

N° d'ordre :

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE & POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR & DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DJILLALI LIABES  
FACULTE DES SCIENCES  
SIDI BEL ABBES

# ***THESE DE DOCTORAT***

*Présentée par : Mme KRENICH Fouzia*

*Spécialité : Sciences Physiques  
Option : Science des nanomatériaux*

*Intitulé*

*Etude des caractéristiques physiques des feuilles de  
graphène*

*Soutenue le / /*

*Devant le jury composé de :*

*Président : BENZAIK Abdelnour*

*Professeur UDL SIDI BEL ABBES*

*Examineurs : YEGHNEM Réda*

*MCA U. SAIDA*

*: AMARA Khalef*

*MCA C.U. Ain Témouchent*

*: BESSEGHIR Abderrahmane*

*MCA C.U. TISSEMSSILET*

*Encadreur : HEIRECHE Houari*

*Professeur UDL SIDI BEL ABBES*

*Co-Directeur de thèse : TOUNSI Abdelouahed*

*Professeur UDL SIDI BEL ABBES*

## Résumé

Dans l'article actuel, la stabilité thermique des feuilles simple-posées de graphène (SLGSs) se reposant sur le milieu élastique de Winkler-Pasternak est étudiée. Des équations non locales de l'élasticité d'Eringen sont présentées dans la théorie quatre-variable nouvelle de plat considérant les influences à petite échelle. L'avantage de la théorie présentée est que, en plus de considérer l'effet à échelle réduite, le champ de déplacement est exprimé avec seulement quatre inconnus en utilisant des termes intégraux indéterminés. Les solutions analytiques sont déterminées pour trois types de variations de la température comme hausse d'uniforme, linéaire et non linéaire de la température dans l'épaisseur du SLGS. Les effets induits par déformation de cisaillement, rapport d'épaisseur, paramètre de taille, et coefficients élastiques tous de base sont examinés.

**Mots-clés** : Stabilité thermique ; Feuilles de Graphène ; Élasticité Non local ; Milieu élastique ; Théorie de plat ; effet à petite échelle

## Abstract

In the present article, thermal stability of single-layered graphene sheets (SLGSs) resting on Winkler–Pasternak elastic medium is investigated. Eringen's nonlocal elasticity equations are introduced in novel four-variable plate theory considering the small-scale influences. The advantage of the presented theory is that, in addition to considering the small scale effect, the displacement field is expressed with only four unknowns by utilizing undetermined integral terms. Analytical solutions are determined for three types of temperature variations as uniform, linear and nonlinear temperature rise within the thickness of the SLGS. The effects induced by shear deformation, thickness ratio, size parameter, and elastic foundation coefficients are all examined.

**Keywords**: Thermal stability; Graphene sheets; Nonlocal elasticity; Elastic medium; Plate theory; small-scale effect.

## REMERCIEMENTS

*Tout d'abord, j'exprime mes vifs remerciements à mon directeur de thèse, Monsieur **HEIRECHE Houari**, Professeur à l'Université de SBA, et Monsieur **TOUNSI Abdelouahad** Professeur à l'Université de SBA, qui m'a encadré durant la période*

*de la thèse avec grande patience et bonne humeur. Son assistance, sa disponibilité, les encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer et enfin la confiance qu'il m'a toujours témoigné, m'ont été d'un grand secours pour l'accomplissement de ce travail. Je lui en suis très reconnaissant.*

*Je tiens à remercier profondément les membres de jury :*

- ✓ Monsieur **BENZAIR Abdelnour** à l'Université de Sidi Bel Abbès, d'avoir accepté d'examiner ce travail et de m'avoir honoré de présider le jury.*
- ✓ Monsieur **YEGHNEM Réda** à l'Université de Saida, qui m'a fait l'honneur d'examiner ce travail et je lui en suis profondément reconnaissant.*
- ✓ Monsieur **AMARA Khaled** à l'Université d'Ain Témouchent, qui a accepté d'être examinateur. Je le remercie très sincèrement.*
- ✓ Monsieur **BESSEGHIR Abderrahmane** à l'Université de Tissemsilet, qui a accepté lui aussi d'examiner cette thèse. Je tiens à le remercier pour son extrême gentillesse.*

## *Dédicace*

*Un grand merci à tous mes collègues de travail, dont la bonne humeur et la sympathie ont énormément compté.*

*Enfin, j'adresse mon dernier remerciement, mais non le moindre, à toute ma famille sans exception « mes parents, sœurs et frère » et à toutes les personnes les plus chères pour moi, en particulier « a 2eme famille Mamoun » pour leurs indispensables soutiens, leurs aides et leurs patiences.*

*A tous ceux qui comptent pour moi*

# Liste des Tableaux

## CHAPITRE I: Généralités sur les matériaux composites

**Tableau I.1 :** Les propriétés principales d'un nano feuillet de graphène.

## CHAPITRE II: Généralité sur les théories des plaques

**Tableau II.1** Quelques modèles d'ordre supérieur

**Tableau II.2:** Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes

## CHAPITRE IV: Résultats et discussion

**Tableau IV. 1 :** Comparaison de changement de température change  $T_{cr}$  de boucle de la feuille simple-posée de graphène incorporée dans un milieu élastique sous la hausse linéaire de la température ( $k_w = 100, k_s = 100$ ).

# Liste des Figures

## CHAPITRE I: Généralités sur les matériaux composites

**Figure. 1.1 :** Structure du graphite hexagonal

**Figure. 1.2 :** Structure du diamant

**Figure.1.3.** Structure du  $C_{60}$ . Les liaisons C- C communes à un hexagone et un pentagone sont représentées en rouge, les liaisons communes à deux hexagones sont représentées en jaune.

**Figure. 1.4 :** Du  $C_{60}$  au  $C_{80}$  : les atomes ajoutés au  $C_{60}$  pour obtenir le  $C_{70}$  et le  $C_{80}$  sont représentés en rouge.

**Figure. 1.5 :** Récapitulation des différentes formes allotropiques du carbone abordées dans ce paragraphe

**Figure. 1.6 :** Structure d'un nanotube de carbone mono feuillet (a) et multi feuillets (b) (Schaller.E, 1996)

**Figure 1.7:** a) Structure cristalline du graphène. La cellule unitaire contient deux atomes de carbone et les vecteurs du réseau forment un angle de  $120^\circ$ . Ces atomes sont équivalents parce qu'ils ont le même nombre d'atomes voisins. b) Diagramme schématique des liaisons  $\sigma$  dans le plan de graphène et des orbitales  $\pi$  perpendiculaire à ce plan.

**Figure 1.8:** a) Calcul ab initio de la structure de bandes d'énergie du graphène isolé. Les bandes  $\sigma$ ,  $\pi$  et  $\pi^*$  sont indiquées par les flèches violette, orange et verte respectivement. b) Première zone de Brillouin qui montre les points de haute symétrie  $\Gamma$ , M, K et  $K'$ . c) Calcul ab initio des structures de bande pour le graphène, biplan de graphène et graphite autour du point K et au voisinage du niveau de Fermi. Images issues de [12].

**Figure 1.9 :** Première exfoliation du graphite

**Figure 1.10:** Exfoliation répétée du graphite

**Figure 1.11 :** Transfert sur le substrat de SiO

**Figure 1.12 :** La diffraction d'électrons lents (Law Energy Electrons Diffraction, LEED) de trois couches de graphène épitaxie sur SiC

**Figure 1.13 :** Schéma du système CVD pour la croissance de films de graphène

**Figure 1.14 :** Les étapes principales de la réduction thermique de l'oxyde de graphite en des nano feuillets de graphène.

**Figure 1.15 :** (a) Image d'AFM en mode « Tapping » des nano feuillets de graphène thermiquement réduits. (b) Représentation 3 D d'un feuillet individuel de graphène montrant une structure froissée et une surface très rugueuse. (c) Image d'AFM en mode « contact » du même feuillet montré dans l'image (b). (d) le profil de hauteur de l'image (b). Histogramme de distribution de taille pour les nano feuillets observés dans la figure (a). (e) le profil de hauteur de l'image (c) avec une épaisseur de 1,1 nm.

**Figure 1.16 :** Représentation schématique du processus d'exfoliation/réduction des d'oxyde de graphite en des nano feuillets de graphène

**Figure 1.17 :** (a) Réduction chimique d'oxyde de graphène en graphène et (b) AFM image d'un nano feuillets de graphène chimiquement réduit.

**Figure 1.18 :** Le mécanisme proposé pour la réduction chimique d'oxyde de graphène en utilisant l'hydrazine hydraté.

## **CHAPITRE II: Généralité sur les théories des plaques**

**Figure. II.1:** Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques (Mahi, 2012)

**Figure.II.2:** Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre (Mahi. 2012)

**Figure.II.3 :** Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques (Mahi, 2012)

## **Chapitre III : Formulation théorique**

**Figure. III.1** Géométrie d'une plaque

**Figure III.2.** Feuille de graphène monocouche reposant sur un substrat élastique Winkler-Pasternak.

## CHAPITRE IV: Résultats et discussions

**Figure IV.1 :** Influences (a) de paramètre de Winkler  $k_w$ , (b) paramètre  $k_s$  de couche de cisaillement sur la température  $T_{cr}$  de boucle critique de SLGSs contre le rapport de côté-à-épaisseur sous la hausse linéaire de la température ( $b = 2a; e_0a = 2 \text{ nm}$ ).

**Figure.IV.2 :** Influences (a) de paramètre de Winkler, (b) paramètre de couche de cisaillement sur la température  $T_{cr}$  de boucle critique de SLGSs contre le rapport de côté-à-épaisseur sous la hausse linéaire de la température ( $k_w = 100, k_s = 40$ ).



## Abréviations

<b>AFM :</b>	Microscopie à force atomique (Atomic Force Microscopy)
<b>Å :</b>	Angstrom
<b>C :</b>	Carbone
<b>CO :</b>	Oxyde de carbone
<b>CO<sub>2</sub> :</b>	Dioxyde de carbone
<b>CVD :</b>	Dépôt de vapeur chimique (chemical Vapeur deposition)
<b>CLPT :</b>	Théorie classique des plaques (Classical Lamination Plate Theory).
<b>CT :</b>	cisaillement transverse
<b>°C :</b>	Degré Celsius
<b>Cm<sup>2</sup> V<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup> :</b>	Centimètres carrés par volt seconde
<b>1D :</b>	Unidimensionnel
<b>2D :</b>	Bidimensionnel
<b>3D :</b>	Tridimensionnel
<b>FSDT :</b>	Théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (First order Shear Deformation Theory)
<b>FC :</b>	Facteurs de correction
<b>GO :</b>	d'oxyde de graphène
<b>GPa :</b>	Giga pascal.
<b>HOPG:</b>	graphite pyrolytique hautement orienté.
<b>HSDT :</b>	Théorie des plaques d'ordre supérieur ( Higher order Shear Deformation Theory)
<b>MPa :</b>	Méga pascal.
<b>m<sup>2</sup>/g :</b>	Mètre carré par gramme.
<b>NTC :</b>	les nanotubes de carbones
<b>nm :</b>	Nanomètre.
<b>PM MA :</b>	le poly méthacrylate de méthyle
<b>PSDPT :</b>	La théorie de la plaque de déformation en cisaillement parabolique (Parabolic Shear Deformation Plate Theory)

<b>RGO :</b>	l'oxyde de graphène réduit
<b>RMN :</b>	Résonance magnétique nucléaire
<b>Rpm :</b>	Rotations par minute (Rotation Per Minute)
<b>SWNT :</b>	les nanotubes de carbones à simple-parois
<b>SSDT:</b>	La théorie de la plaque de déformation en cisaillement de deuxième ordre (Second-Order Shear Deformation Theories)
<b>SLGS:</b>	feuilles de graphène monocouche (single-layered graphene sheets).
<b>S/cm :</b>	Siemens par centimètre.
<b>SiC :</b>	Carbure de silicium
<b>SiO<sub>2</sub> :</b>	oxyde de silicium
<b>TPa :</b>	Téra pascal.
<b>TSDPT :</b>	La théorie de la plaque de déformation en cisaillement trigonométrique.
<b>µm :</b>	Micromètre
<b>W/(m.K) :</b>	Watt par mètre-kelvin.
<b>% :</b>	Pourcent.

## Résumé

Dans l'article actuel, la stabilité thermique des feuilles simple-posées de graphène (SLGSs) se reposant sur le milieu élastique de Winkler-Pasternak est étudiée. Des équations non locales de l'élasticité d'Eringen sont présentées dans la théorie quatre-variable nouvelle de plaque considérant les influences à petite échelle. L'avantage de la théorie présentée est que, en plus de considérer l'effet à échelle réduite, le champ de déplacement est exprimé avec seulement quatre inconnus en utilisant des termes intégraux indéterminés. Les solutions analytiques sont déterminées pour trois types de variations de la température comme hausse d'uniforme, linéaire et non linéaire de la température dans l'épaisseur du SLGS. Les effets induits par déformation de cisaillement, rapport d'épaisseur, paramètre de taille, et coefficients élastiques tous de base sont examinés.

Mots-clés : Stabilité thermique ; Feuilles de Graphène ; Élasticité Non local ; Milieu élastique ; Théorie de plat ; effet à petite échelle

## **Abstract**

In the present article, thermal stability of single-layered graphene sheets (SLGSs) resting on Winkler–Pasternak elastic medium is investigated. Eringen’s nonlocal elasticity equations are introduced in novel four-variable plate theory considering the small-scale influences. The advantage of the presented theory is that, in addition to considering the small scale effect, the displacement field is expressed with only four unknowns by utilizing undetermined integral terms. Analytical solutions are determined for three types of temperature variations as uniform, linear and nonlinear temperature rise within the thickness of the SLGS. The effects induced by shear deformation, thickness ratio, size parameter, and elastic foundation coefficients are all examined.

**Keywords:** Thermal stability; Graphene sheets; Nonlocal elasticity; Elastic medium; Plate theory; small-scale effect.

## ملخص

في هذه المادة، والتحقيق الاستقرار (SLGSs) يستريح على وينكلر-باسترنك الحراري للأوراق الجرافين واحدة الطبقات محلي في نظرية لوحة أربعة متغيرة المتوسطة مرنة يتم إدخال معادلات مرونة غير Eringen المبتكرة النظر في التأثيرات على نطاق صغير الاستفادة من نظرية قدمت هي أنه، بالإضافة إلى النظر في التأثير على نطاق صغير، وأعرب عن مجال الإزاحة مع المجهولة أربعة فقط من خلال الاستفادة من حيث لا يتجزأ غير محددة يتم تحديد الطول التحليلية لثلاثة. أنواع من التغيرات في درجات الحرارة كما SLGS. موحدة، الخطية وغير الخطية ارتفاع درجة الحرارة داخل سمك الأثار الناجمة عن تشوه القص، ونسبة سماكة، المعلمة الحجم، ومعاملات مؤسسية مرنة ويتم فحص جميع.

كلمات البحث: الاستقرار الحراري. صحائف الجرافين. مرونة غير محلي. متوسطة مرنة؛ نظرية وحدة؛ تأثير على نطاق ضيق.

## Table de matières

---

Remercîment.....	i
Dédicace.....	ii
Résumé.....	iii
Liste des Tableaux.....	vi
Liste des Figures.....	vii
Abréviations.....	x
Introduction générale.....	1
<b>Chapitre I : Généralités sur les graphènes</b>	
1. Généralités sur les graphènes.....	4
1.1 Les formes allotropiques du carbone.....	4
1.1.1. Le graphite.....	4
1.1.2 Le diamant.....	5
1.1 .3 Les fullerènes.....	6
1.1.4 Les Nanotubes de Carbones.....	8
1.1.5 Le graphène.....	9
1.1.5.1 Structure cristallographique.....	9
1.1.5.2 Structure électronique complète.....	11
1.1.5.3 Propriétés du graphène.....	12
1.1.5.4 Techniques de préparation du graphène.....	14
1.2.5. 4.1. Graphène exfolié.....	14
1.2.5. 4 .2. Graphène par épitaxie.....	15
1.2.5.4. 3. Graphène chimique.....	15
1.2.5. 4.4 Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD).....	16
I.2.5. 4.6 Production du graphène par la réduction thermique d'oxyde de graphite.....	17
I.2.5.4.7.Production du graphène par la réduction chimique d'oxyde de graphène.....	19
Référence.....	22

## **Chapitre II : Généralité sur les théories des plaques**

II.1. Introduction.....	25
II.2. Théorie Classique Des Plaques (CPT).....	25
II.3. Théorie Des Plaques Du Premier Ordre (FSDPT).....	27
II.3. 1. Facteurs de correction du CT.....	28
II.4. II.4. Théorie Des Plaques D'ordre Supérieur (HSDPT).....	30
II.5. Théorie Des Plaques Du Second Ordre.....	30
II.6. Théorie Des Plaques Du Troisième Ordre.....	30
Référence.....	40

## **Chapitre III : Formulation théorique**

III.1 Définition d'une plaque.....	42
III.2. Hypothèses.....	43
III.3. formulation mathématique.....	43
III.4 Cinématique et contraintes.....	44
III.5 Équations de stabilité.....	46
III.6. Le modèle de thermo-élasticité du graphène non local et les relations constitutives.....	47
III.7. Les équations gouvernantes en termes de déplacements.....	48
III.8. Solutions analytiques.....	49
III.9. Solutions de flambement thermique.....	51
III.9.1. La température élevée à travers l'épaisseur.....	51
III.9.2. Élévation uniforme de la température.....	51
Référence.....	53

## **Chapitre IV : Résultats et discussion**

Résultats et discussions numériques.....	54
Référence.....	60
Conclusions.....	61

## Introduction générale

Le mot carbone tire ses origines du latin « carbo » qui signifie charbon. Le carbone était déjà connu dans l'Antiquité sous la forme de charbon, mais ce n'est qu'à la fin du XVIIIème siècle que le carbone a été identifié sous d'autres formes, telles que le diamant ou le graphite. A la fin du XXème siècle, il est apparu sous la forme de nouvelles variétés allotropiques, fullerènes et nanotubes. Et pourtant, cet élément qui existe depuis des milliards d'années n'a pas fini de nous surprendre. En effet, au début du XXIème siècle, il a fait la une des journaux scientifiques avec la publication des propriétés inattendues du graphène.

