

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DÉPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

# THESE

Pour

L'obtention du diplôme de

**Doctorat en Sciences**

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Energétique

Présentée Par: **BERRABAH Brahim**

## Contribution Numérique à l'étude de refroidissement interne des aubes de turbines à gaz

Soutenu le	03/07/2017	devant la commission d'examen :		
BENAZZA	Abdelylah	Professeur	UDL.SBA	Président
DRAOUI	Belkacem	Professeur	U. Bechar	Examineur
RETIEL	Noureddine	Professeur	U. Mostaganem	Examineur
SEBBANE	Omar	M.C.A	U. Tlemcen	Examineur
LAOUEDJ	Samir	M.C.A	UDL.SBA	Examineur
AMINALLAH	Miloud	M.C.A	UDL.SBA	Directeur de thèse

2016-2017

**Dédicace**

**Hommage à mes parents**

## Remerciements

Ce travail n'aurait jamais a été possible sans l'accompagnement et le soutien de mon directeur de thèse Monsieur *Miloud AMINALLAH*, Maître de conférences à l'université Djillali Liabes de Sidi bel- Abbes. Je le remercie sincèrement de m'avoir bénéficié de ses compétences, de m'avoir conseillé, de m'avoir fait confiance, d'avoir été à l'écoute à mes questions, et de mes difficultés et de m'avoir constamment encouragé.

Je remercie également les membres du jury Messieurs *A. BENAZZA*, *B. DRAOUI*, *N. RETIEL*, *O. SEBBANE*, et *S. LAOUEDJ* d'avoir accepté de juger cet humble travail.

Merci beaucoup à ceux qui m'ont permis, de près ou de loin, d'achever cette thèse dans de bonnes conditions.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	1
<b>Chapitre 1 : Modélisation d'écoulements turbulents pariétaux en rotation</b>	
1.1 Equations de mouvement	6
1.1.1 Equations de Navier-Stokes en référentiel fixe	6
1.1.2 Equations de Navier-Stokes en référentiel tournant	7
1.2 Modèles de turbulence	7
1.3 Approche statistique	8
1.3.1 Equations statistiques de la turbulence en référentiel tournant	9
1.4 Les différents niveaux de fermeture	9
1.4.1 Modèles à viscosité turbulente	9
1.4.2 Modèle à une équation de transport	10
1.4.3 Modèles à une ou deux équations de transport	10
1.4.4 Modèles du second ordre (SMC)	11
1.4.4.1 Modèle aux tensions de Reynolds ( $R_{ij} - \varepsilon$ )	11
1.5 Fermetures des équations de transport pour les tensions de Reynolds	14
1.5.1 Modélisation du terme de Dissipation $\varepsilon_{ij}$	14
1.5.2 Modélisation du terme de diffusion $D_{ij}$	14
1.5.3 Modélisation du terme de corrélation pression déformation $\Pi_{ij}$	14
1.5.3.1 Partie lente $\Pi_{ij,1}$	15
1.5.3.2 Partie rapide $\Pi_{ij,2}$	16
1.6 Quelques modèles aux tensions de Reynolds	18
1.7 Modèle aux tensions de Reynolds ( $R_{ij} - \omega$ )	20
1.8 Couches limites turbulentes	21
1.8.1 Couche limite dynamique	21
1.8.2 Couche limite thermique	22
1.9 Modélisation de paroi	23
1.9.1 Modèles de paroi pour le champ dynamique	24
1.9.1.1 Loi de paroi scalable	24
1.9.1.2 Traitement automatique près de la paroi	25
1.9.2 Modèles de paroi pour le champ thermique	26

## **Chapitre 2 : Description des écoulements turbulents dans les canaux de refroidissement internes en rotation**

2.1 Analyse de l'équation de mouvement . . . . .	28
2.2 Différent types d'écoulements secondaires rencontrés dans les canaux de refroidissement . . . . .	31
2.2.1 Ecoulements secondaires et effet de courbure . . . . .	31
2.2.2 Effet des nervures . . . . .	32
2.2.3 Effet de rotation . . . . .	35

## **Chapitre 3 : Etude bibliographique**

3.1 Canal à deux passages muni de perturbateurs . . . . .	38
3.1.1 Etudes expérimentales - mode orthogonal de rotation . . . . .	38
3.1.2 Etudes expérimentales - mode non orthogonal de rotation . . . . .	40
3.1.3 Etudes numériques - mode orthogonal de rotation . . . . .	41
3.1.4 Etudes numériques - mode non orthogonal de rotation . . . . .	45
3.2 Canal à multi-passages muni de perturbateurs . . . . .	46
3.2.1 Etudes expérimentales - mode orthogonal de rotation . . . . .	46
3.2.2 Etudes expérimentales - mode non orthogonal de rotation . . . . .	46
3.2.3 Etudes numériques - mode orthogonal de rotation . . . . .	47

## **Chapitre 4 : Approche numérique**

4.1 Discrétisation . . . . .	49
4.1.1 Couplage vitesse-pression . . . . .	51
4.1.2 Fonctions de forme . . . . .	52
4.1.3 Termes de diffusion . . . . .	53
4.1.4 Terme de gradient de pression . . . . .	53
4.1.5 Terme de convection . . . . .	54
4.1.6 Système couplé des équations . . . . .	54

## **Chapitre 5 : Effet de l'orientation des nervures sur l'écoulement et le transfert thermique dans un circuit à quatre passages en rotation**

5.1 Description du problème . . . . .	55
5.1.1 Maillage . . . . .	59
5.2 Champs de vitesse et de température . . . . .	62
5.2.1 Premier passage à écoulement principal centrifuge . . . . .	62
5.2.2 Premier coude . . . . .	65
5.2.3 Second passage à écoulement principal centripète . . . . .	67
5.2.4 Second coude . . . . .	68

5.2.5	Troisième passage à écoulement principal centrifuge . . . . .	69
5.2.6	Troisième coude . . . . .	72
5.2.7	Quatrième passage à écoulement principal centripète . . . . .	73
5.3	Effet de l'orientation des nervures sur la turbulence . . . . .	86
5.3.1	Energie cinétique turbulente . . . . .	86
5.3.2	Anisotropie de la turbulence . . . . .	88
5.3.3	Les tensions de Reynolds . . . . .	93
5.4	Effet de l'orientation des nervures sur le taux de transfert thermique . . . . .	99
5.4.1	Nombre de Nusselt local . . . . .	99
5.4.2	Nombre de Nusselt moyen . . . . .	105
5.4.2.1	Comparaison avec l'expérience . . . . .	105
5.5	Coefficient de pression . . . . .	111
5.6	Facteur de performance thermique . . . . .	113
5.7	Optimisation de système de refroidissement interne pour une géométrie d'aube donnée . . . . .	114
<b>Chapitre 6 : Effets de la force de Coriolis et la force centrifuge sur l'écoulement et le transfert thermique pour un nombre de rotation et un rapport de masse volumique élevés dans un canal à deux passages en mode non orthogonal de rotation</b>		
6.1	Description du problème . . . . .	116
6.1.1	Génération de maillage . . . . .	117
6.2	Effets combinés de haut nombre de rotation et haut rapport de masse vo- lémique . . . . .	119
6.2.1	Premier passage à écoulement principal centrifuge . . . . .	119
6.2.2	Région du coude . . . . .	121
6.2.3	Second passage à écoulement principal centripète . . . . .	122
6.3	Effet de rapport de masse volumique . . . . .	123
6.4	Variations de la force de Coriolis et la force centrifuge dans la direction de l'écoulement principal . . . . .	128
6.5	Effets combinés du haut nombre de rotation et haut rapport de masse vo- lémique sur la turbulence . . . . .	130
6.5.1	Energie cinétique turbulente . . . . .	130
6.5.2	Contrainte de cisaillement turbulente . . . . .	130
6.6	Effet du haut nombre de flottabilité sur le transfert thermique . . . . .	131
6.6.1	Nombre de Nusselt local . . . . .	131

6.6.2 Nombre de Nusselt moyen . . . . .	134
6.7 Effet du rapport de masse volumique élevé sur le transfert thermique . . . . .	136
<b>Conclusion</b> . . . . .	138
<b>Références</b> . . . . .	143

## Liste des figures

Figure 1	Configurations typiques de passages de refroidissement interne d'une aube tournante de turbine à gaz, a) écoulement en avant, Han et al. <sup>1</sup> , b) écoulement en arrière Johnson et al. <sup>2</sup> . . . . .	3
Figure 1.1	Maillage en proche-paroi pour une discrétisation cellule centrée <sup>4</sup> . . . . .	24
Figure 1.2	Profils de vitesse adimensionnée dans la couche limite turbulente pour haut et bas nombre de Reynolds <sup>4</sup> . . . . .	27
Figure 1.3	Profil de vitesse obtenu par la méthode de traitement automatique en proche paroi <sup>4</sup> . . . . .	27
Figure 2.1	Schéma d'une conduite en rotation <sup>21</sup> . . . . .	28
Figure 2.2	Champ de vitesse de l'écoulement secondaire de premier et second type : $R_0 = 0, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13, SMC - \omega$ (Présente étude) . . . . .	33
Figure 2.3	Configurations de différentes formes de nervures, Han et al. <sup>24</sup> . . . . .	34
Figure 2.4	Structure de vortex visualisée comme iso-surface colorée par la vitesse du fluide : $R_0 = 0, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13, SMC - \omega$ (Présente étude) . . . . .	34
Figure 2.5	Illustration de l'effet assistant et opposant de la flottabilité centrifuge en mode non orthogonal de rotation, $R_0 = 0.35, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13, SMC - \omega$ (Présente étude) . . . . .	36
Figure 2.6	Effet assistant et opposant de la flottabilité centrifuge dans le coude, $R_0 = 0.35, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13, SMC - \omega$ (Présente étude) . . . . .	37
Figure 2.7	Structure de vortex visualisée comme iso-surface colorée par la vitesse de fluide : $R_0 = 0.35, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13, SMC - \omega$ (Présente étude) . . . . .	37
Figure 4.1	Définition de volume de contrôle a) Hurtado et al. <sup>86</sup> b) Ogedengbe <sup>87</sup> . . . . .	49

Figure 4.2	Elément de maille . . . . .	50
Figure 5.1	Configurations géométriques étudiées : (a) étude expérimentale de Johnson et al <sup>2, 79, 82</sup> et présente étude, (b) présente étude. Vues de la paroi arrière, (a-n) positions de prise de pression, les chiffres 1 à 16 désignent les sections chauffées expérimentalement . . . . .	57
Figure 5.2	a) section droite de l'aube vue à partir de l'axe de rotation, (b) section droite du canal orienté de 45° vue à partir de l'axe de rotation, (c) géométrie d'une nervure . . . . .	58
Figure 5.3	Grille numérique et positions $s_i$ des sections droites dans lesquelles la structure de l'écoulement est représentée et observée dans le sens des flèches . . . . .	60
Figure 5.4	Effet du raffinement de maillage . . . . .	61
Figure 5.5	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1 <sup>er</sup> passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	74
Figure 5.6	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1 <sup>er</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4) . . . . .	75
Figure 5.7	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1 <sup>er</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6) . . . . .	75
Figure 5.8	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2 <sup>ème</sup> passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	76
Figure 5.9	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2 <sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4) . . . . .	76
Figure 5.10	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2 <sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6) . . . . .	77
Figure 5.11	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1 <sup>er</sup> , 2 <sup>ème</sup> et 3 <sup>ème</sup> coude dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	77



Figure 5.12	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1 <sup>er</sup> , 2 <sup>ème</sup> et 3 <sup>ème</sup> coude pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4) . . . . .	78
Figure 5.13	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1 <sup>er</sup> , 2 <sup>ème</sup> et 3 <sup>ème</sup> coude pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6) . . . . .	78
Figure 5.14	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 3 <sup>ème</sup> passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	79
Figure 5.15	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 3 <sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4) . . . . .	79
Figure 5.16	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 3 <sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6) . . . . .	80
Figure 5.17	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 4 <sup>ème</sup> passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	80
Figure 5.18	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 4 <sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4) . . . . .	81
Figure 5.19	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 4 <sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6) . . . . .	81
Figure 5.20	Champs de vitesse en proche paroi à 1/10 de la hauteur de nervure de la paroi avant dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	82
Figure 5.21	Champs de vitesse en proche paroi à 1/10 de la hauteur de nervure de la paroi avant (HP) dans le cas en rotation $R_0 = 0.24$ (cas 3 et cas 4) et $R_0 = 0.35$ (cas 5 et cas 6) . . . . .	83
Figure 5.22	Profils de vitesse et température adimensionnées expliquant l'effet assistant et opposant de la force de flottabilité centrifuge pour les cas étudiés . . . . .	85
Figure 5.23	Contours de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée par la vitesse moyenne dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	90

Figure 5.24	Contours de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée par la vitesse moyenne pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4) . . . . .	90
Figure 5.25	Contours de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée par la vitesse moyenne pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6) . . . . .	91
Figure 5.26	Contours de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée par la vitesse moyenne dans les trois coudes pour les cas étudiés . . . . .	92
Figure 5.27	Anisotropie de la turbulence en terme $\overline{v'v'}/\overline{u'u'}$ le long de la diagonale verticale à la sortie de premier et second passage pour les cas étudiés . . . . .	93
Figure 5.28	Contours de tension de Reynolds en terme $\overline{uv}/U_m^2$ dans le plan diagonal pour chaque passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	95
Figure 5.29	Contours de tension de Reynolds en terme $\overline{uv}/U_m^2$ dans le plan diagonal de chaque passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4) . . . . .	96
Figure 5.30	Contours de tension de Reynolds en terme $\overline{uv}/U_m^2$ dans le plan diagonal de chaque passage pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6) . . . . .	96
Figure 5.31	Contours de tensions de Reynolds en terme $\overline{uv}/U_m^2$ dans les trois coudes pour les cas étudiés . . . . .	97
Figure 5.32	Contours de tensions de Reynolds en terme $\overline{vw}/U_m^2$ dans le 1 <sup>er</sup> , 2 <sup>ème</sup> et 3 <sup>ème</sup> passage pour les cas étudiés . . . . .	98
Figure 5.33	Contours du rapport du nombre de Nusselt local sur les parois avant et arrière du canal dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	102
Figure 5.34	Contours du rapport du nombre de Nusselt local sur les parois avant et arrière du canal pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4) . . . . .	103
Figure 5.35	Contours du rapport du nombre de Nusselt local sur les parois avant et arrière du canal pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6) . . . . .	104
Figure 5.36	Effet de l'orientation des nervures sur le taux de transfert thermique dans le cas statique (cas 1 et cas 2) . . . . .	109

Figure 5.37	Effet de l'orientation des nervures sur le taux de transfert thermique pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4) . . . . .	110
Figure 5.38	Effet de l'orientation des nervures sur le taux de transfert thermique pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6) . . . . .	111
Figure 5.39	Effet de l'orientation des nervures sur la chute de pression . . . . .	112
Figure 5.40	Configuration existante et proposée . . . . .	115
Figure 6.1	Géométrie d'un canal composé de deux passages à parois internes opposées munies de nervures. Les sections droites du canal sont vues à partir de l'axe de rotation . . . . .	117
Figure 6.2	(a) Grille numérique utilisée et profil de vitesse à l'entrée du canal, (b) Vue de maillage près des parois (zoom) . . . . .	118
Figure 6.3	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1 <sup>er</sup> passage du cas 1, cas 2, cas 3 et cas 4 . . . . .	125
Figure 6.4	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1 <sup>er</sup> passage du cas 5, cas 6 et cas 7 . . . . .	126
Figure 6.5	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le coude de tous les cas étudiés (cas 1 à cas 7) . . . . .	126
Figure 6.6	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2 <sup>ème</sup> passage du cas 1, cas 2, cas 3 et cas 4 . . . . .	127
Figure 6.7	Champ de vitesse près de la paroi avant (0.1e) du premier passage de tous les cas étudiés) . . . . .	127
Figure 6.8	Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2 <sup>ème</sup> passage du cas 5, cas 6 et cas 7) . . . . .	128
Figure 6.9	Profils verticaux de vitesse et température dans le 1 <sup>er</sup> et 2 <sup>ème</sup> passage pour un bas nombre de flottabilité (cas 2) et haut nombre de flottabilité (cas 7) . . . . .	129
Figure 6.10	Effets du haut nombre de rotation et haut rapport de masse volumique sur la contrainte de cisaillement et l'énergie cinétique turbulentes ) . . . . .	133
Figure 6.11	Contours du rapport du nombre de Nusselt sur la paroi nervurée avant et la paroi nervurée arrière des cas étudiés (cas 1-7) . . . . .	134
Figure 6.12	Effets de nombre de rotation et de rapport de masse volumique élevés sur le rapport du Nombre de Nusselt moyen . . . . .	137
Figure 6.13	Effet de haut rapport de masse volumique sur le rapport du Nombre de Nusselt moyen . . . . .	137

## Liste des tableaux

Tableau 1.1	Coefficients des modèles de turbulence aux tensions de Reynolds	19
Tableau 1.2	Constantes de modèle SMC – $\omega$	21
Tableau 5.1	Sommaire des cas étudiés	56
Tableau 5.2	Distance moyenne adimensionnée à la paroi	59
Tableau 5.3	Facteurs de frottement et de performance thermique	113
Tableau 6.1	Sommaire des cas étudiés	117

## Nomenclature

### Operateurs

$a \otimes b$	produit tensoriel de a et b
$a \times b$	produit vectoriel de a et b
$\nabla \cdot a$	divergence de a
$\bar{a}$	moyenne statique de la variable aléatoire a
$\mathbf{a}$	Fluctuation statistique de la variable aléatoire a
$a'$	Fluctuation statique de la variable aléatoire a (idem $\mathbf{a}$ )
$\frac{\partial a}{\partial t}$	dérivée partielle temporelle de a
$\frac{\partial a}{\partial x_i}$	dérivée partielle spatiale de a
$\frac{Da}{Dt}$	dérivée matériel de a ( $\partial a / \partial t + u \cdot \nabla a$ )

### Symboles latins

$a_{ij}$	tenseur d'anisotropie de tenseur de Reynolds, $a_{ij} = \overline{u'_i u'_j} / K - \frac{2}{3} \delta_{ij}$
$b_{ij}$	tenseur d'anisotropie de tenseur de Reynolds, $b_{ij} = \overline{u'_i u'_j} / 2K - \frac{1}{3} \delta_{ij}$
$C_p$	coefficient de pression, $C_p = \Delta p^* / 1/2 \rho U_m^2$
DR	rapport de la masse volumique, $DR = \Delta \rho / \rho$
De	nombre de Dean, $De = Re \sqrt{(D_h / R)}$ ,
$e_{ij}$	déviateur du tenseur de dissipation $\varepsilon_{ij}$ , $e_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon$
$F_0$	nombre de flottabilité centrifuge, $F_0 = \Delta \rho / \rho * R_0^2 * R_r / D_h$
$FPT$	facteur de performance thermique, $FPT = Nu / Nu_0 / (f_r)^{0.33}$
$G_{ij}$	terme de production de Coriolis, $G_{ij} = \rho \cdot \Omega_k \cdot (R_{jm} \varepsilon_{ikm} + R_{im} \varepsilon_{jkm})$

$h$	coefficient de transfert thermique, $h = q/\hat{S}(T_p - T)$
$q$	flux de chaleur pariétal, $q = -\lambda(\partial T/\partial y)_p$
$Q$	second invariant du tenseur des gradients de vitesse, $Q = \frac{1}{2}(\Omega_{ij}\Omega_{ji} - S_{ij}S_{ji})$
$Nu$	nombre de Nusselt, $Nu = hD_h/\lambda$
$p^*$	pression réduite, $p^* = p - 1/2\rho\Omega^2x^2$
$p$	pression statique
$Pr_t$	nombre de Prandtl turbulent, $Pr_t = \frac{\mu_t}{\Gamma_t}$
$\Pi_a$	second invariant du tenseur d'anisotropie $a_{ij}$ , $\Pi_a = a_{ij}a_{ji}$
$\Pi_b$	second invariant du tenseur d'anisotropie $b_{ij}$ , $\Pi_b = b_{ij}b_{ji}$
$\text{III}_a$	troisième invariant du tenseur d'anisotropie $b_{ij}$ , $\text{III}_a = b_{ij}b_{jk}b_{ki}$
$P_{ij}$	terme de production de contraintes de Reynolds, $P_{ij} = -\left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k}\right)$
$P_K$	terme de production de l'énergie cinétique turbulente, $P_K = 1/2 P_{ii}$
$Re$	nombre de Reynolds, $Re = (\rho U_m d/\mu)$
$R_0$	nombre de rotation, $R_0 = (\Omega d/U_m)$
$S_{ij}$	tenseur des taux de déformation, $S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$
$s$	distance suivant la direction de l'écoulement principal
$\hat{S}$	surface d'échange thermique
$T$	température de l'air de refroidissement
$T_0$	température de l'air à l'entrée du canal
$T_\tau$	température de frottement
$U$	vecteur vitesse, $U_{x,y,z}$
$U_m$	vitesse débitante moyenne dans un canal
$u$	vitesse radiale
$v$	vitesse verticale
$w$	vitesse transversale
$-\rho\overline{u_i u_j}$	tenseur de Reynolds
$x$	première coordonnée, (Coordonnée longitudinal dans un canal)
$y$	deuxième coordonnée, (coordonnée normale à la paroi dans un canal)
$z$	troisième coordonnée, (coordonnée transverse dans un canal)

### Symboles grecs

$\alpha$	angle de l'orientation des nervures
$\beta$	angle d'inclinaison du canal
$\rho$	masse volumique de l'air de refroidissement
$\Delta\rho/\rho$	rapport de la masse volumique, (idem DR), $\Delta\rho/\rho = (T_p - T_0)/T_p$
$\theta$	température adimensionnée, $\theta = (T - T_0)/(T_p - T_0)$
$\Omega_{ij}$	tenseur des taux de rotation, $\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$
$\Omega$	vitesse de rotation (tr/min)
$\Pi_{ij}$	corrélacion pression-déformation
$\varepsilon_{ij}$	tenseur de dissipation, $\varepsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_j'}{\partial x_i}}$
$\delta_{ij}$	symbole de Kronecker (= 0 si $i \neq j$ , 1 sinon)
$\varepsilon_{ijk}$	tenseur de permutation circulaire
$\mu$	coefficient de viscosité dynamique
$\nu$	coefficient de viscosité cinématique (= $\mu/\rho$ )
$\nu_t$	viscosité turbulente
$\Gamma_t$	diffusivité turbulente
$\omega$	fréquence caractéristique de la turbulence

### Indices, exposants

$a_i$	composante $i$ du vecteur $a$
$A_{ij}$	composante $i, j$ du tenseur d'ordre deux $A$
$+$	grandeur adimensionnée en variable de paroi
$p$	relatif aux conditions à la paroi

## Résumé

Cette étude tente d'apporter quelques éclaircissements sur l'un des problèmes les plus fondamentaux et les plus complexes des phénomènes dynamiques et thermiques dans les circuits de refroidissement interne par convection forcée des aubes de turbines à gaz.

Cette étude a deux objectifs, l'un est l'investigation de l'effet de l'orientation des nervures sur l'écoulement et le transfert thermique dans un canal à quatre passages en mode non-orthogonal de rotation dans des conditions typiques de fonctionnement d'un turboréacteur  $Re = 25,000$  et  $R_0 = 0.24$ . Deux configurations sont examinées – dans l'une, les nervures sont orientées de  $-45^\circ$  par rapport à la direction de l'écoulement principal dans le premier et le troisième passage et de  $+45^\circ$  dans le second; dans l'autre, elles sont inclinées de  $+45^\circ$  dans les trois passages – afin de voir laquelle de ces configurations améliore mieux le transfert thermique avec une perte de charge acceptable et un écart thermique réduit entre les parois avant et arrière du canal, et par conséquent d'éviter l'utilisation des nervures de géométrie complexe de coût élevé.

L'autre objectif est d'étudier les effets de la force de Coriolis et la force centrifuge dans un canal à deux passage en mode non orthogonal de rotation dans les conditions extrêmes de conception des systèmes de refroidissement d'aubes de turbine (haut nombre de rotation ( $R_0 = 1.00$ ) et haut rapport de masse volumique ( $\Delta\rho/\rho = 0.5$ )), dont les mécanismes physiques ne sont pas, encore, étudiés expérimentalement et numériquement.

Les simulations numériques ont été effectuées en utilisant le modèle de turbulence de second ordre basé sur l'équation de la fréquence caractéristique de la turbulence. Les résultats obtenus sont expliqués via la compréhension de l'interaction des écoulements secondaires induits par la force de Coriolis, la force de flottabilité centrifuge et les nervures inclinées. Ceux relatifs à bas nombre de rotation et bas rapport de masse volumique sont en accord avec les données expérimentales disponibles.

Pour un écoulement en avant de l'air de refroidissement, l'étude comparative des effets des deux orientations des nervures ( $\mp 45^\circ$ ) a montré que les nervures décalées et inclinées de  $+45^\circ$  sont préférables dans les passages à écoulement principal centrifuge.

L'étude des effets du haut nombre de rotation et haut rapport de masse volumique a montré que le taux de transfert thermique est dégradé d'une manière significative dans

le second passage à écoulement principal centripète par rapport au cas statique. Par conséquent l'utilisation d'un circuit de refroidissement à multi-passages est sujette à questions, en l'absence de données expérimentales qui valident ces résultats.

**Mots clés :** Amélioration du transfert thermique; CFD; Haut nombre de flottabilité centrifuge; haut nombre de rotation; Orientation de nervure; Refroidissement d'aube.

## Abstract

This study tries to bring some explanations on one of the most fundamental and challenging problems of the dynamic and thermal phenomena inside internal cooling channels by forced convection of gas turbine blades.

One of its objectives is to study the effect of rib-orientation on the flow and heat transfer in a rotating four-pass square channel at typical operating conditions of advanced gas turbine engine operating ( $Re = 25,000$  and  $R_0 = 0.24$ ). Two cases are examined: in first case, the ribs are oriented with respect to the main flow direction at an angle of  $-45$ -deg in the first and third passage and at an angle of  $+45$ -deg in the second passage; the second case identical to the first case with the ribs oriented at angle of  $+45$ -deg in the three passages in order to show which of these configurations enhances better the heat transfer with an acceptable pressure drop and a thermal gradient reduced between the co-trailing and co-leading sides and consequently to avoid the use of the high-cost and complex ribs.

The other objective of this research is to study the effect of Coriolis and centrifugal forces on flow and heat transfer in a two pass square channel with  $45$ -deg ribs in non-orthogonal-mode rotation under extreme cooling design conditions (high rotation number ( $R_0 = 1.00$ ) and high density ratio ( $\Delta\rho/\rho = 0.5$ )), whose physical mechanisms are not studied experimentally and numerically.

The simulations have been carried out using a second moment closure turbulence model based on length scale equation of turbulence frequency. The results obtained are explained by the physical interpretation of the interaction of the secondary flow induced by the Coriolis force, centrifugal buoyancy force and skewed ribs. Those relating to low rotation number and low density ratio are in agreement with the available experimental data.



For forward flow of coolant, the comparative study of two rib orientations ( $\mp 45$  deg) showed that the staggered  $+45$  -deg ribs are preferred in the radial outward flowing passage with an acceptable pressure drop.

The study of the effect of high rotation number and high density ratio on flow and heat transfer showed that the heat transfer rate is significantly degraded in the second passage with radially inward flow compared to the stationary case. Consequently the use of the cooling circuit composed of more than two passages is prone to questions, in absence of the experimental data which validate these results.

**Key words:** Blade cooling; Computational Fluid Dynamic (CFD); Heat transfer enhancement; high buoyancy number; High rotation number; rib-orientation

## Introduction

Les turbomachines aéronautiques subissent des évolutions continues dans leurs performances énergétiques et constructions mécaniques en vue de répondre aux exigences économiques, concurrentielles et environnementales. Les performances énergétiques nécessitent des taux de compression et des températures de produits de combustion élevées et, par conséquent, des matériaux résistant aux effets thermiques de ces produits. Cependant, la température limite de fonctionnement d'une turbomachine doit être suffisamment au dessous de la température de fusion de ses organes qui sont en contact avec les gaz brûlés. Afin d'augmenter cette température limite, ces organes sont refroidis par de l'air prélevé dans le compresseur d'une manière optimale pour ne pas porter préjudice au rendement de la machine. En effet, la gestion efficace de l'air de refroidissement nécessite une connaissance détaillée de la charge thermique locale et la distribution de l'écoulement d'air de refroidissement.

Différentes techniques de refroidissement sont utilisées : techniques de refroidissement externe par impact et par film et de refroidissement interne. Dans la première, la face externe de l'organe à protéger est refroidie par impact de plusieurs jets d'air. Dans la deuxième, l'air est injecté de l'intérieur de l'organe à travers plusieurs orifices et forme un film froid qui sépare l'organe des produits de combustion chauds. La troisième technique consiste à refroidir principalement les aubes de turbines par convection forcée d'air dans des circuits de refroidissement situés à l'intérieur de ces aubes. Ces circuits sont constitués de canaux droits (nommés passages) reliés par des coudes. L'air de refroidissement soumet les parois du circuit de refroidissement à des flux thermiques différents, notamment les parois intrados et extrados.

La technique de refroidissement interne exige des configurations complexes de circuits de refroidissement dans les aubes tournantes (figure 1). Dans le but d'améliorer le transfert thermique, les parois internes des circuits de refroidissement sont munies de promoteurs de turbulence (nervures / perturbateurs) de différentes inclinaisons par rapport à l'écoulement principal. L'inclinaison la plus utilisée est celle de  $45^\circ$  car elle améliore mieux le transfert thermique et engendre moins de perte de charge<sup>2</sup>.

La rotation des aubes d'une turbine génère des forces de Coriolis et de flottabilité centrifuge qui peuvent d'une manière significative influencer le transfert thermique local dans les passages de refroidissement. Cette influence est due au développement

d'écoulements secondaires (cellules de Coriolis et cellules de flottabilité centrifuge). L'interaction des écoulements secondaires induits par les nervures inclinées et la rotation développe une structure d'écoulement complexe dans les circuits de refroidissement des aubes qui doit être examinée en détail dans le but d'obtenir une meilleure solution.

Les études expérimentales existantes sur le refroidissement d'aubes de turbines sont axées principalement sur le transfert thermique moyen dans des circuits de refroidissement à inclinaison de nervures unique pour un mode non-orthogonal de rotation et un bas nombre de flottabilité centrifuge, néanmoins la connaissance du transfert thermique local est extrêmement importante pour la localisation des zones chaudes afin de les réduire dans la mesure du possible.

Il est connu que pour la rotation d'un canal en mode orthogonal (canal incliné de  $0^\circ$  par rapport à l'axe de rotation), l'écoulement secondaire, induit par les nervures inclinées de  $-45^\circ$  ou  $+45^\circ$  (inclinaisons favorables), interagit avec celui induit par la rotation d'une manière constructive sur la paroi dite de haute pression et d'une manière destructive sur la paroi dite de basse pression [Han et al.](#)<sup>3</sup>. Il en résulte que la première paroi est refroidie, alors que la deuxième est chauffée. Par conséquent, pour un passage en rotation en mode orthogonal, il est impossible de réaliser une interaction complètement constructive entre les écoulements secondaires induits par les nervures et la rotation quelque soit l'orientation des nervures.

Pour la rotation d'un canal en mode non-orthogonale (canal incliné de  $45^\circ$  par rapport à l'axe de rotation), l'effet des inclinaisons de nervures de  $+45^\circ$  ou  $-45^\circ$  n'est pas bien connu. En outre, dans la pratique, la région centrale (la mi-corde) de l'aube est refroidie par un circuit de plusieurs passages avec des nervures inclinées. Les caractéristiques d'un écoulement avec transfert thermique dans un canal à quatre passages, par exemple, ne peuvent pas être référées à celles d'un écoulement avec transfert thermique dans un canal à deux passages dû aux effets combinés de la rotation et des coudes. Ainsi, la structure de l'écoulement dans les deux derniers passages du canal doit être investiguée.

L'influence importante du couplage complexe des différents phénomènes, dus à la force de Coriolis, la flottabilité centrifuge, aux nervures, aux coudes et la direction de l'écoulement, sur le transfert thermique local incite à bien comprendre ce couplage afin

de réaliser des configurations de refroidissement avec un débit d'air optimal engendrant un faible gradient thermique entre les parois intrados et extrados de l'aube.

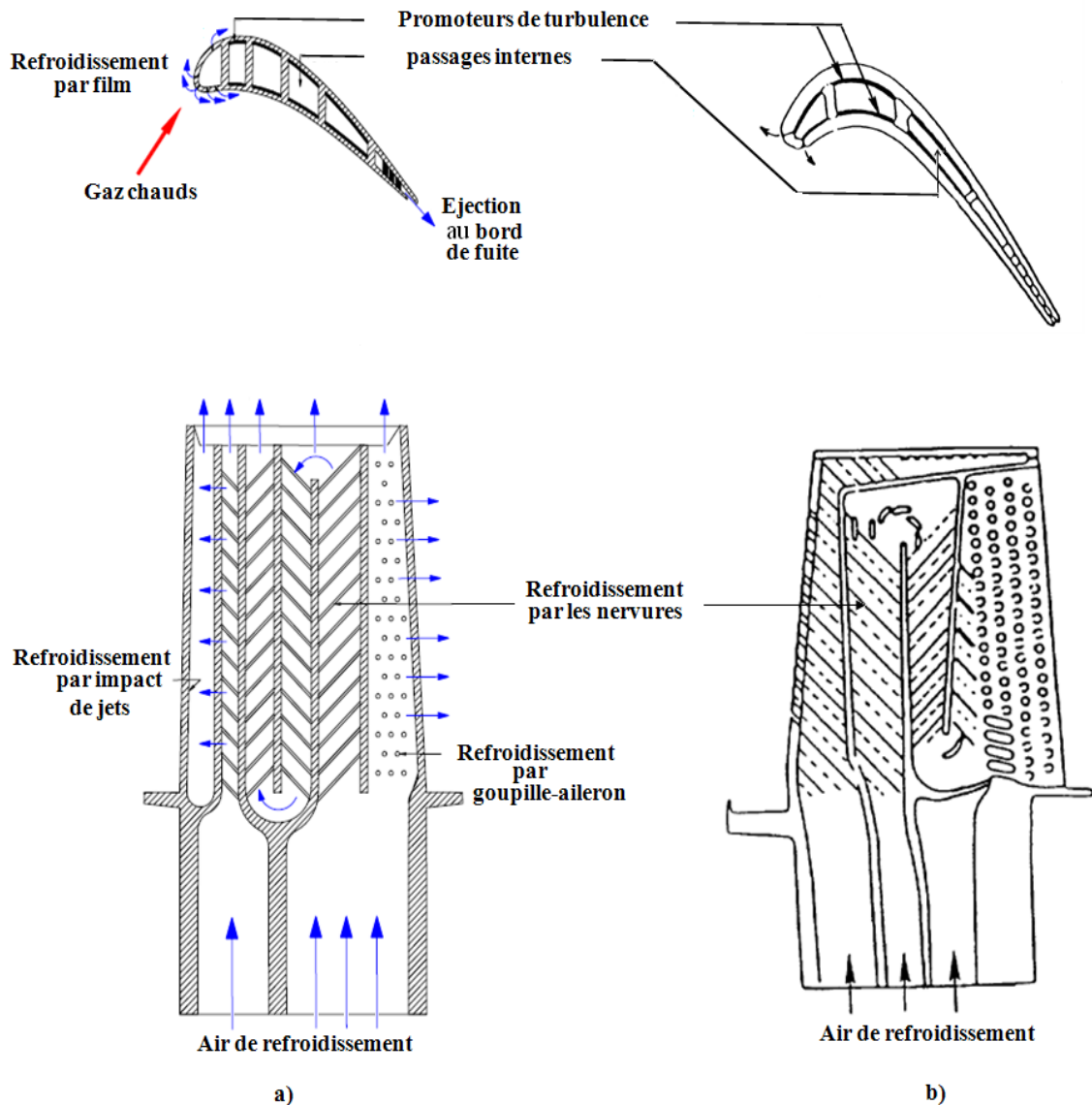


Figure 1 : Configurations typiques de passages de refroidissement interne d'une aube tournante de turbine à gaz, a) écoulement en avant, [Han et al.<sup>1</sup>](#), b) écoulement en arrière [Johnson et al.<sup>2</sup>](#).

Le présent travail a pour objet l'étude numérique de l'écoulement d'air avec transfert thermique dans un canal à multi-passages en mode non-orthogonal de rotation dans des conditions typiques et extrêmes de conception de systèmes de refroidissement interne d'aubes de turbine à gaz par convection forcée. Une attention particulière est donnée à l'effet de l'orientation des nervures, la force de Coriolis et la force centrifuge sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique. Les étapes suivantes sont considérées :

1. L'étude d'un modèle de turbulence de fermeture du second ordre (SMC).
2. L'utilisation d'un code de CFD commercial (ANSYS-CFX) pour analyser le processus de refroidissement par un écoulement fortement tridimensionnel en utilisant un modèle de turbulence avec une loi paroi qui résout la région de la sous-couche visqueuse.
3. L'étude de l'effet de l'orientation des nervures sur l'écoulement et le transfert thermique dans un canal à quatre passages en mode non-orthogonal de rotation et la comparaison des résultats avec ceux expérimentaux disponibles dans la littérature et relatifs à une seule orientation des nervures et à bas nombre de rotation et rapport de masse volumique.
4. Utilisation du même modèle de turbulence pour l'étude des effets de la force de Coriolis et la force centrifuge sur l'écoulement et le transfert thermique dans un canal à deux passages, de parois internes avant et arrière munies de nervures inclinées de  $45^\circ$ , en mode non orthogonal de rotation et pour un nombre de rotation et un rapport de masse volumique élevés.

La méthodologie pour accomplir les tâches ci-dessus citées est comme suit :

1. L'utilisation d'un code de CFD capable de prédire les phénomènes dynamiques et thermiques complexes dans les canaux de refroidissement internes par convection forcée dans une aube de turbine à gaz. Le modèle de turbulence doit être en mesure de reproduire l'écoulement secondaire induit par l'anisotropie de turbulence, l'écoulement secondaire induit par l'effet combiné de la force de Coriolis et la force centrifuge.
2. La vérification des résultats numériques doit être basée sur la comparaison avec les données expérimentales directement applicables à la conception de systèmes de refroidissement d'aubes de turbines. Ces données sont disponibles seulement pour une seule orientation de nervures et pour un nombre de rotation et un rapport de masse volumique bas. Les résultats concernant le nombre de rotation et le rapport de masse volumique élevés doivent être justifiés par l'interprétation physique des effets de la force de Coriolis et la force de la flottabilité centrifuge.
3. Les résultats de cette étude devraient avoir un intérêt pratique pour l'optimisation du système de refroidissement d'une aube de géométrie donnée.

Le manuscrit est divisé en six chapitres. Après une introduction sur le refroidissement des aubes de turbine à gaz par convection forcée notamment par la technique qui utilise les nervures inclinées comme une méthode efficace de l'amélioration du transfert thermique. La modélisation des écoulements turbulents pariétaux en rotation fait l'objet du premier chapitre, où les modèles de fermeture de second ordre sont décrits. La description des écoulements turbulents dans les canaux de refroidissement internes en rotation constitue le deuxième chapitre. Le troisième chapitre est consacré à l'analyse bibliographique. L'approche numérique utilisé dans le code ANSYS-CFX est donné dans le chapitre quatre. L'effet de l'orientation des nervures sur l'écoulement et le transfert thermique dans un canal à quatre passages en rotation est détaillée dans le chapitre cinq. Le chapitre six porte sur les effets combinés des forces de Coriolis et centrifuge sur l'écoulement et le transfert thermique dans un canal à deux passages en mode non orthogonal de rotation et pour un nombre de rotation et un rapport de masse volumique élevés.

# Chapitre 1

## Modélisation d'écoulements turbulents pariétaux en rotation

### 1.1 Equations de Mouvement

Le point de départ de toute simulation numérique d'un écoulement repose sur la formulation préalable des principes fondamentaux de la mécanique des fluides et de la thermodynamique qui régissent son mouvement. Dans le cadre de la mécanique des fluides, les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie totale constituent ce que l'on appelle communément les équations de Navier-Stokes. Ces équations sont données dans ce chapitre.

#### 1.1.1 Equations de Navier-Stokes en référentiel fixe

Dans un référentiel fixe pour un écoulement de fluide visqueux, incompressible, conducteur de la chaleur et pour lequel les forces de pesanteur sont négligeables, en conservant la notation utilisée dans la référence<sup>4</sup>, elles s'expriment sous la forme:

Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (1.1)$$

Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{U}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (1.2)$$

où le tenseur des contraintes visqueuses  $\boldsymbol{\tau}$  est lié au tenseur de taux de déformation via le coefficient de viscosité dynamique  $\mu$  par :

$$\boldsymbol{\tau} = \mu [\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T]$$

Equation de l'énergie thermique :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} E) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - p \nabla \cdot \mathbf{U} + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{U} \quad (1.3)$$

où  $E$  est l'énergie interne,  $\lambda$  est la conductivité thermique de fluide et  $\boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{U}$  toujours positive, représente la fonction de dissipation visqueuse.

Pour la plupart des applications industrielles, il est commode d'avoir une équation de l'énergie thermique en termes de température au lieu de l'énergie interne ou l'enthalpie :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} T) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \frac{Dp}{Dt} + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{U} \quad (1.4)$$

où  $T$  et  $c_p$  sont respectivement la température et la capacité thermique de fluide.

### 1.1.2 Equations de Navier-Stokes en référentiel tournant

Pour les écoulements dans un repère mobile, tournant à une vitesse angulaire constante  $\Omega$ , des sources de quantité de mouvement additionnelles ( $S_{M, \text{rot}}$ ) sont exigées pour tenir compte des effets de la force de Coriolis et de la force centrifuge :

$$S_{M, \text{rot}} = S_{\text{Cor}} + S_{\text{cfg}} \quad (1.5)$$

$$S_{\text{Cor}} = -2\rho\Omega \times U \quad (1.6)$$

$$S_{\text{cfg}} = -2\rho\Omega \times (\Omega \times x) \quad (1.7)$$

où  $S_{\text{Cor}}$  et  $S_{\text{cfg}}$  termes associés, respectivement, à la force de Coriolis et la force centrifuge.  $x$  est la direction radiale et  $U$  est la vitesse relative. Par suite, les équations de conservation, dans ce référentiel, deviennent :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (1.8)$$

Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U) + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau - 2\rho\Omega \times U - \rho\Omega \times (\Omega \times x) \quad (1.9)$$

Equation de température :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U T) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \frac{Dp}{Dt} + \tau : \nabla U \quad (1.10)$$

### 1.2 Modèles de turbulence

Les écoulements turbulents peuvent être simulés numériquement en utilisant différents niveaux d'approximation, menant à une description plus ou moins détaillée des phénomènes physiques.

La simulation numérique directe (DNS) consiste à résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes, sans aucune modélisation. Si le maillage est suffisamment fin pour capturer les plus petites échelles de la turbulence, et si le schéma numérique est suffisamment précis pour minimiser les erreurs de dissipation et de dispersion, on peut obtenir une solution tridimensionnelle des équations de mouvement en fonction du temps où les seules erreurs sont les erreurs numériques. On peut ainsi calculer et visualiser toutes les quantités, même celles qui sont difficiles ou impossibles à mesurer expérimentalement. On obtient ainsi une description la plus complète possible de l'écoulement turbulent, sorte d'expérience numérique. La DNS se révèle donc un outil très puissant pour l'étude de la physique d'un écoulement, mais elle possède cependant de fortes limitations. Premièrement, l'utilisation de schémas numériques très précis d'ordre élevé est inévitable pour limiter les erreurs numériques (dispersion, dissipation).



Ces schémas sont peu adaptés pour prendre en compte des géométries complexes d'écoulements. Deuxièmement, pour résoudre toutes les échelles de la turbulence, on a besoin d'un nombre de points de maillage proportionnel à la puissance 9/4 du nombre de Reynolds. Pour ces raisons, la DNS est limitée à des configurations très simples à faible nombre de Reynolds. L'application à des configurations complexes de type industriel n'est pas réalisable, la DNS étant avant tout un outil de recherche.

La simulation des grandes échelles (LES) est une approche intermédiaire entre la DNS et la modélisation RANS. En LES, les grandes structures de l'écoulement contenant et transportant l'énergie sont résolues exactement, alors que l'effet des petites structures de turbulence est modélisé. Les petites structures présentent un comportement plus universel et sont, donc, moins dépendantes des conditions aux limites que les grandes structures. Leur modélisation va donc requérir moins d'ajustements que les modèles RANS. La LES fournit une solution tridimensionnelle instationnaire. Elle est donc similaire à la DNS sur ces points. On peut cependant, simuler des écoulements à des nombres de Reynolds beaucoup plus élevés qu'en DNS et étudier des écoulements réels, tout en disposant d'une description relativement détaillée des phénomènes physiques.

### 1.3 Approche statique

Cette approche consiste à utiliser la moyenne de Reynolds permettant de décomposer toute quantité en une valeur moyenne et une fluctuation. Par exemple, la vitesse  $U$  peut être décomposée en une composante moyenne  $\bar{U}$  et une fluctuation  $\mathbf{u}$  telle que :

$$U = \bar{U} + \mathbf{u} \quad (1.11)$$

La composante moyennée est donnée par :

$$\bar{U} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} U dt \quad (1.12)$$

où  $\Delta t$  est une échelle de temps plus grande que celle des fluctuations turbulentes, mais petite que celle à laquelle les équations sont résolues. Ainsi on peut obtenir les équations de Navier-Stokes moyennées (RANS: Reynolds Averaged Navier-Stokes), ci-dessous, pour un écoulement de fluide turbulent en référentiel fixe, la barre est omise pour les quantités moyennées, sauf pour les quantités fluctuantes.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U) + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau - \rho \overline{\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}}) \quad (1.14)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U T) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \frac{Dp}{Dt} + \tau : \nabla U - \rho c_p \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u} T}) \quad (1.15)$$

Les équations (1.14) et (1.15) contiennent respectivement les termes additionnels :

- $\overline{\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}}$  tenseur des contraintes de Reynolds
- $\rho c_p \overline{\mathbf{u} \mathbf{T}}$  flux thermique turbulent

Ces équations décrivent l'évolution des quantités moyennes. Le tenseur de Reynolds et le flux turbulent doivent être modélisés pour fermer le système.

### 1.3.1 Equations statistiques de la turbulence en référentiel tournant

Le changement de référentiel ne change pas le problème de fermeture des équations de Reynolds qui s'écrivent dans un référentiel tournant :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{U}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = & -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{U} - \rho \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \\ & - \rho \nabla (\overline{\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}}) \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} T) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \frac{Dp}{Dt} + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{U} - \rho c_p \nabla (\overline{\mathbf{u} \mathbf{T}}) \quad (1.18)$$

### 1.4 Les différents niveaux de fermeture

Une gamme très importante de modèles pour le tenseur de Reynolds est disponible, des plus simples modèles algébriques, en passant par le modèle  $K - \epsilon$ , aux plus avancées, ASM (Algebraic Stress Model) et RSM (Reynolds Stress Model), impliquant la résolution des équations des contraintes turbulentes. L'approche RANS est actuellement très utilisée pour prédire des écoulements dans des configurations complexes (en particulier pour les applications industrielles ("real life flows").

#### 1.4.1 Modèles à viscosité turbulente

L'idée de Prandtl est de considérer que la turbulence agit comme une diffusion supplémentaire à la diffusion moléculaire. Boussinesq relie ainsi, d'une manière générale, le tenseur de Reynolds au champ moyen, par l'expression

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho K \quad (1.19)$$

où  $\mu_t$  est la viscosité turbulente.

De la même façon, on définit la diffusivité turbulente d'un scalaire passif par :

$$-\rho \overline{u_i \theta} = \Gamma_t \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_i} \quad (1.20)$$

où  $\Gamma_t$  est la diffusivité turbulente. La diffusivité turbulente peut s'écrire comme suit :

$$\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Pr_t} \quad (1.21)$$

avec  $Pr_t$  est le nombre de Prandtl turbulent.

L'objectif des modèles à deux équations est de calculer la viscosité turbulente  $\nu_t$  afin de déterminer le champ de vitesse moyen. Cette viscosité turbulente peut s'écrire dimensionnellement sous la forme d'un produit entre une échelle de vitesse  $u^*$  et une échelle de longueur  $l^*$ .

$$\nu_t = u^* l^* \quad (1.22)$$

Le principe de certains modèles de turbulence est donc de déterminer à la fois une échelle de vitesse et une échelle de longueur caractéristique de la turbulence (soit en fait des structures porteuses d'énergie) :

- L'échelle de vitesse est souvent déduite de l'énergie cinétique turbulente  $K \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$  car  $u^* = \sqrt{K}$
- L'échelle de longueur  $l^*$  est calculée soit via une relation algébrique soit via une équation de transport.

#### 1.4.2 Modèle à une équation de transport

Le modèle de [Spalart et Allmaras](#) <sup>5, 6</sup> utilise une équation de transport pour la viscosité cinématique turbulente  $\nu_t$  de la forme :

$$\frac{D\nu_t}{Dt} = C_{b1} S \nu_t + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu_t \frac{\partial \nu_t}{\partial x_k} \right) + C_{b2} \frac{\partial \nu_t}{\partial x_k} \frac{\partial \nu_t}{\partial x_k} \right] \quad (1.23)$$

où  $S = \sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}}$  et  $\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right)$

Cela nous donne accès aux contraintes croisées  $(\overline{u_i' v_j'})$  en particulier, ce qui est suffisant en couche mince (couche de mélange, couche limite, jets...) pour fermer les équations du mouvement moyennées. L'énergie cinétique turbulente ( $K$ ) issue de la relation de Boussinesq généralisée n'a pas besoin d'être calculée car elle est regroupée avec le terme de pression dans les équations de mouvement. Ce type de modèles présente l'intérêt d'être simple, robuste et rapide d'un point de vue temps de calcul.

#### 1.4.3 Modèles à une ou deux équations de transport

Le principe de ces modèles est de calculer, via son équation de transport, l'énergie cinétique turbulente  $K$ . Cette équation de transport est souvent modélisée sous la forme :

$$\frac{DK}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{1}{\sigma_k} \left( \frac{\partial}{\partial x_k} (\nu_t + \nu) \frac{\partial K}{\partial x_k} \right) \quad (1.24)$$

où  $P_k = -\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$  est le terme de production de l'équation de transport. L'échelle de vitesse des grosses structures est dès lors connue. Pour fermer les équations du mouvement moyennées à partir de la relation de Boussinesq, il reste seulement à calculer l'échelle de longueur  $l$ . Pour un modèle à une équation, cette dernière est calculée via la

relation algébrique comme pour les modèles de longueur de mélange. Pour un modèle à deux équations, une équation de transport pour une grandeur reliée explicitement à l'échelle de longueur caractéristique des grosses structures  $l^*$  est utilisée pour calculer cette échelle de longueur.

Ce type de fermeture à viscosité turbulente est limité par la perte de l'histoire de certains effets de turbulence reliant localement les échelles caractéristiques des grosses structures à l'écoulement moyen. Une alternative pour contourner cette limitation est d'utiliser un modèle d'ordre supérieur où les tensions de Reynolds sont calculées à partir de leur équation de transport et non par une relation algébrique.

#### 1.4.4 Modèles du second ordre (SMC)

La modélisation au second ordre consiste à introduire de nouvelles équations relatives aux six composantes du tenseur des contraintes turbulentes. Dans un premier temps, ces équations sont décrites. Il apparaît que ces nouvelles équations constituent encore un système ouvert et que des hypothèses de modélisation supplémentaires sont nécessaires. Il y a deux grandes classes des modèles de fermeture de second ordre, les modèles aux tensions de Reynolds ( $R_{ij} - \varepsilon$ ) basés sur l'équation d'échelle de taux de dissipation ( $\varepsilon$ ) et les modèles aux tensions de Reynolds ( $R_{ij} - \omega$ ) basés sur l'équation d'échelle de la fréquence caractéristique de la turbulence ou le taux de dissipation spécifique ( $\omega$ ).

##### 1.4.4.1 Modèle aux tensions de Reynolds ( $R_{ij} - \varepsilon$ )

Les équations de transport des tensions de Reynolds s'obtiennent en soustrayant l'équation du mouvement moyen (1.14) à celle du mouvement instantané (1.2). On adopte la notation utilisée dans la référence <sup>7</sup>, elles se mettent sous la forme suivante:

$$\frac{D\overline{u_i' u_j'}}{\partial t} = P_{ij} - \varepsilon_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} + D_{ij}^V \quad (1.25)$$

où :

$$P_{ij} = - \left( \overline{u_i' u_k' \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k}} + \overline{u_j' u_k' \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k}} \right) \text{ (production)}$$

$$\Pi_{ij} = \frac{p'}{\rho} \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right) \text{ (redistribution)}$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_j'}{\partial x_i}} \text{ (dissipation)}$$

$$D_{ij} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \overline{u_i' u_j' u_k'} + \frac{p'}{\rho} \left( \overline{u_i' \delta_{jk}} + \overline{u_j' \delta_{ik}} \right) \right) \text{ (diffusion)}$$

$$D_{ij}^V = \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k \partial x_k} \text{ (diffusion moléculaire)}$$

Le premier membre contient le terme de variation temporelle et la convection par la vitesse moyenne. Le second membre se décompose en différents termes ayant des significations physiques distinctes :

- $P_{ij}$  est le terme de “production”. Sa trace représente l’échange d’énergie entre le champ de vitesse moyen et le champ fluctuant. C’est ce terme source qui alimente la turbulence. A ce niveau de description, ce terme ne nécessite pas de modélisation. En effet, le tenseur de Reynolds et la vitesse moyenne sont explicitement mis en jeu.
- $\varepsilon_{ij}$  est un terme de “destruction”. Sa demi-trace  $\varepsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \frac{\partial u_i'}{\partial x_i}}$  est généralement appelée dissipation. Notons qu’en toute rigueur (Schieffel<sup>8</sup>) la vraie dissipation (au sens thermodynamique) est  $\varepsilon_{ij} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k \partial x_k}$  et que le terme  $\varepsilon$  devrait être désigné par « terme de pseudo-dissipation ». A ce niveau de description, ce terme nécessite des hypothèses de “fermeture”. En effet, les gradients des fluctuations de vitesse sont ici des inconnues.
- $\Pi_{ij}$  est le terme de corrélation pression-déformation. Lorsque l’on considère la demi-trace  $K = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_j'}$  du tenseur de Reynolds appelée énergie cinétique turbulente, ce terme disparaît. Il contribue donc seulement à la redistribution de l’énergie turbulente entre les composantes du tenseur de Reynolds. Ce terme contribue en partie à rendre la turbulence “plus isotrope”. A ce niveau de description, ce terme nécessite des hypothèses de “fermeture”.
- $D_{ij}^V$  est un terme diffusif, diffusion liée à la viscosité. A ce niveau de description, ce terme ne nécessite pas de modélisation. En effet, le tenseur de Reynolds est explicitement mis en jeu.
- $D_{ij}$  contient deux termes, le premier  $-\frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\frac{p'}{\rho} (u_i' \delta_{jk} + u_j' \delta_{ik})}$  est un terme de transport par la pression fluctuante (dans l’espace physique). On dit souvent qu’il représente une “diffusion” par la pression. Le second  $-\frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i' u_j' u_k'}$  est un terme de corrélations triples qui représente le transport de l’énergie turbulente par le mouvement turbulent. Ce terme est souvent appelé “diffusif”. A ce niveau de description, ce terme nécessite des hypothèses de “fermeture”.

Nous voyons donc que le problème de fermeture des équations de transport des tensions de Reynolds n’est pas simple. En effet, pour fermer le problème et donner l’information nécessaire à la résolution de l’équation (1.25), il faut émettre des hypo-

thèses sur trois nouvelles inconnues:  $\varepsilon_{ij}$ ,  $D_{ij}$  et  $\Pi_{ij}$ . On rappelle ici que l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente moyenne s'obtient à partir de l'équation (1.25), en prenant  $i = j$  puis en sommant sur  $i$  :

$$\underbrace{\frac{\partial K}{\partial t} + \bar{u}_l \frac{\partial K}{\partial x_l}}_A = \underbrace{-\overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}}_P - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_l} \left( \frac{1}{2} \overline{u_i u_j u_l} + \frac{1}{\rho} \overline{u_l p} \right)}_{D^T} - \underbrace{v \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \right)}_\varepsilon + \underbrace{v \frac{\partial^2 K}{\partial x_l^2}}_{D^V} \quad (1.26)$$

Les équations (1.25) et (1.26) nous permettent de préciser le comportement énergétique de la turbulence. On observe d'abord que le terme  $\Pi = \frac{1}{2} \Pi_{ii}$  n'apparaît pas dans le bilan de  $K$ . En effet

$$\Pi_{ii} = \frac{2}{\rho} \overline{p' \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_i}} = \frac{2}{\rho} \overline{p' \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{il}} = 0 \quad (1.27)$$

En tenant compte de la condition d'incompressibilité des vitesses fluctuantes. Le terme  $\Pi_{ii}$  ne fait donc que redistribuer de l'énergie entre les différentes composantes du tenseur de Reynolds, sans en créer ni en détruire. Il y a donc équilibre entre l'advection de  $K$  par le champ moyen (terme  $A$  dans le premier membre de (1.26)) et quatre mécanismes représentés par les termes  $P$ ,  $D^T$ ,  $\varepsilon$  et  $D^V$  (dans le second membre). Le terme  $D^V$ , représentant la diffusion moléculaire, et le terme  $D^T$ , la diffusion turbulente, apparaissent sous formes de divergence. Si l'on intègre ces termes sur un volume de contrôle  $V$ , le théorème d'Ostrogradsky permet de réduire ces intégrales à un bilan de flux que génèrent ces termes aux bords du volume  $V$ . Les termes  $D^V$  et  $D^T$  ne représentent donc qu'une redistribution spatiale de l'énergie cinétique entre les différentes parties du domaine fluide. Le terme  $P$  représente la part d'énergie cinétique prélevée au champ moyen par le champ fluctuant. Ce terme, appelé terme source ou de production, est en général positif et montre que l'apport d'énergie au champ turbulent est directement lié au gradient de vitesse moyenne. Enfin, le terme  $-\varepsilon$ , appelé terme puits ou de dissipation, est toujours négatif et représente la perte d'énergie turbulente. Ce mécanisme ne dépend pas du champ moyen et il est associé aux frottements visqueux du champ turbulent. L'interprétation des différents termes de l'équation de transport des composantes du tenseur de Reynolds (1.25) est directement inspirée de celle qu'on vient de faire pour l'énergie cinétique : terme de production  $P_{ij}$ , de dissipation  $\varepsilon_{ij}$  et de diffusion visqueuse  $D_{ij}^V$  et turbulente  $D_{ij}^T$ . Le terme supplémentaire  $\Pi_{ij}$  est appelé terme de corrélation pression-déformation. Tel que le montre l'équation (1.27), il n'affecte pas le montant global de l'énergie mais seulement sa répartition entre les composantes du tenseur de Reynolds.

