{q}(t) + g_a \ddot{q}(t) \quad (\text{II.1})$$

Où : g_d , g_v et g_a sont les gains de déplacement, de vitesse et d'accélération.

En raison de contraintes multiples (physiques, pratiques et économiques), tous les signaux ne peuvent pas être mesurés. Supposons donc que nous ne pouvons mesurer que le signal de vitesse $\dot{q}(t)$, et que l'accélération soit calculée à l'aide d'une dérivation numérique, tandis que le déplacement est calculé en utilisant un équivalent numérique de l'intégration. Dans ce cas, nous pourrions formuler notre problème comme suit :

$$u(t) = g_d \int_0^t \dot{q}(t) dt + g_v \dot{q}(t) + g_a \frac{d}{dt} \dot{q}(t) \quad (\text{II.2})$$

Généralement, le gain de déplacement g_d est appelé le gain intégral K_i en ingénierie de contrôle, puisque il est associé à l'action intégrale. De même, le gain g_v associé au signal inchangé $\dot{q}(t)$ est connu comme étant le gain proportionnel K_p tandis que g_a comme le gain dérivé K_d .

La première étape d'un algorithme PID est de calculer une valeur d'erreur $e(t)$ qui est une différence entre la référence $r(t)$ et la sortie réelle $y(t)$:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (\text{II.3})$$

La somme de la valeur d'erreur elle-même $e(t)$, son intégrale de temps $\int_0^t e(t)dt$ et sa dérivée $\frac{d}{dt}e(t)$ multipliés par les constantes (K_p , K_i et K_d) respectivement nous donne le signal d'entrée $u(t)$ vers l'installation contrôlée. Ceci définit un contrôleur PID.

Mathématiquement, nous pouvons exprimer le signal d'entrée par l'équation (II.4) ci-dessous :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (II.4)$$

Le premier terme est le terme proportionnel ou l'erreur est multipliée par le gain proportionnel K_p . Le deuxième terme de l'équation II.4 est le terme intégral du signal multiplié par le gain intégral K_i . Le troisième terme est l'intégrale du signal multiplié par le gain dérivé K_d .

On peut imaginer la signification des trois composants d'un contrôleur PID en rapportant l'erreur et l'interprétation pratique des opérations d'intégration et de dérivation. Ainsi :

- Le terme proportionnel « P » est lié à l'erreur du courant.
- Le terme intégral « I » est lié à l'historique des erreurs, étant donné que l'intégrale n'est autre que la surface sous la courbe d'erreur (en termes discrets, elle représente la somme de toutes les erreurs).
- Le terme dérivé « D » est lié à une erreur pouvant se produire dans le futur, car un dérivé exprime le taux de changement (ou la pente de la courbe d'erreur) créant une sorte de prédiction sur sa tendance à venir.

Dans la pratique, il n'est pas toujours nécessaire d'utiliser tous les composants du contrôleur PID. En effet, en fixant les constantes appropriées à zéro, nous pouvons créer un tableau de contrôleurs, formé par seulement un ou deux composants du PID. Il est commode d'utiliser les combinaisons suivantes: P, I, PI et DP.

Une autre notation commune exprimant un contrôleur PID est sa forme dite standard (équation II.5):

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t)dt + T_d \frac{d}{dt} e(t) \right) \quad (II.5)$$

Ou :

T_i et T_d sont des constantes de l'intégrale et de la dérivée temporelles.

L'algorithme du régulateur PID tel que décrit dans l'éq.(II.5) peut être représenté par la fonction de transfert suivante :

$$G(S) = K_p + \frac{K_i}{S} + K_d S = \frac{K_d S^2 + K_p S + K_i}{S} \quad (\text{II.6})$$

où $G(S)$ est la fonction de transfert continu du contrôleur PID et « S » représente l'opérateur en place. Une fonction de transfert alternative d'un contrôleur PID est donnée par :

$$G(S) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i S} + \frac{T_d S}{N S + 1} \right) \quad (\text{II.7})$$

Les constantes d'intégration et de dérivation respectivement T_i et T_d sont liées aux paramètres de la forme standard éq(II.5) par les relations suivantes :

$$\begin{cases} T_i = \frac{K_p}{K_i} \\ T_d = \frac{K_d}{K_p} \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

Où le terme supplémentaire $\frac{T_d}{N} S + 1$ est un filtre passe-bas introduit sur l'action dérivé.

II.2.1.2 Les algorithmes du PID

- L'Algorithme P

Le rôle de l'action proportionnelle est de minimiser l'écart $e(t)$ entre la consigne et la mesure. Elle réduit le temps de montée et le temps de réponse. On constate qu'une augmentation du gain K_p du régulateur entraîne une diminution de l'erreur statique et permet d'accélérer le comportement global de la boucle fermée. On serait tenter de prendre des valeurs du gain élevées pour accélérer la réponse du procédé mais on est limité par la stabilité de la boucle fermée. En effet, une valeur trop élevée du gain, augmente l'instabilité du système et donne lieu à des oscillations en cas d'un régulateur P.

- L'Algorithme PI

Le correcteur intégral est en général associé au correcteur proportionnel. Pour un régulateur intégral pur, le régime dynamique est relativement lent. D'un autre côté, le régulateur proportionnel réagit immédiatement aux écarts de réglage mais il n'est pas en mesure de supprimer totalement l'erreur statique. La combinaison des actions proportionnelle et intégrale permettent d'associer l'avantage du régulateur P, c'est-à-dire la réaction rapide à un écart de réglage, à l'avantage du régulateur I qui est la compensation exacte de la grandeur

pilote. La transposition de correcteur continu consiste à le discrétiser afin de l'utiliser dans une commande numérique.

- L'Algorithme PID

Le régulateur standard le plus utilisé dans l'industrie est le régulateur PID (Proportionnel Intégral Dérivé) car il permet de régler à l'aide de ses trois paramètres « le P, le I et le D », les performances (amortissement, temps de réponse, ...) d'un processus modélisé par un deuxième ordre. Nombreux sont les systèmes physiques qui, même en étant complexes, ont un comportement voisin de celui d'un deuxième ordre. Par conséquent, Le régulateur PID est bien adapté à la plupart des processus de type industriel, et il est relativement robuste par rapport aux variations des paramètres du procédé, quand on n'est pas trop exigeant sur les performances de la boucle fermée par rapport à celles de la boucle ouverte (par exemple, accélération très importante de la réponse ou augmentation très importante de l'amortissement en boucle fermée).

L'action conjuguée PID permet une régulation optimale en associant les avantages de chaque action : la composante P réagit à l'apparition d'un écart de réglage, le composant D s'oppose aux variations de la grandeur réglée et stabilise la boucle de régulation et la composante I élimine l'erreur statique. Et c'est pour cela que ce type de correcteur est le plus utilisé en milieu industriel.

Un régulateur PID est obtenu par l'association de ces trois actions et il remplit essentiellement les trois fonctions suivantes :

- Il fournit un signal de commande en tenant compte de l'évolution du signal de sortie par rapport à la consigne.
- Il élimine l'erreur statique grâce au terme intégrateur.

II.2.1.3 Les différentes structures d'un PID

Il existe deux formes de PID : PID en série et en parallèle. Les deux formes sont mathématiquement équivalentes. Ainsi un régulateur sous forme de PID en série pourra être mis sous forme de PID en parallèle à partir des équations de transformation suivant (Harilova Razaka 2008) :

$$\begin{cases} T_i = \frac{K_p}{K_i} \\ T_d = \frac{K_d}{K_p} \end{cases}$$

$$\frac{T_d}{N} S + 1$$

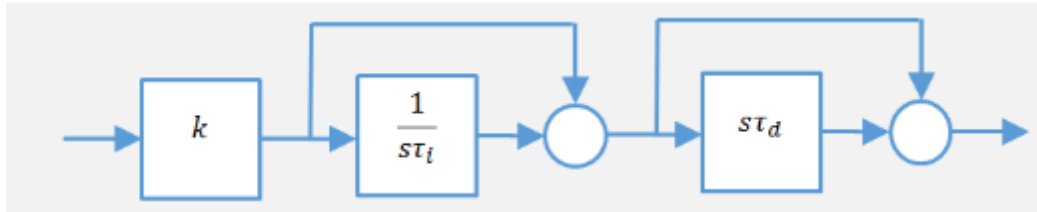


Figure (II.4): PID en série.

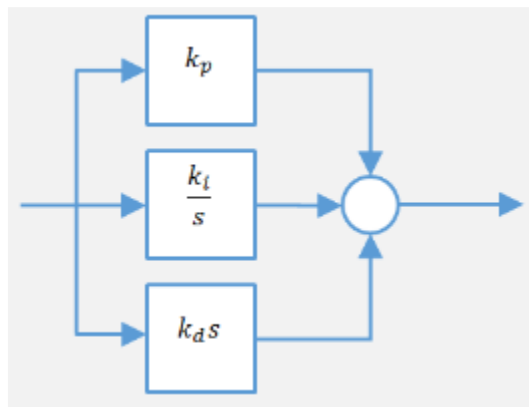


Figure (II.5) : PID en parallèle.

II.2.2 Contrôle quadratique linéaire LQR

Comme exemple d'algorithmes basés sur la théorie du contrôle linéaire optimal, on cite la méthode LQR. Il s'agit du contrôle optimal d'un système linéaire qui est déterminé de sorte qu'un critère quadratique, fonction de la réponse de la structure et de la variable de contrôle, soit minimisé. (Takács 2012)

Étant donné un système linéaire représenté dans l'espace des variables d'état x . Pour formuler le problème du régulateur quadratique linéaire, considérons d'abord la représentation en espace d'état d'un système invariant linéaire entièrement contrôlable :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax - Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (II.9)$$

Ou :

x est un vecteur d'état à n -dimensions,

u est un vecteur d'entrée

y est un vecteur de sortie.

A , B et C sont les matrices d'état du système.

En supposant que (A, B) soit contrôlable, une rétroaction linéaire des variables d'état

$$u = -Kx \quad (\text{II.10})$$

peut être trouvée qui déplace la boucle fermée aux endroits désirés.

Un problème se pose lorsqu'un contrôle est nécessaire pour amener la sortie de l'installation d'un état différent de zéro à l'état zéro pour une installation soumise à des perturbations indésirables. Le problème alors est de ramener le système à l'état zéro le plus rapidement possible tout en essayant d'utiliser les plus petites entrées de contrôle. La solution optimale consiste à trouver l'entrée de contrôle u afin de minimiser la fonction coût quadratique éq (II.11).

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (\text{II.11})$$

où Q et R sont des matrices de pondération choisies par le concepteur. C'est le problème classique de conception du régulateur quadratique linéaire. L'utilisation de la conception LQR présente l'avantage que le système sera toujours stable et robuste. La solution optimale représentant le gain de control optimal est donnée par :

$$K = R^{-1} B^T P \quad (\text{II.12})$$

où la matrice P est la solution de l'équation algébrique de Riccati. Dans le cas d'un régime stationnaire, l'équation différentielle matricielle s'écrit :

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (\text{II.13})$$

L'équation de Riccati (ARE) est définie comme par l'éq. (II.14) :

$$-PA - A^T P - Q + PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (\text{II.14})$$

Pour un système d'espace d'état discret invariant dans le temps, on peut définir le contrôleur LQR comme le gain de rétroaction de la matrice K , ce qui minimise le champ infini suivant la fonction coût :

$$J = \sum_{K=0}^{\infty} x_K^T Q x_{k+1} + u_K^T R u_K \quad (\text{II.15})$$

La tension de sortie sur les actionneurs est alors:

$$u_K = -K_{xK} x_K \quad (\text{II.16})$$

Et le système d'espace-état linéaire invariant sera réduit à :

$$x_{K+1} = (A - BK)x_K = \phi x_K \quad (\text{II.17})$$

Où ϕ exprime la dynamique d'état du système en boucle fermée contrôlée par un gain LQR.

Le gain LQR peut être calculé à partir de :

$$K = R^{-1}B^T P(R + B^T P B)^{-1} B^T P A \quad (\text{II.18})$$

Où P est la solution de l'équation différentielle de Riccati en temps discret défini par :

$$P = Q + A^T (P - P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P) A \quad (\text{II.19})$$

A noter enfin que les contrôleurs LQR sont largement utilisés à la fois dans des applications industrielles générales et pour le contrôle des vibrations. Pour lister certaines applications, la stratégie LQR a été suggérée pour le contrôle actif des vibrations des bâtiments lors des séismes, et aussi pour le semi-actif contrôle des suspensions des véhicules.

Remarque :

On peut ajouter un amortissement hybride au contrôle des vibrations, qui n'est autre que la combinaison des deux types de contrôle mentionnés ci-dessus (contrôle actif et passif).

- *Les méthodes semi-passives* : Elles ne nécessitent pas une grande énergie pour la partie opérative. Une faible énergie faible est nécessaire pour la partie commande du système. Le système peut alors s'autoalimenter.

- *Les méthodes semi-actives* : Elles n'ont besoin que d'une faible énergie pour les deux parties du système (opérative et commande).

II.3 Deuxième partie : Optimisation du positionnement des actionneurs

II.3.1 Etat de l'art

Le mauvais placement des actionneurs piézoélectriques peut affecter les performances du système de contrôle, il est donc important de définir un emplacement approprié pour chacun d'entre eux afin de réduire les coûts et le poids et d'augmenter leur efficacité. Pour cela, on utilise une optimisation, dont l'objectif principal est de résoudre de type de problème en cherchant à trouver le minimum, ou le maximum d'une fonction à plusieurs variables sur un certain domaine de définition de l'étude, de leur existence à leur détermination. On y arrive en général par la mise en œuvre d'un algorithme et d'un programme informatique adéquat.

Dans la littérature, de nombreuses recherches ont eu pour but d'optimiser l'emplacement des patches piézoélectriques en utilisant différentes méthodes d'optimisation et sur des applications tout aussi différentes. On cite :

- Les travaux de recherches de (Kim et Kim, 2009) qui ont considéré le problème de la distribution optimale d'une couche piézoélectrique active pour le contrôle de la vibration transitoire d'une plaque flexible. Ils ont montré que chaque mode de vibration avait une distribution optimale différente et une contribution différente à la suppression des niveaux vibratoires. L'énergie de vibration transitoire a été prise comme objectif pour trouver la

distribution optimale (la programmation quadratique séquentielle a été utilisée pour l'optimisation dans ce travail).

- L'étude de (Sadri, Wright et Wynne, 1999) qui ont examiné la modélisation et le placement optimal dans le contrôle des vibrations d'une plaque isotrope simplement supportée à l'aide d'algorithmes génétiques en utilisant dans la formulation proposée une contrôlabilité modale et les critères de Grammian.

- Un autre travail scientifique accompli par (Peng, Ng et Hu, 2005), qui ont présenté une autre méthodologie à l'aide de logiciel Ansys et un algorithme génétique.

- Une autre étude présentée par (Caruso, Galeani et Menini, 2003) qui a étudié le comportement d'une plaque flexible localisée avec un nombre donné de patches piézoélectriques de dimensions fixes et qui a déterminé les emplacements optimaux en maximisant la contrôlabilité modale et l'observabilité de la structure.

- Le travail effectué par (Rao, Pan et Venkayya, 1991) est une autre contribution à signaler dans ce domaine où les auteurs ont formulé le problème des emplacements optimaux discrets des actionneurs dans le contrôle de la vibration active d'un treillis. Ils ont utilisé dans cette étude un algorithme génétique pour déterminer la solution.

- (Bruant et Proslie, 2005) ont proposé une nouvelle technique d'optimisation en minimisant l'intégrale de l'énergie mécanique du système et de l'état de sortie dans le contrôle actif d'une poutre.

- A signaler aussi, les travaux de (Bruant et al. 2001) qui ont étudié les emplacements optimaux des actionneurs et des capteurs dans le contrôle actif de la vibration des structures en prenant en compte les modes propres.

- Dans l'étude de (Ramesh Kumar et Narayanan, 2008), une autre méthode pour trouver l'emplacement optimal des actionneurs piézoélectriques est proposée. Elle consiste à minimiser l'énergie mécanique intégrale du système et celle des capteurs et en même temps à maximiser l'énergie de sortie d'état dans le contrôle actif de deux structures : une poutre simple et une structure composée de trois poutres.

- (Mallardo, Aliabadi et Khodaei, 2012) ont proposé un algorithme génétique basé sur un processus de croisement et de mutation. Il a été établi afin de trouver la distribution optimale des capteurs piézoélectriques dans une structure composite renforcée soumise à l'impact.

- (Biglar, Mirdamadi et Danesh, 2014) ont examiné l'optimisation des transducteurs piézoélectriques dans le contrôle actif de la vibration d'une coque cylindrique.

D'autres études de la littérature se sont plutôt penchées sur la recherche du nombre optimal d'actionneurs piézoélectriques à installer sur les structures vibrantes pour un meilleur contrôle efficace à l'exemple des travaux menés par (Hua Ning, 2004) ou l'auteur s'est intéressé à l'application du contrôle actif des vibrations des structures, et qui a utilisé la distribution des valeurs propres de l'énergie de la force d'entrée de contrôle pour déterminer le nombre optimal des actionneurs requis.

II.3.2 Problème d'optimisation

La résolution d'un problème d'optimisation est complexe car de nombreux facteurs interviennent et interagissent entre eux. La méthode du processus d'optimisation est basée sur trois étapes et est présentée dans la figure (II.6). Les étapes sont : l'analyse, la synthèse et l'évaluation. Tout d'abord, il convient d'analyser le problème et d'opérer un certain nombre de choix préalable, il s'agit d'identifier:

- Les variables du problème,
- L'espace de recherche,
- La fonction objectif et la méthode d'optimisation.

Une fois ces différents choix effectués, la méthode choisie synthétise plusieurs solutions potentielles qui sont évaluées, puis éliminées l'une après l'autre jusqu'à l'obtention d'une solution acceptable.

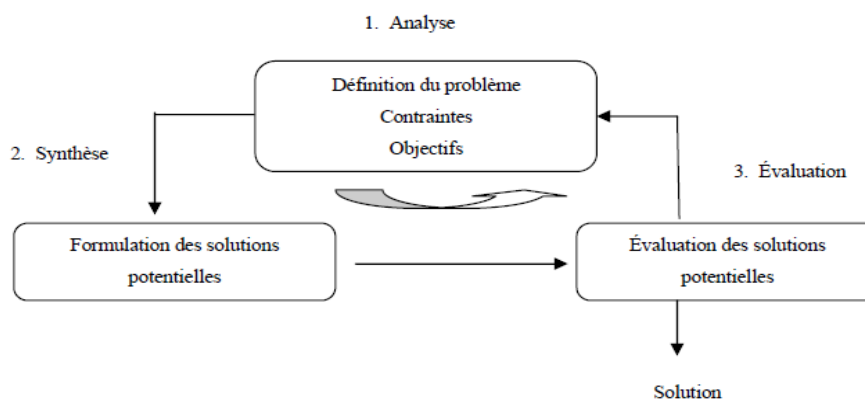


Figure (II.6) : Les étapes de processus d'optimisation (Zerari, 2006).

La base de l'optimisation est la méthode de tests et d'erreurs. Il s'agit de tester un certain nombre de solutions potentielles, jusqu'à l'obtention d'une solution adéquate. Les solutions inadéquates sont éliminées, jusqu'à ce qu'un test se révèle satisfaisant. L'optimisation est donc une des branches les plus importantes des mathématiques appliquées modernes, et de nombreuses recherches à la fois pratiques et théoriques.

II.3.3 Algorithmes génétiques

Un algorithme génétique est une méthode heuristique évolutionniste conçue pour résoudre un problème d'optimisation en faisant appel à un processus de sélection naturelle basée sur l'évolution génétique (développé en 1975 par John Holland). Le but de l'application de l'algorithme génétique est d'obtenir une solution approchée à un problème d'optimisation tel que le notre (C'est-à-dire trouver le meilleur emplacement d'un jeu de patchs sur la plaque sandwich étudiée, voir chapitre 4). Un algorithme génétique (GA) imite le comportement de la nature. Au lieu d'imiter les principes de fonctionnement d'un système nerveux, les algorithmes génétiques copient le processus de sélection évolutif. En réalité, les algorithmes génétiques appartiennent à la plus grande classe d'algorithmes évolutifs et sont souvent utilisés dans les problèmes d'optimisation et de recherche.

Les solutions d'un problème par l'application d'un GA, sont représentées par les individus. Ces derniers portent des informations génétiques codées représentées par des chromosomes. La population de tels individus porteurs de chromosomes est l'algorithme génétique lui-même, qui évolue progressivement vers une solution optimale à travers plusieurs générations.

Naturellement, en GA, l'information génétique est représentée par des données binaires ou autres type de chaînes au lieu de l'ADN. Nous pouvons décrire les étapes d'un algorithme génétique d'une manière simplifiée:

- Création d'une population de départ,
- Fonction objectif,
- Sélection,
- Croisement et mutation des gènes.

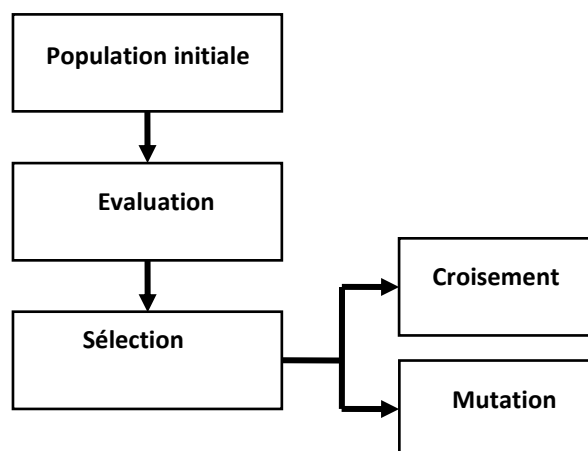


Figure (II.7) : Procédure de génération de l'algorithme génétique.