Le graphène est un matériau planaire de structure hexagonale, souvent comparé à un réseau en nid d'abeille, et tire ses propriétés de cette structure : souple, résistant à de fortes pressions, excellent conducteur thermique et électrique, transparent etc. Nous sommes encore loin des applications commercialisables, mais comme précisé par le comité Nobel, les chercheurs Geim et Novoselov ont obtenu ce prix pour avoir donné la preuve de l'existence d'un film 2D de graphène et mesuré ses caractéristiques exceptionnelles, notamment ses propriétés de transport électronique, qui permettent d'envisager de futures applications innovantes..

Il existe plusieurs techniques de fabrication du graphène. Historiquement, la première ayant permis d'isoler un plan unique de graphène repose sur l'exfoliation d'un cristal de graphite à l'aide de ruban adhésif. L'opération est répétée plusieurs fois afin que le film soit suffisamment fin (quelques plans de graphène, voire un seul) avant de le déposer sur un substrat (le plus souvent, Si/SiO<sub>2</sub>). Cette technique est très utilisée notamment parce qu'elle est simple et peu onéreuse et aussi parce que les propriétés du graphène sont accessibles facilement (mobilité, effet Hall quantique). La seconde méthode repose sur une observation datant de 1975 où lorsqu'un substrat de carbure de silicium est recuit à haute température, il y a sublimation du Si, ce qui induit une réorganisation des atomes de C conduisant à la formation de plan(s) de graphène en surface. Une troisième méthode, qui a suscité un engouement assez récent dans la communauté graphène, repose sur le dépôt par voie chimique sur métaux à partir d'hydrocarbures.



Le craquage des molécules en surface est catalysé par le substrat métallique et le carbone ainsi déposé se réorganise en graphène soit directement, soit après des phases de dissolution dans le solide puis de ségrégation en surface.

La compatibilité avec la technologie existante dans les procédés de fabrication en microélectronique élimine l'exfoliation comme méthode de fabrication à grande échelle. Par ailleurs, la croissance par CVD sur métaux est intéressante pour les faibles épaisseurs de graphène et leur homogénéité, mais elle demande de reporter les couches sur un autre substrat. Dans le cas de la graphitisation, le processus est bien maîtrisé sur la face Si du SiC, mais les mobilités sont limitées par le couplage électronique avec le substrat. Sur la face C, il est observé une forte déstructuration du substrat après l'obtention de plusieurs plans de graphène. La réalisation de fines épaisseurs est difficilement maîtrisée sur cette face, notamment du fait de la vitesse élevée de croissance dans ce cas. De plus, la graphitisation impose des températures de recuit élevées ( $\geq 1200^\circ\text{C}$ ).

En cet article, on propose une nouvelle théorie non locale de plat considérant la déformation de cisaillement et les influences à petite échelle pour étudier le comportement de stabilité thermique de SLGSs se reposant sur le milieu d'élastique de Winkler-Pasternak. Pour la première fois, des termes intégraux sont inclus dans le domaine proposé de déplacement pour réduire le nombre de variables et d'équations de gouvernement. Les équations obtenues sont alors traitées pour la température critique de stabilité de SLGSs sous de divers profils thermiques. Des exemples numériques sont présentés pour démontrer l'effet des divers paramètres sur la température de stabilité thermique de SLGSs sur le milieu élastique.

Ce manuscrit de thèse comporte quatre chapitres organisés comme suit :

- Une étude bibliographique présente les principales caractéristiques du graphène et différentes techniques de fabrication.
- Dans le deuxième chapitre, nous citons les diverses théories des plaques (mince et épaisse) et leur hypothèses fondamentales (hypothèses de Kirchhoff et Mindlin et HSDT).
- Le troisième chapitre est consacré la formulation théorique d'un nouveau modèle de plaque.

## Introduction générale

---

- Le quatrième chapitre est consacré à la validation numérique du modèle de plaque, et une étude de l'influence des caractéristiques géométriques, physiques et conditions aux limites sur le modèle étudié.

Finalement, le travail se termine par une conclusion générale résumant les résultats obtenus.

# Généralités sur les graphènes

---

## 1. Généralités sur les graphènes :

Le carbone est le quatrième élément le plus abondant dans le système solaire et le sixième plus abondant dans l'univers, bien qu'il ne soit que dixième au niveau de l'abondance terrestre. Il existe dans la croûte terrestre à la teneur moyenne de 180 ppm, [1] la plupart du temps sous forme de composés, et dans l'atmosphère, sous forme de CO<sub>2</sub>, CO et de méthane [2]. Il y a **trois isotopes** : <sup>12</sup>C (98,89 %), <sup>13</sup>C (1,11 %) et des traces de <sup>14</sup>C, lequel est formé à partir de <sup>14</sup>N dans la haute atmosphère, du fait du bombardement de neutrons [3].

On peut distinguer trois formes allotropiques pour le carbone élémentaire : le graphite, le diamant et les fullerènes.

### 1.1 Les formes allotropiques du carbone :

#### 1.1.1. Le graphite :

Le graphite présente une structure lamellaire constituée d'un empilement de feuillets. Chaque feuillet, ou plan de graphène, est constitué d'atomes de carbone en état d'hybridation sp<sup>2</sup>, formant un réseau hexagonal de paramètre de maille 0,243 nm, la longueur de la liaison C-C étant de 0,142 nm. Il existe deux façons d'empiler les plans de graphène sur eux-mêmes, résultant en deux formes cristallines différentes de graphite.

La forme cristalline stable est le graphite hexagonal [4]. Les plans de graphène sont empilés, comme sur la (FIG 1.1) La distance inter-feuillets est de 0,335 nm.

L'autre forme cristalline possible est le graphite rhomboédrique, phase métastable du graphite hexagonal. Les plans de graphène sont ici aussi empilés, mais chaque plan est décalé d'une longueur de liaison par rapport au plan précédent. La distance inter-feuillets est également de 0,335 nm.

Le graphite se rencontre rarement sous la forme d'un monocristal, bien que la croissance de monocristaux macroscopiques soit possible. Le graphite courant, celui des mines de crayon, est un poly cristal, constitué de cristallites de graphite hexagonal orienté aléatoirement.

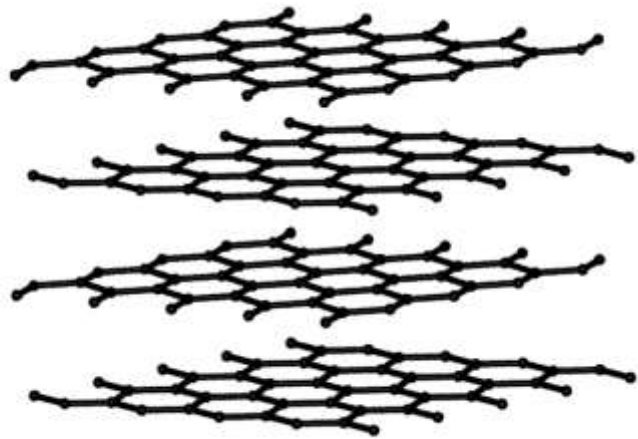


FIG. 1.1 : Structure du graphite hexagonal

## **1.1.2 Le diamant :**

Le diamant est une forme allotropique tridimensionnelle du carbone. Dans le diamant, les atomes de carbone sont en état d'hybridation  $sp^3$ , et donc tétravalents. Il existe plusieurs structures cristallines du diamant [5], comme le diamant hexagonal ou la lonsdaléite, mais la structure la plus courante est de loin le diamant cubique (FIG.1.2)

La maille de cette structure est de type cubique faces centrées, avec un paramètre de maille de 0,356 nm, et une distance interatomique de 0,154 nm.

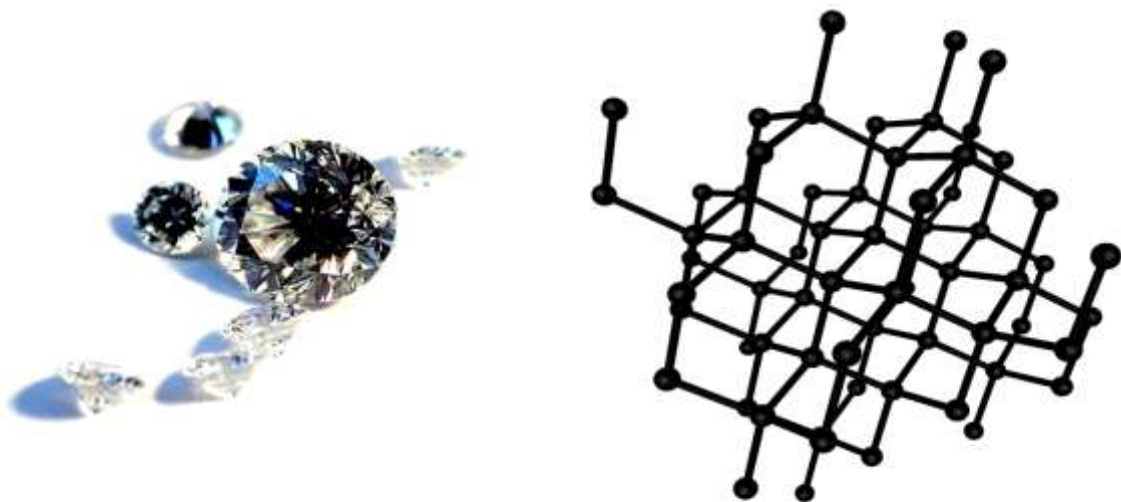


FIG. 1.2 :Structure du diamant

### 1.1.3 Les fullerènes :

Considérons le graphite, phase thermodynamiquement stable du carbone : chacun de ses plans graphène possède un très grand nombre, disons une infinité, d'atomes de carbone. Si l'on graphène devient élevé : la structure doit alors « se refermer » sur elle-même. Si le nombre de carbones est inférieur à quelques centaines, les structures stables sont fermées : il s'agit des fullerènes, de formule brute  $C_{2n}$ . En conséquence directe du théorème d'Euler, on peut calculer que **12 pentagones sont nécessaires pour donner la courbure** permettant à la structure de se refermer sur elle-même. [6]

**Avec 12 pentagones et 20 hexagones on forme le fameux  $C_{60}$** , ou buckminster fullerène, du nom de Buckminster Fuller (architecte ayant conçu les dômes géodésiques, des structures spatiales offrant un grand volume, pour une résistance et une légèreté inégalées). Ce fullerène est représenté sur la (FIG 1.3) avec ses deux types de liaisons C-C : celles qui sont communes à deux hexagones sont appelées liaisons 6-6, celles qui sont communes à un hexagone et un pentagone sont nommées liaisons 5-6. Du fait de la délocalisation électronique des électrons  $\pi$ , les carbones sont tous chimiquement équivalents : un spectre RMN  $^{13}C$  du  $C_{60}$  en solution ne comporte qu'un seul pic.

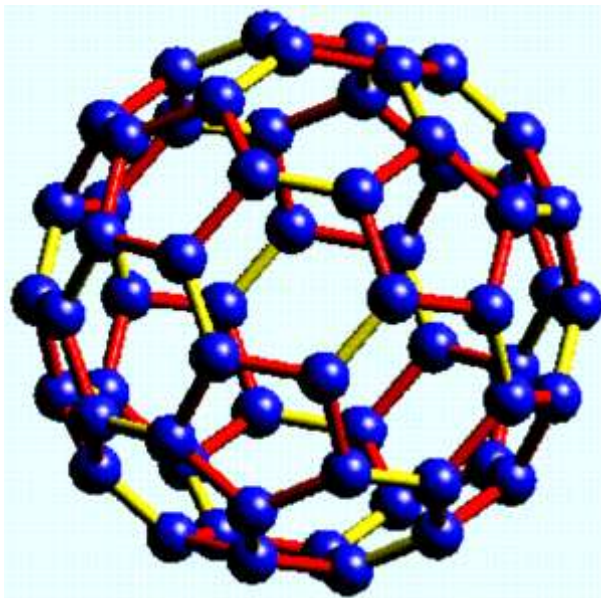


FIG.1.3 : Structure du  $C_{60}$ . Les liaisons C- C communes à un hexagone et un pentagone sont représentées en rouge, les liaisons communes à deux hexagones sont représentées en jaune.

## Généralités sur les graphènes

---

En coupant en deux parties égales le  $C_{60}$  et en ajoutant des atomes de carbone avant de refermer la structure (FIG.1.4), on peut construire le  $C_{70}$  (25 hexagones, 12 pentagones) et le  $C_{80}$  (30 hexagones, 12 pentagones). [7]

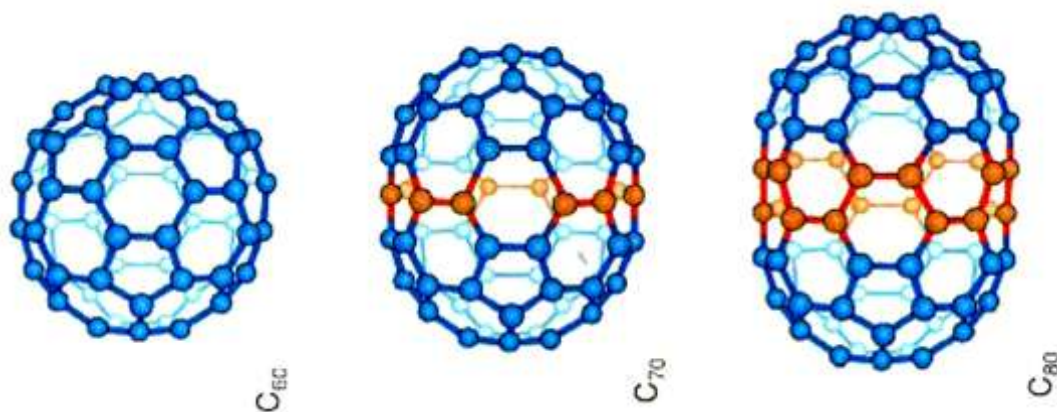


FIG. 1.4 : Du  $C_{60}$  au  $C_{80}$  : les atomes ajoutés au  $C_{60}$  pour obtenir le  $C_{70}$  et le  $C_{80}$  sont représentés en rouge.

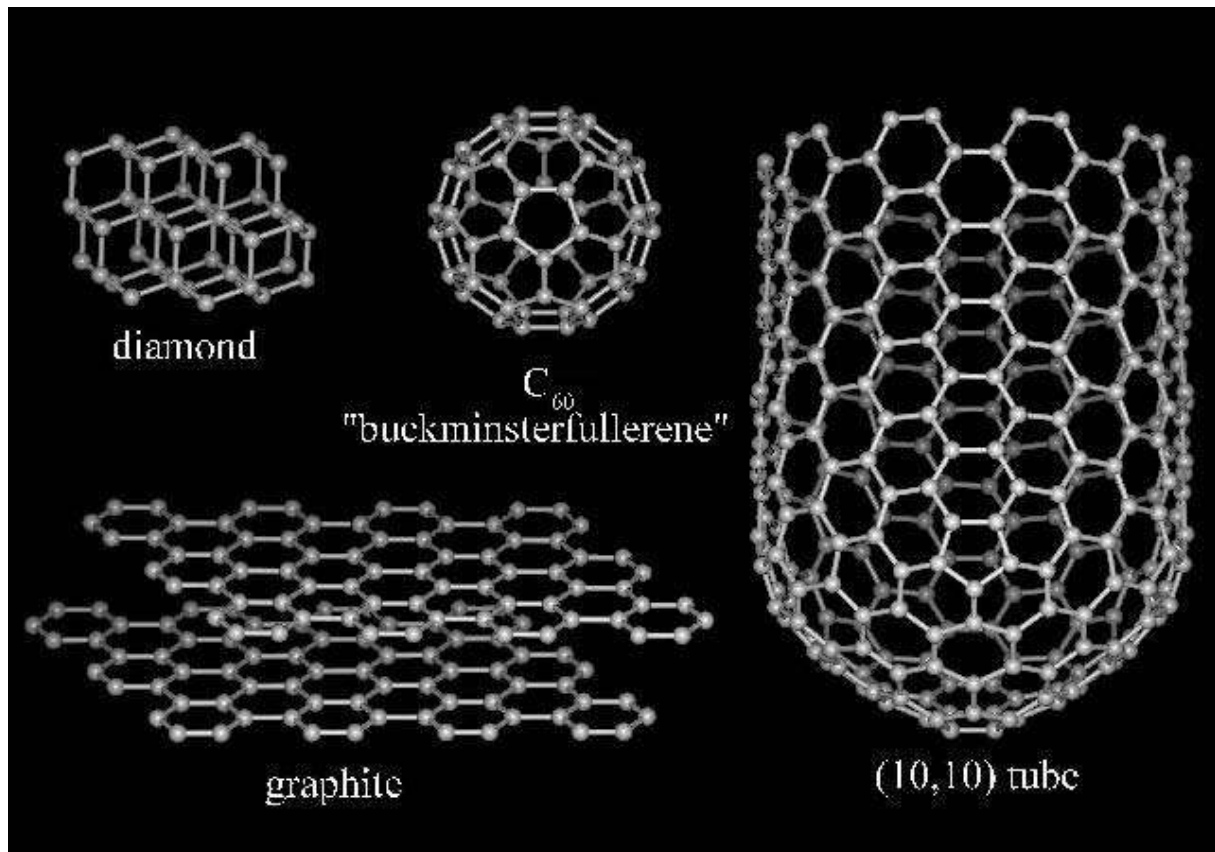


FIG. 1.5 : Récapitulation des différentes formes allotropiques du carbone abordées dans ce paragraphe.

### **1.1.4 Les Nanotubes de Carbones :**

Les nanotubes de carbone ont été découverts dans les débuts des années 1990 par Iijima *et al.* Ils se composent d'une seule couche graphitique enroulée sur elle-même, en se terminant par des demi sphères de fullerènes de chaque côté. Possédant un caractère monodimensionnel (1D) et un arrangement hexagonal des atomes de carbone, les nanotubes de carbones peuvent être à mono ou à plusieurs parois (Iijima.S, 1991).

