

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI-BEL-ABBES
Faculté de Génie Electrique
Département d'Electrotechnique



Thèse présentée par :

Mohammed BOUHAMAMA

Pour l'obtention du diplôme de :

DOCTORAT en Sciences

Spécialité : Electrotechnique

Option : Matériaux Isolants

Intitulé :

**MODELISATION DU CONTOURNEMENT SUR
ISOLATEUR REEL POLLUE**

Devant le jury composé de :

Mr. BENDAOUD Abdelber	Professeur (U.D.L. Sidi Bel-Abbès)	Président
Mr. FLAZI Samir	Professeur (U.S.T.MB. Oran)	Directeur de thèse
Mr. OUIDDIR Rabah	Professeur (U.S.T.MB. Oran)	Examineur
Mr. MILOUDI Mohammed	MCA (U.D.L. Sidi Bel-Abbès)	Examineur

Soutenu le : 01/02/2018

REMERCIEMENTS

Qu'il me soit permis de manifester toute ma reconnaissance à Monsieur **Samir FLAZI**, professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, Mohamed Boudiaf, mon directeur de thèse. Son dynamisme, sa patience et sa pédagogie m'ont permis de mener à bien cette thèse.

Je remercie vivement Monsieur **Abdelber BENDAOU** professeur à l'Université Djilali Liabès de Sidi-Bel-Abbès, qui a bien voulu accepter la présidence du Jury.

Je tiens également à remercier les membres du jury Monsieur **Rabah OUIDDIR**, professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, Mohamed Boudiaf et Monsieur **Mohamed MILOUDI**, Maître de conférences à l'Université Djilali Liabès de Sidi-Bel-Abbès, pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de juger cette thèse.

Je n'oublierai pas également de remercier Monsieur Hocine HADI qui m'a accueilli au laboratoire de haute tension et décharges électriques de l'USTO, où l'étude expérimentale a été effectuée, je lui témoigne toutes mes reconnaissances et mon amitié.

Je tiens particulièrement à remercier **Amar TILMATINE**, **Mohamed ZIANE** et **Farid MILOUA** pour leurs discussions fructueuses et leur disponibilité.
Sans oublier **Habib HAMDAOUI**, **Yousef DJERIRI** et **Kamel NASSOR** pour leurs aide et encouragements.

Je tiens enfin à remercier de tout mon cœur ma famille, et mes amis en particulier **Boubekeur DEHIBA**, qui ont toujours su être à mes côtés par leur soutien durant les moments de réussite et d'incertitude.

SOMMAIRE

Introduction Générale

Chapitre I

Modélisation et mécanisme de contournement des isolateurs pollués

I.1 Introduction	04
I.2 Les isolateur	04
I.2.1 Pollution des isolateurs	05
I.2.2 Conséquences de la pollution	05
I.3 Modèle de contournement	08
I.3-1 Introduction	08
I.3-2 Modèle statique de contournement	08
I.4 Mécanismes de propagation de la décharge	17
I.4.1 Propagation par ionisation	17
I.4.2 Propagation par force électrostatique	18
I.4.3 Hypothèses de FLAZI	19
I.5 Critères de propagation de la décharge	23
I.5.1. Critère de Hampton	23
I.5.2. Critère de Hesketh	23
I.5.3. Critère de Wilkins	23
I.6 Commentaire et discussion	24
I.7 Conclusion	25

Chapitre II

Méthode des plans d'expériences

II.1 Introduction	26
II.2 Concepts généraux	26
II.2.1 Représentation par un modèle	26
II.2.2 Méthode de conduite d'un plan d'expériences	27
II.2.3 Principales utilisations de la Méthode des plans d'expériences	28
II.3 Étude des effets de facteurs (<i>technique de screening</i>)	28
II.3.1 Plans factoriels complets	29
II.4 Méthodologie des surfaces de réponses	39
II.4.1 Validation du modèle du premier degré	39
II.4.2 Méthodologie des surfaces de réponses	40
II.4.3 Modèle du second degré	41
II.4.4 Les Plans composites	42
II.5 Analyse statistique des résultats et validation du modèle	44
II.5.1 Définition et estimation des erreurs expérimentales	44
II.5.2 Analyse de la variance	47
II.6 Conclusion	54

Chapitre III

Modélisation expérimentale de la tension critique de contournement

Introduction	55
III.2 Description du dispositif expérimental	56
III.3 Description de la cellule de mesure	57
III.4 Mode opératoire	58
III.4.1 Procédure expérimentale utilisée pour chaque essai au niveau du dispositif expérimental	58
III.4.2 Procédure expérimentale utilisée pour chaque essai au niveau de la cellule expérimentale	58
III.5 Procédure d'expérimentation "un facteur à la fois"	59
III.5 .1 Premier facteur la largeur de la rainure a	59
III.5.2 Second facteur la profondeur de l'électrolyte P	61
III.5 .3 Troisième facteur la résistance linéique r	62
III.5 .4 Commentaires et discussions des résultats	63
III.6 Procédure d'expérimentation à facteurs simultanés	64
III.6.1 Domaine expérimental et matrice d'expérience	65
III.6.2 Premier plan (plan factoriel complet)	65
III.6.3 Deuxième plan (RSM)	68
III.6.4 Troisième plan (modèle simplifié)	80
III.6.5 comparaison	82
III.7. Conclusion	83

Chapitre IV

Modélisation expérimentale du contournement par la technique RSM

IV.1 Introduction	85
IV.2 Description de la cellule de mesure	86
IV.3 Mode opératoire	87
IV.4 Procédure d'expérimentation "un facteur à la fois"	87
IV.4.1 Premier facteur la largeur de la rainure a	88
IV.4.2 Second facteur la profondeur de l'électrolyte P	90
IV.4.3 Troisième facteur l'épaisseur de la lame (e)	92
IV.4.4 Quatrième facteur la résistance linéique r	94
IV.5 Modélisation expérimentale du contournement par la technique RSM	96
IV.5.1 Premier plan	97
IV.5.2 Deuxième plan (Modèle simplifié de la tension critique)	106
IV.5.3 Comparaison des deux plans	109
IV.5.4 Optimisation	110
IV.6 Etude comparative entre les deux configurations avec et sans lame	110
IV.7 Commentaires et discussions des résultats	114
IV.8 Conclusion	117

Chapitre V

Prédiction de la tension de contournement par les réseaux de neurones

V.1 Introduction	118
V.2 Présentation générale des réseaux de neurones	118
V. 2.1 Historiques des réseaux de neurones	118
V.2.2 Définition formelle des réseaux de neurones	119
V.2.3 La topologie des réseaux de neurones	124
V.2.4 Procédure de modélisation neuronale	129
V.2.5 Application des réseaux de neurones dans le domaine de la haute tension.	131
V.3.Modélisation par l'utilisation des réseaux de neurones	133
V.3.1 Introduction	133
V.3.2 Modélisation de la tension critique pour la configuration sans lame	137
V.3.3.Modélisation de la tension critique pour la configuration avec lame	140
V.3.4. Etude comparative	143
V.3.5 Commentaires et discussions	148
V.4 Conclusion	149
	150
Conclusion	151
Annexes	
	159
Bibliographie	

Listes des symboles et des abréviations

H.T	: Haute tension.
B.T	: Basse tension.
U	: Tension appliquée.
Vd	: Chute de tension dans la décharge.
Vp	: Chute de tension dans la couche de pollution.
Ue	: Chute de tension cumulée aux électrodes (anode et cathode).
Uc	: Tension critique de contournement.
I	: Courant total.
Ic	: Courant critique.
Ed	: Gradient de potentiel dans la colonne de la décharge.
Ep	: Gradient de potentiel dans la couche de pollution.
L	: Longueur de la couche de pollution.
r	: Résistance par unité de longueur.
X	: Longueur de la décharge.
s	: Surface de la couche de pollution.
δ	: Conductivité de la couche de pollution.
h	: Longueur de la zone sèche.
rd	: Rayon de la décharge.
I	: Densité de courant.
Rp	: Résistance totale de la pollution.
L	: Longueur de la rainure.
a	: Largeur de la rainure.
P	: Profondeur de l'électrolyte.
d	: Distance entre de l'électrode H.T et l'obstacle.
e	: Epaisseur de la lame.
l	: Longueur de la lame immergée dans l'électrolyte.
L_e	: Longueur de l'électrolyte $L_e=L-l$.
U_{cs}	: Tension critique de contournement sans obstacle.
E_{pc}	: Gradient de potentiel critique de la couche de pollution.

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'étude du phénomène du contournement électrique d'une chaîne d'isolateur H.T reste d'actualité nonobstant l'intérêt qui lui a été accordé depuis plusieurs années. En effet, il est toujours une des causes d'incidents sur les réseaux HT, particulièrement en zone humide et à fort taux de pollution. Ce phénomène est défini comme la naissance de micro-décharges évolutives qui s'étendent sur sa surface des isolateurs jusqu'à atteindre la masse, court-circuitant ainsi la ligne HT.

Pour s'établir, le phénomène du contournement, suit plusieurs étapes successives. Celles-ci débutent par la formation d'un film conducteur à la surface de l'isolateur dû à l'humidification de la couche de pollution. La seconde étape concerne la naissance d'un courant de fuite circulant dans la couche superficielle, faisant accroître sa conductivité en provoquant un assèchement local de la couche de pollution. La dernière étape voit la naissance de décharges superficielles évolutives, dont l'extension à la surface de la chaîne d'isolateurs, peut sous conditions favorables atteindre la masse.

Pour faire face aux problèmes de contournement des isolateur H.T pollués, plusieurs solutions ont été envisagées dont :

- L'adjonction d'éléments métalliques [18],
- Le surdimensionnement et l'allongement des chaînes isolateurs [1, 3],
- Le dépôt d'une couche conductrice [1, 2] ou semi-conductrice [32] sur la surface de l'isolateur,
- La méthode préventive par signal d'alarme, qui consiste à garder le taux de pollution sur l'isolateur en dessous d'un seuil critique, par mesure et analyse des courants de fuite [67].

Parallèlement au développement de ces diverses solutions pratiques, pour les études menées en laboratoire plusieurs modèles de représentation du phénomène de contournement ont été proposés. [14, 60, 61, 62] Parmi ces modèles, nous avons retenu celui de « OBENNAUS » pour mener l'étude que nous proposons dans cette thèse.

Par ailleurs, plusieurs modèles expérimentaux et méthodes d'analyse théorique ont été utilisés dans le but d'étudier l'influence des différents facteurs sur la tension critique et le comportement de la décharge de contournement [1, 2, 3, 21].