Les procédures de génération de l'algorithme génétique décrit par la Figure (II.7) est inspiré par la terminologie génétique. Lors de chaque procédure, une nouvelle génération de solutions du problème est obtenue. Initialement, une population initiale est générée où chaque individu-solution de la population est codé sous forme d'une chaîne de caractères (chromosomes). Ensuite, une évaluation de chaque chromosome sera établie. Cette évaluation consiste à estimer la qualité des chromosomes à l'aide de la fonction d'évaluation : « fitness ». Ce qui permet de sélectionner les chromosomes les plus adaptés et par conséquent leur appliquer les opérateurs génétiques (croisement et mutation), ce qui crée une nouvelle génération.

A la fin du cycle, une nouvelle population est acquise ouvrant ainsi la voie pour une nouvelle génération et par conséquent un nouveau cycle.

II.1.3.3.1 Codage du chromosome

L'utilisation des algorithmes génétiques pour la résolution d'un problème donné, nécessite le codage de ses données. Il faut représenter les différents états possibles de la variable dont

on cherche la valeur optimale sous forme utilisable pour un GA: c'est le codage. Cela permet d'établir une connexion entre la valeur de la variable et les individus de la population, de manière à imiter la transcription génotype-phénotype qui existe dans le monde vivant. Il existe principalement deux types de codage : le codage binaire et le codage réel.

- **Codage binaire (Harrath, 2003)**

Le codage classique utilise l'alphabet binaire : 0, 1. Dans ce cas le chromosome représente simplement une suite de 0 et de 1. Le codage binaire est également indépendant des opérateurs génétiques (croisement et mutation) du moment où ces derniers ne nécessitent aucune spécification. En effet, toute manipulation d'un chromosome donne naissance à un nouveau chromosome valide. Dans la pratique, le codage binaire peut présenter des difficultés. En effet, il est parfois très difficile ou très lourd de coder des solutions de cette manière. En outre, dans certain cas, la taille mémoire requise peut devenir prohibitive

- **Codage réel**

Pour certain problème d'optimisation, il est plus pratique d'utiliser un codage réel des chromosomes. Un gène est ainsi représenté par un nombre réel au lieu d'avoir à coder les réels en binaire puis de les décoder pour les transformer en solutions effectives. Le codage réel permet d'augmenter l'efficacité de l'algorithme génétique et d'éviter des opérations de

décodage supplémentaires. En effet, un chromosome codé en réels est plus court que celui codé en binaire.

II.1.3.3.2 Sélection

La sélection, c'est le choix d'individus pour la reproduction et la mutation. Plusieurs méthodes de sélections existantes dans la littérature.

➤ Sélection par rang

Cette méthode consiste à attribuer à chaque individu son classement en fonction de la valeur de la fonction objectif. Pour un problème de maximisation, les individus sont classés dans un ordre décroissant des valeurs de la fonction objectif. Ainsi le plus mauvais individu est celui qui possède la plus petite valeur de la fonction objectif, il prendra le rang 1. Pour le problème de minimisation, le classement sera l'inverse du cas précédent. On prélève ensuite la nouvelle population à partir d'ensemble d'individus ordonnés en utilisant des probabilités indexées sur les rangs des individus.

➤ Sélection par roulette

Cette méthode consiste à associer à chaque individu i une probabilité de sélection notée P_i proportionnelle à sa valeur F_i de la fonction objectif. Chaque individu est alors reproduit avec la probabilité P_i , certains individus « les bons » seront plus reproduits et d'autres « les mauvais » éliminés. Pour un problème de minimisation, on utilise une probabilité de sélection pour un individu i égal à

$$p_i(x_i) = \frac{F(x_i)}{\sum_{K=1}^n F(x_K)}$$

Où :

$p_i(x_i)$: est la probabilité de sélection de l'individu x_i .

$F(x_i)$: est la fonction d'adaptation associée à cet individu.

$F(x_K)$: représente la somme des fonctions d'adaptation de tous les individus de la population.

➤ Sélection par Tournoi

Le principe de cette méthode consiste à choisir une sous population, de taille « M » fixée à priori par l'utilisateur, aléatoirement. L'individu de meilleure qualité par rapport à la sous population sera sélectionné pour l'application de l'opérateur de croisement. En effet, c'est une compétition entre les individus d'une sous population de taille M ($M \leq N$), N étant la taille de la population. Cette méthode donne plus de chance aux individus de mauvaise qualité de

participer à l'amélioration de la qualité de la population. Le paramètre « M » joue un rôle important dans la méthode du tournoi.

Dans le cas où $M=N$, le résultat par la sélection de tournoi donne à chaque fois un seul individu qui est le meilleur individu par rapport à la valeur de la fonction objectif, ce qui réduit l'algorithme génétique à un algorithme de recherche locale.

Dans le cas où $M=1$, la sélection correspond à la sélection aléatoire.

II.1.3.3.3 Le croisement (crossover)

La naissance d'un nouvel individu, nécessite la prise aléatoire d'une partie des gènes de chacun des deux parents. Ce phénomène, issu de la nature est appelé croisement (crossover). Il s'agit d'un processus essentiel pour explorer l'espace des solutions possibles. Une fois la sélection terminée, les individus sont aléatoirement répartis en couples. Les chromosomes &aaqParents sont alors copiés et recombines afin de produire chacun deux descendants ayant des caractéristiques issues des deux parents. Dans le but de garder quelques individus parents dans la prochaine population, on associe à l'algorithme génétique une probabilité de croisement, qui permet de décider si les parents seront croisés entre eux ou s'ils seront tout simplement recopiés dans la population suivante. Nous citerons quelques techniques de croisement, croisement en un point, en deux points et uniforme.

✓ Croisement en 1-point

C'est le croisement le plus simple et le plus connu dans la littérature. Il consiste à choisir un point aléatoire dans le gène des deux parents et les échange pour le générer deux fois. La figure (II.8) illustre ce croisement dans le cadre d'une représentation réelle des gènes des chromosomes.

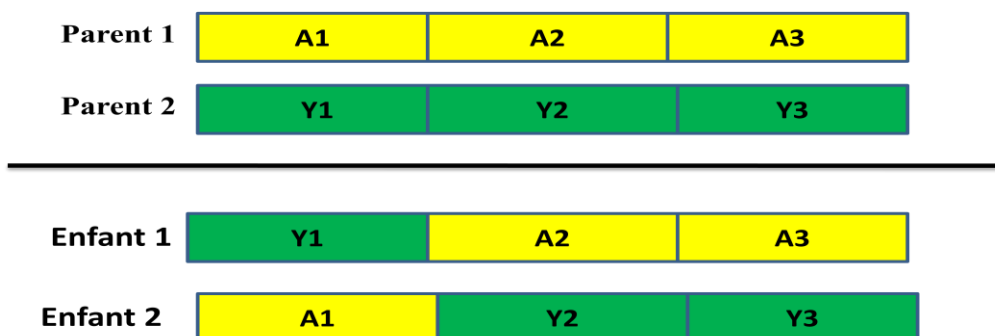


Figure (II.8): Croisement d'un point.

✓ **Croisement en 2-points**

Cette méthode consiste à fixer deux positions, le premier enfant sera la copie du premier parent en remplaçant sa partie entre les deux positions par celle du deuxième parent. La même opération.

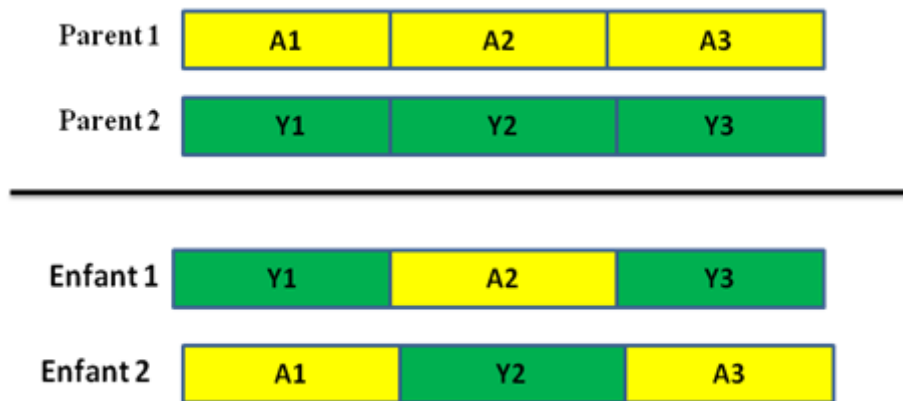


Figure (II.9): Croisement à deux points.

✓ **Croisement uniforme**

Cette technique est complètement différente des deux techniques précédentes. Cette technique génère des progénitures gène par gène à partir des deux parents. Il existe des versions distinctes de ce croisement. La plus connue est celle qui utilise un masque de croisement. S'il est égal à 1, l'enfant 1 reçoit la valeur de gène correspondant du parent 1 et l'enfant 2 reçoit celui du parent 2. Sinon, l'échange se fait dans l'autre sens.

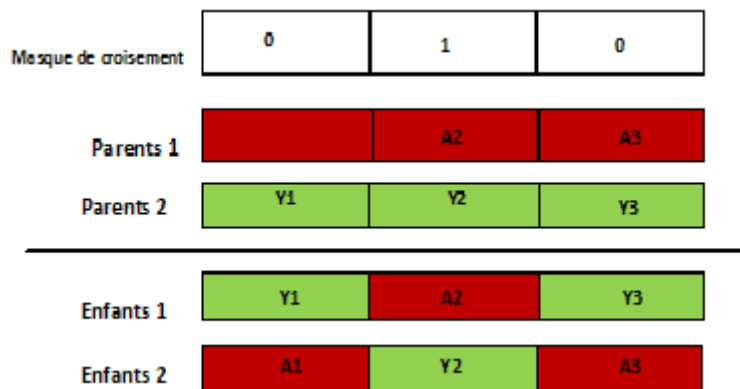


Figure (II.10): Croisement uniforme.

II.1.3.3.4 Mutation

La mutation est un opérateur optionnel utilisé pour explorer un espace de solution plus large afin d'éviter de converger vers des minimums locaux non souhaitable. L'action de l'opérateur de mutation consiste à changer ou à modifier les valeurs des gènes du chromosome avec une probabilité P_m . La probabilité P_m est déterminée pendant toute l'exécution de GA et doit être suffisamment petite pour modifier légèrement le chromosome. On peut observer à un moment du cycle de GA que des individus générés n'évoluent plus.

Pour les faire évoluer, l'opération de mutation peut modifier les valeurs des gènes pour constituer des individus non similaires. Cet opérateur permet une recherche de la solution au problème à optimiser dans un domaine très restreint. L'utilité de cet opérateur est donc l'exploitation de l'espace de recherche des solutions. Ces mutations ne créent généralement pas de meilleures solutions au problème mais elles évitent l'établissement de populations uniformes incapables d'évoluer.

Ceci permet à GA de converger vers des solutions globales (Rebreyend, 1999) A partir d'une exploration de l'espace de recherche, la mutation permet de passer de l'exploration vers l'exploitation et de trouver un ensemble de solutions. A noter que plusieurs techniques de mutation ont été développées dans la littérature.

II.4 Avantages des algorithmes génétiques

Le GA sera utilisé dans le 4ème chapitre de la présente thèse à l'effet d'optimiser le positionnement des patchs piézoélectriques sur la plaque sandwich étudiée. Parmi les avantages de cet algorithme :

- L'utilisation d'une fonction objectif (fitness) indépendamment de sa nature, convexe, continue et dérivable, ce qui lui confère plus de souplesse et un large domaine d'application.
- Les probabilités de croisement et de mutation permettent parfois d'éviter de tomber dans un optimum local et de se diriger vers l'optimum global.

L'application de GA sera illustrée dans la section II du chapitre 4.

Chapitre III

Modélisation par éléments finis

Dans ce troisième chapitre, et afin de mettre en évidence le contexte de ce travail et de justifier son intérêt potentiel, on présente tout d'abord un rappel de la théorie des plaques d'une façon générale, et par la suite, on propose une modélisation d'une plaque sandwich munie de patches piézoélectriques en utilisant la méthode des éléments finis. S'en suit alors une présentation de deux algorithmes de contrôle des vibrations (LQR et PID) et une technique de placement des patches piézoélectriques basée sur l'algorithme génétique.

III.1 Introduction

Pour le contrôle actif des vibrations des structures sandwichs en utilisant des matériaux piézoélectriques, objet d'étude de la présente thèse, il y a moins de contributions scientifiques dans ce domaine qu'avec les autres types de structures. La première étude intéressante à mentionner est celle de (Zhang et Sun, 1996). Les auteurs ont développé un modèle éléments finis d'une poutre sandwich contenant des actionneurs de cisaillement. Les peaux ont été modélisées à l'aide de la théorie classique d'Euler-Bernoulli et l'âme en utilisant la théorie de Timoshenko. Dans une autre étude, (Koconis, Kollár et Springer, 1994) ont étudié le matériau piézoélectrique dans des structures sandwichs en comportement dynamique et statique à l'aide de la méthode de Ritz, basée sur des solutions analytiques. (Trindade, Benjeddou et Ohayon, 1999) (avaient proposé l'algorithme LQR sur des poutres sandwichs avec des actionneurs d'extension et cisaillement pour étudier l'effet de l'actionneur d'extension et de cisaillement sur l'amortissement des structures sandwichs en vibration. Cependant, dans les travaux de Sanjay 2009), une solution analytique a été utilisée pour étudier une plaque sandwich avec une âme piézoélectrique basée sur les méthodes de Raleigh-Ritz et d'énergie à potentiel stationnaire. (Zhang et Sun 1999) ont mis au point un modèle éléments finis pour l'analyse d'une plaque sandwich à trois couches dotée d'un amortissement passif de couche contrainte (PCLD : amortissement passif de la couche contrainte) et un amortissement actif de couche contrainte (ACLD amortissement actif de la couche contrainte) afin de déterminer l'effet de l'amortissement de couche contrainte sur le contrôle des vibrations. A noter aussi une autre étude, celle de (Zippo et al. 2015) qui ont étudié le contrôle actif des vibrations d'une plaque sandwich rectangulaire à bord libre. Ils ont proposé un algorithme de contrôle basé sur la technique (PPF Positive Position Feedback) afin de contrôler les quatre premiers modes.

III.2 Théorie des plaques

La théorie de flexion des plaques la plus simple est la théorie de Kirchhoff-Love, appelée aussi théorie classique de la flexion (Classical Plate Theory) (Ramesh Kumar et Narayanan, 2007). Elle énonce les hypothèses suivantes :

- Le plan moyen est initialement parfaitement plan, c'est-à-dire qu'il ne présente pas de courbure.
- Le feuillet moyen ne subit pas de déformation dans son plan, c'est-à-dire que nous ne considérons que le déplacement transversal (noté w) des points du feuillet moyen.
- Les sections normales au feuillet moyen restent normales lors de la déformation, c'est-à-dire que nous pouvons négliger le cisaillement.
- L'épaisseur de la plaque est faible, c'est-à-dire que dans la direction de l'épaisseur, la déformation est nulle impliquant que les contraintes dans cette direction peuvent être négligées et nous nous plaçons en petites déformations.

III.2.1 Champs de déplacement

Les composantes des champs de déplacements pour cette théorie sont présentées dans la figure (III.1) et Figure (III.2) expriment comme suit :

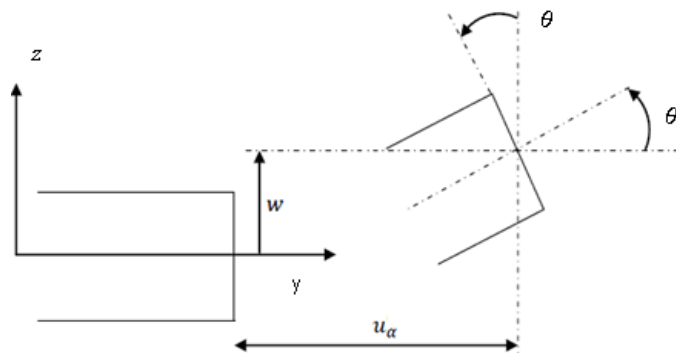


Figure (III.1) : Cinématique de Love – Kirchhoff.

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha(x_1, x_2) - z\theta(x_1, x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

u_α : déplacement de membrane,

θ : rotation due à la flexion,

w : flèche de la plaque,

D'autre part, les rotations sont données par :

$$\begin{cases} \theta_x = -\frac{\partial w}{\partial x_1} = -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x_2} = -\frac{\partial w}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Le champ de déplacement est défini uniquement par une variable, c'est le déplacement transverse w :

$$\begin{cases} u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w = w(x, y) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

III.2.2 Champs de déformation

D'après la définition du tenseur des déformations dans le cas d'une plaque mince, les équations des déformations sont données comme suit :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = z \frac{\partial \theta_y}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial x} = z \frac{\partial \theta_x}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ 2\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{z}{2} \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ 2\varepsilon_{xz} = \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} (\theta_y - \theta_y) = 0 \\ 2\varepsilon_{yz} = \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (\theta_x - \theta_x) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

D'autre part, les relations déformations-contraintes sont résumées comme suit :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

La matrice de comportement pour un matériau isotrope, reliant la contrainte plane $\{\sigma\}$ et le champ de déformation $\{\varepsilon\}$ pour une plaque constituée de i couches élastiques est donnée par :

$$[D_i] = \frac{E_i h_i}{(1 - \nu_i^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_i & 0 \\ \nu_i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1 - \nu_i)}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.6})$$

ou E_i, h_i, ν_i sont respectivement le module de Young, l'épaisseur de la couche et son coefficient de Poisson.

III.3 Formulation théorique d'une plaque sandwich

La configuration d'une plaque sandwich est considérée comme étant une âme élastique (couche centrale) prise entre deux peaux. Dans la suite de nos travaux et les exemples qui vont être présentés dans le quatrième chapitre, tous les matériaux constitutifs du sandwich sont supposés isotropes, linéaires et homogènes. La théorie classique de Kirchhoff est appliquée à toutes les couches de la plaque. Les couches piézoélectriques sont collées sur les surfaces (supérieure et inférieure) de la plaque. Cette dernière est considérée dans le cadre des petites perturbations et les hypothèses communes à plusieurs auteurs tels que (Wang, 2000 et Quek, 2000) sont réutilisées pour l'étude en flexion de chaque couche de plaque sandwich. Les hypothèses en question sont les suivantes :

- Les sections planes transverses restent droites durant la flexion,
- La déformation en cisaillement transverse est négligeable dans l'âme,
- Les trois couches du sandwich sont parfaitement collées entre elles assurant la continuité du champ de déplacement aux interfaces,
- Le déplacement transverse « w » est le même dans les trois couches.

III.4 Modalisation d'une plaque sandwich par la méthode des éléments finis

L'analyse numérique des plaques pu être effectuée en se basant sur différentes méthodes, dont la méthode des différences finis, les éléments finis ou les éléments de frontières. Les avantages et les potentialités de la méthode des éléments finis sont à noter. En effet, les autres méthodes sont peu utilisées, sauf dans certains cas particuliers (distributions particulières du chargement tel que le chargement thermique et géométrie particulière de la structure). La méthode des éléments finis est extrêmement puissante puisqu'elle permet d'étudier des structures continues ayant des propriétés géométriques et des conditions de charges appliquées. Donc, elle est bien adaptée à l'analyse des structures tridimensionnelles à parois minces, puisqu'elle seule aujourd'hui est capable de résoudre ce type de problème. Elle est donc un outil essentiel et précieux pour le calcul de structure.

Un découpage artificiel (par l'imagination) d'un milieu continu comme une plaque sandwich par exemple, en éléments finis, permet d'isoler un élément fini pour l'étudier et en établir les caractéristiques. L'identification d'un élément fini comprend les points suivants :

Géométrie: un élément fini peut être un segment de droite ou de courbe, triangle ou quadrilatère (plan ou courbe), tétraèdre, prismes ou hexaèdre (brique). Les frontières entre éléments peuvent être respectivement des points, des segments de droite ou de courbes, des faces planes ou courbes. Pour notre cas, ce sera bien évidemment un élément 3D.

Matériau: le matériau de l'élément est défini par une loi de comportement (loi de Hooke isotrope par exemple, etc.)

Nœuds: les nœuds définissent la géométrie et assurent la connexion des éléments les uns aux autres. Ils occupent les sommets, les extrémités, les milieux des arêtes et faces, etc. On y choisit et définit les degrés de liberté du problème.

Degrés de liberté: la fonction d'approximation choisie (en général le champ des déplacements) est exprimée en fonction des valeurs particulières qu'elles prennent aux nœuds communs des différents éléments adjacents. Elle permet de reconstituer la solution complète (assemblage) tout veillant à respecter certains règles, dites critère de convergence.

Forces nodales: à travers les nœuds transitent des forces associées aux degrés de liberté. Elles sont dues aux charges appliquées à l'élément (poids propre, charge uniforme, température...etc.)

Ces paramètres d'identification permettent de construire les deux caractéristiques clés d'un élément fini que sont sa matrice de rigidité et son vecteur force.

III.5 Formulation générale de la méthode des éléments finis

III.5.1 Discrétisation

La plaque sandwich est discrétisée en utilisant un élément rectangulaire à quatre nœuds. Basé sur la théorie classique de la plaque (Abreu, Ribeiro et Steffen Jr. 2004), l'élément utilisé (élément sandwich avec deux patchs piézoélectriques) est un élément fini à quatre nœuds avec trois degrés de liberté de déplacement pour chaque nœud, à savoir le déplacement \bar{w} dans la direction z, deux rotations $\bar{\theta}_x, \bar{\theta}_y$ autour des axes (x, y) ainsi qu'un degré de liberté électrique supplémentaire (φ) pour représenter l'effet des patchs piézoélectriques (voir Figure (III.2) ci-dessous).