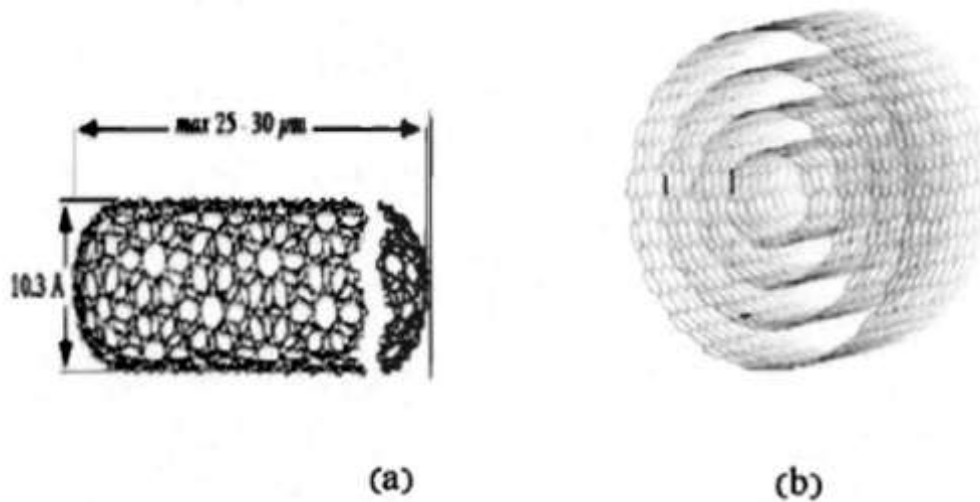


FIG. 1.6 : Structure d'un nanotube de carbone mono feuillet (a) et multi feuillets (b) (Schaller.E, 1996)

Le facteur commun entre ces allotropes de carbone (graphite, nanotube et fullerène) est un arrangement hexagonal des atomes de carbone, d'où une monocouche de carbone peut être obtenue sous plusieurs formes, un empilement de feuillets de graphène, en cylindre afin de former des nanotubes de carbone et la forme de ballon qui caractérise les fullerènes. Récemment une autre forme allotropique a été rajoutée à la famille des nano carbone, cette dernière est nommée le graphène. Depuis sa découverte en 2004, il devient un sujet très discuté dans le domaine de la recherche des sciences des matériaux.[8]

### **1.1.5 Le graphène :**

#### **1.1.5.1 Structure cristallographique :**

Le graphène est un arrangement bidimensionnel d'atomes de carbone d'épaisseur monoatomique disposés suivant un réseau en nid d'abeilles (FIG1.7.a). Ce matériau bidimensionnel a été isolé pour la première fois en 2004 par Novoselov travaillant avec Geim [9], en utilisant la technique d'exfoliation mécanique en utilisant un ruban adhésif à partir d'un échantillon de graphite pyrolytique hautement orienté (HOPG).

La structure cristallographique du graphène est constituée d'une cellule unitaire



## Généralités sur les graphènes

Hexagonale avec 2 atomes de carbone. La distance entre atomes de carbone est 1.42 Å et la norme des vecteurs de base ( $\vec{a}_G$  et  $\vec{b}_G$ ) du réseau sont exprimées par  $a_G := b_G = 2.46$  Å [10].

Les positions des atomes de carbone dans la cellule unitaire sont :  $\vec{r}_1 = (0,0)$  et

$\vec{r}_2 = (1/3)\vec{a}_G + (2/3)\vec{b}_G$ . En tenant compte des atomes de carbone dans cette cellule, la densité planaire des atomes de carbone dans une monocouche de graphène est:

$$n_G^c = \frac{2 \text{ atomes}}{\left[ \frac{a_G^2 \sqrt{3}}{2} \right]} = 0.382 \text{ atomes}/\text{Å}^2$$

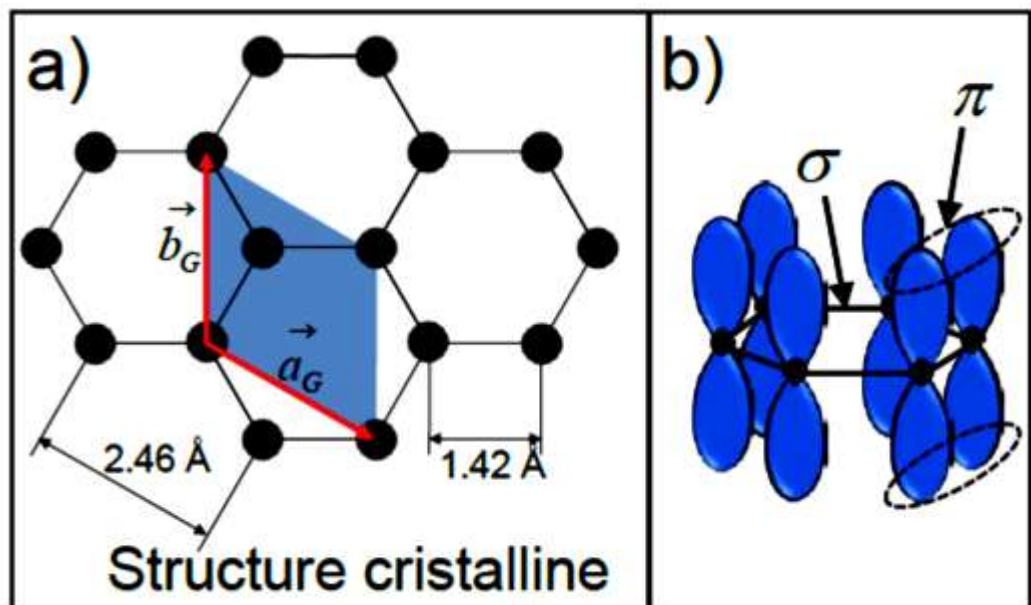


FIG1.7: a) Structure cristalline du graphène. La cellule unitaire contient deux atomes de carbone et les vecteurs du réseau forment un angle de 120°. Ces atomes sont équivalents parce qu'ils ont le même nombre d'atomes voisins. b) Diagramme schématique des liaisons  $\sigma$  dans le plan de graphène et des orbitales  $\pi$  perpendiculaire à ce plan.

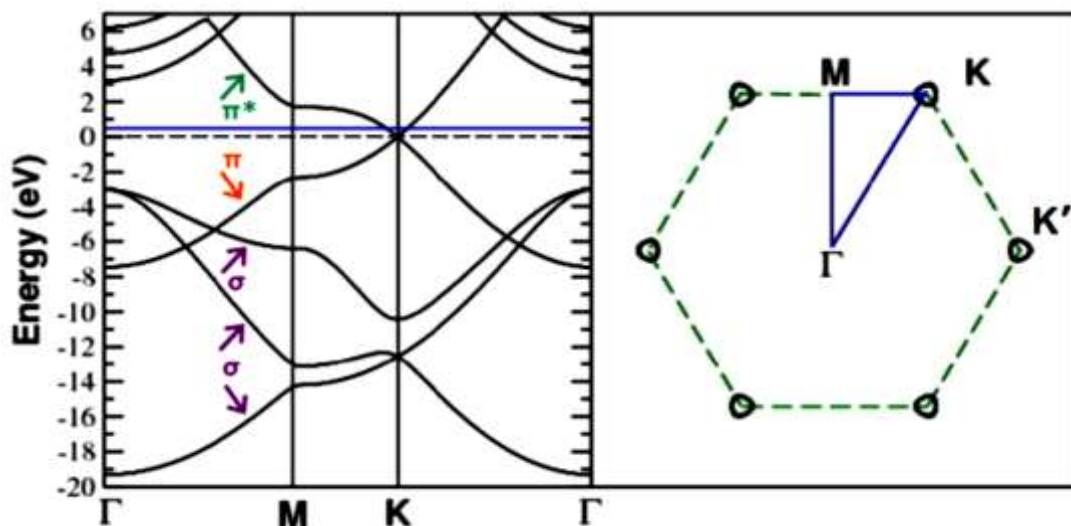
Chaque atome de carbone dans le graphène est lié de façon covalente à trois autres atomes à travers des liaisons  $\sigma$  (chevauchement frontal) d'orbitales hybrides  $sp^2$  (FIG1.7.b),

## Généralités sur les graphènes

ces liaisons sont très fortes. Les orbitales  $p_z$  (chevauchement latéral) perpendiculaires au plan du graphène, forment des liaisons  $\pi$  qui sont responsables de la conduction électronique parallèlement au plan du graphène.

### 1.1.5.2 Structure électronique complète :

Le graphène isolé est un matériau idéal qui n'existe pas dans la nature. Les premiers calculs de la structure de bandes d'énergie du graphène ont été développés en 1947 par Wallace [13]. Dans ses calculs, il a négligé l'interaction entre plans de carbone et supposé que la conduction se produit exclusivement dans le plan de carbone. Enfin, il a montré que ce matériau (graphène) possède un comportement semi-métallique. D'autre part, les calculs 'ab initio' développés beaucoup plus tard par Varchon *et al.* [12], ont permis d'obtenir la structure de bandes du monoplan de graphène isolé (FIG1.8.a), suivant le parcours  $\Gamma$ -M-K- $\Gamma$  représenté par le triangle en bleu dans la première zone de Brillouin hexagonale (FIG1.8.b). Au point de haute symétrie K de la zone de Brillouin (point de Dirac), les bandes  $\pi$  et  $\pi^*$  se touchent au niveau de Fermi (0eV), (ligne tiret en noir) et la relation de dispersion  $E(k)$  est linéaire (E: énergie et k: module du vecteur du réseau réciproque). Une relation de dispersion linéaire est caractéristique du monoplan de graphène. La (FIG1.8.c) montre la structure de bandes suivant le parcours M/2-K- $\Gamma$ /4 pour le cas du graphène (courbe, noire), biplan de graphène (en empilement AB, courbe verte) et graphite (courbe bleue). Dans le cas du biplan de graphène et du graphite, la relation de dispersion est parabolique au point K et il existe un écart entre les bandes  $\pi$  et  $\pi^*$ , plus bas pour le biplan de graphène ( $\sim 0.33\text{eV}$ ) que pour le graphite ( $\sim 0.70\text{eV}$ ) [12].



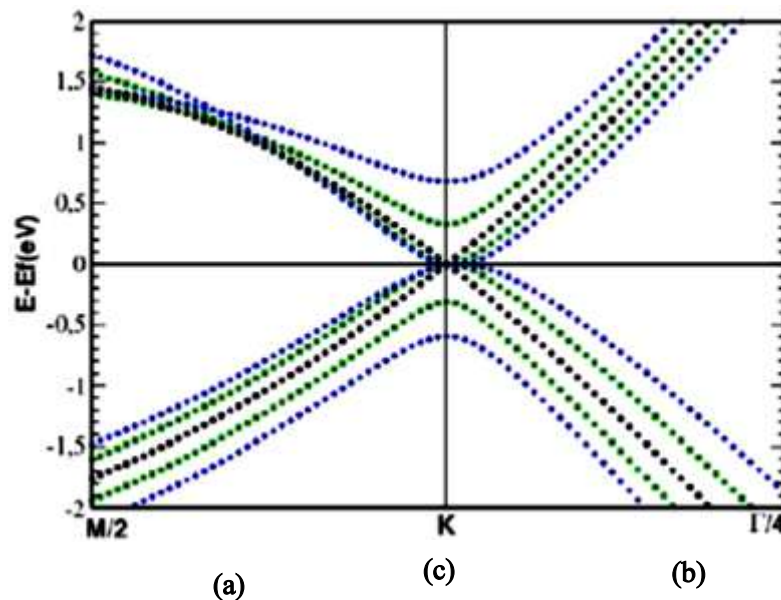


FIG1.8: a) Calcul ab initio de la structure de bandes d'énergie du graphène isolé. Les bandes  $\sigma$ ,  $\pi$  et  $\pi^*$  sont indiquées par les flèches violette, orange et verte respectivement. b) Première zone de Brillouin qui montre les points de haute symétrie  $\Gamma$ , M, K et  $K'$ . c) Calcul ab initio des structures de bande pour le graphène, biplan de graphène et graphite autour du point K et au voisinage du niveau de Fermi. Images issues de [12].

### 1.1.5.3 Propriétés du graphène :

Avec un module de Young de 1 TPa et une résistance mécanique de 130 GPa, le graphène est le matériau le plus résistant mécaniquement [14]. Il a une conductivité thermique de 5000 W/(m.K), qui correspond à la limite supérieure des valeurs les plus élevées reportés pour les nanotubes de carbones à simple-parois (SWNT) [15]. En outre, le graphène présente une très haute conductivité électrique, jusqu'à 6000 S/cm [16], et contrairement aux NTC, la chiralité n'est pas un facteur dans sa conductivité électrique.

Aussi, le graphène a une forte surface spécifique (la valeur mesurée théoriquement est 2600 m<sup>2</sup>/g) et une grande imperméabilité aux gaz [17]. Les propriétés les plus importants d'un nanofeuillet de graphène sont résumées dans le Tableau I.1.

propriétés	valeurs
Dimensionnalité	2D [4]
Module de Young	$\sim 1$ (TPa) [14]
Résistance mécanique	$\sim 130$ (MPa) [14]
Conductivité thermique	$5 \cdot 10^3$ W/(m.K) [15]
Conductivité électrique	$6 \cdot 10^3$ (S/cm) [16]
Mobilité des charges	$\sim 2 \cdot 10^5$ (cm <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ) [17]
Surface spécifique	2600 (m <sup>2</sup> /g) [18]
Perméabilité aux gaz	Imperméable [19]

**Tableau I.1 :** Les propriétés principales d'un nano feuillet de graphène.

Ces excellentes propriétés indiquent le fort potentiel de graphène pour améliorer des propriétés physico-chimiques de polymères dans le domaine de nano composites. Dû au grand intérêt généré par les propriétés exceptionnelles de feuillets de graphène et le développement de nouvelles méthodes pour leur production, plusieurs chercheurs ont commencé à travailler sur le graphène et ses applications.

## **1.1.5.4 Techniques de préparation du graphène :**

À ce jour le graphène est synthétisé par quatre différentes méthodes soit par exfoliation du graphite qui représente la première méthode utilisée, la synthèse épitaxiale de carbure de silicium (SiC), la méthode chimique et la croissance par la déposition chimique en phase vapeur (CVD).

### **1.2.5. 4.1. Graphène exfolié :**

Cette technique a été découverte par hasard, en 2004 par André Geim et ses collaborateurs (Novoselov et al. 2004). Son principe est simple, il consiste à extraire une feuille de graphène à partir d'un empilement de couches de graphite pur. Ceci est réalisé généralement à partir d'un ruban adhésif, en disposant du graphite ainsi le replier sur lui-même et le redécoller pour obtenir du graphite sur les deux côtés. Cette technique est renouvelée à plusieurs reprises afin de disperser le graphite sur le ruban et ceci soit le plus fin possible. À la fin on dispose la bande adhésive sur un substrat ( $\text{SiO}_2$ ), en effet la majorité du graphène déposé sur le substrat forme des multicouches, et seule une petite proportion qui représente des monocouches de graphène. [20,21]

Cependant, l'identification d'un film monofeuillet de graphène est rendu possible via le microscope optique. Les désavantages de cette méthode pour la production des nanofeuillets de graphène pour les nano composites polymères qui nécessitent une grande quantité de graphène sous forme de poudre.

Est que l'emplacement et la taille des films de graphène dépendent du hasard, ce qui est traduit par le non reproductibilité de la méthode (Novoselov et al. 2004). [22]



FIG1.9 : Première exfoliation du graphite



FIG 1.10: Exfoliation répétée du graphite



FIG1.11 : Transfert sur le substrat de SiO

### 1.2.5. 4 .2. Graphène par épitaxie :

Le graphène épitaxie a été développé par le groupe de recherche de Claire Berger, Walt de Heer et leurs collaborateurs à Georgia Tech et Grenoble [30]. Cette méthode consiste à faire la croissance de graphène à partir de carbure de silicium. Un chauffage sous vide est effectué à haute température 1300°C, afin de réduire le carbure de silicium et permettre aux atomes de silicium des couches externes de s'évaporer (décomposition thermique). [31,32]

Cependant, après un temps bien défini, les atomes de carbone restants se réorganisent entre elles en donnant une feuille de graphène. La technique d'épitaxie permet la croissance du graphène de haute qualité. Les limites de cette méthode résultent dans l'obtention des petites surfaces de graphène, sans la possibilité de contrôler le nombre de couches résultantes. [23,24]

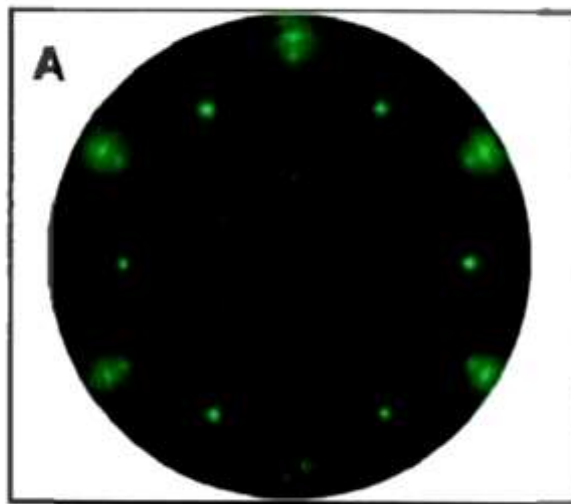


FIG 1.12 : La diffraction d'électrons lents (*Low Energy Electrons Diffraction, LEED*) de trois couches de graphène épitaxie sur SiC

### 1.2.5.4. 3. Graphène chimique :

Cette technique est aussi appelée la méthode de Hummer modifiée, elle consiste en la création de suspensions colloïdales à partir du graphite. Cette dernière est réalisée en plusieurs étapes (oxydation, purification, extraction, filtration, réduction).