## 1.5 Fermetures des équations de transport pour les tensions de Reynolds

La fermeture des termes de l'équation (1.25) dans le cadre des modèles  $(R_{ij} - \varepsilon)$  est discutée dans ce paragraphe.

### 1.5.1 Modélisation du terme de Dissipation $\varepsilon_{ij}$

Le tenseur de dissipation est généralement modélisé sous la forme d'un tenseur sphérique

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \rho \delta_{ij} \quad (1.28)$$

où  $\varepsilon$  est la dissipation visqueuse de l'énergie cinétique turbulente  $K$ .

### 1.5.2 Modélisation du terme de diffusion $D_{ij}$

Le terme de flux de diffusion  $D_{ij}$  dans la direction  $k$  est souvent considéré proportionnel à la variation du gradient de  $u'_i u'_j$  suivant  $k$ . Ainsi [Cousteix et Aupoix](#)<sup>9</sup> considèrent:

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu + \frac{2}{3} C_S \frac{K^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) \quad (1.29)$$

### 1.5.3 Modélisation du terme de corrélation pression déformation $\Pi_{ij}$

Le terme de corrélations pression-déformation  $\Pi_{ij}$  est un des termes cruciaux dans la modélisation au second ordre. [Leschziner](#)<sup>10</sup> le présente comme une des clefs de voûte du problème de fermeture au second ordre : “*Alongside with dissipation the pressure-strain redistribution presents the modeller with the biggest challenge in the context of second-moment closure*”. De ce fait de nombreuses propositions ont été faites pour le modéliser. Nous présenterons ici l'approche donnée par la référence<sup>7</sup>.

L'équation de la pression fluctuante issue des équations de mouvement est :

$$-\frac{\partial^2 p'}{\partial x_i \partial x_i} = 2 \frac{\partial \overline{U}_1}{\partial x_m} \frac{\partial u'_m}{\partial x_1} + \frac{\partial^2}{\partial x_m \partial x_1} (u'_m u'_1 - \overline{u'_m u'_1}) \quad (1.30)$$

Ainsi pour connaître la pression fluctuante en un point  $B(x_i, 0)$  de l'écoulement, il faut connaître le champ de vitesse moyen et fluctuant en tout point  $A(x_i)$ . Ce caractère non local est à l'origine d'une des difficultés majeures de l'étude de la turbulence par la modélisation en un point.

En multipliant l'équation de Poisson par  $\left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_{j,0}} \right)_B$ , on obtient:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \left[ p' \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_{j,0}} \right)_B \right] = 2 \frac{\partial \overline{U}_1}{\partial x_m} \frac{\partial u'_m}{\partial x_1} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_{j,0}} \right)_B + \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_{j,0}} \right)_B \frac{\partial^2}{\partial x_m \partial x_1} (u'_m u'_1 - \overline{u'_m u'_1}) \quad (1.31)$$

Entre deux point  $A$  et  $B$  suffisamment éloignés, la moyenne statistique de  $p' \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_{j,0}} \right)_B$  est nulle. On suppose donc que l'on peut intégrer l'équation ci-dessus sur un domaine assez

grand. En intégrant sur ce domaine, loin des parois et en prenant la moyenne statistique, on arrive à :

$$\overline{P\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_{j,0}}\right)_B} = \Pi_{ij,1}^* + \Pi_{ij,2}^* \quad (1.32)$$

$$\Pi_{ij,1}^* = \frac{1}{4\pi} \int_{\text{Vol.}} \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_{j,0}}\right)_B \frac{\partial^2 u_m u_l}{\partial x_m \partial x_l} \frac{d\text{Vol}}{|AB|}} \quad (1.33)$$

$$\Pi_{ij,2}^* = \frac{1}{2\pi} \int_{\text{Vol.}} \frac{\partial \overline{U_l}}{\partial x_m} \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_{j,0}}\right)_B} \frac{d\text{Vol}}{|AB|} \quad (1.34)$$

Ainsi le terme de redistribution se décompose en :

1. une partie  $\Pi_{ij,2}$  dite rapide : elle réagit immédiatement au gradient de vitesse car elle en dépend de manière linéaire.
2. une partie  $\Pi_{ij,1}$  dite lente car elle fait seulement intervenir des fluctuations de vitesse.

$$\Pi_{ij} = \Pi_{ij,1} + \Pi_{ij,2} \text{ avec } \Pi_{ij,1} = \Pi_{ij,1}^* + \Pi_{ji,1}^* \text{ et } \Pi_{ij,2} = \Pi_{ij,2}^* + \Pi_{ji,2}^* \quad (1.35)$$

Il est à noter que la présence d'une paroi génère une intégrale supplémentaire dans la solution de l'équation de Poisson<sup>11</sup>.

### 1.5.3.1 Partie lente $\Pi_{ij,1}$

Cette partie lente de la corrélation pression-déformation agit comme un terme de retour à l'isotropie. En effet, dans le cas d'un écoulement homogène à gradient de vitesse moyenne nul, les équations aux tensions de Reynolds se réduisent à :

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} = \Pi_{ij}^1 + \varepsilon_{ij} = \Pi_{ij}^1 + e_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad (1.36)$$

avec  $e_{ij}$  déviateur du tenseur d'anisotropie. En outre :

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -\varepsilon \text{ ce qui donne } \Pi_{ij}^1 + e_{ij} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} K \right) \quad (1.37)$$

L'ensemble  $\Pi_{ij}^1 + e_{ij}$  assure donc le retour à l'isotropie. Le terme lent ou l'ensemble  $\Pi_{ij}^1 + e_{ij}$  est alors modélisé généralement comme une fonction du tenseur d'anisotropie des tensions de Reynolds  $a_{ij} = \overline{u_i u_j} / K - \frac{2}{3} \delta_{ij}$  et de la dissipation. Le théorème de Cayley-Hamilton limite le développement aux termes ci-dessous

$$\Pi_{ij,1} = \alpha_0 \varepsilon a_{ij} + \alpha_1 \varepsilon \left( a_{ik} a_{kj} - \frac{II_a}{3} \delta_{ij} \right) \quad (1.38)$$



### 1.5.3.2 Partie rapide $\Pi_{ij,2}$

#### Modélisation homogène

Sous l'hypothèse de turbulence homogène, le gradient de vitesse peut être sorti de l'intégrale de volume :

$$\Pi_{ij,2}^* = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_m} \int_{\text{Vol.}} \underbrace{\frac{\partial u'_m}{\partial x_i} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_{j,0}} \right)_B}_{M_{mlij}} \frac{d\text{Vol}}{|AB|} \quad (1.39)$$

Pour traduire l'hypothèse d'écoulement homogène, le changement de variables suivant est effectué :

$$\begin{pmatrix} X_{i,0} \\ x_i \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} X_i = x_{i,0} \\ \xi_i = x_i - x_{i,0} \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

Soit  $R_{im}$  la corrélation double des vitesses en deux points :

$$R_{im}(\vec{X}, \vec{\xi}, t) = \overline{u'_i(B(\vec{x}_0, t)) u'_m(A(\vec{x}, t))} \quad (1.41)$$

Étant donné que  $X_i$  et  $x_i$  sont des variables indépendantes en turbulence homogène, il vient :

$$\frac{\partial u'_m(A,t)}{\partial x_i} \frac{\partial u'_i(B,t)}{\partial x_{j,0}} = \frac{\partial^2 R_{im}}{\partial X_i \partial \xi_j} - \frac{\partial^2 R_{im}}{\partial \xi_j \partial \xi_i} \quad (1.42)$$

En écoulement homogène, la corrélation  $R_{im}$  ne dépend pas de  $X_i$  mais seulement du vecteur  $\vec{\xi}$ . On en déduit :

$$M_{imlj} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\text{Vol}} \frac{\partial^2 R_{im}}{\partial \xi_j \partial \xi_i} \frac{d\text{Vol}}{|\vec{\xi}|} \quad (1.43)$$

De là on en déduit que le tenseur du quatrième ordre vérifie les propriétés suivantes :

$$M_{ijn} = M_{nin} = 0 \quad (\text{équation de continuité}) \quad (1.43a)$$

$$M_{ijpq} = M_{ijqp} = M_{jipq} \quad (\text{conditions de symétrie}) \quad (1.43b)$$

$$M_{ijn} = \overline{u'_i u'_j} \quad (\text{formule de Green}) \quad (1.43c)$$

On peut ainsi exprimer la partie rapide de la corrélation pression-déformation sous la forme :

$$\Pi_{ij,2} = 2(S_{pq} + \Omega_{pq})(M_{iqpj} + M_{jqpi}) \quad (1.44)$$

En supposant que le tenseur  $M$  ne soit dépendant que de l'anisotropie des tensions de Reynolds  $b_{ij} = \overline{u'_i u'_j} / 2K - \frac{1}{3} \delta_{ij}$ , en s'appuyant sur le théorème de Cayley-Hamilton et en imposant au modèle d'être invariant par changement de repère, Reynolds et Kassinos<sup>13</sup> puis Hallbäck et al.<sup>12</sup> donnent l'expression la plus générale du tenseur d'ordre 4 :

$$\begin{aligned}
\frac{M_{ijpq}}{2K} = & c_1 \delta_{ij} \delta_{pq} + c_2 (\delta_{ip} \delta_{jq} + \delta_{iq} \delta_{jp}) + c_3 \delta_{ij} b_{pq} + c_4 \delta_{pq} b_{ij} \\
& + c_5 (\delta_{ip} b_{jq} + \delta_{iq} b_{jp} + \delta_{jp} b_{iq} + \delta_{jq} b_{ip}) + c_6 b_{pq}^2 \delta_{ij} + c_7 b_{ij}^2 \delta_{pq} \\
& + c_8 (\delta_{ip} b_{jq}^2 + \delta_{iq} b_{jp}^2 + \delta_{jp} b_{iq}^2 + \delta_{jq} b_{ip}^2) + c_9 b_{ij} b_{pq} \\
& + c_{10} (b_{ip} b_{jq} + b_{iq} b_{jp}) + c_{11} b_{ij} b_{pq}^2 \\
& + c_{12} b_{ij}^2 b_{pq} + c_{13} (b_{ip} b_{jq}^2 + b_{iq} b_{jp}^2 + b_{jp} b_{iq}^2 + b_{jq} b_{ip}^2) \\
& + c_{14} b_{ij}^2 b_{pq}^2 + c_{15} (b_{ip}^2 b_{jq}^2 + b_{iq}^2 b_{jp}^2)
\end{aligned} \tag{1.45}$$

où les coefficients  $c_k$  sont des fonctions des invariants  $\Pi_b = b_{ij} b_{ji}$  et  $\text{III}_a = b_{ij} b_{jk} b_{ki}$ .

### Modélisation inhomogène

[Chou<sup>14</sup>](#) montre que la modélisation de la partie rapide de la corrélation  $\overline{p_i u_j}$  établie en homogène, s'étend en inhomogène :

$$\frac{1}{\rho} \overline{p_j u_i^{(r)}} = -\frac{1}{2\pi} U_{m,n} \iiint (\overline{u_n^* u_i})_{,mj}^* \frac{1}{r} dV^* \tag{1.46}$$

où " \* " signifie que la grandeur est calculée au point A parcourant tout le volume et r désigne la distance entre le point A et le point B où est évalué la corrélation  $\overline{p_j u_i^{(r)}}$ . La modélisation ci-dessus est une première approximation car cela suppose que le gradient de vitesse moyenne  $U_{m,n}$  varie plus lentement que la corrélation en deux points  $\overline{u_n^* u_i^*}$ .

[Van Slooten et al.<sup>15</sup>](#) construisent un modèle pour les écoulements inhomogènes, à partir de la fermeture de l'équation pour la PDF (fonction densité de probabilité) de la vitesse. Le modèle ainsi construit pour le terme rapide se présente sous la forme suivante :

$$\Pi_{ij,2} = 2 \frac{\partial U_n}{\partial x_m} (\overline{e_i e_n u_j' u_m'} + \overline{e_j e_n u_i' u_m'}) \tag{1.47}$$

où  $\vec{e}$  est le vecteur nombre d'onde normalisé associé aux fluctuations de vitesse, c'est à dire le nombre d'onde de la transformée de Fourier de  $u_i'$ . Le terme rapide est donc là encore modélisé comme un terme proportionnel aux gradients de vitesse moyenne. En ce sens, cette modélisation en inhomogène est similaire au modèle de [Chou<sup>14</sup>](#) et ne diffère pas de la modélisation adoptée en homogène (1.45). [Bradshaw et al.<sup>16</sup>](#) ont montré sur des DNS d'écoulements en canal que cette hypothèse était valable en dehors de la sous-couche visqueuse c'est à dire pour  $y^+ > 30$ . [Launder et Tselepidakis.<sup>17</sup>](#) proposent alors un modèle tenant compte des inhomogénéités de l'écoulement au voisinage d'une paroi en remplaçant le gradient de vitesse en facteur dans le terme rapide (1.47) par un gradient de vitesse effectif :

$$\left. \frac{\partial U_n}{\partial x_m} \right)_{\text{eff}} = \frac{\partial U_n}{\partial x_m} + c_1 l \frac{\partial l}{\partial x_k} \frac{\partial^2 U_n}{\partial x_k \partial x_m} \tag{1.48}$$

où  $l$  est une échelle de longueur caractéristique de la turbulence.

En résumé, la modélisation du terme rapide comme une fonction proportionnelle au gradient de vitesse (1.47) s'étend, du moins en première approximation en dehors du voisinage des parois, aux écoulements inhomogènes. Le problème de fermeture est ainsi ramené, que ce soit en écoulement homogène ou non, à la fermeture d'un tenseur d'ordre quatre. Établir une relation constitutive pour ce tenseur consiste à le relier aux caractéristiques des grosses structures turbulentes (dimensions, temps caractéristiques, orientations, ...) <sup>7</sup>.

### 1.6 Quelques modèles aux tensions de Reynolds

Le code ANSYS-CFX fournit une forme générale de la modélisation du terme de redistribution  $\Pi_{ij}$  pour les modèles des corrélations linéaires et quadratiques :

$$\Pi_{ij} = \Pi_{ij,1} + \Pi_{ij,2} \quad (1.49)$$

$$\Pi_{ij,1} = -\rho\varepsilon \left[ C_{S1} a_{ij} + C_{S2} \left( a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} a_{mn} a_{mn} \delta_{ij} \right) \right] \quad (1.50)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{ij,2} = & -C_{r1} \rho a_{ij} + C_{r2} \rho K S_{ij} - C_{r3} \rho K S_{ij} \sqrt{a_{mn} a_{mn}} \\ & + C_{r4} \rho K \left( a_{ik} S_{jk} + a_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} a_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) \\ & + C_{r5} \rho K \left( a_{ik} \Omega_{jk} + a_{jk} \Omega_{ik} \right) \end{aligned} \quad (1.51)$$

où :

$$a_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{K} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad (\text{tenseur d'anisotropie}) \quad (1.52)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{tenseur des taux de déformation}) \quad (1.53)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{tenseur des taux de rotation}) \quad (1.54)$$

Donc, on doit sélectionner des valeurs des constantes  $C_i$  appropriées au modèle choisi. Le tableau 1.1 récapitule quelques modèles aux tensions de Reynolds ( $R_{ij} - \varepsilon$ ) et les valeurs des constantes  $C_i$  correspondantes.

Tableau 1.1 : Coefficients des modèles de turbulence aux tensions de Reynolds

Modèle	$C_{\mu RS}$	$C_{\epsilon RS}$	$C_S$	$C_\epsilon$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	
<b>LRR-IP</b>	0.1152	1.10	0.22	0.18	1.45	1.9	
<b>LRR-QI</b>	0.1152	1.10	0.22	0.18	1.45	1.9	
<b>SSG</b>	0.1	1.36	0.22	0.18	1.45	1.83	
Modèle	$C_{S1}$	$C_{S2}$	$C_{r1}$	$C_{r2}$	$C_{r3}$	$C_{r4}$	$C_{r5}$
<b>LRR-IP</b>	1.8	0.0	0.0	0.8	0.0	0.6	0.6
<b>LRR-QI</b>	1.8	0.0	0.0	0.8	0.0	0.873	0.655
<b>SSG</b>	1.7	-1.05	0.9	0.8	0.65	0.625	0.2

Les modèles LRR-IP et LRR-QI étaient développés par [Lauder, Reece et Rodi](#) <sup>4</sup> (modèle IP pour l'isotropie de la production et le modèle QP pour la quasi-isotrope). Dans ces modèles le terme de corrélation pression-déformation est linéaire. Le modèle SSG été développé par [Speziale, Sarkar et Gatski](#) <sup>4</sup>. Ce modèle utilise une relation quadratique pour le terme de corrélation pression-déformation.

Finalement l'équation modélisée des tensions de Reynolds ( $R_{ij} - \epsilon$ ) prend la forme suivante :

- Dans le cas statique

$$\frac{\partial \rho \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \rho \overline{u_i u_j}) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu + \frac{2}{3} C_S \frac{K^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) = P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \epsilon + \Pi_{ij} \quad (1.55)$$

- Dans le cas en rotation

$$\frac{\partial \rho \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \rho \overline{u_i u_j}) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu + \frac{2}{3} C_S \frac{K^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) = P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \epsilon + \varphi_{ij} + G_{ij} \quad (1.56)$$

$$G_{ij} = \rho \cdot \Omega_k \cdot (R_{jm} \epsilon_{ikm} + R_{im} \epsilon_{jkm}) \quad (1.57)$$

$G_{ij}$  est le terme de production dû à la rotation (ou production de Coriolis), où  $\epsilon_{ikm}$  est le tenseur des permutations circulaires. C'est ce que l'on examinera au paragraphe 1.7

Pour les deux cas, l'équation de taux dissipation ( $\epsilon$ ) est donnée par:

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \rho U_k \epsilon) = \frac{\epsilon}{K} (C_{\epsilon 1} P_K - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon + C_{\epsilon 1} P_{\epsilon b}) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu \delta_{kl} + C_\epsilon \rho \frac{K}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l} \right] \quad (1.58)$$

L'équation modélisée de température prend la forme suivante :

$$\rho c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_P \frac{\partial U_i T}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{c_P \mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] \quad (1.59)$$

## 1.7 Modèle aux tensions de Reynolds ( $R_{ij} - \omega$ )

Ce modèle utilise une équation de transport de la fréquence caractéristique de la turbulence ( $\omega = \varepsilon/K$ ) comme une équation d'échelle de longueur. L'avantage de l'équation  $\omega$  est qu'elle fournit un traitement près de la paroi plus précis et permet un passage automatique de la formule de la loi de paroi à la formule de bas nombre de Reynolds basé sur la densité de maillage. Cette méthode est détaillée au paragraphe 1.9.1.2. On adopte la notation suivante  $R_{ij} = -\overline{u_i u_j}$ . Les équations modélisées pour les tensions de Reynolds peuvent être écrites comme suit :

$$\frac{\partial(\rho R_{ij})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \rho R_{ij}) = -\rho P_{ij} + \frac{2}{3} \beta' \rho \omega K \delta_{ij} - \rho \Pi_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma^*} \right) \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} \right) + G_{ij} \quad (1.60)$$

Ce modèle utilise l'équation suivante pour  $\omega$  :

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(U_k \rho \omega)}{\partial x_k} = \alpha \rho \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \right) \quad (1.61)$$

Le terme de corrélation pression-déformation :

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} = & \beta' C_1 \rho \omega \left( R_{ij} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) - \hat{\alpha} \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) - \hat{\beta} \left( D_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \\ & - \hat{\gamma} \rho k \left( S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (1.62)$$

Le tenseur des taux de déformation  $S_{ij}$  :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.63)$$

Le tenseur de production des tensions de Reynolds est donné par :

$$P_{ij} = \rho R_{ik} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \rho R_{jk} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}, \quad P = \frac{1}{2} P_{kk} \quad (1.64)$$

$$D_{ij} = \rho R_{ik} \frac{\partial U_k}{\partial U_j} + \rho R_{jk} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \quad (1.65)$$

La viscosité turbulente est donné par :  $\mu_t = \rho \frac{K}{\omega}$  avec  $K = \frac{1}{2} R_{ii}$

Le terme de production de Coriolis :

$$G_{ij} = \rho \cdot \Omega_k \cdot (R_{jm} \varepsilon_{ikm} + R_{im} \varepsilon_{jkm}) \quad (1.66)$$

Le tenseur de gradient de vitesse contenu dans le terme de production  $P_{ij}$  (1.64) et le terme de redistribution  $\Pi_{ij}$  (1.62), s'écrit dans le repère tournant comme la somme du tenseur des taux de déformation  $S_{ij}$  et le tenseur de rotation absolue qui inclut une éventuelle rotation du repère d'observation sous la forme :

$$S_{ij} + \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \varepsilon_{ijk} \cdot \Omega_k^{\text{rot}} \quad (1.67)$$

Cette expression fait apparaître un terme source additionnel  $G_{ij}$  (1.67), provenant du terme de production  $-pP_{ij}$ . Le terme  $G_{ij}$  ne demande aucune modélisation, il peut être exactement calculé à partir des inconnues principales du système. Les modèles de fermeture au second ordre prennent donc naturellement en compte les effets de la rotation sur la turbulence. Les constantes de modèle sont consignées dans le tableau 1.2.

Tableau 1.2 : Constantes de modèle SMC –  $\omega$

$\beta'$	0.09	$C_2$	0.52
$\hat{\alpha}$	$(8 + C_2)/11$	$\alpha = \frac{\beta}{\beta^*} - \frac{\kappa^2}{(\beta^*)^{0.5}}$	$\frac{5}{9}$
$\hat{\beta}$	$(8C_2 - 2)/11$	$\sigma$	2
$\hat{\gamma}$	$(60C_2 - 4)/55$	$\sigma^*$	2
$C_1$	1.8	$\beta$	0.075

## 1.8 Couches limites turbulentes

### 1.8.1 Couche limite dynamique

Contrairement à une couche limite laminaire dont la description ne fait intervenir qu'une échelle de longueur de référence (l'épaisseur de la couche limite  $\delta$ ), une couche limite turbulente sur paroi lisse peut être décomposée en deux régions : une région interne très proche de la paroi ( $0 \leq y < 0.2\delta$ ) où les effets visqueux sont prédominants et une région externe ( $y > 0.2\delta$ ) où l'agitation turbulente a un effet dominant. Pour cette dernière région, l'échelle de vitesse de référence est la vitesse au centre (dans un canal plan) ou la vitesse d'entraînement (sur une plaque plane en mouvement) ; l'échelle de longueur de référence correspondante est respectivement la demi-hauteur du canal ou l'épaisseur de la couche limite. Pour la région interne, la vitesse de référence est la vitesse de frottement  $u_\tau$  définie à partir de la contrainte de cisaillement pariétale  $\tau_p$  :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad (1.68)$$

La vitesse de l'écoulement dans cette région est divisée par  $u_\tau$  pour obtenir la vitesse adimensionnée  $u^+$ . De façon analogue, la distance à la paroi  $y$  est divisée par  $\left(\frac{\nu}{u_\tau}\right)$  afin de fournir une échelle de longueur adimensionnée  $y^+$ . La quantité  $\left(\frac{\nu}{u_\tau}\right)$  est appelée échelle de longueur visqueuse. On peut alors définir un nombre de Reynolds de frottement  $Re_\tau$ , basé sur la vitesse de frottement  $u_\tau$  et une longueur caractéristique comme la demi-hauteur de canal plan  $h$  :

$$Re_\tau = \frac{u_\tau h}{\nu} \quad (1.69)$$

La région interne se divise en trois zones que l'on décrit soit du point de vue énergétique soit du point de vue de profil de vitesse moyenne.

- Pour  $y^+ \leq 5$ , c'est la sous-couche visqueuse (ou sous-couche laminaire) où les effets de dissipation et de diffusion visqueuse sont en équilibre et dominent largement l'écoulement, le profil de vitesse est alors linéaire :

$$\overline{u^+} = y^+ \quad (1.70)$$

- pour  $5 < y^+ \leq 30$ , c'est la sous-couche tampon, souvent considérée du point de vue du profil moyen de vitesse comme une zone de raccordement entre la sous-couche visqueuse et la sous-couche inertielle. Cette zone renferme également le maximum de production d'énergie cinétique turbulente située vers  $y^+ = 15$ . Au-delà de cette distance et jusqu'à la sous-couche inertielle, la diffusion turbulente devient prépondérante par rapport à la diffusion moléculaire.
- Pour  $y^+ > 30$ , c'est la sous-couche inertielle ou la sous-couche logarithmique où la vitesse a un profil logarithmique :

$$\overline{u^+} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (1.71)$$

où  $\kappa$  est la constante de Von Karman ( $\kappa = 0.415$ ) et  $C$  est une constante qui vaut 5.5 pour une paroi lisse. La sous-couche logarithmique est, en fait la zone de jonction entre la région interne et la région externe. D'un point de vue énergétique, cette zone et toute la région externe sont le siège d'un équilibre entre la production de l'énergie cinétique turbulente et la dissipation. Autrement dit, l'énergie apportée par le mouvement moyen est complètement dissipée.

### 1.8.2 Couche limite thermique

La couche limite thermique turbulente présente des caractéristiques similaires à son homologue dynamique. A l'instar de cette dernière, on peut définir pour la couche limite thermique, une température de frottement  $T_\tau$  qui est basée sur le flux de chaleur pariétal  $-\lambda(\partial T/\partial y)_p$  et la vitesse de frottement  $u_\tau$  :

$$T_\tau = \frac{\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_p}{\rho C_p u_\tau} \quad (1.72)$$

La température adimensionnée  $T^+$  est alors exprimée sous la forme suivante :

$$T^+ = \frac{T_p - T}{T_\tau} \quad (1.73)$$

$T_p$  étant la température de paroi. La région interne de la couche limite thermique peut également se diviser en trois zones distinctes qui sont étroitement liées au nombre de Prandtl  $P_r$  :

- Au voisinage de la paroi,  $y^+ \leq 5Pr$  la zone est qualifiée de sous-couche conductive et le profil moyen de température est par :  $T^+ = Pr y^+$  .

- La sous-couche logarithmique s'étend à partir de :

- $y^+ \simeq \frac{12}{Pr^{1/3}}$  , si  $Pr \gg 1$  la sous-couche conductive est profondément immergée dans la sous-couche visqueuse.

- $y^+ \simeq 30$ , si  $Pr \simeq 1$  on retrouve ici le comportement de la couche limite dynamique ce qui est prévisible, puisque les effets de viscosité moléculaire et de diffusivité thermique sont similaires.

- $y^+ \simeq \frac{2}{Pr}$  , si  $Pr \ll 1$  la sous-couche conductive s'étend de la paroi à la zone logarithmique de vitesse.

Le profil moyen de température est alors donné par :

$$T^+ = 2.12 \ln(y^+) + \beta(Pr) \quad (1.74)$$

avec :

$$\beta(Pr) = (3.85Pr^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln(Pr) \quad (1.75)$$

Une sous-couche tampon assure la transition entre les deux zones précédentes. Précisons, de plus, que [Kader<sup>18</sup>](#) a proposé une expression générale du profil moyen de température dans des configurations de couche limite attachée :

$$T^+ = Pr y^+ \exp(-\Gamma) + [2.12 \ln((1 + y^+)\gamma) + \beta(Pr)] \exp(-1/\Gamma) \quad (1.76)$$

avec :

$$\Gamma = \frac{10^{-2}(Pr y^+)^4}{1 + 5Pr^3 y^+} \quad (1.77)$$

où le coefficient  $\gamma$  diffère selon la configuration de l'écoulement :

- Pour un écoulement dans un tuyau de rayon  $R$  ou un canal plan de demi-hauteur  $h$  :

$$\gamma = \frac{1.5(2-y/R)}{1+2(1-y/R)^2} \quad (1.78)$$

- Pour un écoulement de type couche limite turbulente d'épaisseur  $\delta$  sur une plaque plane :

$$\gamma = \frac{2.5(2-y/\delta)}{1+4(1-y/\delta)^2} \quad (1.79)$$

La loi de [Kader<sup>18</sup>](#), comparée aux résultats DNS, les corrobore complètement.

## 1.9 Modélisation de paroi

Pour effectuer une simulation en évitant de raffiner le maillage dans la zone en proche paroi, il est d'usage d'appliquer un modèle de paroi. Les lois de paroi peuvent être distinguées selon deux catégories : elles sont basées soit sur une loi analytique qui



modélise directement le champ considéré, soit sur des équations simplifiées (par rapport aux équations de Navier-Stokes) résolues dans la zone en proche paroi en modélisant les effets de l'agitation turbulente. Donc un modèle de paroi (ou loi de paroi) a pour but de fournir le cisaillement pariétal en modélisant la physique de l'écoulement turbulent dans la zone en proche paroi. Dans ce paragraphe, nous exposons la stratégie de modélisation de parois pour le champ dynamique puis pour le champ thermique utilisée dans le code de calcul ANSYS-CFX<sup>4</sup>.

## 1.9.1 Modèles de paroi pour le champ dynamique

### 1.9.1.1 Loi de paroi scalable

L'idée derrière la loi de paroi scalable est d'éviter les limitations imposées par Les lois de paroi standard en termes de résolution de grille en proche-paroi. Typiquement, l'espacement de grille en proche-paroi doit répondre à des exigences de la forme  $y^+ > y_{\min}^+$  où  $y_{\min}^+ \approx 20$ , selon la formulation numérique. En particulier pour des écoulements à bas nombre de Reynolds, cette limite n'est pas appropriée, car la couche limite peut être tout à fait mince de sorte qu'on ne puisse pas la résoudre avec un maillage grossier. Le but de cette formulation est de permettre à l'utilisateur de produire des grilles sans imposer une limite inférieure dans la loi de paroi. La formulation de la loi de paroi est simple à expliquer pour une discrétisation cellule-centrée, comme représenté sur la figure 1.1.

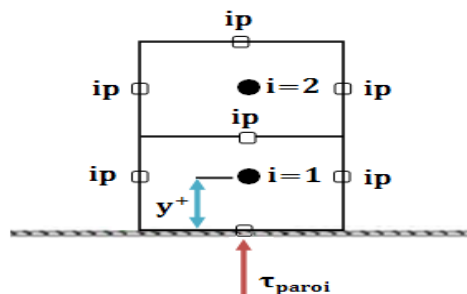


Figure 1.1 : Maillage en proche-paroi pour une discrétisation cellule centrée<sup>4</sup>.

Les équations de conservation sont résolues par intégration sur des volumes de contrôle. Les flux sont calculés aux points d'intégration(ip). Le flux à la paroi doit être fourni par les conditions aux limites. Dans le cas de la loi de paroi, ceci est habituellement réalisé par l'application du profil logarithmique. Ce qui implique que le premier point de maillage ( $i = 1$ ) se situe dans la zone logarithmique de la couche limite.

$$u_{\tau} = \frac{U_1}{\frac{1}{\kappa} \log(y_1^+) + C} ; \tau_p = \rho u_{\tau}^2 ; y^+ = \frac{u_{\tau} y_1}{\nu} \quad (1.80)$$

Cette relation est valide seulement si le premier point de maillage ( $i=1$ ) se situe dans la région de la couche logarithmique. En cas de maillage fin en proche-paroi, cette restriction est violée et l'exactitude de la loi de paroi est détériorée. Par la suite, la formulation deviendra singulière quand la distance à la paroi adimensionnée ( $y^+$ ) tend vers zéro. L'étendue de la région logarithmique est représentée sur la figure 1.2 pour différents nombres de Reynolds. Pour des écoulements à haut nombre de Reynolds, la région logarithmique est assez épaisse et il est facile d'y placer le premier point de maillage tout en répondant aux exigences de résolution de la couche de limite. Pour des écoulements à bas nombre de Reynolds, la région de la couche logarithmique est très mince, donc il est difficile d'y placer le premier point de maillage. Même si ceci peut être réalisé, cette couche ne sera pas entièrement résolue. Afin de remédier à cette imperfection des lois de paroi, le calcul de la contrainte de cisaillement à la paroi est un peu modifié :

$$u_\tau = \frac{U_1}{\frac{1}{\kappa} \log(\tilde{y}_1^+) + C} ; \tilde{y}^+ = \max(y^+, y_{\text{lim}}^+) ; \tau_p = \rho u_\tau^2 \quad (1.81)$$

Contrairement à la première formulation de la loi de paroi scalable (Grotjans et Menter<sup>19</sup>), dans la version de Menter et Esch<sup>20</sup> seulement une limite inférieure est imposée dont la valeur  $y_{\text{lim}}^+ = 11.067$  marque l'intersection entre les profils logarithmique et linéaire. Dans le code CFX, la loi de paroi scalable est utilisée pour les modèles de turbulence qui utilisent le taux de dissipation  $\varepsilon$  comme une équation d'échelle (par exemple  $R_{ij} - \varepsilon$ ).

### 1.9.1.2 Traitement automatique près de la paroi

La nouvelle formulation permet l'utilisation des grilles arbitrairement fines en proche-paroi sans violation de la prétention de profil logarithmique. Les détails de la formulation dépendent de l'approche numérique et diffère d'un code à l'autre. L'idée principale peut cependant être appliquée à toutes les formulations de la loi de paroi, comme dans le CFX où le schéma basé sur le sommet (nœud) est utilisé.

L'idée derrière le traitement automatique en proche paroi est que le modèle passe graduellement de la formulation de la sous-couche visqueuse aux lois de paroi et est basé sur la densité de grille. L'équation de  $\omega$  fournit une solution analytique pour la région de la sous-couche visqueuse et logarithmique. Une fonction de pondération selon  $y^+$  peut être définie. Les solutions pour  $\omega$  dans la région linéaire et logarithmique sont :

$$\omega_{\text{Vis}} = \frac{6\nu}{0.075y^2} ; \quad \omega_{\text{Log}} = \frac{u_\tau}{0.3\kappa y} \quad (1.82)$$

où  $u_\tau$  est la vitesse de frottement et  $\kappa$  est la constante de Von Karman.

Elles peuvent être reformulées en fonction de  $y^+$  et une intégration simple peut être exécutée.

$$\omega_1(y^+) = \left( \omega_{\text{Vis}}^2(y^+) + \omega_{\text{Log}}^2(y^+) \right)^{0.5} \quad (1.83)$$

Une formule similaire est employée pour le profil de vitesse près de la paroi:

$$u_\tau^{\text{Vis}} = \frac{U_1}{y^+}; \quad u_\tau^{\text{Log}} = \frac{U_1}{\frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + c}; \quad u_\tau = \left[ (u_\tau^{\text{Vis}})^4 + (u_\tau^{\text{Log}})^4 \right]^{0.25} \quad (1.84)$$

Cette formulation donne une relation entre la vitesse à ( $i=1$ ) et la contrainte de cisaillement à la paroi. La figure 1.3 montre le décalage lisse entre le profil linéaire et logarithmique du profil de vitesse obtenu par la méthode de traitement automatique près de la paroi.

### 1.9.2 Modèles de paroi pour le champ thermique

Pour le traitement de l'équation d'énergie près de la paroi, une formule algébrique est exigée pour lier la température et le flux de chaleur. La formule de Kader<sup>18</sup> est utilisée.

$$T^+ = \text{Pr} y^+ e^{-\Gamma} + [2.12 \ln(1 + y^+) + \beta(\text{Pr})] e^{-1/\Gamma} \quad (1.85)$$

$$\beta(\text{Pr}) = (3.85 \text{Pr}^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln(\text{Pr}) \quad (1.86)$$

avec

$$\Gamma = \frac{0.01 (\text{Pr} \cdot y^+)^4}{1 + 5 \text{pr}^3 \cdot y^+}$$

La température adimensionnelle est définie par:

$$T^+ = \frac{T_p - T}{T_\tau} \quad (1.87)$$

où

$$T_\tau = \frac{q}{\rho c_p u_\tau} \quad (1.88)$$

$q$  est le flux de chaleur à la paroi,  $c_p$  est la capacité thermique et  $\text{Pr}$  nombre de Prandtl.

Cette formule est valable pour la région linéaire et logarithmique.

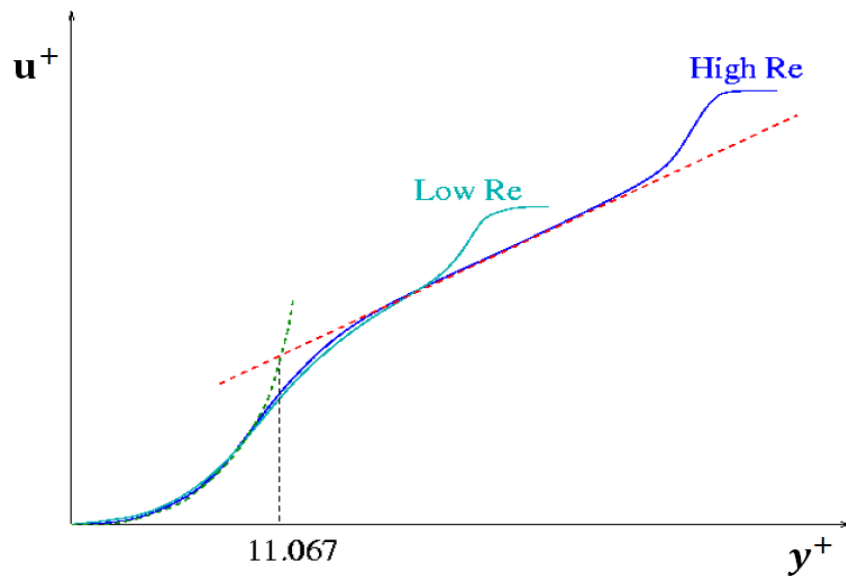


Figure 1.2 : Profils de vitesse adimensionnée dans la couche limite turbulente pour haut et bas nombre de Reynolds <sup>4</sup>.

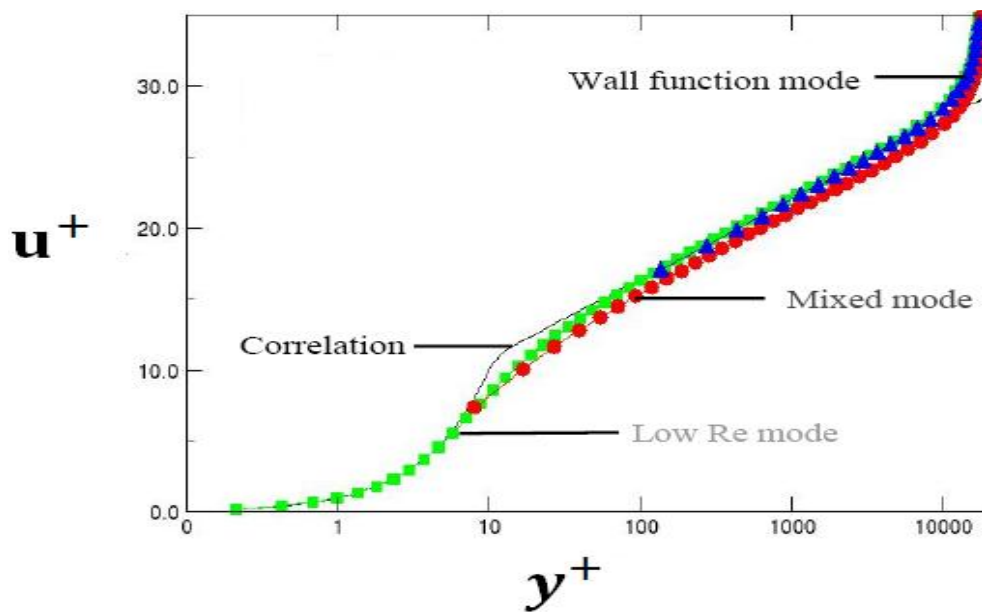


Figure 1.3 : Profil de vitesse obtenu par la méthode de traitement automatique en proche paroi <sup>4</sup>.

## Chapitre 2

### Description des écoulements turbulents dans les canaux de refroidissement internes en rotation

La rotation est une composante fondamentale du mouvement. En mécanique des fluides, elle joue un rôle majeur dans beaucoup d'applications en particulier dans les machines tournantes. La bonne compréhension des écoulements turbulents en rotation est donc de première importance. Ce chapitre a pour but de décrire les phénomènes propres aux écoulements turbulents en rotation afin d'appréhender leur modélisation et d'établir des fondements à l'analyse des résultats qui aura lieu aux chapitres suivants.

#### 2.1. Analyse de l'équation de mouvement

On considère un écoulement de fluide avec transfert de chaleur dans une conduite comme représenté sur la figure 2.1 (Suo <sup>21</sup>).

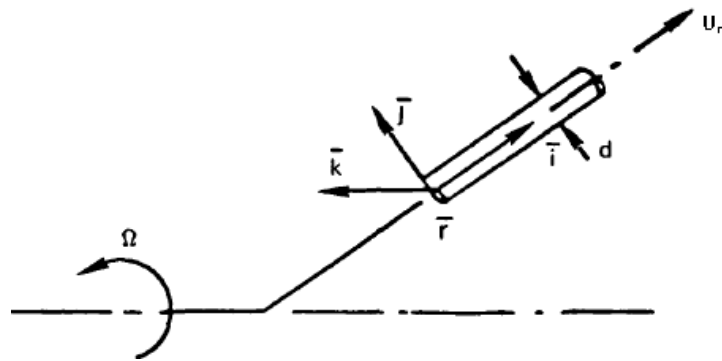


Figure 2.1 : Schéma d'une conduite en rotation<sup>21</sup>.

L'équation de mouvement dans un référentiel tournant à une vitesse de rotation constante  $\Omega$  (1.9) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\rho \frac{DU}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla(\nabla \cdot U) + \mu \nabla^2 U - \rho [(2\Omega \times U) + (\Omega \times \Omega \times r)] \quad (2.1)$$

Les deux derniers termes du second membre représentent, respectivement l'accélération de la force de Coriolis et celle de la force centrifuge. Nous choisissons les échelles typiques suivantes

- $\hat{U} = \frac{U}{U_m}$
- $\hat{\rho} = \frac{\rho}{\rho_m}$
- $\hat{x} = \frac{x}{d}$ ,  $\hat{y} = \frac{y}{d}$ ,  $\hat{z} = \frac{z}{d}$
- $\hat{t} = \frac{t U_m}{d}$

$$\dot{p} = \frac{\dot{p}}{\rho_m U_m^2}$$

Afin de transformer l'équation (2.1) en une transformation adimensionnelle :

$$\dot{\rho} \frac{D\dot{U}}{Dt} = -\nabla\dot{p} + \left(\frac{1}{Re}\right) [\nabla(\nabla \cdot \dot{U}) + \nabla^2 \dot{U}] - \dot{\rho} \left(\frac{d\Omega}{U_m}\right) \left[2\mathbf{k} \times \dot{U} - \mathbf{i} \left(\frac{r\Omega}{U_m}\right)\right] \quad (2.2)$$

avec  $Re$  est le nombre de Reynolds ( $\rho U_m d / \mu$ ) et  $(\Omega d / U_m)$  le nombre de rotation (c.-à-d., l'inverse du nombre de Rossby). Dans le but de déterminer l'importance de chaque variable dans le domaine concerné, on remplace dans l'équation (2.2) les grandeurs  $\rho$  et  $\dot{\rho}$  par :

$$\rho = \rho_m + \Delta\rho \quad (2.3)$$

$$\dot{\rho} = 1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_m} \quad (2.4)$$

L'équation (2.2) devient :

$$\left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_m}\right) \frac{D\dot{U}}{Dt} = -\nabla\dot{P} + \left(\frac{1}{Re}\right) [\nabla(\nabla \cdot \dot{U}) + \nabla^2 \dot{U}^2] - \left(\frac{d\Omega}{U_m}\right) \left[2\mathbf{k} \times \dot{U} - \mathbf{i} \left(\frac{r\Omega}{U_m}\right) + \frac{\Delta\rho}{\rho_m} (2\mathbf{k} \times \dot{U}) - \frac{\Delta\rho}{\rho_m} \left(\frac{r\Omega}{U_m}\right) \mathbf{i}\right] \quad (2.5)$$

L'importance relative de chaque terme du second membre peut-être donc examinée.

Considérons d'abord le cas où  $\Delta\rho/\rho_m$  est très grand (première extrême limite). Par suite, tous les termes sont importants et la solution devient très difficile. Un exemple d'un tel écoulement est l'écoulement dans une conduite tournante où l'ébullition se produit. Dans cet écoulement, le liquide se stratifie dans la partie de la conduite loin de l'axe de rotation. Ce cas n'est pas le problème de refroidissement des aubes de turbine par l'air.

La seconde extrême limite est le cas où  $\Delta\rho/\rho_m = 0$ , l'équation (2.5) se réduit à :

$$\frac{D\dot{U}}{Dt} = -\nabla\dot{P} + \left(\frac{1}{Re}\right) [\nabla(\nabla \cdot \dot{U}) + \nabla^2 \dot{U}] - \left(\frac{d\Omega}{U_m}\right) \left[2\mathbf{k} \times \dot{U} - \left(\frac{r\Omega}{U_m}\right) \mathbf{i}\right] \quad (2.6)$$

Si on définit la pression réduite comme suit :

$$\nabla\dot{p} = \nabla p - \rho_m r\Omega^2 \mathbf{i} = \nabla \left[ p - \frac{1}{2} \rho_m (r\Omega)^2 \right] \quad (2.7)$$

l'équation (2.6) devient :

$$\frac{D\dot{U}}{Dt} = -\nabla\dot{p} + \left(\frac{1}{Re}\right) [\nabla(\nabla \cdot \dot{U}) + \nabla^2 \dot{U}] - \left(\frac{d\Omega}{U_m}\right) [2\mathbf{k} \times \dot{U}] \quad (2.8)$$

Le gradient de pression statique moins le gradient de pression induit par la force centrifuge est égal au gradient de pression réduit. Ce dernier gouverne l'écoulement car la présence du gradient de la force centrifuge seul ne produit aucun mouvement sauf une rotation d'un corps solide. Le seul terme qui rend cette équation différente de celle du cas statique est le dernier terme qui représente l'effet de l'accélération de Coriolis.

Les écoulements d'intérêt pour le problème courant ne concernent pas ces deux extrêmes limites, mais l'intervalle compris entre elles.

Dans le cas où  $0 < \Delta\rho/\rho_m \ll 1$ , on peut utiliser l'approximation de Boussinesq où la variation de la densité est seulement considérée dans les termes moteur (les termes de rotation), l'équation 2.8 devient :

$$\left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_m}\right) \frac{D\dot{U}}{Dt} = -\nabla\dot{p} + \left(\frac{1}{Re}\right) [\nabla(\nabla \cdot \dot{U}) + \nabla^2 \dot{U}] - \left(\frac{d\Omega}{U_m}\right) \left[2\mathbf{k} \times \dot{U} \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_m}\right) - \left(\frac{r\Omega}{U_m}\right)\mathbf{i} - \frac{\Delta\rho}{\rho_m} \left(\frac{r\Omega}{U_m}\right)\mathbf{i}\right] \quad (2.9)$$

En utilisant encore la définition de la pression réduite, l'équation (2.9) devient :

$$\frac{D\dot{U}}{Dt} = -\nabla\dot{p} + \left(\frac{1}{Re}\right) \nabla^2 \dot{U} - \left(\frac{d\Omega}{U_m}\right) \left[2\mathbf{k} \times \dot{U} + 2\mathbf{k} \times \dot{U} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_m}\right) - \frac{\Delta\rho}{\rho_m} \left(\frac{r\Omega}{U_m}\right)\mathbf{i}\right] \quad (2.10)$$

Les deux premiers termes entre crochets sont les termes d'accélération de Coriolis. Il est clair que le second terme est souvent plus petit que le premier et peut être négligé devant celui-ci. Le troisième terme est le terme d'accélération centrifuge, il peut être proche de la valeur du premier (avec  $r\Omega/U_m \gg 1$ ) et ne peut donc pas être négligé en général. L'équation (2.10) devient alors

$$\frac{D\dot{U}}{Dt} = -\nabla\dot{p} + \left(\frac{1}{Re}\right) \nabla^2 \dot{U} - \left(\frac{d\Omega}{U_m}\right) \left[2\mathbf{k} \times \dot{U} - \frac{\Delta\rho}{\rho_m} \left(\frac{r\Omega}{U_m}\right)\mathbf{i}\right] \quad (2.11)$$

Le dernier terme du second membre représente l'effet de la flottabilité centrifuge. Quand  $\Delta\rho/\rho_m (r\Omega/U_m)$  tend vers zéro, l'effet de la flottabilité centrifuge devient négligeable et l'équation (2.11) se réduit à l'équation (2.8). Il est clair qu'en plus du nombre de Reynolds ( $Re$ ), les deux nombres sans dimension ( $r\Omega/U_m$ ) et  $\Delta\rho/\rho_m (r\Omega/U_m)$  permettent donc de caractériser un écoulement incompressible avec transfert de chaleur en rotation. On note ici que le nombre de rotation représente le rapport entre les ordres de grandeur du terme de Coriolis et du terme convectif. Dans la littérature, on trouve également le nombre de Rossby (l'inverse du nombre de rotation) qui caractérise l'importance relative des mécanismes de rotation et de convection. On utilisera pour notre part le nombre de rotation.

Une étude d'analyse dimensionnelle réalisée par UTRC (NASA)<sup>2</sup> suite à l'étude de Suo<sup>21</sup> montre que l'écoulement et par conséquent le transfert thermique convectif est influencé par quatre paramètres adimensionnels d'écoulement et plusieurs paramètres géométriques. Les paramètres d'écoulement sont comme suit :

Nombre de Reynolds -  $\rho U_m d/\mu$

Nombre de rotation -  $\Omega d/U_m$

Rapport de masse volumique -  $\Delta\rho/\rho$

Paramètre de flottabilité -  $(\Delta\rho/\rho)(\Omega R/U_m)(\Omega d/U_m)$  ou bien  $(\Delta\rho/\rho)R_0^2(R/D_h)$

Les paramètres géométriques sont l'orientation du canal, direction radiale et la direction de l'écoulement principal (centrifuge ou centripète).

## **2.2 Différents types d'écoulements secondaires rencontrés dans les canaux de refroidissement**

La combinaison d'une géométrie complexe et les forces imposées développent une structure d'écoulement complexe à l'intérieur des circuits de refroidissement des aubes de turbines à gaz. La compréhension physique et éventuellement la modélisation de cet écoulement sont nécessaires pour la conception de telles aubes. L'interaction de l'écoulement secondaire induit par les nervures inclinées, la rotation et les coudes etc. n'est pas bien comprise, en particulier pour les canaux de refroidissement tournants en mode non orthogonal de rotation. Ces mécanismes et leurs influences sur les caractéristiques des écoulements seront discutés ci-dessous.

### **2.2.1 Ecoulements secondaires et effet de courbure**

Suivant la classification de Prandtl<sup>22</sup>, on distingue deux types d'écoulements secondaires suivant qu'ils se produisent en canal courbe ou rectiligne.

- Les écoulements secondaires générés par des effets non visqueux - écoulements secondaires de premier type.
- Les écoulements secondaires générés par des tensions de Reynolds - écoulements secondaires de second type.

Les écoulements secondaires du premier type, sont directement liés aux effets de courbure et des forces centrifuges associées : les gradients de pression peuvent alors entretenir des écoulements secondaires quel que soit le régime d'écoulement laminaire ou turbulent. Il apparaît dans les sections des canaux courbes deux vortex symétriques par rapport au plan de courbure du canal, l'écoulement est dirigé à l'opposé du centre de courbure dans le plan de symétrie et vers celui-ci près des parois. La vitesse des écoulements secondaires augmente avec la courbure et avec la vitesse de l'écoulement principal mais ces écoulements sont toujours présents même à très faible vitesse. La figure 2.2-b montre une interaction entre les vortex induits par le coude (premier type) et ceux induits par les nervures inclinées.

Les écoulements secondaires de second type (figure 2.2-a), sont observés en canal rectiligne, uniquement si l'écoulement est turbulent. Ils trouvent leur origine dans l'anisotropie du tenseur des contraintes turbulentes. L'anisotropie de la turbulence est elle-même



inhérente aux mécanismes de génération près des parois. Elle est notamment amplifiée par l'hétérogénéité de la rugosité de paroi. En général, l'intensité de ces écoulements secondaires n'excède pas 3 à 5% de la vitesse débitante de l'écoulement principal. Néanmoins, ils affectent notablement le champ moyen de vitesse, la distribution des contraintes turbulentes et du frottement pariétal. Puisque ces écoulements secondaires sont engendrés par les gradients de tensions de Reynolds, ils ne peuvent pas être capturés en utilisant les modèles de turbulence du premier ordre.

Le nombre de Dean  $De = Re\sqrt{(D_h/R)}$ , ( $R$  est le rayon de courbure,  $D_h$  est le diamètre hydraulique) mesure l'effet de courbure par rapport à l'effet visqueux et donne le degré de stabilité. En effet l'écoulement est considéré instable si le nombre de Dean excède une valeur critique selon le critère de Rayleigh. Dans un canal courbé, l'écoulement proche du côté convexe (intérieur) est stable, alors qu'il est instable du côté concave. La viscosité du fluide affecte la stabilité de l'écoulement à l'intérieur de la courbure. D'une façon générale, la configuration géométrique de la paroi constitue un facteur important de la présence des écoulements secondaires dans la mesure où elle peut être à l'origine des variations du frottement pariétal. La forme de la section transversale, (coins formés par les parois d'un canal de section rectangulaire) et les variations de rugosité de la paroi sont ainsi des facteurs favorables à l'apparition d'écoulements secondaires compte tenu de leurs effets sur l'anisotropie de la turbulence.

### **2.2.2 Effet des nervures**

La présence de promoteurs de turbulence inclinés à l'intérieur des canaux de refroidissement vise à modifier la couche limite afin d'augmenter le niveau de turbulence et ainsi le transfert thermique, entre les parois du canal et l'air de refroidissement, par rapport au canal à paroi interne lisse et canal à parois interne munies de nervures droites. L'inconvénient de la présence des nervures inclinées est l'augmentation de la perte de charge le long du canal. Elles sont souvent disposées sur les parois principales dites de haute pression et de basse pression sous différentes formes (carré, curviligne, etc.) et orientations par rapport à l'axe du canal avec un angle d'inclinaison variant de  $30^\circ$  à  $90^\circ$  comme le montre la figure 2.3.

Il est montré expérimentalement que les nervures inclinées de  $45^\circ$  doivent être utilisées pour la conception de système de refroidissement interne des aubes des turbines à gaz<sup>2</sup>. Ces nervures de géométrie moins complexe induisent un écoulement secondaire qui a un fort impact sur l'amélioration de transfert thermique.

Pour bien comprendre la structure complexe de l'écoulement dans un canal à paroi internes munies de nervures à 45°, on peut appliquer différentes méthodes de visualisation. En effet, plusieurs méthodes sont disponibles dans la littérature pour identifier les vortex (pour plus de détail voir [Jeong and Hussain<sup>23</sup>](#)). Parmi ces méthodes, on peut appliquer la méthode du second invariant de tenseur de gradient de vitesse (de l'anglais Q-Criterion). Selon ce critère une structure tourbillonnaire est définie comme une région où le second invariant Q est positif. Q est défini comme suit :

$$Q = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right]^2 - \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right]^2 \right\} \quad (2.12)$$

ou bien

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ji} - S_{ij} S_{ji}) \quad (2.13)$$

avec  $S_{ij}$  et  $\Omega_{ij}$  sont respectivement le tenseur symétrique et antisymétrique du tenseur de gradient de vitesse.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.14)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.15)$$

Q représente l'équilibre local entre le taux de déformation et la vorticité, on peut donc voir la structure tourbillonnaire comme iso-surfaces quand  $Q > 0$ , car la valeur positive de Q signifie que la vorticité excède la déformation.

Comme illustre la figure 2.4, dans le cas statique, derrière chaque nervure se forme un fort vortex, caractérisé par une vitesse élevée au début de sa génération.

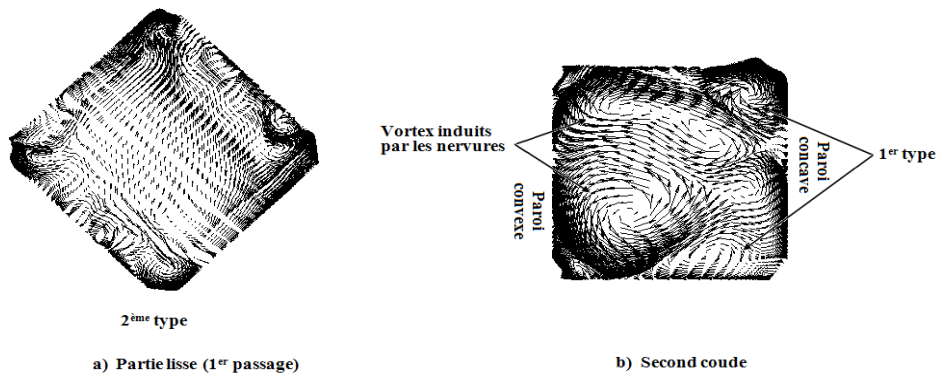


Figure 2.2 : Champ de vitesse de l'écoulement secondaire de premier et second type.  $R_0 = 0, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13, SMC - \omega$  (Présente étude).

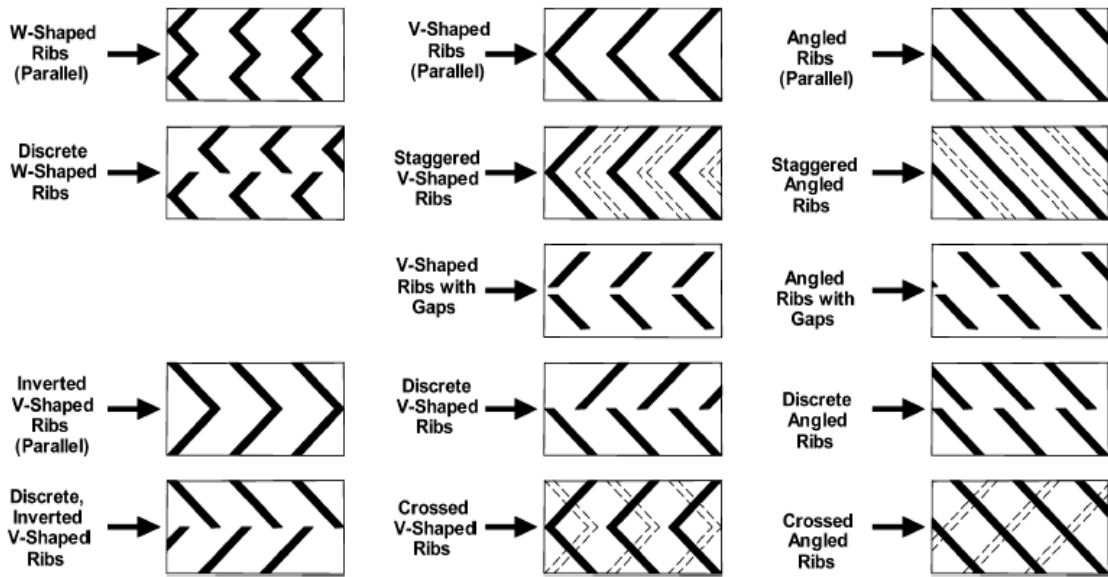


Figure 2.3 : Configurations de différentes formes de nervures, Han et al.<sup>24</sup>.