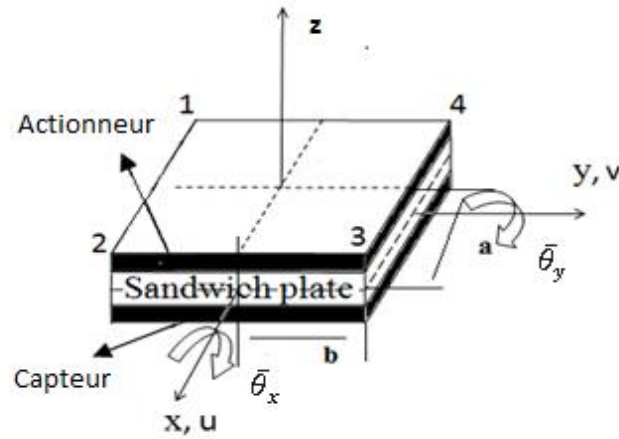


Figure (III. 2) : Système de coordonnées d'un élément fini de plaque sandwich muni de patchs piézoélectriques.

Nous considérons donc les éléments quadrilatères auxquels nous appliquerons la formulation isoparamétrique. Dans un élément, chaque variable correspond aux valeurs du champ de déplacements aux nœuds. Des fonctions d'interpolation sont associées à chaque nœud.

Pour un élément à quatre nœuds, le champ de déplacement transversal « w » peut être exprimé par la formule (III.7) ci-dessous :

$$w(x, y) = \{\bar{p}(x, y)\}^T \{\bar{a}\} \quad (III.7)$$

où les coefficients des vecteurs $\{\bar{a}\}$ et $\{\bar{p}\}$ sont représentés par les équations l'éq.(III.8) et l'éq.(III.9).

$$\{\bar{a}\} = \{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} a_{11} a_{12}\}^T \quad (III.8)$$

$$\{\bar{p}\} = \{1 \ x \ y \ x^2 \ xy \ y^2 \ x^3 \ x^2 y \ xy^2 \ y^3 \ x^3 \ xy^3\}^T \quad (III.9)$$

Le vecteur $\{\beta_i\}$ est défini comme étant les champs des déplacements nodaux d'un élément et il est donné par l'équation l'éq.(III.10) suivante :

$$\{\beta_i\} = [\bar{w}_1 \ \bar{\theta}_{x_1} \ \bar{\theta}_{y_1} \ \bar{w}_2 \ \bar{\theta}_{x_2} \ \bar{\theta}_{y_2} \ \bar{w}_3 \ \bar{\theta}_{x_3} \ \bar{\theta}_{y_3} \ \bar{w}_4 \ \bar{\theta}_{x_4} \ \bar{\theta}_{y_4}] \quad (III.10)$$

Le déplacement global peut être exprimé par l'expression (III.11) suivante:

$$\begin{cases} \bar{w} = \bar{p}^T \bar{a} \\ \bar{\theta}_x = \frac{dw}{dy} \\ \bar{\theta}_y = \frac{dw}{dx} \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

En combinant les éqs.(III.7), (III.10) et (III.11) aux quatre points nodaux, on obtient l'expression de matrice suivante:

$$\{\beta_i\} = [X_i]\{\bar{a}\} \quad (\text{III.12})$$

où $[X_i]$ est une matrice de 12×12 . En remplaçant les valeurs de coordonnées pour les quatre nœuds, on trouve l'expression de la matrice $[X_i]$ exprimée de la façon suivante :

$$[X_i]_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} \bar{p}(0,0) & \frac{\bar{p}(0,0)}{\partial x} & \frac{\bar{p}(0,0)}{\partial y} & \bar{p}(l_x,0) & \frac{\bar{p}(l_x,0)}{\partial x} & \frac{\bar{p}(l_x,0)}{\partial y} & \bar{p}(l_x,l_y) & \frac{\bar{p}(l_x,l_y)}{\partial x} \\ & & \frac{\bar{p}(l_x,l_y)}{\partial y} & \bar{p}(0,l_y) & \frac{\bar{p}(0,l_y)}{\partial x} & \frac{\bar{p}(0,l_y)}{\partial y} \end{bmatrix}^T \quad (\text{III.13})$$

Par conséquent, le vecteur de coefficient $\{\bar{a}\}$ peut être calculé à partir de l'expression (III.14) :

$$\{\bar{a}\} = [X_i]^{-1}_{12 \times 12} \{\beta_i\} \quad (\text{III.14})$$

En substituant l'eq. (III.14) dans l'eq. (III.7), on obtient :

$$w = [N_w]\{\beta_i\} \quad (\text{III.15})$$

où $[N_w]$ est la matrice de la fonction de forme dans l'axe z et elle est donnée par :

$$[N_w] = \{\bar{p}\}^T [X_i]^{-1} \quad (\text{III.16})$$

En substituant également l'eq. (III.16) dans l'eq. (III.5), la relation de déformation-déplacement peut s'écrire comme suit:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -z \frac{\partial^2 \bar{p}^T [X_i]^{-1}_{12 \times 12}}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 \bar{p}^T [X_i]^{-1}_{12 \times 12}}{\partial y^2} \\ -z \frac{\partial^2 \bar{p}^T [X_i]^{-1}_{12 \times 12}}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \{\beta_i\} = [B] \times \{\beta_i\} \quad (\text{III.17})$$

Et en manipulant l'eq. (III.17), il est possible d'obtenir la déformation :

$$\{\varepsilon\} = -z [L_K] [X_i]^{-1} \{\beta_i\} \quad (\text{III.18})$$

Avec :

$$[L_K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6x & 2y & 0 & 0 & 6xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2x & 6y & 0 & 6xy \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4x & 4y & 0 & 6x^2 & 6y^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

Le champ de déplacement u , v et w est alors obtenu comme suit:

$$\{\beta\} = \{w \ u \ v\}^T \quad (\text{III.20})$$

En remplaçant l'éq.(III.15) dans l'éq.(III.20), nous obtenons l'équation (III.21) ci-dessous:

$$\{\beta\} = [H][L_M]^T [X_i]^{-1} \{\beta_i\} \quad (\text{III.21})$$

Avec

$$[L_M]^T = \left\{ \bar{p}^T \ \frac{\partial \bar{p}^T}{\partial x} \ \frac{\partial \bar{p}^T}{\partial y} \right\}^T \quad (\text{III.22})$$

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -z & 0 \\ 0 & 0 & -z \end{bmatrix} \quad (\text{III.23})$$

III.5.2 Formulation du phénomène piézoélectrique

Dans le présent travail, les équation constitutives éq.(III.24.a) et (III.24.b) décrivant le comportement électromécanique de la couche piézoélectrique sont utilisées (Taylor et al., 1985). Les équations électromécaniques sont :

$$\{\sigma_p\} = [C^E]\{\varepsilon\} - [e]\{\bar{E}\} \quad (\text{III.24.a})$$

$$\{D_p\} = [e]^T\{\varepsilon\} + \{\epsilon\}\{\bar{E}\} \quad (\text{III.24.b})$$

σ_p , $\{\varepsilon\}$, D_p et $\{\bar{E}\}$ sont respectivement la contrainte mécanique, la déformation mécanique, le déplacement électrique et le champ électrique.

$[C^E]$, $[e]$ et $\{\epsilon\}$ sont respectivement la matrice d'élasticité (lorsque le champs électrique est constant), la matrice des coefficients piézoélectriques, et la constante diélectrique (permittivité du matériau lorsque les déformations sont constantes)).

La matrice des coefficients de la contrainte piézoélectrique est reliée à la matrice d'élasticité par l'éq. (III.25) ci-dessous :

$$\{e\} = \{C^E\}\{d\} \quad (\text{III.25})$$

$\{d\}$ étant une propriété du matériau exprimant un rapport entre les coefficients piézoélectriques et la matrice d'élasticité.

Sur la figure (III.3), la tension φ_a appliquée sur la surface extérieure de l'élément le force à fléchir de la manière indiquée sur la figure. La tension force la couche inférieure du matériau piézoélectrique à se dilater, par contre elle engendre un rétrécissement de la couche supérieure.

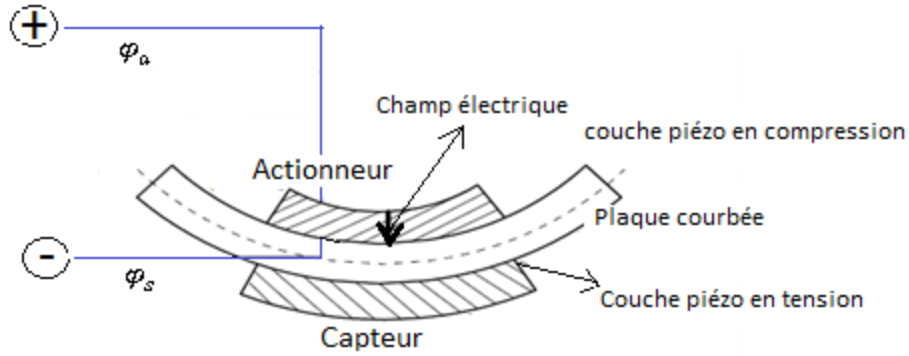


Figure (III.3) : Courbure d'une plaque produite par l'expansion d'une couche piézoélectrique et la contraction de l'autre (Abreu, Ribeiro et Steffen Jr. 2004)

Le résultat de ces changements physiques est une forte courbure de la plaque. Ceci engendre une grande flèche de la plaque par rapport au changement de la longueur des couches piézoélectriques. En raison de l'effet de réciprocité, la déformation du capteur va produire une charge, qui va être recueillie à travers la surface du capteur en tant que tension électrique φ_s .

Lorsqu'une seule direction de polarisation est prise en compte, le potentiel électrique appliqué ou détecté à travers l'actionneur ou l'élément de capteur est donné par l'équation suivante (III.26) selon la référence (Rizet, 1999).

$$\varphi_z = \left(\frac{z - \frac{h_p}{2}}{h_{piézo}} \right) \varphi \quad (III.26)$$

Avec :

$h_{piézo}$ et φ qui représentent respectivement l'épaisseur et le potentiel électrique maximal de la surface externe de l'élément piézoélectrique correspondant (actionneur et capteur),

Dans la direction de z , z_a et z_s sont définis sur les intervalles suivants :

$$\frac{h_p}{2} \leq z_a \leq \frac{h_p}{2} + h_a \quad (III.27)$$

$$-\frac{h_p}{2} \leq z_s \leq -\frac{h_p}{2} - h_s \quad (\text{III.28})$$

Ou

h_p , h_a , et h_s : sont les épaisseurs des plaque, de l'actionneur et du capteur (sensor).

En supposant que le champ électrique $\{\bar{E}\}$ est constant à travers l'épaisseur de l'actionneur et du capteur, on aura :

$$E = -\frac{d\varphi_z}{dz} = \frac{\varphi}{h_{\text{piézo}}} \quad (\text{III.29})$$

III.5.3 Principe d'Hamilton

Le principe d'Hamilton est basé sur la minimisation de la fonction appelée Lagrangien du système, définie comme étant la différence entre l'énergie cinétique K du système et son énergie potentielle S . Dans le cas des systèmes continus, cette dernière quantité est classiquement appelée énergie de déformation élastique. Le principe d'Hamilton s'écrit entre deux instants t_1 et t_2 pour un système continu comme suit :

$$\sum_{i=1}^5 \int_{t_1}^{t_2} \delta[(K - S + w_e - \ddot{w})] dt = 0 \quad (\text{III.30})$$

w_e et \ddot{w} est le travail effectué par la forces électrique et mécanique respectivement. Ces quantités sont considérées comme négligeables pour les matériaux piézoélectriques.

L'énergie cinétique totale K et l'énergie potentielle S pour une structure sandwich munie d'un patch piézoélectrique (capteur-sandwich-actionneur = 5 couches) sont décrites par les relations suivantes :

$$K = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{2} \int_V \rho \{\dot{\beta}\}^T \{\dot{\beta}\} dV \quad (\text{III.31})$$

$$S = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{2} \int_v \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad (\text{III.32})$$

où $\{\dot{\beta}\}$ est la dérivée de $\{\beta\}$ par rapport à t , et dV est défini par :

$$dV = dV_p + dV_a + dV_s \quad (\text{III.33})$$

où les indices p, a et s se réfèrent respectivement à la plaque, à l'actionneur et au capteur.

dV_p , dV_a , dV_s sont donnés par les équations ci-dessous :

$$dV_p = \int_{-h_p/2}^{h_p/2} \int_{-b}^b \int_{-a}^a dx dy dz \quad (\text{III.34})$$

$$dV_s = \int_{-h_p/2-h_s}^{h_p/2} \int_{-b}^b \int_{-a}^a dx dy dz \quad (\text{III.35})$$

$$dV_a = \int_{-h_p/2}^{h_p/2+h_a} \int_{-b}^b \int_{-a}^a dx dy dz \quad (\text{III.36})$$

Le travail effectué par les forces électriques et les forces magnétiques est donné par :

$$w_e = \frac{1}{2} \int \{\bar{E}\}^T \{D_p\} dV \quad (\text{III.37})$$

$$\delta w = \int \{\delta\beta\}^T f_b dV + \int \{\delta\beta\}^T f_a dA - \delta\phi\sigma_q dA \quad (\text{III.38})$$

où D_p est le vecteur de déplacement électrique, f_b est la force interne, f_a est la force surfacique, et σ_q est la contrainte électrique en surface. En substituant l'éq.(III.24.a.) dans l'éq.(III.34) et en remplaçant l'éq.(III.24.b) dans l'éq.(III.37), on trouve les équations (III.39) et (III.40) ci-dessous exprimant l'énergie potentielle et le travail des forces électriques :

$$S = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{2} \int \{\varepsilon\}^T [C^E] \{\varepsilon\} - \{\varepsilon\}^T [e] \{\bar{E}\} dV \quad (\text{III.39})$$

$$w_e = \frac{1}{2} \int \{\bar{E}\}^T [e]^T \{\varepsilon\} + \frac{1}{2} \int \{\bar{E}\}^T \{\varepsilon\} \{\bar{E}\} dV \quad (\text{III.40})$$

En substituant encore une fois les éqs.(III.34), (III.37), (III.39) et (III.40) dans (III.30), on obtient le système d'équation décrivant le principe d'Hamilton:

$$\sum_{i=1}^5 \int_{t_2}^{t_1} \left\{ \begin{array}{l} \int_V \rho \{\delta\dot{\beta}\}^T \{\dot{\beta}\} dV - \int \{\delta\varepsilon\}^T [C^E] \{\varepsilon\} \\ \int \{\delta\varepsilon\}^T [e]^T \{\bar{E}\} dV + \int \{\delta\bar{E}\}^T e \{\varepsilon\} dV + \\ \int \bar{E}_p^T \{\varepsilon\} \{\bar{E}\} dV + \int \{\delta\beta\}^T f_b dV + \\ \int \{\delta\beta\}^T f_a dV - \delta\phi\sigma_q dA + \end{array} \right\} dt = 0 \quad (\text{III.41})$$

Et en substituant les éqs.(III.18), (III.21), (III.27) et (III.28) dans l'expression de l'éq.(III.29), on parvient à trouver l'expression ci-dessous :

$$\sum_{i=1}^5 \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \begin{array}{l} \delta\{\beta_q\}^T [M_{uu}^e] \{\dot{\beta}_q\} + [K_{uu}^e] \{\beta_q\} + [k_{u\varphi}^e] \{\varphi\}_a - [F_m] + \\ \delta\varphi [k_{\varphi u}^e] \{\beta_q\} + [k_{\varphi\varphi}^e] \{\varphi\}_a + \{C_d\} \end{array} \right\} dt = 0 \quad (\text{III.42})$$

avec

$$[M^e_{uu}]_i = \sum_{i=1}^5 \rho_i \int [X_i]^{-T} [L_M] [H]^T [H] [L_M]^T [X_i]^{-1} dV \quad (\text{III.43})$$

$$[K^e_{uu}]_i = \sum_{i=1}^5 [X_i]^{-T} \int Z^2 [L_K]^T [D_i] [L_K] [X_i]^{-1} dV \quad (\text{III.44})$$

$$[k_{u\varphi}^e]_i = [k_{\varphi u}^e]^{-T}_i = -[X_i]^{-T} \int Z^2 [L_K]^T [L_K]^T [e]^T B_Z dV \quad (\text{III.45})$$

$$[k_{\varphi\varphi}^e]_i = - \int B_Z^T \{\epsilon\}^T B_Z dV \quad (\text{III.46})$$

$$F_m = \int \{f_b\} dV + \{f_a\} dV \quad (\text{III.47})$$

$$C_d = \{\sigma\} dA \quad (\text{III.48})$$

$[K^e_{uu}]$ est la matrice de rigidité de l'élément,

$[M^e_{uu}]$ est la matrice masse de l'élément,

$[K^e_{u\varphi}]$ est la matrice de couplage électromécanique,

$[K^e_{\varphi\varphi}]$ est la matrice de rigidité diélectrique.

En permettant des variations arbitraires de $\{\beta_q\}$ et $\{\varphi\}$, l'équations d'équilibre écrites en coordonnées généralisées sont maintenant obtenues pour le k-ième élément :

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{\beta}\} + [C_{damp}]\{\dot{\beta}\} + [K_u - K_{u\varphi} K_{\varphi\varphi}^{-1} K_{\varphi u}]\{\beta\} + [K_{\varphi u}]\{\varphi\}_a + [K_{\varphi u}]\{\varphi\}_s \\ = \{F_m\} \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

Avec

$[M]$, $[K_u - K_{u\varphi} K_{\varphi\varphi}^{-1} K_{\varphi u}]$, $[C_{damp}]$, $[K_{\varphi u}]$ et $\{F_m\}$ sont les matrices masse, matrice de rigidité, matrice d'amortissement, matrice de rigidité de couplage élasto-électrique et la force mécanique appliquée respectivement. $\{\beta\}$ et $\{\varphi\}$ sont le déplacement structurel et le potentiel électrique.

L'éq.(III.49) peut être écrite sous la forme globale suivante :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{ne} [M]\{\ddot{\beta}\}[T_k]_i + \sum_{k=1}^{ne} [C_{damp}]\{\dot{\beta}\}[T_k]_i + \sum_{k=1}^{ne} [K_u]\{\beta\}[T_k]_i \\ + \sum_{i=1}^{ns} [T_k]_i [K_{\varphi u}]\{\varphi\}_s + \sum_{j=1}^{na} [T_k]_i [K_{\varphi u}]\{\varphi\}_a = [F_m] \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

ne, ns, na est le nombre d'éléments finis globale de la plaque sandwich et le nombre d'éléments finis des actionneurs piézoélectriques,

$[T_k]_i$ est la matrice de distribution, qui montre la position du $k^{\text{ième}}$ élément de la structure de la plaque en utilisant des entrées zéro – un, une entrée « zéro » signifiant qu'aucun capteur-actionneur piézoélectrique n'est présent, et une entrée « un » signifiant qu'il y a un capteur-actionneur paire présent dans cette position d'élément particulier.

La matrice de distribution $[T_k]_i$ est définie par l'expression suivante :

$$T_k(i, j) = \begin{cases} 0 & \text{si } j \neq m_k(i) \\ 1 & \text{si } j = m_k(i) \end{cases}$$

Pour $i = 1, 2, \dots, 12$ et $j = 1, 2, \dots, ndof$

où $ndof$ est le nombre de degrés de liberté de l'ensemble de la structure, et m_k désigne le vecteur d'index contenant le degrés de liberté ($3dof$) du $n^{\text{ième}}$ noeud 1, 2, 3 ou 4 (voir figure(III.2)). m_k dans le $k^{\text{ième}}$ élément fini est donné par :

$$m_k = \{3n_k - 2 \quad 3n_k - 1 \quad 3n_k\} \quad (\text{III.51})$$

III.5.4 Coordonnée modale

La conversion de l'équation dynamique éq.(III.50) ci-dessus de coordonnées physiques en coordonnées modales découplent le système d'équations de sorte que chaque mode puisse être étudié individuellement et le coût de calcul peut être considérablement réduit. Les relations entre les déplacements physiques et modaux sont représentées par les équations suivantes:

$$\{\beta\} = [\Omega]\{\zeta\} \quad (\text{III.52.a})$$

$$\{\dot{\beta}\} = [\Omega]\{\dot{\zeta}\} \quad (\text{III.52.b})$$

$$\{\ddot{\beta}\} = [\Omega]\{\ddot{\zeta}\} \quad (\text{III.52.c})$$

$$[\widehat{M}] = [\Omega]^T ([M]) [\Omega] \quad (\text{III.52.d})$$

$$[\widehat{K}] = [\Omega]^T ([K_u]) [\Omega] \quad (\text{III.52.e})$$

$$[\widehat{C}_{damp}] = [\Omega]^T (C_{damp}) [\Omega] \quad (\text{III.52.f})$$

$$[\widehat{K}_{u\varphi}] = [\Omega]^T ([K_{u\varphi} K_{\varphi\varphi}^{-1} K_{\varphi u}]) [\Omega] \quad (\text{III.52.g})$$

Où $[\Omega]$ est une matrice modale normalisée en masse obtenue en résolvant le problème de valeur propre non amortie et ζ est un simple vecteur des coordonnées modales.