## Généralités sur les graphènes

L'étape de l'oxydation permet de produire l'oxyde de graphène à partir du graphite, D'oxydants et d'acides. Ces derniers vont créer des fonctions d'hydroxyde, d'époxyde, des groupes carbonyle et carboxylique dans le matériau de base (graphite). La purification de l'oxyde du graphite pour obtenir l'oxyde de graphène est effectuée à l'aide des étapes de centrifugation (3000 rpm) et une solution d'acide (mélange piranha). Après cette étape, l'extraction et la filtration d'oxyde de graphène (GO) est réalisée en utilisant un filtre en cellulose. L'oxyde de graphène est suspendu et mis dans un bain d'eau pure afin d'obtenir une solution d'oxyde de graphène (GO).

Cette solution est filtrée et exposée à l'hydrazine pour obtenir l'oxyde de graphène réduit (GR ou RGO). Le film obtenu est ensuite transféré sur un substrat (lamelle de verre ou  $\text{SiO}_2$ ).

L'étape suivante consiste à éliminer la cellulose de l'échantillon. Le nombre de feuilles de carbone, plus précisément l'épaisseur du film de graphène obtenu dépend de la concentration de la solution d'oxyde de graphène.

La méthode de Hummer modifiée est très utilisée dans les laboratoires de recherche, en raison de son coût accessible. [33, 34,35]

### 1.2.5. 4.4 Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) :

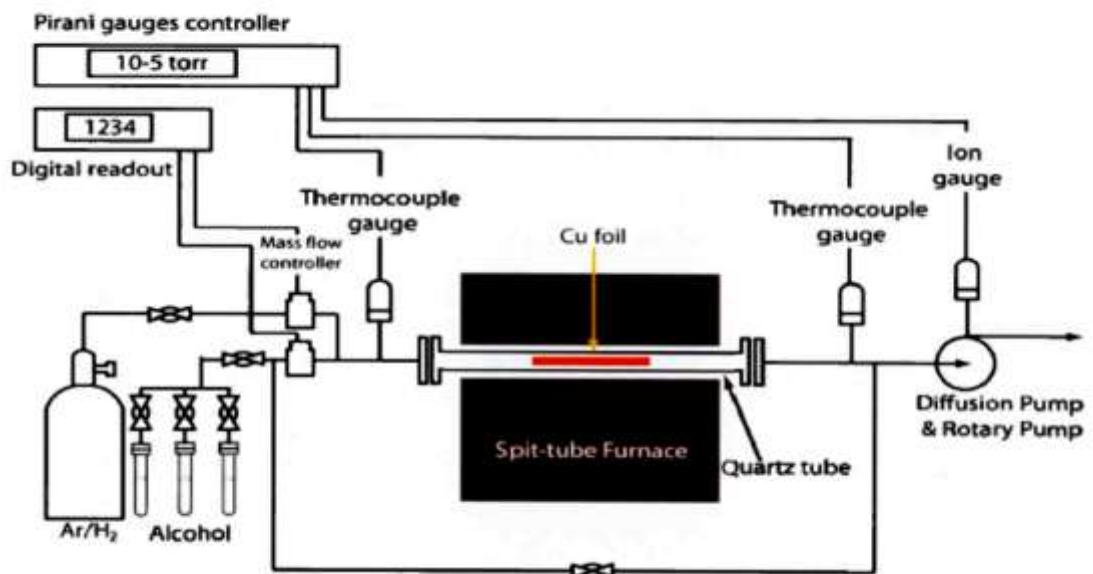


FIG 1.13 : Schéma du système CVD pour la croissance de films de graphène

La déposition chimique en phase vapeur (CVD) est un processus très utilisé dans l'industrie des semi-conducteurs afin de produire des matériaux solides de haute pureté. Son principe consiste à exposer le substrat à un gaz précurseur à haute température pour permettre d'activer la réaction chimique. Dans le cas de synthèse de graphène, le précurseur utilisé généralement est le méthane (CH<sub>4</sub>), ainsi que les substrats les plus communs sont le cuivre (Cu) et le nickel (Ni).

Le substrat choisi joue en même temps le rôle de catalyseur. Ce dernier est placé dans un tube de quartz. Ensuite chauffé progressivement à l'aide d'une fournaise, une fois que la température est de 500°C, l'hydrogène est introduit comme réducteur et de l'argon comme gaz évacuateur.

Après que la température a atteint 1000 °C, la source de carbone utilisée est généralement le méthane (CH<sub>4</sub>) qui est injectée avec une pression d'environ de 1 Torr.

L'avantage de cette méthode est l'obtention d'un film de graphène avec une bonne qualité et une bonne mobilité des électrons. [23 ,24]

Cependant, cette méthode présente des faiblesses liées au transfert du graphène vers des substrats. En effet, le dépôt du graphène sur un substrat de verre ou de silicium s'avère compliqué.

Donc il faut passer par l'intermédiaire d'un polymère, le poly méthacrylate de méthyle (PMMA) et par la dissolution de ce dernier par de l'acétone afin de réussir un tel transfert. Cette dernière technique est évolutive et pourrait permettre la production à grande échelle de graphène. Celle-ci sera développée dans la partie expérimentale de ce travail.

### **I.2.5.4.6 Production du graphène par la réduction thermique d'oxyde de graphite :**

L'obtention des nanofeuillets de graphène en utilisant la méthode de réduction de l'oxyde de graphite a été premièrement reportée par Schniepp et al. [37]. Cependant, des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits peut être obtenus par un chauffage rapide d'oxyde graphite dans un environnement inerte et à haute température [37,39]. En effet, le chauffage d'OG à 1050 °C pendant 30 s dans un environnement inerte résulte dans la réduction et l'exfoliation d'OG produisant des nanofeuillets de graphène thermiquement réduits (FIG1.14).



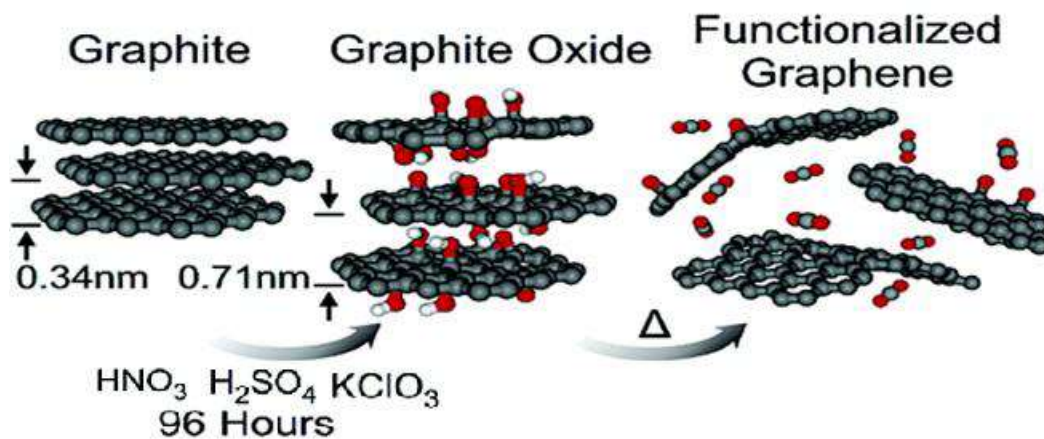


FIG1.14 : Les étapes principales de la réduction thermique de l'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène [37].

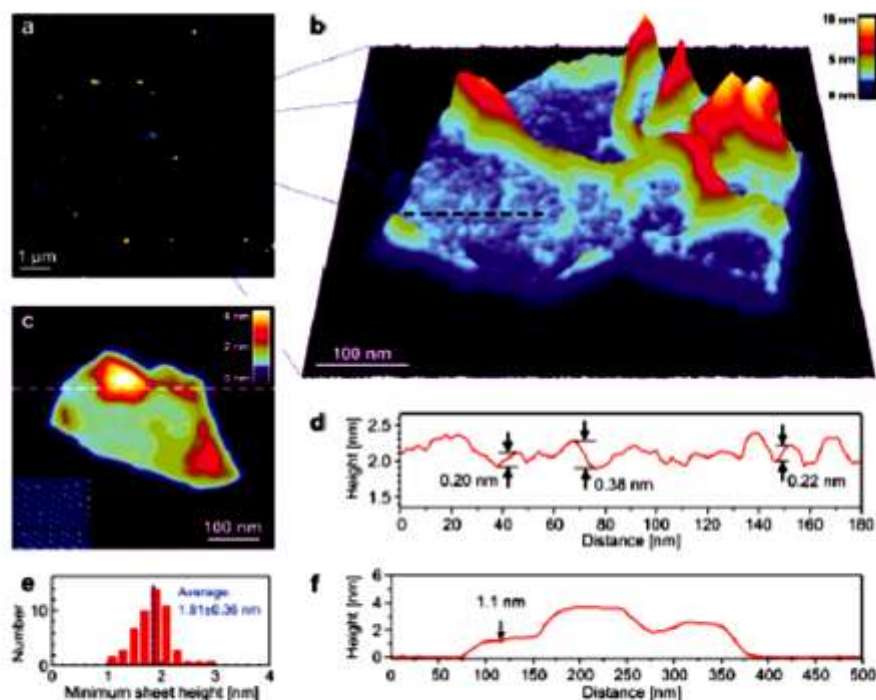


FIG1.15 : (a) Image d'AFM en mode « Tapping » des nano feuillettes de graphène thermiquement réduits. (b) Représentation 3 D d'un feuillet individuel de graphène montrant une structure froissée et une surface très rugueuse. (c) Image d'AFM en mode « contact » du même feuillet montré dans l'image (b). (d) le profil de hauteur de l'image (b). Histogramme de distribution de taille pour les nanofeuillets observés dans la figure (a). (f) le profil de hauteur de l'image (c) avec une épaisseur de 1,1 nm [37].

L'exfoliation a lieu lorsqu'une pression est générée par le gaz CO<sub>2</sub> qui peut être émis due à la décomposition des groupes hydroxylique et époxyde d'OG, et qui peut surmonter les forces de Van der Waals existantes entre les feuilles d'oxyde de graphène [37].

Cependant, une quantité de 30 % peut être perdue durant le processus de chauffage, qui peut être liée à la décomposition des groupes contenant l'oxygène et l'évaporation de l'eau [37-39]. Parce que des défauts structuraux peuvent être causés par la perte de CO<sub>2</sub>, les nanofeuillets résultants sont froissés et pliés (FIG1.15) [37]. L'avantage de cette technique s'explique par le fait que l'exfoliation et la réduction se font en une seule étape, ainsi cette technique permet l'obtention du graphène sans passer par l'étape de dispersion d'OG dans des solvants.

### **I.2.5.4.7. Production du graphène par la réduction chimique d'oxyde de graphène :**

Dans les méthodes de la réduction chimique, une dispersion stable de l'oxyde de graphène est produite suivi par une réduction des nanofeuillets d'oxyde de graphène exfolié (FIG 1.16). Cependant, comme indiqué ci-dessus, des dispersions stables de l'oxyde de graphène peuvent être obtenu en utilisant l'eau ou des solvants organiques à l'aide d'un traitement de signification ou agitation mécanique. La réduction chimique consiste à enlever les groupes contenant l'oxygène présents sur la surface et le bord de l'oxyde de graphène (FIG1.14.a). La méthode de réduction chimique résulte en général dans la production des nanofeuillets de graphène individuels sans défauts structuraux; un exemple est montré sur la (FIG I.17.b).

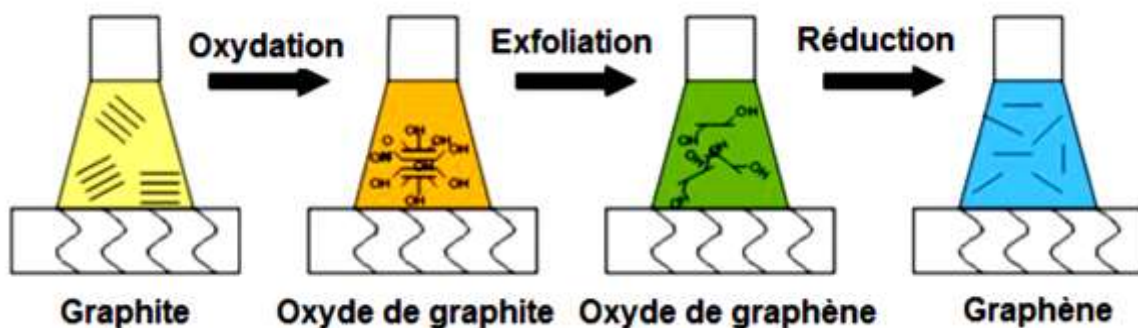


FIG1.16. : Représentation schématique du processus d'exfoliation/réduction des d'oxyde de graphite en des nanofeuillets de graphène

Les suspensions colloïdales de l'oxyde de graphène et sa version traitée organiquement peuvent être chimiquement réduits en des nanofeuillets de graphène en utilisant des différents réducteurs chimiques tels que l'hydrate d'hydrazine [36,38,40], la diméthylhydrazine [41], le borohydrure de sodium suivi par l'hydrazine [42], l'hydroquinone [43], le TiO<sub>2</sub> irradiée par UV [44], les composés contenant du soufre [45], la Vitamine C [46], les atomes de Fer [48] et l'hydroxyde de sodium [49]. Stankovitch et *al.* ont proposé le mécanisme de réduction chimique de l'oxyde de graphène en utilisant l'hydrate d'hydrazine (FIG1.18) [36].

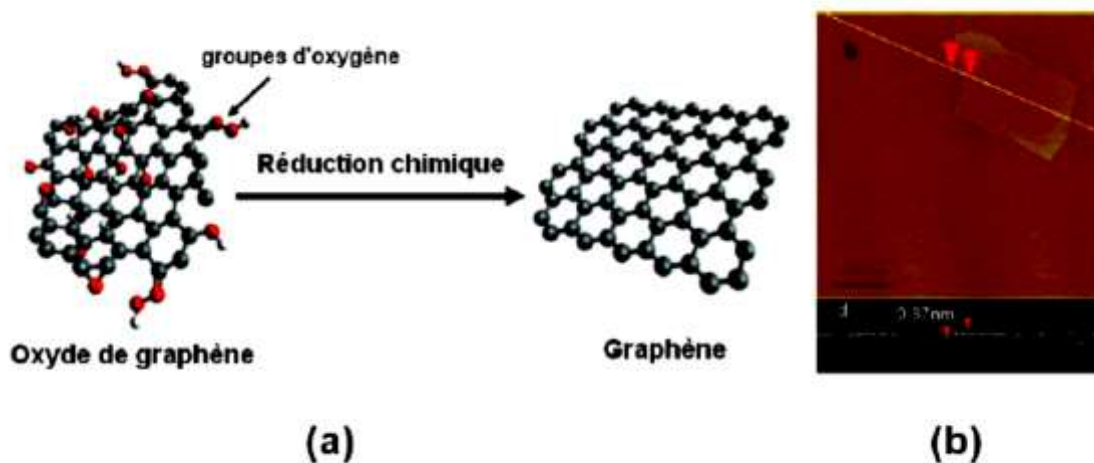


FIG1.17 : (a) Réduction chimique d'oxyde de graphène en graphène et (b) AFM image d'un nanofeuillets de graphène chimiquement réduit [45].

Parmi les méthodes de réduction chimique, l'hydrazine ou ses dérivés [36, 38, 40,41] sont bien acceptés comme agents réducteurs pour leur efficacité de réduction de l'oxyde de graphène. Cependant, l'hydrazine est très toxique et explosive, et il devrait être évité pour une production à une échelle industrielle [45]. Bien que le borohydrure de sodium a montré une excellente capacité de la réduction de l'oxyde de graphène, sa propriété d'hydrolyse peut générer

la difficulté à obtenir une solution aqueuse stable de borohydrure de sodium, résultant dans une faible efficacité de réduction [45]. Les autres agents de réduction peuvent réduire l'oxyde de graphène, mais la capacité de désoxydation est beaucoup plus faible que celle possible avec de l'hydrazine.

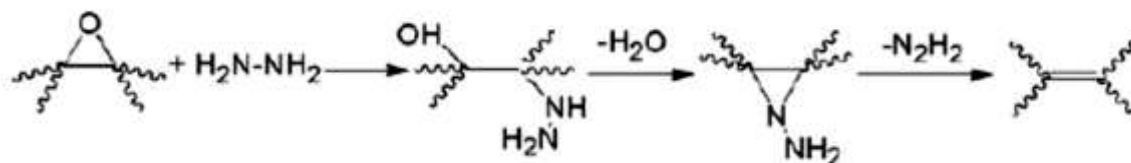


FIG1.18. Le mécanisme proposé pour la réduction chimique d'oxyde de graphène en utilisant l'hydrazine hydraté [36].

## Références

- [1]. Greenwood, Earnshaw, Chemistry of the Elements, **1997**, 2<sup>ème</sup> édition, Butterworth Einmann.
- [2]. J. E. Brady, J. R. Holman, Fundamentals of Chemistry, **1998**, 3<sup>ème</sup> édition, John Wiley & Sons, New York.
- [3]. F. A. Cotton, G. Wilkinson, Advanced Inorganic Chemistry, **1998**, 5<sup>ème</sup> édition, John Wiley & Sons, New York.
- [4]. Park B., Shim J.W., Choi H.J., Park Y.W. Synthetic Metals, 56 :3258 (1993)
- [5]. Yin M.T. et Cohen M.L. Physical Review Letter, 50 :2006 (1983)
- [6]. Aimé J.P., Boisgard R., Couturier G., Microscopie de force dynamique : Parties A et B, Cours de l'école Nanosciences (2003)
- [7]. Aimé J.P., Boisgard R., Nony L., Couturier G., Physical Review Letters 82 (17), 3388-3391 (1999)
- [8]. Novoselov, Geim, Morozov, Jiang, Zhang, Dubonos, Grigorieva et Firsov, 2004
- [9]. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V Dubonos, I. V Grigorieva, and a a Firsov, Science **306**, 666 (2004).
- [10]. U. Starke, J. Bernhardt, J. Schardt, and K. Heinz, Surf. Rev. Lett. **6**, 1129 (1999).
- [11]. Castro Neto, A. H.; Guinea, F.; Peres, N. M. R.; Novoselov, K. S. & Geim, A. K. (2009), 'The electronic properties of graphene', Rev. Mod. Phys. **81**(1), 109-162.
- [12]. F. Varchon, Thesis: Propriétés Electroniques et Structurales Du Graphène Sur Carbure de Silicium, Université Joseph Fourier, 2008.
- [13]. José Antonio MORÁN MEZA ,thesis : Propriétés structurales et électroniques du graphène sur SiC(0001) étudiées par microscopie combinée STM/AFM , université PARIS-SUD ,2013
- [14]. C. Lee, X. Wei, J. W. Kysar et al. Science (2008); **vol. 321**: p. 385.