Cas statique:  $Q(D_h^2/U_m^2) = 17$

Région de noyau de Vortex

Vitesse [ $m\ s^{-1}$ ]

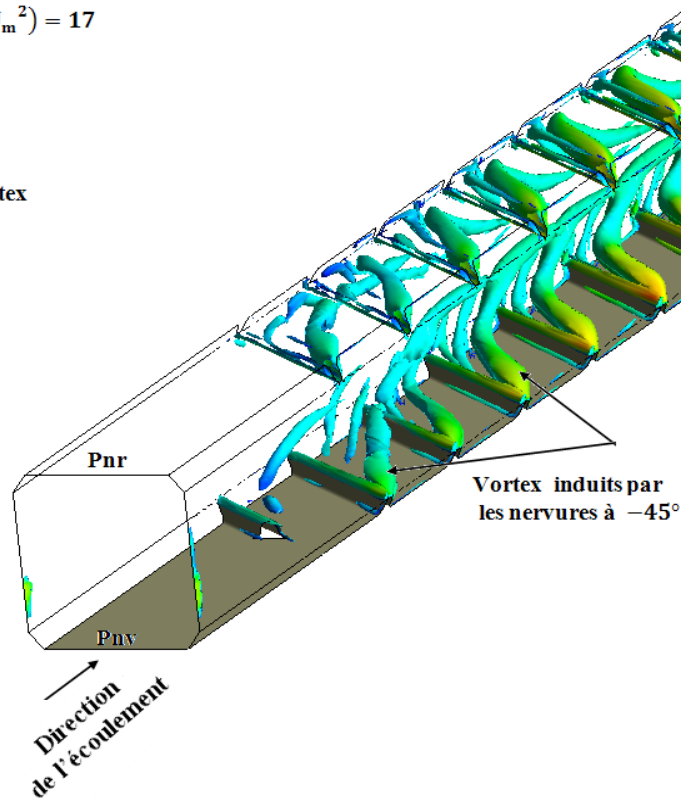
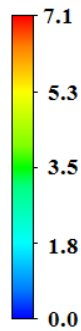


Figure 2.4 : Structure de vortex visualisée comme iso-surface colorée par la vitesse du fluide :  $R_0 = 0, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13, SMC - \omega$  (Présente étude).

### 2.2.3 Effet de rotation

Les termes additionnels dus à la rotation, dans l'équation de N-S sont la force de Coriolis et la force centrifuge définies respectivement par:

$$f_i^{\text{Cor}} = -2\rho\varepsilon_{ijk}\Omega_jU_k \quad (2.16)$$

$$f_i^{\text{cfg}} = -\rho\varepsilon_{klm}\Omega_j\Omega_lx_m \quad (2.17)$$

La figure 2.5 illustre la direction de la force de Coriolis et de la flottabilité centrifuge pour un écoulement principal centrifuge et un écoulement principal centripète dans un canal à quatre passages en mode non orthogonal de rotation dans le but d'expliquer l'effet assistant et opposant de la force de flottabilité centrifuge (de l'anglais aiding and opposing buoyancy). Ces effets sont mis en évidence par [Muruta et al.](#)<sup>25</sup> dans un canal à deux passages en mode orthogonal de rotation. En effet, il est intéressant de les expliquer pour le mode non orthogonal de rotation car l'interaction entre l'écoulement secondaire induit par la rotation et celui induit par les nervures inclinées pour ce dernier mode est très différente que celle pour le mode orthogonal de rotation.

La force de Coriolis dévie l'écoulement principal vers les parois vers lesquelles elle est dirigée et induit un écoulement secondaire dans le plan qui lui est parallèle et perpendiculaire à la vitesse de l'écoulement. Ces parois sont appelées parois de haute pression dont la couche limite adjacente devient instable. Les parois opposées sont appelées parois de basse pression sur lesquelles la couche limite devient stable. En présence d'un gradient de masse volumique, la force centrifuge induit une flottabilité centrifuge. Quand l'écoulement dévie vers les parois haute pression par l'effet de Coriolis l'air près de celles-ci devient froid et celui près des parois basses pression devient chaud. Quand l'écoulement principal est centrifuge, La flottabilité centrifuge accélère l'air froid et assiste ainsi la force de Coriolis - ceci est appelée effet assistant de la flottabilité centrifuge - et tend à déplacer l'air chaud vers l'axe de rotation en induisant un écoulement de recirculation et en s'opposant à la force de Coriolis ceci est appelée effet opposant de la flottabilité centrifuge. Ces effets sont montrés sur la figure 2.5. Dans le premier coude, l'action de la force de Coriolis sur les parois opposées (autres que concave et convexe) dépend du signe de la composante radiale et verticale tandis qu'elle s'annule pour la troisième car elle est parallèle à l'axe de rotation. Quant à la force de flottabilité centrifuge, son effet assistant entraîne l'air frais vers la paroi concave et son effet opposant convecte l'air chaud vers la paroi convexe. Il apparait donc que la rotation intensifie l'effet stabilisant du coté convexe et l'effet déstabilisant du coté concave. Ces effets

sont montrés sur la figure 2.6. Dans le plan transversal, l'effet opposant de la force de flottabilité centrifuge induit un écoulement secondaire. Comme dans le cas statique, pour visualiser la structure de l'écoulement, on utilise la méthode du critère de tenseur de gradient de vitesse  $Q$ . Les cellules de Coriolis et les cellules de flottabilité centrifuge sont illustrées sur la figure 2.6 à l'aide du critère de tenseur de gradient de vitesse  $Q$  qui est adimensionnée par le rapport du diamètre hydraulique à la vitesse moyenne ( $D_h^2/U_m^2$ ). On voit que les cellules de Coriolis sont induites sur la paroi nervurée de haute pression et les cellules de la flottabilité sur la paroi nervurée de basse pression. A ce niveau de taux de rotation, les cellules de flottabilité sont relativement petites par rapport celles de Coriolis. La comparaison entre la figure 2.4 et la figure 2.7 montre clairement l'effet destructif des cellules de Coriolis sur les vortex induits par les nervures. Cet effet crée un gradient thermique important entre les deux parois (HP et BP). Pour réduire ce gradient, il est nécessaire de refroidir fortement la paroi de basse pression, ceci est un des objectifs de cette thèse.

Les phénomènes dynamiques et thermiques sont très complexes dans les canaux de refroidissement en rotation doivent être étudiés en détail afin d'assurer un refroidissement efficace.

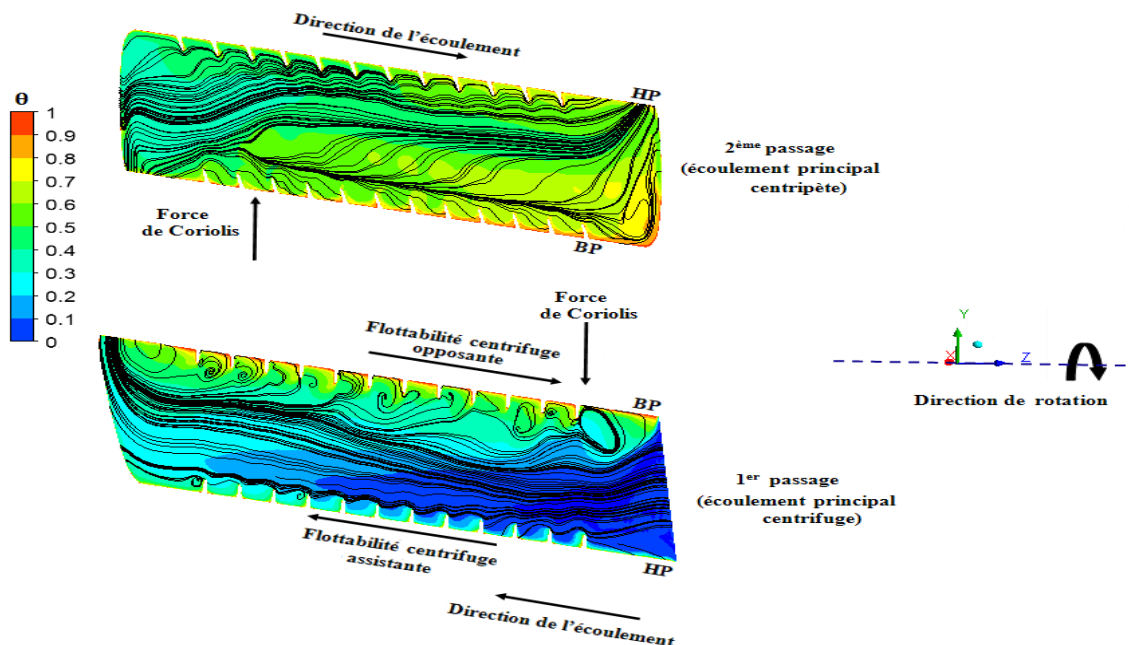


Figure 2.5 : Illustration de l'effet assistant et opposant de la flottabilité centrifuge en mode non orthogonal de rotation,  $R_0 = 0.35, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13$ , SMC –  $\omega$  (Présente étude).

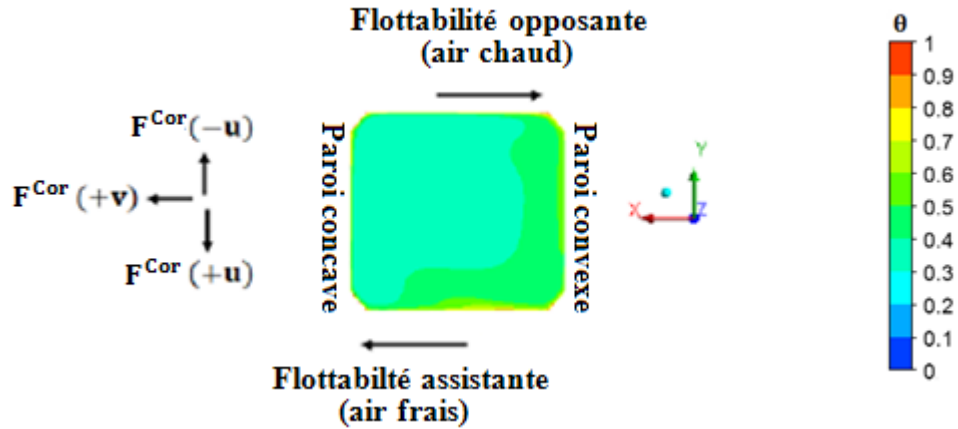


Figure 2.6 : Effet assistant et opposant de la flottabilité centrifuge dans le coude,  $R_0 = 0.35, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13, SMC - \omega$  (Présente étude).

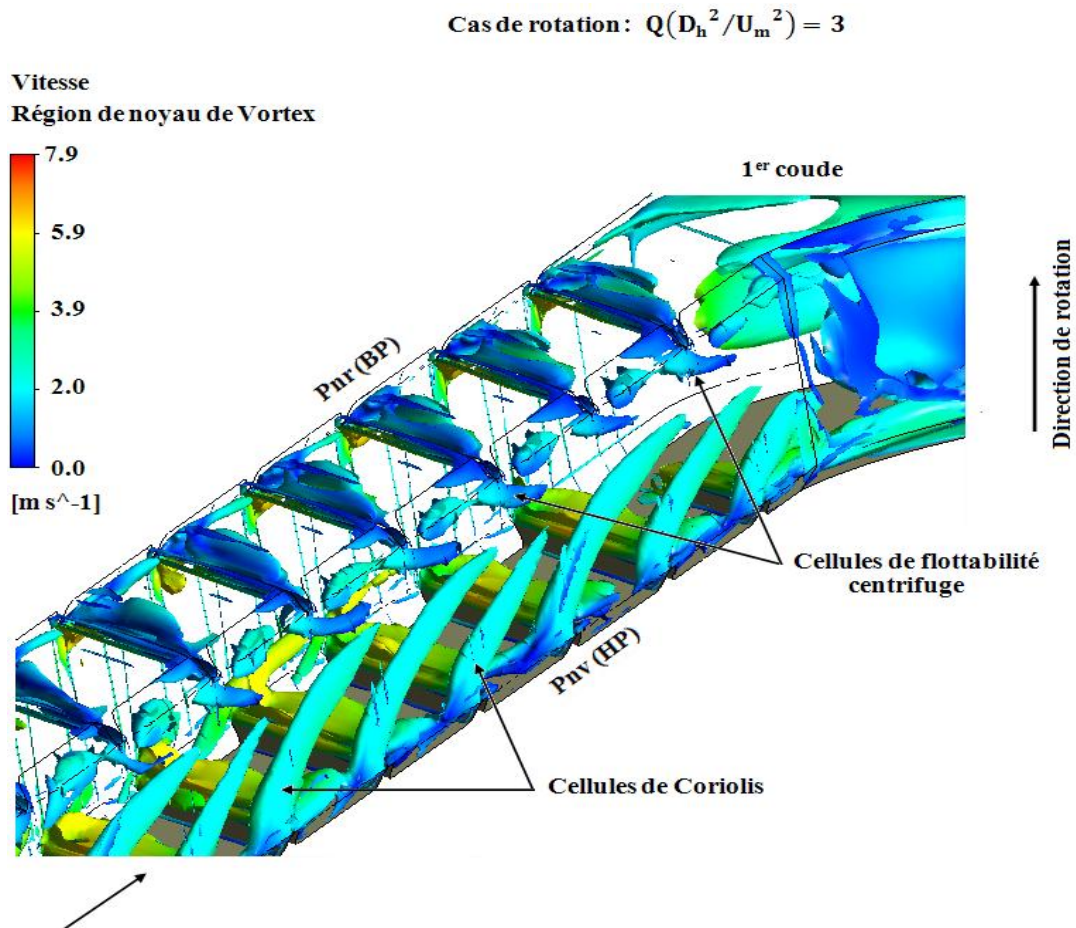


Figure 2.7 : Structure de vortex visualisée comme iso-surface colorée par la vitesse de fluide :  $R_0 = 0.35, Re = 25.000, \Delta\rho/\rho = 0.13, SMC - \omega$  (Présente étude).

## Chapitre 3

### Étude bibliographique

Afin d'améliorer leur rendement, les turbines à gaz, doivent fonctionner avec des températures d'entrée élevées. En effet, pour préserver l'intégrité mécanique des parties soumises à de telles températures, en particulier les aubes, il est indispensable de les refroidir. La technique la plus communément utilisée est la convection forcée de l'air, prélevé des compresseurs, dans des circuits de refroidissement aménagés à l'intérieur des aubes. Une bonne compréhension des mécanismes physiques mis en jeu et l'utilisation d'outils prédictifs aussi précis que possible sont indispensables pour concevoir un système assurant le refroidissement tout en minimisant le débit d'air requis et la perte de charge. Dans ce chapitre on s'intéresse principalement aux études précédentes et récentes sur la technique de refroidissement interne qui utilise les promoteurs de turbulence. Une revue complète des différentes études concernant le refroidissement interne des aubes de turbine à gaz peut être trouvé dans le dernier livre édité par [Han et al.](#)<sup>1</sup> sous le titre « *Gas Turbine Heat Transfer and Cooling Technology* ». Le livre contient de nombreuses études expérimentales qui ont été effectuées au cours de plusieurs années sur les écoulements et le transfert thermique dans les canaux de refroidissement interne des aubes de turbines à gaz, qui mettent en évidence les effets des promoteurs de turbulence, de leur inclinaison, de la force de Coriolis et de la force de flottabilité centrifuge. Dans tout qui suit, on désigne par parois nervurées opposées les parois nervurées avant et arrière du canal. Le rapport de forme est défini comme le rapport de la hauteur du canal à sa largeur.

#### **3.1 Canal à deux passages muni de perturbateurs**

##### **3.1.1 Etudes expérimentales - mode orthogonal de rotation**

L'écoulement avec transfert de chaleur dans un canal de refroidissement en mode orthogonal de rotation est investigué par plusieurs chercheurs. [Han](#)<sup>26</sup> a étudié l'effet de l'arrangement des nervures dans des canaux de refroidissement interne. Il a montré que l'inclinaison des nervures par rapport à la direction de l'écoulement principal améliore mieux le transfert thermique que les nervures perpendiculaires à cette direction. [Han et al.](#)<sup>27</sup> ont déterminé les coefficients de performance thermique des nervures inclinées et droites. L'étude comparative des effets de ces deux configurations a montré que les coefficients de performance thermique des nervures inclinées sont sensiblement plus élevés que ceux des nervures droites. Dans le but de trouver la configuration des ner-

vures qui est favorable au transfert thermique dans les deux passages, Dutta et al.<sup>28</sup> ont étudié l'effet de leur orientation sur le transfert thermique dans un canal à deux passages avec un rapport de forme égale 1. Ils n'ont pas trouvé une configuration qui fournit un bon transfert thermique dans les deux passages, mais ils ont conclu que les nervures décalées et inclinées de 60° ont une performance thermique élevée dans le premier passage tandis que les nervures parallèles et inclinées de 60° l'ont augmenté dans le second passage. Liou et al.<sup>29</sup> ont exploré le champ d'écoulement et la chute de pression dans un canal à deux passages avec un rapport de forme égale à 1 dont les parois internes opposées sont munies de nervures décalées et inclinées de 45°. Ils ont constaté que les caractéristiques de l'écoulement dans les deux passages sont similaires et les nervures inclinées diminuent la chute de pression comparées aux nervures droites. La vélocimétrie laser (ou anémométrie laser Doppler (LDA) est une technique optique fondée sur la mesure du décalage en fréquence de faisceaux laser éclairant des particules très fines entraînées par un fluide). Cette technique a été utilisée par Iacovides et al.<sup>30</sup> pour étudier les caractéristiques de l'écoulement dans un coude en forme U pour les deux directions de rotation. Lee et al.<sup>31</sup> ont étudié le transfert thermique dans un canal rectangulaire avec un rapport de forme de 4:1 dont deux parois internes opposées sont munies de nervures inclinées en forme V avec des lacunes, et en forme V sans lacunes. Ils ont conclu que les nervures en forme V améliorent mieux le transfert thermique que les nervures inclinées pour les cas statiques et tournants. Wagner et Velkoff<sup>32</sup> ont étudié les modèles de l'écoulement secondaire dans une conduite en rotation. En mesurant la vitesse et la pression en différentes positions le long de conduite, ils ont déduit que l'intensité de l'écoulement secondaire varie linéairement avec la vitesse de rotation. L'effet du rapport de forme des canaux de refroidissement interne, à parois opposées munies de nervures inclinées de différents angles, est étudié par Park et al.<sup>33</sup>. Ils ont montré que pour la majorité des rapports de forme examinés, les nervures inclinées d'un angle variant de 45° à 60° donnent un bon transfert thermique avec une chute de pression acceptable. Mochizuki et al.<sup>34</sup> ont investigué un canal à deux passages dont le rapport de blocage ( $e/D_h$ ) est 0.09 et les parois internes opposées sont munies de perturbateurs inclinées d'un angle de 30°, 45°, 60°, 75° et 90° par rapport à la direction de l'écoulement principal. Les résultats expérimentaux montrent que la performance thermique varie sensiblement d'un arrangement à l'autre. Han et al.<sup>35, 36, 37, 38</sup> ont effectué plusieurs expériences sur l'effet de la géométrie de nervure et le rapport de forme du canal de refroi-



dissement afin d'améliorer la performance thermique et minimiser la perte de charge. Il était difficile de représenter tous les résultats par une seule corrélation.

Dans le but d'obtenir des performances thermiques élevées, certains chercheurs ont étudiés les nervures à géométrie très complexe. Par exemple, [Han et al.](#)<sup>39</sup> ont étudié les caractéristiques de transfert thermique dans un canal de refroidissement à section carré muni de nervures en forme V, nervures parallèles et inclinées, et nervures croisées. Ils ont montré que les nervures en forme V formant un angle de 45° et 60° améliorent mieux le transfert thermique que les nervures parallèles et inclinées de 45° et 60°. [Ek-kad et al.](#)<sup>40</sup> ont étudié les effets des arrangements des promoteurs de turbulence dans un canal de refroidissement à deux passages pour un nombre de Reynolds variant de 12,000 à 60,000 et des nervures orientées de 90°, 60°, 60° en forme V et 60° en forme V avec lacunes. Les résultats indiquent que les promoteurs inclinés de 60° en forme V et les promoteurs inclinés de 60° en forme V avec lacunes donnent une bonne amélioration de transfert thermique. [Wright et al.](#)<sup>41</sup> ont effectué une étude expérimentale pour mesurer les coefficients de transfert thermique et la perte de charge dans un canal rectangulaire (4:1), en rotation, à parois internes opposées munies de perturbateurs. Les nervures étudiées sont des nervures inclinées et discrètes, nervures en forme V, en forme V et discrètes, nervures en forme W et en forme W et discrètes. Ils ont conclu que les nervures en forme V et discrètes, et les nervures en forme W et discrètes donnent la meilleure performance thermique globale dans le cas statique et tournant. De même, [Lau, Kukreja, et McMillin](#)<sup>42</sup> ont employé la technique de transfert de masse pour évaluer la performance thermique dans les canaux de refroidissement à parois internes munies de nervures. Ils ont trouvé que les nervures en forme V produit la performance thermique la plus élevée mais avec une chute de pression la plus élevé. En outre, leurs résultats ont montré que les nervures en forme V et les nervures inclinées ont des performances thermiques comparables.

### **3.1.2 Etudes expérimentales - mode non orthogonal de rotation**

La forme aérodynamique de l'aube de turbine à gaz exige l'utilisation des canaux de refroidissement interne, de différents rapports de forme, inclinés d'un angle  $\beta$  par rapport à l'axe de rotation ; dans la pratique cet angle varie de  $-65^\circ$  à  $+65^\circ$ . [Han et al.](#)<sup>3</sup> ont étudié l'effet de la rotation sur le transfert thermique dans un canal à un passage muni de promoteurs de turbulence parallèles et inclinés de 45°. Ils ont conclu que le canal avec un rapport de forme 4:1 a une meilleure performance thermique que le canal avec un rapport de forme 1:1 et 2:1, et l'orientation de canal à 135° augmente le taux de

transfert thermique presque sur les quatre parois par rapport au mode orthogonal de rotation. [Parson et al.](#)<sup>43</sup> ont investigué les effets de l'orientation d'un canal, à deux passages nervurés, sur le coefficient de transfert thermique local. Leurs résultats montrent que l'orientation du canal à 135° réduit l'effet de la rotation. [Azad et al.](#)<sup>44</sup> ont étudié l'effet de l'orientation d'un canal rectangulaire, à deux passages sur le transfert thermique. Deux configurations de parois internes ont été considérées : toutes parois lisses, ou parois opposées munies de nervures inclinées de 45°. Leurs résultats montrent que l'effet de l'orientation du canal nervurée est moins sensible que celui du canal lisse. [Al-Hadhrami et al.](#)<sup>45</sup> ont étudié l'effet de la rotation sur les caractéristiques du transfert thermique dans un canal rectangulaire à deux passages avec un rapport de forme de 1 :1 et 2 :1 . Les parois internes opposées du canal sont munies de perturbateurs. Cinq orientations différentes ont été testées. Ils ont conclu que les nervures parallèles et en forme V ont une bonne performance de transfert thermique que les nervures en forme V croisées et inversées. [Dutta et Han](#)<sup>46</sup> ont mesuré le coefficient de transfert thermique moyen dans un canal de refroidissement, muni de nervures, pour trois orientations. Ils ont déduit que l'effet de la rotation est diminué pour le mode non-orthogonal de rotation et les nervures en forme demi V et décalées ont une meilleure performance thermique que les nervures droites et les nervures inclinées de 60°. [Griffith et al.](#)<sup>47</sup> ont étudié l'effet de la rotation sur le transfert thermique dans un canal rectangulaire (4:1) muni de nervures. Ils ont constaté que ce canal améliore mieux le transfert thermique qu'un canal avec un rapport de forme de 1:1 et l'orientation du canal affecte d'une manière significative la distribution du transfert thermique.

### 3.1.3 Etudes numériques - mode orthogonal de rotation

Plusieurs travaux numériques ont été effectués pour simuler l'écoulement et le transfert thermique dans les canaux de refroidissement des aubes de turbine à gaz afin de valider les codes de calcul et ainsi reproduire correctement les phénomènes physiques mis en évidence par les expériences. [Prakash et Zerkle](#)<sup>48</sup> ont utilisé un modèle de turbulence de fermeture de premier ordre ( $K - \epsilon$ ) à haut nombre de Reynolds avec une loi de paroi standard pour simuler l'écoulement et le transfert thermique dans un canal carré muni de promoteurs de turbulence droits. Ils ont appliqués les conditions aux limites de périodicité en négligeant l'effet de la flottabilité centrifuge. Ils ont conclu qu'un modèle à bas nombre de Reynolds est nécessaire pour prédire correctement l'écoulement et un modèle de second ordre pour capturer l'anisotrope de turbulence. [Lin et al.](#)<sup>49</sup> ont étudié l'effet de l'inclinaison des nervures sur les coefficients de transfert

thermique dans une conduite à deux passages en rotation. La simulation est effectuée à l'aide d'un modèle de turbulence de premier ordre (SST). Ils ont montré les effets du nombre de Reynolds, nombre de rotation, et le nombre de flottabilité centrifuge sur l'écoulement et le transfert thermique. [Chen et al.<sup>50</sup>](#) ont utilisé un modèle de fermeture de second ordre pour simuler l'écoulement tridimensionnel avec transfert thermique dans un canal carré à deux passages avec des parois interne lisses. En employant le même modèle, [Jang et al.<sup>51, 52</sup>](#) ont simulé l'écoulement avec transfert de chaleur dans un canal carré à deux passages dont les parois opposées sont munies de nervures inclinées de  $90^\circ$  et  $60^\circ$  par rapport à la direction de l'écoulement principal. Leurs résultats sont en bon accord avec ceux expérimentaux et concluent la supériorité de la fermeture au second ordre. [Jang et al.<sup>53</sup>](#) ont encore prédit l'écoulement et le transfert thermique dans un canal carré en rotation dont les parois internes opposées sont munies de nervures inclinées de  $45^\circ$  par rapport à la direction de l'écoulement principal. Les calculs sont effectués avec le même modèle de turbulence utilisé pour les simulations précédentes. Pour le cas statique et tournant, les résultats numériques du rapport de nombre de Nusselt moyen sont en bon accord avec les données expérimentales de Johnson et al.<sup>2</sup>. [Bonhoff et al.<sup>54</sup>](#) ont simulé l'écoulement et le transfert thermique dans un canal carré à deux passages. Deux cas de parois internes sont examinés : toutes les parois internes sont lisses, deux parois opposées munies de nervures. Un modèle aux tensions de Reynolds (RMS) est utilisé pour le calcul. Les résultats ont montré que les rapports du nombre de Nusselt sont qualitativement en accord aux données expérimentales. [Shih et al.<sup>55</sup>](#) ont étudié l'écoulement et le transfert thermique dans une conduite carré à deux passages avec des nervures décalées et inclinées de  $45^\circ$  disposées sur les deux parois opposées en utilisant le modèle de fermeture de premier ordre  $K - \omega$ . Cependant, aucune comparaison avec l'expérience n'a été faite. [Su et al.<sup>56</sup>](#) ont simulé l'écoulement et le transfert thermique dans un canal rectangulaire à deux passages avec les rapports de forme 1:1, 1:2 et 1:4. Les parois opposées du canal sont munies de nervures orientées de  $45^\circ$  et la simulation est effectuée en utilisant un modèle de fermeture de second ordre (SMC). Leurs résultats montrent que la conduite de section carré donne la performance thermique la plus élevée dans le premier passage pour un nombre de Reynolds de 10,000 et un nombre de rotation de 0.14. [Wei et al.<sup>57</sup>](#) ont étudié l'écoulement et les caractéristiques de transfert thermique dans un canal carré à deux passages dont les parois opposées sont munies de nervures orientées de  $45^\circ$ . Les fluides de refroidissement utilisés sont l'air et la vapeur surchauffée. Leurs résultats indiquent que la vapeur d'eau sur-

chauffée a une meilleure performance thermique que l'air. [Sugiyama et al.](#)<sup>58</sup> ont simulés l'écoulement dans un coude en forme de U en rotation muni de nervures droites en utilisant un modèle aux tensions de Reynolds, leurs résultats sont en accord avec les données expérimentales. [Schüler et al.](#)<sup>59</sup> utilisent le modèle de turbulence de fermeture de premier ordre (SST) pour étudier l'effet de la rotation sur l'écoulement et le transfert thermique dans un canal à deux passages. Deux configurations de parois internes ont été examinées : toutes les parois lisses, deux parois opposées munies de nervures. Leurs résultats montrent que la rotation n'affecte pas sensiblement l'écoulement et le transfert dans le cas de la deuxième configuration par rapport à la première. La seule étude disponible dans la littérature, faite sur l'effet de la force de Coriolis et la force centrifuge sur l'écoulement et le transfert thermique dans un canal à deux passages pour un nombre de rotation et un rapport de masse volumique élevés est celle de [Slieti](#)<sup>60</sup>. Il a examiné deux configurations de parois internes : toutes les parois lisses, les parois opposées munies de nervures droites. Le modèle aux tensions de Reynolds est utilisé pour les calculs. Les résultats numériques sont en accord avec ceux expérimentaux. L'auteur a établi une corrélation donnant le nombre de Nusselt en fonction du nombre de rotation. [Stephens et Shih](#)<sup>61</sup> ont étudié l'écoulement et le transfert thermique dans un canal à deux passages dont les parois opposées sont munies de nervures. Les champs de l'écoulement secondaire et le transfert thermique ont été analysés par le modèle de fermeture de premier ordre  $K - \omega$ . [Dutta et al.](#)<sup>62</sup> ont employé un modèle de turbulence à deux équations ( $K - \epsilon$ ) pour déterminer les coefficients de transfert thermique dans un canal à parois internes lisses en rotation pour les rapports de forme 1:4 et 4:1. Ils ont constaté que la rotation a un effet significatif pour le rapport de forme 1:4 comparé à celui de 4:1. [Lacovides et Rasee](#)<sup>63</sup> ont utilisé les modèles de turbulence liés au calcul de l'écoulement et du transfert thermique dans les passages de refroidissement internes d'une aube de turbine. Ils ont constaté que le modèle aux tensions de Reynolds à bas nombre de Reynolds reproduit correctement le champ de turbulence que le modèle  $K - \epsilon$ . [Saha et Acharya](#)<sup>64</sup> ont utilisé l'approche statistique instationnaire (URANS) pour simuler l'écoulement turbulent et le transfert thermique dans un canal à un passage de rapport de forme de 1:1, 4:1 et 1:4. Les parois internes opposées sont munies de nervures. Leurs résultats indiquent que l'augmentation du nombre de rotation augmente le transfert thermique sur toutes les parois, sauf pour le passage à rapport de forme de 1:4. Ils ont également montré que le facteur de frottement augmente avec l'augmentation du nombre de rotation. Un modèle à viscosité turbulente et un modèle algébrique de la con-

trainte de cisaillement sont utilisés par [Saidi et Sunden](#)<sup>65</sup> pour prédire le transfert thermique dans une conduite. Les paramètres géométriques  $e/D_h$  et  $p/e$  utilisés sont respectivement 0.1 et 9. Les résultats du nombre de Nusselt moyen sont en bon accord avec ceux expérimentaux. [Chen et al.](#)<sup>66</sup> ont étudié le transfert thermique et la chute de pression dans un canal à deux passages avec différentes palettes de rotation. Les expériences sont effectuées en utilisant la thermographie par cristal liquide et les simulations numériques sont effectuées par les modèles de fermeture de premier ordre (SST et  $K - \epsilon$ ) et de second ordre (SMC -  $\omega$ ). Les résultats montrent que le modèle aux tensions de Reynolds basé sur l'équation d'échelle de la fréquence caractéristique de la turbulence (SMC -  $\omega$ ) donne des résultats raisonnables par rapport aux autres modèles. Les prédictions de transfert thermique de [Majumdar et al.](#)<sup>67</sup> obtenues à l'aide du modèle  $K - \epsilon$  ne cadrent pas avec leur expérience. [Liou et al.](#)<sup>68</sup> ont étudié l'écoulement et le transfert thermique dans un canal en forme U tournant et muni de promoteurs de turbulence orientés de  $90^\circ$  par rapport à la direction de l'écoulement principal en utilisant le modèle de turbulence  $K - \epsilon$ . Les résultats numériques n'étant pas en accord avec ceux expérimentaux, les auteurs ont conclu que d'autres modèles mieux que le modèle  $K - \epsilon$  sont nécessaires. Dans une étude plus récente faite par [Ravi et al.](#)<sup>69</sup> sur les caractéristiques du transfert thermique et le facteur de frottement pour quatre configurations de nervures (inclinaison de  $45^\circ$ , en forme V, W et M) dans un canal à deux passages en utilisant le modèle de turbulence  $K - \epsilon$ , un rapport de blocage de 0.125, un espacement de nervures de 16 et un nombre de Reynolds variant de 20.000 à 70.000. Les résultats montrent que les nervures en forme V améliorent le transfert thermique de 7%, 28 % et 35% par rapport respectivement à celui des nervures inclinées de  $45^\circ$ , en forme W et en forme M. Cependant, la chute de pression pour les nervures en forme V est de 19%, 24% et 28% respectivement plus élevée que celle des nervures orientées de  $45^\circ$ , en forme W et en forme M. L'étude comparative de la performance thermique des ces nervures indique que les nervures inclinées de  $45^\circ$  et en forme V ont une performance élevée que les nervures en forme W et M.

Les calculs instationnaires à l'aide des modèles plus sophistiqués tels que la simulation des grands échelles (LES), la méthode de couplage LES/RANS appelée DES (de l'anglais Detached Eddy Simulation), SAS (de l'anglais Scale-Adaptive Simulation) et RANS-instationnaire (URANS,) sont très rares pour les configurations des canaux de refroidissement principalement à plusieurs passages car les maillages doivent être constitués d'environ d'une dizaine de millions d'éléments pour deux passages seulement. Il

n'est pas possible d'effectuer le calcul pour un tel maillage sur un seul ordinateur ; et il est donc nécessaire d'avoir un code qui est capable de tourner sur plusieurs processeurs (typiquement entre 10 et 50 processeurs linux) en parallèle. Les travaux disponibles dans ce domaine sont les suivants : [Murata et al.](#)<sup>70</sup> ont utilisé la simulation des grandes échelles pour étudier l'effet de l'arrangement des nervures ( $90^\circ$  et  $60^\circ$ ) dans un canal à deux passages en rotation. Les résultats montrent que le facteur de frottement est plus sensible à l'arrangement des nervures que le transfert thermique. [Murata and Mochizuki](#)<sup>71, 72</sup> ont étudié l'effet du nombre de Reynolds et le nombre de la flottabilité centrifuge sur le transfert thermique turbulent dans deux canaux à deux passages, l'un à parois lisses et l'autre à deux parois opposées munies de nervurées orientées de  $60^\circ$  en utilisant la simulation des grandes échelles. Ils ont mis en évidence deux effets importants : effets assistant et opposant de la flottabilité. [Viswanathan](#)<sup>73</sup> a employé la méthode hybride LES/RANS pour étudier l'écoulement et le transfert thermique dans un canal à deux passages muni de nervures droites en rotation. La comparaison avec la simulation des grandes échelles est en bon accord. L'auteur a montré que DES est capable de simuler le transfert thermique turbulent dans les passages de refroidissement avec une précision satisfaisante.

#### **3.1.4 Etudes numériques - mode non orthogonal de rotation**

Contrairement au mode orthogonal de rotation, les études numériques effectuées sur les écoulements et le transfert thermique dans les passages de refroidissement interne en mode non orthogonal de rotation sont rares, notamment pour un canal composé de plusieurs passages. [AL-Qahtani et al.](#)<sup>74</sup> ont étudié l'écoulement avec transfert thermique dans un canal rectangulaire à deux passages de rapport de forme de 1:2 et dont les parois internes opposées sont munies de nervures parallèles et inclinées de  $45^\circ$ . Un modèle de turbulence de fermeture de second ordre a été employé pour l'analyse. Les résultats ont montré que l'écoulement secondaire induit par la rotation domine l'écoulement, et en terme de transfert thermique, ils sont en accord avec les données expérimentales. Dans une étude plus récente réalisée par [Chu et al.](#)<sup>75</sup> sur l'écoulement et le transfert thermique dans un canal de refroidissement à multi-passages avec une palette dans le coude. Deux orientations ( $45^\circ$  et  $90^\circ$ ) du canal de rapport de forme de 1:2 sont examinées pour un nombre de Reynolds de 10.000 et 25.000 et un nombre de rotation de 0 et 0.2. Leurs résultats montrent que l'écoulement et le transfert thermique sont affectés sensiblement en aval de la palette. [Su et al.](#)<sup>76</sup> ont étudié l'écoulement avec le transfert thermique dans un canal à un seul passage, en rotation, muni de nervures en

forme V en utilisant un modèle de turbulence de fermeture de second ordre. Trois orientations ( $90^\circ$ ,  $135^\circ$  et  $-135^\circ$ ) du canal sont examinées pour un nombre de rotation variant de 0 à 0.28, un rapport de la masse volumique de 0.122 à 0.4 et un nombre de Reynolds 10,000 à 500, 000. Les résultats numériques, en bon accord avec ceux expérimentaux, montrent qu'à haut nombre de Reynolds l'écoulement secondaire induit par les nervures est affaibli.

## **3.2 Canal à multi-passages muni de perturbateurs**

### **3.2.1 Etudes expérimentales - mode orthogonal de rotation**

Wagner et al.<sup>77, 78</sup> ont mesuré le rapport du nombre de Nusselt moyen dans un canal à quatre passages en variant le nombre de rotation, le rapport de masse volumique et le nombre de Reynolds. Deux configurations de parois internes ont été considérées ; dans l'une, toutes les parois internes sont lisses et dans l'autre, les parois opposées sont munies de nervures droites. Ils ont établi des corrélations liant le nombre de Nusselt au nombre de rotation d'une part et au nombre de flottabilité centrifuge d'autre part. Johnson et al.<sup>79</sup> ont étudié l'effet de la rotation sur le transfert thermique dans un canal à quatre passages dont les parois internes opposées sont munies de nervures décalées. Leurs résultats montrent que la force de Coriolis et les effets de flottabilité centrifuge peuvent fortement influencer le transfert thermique. Ils ont déterminé l'effet du nombre de rotation, du nombre de Reynolds et du paramètre de flottabilité pour les trois configurations testées (parois internes lisses, parois internes munies de nervures décalées et inclinées de  $0^\circ$ , et parois internes munies de nervures décalées et inclinées de  $45^\circ$ ). Ils ont conclu que les nervures décalées et inclinées de  $45^\circ$  doivent être utilisées pour les passages de refroidissement interne des aubes de turbine à gaz. Tse et al.<sup>80</sup> ont examiné les caractéristiques de l'écoulement dans un canal à quatre passages muni de nervures décalées et inclinées de  $45^\circ$  en utilisant la technique LDV. Le rapport de forme des deux premiers passages est 2:1 et des deux derniers de 1:1. Ils ont conclu que le rapport de forme du passage n'affecte pas la nature générale de l'écoulement secondaire. Fann et al.<sup>81</sup> ont mesuré le coefficient de transfert thermique local dans un canal à quatre passages avec des parois internes munies de nervures ( $45^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$ ). Ils ont conclu que la rotation et les nervures inclinées affectent considérablement le transfert thermique local, et que l'inclinaison des nervures de  $45^\circ$  a une meilleure performance thermique dans le cas statique et dans le cas en rotation.

### **3.2.2 Etudes expérimentales - mode non orthogonal de rotation**

Johnson et al.<sup>82</sup> ont étudié le transfert thermique dans un canal à quatre passages avec des parois internes lisses et munies de nervures décalées et inclinées de 45°. Ils ont déterminé l'effet du nombre de rotation, de l'orientation du canal et de la direction de rotation uniquement pour le canal à parois interne lisses sur le transfert thermique. Leurs résultats ont fourni une base de données pour la présente étude. Récemment, Rallabandi et al.<sup>83</sup> ont étudié les effets de la rotation sur le transfert thermique dans un canal à trois passages avec des nervures inclinées en utilisant le freon134a comme fluide de refroidissement. Leurs résultats montrent une amélioration et une dégradation du transfert thermique respectivement dans le second et troisième passage, et une diminution importante du transfert thermique au second coude (région de moyeu). Yang et al.<sup>84</sup> ont mesuré le transfert thermique dans un canal à multi-passages similaire à celui utilisé dans le système de refroidissement d'aubes de turbine à gaz dans les conditions à bas nombre de mach. Le fluide de refroidissement était le Fréon R-134a vapeur. L'effet de rotation sur le coefficient de transfert thermique est investigué pour un nombre de rotation allant jusqu'à 0.6 et un nombre de Reynolds variant de 30.000 à 70.000. Des corrélations liant le coefficient de transfert thermique moyen au nombre de Reynolds sont établies pour les cas statique et tournant.

### 3.2.3 Etudes numériques - mode orthogonal de rotation

Chu<sup>85</sup> a étudié numériquement l'écoulement avec transfert thermique dans des canaux à plusieurs passages à parois interne lisses pour un nombre de rotation variant de 0 à 0.4 et deux orientations de canal 45° et 90° en utilisant un modèle de turbulence de second ordre. La première configuration est un canal à parois internes lisses de rapport de forme 2:1 et 1:1, la seconde configuration est un canal à parois internes lisses avec et sans palette dans le second coude. Les résultats montrent que la présence de la palette affecte sensiblement l'écoulement et le transfert thermique dans le coude et en aval de celui-ci.

Les études numériques sur l'effet de l'orientation des nervures sur l'écoulement de l'air de refroidissement et le transfert thermique dans un canal à quatre passages avec des nervures inclinées ne sont pas disponibles dans la littérature ainsi les effets de la force de Coriolis et la force centrifuge aux conditions extrêmes (haut nombre de rotation et haut rapport de masse volumique) de conception de systèmes de refroidissement d'aubes de turbine à gaz. En effet, le présent travail fournit une explication détaillée de ces effets sur les caractéristiques dynamiques et thermiques du fluide de refroidissement.



## Chapitre 4

### Approche numérique

La méthode des volumes finis consiste à discrétiser le domaine de l'écoulement en une multitude de volumes de contrôle (cellules) puis d'effectuer des bilans (de masse, d'énergie, de quantité de mouvement,...) sur ces petits volumes. Pour cette raison, la formulation fait apparaître des intégrations de volume. L'avantage de cette méthode est que tout ce qui sort d'un volume, rentre dans un autre, cette méthode est donc conservative.

En pratique, il est courant de procéder dans l'autre sens. Chaque équation continue est intégrée sur chaque volume de contrôle puis le théorème de Green-Ostrogradsky est utilisé afin de transformer certaines intégrales de surface en intégrales de volume :

$$\iint_A b_j \cdot n_j dA = \iiint_V \frac{\partial B_j}{\partial x_j} dV \quad (4.1)$$

où  $B$  est un vecteur quelconque et  $n$  un vecteur unitaire normal à la surface  $A$  entourant le volume  $V$ .

La discrétisation spatiale n'est pas suffisante lorsqu'il s'agit d'écoulements non permanents. La discrétisation temporelle, par division du temps de simulation en différents pas de temps  $dt$ , s'avère nécessaire pour procéder ensuite à l'intégration de chaque équation de conservation sur chaque pas de temps.

Les équations peuvent être mises sous la forme d'une équation générale de convection-diffusion pour la variable  $\phi$ . Par conséquent, sur un volume de contrôle  $V$  de frontière  $A$  et sur un pas de temps  $dt$ , nous obtenons :

$$\iiint_V \left[ \int_t^{t+dt} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dt \right] dV + \int_t^{t+dt} \left( \iint_A \rho\phi \bar{U}_j \cdot n_j dA \right) dt = \int_t^{t+dt} \left[ \iint_A \Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x_j} n_j dA \right] dt + \int_t^{t+dt} \left( \iiint_V S_\phi dV \right) dt \quad (4.2)$$

L'équation (4.2) donne le bilan de la grandeur  $\phi$  sur une cellule et sur un pas de temps  $dt$ . L'étape suivante consiste à discrétiser les inconnues du problème ainsi que les opérateurs différentiels de cette équation. Toutes ces opérations mathématiques conduisent à l'obtention, sur chaque cellule et sur chaque  $dt$ , d'une équation discrétisée qui relie les variables d'une cellule aux cellules voisines, l'ensemble de ces équations discrétisées forme finalement un système matriciel.

## 4.1 Discrétisation

Dans ce paragraphe, nous expliquons l'approche utilisée dans le code de calcul CFX. Cette approche consiste à discrétiser le domaine spatial en de volumes de contrôle finis en utilisant une maille. Les équations de conservation de masse, quantité du mouvement et d'énergie sont intégrées sur chaque volume de contrôle. La figure 4.1-a montre une maille type (de profondeur égale à l'unité de sorte qu'on obtient une représentation cartésienne bidimensionnelle) sur laquelle une surface de volume fini est représentée par le secteur coloré. Sur la figure 4.1-b est représenté le volume de contrôle en 3D par la ligne noire autour du nœud.

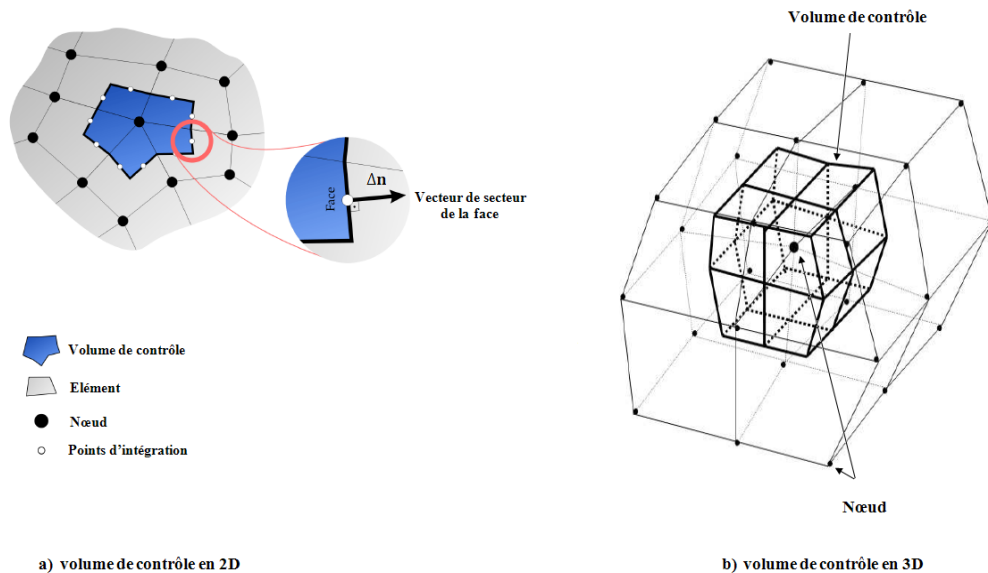


Figure 4.1 : Définition de volume de contrôle a) [Hurtado et al.<sup>86</sup>](#) b) [Ogedengbe<sup>87</sup>](#).

Il est clair que chaque nœud soit entouré par des surfaces qui constituent le volume fini et toutes les valeurs des variables et les propriétés du fluide sont stockées aux nœuds de l'élément. Considérant les équations moyennées de conservation de masse, quantité de mouvement, et d'une grandeur scalaire passive, exprimées en coordonnées cartésiennes.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j U_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_{\text{eff}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \right] + S_\phi \quad (4.5)$$

Ces équations sont intégrées sur un volume de contrôle. Le théorème de divergence est appliqué pour convertir certaines intégrales de volume en intégrales de surface pour un volume de contrôle qui ne se déforme pas dans le temps. La dérivée par rapport au temps peut être sortie de l'intégrale de volume et les équations ci-dessus deviennent :

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_s \rho U_j dn_j = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho U_i dV + \int_s \rho U_j U_i dn_j = -\int_s p dn_j + \int_s \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_V S_{U_i} dV \quad (4.7)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dV + \int_s \rho U_j \phi dn_j = -\int_s p dn_j + \int_s \Gamma_{\text{eff}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dn_j + \int_V S_\phi dV \quad (4.8)$$

où  $V$  et  $s$  désignent respectivement l'intégration de volume et de surface de la région considérée et  $dn_j$  est la composante cartésienne différentielle du vecteur normale sortant de la surface considérée. Les intégrales de surface sont des intégrales de flux, alors que les intégrales de volume représentent la source ou les termes d'accumulation.

La première étape, pour résoudre ces équations numériquement, est de les rapprocher en utilisant des fonctions discrètes. On considère un élément de maille isolé comme illustré dans la figure 4.2.

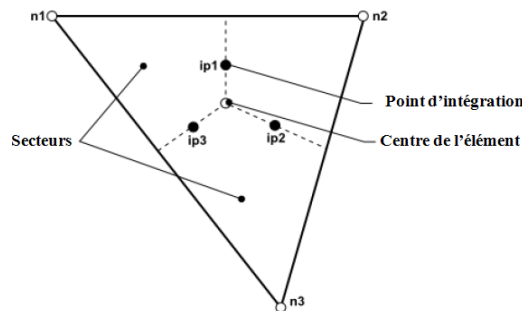


Figure 4.2 : Élément de maille.

Les flux discrétisés sont représentés aux points d'intégration pour accomplir la conversion des équations contenues dans leur forme discrète. Les points d'intégration  $ip_n$  sont situés au centre de chaque segment de surface dans l'élément tridimensionnel entourant le volume de contrôle.

La forme discrète de ces équations s'écrit comme suit :

$$\rho V \left( \frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} (\rho U_j \Delta n_j)_{ip} = 0, \quad V \left( \frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} (\rho U_j \Delta n_j)_{ip} = 0 \quad (4.9)$$

$$\rho V \left( \frac{U_i - U_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (U_i)_{ip} = \sum_{ip} (p \Delta n_i)_{ip} + \sum_{ip} \left[ \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right]_{ip} + \overline{S_{U_i}} V \quad (4.10)$$

$$\rho V \left( \frac{\phi - \phi^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} \phi_{ip} = \sum_{ip} \left[ \Gamma_{\text{eff}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \Delta n_j \right]_{ip} + \overline{S_{\phi}} V \quad (4.11)$$

$$V \left( \frac{\rho U_i - \rho^0 U_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (U_i)_{ip} = \sum_{ip} (p \Delta n_i)_{ip} + \sum_{ip} \left[ \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right]_{ip} + \overline{S_{U_i}} V \quad (4.12)$$

$$V \left( \frac{\rho \phi - \rho^0 \phi^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} \phi_{ip} = \sum_{ip} \left[ \Gamma_{\text{eff}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \Delta n_j \right]_{ip} + \overline{S_{\phi}} V \quad (4.13)$$

où  $V$  est le volume de contrôle,  $ip$  désigne le point d'intégration, la sommation est sur tous les points d'intégration de volume de contrôle,  $\Delta n_j$  est le vecteur discret sortant de surface et  $\Delta t$  est le pas de temps. On note que le schéma d'Euler (différence arrière de premier ordre) a été assumé dans cette équation, bien qu'un schéma de deuxième ordre soit également utilisé. Indice 0 correspond au temps antérieur, le flux de masse discret à travers la surface de volume fini est exprimé par :

$$\dot{m}_{ip} = (\rho U_j \Delta n_j)_{ip}^0 \quad (4.14)$$

#### 4.1.1 Couplage vitesse-pression

CFX utilise une seule cellule non décalée grille intercalée pour surmonter le découplage de pression et/ou de vitesse. La représentation unidimensionnelle de l'équation de conservation de la masse peut être écrite sous la forme suivante :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)_i + \frac{\Delta x^3 A}{4\dot{m}} \left( \frac{\partial^4 p}{\partial x^4} \right)_i = 0 \quad (4.15)$$

où :  $\dot{m} = \rho U_j \Delta n_j$

L'équation de continuité est une différence centrée de deuxième ordre approximée par la dérivée première de la vitesse, modifiée par la quatrième dérivée de la pression, ce qui agit à redistribuer l'influence de la pression. Ceci surmonte le problème des oscillations d'échiquier (*checker board oscillations*). Cette méthode est similaire à celle de [Rhie et Chow](#)<sup>88</sup>, avec certain nombre de développements qui améliore la robustesse de la discrétisation quand la pression varie rapidement ou est affectée par les forces de vo-

lume. Comme le maillage est raffiné, le second terme du premier membre de l'équation (4.15) est négligeable devant le premier de sorte que l'équation soit identique à l'équation de continuité sous sa différentielle.

#### 4.1.2 Fonctions de forme

Les champs de solution sont stockés aux nœuds de maille, cependant différents termes dans les équations exigent l'évaluation des valeurs des variables ou des gradients de celles-ci aux points d'intégration. Pour cette raison, nous devons utiliser une méthode pour calculer la variation de solution dans un élément, ceci est possible avec les fonctions de forme des éléments finis.

La variation de la variable  $\phi$  dans un élément est comme suit :

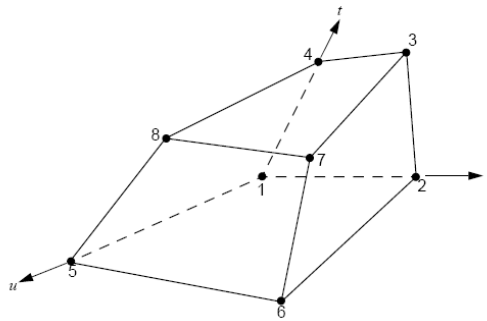
$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{\text{nœuds}}} N_i \phi_i \quad (4.16)$$

où  $N_i$  est la fonction de forme pour le nœud  $i$ , et  $\phi_i$  est la valeur de  $\phi$  au nœud  $i$ . La sommation est effectuée sur tous les nœuds de l'élément. La propriété principale de la fonction de forme est :

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{nœuds}}} N_i = 1 \quad (4.17)$$

au nœud  $j$        $N_i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$

Les fonctions de forme utilisées dans le code CFX sont linéaires en termes de coordonnées paramétriques. Par exemple en considérant l'élément hexaédrique suivant :



Les fonctions de forme tri-linéaires pour chaque nœud sont :

$$N_1(s, t, u) = (1 - s)(1 - t)(1 - u)$$

$$N_2(s, t, u) = s(1 - t)(1 - u)$$

$$N_3(s, t, u) = st(1 - u)$$

$$N_4(s, t, u) = (1 - s)t(1 - u)$$

$$N_5(s, t, u) = (1 - s)(1 - t)u$$

$$N_6(s, t, u) = s(1 - t)u$$

$$N_7(s, t, u) = stu$$

$$N_8(s, t, u) = (1 - s)tu$$

Les fonctions de forme sont également employées pour diverses quantités géométriques comme les coordonnées des points d'intégration, vecteur de superficie etc.

$$x = \sum_{i=1}^{N_{\text{neuds}}} N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^{N_{\text{neuds}}} N_i y_i, \quad z = \sum_{i=1}^{N_{\text{neuds}}} N_i z_i \quad (4.18)$$

#### 4.1.3 Termes de diffusion

D'après l'approche de la méthode des éléments finis standard, les fonctions de forme sont utilisées pour évaluer les dérivées pour tous les termes de diffusion, par exemple pour une dérivée dans la direction  $x$  au point d'intégration  $ip$ .

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{ip} = \sum_N \left. \frac{\partial N_n}{\partial x} \right|_{ip} \phi_n \quad (4.19)$$

La sommation est sur toutes les fonctions de forme de l'élément.

Les dérivées cartésiennes des fonctions de forme peuvent être exprimées en termes de leurs dérivées locales par la matrice de transformation *jacobien*.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial s} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Les gradients de fonctions de forme peuvent être évalués à l'endroit réel (véritable interpolation tri-linéaire) ou à l'endroit où chaque surface ( $ip$ ) coupe le bord de l'élément (interpolation linéaire-linéaire).

#### 4.1.4 Terme de gradient de pression

L'intégrale de surface de gradient de pression dans l'équation de quantité de mouvement est évaluée par l'expression suivante :

$$(p \Delta n_{ip})_{ip} \quad (4.21)$$

La valeur de  $p_{ip}$  est évaluée en utilisant les fonctions de forme :

$$p_{ip} = \sum_n N_n(s_{ip}, t_{ip}, u_{ip}) p_n \quad (4.22)$$

Comme pour les termes de diffusion, la fonction de forme utilisée pour interpoler la pression  $p$ , peut être évaluée à l'endroit réel de chaque point d'intégration (véritable interpolation tri-linéaire) ou à chaque endroit où la surface ( $ip$ ) coupe le bord de l'élément (interpolation linéaire-linéaire)

#### 4.1.5 Terme de convection

Pour accomplir la discrétisation du terme de convection, la variable  $\phi_{ip}$  doit être liée à la valeur de  $\phi$  aux nœuds. Les schémas de convection implémentés dans le code CFX peuvent être mis sous la forme suivante :

$$\phi_{ip} = \phi_{up} + \beta \nabla \phi \cdot \Delta \vec{r} \quad (4.23)$$

où  $\phi_{up}$  est la valeur au nœud amont,  $\nabla \phi$  est le gradient de  $\phi$  et  $\vec{r}$  est le vecteur de déplacement de nœud amont à (ip). Le choix particulier de la valeur du paramètre  $\beta$  permet de basculer entre différents schémas.

- pour  $\beta = 0$ , on obtient le schéma aux différences avant d'ordre 1 (UDS)
- pour  $0 < \beta < 1$ , les propriétés diffusives de schéma UDS sont réduites. La quantité  $\beta \nabla \phi \cdot \Delta \vec{r}$  est appelée correction de convection numérique et peut être considérée comme un flux anti-diffusif supplémentaire au schéma UDS.
- pour  $\beta = 1$ , on a le schéma aux différences avant d'ordre 2
- dans le cas où  $\beta$  se calcule localement et est proche de 1 on a le schéma de haute résolution (Barth et Jespersen<sup>89</sup>).

#### 4.1.6 Système couplé des équations

Le système d'équations peut être écrit sous la forme suivante :

$$a_p \phi_p - \sum_{nb_i} a_i^{nb} \phi_i = b_i \quad (4.24)$$

En 3D, le système couplé masse-quantité de mouvement à l'expression suivante :

$$a_i^{nb} = \begin{bmatrix} a_{uu} & a_{uv} & a_{uw} & a_{up} \\ a_{vu} & a_{vv} & a_{vw} & a_{vp} \\ a_{wu} & a_{wv} & a_{ww} & a_{wp} \\ a_{pu} & a_{pv} & a_{pw} & a_{pp} \end{bmatrix}_i^{nb}, \quad \phi_i = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}_i, \quad \text{et } b_i = \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \\ b_p \end{bmatrix}_i \quad (4.25)$$

où  $\phi$  est la solution,  $i$  identifié le nombre de volume de contrôle ou de nœuds en question, nb signifie les nœuds voisins,  $a$  coefficient d'équation et  $b$  est le second membre. La résolution se fait en utilisant une méthode à grille multiple algébrique (AMG).