L'équation dynamique finale issue de l'éq.(III.50) peut être donnée par:

$$\begin{cases} [\widehat{M}]\{\ddot{\zeta}\} + [\widehat{K}]\{\zeta\} + [\widehat{C}_{damp}]\{\dot{\zeta}\} + [\widehat{K}_{u\varphi}]\{\varphi\} - [\Omega]^T \{F_m\} = 0 \\ [\widehat{K}_{u\varphi}]\{\beta_q\} + [\widehat{K}_{\varphi\varphi}]\{\varphi\} + \{C_d\} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.53})$$

En introduisant la variable $X = \{\zeta \quad \dot{\zeta}\}^T$ ci-dessous, dans les équations d'équilibre du système d'éq.(III.53), on obtient les équations d'espace d'état suivantes:

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \zeta \\ \dot{\zeta} \end{Bmatrix}, \quad \{\dot{X}\} = \begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\zeta} \\ \ddot{\zeta} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.54})$$

$$\{\dot{X}\} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[\widehat{M}]^{-1}[\widehat{K}] & -[\widehat{M}]^{-1}[\widehat{C}_{damp}] \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ [\widehat{M}]^{-1}[\widehat{K}_{u\varphi}] \end{bmatrix} \varphi + \begin{bmatrix} 0 \\ [\Omega]^T \end{bmatrix} \quad (\text{III.55})$$

Et par conséquent, on peut écrire

$$\dot{X} = [A]\{X\} + [B]\{\varphi\} + [C] \quad (\text{III.56})$$

Avec : $[A]$ appelée matrice d'état du système, $[B]$ matrice de contrôle d'entrée et $[C]$ la matrice de sortie. Elles sont données par les expressions matricielles suivantes :

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[\widehat{M}]^{-1}[\widehat{K}] & -[\widehat{M}]^{-1}[\widehat{C}_{damp}] \end{bmatrix} \quad (\text{III.57})$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ [\widehat{M}]^{-1}[\widehat{K}_{u\varphi}] \end{bmatrix} \quad (\text{III.58})$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 \\ [\Omega]^T \end{bmatrix} \quad (\text{III.59})$$

Les équations de sortie peuvent être écrites comme suit:

$$\{Y\} = [\dot{C}]\{X\} \quad (\text{III.60})$$

$[\dot{C}]$ est la matrice de sortie qui dépend de la matrice modale $\{X\}$ et de la matrice de rigidité piézoélectrique du capteur.

III.6 Algorithme de contrôle LQR

Le contrôle quadratique linéaire optimal (LQR) est utilisé pour atténuer les vibrations structurelles. La détermination du gain de contrôle de rétroaction optimal est basée sur la minimisation de la fonction coût J définie ci-dessous :

$$J = \int_0^{\infty} (\{X\}^T [Q] \{X\} + \{\varphi\}^T [R] \{\varphi\}) dt = \min \quad (\text{III.61})$$

où les matrices $[Q]$ et $[R]$ sont des matrices de pondération du système. Si on suppose que l'état souhaité est celui correspondant à $X=0$, avec une condition initiale non nul, la matrice $[Q]$ pénalise l'erreur d'état. De même, la matrice $[R]$ pénalise l'effort de contrôle, c'est-à-dire limite la magnitude des signaux de contrôle. Les matrices $[Q]$ et $[R]$ sont données dans la littérature par (Roy et Chakraborty 2009):

$$Q = \begin{bmatrix} X1\omega^2 & 0 \\ 0 & X2 \end{bmatrix}, \quad R = X3 \quad (III.62)$$

Par conséquent, un algorithme de recherche est nécessaire pour trouver Q et R en prenant X1, X2 et X3 en tant que variables pour parvenir à l'effet d'amortissement le plus élevé de la façon suivante :

- On conserve la force de commande optimale à rétroaction U en appliquant la méthode de commande LQR classique:

$$U = K x(t) \quad (III.63)$$

La matrice de gain $K = [R]^{-1}[B]^T[P]$ qui minimise J peut être trouvée en résolvant l'équation de Riccati donnée par la relation (III.6) ci-dessous:

$$[P][A] + [A]^T[P] + [Q] - [P][B][R]^{-1}[B]^T[P] = 0 \quad (III.64)$$

Avec [P] : est la matrice de Riccati.

III.7 Algorithme de contrôle PID

Le contrôle PID peut être réalisé en appliquant la proportionnelle, l'intégrale et la dérivée de l'erreur de sortie e(t) sur les actionneurs, comme montré dans la figure (III.3).

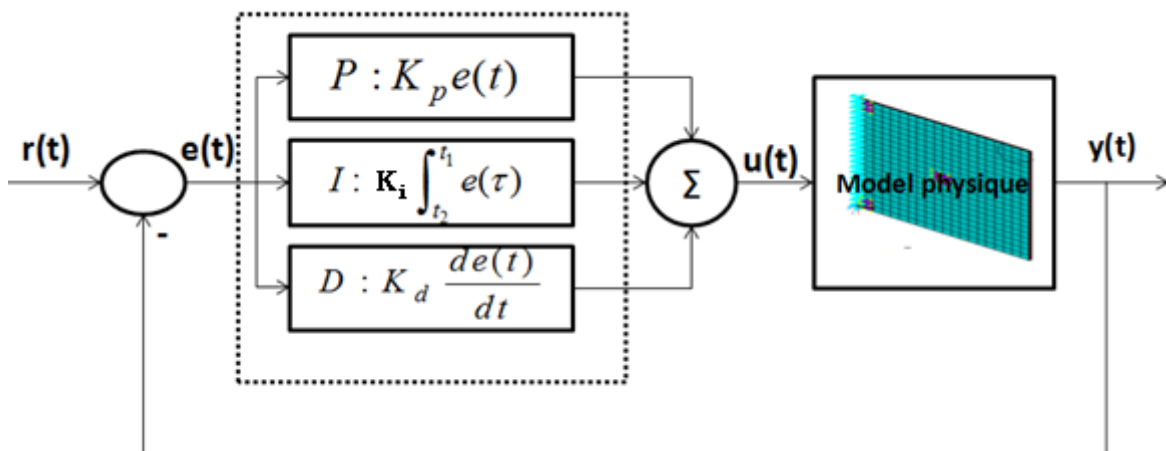


Figure (III.3) : Schéma du système de contrôle de rétroaction PID.

Sur la figure (III.3), nous définissons r(t), y(t), e(t) et u(t) comme signal de référence, la sortie mesurée, l'erreur de sortie et l'entrée de système respectivement.

Selon la stratégie de contrôle PID, le vecteur d'entrée de contrôle peut être défini comme une somme d'erreurs proportionnelles, intégrales et dérivée S de la sortie.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t)dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (\text{III.65})$$

K_p , K_i et K_d désignent le gain proportionnel, gain intégral et gain dérivé respectivement.

Si seul K_d est différent de zéro et que les deux autres gains sont égaux à zéro, le contrôle PID sera réduit au contrôle D. Le contrôle D par rapport à la tension ou au déplacement du capteur équivaut au contrôle par rétroaction de vitesse, qui a été mis en œuvre par de nombreux chercheurs. De manière analogue, la négligence de la partie intégrante conduit à une loi de commande de PD, qui prend en compte l'erreur en régime permanent.

Pour les applications de la suppression des vibrations, le signal de sortie mesuré doit être égal à zéro, ce qui signifie que le signal de référence est nul dans ce cas.

III.8 Méthodologie de placement des patches à l'aide de l'algorithme génétique

Le but de l'application de l'algorithme génétique est d'obtenir une solution approchée à un problème d'optimisation tel que le notre. C'est-à-dire trouver le meilleur emplacement d'un jeu de patches sur la plaque sandwich. Le problème d'optimisation suppose un contrôle optimal quadratique.

La valeur optimale de la fonction coût est donnée par :

$$J_{opt}(x) = y^T(0)P_y(0) \quad (\text{III.66})$$

Le coût optimal donné par l'équation (III.61) est minimisé par rapport aux emplacements des actionneurs exprimés par la variable x_i , tel que $i=1, 2, \dots, q$. La valeur de la fonction décrite dépend à la fois de l'emplacement de l'actionneur et de la condition initiale à $y(0)$.

Un moyen de supprimer cette dépendance à la condition initiale consiste à minimiser la trace de la solution $P(x)$ de l'équation algébrique de Riccati (ARE) (éq. III.64), au lieu de l'expression donnée dans l'éq.(III.66). Ceci, pour donner le résultat suivant qui a été proposé par [Kondoh, Yatomi et Inoue, 1990]:

$$J_{opt}(x_i) = \text{tr}[P(x_i)] \quad (\text{III.67})$$

où : $\text{tr}[P(x_i)]$ indique la trace d'une matrice $[P(x_i)]$.

La trace est aussi définie comme étant la somme des valeurs propres de la matrice. Cela permet de choisir les emplacements optimaux des capteurs-actionneurs pour contrôler les vibrations à partir d'un ensemble identifiant cette distribution particulière de couples capteur-actionneur qui correspond à la valeur minimale de $J_{opt}(x_i)$.

III.8.1 Technique d'optimisation

La fonction objectif J_{opt} donnée par l'équation éq.(III.66) applicable à notre cas est minimisée pour trouver le placement optimal de quatre actionneurs piézoélectriques collés sur la surface de la plaque sandwich. Le problème d'emplacement optimal des actionneurs est exprimé dans le cadre d'un problème d'optimisation. Un algorithme génétique est utilisé pour résoudre ce problème d'optimisation. Les algorithmes génétiques sont essentiellement des techniques de recherche aléatoire dérivées des principes de sélection naturelle de gènes de populations comme cela a été expliqué exhaustivement dans le chapitre 2. Les éléments de population dans notre étude sont codés comme une chaîne correspondant au chromosome en génétique naturelle. La valeur de la fonction objectif correspondant au vecteur de conception joue le rôle de l'aptitude en génétique naturelle, où une population initiale est générée aléatoirement, évaluée et ainsi une première population est sélectionnée. Le classement de la population est effectué selon les valeurs de performances atteintes et une sélection naturelle est appliquée. Une population de parents est déterminée afin de procéder à la reproduction qui est le premier processus d'exploration de la fonction objectif.

Le croisement des parents a pour but d'enrichir la diversité de la population en manipulant les composantes des individus et la mutation a pour but de changer le code génétique de certains individus. Les algorithmes génétiques ne sont pas de simples techniques de recherche aléatoire. En effet, ils explorent efficacement les nouvelles combinaisons avec les connaissances disponibles pour trouver une nouvelle génération avec une meilleure condition physique. Nous présentons dans la figure (III.4) ci-dessous l'organigramme de l'algorithme génétique.

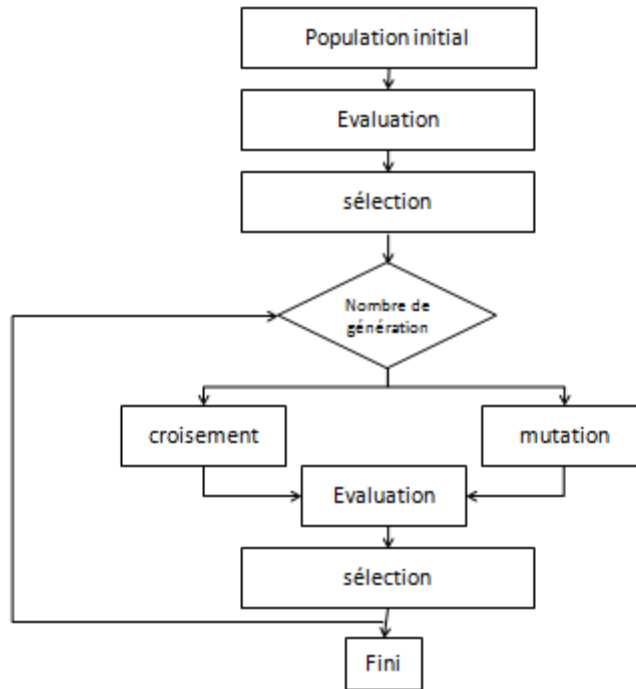


Figure (III.4) : Organigramme d'un algorithme génétique

Plusieurs modifications sont apportées à l'algorithme génétique avant qu'il puisse être utilisé pour résoudre le problème de localisation (positionnement) de l'actionneur.

La durée de chaque chromosome sera égal au nombre d'éléments codés sur la plaque sandwich.

III.8.2 Discrétisation de la plaque sandwich

Celle-ci est maillée en utilisant 10×10 éléments, ce qui en fait un ensemble de 100 éléments (voir figure (III.5)). Les 100 éléments sont codés par des nombres naturels allant de 1 à 100. Chaque élément représente un emplacement possible d'un actionneur.

91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Figure (III.5) : Discrétisation de la plaque sandwich en 100 éléments.

La chaînes de chromosomes (population initial) se fait donc selon cet algorithme aléatoirement et est représentée par une matrice de N_{chrom} lignes. Chaque ligne représente un chromosome composé de plusieurs gènes.

Dans notre étude, chaque chromosome contient quatre gènes représentant des emplacements possibles de patches piézoélectriques (voir figure (III.6)).

Une valeur objectif est calculée pour chaque membre de la population en utilisant la fonction objectif. Elle est stockée dans la chaîne du chromosome pour être sauvegardé pour un nouveau calcul, et ainsi de suite.

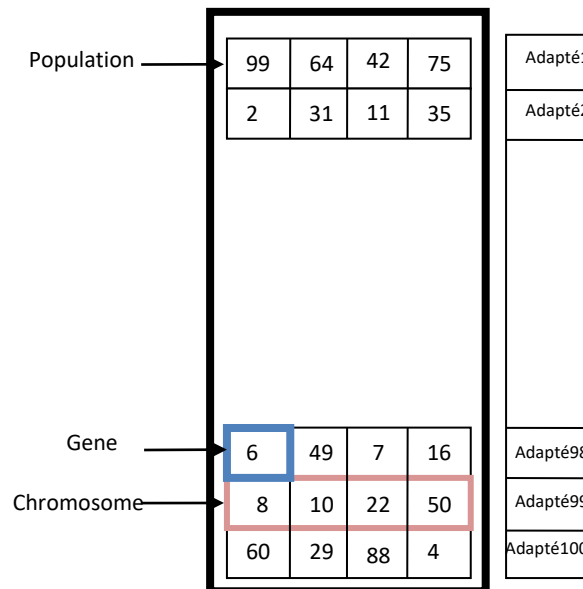


Figure (III.6): Représentation et le codage des variables (jusqu'à 100).

Les chromosomes sont triés selon la valeur de leur fonction objectif et les 50% meilleurs chromosomes (inférieurs ou égaux à la population initiale, en fonction de la taille du problème) avec les valeurs de la fonction objectif les plus basses sont sélectionnés pour former la population reproductrice. Ceux-ci s'appellent les parents.

Les chromosomes moins adaptés restants sont éliminés. Donc, en ce qui concerne notre exemple, on ne considère que 50 chromosomes qui seront retenus.

Les membres de la population reproductrice sont assemblés par ordre selon les valeurs de la fonction objectif, et un croisement de 50% est appliqué à chaque couple; Le point de croisement est sélectionné de manière aléatoire et est différent pour chaque parent. Cela donne deux nouveaux chromosomes de progéniture (enfant) avec de nouvelles propriétés.

Cette opération est appliquée pour chaque couple de parents. Le mécanisme de reproduction est étonnamment simple, mais ces opérations de croisement font en sorte de donner énormément d'efficacité à l'algorithme génétique. Les nouveaux chromosomes sont filtrés pour éviter la répétition des gènes. Le filtrage est une exigence physique car, plus d'un gène pour un emplacement particulier serait dénué de sens et perturbe le chemin vers la solution optimale. Les gènes répétés sont remplacés par d'autres gènes de l'espace de recherche.

Un taux de mutation de 5% est utilisé sur les chromosomes de l'enfant. Il est donc nécessaire de définir une mutation en changeant un gène existant par une position aléatoire du patch pour éviter la position optimale locale.

Enfin, l'ensemble du processus est ensuite répété à travers un certain nombre de générations. Le but principal étant bien évidemment de trouver les emplacements optimaux des actionneurs à coller sur la plaque de telle sorte à avoir un minimum d'amplitude de vibrations. L'application l'algorithme génétique à notre problème et les résultats obtenus sont détaillés dans le chapitre 4 qui va suivre.

Chapitre IV

Résultats

Dans ce quatrième chapitre, chapitre de présentation des résultats, nous allons aborder les points suivants :

- Présenter le modèle numérique développé, à savoir un modèle élément finis d'une plaque sandwich muni de patch piézo-électriques en utilisant les logiciels ANSYS et MATLAB.
- Valider une partie du modèle développé en se référant à des résultats de la bibliographie, par comparaison des fréquences naturelles.
- Appliquer le contrôle actif des vibrations à la plaque sandwich étudiée avec deux conditions aux limites différentes (Encastrée-libre et encastrée-encastrée) et avec deux contrôles (LQR et PID).
- Optimiser le positionnement des patches sur la plaque sandwich en utilisant l'algorithme génétique (localisation optimale des patches). Dans cette partie, nous présenterons un exemple de 4 patches et nous proposerons une étude comparative entre deux plaques (une plaque avec un positionnement optimisé et l'autre avec un positionnement aléatoire).

IV.1 Modélisation de la plaque sandwich et des patches sous ANSYS

La présentation de la théorie relative au comportement des plaques sandwichs avec des patches piézoélectriques est faite au chapitre III. La méthode des éléments finis, étant une des méthodes numériques pour solutionner ce type de problème est utilisée pour le cas de l'analyse modale et pour la résolution de l'équation d'état (équations différentielles faisant intervenir les performances du contrôle actif).

Le modèle numérique développé avec le logiciel d'éléments finis Ansys, version 15.5, utilise le langage interne paramétrique (APDL) qui permet d'effectuer toutes les opérations en mode non interactif (Batch), et en plus de permettre d'effectuer des opérations mathématiques sur des paramètres.

IV.2 Utilisation de logiciel ANSYS

IV.2.1 Géométrie de la structure et propriétés

La plaque sandwich utilisée est de forme rectangulaire. Elle est composée de deux peaux en acier et d'une âme en polymère (voir figure IV.2). Les propriétés de la plaque sandwich utilisée dans notre étude sont résumées dans le Tableau (IV.1).

Propriété	Plaque 1-3 (peaux en acier)	Plaque 2 (Ame en polymère)
E (module de Young) (Pa)	21e10	35,3e6
P (densité) (kg.m-3)	7810	32
v(coefficient de poisson)	0.38	0.38
Epaisseur (mm)	2	3
Largeur (mm)	500	500
Longueur (mm)	500	500

Tableau (IV.1) : Propriétés mécaniques et géométriques des couches de la plaque sandwich et le cœur de la plaque sandwich.

Le matériau piézoélectrique utilisé est composé de zirconate de plomb. Le titanate est un composé inorganique intermétallique de formule chimique $Pb [Zr_xTi_{1-x}] O_3$ ($0 \leq x \leq 1$), appelé PZT. Les propriétés mécaniques, électriques et géométriques du patch piézoélectrique utilisé sont résumées dans Tableau (IV.2).

Propriétés	Piézoélectrique (PZT)
E (module de Young) N.m ⁻²)	69×10^9
ρ (densité)Kg. m ⁻³)	7700
V(coefficient de poisson)	0.3
ϵ^e (constant dielectrique constant)(Fm ⁻¹)	1.6×10^{-8}
e(contrainte piézoélectrique)(N V ⁻¹ m ⁻¹)	-12.5
C(capacitance)(F)	6.3×10^{-7}
Longueur (mm)	50
Largeur (mm)	50
Epaisseur (mm)	0.5

Tableau (IV.2): Propriétés mécaniques et géométriques des matériaux piézoélectriques.

IV.2.2 Eléments finis choisi

La géométrie d'éléments 3D est entièrement définie par les nœuds d'éléments. C'est éléments utilisés pour volumes de maillage dans ANSYS. Des éléments hexaédriques (briques) peuvent être utilisés pour mailler des volumes de type rectangulaire de forme régulière, tandis que les éléments tétraédriques peuvent être utilisés pour mailler n'importe quel volume. Même les briques linéaires (si elles ne sont pas beaucoup déformées) permettent de modéliser une plaque mince en flexion.

Dans notre étude, le maillage de la plaque sandwich munies d'actionneurs piézoélectriques se fait avec deux types d'éléments pour la modélisation.

Pour la structure sandwich, le maillage se fait avec un élément noté SOLID45. C'est un élément fini de type brique tridimensionnelle, éléments hexaédrique linéaire, à huit nœuds et trois degrés de liberté par nœud soit les trois directions orthogonales (déplacements U_x , U_y et U_z) (voir figure (IV.1)).

Pour la couche piézoélectrique, l'élément utilisé est noté dans Ansys SOLID5. En plus des degrés de liberté que possède le SOLID45, cet élément possède un degré de liberté supplémentaire dû à la tension (Voltage) (voir figure (IV.1)).

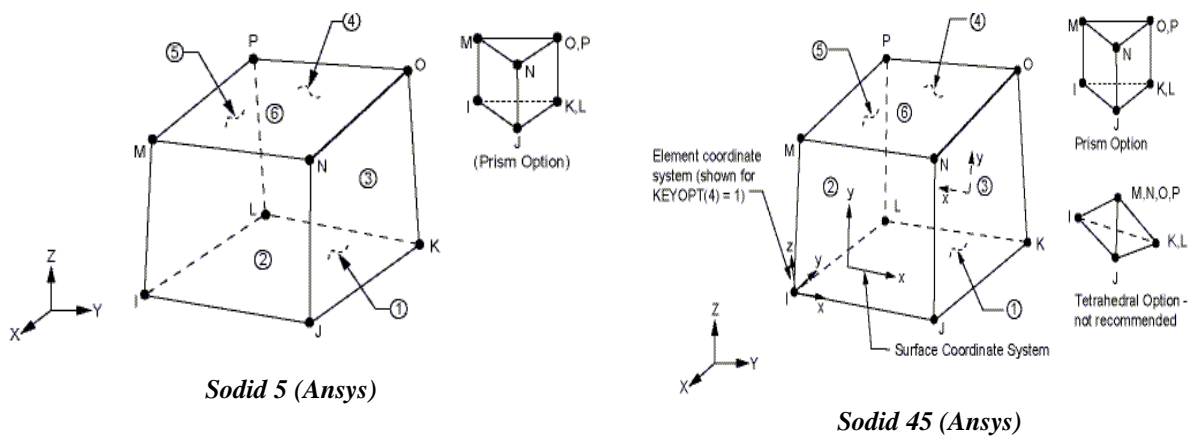


Figure (IV.1) : Élément finis tridimensionnel de type solid (Ansys Inc).