- [15]. A. A. Balandin, S. Ghosh, W. Bao et al. *Nano Lett.* (2008); **vol. 8**: p. 902.
- [16]. X. Du, I. Skachko, A. Barker et al. *Nature Nanotechnol.* (2008); **vol. 3**: p. 491.
- [17]. J. S. Bunch, S. S. Verbridge, J. S. Alden et al. *Nano Lett.* (2008); **vol. 8**: p. 2458.
- [18]. K. I. Bolotin, K. J. Sikes, Z. Jiang et al. *Solid State Commun.* (2008); **vol. 146**: p. 351.
- [19]. M. D. Stoller, S. J. Park, Y. W. Zhu et al. *Nano Lett.* (2008); **vol. 8**: p. 3498.
- [20]. Novoselov, K. S.; Geim, A. K.; Morozov, S. V.; Jiang, D.; Zhang, Y.; Dubonos, S. V.; Grigorieva, I. V. & Firsov, A. A. (2004), 'Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films', *Science* **306**(5696), 666-669.
- [21]. Novoselov, K. S.; Geim, A. K.; Morozov, S. V.; Jiang, D.; Katsnelson, M. I.; Grigorieva, I. V.; Dubonos, S. V. & Firsov, A. A. (2005), 'Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene', *Nature* **438**(7065), 197-200.
- [22]. Lu, X.; Yu, M.; Huang, H. & Ruoff, R. S. (1999), 'Tailoring graphite with the goal of achieving single sheets', *Nanotechnology* **10**(3), 269.
- [23]. Hernandez, Y.; Nicolosi, V.; Lotya, M.; Blighe, F. M.; Sun, Z.; De, S.; McGovern, I. T.; Holland, B.; Byrne, M.; Gun'Ko, Y. K.; Boland, J. J.; Niraj, P.; Duesberg, G.; Krishnamurthy, S.; Goodhue, R.; Hutchison, J.; Scardaci, V.; Ferrari, A. C.; Coleman, J. N., High-yield production of graphene by liquid-phase exfoliation of graphite. *Nature Nanotechnology* **2008**, 3, 563-568.
- [24]. Khan, U.; O'Neill, A.; Lotya, M.; De, S.; Coleman, J. N., High-Concentration Solvent Exfoliation of Graphene. *Small* **2010**, 6 (7), 864-871.
- [25]. A. B. Bourlino, V. Georgakilas, R. Zboril et al. *Small* (2009); **vol. 5**: p. 1841.
- [26]. Y. Hernandez, V. Nicolosi, M. Lotya et al. *Nature Nanotechnol.* (2008); **vol. 3**: p. 563.
- [27]. A. Reina, X. Jia, J. Ho et al. *Nano Letters* (2009); **vol. 9**: p. 30.
- [28]. W. Xianbao, Y. Haijun, L. Fangming et al. *Chem. Vapor Dep.* (2009); **vol. 15**: p. 53.
- [29]. N. Li, Z. Wang, K. Zhao et al. *Carbon* (2009); **vol. 48**: p. 255.

- [30]. M. Sprinkle, P. Soukiassian, W. A. de Heer et al. *Phys. Status Solidi RRL* (2009); **vol. 3**: p. A91.<sup>2</sup>
- [31]. L. Zhi, K. Muellen. *J. Mater. Chem.* (2008); **vol. 18**: p. 1472.
- [32]. C.-D. Kim, B.-K. Min, W.-S. Jung. *Carbon* (2009); **vol. 47**: p. 1610.
- [33]. B. Brodie, *C. Philos. Trans. R. Soc. London* (1859); **vol. 149**: p. 249.
- [34]. L. Staudenmaier, *Ber. Dtsch. Chem. Ges.* (1898); **vol. 31**: p. 1481.
- [35]. W. S. Hummers, R. E. Offeman. *J. Am. Chem. Soc.* (1958); **vol. 80**: p. 1339.
- [36]. S. Stankovich, D. A. Dikin, R. D. Piner et al. *Carbon* (2007); **vol. 45**: p. 1558.
- [37]. H. C. Schniepp, J.-L. Li, M. J. McAllister et al. *J. Phys. Chem. B* (2006); **vol. 110**: p. 8535.
- [38]. J. R. Lomeda, C. D. Doyle, D. V. Kosynkin et al. *J. Am. Chem. Soc.* (2008); **vol. 130**: p. 16201
- [39]. M. J. McAllister, J.-L. Li, D. H. Adamson et al. *Chem. Mater.* (2007); **vol. 19**: p. 4396.
- [40]. H. Wang, J. T. Robinson, X. et al. *J. Am. Chem. Soc.* (2009); **vol. 131**: p. 9910.
- [41]. S. Stankovich, D. A. Dikin, G. H. B. Dommett et al. *Nature* (2006); **vol. 442**: p. 282.
- [42]. Y. Si, E. T. Samulski. *Nano Lett.* (2008); **vol. 8**: p. 1679.
- [43]. G. Wang, J. Yang, J. Park et al. *J. Phys. Chem. C* (2008); **vol. 112**: p. 8192.
- [44]. G. Williams, B. Seger, P. V. Kamat. *ACS Nano* (2008); **vol. 2**: p. 1487.
- [45]. W. Chen, L. Yan, P. R. Bangal. *J. Phys. Chem. C* (2010); **vol. 114**: p. 19885.
- [46]. M. J. F. Merino, L. Guardia, J. I. Paredes et al. *J. Phys. Chem. C* (2010); **vol. 114**: p. 6426.
- [47]. Z. -J. Fan, W. Kai, J. Yan et al. *ACS Nano* (2011); **vol. 5**: p. 191.
- [48]. X. B. Fan, W. C. Peng, Y. Li et al. *Adv. Mater.* (2008); **vol. 20**: p. 4490.

## **II.1. INTRODUCTION :**

L'utilisation intensive des plaques isotropes et des plaques composites dans diverses industries, particulièrement dans les domaines de l'aéronautique, de l'automobile, et de la construction navale, a stimulé les chercheurs à développer des théories capables de décrire correctement leur comportement structural.

L'analyse des plaques est un problème tridimensionnel. Presque toutes les théories développées ont eu pour principal objet la réduction du problème 3D à un problème 2D en se servant des hypothèses simplificatrices concernant la cinématique des déformations et l'état des contraintes à travers l'épaisseur. Dans ce qui suit, seules les théories les plus utilisées dans l'analyse des plaques, seront exposées.

## **II.2. Théorie Classique Des Plaques (CPT):**

La théorie classique de plaque est la plus simple et la plus ancienne parmi les autres théories. Elle est initiée par Kirchhoff [1] en 1850, puis elle a été poursuivie par Love [2] au début du XXe siècle. Cette théorie est applicable uniquement pour les plaques/coques, minces. Cependant, elle a donné des résultats erronés quand elle a été utilisée dans l'analyse des plaques épaisses. L'hypothèse principale de la théorie CLPT (Classical Lamination Plate Theory) est que les lignes normales au plan médian avant déformation restent droites et perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (FIG.II.1). Cette hypothèse implique la négligence des déformations dues au cisaillement transverse (CT)  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$  et les déformations/contraintes normales  $\varepsilon_z = \sigma_z = 0$



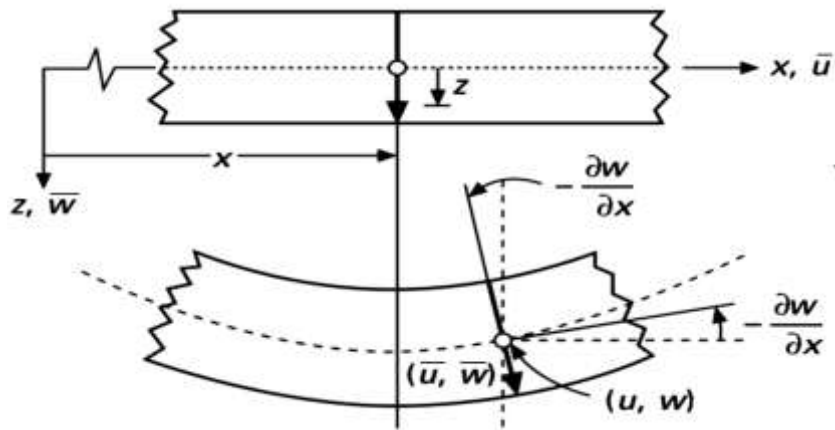


FIG. II.1: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques (Mahi, 2012)

La cinématique de cette théorie peut s'écrire d'une manière linéaire sous la forme suivante:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II.1a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{II.1b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.1c})$$

Où  $u, v, w$  sont les déplacements le long des coordonnées  $x, y$  et  $z$  d'un point du plan moyen (plan  $z = 0$ ).

La déformation de la plaque est due essentiellement à la flexion et aux déformations en plan (FIG II.1); ce qui limite la validité de cette théorie aux plaques minces (Ashton et Whitney (1970), Timoshenko et Woinowsky-Krieger (1959)).

### **II.3. Théorie Des Plaques Du Premier Ordre (FSDPT) :**

La théorie du premier ordre (FSDT) peut être considérée comme une amélioration par rapport à la théorie classique (CLPT). Cette théorie est basée essentiellement sur l'hypothèse suivante de Reissner-Mindlin: les lignes normales au plan médian avant déformation restent

droites mais pas forcément perpendiculaires à la surface moyenne après déformation (à cause

De l'effet du cisaillement transverse), (FIG.1.5). Ils ont également supposé que la contrainte normale  $\sigma_z$  est négligeable par rapport aux autres composantes du tenseur de contraintes (l'hypothèse de déformation plane). Le champ de déplacement de la théorie du premier ordre s'écrit comme suit:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \quad (\text{II.2a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \quad (\text{II.2b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.2c})$$

Où  $u$ ,  $v$ ,  $w$  sont les déplacements le long des coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$  d'un point du plan moyen (plan  $z = 0$ );  $\phi_x$  et  $\phi_y$  sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes  $y$  et  $x$  respectivement.

À partir de l'équation (II.2), nous remarquons que les composantes de déplacements plans ( $u$ ,  $v$ ) varient d'une manière linéaire suivant l'axe  $z$ , tandis que la composante de déplacement transversal ( $w$ ) est constante. Cela va conduire à un état de contrainte/déformation de cisaillement transverse constant sur toute l'épaisseur de la plaque (FIG.II.2), alors que, selon la théorie de l'élasticité tridimensionnelle (3D), les contraintes de cisaillement transversal sont plutôt quadratiques à travers l'épaisseur [3]. Cette déficience est corrigée par l'introduction de ce qu'on appelle les facteurs de correction de cisaillement transverse [4, 5,6].

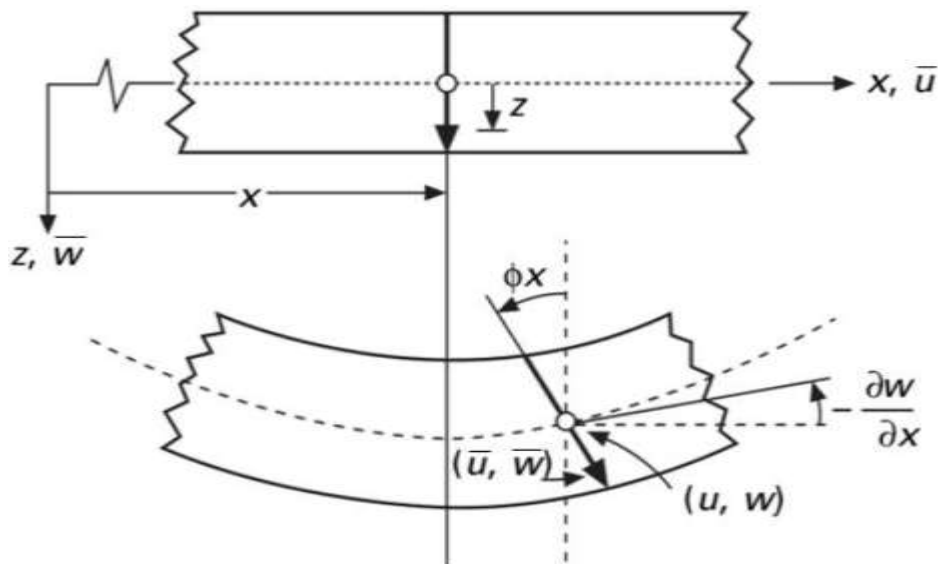


FIG.II.2: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre (Mahi. 2012)

### II.3. 1. Facteurs de correction du CT:

Les facteurs de correction du CT (FC), notés  $k$ , sont ajoutés pour corriger le décalage entre la répartition des contraintes de cisaillement transversal réelles (3D) et celles supposées dans la théorie du premier ordre.

Ces facteurs sont introduits comme des paramètres dans les relations constitutives entre les forces de cisaillement transversal et les déformations de cisaillement transversal. Pour les matériaux isotropes homogène, le premier concept de FC a été présenté par Reissner [7, 8]. Il a proposé une valeur de  $5/6$  qui est largement utilisée, en employant une méthode de calcul basée sur des considérations d'équilibre statique et d'équivalence énergétique. Puis, Mindlin [9] a proposé une valeur de  $k = \pi^2/12$ , en utilisant la méthode d'analyse dynamique pour la première fois (équivalence de fréquence propre associée au mode de vibration en CT ou de vitesse de propagation d'ondes de flexion). Une autre méthode a été présentée par Ayad [10] pour calculer les facteurs de correction.

Il les évalue par une comparaison entre l'énergie de cisaillement obtenue via les équations d'équilibre et celle obtenue par la théorie du premier ordre.

Par ailleurs, les facteurs de correction pour les composites stratifiés et les sandwichs dépendent essentiellement des propriétés matérielles du matériau (module de Young, coefficient de poisson, etc.), du rapport d'aspect, de la forme des fibres ainsi que leurs orientations, de la géométrie du stratifié, du nombre de stratification et les conditions aux limites, ce qui rend ces facteurs difficiles à déterminer.

Dans ce contexte, plusieurs méthodes ont été proposées pour estimer les facteurs de correction dans ces matériaux. La méthodologie la plus courante est basée sur la comparaison de certaines réponses (l'énergie de déformation de CT, la vitesse de propagation d'une onde de flexion, la fréquence naturelle du mode de vibration, etc.) prédite par la théorie du premier ordre et celles obtenues par la théorie d'élasticité tridimensionnelle [11.12]. Yu [8] a utilisé une méthode basée sur la comparaison des fréquences naturelles (les fréquences obtenues par la théorie d'élasticité 3D et celles obtenues par la théorie du premier ordre) pour les plaques sandwichs.

Whitney [13] a publié une analyse précise pour calculer les facteurs de correction des plaques stratifiées symétriques/antisymétriques et les plaques sandwichs. Il les identifie par une méthode basée sur des considérations des flexions cylindriques.

L'auteur a montré que, les facteurs de correction de CT ne s'approchent pas de la valeur classique  $5/6$ , quand le nombre de couches du stratifié augmente. La même remarque a été trouvée par Madabhusi-Raman et Davalos [14].

Dans l'article de Vlachoutsis [5], les facteurs de correction de CT dans le cas sandwich, sont estimés à partir d'une expression analytique, il montre que le rapport d'anisotropie ( $E_f/E_c$ ) influe sur les valeurs des FC. Certains auteurs, dont Pai [15], ont présenté une nouvelle formulation de FC, en comparant les résultantes des contraintes de cisaillement exactes et l'énergie de déformation de cisaillement avec ceux déterminées par la théorie du premier ordre. L'article de Birman et Bert [16] résume les différentes méthodes concernant la détermination de ces facteurs pour les poutres/plaques isotropes et sandwichs.

### **II.4. Théorie Des Plaques D'ordre Supérieur (HSDPT) :**

Dans le cas où un schéma du premier degré ne permettrait pas d'approcher convenablement un problème donné, il sera alors nécessaire de passer à un schéma d'ordre supérieur (2ème ordre, 3ème ordre, voire plus), dans le développement des déplacements en séries. Par conséquent, ces théories introduisent des fonctions supplémentaires dont les termes sont souvent difficiles à interpréter.

### **II.5. Théorie Des Plaques Du Second Ordre :**

Le champ des déplacements de la théorie du second ordre s'exprime par :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) \quad (\text{II.3a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) \quad (\text{II.3b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t) \quad (\text{II.3c})$$

Où :  $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z$  sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées  $x$  et  $y$  et du temps  $t$ .

Cette théorie apporte une amélioration substantielle par rapport à la théorie du premier ordre tout en nécessitant un facteur de correction comme pour la FSDPT.

### **II.6. Théorie Des Plaques Du Troisième Ordre:**

Dans la quête de théories plus raffinées et dans le souci de supprimer les limitations des précédentes théories, de nouvelles théories d'ordre supérieur ont vu le jour. Le champ des déplacements s'écrit comme suit :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) + z^3\chi_x(x, y, t) \quad (\text{II.4a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) + z^3\chi_y(x, y, t) \quad (\text{II.4b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\psi_z(x, y, t) + z^3\chi_z(x, y, t) \quad (\text{II.4b})$$

## Généralité sur les théories des plaques

Où:  $u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \psi_x, \psi_y, \psi_z, \chi_x, \chi_y, \chi_z$ , sont des fonctions inconnues dépendant des coordonnées  $x$  et  $y$  et du temps  $t$ .