D'autres études concernant l'élongation de la décharge de contournement ont été faites en considérant la modification de la conductivité par l'ajout dans l'espace inter-électrodes de matériaux : isolant [23, 28, 30, 33, 34], conducteur [22, 26, 27, 38] et conducteur associé en surface ou en immersion avec une solution d'électrolyte [58, 63, 65].

Les résultats de ces études ont montrés que le changement induit par ces différents ajouts dans l'espace inter-électrodes sur les conditions de trajet de la décharge, influe sur l'élongation de la

décharge. Ce qui a permis de déterminer les facteurs influents. Néanmoins la détermination de l'influence de chacun des différents facteurs, pris séparément est nécessaire mais non suffisante pour une totale compréhension du phénomène, puisqu'elle ne prend pas en compte l'effet généré par l'interaction entre les divers facteurs [3, 21, 37].

Pour la maîtrise de l'effet de ces interactions entre facteurs, nous introduisons une nouvelle approche expérimentale de modélisation et d'analyse, celle de la méthodologie des plans d'expériences « MPE ». Celle-ci permet hormis la prise en charge de l'influence intrinsèque des différents facteurs, celles de leurs interactions, sur le comportement de la décharge.

L'application de cette méthodologie associée à un modèle expérimental de laboratoire de type « OBENNAUS » à fait l'objet de la première partie de notre étude. Elle vise la formulation d'un modèle mathématique qui exprime la variation de la tension critique en fonction des facteurs d'influence suscités. L'analyse des résultats obtenus par ce dernier permettra la détermination, pour chaque facteur, de la valeur optimale qui correspond à la tension critique maximale. Ceci, en considérant les deux cas de solution d'électrolyte, avec et sans lame équipotentielle immergée.

Dans la seconde partie de notre travail, nous proposons une autre démarche qui consiste à développer un réseau de neurones pour modéliser et prédire la tension critique de contournement. La modélisation par des réseaux de neurones RN concernera les deux configurations avec et sans lame équipotentielle.

Pour s'assurer de la validité du modèle obtenu par réseaux neurones, nous comparons ces résultats avec ceux obtenus par la méthode des plans d'expériences. Il est entendu que notre objectif, dans les deux cas, reste l'évaluation de l'efficacité d'un modèle théorique, dans la prévision des conditions optimales, occasionnant le contournement d'une chaîne d'isolateurs pollués.

A la croissance toujours aussi importante de l'énergie électrique, correspond une croissance des difficultés liées à la gestion des incidents sur les réseaux électriques. Parmi ces incidents, celui du contournement d'isolateurs n'a pas trouvé à ce jour de solution radicale. Aussi, il continue de susciter de l'intérêt dans le domaine de la recherche.

Le laboratoire HT et décharges électriques de l'université des sciences et de la technologie d'Oran USTO a entrepris une série d'études sur ce phénomène qui ont fait l'objet de plusieurs thèses. Notre travail s'inscrit dans le prolongement des études relatives à l'axe traitant les différents paramètres (ou facteurs) qui peuvent influencer le phénomène de contournement sur un modèle de laboratoire en courant continu. Pour appréhender ce problème nous avons arrêté une approche dont l'essentiel est présenté ci-après.

Le premier chapitre est dédié à l'étude bibliographique du phénomène de contournement. Nous y rappelons les différents résultats concernant les conditions critiques et les mécanismes d'évolution de la décharge découlent des deux hypothèses fondamentales suivantes :

- L'hypothèse de la forme cylindrique de la décharge,
- L'hypothèse de la forme clivée avec un pied élargie.

Dans le deuxième chapitre nous reprenons l'essentiel du développement de la méthodologie des plans d'expériences « MPE » ; Nous insisterons en particulier sur les technique de conception des plans d'expériences.

Le chapitre trois, nous le consacrons à la présentation de notre apport à l'étude du phénomène du contournement, aussi bien dans son aspect expérimental qu'à celui lié à l'approche de la modélisation des conditions optimales de son établissement. C'est sur la base du modèle d'OBENSAUS que sont menées nos expériences et les résultats qui en découlent en vue d'établir un modèle mathématique reliant la variation de la tension critique en fonction des facteurs d'influence. Dans cette première approche de l'étude l'ajout de lame métallique n'a pas été pris en considération.

Le quatrième chapitre est également dédié à la suite de nos travaux, où sont consignés les résultats de notre expérimentation conduite en polarité positive et avec lames immergées dans la solution d'électrolyte. Celles-ci ayant des épaisseurs variables, sont placées à une distance fixe de l'électrode HT, dont le but de réduire le champ électrique au dessus de leur surface.

Le but final de ces deux chapitres est de déduire les facteurs qui peuvent influencer manifestement le développement de la décharge de contournement pour les deux configurations.

Dans le dernier chapitre nous proposons une autre démarche qui consiste à développer un réseau de neurones pour modéliser et prédire la tension critique de contournement. Il concernera la modélisation par l'utilisation des réseaux de neurones RN pour les deux configurations sans et avec lame. Pour confirmer les performances de cette nouvelle modélisation elles seront comparées aux résultats calculés par les plans d'expériences, et avec les résultats expérimentaux.

CHAPITRE I

MODELISATION ET MECANISME DE CONTOURNEMENT DES ISOLATEURS POLLUES

CHAPITRE I

Modélisation et mécanisme de contournement des isolateurs pollués

I.1. Introduction

Plusieurs travaux ont été menés pour comprendre les mécanismes conduisant au contournement des isolateurs pollués et se prémunir d'outils permettant la prédiction de ce phénomène.

Les résultats de ces multiples études ont permis d'établir des modèles donnant les caractéristiques des décharges évoluant sur les surfaces d'isolateurs et allant jusqu'au contournement. Toutefois, il faut préciser que la plupart de ces modèles sont empiriques ou semi-empiriques.

Les nombreux travaux, tant théoriques qu'expérimentaux consacrés au sujet, n'ont pas permis pour autant d'aboutir à l'élaboration d'un modèle pouvant tenir compte simultanément de tous les paramètres réels caractéristiques du phénomène de pollution. Il s'agit notamment de la forme des isolateurs, de la répartition des couches polluantes (continue ou discontinue) et de leur résistivité, des échanges thermiques, de la non uniformité du mouillage et de l'intensité des arcs au voisinage de la surface des isolateurs. Ainsi, la détermination de la tension de contournement d'un isolateur pollué devient difficile à formuler.

Nous présentons dans ce chapitre les principaux modèles de laboratoire pour l'étude de l'influence des facteurs géométriques et électrique de l'isolateur pollué sur la tension critique de contournement.

I.2. Isolateurs

Les équipements de haute tension des réseaux aériens de transport de l'énergie électrique sont supposés opérer de façon fiable sous des conditions environnementales spécifiques pour lesquelles ils sont prévus. En particulier, les isolateurs, qui représentent relativement un faible pourcentage dans le prix des lignes aériens, constituent un élément essentiel dans le bon fonctionnement de ces lignes. Une quantité des isolateurs est utilisée sur les réseaux aériens de transport de l'énergie électrique, et en principe ces isolateurs sont employés dans différents environnements tel que tropical, arctique, côtier, atmosphère polluée, etc.

L'isolateur est un matériau isolant solide qui présente une très grande résistance au passage du courant et dont la conductibilité est pratiquement nulle. Il est utilisé pour isoler les conducteurs ou les pièces sous tension afin d'empêcher les circulations de courant, les pertes de courant et les charges d'électrocution, il est utilisé pour retenir mécaniquement les conducteurs.

Parmi les contraintes auxquelles sont soumis les isolateurs des réseaux électriques, ce sont les accumulations de dépôt de la pollution atmosphérique. Depuis plusieurs années, l'une des principales cibles dans les travaux de recherche de développement dans le champ de transmission et de la distribution électrique a été la diminution du nombre et de la durée des interruptions de l'alimentation en énergie des consommateurs. Parmi les défauts source d'interruption on distingue le contournement des isolateurs pollués.

I.2.1. Pollution des isolateurs

Un isolateur est placé à l'extérieur est exposé aux différents agents constituants l'atmosphère qui le contamine. Cette contamination est due à la formation de couches plus ou moins conductrices sur la surface de l'isolateur. Ces couches peuvent engendrer une diminution considérable de la résistivité superficielle des surfaces isolantes et par suite la diminution de la tension de tenue des isolateurs.

L'échauffement de la couche polluante conductrice humidifiée, provoqué par la circulation des courants de fuite sur la surface de ces isolateurs, entraîne des assèchements locaux de la couche de pollution et l'apparition d'arcs de petite longueur (arcs partielles). Dans certaines conditions, ces arcs partielles peuvent se développer jusqu'à provoquer le contournement total des isolateurs, en connectant l'extrémités sous haut tension à celle mise à la terre, et conduisant ainsi à la mise hors service de l'ensemble de l'installation.

I.2.2. Conséquences de la pollution [10, 11]

Les couches polluantes qui s'accumulent à la surface des isolateurs engendrent une conductivité électrique superficielle. Celle-ci modifie la répartition du potentiel le long de la

ligne de fuite. Suivant les conditions atmosphériques (pluie fine, brouillard,...), la tension de rupture diélectrique de l'air peut être atteinte entre deux points de la surface isolante entraînant l'amorçage d'un arc électrique qui court-circuite une partie de la ligne de fuite.

Trois cas peuvent se présenter selon les contraintes aux quelles est soumis l'isolateur :

a. Arc non localisé

L'arc électrique s'éteint rapidement, puis se réamorce à un autre endroit et ainsi de suite. Il y a apparition de courant de fuite entraînant une petite perte d'énergie, généralement supportable par l'installation.

b. Arc fixe

L'arc électrique se fixe sur la surface, soit en s'y maintenant (courant continu), soit en se réamorçant au même endroit (courant alternatif). Cet arc peut entraîner, par effet thermique, une dégradation du support isolant nécessitant le remplacement de l'élément défaillant.

c. Contournement des isolateurs pollués

L'accumulation du dépôt est continue et elle n'est modifiée que par la pluie ou le vent. En position verticale, le nettoyage est plus efficace sur le dessus de l'isolateur que sur le dessous, d'où un dépôt plus important sur la surface inférieure des ailettes.

Généralement, les principaux phénomènes conduisant au contournement d'un isolateur pollué, soumis à la tension de service, comprenant la formation d'une couche électrolytique conductrice à la surface de l'isolateur, consiste en l'apparition brusque d'un courant de fuite accompagné de la formation d'une bande sèche et d'arcs partiels, et la propagation en surface de l'arc qui peut couvrir tout l'isolateur.