## Chapitre 5

### Effet de l'orientation des nervures sur l'écoulement et le transfert thermique dans un circuit à quatre passages en rotation

Dans ce chapitre, on compare les effets de deux orientations de nervures ( $\mp 45^\circ$ ) sur les caractéristiques de l'écoulement secondaire et le transfert thermique dans un canal à quatre passages en mode non-orthogonal de rotation qui simule le circuit de refroidissement de la région centrale (mi-corde) d'une aube d'une turbine à gaz. Dans les conditions typiques de l'écoulement, des explications détaillées des phénomènes dynamiques et thermiques engendrés par la force de Coriolis, la force de flottabilité centrifuge et les nervures ont été données. Les résultats numériques sont comparés aux données expérimentales disponibles. Le modèle de turbulence du second ordre basé sur l'équation de la fréquence caractéristique de la turbulence est utilisé pour les calculs.

#### 5.1 Description du problème

Le canal étudié est constitué de quatre passages raccordés par trois coudes de  $180^\circ$  dont deux parois opposées sont munies de 13 nervures décalées et inclinées et les autres lisses (figure 5.1). Deux configurations de canal sont étudiées. Dans l'une, les nervures sont inclinées, par rapport à la direction de l'écoulement principal, d'un angle  $\alpha = -45^\circ$  dans le premier et troisième passage, et d'un angle  $\alpha = +45^\circ$  dans le second passage (figure 5.1-a) ; dans l'autre, elles sont inclinées d'un angle  $\alpha = +45^\circ$  dans les trois premiers passages (figure 5.1-b). Le quatrième passage est lisse et adiabatique pour les deux configurations. Dans les deux configurations, le canal est incliné par rapport à l'axe de rotation d'un angle  $\beta = 45^\circ$  comme le montre la figure 5.2-b. Le canal a une section droite de  $12,7 \text{ mm}^2$  avec des chanfreins aux coins de 1,14 mm. La longueur de chaque passage est  $L = 14 D_h$ , le rayon interne des coudes  $R = 1.2 D_h$ . Les nervures de hauteur  $e$  sont de forme circulaire avec filet (figure 5.2-c) et espacées de  $p/e = 10$ . Elles engendrent un rapport de blocage  $e/D_h = 0.1$ . La distance entre l'axe de rotation et l'entrée du canal est  $R_r = 41 D_h$ . La première nervure est placée à  $3D_h$  de l'entrée du canal. Dans cette étude, le nombre de Reynolds ( $Re$ ), le rapport de masse volumique ( $\Delta\rho/\rho$ ) et la pression de référence ( $p_{ref}$ ) sont respectivement égaux à 25,000, 0.13 et 10-atm, et trois valeurs (0 ; 0.24 et 0.35) du nombre de rotation ( $R_0$ ) sont considérées.



A l'entrée du canal, le profil expérimental donné par Johnson et al.<sup>2</sup> est utilisé comme le montre la figure 5.3-c. La température  $T_0$  de l'air de refroidissement ( $\theta = (T - T_0)/(T_w - T_0) = 0$ ) à l'entrée du canal est uniforme. Toutes les parois de ce dernier sont maintenues à la température constante  $T_P$  ( $\theta = 1$ ). A la sortie du canal, dans le but d'éviter le problème de débit de retour, une condition de type ouverture (en anglais opening) est appliquée. Le nombre de Nusselt est normalisé par la corrélation de Kays et Perkins<sup>90</sup> :

$$Nu_0 = 0.0174Re^{-0.2} \quad (5.1)$$

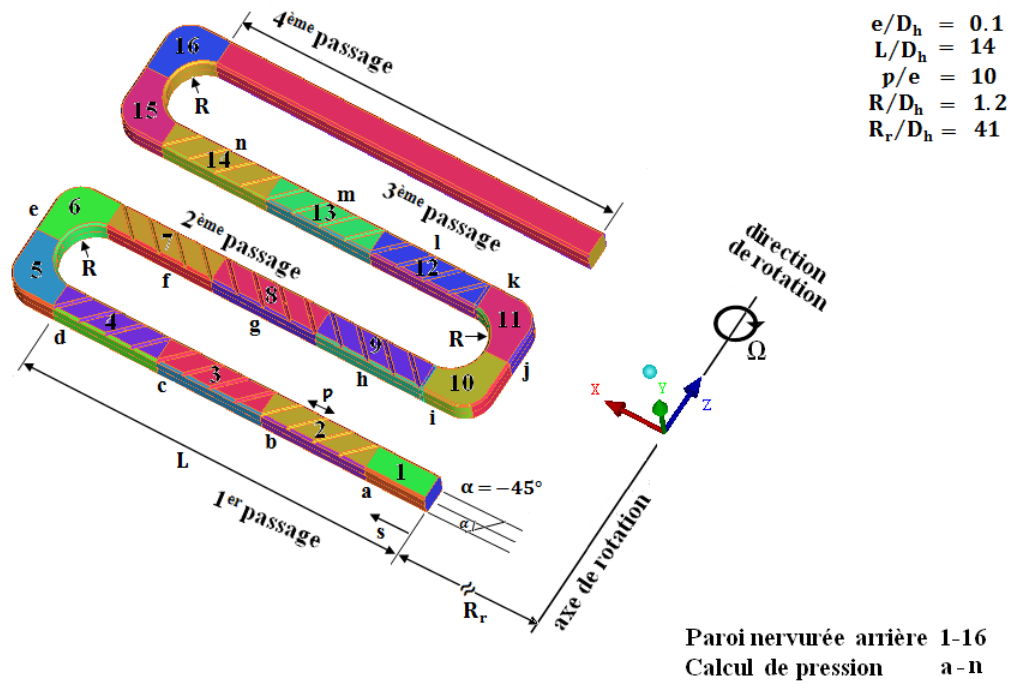
Exprimant le nombre de Nusselt dans une conduite à parois internes lisses pour un écoulement complètement développé.

La configuration de la figure 5.1-a, a été déjà étudiée expérimentalement par Johnson et al.<sup>2, 79, 82</sup> dans les mêmes conditions que la présente étude. Les résultats de ces auteurs sont comparés aux nôtres correspondants à la même configuration. Les paramètres de l'écoulement et de transfert thermique correspondent aux conditions d'essai N° 225 et 226 de UTRC's contact NAS3-23691 (Johnson et al.<sup>2, 79, 82</sup>). Les paramètres géométriques et de l'écoulement pour tous les cas étudiés sont mentionnés dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1 : Sommaire des cas étudiés.

Cas	$P_{ref}$ (atm)	Re	$\alpha$ (1 <sup>ère</sup> Passage)	$\alpha$ (2 <sup>ème</sup> Passage)	$\alpha$ (3 <sup>ème</sup> Passage)	$\Omega(\text{tr/min})/R_0$	$\Delta\rho/\rho$
<b>1</b>	10	25,000	-45°	+45°	-45°	0/0	0.13
<b>2</b>	10	25,000	+45°	+45°	+45°	0/0	0.13
<b>3</b>	10	25,000	-45°	+45°	-45°	550/0.24	0.13
<b>4</b>	10	25,000	+45°	+45°	+45°	550/0.24	0.13
<b>5</b>	10	25,000	-45°	+45°	-45°	825/0.35	0.13
<b>6</b>	10	25,000	+45°	+45°	+45°	825/0.35	0.13

a) Canal à quatre passages étudiée expérimentalement par Johnson et al.<sup>2, 82</sup>



b) Configuration proposée

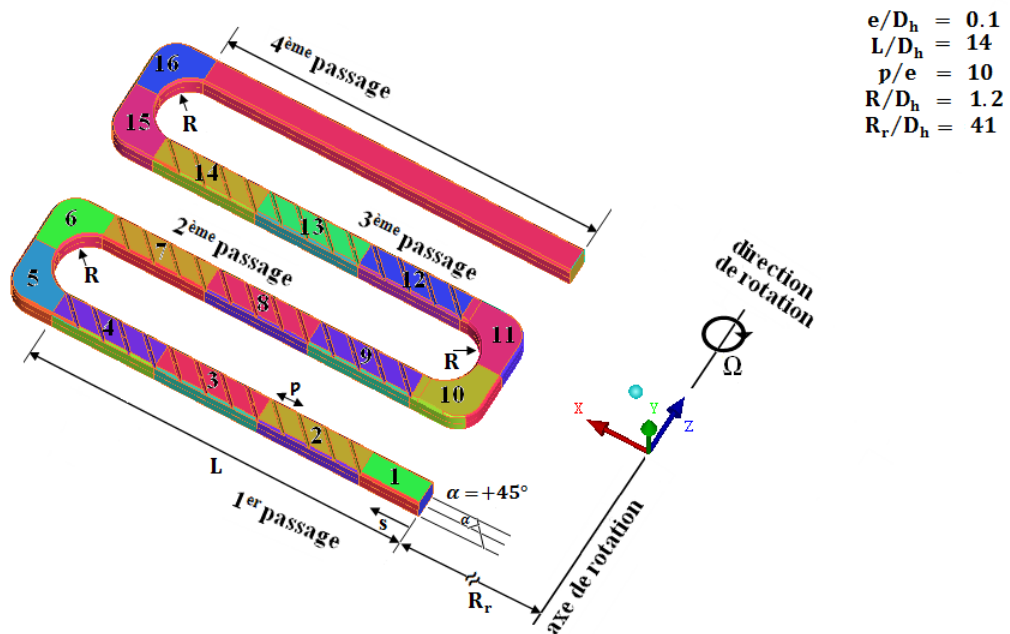
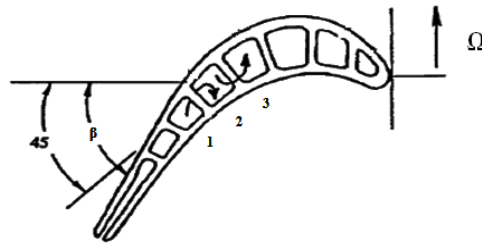
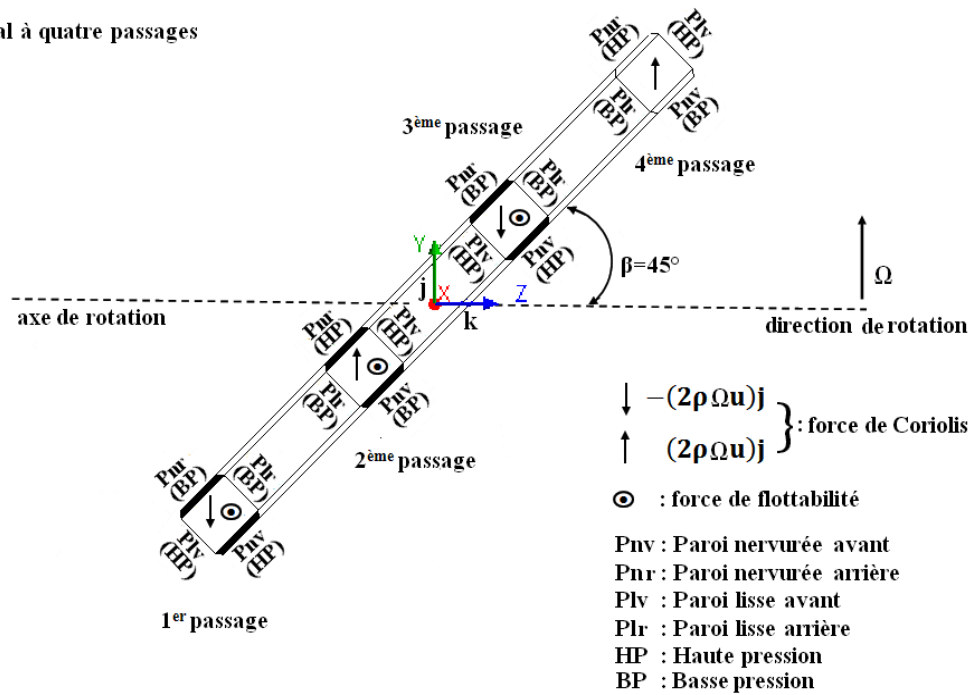


Figure 5.1 : Configurations géométriques étudiées : (a) étude expérimentale de Johnson et al.<sup>2, 79, 82</sup> et présente étude, (b) présente étude. Vues de la paroi arrière, (a-n) positions de prise de pression, les chiffres 1 à 16 désignent les sections chauffées expérimentalement.

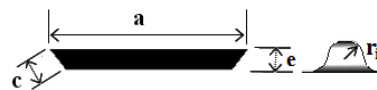
a) Aube avec un circuit de refroidissement 82



b) Canal à quatre passages



c) Configuration de la nervure



$a = 12.7$   
 $c = 1.14$   
 $r_f = 0.64$   
 Unité [mm]

Figure 5.2 : (a) section droite de l'aube vue à partir de l'axe de rotation, (b) section droite du canal orienté de 45° vue à partir de l'axe de rotation, (c) géométrie d'une nervure.

### 5.1.1 Maillage

La figure 5.3 illustre la grille numérique générée par le mailleur ICEM.CFD.14.0. Nous avons utilisé la loi de maillage de demi-cosinus 1 et 2, près de toutes les parois et la loi de maillage cosinus dans la direction radiale (x), ceci donne un maillage meilleur que celui fourni par la loi de maillage bi-géométrique ou uniforme. Pour le traitement automatique de proche-paroi, la valeur moyenne de la distance adimensionnée à la paroi  $\bar{y}^+$  de la première cellule près des parois nervurées et lisses est donnée dans le tableau 5.2. L'écoulement est considéré comme incompressible car le nombre de mach est inférieur à 0.3 et la masse volumique du fluide est rapprochée par  $\rho = \rho_0 T_0/T$  pour déterminer sa variation due à la variation de la température. La conductivité thermique ( $\lambda$ ) et la viscosité du fluide ( $\mu$ ) sont déterminées par la loi de Sutherland. Le domaine de calcul est constitué d'éléments hexaédriques et décomposé de manière automatique en 16 sous-domaines couplés en utilisant la technique de distribution parallèle (MPI). La convergence est achevée à des résidus d'une valeur de  $10E - 6$ . Des tests de raffinement de maillage ont été réalisés pour s'assurer que les résultats (en particulier le nombre de Nusselt) sont indépendants du maillage. Trois grilles de maillage sont étudiées 50x50x2246 (grille 1), 60x60x2000 (grille 2) et le 60x60x2246 (grille 3). Le raffinement de la grille dans la section droite du canal (y-z) a montré une amélioration de la solution. L'augmentation du nombre de points de la grille dans la même section (y-z) de 60 à 68 n'a pas affecté les résultats. Le raffinement du maillage dans la direction radiale (x) a montré une différence négligeable entre les grilles 60x60x2000 et 60x60x2246. On voit bien, sur la figure 5.4, que la grille 3 a produit une solution quasi-indépendante du maillage. La même remarque est rapportée pour les autres parois. Ainsi, tous les résultats présentés, ici, sont basés sur la distribution de la grille 60x60x2246 qui donne un nombre total de nœuds de 8,085600.

Tableau 5.2 : Distance moyenne adimensionnée à la paroi.

<b>Paroi</b>	<b>Pnv</b>	<b>Pnr</b>	<b>Plv</b>	<b>Plr</b>
$\bar{y}^+$	<b>2.48</b>	<b>2.24</b>	<b>0.86</b>	<b>0.76</b>

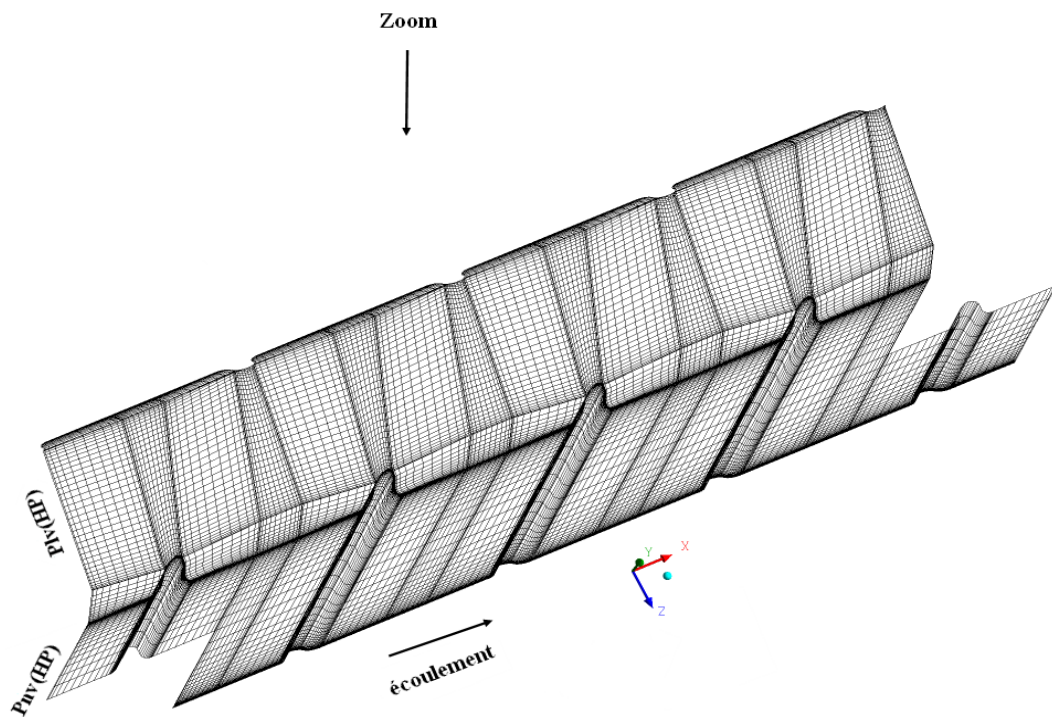
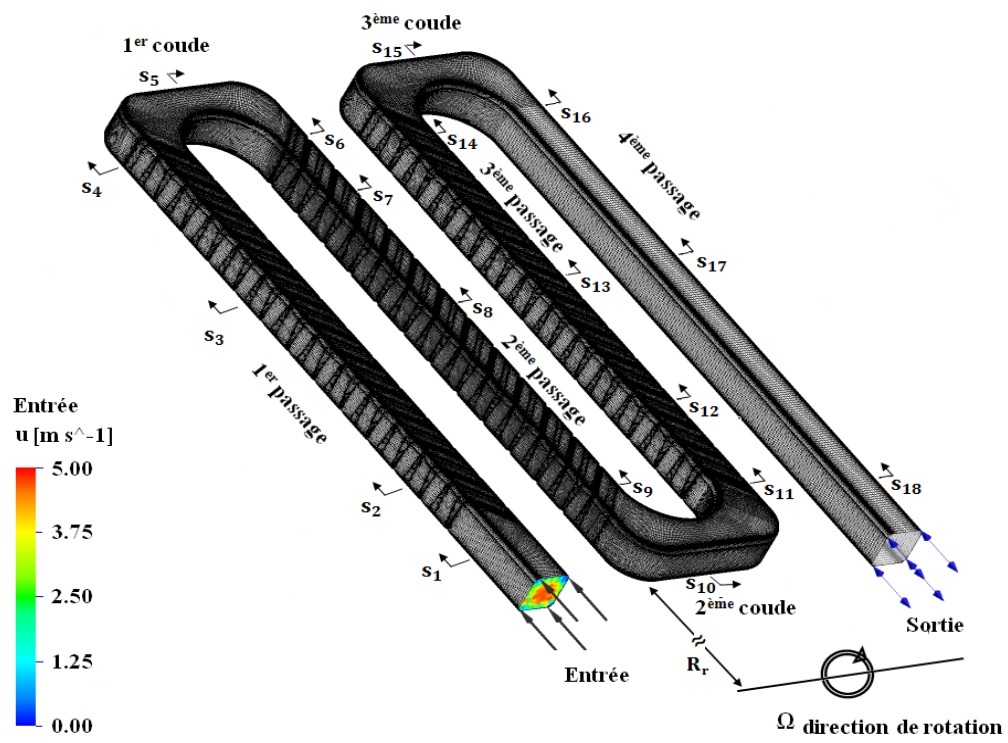


Figure 5.3 : Grille numérique et positions  $s_i$  des sections droites dans lesquelles la structure de l'écoulement est représentée et observée dans le sens des flèches.

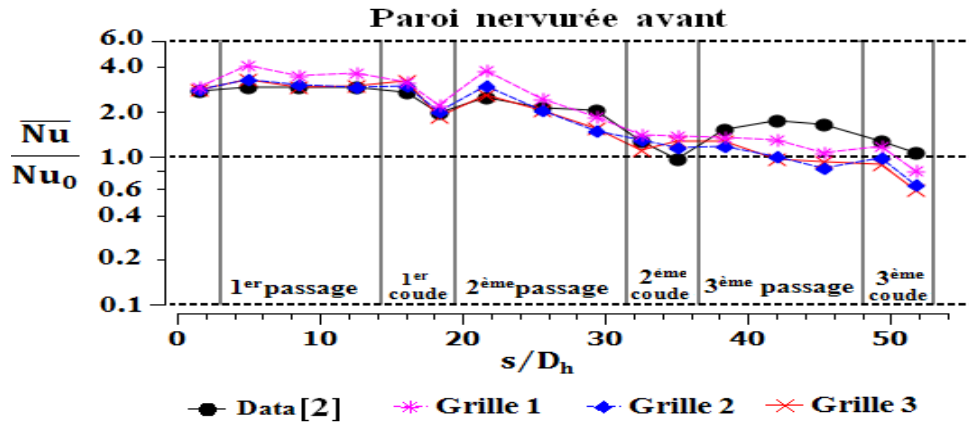


Figure 5.4 : Effet du raffinement de maillage.

### Résultats et analyse

La rotation génère une force de Coriolis et une force centrifuge définies respectivement par :

$$F^{Cor} = 2\rho\Omega \times U \quad (5.2)$$

$$F^{cfg} = 2\rho\Omega^2(x - R_r) \quad (5.3)$$

La force de Coriolis tend à dévier, dans le premier et le troisième passage, le cœur de l'écoulement principal vers les parois nervurée et lisse avant, tandis qu'elle le dévie, dans le second et le quatrième passage, vers les parois nervurée et lisse arrière en engendrant transversalement un écoulement secondaire (cellules de Coriolis). Les parois vers lesquelles la force de Coriolis est dirigée sont dites de haute pression et les parois opposées de basse pression. En effet, dans le premier et le troisième passage, les parois avant sont de haute pression et les parois arrière de basse pression ; dans le second et le quatrième passage, les parois avant sont de basse pression et les parois arrière de haute pression (figure 5.2-b). Dans le cas d'un écoulement isotherme, la force de Coriolis induit seulement un gradient de pression dépendant de la distance à l'axe de rotation alors que dans un écoulement avec transfert thermique, elle génère en plus une force de flottabilité centrifuge. Laquelle est caractérisée par un paramètre de flottabilité ( $F_0$ ) exprimé par la relation<sup>2</sup> :

$$F_0 = \Delta\rho/\rho * R_0^2 * R_r/D_h \quad (5.4)$$

où  $\Delta\rho/\rho$  est le rapport de masse volumique,  $R_0$  est le nombre de rotation et  $R_r/D_h$  est le rapport géométrique. La flottabilité centrifuge a deux effets importants. Le premier, connu dans la littérature par l'effet assistant de la force de flottabilité centrifuge (en anglais *aiding buoyancy*), est l'accélération de l'air froid, plus dense près des parois de haute pression, assistant ainsi l'effet de Coriolis. Le second, connu dans la littérature par l'effet opposant de la flottabilité centrifuge (en anglais *opposing buoyancy*), est le déplacement de l'air chaud vers l'axe de rotation induisant ainsi un écoulement secondaire dans la section transversale du canal (cellules de flottabilité). De cette manière, l'orientation des nervures, la force de Coriolis et la flottabilité centrifuge produisent des effets importants sur les caractéristiques de l'écoulement et le transfert thermique qui sont détaillés dans les sections suivantes.

## 5.2 Champs de vitesse et de température

Les figures 5.5-5.19 illustrent les lignes de courant de l'écoulement secondaire et la distribution de température adimensionnelle ( $\theta$ ) dans différentes stations du canal. Dans le premier passage, le troisième passage et les coudes, les modèles de l'écoulement secondaire sont vus suivant la direction de l'écoulement principal, et dans le second et le quatrième passage suivant la direction opposée comme indiqué sur la figure 5.3. Le sens de rotation du canal est donné par la règle de la main droite ou sur Les figures de bas en haut.

### 5.2.1 Premier passage à écoulement principal centrifuge

Dans le cas statique  $R_0 = 0$ , dans la partie lisse ( $0 < s/D_h < 3$ ), se forment, dans chaque coin de section droite, deux vortex contra-rotatifs illustré par la figure 5.5-a( $s_1$ ) et 5.5-b( $s_1$ ), respectivement pour le cas 1 et le cas 2. Ces vortex, caractéristiques de l'écoulement dans un canal à parois interne lisses, sont générés par l'anisotropie de la turbulence (c.-à-d.  $\overline{u\bar{u}} \neq \overline{v\bar{v}} \neq \overline{w\bar{w}}$ ). Ils ne sont pas semblables en raison du profil excentrique et non établi de la vitesse à l'entrée du canal (figure 5.3). Dans la partie nervurée ( $3 < s/D_h < 14$ ), il se développe derrière chaque nervure un vortex hélicoïdal puis s'aligne avec l'écoulement principal. La combinaison de ces vortex donne lieu à deux vortex contra-rotatifs comme le montrent les illustrations  $s_2$ ,  $s_3$  et  $s_4$  de la figure 5.5-a et 5.5-b, respectivement pour le cas 1 et le cas 2. La différence entre ces deux cas réside dans le sens de circulation de ces vortex. Ces vortex transportent l'air frais vers toutes les parois du passage notamment sur les parois nervurées et favorisent ainsi l'échange thermique fluide-paroi.

Dans le cas en rotation  $R_0 = 0.24$  (cas 3 et cas 4), dans la partie lisse, les vortex des coins observés dans le cas statique disparaissent au profit du développement de deux grandes cellules contra-rotatives (cellules de Coriolis) induites par la force de Coriolis, surmontées par deux autres petites cellules également contra-rotatives induites par la force de flottabilité centrifuge opposante comme le montre la figure 5.6-a(s<sub>1</sub>) pour le cas 3 et la figure 5.6-b(s<sub>1</sub>) pour le cas 4. Dans la partie nervurée, contrairement au cas statique, l'écoulement principal est siège d'écoulements secondaires enchevêtrés d'une manière complexe et générés par la force de Coriolis, les nervures inclinées et la flottabilité centrifuge opposante. Dans le cas 3, la cellule de Coriolis, tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, renforce la cellule de flottabilité tournant dans le même sens, tandis que l'autre, tournant dans le sens opposé, renforce le vortex induit par la première nervure du côté de basse pression (BP) et atténue la cellule de flottabilité tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Ceci donne une structure de deux grandes cellules comme le montre la figure 5.6-a(s<sub>2</sub>). Au delà de  $s/D_h = 6$ , les cellules de Coriolis induites dans les régions inter-nervures de haute pression (HP) et tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre se combinent en détruisant partiellement les vortex induits par les nervures inclinées de  $-45^\circ$  de la paroi avant (Pnv (HP)), et les cellules de Coriolis tournant dans le sens opposé renforcent les cellules de flottabilité induites par la force de flottabilité centrifuge opposante dans les régions inter-nervures du côté de basse pression (BP) d'une part et les vortex induits par les nervures inclinées de  $-45^\circ$  de la paroi avant (Pnv) non détruites d'autre part. Cet effet empêche la formation des vortex induits par les nervures à  $-45^\circ$  de la paroi arrière (Pnr (BP)). Cette interaction complexe est illustrée sur la figure 5.6-a(s<sub>3</sub>). Avant que l'écoulement aborde le premier coude, les cellules de Coriolis circulant dans le sens des aiguilles d'une montre sont atténuées et celles circulant dans le sens opposé sont affaiblies ainsi que les vortex induits par les nervures (Pnv (HP)), tandis que la cellule de flottabilité est intensifiée comme le montre la figure 5.6-a(s<sub>4</sub>). Quant à l'écoulement principal centrifuge, il est dévié vers les parois de haute pression caractérisées par une large variation de la vitesse radiale ( $u$ ). Laquelle varie de  $0.3U_m$  à  $1.7U_m$  le long de la ligne centrale de la partie nervurée de la paroi HP et à  $(1.1e)$  d'elle. Cette forte accélération de l'écoulement est due aux effets combinés de la force de Coriolis et de la flottabilité centrifuge assistante. Par contre, près des parois de basse pression se forment des zones de recirculation dues à la force de flottabilité centrifuge opposante. Il en résulte que l'air



frais n'est pas transporté vers toutes les parois à cause de l'interaction destructive entre les trois types d'écoulements secondaires ; par conséquent, des zones chaudes sont créés, notamment, sur les parois de basse pression comme on peut le voir sur les contours de température  $\theta$  illustrés sur la figure 5.6-a. Dans le cas 4, contrairement au cas 3, l'interaction de ces types d'écoulements secondaires est constructive. Les cellules de Coriolis et de flottabilité circulant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre se combinent et renforcent les vortex induits par les nervures inclinées de  $+45^\circ$  de la paroi avant (Pnv (HP)). Le même phénomène se produit du côté de la paroi nervurée arrière (Pnr (BP)), les cellules de Coriolis et de flottabilité tournant dans le sens des aiguilles d'une montre se combinent et renforcent les vortex induits par les nervures inclinées de  $+45^\circ$ . Il en résulte une structure de deux vortex contra-rotatifs, non semblable à celle établie dans le cas statique (cas 2), où le vortex du côté de haute pression (HP) est intensifié par les effets combinés de la force de Coriolis et de flottabilité assistante comme illustré sur la figure 5.6-b( $s_2$ ). Après la septième nervure de la paroi avant (Pnv (HP)), ces effets sont réduits car les vortex induits par les nervures tendent à égaliser le champ de température comme cela peut être vu sur les contours de température représentés sur la figure 5.6-b. Il en résulte une diminution du grand vortex et une augmentation de l'autre, de sorte qu'à la sortie du passage, les deux vortex deviennent presque symétriques (figure 5.6-b( $s_3$ ) et 5.6-b( $s_4$ )). La vitesse radiale ( $u$ ) varie de  $1U_m$  à  $2U_m$  le long de la même ligne que dans le cas 3.

Au taux de rotation supérieur  $R_0 = 0.35$ , dans la partie lisse des cas 5 et 6 se produisent respectivement les mêmes phénomènes que dans le cas 3 et 4 mais avec une intensification des cellules de flottabilités. Dans cette partie, les figures 5.7-a( $s_1$ ) et 5.7-b( $s_1$ ) ne montrent pas une grande différence entre les cas 5 et 6. Dans la partie nervurée du cas 5, l'écoulement est caractérisé par un unique vortex à la sortie du passage. Cette structure est très différente de celle à deux vortex contra-rotatifs observée dans le cas 1 (statique) et également différente de celle établie dans le cas 3 (rotation). Ce résultat s'explique par la combinaison des cellules de flottabilité, tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et induites dans les régions inter-nervures du côté basse pression (BP), et des cellules de Coriolis induites dans les régions inter-nervures du côté haute pression (HP) et ayant le même sens de rotation. Cette combinaison donne un large vortex tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre (figure 5.7-a( $s_4$ )). Ce vortex empêche le développement de ceux induits par les nervures orientées

de  $-45^\circ$  de la paroi avant (Pnv (HP)) et les cellules de Coriolis tournant dans le sens des aiguilles d'une montre tandis qu'il détruit les vortex induits par les nervures à  $-45^\circ$  de la paroi arrière (Pnr (BP)). L'évolution de ces écoulements secondaires est montrée par la figure 5.7-a(s<sub>2</sub>) à 5.7-a(s<sub>4</sub>). En effet, dans ce cas, l'écoulement est dominé par l'écoulement secondaire induit par la rotation car les vortex induits par les nervures, comparés à ceux du cas statique (cas 1), sont presque supprimés. Dans le cas 6, les phénomènes physiques produits sont pareils que ceux dans le cas 4, mais la formation des cellules de flottabilité additionnelles dans les régions inter-nervures du côté de basse pression (BP) modifie la structure du double-vortex établie dans le cas 4, de sorte qu'à la sortie du passage, le vortex du coté basse pression est relativement grand que celui du coté haute pression (figure 5.7-b).

### 5.2.2 Premier coude

Dans le cas statique, l'écoulement est régi, dans le premier coude, par le gradient de pression radial. Dans le cas 1, le vortex circulant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre issu du premier passage subsiste en empêchant le développement du vortex de Dean induit sur la paroi arrière et renforçant celui de Dean induit sur la paroi avant. L'ensemble de ces deux vortex constitue avec le second vortex issu du premier passage la structure montrée sur la figure 5.11-a(s<sub>5</sub>). Deux vortex additionnels se développent du côté convexe de la deuxième partie du coude en raison de la production de vorticité : l'un de grande taille, circule dans le sens des aiguilles d'une montre à proximité de la paroi avant et l'autre de petite taille circule dans le sens contraire à proximité de la paroi arrière (figure 5.8-a(s<sub>6</sub>)). Dans le cas 2, contrairement au cas 1, l'écoulement est dévié vers le côté convexe du coude à cause de l'inclinaison des nervures de  $+45^\circ$ . Ceci permet le développement d'un double-vortex de Dean afin d'équilibrer le gradient de pression. En effet, le vortex, tournant dans le sens des aiguilles d'une montre issu du premier passage, se combine avec celui de Dean induit sur la paroi arrière et l'autre, tournant dans le sens opposé, se combine avec le vortex de Dean induit sur la paroi avant. Ceci donne deux vortex contra-rotatifs sensiblement symétriques comme le montre la figure 5.11-b(s<sub>5</sub>).

Dans le cas en rotation, l'écoulement dans le coude est plus complexe que dans le premier passage à cause de l'effet de courbure. Dans ce cas, la force de Coriolis est exprimée par  $F^{Cor} = 2\rho[\Omega v_i - \Omega u_j]$ . La force de Coriolis, due à la composante de vitesse  $v$ , agit vers le côté concave car  $v$  est positive dans la section transversale du milieu du

coude dans le cas 3 et le cas 4 et celle due à la composante  $u$  pointe vers la paroi avant quand  $u$  est positive et vers la paroi arrière quand  $u$  est négative (figure 2.6). Dans le cas 3, l'air frais, près des parois de haute pression (Pnv et Plv), est poussé vers le côté concave et la paroi arrière (Pnr) à cause de l'effet combiné de la flottabilité assistante et la force de Coriolis due à la composante  $v$ . Il en résulte le développement de deux vortex de Dean, l'un sur la paroi avant et l'autre sur la paroi arrière. L'air chaud, près des parois de basse pression (Pnr et Plr), est transporté vers le côté convexe du coude à cause de l'effet opposant de la flottabilité centrifuge. Lequel engendre un vortex qui se combine avec le vortex de Dean induit sur la paroi arrière. Ceci donne lieu à une structure de deux vortex contra-rotatifs de taille différente montrée au milieu du coude par la figure 5.12-a( $s_5$ ). Dans la deuxième partie du premier coude, l'air frais convecté vers le côté concave sous l'effet assistant de la flottabilité centrifuge, produit un vortex tournant dans le sens des aiguilles d'une montre tandis que l'air chaud, convecté vers le côté convexe sous l'effet opposant de la flottabilité centrifuge, induit un vortex circulant dans le sens contraire. Il en résulte une structure de deux vortex contra-rotatifs à la sortie du coude (figure 5.9-a( $s_6$ )). Dans le cas 4, contrairement au cas 3, l'écoulement est dévié vers le côté convexe du coude à cause de l'orientation des nervures de  $+45^\circ$ . Le vortex formé dans le premier passage à proximité du côté de haute pression (HP) subsiste en s'atténuant tandis que celui du côté de basse pression (BP) se combine avec le vortex de Dean induit sur la paroi arrière pour donner un grand vortex qui empêche le développement du vortex de Dean induit sur la paroi avant (figure 5.12-b( $s_5$ )).

Dans le cas 5, le phénomène produit est similaire à celui du cas 3, mais est caractérisé par un vortex additionnel, induit près du côté convexe du coude, qui est renforcé par le grand vortex issu du premier passage. Ceci donne lieu à une structure de deux vortex contra-rotatifs (figure 5.13-a( $s_5$ )). Dans le cas 6, presque la même structure du cas 4 est observée mais avec un vortex additionnel, tournant dans le sens opposé, produit sur le côté convexe (figure 5.13-b( $s_5$ )). La comparaison des contours de température, au milieu du coude, des six cas étudiés met en évidence l'influence considérable de la rotation sur la distribution de température. L'air frais occupe la région centrale dans les cas statiques (cas 1 et cas 2) et la région au voisinage des parois concave et arrière dans les cas en rotation (cas 3 et cas 4). Le gradient de température est moins important dans le cas 4 que dans le cas 3 mais relativement le même dans les cas 5 et 6 correspondant au taux de rotation supérieur.

### 5.2.3 Second passage à écoulement principal centripète

Dans le cas 1, les deux vortex contra-rotatifs observés au milieu du coude subsistent dans le second passage et s'atténuent au cours de leur déplacement, alors que le vortex additionnel tournant dans le sens horaire se combine avec les vortex induits par les nervures de la paroi avant et l'autre avec les vortex induits par les nervures de la paroi arrière. Ces combinaisons donnent lieu à une structure deux vortex contra-rotatifs où le vortex près de la paroi nervurée arrière est relativement grand (figure 5.8-a(s<sub>7</sub>)). Ces vortex évoluent de telle sorte qu'à la sortie du passage deviennent sensiblement symétriques comme le montre la figure 5.8-a(s<sub>8</sub>) et 5.8-a(s<sub>9</sub>). Dans le cas 2, la structure des deux vortex contra-rotatifs établie au milieu du coude demeure dans le second passage en étant renforcée par les vortex induits par les nervures. Cependant, contrairement au cas 1, le vortex additionnel, circulant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre développé sur le côté concave de la deuxième partie du coude, demeure tandis que le vortex additionnel développé près du côté convexe s'atténue (figure 5.8-b(s<sub>6</sub>)). Les vortex tournant dans le sens des aiguilles d'une montre renforcent ceux induits par les nervures de la paroi avant et les vortex circulant dans le sens opposé se combinent avec les vortex induits par les nervures de la paroi arrière pour donner deux vortex contra-rotatifs dont le vortex à proximité de la paroi nervurée avant est plus grand que celui du côté de la paroi nervurée arrière (figure 5.8-b(s<sub>7</sub>)). Cette structure reste presque inchangée jusqu'à la sortie du passage comme montré sur la figure 5.8-b(s<sub>8</sub>) et 5.8-b(s<sub>9</sub>).

Dans le cas en rotation, l'écoulement principal dans le second passage étant centripète, la force de Coriolis est pointée vers les parois Pnr et Plv (figure 5.2-b) et la force de flottabilité centrifuge assistante s'aligne avec la direction de l'écoulement principal centripète. Dans le cas 3, les deux vortex qui prennent naissance dans la deuxième partie du premier coude, illustré sur la figure 5.9-a(s<sub>6</sub>), persistent dans le second passage où celui tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre se combine avec les vortex induits par les nervures de la paroi arrière (HP), et celui tournant dans le sens opposé est renforcé par les vortex induits par les nervures de la paroi avant (BP). Ceci donne lieu à une structure de deux vortex contra-rotatifs (figure 5.9-a(s<sub>7</sub>) et 5.9-a(s<sub>8</sub>)). A la sortie du passage, les deux vortex deviennent quasiment symétriques (figure 5.9-a(s<sub>9</sub>)). Dans le cas 4, la structure de l'écoulement devient similaire à celle observée dans le cas 3 après six diamètres hydrauliques. Le vortex induit par les nervures de la paroi arrière (BP) du premier passage et le vortex naissant dans la seconde partie du coude persistent

dans le second passage comme le montre la figure 5.9-b(s<sub>6</sub>). Le vortex circulant dans le sens des aiguilles d'une montre renforce les vortex induits par les nervures de la paroi avant (BP) et celui circulant dans le sens contraire renforce ceux induits par les nervures de la paroi arrière (HP). Il en résulte une structure de quatre vortex (figure 5.9-b(s<sub>7</sub>)). Quand les deux vortex issu du coude sont atténués, cette structure devient deux vortex contra-rotatifs presque symétriques (figure 5.9-b(s<sub>8</sub>) et 5.9-b(s<sub>9</sub>)).

Dans le cas 5, le large vortex tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, issu du coude (figure 5.10-a(s<sub>6</sub>) et 5.10-a(s<sub>7</sub>)), subsiste en s'atténuant dans le second passage, tandis que le petit vortex se combine avec les vortex induits par les nervures de la paroi arrière (HP) pour donner un large vortex. Lequel constitue avec les vortex induits par les nervures de la paroi avant (BP) deux vortex contra-rotatifs (figure 5.10-a(s<sub>8</sub>)). Quand l'écoulement se redéveloppe, la force de Coriolis dévie l'air frais vers les parois de haute pression (P<sub>nr</sub> et P<sub>lv</sub>) et intensifie ainsi le vortex du côté de ces parois par rapport au cas statique (cas 1) et tournant (cas 3) comme le montre la figure 5.10-a(s<sub>9</sub>). Dans le cas 6, contrairement au cas 5, le petit vortex, de la structure issue du coude (figure 5.10-b(s<sub>6</sub>)), s'atténue dans le second passage et le grand subsiste et interagit avec les vortex induits par les nervures de la paroi avant pour donner un grand vortex (figure 5.10-b(s<sub>7</sub>)). Lequel constitue, avec les vortex induits par les nervures de la paroi arrière (HP), deux vortex contra-rotatifs de taille différente (figure 5.10-b(s<sub>8</sub>) et 5.10-b(s<sub>9</sub>)) dont le plus grand est situé près des parois basse pression contrairement au cas 5.

#### 5.2.4 Second coude

Dans le cas 1, les deux vortex contra-rotatifs établis dans le second passage persistent dans le second coude et empêchent le développement du double vortex de Dean comme illustré sur la figure 5.11-a(s<sub>10</sub>). Deux vortex additionnels sont induits sur le côté convexe de la deuxième partie du coude à cause de la génération de vorticité : l'un circule dans le sens des aiguilles d'une montre à proximité de la paroi avant et l'autre dans le sens opposé à proximité de la paroi nervurée arrière. Dans le cas 2, le vortex, issu du second passage, circulant dans le sens des aiguilles d'une montre, s'att ne dans le second coude et le vortex tournant dans le sens contraire se combine avec celui de Dean induit sur la paroi arrière en donnant un large vortex. Ce dernier empêche le développement de l'autre vortex de Dean induit sur la paroi avant (figure 5.11-b(s<sub>10</sub>)).

Dans le cas en rotation, contrairement au premier coude, la force centrifuge agit vers la paroi convexe et réduit par conséquent l'impact de l'écoulement sur la paroi concave du coude. Les structures bi-vortex établies à la sortie du second passage du cas 3 et cas 4, étant quasi-identiques, interagissent quasiment de la même manière avec les vortex de Dean du second coude. Le vortex, du côté de la paroi nervurée arrière du second passage, renforce celui de Dean induit sur la paroi avant pour constituer un large vortex. Ce dernier plaque l'autre vortex issu du second passage contre le côté convexe et empêche le développement du vortex de Dean induit sur la paroi arrière. Ces interactions conduisent aux structures qualitativement semblables données par les illustrations  $a(s_{10})$  et  $b(s_{10})$  de la figure 5.12. Les contours de température correspondants, globalement les mêmes, indiquent que les parois avant, arrière et concave sont plus chaudes.

Au taux de rotation supérieur (cas 5 et cas 6), les deux-vortex établis à la sortie du second passage subsistent, dans le second coude, en interagissant avec le double vortex de Dean. Dans le cas 5, le vortex, du côté de la paroi nervurée arrière, se combine avec le vortex de Dean induit sur la paroi avant constituant ainsi un grand vortex. Ce dernier empêche le développement du vortex de Dean induit sur la paroi arrière et plaque l'autre vortex, issu du second passage, contre le côté convexe. Ceci donne lieu à une structure de deux vortex contra-rotatifs dont le plus grand est situé près du côté concave comme le montre la figure 5.13- $a(s_{10})$ . Dans le cas 6, les deux vortex issus du second passage subsistent en empêchant le développement du vortex de Dean induit sur la paroi avant et en supprimant l'autre vortex de Dean induit sur la paroi arrière (figure 5.13- $b(s_{10})$ ). Dans ces deux cas, contrairement aux cas statiques, le vortex de Dean induit sur la paroi arrière est éliminé.

### 5.2.5 Troisième passage à écoulement principale centrifuge

Dans le cas statique (cas 1), la structure tourbillonnaire établie dans le second coude persiste sur environ quatre diamètres hydrauliques dans le troisième passage sans affecter sensiblement les vortex induits par les nervures (figure 5.14- $a(s_{11})$ ). Le vortex additionnel, induit du côté de la paroi avant du second coude, se combine avec les vortex induits par les nervures de la paroi avant. L'autre vortex additionnel et celui de Dean se combinent avec les vortex induits par les nervures de la paroi arrière. Ces interactions engendrent une structure de deux vortex contra-rotatifs de taille différente comme le montre la figure 5.14- $a(s_{12})$  et 5.14- $a(s_{13})$ . A la sortie de ce passage, ces vortex deviennent sensiblement symétriques (figure 5.14- $a(s_{14})$ ). Dans le cas statique (cas 2), l'écoulement est dévié vers le côté convexe de la deuxième partie du second coude en

permettant la formation d'un vortex circulant dans le sens des aiguilles d'une montre sur la paroi avant près de la paroi concave. L'interaction de ce dernier avec le grand vortex, formé au milieu de ce coude, donne globalement une structure de deux vortex de taille différente (5.14-b(s<sub>11</sub>)); le plus grand renforce les vortex induits par les nervures de la paroi arrière du troisième passage et l'autre ceux induits par les nervures de la paroi avant en donnant une structure de deux vortex contra-rotatifs dont le plus grand est près de la paroi nervurée avant (figure 5.14-b(s<sub>12</sub>)). Lesquels évoluent pour devenir sensiblement symétriques à la sortie de ce passage (figure 5.14-b(s<sub>13</sub>) et 5.14-b(s<sub>14</sub>)).

Dans le cas en rotation (cas 3 et cas 4), aucune étude sur la structure de l'écoulement dans de tel passage n'est disponible dans la littérature. Dans ces deux cas, dans la deuxième partie du second coude, l'écoulement est dévié vers la paroi arrière et la paroi convexe en raison des effets combinés de la force centrifuge et la force de Coriolis (composante  $v$ ), par conséquent un nouveau vortex est induit sur la paroi avant à proximité de la paroi concave. Celui ci interagit avec le vortex de Dean induit sur la paroi avant pour donner un grand vortex circulant dans le sens des aiguilles d'une montre comme montré sur la figure 5.15-a(s<sub>11</sub>) et 5.15-b(s<sub>11</sub>) respectivement à l'entrée du troisième passage du cas 3 et cas 4. Dans le cas 3, le petit vortex observé sur la figure 5.15-a(s<sub>11</sub>) s'atténue rapidement et le grand vortex persiste en renforçant seulement les vortex induits par les trois premières nervures de la paroi avant (HP) et en déviant vers la paroi lisse avant (HP) sous l'effet de Coriolis. Sa déviation permet le développement des cellules de Coriolis induites à proximité de la paroi lisse arrière (BP). Puis il se combine avec les cellules de flottabilité induites dans les régions inter-nervures de la paroi arrière (BP) en empêchant ainsi le développement des vortex induits par les nervures à  $-45^\circ$  de cette paroi. Il en résulte deux vortex contra-rotatifs, le plus grand occupe la quasi-totalité de la section droite du passage comme le montre la figure 5.15-a(s<sub>12</sub>). Au-delà de la première moitié de ce passage, le vortex issu du second coude est atténué et les cellules de Coriolis détruisent le reste des vortex induits par les nervures orientées de  $-45^\circ$  de la paroi avant. Il en résulte une structure de deux vortex contra-rotatifs situés de part et d'autre de la diagonale verticale comme le montrent les illustrations (s<sub>13</sub>) et (s<sub>14</sub>) de la figure 5.15-a. La composante radiale  $u$ , calculée le long de la ligne médiane de la partie nervurée de la paroi arrière (BP) et la paroi avant (HP) et à 1,1e d'elles, varie respectivement de  $0.3U_m$  à  $1.2U_m$  et de  $1.1U_m$  à  $1.52U_m$ . L'interaction complexe entre les différents écoulements secondaires observée dans le troisième pas-

sage réduit considérablement le transfert thermique convectif sur les deux parois nervurées notamment sur la paroi de basse pression, par conséquent, des zones chaudes sont créées comme le montrent les contours de température de la figure 5.15-a. Dans le cas 4, en raison de l'orientation des nervures de  $+45^\circ$ , l'interaction constructive entre le vortex issu du second coude et ceux induits par les nervures de la paroi arrière (BP) d'une part et les vortex induits par les nervures de la paroi avant (HP) d'autre part engendrent deux vortex contra-rotatifs de différente taille comme le montrent les figures 5.15-b(s<sub>12</sub>) et 5.15-b(s<sub>13</sub>). Quand le vortex issu du second coude est atténué, ces deux vortex deviennent sensiblement symétriques (figure 5.15-b(s<sub>14</sub>)). Cette interaction constructive réduit les zones chaudes relativement à ceux observées dans le cas 3 comme le montrent les contours de température de la figure 5.15-b. Quant à la composante radiale  $u$ , calculée le long de la même ligne que dans le cas 3, elle varie de  $1.2U_m$  à  $1.75U_m$  du côté de la paroi arrière (BP) et de  $0.5 U_m$  à  $1.52U_m$  du côté de la paroi nervurée avant (HP).

On note que les vitesses élevées enregistrées dans le premier et troisième passage de cas 3 sont obtenues à 1.1e des parois HP et BP, mais à 0.1e de la paroi nervurée avant (HP) de ces passages dans le cas 3, le champ de vitesse en terme  $(u^2 + w^2)^{0.5}/U_m$  est caractérisé par des zones des recirculations à faibles vitesses comme le montre la figure 21-a. La même remarque est rapportée pour la paroi nervurée arrière (BP) avec des vitesses très faibles. Par contre, dans le cas 4, le champ de vitesse en proche paroi est caractérisé par l'effet des vortex induits par les nervures inclinées de  $+45^\circ$  (figure 21-b).

Pour le taux de rotation supérieur, dans le cas 5, la structure de l'écoulement est similaire à celle du cas 3 mais la taille et l'intensité de ses vortex contra-rotatifs s'affaiblissent considérablement à la sortie du passage comme le montre l'évolution de l'écoulement secondaire illustrée sur la figure 5.16-a(s<sub>11</sub>), 5.16-a(s<sub>12</sub>), 5.16-a(s<sub>13</sub>) et 5.16-a(s<sub>14</sub>). Dans le cas 6, le vortex, issu du côté de la paroi arrière du second passage, subsiste dans le troisième passage en interagissant avec un vortex induit près du côté concave de la deuxième partie du second coude et circulant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre comme illustré sur la figure 5.16-b(s<sub>11</sub>). Le vortex circulant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre se combinent avec les vortex induit par nervures inclinées de  $+45^\circ$  de la paroi avant (HP), et le vortex circulant dans le sens opposé renforce les vortex induits par nervures inclinées de  $+45^\circ$  de la paroi arrière (BP). Il en résulte une structure de deux vortex contra-rotatifs dont le plus grand vortex est situé



du côté haute pression (figure 5.16-b(s<sub>12</sub>)). Au cours du redéveloppement de l'écoulement dans ce passage, les deux vortex deviennent presque symétrique comme montré sur la figure 5.16-b(s<sub>13</sub>) et 5.16-b(s<sub>14</sub>). Les champs de vitesse en proche-paroi représentés sur les figures 5.20 et 5.21 indiquent que les caractéristiques de l'écoulement dans le premier et le troisième passage dans le cas 3 et le cas 5 sont très différentes de celles établies dans le cas statique (cas 1), en outre l'amplitude de vitesse est réduite dans le troisième passage par rapport au cas statique (cas 1). Par contre, dans le cas 4 et le cas 6, elles sont, dans les trois passages, qualitativement similaires et également qualitativement similaires à celles observées dans le cas statique (cas 2).

### 5.2.6 Troisième coude

Dans le cas 1, le vortex, issu du troisième passage et tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, s'atténue dans le troisième coude tandis que le vortex tournant en sens opposé se combine avec le vortex de Dean induit sur la paroi avant pour donner un large vortex. Celui ci empêche le développement de l'autre vortex de Dean induit sur la paroi arrière (figure 5.11-a(s<sub>15</sub>)). Dans le cas 2, la structure des deux vortex issue du troisième passage persiste dans la première partie de ce coude en dominant l'écoulement et les vortex de Dean sont supprimés comme le montre la figure 5.11-b(s<sub>15</sub>). Dans la deuxième partie, deux vortex apparaissent: l'un, circulant dans le sens des aiguilles d'une montre, se développe à proximité des parois avant et concave et l'autre, de sens opposé, du côté de la paroi convexe. Lesquels se combinent avec les vortex issus du troisième passage pour donner une structure de deux vortex contra-rotatifs à l'entrée du quatrième passage.

Dans le cas en rotation et dans le cas 3, la structure établie dans le milieu du coude montré sur la figure 5.12-a(s<sub>15</sub>) semble similaire à celle dans le cas statique (cas 1) mais avec les sens de circulation des vortex opposés et les causes de leur formation différentes. Le grand vortex, dont le centre est près de la paroi convexe, est induit par l'effet opposant de la flottabilité centrifuge, tandis que l'air frais est convecté vers la paroi concave par l'effet assistant formant ainsi un petit vortex. Dans la deuxième partie de coude, se développent trois vortex, l'un près de la paroi convexe et les deux autres près des parois avant et arrière, mis en évidence dans la section droite à l'entrée du quatrième passage. Dans le cas 4, contrairement au cas 3, les vortex induits par les nervures dans le troisième passage subsistent dans le troisième coude en renforçant les vortex de Dean. Il en résulte, au milieu du coude, une structure de quatre vortex : deux, près de la

paroi avant, tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et les deux autres, à proximité de la paroi arrière, tournant dans le sens opposé (figure 5.12-b(s<sub>15</sub>)).

Dans le cas 5, la structure dans le troisième coude est très différente de celle dans le second coude mais elle est similaire à celle dans le premier coude avec une différence qui réside dans le développement d'un troisième vortex près de la paroi convexe et l'augmentation sensible de la température moyenne de l'air comme montré sur la figure 5.13-a(s<sub>15</sub>). Dans le cas 6, la structure dans le troisième coude est semblable à celle dans le premier mais elle est caractérisée par une température plus élevée et uniforme comme le montre le contour de température représenté sur la figure 5.13-b(s<sub>15</sub>). Les vortex issus du troisième passage et un vortex de Dean renforcent les deux vortex induits près du côté concave et convexe de la deuxième partie du coude pour donner un large vortex à la sortie.

### 5.2.7 Quatrième passage à écoulement principal centripète

Dans le cas 1, la structure établie au milieu du troisième coude persiste dans le quatrième passage où le vortex issu du troisième passage s'affaiblit (figure 5.17-a(s<sub>16</sub>)). En effet, l'écoulement, dominé par le vortex de Dean, s'intensifie le long de ce passage lisse et adiabatique comme le montre la figure 5.17-a(s<sub>17</sub>) et 5.17-a(s<sub>18</sub>). Dans le cas 2, dans la deuxième partie du troisième coude, deux vortex prennent naissance. L'un se développe sur la paroi avant à proximité du côté concave circulant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et l'autre vortex sur le côté convexe circulant dans le sens des aiguilles d'une montre. Ces vortex se combinent avec les vortex issus du troisième passage pour donner une structure de deux vortex contra-rotatifs montrée sur la figure 5.17-b(s<sub>16</sub>). Dans le quatrième passage du cas 2, la structure issue du troisième coude persiste avec un affaiblissement du vortex circulant dans le sens des aiguilles d'une montre permettant ainsi le développement des vortex de second type de Prandtl comme le montre la figure 5.17-b(s<sub>17</sub>) et 5.17-b(s<sub>18</sub>).

Dans le cas tournant, à la sortie du troisième coude dans le cas 3, trois vortex issus du coude sont observés. L'un se développe près du côté convexe de la deuxième partie du troisième coude et les deux autres sont induits près de la paroi avant et la paroi arrière, (figure 5.18-a(s<sub>16</sub>)). Dans le cas 3, la structure de trois vortex issue du coude évolue dans le quatrième passage, Le vortex du côté basse pression est rapidement affaibli permettant ainsi le développement d'une cellule de Coriolis alors que les deux autres renforcent l'autre cellule de Coriolis tournant dans le même sens. Il en résulte une struc-

ture de deux vortex contra rotatifs (figure 5.18-a ( $s_{17}$ )). Dans le cas 4, contrairement au cas 3, les vortex induits par les nervures du troisième passage persistent dans le quatrième passage (figure 5.18-b( $s_{16}$ )) où chacun interagit constructivement avec la cellule de Coriolis ayant le même sens de rotation pour donner une structure de deux vortex contra rotatifs (figure 5.18-b( $s_{17}$ )). Dans ces deux cas, avant la sortie de ce passage, l'effet de la courbure est atténué et les deux cellules de Coriolis habituelles sont établies comme le montrent les figures 5.18-a( $s_{18}$ ) et 5.18-b( $s_{18}$ ). Dans le cas 5 (taux de rotation supérieur  $R_0 = 0.35$ ), le grand vortex issu troisième coude s'atténue dans le quatrième passage et les trois autres développés dans la deuxième partie du coude (figure 5.19-a( $s_{16}$ )) interagissent avec les cellules de Coriolis pour donner deux vortex contra-rotatifs de taille très différente comme le montre la figure 5.19-a( $s_{17}$ ). Dans le cas 6, de même taux de rotation, la structure du grand vortex issue du troisième coude (figure 5.19-b( $s_{16}$ )) subsiste dans le quatrième passage. Ce vortex renforce la cellule de Coriolis tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et constitue ainsi avec l'autre cellule de Coriolis une structure de deux vortex contra-rotatifs (figure 5.19-b( $s_{17}$ )). Dans les cas 5 et 6, comme dans les cas 3 et 4, juste avant la sortie du passage, l'effet de Coriolis est clairement mis en évidence par l'existence de deux cellules de Coriolis habituelles illustrées sur la figure 5.19-a( $s_{18}$ ) et 5.19-b( $s_{18}$ ). L'intensité de l'écoulement secondaire est élevée près des surfaces de basse pression comme l'illustrent les figures 5.18 et 5.19.