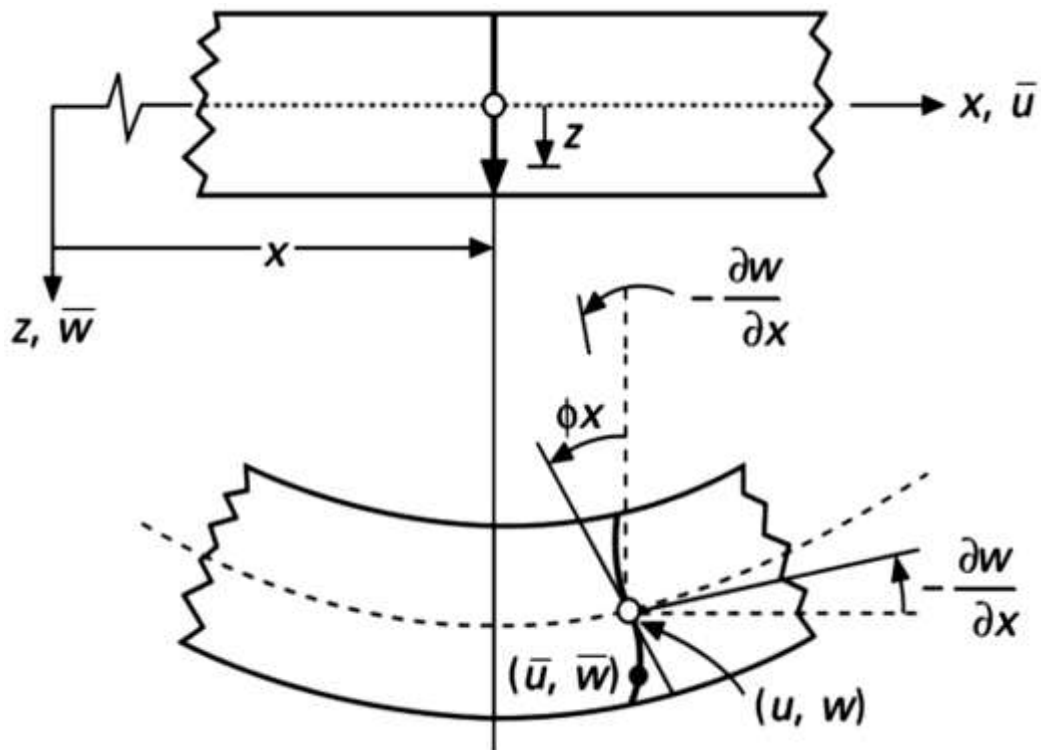


FIG.II.3 : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques (Mahi, 2012)

Reddy a utilisé les conditions de nullité des contraintes de cisaillement  $\tau_{xz}, \tau_{yz}$  sur les faces supérieures et inférieures de la plaque qui ont été proposées pour la première fois par Levinson [17] dans l'analyse des plaques isotropes et par Murthy [18] et Bert [16] dans l'analyse des plaques stratifiées. Ces conditions permettent de réduire le nombre de variables additionnelles de déplacement.

## Généralité sur les théories des plaques

---

Donc, le champ de déplacement de l'équation (II.4) contiendra des paramètres ayant une signification physique comme suit:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z\phi_x + z^3 \left( -\frac{4}{3h^2} \right) \left[ \phi_x(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad (\text{II.5a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z\phi_y + z^3 \left( -\frac{4}{3h^2} \right) \left[ \phi_y(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (\text{II.5b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.5c})$$

Où:  $u, v$  et  $w$  sont les déplacements le long des coordonnées  $x, y$  et  $z$  d'un point du plan moyen (plan  $z = 0$ );  $\phi_x$  et  $\phi_y$  sont les rotations de la normale à la section transversale par rapport aux axes  $y$  et  $x$  respectivement.

où  $h$  est l'épaisseur totale de la plaque.

La théorie de Reddy est devenue très populaire parce qu'elle donne une meilleure précision pour les contraintes de cisaillement transversal, et se traduit par une distribution parabolique de ces contraintes, sans recours à des facteurs de correction. En plus, le nombre de variables est le même que dans la théorie FSDT (Cinq variables indépendantes). Cette théorie est aussi connue sous le nom de "la théorie de la plaque de déformation en cisaillement parabolique (PSDPT).

Certains auteurs, dont Senthilnathan et *al.* [19], ont utilisé cette théorie de Reddy pour l'analyse du flambage des plaques isotropes et composites. Ils ont enrichi la composante de déplacement normal en introduisant des variables supplémentaires comme suit:

$$w(x, y, z) = w_f(x, y) + w_c(x, y) \quad (\text{II.6})$$

où les notations  $f$  et  $c$  indiquent les contributions de la flexion et du cisaillement transverse au déplacement normal, respectivement.

Lee et *al.* [20] ont utilisé autrement la cinématique de Reddy pour l'analyse nonlinéaire des plaques isotropes épaisses.

## Généralité sur les théories des plaques

---

En outre, Rohwer [16] a présenté une étude comparative de sept modèles basés sur des théories différentes (CLPT, SSDT et HSDT) pour l'analyse des plaques composites multicouches. Il a aussi montré les avantages et les limites de ces modèles et a conclu d'après les résultats obtenus que la théorie de la plaque de Reddy est une bonne alternative parmi toutes les théories en cisaillement de déformation d'ordre supérieur dans la littérature.

Selon Ferreira et al., la théorie de Reddy est le meilleur choix pour les théories HSDT et reste toujours la théorie la plus simple et la plus populaire dans l'analyse des plaques composites stratifiées.

Kant et Swaminathan ont proposé des solutions analytiques pour l'analyse statique des plaques composites et des sandwichs simplement appuyées. Ils ont présenté deux modèles d'ordre supérieur où le champ de déplacement est défini de telle façon que les trois composantes ( $u, v, w$ ) soient cubiques pour le premier modèle et pour le deuxième modèle les deux composantes membranaires ( $u, v$ ) soient cubiques et la composante transversale ( $w$ ) soit constante sur l'épaisseur de la plaque.

La comparaison a été faite avec des solutions d'élasticité (3D) données par Pagano et d'autres modèles trouvés dans la littérature. Cette comparaison a montré la précision et la fiabilité de ces deux modèles dans le calcul de déplacement transversal et les contraintes. Un résumé de quelques modèles d'ordre supérieur discuté précédemment est donné dans le tableau 1.



<b>Théories</b>	<b>Déformation dans le plan</b>	<b>Déformation de cisaillement transverse</b>	<b>Déformation normale transversale</b>
Whitney et Sun	Quadratique	Linéaire	Constant
Whitney et Sun	Linéaire	Linéaire	Linéaire
Nelson et Lorch	Quadratique	Linéaire	Linéaire
Lo et <i>al.</i>	Cubique	Quadratique	Linéaire
Kant	Cubique	Quadratique	Linéaire
Reddy	Cubique	Quadratique	Zéro
Bert	Cubique	Quadratique	Zéro
Krishna Murty	Cubique	Quadratique	Zéro

**Tableau II.1.** Quelques modèles d'ordre supérieur

Dans la littérature, il existe un certain nombre de modèles basés sur des théories non-polynomiales. Ces modèles permettent de décrire le gauchissement à travers l'épaisseur de la plaque, et donnent ainsi une distribution adéquate pour les déformations et les contraintes de cisaillement transversal. En 1877, Levy a développé une théorie raffinée pour les plaques isotropes épaisses pour la première fois, en utilisant des fonctions sinusoïdales (i.e. fonctions trigonométriques) dans le champ de déplacement. Mais, l'efficacité de cette théorie de plaque particulière n'a pas été validée pour plus d'un siècle. Stein a évalué cette théorie pour l'appliquer dans les plaques isotropes de forme modifiée. Plus tard, Stein et Jegley ont étudié l'effet de cisaillement transverse dans la flexion cylindrique de plaques composites stratifiées, en utilisant la théorie de la plaque de déformation en cisaillement trigonométrique (TSDPT). Ils ont prouvé que cette théorie prédit les contraintes avec plus de précision que les autres théories.

Touratier a proposé un nouveau modèle, qui est largement utilisé dans les plaques stratifiées et sandwichs, en se basant sur la théorie TSDPT. L'auteur a utilisé une fonction sinusoïdale pour décrire la cinématique de son modèle où le champ de déplacement est donné par les expressions suivantes :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \psi_x \quad (\text{II.7a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial y}(x, y) + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \psi_y \quad (\text{II.7b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.7c})$$

D'après l'équation (II.7), on remarque que ce modèle se rapproche beaucoup des modèles à base de polynômes d'ordre supérieur. Selon Nguyen, les contraintes de cisaillement transversal déterminées par le modèle "sinus" prennent une forme sinusoïdale dans l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy.

En 1997, Idlbi et *al.* ont présenté une étude comparative entre la théorie de Reddy (PSDPT), celle de Touratier [16] (TSDPT) et les théories classiques (CLPT et FSDT), pour la flexion et la vibration des plaques multicouches (Cross-Play et Sandwich). Ils ont montré que le modèle raffiné de type sinus est préférable, en particulier lorsque les exigences de continuité interlaminaire sont incluses.

Un nouveau modèle basé sur une autre théorie nommée la théorie de la plaque de déformation en cisaillement hyperbolique (HSDPT) a été développé par Soldatos pour l'analyse des plaques monocliniques homogènes. L'auteur a utilisé la fonction sinus hyperbolique pour les composantes membranaires tandis que le déplacement transversal est considéré comme constant à travers l'épaisseur. La cinématique de ce modèle est de la forme suivante:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + h \sin h \left( \frac{z}{h} \right) - z \cos h \left( \frac{1}{2} \right) \psi_x \quad (\text{II.8a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial W_0}{\partial y}(x, y) + h \sin h \left( \frac{z}{h} \right) - z \cos h \left( \frac{1}{2} \right) \psi_y \quad (\text{II.8b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II.8c})$$

Soldatos et Timarci ont unifié la théorie HSDPT pour les plaques composites multicouches. Le principal avantage de cette théorie unifiée est la capacité de modifier la répartition des contraintes transversales. Il existe d'autres travaux notamment ceux de Karama et *al.* qui ont proposé une nouvelle fonction dite "exponentielle" pour les poutres composites stratifiées. Elle est plus tard étendue aux plaques stratifiées.

Les fonctions exponentielles s'avèrent beaucoup plus riches que les fonctions trigonométriques (sinus et cosinus) dans leur série de développement de Fourier . Elle est communément connue par la théorie de plaque de la déformation en cisaillement exponentielle (ESDPT) dont le champ de déplacement s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \bar{u}(x, y, z) &= u(x, y) - z \frac{\partial W_0}{\partial x}(x, y) + z e^{-2(z/h)^2} \psi_x \\ \bar{v}(x, y, z) &= v(x, y) - z \frac{\partial W_0}{\partial y}(x, y) + z e^{-2(z/h)^2} \psi_y \\ \bar{w}(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance paires et impaires de la variable  $z$  alors que la fonction "sinus" (Touratier [16]) ne permet qu'un développement en puissances impaires.

En 2006, Aydogdu [18] a présenté une étude dans laquelle il a comparé les différentes théories d'ordre supérieur (PSDPT, TSDPT, HSDPT et ESDPT) avec la théorie d'élasticité tridimensionnelle. L'auteur a montré que le déplacement transversal et les contraintes sont mieux prédits par la théorie ESDPT, tandis que les deux théories PSDPT et HSDPT donnent des prédictions plus précises des fréquences naturelles et des charges critiques de flambement par rapport à d'autres théories.

## Généralité sur les théories des plaques

---

Généralement, afin d'augmenter la précision des résultats, une croissance dans le degré du polynôme de l'équation (II.4) peut être une alternative. Cette technique est peu adoptée par

Les chercheurs à cause de son coût élevé en termes de calcul. Dans ce contexte, plusieurs simplifications ont été proposées afin de réduire le nombre de paramètres de déplacement.

Une de ces simplifications consiste à raccourcir les derniers termes de la série de Taylor en introduisant une "fonction de cisaillement". La forme du déplacement proposée à travers l'épaisseur est alors la suivante :

$$\begin{aligned}\bar{u}(x, y, z) &= u(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) + f(z)\theta_x(x, y) \\ \bar{v}(x, y, z) &= v(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) + f(z)\theta_y(x, y) \\ \bar{w}(x, y, z) &= w(x, y)\end{aligned}\tag{II.10}$$

$f(z)$  peut être considérée comme la fonction de cisaillement qui permet de déterminer la distribution des déformations et des contraintes de cisaillement transversal à travers l'épaisseur. Selon cette fonction  $f(z)$ , nous pouvons distinguer quelques modèles d'ordre supérieurs importants dans la littérature qui sont chronologiquement décrits comme suit:

## Généralité sur les théories des plaques

Théorie	Intitulé	Fonction de forme $\varphi(z)$	Distribution de $\gamma_{xz}$ et $\gamma_{yz}$ suivant $z$	Coefficient de correction de (cisaillement)	Validité
<b>CPT Kirchhoff (1850)</b>	Théorie classique des plaques	0	-	-	Plaques minces
<b>FSDPT Mindlin (1951)</b>	Théorie de déformation des plaques du 1er ordre	$z$	Constante	Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
<b>Ambartsuin (1958)</b>	Théorie d'ordre supérieur	$\frac{z}{2} \left( \frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right)$	Quadratique	Non requis	Plaques minces et moyennement épaisses
<b>TSDPT Touratier (1991)</b>	Théorie de déformation trigonométrique des plaques	$\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
<b>ESDPT Karama, Afaq et al. (2003)</b>	Théorie de déformation exponentielle des plaques	$z \text{Exp}\left(-2\left(\frac{z}{h}\right)^2\right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
<b>PSDPT Reddy (1984)</b>	Théorie de déformation parabolique des plaques	$z \left(1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2\right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
<b>El Meiche, Tounsi et al. (2011)</b>	Théorie raffinée des plaques	$\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) - z$ $\cosh(\pi/2 - 1)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
<b>Atmane, Tounsi et al. (2010)</b>	Théorie raffinée des plaques	$\frac{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1\right]^z}$ $-\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) - z$ $\cosh(\pi/2 - 1)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
<b>Shimpi (2002) (*)</b>	Théorie raffinée des plaques	$h \left[ \frac{1}{4} \left(\frac{z}{h}\right) - \frac{5}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^3 \right]$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses

**Tableau II.2:** Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes

(\*) Pour ce modèle, le champ des déplacements s'écrit :

$$\bar{u}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{II.11.a})$$

$$\bar{v}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \quad (\text{II.11.b})$$

$$\bar{w}(x, y, z, t) = w_b(x, y, t) + w_s(x, y, t) \quad (\text{II.11.c})$$

## Références

- [1] Kirchhoff, G.,(1850), Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 40 51-88.
- [2] Love, A.E.H., *A treatise on the mathematical theory of elasticity*1934: Cambridge University Press.
- [3] Hu, H., et al.,(2008), Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites, *Composite Structures*, 84 (3) 282-292.
- [4] Librescu, L., *Elastostatics and kinetics of anisotropic and heterogeneous shell-type structures*. Vol. 2. 1975, Noordhoff, Leyden, Netherlands
- [5] Vlachoutsis, S.,(1992), Shear correction factors for plates and shells, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33 (7) 1537-1552.
- [6] Laitinen, M., H. Lahtinen, and S.G. Sjölin,(1995), Transverse shear correction factors for laminates in cylindrical bending, *Communications in numerical methods in engineering*, 11 (1) 41-47.
- [7] Reissner, E.,(1972), A consistent treatment of transverse shear deformations in laminated anisotropic plates, *AIAA Journal*, 10 (5) 716-718.
- [8] Yu, Y.-Y.,(1959), Simple Thickness-shear Modes of Vibration in Infinite Sandwich Plates, (26) 679–681.
- [9] Mindlin, R.,(1951), Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, *J. of Appl. Mech.*, 18 31-38.
- [10] Ayad, R., *Eléments finis de plaque et coque en formulation mixte avec projection en cisaillement*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France. 1993.

- [11] Bert, C.W.,(1973), Simplified analysis of static shear factors for beams of nonhomogeneous cross section, *Journal of Composite materials*, 7 (4) 525-529.
- [12] Yang, P.C., C.H. Norris, and Y. Stavsky,(1966), Elastic wave propagation in heterogeneous plates, *International Journal of Solids and Structures*, 2 (4) 665-684.
- [13] Whitney, J.M.,(1972), Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich Plates\*, *Journal of Composite materials*, 6 (4) 426-440.
- [14] Madabhusi-Raman, P. and J.F. Davalos,(1996), Static shear correction factor for laminated rectangular beams, *Composites Part B: Engineering*, 27 (3–4) 285-293.
- [15] Pai, P.F.,(1995), A new look at shear correction factors and warping functions of anisotropic laminates, *International Journal of Solids and Structures*, 32 (16) 2295-2313.
- [16] Birman, V. and C.W. Bert,(2002), On the choice of shear correction factor in sandwich structures, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 4 (1) 83-95.
- [17] Levinson, M.,(1980), An accurate, simple theory of the statics and dynamics of elastic plates, *Mechanics Research Communications*, 7 (6) 343-350.
- [18] Bert, C.W.,(1984), A critical evaluation of new plate theories applied to laminated composites, *Composite Structures*, 2 (4) 329-347.
- [19] Senthilnathan, N., et al.,(1987), Buckling of shear-deformable plates, *AIAA Journal*, 25 (9) 1268-1271.



### III.1 Définition d'une plaque:

Une plaque est un solide défini par une surface de référence plane (plan  $x,y$ ) et par une petite épaisseur (notée  $h(x,y)$ ), par rapport aux autres dimensions, à savoir la longueur et la largeur [1]. Suivant l'ordre de grandeur de  $h$  par rapport aux autres dimensions, on introduit l'adjectif mince au épaisse aux plaques et aux coques.

Cependant, ce qualificatif n'implique pas seulement une caractéristique géométrique, mais définit aussi un rôle particulier des déformations dites de cisaillement transversal (CT). Cette influence est d'autant plus importante que les structures sont minces car l'épaisseur  $h$  varie en sens inverse de l'influence CT.