Le comportement des isolateurs sous pollution peut être par conséquent décomposé en quatre étapes distinctes figure I.1. Chacune de ces étapes a une importance sur le résultat final, donc sur la tenue ou le contournement de la chaîne isolante sous tension de service du réseau.

❖ **Étape 1 : Dépôt de la pollution**

Les particules du dépôt sont apportées par le vent et se concentrent entre les nervures ou autour du capot. Les facteurs d'accumulation sont les suivants :

- La nature, le poids et la taille des particules polluantes.
- La distance de l'isolateur par rapport à la source de pollution et par rapport au sol d'où peut provenir des poussières.
- La vitesse du vent.
- L'orientation de la chaîne. La forme de l'isolateur et son aptitude à l'auto nettoyage par les forts pluies et vents.

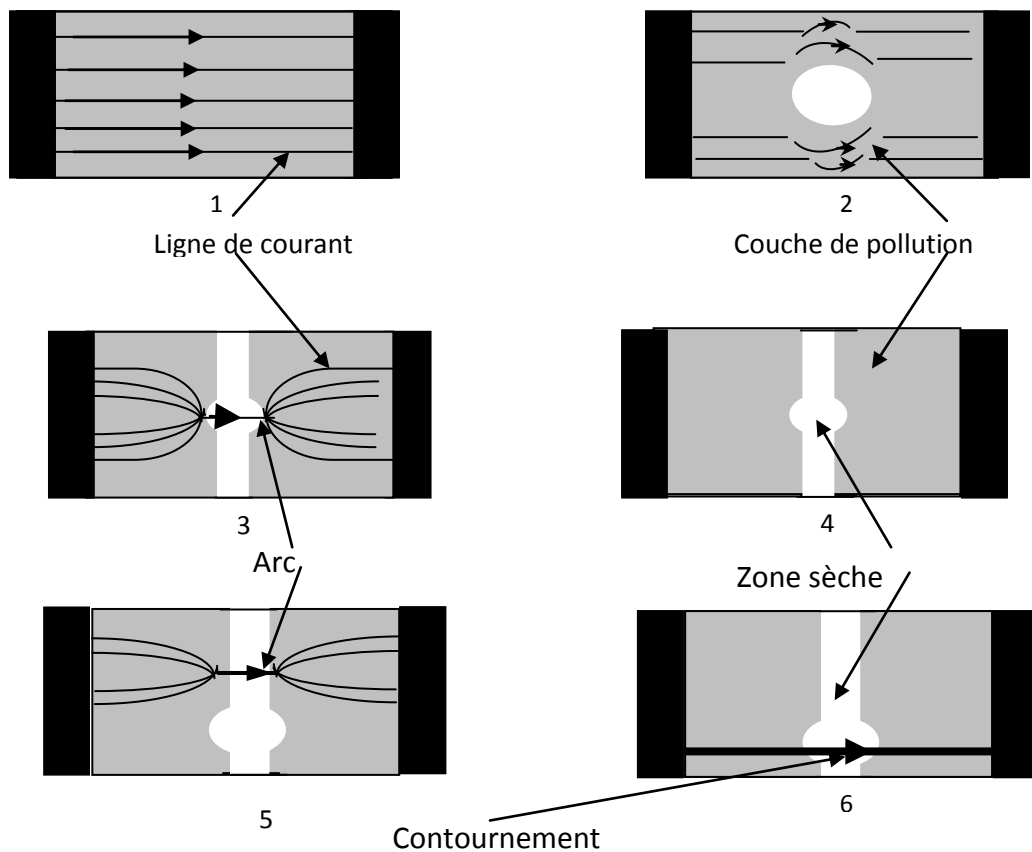


Figure I.1. Etape du contournement d'une couche polluée

❖ Étape 2 : Humidification de la pollution

Le brouillard et la condensation de la petite pluie modifient graduellement et pratiquement sans délavage la surface de l'isolateur pollué. Ces conditions sont dites critiques. Les sels contenus dans le dépôt se dissolvent et créent un électrolyte conducteur sur la surface de l'isolateur. Un courant de fuite prend alors naissance.

Pendant le cycle d'humidification, le courant de fuite augmente jusqu'à une valeur maximale, mais diminue s'il y a séchage. Le niveau de courant de fuite dépend du temps, de la nature et de la quantité des sels solubles et insolubles. Ces derniers maintiennent par absorption une certaine quantité d'eau à la surface de l'isolateur, entretenant ainsi l'humidification du dépôt.

❖ Étape 3 : Développement des zones sèches et apparition d'arcs

La densité du courant de fuite est beaucoup plus importante près des ferrures de l'isolateur. Par effet Joule, la température s'élève, l'eau s'évapore et le dépôt devient moins conducteur. Le courant est alors très réduit en amplitude par la présence d'une «bande sèche». La répartition de potentiel sur l'isolateur est modifiée par cette bande sèche, car la plus grande portion du potentiel électrique se trouve reportée à ses bornes. Si la largeur de cette bande sèche est insuffisante pour supporter le potentiel correspondant, un arc est créé.

❖ Étape 4 : Comportement des arcs

La résistance du dépôt humidifié non court-circuité par l'arc limite le courant et la longueur de l'arc. Si le courant est trop faible, l'arc s'éteindra, la bande sèche s'humidifiera à nouveau et le mécanisme se répétera encore. Tant que le courant de fuite n'excède pas ce que l'on appelle le «courant critique» correspondant à une *«longueur critique»* de l'arc, cette situation reste stable. Dans le cas contraire, le contournement de l'isolateur peut survenir.

Nous avons présenté dans cette partie le phénomène de pollution des isolateurs qui est un facteur essentiel dont il faut tenir compte dans la conception des lignes électriques de haute tension de transport d'énergie électrique.

Dans cette deuxième partie nous allons présenter les différents modèles théoriques et expérimentaux trouvés dans le littérature pour prédire un modèle dynamique et statique du phénomène et les principaux critères qui régissent l'évolution de la décharge.

I.3. Modèle de contournement

I.3.1. Introduction

Une quantité importante de travaux tant théoriques qu'expérimentaux a été consacrée pour expliquer le mécanisme de contournement des isolateurs pollués. Le but de ces travaux est d'élaborer un modèle pouvant tenir compte des paramètres réels intervenant dans la génération et la propagation des arcs électriques sur les surfaces isolantes. Il s'agit en particulier de la forme des isolateurs, de la répartition des couches polluantes (continue ou discontinue) et de leur résistivité, des échanges thermiques, de la non uniformité du mouillage et de l'intensité des arcs au voisinage de la surface de l'isolateur, de la formation d'arcs multiples, etc.

Dans ce chapitre nous allons présenter une recherche bibliographique des différentes modèles statiques et dynamiques de contournement développées dans ce domaine.

I.3.2. Modèle statique de contournement

Pour chaque site, il faut adapter les isolateurs de l'ouvrage à la sévérité de pollution ; donc il est essentiel de surveiller la qualité de l'isolement pour prédire le phénomène du contournement. Dans cette optique de nombreux modèles ont été développés.

I.3.2.1. Modèle d'Obenaus [12]

Il a représenté le phénomène, par un système formé d'une décharge de longueur donnée placé en série avec une résistance qui représente la couche conductrice de pollution sur la surface de l'isolateur. Le schéma électrique à ce modèle est donné par la figure I-2 ; la distribution de potentiel dans ce circuit s'écrit :

$$U = V_p + V_d \quad (\text{I-1})$$

U : étant la tension appliquée.

V_d : la chute de tension totale dans la décharge de longueur x .

V_p : la chute de tension conductrice ; cette couche étant supposé unidimensionnelle, de longueur $(L-x)$ et de résistance par unité de longueur r ; on écrira donc:

$$V_p = (L - x) \cdot r_p \cdot I \quad (\text{I-2})$$

L'équation aux bornes de la décharge est de la forme :

$$V_d = x \cdot A \cdot I^{-n} + V_e \quad (\text{I-3})$$

V_e : la chute de tension cumulée aux électrodes

L'équation de la tension d'arc est donnée par la relation suivante :

$$V_{arc} = x \cdot A \cdot I^{-n} \quad (\text{I-4})$$

Tel que : I : courant de fuite ; A et n étant des deux constantes, définies par les conditions expérimentales [10 ; 11]. Pour une décharge dans l'air sec, on prend $A = 63$, $n = 0,76$ et $V_e = 840$ V ; dans une atmosphère saturée en vapeur d'eau on prend $A = 530$, $n = 0,24$ donc l'équation électrique complète correspondant au schéma de la figure II.1 sera de la formule suivant :

$$U = (L - x) \cdot r \cdot I + x \cdot A \cdot I^{-n} + V_e \quad (\text{I-5})$$

Si l'on admet que V_e est constante, et que l'on pose :

$$V = U - V_e \quad (\text{I-6})$$

L'équation s'écrit alors :

$$V = (L - x) \cdot r \cdot I + x \cdot A \cdot I^{-n} \quad (\text{I-7})$$

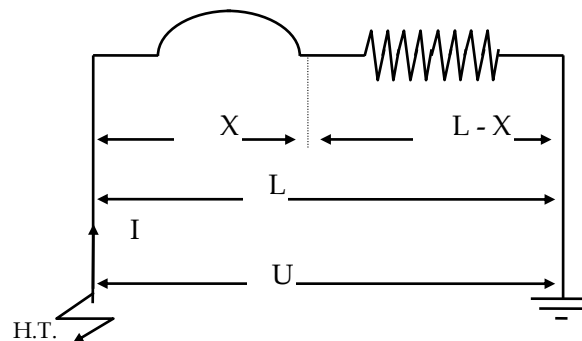


Figure I.2. Circuit électrique équivalent d'après Obenaus [12]

A partir des mesures expérimentales sur un canal d'électrolyte, Ghosh et Al [61] les résultats de leurs mesures sont donnés dans le tableau I.1

Tableau I.1. Mesures expérimentales des constantes A et n sur un canal d'électrolyte, Ghosh et Al [61]

électrolyte	A	N
NaCl	360	0.59
CaCL2	461	0.42
FeCL ₃	270	0.66
CuSO ₂	450	0.49

I.3.2.2. Modèle à résistance de pollution uniforme [13]

Reprenant l'approche d'Obenaus, Neumärker a fait l'hypothèse supplémentaire d'une résistance de pollution fuite et a donc posé :

$$R_p = r_p \cdot (L - x) \quad (I-8)$$

Où L et r_p représentent respectivement la longueur de fuite totale et la résistance moyenne par unité de longueur.