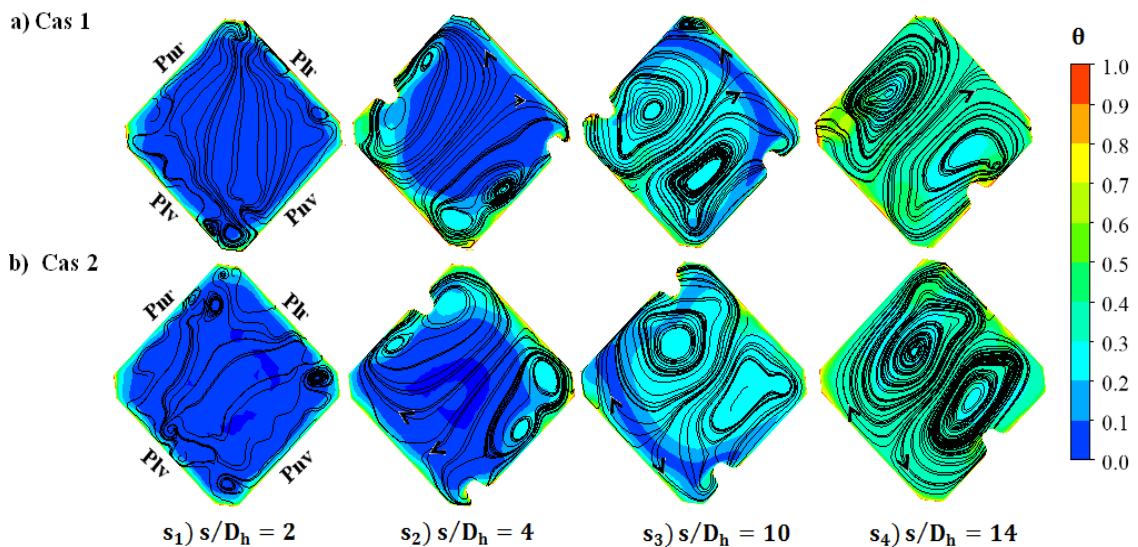


Figure 5.5 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1<sup>er</sup> passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2).

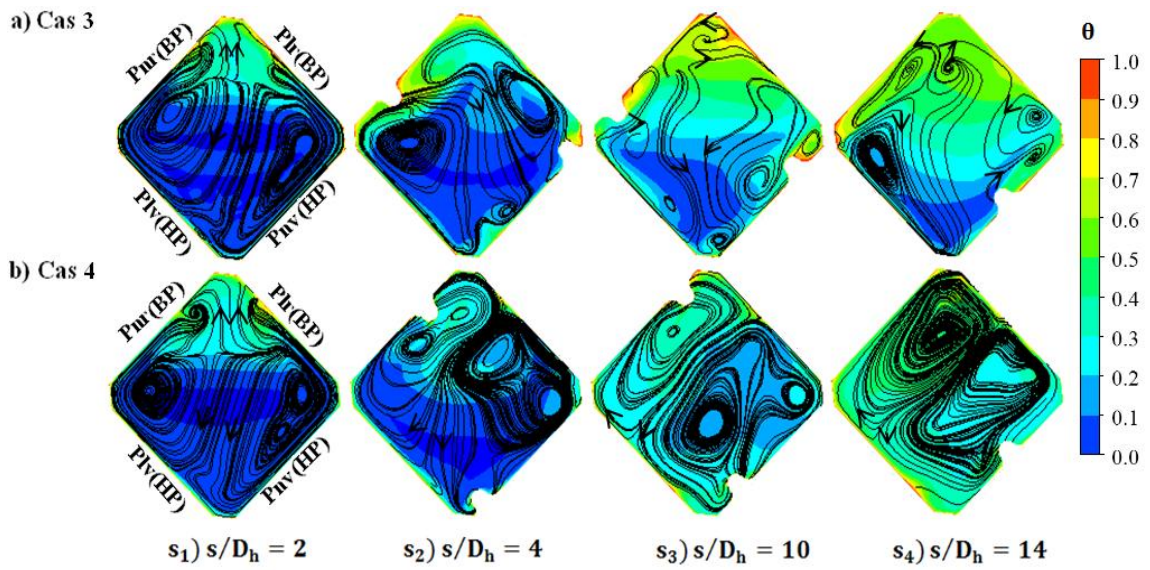


Figure 5.6 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1<sup>er</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4).

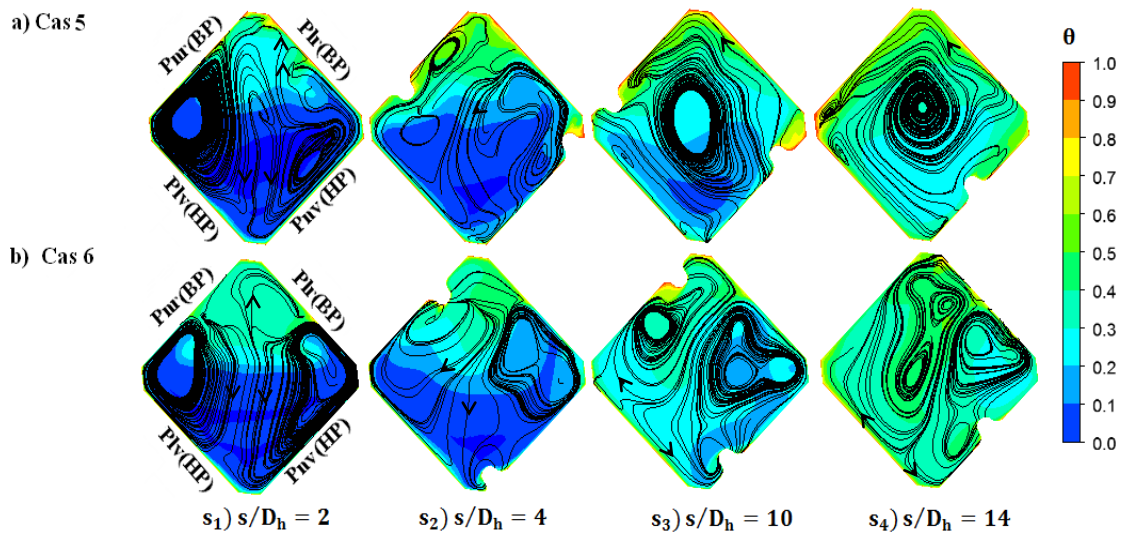


Figure 5.7 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1<sup>er</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6).

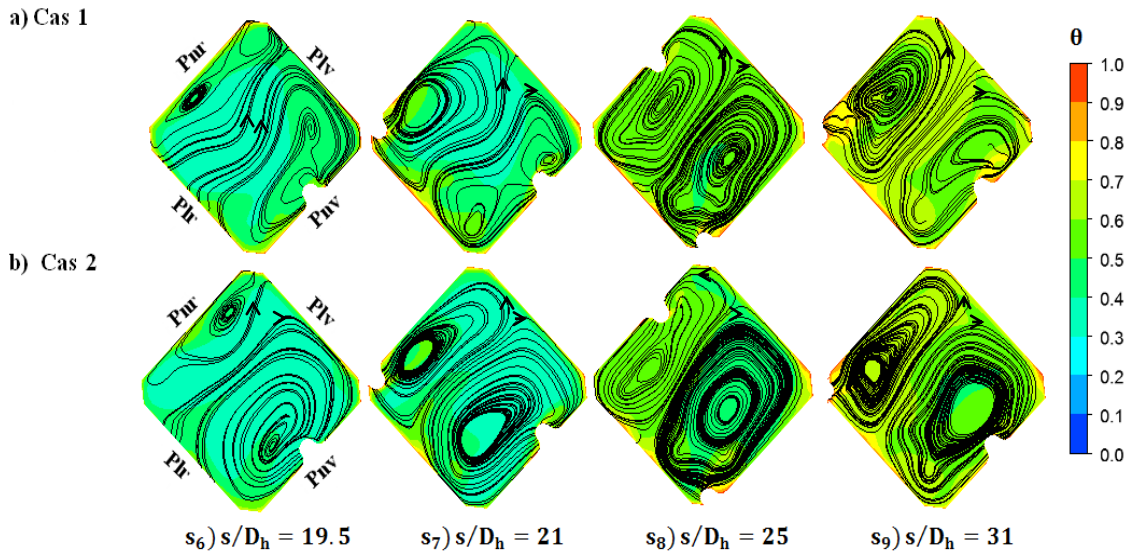


Figure 5.8 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2<sup>ème</sup> passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2).

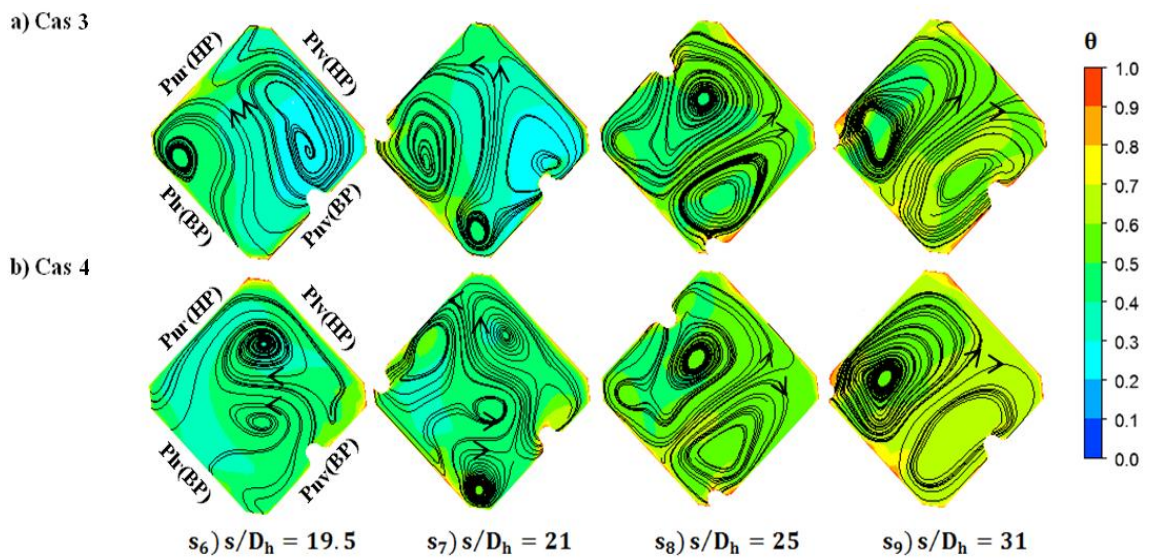


Figure 5.9 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2<sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4).

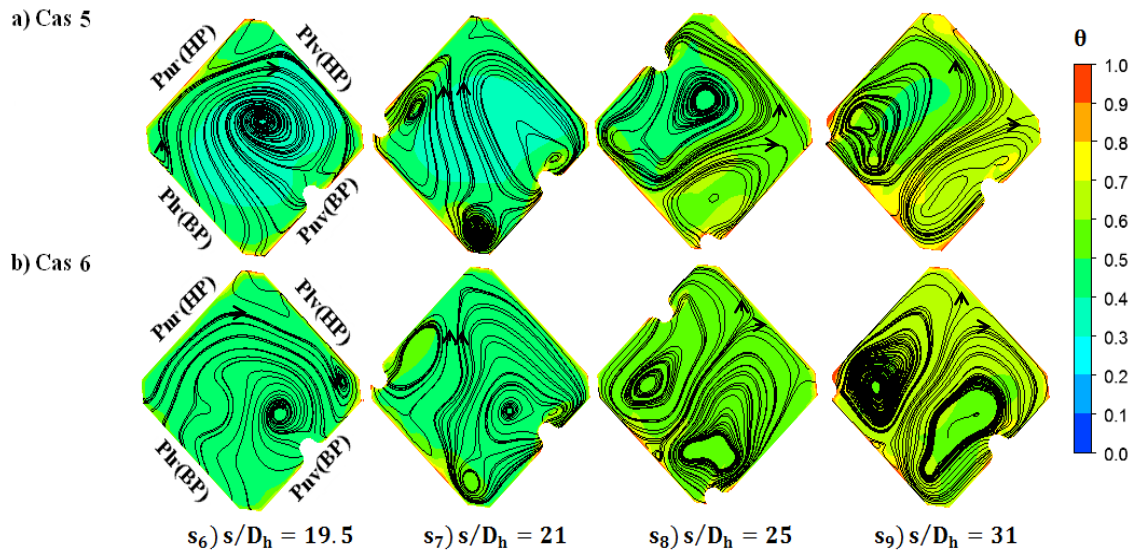


Figure 5.10 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2<sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6).

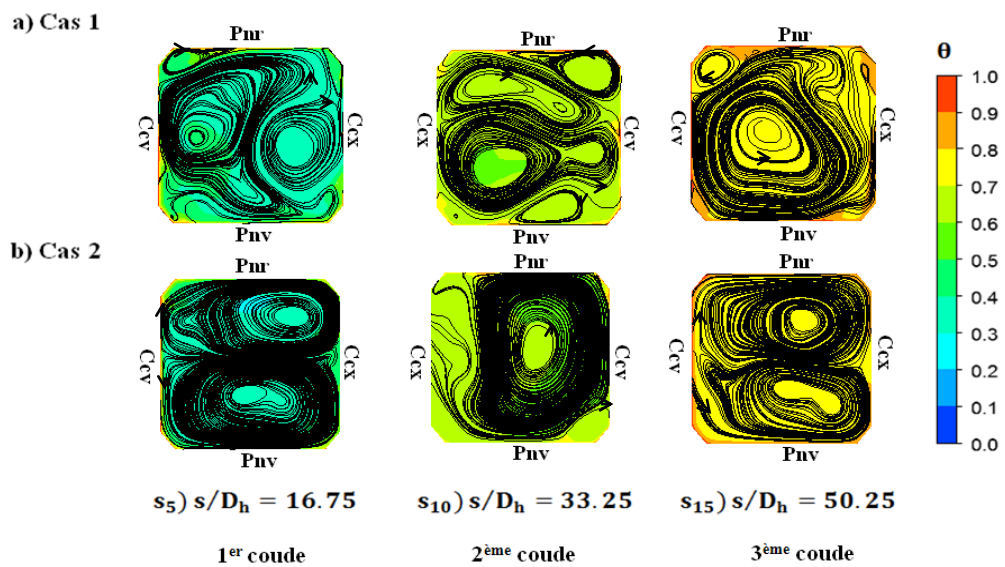


Figure 5.11 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1<sup>er</sup>, 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> coude dans le cas statique (cas 1 et cas 2).

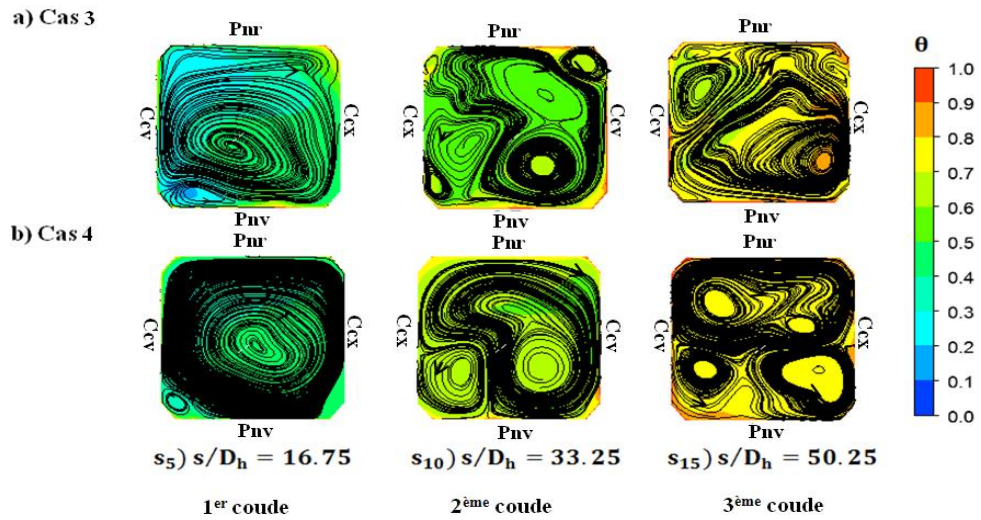


Figure 5.12 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1<sup>er</sup>, 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> coude pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4).

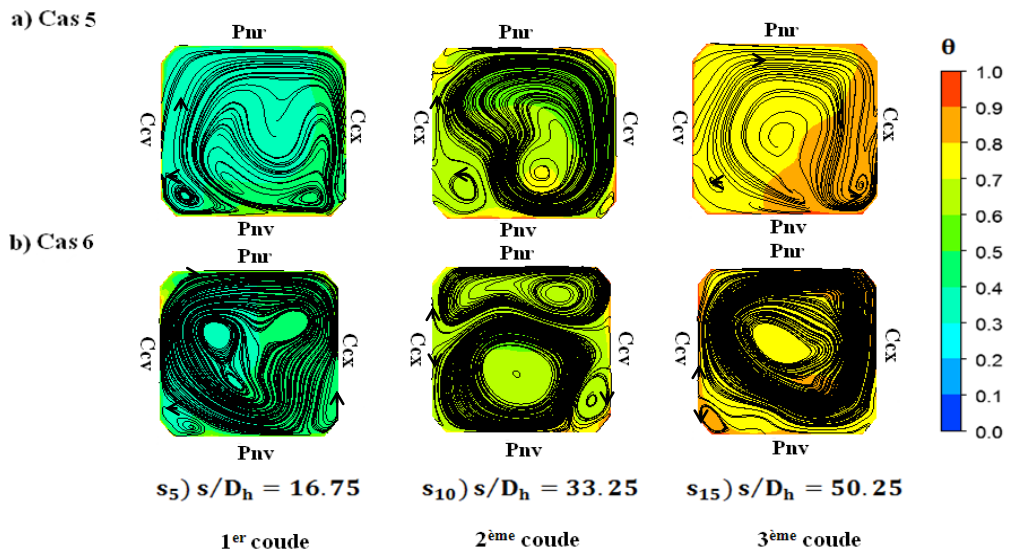


Figure 5.13 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1<sup>er</sup>, 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> coude pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6).

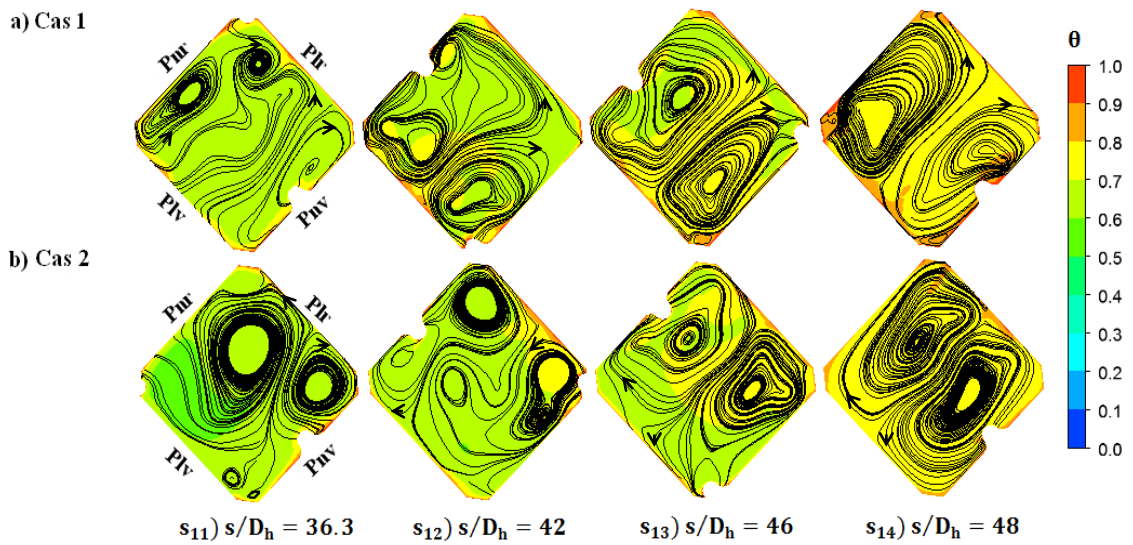


Figure 5.14 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 3<sup>ème</sup> passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2).

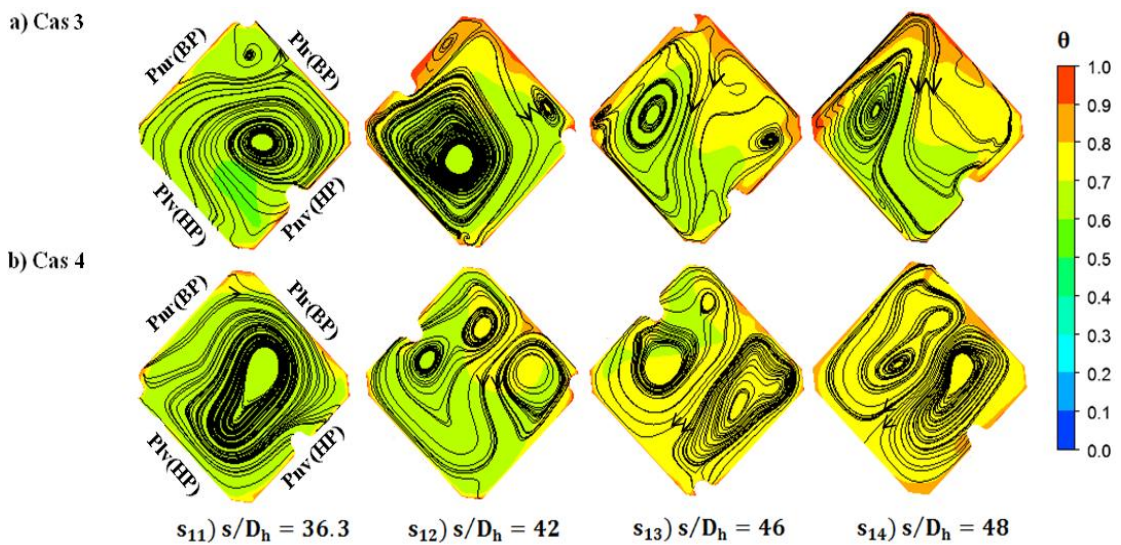


Figure 5.15 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 3<sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4).



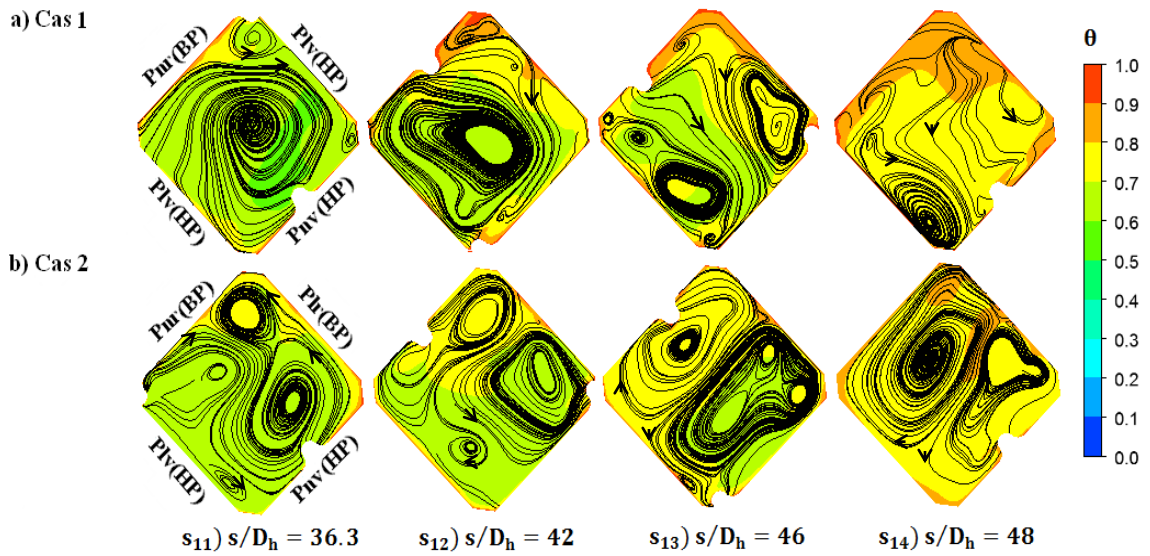


Figure 5.16 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 3<sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6).

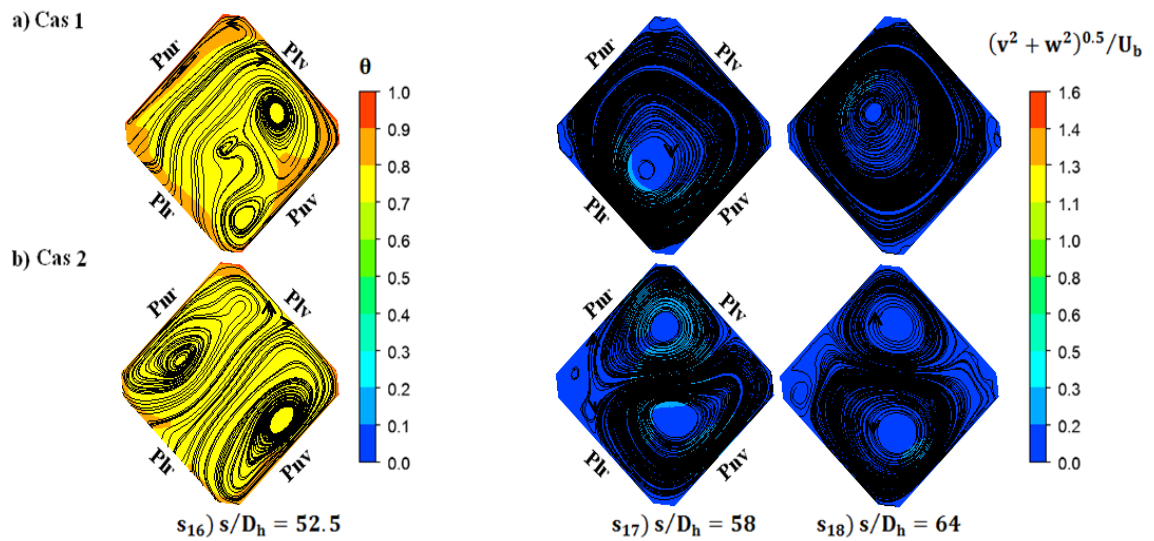


Figure 5.17 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 4<sup>ème</sup> passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2).

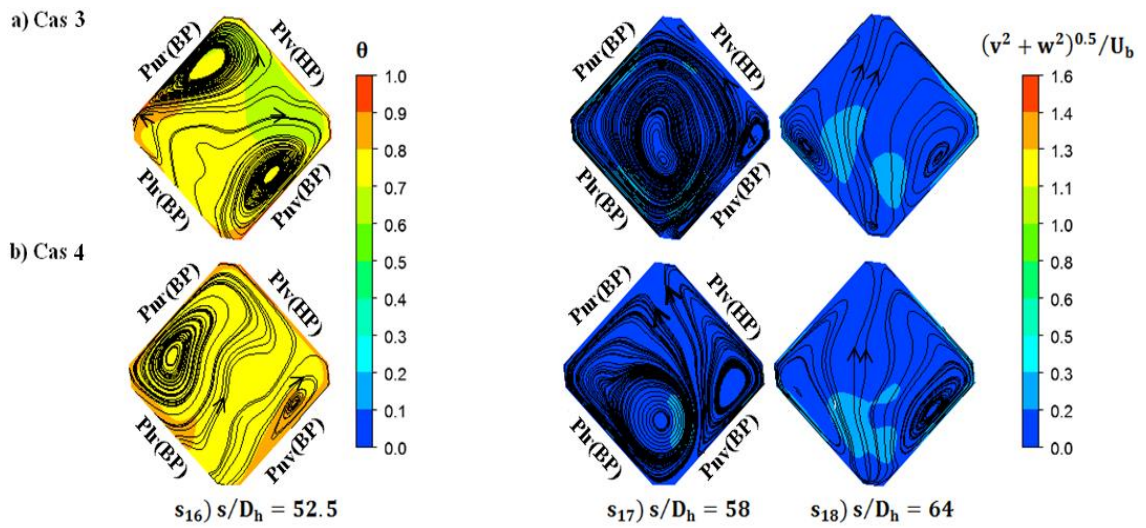


Figure 5.18 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 4<sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4).

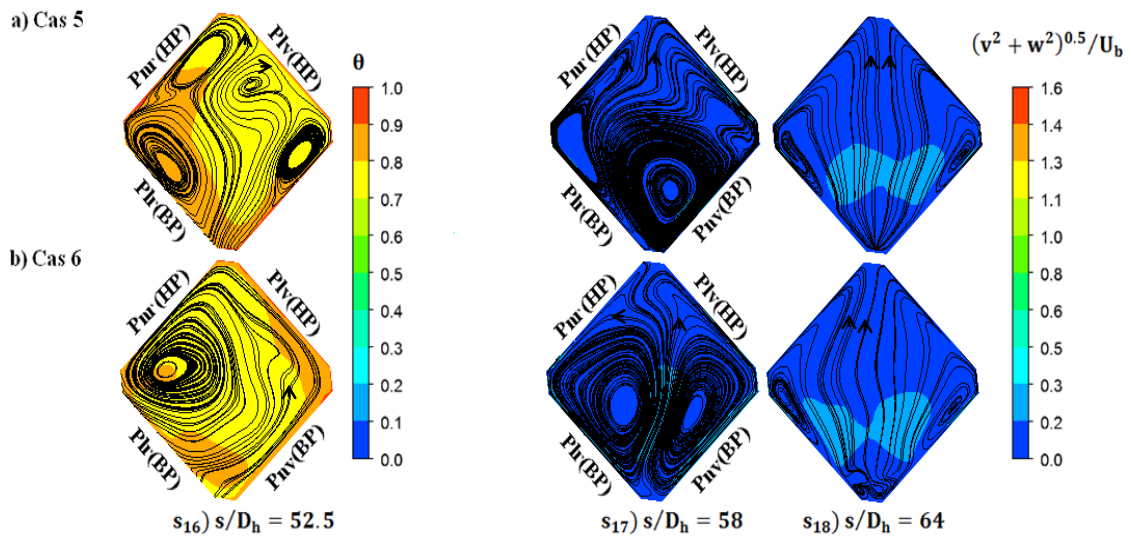


Figure 5.19 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 4<sup>ème</sup> passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 5 et cas 6).

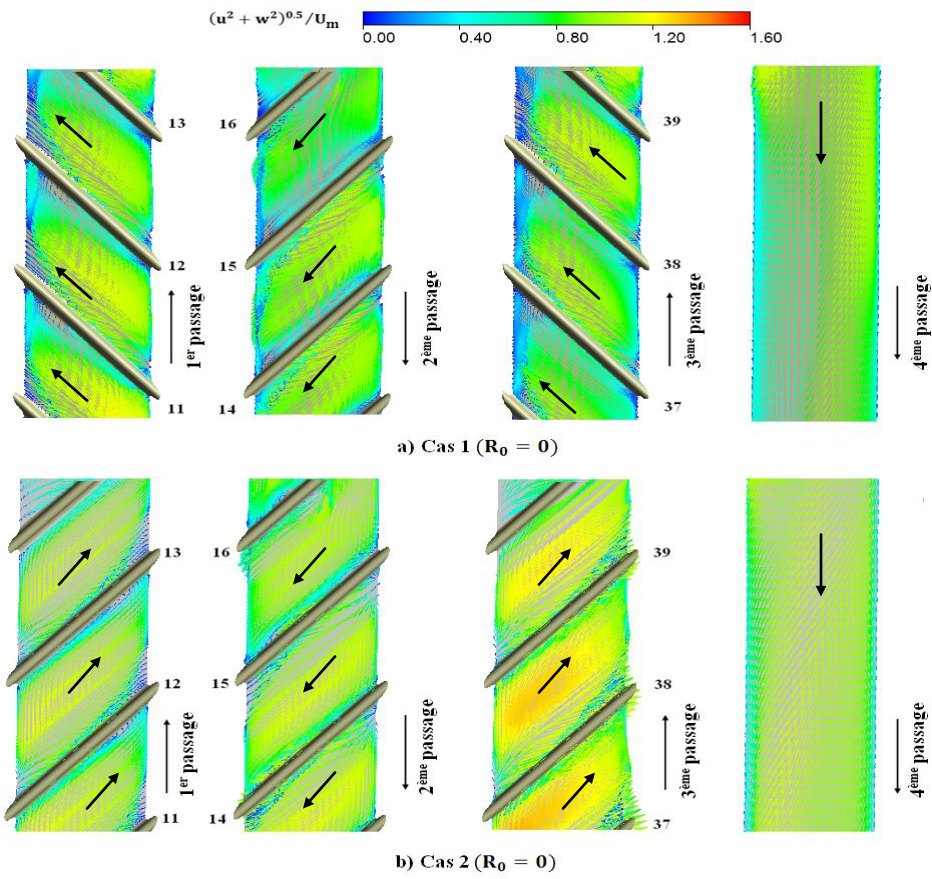


Figure 5.20 : Champs de vitesse en proche paroi à  $1/10$  de hauteur de nervure de la paroi avant dans le cas statique (cas 1 et cas 2).

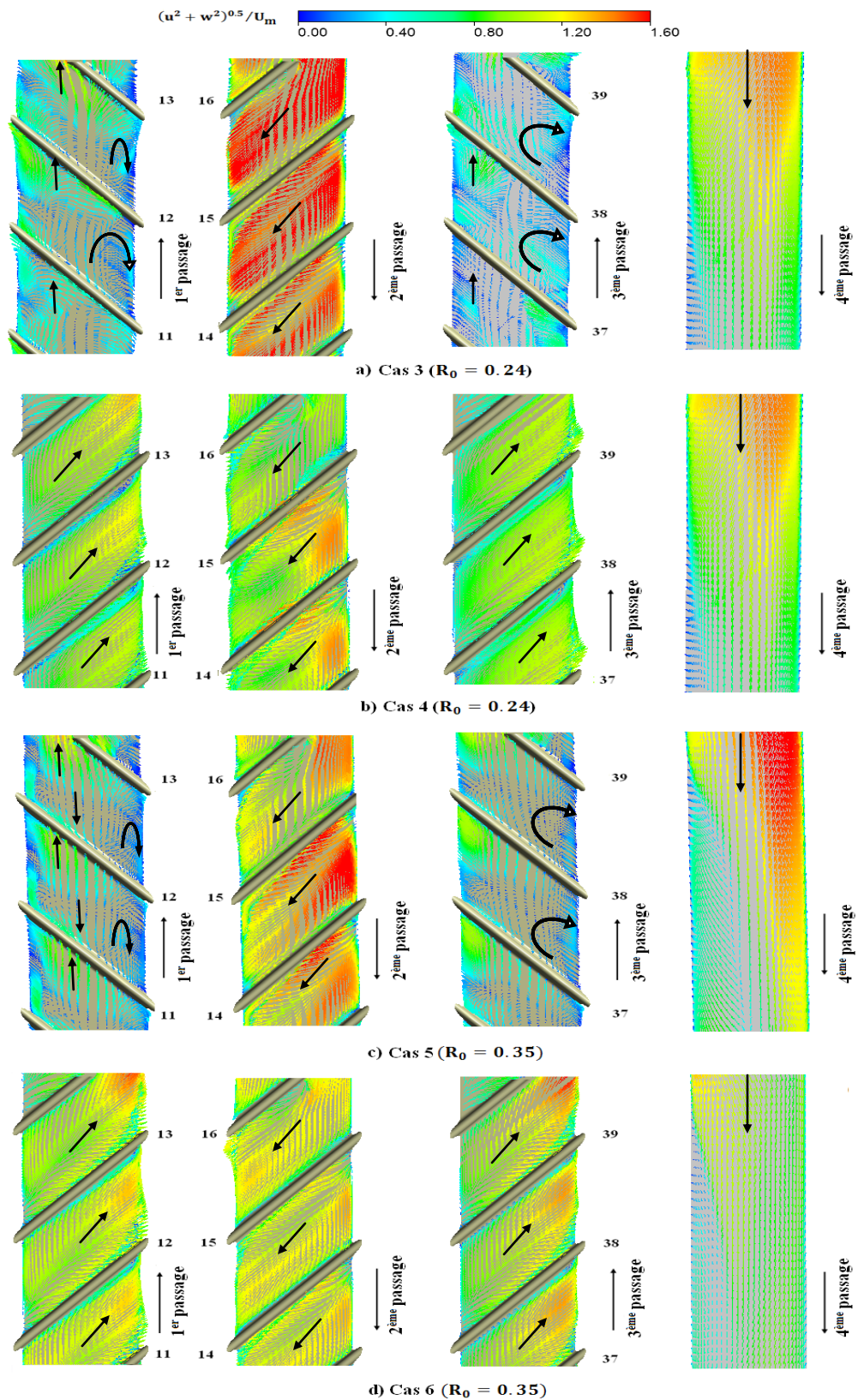


Figure 5.21 : Champs de vitesse en proche paroi à  $1/10$  de hauteur de nervure de la paroi avant dans le cas en rotation  $R_0 = 0.24$  (cas 3 et cas 4) et  $R_0 = 0.35$  (cas 5 et cas 6).

La figure 5.22 illustre les profils de la vitesse radiale adimensionnelle ( $u/U_m$ ) et de la température adimensionnelle ( $\theta$ ) le long de la diagonale verticale des stations  $s/D_h = 14$ ,  $s/D_h = 31$  et  $s/D_h = 48$  pour les cas étudiés.

Pour l'orientation des nervures de  $-45^\circ$  (cas 1, cas 3 et cas 5), les effets assistant et opposant de la force de flottabilité centrifuge, comparés au cas statique, sont bien mis en évidence dans le premier et troisième passage. La force de Coriolis dévie le cœur de l'écoulement principal centrifuge vers les parois de haute pression, il en résulte que l'air près de celles-ci devient froid et celui près des parois de basse pression devient chaud. En effet, la flottabilité centrifuge accélère l'air froid plus dense et assiste ainsi l'effet de Coriolis (effet assistant de la flottabilité) d'une part, et tend à déplacer l'air chaud, plus léger, vers l'axe de rotation en induisant une recirculation de l'écoulement et en s'opposant ainsi à l'effet de Coriolis (effet opposant de la flottabilité) d'autre part. Les profils de vitesse représentés sur la figure 5.22-a montrent que les deux régions caractérisées chacune par un maximum de vitesse radiale  $u$  dans le cas 1 (statique) deviennent, dans les cas en rotation (cas 3 et 5), une région de vitesse minimale négative près de la paroi de basse pression et une autre de vitesse maximale près de la paroi haute pression où l'accélération de l'écoulement augmente avec le nombre de rotation. Par contre, pour l'orientation des nervures de  $+45^\circ$  (cas 2, cas 4 et cas 6), l'effet assistant de la force de flottabilité centrifuge est observé dans le cas 4 mais il n'est pas bien clair dans le cas 6 alors que son effet opposant n'est pas manifesté dans les deux cas. Ceci s'explique par l'interaction constructive entre les cellules de Coriolis et les vortex induits par les nervures à  $+45^\circ$  qui réduit considérablement l'effet de la force de flottabilité centrifuge dans les cas 4 et 6 que ne le fait l'orientation des nervures de  $-45^\circ$  (cas 3 et cas 5) comme le montre la figure 5.22-d.

Dans le second passage ( $s/D_h = 31$ ), la comparaison entre le cas statique cas 1 et le cas tournants cas 3 montre l'absence des effets de la flottabilité centrifuge et un effet faible de la force de Coriolis comme illustré par la figure 5.22-b. Ces résultats sont en bon accord avec les observations de Johnson et al.<sup>82</sup>. Pour le cas 4, également les effets de la flottabilité sont absents mais l'effet de Coriolis intensifie relativement le vortex près des parois de haute pression (figure 5.22-e). Pour les taux de rotation supérieurs (cas 5 et cas 6), les effets de la force Coriolis et de la flottabilité centrifuge sont également absents dans le cas 6. En outre, l'amplitude de vitesse est réduite près des parois haute et basse pression et l'air frais est situé près de la paroi de basse pression ce qui ex-

plique l'absence de l'effet de Coriolis. Dans le cas 5, seulement l'effet de Coriolis est manifesté.

Dans le troisième passage, les profils de la composante radiale  $u$  et de la température adimensionnée  $\theta$  le long de la diagonale verticale  $s/D_h = 48$  des cas considérés sont tracés sur la figure 5.22-c et 5.22-f. La comparaison entre le cas statique et le cas tournant montre que les effets de la force de Coriolis et de la flottabilité centrifuge sont clairement mis en évidence dans le cas 3 et le cas 5, alors qu'ils ne le sont pas dans le cas 4 et le cas 6.

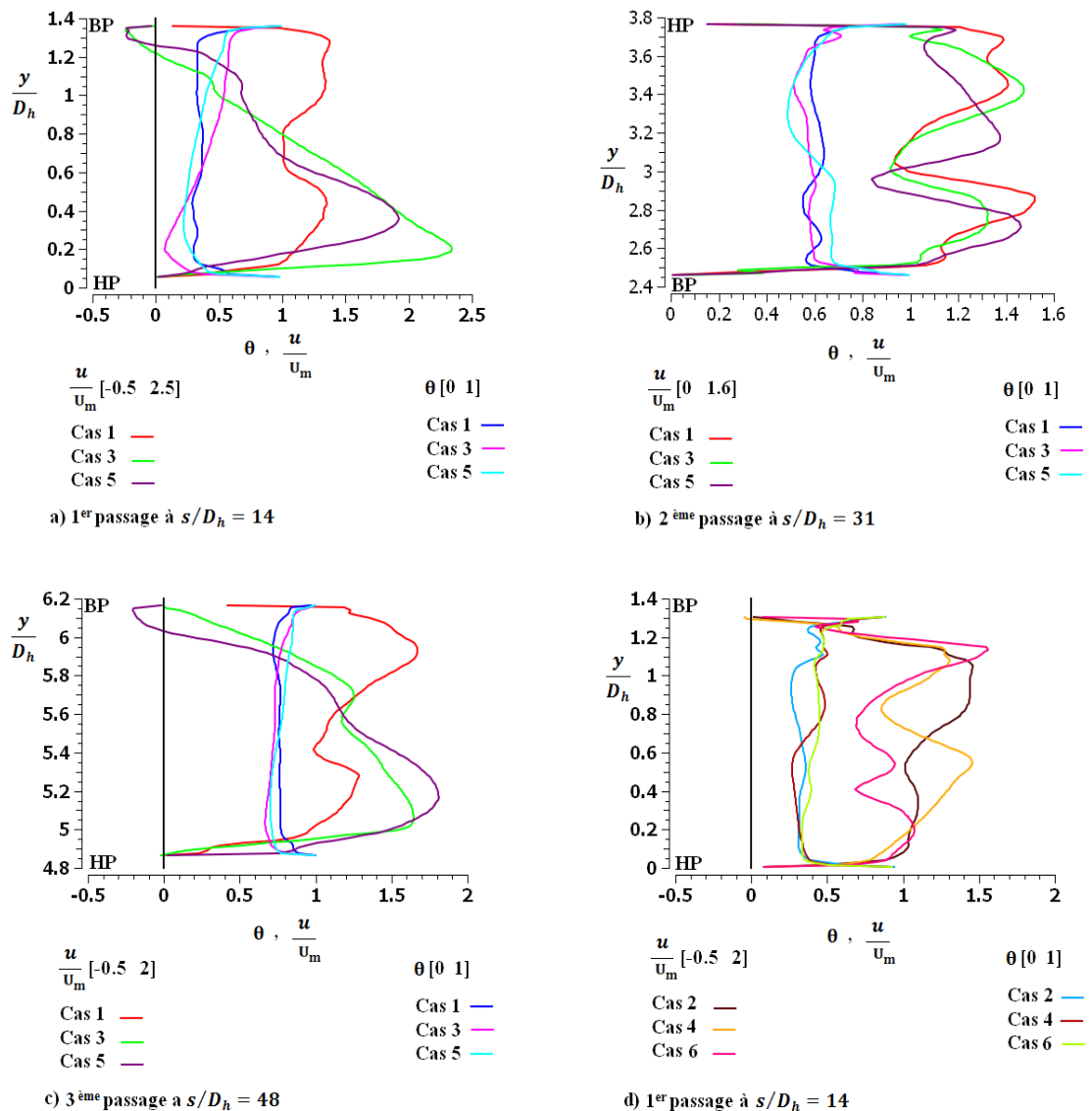


Figure 5.22 : Profils de vitesse et température adimensionnés expliquant l'effet assistant et opposant de la force de flottabilité centrifuge pour les cas étudiés.

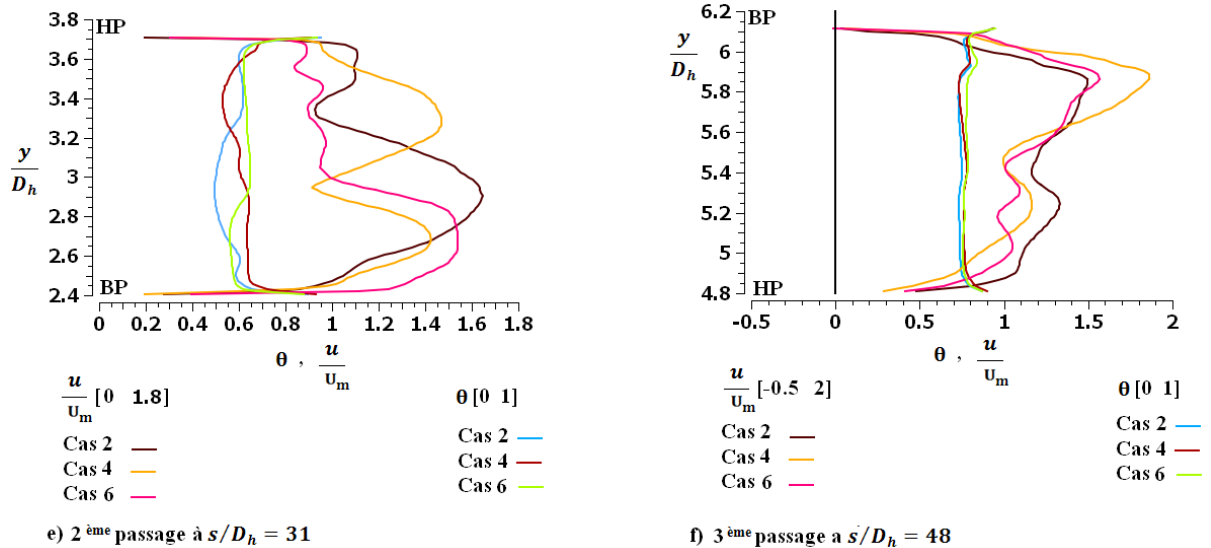


Figure 5.22 (suite)

### 5.3 Effet de l'orientation des nervures sur la turbulence

Pour les configurations étudiées, les données expérimentales concernant les quantités turbulentes ne sont pas disponibles dans la littérature afin de valider nos résultats numériques.

#### 5.3.1 Energie cinétique turbulente

Sur les figures 5.23-5.25, sont représentés les contours de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée ( $K/U_m^2$ ) dans le plan passant par les diagonales verticales des sections droites de chaque passage des six cas étudiés. On rappelle que l'énergie cinétique turbulente est égale à la demi-trace du tenseur des contraintes de Reynolds. La comparaison entre les distributions d'énergie cinétique turbulente dans le cas statique et tournant permet de tirer les conclusions suivantes :

Dans le cas 1 et 2 statiques, les zones d'énergie cinétique turbulente élevée sont directement identifiées près des parois nervurées avant et arrière des trois passages en raison de la génération des vortex liés à l'inclinaison des nervures comme le montre la figure 5.23. Il est connu que les nervures inclinées de  $\mp 45^\circ$  augmentent, non seulement, la surface d'échange par rapport aux parois internes lisses et les parois internes munies de nervures droites mais également le niveau de turbulence. La différence entre le cas 1 et le cas 2 est observée près de la paroi nervurée arrière dans le second passage où l'énergie cinétique turbulente dans le cas 2 est relativement élevée par rapport à celle du cas 1. Dans le quatrième passage, l'énergie cinétique turbulente est atténuée près de la

paroi avant dans le cas 2 comparé au cas 1 comme le montrent les figures 5.23-a et 5.23-b.

Dans le cas en rotation, l'effet de Coriolis est clairement visible dans le premier et le troisième passage à écoulement principal centrifuge. La comparaison des contours de la figure 5.23-a (cas 1) et la figure 5.24-a (cas 3), met clairement en évidence que l'énergie cinétique turbulente, près de la paroi basse pression, s'atténue en permettant la stabilité de la couche limite sur cette paroi. Près de la paroi de haute pression, elle augmente en croissant plus l'instabilité de la couche limite. Donc, la rotation affecte de manière significative la distribution de l'énergie cinétique de turbulence entre la paroi avant et la paroi arrière de ces passages. Dans le plan diagonal vertical du premier passage, le changement de l'inclinaison des nervures de  $-45^\circ$  (cas 3) à  $+45^\circ$  (cas 4) augmente globalement l'énergie cinétique turbulente de 9 à 60 % près de la paroi de basse pression et l'augmente également le long de la ligne centrale mais la diminue légèrement à proximité de la paroi de haute pression (figure 5.24-a et 5.24-b). La comparaison des cas 2 et 4 montre que la rotation n'affecte pas considérablement l'énergie cinétique turbulente (figure 5.23-b et 5.24-b). Dans le second passage, l'énergie cinétique turbulente, passe de 9 % dans le cas 3 à 27 % dans le cas 4 au voisinage des parois de haute et de basse pression quoique dans ce passage ces deux cas aient la même orientation des nervures. Cette augmentation est probablement due à la persistance des vortex induits par les nervures du premier passage. Par contre, elle est fortement atténuée dans le cas 3 par rapport au cas 1, ceci demeure inexpliqué. Dans le troisième passage, l'énergie cinétique turbulente augmente de 18% à 45% au début et près des parois de haute pression et de basse pression - ceci est dû à la génération des vortex induits par les nervures et, s'atténue à la sortie et près de la paroi haute pression. Dans le quatrième passage, la même distribution de l'énergie cinétique turbulente est observée dans les deux cas avec une légère augmentation près des surfaces de basse pression dans le cas 3. On remarque que la flottabilité centrifuge opposante augmente l'énergie cinétique turbulente près des parois de basse pression dans la partie lisse du premier passage dans les deux cas, tandis que dans la partie nervurée, elle augmente près des surfaces de basse pression du premier et troisième passage seulement dans le cas 3.

Pour le taux de rotation supérieur, les mêmes observations faites pour le cas 3 sont rapportées pour le cas 5 mais avec une intensité élevée de l'énergie cinétique turbulente dans les quatre passages comme le montre la figure 5.25-a. Dans le cas 6, l'énergie ciné-



tique turbulente est atténuée près des parois de basse pression et augmente près des parois de haute pression et loin de celles-ci dans le premier passage comme montré sur la figure 5.25-b. Dans le second passage, contrairement au premier passage, l'énergie cinétique turbulente augmente près des parois de basse pression et s'atténue près des parois de haute pression. Dans le troisième passage (figure 5.25-b), elle augmente près des parois de basse pression et diminue près des parois de haute pression

Dans le premier coude, la rotation modifie la distribution de l'énergie cinétique turbulente par rapport au cas statique. En effet, le taux de rotation supérieur augmente le niveau de l'énergie cinétique turbulente, dans le cas 5, presque au voisinage de toutes les parois sauf au coin inférieur de la paroi convexe par rapport au cas 1 statique (figure 5.26-e( $s_5$ )). La même remarque est faite pour le cas 6 par rapport au cas 2 (figure 5.26-f( $s_5$ )). Dans le second, la rotation réduit l'énergie cinétique turbulente par rapport au cas statique pour les deux orientations de nervures (cas 5 et cas 6) comme l'illustrent les contours  $e(s_{10})$  et  $f(s_{10})$  de la figure 5.26. Dans le troisième coude, l'énergie cinétique turbulente dans le cas 5 et le cas 6 s'améliore légèrement respectivement par rapport au cas 1 et cas 2 comme montré sur la figure 5.26-e( $s_{15}$ ) et 5.26-f( $s_{15}$ ).

### 5.3.2 Anisotropie de la turbulence

La complexité de la structure de l'écoulement dans les circuits de refroidissement internes (due aux nervures inclinées, coudes, la rotation etc....) génère une anisotropie de turbulence ( $\overline{uu} \neq \overline{vv} \neq \overline{ww}$ ). Ainsi, la résolution de tels phénomènes nécessite l'usage d'un modèle de turbulence capable, tel que celui utilisé dans la présente étude, de capter cette anisotropie. La figure 5.27 illustre les profils du rapport des composantes normales du tenseur des contraintes de Reynolds ( $\overline{vv}/\overline{uu}$ ) le long de la diagonale verticale  $s/D_h = 14$  dans le premier passage et  $s/D_h = 31$  dans le second passage dans les cas statiques et en rotation.

Dans le premier passage (figure 5.27-a),  $\overline{vv}/\overline{uu}$  est, dans le cas 1, supérieur à un dans la moitié du côté des parois arrières où le maximum est de 1,45 tout près de celles-ci et, inférieur à un dans l'autre moitié où le minimum est de 0,5 près du milieu de la diagonale. Alors que dans le cas 5, il est quasiment inférieur le long de la diagonale et nul dans la partie centrale. Dans le cas 3, l'évolution de ce rapport est similaire à celle du cas 5 mais avec une amplitude élevée dans la région centrale et près des parois arrières. Dans ces trois cas, l'anisotropie augmente avec le nombre de rotation près des parois de basse pression et, l'est quasiment insensible au voisinage des parois de haute pression. Dans le

second passage (figure 5.27-b), les évolutions de  $\overline{v}/\overline{u}$  dans les cas 1, 3 et 5 sont similaires avec des valeurs inférieures à un dans la moitié adjacente aux parois de basse pression et supérieures à un, sauf dans le cas 3, dans l'autre moitié où le maximum est de 1,6 près des parois haute pression dans le cas 1 et de 1,45 à l'intérieur dans le cas 5. Dans ce passage, la rotation, diminue, moyennement, l'anisotropie par rapport au cas 1 statique. Cette diminution est plus marquée du côté de haute pression que du côté de basse pression.

Dans les cas 2, 4 et 6, de même orientation des nervures (+45°), les évolutions du  $\overline{v}/\overline{u}$  sont telles qu'il n'est pas facile d'en dégager l'effet de la rotation (figure 5.27-c). Néanmoins, dans la zone de haute pression du premier passage, ce rapport est, en moyenne, très inférieur à un dans le cas 4 alors qu'il est légèrement supérieur à un dans le cas 6 et un peu plus dans le cas 2 ; c'est-à-dire que dans le cas 6 de nombre de rotation supérieur, la rotation génère, en moyenne, moins d'anisotropie. A proximité des parois hautes pression, on trouve le phénomène inverse. Dans la zone de basse pression, ce rapport est inférieur à un avec une valeur moyenne dans le cas 2 inférieure à celles dans les cas 4 et 6 et, près des parois basse pression, il est identiquement supérieur à un (valeur maximale 1,4) dans les cas 2 et 4 et inférieur à un (valeur minimale 0,65) dans le cas 6. Dans le second passage (figure 5.27-d), approximativement la même valeur moyenne de  $\overline{v}/\overline{u}$  (de l'ordre de 1,3) est observée du côté des parois de haute pression dans les cas 2 et 6 alors qu'elle est de l'ordre de 0,8 près des ces parois dans le cas 4. Dans l'autre côté (BP), cette valeur est de l'ordre de 0,6, 0,65 et 0,7 respectivement dans les cas 2, 4 et 6.

On peut dire, donc, que la rotation affecte, en général, l'anisotropie de la turbulence notamment dans les cas de l'inclinaison des nervures de -45°.

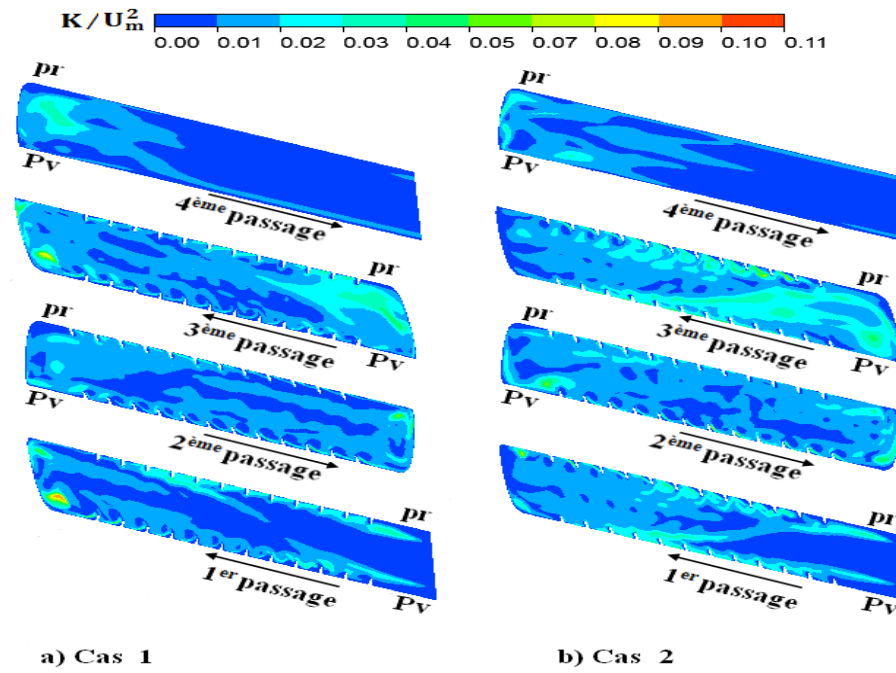


Figure 5.23 : Contours de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée par la vitesse moyenne dans le cas statique (cas 1 et cas 2).

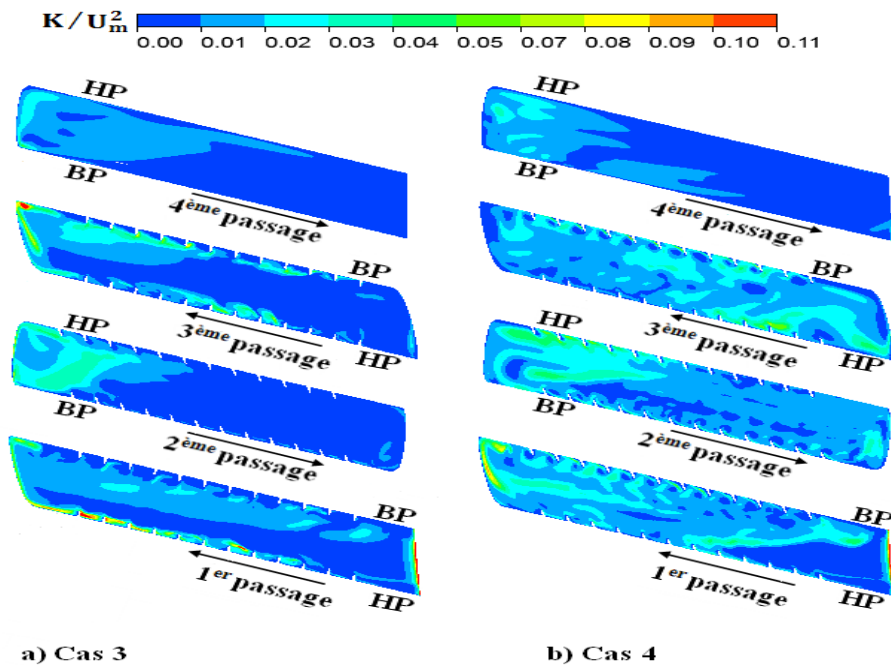


Figure 5.24 : Contours de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée par la vitesse moyenne pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4).