La plaque peut être constituée d'un matériau homogène

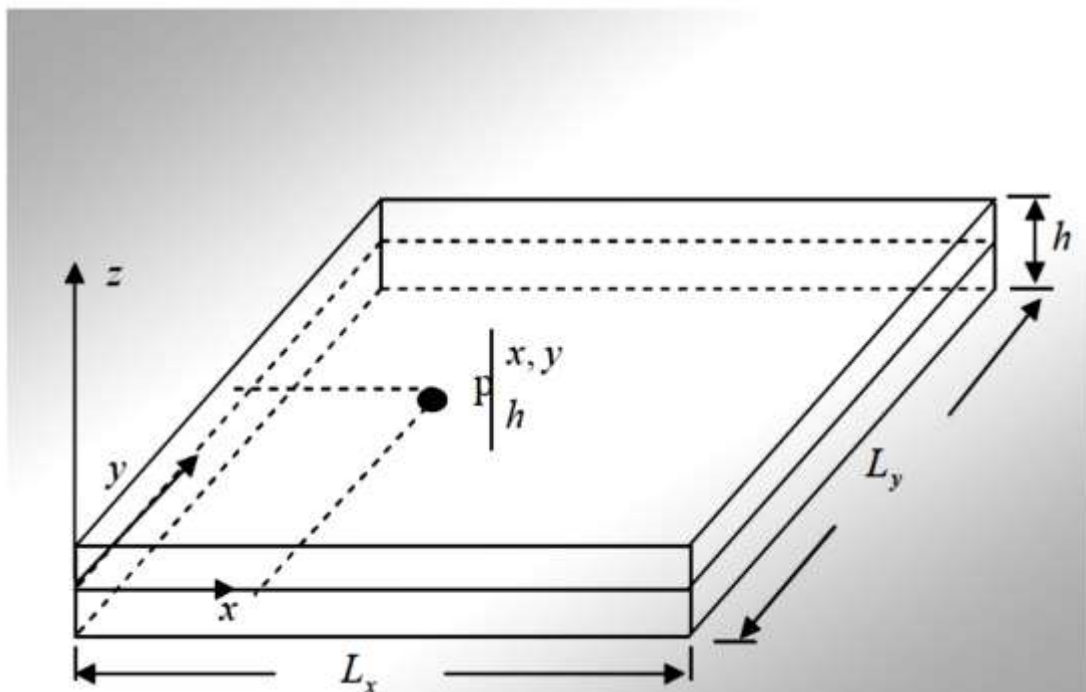


FIG. III.1 Géométrie d'une plaque

Ces plaques sont souvent suivies de l'adjectif mince ou épais suivant la grandeur de l'épaisseur  $h$ , nous admettons généralement [2].

- pour les plaques épaisses.  $\frac{1}{20} < \frac{h}{L} < \frac{1}{4}$
- Pour les plaques minces  $\frac{h}{L} < \frac{1}{20}$

### III.2. Hypothèses :

La théorie des plaques repose sur les hypothèses suivantes :

**H.1 :** Les contraintes normales  $\sigma_{zz}$  sont négligeables par rapport aux autres composantes de contraintes :  $\sigma_{zz} = 0$ .

**H.2 :** Les pentes de la surface moyenne après déformation, sont supposées petites par rapport à l'unité (Petite déflexion du plan moyen).

**H.3 :** Les points situés sur une normale à la surface moyenne avant déformation, restent sur cette normale au cours de la déformation ; ceci permet de négliger l'effet

de cisaillement transversal. Dans ce cas, on a :  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$

### III.3. formulation mathématique :

Sur la figure 1, nous présentons un SLGS de longueur, de largeur et d'épaisseur soutenu par des fondations élastiques. L'origine du système de coordonnées est considérée au centre de la surface médiane de la nano-plaque.

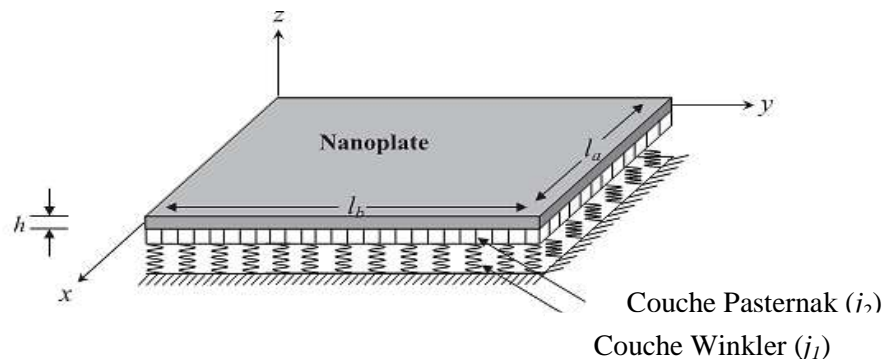


FIG III.2. Feuille de graphène monocouche reposant sur un substrat élastique Winkler-Pasternak [3].

### **III.4 Cinématique et contraintes :**

Dans ce travail, une simplification supplémentaire de la supposition est considérée aux théories conventionnelles de déformation à cisaillement supérieur (HSDT) de sorte que le nombre de variables est diminué. Le champ de déplacement des HSDT classiques est exprimé par

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + f(z) \varphi_x(x, y) \quad (\text{III.1.a})$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + f(z) \varphi_y(x, y) \quad (\text{III.1.b})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (\text{III.1.c})$$

Où  $u_0; v_0; w_0, \varphi_x, \varphi_y$  Sont cinq variables de déplacement du plan médian du SLGS, présente la fonction de forme de la variation des contraintes transversales de cisaillement et des contraintes à travers le

Épaisseur. En considérant que  $\varphi_x = \int \theta(x, y) dx$  et  $\varphi_y = \int \theta(x, y) dy$ , La cinématique de la présente HSDT peut s'écrire sous une forme plus simple

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + k_1 f(z) \int \theta(x, y) dx \quad (\text{III.2.a})$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + k_2 f(z) \int \theta(x, y) dy \quad (\text{III.2.b})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (\text{III.2.c})$$

Dans ce travail, le présent HSDT est obtenu en

$$f(z) = h \sin h \left( \frac{z}{h} \right) - z \cos h \left( \frac{1}{2} \right) \quad (\text{III.3})$$

On peut observer que la cinématique de l'équation (III.2) utilise seulement quatre inconnues ( $u_0$ ,  $v_0$ ,  $w_0$  et  $\theta$ ). Les équations non-linéaires de déformation-déformation de von Karman sont les suivantes:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

Où

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \quad (\text{III.5.a})$$

$$\begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \theta \\ k_2 \theta \\ k_1 \frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx + k_2 \frac{\partial}{\partial x} \int \theta dy \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \int \theta dy \\ k_2 \int \theta dx \end{Bmatrix}$$

et

$$g(z) = \frac{df(z)}{dz} \quad (\text{III.5.b})$$

Les intégrales utilisées dans les équations ci-dessus doivent être résolues par une méthode de type Navier et peuvent être écrites comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial y} \int \theta dx = A' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \int \theta dy = B' \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}, \quad \int \theta dx = A' \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \int \theta dy = B' \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (\text{III.6})$$

Où les coefficients  $A'$  et  $B'$  sont exprimés en fonction du type de solution utilisée, dans ce cas via Navier. Les coefficients  $A'$ ,  $B'$ ,  $k_1$  et  $k_2$  sont définis récemment par Bourada et al. [4].

### III.5 Équations de stabilité :

Les équations d'équilibre de la feuille de graphène sous charges thermiques peuvent être déterminées sur la base de l'énergie potentielle stationnaire. Les équations d'équilibre sont

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.7.a})$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.7.b})$$

$$\frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + \bar{N} + J_1 w - J_2 \nabla^2 w = 0 \quad (\text{III.7.c})$$

$$k_1 M_x^s - k_2 M_y^s - (k_1 A' + k_2 B') \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + k_1 A' \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + k_2 B' \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.7.d})$$

Avec

$$\bar{N} = N_x^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_y^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad (\text{III.8})$$

Où

$$N^0 = N_x^0 = N_y^0 = - \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\alpha E T}{1 - \nu} dz \quad (\text{III.9})$$

Où  $J_1$  est la rigidité de la fondation de Winkler et  $J_2$  est la rigidité de la couche de cisaillement du milieu élastique. Le stress résultant  $N$ ,  $M$ , et  $S$  sont définis par

$$(N_i, M_i^b, M_i^s) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, f) \sigma_i dz, (i = x, y, xy) \text{ et } (S_{xz}^s, S_{yz}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} g(\tau_{xz}, \tau_{yz}) dz \quad (\text{III.10})$$

### **III.6. Le modèle de thermo-élasticité du graphène non local et les relations constitutives :**

Selon Eringen modèle de continuum de mécanique non local [5] qui possède des interactions large gamme entre les points dans un milieu continu, l'état de stress à un point à l'intérieur d'un corps est considéré comme dépendant de toutes les tensions des points voisins. Sur la base des travaux proposés par Bounouara et al [6], la relation constitutive non locale pour une feuille de graphène prend les formes suivantes:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix} - \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x - \alpha T \\ \varepsilon_y - \alpha T \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} \quad (\text{III.11})$$

Où  $\mu = (e_0 a)^2$  Est le paramètre d'échelle qui considère l'influence de petite échelle et est la

différence de température. Les coefficients de rigidité,, peuvent être définis par

$$C_{11} = C_{22} = \frac{E}{1 - \nu^2}, C_{12} = \frac{\nu E}{1 - \nu^2}, C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{E}{2[1 - \nu]} \quad (\text{III.12})$$

En remplaçant l'équation (III.4) dans l'équation (III.11) et les résultats suivants dans l'équation (III.10), les contraintes résultantes sont obtenues comme

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x^b \\ M_y^b \\ M_{xy}^b \\ M_x^s \\ M_y^s \\ M_{xy}^s \end{Bmatrix} - \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x^b \\ M_y^b \\ M_{xy}^b \\ M_x^s \\ M_y^s \\ M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{66}^s \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & D_{66}^s \\ B_{11}^s & B_{12}^s & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 & H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 & D_{12}^s & D_{22}^s & 0 & H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s & 0 & 0 & D_{66}^s & 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \\ k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} \quad (\text{III.13.a})$$

$$\begin{Bmatrix} S_{yz}^s \\ S_{xz}^s \end{Bmatrix} - \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \begin{Bmatrix} S_{yz}^s \\ S_{xz}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44}^s & 0 \\ 0 & A_{55}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{III.13.b})$$

Et les composants de rigidité sont donnés comme:

$$\{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, B_{ij}^s, D_{ij}^s, H_{ij}^s\} = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} \{1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)\} dz, \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (\text{III.14.a})$$

$$A_{ij}^s = \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij} [g(z)]^2 dz, \quad i, j = 4, 5 \quad (\text{III.14.b})$$

### III.7. Les équations gouvernantes en termes de déplacements :

Les équations gouvernantes non locales de la théorie des plaques proposées peuvent être exprimées en termes de déplacements  $(u_0, v_0, w_0, \theta)$  en substituant les contraintes résultantes dans l'équation (III.13) dans l'équation (III.7) que

$$\begin{aligned} A_{11} d_{11} u_0 + A_{66} d_{22} u_0 + (A_{12} + A_{66}) d_{12} v_0 - B_{11} d_{111} w_0 - (B_{12} + 2B_{66}) d_{122} w_0 \\ + (B_{66}^s (k_1 A + k_2 B)) d_{122} \theta + (B_{11}^s k_1 + B_{12}^s k_2) d_{11} \theta = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.15.a})$$

$$A_{22} d_{22} v_0 + A_{66} d_{11} v_0 + (A_{12} + A_{66}) d_{12} u_0 - B_{22} d_{222} w_0 - (B_{12} + 2B_{66}) d_{112} w_0 + (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) d_{112} \theta + (B_{22}^s k_2 + B_{12}^s k_1) d_2 \theta = 0 \quad (\text{III.15.b})$$

$$B_{11} d_{111} u_0 + (B_{12} + 2B_{66}) d_{122} u_0 + (B_{12} + 2B_{66}) d_{112} v_0 + B_{22} d_{222} v_0 - D_{11} d_{1111} w_0 - 2(D_{12} + 2D_{66}) d_{1122} w_0 - D_{22} d_{2222} w_0 + (D_{11}^s k_1 + D_{12}^s k_2) d_{11} \theta + 2(D_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) d_{1122} \theta + (D_{12}^s k_1 + D_{22}^s k_2) d_{22} \theta + \bar{N} - \mu \nabla^2 \bar{N} + J_1 w_0 - J_2 \nabla^2 w_0 = 0 \quad (\text{III.15.c})$$

$$\begin{aligned} & - (B_{11}^s k_1 + B_{12}^s k_2) d_1 u_0 - (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) d_{122} u_0 - (B_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) d_{112} v_0 - (B_{12}^s k_1 + B_{22}^s k_2) d_2 v_0 \\ & + (D_{11}^s k_1 + D_{12}^s k_2) d_{11} w_0 + 2(D_{66}^s (k_1 A' + k_2 B')) d_{1122} w_0 + (D_{12}^s k_1 + D_{22}^s k_2) d_{22} w_0 - H_{11}^s k_1^2 \theta \\ & - H_{22}^s k_2^2 \theta - 2H_{12}^s k_1 k_2 \theta - \left( (k_1 A' + k_2 B')^2 H_{66}^s \right) d_{1122} \theta \\ & + A_{44}^s (k_2 B')^2 d_{22} \theta + A_{55}^s (k_1 A')^2 d_{11} \theta = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.15.d})$$

Où  $d_{ij}$ ,  $d_{ijl}$ , et  $d_{ijlm}$  sont les opérateurs différentiels suivants:

$$d_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}, \quad d_{ijl} = \frac{\partial^3}{\partial x_i \partial x_j \partial x_l}, \quad d_{ijlm} = \frac{\partial^4}{\partial x_i \partial x_j \partial x_l \partial x_m}, \quad d_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad (i, j, l, m = 1, 2). \quad (\text{III.16})$$

### **III.8. Solutions analytiques :**

Une nano-plaque rectangulaire simplement supportée avec une longueur et une largeur est considérée ici. Basé sur la méthode de Navier, les extensions suivantes de déplacements généralisés sont choisies pour satisfaire automatiquement les conditions aux limites simplement supportées

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \\ V_{mn} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ W_{mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \\ X_{mn} \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \end{Bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Avec

$$(\text{III.18})$$



## Formulation théorique

---

$$\alpha = m\pi/l_a \quad \text{et} \quad \beta = n\pi/l_b$$

Et  $U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}$  et  $X_{mn}$  Sont des coefficients arbitraires à déterminer.

En substituant l'équation (III.17) aux équations (III.15),

on obtient

$$[K]\{\Delta\} = \{0\} \quad (\text{III.19})$$

$$\text{Ou } \{\Delta\} = \{U_{mn} \quad V_{mn} \quad W_{mn} \quad X_{mn}\}^T.$$

Les éléments  $K_{ij}$  de la matrice symétrique  $[K]$ , pour les théories de la plaque de déformation

à cisaillement, sont donnés par:

$$\begin{aligned} K_{11} &= -(A_{11}\alpha^2 + A_{66}\beta^2), \quad K_{12} = -\alpha\beta (A_{12} + A_{66}), \quad K_{13} = \alpha(B_{11}\alpha^2 + B_{12}\beta^2 + 2B_{66}\beta^2), \\ K_{14} &= \alpha(k_1B_{11}^s + k_2B_{12}^s - (k_1A' + k_2B')B_{66}^s\beta^2), \\ K_{22} &= -(A_{66}\alpha^2 + A_{22}\beta^2), \quad K_{23} = \beta(B_{22}\beta^2 + B_{12}\alpha^2 + 2B_{66}\alpha^2), \\ K_{24} &= \beta(k_2B_{22}^s + k_1B_{12}^s - (k_1A' + k_2B')B_{66}^s\alpha^2) \\ K_{33} &= -(D_{11}\alpha^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha^2\beta^2 + D_{22}\beta^4) - J_1 - \mu J_2(\alpha^2 + \beta^2) \\ &+ (N^T - K_s)(\alpha^2 + \beta^2) + \mu(N^T - K_s)(\alpha^2 + \beta^2)^2, \\ K_{34} &= -k_1(D_{11}^s\alpha^2 + D_{12}^s\beta^2) + 2(k_1A' + k_2B')D_{66}^s\alpha^2\beta^2 - k_2(D_{22}^s\beta^2 + D_{12}^s\alpha^2), \\ K_{44} &= -H_{11}^s k_1^2 - 2H_{12}^s k_1 k_2 - H_{22}^s k_2^2 - (k_1A' + k_2B')^2 H_{66}^s \alpha^2 \beta^2 - (k_1A')^2 A_{55}^s \alpha^2 - (k_2B')^2 A_{44}^s \beta^2 \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

### **III.9. Solutions de flambement thermique :**

Dans cette section, la solution de l'équation  $|K|=0$  est présentée en considérant différents types de charges thermiques. On considère que la température n'est répartie que sur l'épaisseur.

#### **III.9.1. La température élevée à travers l'épaisseur :**

Si la température varie linéairement ( $\gamma = 1$ ) ou non linéairement ( $\gamma \neq 1$ ) sur l'épaisseur SLGS,

$$T(z) = \left( \frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^\gamma \Delta T, \quad -h/2 \leq z \leq h/2, \quad 0 \leq \gamma \leq \infty \quad (\text{III.21})$$

Alors la charge de pré-flambage  $N^0$  est exprimée comme

$$N^0 = \frac{\alpha E}{1-\nu} \int_{-h/2}^{h/2} \left( \frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^\gamma \Delta T dz = \frac{\alpha h E}{(1-\nu)(1+\gamma)} \Delta T. \quad (\text{III.22})$$

La résolution de l'équation  $[K]$  conduit à la température de stabilité critique.

#### **III.9.2. Élévation uniforme de la température :**

La température initiale SLGS est censé être  $T_i$ . La température est variée uniformément jusqu'à une valeur finale  $T_f$  où le SLGS se boucle. L'élévation de température est  $\Delta T = T_f - T_i$ . Par conséquent, la charge de pré-flambage  $N_0$  est exprimée en

$$N_0 = \frac{\alpha h E}{(1-\nu)} \Delta T \quad (\text{III.23})$$

Identiquement au type de chargement précédent, l'élévation de la température de stabilité critique  $\Delta T_{cr}$ , peut être obtenue en résolvant l'équation [K].