En introduisant cette expression dans le modèle d'Obenaus la tension aux bornes de l'isolateur sera:

$$V = V_{arc} + r_p \cdot (L - x) \cdot I \quad (I-9)$$

Ou encoure

$$V = A \cdot x \cdot I^{-n} + r_p \cdot (L - x) \cdot I \quad (I-10)$$

Ainsi Neumärker déduit le courant et la longueur critique de l'arc :

$$I_c = \left(\frac{A \cdot x}{I^n} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (I-11)$$

$$x_c = \frac{L}{n+1} \quad (I-12)$$

D'où l'expression de la tension critique de contournement :

$$V_c = A^{\frac{1}{n+1}} \cdot r_p^{\frac{1}{n+1}} \cdot L \quad (I-13)$$

I.3.2.3. Modèle de Rizk [14]

Rizk a exposé le phénomène d'élongation de la décharge par le mécanisme de la rupture diélectrique ; il a établi une relation entre la tension de contournement minimale U_e pour l'entretien de l'arc la résistance de pollution linéique r_p et la longueur de fuite.

$$\frac{U_e}{L} = 23 \cdot r_p^{0.4} \quad (\text{I-14})$$

I.3.2.4. Modèle de Claverie et Procheron [16]

Plusieurs modèles expérimentaux ont été proposés pour le cas d'une tension alternative dans le plus connu est celui de Claverie et Procheron ces auteurs utilisent un modèle plan constitué d'une plaque de porcelaine vernie, munie de deux électrodes en cuivre, et recouvert d'une couche de pollution figure II-3. Ils ont constatés au cours de leurs essais que :

- La tension de contournement était fonction de la conductivité de la couche de polluante.
- La longueur de l'arc indépendant de la conductivité.

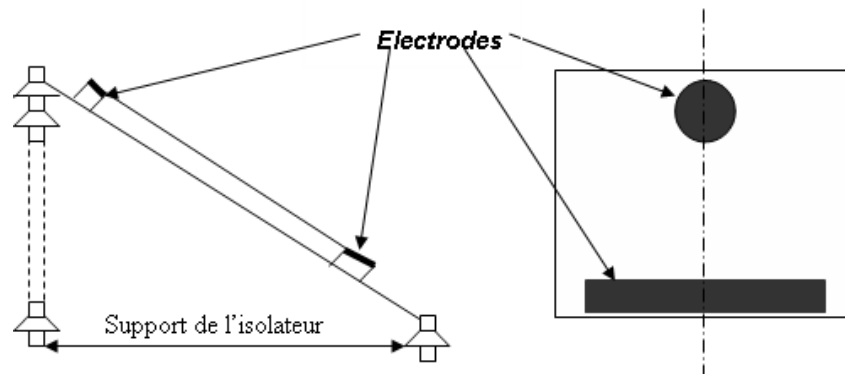


Figure I.3. Modèle expérimental de Claverie et Procheron [16]

Ce modèle se traduit par l'utilisation du schéma électrique de la figure I.4.

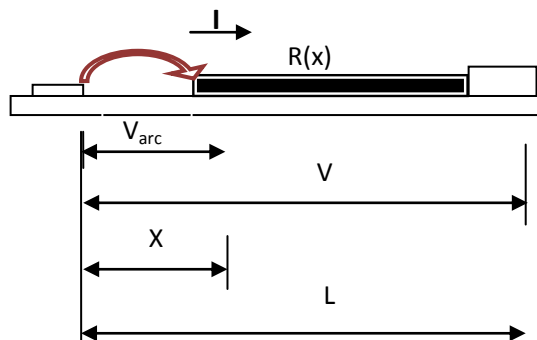


Figure I.4. Circuit électrique équivalent

Avec : V : tension entre les électrodes,

I : courant de fuite (A),

L : distance entre les électrodes,

X : longueur de l'arc (cm),

$R(x)$: résistance en série avec l'arc en fonction de X ,

L'équation du circuit est la suivante :

$$V = V_{\text{arc}} + R(x) \cdot I \quad (\text{I-15})$$

Pour le cas d'un modèle d'isolateur plan sous tension alternative la tension d'arc est donnée par la relation suivante :

$$V_{arc} = 100 \cdot \frac{x}{\sqrt{I}} \quad (I-16)$$

D'où :

$$V = 100 \cdot \frac{x}{\sqrt{I}} + R(x) \cdot I \quad (I-17)$$

La condition de réamorçage établie par Claverie et Procheron est donnée par la relation

$$V \leq x \cdot A \cdot I^{-n} \quad (I-18)$$

La tension minimale entretenue de l'arc est donnée par la relation suivante :

$$V_{arc} = 800 \cdot \frac{x}{\sqrt{I}} \quad (I-19)$$

I.3.2.5. Modèle Rao et gopal [17]

D'après Rao et Gopal, l'équation $V_{arc} = x \cdot A \cdot I^{-n}$ n'est pas valable que pour une décharge de type intermédiaire entre la lumineuse et l'arc [17] ce type d'équation peut être contesté lorsque l'amorçage se réamorce périodiquement. Ainsi, ces auteurs ont essayés d'expliquer la relation entre les prédictions des modèles et les valeurs mesurés pendant le contournement, en introduisant une nouvelle équation exprimant le champ de la colonne de la décharge :

$$U = \alpha + (\beta + x) v \left[\ln \frac{I}{\delta} \right]^{-3} \quad (I-20)$$

α , β et δ , v : sont des constantes qui dépend de la nature des électrodes entre laquelle se développe la décharge; cette équation a été établi a partir du modèle de S.Gopal et al [16]. Elle exprime la caractéristique de $U(I, x)$ d'un arc une faible intensité se propageant à l'atmosphère.

I.3.2.6. Modèle du disque circulaire

Woodson et McElroy [18] ont essayés une configuration géométrique, illustrée à la figure (I.5), qui représenterait de façon idéale la surface d'un isolateur à disque. Ils prenaient de l'hypothèse que, de façon générale, la résistance superficielle de la couche de pollution humide, pour n'importe quelle position r_a du point de départ de l'arc de rayon r_d , peut s'exprimer par une fonction de la forme :

$$R_p = \frac{1}{\gamma} f(r_d, r_a, r_0) \quad (I-21)$$

Où r_0 est le rayon de l'électrode externe et γ la conductivité superficielle du polluant. Si l'on néglige la dépendance de la fonction f vis-à-vis du rayon de l'arc r_d , on obtient une expression encore plus simple ayant la forme :

$$R_p = \frac{c}{\gamma} (r_0 - r_a)^m \quad (I-22)$$

Le constant c a été trouvée expérimentalement égale à 1.4 (les distances radiales s'exprimant en centimètre,) pour $R_p = 1.6 \cdot 10^{-2} \Omega$ et m est une constante.

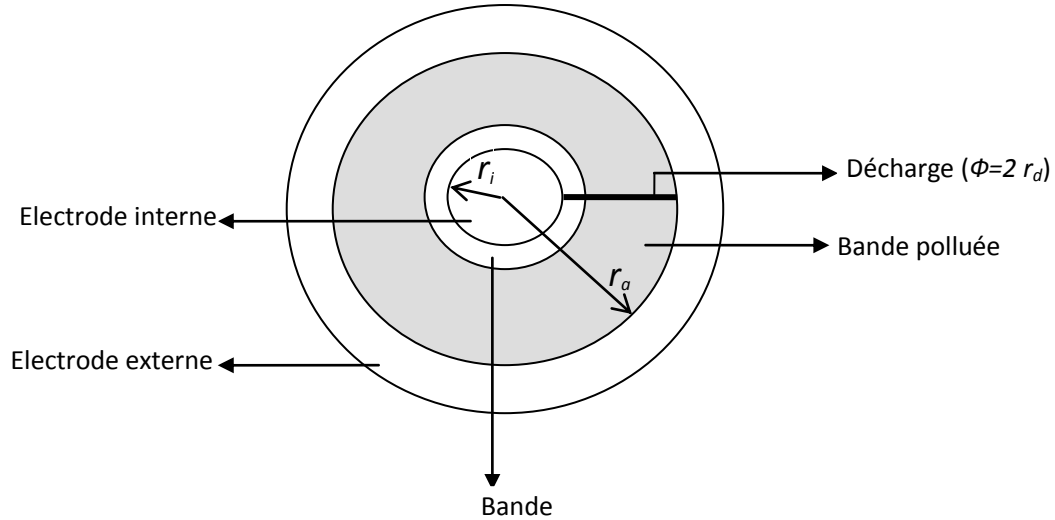


Figure I.5. Modèle d'isolateur en forme de disque conçu par McElroy et Woodson [18]

I.3.2.7. Modèle de Nacke et Wilkins [9]

Nacke et Wilkins proposent de considérer que les points à la base de l'arc forment des demi-cercles aux limites des bandes sèches. La résistance de pollution se compose de deux termes : une résistance interne $R_i(x)$ propre aux deux demi-cercles et une résistance externe $R_e(x)$ pour le reste. Pour une largeur de bande étroite ($x_p/b \geq 2/\pi$):

$$R_i = \frac{1}{\pi \cdot \gamma} \quad (I-23)$$

$$R_e(x) = r \cdot x_p + \frac{2}{\pi \cdot \gamma} \log \frac{b}{2\pi \cdot r_d} \quad (I-24)$$

Où : R : la résistance linéique de la pollution,

x_p : La longueur de la couche polluée (mouillée) dans les conditions critiques.

b : La largeur de la surface de l'isolateur,

r_d : le rayon de la base de l'arc.

Pour une bande large et pour un isolateur à ailette unique, la résistance externe est donnée par:

$$R_e(x) = \frac{2}{\pi \cdot \gamma} \left(0.68 + \ln \left(\frac{x_p}{r_d} \right) \right) \quad (I-25)$$

Pour un isolateur à ailettes multiples :

$$R_e(x) = \frac{2}{\pi \cdot \gamma} \left(0.3 + \ln \left(\frac{x_p}{r_d} \right) \right) \tag{I-26}$$

Ainsi, la résistance de pollution totale sera :

$$R(x) = R_i(x) + R_e(x) \tag{I-27}$$

Pour la même configuration (1.5.b) dans le cas d'une bande étroite Wilkins a obtenu :

$$R(x) = r \cdot (L - x) + \frac{1}{\pi \cdot \gamma} \log \frac{b}{2\pi \cdot r_d} \tag{I-28}$$

Et pour une bande large :

$$R(x) = \frac{1}{\pi \cdot \gamma} \left(\ln \left(\frac{2 \cdot L}{\pi \cdot r_d} \right) - \ln \left(\tan \frac{\pi \cdot x}{L} \right) \right) \tag{I-29}$$

Où : x: la longueur de l'arc, L: la distance totale de fuite de l'isolateur.