IV.3 Etude du cas de la plaque Encastree-libre

IV.3.1 Discrétisation de la plaque et des patchs piézoélectriques

La discrétisation des éléments de la structure (plaque composée de trois couches et les patchs) a été faite sur Ansys et Matlab grâce à des scripts. La plaque a été divisée en 10 intervalles sur sa longueur et sa largeur. Notons que la discrétisation des patchs a été faite pour que les nœuds de la plaque et du patch coïncident entre eux afin de permettre le collage. La figure (IV.2) montre la discrétisation de la plaque sandwich.

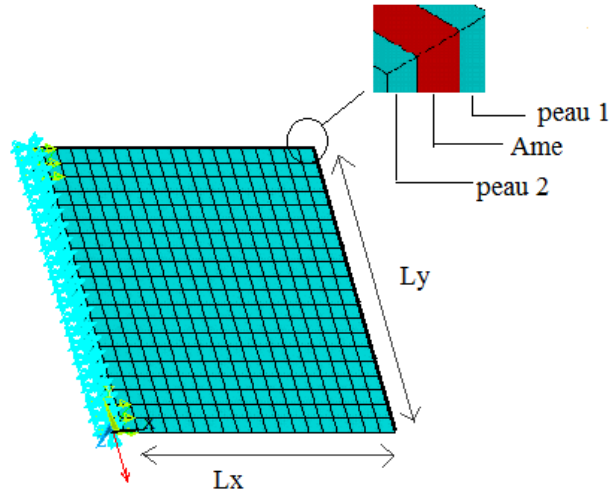


Figure (IV.2) : Modélisation de la plaque sandwich encadrée-libre avec ANSYS.

Afin de démontrer la validité du modèle présenté au chapitre III, une comparaison des résultats issus du présent modèle avec ceux de la littérature est réalisée.

La première étape consiste à développer et valider des programmes éléments finis sous Matlab et Ansys afin d’obtenir les six premières fréquences naturelles d’une plaque en acier composant la structure (une peau de la plaque sandwich). La plaque en acier est encadrée sur une extrémité et libre de l’autre.

Les résultats trouvés sont comparés à ceux de la littérature (Ramesh et Narayanan, 2007). On constate que l’erreur varie de 2 à 6% comme indiqué dans Tableau (IV.3). Les résultats obtenus sont donc en concordance avec ceux de la référence indiquée ci-dessus, ce qui prouve la validité de la méthodologie actuelle.

Modes	Present FEM code (Matlab) (Hz)	Code Ansys (Hz)	Référence (Ramesh et Narayanan, 2007) (Hz)	Erreur (%) Matlab	Erreur (%) ANSYS
1	7.37	6.93	7.19	2	3
2	17.32	17.99	17.90	5	5
3	44.15	42.55	43.68	1	2
4	55.33	54.36	55.64	1	2
5	63.81	61.88	64.57	1.19	4
6	109.03	108.58	109.22	3	6

Tableau (IV.3) : Fréquences naturelles des peaux.

Dans la seconde étape de validation, on étudie une plaque sandwich avec de peaux en acier et une âme en polymère. Les matériaux sont considérés comme isotropes. La configuration géométrique de l’exemple considère est présentée dans la figure (IV.2), Un code sous Matlab

et ANSYS est développé pour effectuer une analyse modale afin d'illustrer les fréquences naturelles et les modes propres de la plaque sandwich. Le Tableau (IV.4) ci-dessous et la Figure (IV.3) présentent les résultats obtenus des cinq fréquences naturelles et les modes propres respectivement. Les résultats obtenus avec le modèle élément fini développé sont en accord avec ceux obtenus en utilisant Ansys. L'erreur varie de 3 à 12%.

Modes	Code ANSYS (Hz)	Present FEM code (Matlab) (Hz)	Erreur (%)
1	23.57	22.55	3
2	43.00	44.39	6
3	122.54	139.31	11,5
4	186.92	171.74	12
5	196 .39	262.42	3

Tableau (VI.4): Fréquences naturelles de la plaque sandwich encastree-libre.

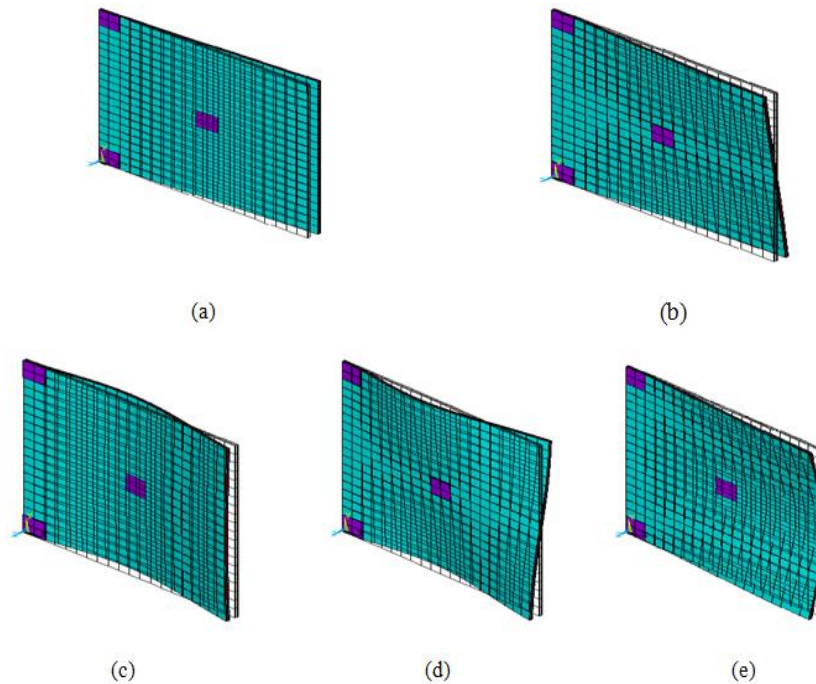


Figure (IV. 3) : Résultats théoriques des cinq premiers modes naturels de la plaque sandwich encastree-libre.

La réponse en fréquence obtenue à partir de l'équation d'état de l'espace est présentée dans la figure ci-dessous.

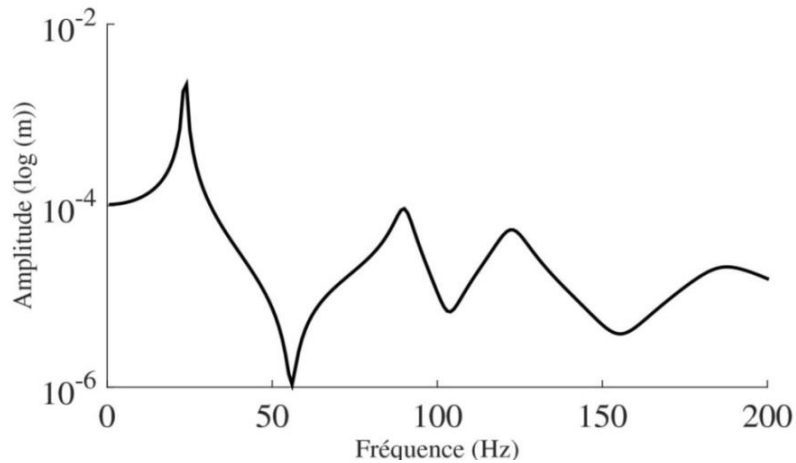


Figure (IV.4) : Réponses en fréquences.

IV.3.2 Application du contrôle

Pour l'application de l'algorithme LQR, un programme MATLAB a été développé pour déterminer les équations d'état défini dans le chapitre III par les matrices A, B et C (voir les résultats dans le tableau (IV.5)). Le gain de contrôle LQR a été également calculé dans le programme. Les matrices d'état, une fois calculées, sont stockées dans le logiciel ANSYS en utilisant la commande *DIM pour évaluer la taille des matrices et en utilisant la fonction *SET pour la définition des éléments de ses matrices. L'organigramme du programme est présenté dans la figure (IV.5) ci-dessous :

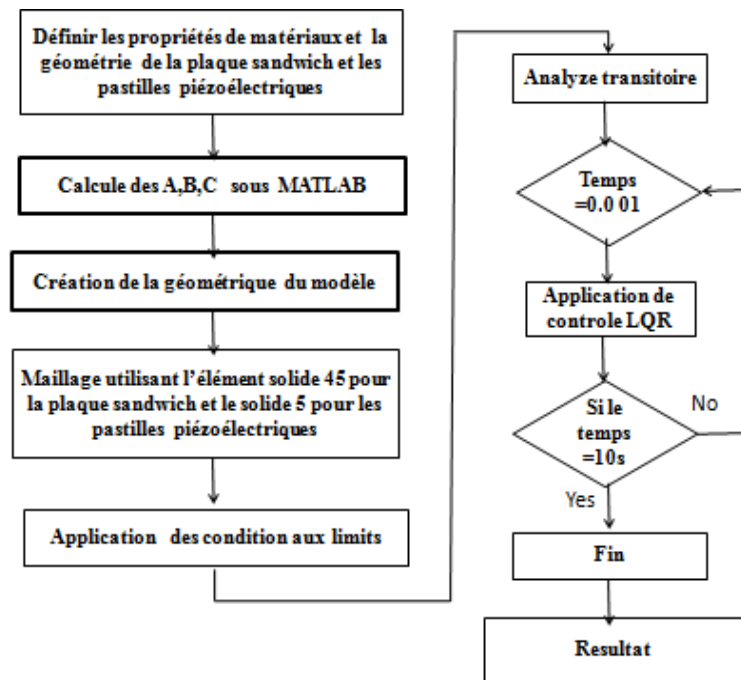


Figure (IV.5) : Schéma de contrôle utilisé pour valider l'algorithme de contrôle LQR appliqué à la plaque sandwich.

Le contrôleur LQR nécessite un modèle mathématique décrivant le système. La sélection des matrices Q et R a une grande incidence sur le contrôle LQR. Ces matrices sont choisies comme de simples matrices diagonales. Ces matrices sont généralement choisies d'abord de manière arbitraire, puis font l'objet d'un réglage (ajustement des valeurs) par des tests afin d'obtenir la réponse requise.

Pour l'application du contrôle PID (voir théorie chapitre III), un programme sous Ansys a été développé. Pour ce type de contrôle, nous avons juste besoin d'estimer les gains de contrôle K_p , K_i et K_d (voir les résultats dans le tableau (IV.6)). Le PID est donc plus simple à programmer et il peut être réglé sans avoir un modèle mathématique.

IV.3.3 Influence du nombre de patches

Dans une première phase, la plaque sandwich sera équipée de quatre, puis trois, puis deux patches piézoélectriques et enfin un recouvrement total. La répartition des patches est faite conformément à des études antérieures de la bibliographie (Yasin et al. 2010), (Peng et al. 2005) et (Bendine et al. 2017). Ceux-ci sont collés sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque. Deux types de contrôles seront employés : le LQR et le PID.

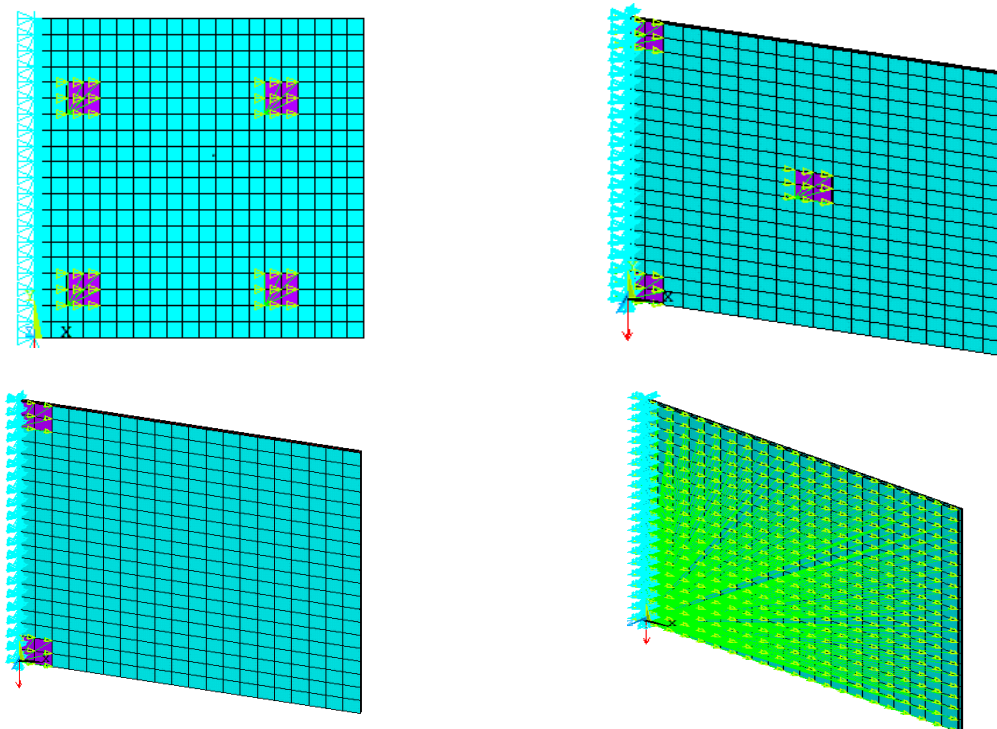


Figure (IV.6) : Positionnement des patches sur la plaque sandwich.

Nbre de patch	Matrice d'état (contrôle LQR)		
	A	B	K
4	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.1736e^5 & -0.7906 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.6290e3 & -0.7973e3 & -0.7973e3 & -0.6290e3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.0016e3 & -1.3281e3 \\ -0.0021e3 & -1.6835e3 \\ -0.0021e3 & -1.6835e3 \\ -0.0016e3 & -1.3281e3 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.1736e^5 & -0.7906 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.0009 & 0.0001 & -0.0003 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.066e^5 & -1.062e^5 \\ -0.019e^5 & 0.55e^5 \\ 0.31e^5 & -1.60e^5 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.1736e^5 & -0.7906 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.00014 & -0.00022 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -9.47e^5 & 0.092e5 \\ 5.58e^5 & -0.15e^5 \end{bmatrix}$
Recou. total	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.1736e^5 & -0.7906 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.074 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.22e^7 & 0.0031e^7 \end{bmatrix}$

Tableau (IV.5) : Matrice d'état (contrôle LQR).

Nombre de patch	Gains de contrôle (Contrôle PID)		
	K _p	K _i	K _d
4	950000	15000	0
3			
2			
Recouv. total			

Tableau (IV.6) : Gains de contrôle (Contrôle PID).

Les déplacements au centre de l'extrémité libre de la plaque sandwich soumise à un chargement de 1N en ce point sont calculés et comparés lorsque nous effectuons un contrôle par l'algorithme LQR, un contrôle par l'algorithme par PID et lorsqu'il n'y a pas de contrôle (vibrations non contrôlées). Les résultats obtenus sont présentés dans les figures (IV.7), (IV.8), (IV.9) et (IV.10).

D'autre part, les tensions de contrôles appliquées sur les actionneurs pour les différents cas étudiés sont portées sur les figures (IV.12) à (IV.15).

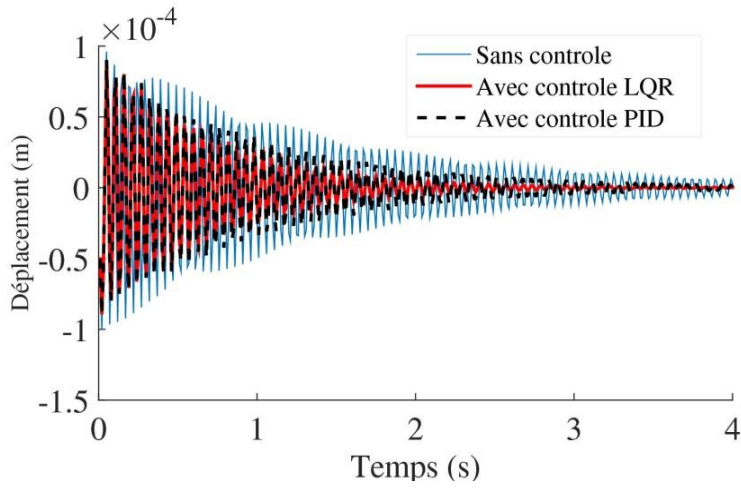


Figure (IV.7): Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 4 patchs avec et sans contrôle (PID et LQR).

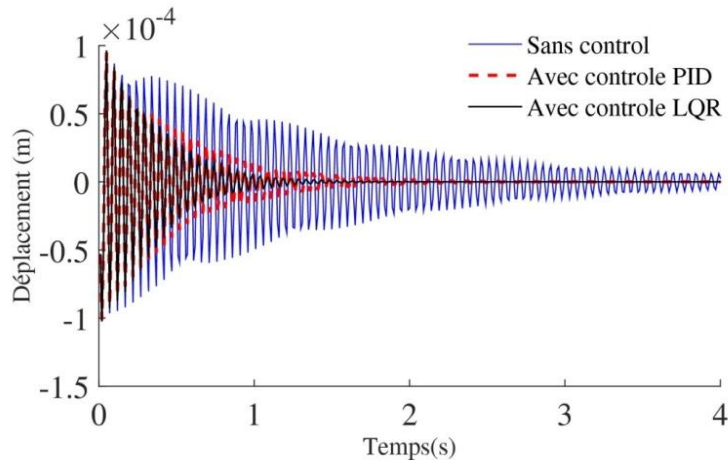


Figure (IV.8): Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 3 patchs avec et sans contrôle (PID et LQR).

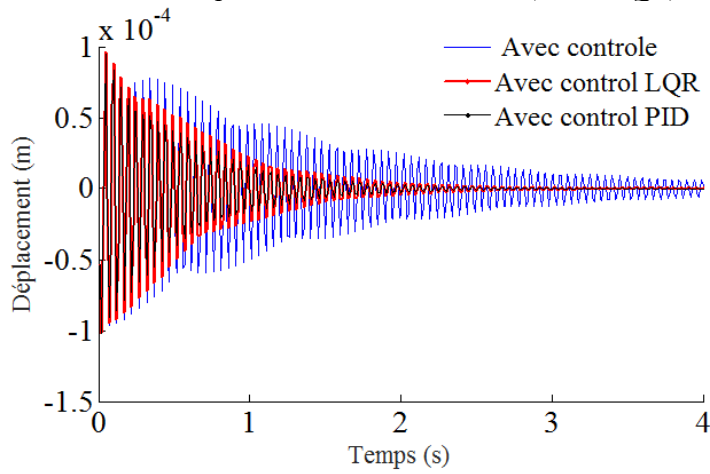


Figure (IV.9): Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 2 patchs avec et sans contrôle (PID et LQR).

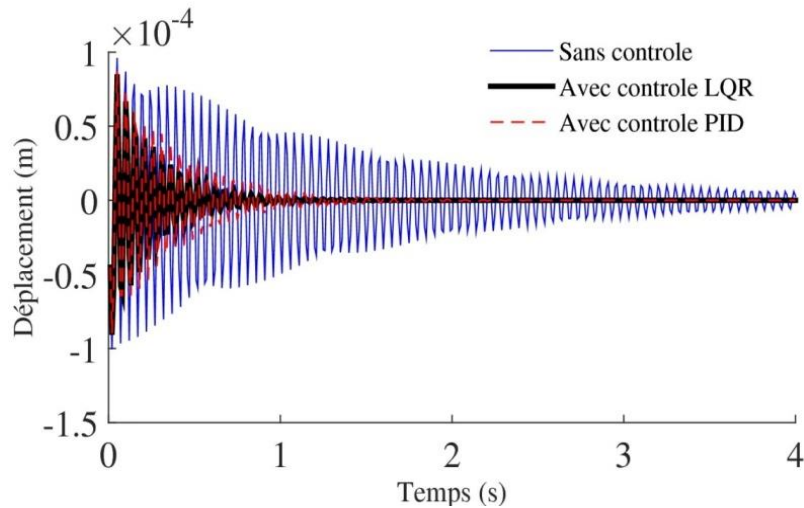


Figure (IV. 10) : Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich recouverte totalement avec et sans contrôle (PID et LQR).

Les figures ci-dessus montrent clairement que les programmes développés sous ANSYS, relatifs aux contrôles des vibrations (les deux contrôleurs LQR et PID) ont permis de réduire la réponse vibratoire de la plaque en atténuant à la fois les amplitudes et le temps d’amortissement.

Le tableau (IV.7) montre les temps d’atténuation des vibrations dans les cas étudiés et pour les deux contrôleurs.

	Temps d’amortissement sans le contrôle (s)	Temps d’amortissement des vibrations (LQR)	Temps d’amortissement des vibrations (PID)
Cas 1: 4 patchs	4	3s	3.5s
Cas 2: 3 patchs	4	1,5	2
Cas 3: 2 patchs	4	3	2.5
Cas 4: Recouv. total	4	1	1,5

Tableau (IV.7) : Temps d’atténuation des vibrations.