## Références

- [1] M. Bachir Bouiadjra, E.A. Adda Bedia, and A. Tounsi, “Nonlinear thermal buckling behavior of functionally graded plates using an efficient sinusoidal shear deformation theory,” *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 48, pp. 547 – 567, 2013.
- [2] M. Bachir Bouiadjra, M.S.A. Houari, and A. Tounsi, “Thermal buckling of functionally graded plates according to a four-variable refined plate theory,” *Journal of Thermal Stresses*, vol. 35, pp. 677 – 694, 2012.
- [3] Zenkour A.M, Sobhy M. Nonlocal elasticity theory for thermal buckling of nanoplates lying on Winkler–Pasternak elastic substrate medium. *Physica E* 2013; 53: 251–259.
- [4] Bourada F, Amara K, Tounsi A. Buckling analysis of isotropic and orthotropic plates using a novel four variable refined plate theory. *Steel and Composite Structures* 2016; 21(6): 1287 – 1306.
- [5] Eringen A.C. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *J. Appl. Phys* 1983; 54: 4703 – 4710.
- [6] Bounouara F, Benrahou K.H, Belkorissat I, Tounsi A. A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded nanoscale plates resting on elastic foundation. *Steel and Composite Structures* 2016; 20(2): 227 – 249.

### Résultats et discussions numériques :

Dans cette section, des exemples numériques de la réponse de stabilité thermique de SLGSs sur les bases élastiques sous le chargement thermique sont examinés. Les caractéristiques matérielles sont le module de Young  $E=1\text{TPa}$ , le coefficient de Poisson  $\nu=0.19$ , le coefficient de dilatation thermique  $\alpha=1.6\times 10^{-6}\text{K}^{-1}$ . Le SLGSs étudié ici sont exposés à la force d'uniforme, linéaire ou non linéaire de la température. Les paramètres non dimensionnels utilisés sont :

$$T_{cr} = 10^{-4} \Delta T_{cr}, k_w = \frac{l_a^4}{D} J_1, k_s = \frac{l_a^2}{D} J_2, D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (\text{IV.1})$$

Pour la vérification de la solution de stabilité thermique, les résultats pour un SLGS simplement soutenu se reposant sur le media élastique sous la distribution linéaire de la température utilisant la théorie quatre-variable non locale de plaque de roman sont rapportés dans le tableau 1. En effet, les résultats calculés sont comparés à ceux prévus par

Sobhy [1]. Une bonne concordance entre les résultats est trouvée comme exhibé dans le tableau IV.1. Il peut voir que la température de stabilité  $T_{cr}$  est réduite à mesure que le rapport  $l_a/h$  et le paramètre  $\mu$  d'échelle augmentent et le rapport  $l_b/l_a$  diminue.

## Résultats et discussion

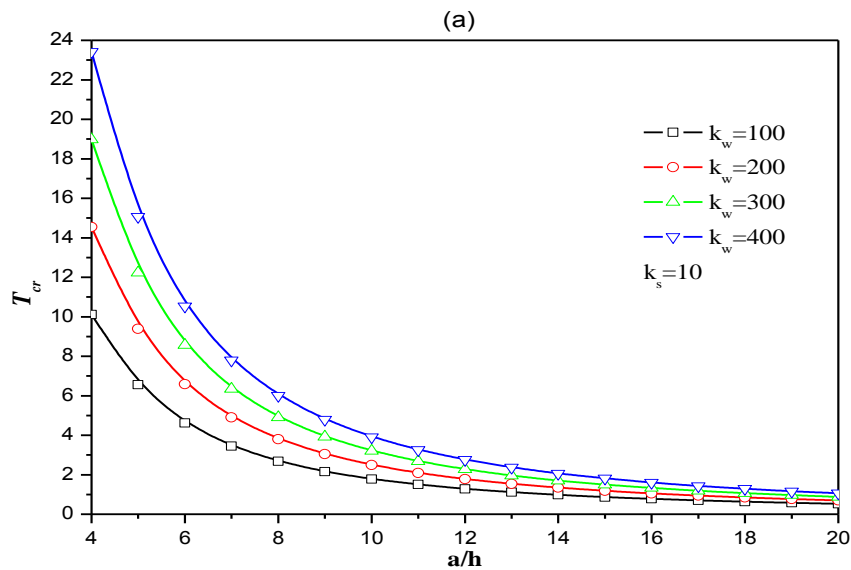
$l_b/l_a$	$l_a/h$	$\mu = 4 \text{ nm}^2$			$\mu = 9 \text{ nm}^2$			$\mu = 16 \text{ nm}^2$		
		FSDT	Sobhy [1]	Present	FSDT	Sobhy [1]	Present	FSDT	Sobhy [1]	Present
0.5	5	35.89116	35.89169	35.89148	35.79864	35.79888	35.79878	35.76591	35.76603	35.76598
	10	9.14391	9.14399	9.14394	9.02856	9.02860	9.02858	8.98645	8.98647	8.98645
	15	4.18132	4.18135	4.18133	4.07004	4.07005	4.07004	4.02736	4.02737	4.02737
	20	2.43163	2.43164	2.43163	2.33154	2.33155	2.33154	2.29070	2.29070	2.29070
	25	1.61059	1.61060	1.61059	1.52379	1.52380	1.52380	1.48577	1.48578	1.48578
1	5	36.99207	36.99222	36.99214	36.88043	36.88050	36.88045	36.84025	36.84034	36.84030
	10	9.40737	9.40739	9.40738	9.29762	9.29763	9.29762	9.25513	9.25514	9.25514
	15	4.27379	4.27380	4.27379	4.18353	4.18354	4.18353	4.14473	4.14473	4.14473
	20	2.45686	2.45686	2.45686	2.38738	2.38738	2.38738	2.35374	2.35374	2.35374
	25	1.60259	1.60259	1.60259	1.55082	1.55082	1.55082	1.52258	1.52258	1.52258
2	5	38.06514	38.06525	38.06519	37.94981	37.94981	37.94983	37.90770	37.90768	37.90770
	10	9.66194	9.66196	9.66194	9.56186	9.56186	9.56186	9.52101	9.52101	9.52101
	15	4.36924	4.36925	4.36924	4.29567	4.29567	4.29567	4.26093	4.26093	4.26093
	20	2.49537	2.49537	2.49537	2.44454	2.44454	2.44454	2.41661	2.41662	2.41661
	25	1.61620	1.61625	1.61625	1.58187	1.58187	1.58187	1.56016	1.56016	1.56016
3	5	38.42106	38.42111	38.42107	38.30549	38.30549	38.30547	38.26305	38.26304	38.26305
	10	9.74667	9.74666	9.74666	9.64972	9.64972	9.64972	9.60950	9.60950	9.60950
	15	4.40213	4.40213	4.40213	4.33313	4.33314	4.33314	4.29964	4.29963	4.29964
	20	2.51026	2.51026	2.51026	2.46398	2.46398	2.46398	2.43765	2.43765	2.43765
	25	1.62343	1.62343	1.62343	1.59291	1.59291	1.59291	1.57288	1.57288	1.57288

**Tableau IV. 1 :** Comparaison de changement de température change  $T_{cr}$  de la feuille simple-posée de graphène incorporée dans un milieu élastique sous la hausse linéaire de la température ( $k_w = 100, k_s = 100$ ).

## Résultats et discussion

---

La figure IV.1 montre la variation de la température critique de stabilité comme fonction du rapport  $l_a/h$  d'épaisseur pour différentes valeurs des coefficients de base. Afin d'évaluer l'effet de chaque coefficient de base individuellement, nous présentons les calculs numériques en variant un d'entre eux et vu l'autre comme constante comme tracé dans FIG. IV.1.a, b. Il peut également observer que la température critique de stabilité  $T_{cr}$  augmente avec l'augmentation de  $k_w$  et  $k_s$ . Cependant, la variation du paramètre de Pasternak  $k_s$  est plus efficace sur que  $T_{cr}$  la variation du paramètre de Winkler  $k_w$ .



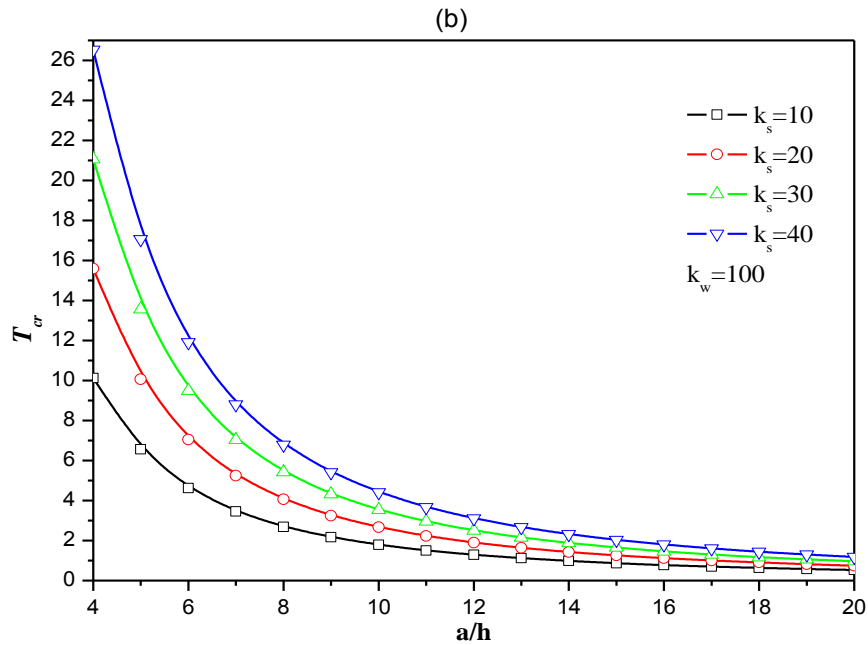
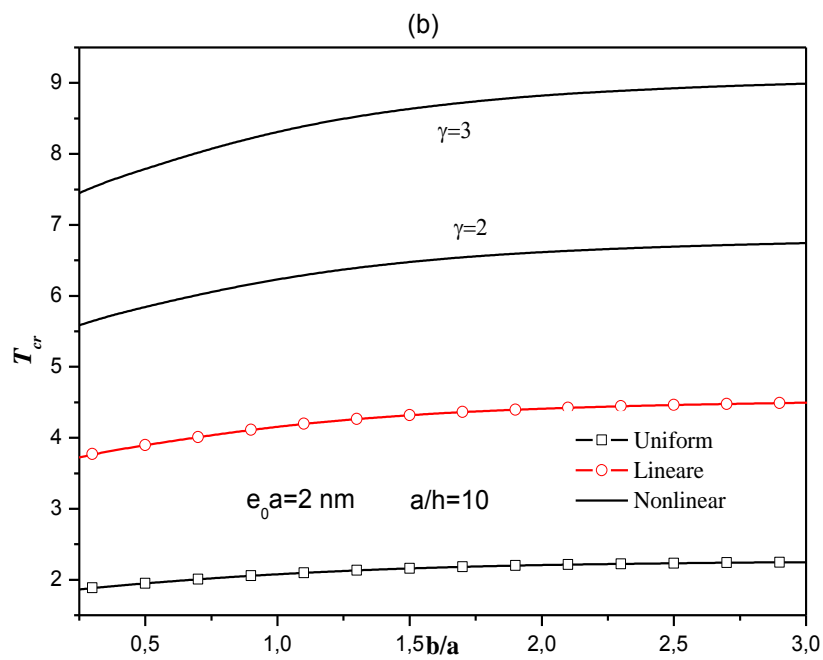
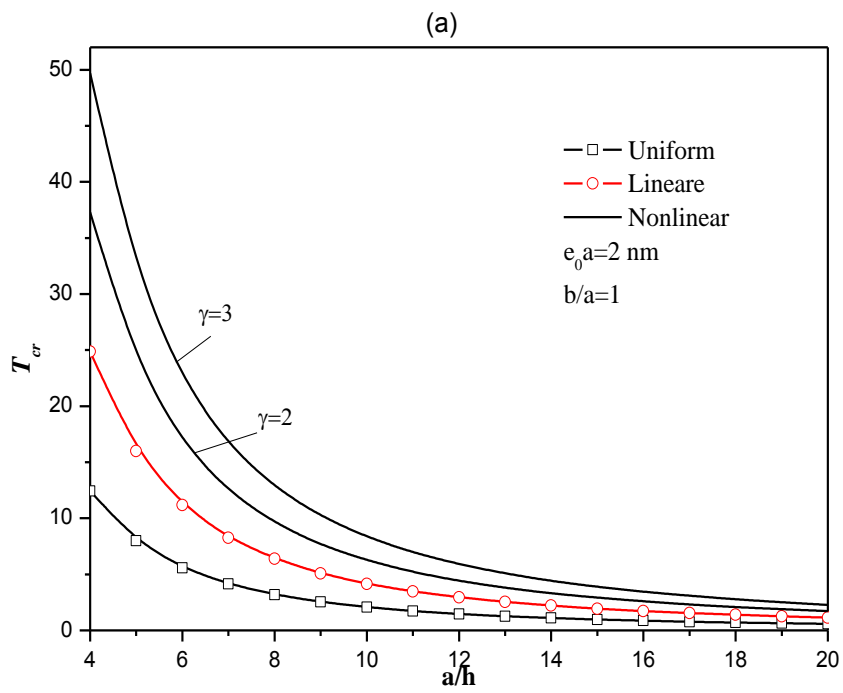


FIG IV.1 : Influences (a) de paramètre de Winkler  $k_w$ , (b) paramètre  $k_s$  de couche de cisaillement sur la température  $T_{cr}$  de SLGSs contre le rapport de côté-à-épaisseur sous la hausse linéaire de la température ( $b = 2a$ ;  $e_0 a = 2$  nm).

Le figure IV.2 présente la variation de la température critique de stabilité  $T_{cr}$  de SLGSs se reposant sur les bases élastiques sous de diverses distributions de la température contre (a) le rapport d'épaisseur  $l_a/h$ , (b) allongement  $l_b/l_a$  et paramètre de l'échelle  $e_0 a$  (c). La distribution de force de la température est considérée uniforme ( $\gamma = 0$ ), linéaire ( $\gamma = 1$ ) ou non linéaire ( $\gamma = 2$  or 3) dans l'épaisseur du SLGS.





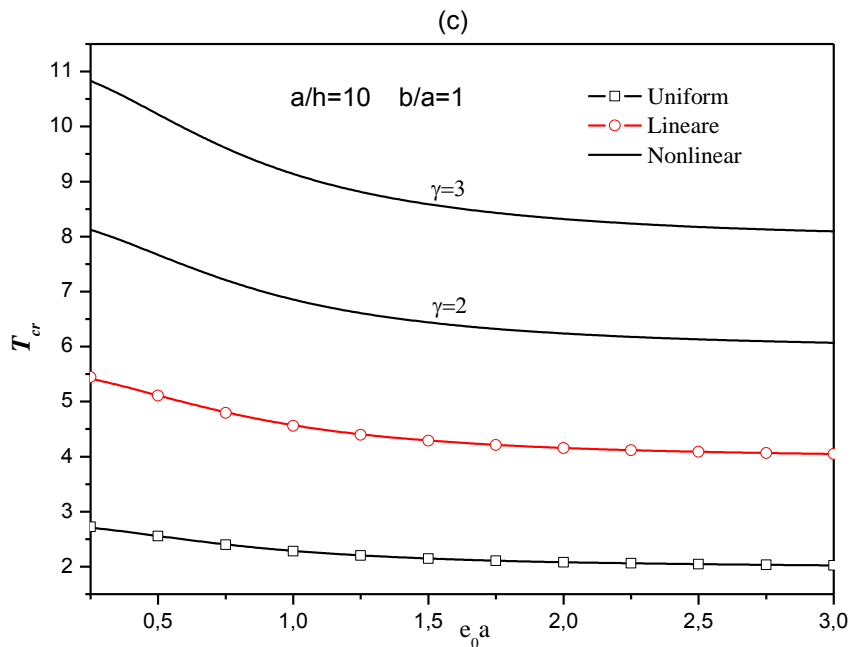


FIG.IV.2 : Influences (a) de paramètre de Winkler, (b) paramètre de couche de cisaillement sur la température  $T_{cr}$  de SLGSs contre le rapport de côté-à-épaisseur sous la hausse linéaire de la température ( $k_w = 100, k_s = 40$ ).

Il peut conclure que, indépendamment des valeurs de  $l_a/h$ ,  $l_b/l_a$  et  $e_0 a$ , SLGS soumis à la température uniforme présente des valeurs minimum de  $T_{cr}$  mais dans le cas de la température non linéaire,  $T_{cr}$  prend des valeurs maximales. Cependant, sous la variation linéaire de la température les valeurs de  $T_{cr}$  s'avèrent intermédiaire pour SLGS. Par conséquent, on le déduit que le paramètre non linéaire  $\gamma$  peut considérablement affecter la réponse de stabilité d'un SLGS.

## Références

- [1] Sobhy M. Generalized two-variable plate theory for multi-layered grapheme sheets with arbitrary boundary conditions. *Acta Mech* 2014; 225: 2521–2538.

### Conclusions

Dans ce thèse, on propose un nouveau modèle non local d'élasticité pour la stabilité thermique de SLGSs sur la base élastique en utilisant une théorie quatre-variable nouvelle de plaque. la description de Taille-dépendance de SLGSs est présentée par l'intermédiaire du modèle non local d'élasticité d'Eringen. En assumant des considérations plus loin de simplification au HSDTs existant, avec l'introduction d'un terme intégral indéterminé, le nombre d'inconnus et en régissant des équations du HSDT non local actuel sont réduits d'on, et ainsi, faites ce simple modèle et efficace pour employer. L'importance de la température critique de stabilité calculée par la formulation actuelle est rapportée non seulement sur les paramètres géométriques de SLGSs mais également sur les valeurs du paramètre d'échelle. Les résultats sont influencés proportionnellement par les coefficients élastiques de base, l'allongement de feuilles de graphène et le paramètre non linéaire. Cependant, les résultats calculés s'avèrent inversement proportionnels du rapport de paramètre et d'épaisseur d'échelle.