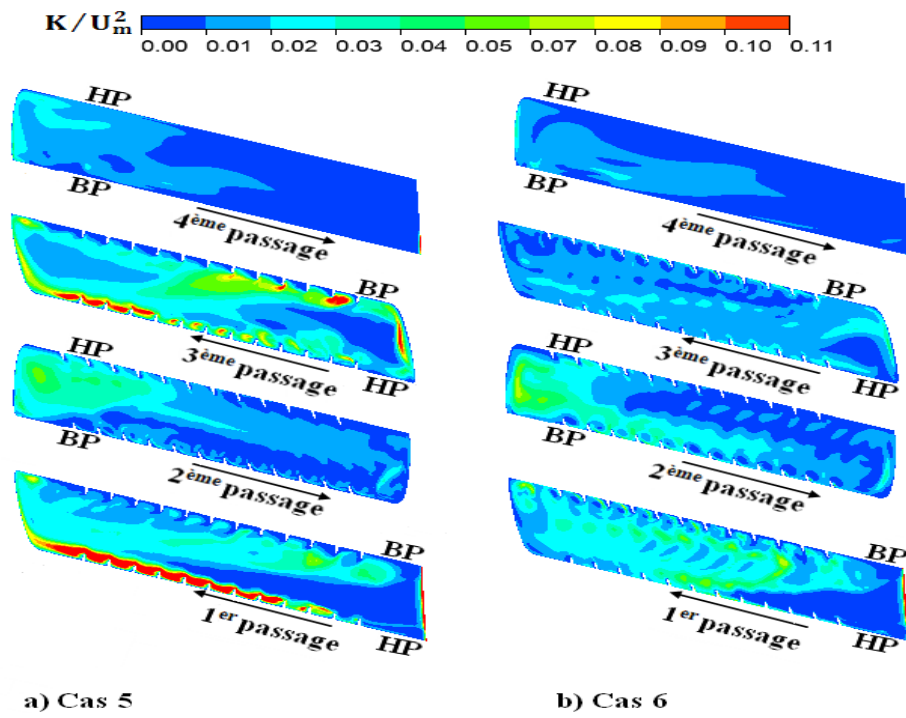


Figure 5.25 : Contours de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée par la vitesse moyenne pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6).

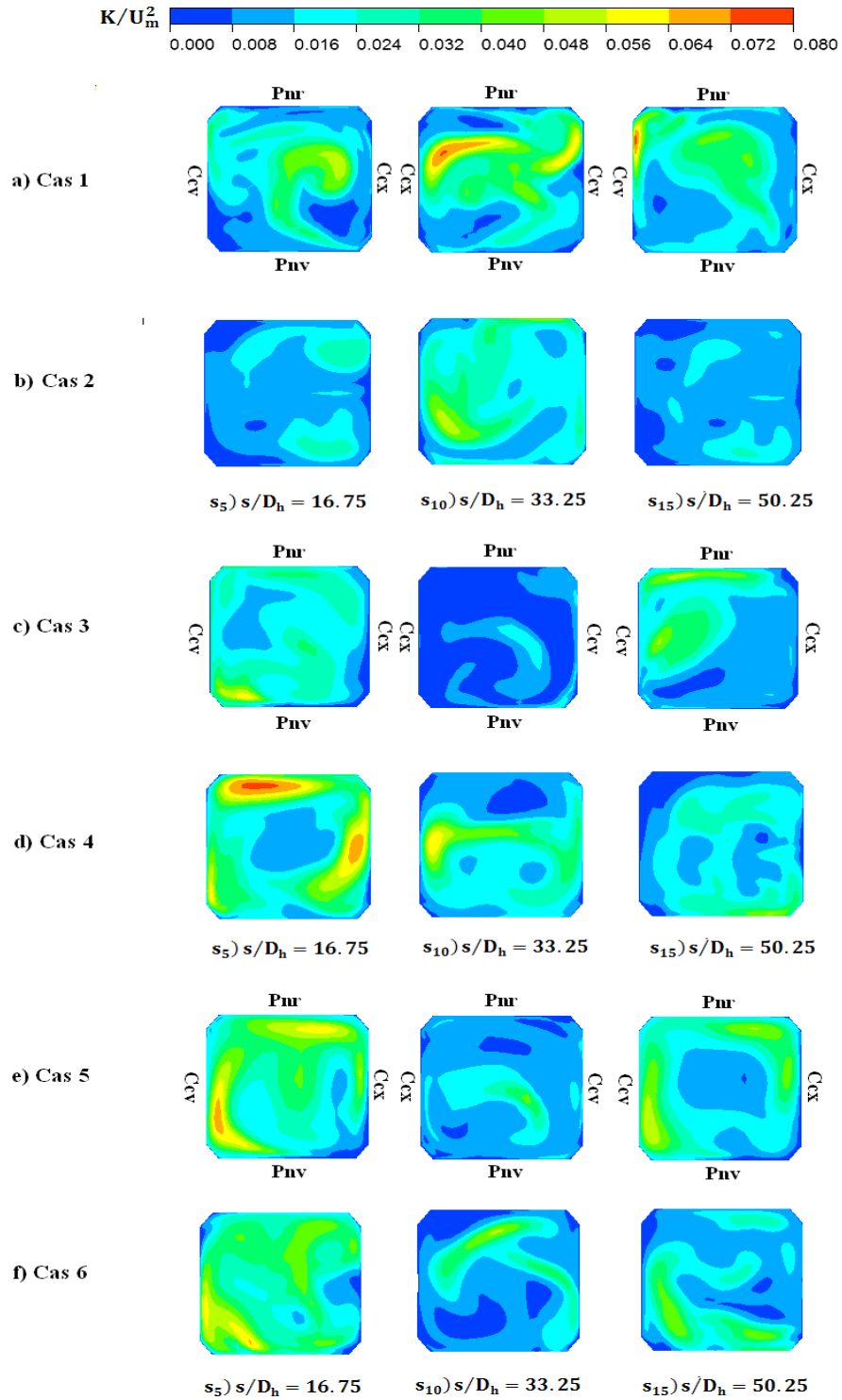


Figure 5.26 : Contours de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée par la vitesse moyenne dans les trois coudes pour les cas étudiés.

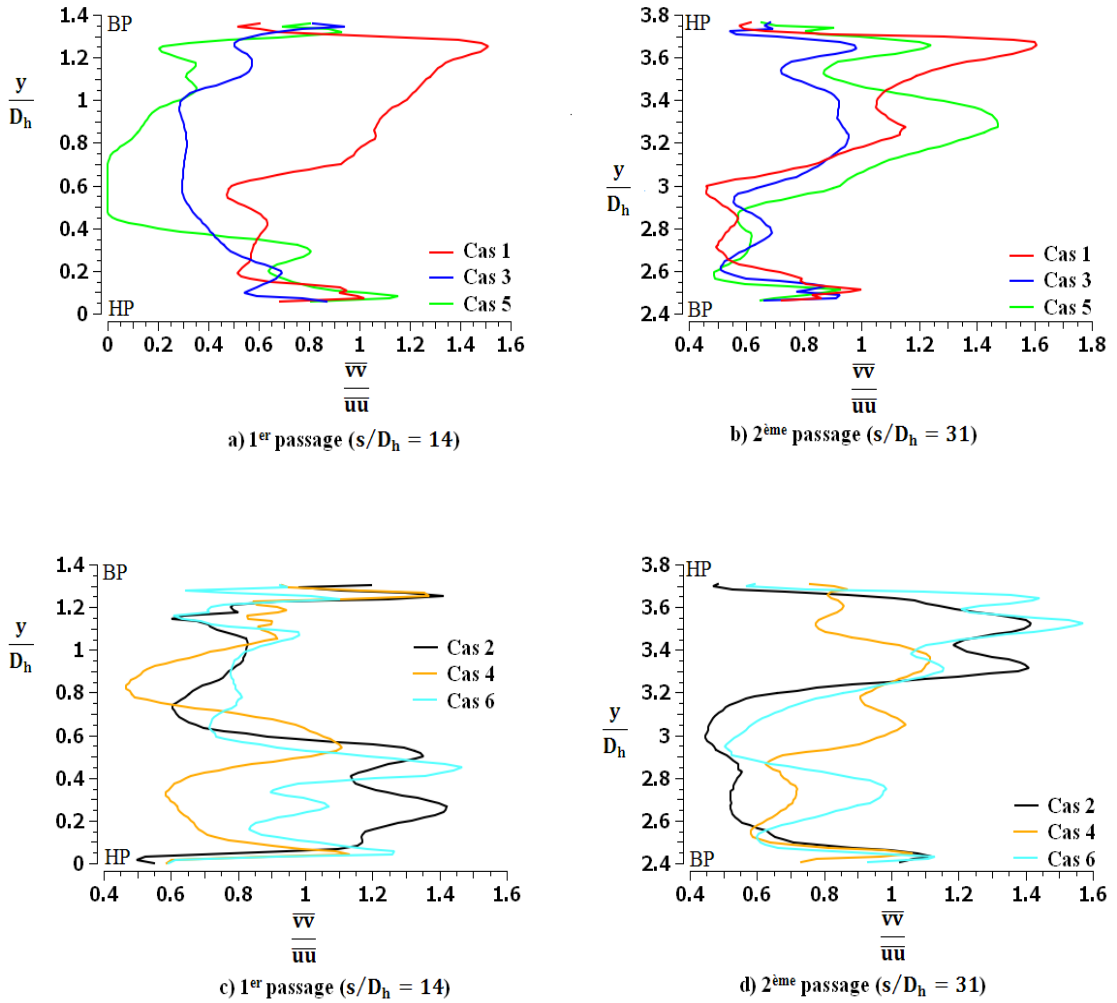


Figure 5.27 : Anisotropie de turbulence en terme  $\overline{v\overline{v}}/\overline{u\overline{u}}$  le long de la diagonale verticale à la sortie du premier et second passage pour les cas étudiés

### 5.3.3 Les tensions de Reynolds

On rappelle ici l'équation de transport du tenseur de Reynolds moyennée pour le modèle de turbulence de fermeture de second ordre (SMC –  $\omega$ ) dans le cas en rotation (1.60):

$$\frac{\partial \rho \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \rho \overline{u_i u_j}) = \rho P_{ij} - \frac{2}{3} \beta' \rho \omega K \delta_{ij} + \rho \Pi_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma^*} \right) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) + \underbrace{\rho \cdot \Omega_k \cdot (\overline{u_j u_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u_i u_m} \varepsilon_{jkm})}_{G_{ij}}$$

La seule différence entre cette équation et celle dans le cas statique est le dernier terme du second membre ( $G_{ij}$ ) qui est le terme de production de Coriolis. Donc la force de Coriolis a un effet direct sur le champ fluctuant.

Les figures 5.28-5.31 représentent les contours de la contrainte de cisaillement turbulente adimensionnées par la vitesse moyenne débitante ( $\overline{uv}/U_m^2$ ) dans le plan diagonal de chaque passage dans le cas statique et tournant.

La comparaison entre le cas statique (cas 1, figure 5.28-a) et le cas tournant (cas 3, figure 5.29-a) montre que dans le premier passage, la rotation augmente la zone de contrainte de cisaillement négative située près de la paroi de haute pression et diminue celle de contrainte de cisaillement positive près de la paroi de basse pression. Alors que dans le troisième passage, elle a le même effet mais avec une intensité beaucoup moins importante. Dans le cas 5, la rotation augmente plus les zones de contrainte de cisaillement négative dans le premier et le troisième passage du côté basse pression, et, engendre une zone de contrainte de cisaillement positive dans le cœur de l'écoulement dans le premier passage

Le changement de l'orientation des nervures de  $-45^\circ$  (cas 3 et 5) à  $+45^\circ$  (cas 4 et 6) diminue les zones de contrainte de cisaillement négative sur les parois de haute pression et augmente les zones de contrainte de cisaillement positive sur les parois de basse pression du premier et troisième passage (figures 5.29 et 5.30). Cette influence est élevée au taux supérieur de rotation. Dans le second passage, les zones de  $\overline{uv}$  négative et positive augmentent respectivement près des parois de haute et de basse pression, mais de manière beaucoup plus faible que dans le premier et troisième passage.

La figure 5.31 montre les contours de contrainte de cisaillement dans les sections droites des milieux des trois coudes pour les cas étudiés. Dans le premier coude ( $s_5$ ), la rotation augmente la zone de la contrainte de cisaillement négative dans le cœur de l'écoulement et celle de contrainte de cisaillement positive sur les parois concave et arrière dans les cas 3 et 5. Le cas 5 est caractérisé par une intensité du côté des parois concave et arrière. Dans le cas 4, deux zones de contrainte de cisaillement d'intensité extrême, l'une positive sur la paroi arrière et l'autre négative sur la paroi convexe. Dans le cas 6, les mêmes zones observées dans le cas 4 sont présentes mais d'intensité plus faible. Celle de  $\overline{uv}$  positive demeure près de la paroi arrière et l'autre s'est déplacée vers le centre. Dans le second coude ( $s_{10}$ ), les zones de forte contrainte de cisaillement négative et positive observées dans le cas 1 disparaissaient dans le cas 3 et 5 et, celles observées dans le cas 2 évoluent en cas en rotation (cas 4 et cas 6). La zone de  $\overline{uv}$  négative située du côté des parois convexe et avant s'atténue en intensité et la zone de  $\overline{uv}$  positive situé au centre s'intensifie et se déplace vers la paroi arrière. Dans le troisième

coude ( $s_{15}$ ),  $\overline{uv}$  négative diminue dans le cas 6 comparé à celui dans le cas 5 tandis que  $\overline{uv}$  positive augmente.

La figure 5.32 illustre les contours de la composante  $\overline{vw}$  du tenseur des tensions de Reynolds adimensionnée par la vitesse moyenne ( $U_m$ ) dans le premier, second et le troisième passage des cas étudiés.

Dans le premier passage, la rotation (cas 5) augmente les zones de  $\overline{vw}$  négative dans le cœur de l'écoulement et celles de  $\overline{vw}$  positive près des parois HP et BP. En revanche, dans le cas 6, la distribution inverse est observée comme le montre la figure 5.32-e( $s_4$ ) et 5.32-f( $s_4$ ). Dans le second passage, presque la même distribution de  $\overline{vw}$  est obtenue pour les deux orientations de nervures (cas 5 et cas 6) comme montré sur la figure 5.32-e( $s_9$ ) et 5.32-e( $s_9$ ). Dans le troisième passage, la distribution de  $\overline{vw}$  est similaire à celle dans le premier passage avec une intensité relativement faible dans les cas 5 et cas 6 comme le montré la figure 5.32-e( $s_{14}$ ) et 5.32-f( $s_{14}$ ).

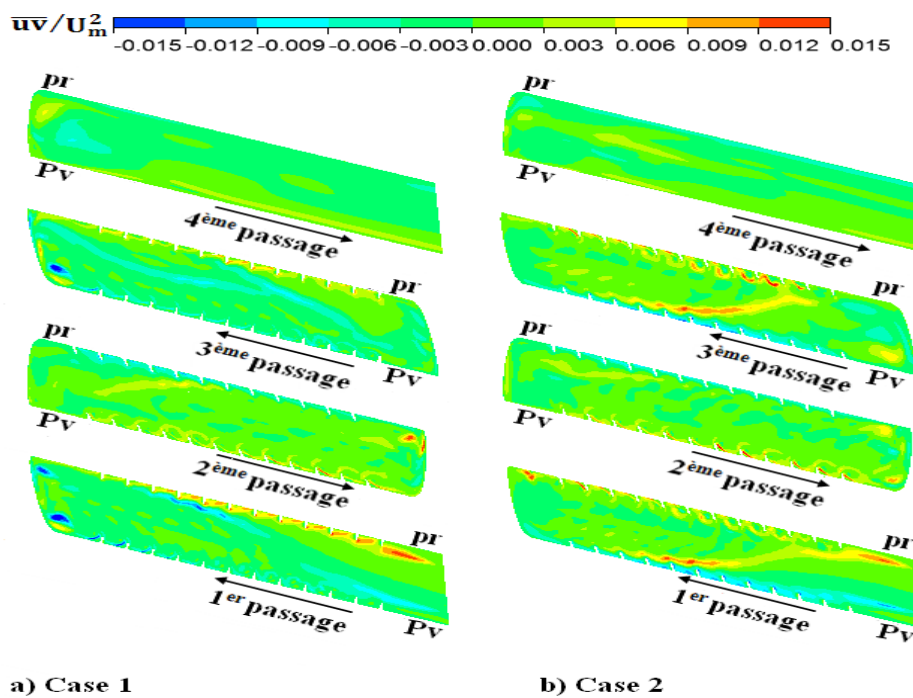
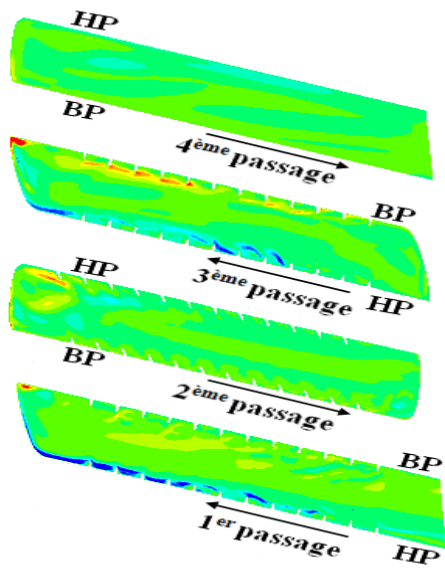
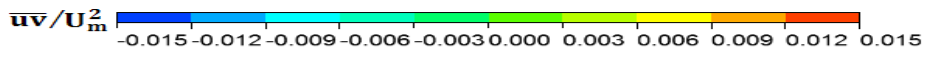
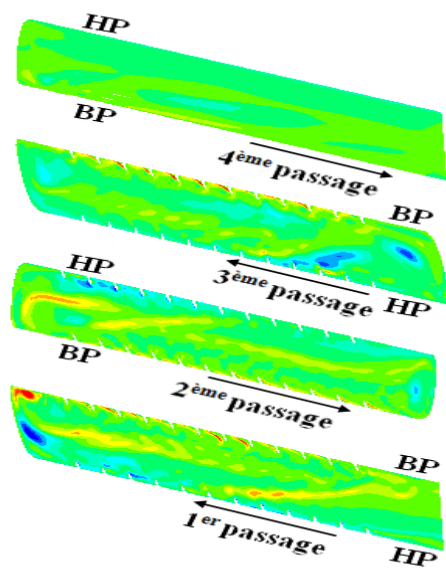


Figure 5.28 : Contours de tension de Reynolds en terme  $\overline{uv}/U_m^2$  dans le plan diagonal pour chaque passage dans le cas statique (cas 1 et cas 2).



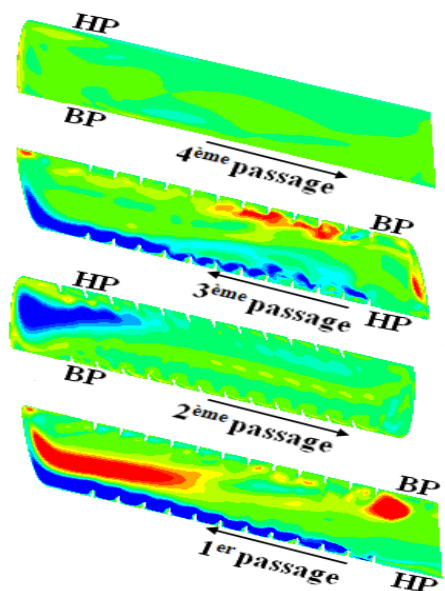
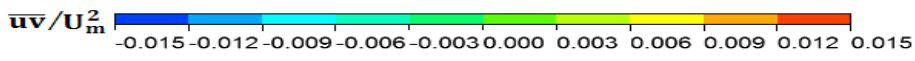


a) Cas 3

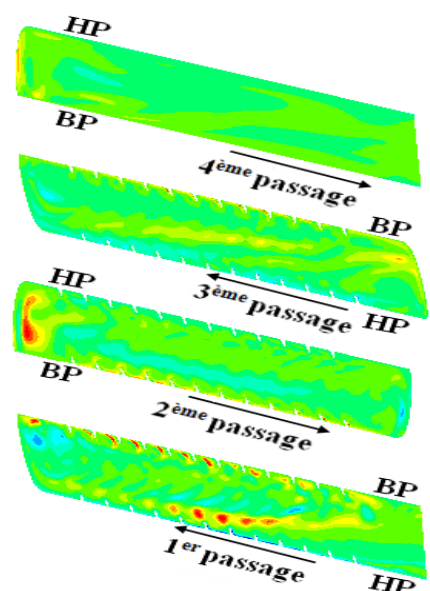


b) Cas 4

Figure 5.29 : Contours de tension de Reynolds en terme  $\overline{uv}/U_m^2$  dans le plan diagonal de chaque passage pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4).



a) Cas 5



b) Cas 6

Figure 5.30 : Contours de tension de Reynolds en terme  $\overline{uv}/U_m^2$  dans le plan diagonal de chaque passage pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6).

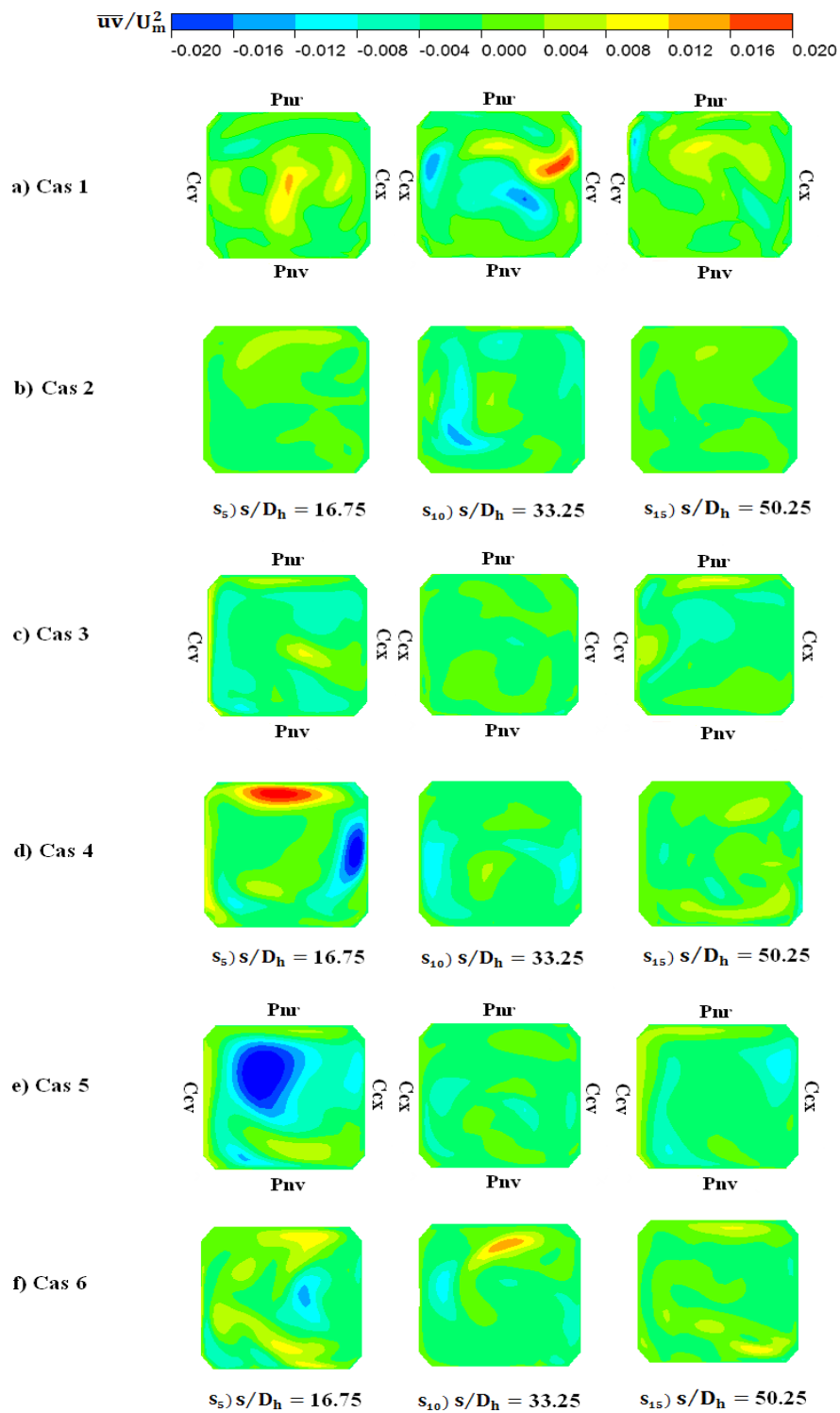


Figure 5.31 : Contours de tensions de Reynolds en terme  $\overline{uv}/U_m^2$  dans les trois coudes pour les cas étudiés.

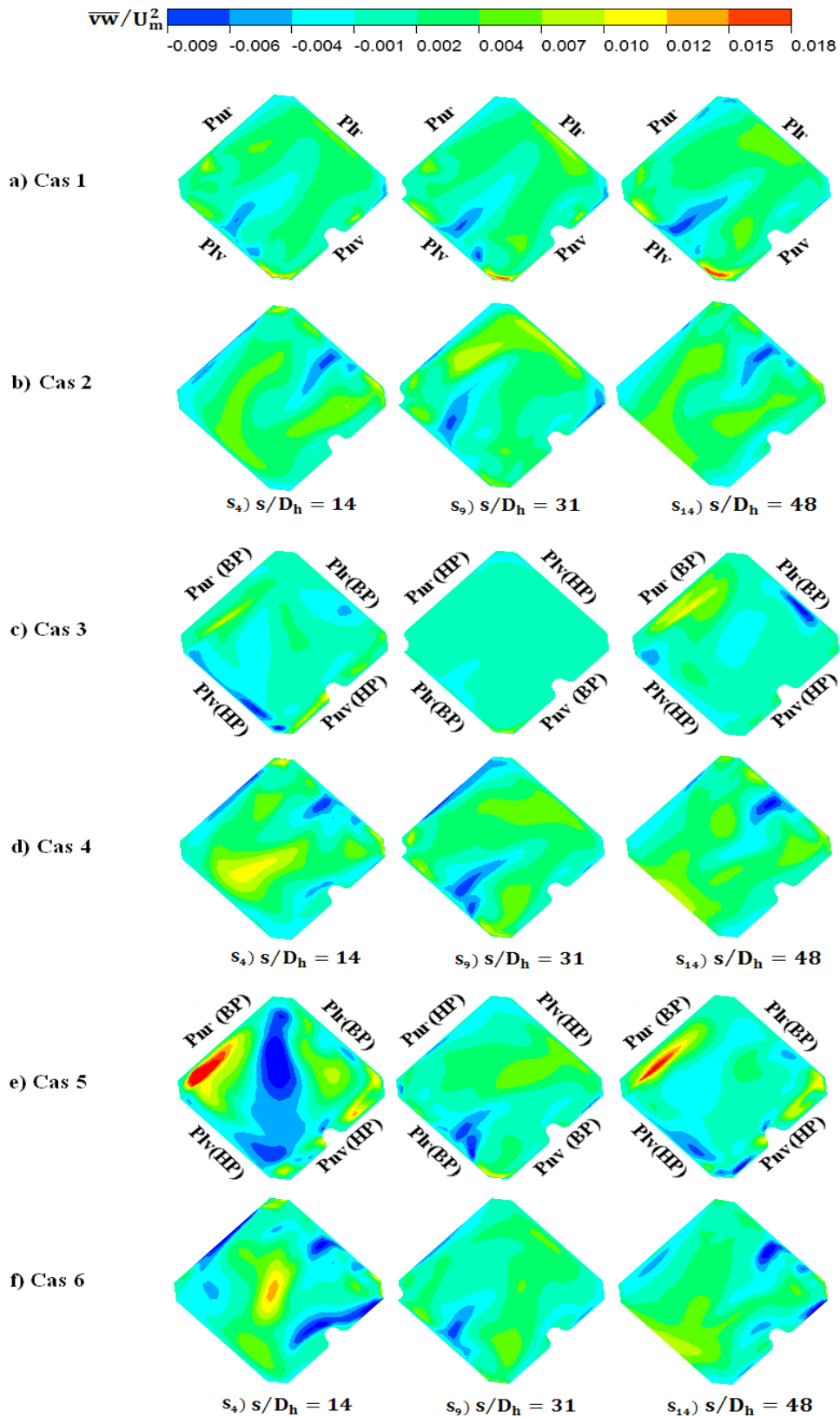


Figure 5.32 : Contours de tensions de Reynolds en terme  $\overline{vw}/U_m^2$  dans le 1<sup>er</sup>, 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> passage pour les cas étudiés.

## 5.4 Effet de l'orientation des nervures sur le taux de transfert thermique

L'expérience ne permet pas facilement de déterminer le nombre de Nusselt local dans un canal de refroidissement en rotation que les prédictions numériques peuvent le faire en détail. En effet les données expérimentales de tel nombre de Nusselt concernant les cas étudiés dans le présent travail ne sont pas, actuellement, disponibles dans la littérature.

### 5.4.1 Nombre de Nusselt local

Les figures 5.33 à 5.35 illustrent les distributions du nombre de Nusselt local  $Nu/Nu_0$  sur les quatre surfaces du canal dans les cas statique et en rotation.

Dans le cas statique, le taux de transfert thermique est élevé sur les nervures et dans les régions inter-nervures en raison respectivement de l'impact de l'écoulement et à la génération des vortex induits par les nervures inclinées de  $-45^\circ$  (cas 1) ou de  $+45^\circ$  (cas 2) alors qu'il est faible dans les zones de séparation de ces vortex comme montré sur la figure 5.33-a et 5.33-b pour le cas 1 et la figure 5.33-c et 5.33-d pour le cas 2.

Dans le cas en rotation (cas 3), le taux de transfert thermique est faible immédiatement en aval des nervures du premier passage en raison de l'interaction destructive entre les cellules de Coriolis et les vortex induits par les nervurées à  $-45^\circ$ , et sur la partie supérieure de la paroi lisse arrière (Plr (BP)) en raison de l'effet opposant de la flottabilité centrifuge comme le montre la figure 5.34-a et 5.34-b. Ce taux de transfert thermique est élevé dans les zones d'impact de l'écoulement principal sur les faces avant des nervures et les zones de rattachement des cellules de Coriolis dans les régions inter-nervures de la paroi avant (Pnv (HP)). Dans le second passage, sur les parois nervurées, les distributions du rapport du nombre de Nusselt ( $Nu/Nu_0$ ) sont quasi-similaires et également similaire à celles observées dans le cas statique (cas 1), car les effets de la rotation sont faibles. Le taux de transfert thermique élevé est obtenu sur et en amont des nervures à cause respectivement de l'impact de l'écoulement principal centripète et la génération des vortex induits par les nervures, et le taux faible se produit dans les zones de séparation de ces vortex. Le troisième passage est caractérisé par un faible taux de transfert thermique sur les quatre parois notamment sur les parois de basse pression comparé au premier et second passage. Ce faible taux de transfert thermique est attribué à la destruction des vortex induits par les nervures et la formation des cellules de flottabilité dans les régions inter-nervures du côté de basse pression d'une part et la réduction de gradient de la température d'autre part.

Dans le cas 4, les caractéristiques de l'écoulement dans les trois passages sont similaires à cause de l'interaction constructive entre les écoulements secondaires induits par la rotation et les nervures inclinées de  $+45^\circ$  dans le premier passage, et celle entre les écoulements secondaires induits par les nervures et le coude dans le second et troisième passage. De ce fait, les distributions du nombre de Nusselt local sur les parois nervurées (HP et BP) sont qualitativement similaires. Les valeurs élevées du nombre de Nusselt sont obtenues sur les quatre parois du premier passage comme le montre la figure 5.34-c et 5.34-d. celles-ci diminuent légèrement dans le second passage et fortement dans le troisième passage car les vortex induits par les nervures tendent à homogénéiser le champ de température dans le premier et le second passage. Les faibles valeurs du nombre de Nusselt sont enregistrées dans la région de séparation de l'écoulement secondaire. Dans les coudes, l'interaction entre les écoulements secondaires induits par le coude et la rotation réduit le taux de transfert thermique sur le côté convexe et concave du premier coude respectivement dans le cas 3 et le cas 4, et sur les parois avant et arrière du second et troisième coude dans les deux cas. Pour les trois coudes, le taux de transfert thermique maximal est obtenu sur la paroi arrière du premier coude dans ces deux cas comme le montre la figure 5.34-a et 5.34-c.

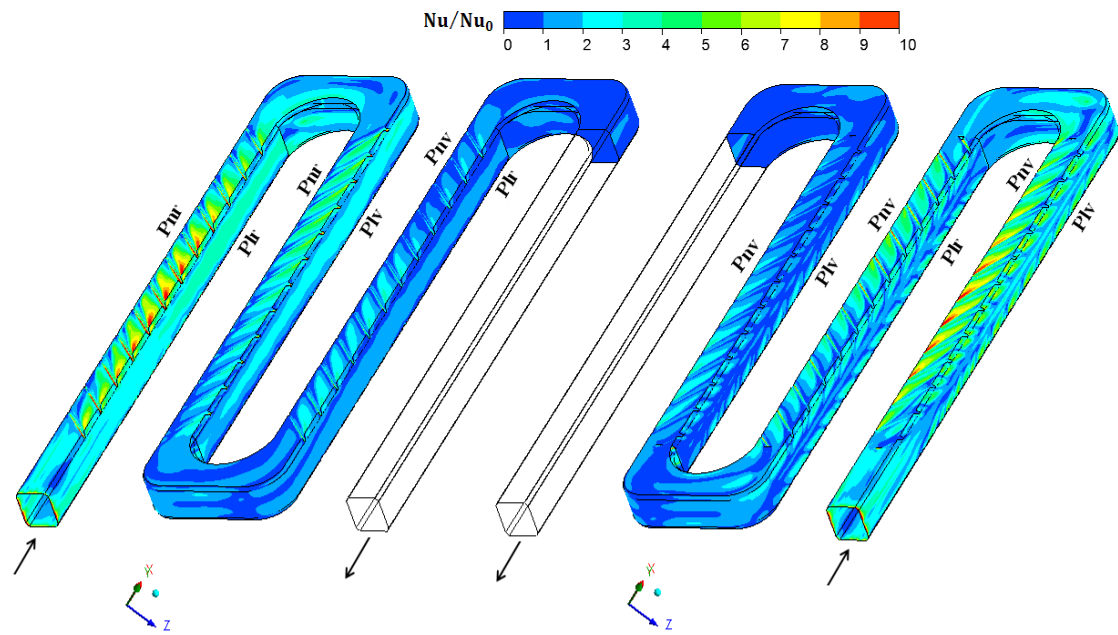
#### **Comparaison entre le cas 3 et le cas 4.**

Dans le cas 3, le taux de transfert thermique sur la paroi arrière dans le premier coude est plus élevé que dans le cas 4. Le phénomène inverse se produit sur la paroi avant. Ceci est une conséquence directe des effets combinés de la rotation et l'orientation des nervures. Dans le cas 3, l'air frais est poussé vers le côté concave et la paroi arrière en raison, respectivement de l'effet assistant de la flottabilité centrifuge et la force de Coriolis due à la composante verticale de la vitesse, tandis que dans le cas 4, l'écoulement est convecté vers le côté convexe en raison de l'effet opposant de la flottabilité centrifuge d'une part et de l'orientation des nervures à  $+45^\circ$  d'autre part. En outre, le bon brassage de fluide dans le cas 4 réduit les effets combinés de la force de Coriolis et la flottabilité centrifuge assistante.

La comparaison entre les distributions de transfert thermique local sur les surfaces du canal dans le cas 3 et le cas 4 représentées sur la figure 5.34 montre clairement que les zones chaudes sont localisées du côté de basse pression (paroi nervurée arrière et paroi lisse arrière) du premier et troisième passage dans le cas 3. Ces zones sont considérablement réduites dans le cas 4.

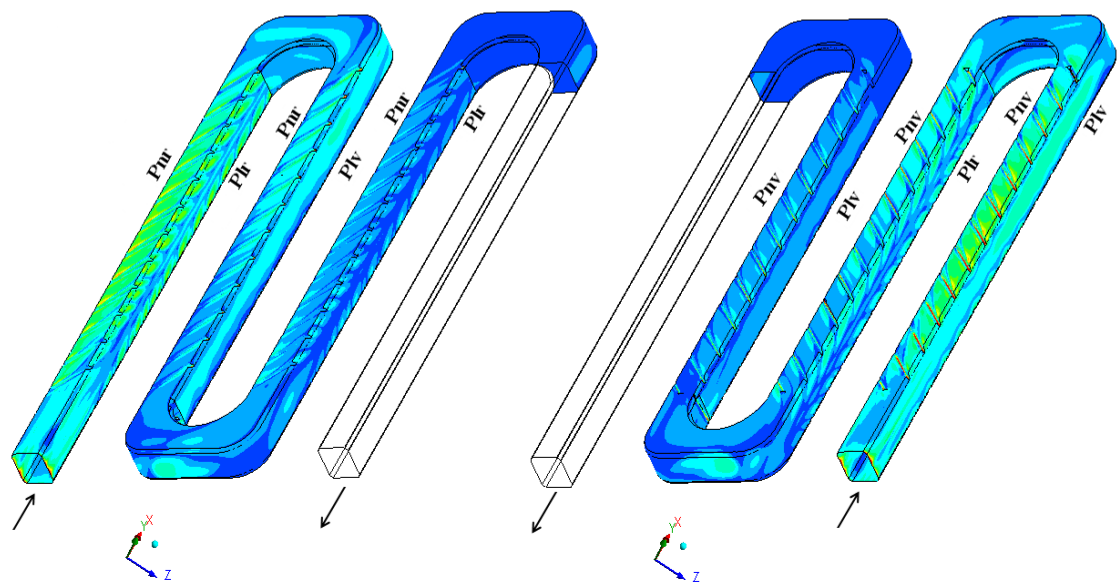
Le taux de rotation supérieur (cas 5) augmente, dans le premier passage, le taux transfert thermique et réduit par conséquent les zones chaudes relativement au cas 3, par contre il le dégrade dans le troisième passage (figure 5.35-a et 5.35-b). Dans le cas 6, ce taux de rotation augmente le transfert thermique sur les parois de haute pression des trois passages et sur les parois de basse pression du premier et second passage par rapport au cas 4 (figure 5.35-c et 5.35-d).

En conclusion, l'orientation des nervures de  $+45^\circ$  est plus favorable au transfert thermique que celle de  $-45^\circ$  dans les passages à écoulement principale centrifuge en avant.



a) Cas 1 -Parois arrière

b) Cas 1 -Parois avant



c) Cas 2 -Parois arrière

d) Cas 2 -Parois avant

Figure 5.33 : Contours du rapport du nombre de Nusselt local sur les parois avant et arrière du canal dans le cas statique (cas 1 et cas 2).

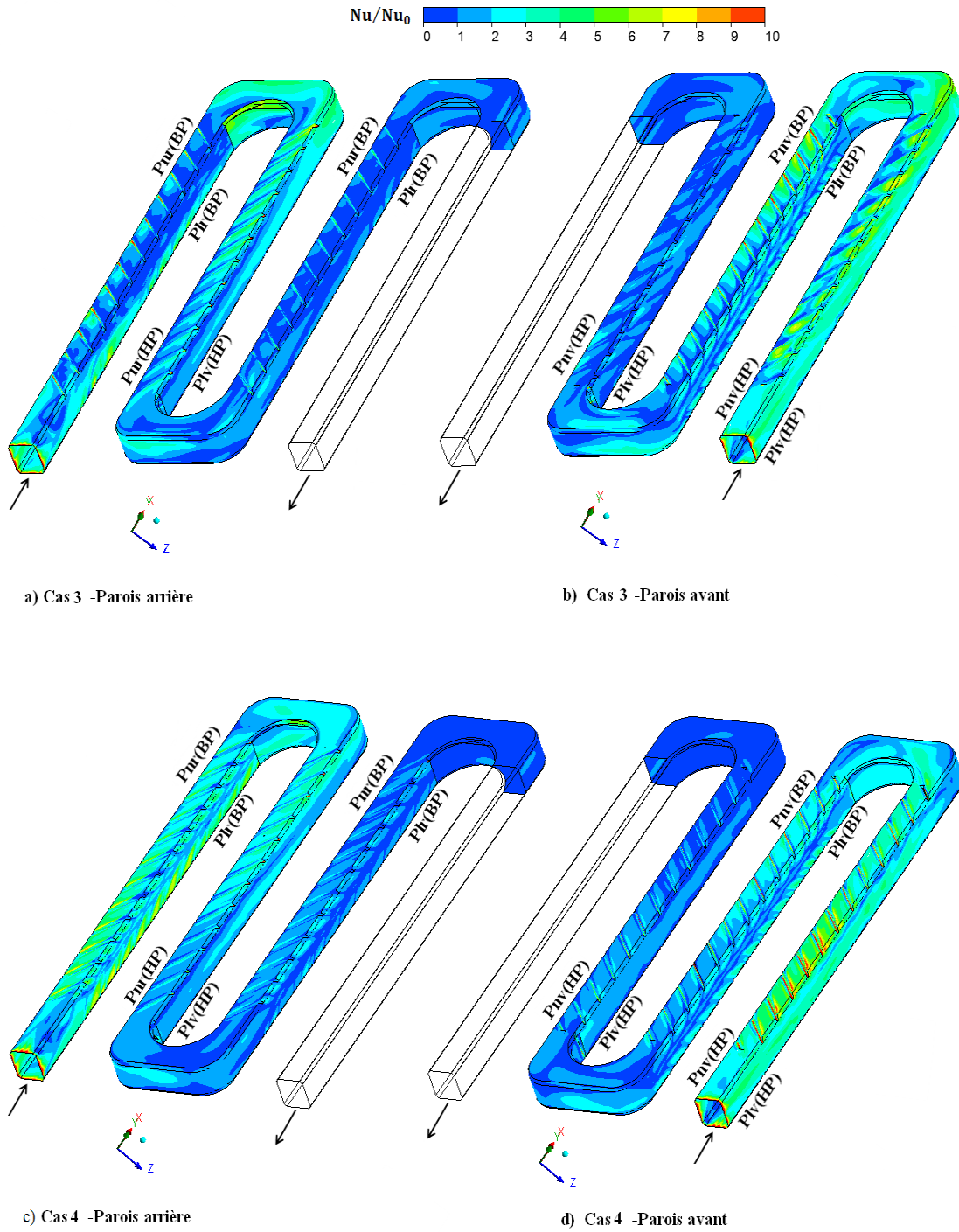


Figure 5.34 : Contours du rapport du nombre de Nusselt local sur les parois avant et arrière du canal pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4).



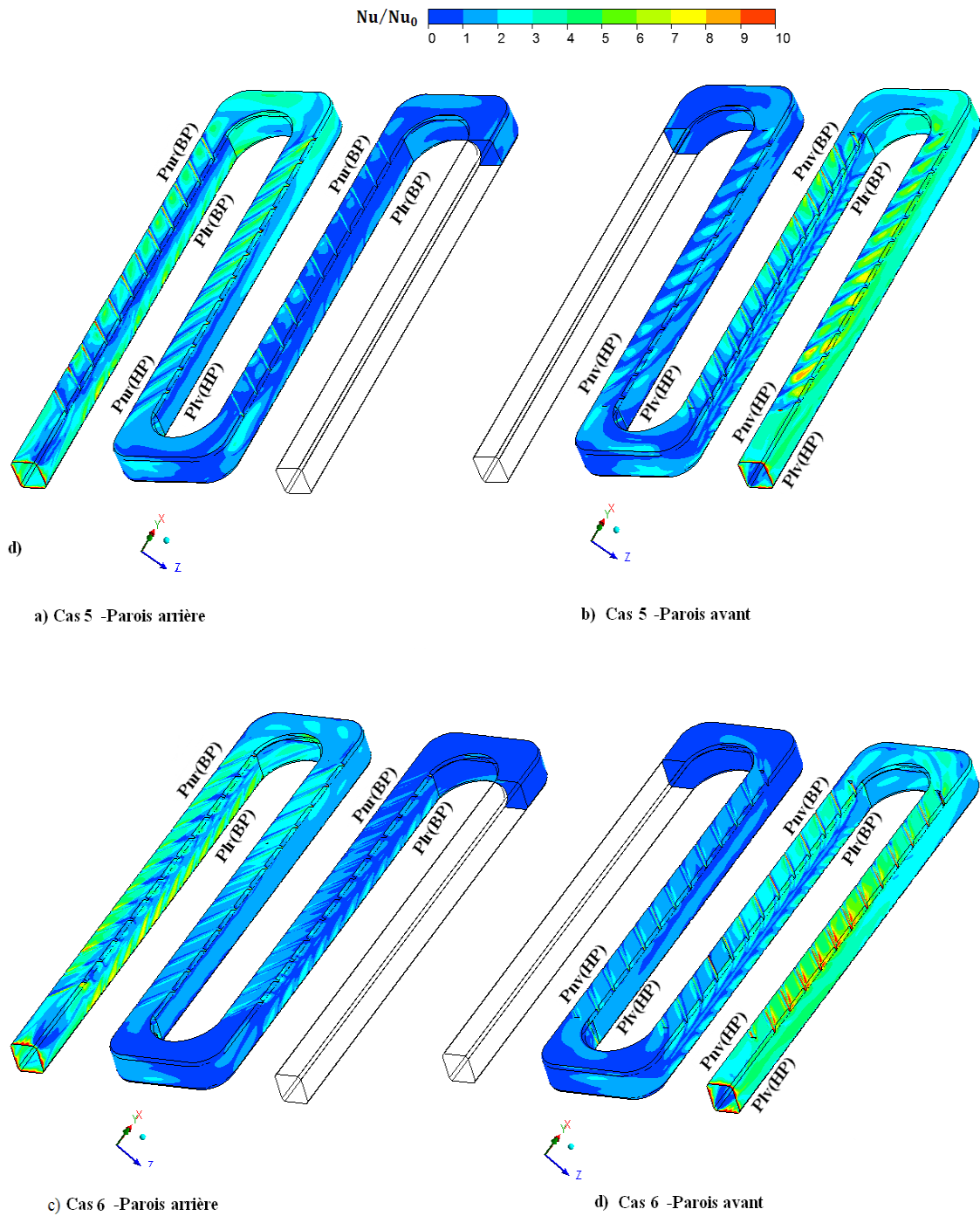


Figure 5.35 : Contours du rapport du nombre de Nusselt local sur les parois avant et arrière du canal pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6).

## 5.4.2 Nombre de Nusselt moyen

Cette section présente les évolutions du nombre de Nusselt moyen ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) le long du canal sur les quatre parois pour les cas étudiés. Nos résultats numériques pour les cas 1, 3 et 5 sont comparés avec les données expérimentales de [Johnson et al.<sup>2, 82</sup>](#).

Dans le but de déterminer les effets de l'orientation des nervures et de confronter nos résultats numériques à ceux expérimentaux disponibles seulement pour les cas 1, 3 et 5 nous avons représenté sur chaque diagramme des figures [6.36](#), [6.37](#) et [6.38](#) – correspondante chacune à un taux de rotation – les évolutions de  $\overline{Nu}/Nu_0$  sur chaque paroi. Chaque point représente la valeur moyenne mesurée ou calculée de  $\overline{Nu}/Nu_0$  sur une section chauffante de longueur de  $4D_h$ . Comme les données expérimentales relatives aux parois nervurées sont évaluées sur la surfaces projetées et numériques sur les surfaces réelles (surface des nervures incluses), pour les comparer, nous avons divisé les premières par 1.15, car selon [Johnson et al.<sup>2, 82</sup>](#), la surface réelle est égale à 1.15 fois la surface projetée.

### 5.4.2.1 Comparaison avec l'expérience

#### Cas statique

Les figures [5.36-a](#) – [5.36-d](#) illustrent les évolutions des rapports du nombre de Nusselt moyen prédits (cas 1 et cas 2) et mesuré le long des quatre parois du canal. Lesquelles sont quasi-similaires. Mais le rapport  $\overline{Nu}/Nu_0$  mesuré augmente de 2 à 2.5 et calculé 2 à 4 dans le premier passage du cas 1. Cette différence provient en grande partie du fait que la valeur moyenne expérimentale est déduite de deux valeurs mesurées alors la valeur numérique moyenne de dix mille nœuds. Les deux valeurs mesurées ne conduisent certes pas à une valeur moyenne représentative de l'état thermique du segment considéré de la paroi, car l'effet des vortex dans les zones de leur formation est très important sur le transfert thermique qu'ailleurs. On outre, les prédictions montrent que le développement de l'écoulement dans le premier passage est très significatif, en ce sens qu'en proche-paroi, l'intensité de l'écoulement secondaire  $(u^2 + w^2)^{0.5}/U_m$  atteint 1.4 (figure [5.20-a](#)). Les nervures inclinées engendrent deux régions à vitesse élevée près des parois nervurées dont la vitesse maximale atteint  $1.5U_m$ . L'impact de l'écoulement principal sur les faces des nervures induit également une vitesse maximale de l'ordre de  $2U_m$ . En se basant sur la corrélation<sup>19</sup>, ces caractéristiques d'écoulement mènent à une augmentation de plus 300% du taux de transfert thermique.

Dans le second passage, les rapports prédit et mesuré du nombre de Nusselt ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) sur les parois nervurées sont en bon accord (figure 5.36-a et 5.36-b). Dans le troisième passage, le mesuré est qualitativement prédit (cas 1) (figure 5.36-c et 5.36-d).

En conclusion, on peut dire qu'en général, l'orientation des nervures n'affecte pas sensiblement le transfert thermique dans le cas statique.

### Cas en rotation

Les figures 5.37-a – 5.37-d comparent les rapports du nombre de Nusselt ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) prédit et mesuré dans le cas 3. Les résultats numériques sont en accord avec ceux expérimentaux dans le premier et le second passage. Les formes aplaties des courbes des rapports prédit et mesuré sur la paroi nervurée avant (Pnv (HP)) du premier passage sont attribuées à l'interaction partiellement destructive entre les écoulements secondaires induits par les nervures ( $-45^\circ$ ) et la rotation. En revanche, sur la paroi nervurée arrière (BP), ces rapports diminuent graduellement en raison de l'effet opposant de la flottabilité centrifuge. Sur le segment 2 de la paroi nervurée arrière (BP), le rapport du nombre de Nusselt prédit augmente approximativement de 18% par rapport à celui mesuré. Les rapports mesuré et prédit sur la paroi lisse arrière (BP) diminuent graduellement jusqu'à l'entrée du coude comme le montre sur la figure 5.37-d. Cette réduction est attribuée à l'affaiblissement des cellules de Coriolis près de cette paroi d'une part et la recirculation de l'écoulement induit par la flottabilité centrifuge opposante d'autre part. Sur la paroi lisse avant (HP), ces rapports augmentent légèrement en raison des effets combinés de la force de Coriolis et la flottabilité centrifuge assistante. Il en résulte que l'air frais est transporté vers cette surface. Les valeurs du rapport du nombre Nusselt ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) prédites dans le cas 3 sur les deux parois lisses sont relativement élevées que celles mesurées car les parties chanfreinées sont supposées chauffées dans les calculs alors qu'elles ne le sont pas dans l'expérience. Cependant, sur le segment 2 de la paroi lisse arrière et la paroi lisse avant, le taux de transfert thermique prédit augmente approximativement 30% par rapport au mesuré.

Dans le cas 4, le rapport du nombre de Nusselt ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) est augmenté d'une manière significative sur les quatre parois du premier passage comme montré sur la figure 5.37. Il est approximativement le double de celui dans le cas 3. Cette amélioration est attribuée à la combinaison constructive des écoulements secondaires induits par les nervures à  $+45^\circ$  et la rotation. Alors que dans le cas 3, l'orientation des nervures de  $-45^\circ$

est défavorable au transfert thermique car ces écoulements secondaires interagissent d'une manière destructive.

Contrairement au premier passage, les évolutions du rapport du nombre de Nusselt ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) prédit et mesuré sur les deux parois nervurées (HP et BP) dans le second passage du cas 3 sont similaires, car l'écoulement dans ce passage est gouverné par les nervures inclinées de  $+45^\circ$ . Sur la paroi nervurée arrière (segment 7), le rapport du nombre de Nusselt prédit est inférieur approximativement de 31% à celui mesuré.

Le taux de transfert thermique sur la paroi nervurée arrière dans le cas 3 est inférieur à celui sur la même paroi dans le cas 4. Cet écart est attribué à la persistance des vortex induits par les nervures du premier passage et au niveau de turbulence élevé dans le dernier cas. Dans le cas 3, sur les parois lisses (Plv et Plr), les évolutions du rapport du nombre de Nusselt ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) numériques et mesurées sont en bon accord.

Les rapports du nombre de Nusselt mesurés sur les parois nervurées avant et arrière du troisième passage sont plus élevés que ceux prédits (cas 3). En outre le rapport mesuré sur la paroi de haute pression est inférieur à celui sur la paroi de basse pression, ce qui est anormal. Les auteurs [Johnson et al.](#)<sup>2, 82</sup> n'en ont pas donné les raisons.

Selon nos résultats discutés ci-dessus, l'interaction entre les écoulements secondaires induit par le coude, les nervures et la rotation produit une dégradation significative du taux de transfert thermique dans le troisième passage par rapport au premier et second passage pour les raisons suivantes :

- l'effet destructif sur les vortex induits par les nervures après la troisième nervure de la paroi avant (HP) causé par les cellules de Coriolis. La formation des cellules de flottabilité en amont de chaque nervure de la paroi arrière (BP) empêche le développement des vortex induits par les nervures inclinées de  $-45^\circ$  de cette paroi.
- la formation de zones de recirculation immédiatement près des parois nervurées.
- l'augmentation de la température moyenne de l'air car celui-ci est brassé dans le second passage.

Ceci explique la réduction du taux de transfert thermique dans le troisième par rapport aux premiers passages. Cependant, sur le segment 14 de la paroi nervurée arrière (BP), le rapport du nombre de Nusselt ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) prédit est inférieur approximativement de 60% au mesuré. Sur la même section de la paroi nervurée avant (HP), ce rapport est aussi inférieur approximativement de 43% au mesuré. Les rapports de transfert thermique ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) mesurés sur les parois lisses (HP et BP) sont qualitativement prédits

comme le montre la figure 5.37-c et 5.37-d. Un écart maximal de 40% et 46% est observé entre le calcul et la mesure respectivement sur les parois lisses arrière et avant (BP et HP).

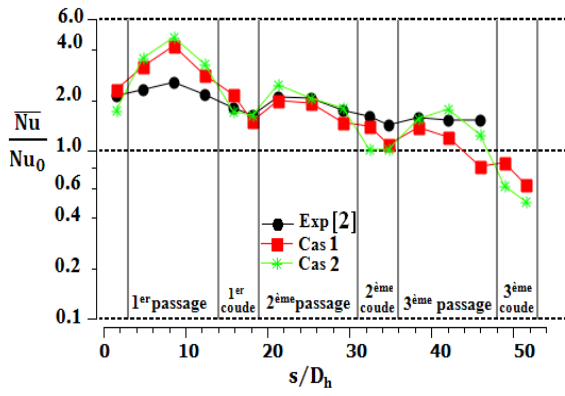
Le taux de transfert thermique, dans le cas 4, est relativement élevé que celui dans le cas 3 mais reste inférieur à celui mesuré, malgré l'interaction constructive des différents écoulements secondaires.

On note un point mesuré aberrant sur le dernière segment de la paroi lisse avant de la deuxième partie du troisième coude, parce que la valeur du rapport du nombre de Nusselt en ce point est maximale alors que notre prédiction n'indique pas un impact d'écoulement significatif sur ce côté. D'une façon générale, on peut dire que les résultats prédits (cas 3) sont en accord à ceux mesurés par Johnson et al.<sup>2, 82</sup>.

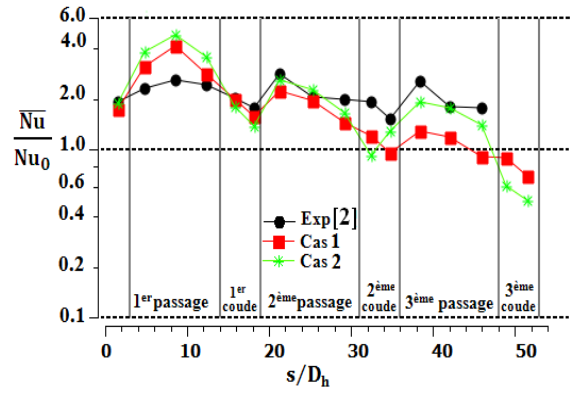
Les figures 5.38-a – 5.38-d montrent les résultats numériques et expérimentaux du rapport du nombre de Nusselt moyen ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) sur les quatre parois du canal pour le taux de rotation supérieur (cas 5 et cas 6). Les données expérimentales sont disponibles seulement pour les parois nervurées.

Dans le cas 5, sur la paroi nervurée avant (HP) du premier passage, les rapports du nombre de Nusselt prédit et mesuré sont en bon accord. Cependant, le rapport prédit n'augmente pas sensiblement par rapport au cas statique comme celui mesuré (figure 5.36-a et 5.38-a). Sur le segment 3, le rapport ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) mesuré est augmentée approximativement de 22% et le prédit est diminué de 15% par rapport au cas 1 statique. Sur le même segment de la paroi nervurée arrière (BP), les rapports ( $\overline{Nu}/Nu_0$ ) mesuré et prédit diminuent respectivement d'environ de 48% et 50% par rapport à leurs homologues dans le cas statique. Dans le second passage, il n'y a pas de différence notable entre les rapports prédits du cas 5 et le cas 1, sauf sur le segment 7 de la paroi nervurée arrière où les rapports prédit et mesuré sont augmentés, respectivement, de 50% et de 30% par rapport aux cas statiques (figure 5.36-b et 5.38-b). Pour le troisième passage, la même remarque faite pour le cas 3 est valable pour le cas 5.

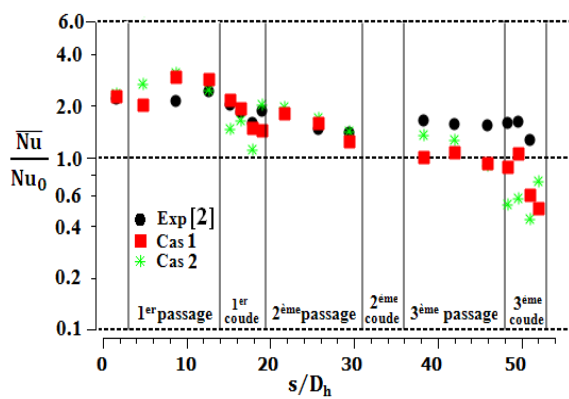
Dans le cas 6, le taux de transfert thermique est amélioré par rapport au cas statique (figure 5.36, 5.37 et 5.38).