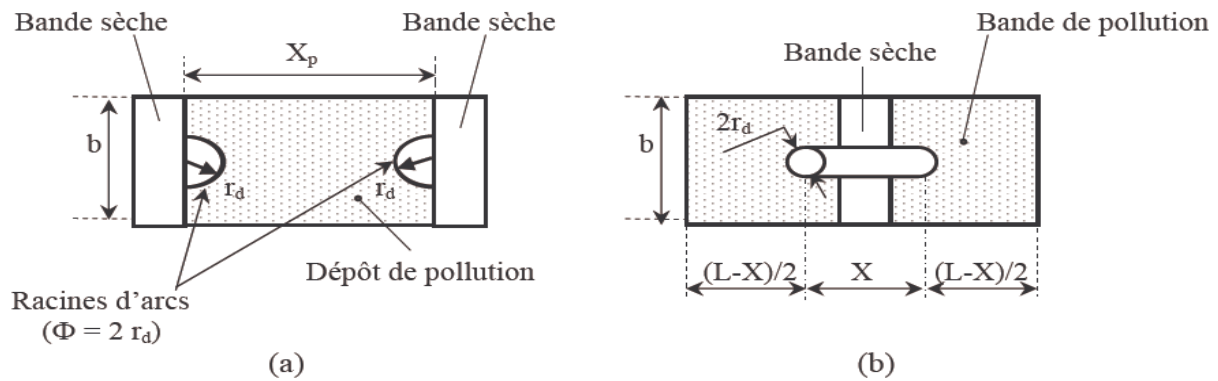


Figure 1.6. Modèle d'un isolateur à long fût et distribution de la résistance de pollution selon Boheme et Obenaus

I.3.2.8. Modèle bidirectionnel [15]

Ce modèle a été proposé par FLazi [21] est inspiré du modèle d'Obenaus [12]. Il s'approche beaucoup plus de la réalité puisque qu'il permet à la décharge de s'allonger sur l'un des deux chemins comme la figure (I-7)

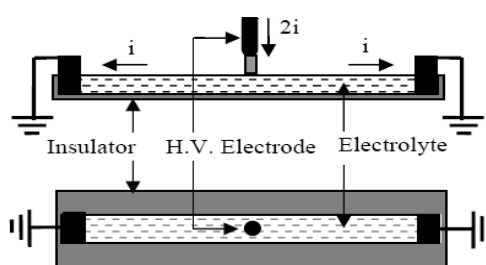


Figure 1.7. Modèle bidirectionnel

A partir des expériences réalisées par l'auteur sur son modèle appelé « modèle bi contournable » figure 1.8 sur lequel le contournement peut avoir lieu sur une côté ou l'autre selon les conditions de l'expérience, et sur celui d'OBENSAUS il a donné une analyse théorique

qui a permis de mettre en évidence des valeurs critiques différentes, suivant qu'on applique l'un ou l'autre des critères de WILKINS ou de HAMTON. De plus, cette analyse a montré une contradiction aussi bien qualitative, avec les résultats trouvés dans la pratique.

I.3.2.9. Modèle disque 3D [28]

Ce modèle original a été élaboré au laboratoire de la haute tension et décharges électriques de l'USTO. Il se rapproche au maximum de la forme de l'isolateur (isolateur capot à tige), comme le montre la figure I.8, il est constitué d'un disque complétement plongé dans un support isolant rempli de l'électrolyte. Au milieu du disque se trouve une électrode HT et sur la surface inférieure se trouve l'électrode de masse.

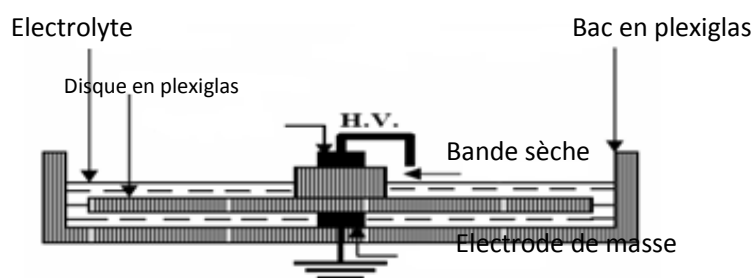


Figure I.8. Modèle de l'isolateur 3D.

I.4. Mécanismes de propagation de la décharge

On remarque que pour la modélisation du phénomène de contournement des isolateurs pollués le régime dynamique de l'élongation de la décharge a fait l'objet de nombreuses hypothèses simplificatrices et les mécanismes de contournement invoqués peuvent être rangés dans deux grandes familles.

Dans la première, on trouve celui de JOLLY [8] qui invoque une rupture diélectrique du gaz assistée par la surface contournée et celui de WILKINS et AL-BAGHDADI [9] qui consiste en une succession d'ionisation en avant de la racine, qui est rendu possible. Grâce aux grandes valeurs atteintes dans cette région par le gradient de potentiel et la température. D'ailleurs ces deux mécanismes ne s'excluent pas forcément et pourraient même être deux visions différentes d'un même phénomène. Pour la deuxième famille on peut ranger tous les partisans de l'action d'une force.

Rahal, Huraux [24] trouvent son origine dans une dissymétrie de la répartition du potentiel sur une surface contournée. Toutes ces hypothèses parlent d'ionisation juste en avant du pied de la décharge et se propage en gardant une forme tubulaire contrairement à ces hypothèses. FLAZI donne une nouvelle dynamique de la décharge qui consiste à une ionisation à l'intérieur et à l'extérieur de celle-ci avec un pied élargi

I.4.1. Propagation par ionisation : Hypothèses de Wilkins et Al-Baghdadi

Wilkins et Al-Baghdadi [9] ont proposé un mécanisme d'élongation basé sur l'ionisation et le déplacement discontinu du pied de la décharge. Selon Wilkins, la probabilité d'ionisation dans la région précédant l'avant pied de la décharge est grande, étant donné que la température et le potentiel sont élevés dans cette région.

Si l'ionisation est suffisante, alors il y a circulation d'un courant électrique. La conductivité du nouveau trajet du courant va augmenter avec celui-ci, tandis que celle du trajet précédent dans l'électrolyte reste constante. Ainsi, le changement progressif du courant total entraîne une élongation de la décharge.

Wilkins parle d'ionisation, de passage de courant et de l'existence d'un champ à la tête de la décharge sans évoquer le claquage de l'air. Sous le nom d'ionisation, il considère en réalité une rupture diélectrique progressive.

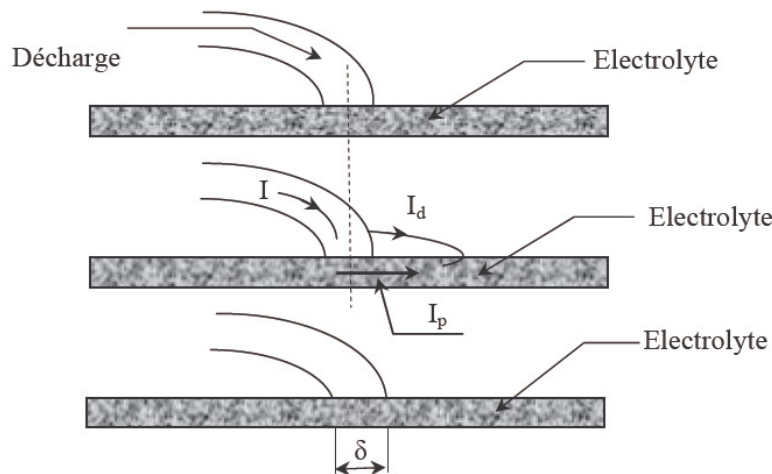


Figure I.9. Mécanisme de propagation par ionisation selon Wilkins [7, 9].

I.4.2. Propagation par force électrostatique : Hypothèses de RAHAL

A partir des observations faites sur un canal d'électrolyte, RAHAL [3] a essayé de mettre en évidence l'existence d'une force électrostatique s'exerçant sur la décharge, responsable du déplacement de l'arc. Il a démontré que du point de vue électrique macroscopique, cette force était due à la dissymétrie de la distribution du potentiel, elle-même causée par le passage du courant dans le liquide couvrant la surface isolante.

Cette force va provoquer la courbure de la décharge vers l'électrode de masse (Figure I.10). La décharge se déplace vers l'électrode de masse, si les conditions critiques sont satisfaites.

Dans une analyse critique des différents mécanismes de propagation de la décharge présents dans la littérature, Flazi [21] a déduit que l'augmentation du degré d'ionisation à

l'intérieur de la décharge et le démarrage du processus d'ionisation devant celle-ci, sont les facteurs responsables de l'allongement et du changement que subit la décharge, dans ses états dynamiques.

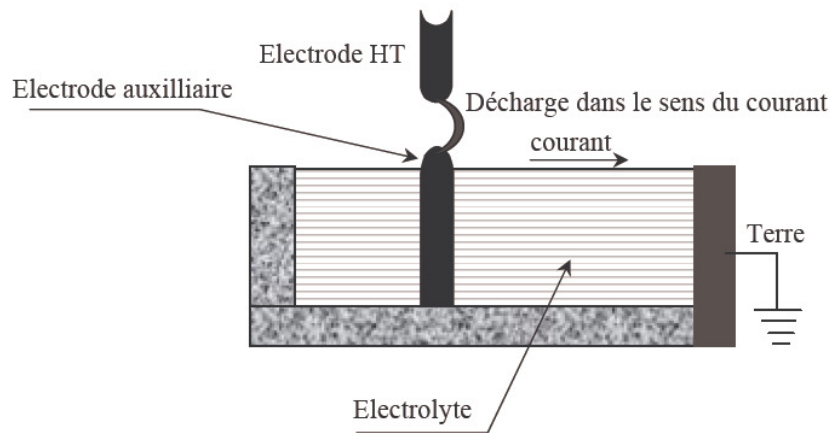


Figure I.10. Mécanisme de propagation par force électrostatique selon Rahal [3].

I.4.3. Hypothèses de FLAZI [21]

La figure I.11.a représente l'évolution de la décharge à un instant donné. La région comprise entre les points A et B est une région à forte densité de courant, la plus grande partie de celui-ci circulant dans la couche de pollution entre à travers cette zone, par conséquent l'ionisation y est très intense. La région comprise entre les points B et C est une région à faible densité de courant, l'autre partie du courant restante entre à travers celle-ci, par conséquent l'ionisation y est faible par rapport à la région AB.