Il apparaît clairement sur le tableau ci-dessus que le temps d’amortissement est considérablement réduit (peu atteindre jusqu’à 75% pour le cas du recouvrement total). Il semble également que le contrôleur LQR d’une manière générale soit le plus efficace.

Nous observons sur le tableau, que le temps d’amortissement dépend non seulement du nombre de patch mais aussi de leurs positions.

Les résultats obtenus des coefficients d’amortissement se fait par l’éq.(IV.1) pour chaque cas étudié sont portés sur le tableau (IV.8) Ci-dessous.

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi^2}{P^2}\right)}} \quad (IV.1)$$

ou

$$P = \log \frac{y_1}{y_2}$$

	Coefficient d'amortissement des vibrations (LQR)	Coefficient d'amortissement des vibrations (PID)
Cas 1: 4 patchs	0,012	0,0065
Cas 2: 3 patchs	0,013	0,011
Cas 3: 2 patchs	0,0079	0,0061
Cas 4: Recouv. Total	0,017	0,014

Tableau (IV.8) : Coefficients d'amortissement.

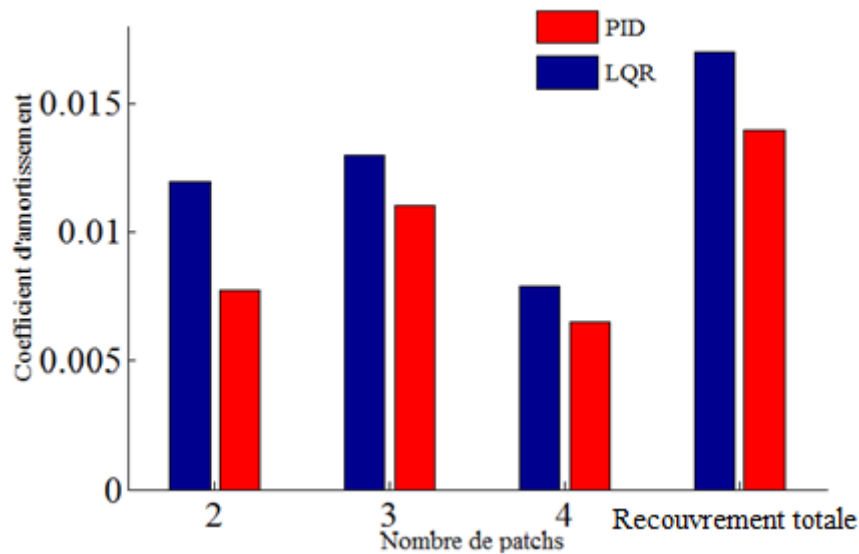


Figure (IV. 11) : Coefficients d'amortissement évalués avec les contrôleurs PID et LQR.

En comparaison avec le contrôleur PID, l'amortissement est plus efficace lorsque le contrôleur LQR est appliqué. On observe également, que globalement, plus le nombre de patch est important, plus on amortie la plaque efficacement, et ce, quelque soit le type du contrôleur.

L'analyse des résultats nous conduit à conclure que l'emplacement des patchs a une incidence importante sur les réponses vibratoires. En effet, on constate que dans les cas de 2 et

3 patches (lorsque les patches sont collés près de l'encastrement), les réponses (les temps et les coefficients d'amortissement) sont meilleures que celles obtenues en utilisant 4 patches éloignés de l'encastrement.

Les tensions d'actionneurs obtenues par l'algorithme de commande sont représentées dans les figures (IV.12) à (IV.15) dans le cas des contrôleurs LQR, PID.

Il faut noter qu'une condition de saturation au niveau des actionneurs a été implémentée dans les codes de calculs pour éviter leur défaillance en cas de surtension.

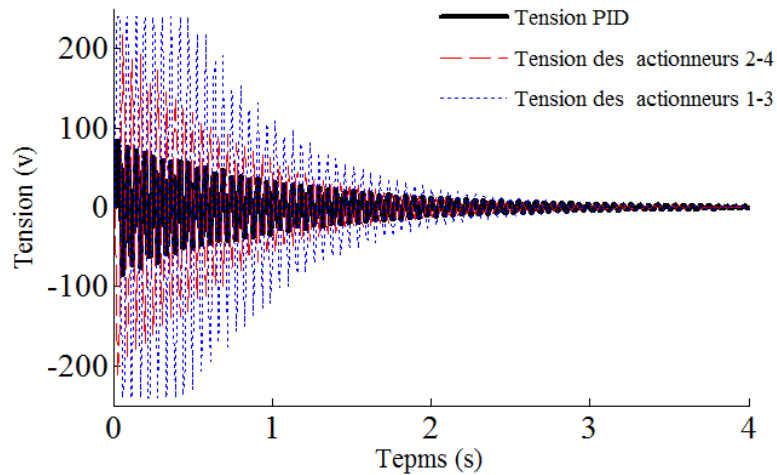


Figure (IV.12) : Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de quatre patches (PID et LQR).

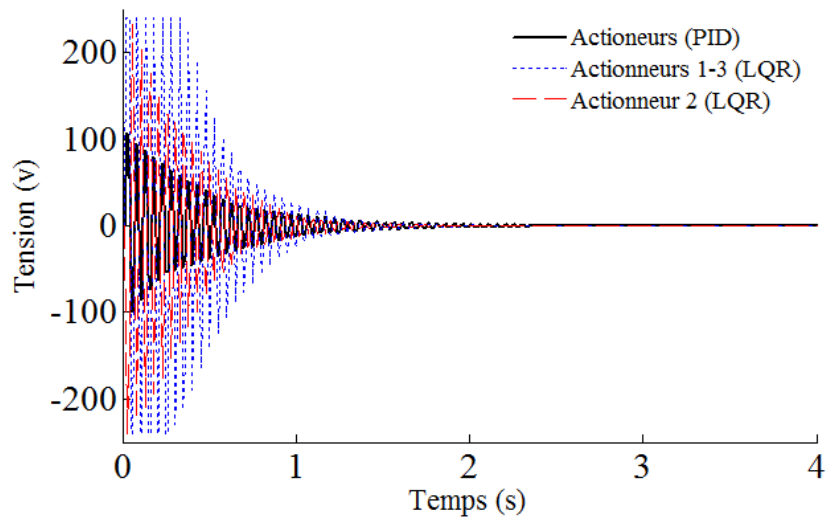


Figure (IV.13) : Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de trois patches (PID et LQR).

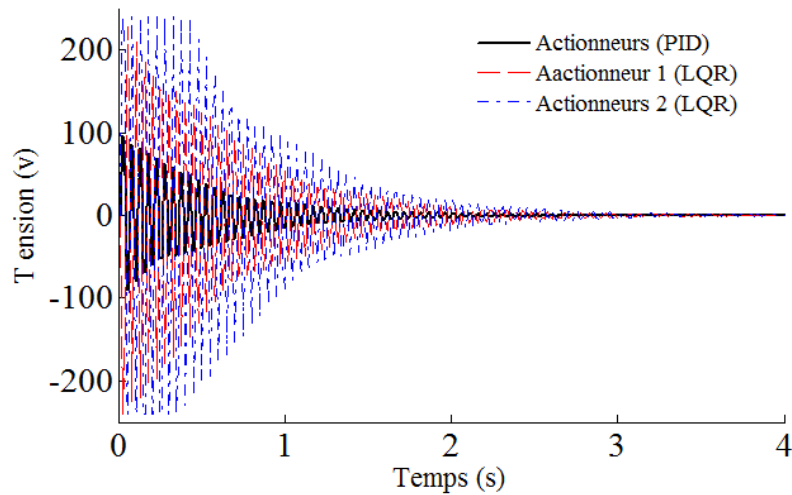


Figure (IV .14) : Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de deux patchs (PID et LQR).

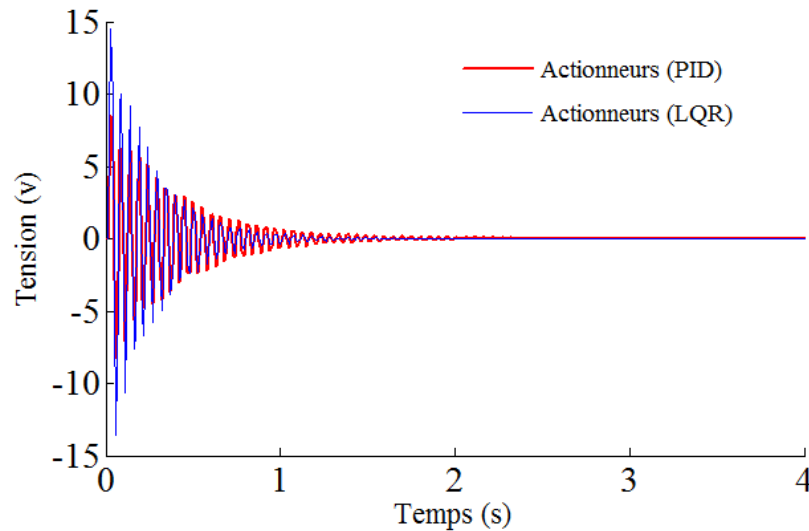


Figure (IV .15) : Tension de commande appliquée pour le cas de recouvrement total avec une couche piézoélectrique (PID et LQR).

La tension dans le cas du recouvrement total est logiquement réduite car du fait de la présence d'un patch de grande surface, il n'a pas besoin d'une importante tension pour déployer son efficacité.

IV.3.4 Cas de charge harmonique

Dans cette section, nous avons appliqué un chargement harmonique à la plaque au même endroit (centre de l'extrémité libre) et avons procédé au contrôle de la plaque avec un seul type de contrôle (LQR) pour montrer les capacités du code de calcul développé.

Nous avons volontairement restreint les calculs à une seule application, celle d'une plaque sandwich avec 3 patchs. La charge harmonique est une charge sinusoïdale dont la valeur est $f = 10 \times \sin(\omega_1 t)$. Les résultats numériques présentés dans la figure (VI.16) ont été obtenus à partir du code ANSYS. Ils représentent le déplacement temporel du point de la plaque étudié.

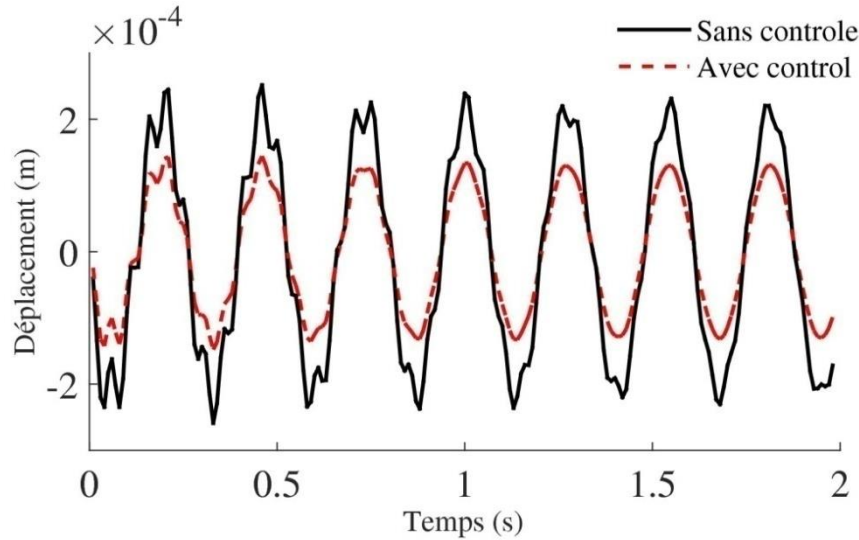


Figure (IV.16) : Réponse harmonique de la plaque sandwich avec et sans contrôle au centre de l'extrémité libre (Contrôle LQR).

La figure (IV.16) montre l'efficacité du contrôle par la méthode LQR car elle réduit l'amplitude de la charge harmonique. Le coefficient d'amortissement dans le cas du contrôle est égal à 0.015.

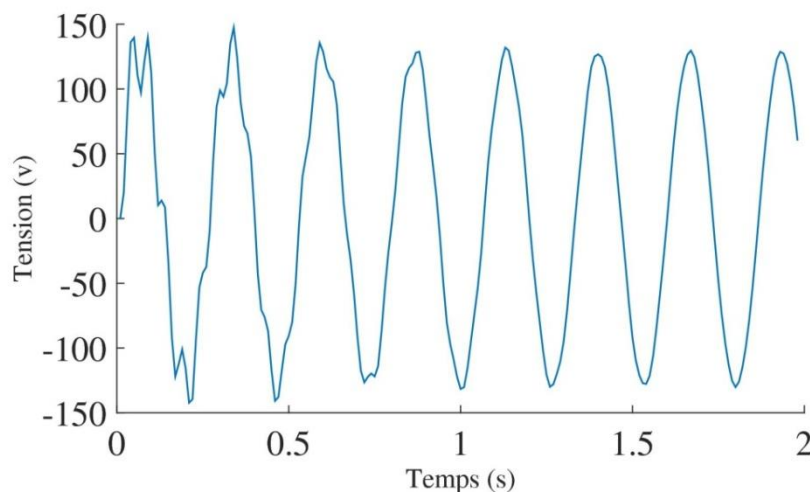


Figure (IV.17) : Tension de commande appliquée sur l'actionneur 1 (Contrôle LQR).

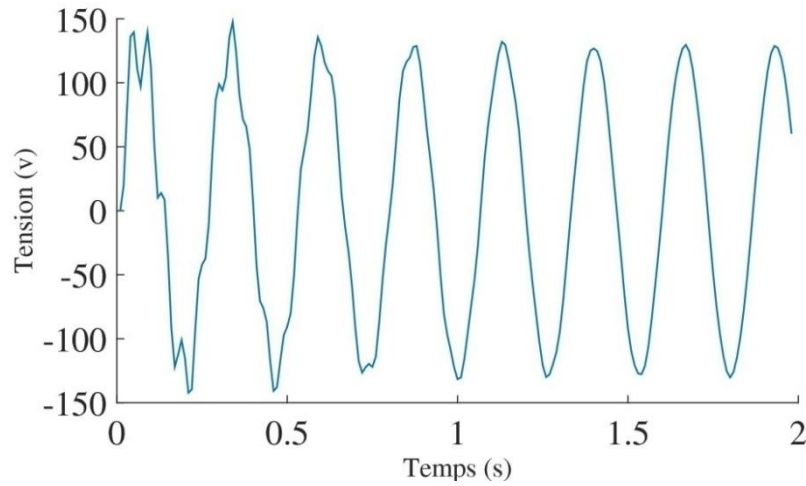


Figure (IV.18) : Tension de commande appliquée sur l'actionneur 2.

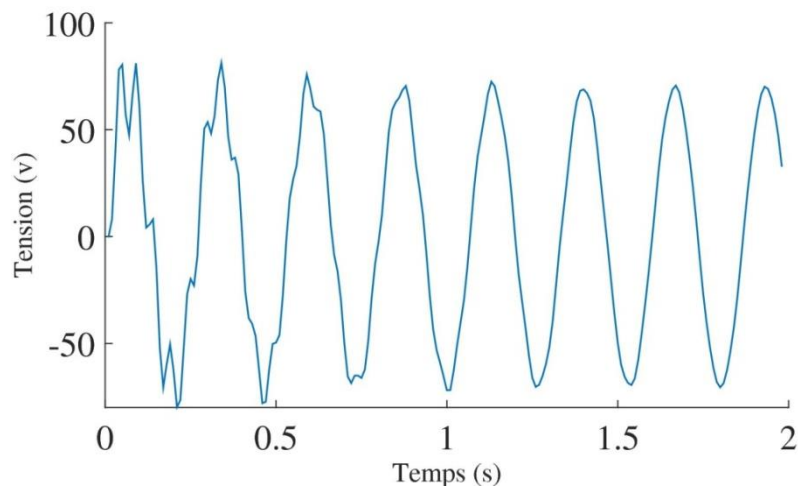


Figure (IV.19) : Tension de commande appliquée sur l'actionneur 3.

La figure (IV.17), (IV.18) et (IV.19) montre la tension de retour pour chaque actionneur. Ces figures révèlent que les actionneurs 1 et 2 reçoivent la même tension due à la symétrie de la plaque. La tension de commande est petite et facile à réaliser dans la pratique.

IV.4 Modèle d'une plaque encadrée-encadrée

Dans cette section, on étudie une plaque sandwich encadrée- encadrée. La configuration géométrique de l'exemple considéré est présentée dans la figure (IV.20). Des codes sous Matlab et ANSYS sont développés pour effectuer une analyse modale afin d'illustrer les fréquences naturelles et les modes propres de la plaque sandwich.

VI.4.1 Calcul des fréquences propres

Le Tableau (IV.9) ci-dessous et la Figure (IV.21) présentent les résultats obtenus des cinq fréquences naturelles et les modes propres respectivement.

Les résultats obtenus avec le modèle élément fini développé sont en accord avec ceux obtenus en utilisant Ansys.

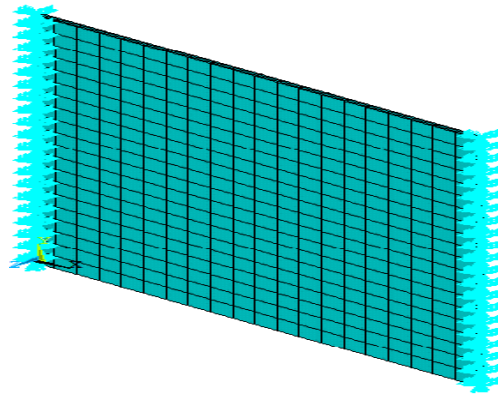


Figure (IV.20.) : Modélisation de la plaque sandwich encastrée-encastrée avec ANSYS.

MODES	ANSYS (Hz)	MATLAB (Hz)
1	76.55	23 .57
2	93.98	43.00
3	157.57	122.54
4	175.72	186.92
5	198.64	196.39

Tableau (IV.9) : Fréquences naturelles de la plaque sandwich encastrée-encastrée.

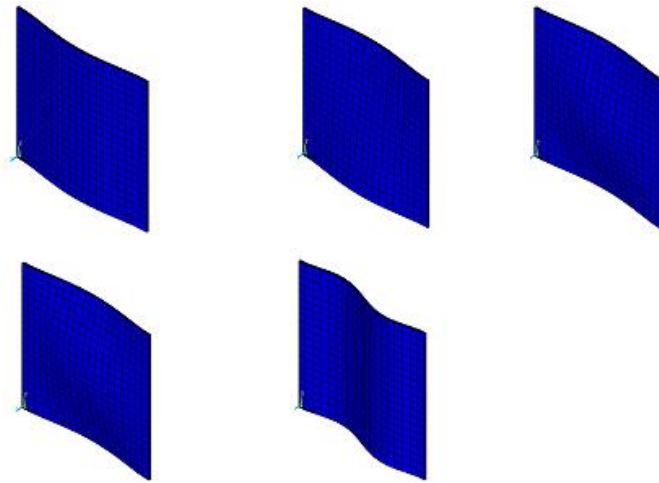


Figure (IV. 21) : Résultats théoriques des cinq premiers modes naturels de la plaque sandwich encastree-encastree.

VI.4.2 Influence du nombre de patches

La plaque sandwich sera équipée de quatre, puis trois, puis deux patches piézoélectriques et enfin un recouvrement total (positionnement déjà présenté dans la figure (IV.5)). Ceux-ci sont collés sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque.

Afin d'améliorer activement l'amortissement des trois premiers modes, une stratégie de contrôle PID itérative présentée précédemment, dont les paramètres sont $\{K_p = -15000, K_i = -1500, K_d = -1000\}$. Les propriétés des matériaux et les propriétés géométriques sont données dans la sous-section 1.

Les réponses transversales transitoires de la plaque sont présentées dans les figures (IV.22), (IV.23), (IV.24) et (IV.25). Elles permettent particulièrement d'analyser le comportement dynamique de la plaque sandwich. Ainsi, on observe que les réponses diminuent dans les tous les cas étudiés.

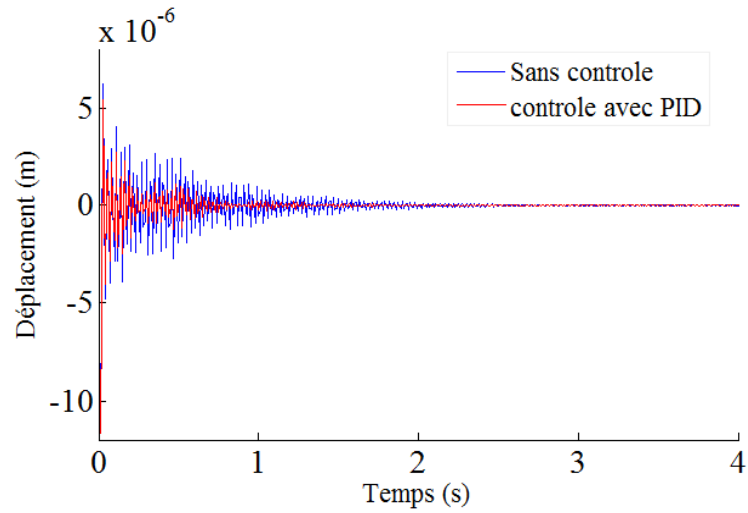


Figure (IV.22): Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 4 patchs avec et sans contrôle (PID).