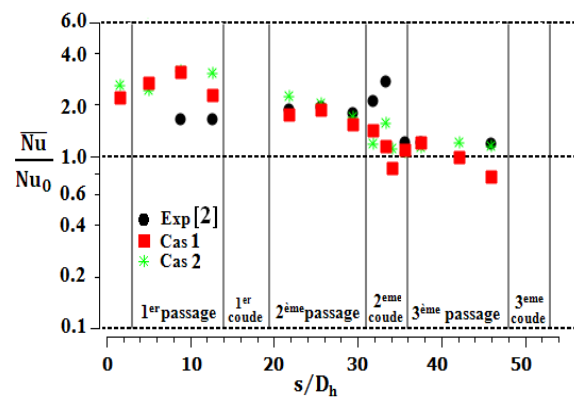
a) Paroi nervurée avant



b) Paroi nervurée arrière



c) Paroi lisse avant



d) Paroi lisse arrière

Figure 5.36 : Effet de l'orientation des nervures sur le taux de transfert thermique dans le cas statique (cas 1 et cas 2).

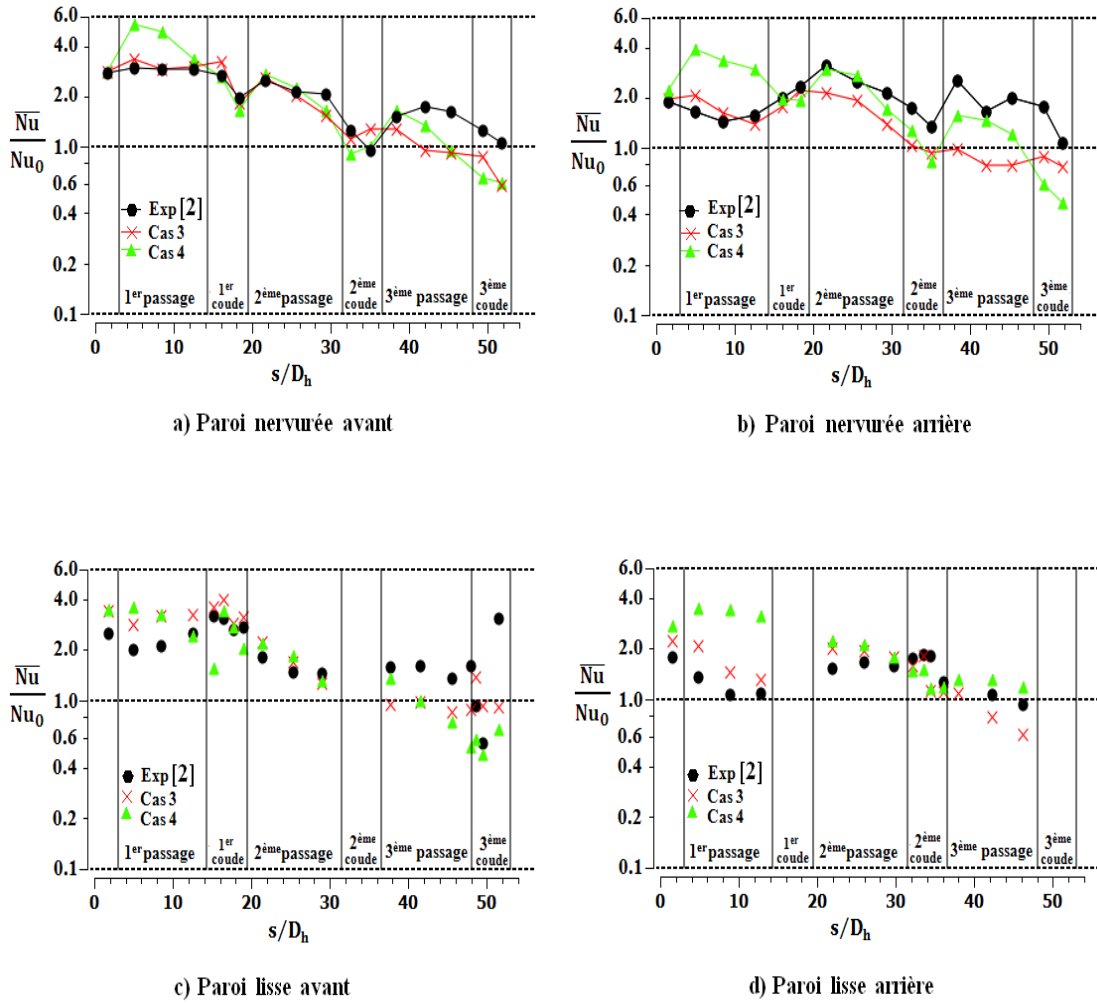


Figure 5.37 : Effet de l'orientation des nervures sur le taux de transfert thermique pour un nombre de rotation de 0.24 (cas 3 et cas 4).

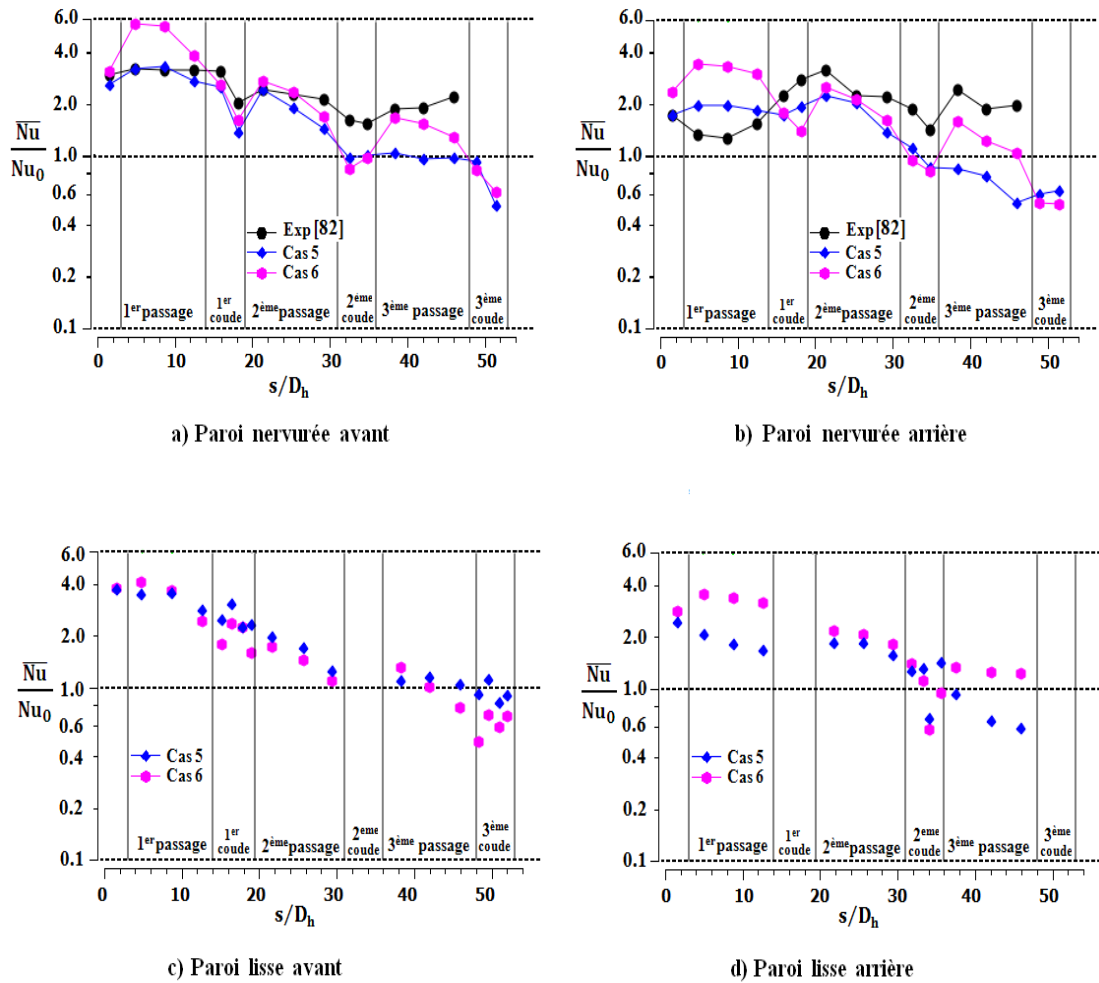


Figure 5.38 : Effet de l'orientation des nervures sur le taux de transfert thermique pour un nombre de rotation de 0.35 (cas 5 et cas 6).

### 5.5 Coefficient de pression

Faute de résultats expérimentaux sur les coefficients de pression pour l'orientation de canal de  $45^\circ$ , nous avons comparé nos résultats relatifs à cette inclinaison à ceux expérimentaux de [Johnson et al.<sup>2</sup>](#) obtenus pour le mode orthogonal de rotation ( $\beta = 0^\circ$ ). La distribution de pression le long de la paroi lisse (locations (a) à (n) sur figure 5.1-a) est représentée sur la figure 5.39-a et 5.39-b.

Les coefficients de pression prédits dans le cas 1 et le cas 2 sont quasi identiques ce qui implique que l'orientation des nervures n'a pas d'effet sensible sur ce coefficient. Ils sont également égaux à celui mesuré dans le premier passage mais augmentent relativement dans le second et le troisième passage. Ce qui indique que l'orientation du canal de  $45^\circ$  augmente légèrement les pertes de charges.

Le coefficient de pression mesuré par [Johnson et al.<sup>2</sup>](#) dans le cas de rotation est référé à celui du cas statique. En effet, dans le but de comparer nos résultats aux données



expérimentales, nous avons ajouté le terme dû à la force centrifuge  $-1/2 \rho \Omega^2 x^2$  à la pression statique. La somme est appelée pression réduite ( $p^*$ ).

Les évolutions du coefficient de pression sur les mêmes parois que dans le cas statique sont représentées sur la figure 5.39-b pour le cas 3 et le cas 4. On peut observer que les résultats prédits dans le premier passage dans le cas 3 sont qualitativement similaires à ceux expérimentaux de Johnson et al.<sup>2</sup>. L'élévation de pression est due à l'effet de Coriolis; car pour l'orientation du canal de  $45^\circ$ , la force de Coriolis agit directement sur la paroi du premier passage contrairement à l'orientation du canal de  $0^\circ$  où cette force est parallèle à cette paroi. Dans le second passage, la distribution de pression est qualitative-ment et quantitativement similaire car à bas nombre de rotation l'écoulement principal centripète est moins sensible à la rotation. Dans le troisième passage, une légère diminution du coefficient de pression est causée par la force de Coriolis qui est faible comparée à celle dans le premier passage. Pour le cas 4, la distribution de pression est sensible-ment similaire à celle du cas 3 dans le premier passage, tandis qu'à la sortie du second passage (point h) et dans le troisième passage, la chute de pression diminue comparée au cas 3 comme le montre la figure 5.39-b. Le taux de rotation supérieur (cas 5 et cas 6) diminue la perte charge par rapport au cas statique (cas 1 et cas 2) et tournant (cas 3 et cas 4). D'une façon générale, l'orientation des nervures de  $+45^\circ$  réduit relativement la chute de pression par rapport à l'orientation des nervures de  $-45^\circ$ .

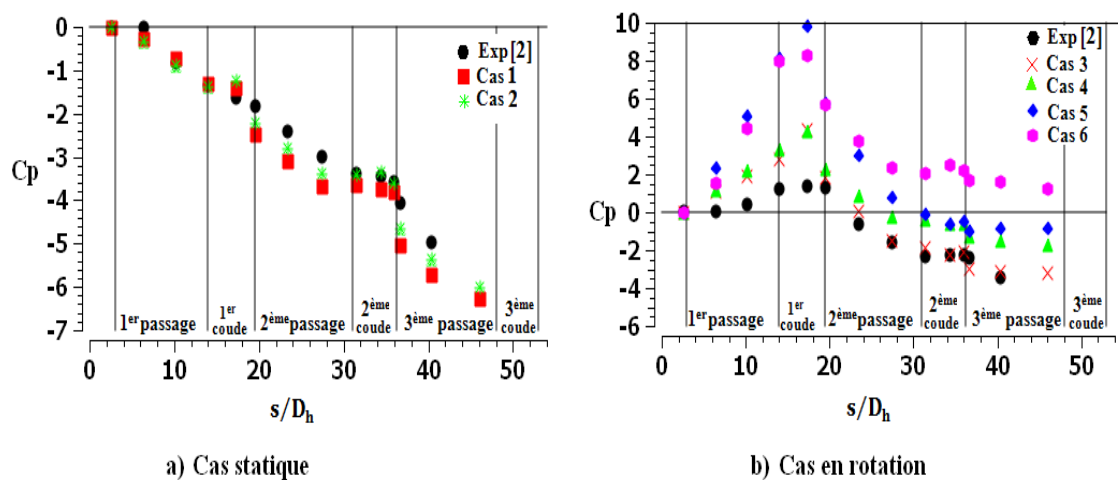


Figure 5.39 : Effet de l'orientation des nervures sur la chute de pression.

## 5.6 Facteur de performance thermique

Dans le but de connaître la configuration la plus favorable au transfert thermique et par conséquent un refroidissement efficace des parois, il faut déterminer le facteur de performance thermique de chaque cas.

Le facteur de frottement du canal est défini par:

$$f = \Delta p D_h / l \cdot 1/2 \rho U_m^2 \quad (5.5)$$

où  $l$  est la longueur du canal,  $\Delta p$  est la différence de la pression statique moyenne entre l'entrée et la sortie du canal et  $1/2 \rho U_m^2$  est la pression dynamique à l'entrée du canal. Le facteur de frottement est adimensionné par l'équation utilisée par Taitel et le Dukler (1976).

$$f_0 = 0.046 \text{Re}^{-0.2} \quad (5.6)$$

d'où

$$f_r = f/f_0 \quad (5.7)$$

L'expression, souvent utilisée dans les travaux expérimentaux pour estimer le facteur de performance thermique dans les passages de refroidissement interne, est donnée par :

$$FPT = (\text{Nu}/\text{Nu}_0)/(f_r)^{0.33} \quad (5.8)$$

où  $\text{Nu}$  est la moyenne du nombre de Nusselt sur les quatre parois du canal ( $\text{Pnv}$ ,  $\text{Pnr}$ ,  $\text{Plv}$  et  $\text{Plr}$ ). Les données expérimentales pour le facteur de performance thermique n'ont pas été rapportées par [Johnson et al.](#)<sup>2, 79, 82</sup>. Les résultats présentés dans le tableau 5.3 montrent que le facteur de frottement dans le cas 4 est presque le double de celui dans le cas 3 alors le facteur de performance thermiques est relativement élevé. Le taux de rotation supérieur réduit le facteur de frottement pour les deux orientations des nervures mais le facteur de performance thermique est meilleur pour l'orientation des nervures de  $+45^\circ$ .

Tableau 5.3 Facteurs de frottement et de performance thermique.

	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5	Cas 6
$f_0$	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006
$f$	0.11	0.106	0.028	0.054	0.222	0.255
$f_r = f/f_0$	18.33	17.67	4.66	8.95	37	42.5
$\text{Nu}/\text{Nu}_0$	1.83	2.13	1.72	2.23	1.75	2.24
$FPT = \text{Nu}/\text{Nu}_0/(f_r)^{0.33}$	2.8	3.3	1.03	1.08	0.53	0.65

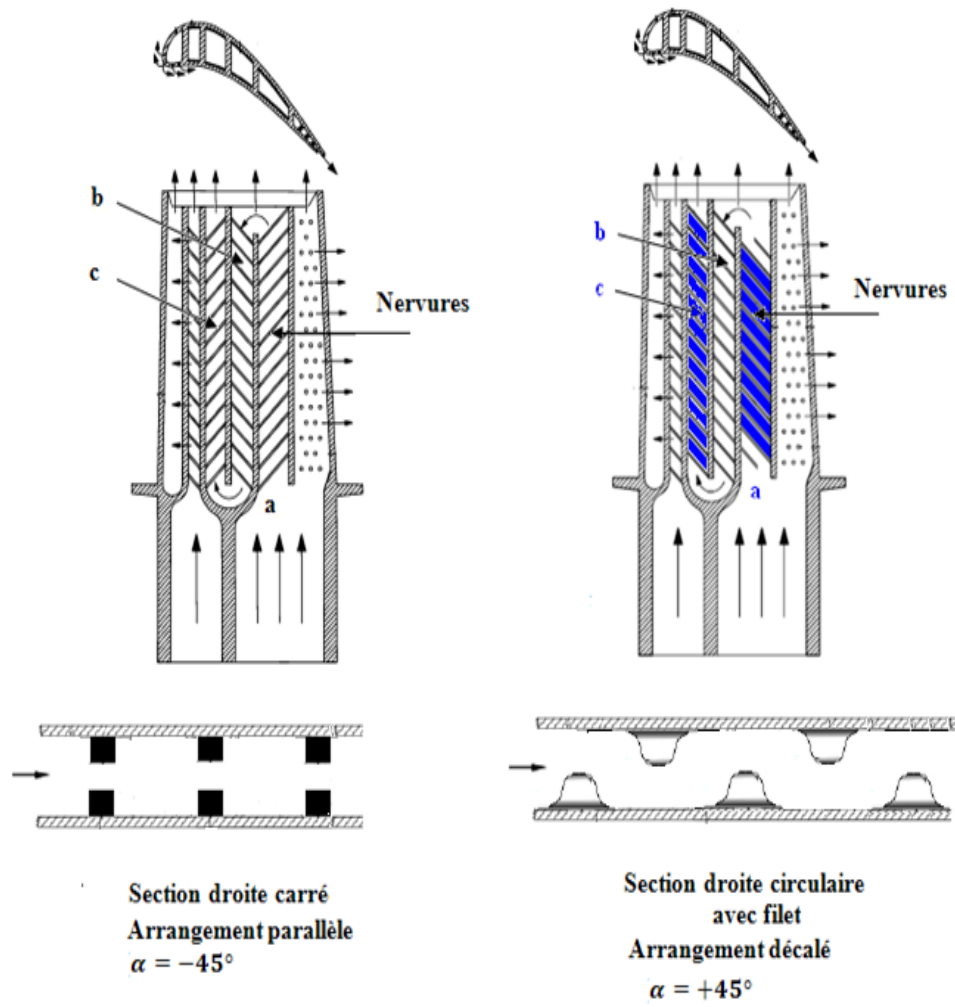
## 5.7 Optimisation de système de refroidissement interne pour une géométrie d'aube donnée

Après avoir déterminée les effets de l'orientation des nervures dans le cas statique et tournant d'un canal à quatre passages dont les parois internes munies de perturbateurs en mode non orthogonal de rotation, on peut exploiter nos résultats pour l'optimisation des systèmes de refroidissement d'aubes. Par exemple, la configuration la plus connue dans la littérature est conçue par [Han et al.<sup>1</sup>](#) avec des conditions aux limites dynamiques et thermiques similaires à celles de la présente étude.

Cette configuration de refroidissement est montrée sur la figure [5.40-a](#). Dans cette configuration, avec un écoulement vers l'avant de fluide de refroidissement, la région de mi-corde (la partie centrale) de l'aube est refroidie par un serpentin de trois passages (a), (b) et (c). Les nervures de section droite carré et incliné de  $-45^\circ$  et de  $+45^\circ$  sont placées sur les parois avant et arrière dans un arrangement parallèle respectivement dans les passages à écoulement principal centrifuge (passage (a) et (c)) et centripète (passage (b)).

Selon nos résultats discutés ci-dessus et comme le rapport de forme du passage n'affecte pas la nature générale de l'écoulement secondaire [Tse et Steuber<sup>80</sup>](#), les nervures avec un profil circulaire avec filet orientées de  $+45^\circ$  dans un arrangement décalé améliorent le transfert thermique et réduisent la perte de charge mieux que les nervures avec un profil carré inclinées de  $-45^\circ$  et placées en vis-à-vis. En effet, on peut optimiser le système de refroidissement sans aucune modification de la structure de l'aube mais en changeant seulement la configuration et l'orientation des nervures. Donc, les nervures, ayant un profil circulaire avec filet, orientées de  $+45^\circ$  et disposées dans un arrangement décalé, sont préférables dans le premier et le troisième passage (a, c) à écoulement principal centrifuge. La figure [5.40-b](#) illustre la solution proposée pour améliorer la durée de vie de l'aube.

Aube munie d'un circuit de refroidissement avec un écoulement en avant



a) Configuration des nervures existante

b) Configuration des nervures proposée

Figure 5.40 : Configurations existante et proposée

## Chapitre 6

### Effets de la force de Coriolis et la force centrifuge sur l'écoulement et le transfert thermique pour un nombre de rotation et un rapport de masse volumique élevés dans un canal à deux passages en mode non orthogonal de rotation

Dans les nouvelles générations de turbines à gaz, les systèmes de refroidissement des aubes mobiles de turbine à gaz fonctionnent avec un nombre de rotation qui dépasse 0.50 ( $R_0 > 0.50$ ) et un nombre de flottabilité centrifuge supérieur à 5.00 ( $F_0 > 5.00$ ) [Han et al.<sup>24</sup>](#). Dans cette optique, Nous nous sommes proposé d'essayer de comprendre les phénomènes dynamiques et thermiques, difficilement réalisables expérimentalement, dans de tels systèmes sous des conditions de refroidissement extrêmes. Pour ce là, nous présentons dans ce chapitre une étude numérique sur les aspects dynamique et thermique d'un écoulement d'air dans un canal à deux passages pour le nombre de rotation ( $R_0 = 1.00$ ) et le nombre de flottabilité ( $F_0 = 20.50$ ). Le modèle de turbulence du second ordre (SMC –  $\omega$ ) est utilisé dans cette étude.

#### 6.1 Description du problème

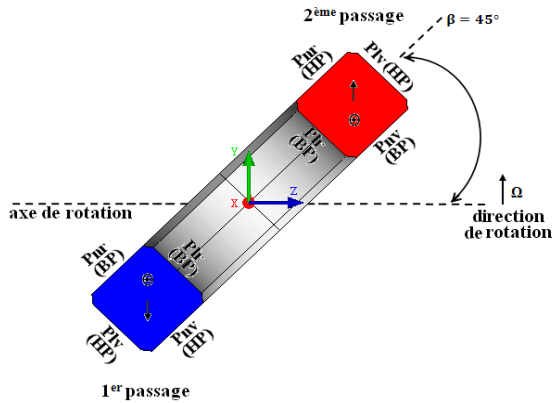
Le canal étudié (figure 6.1) est identique à la partie constituée des deux premiers passages et le premier coude de la configuration de la figure 5.1-a. Les conditions aux limites appliquées pour cette configuration sont utilisées pour la présente configuration de deux passages. Les effets de la rotation sur l'écoulement et le transfert thermique sont examinés pour les valeurs de nombre de rotation 0, 0.24 et 0.35 pour un rapport de masse volumique fixé à 0.13 déjà examinés dans le chapitre cinq. Les nouvelles conditions aux limites appliquées sont les conditions extrêmes de conception de systèmes de refroidissement d'aubes de turbine à gaz, le nombre de rotation 1.00, et les valeurs de rapport de masse volumique 0.23 et 0.50. Ces dernières correspondent, respectivement, aux températures de paroi 389K et 600K. Les paramètres géométriques et de l'écoulement sont consignés dans le tableau 6.1.

[Johnson et al.<sup>82</sup>](#) ont déterminés seulement le rapport du nombre de Nusselt moyen pour un nombre de rotation variant de 0 à 0.35 et un rapport de masse volumique fixé à 0.13. Leurs résultats expérimentaux sur le transfert thermique obtenus dans les deux premiers passages du canal de refroidissement de la figure 5.1-a sont comparés avec les nôtres.

Tableau 6.1 Sommaire des cas étudiés

Cas	$\Omega$ (tr/min)	$R_o$	$DR = \Delta\rho/\rho$	$F_0$	Condition	Expérience
1	0	0	0.13	0	Statique	OUI
2	550	0.24	0.13	0.30	Varie $R_o$	OUI
3	825	0.35	0.13	0.65		OUI
4	2200	1.00	0.13	5.33		NON
5	550	0.24	0.23	0.54	Varie $T_p$	NON
6	550	0.24	0.50	1.18		NON
7	2200	1.00	0.50	20.50	$R_o$ et $T_p$ (Extrême)	NON

a) Canal à deux passages incliné de 45°



$$\begin{aligned} \downarrow & -(2\rho\Omega u)j \\ \uparrow & (2\rho\Omega u)j \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \downarrow \\ \uparrow \end{aligned}} \right\} \text{force de Coriolis}$$

- ⊙ : force de flottabilité
- Pnv : Paroi nervurée avant
- Pnr : Paroi nervurée arrière
- Plv : Paroi lisse avant
- Pvr : Paroi lisse arrière
- HP : Haute pression
- BP : Basse pression

b) Canal à deux passages (paroi avant)

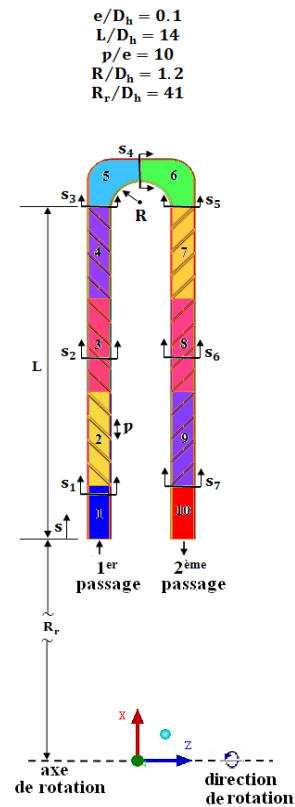


Figure 6.1 : Géométrie d'un canal composé de deux passages à parois internes opposées munies de nervures. Les sections droites du canal sont vues à partir de l'axe de rotation.

### 6.1.1 Génération de maillage

La figure 6.2 illustre la grille numérique générée par le mailleur ICEM.CFD.14.0. L'écoulement de l'air de refroidissement est considéré comme incompressible, la masse volumique de l'air est rapprochée par  $\rho = \rho_0 T_0/T$  afin de déterminer la variation de la masse volumique due à la variation de température. Pour la gamme de température étu-

diée, la viscosité ( $\mu$ ) et la conductivité thermique ( $\lambda$ ) de fluide sont déterminées par la loi de Sutherland basé sur la théorie cinétique des gaz:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^n \left(\frac{1+\S/T_0}{1+\S/T}\right), \lambda = \lambda_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^n \left(\frac{1+\S/T_0}{1+\S/T}\right) \quad (6.1)$$

$\mu_0 = 1.85 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\lambda_0 = 0.0263 \text{ W m/K}$  sont respectivement la viscosité dynamique et la conductivité thermique du fluide à la température de référence  $T_0 = 300\text{K}$ .  $\S$  et  $n$  sont des constantes fixées pour l'air, respectivement à  $111\text{K}$  et  $1.5$ .

La convergence est achevée à des résidus d'une valeur de  $10\text{E} - 6$ . Une étude de l'effet de maillage a été réalisée pour trois grilles de maillage :  $37 \times 37 \times 1123$ ,  $37 \times 37 \times 1250$  et  $50 \times 50 \times 1123$ . Le raffinement de maillage dans la direction radiale et transversale n'a pas affectée sensiblement la solution. Ceci est du fait que le traitement automatique près de paroi utilisé par le modèle de turbulence est moins sensible à l'espacement de grille. Donc la grille retenue pour les calculs est  $37 \times 37 \times 1123$ , ce qui donne  $1,537387$  nœuds.

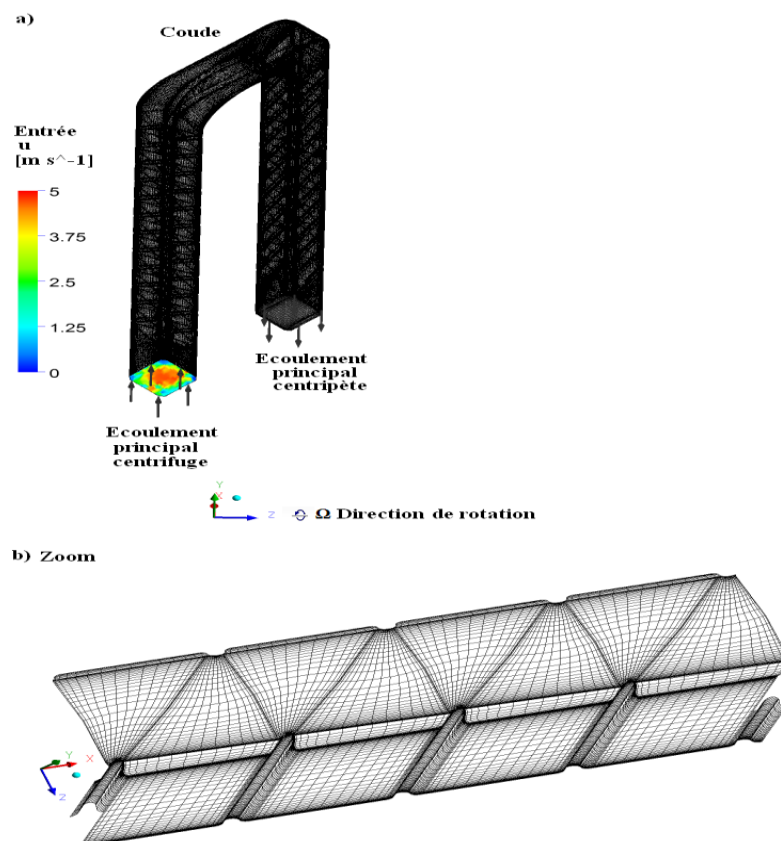


Figure 6.2 : (a) Grille numérique utilisée et profil de vitesse à l'entrée du canal, (b) Vue de maillage près des parois (zoom).

## Résultats et analyse

La notation utilisée dans ce chapitre pour les quatre parois du canal, la direction de l'écoulement, la direction de la force de Coriolis et la direction de la force centrifuge sont identiques à celles discutées au chapitre 5 pour le canal à quatre passages. Donc, l'analyse des champs de l'écoulement et de température est également quasi-identique pour les nombres de rotation  $R_0 = 0$ ,  $R_0 = 0.24$  et  $R_0 = 0.35$  avec un rapport de masse volumique fixé à 0.13 ( $\Delta\rho/\rho = 0.13$ ). En effet, les résultats obtenus dans ce chapitre pour le cas 1, cas 2 et cas 3 sont respectivement identiques à ceux obtenus pour les deux premiers passages du cas 1, cas 3 et cas 5 du chapitre cinq. Ces résultats, déjà commentés dans le chapitre cinq, sont comparés à ceux obtenus dans ce chapitre pour  $R_0 = 1.00$  et  $DR = 0.13$  (cas 4) et  $R_0 = 1.00$  et  $DR = 0.50$  (cas 7).  $DR$  le rapport de masse volumique  $\Delta\rho/\rho$ .

Dans un second lieu, on va déterminer l'effet d'augmenter le rapport de la masse volumique ( $\Delta\rho/\rho = \Delta T/T = T_p - T_0/T_p$ ) sur les caractéristiques de l'écoulement secondaire et le champ température. Cet effet est détaillé dans le cas 5 et le cas 6. Les modèles de l'écoulement secondaire sont vus suivant la direction de l'écoulement principal dans le premier passage et le coude, et dans le second passage, suivant la direction opposée comme indiqué à la figure 6.1-b.

### 6.2 Effet combiné du haut nombre de rotation et haut rapport de masse volumique

A notre connaissance, il n'existe aucune étude expérimentale ou numérique réalisée, dans ces conditions extrêmes, sur notre configuration ou d'autres en mode non orthogonal de rotation

#### 6.2.1 Premier passage à écoulement principal centrifuge

Pour le haut nombre de rotation  $R_0 = 1.00$  et le bas rapport de masse volumique  $DR = 0.13$  (cas 4), la cellule de flottabilité - circulant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et observée dans la section droite  $s_1$  de la partie lisse du premier passage - est assez grande que celles observées dans la même section dans le cas 2 (figure 6.3-b) et le cas 3 (figure 6.3-c). Cette cellule en se combinant avec la cellule Coriolis ayant le même sens de rotation empêche le développement de l'autre cellule de Coriolis (figure 6.3-d) et convecte l'air froid vers les côtés de haute et de basse pression comme montrent les contours de température de la figure 6.3-d.

Pour le haut nombre de rotation  $R_0 = 1.00$  et le haut rapport de masse volumique  $DR = 0.50$  correspondant à  $F_0 = 20.5$  (cas 7), contrairement au cas 4, la cellule de flot-



tabilité tournant dans le sens des aiguilles d'une montre devient plus grande que l'autre, renforce la cellule de Coriolis tournant dans le même sens et plaque la cellule de Coriolis tournant dans le sens contraire contre la paroi nervurée avant (HP). Cet effet est montré à la station  $s_1$  sur la figure 6.4-c.

Pour le haut nombre de rotation et le bas rapport de masse volumique (cas 4), dans la partie nervurée  $3 < s/D_h < 14$ , la cellule de flottabilité tournant dans le sens des aiguilles d'une montre – issue de la partie lisse- s'atténue et l'autre, plus grande, persiste. En effet, la dernière se combine avec les cellules de flottabilité induites dans les régions inter-nervures de la paroi de basse pression (Pnr) et les cellules de Coriolis circulant dans le même sens générées dans les régions inter-nervures de la paroi de haute pression (Pnv). Il en résulte un seul vortex plus intense que celui observé dans le cas 3. Ce large vortex empêche le développement des cellules de Coriolis tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. Il empêche également les vortex, induits par les nervures de la paroi de haute pression (Pnv), de se mélanger avec l'écoulement principal et affaiblit considérablement les vortex, induits par les nervures de la paroi de basse pression (Pnr), par rapport à ceux observés dans le cas statique (cas 1). Cet effet est montré sur la figure 6.3-d aux stations  $s_2$  et  $s_3$ . Ce vortex transporte l'air frais vers les quatre parois du canal et principalement vers celles de haute pression, ce qui accroît l'échange thermique convectif sur ces parois. La comparaison, entre les structures d'écoulement dans le cas 3 et le cas 4, montre que les cellules de flottabilité sont plus grandes que les cellules de Coriolis dans le cas 4 qu'elles ne le sont dans le cas 3. Ceci indique l'effet dominant de la force de flottabilité centrifuge dans le cas 4. L'intensité maximale de l'écoulement secondaire  $(v^2 + w^2)^{0.5}/U_m$  varie de 2.3 à 1.17 et la vitesse radiale de 3.3 à 2.1 quand  $s/D_h$  varie de 3 à 14. Ces dernières valeurs sont calculées le long de la ligne située dans le plan diagonal vertical du passage à 1.1e des parois de haute pression. A la même distance des parois de basse pression,  $u/U_m$  varie de - 1.5 à 0.3. La comparaison des contours de température du cas 1 (statique) et des cas 2, 3 et 4 (en rotation) montrés sur la figure 6.3 indique que les champs de température dans le cas 1 et cas 4 sont plus homogènes que dans le cas 2 et le cas 3.

Pour le haut nombre de rotation et le haut rapport de masse volumique (cas 7), contrairement au cas 4, la grande cellule de flottabilité tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, issue de la partie lisse, se combine avec les cellules de flottabilité de même sens générées dans les régions inter-nervures de la paroi de basse pression et

renforce les cellules de Coriolis tournant dans le même sens induites dans les régions inter-nervures de la paroi de haute pression. Il en résulte un grand vortex tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. Ce dernier comprime les vortex induits par les nervures de la paroi de haute pression et empêche le développement des cellules de Coriolis circulant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, tandis qu'il détruit les vortex induits par les nervures de la paroi de basse pression comme montré à la station  $s_2$  sur la figure 6.4-c. Quand l'écoulement s'approche du coude, les cellules de Coriolis, tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, commencent à s'atténuer, tandis que les cellules de Coriolis de sens contraire commencent à se redévelopper. Ceci donne lieu à une structure de deux vortex contra-rotatifs à la sortie du passage comme l'illustre la figure 6.4-c à la station  $s_3$ . La comparaison des champs de vitesse dans le cas 4 et le cas 7 montre que la composante de vitesse  $u/U_m$  augmente de 3.3 à 7 et de 2.1 à 3.5 quand on passe du cas 4 au cas 7. Les premières valeurs sont calculées sur la diagonale verticale de la station  $s/D_h = 3$  à 1.1 e de la paroi nervurée avant (HP) et les seconds sur la diagonale verticale de la station  $s_3 = 14$  à la même distance de cette paroi. En outre, dans ces deux cas, l'intensité de l'écoulement secondaire  $(u^2 + w^2)^{0.5}/U_m$ , à proximité de la paroi de haute pression (Pnv) du premier passage, est significativement élevée par rapport à celle dans le cas 2 et le cas 3 comme montré sur la figure. 6.7-b, 6.7-c, 6.7-d et 6.7-g. Le champ de température, à la sortie du passage, devient plus homogène dans le cas 7 que dans le cas 4.

### 6.2.2 Région du coude

Pour le haut nombre de rotation et le bas rapport de masse volumique (cas 4), quand l'écoulement aborde le coude, le double-vortex de Dean commence à se développer au détriment du grand vortex issu du premier passage. Le vortex de Dean induit sur la paroi arrière se combine avec un vortex généré près du côté convexe par l'effet opposant de la flottabilité centrifuge constituant ainsi un grand vortex. Ce dernier comprime le vortex de Dean induit du côté de la paroi avant. Ceci donne lieu à une structure de deux vortex contra-rotatifs dont l'un occupe la quasi-totalité de la section droite du milieu du coude. Ensuite, sa déviation vers le côté convexe permet la formation d'un troisième vortex. Cet effet est montré sur la figure 6.5-d. à la station  $s_4$ .

Dans le cas 7, contrairement au cas 4, deux vortex sont induits par l'effet opposant de la flottabilité centrifuge dans le coude. Le vortex circulant dans le sens des aiguilles d'une montre issu du premier passage subsiste en se combinant avec l'un de ces deux vortex circulant dans le même sens et induit sur le côté convexe à proximité de la paroi

arrière. L'effet de cette combinaison empêche la formation du vortex de Dean induit sur cette paroi. Par contre, l'autre vortex issu du premier passage est atténué au profit du développement de l'autre vortex, induit par la force de flottabilité sur le côté convexe à proximité de la paroi avant, qui renforce le second vortex de Dean. Ceci donne lieu à une structure de deux vortex contra-rotatifs au milieu du coude comme le montre la figure 6.5-g.

### 6.2.3 Second passage à écoulement principal centripète

Dans le cas 4, le grand vortex issu du milieu du coude, combiné avec un vortex induit près du côté convexe de la deuxième partie du coude, persiste dans le second passage en interagissant avec un autre vortex induit sur la paroi arrière ; tandis que le troisième vortex est atténué comme montré à la station  $s_5$  sur la figure 6-6-d. Dans le second passage, à écoulement principal centripète, le vortex près du côté convexe se combine avec les vortex induits par les nervures de la paroi arrière (HP), tandis que l'autre vortex subsiste en s'atténuant. Quand l'écoulement se redéveloppe dans ce passage, les vortex induits par les nervures de la paroi avant (BP) sont intensifiés par l'effet de Coriolis et les vortex induits par les nervures de la paroi arrière (HP) sont considérablement réduits. Cet effet donne lieu à deux vortex contra-rotatifs de taille différente dont le plus grand tourne dans le sens des aiguilles d'une montre comme montré à la station  $s_6$  sur la figure 6.6-d. Cette structure demeure presque inchangée jusqu'à la sortie du passage comme illustré à la station  $s_7$  sur la figure 6.6-d.

Dans le cas 7, la structure de deux double-vortex, établie au milieu du coude, évolue de telle sorte qu'à la sortie, l'un d'eux occupe la quasi-totalité de la section comme illustré à la station  $s_5$  sur la figure 6.8-c. Dans le second passage, le grand vortex subsiste en renforçant les vortex induits par les nervures de la paroi arrière (HP), tandis que l'autre est atténué. Quand l'écoulement se redéveloppe dans ce passage, les vortex induits par les nervures de la paroi nervurée avant (BP) sont intensifiés par l'effet de Coriolis mais affaiblis par la formation des cellules de flottabilité dans les régions internervure du côté de la paroi nervurée avant (Pnv (BP)) et du côté de la paroi lisse avant (Plv (HP)). Ceci donne lieu une structure de trois vortex comme montré à la station  $s_6$  sur la figure 6.8-c. Ensuite, les cellules de flottabilité formées dans les régions internervures sont atténuées, tandis que celles à proximité de la paroi lisse avant se redéveloppent en se dirigeant vers la paroi nervurée arrière (HP) et en renforçant les vortex induits par les nervures de cette paroi. Ceci donne lieu à une structure de deux vortex contra-rotatifs de taille très différente comme illustré à la station  $s_7$  sur la figure 6.8-c. Les

contours de température indiquent que l'air de refroidissement, dans le cas 7, devient complètement plus chaud, près de toutes les parois à la sortie de ce passage, que celui dans le cas 4.

### 6.3 Effet de rapport de masse volumique

Pour le nombre de rotation 0.24, trois valeurs du rapport de masse volumique ont été examinées  $DR = 0.13$ ,  $0.23$  et  $0.50$  relatifs respectivement aux cas 2, 5 et 6. Les lignes de courant des écoulements secondaires et les contours de température sont représentés sur les figures 6.3-b, 6.4-a et 6.4-b pour le premier passage, sur la figure 6.5-b, 6.5-e et 6.5-f pour le coude et sur les figures 6.6-b, 6.8-a et 6.8-b pour le second passage. L'effet de l'augmentation du rapport de masse volumique est clairement vu en comparant les figures correspondantes à chaque passage et au coude. De cette comparaison sont tirées les conclusions suivantes :

Dans la partie lisse du premier passage du cas 5 ( $DR = 0.23$ ), contrairement au cas 2 ( $DR = 0.13$ ), la cellule de Coriolis tournant dans le sens des aiguilles d'une montre se combine avec les cellules de flottabilité ayant le même sens de rotation et renforce la cellule de flottabilité additionnelle induite à proximité de la paroi lisse arrière (Plr). Ceci ne permet pas la formation de l'autre cellule de flottabilité tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre comme montré à la station  $s_1$  sur la figure 6.4-a. En revanche, dans le cas 6 (à haut rapport de masse volumique  $DR = 0.5$ ), les deux cellules de flottabilité sont plus grandes et surmontent les deux cellules de Coriolis qui sont relativement réduites par rapport à ceux observées dans le cas 2 et le cas 5 comme montré à la station  $s_1$  sur la figure 6.4-b.

Dans la partie nervurée du premier passage, dans le cas 5, contrairement au cas 2, deux cellules de flottabilité de taille différentes sont formées. La plus grande, induite près de la paroi lisse arrière (BP), renforce l'autre induite dans les régions inter-nervures de la paroi arrière (BP) comme montré à la station  $s_2$  sur la figure 6.4-a. Dans le cas 6, les cellules de flottabilité sont relativement plus grandes, tandis que la cellule de Coriolis tournant dans le sens des aiguilles d'une montre est réduite comme montré à la station  $s_2$  sur la figure 6.4-b. A la sortie de ce passage, la différence entre ces trois cas réside dans le développement d'une cellule de Coriolis additionnelle tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre près de la paroi nervurée avant dans le cas 5 et, l'augmentation de la taille de la cellule de Coriolis et des vortex induits par les nervures respectivement dans le cas 6 et le cas 2, comme montré à la station  $s_3$  sur les figures

6.3-b, 6.4-a et 6.4-b. Les contours de température des mêmes figures indiquent que le gradient de la température est réduit dans le cas 6 par rapport à ceux dans les cas 2 et 5.

Dans le coude, dans le cas 5 (figure 6.5-e) et le cas 6 (figure 6.5-f), se produit presque le même phénomène physique que dans le cas 2 avec une diminution du vortex de Dean induit sur la paroi avant dans le cas 5 et une augmentation de celui-ci dans le cas 6. En outre, le développement du troisième vortex près du côté convexe du coude dans le cas 5 et le cas 6 est retardé ; car le grand vortex, près de la paroi arrière, en changeant de direction vers le côté convexe permet le développement d'un vortex près de la paroi avant. Ce dernier se développe au détriment du premier et renforce le troisième. Cette complexe interaction donne lieu aux structures montrées aux figures 6.5-e et 6.5-f.

Dans le second passage, après l'atténuation de l'effet du coude, l'écoulement est dominé par les écoulements secondaires induits par les nervures de la paroi arrière (HP) et la paroi avant (BP) qui constituent une structure de deux vortex contra-rotatifs de taille différente. Dans le cas 6, le plus grand se situe près de la paroi arrière (HP) et l'autre près de la paroi avant (BP) comme montré à la station  $s_7$  sur la figure 6.8-b, tandis qu'ils sont sensiblement symétriques dans le cas 5 (figure 6.8-a)). Dans le cas 6 (à haut rapport de masse volumique), l'air le plus chaud occupe presque la totalité de la section droite du passage ; ce qui favorise la formation de zones chaudes sur les parois comme cela peut être vu sur les contours de température de la figure 6.8-b.

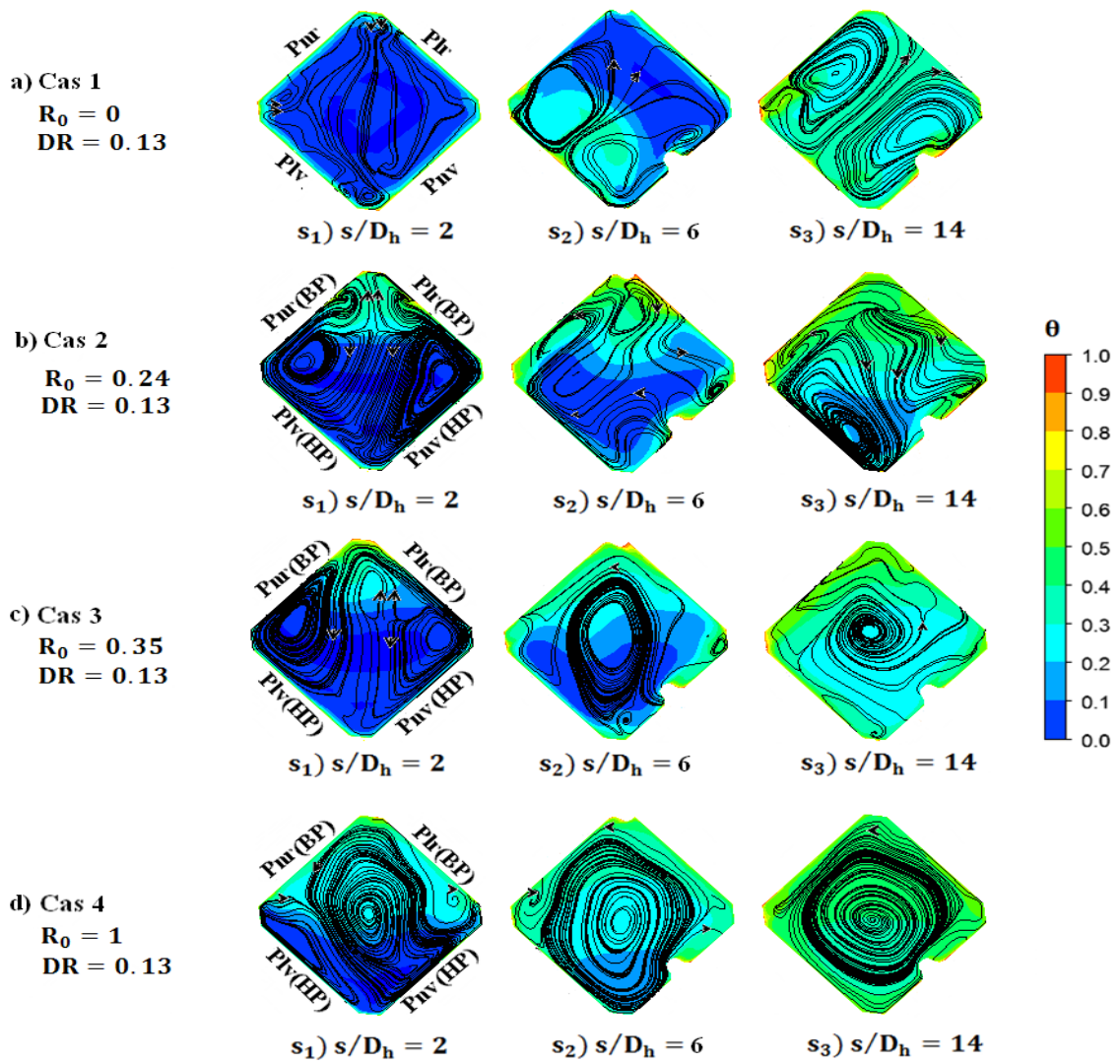


Figure 6.3 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1<sup>er</sup> passage du cas 1, cas 2, cas 3 et cas 4.

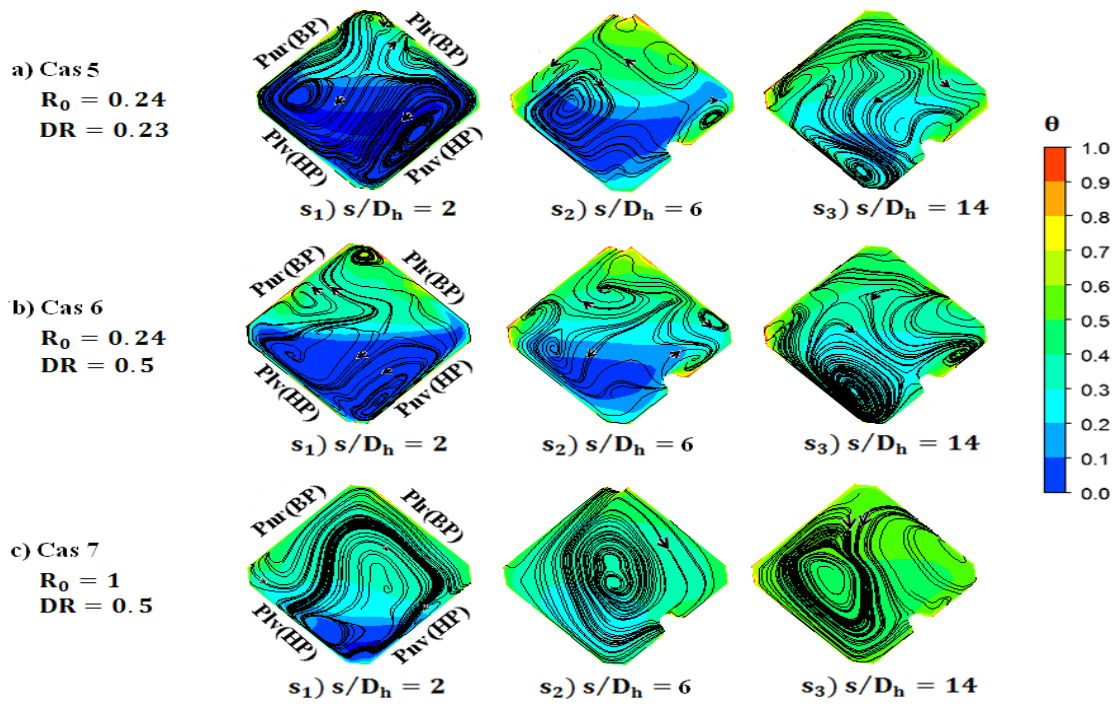


Figure 6.4 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 1<sup>er</sup> passage du cas 5, cas 6 et cas 7.

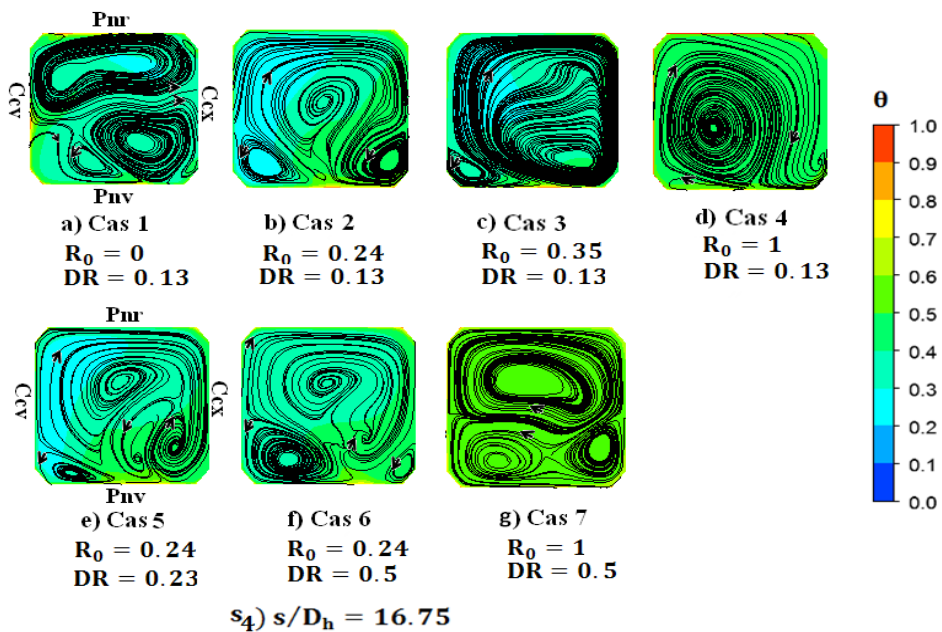


Figure 6.5 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le coude de tous les cas étudiés (cas 1 à cas 7).

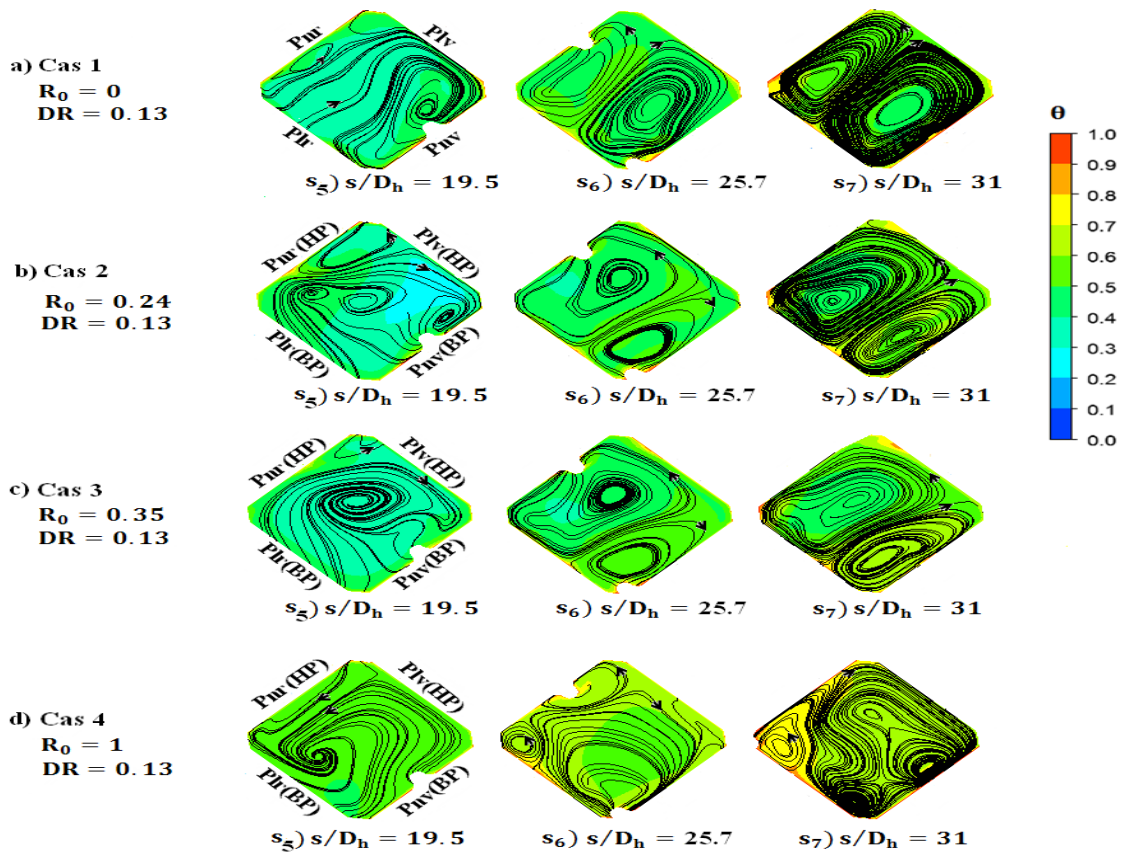


Figure 6.6 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2<sup>ème</sup> passage du cas 1, cas 2, cas 3 et cas 4.

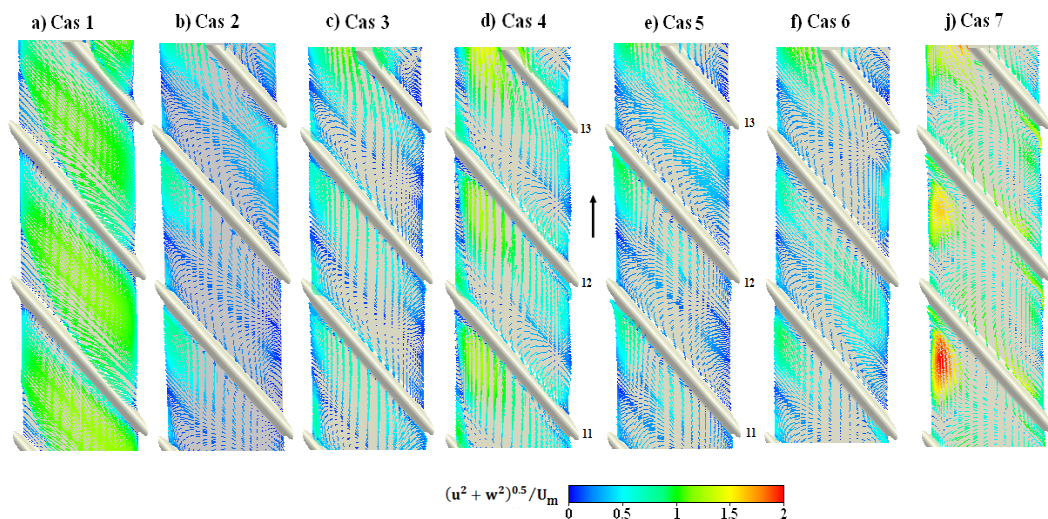


Figure 6.7 : Champ de vitesse près de la paroi avant (0.1e) du premier passage de tous les cas étudiés.