L'augmentation de l'ionisation dans la région BC produit d'une part une augmentation du courant et d'autre part les lignes de courant les plus proches de B deviennent plus denses et s'intègrent dans la région de courant fort, entraînant ainsi le déplacement vers l'avant du point B (Figure I.11.b) ceci est accompagné d'une légère augmentation du courant, suite à une légère diminution de la résistance totale équivalente au système.

Ce petit déplacement provoque l'avancement du centre de gravité électrique de la zone AB, il se produit alors un changement en valeur et direction du champ électrique à l'intérieur et autour de la décharge, ainsi de nouvelles lignes de champs sont créées à l'avant de la zone BC sur celle-ci apparaîtra l'ionisation et les nouvelles lignes de courant ainsi créées viendront s'intégrer à la décharge produisant alors l'avancement de l'avant-pied C d'une longueur δ (Figure I.11.c).

Arrivés à ce stade, les mêmes processus recommencent jusqu'à ce que la décharge atteigne l'électrode B.T, si bien sûr le champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur de la décharge le permet. Il est bien clair que la forme de la décharge n'est plus cylindrique mais clivée avec un pied élargi.

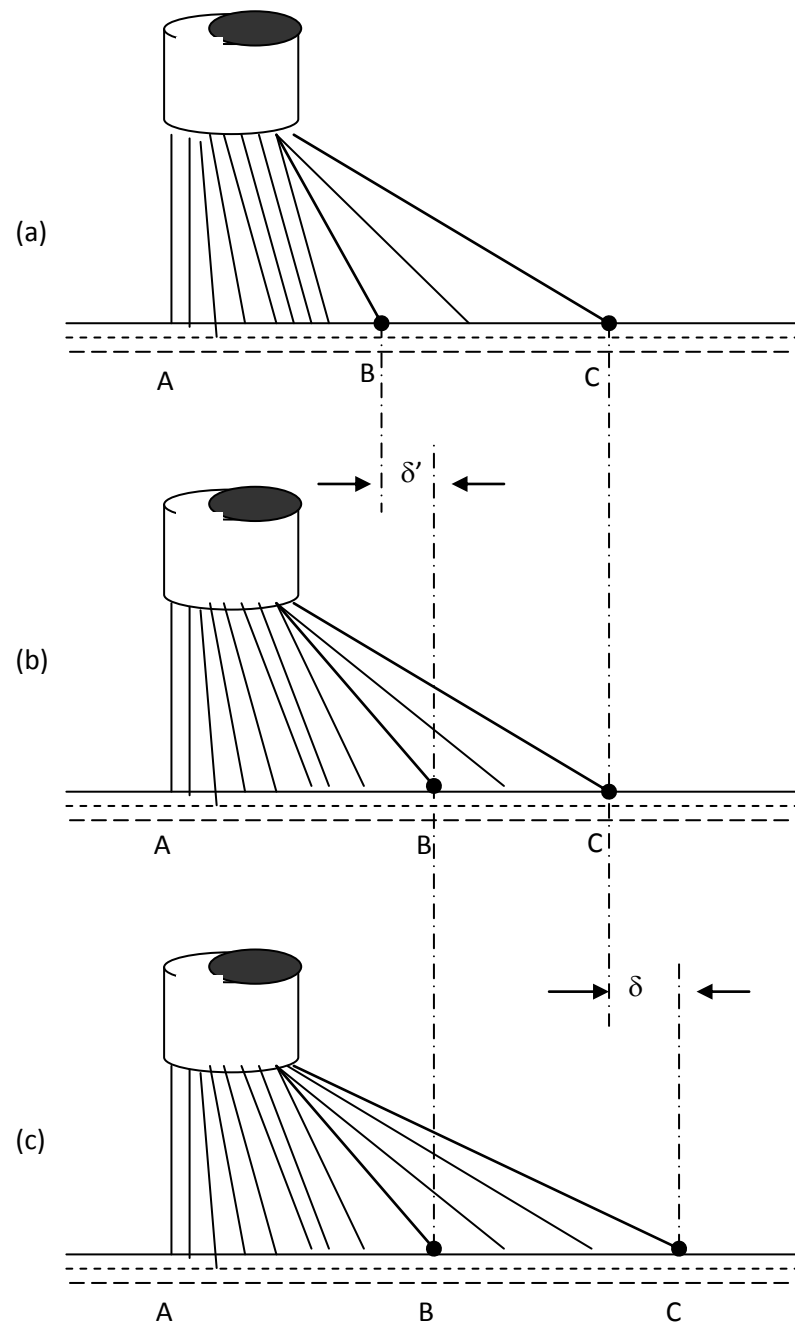


Figure I.11. Mécanisme de l'élongation de la décharge.

- **Influence de la valeur de r sur l'aspect dynamique de la décharge**

La valeur de la résistance par unité de longueur r intervient directement dans la répartition du potentiel dans l'électrolyte, par conséquent influe aussi sur les processus d'ionisation au point le plus difficile du trajet.

Pour une valeur de r assez grande, les lignes de champs devant la décharge sont longues et s'étendent dans des régions qui se situent loin de la décharge d'amorçage figure I.12.b.

Ces régions, des champs relativement faibles et pratiquement uniformes sont de plus en plus étendues à mesure que l'on augmente r . ceci continue jusqu'à ce que r atteigne une certaine

valeur relativement grande (voisine de $20 \text{ K}\Omega/\text{cm}$), à partir de laquelle les lignes de champs deviennent parallèles à la surface de l'électrolyte figure.12.c.

Pour des valeurs de r plus petites, les lignes de champs sont plus courtes et plus resserrées. Au fur et à mesure que l'on diminue r , les lignes de champs devenant de plus en plus petites, la décharge tend vers une forme cylindrique figure I.12.a.

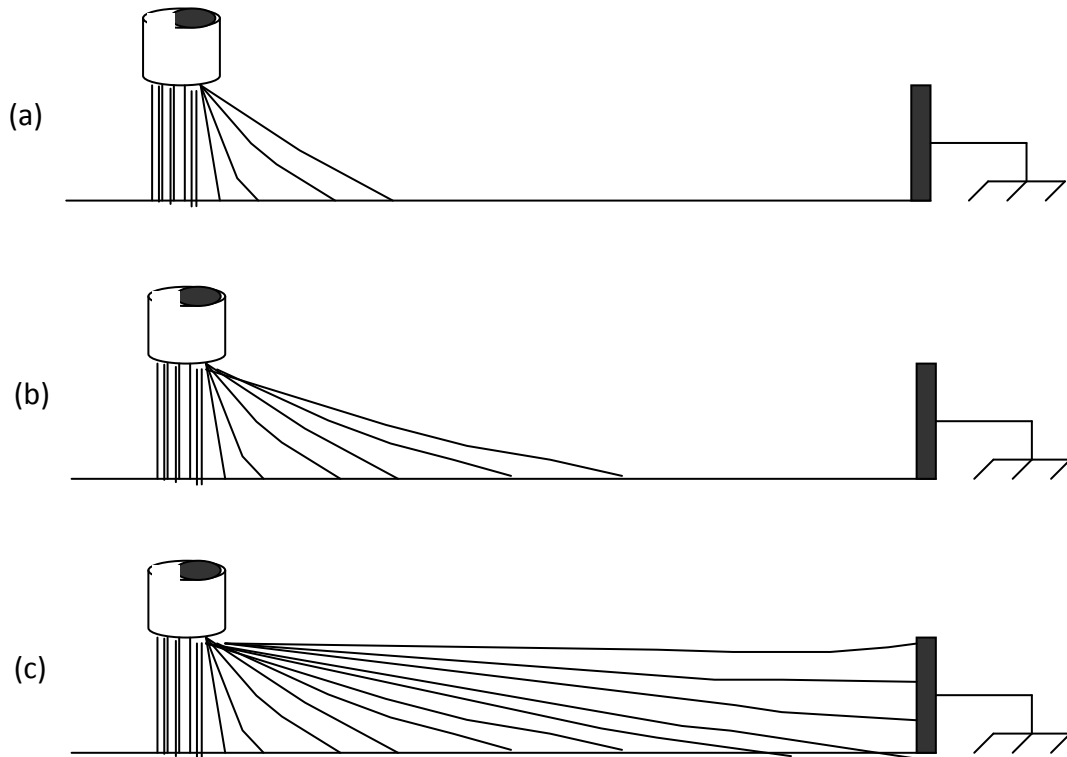


Figure I.12. Allure des lignes de champ électrique de la décharge suivant la valeur de r :
a) Valeur faible de r ; b) Valeur moyenne de r ; c) Valeur élevée de r

Les expériences qui ont permis de mettre à jour ces hypothèses, ont été intégralement réalisées en polarité positive. Dans le cas de la polarité négative la principale différence réside dans le fait que la décharge elle même devient la source d'électrons secondaire, alors qu'en polarité positive c'est la surface de la couche de pollution qui joue ce rôle.

Cette différence est certainement à l'origine des valeurs critiques différentes pour les deux polarités comme le montre plusieurs études [3, 10, 11].

Les résultats montrent que la décharge secondaire jouant le rôle de la cathode en polarité négative est la base de la différence existant entre les deux polarités.

I.5. Critères de propagation de la décharge

Les principaux critères de propagation rencontrés dans la littérature, ont été établis sur la base de conditions faisant intervenir soit le champ électrique, soit le courant, soit la puissance, soit l'énergie fournie par la source ou encore les impédances.

I.5.1. Critère de Hampton

Partant de résultats expérimentaux, Hampton [6] a déterminé les conditions critiques de propagation de l'arc, en remplaçant la couche de pollution en série avec l'arc par une colonne d'eau uniforme présentant une résistance linéique constante. Il a pu établir que la condition pour que le contournement se produise, est que le champ E_p . Dans la colonne d'eau dépasse le champ E_{arc} à l'intérieur de l'arc :

$$E_{arc} < E_p \quad (I-30)$$

I.5.2. Critère de Hesketh

En supposant que l'arc en série avec la couche de pollution mouillée change de façon à rendre maximale le courant I qu'il tire de la source d'alimentation, Hesketh a établi un critère de propagation de l'arc, exprimé par la relation :

$$\frac{dI}{dx} > 0 \quad (I-31)$$

Cette relation montre, par conséquent, que la propagation de la décharge est possible, si cette dernière provoque l'augmentation du courant circulant sur la surface isolante.

I.5.3. Critère de Wilkins

Wilkins [23] a généralisé la condition énoncée par Hesketh et a établi un critère de propagation utilisant la puissance ; en considérant qu'un système placé dans une configuration lui permettant de dissiper le maximum d'énergie, l'allongement de la décharge est assuré par l'augmentation de la puissance P fournie par la source :

$$\frac{dP}{dx} > 0 \quad (I-32)$$

Lorsque la tension appliquée au système est constante, le critère de Wilkins se réduit à la condition établie par Hesketh .