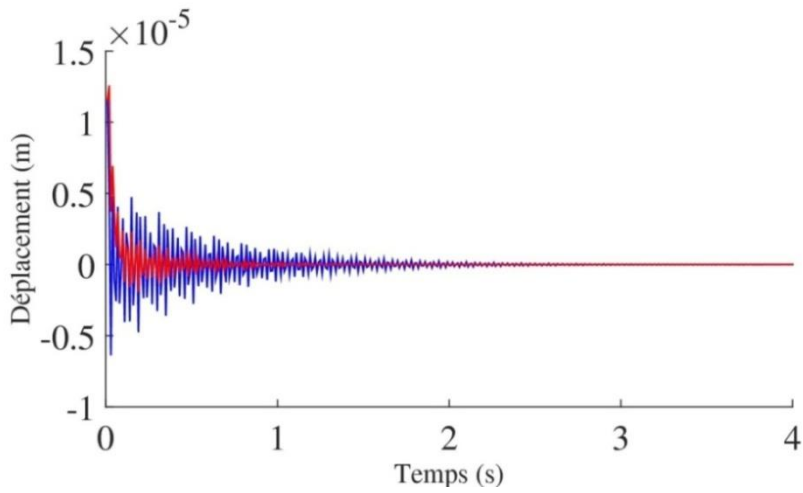


Figure (IV.23): Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 3 patchs avec et sans contrôle (PID).

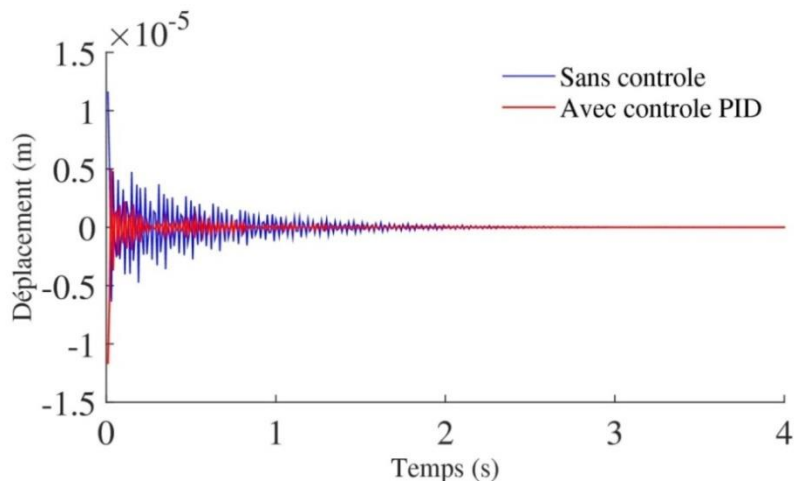


Figure (IV.24): Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich munie de 2 patchs avec et sans contrôle (PID)

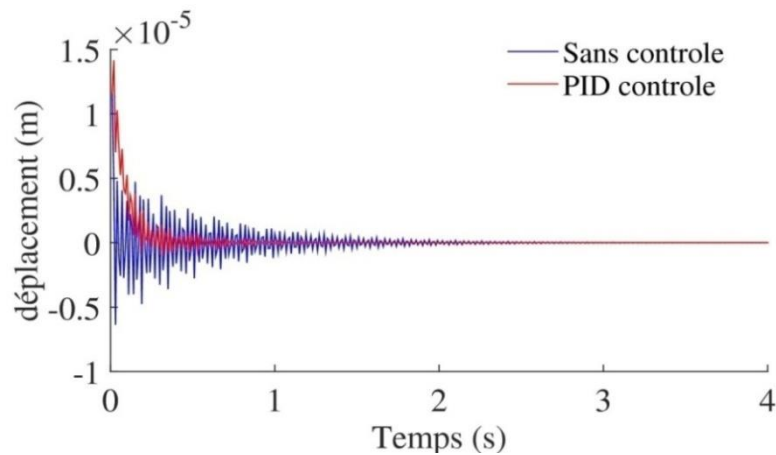


Figure (IV. 25) : Réponse transitoire des vibrations de la plaque sandwich recouverte totalement avec et sans contrôle (PID).

On remarque que la réponse vibratoire de la plaque est rapidement atténuée avec le contrôleur. Les valeurs d'amortissement ont atteint 0.0034 dans le cas de 4 patches, 0.031 dans le cas de 3 patches, 0.0027 dans le cas de 2 patches et 0.061 pour le recouvrement total.

Il est clair que suite à l'analyse des figures que la prise en compte du positionnement des patches apparait efficace pour le contrôle au moyen du PID. En effet, on constate que dans les cas de 2 et 3 patches (lorsque les patches sont collés près de l'encastrement), les réponses (les temps et les coefficients d'amortissement) sont meilleures que celles obtenues en utilisant 4 patches éloignés de l'encastrement.

Les tensions d'actionneurs obtenues par l'algorithme de commande sont représentées dans les figures (IV.26) à (IV.29) dans le cas du contrôleur PID.

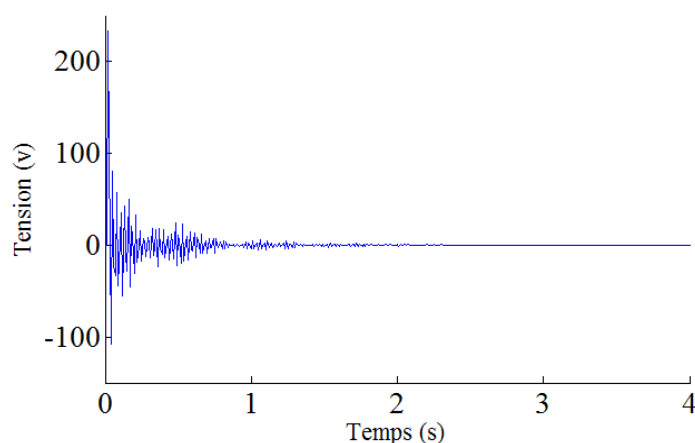


Figure (IV .26) : Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de 4 patches (PID)

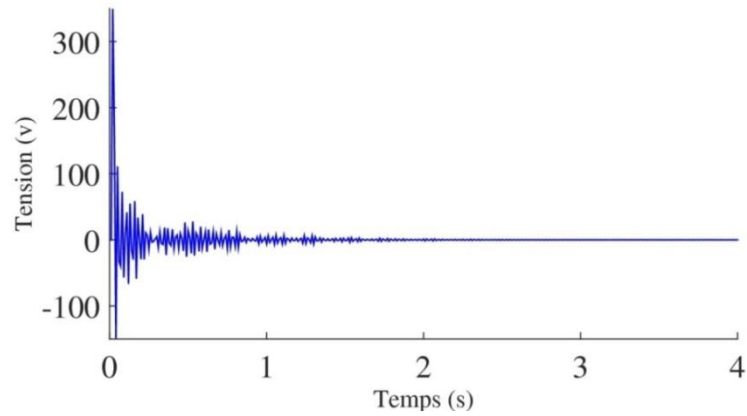


Figure (IV .27) : Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de 2 patchs (PID).

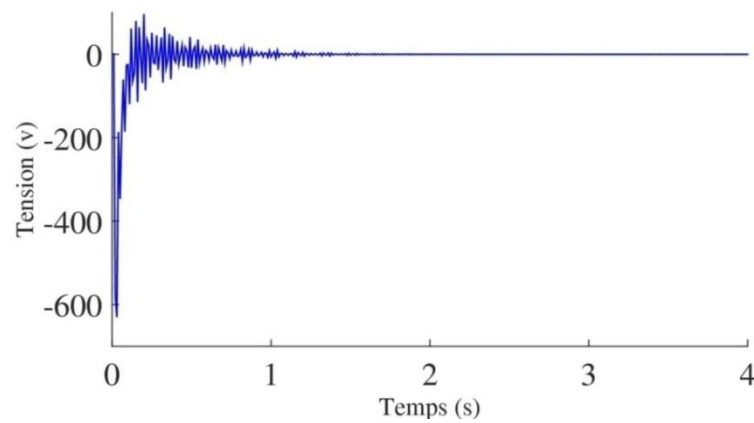


Figure (IV .28) : Tension de commande appliquée aux actionneurs pour le cas de 3 patchs (PID).

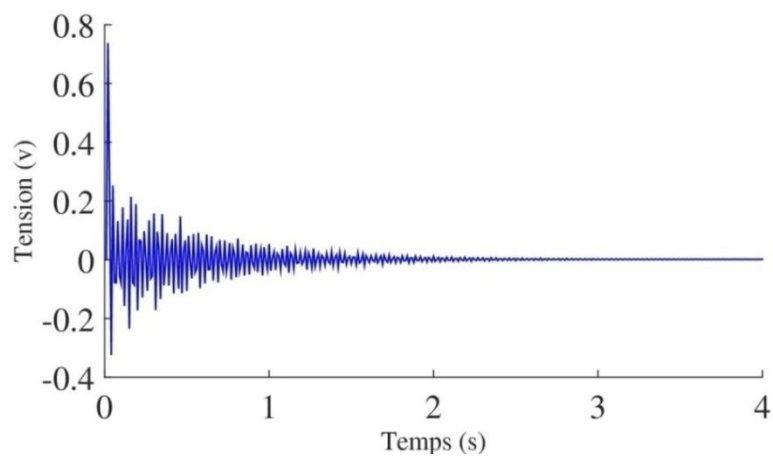


Figure (IV. 29) : Tension de commande appliquée pour le cas de recouvrement total avec une couche piézoélectrique (PID).

IV.5 Optimisation du positionnement des patches piézoélectriques

Dans cette section, l'emplacement optimal des actionneurs piézoélectriques pour le contrôle actif des vibrations de la plaque sandwich cantilever est étudié. Nous gardons les mêmes dimensions de la plaque et des patches voir (tableaux (VI.1) et (VI.3)). La plaque est divisée en 10×10 éléments finis. L'étude qui va être présentée a été faite avec un nombre d'actionneur égal à quatre pour des raisons de symétrie et pour augmenter le nombre de combinaison possible dans l'algorithme génétique.

Afin de mettre en application le processus d'optimisation pour les emplacements optimaux des patches, l'algorithme génétique a été développé sous Matlab dans le but de minimiser la fonction d'optimisation définie par l'éq (III.65). Pour assurer une bonne décision, le code est lancé pour cinq cents générations. La convergence de la fonction d'optimisation pour la configuration est montrée dans la Figure (IV.30).

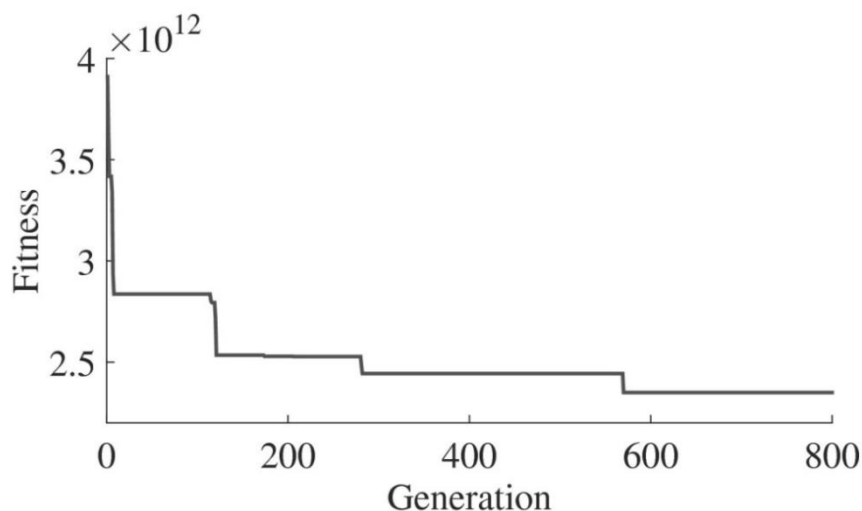


Figure (IV.30) : Variation de la fitness en fonction du nombre de génération. (Test de convergence).

Les emplacements optimaux des actionneurs piézoélectriques obtenus par l'application de l'AG seront utilisés par la suite pour appliquer le contrôle (LQR et PID) avec la configuration préconisée par l'AG.

Après un calcul sous Matlab, les résultats obtenus sont montrés dans la Figure (IV.31) dans laquelle la concentration des points noirs présente la meilleure contribution d'un actionneur piézoélectrique. Il ressort de cette figure que l'emplacement optimal correspond à la cellule où il y a le plus de concentration de points sélectionnés et considérés par l'AG comme étant les meilleurs.

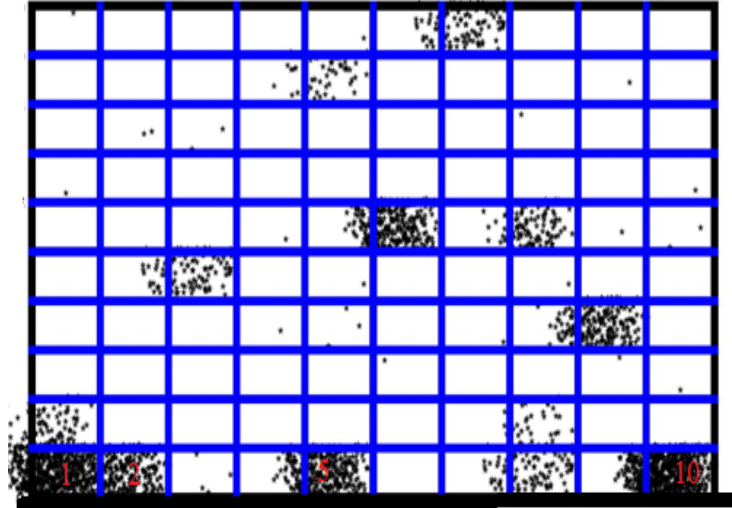


Figure (IV.31) : .Distribution optimale pour les quatre actionneurs.

Il ressort de la figure (IV.31) que les meilleurs emplacements sont les cellules **1, 2, 5 et 10** (voir Figure(III.5)). Nous observons, comme prédit auparavant, que le positionnement optimal des patches piézoélectriques trouvé correspond aux régions à forte énergie de positionnement de déformation modale.

Les déplacements dus à une charge d'impulsion de 1N appliquée au centre de l'extrémité libre de la plaque sandwich après l'optimisation sont présentés dans la figure (IV.32).

Afin de vérifier si les emplacements optimaux des actionneurs obtenus par l'AG, un contrôleur LQR ($Q=108$, $R=1$) et un contrôleur PID ont été mis en application. Trois modes de la plaque sandwich sont considérés dans le modèle. Les calculs pour la réponse transitoire sont exécutés avec un intervalle de temps de 0,01s.

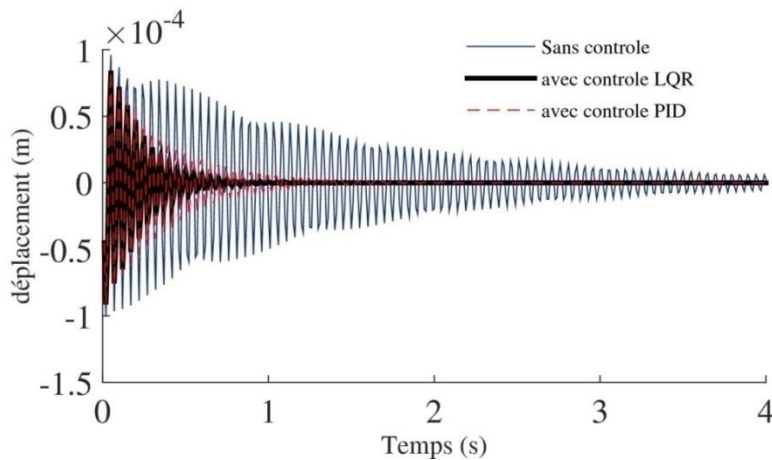


Figure (IV. 32) : Réponse vibratoire de la plaque sandwich Avec une 4 patchs piézoélectriques optimaux.

Les réponses transitoires de la plaque ont considérablement été atténuées (mieux que le cas de 4 patchs relatif au cas de la figure (IV.6), ce qui confirme l'efficacité de l'optimisation par l'AG.

La figure (IV.32) met en évidence le rétrécissement du temps d'amortissement des vibrations (temps de stabilisation en moins de 1s). Une comparaison est proposée dans le tableau (IV.10) ci-dessous entre les cas étudiés précédemment sans optimisation de positionnement et avec optimisation.

	Temps d'amortissement sans le contrôle (s)	Temps d'amortissement des vibrations (LQR) Cas1, Tableau (IV.6)	Temps d'amortissement des vibrations (PID). Cas 1, Tableau (IV.6)	Temps d'amortissement des vibrations (PID) Cas après optimisation	Temps d'amortissement des vibrations (LQR). Cas après optimisation
Cas de 4 patchs	4	3s	3.5s	1,5s	1s

Tableau (IV.10) : Temps d'amortissement (atténuation) des vibrations.

Le calcul du coefficient d'amortissement après optimisation du positionnement nous a donné les résultats suivants : 0,016 quand on utilise le contrôleur LQR et 0,0078 quand on utilise le contrôleur PID. En comparant ses résultats avec ceux du tableau (IV.8) (cas de 4 patchs), nous constatons que le coefficient d'amortissement dans le cas du LQR est plus grand et est resté à peu près inchangé pour la cas du PID.

Les figures (IV.33) à (IV.35) représentent les potentiels électriques nécessaires pour le contrôle actif après optimisation.

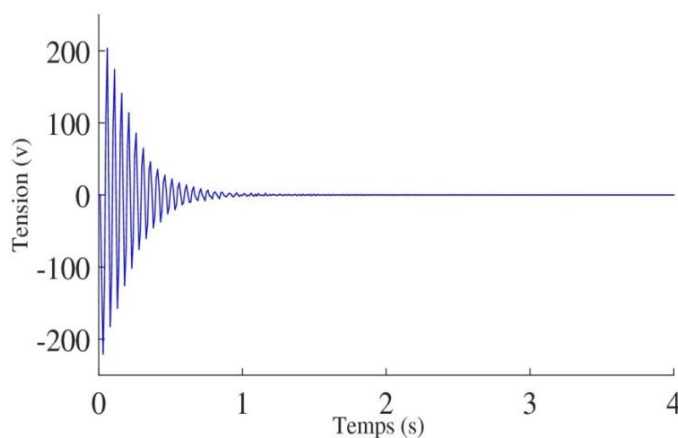


Figure (IV.33) : Tension appliquée aux actionneurs 1 et 3.

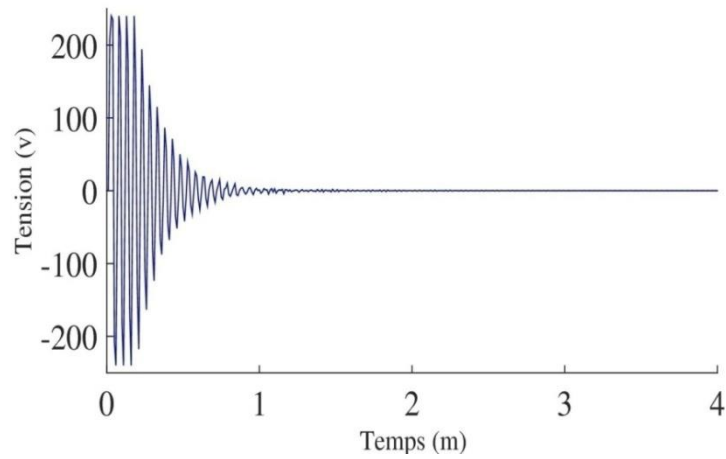


Figure (IV.34) : Tension appliquée aux actionneurs 2 et 4.

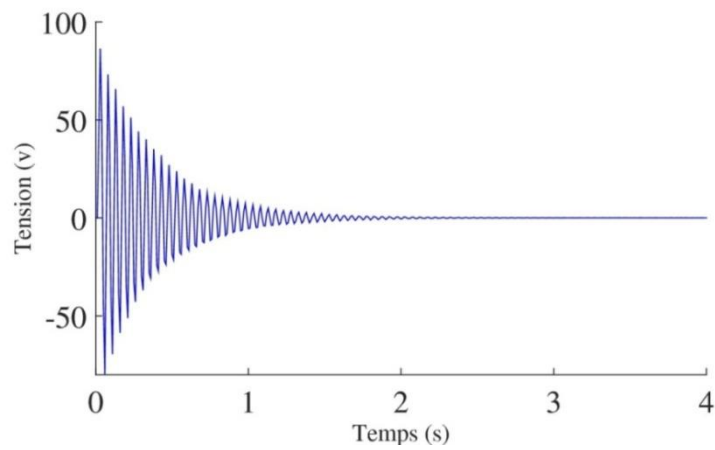


Figure (IV.35) : Tension appliqué aux actionneurs dans le cas d'un contrôle PID.

Nous constatons que les tensions nécessaires pour les actionneurs sont moindres dans le cas d'un contrôle PID ce qui en fait un avantage par rapport au contrôleur LQR. Cependant, ce dernier le dépasse en efficacité en général.

Conclusion

Conclusion Générale

Cette thèse présente des travaux scientifiques traitant du problème des vibrations des plaques sandwichs. Elle répond à cette problématique en suggérant des solutions ingénieuses permettant de réduire les vibrations en les amortissant. Il s'agit là de contrôler activement les vibrations de cette structure en y incorporant (collant sur les peaux) des matériaux dits intelligents (matériaux piézo-électriques).

A travers des capteurs et des actionneurs (pastilles piézo-électriques), on arrive à analyser en temps réel la dynamique de la structure et à manœuvrer pour la réduction des vibrations en appliquant des charges opposées à la vibration.

Pour atteindre l'objectif visé, et après des recherches bibliographiques et un état de l'art dressé au sujet de la question, nous avons d'une part développé des modèles numériques de plaque sandwich en utilisant le logiciel de calcul de structure ANSYS. D'autre part, nous avons identifié, utilisé et dans certains cas, développé des algorithmes de contrôle de vibrations sous MATLAB. Deux stratégies de contrôle développées et utilisées ont été implémentées dans le logiciel ANSYS. Le premier contrôleur est de type LQR et le second de type PID.