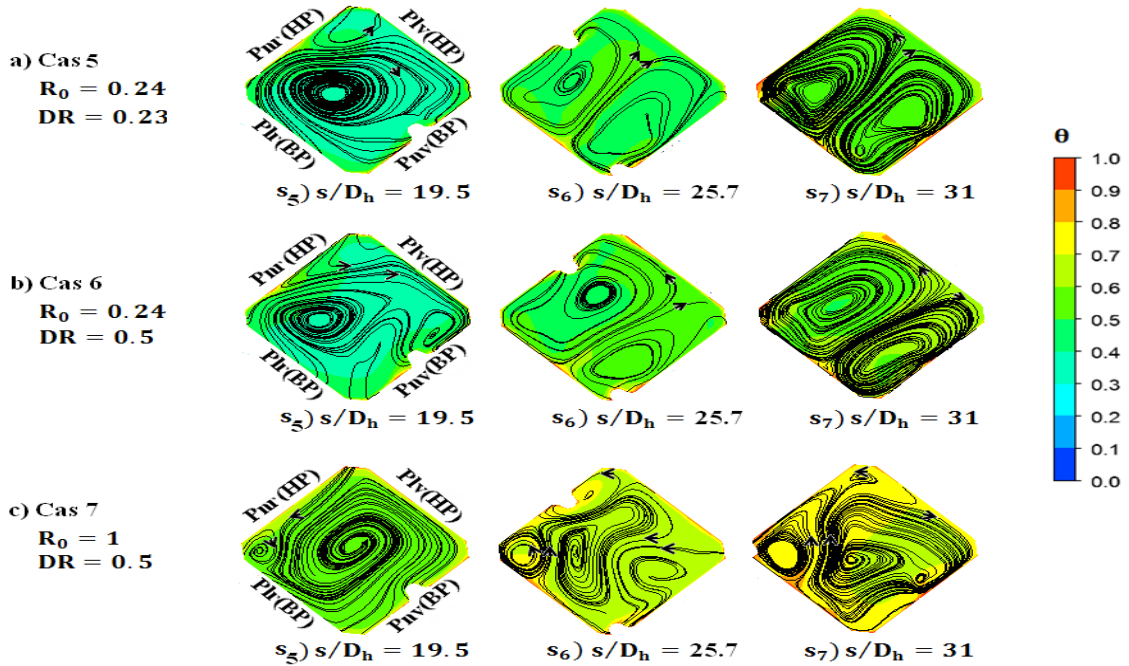


Figure 6.8 : Lignes de courant de l'écoulement secondaire et contours de température dans le 2<sup>ème</sup> passage du cas 5, cas 6 et cas 7.

#### 6.4 Variations de la force de Coriolis et la force centrifuge dans la direction de l'écoulement principal

Les profils de la force de Coriolis et la force centrifuge le long de la diagonale verticale des stations  $s/D_h = 6$  et  $s/D_h = 26$  respectivement dans le premier et le second passages en termes de vitesse radiale adimensionnelle ( $u/U_m$ ) et température adimensionnelle  $\theta$  sont représentés à la figure 6.9 pour les deux valeurs extrêmes du nombre de flottabilité ( $F_0 = 0.30$  pour le cas 2) et ( $F_0 = 20.50$  pour le cas 7). On rappelle, ici, que l'effet du nombre de flottabilité défini par l'équation (5.4) est obtenu en variant deux paramètres à la fois le nombre de rotation  $R_0$  et le rapport de la masse volumique  $\Delta\rho/\rho$  pour un rapport géométrique  $R_r/D_h$  fixé à 41.

Dans le premier passage à écoulement principal centrifuge, les effets assistant et opposant de la flottabilité centrifuge, dans le cas 7, sont plus importants que ceux dans le cas 2. En ce sens que la vitesse ( $u/U_m$ ) dans le cas 7, relative à l'effet assistant, augmente d'un facteur de trois par rapport à celle dans le cas 2 et celle relative à l'effet opposant d'un facteur de deux environ. Ce résultat s'explique par la grande influence de la force de la flottabilité centrifuge. Dans le second passage à écoulement principal centripète, pour le bas nombre de flottabilité (cas 2), l'effet de Coriolis domine celui de la

flottabilité centrifuge ; par contre, pour le haut nombre de flottabilité, le phénomène inverse se produit. En effet, contrairement au premier passage, l'effet assistant de la flottabilité accélère l'air chaud près des parois de haute pression (Pnr et Plv), tandis que l'effet opposant ralentit l'air frais près des parois de basse pression (Pnv et Plr). La flottabilité assistante augmente approximativement de 40% et la flottabilité opposante de 13% en terme  $u/U_m$  quand on passe du cas 2 au cas 7.

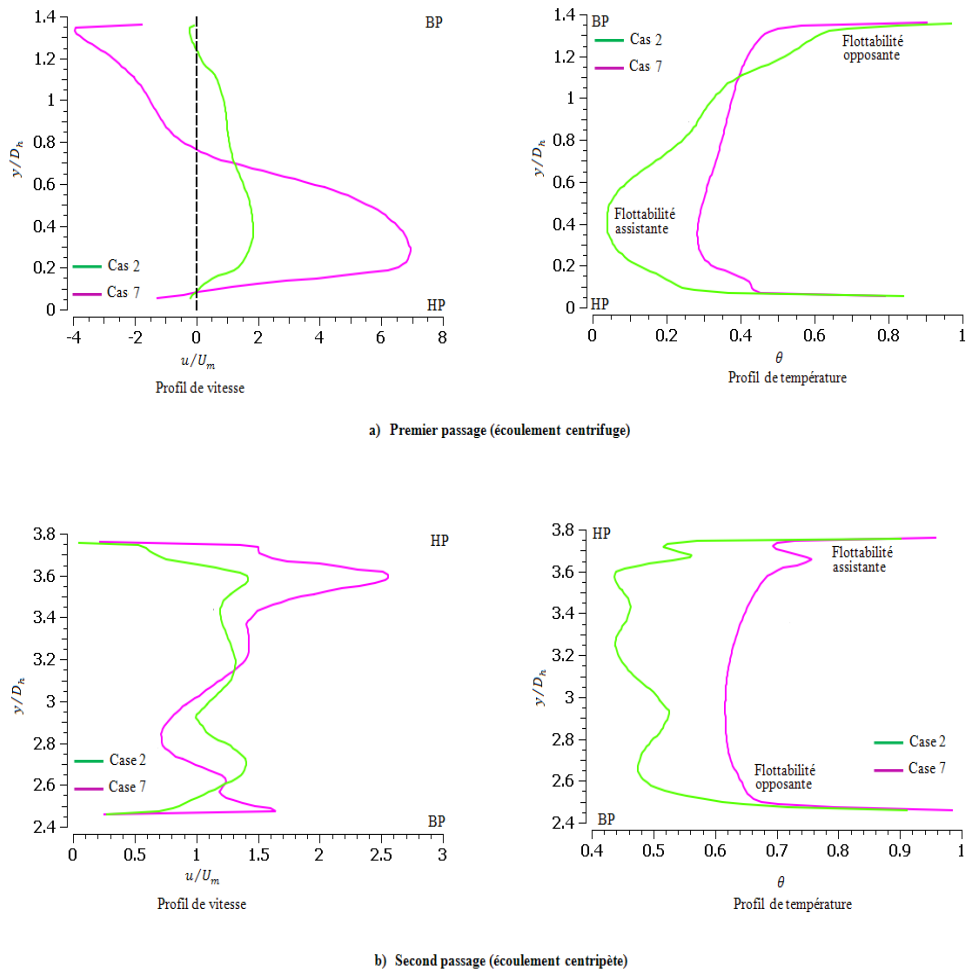


Figure 6.9 : Profils verticaux de vitesse et température dans le 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> passage pour un bas nombre de flottabilité bas (cas 2) et haut nombre de flottabilité (cas 7).

## 6.5 Effets combinés du haut nombre de rotation et haut rapport de masse volumique sur la turbulence

Les profils de l'énergie cinétique turbulente ( $K$ ) et la composante  $\overline{u\bar{v}}$  du tenseur des contraintes de Reynolds suivant les diagonales verticales  $s/D_h = 14$  dans le premier passage,  $s/D_h = 16.75$  dans le coude et  $s/D_h = 26.6$  dans le second passage sont représentés à la figure 6.10. Ces quantités sont adimensionnées par la vitesse moyenne  $U_m$ .

### 6.5.1 Energie cinétique turbulente

Dans le premier passage, le haut nombre de rotation et le haut rapport de masse volumique (cas 7) augmentent d'une manière significative l'énergie cinétique de turbulence, notamment dans le cœur de l'écoulement, par rapport aux autres cas (1 à 6). Pour le haut nombre de rotation et le bas rapport de masse volumique (cas 4), l'énergie cinétique est supérieure à celles de ces derniers cas mais reste inférieure à celle du cas 7 (figure 6.10-a). Tandis que pour le bas nombre de rotation et le haut rapport de masse volumique (cas 6), cette énergie augmente et diminue, par rapport au cas statique, respectivement près des parois de haute pression et des parois de basse pression.

Dans le coude, le maximum de l'énergie cinétique turbulente diminue par rapport à celui dans le premier passage, de  $0.74U_m^2$  à  $0.63U_m^2$  dans le cas 7 et de  $0.34U_m^2$  à  $0.15U_m^2$  dans le cas 6, tandis qu'il augmente de  $0.28U_m^2$  à  $0.34U_m^2$  dans le cas 4 comme le montre la figure 6.10-b.

Dans le second passage, l'énergie cinétique turbulente dans le cas 7 augmente nettement près de la paroi arrière (HP) relativement au cas 4 et demeure la même dans le cœur de l'écoulement et près de la paroi avant (BP) mais près de la paroi arrière (HP), elle s'atténue dans le cas 4 par rapport au cas statique. Il n'y en a pas de différence majeure entre le cas 1 et cas 2 et cas 3. En revanche, l'énergie cinétique turbulente augmente légèrement dans le cas 5 et cas 6 comparés au cas statique comme montré à la figure 6.10-c.

### 6.5.2 Contrainte de cisaillement turbulente

Les plus importantes contraintes de cisaillement sont celles des cas 4 et 7. Dans le premier passage, la contrainte de cisaillement est négative près de la paroi de haute pression ( $y/D_h < 0.35$ ); elle atteint  $-0.18U_m^2$ ,  $-0.12U_m^2$  et  $-0.08U_m^2$  respectivement dans les cas 7, 4 et 6. Pour  $y/D_h > 0.35$ , elle est positive et atteint, dans le cœur de

l'écoulement, les valeurs maximales  $0.25U_m^2$ ,  $0.14U_m^2$  et  $0.06U_m^2$  respectivement dans les cas 7, 4 et 6.

Dans le coude, la contrainte de cisaillement est positive ( avec un maximum de  $0.44U_m^2$  au milieu du coude) dans le cas 4 et trop élevée comparée à celles dans les cas 1, 2, 3, 5 et 6 dont les amplitudes sont très faibles, tandis qu'elle est en moyenne négative dans le cas 7; positive près de la paroi avant (BP) avec un maximum de l'ordre de  $0.06U_m^2$  et négative ailleurs avec un minimum de  $-0.13U_m^2$  dans le cœur de l'écoulement comme montré à la figure 6.10-e.

Dans le second passage le profil de la contrainte de cisaillement dans le cas 7 est quasi semblable à celui dans le premier passage mais avec des valeurs négatives près de la paroi de haute pression. Dans le cas 4 cette contrainte est par tout positive. Les contraintes correspondant aux autres cas sont également très faibles (figure 6.10-f). On peut, donc, conclure que dans le second passage et le coude, la rotation affecte d'une manière significative les quantités turbulentes pour le nombre de rotation élevé alors qu'elle ne les affecte pas pour les bas nombres de rotation.

## **6.6 Effet du haut nombre de flottabilité sur le transfert thermique**

### **6.6.1 Nombre de Nusselt local**

La figure 6.11 illustre les distributions du rapport du nombre de Nusselt local ( $Nu/Nu_0$ ) sur les deux parois nervurées opposées (HP) et (BP) pour les cas considérés. La comparaison entre le cas statique (cas 1) et le cas en rotation (cas 2-7), donne les conclusions suivantes :

Dans le premier passage des cas 4 et 7, les zones de taux de transfert thermique élevées sont intensifiées d'une manière très nette et les zones de taux de transfert thermique faible sont presque supprimées comparées à celles observées dans le cas 1, cas 2 et le cas 3 comme le montre la figure 6.11-k et 6.11-n. Cette amélioration est due au fort effet de l'écoulement secondaire induit par la rotation. La paroi de basse pression dans le cas 2, est caractérisée par des zones de taux de transfert thermique très faible dans les régions inter-nervures dues à la recirculation de l'écoulement ; ces zones sont réduites dans le cas 3 et éliminées dans le cas 4 et le cas 7 comme cela peut être vu sur la figure 6.11-d et 6.11-g.

Les distributions du nombre de Nusselt local ( $Nu/Nu_0$ ) sur les parois nervurées avant et arrière du second passage dans le cas 2 et le cas 3 sont presque similaires à celles dans le cas statique comme montré aux contours (a, b, c, h, i et j) de la figure 6.11 - car pour les nombres de rotation  $R_0 = 0.24$  et  $R_0 = 0.35$  et le rapport de masse volu-

mique 0.13, l'écoulement dans le second passage n'est pas affecté sensiblement par la rotation mais dominé par l'écoulement secondaire induit par les nervures - tandis que celles dans le cas 4 et le cas 7 sont différentes en raison, respectivement, de la forte influence des effets de la force de Coriolis et de la flottabilité centrifuge. Dans le cas 4,  $(Nu/Nu_0)$  est élevé dans les régions inter-nervures de la paroi avant (BP) mais faible sur la paroi arrière (HP) relativement au cas statique comme montré par les contours (d et k) de la figure 6.11. En revanche, dans le cas 7, ce rapport diminue d'une manière significative sur les parois avant et arrière du second passage comparé au cas statique comme cela peut être vu sur les figures 6.11-g et 6.11-n. Cette dégradation du taux de transfert thermique est due à la formation des cellules de flottabilité

Dans le coude, le rapport du transfert thermique local est augmenté dans le cas 4, tandis qu'il est réduit dans le cas 7 par rapport au cas 2 et cas 3.

Dans le cas 5 et le cas 6, sur les parois de haute et de basse pression, les distributions du rapport du nombre de Nusselt sont qualitativement similaires à celles observées dans le cas 2. Leur différence réside dans la réduction des zones de taux de transfert thermique élevé et l'extension des zones de taux de transfert thermique faible comme montré aux contours (e, f, l et m) de la figure 6.11.

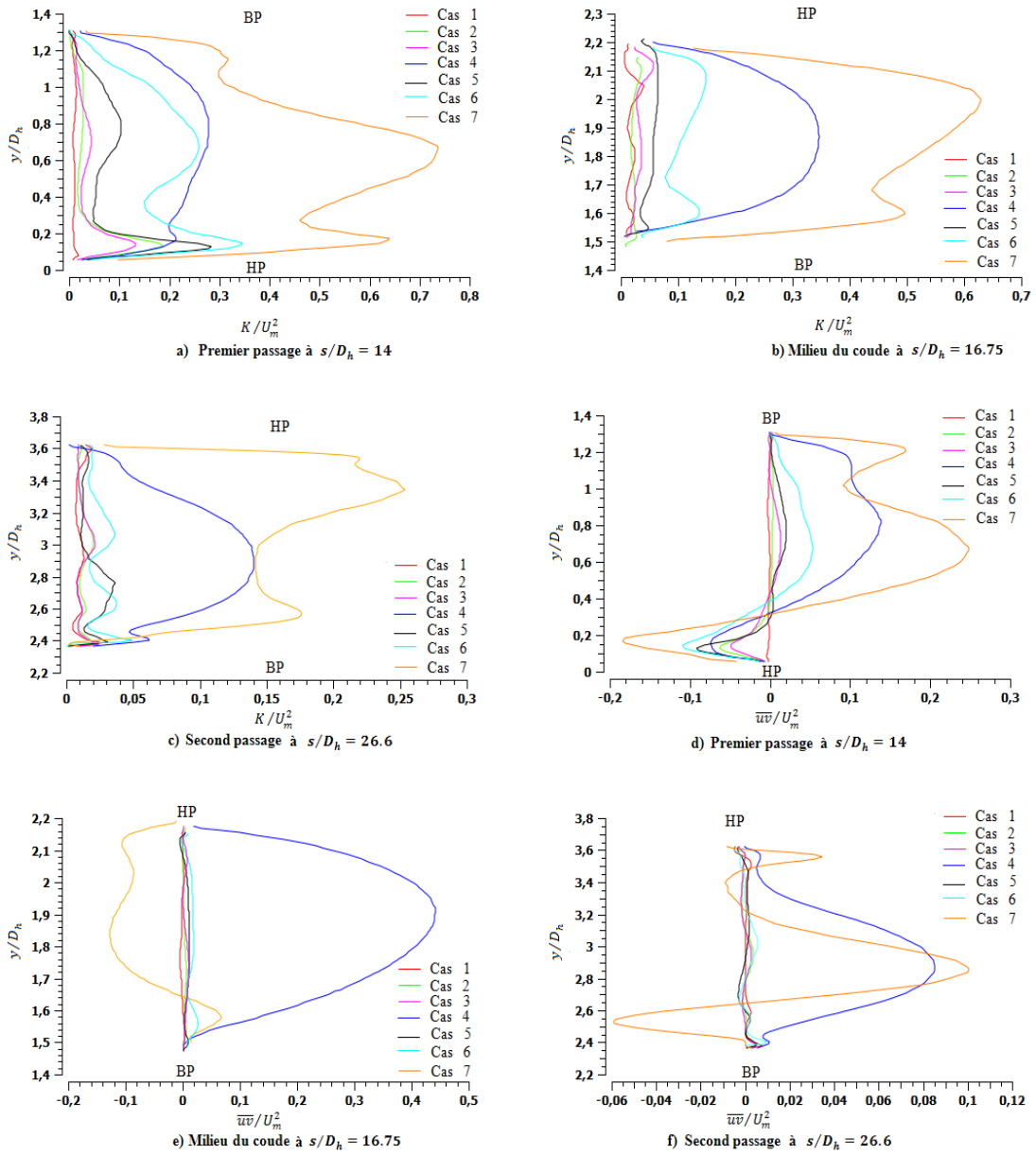


Figure 6.10 : Effets du haut nombre de rotation et haut rapport de masse volumique sur la contrainte de cisaillement et l'énergie cinétique turbulentes.

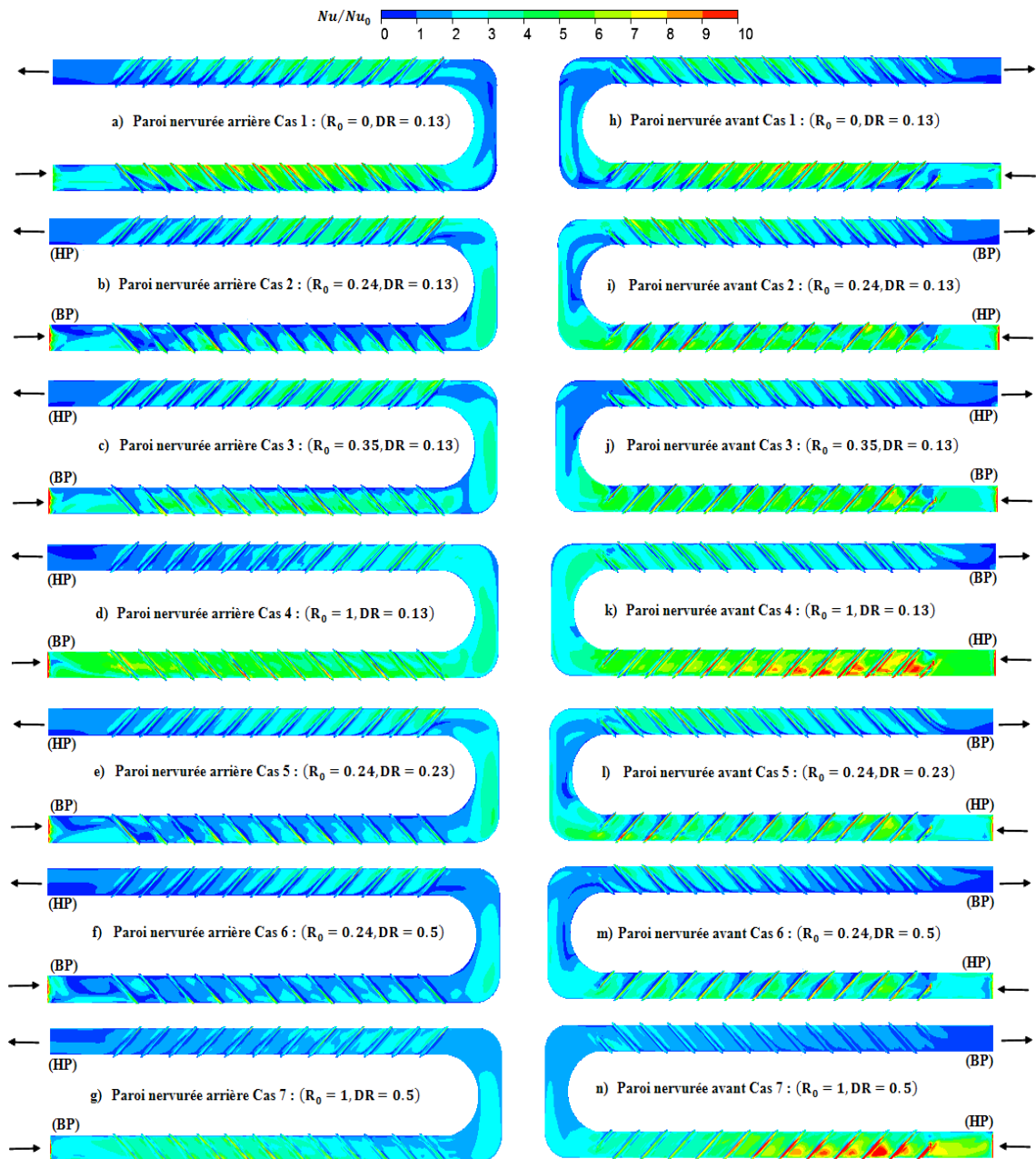


Figure 6.11 : Contours du rapport du nombre de Nusselt local sur la paroi nervurée avant et la paroi nervurée arrière des cas étudiés (cas 1-7).

### 6.6.2 Nombre de Nusselt moyen

Dans le but de mettre en relief l'effet du haut nombre de flottabilité sur le taux de transfert thermique moyen, nous avons représenté les évolutions du nombre de Nusselt moyen le long des parois nervurées à la figure 6.12 pour les cas 1, 2, 3, 4 et 7.

Sur la paroi nervurée avant (HP) du premier passage, à écoulement principal centrifuge, le taux de transfert thermique augmente légèrement avec le nombre de rotation

( $R_0$ ) sauf à ( $s/D_h = 8$ ) et dans la deuxième partie du coude sauf pour le nombre de rotation 0.35 comme le montre la figure 6.12-a.

Dans le second passage, il n'y a pas de grande différence entre les effets des nombres de rotation 0, 0.24 et 0.35 sauf au début, où le taux de transfert thermique augmente légèrement comparé au cas statique. Sur la paroi nervurée arrière (BP) du premier passage, le taux de transfert thermique augmente quand le nombre de rotation augmente mais reste inférieur à celui dans le cas statique, tandis qu'il reste presque inchangé sur la paroi nervurée arrière (HP) dans le second passage. Sur la paroi nervurée avant (BP), on n'observe pas une grande différence entre le cas de  $R_0 = 0$ ,  $R_0 = 0.24$  et  $R_0 = 0.35$  après une distance de quatre diamètres hydrauliques comme montré sur la figure 6.12. A ces niveaux de rotation, les résultats numériques sont déjà commentés et comparés avec ceux expérimentaux pour les deux premiers passages du canal à quatre passages discutées au chapitre cinq. Les résultats numériques sont en accord avec ceux expérimentaux dans les deux premiers passages.

Pour le haut rapport du nombre de rotation et bas rapport de masse volumique (cas 4 :  $R_0 = 1.00$  et  $DR = 0.13$ ), sur la paroi nervurée avant (figure 6.12-a), le taux de transfert thermique, comparé au cas statique, est plus élevé, légèrement élevé et quasi identique, respectivement dans le premier passage, le coude et le second passage. Sur la paroi nervurée arrière (figure 6.12-b), le taux de transfert thermique, comparé au cas statique, est en moyenne légèrement élevé et inférieur respectivement dans le premier et le second passage. L'amélioration observée dans le premier passage sur les deux parois nervurées est attribuée au fort effet de rotation tandis que la dégradation sur la paroi nervurée arrière du second passage est attribuée à la réduction de l'effet des vortex, induits par les nervures, due à la rotation.

Pour le haut nombre de rotation et le haut rapport de masse volumique (cas 7 :  $R_0 = 1.00$  et  $DR = 0.50$ ), le taux de transfert thermique, sur les deux parois nervurées dans premier passage, est globalement supérieur à celui dans le cas statique mais il est inférieur à celui dans le cas 4. En revanche, sur les deux parois nervurées du second passage, il est très inférieur à ceux dans les cas 1, 2, 3 et 4 comme cela peut être vu sur la figure 6.12-a et 6.12-b. La dégradation du taux de transfert thermique observé sur les parois de haute et de basse pression dans le second passage dans le cas 7 est due à la formation des cellules de flottabilité induites par l'effet opposant de flottabilité centrifuge.



## 6.7 Effet du rapport de masse volumique élevée sur le transfert thermique

Dans le but d'étudier l'effet de l'augmentation du rapport de masse volumique sur le taux de transfert thermique, les évolutions du rapport du nombre de Nusselt moyen sur les parois nervurées avant et arrière pour les cas 1, 2, 5 et 6 sont représentées sur la figure 6.13.

Johnson et al.<sup>82</sup> n'ont pas étudié l'effet du rapport de masse volumique sur les caractéristiques du transfert thermique. L'augmentation de ce rapport, dans la présente étude, de 0.13 (cas 2) à 0.23 (cas 5) engendre une diminution du taux de transfert thermique sur la paroi nervurée avant (HP) à  $s/D_h = 8$ , une augmentation dans le coude et ne l'affecte pas le second passage. Pour le haut rapport de masse volumique (cas 6 :DR = 0.50), le taux de transfert thermique sur, les parois de haute et de basse pression dans les deux passages, est inférieur à ceux correspondant aux rapports de masse volumique 0.13 (cas 2) et 0.23 (cas 5) comme montré sur la figure 6.13-a et 6.13-b. Cette réduction sur la paroi avant du premier passage s'explique par l'interaction partiellement destructive des vortex induits par les nervurées inclinées et les cellules de Coriolis d'une part, et à la faible intensité de l'écoulement secondaire en proche-paroi d'autre part (figure 6.7-f). Sur la paroi arrière du premier passage, elle est due à l'effet important de la flottabilité opposante. Dans le second passage, cette dégradation est due à l'augmentation de la température moyenne de l'air de refroidissement.

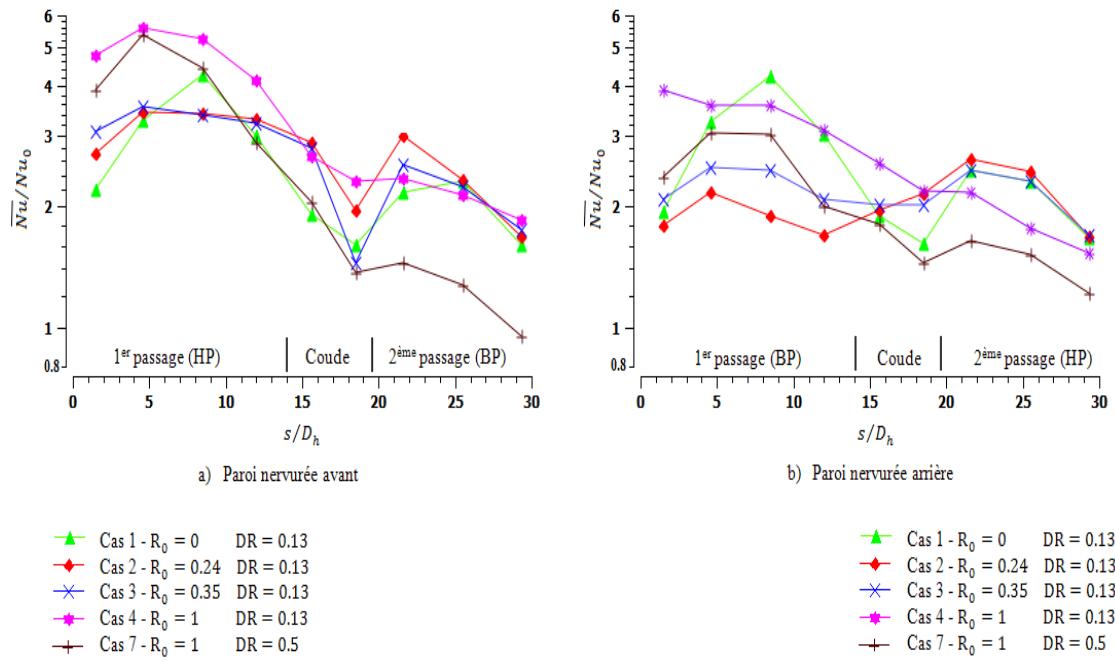


Figure 6.12 : Effets du nombre de rotation et de rapport de masse volumique élevés sur le rapport du nombre de Nusselt moyen.

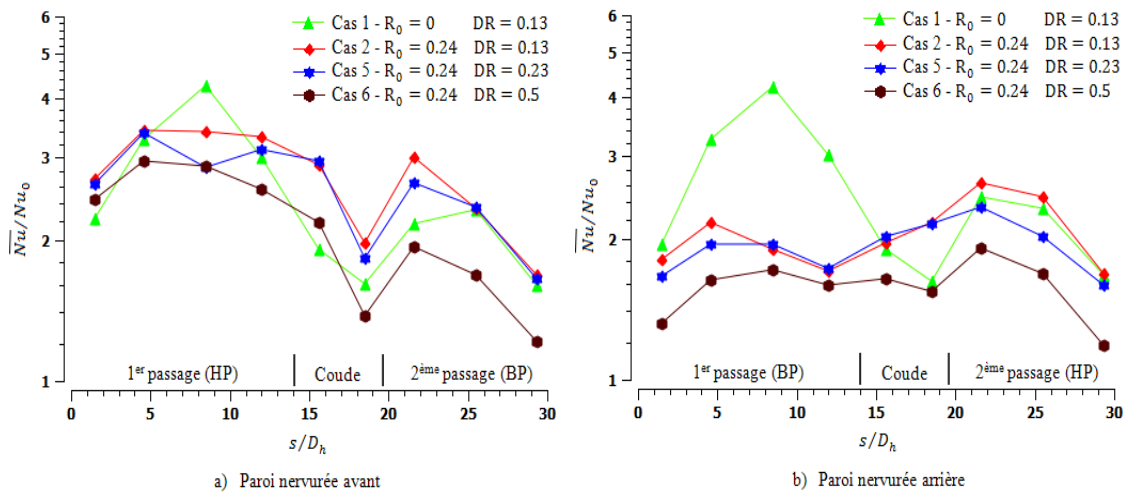


Figure 6.13 : Effet du haut rapport de masse volumique sur le rapport du nombre de Nusselt moyen.

## Conclusion

Les travaux, dont les principaux résultats sont exposés dans ce mémoire, ont pour objectif de contribuer à une meilleure connaissance du refroidissement interne d'aubes de turbine à gaz. On s'est proposé, en premier lieu, de rassembler quelques résultats numériques et expérimentaux concernant ce mode de refroidissement afin situer notre problème et de les confronter à nos résultats.

Notre étude numérique a porté sur l'écoulement d'air avec transfert de chaleur dans deux circuits à section carrée, orientés par rapport à leur axe de rotation de  $45^\circ$ , dont deux parois opposées sont munies de nervures décalées et inclinées : dans l'un, à quatre passages raccordés par trois coudes de  $180^\circ$ , est examiné l'effet de l'orientation des nervures sur les aspects dynamique et thermique de l'écoulement pour différentes valeurs de nombre de rotation  $R_0$ . Dans l'autre, à deux passages, sont examinés les effets du haut nombre de rotation et haut rapport de masse volumique. Pour le premier, deux configurations sont considérées : dans l'une, les nervures sont inclinées de  $-45^\circ$ , par rapport à la direction de l'écoulement principal, dans le premier et troisième passage et de  $+45^\circ$  dans le second passage ; dans l'autre, elles sont inclinées de  $+45^\circ$  dans les trois premiers passages. Le quatrième passage est lisse et adiabatique pour les deux configurations. Le second canal est identique à la partie, constituée des deux premiers passages et le premier coude, de la première configuration. Les calculs sont effectués à l'aide du modèle de second ordre (SMC -  $\omega$ ) pour un nombre de Reynolds de 25,000.

En dépit de la complexité de l'écoulement inhérente aux phénomènes physiques, l'étude a conduit à de nombreuses données qui caractérisent les aspects dynamique et thermique de l'écoulement.

L'étude des effets de l'orientation des nervures sur l'écoulement et le transfert thermique dans le canal à quatre passages conduit aux principaux résultats suivants :

Dans le cas 1 (nervures à  $\mp 45^\circ$ ) et le cas 2 (nervures à  $+45^\circ$ ) statiques, l'écoulement est dominé par l'écoulement secondaire lié à la géométrie des nervures caractérisé par une structure de deux vortex dans les trois passages dont le sens de circulation dépend de

l'orientation des nervures. Le taux de transfert thermique n'est sensiblement affecté par l'orientation des nervures.

Dans le cas 3 ( $R_0 = 0.24$ , nervures à  $\mp 45^\circ$ ), l'interaction entre les cellules de Coriolis et les vortex induits par les nervures développe une structure d'écoulement complexe caractérisée par l'effet destructif des cellules de Coriolis sur les vortex induits par les nervures de la paroi avant (HP) du premier passage et par l'effet de la formation des cellules de flottabilité qui empêchent le développement des vortex induits par les nervures de la paroi (BP). Dans le second passage, la structure de l'écoulement – quasi identique à celle du cas 1 statique – indique un effet faible de la rotation. Dans le troisième passage, l'interaction entre les cellules de Coriolis, les vortex induits par les nervures à  $-45^\circ$  et le vortex issu du second coude est destructive du côté de la paroi nervurée avant (HP); et les cellules de flottabilité centrifuge empêchent le développement des vortex induits par les nervures de la paroi arrière (BP).

Dans le cas 4 ( $R_0 = 0.24$ , nervures à  $+45^\circ$ ), les écoulements secondaires induits par la rotation et les nervures des parois avant et arrière du premier passage se combinent d'une manière constructive. Dans le second passage, les vortex issus du premier coude renforcent ceux induits par les nervures. Dans le troisième, il y a interaction constructive entre le vortex issu du second coude et les vortex induits par nervures de la paroi arrière (BP).

Le taux de transfert thermique dépend directement de la nature de l'interaction des écoulements secondaires induits par la rotation et les nervurées inclinées. Le rapport du nombre de Nusselt sur les parois nervurées avant et arrière dans le cas 3 est inférieur à celui dans le cas 4 dans les trois passages et à celui donné par la corrélation de kays et Perkins<sup>90</sup> dans le troisième passage. Ceci produit des zones chaudes importantes comparées à celles du premier passage.

Dans le cas 5 ( $R_0 = 0.35$ , nervures à  $\mp 45^\circ$ ), le taux de transfert thermique est amélioré dans le premier passage mais dégradé d'une manière significative dans le troisième passage par rapport au cas statique; tandis que dans le cas 6 ( $R_0 = 0.35$ , nervures à  $+45^\circ$ ), il est augmenté d'une manière significative dans le premier passage, et est légè-

rement diminué, sauf sur la paroi nervurée arrière (BP), dans le troisième passage par rapport au cas statique .

Comparés aux statiques, les effets de la force de Coriolis et de la flottabilité centrifuge sont sensiblement réduits pour l'orientation des nervures de  $+45^\circ$  que ceux pour l'orientation des nervures de  $-45^\circ$  pour les taux de rotation examinés.

Le nombre de rotation 0.35 augmente la turbulence pour les deux orientations des nervures près des parois de haute pression et de basse pression.

Le rapport du nombre de Nusselt prédit est en bon accord avec celui mesuré dans le premier et le second passage tandis qu'il est inférieur dans le troisième passage.

Le modèle de turbulence des tensions de Reynolds basé sur l'équation de la fréquence caractéristique de la turbulence a reproduit correctement tous les phénomènes physiques mis en évidence par l'expérience.

L'étude comparative entre les deux orientations des nervures montre que l'inclinaison de  $+45^\circ$  dans les passages à écoulement principal centrifuge conduit à une bonne performance du transfert thermique que celle de  $-45^\circ$  avec une perte de charge acceptable. Du point de vue industriel et sous ces conditions de fonctionnement, il est préférable de limiter le nombre des passages à trois.

L'étude des effets du haut nombre de rotation et haut rapport de masse volumique sur les caractéristiques de l'écoulement dans le canal à deux passages conduit aux conclusions suivantes :

Pour les nombres de rotation 0.24 et 0.35, l'écoulement dans le second passage n'est pas affecté par la force de flottabilité centrifuge comparé au premier passage et au cas statique.

Pour le haut nombre de rotation et le bas rapport de la masse volumique ( $R_0 = 1.00$ ,  $DR = 0.13$ ), l'écoulement dans le premier passage est gouverné par l'écoulement secondaire induit par la rotation qui consiste en un unique vortex. L'effet de ce dernier

intensifie le transfert thermique convectif sur les parois nervurées d'une manière significative comparé à celui observé pour le nombre de rotation 0.35 avec un rapport de masse volumique fixé à 0.13. Dans le second passage à l'écoulement principal centripète, contrairement au cas où  $R_0 = 0.24$  et  $DR = 0.13$  et le cas où  $R_0 = 0.35$  et  $DR = 0.13$ , l'effet de la flottabilité centrifuge est observé. Cet effet est traduit par la réduction du taux de transfert thermique sur les parois de haute et de basse pression par rapport à ces deux cas.

Pour le nombre de rotation 0.24, l'effet d'augmenter le rapport de masse volumique à 0.5 est nettement observé, en ce sens que le taux de transfert thermique est sensiblement dégradé, par rapport à ceux relatifs aux rapports de masse volumique 0.13 et 0.23 dans les deux passages.

Pour le haut nombre de rotation et haut rapport de masse volumique ( $R_0 = 1$ ,  $DR = 0.5$ ), l'écoulement dans le premier passage est dominé par l'écoulement secondaire induit par la rotation qui consiste en une paire de vortex contra-rotatifs. Cette structure augmente le taux de transfert thermique sur les deux parois nervurées par rapport au cas statique et les cas en rotation ( $R_0 = 0.24$  et  $DR = 0.13$ ) et ( $R_0 = 0.35$  et  $DR = 0.13$ ) mais reste inférieur à celui dans le cas où  $R_0 = 1$  et  $DR = 0.13$ . Dans le second passage, l'effet de la force de flottabilité centrifuge est extrêmement important que celui dans le cas où  $R_0 = 1$  et  $DR = 0.13$  et les effets assistant et opposant de la force de flottabilité sont bien mis en évidence. Néanmoins, le taux de transfert thermique est détérioré d'une manière significative par rapport aux autres cas.

Pour le haut nombre de rotation et le haut rapport de masse volumique, l'énergie cinétique turbulente et la contrainte de cisaillement turbulente augmentent d'une manière significative en particulier dans le cœur de l'écoulement. La même remarque est rapportée pour le cas du haut nombre de rotation et bas rapport de masse volumique.

Les résultats de la présente étude montrent que les prédictions numériques permettent de caractériser les écoulements avec transfert de chaleur dans les circuits de refroidissement d'aubes de turbine dans les conditions de fonctionnement normales et maximales

en termes de nombres de rotation et de flottabilité. Les données relatives aux valeurs élevées de ces nombres ne sont pas disponibles dans la littérature.

## References

1. Han, J.C. Dutta, S. and S.V. Ekkad. Eds., (2000) Gas turbine heat transfer and cooling technology, Taylor & Francis: Inc. New York. pp. 1–646.
2. Johnson, B. V., Wagner, J. H., and Steuber, G. D., 1993, “Effects of Rotation on Coolant Passage Heat Transfer,” Volume II—Coolant Passages With Trips Normal and Skewed to the Flow, NASA Contractor Report No. 4396.
3. Han, J. C., Phil, L., and Chen, H. C., 2002, “Rotating and Stationary Rectangular Cooling Passage Heat Transfer and Friction With Ribs, Pins, and Dimples,” Final Report, AGTSR Project No. SR-082, Part I-A.
4. ANSYS CFX-SOLVER Theory guide, ANSYS CFX Release 14.0[Internet]. 2011. Available from: <http://www.ansys.com>
5. P.R. Spalart et S.R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. AIAA Paper 92-0439, 30<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, January 6-9 1992.
6. P.R. Spalart et S.R. Allmaras, A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, La Recherche Aéronautique, 1 :5–21, 1994.
7. Ferrey. P., Modèles aux tensions de Reynolds avec prise en compte de l'intermittence de frontière, Thèse de doctorat d'État, Université de Poitiers, 2004.
8. R. Schiestel. Modélisation et simulation des écoulements turbulents. Hermes, 1993.
9. Cousteix et Aupoix. Modélisation des équations aux tensions de Reynolds dans un repère en rotation. La recherche Aéronautique, 1981, n°4, juillet-Août.
10. Leschziner, M.A., 1994, “Refined turbulence modelling for engineering flows”.ECCOMAS '94 Conference, Stuttgart, Germany, John Wiley Sons, pp. 206-219.
11. P. Chassaing, Turbulence en mécanique des fluides, Cépaduès, 2000.
12. M. Hallböck, J. Groth, et A.J. Johansson, A Reynolds stress closure for the dissipation in anisotropic turbulent flows, In Turb. Shear Flows, 7<sup>th</sup> Symp., pages 17.2.1–17.2.6, Stanford University, 1989.
13. W.C. Reynolds et S.C. Kassinos, One-point modelling of rapidly deformed homogeneous turbulence, In Proc. Roy Soc. Lond., Éd., Osborne Reynolds Centenary Volume, pages 87–104, 1995.
14. P.Y. Chou, On velocity correlations and the solutions of the equations of turbulent fluctuation. Quart. of Appl. Math., 3:38–54, 1945.



15. P.R. van Slooten, Jayesh, et S.B. Pope, Advances in PDF modeling for inhomogeneous turbulent flows, *Physics of Fluids*, 10(1) :246–263, 1997.
16. P. Bradshaw, N.N. Mansour, et U. Piomelli, On local approximations of the pressure-strain term in turbulence models, In Center for Turbulence Research, Stanford University, Proceedings of the Summer Program, pages 159–164, 1987.
17. B.E. Launder et D.P. Tselepidakis, Contribution to the second-moment modeling of sublayer turbulent transport, In Zarić Memorial International Seminar on Near-Wall Turbulence, Dubrovnik, Yugoslavia, 16 – 20 May 1988.
18. Kader B A. Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers. *Int. J. Heat Mass Transfer* 1981; 24(9): 1541-1544.
19. Grotjans, H., and Menter, F.R., 1998, “Wall functions for industrial applications”. In K.D. Papailiou, editor *Computational Fluid Dynamics'98*, Volume 1, Part 2, pages 1112-1117, Chichester. ECCOMAS, John Wiley Sons.
20. Menter, F.R. and Esch, T. 2001, “Elements of industrial heat transfer predictions”. 16<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM), Nov. 2001, Uberlandia, Brazil.
21. Suo, M., Suggested Program: Heat Transfer to Rotating Tubes. UTRC Proposal p80-377, 1980.
22. L. Prandtl, "Verhandlung des 2. internationalen kongresses fur technische mechanik. Zurich," 1926.
23. J.Jeong, F Hussain: On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics* (1995), vol. 285, pp. 69-94.
24. Han, J.C. and Chen, H.C " Turbine Blade Internal Cooling Passages with Rib Turbulators", *Journal of Propulsion and Power*, vol. 22, No. 2. 2006.
25. A. Murata and S. Mochizuki Effects of Centrifugal Buoyancy and Reynolds Number on Turbulent Heat Transfer in a Two-Pass Angled-RIB-Roughened Channel with Sharp 180° Turns Investigated by Using Large Eddy Simulation. *International Journal of Rotating Machinery* Volume 2008, Article ID 764720, 14 pages.
26. Han, J. C., 1988, “Heat Transfer and Friction Characteristics in Rectangular Channels With Rib Turbulators,” *ASME J. Heat Transfer*, 110, pp. 321–328.
27. Han, J. C., and Park, J. S., 1988, “Developing Heat Transfer in Rectangular Channels with Rib Turbulators,” *Int. J. Heat Mass Transfer*, 31, No. 1, pp.183–195.

28. Dutta, S., Han, J. C., and Zhang, Y. M., 1995, "Influence of Rotation on Heat-Transfer From a Two-Pass Channel With Periodically Placed Turbulence and Secondary Flow Promoters," *Int. J. Rotating Mach.*, 1(2), pp. 129–144.
29. Liou, T. M., Hwang, Y. S., and Li, Y. C., 2004, "Flow Field and Pressure Measurements in a Rotating Two- Pass Duct With Staggered Rounded Ribs Skewed 45 Deg to the Flow," ASME Paper No. GT2004-53173.
30. Iacovides, H. Jackson, D.C. Ji, H. Kelemenis, G. Launder, B. E., and Nikas, K., (1998) LDA Study of The Flow Developing Through an Orthogonally Rotating U-bend of Strong Curvature and Rib Roughened Walls. *ASME Journal of Turbomachinery*. Vol. 120, No. 2, pp. 386-193.
31. Lee, E., Wright, L. M., and Han, J. C., 2003, "Heat Transfer in Rotating Rectangular Channels (AR 4:1) With V-Shaped and Angled Rib Turbulators With and Without Gaps," ASME Paper no. GT2003-38900.
32. Wagner, R.E., and Velkoff, H.R., "Measurements of Secondary Flows in a Rotating Duct," *Journal of Engineering for Power*, Vol. 94, pp. 261-270, (1972).
33. Park, J. S., Han, J. C., Huang, Y., Ou, S., and Boyle, R. J., 1992, "Heat Transfer Performance Comparisons of Five Different Rectangular Channels with Parallel Angled Ribs," *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35, No. 11, pp. 2891–2903
34. S. Mochizuki, J. Takamura, S. Yamawaki, and W.-J. Yang, "Heat transfer in serpentine flow passages with rotation," *Journal of Turbomachinery*, vol. 116, pp. 133-140, 1994.
35. Han, J. C. Han and L. R. Glicksman, "Turbulent heat and mass transfer from a wall with parallel roughness ridges," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 21, pp. 1143-1156, 1978.
36. Han, J. C. Han, Park J.S., and L. C.K., "Heat transfer enhancement in channels with promoters," *J. Eng. Gas Turbines and Power*, vol. 107, pp. 628-635, 1985.
37. Han, J. C. Han, Y. M. Zang, and C. P. Lee, "Augmented heat transfer in square channels with parallel, crossed, and V-shaped angled ribs," *J. Heat Transfer*, vol. 113, pp. 590-596, 1991.
38. Han, J. C. Han and Y. M. Zang, "Augmented heat transfer in square channels with parallel broken and V-shaped ribs." *J. Heat Transfer*, vol. 113, pp. 590-596, 1992.
39. Han, J. C., Zhang, Y. M., and Lee, C. P., 1991, "Augmented Heat Transfer in Square Channels With Parallel, Crossed, and V-Shaped Angled Ribs," *ASME J. Heat Transfer*, **113**, pp. 590–596.
40. Ekkad, S. V., and Han, J. C., 1997, "Detailed Heat Transfer Distribution in Two-Pass Square Channels with Rib Turbulators," *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40, No. 11, pp. 2525–2537.

41. Lesley M. Wright, Wen-Lung Fu Je-Chin Han, 2006, "Thermal Performance of Angled, V-Shaped and W-Shaped Rib Turbulators in Rotating Rectangular Cooling Channels (AR 4:1)". ASME journal of turbo machinery. Vol.126. pp. 604-614.
42. Lau, S. C., Kukreja, R. T., and McMillin, R. D., 1991, "Effects of V-Shaped Rib Arrays on Turbulent Heat Transfer and Friction of Fully Developed Flow in a Square Channel," Int. J. Heat Mass Transfer, 34, No. 7, pp. 1605–1616.
43. Parsons, J. A., Han, J. C., and Zhang, Y. M., 1995, "Effects of Model Orientation and Wall Heating Condition on Local Heat Transfer in a Rotating Two-Pass Square Channel with Rib Turbulators," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 38, No. 7, pp. 1151–1159.
44. Azad, G. M. S., Uddin, M. J., Han, J. C., Moon, H. K., and Glezer, B., 2002, "Heat Transfer in Two-Pass Rectangular Rotating Channels With 45 Deg Parallel and Crossed Rib Turbulators," ASME J. Turbomach., 124(2), pp. 251–259.
45. Al-Hadhrami, L., Griffith, T. S., and Han, J. C., 2003, "Heat Transfer in Two-Pass Rotating Rectangular Channels (AR=2) With Five Different Orientations of 45° V-Shaped Rib Turbulators," ASME J. Heat Transfer, 125, pp. 232–242.
46. Dutta, S., and Han, J. C., "Local Heat Transfer in Rotating Smooth and Ribbed Two-Pass Square Channels with Three Channel Orientations," Journal of Heat Transfer, Vol. 118, No. 3, 1996, pp. 578–584.
47. Griffith, T. S., Al-Hadhrami, L., and Han, J. C., 2002, "Heat Transfer in Rotating Rectangular Channels AR4:1 With Angled Ribs," ASME J. Heat Transfer, 124, pp. 617–625.
48. Prakash and R. Zerkle, "Prediction of Turbulent Flow and Heat Transfer in a Ribbed Rectangular duct with and without Rotation," ASME J. of Turbomachinery, vol. 117, pp. 255-261, 1995.
49. Lin, Y.-L., Shih, T. I.-P., Stephens, M. A., and Chyu, M. K., "A Numerical Study of Flow and Heat Transfer in a Smooth and a Ribbed U-Duct with and without Rotation," Journal of Heat Transfer, Vol. 123, No. 2, 2001, pp. 219–232.
50. Chen, H. C., Jang, Y. J., and Han, J. C., "Computation of Heat Transfer in Rotating Square Channels by a Second-Moment Closure Model," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, No. 9, 2002, pp. 1603–1616.
51. Jang, Y. J., Chen, H. C., and Han, J. C., "Numerical Prediction of Flow and Heat Transfer in a Two-Pass Square Channel with 90° Ribs," International Journal of Rotating Machinery, Vol. 7, No. 3, 2001, pp. 195–208.
52. Jang, Y. J., Chen, H. C., and Han, J. C., "Flow and Heat Transfer in a Rotating Square Channel with 45-Degree Angled Ribs by Reynolds Stress Turbulence Model," Journal of Turbomachinery, Vol. 123, No. 1, 2001, pp. 124–132.

53. Jang, Y. J., Chen, H. C., and Han, J. C., "Computation of Flow and Heat Transfer in Two-Pass Channels with 60° Ribs," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 123, No. 3, 2001, pp. 563–575.
54. Bonhoff, B., Tomm, U., Johnson, B. V., and Jennions, I., "Heat Transfer Predictions for Rotating U-Shaped Coolant Channels with Skewed Ribs and Smooth Walls," *American Society of Mechanical Engineers*, ASME Paper 97-GT-162, 1997.
55. Shih, t.i-p., Lin, y.-l., Stephens, m.a., chyu, m.k., 2001, "fluid flow and heat transfer in coolant passage," *international journal of rotating machinery*, vol. 7, no. 5, pp. 351-364.
56. Su, G., Chen, H. C., Han, J. C., and Heidmann, D., "Computation of Flow and Heat Transfer in Rotating Smooth Channels with Several Channel Aspect Ratios by a Reynolds Stress Turbulence Model," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 26, 2004, pp. 5665–5683.
57. Wei, W., Jianmin, G., Liang, X., Xiaojun, S., 2012, "Flow and Heat Transfer Characteristics in Rotating Two-pass Channels Cooled by Superheated Steam," *Chinese Journal of Aeronautics* 25 524-532.
58. Hitoshi Sugiyama., Chiriki Watanabe., Naoto Kato., 2009, "numerical analyses of turbulent flows by means of algebraic Reynolds stress and turbulent heat flux models," *proceedings of 6th icchmt may 18–21*.
59. M. Schüler, H.-M. Dreher, S. O. Neumann, B. Weigand and M. Elfert, 2011 "Numerical Predictions of the Effect of Rotation on Fluid Flow and Heat Transfer in an Engine-Similar Two-Pass Internal Cooling Channel With Smooth and Ribbed Walls", *ASME J. Turbomach.* 134 (2).
60. Sleiti, A. K., and Kapat, J. S., "Effect of Coriolis and Centrifugal Forces on Turbulence and Heat Transfer at High Rotation and Buoyancy Numbers in a Rib-Roughened Internal Cooling Channel," *American Society of Mechanical Engineers*, ASME Paper GT2004-53018, June 2004.
61. Stephens, M. A., and Shih, T. I-P., "Computations of Flow and Heat Transfer in a Smooth U-Shaped Square Duct with and without Rotation," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 15, No. 2, 1999, pp. 272–279.
62. Dutta, S., Andrews, M. J., and Han, J. C., "Prediction of Turbulent Flow and Heat Transfer in Rotating Square and Rectangular Smooth Channels," *American Society of Mechanical Engineers*, ASME Paper 96-GT-234, June 1996.
63. H. Iacovides and M. Raisee, "Recent progress in the computation of flow and heat transfer in internal cooling passages of turbine blades," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, vol. 20, pp. 320-328, 1999.

64. Saha, A.K., and Acharya, S., "Unsteady RANS Simulation of Turbulent Flow and Heat Transfer in Ribbed Coolant Passages of Different Aspect Ratios," ASME Paper, No. GT2004-53986, (2004).
65. Saidi, A., Sunden, B., 2001. On Prediction of Thermal-Hydraulic Characteristics of Square-Sectioned Ribbed Cooling Ducts, ASME J. of Turbomachinery, Vol 123.
66. Chen, W., Ren, J., and Jiang, H., "Effect of Turning Vane Configuration on Heat Transfer and Pressure Drop in a Ribbed Internal Cooling System," ASME Paper, No. GT2010-22273, (2010).
67. A. K. Majumdar, v. s. Pratap, and D. B. Spalding, "Numerical Computation of Flow in Rotating Ducts," ASME Journal of Fluids Engineering, pp. 148-153, 1977.
68. Tong-Miin Liou Shih-Hui Chen Yi-Chen Li Numerical Simulation of Turbulent Fluid Flow and Heat Transfer in a Ribbed Rotating Two-Pass Square Duct. International Journal of Rotating Machinery 2005:2, 152–160
69. Bharath Viswanath Ravi, Prashant Singh, Srinath V. Ekkad, Numerical investigation of turbulent flow and heat transfer in two-pass ribbed channels. International Journal of Thermal Sciences. 2017. Vol 112:31-43.
70. A. Murata and S. Mochizuki, "Effect of rib orientation and channel rotation on turbulent heat transfer in a two-pass square channel with sharp 180° turns investigated by using large eddy simulation," International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 47, no. 12-13, pp. 2599–2618, 2004.
71. A. Murata and S. Mochizuki, "Large eddy simulation of turbulent heat transfer in a rotating two-pass smooth square channel with sharp 180° turns," International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 47, no. 4, pp. 683–698, 2004.
72. A. Murata and S. Mochizuki Effects of Centrifugal Buoyancy and Reynolds Number on Turbulent Heat Transfer in a Two-Pass Angled-RIB-Roughened Channel with Sharp 180° Turns Investigated by Using Large Eddy Simulation. International Journal of Rotating Machinery Volume 2008, Article ID 764720, 14 pages
73. Aroon K Viswanathan Detached Eddy Simulation of Turbulent Flow and Heat Transfer in Turbine Blade Internal Cooling Ducts. Dissertation submitted to the faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
74. Al-Qahtani, M., Jang, Y. J., Chen, H. C., and Han, J. C., 2002, "Prediction of Flow and Heat Transfer in Rotating Two-Pass Rectangular Channels With 45-Degree Rib Turbulators," ASME J. Turbomach., 124(2), pp. 242–250.

75. Chu, H. C., Chen, H. C., and Han, J. C., 2013, "Numerical Simulation of Flow and Heat Transfer in Rotating Cooling Passage With Turning Vane in Hub Region," ASME Paper No. GT2013-94289.
76. Su, G., Teng, S., Chen, H. C., and Han, J. C., "Computation of Flow and Heat Transfer in Rotating Rectangular Channels (AR=4) with V-shaped Ribs by a Reynolds Stress Turbulence Model," American Society of Mechanical Engineers, ASME Paper GT-2003-38348, June 2003; also *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 18, No. 4, 2004, pp. 534–547.
77. Wagner, J. H., Johnson, B. V., and Kopper, F. C. 1991. Heat transfer in rotating serpentine passages with smooth walls. *ASME Journal of Turbomachinery* 113:321–330.
78. Wagner, J. H. Johnson, B. V. Graziani, R. A. and Yeh, F. C. "Heat Transfer in Rotating Serpentine Passages With Trips Normal to the Flow," *ASME J. Turbomach.*, vol. 114, pp. 847-857, 1992.
79. Johnson, B. V., Wagner, J. H., Steuber, G. D., and Yeh, F. C., "Heat Transfer in Rotating Serpentine Passages with Trips Skewed to the Flow," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 116, No. 1, 1994, pp. 113–123.
80. Tse, D. G. N., and Steuber, G. D., 1997, "Flow in a Rotating Square Serpentine Coolant Passage With Skewed Trips," ASME Paper No. 97-GT-529
81. Fann, S., Yang, W. J., and Nengli, Z., 1994, "Local Heat Transfer in a Rotating Serpentine Passage With Rib-Roughened Surfaces," *Int. J. Heat Mass Transfer*. 37(2), pp. 217–228.
82. Johnson, B. V., Wagner, J. H., Steuber, G. D., and Yeh, F. C., 1994, "Heat Transfer in Rotating Serpentine Passage With Selected Model Orientations for Smooth or Skewed Trip Walls," *ASME J. Turbomach.*, 116(4), pp. 738–744.
83. Rallabandi, A., Jiang, L., Han, J. C., Asad, S., and Lee, C. P., 2014, "Heat Transfer Measurements in Rotating Blade-Shape Serpentine Coolant Passage-With Ribbed Walls at High Reynolds Numbers," *ASME J. Turbomach*, 136(9), p. 091004.
84. Yang, S.F. Han, J.C. Azad, S and Lee, C.P. 2015 Heat Transfer in Rotating Serpentine Coolant Passage With Ribbed Walls at Low Mach Numbers., *J. Thermal Sci. Eng. Appl.* 7(1). 11 pages.
85. Hung-Chieh Chu. Numerical simulation of flow and heat transfer in internal multi-pass cooling channel within gas turbine blade. 2012, Thesis submitted to the Office of Graduate Studies of Texas A&M University

86. Hurtado, F-S. V, Maliska, C. R, Silva, A.F.C.D, Cordazzo, J. An Element-Based Finite Volume Formulation for Reservoir Simulation. Proceedings of the XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE 2005 Brazilian Assoc. for Comp. Mechanics (ABMEC) & Latin American Assoc. of Comp. Methods in Engineering (AMC) Guarapari, Espírito Santo, Brazil, 19th – 21st October 2005. Paper CIL 05-0658.
87. Ogedengbe , E.O.B, Non-inverted Skew Upwind Scheme for Numerical Heat transfer and Fluid Flow Simulations. Thesis of philosophy submitted to the faculty of graduate studies of the university of manitoba.2006.
88. Rhie, C.M. and Chow, W.L., “A Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Isolated Airfoil with Trailing Edge Separation”, AIAA Paper 82-0998, 1982.
89. Barth, T.J., and Jespersen, D.C, “The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes”.AIAA Paper 89-0366, 1989.
90. Kays, W. M., and Perkins, H. C., 1973, “Forced Convection, Internal Flow in Ducts,” Handbook of Heat Transfer, W. M. Rohsenow and J. P. Hartnett, eds., McGraw-Hill, New York, pp. 7–28 and 7–33.