I.6. Commentaire et discussion

Ce chapitre représente une synthèse des travaux précédents concernant le phénomène de contournement appliqués au modèle d'OBENSAUS d'une part, et au modèle bi contournable d'autre part.

Les travaux appliqués au modèle d'OBENSAUS décrivent les conditions critiques et les critères de contournement.

L'étude de HAMPTON a conduit à partir des considérations expérimentales à préciser les valeurs critiques de champ électrique dans la décharge et électrolyte à partir desquelles le contournement a lieu.

WILKINS est arrivé aux mêmes résultats mais à partir d'une base théorique différente, ainsi il a traduit son critère en termes d'évolution de l'énergie.

Tandis que les travaux appliqués au modèle bi contournable. FLAZI montre que le contournement a lieu si les conditions critiques d'élongation sont satisfaites au point le plus contraignant du trajet.

Ainsi le critère d'élongation est rempli si et seulement si certaines conditions critiques de champ électrique au voisinage de la décharge sont remplies.

L'étude d'élongation de la décharge a fait l'objet de nombreuses hypothèses.

Toutes les hypothèses sur les mécanismes physiques de la décharge qui sont la base de toutes les recherches effectuées sur le contournement, sont basées sur l'hypothèse fondamentale, à savoir que la décharge se propage le long de l'électrolyte en gardant la forme tubulaire et injectant son courant à travers le pied.

Contrairement à ces hypothèses FLAZI donne une nouvelle dynamique de la décharge qui consiste en une ionisation à l'intérieur et à l'extérieur de celle-ci avec un pied élargi.

Ce qui est commun à ces hypothèses, c'est la rupture diélectrique de l'espace d'air entre la décharge électrique et l'électrolyte.

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons cité les principaux modèles, en régime dynamique et statique, pour l'étude du phénomène de contournement. Ces modèles présentent une approche électrique et se basent tous sur un critère d'extension.

Les modèles statiques traitent le phénomène de contournement sous un aspect global en lui associant un critère d'extension. Les résultats des mesures réalisées en utilisant ces modèles de laboratoires ont permis, à partir d'équation analytique, d'identifier les facteurs qui influencent la tension critique.

Dans le chapitre suivant les principes de base d'une nouvelle méthode de modélisation qui est la méthodologie des plans d'expérience sera exposée.

CHAPITRE II

METHODE DES PLANS D'EXPERIENCES

CHAPITRE II

Méthode des plans d'expériences

II.1. Introduction

La Méthodologie des Plans d'Expériences, est un ensemble de techniques complémentaires à bases de données statistiques et algébriques, sert à optimiser l'organisation des essais. Cette organisation permet d'obtenir le maximum de renseignements avec le minimum d'expérience. Elle permet également d'obtenir la meilleure précision possible sur la modélisation des résultats.

La méthodologie des plans d'expériences nous permet, selon le système à étudier et suivant les objectifs assignés, soit d'utiliser la technique de screening et se limiter à une étude quantitative, soit de faire appel à la méthodologie des surfaces de réponses, pour une étude complémentaire qualitative d'optimisation.

La première partie du chapitre sera consacré au développement théorique des deux techniques complémentaires. Seront ensuite abordés les principaux plans d'expériences, tels que les plans factoriels complets (PFC) et les plans composites centrés.

La dernière partie concernera l'analyse statistique des résultats ou ANOVA « analyse de la variance ».

II.2. Concepts généraux

Cette technique de l'organisation des essais est récente et date du début du vingtième siècle, avec les travaux de « R.A. Fisher » [64,45] En effet c'est lui, qui pour la première fois en 1925, proposa une méthode avec laquelle on étudiait plusieurs facteurs à la fois. Cette méthode fut reprise, puis développée par des statisticiens et des mathématiciens qui définirent

des tables d'expériences permettant de réduire considérablement le nombre d'expériences à effectuer sans diminuer la pertinence de la campagne d'essais.

II.2.1. Représentation par un modèle [54, 41, 56, 57]

Un phénomène physique peut toujours être mis sous la forme mathématique suivante :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad (\text{II-1})$$

La méthode des plans d'expériences permet ce type de formulation, en établissant *un modèle* de forme souvent polynomiale du phénomène étudié. Elle vise à déterminer, établir et comprendre les liens existants entre les deux types de variables de la fonction (II.1) :

La variable « y » ou la réponse : c'est la grandeur physique étudiée ou grandeur d'intérêt ; les variables $(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ ou les facteurs : grandeurs physiques modifiables par l'expérimentateur et sensées influencer sur la réponse ; elles peuvent être discrètes ou continues.

Les interactions : les liens et les influences mutuelles existants entre les facteurs.

Pour appréhender ces variations et ces interactions, il faut mener une série d'expériences suivant un canevas bien déterminé. Il faut entre autre, échelonner les essais et arrêter pour chacun d'eux, une combinaison des valeurs du niveau des facteurs ; c'est la notion de plan d'expériences (*PE*) ; correspondant à une série de N expériences, toutes déterminées a priori, obligatoirement réalisables et indépendantes entre elles.

La réalisation d'un plan revient à déterminer la valeur de la fonction réponse pour ces N configurations et d'en déduire une relation de modélisation. Parmi les autres exigences de la méthode, qui seront développés plus loin, on peut citer :

- La définition de nouvelles coordonnées dites coordonnées centrées réduites ;
- La définition du domaine expérimental ou domaine d'étude, en fixant ses bornes ;
- La distinction entre les facteurs continus et les facteurs discrets.

II.2.2. Méthode de conduite d'un plan d'expériences

La conduite d'un plan d'expériences doit s'inscrire dans une méthode logique et rigoureuse. C'est de sa mise en œuvre, dont la responsabilité est du ressort de l'expérimentateur, que dépendra la réussite dans les résultats. Plusieurs étapes, logiquement ordonnées, interviennent dans la réalisation d'un plan d'expériences « *Goupy* » [41].

➤ La première étape est celle de la réflexion : Elle permet de définir le système que l'on se propose d'étudier, puis de poser les questions pour lesquelles on désire obtenir des

réponses. Il est prudent de faire appel à la théorie, de réaliser une bibliographie, et d'interroger les experts afin de vérifier que les solutions recherchées n'existent pas déjà.

➤ La seconde étape, est celle la préparation de l'expérimentation : Il convient alors de préciser les réponses envisagées, de recenser les facteurs susceptibles d'influer sur le processus à étudier et de définir les domaines d'étude pour chacun d'eux, de prévoir les erreurs systématiques et les contraintes expérimentales possibles en vue de s'en affranchir.

➤ La troisième est celle de l'analyse et de l'interprétation des résultats : Elle consiste à faire une évaluation préliminaire des résultats des essais. Aussi avant d'entreprendre les calculs, il faut s'assurer qu'il n'y a pas de résultats aberrants ou faux, que les niveaux ont été respectés au cours des essais et que le modèle mathématique retenu a priori représente bien les résultats d'expériences. La qualité des résultats assurée, on peut procéder aux calculs et à l'interprétation des résultats.

➤ La dernière intéresse l'acquisition progressive des connaissances

➤ Les conclusions arrêtées à l'étape précédente permettront d'orienter les nouvelles investigations, pour répondre aux questions non encore résolues ou nouvellement posées. On entreprend alors les essais supplémentaires nécessaires, en s'assurant de corriger ou modifier s'il y a lieu, les hypothèses retenues lors de la première série d'expériences. Ces modifications peuvent porter par exemple, sur la restriction ou l'extension du domaine expérimental, sur le choix d'un modèle mathématique du second ordre parce que celui du premier ordre est jugé non représentatif, etc.

II.2.3. Principales utilisations de la méthode des plans d'expériences

La méthodologie des plans d'expériences nous permet, selon le système à étudier et suivant les objectifs assignés, soit d'utiliser *la technique de screening* et se limiter à une étude quantitative, soit de faire appel à *la méthodologie des surfaces de réponses*, pour une étude complémentaire qualitative d'optimisation. [48]

➤ La technique du screening : Parmi les facteurs recensés par l'expérimentateur, cet outil permet de déterminer ceux qui ont une influence statistiquement non négligeable sur les variations de la réponse. On procède ainsi implicitement à une simplification du problème. On recherche *pourquoi* et en fonction de quels facteurs, la réponse varie.

➤ La méthodologie des surfaces de réponses : Les variations de la réponse sont calculées en fonction des facteurs précédemment jugés influents. Cette étude est davantage quantitative, le but étant de déterminer *comment* la réponse varie.

II.3. Etude des effets de facteurs (technique de screening)

L'objectif de cette technique du *screening*, c'est l'estimation et la comparaison des effets des facteurs étudiés, pour n'en retenir que les facteurs jugés influents (déterminants). Il s'agit en fait de l'analyse de la variance.

Les plans d'expériences peuvent être classés en catégories. Ces catégories correspondent aux usages les plus fréquents des plans d'expériences. On peut parler de trois types de plans : les Plans de criblage, les Plans de modélisation, et les Plans de mélanges. Les deux premières catégories de plans couvrent les facteurs indépendants, la troisième catégorie est réservée aux facteurs dépendants.

II.3.1. Plans factoriels complets

Pour tester l'influence d'une variable sur une autre, deux expériences suffisent. En effet la méthodologie expérimentale classique consiste à faire varier la première (le facteur) avec le maximum d'amplitude, de sa borne inférieure à sa borne supérieure et à mesurer ensuite les deux valeurs correspondantes de la deuxième (la réponse). Lorsque plusieurs facteurs interviennent, l'application du principe statistique d'orthogonalité conduit à répéter l'opération pour chacune des variables, quand les autres sont fixées successivement à leurs 2 valeurs possibles. Pour k facteurs, cela représente 2^k expériences à réaliser. Ce processus d'expérimentation correspond au plan factoriel complet (PFC) et il est noté 2^k . Simple et facile à mettre en œuvre, il devient dissuasif pour un nombre k élevé de facteurs. Dans un plan factoriel complet, la totalité des expériences doit être réalisée, comme dans la méthodologie classique. Ainsi les essais devront être répartis de façon optimale dans le domaine expérimental [41].