A travers les résultats obtenus, nous avons retenu que les contrôleurs de type LQR et PID ont répondu efficacement à notre attente, à savoir une réduction importante de l'amplitude des vibrations et du temps d'amortissement, et ce quelque soit le type de chargement appliqué (transitoire et harmonique) et également quelque soient les conditions aux limites. Il est à noter également que le contrôleur LQR est nettement plus efficace pour les cas simulés.

Dans le cadre des résultats de ce travail, une autre étude a été consacrée à l'optimisation du positionnement des patches piézo-électriques sur la plaque sandwich dans le but de trouver les meilleures configurations géométriques en utilisant l'algorithme génétique comme outil d'optimisation. Des résultats sont proposés suite à l'application de la méthode précitée. Ces résultats ont montrés une nette amélioration et une meilleure efficacité de l'amortissement actif ou du contrôle de la plaque lorsqu'on utilise l'optimisation.

En conclusion, et d'après les résultats trouvés, nous affirmons que la méthode développée permet de réduire efficacement les vibrations de la plaque sandwich étudiée sous les différentes conditions de chargement de conditions aux limites.

En perspective, le travail numérique développé et la simulation appliquée en utilisant les logiciels ANSYS et MATLAB, pourrait être conforté par de l'expérimentation. En effet, un

Conclusion

dispositif expérimental pouvant accueillir toutes les formes possibles de structures (unidimensionnelles, bidimensionnelles, notamment les coques) serait d'un très grand apport pour confirmer les résultats et investir d'autres études dans ce domaine. On peut également implémenter dans le futur des lois de comportement non linéaire relatives aux matériaux constituant la plaque sandwich.

Référence bibliographie

Amy Z. 2013. "Caractérisation de l'acier inoxydable X5CrNi18-10 et étude de son oxydation à température". Thèse de doctorat. Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Algérie.

Ballato A. and Ballato J. 1996. "Accurate electrical measurements of modern ferroelectrics". *Ferroelectrics* (1): 29-59. Doi: 10.1080/00150199608216158.

Babesse E. 2018. "Contrôle vibratoire semi actif par éléments piézoélectriques et récupération d'énergie ambiante". *Thèse de doctorat. universite ferhat abbas – setif-1 ufas algerie*.

Baz, A. 1998. "Robust control of active constrained layer damping". *Journal of Sound and Vibration* 211 (3): 467-480. Doi: 10.1006/jsvi.1997.1315.

Bailey T. and Ubbard J. E. 1985. "Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam". *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 8 (5): 605-611. Doi: 10.2514/3.20029.

Bendine K. 2016. "Contribution à l'étude du contrôle actif des structures composites par incorporation de matériaux intelligents". *Thèse de doctorat. Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbès-Djillali Liabes, Algérie*.

Bendine Kouider, Boukhoulda Benallel Farouk, Nouari Mohammed and Satla Zouaoui. 2017. "Structural modeling and active vibration control of smart FGM plate through Ansys". *International Journal of Computational Methods*. 14 (04): 1750042. Doi: 10.1142/s0219876217500426.

Biglar M., Reza H.M. and Danesh M. 2014. "Optimal locations and orientations of piezoelectric transducers on cylindrical shell based on gramians of contributed and undesired rayleigh-ritz modes using genetic algorithm". *Journal of Sound and Vibration*, 333(5):1224-12 Doi: 10.1016/j.jsv.2013.10.025.

Bruant I., Pablo F. and Polit O. 2008. "Active control of laminated plates using a piezoelectric finite element". *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 15 (3-4): 276-290. Doi: 10.1080/15376490801907814.

Bruant I., Coffignal G., Lene F. and Verge M. 2001. "A methodology for determination of piezoelectric actuator and sensor location on beam structures". *Journal of Sound and Vibration*. 243 (5): 861-882. Doi: 10.1006/jsvi.2000.3448.

Bruant I. and Proslie L. 2005. "Optimal location of actuators and sensors in active vibration control". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 16 (3): 197-206. Doi: 10.1177/1045389x05047989.

Caruso Giovanni, Galeani Sergio and Menini Laura. 2003. "Active vibration control of an elastic plate using multiple piezoelectric sensors and actuators". *Simulation modelling practice and theory*. 11 (5-6): 403-419. Doi: 10.1016/s1569-190x(03)00056-x.

Chee Clinton Y. K., Liyong Tong and Grant P. Steven. 1998. "A review on the modelling of piezoelectric sensors and actuators incorporated in intelligent structures". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 9 (1): 3-19. Doi: 10.1177/1045389x9800900101.

Crawley, Edward F. and Javier de Luis. 1987. "Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures". *AIAA Journal*. 25 (10): 1373-1385. Doi: 10.2514/3.9792.

Crassidis John, Amr Baz L. and Norman Wereley. 2000. "H ∞ control of active constrained layer damping". *Journal of vibration and control*. 6 (1): 113-136. Doi: 10.1177/107754630000600106.

Damjanovic Dragan. 1998. "Ferroelectric, dielectric and piezoelectric properties of ferroelectric thin films and ceramics". *Reports on progress in physics*. 61 (9): 1267-1324. Doi: 10.1088/0034-4885/61/9/002.

De Abreu G. L. C. M. de, J. F. Ribeiro and V. Steffen, Jr. 2004. "Finite element modeling of a plate with localized piezoelectric sensors and actuators". *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences And Engineering* 26 (2): 117-128. Doi: 10.1590/s1678-58782004000200002.

Di Taranto R. A. 1965. "Theory of vibratory bending for elastic and viscoelastic layered finite-length beams". *Journal of applied mechanics*. 32 (4): 881. Doi: 10.1115/1.3627330.

Frostig Y. and Baruch M. 1990. "Bending of sandwich beams with transversely flexible core". *AIAA Journal*. 28 (3): 523-531. Doi: 10.2514/3.10423.

Frostig Y. and O.T. Thomsen. 2004. "High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core". *International journal of solids and structures*. 41 (5-6): 1697-1724. Doi: 10.1016/j.ijsolstr.2003.09.051.

Hankel W. 1881. "Ueber die entwicklung polarer electricität in hemimorphen krystallen durch aenderung des druckes in der richtung der unsymmetrisch ausgebildeten axen". *Annalen der physik* 249 (8): 640-644. Doi: 10.1002/andp.18812490807.

Hagood N. W., Walter Chung H. and Flotow A. V. 1990. "Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control". *Journal of intelligent material systems and structures*. 1 (3): 327-354. Doi: 10.1177/1045389x9000100305.

Harilova R. 2008. "Régulation de la température d'une serre horticole par logique floue". Université d'Antananarivo, école supérieure polytechnique d'Antananarivo, Madagascar.

Harrath Y. 2003. "Contribution à l'ordonnancement conjoint de la production et de la maintenance: Application au cas d'un Job Shop". Thèse de doctorat. Université de Franche-Comté, France.

Hua N. H. 2004. "Optimal number and placements of piezoelectric patch actuators in structural active vibration control". *Engineering computations*. 21 (6): 651-665. Doi: 10.1108/02644400410545218.

Kawai H. 1969. "The piezoelectricity of Poly Vinylidene Fluoride". *Japanese Journal of Applied Physics*. 8 (7): 975-976. Doi:10.1143/jjap.8.975

Kapadia Rajiv K. and Kawiecki G. 1997. "Experimental evaluation of segmented active constrained layer damping treatments". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 8 (2): 103-111. Doi: 10.1177/1045389x9700800201.

Kerwin Edward M. 1959. "Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer". *The*

journal of the acoustical society of America. 31 (7): 952-962. Doi: 10.1121/1.1907821.

Kerwin Edward M. and Ross Donald. 1959. "Comparison of the vibration damping effectiveness of free and constrained viscoelastic layers". *The Journal of the Acoustical Society of America*. 31 (11): 1578-1578. Doi: 10.1121/1.1930310.

Kelvin W. 1893. "Note by lord Kelvin on electric molecules for the explanation of the piezo-electric and pyro-electric properties of crystals". *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 36 (221): 384-384. Doi: 10.1080/14786449308620495.

. Kim I. and Shik Kim Y. 2009. "Active vibration control of trim panel using a hybrid controller to regulate sound transmission". *International Journal Of Precision Engineering And Manufacturing* 10 (1): 41-47. Doi: 10.1007/s12541-009-0007-2.

Kpeky F. 2016. "Formulation et modélisation des vibrations par éléments finis de type solide-coque: application aux structures sandwichs viscoélastiques et piézoélectriques", Doctoral dissertation, Université de Lorraine, France.

Koconis David B., Kollár L.P. and George S. Springer. 1994. "Shape control of composite plates and shells with embedded actuators. i. voltages specified". *Journal of Composite Materials*. 28 (5): 415-458. Doi: 10.1177/002199839402800503.

Lam Margaretha J., Inman Daniel J. and Saunders William R. 1997. "Vibration control through passive constrained layer damping and active control". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 8 (8): 663-677. Doi: 10.1177/1045389x9700800804.

Lerch, R. 1990. "Simulation of piezoelectric devices by two- and three-dimensional finite elements". *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* .37 (3): 233-247. Doi: 10.1109/58.55314.

Lesieutre George A. and Lee U. 1996. "A finite element for beams having segmented active constrained layers with frequency-dependent viscoelastics". *Smart Materials and Structures* 5 (5): 615-627. Doi: 10.1088/0964-1726/5/5/010.

Lippmann G. 1881. "Principe de la conservation de l'électricité ou second principe de la théorie des phénomènes électriques". *Journal de Physique Théorique et Appliquée*. 10 (1): 381-394. Doi: 10.1051/jphystap:0188100100038100.

Liao W.H. and Wang K.W. 1997. "On the analysis of viscoelastic materials for active constrained layer damping treatments". *Journal of Sound and Vibration* 207 (3): 319-334. Doi: 10.1006/jsvi.1997.1106.

Liu, C.,and Forward, R. (1981). Electronic damping of resonance in gimbal structures. *22nd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. doi:10.2514/6.1981-556

Lok T. and Cheng Q. 2001. "Free and forced vibration of simply supported, orthotropic sandwich panel". *Computers & Structures*. 79 (3): 301-312. Doi: 10.1016/s0045-7949(00)00136-x.

Mallardo V. Aliabadi M. H. and Sharif Khodaei Z. 2012. "Optimal sensor positioning for impact localization in smart composite panels". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 24 (5):

559-573. Doi: 10.1177/1045389x12464280.

Mead D.J. and Markus S. 1969. "The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions". *Journal of Sound and Vibration*. 10 (2): 163-75. Doi:10.1016/0022-460x(69)90193-x.

Naillon M. 1983. "Analysis of piezoelectric structures by a finite element method". *Acta Electronica*, 25, 341-362.

Peng Fujun A. and Hu Ya. 2005. "Actuator placement optimization and adaptive vibration control of plate smart structures". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 16 (3): 263-271. Doi: 10.1177/1045389x05050105.

Razvine B., Tomlinson G.R. and Wynne R. J. 1995. "Use of active constrained-layer damping for controlling resonant vibration". *Smart Materials and Structures* 4 (1): 1-6. Doi: 10.1088/0964-1726/4/1/001.

Rao Singiresu S., Pan T. and Vipperla Venkayya B. 1991. "Optimal placement of actuators in actively controlled structures using genetic algorithms". *AIAA Journal*. 29 (6): 942-943. Doi: 10.2514/3.10683.

Ramesh Kumar K. and Narayanan S. 2008. "Active vibration control of beams with optimal placement of piezoelectric sensor/actuator pairs". *Smart Materials and Structures* 17 (5): 055008. Doi: 10.1088/0964-1726/17/5/055008.

Ramesh Kumar K. and Narayanan S. 2007. "The optimal location of piezoelectric actuators and sensors for vibration control of plates". *Smart Materials and Structures*. 16 (6): 2680-2691. Doi: 10.1088/0964-1726/16/6/073.

Rebreyend P. 1999. "Algorithmes génétiques hybrides en optimisation combinatoire". Thèse de doctorat. Ecole normale supérieure de Lyon- ENS Lyon, France.

Rongong J. A., Wright J. R., Wynne R. J. and Tomlinson G. R. 1997. "Modelling of a hybrid constrained layer/piezoceramic approach to active damping". *Journal of Vibration and Acoustics*, 119 (1): 120. Doi: 10.1115/1.2889679.

Rizet N. 1999. "Contrôle actif de vibrations utilisant des matériaux piézo-électriques". Doctoral dissertation, Lyon, INSA, France.

Sadri A. M., Wright J. R. and Wynne R. J. 1999. "Modelling and optimal placement of piezoelectric actuators in isotropic plates using genetic algorithms". *Smart Materials and Structures*. 8 (4): 490-498. Doi: 10.1088/0964-1726/8/4/306.

Sanjay M., Kumar N., Singh S.P. and Nakra B.C. 2009. "Vibration control of plate by active and passive constrained layer damping". *Advances in vibration. Engineering*, 8(4), 345-356.

Sénéchal A. 2011. "Réduction de vibrations de structure complexe par shunts piézoélectriques: application aux turbomachines". Thèse de doctorat, CNAM Paris, France.

Shen I. Y. 1994. "Hybrid damping through intelligent constrained layer treatments". *Journal of*

Vibration and Acoustics. 116 (3): 341. Doi: 10.1115/1.2930434.

Soong T. T. and Gary F. Dargush. 1998. "Passive energy dissipation systems in structural engineering." *Structural Safety* (20) 197-198

Sleiman H. 2010. "Systèmes de suspension semi-active à base de fluide Magnétorhéologique pour l'automobile". Thèse de doctorat. Arts et Métiers ParisTech, Châlons-en-Champagne, France.

Suleman Afzal, Crawford Curran and Costa Antonio P. 2002. "Experimental aeroelastic response of piezoelectric and aileron controlled 3d wing". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 13 (2-3): 75-83. Doi: 10.1177/104538902761402477.

Sun B. and Huang Da. 2000. "Analytical vibration suppression analysis of composite beams with piezoelectric laminate". *Smart Materials and Structures*. 9 (6): 751-760. Doi: 10.1088/0964-1726/9/6/303.

Takács G. and B. Rohal-Ilkiv. 2012. "Model predictive vibration control". *Efficient Constrained MPC Vibration Control for Lightly Damped Mechanical Structures*. Springer Science & Business Media.

Thurnauer H. 1940. "Ceramic insulating materials". *Electrical Engineering*. 59 (11): 451-459. Doi: 10.1109/ee.1940.6435159.

Trindade M.A. 2000. "Contrôle hybride actif-passif des vibrations de structures par des matériaux piézoélectriques et viscoélastiques: poutres sandwich/multicouches intelligentes". Thèse de doctorat. Conservatoire national des Arts et Métiers -CNAM. INSA Lyon

Trindade M. A., Benjeddou A. and Ohayon R. 1999. "Parametric analysis of the vibration control of sandwich beams through shear-based piezoelectric actuation". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 10 (5): 377-385. Doi: 10.1106/ub60-gcgt-1pp6-2hky.

Tzou H.S. and Tseng C.I. 1991. "Distributed vibration control and identification of coupled elastic/piezoelectric systems: Finite element formulation and applications". *Mechanical Systems and Signal Processing*. 5 (3): 215-231. Doi: 10.1016/0888-3270(91)90044-6.

Veley D. E. and Rao S. S. 1996. "A comparison of active, passive and hybrid damping in structural design". *Smart Materials and Structures* 5 (5): 660-671. Doi: 10.1088/0964-1726/5/5/014.

Vinyas M. 2019. "Vibration control of skew magneto-electro-elastic plates using active constrained layer damping". *Composite Structures*. 208: 600-617. Doi: 10.1016/j.compstruct.2018.10.046.

Yan M-J. and Dowell E. H. 1972. "Governing equations for vibrating constrained-layer damping sandwich plates and beams". *Journal of Applied Mechanics*. 39 (4): 1041. Doi: 10.1115/1.3422825

Yang M. and Pizhong Qiao. 2005. "Higher-order impact modeling of sandwich structures with flexible core". *International Journal of Solids and Structures* 42 (20): 5460-5490. Doi: 10.1016/j.ijsolstr.2005.02.037.

Yasin M.Y., Nazeer Ahmad and Naushad Alam M. 2010. "Finite element analysis of actively

controlled smart plate with patched actuators and sensors". *Latin American Journal of Solids and Structures*. 7 (3): 227-247. Doi: 10.1590/s1679-78252010000300001

Yuan Y. 1962. "Damping of flexural vibrations of sandwich plates". *Journal of the Aerospace Sciences*. 29 (7): 790-803. Doi: 10.2514/8.9607.

Wang Q. and Quek S. T. 2000. "Flexural vibration analysis of sandwich beam coupled with piezoelectric actuator". *Smart Materials and Structures*. 9(1): 103-109. Doi: 10.1088/0964-1726/9/1/311.

www.nasa.gov/centers/dryden/history/Publications/index.html

www.composites.ugent.be/home_made_composites/documentation/SP_Composites_Guide.pdf

Zhang S., Schmidt R. and Qin X. 2015. "Active vibration control of piezoelectric bonded smart structures using PID algorithm". *Chinese Journal of Aeronautics*. 28 (1): 305-313. Doi: 10.1016/j.cja.2014.12.005.

Zhang X.D. and Sun C.T. 1999. "Analysis of a sandwich plate containing a piezoelectric core". *Smart Materials and Structures*. 8 (1): 31-40. Doi: 10.1088/0964-1726/8/1/003.

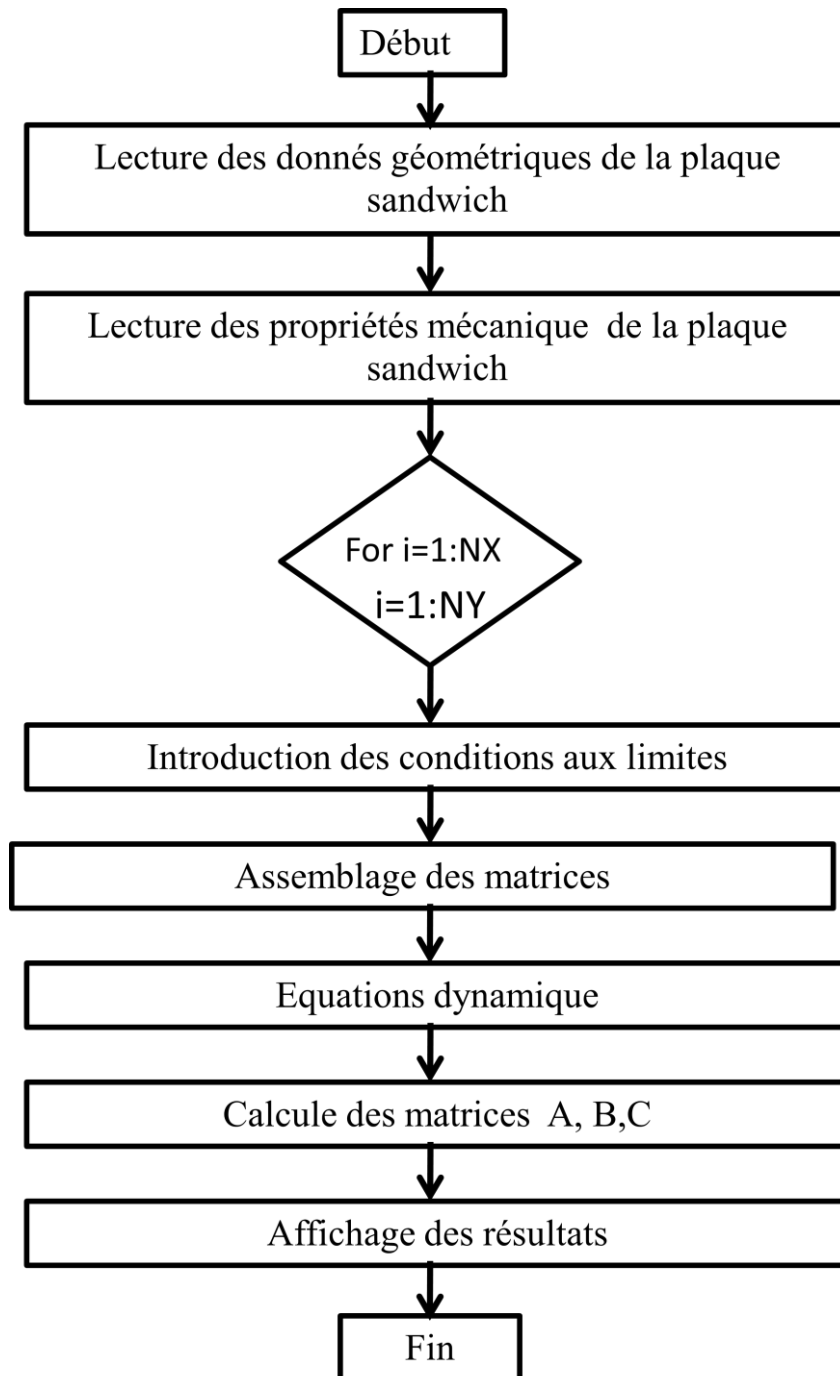
Zhang X.D. and Sun C.T. 1996. "Formulation of an adaptive sandwich beam". *Smart Materials and Structures*. 5 (6): 814-823. Doi: 10.1088/0964-1726/5/6/012.

Zerari N. 2006. "Les algorithmes génétiques en maintenance3. Thèse de doctorat. Université de Batna 2, Algérie.

Ziegler J.G. and Nichols N. B. 1942. "Optimum settings for automatic controllers." *trans. ASME* : 64-11.

Zippo A., Ferrari G., Amabili M., Barbieri M. and Pellicano F. 2015. "Active vibration control of a composite sandwich plate". *Composite Structures* 128: 100-114. Doi: 10.1016/j.compstruct.2015.03.037.

Annex MATLAB



Organigramme de Calcul de l'équation dynamique de la plaque sandwich