II.3.1.1. Plan factoriel complet à 2 facteurs et 2 niveaux

➤ Nombre d'expériences et Domaine expérimental : Pour un plan factoriel complet à 2 facteurs et 2 niveaux, noté 2^2 , le nombre N des essais à effectuer est égal à quatre. Il est montré, que la meilleure stratégie consiste à choisir les points de mesures aux extrémités du domaine expérimental. En effet comme on ne désire effectuer, que deux essais par facteur, on adopte *a priori* une loi du premier degré par rapport à chaque variable. Cette loi, pour les plans factoriels complets comportant deux facteurs, est la suivante :

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 \quad (\text{II-2})$$

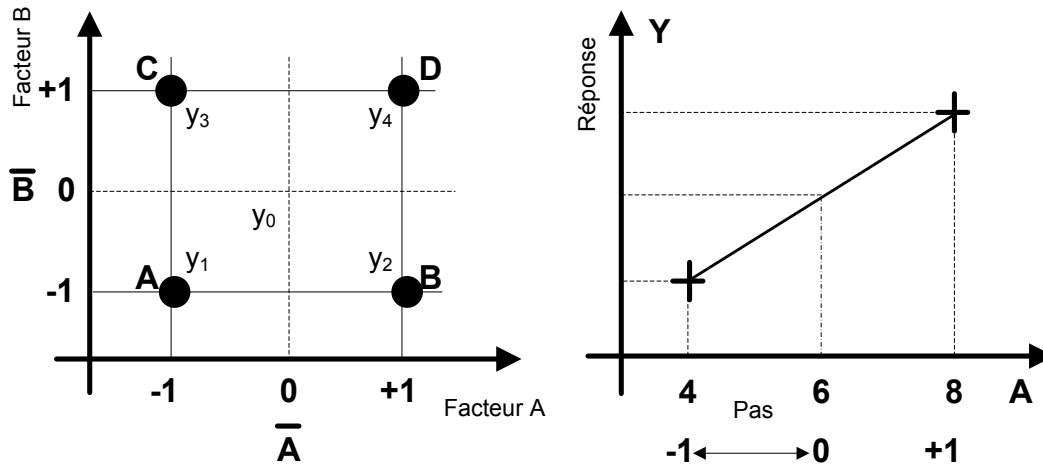


Figure II.1. Domaine expérimental d'étude et notation de Y_a pour le facteur

La figure II.1 illustre les expériences à réaliser, notées A, B, C et D et le domaine expérimental d'étude. Pour un nombre de facteurs supérieur à trois, cette représentation géométrique simple, n'est plus utilisée ; on recourt à une représentation matricielle.

➤ Coordonnées réduites de « Yates » : La construction de la matrice d'expériences, fait appel à de nouvelles variables appelées « les variables centrées réduites ». Cette notation introduite par « Yates », est basée sur un changement de l'unité de mesure et sur l'origine des mesures. Les niveaux sont représentés par les signes + et - symbolisant la valeur haute et basse d'un facteur (Tableau II.1)

Cette nouvelle notation, simplifie la représentation des combinaisons de niveaux, rend le calcul des effets et des interactions aisé et permet de comparer les effets des variables de grandeurs totalement différentes. La relation qui permet le passage des variables ordinaires à celles centrées réduites est donnée par :

$$a = \frac{A - \bar{A}}{pas} \tag{II-3}$$

Où : a est la variable centrée réduite ;

A , la variable ordinaire ou courante ;

\bar{A} , la valeur moyenne des variables courantes ;

Pas , la variation entre la position moyenne de la variable et une extrémité du domaine.

➤ Matrice d'expériences : Pour montrer la correspondance entre les deux représentations, géométrique et matricielle, nous allons expliquer la construction de la matrice d'expériences du plan 2^2 associée à la figure II.3.

La matrice d'expériences est constituée de deux sous-tableaux : le premier définit les essais à réaliser et le second le domaine d'étude (Tableau II-1). Le premier sous tableau comprend trois colonnes ; la première identifie les essais : ici par exemple : 1, 2, 3 et 4 ; la seconde et la troisième indiquent les coordonnées des points représentatifs des expériences prévues. Le deuxième sous tableau indique, en unités courantes, les valeurs des niveaux haut et bas de chacun des facteurs. Il faut savoir passer de l'une à l'autre pour bien interpréter les résultats des plans d'expériences.

Tableau II.1. Matrice d'expériences

Essais à réaliser		
N° Essai	Facteur 1	Facteur 2
1 (A)	-1	-1
2 (B)	+1	-1
3 (C)	-1	+1
4 (D)	+1	+1
Domaine d'étude		
Niveau -	2 cm	0.30 cm
Niveau +	4 cm	0.60 cm

➤ Effet global et effet moyen d'un facteur : cas d'un seul facteur : Supposons qu'il n'y ait qu'un seul facteur x_1 à deux niveaux. Notons y_1 la réponse ou le résultat de l'essai, lorsque x_1 est au niveau -1 et y_2 la réponse lorsque x_1 est au niveau +1. La matrice d'expériences et des réponses est celle du tableau (II.2).

Tableau II.2. Matrice d'expériences et des réponses, 1 facteur à 2 niveaux

N° & ordre de l'essai	Essais	Facteur 1 largeur a	Réponse $y_{rép}$
1	A	-1	y_1
2	B	+1	y_2
Niveau Bas	-1	2 cm	Domaine d'étude
Niveau haut	+1	4 cm	

On appelle *effet global* du facteur x_1 , la variation $y_1 - y_2$ de la réponse quand le facteur passe du niveau -1 au niveau +1.

On appelle *effet moyen* du facteur x_1 , la demi-variation de la réponse a_1 , quand le facteur x_1

passe du niveau -1 au niveau +1, telle que :

$$a_1 = (y_1 - y_2)/2 \quad (\text{II-4})$$

Ainsi, l'effet moyen est défini comme étant la moitié de l'effet global.

La réponse théorique au *centre* du domaine d'expérience, représentant la moyenne des réponses est donnée par :

$$a_0 = (y_1 + y_2)/2 \quad (\text{II-5})$$

Remarque : bien que les deux points expérimentaux soient reliés par un segment de droite, il n'y a pas pour le moment d'hypothèse de "linéarité" faite.

➤ *Cas de deux facteurs x_1 & x_2* : L'effet moyen de x_1 est toujours la demi-variation de la réponse lorsque x_1 passe du niveau -1 au niveau +1. Or, pour chacun des niveaux de x_1 , il y a 2 expériences (une pour chacun des niveaux de x_2). Nous devons alors envisager des réponses moyennes.

Pour x_1 au niveau -1, nous avons la réponse moyenne :

$$a_{11} = (y_1 + y_3)/2 \quad (\text{II-6})$$

Pour x_1 au niveau +1, nous avons la réponse moyenne :

$$a_{12} = (y_2 + y_4)/2 \quad (\text{II-7})$$

L'effet global a_1 de x_1 donne :

$$a_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{(y_2 + y_4)}{2} - \frac{(y_1 + y_3)}{2} \right] = \frac{(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4)}{4} \quad (\text{II-8})$$

L'effet moyen a_2 de x_2 se calcule de la même manière.

$$a_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{(y_3 + y_4)}{2} - \frac{(y_1 + y_2)}{2} \right] = \frac{(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4)}{4} \quad (\text{II-9})$$

La réponse théorique α_0 calculée, au centre de son domaine de variation (pour $\mathbf{x}_1 = \mathbf{0}$) est égale à la moyenne des réponses observées respectivement aux niveaux -1 et +1.

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{(y_3 + y_4)}{2} + \frac{(y_1 + y_2)}{2} \right] = \frac{(+y_1 + y_2 + y_3 + y_4)}{4} \quad (\text{II-10})$$

Remarque : Nous aurions obtenu le même résultat en raisonnant à partir de \mathbf{x}_2 .

II.3.1.2. Plan factoriel complet à 3 facteurs et 2 niveaux

➤ Domaine expérimental et Matrice d'expérience : L'étude de l'influence simultanée de ces trois facteurs, nécessite l'utilisation d'un plan factoriel complet à trois facteurs. Ce dernier comportera une colonne supplémentaire pour la résistance. La combinaison de trois facteurs au lieu de deux va porter le nombre des essais à $N = 2^3 = 8$.

Tableau II.3. Domaine expérimental du PFC 2^3

Domaine d'étude			
Niveau	Fact. 1	Fact. 2	Fact. 3
Bas (-1)	2cm	0.30 cm	2.5 kΩ/cm
haut (+1)	4cm	0.60 cm	5 kΩ/cm

Tableau II.4. Matrice d'expériences et de réponses d'un PFC 2^3

N° & ordre de l'essai	Essais	Facteur 1 largeur a	Facteur 2 profonde P	Facteur 3 résistance r	Critère de Réponse
1	A	-1	-1	-1	y_1
2	B	1	-1	-1	y_2
3	C	-1	1	-1	y_3
4	D	1	1	-1	y_4
5	E	-1	-1	1	y_5
6	F	1	-1	1	y_6
7	G	-1	1	1	y_7
8	H	1	1	1	y_8

Tableau II.5. Matrice de calcul des effets pour un PFC 2³

N° Essai	A	B	C	A B	A C	B C	AB C	MO Y	Rép.
1	-	-	-	+	+	+	-	+	y ₁
2	+	-	-	-	-	+	+	+	y ₂
3	-	+	-	-	+	-	+	+	y ₃
4	+	+	-	+	-	-	-	+	y ₄
5	-	-	+	+	-	-	+	+	y ₅
6	+	-	+	-	+	-	-	+	y ₆
7	-	+	+	-	-	+	-	+	y ₇
8	+	+	+	+	+	+	+	+	y ₈
Effets	E A	E B	E C	I_A B	I_A C	I_B C	I_{AB} C	E_M	Div.= 8

L'application de la règle énoncée plus haut nous donne pour la valeur d'effet E_A :

$$E_A = \frac{1}{8}(-Y_1 + Y_2 - Y_3 + Y_4 - Y_5 + Y_6 - Y_7 + Y_8) \quad (\text{II-11})$$

Le calcul de la valeur I de la moyenne des effets et encore plus simple puisqu'il s'agit d'additionner les valeurs des effets et de diviser par le nombre d'essais :

$$E_M = \frac{1}{8}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8) \quad (\text{II-12})$$

Celle de l'effet d'interaction entre les facteurs A, B est égale à :

$$I_{AB} = \frac{1}{8}(+Y_1 - Y_2 - Y_3 + Y_4 + Y_5 - Y_6 - Y_7 + Y_8) \quad (\text{II-13})$$

Les effets des autres facteurs et interactions sont calculés de la même manière ; L'ensemble de ces résultats est rangé dans la dernière ligne de la matrice de calcul. L'effet de chaque facteur a été calculé par rapport à la moyenne, qui correspond au centre du domaine d'étude.

A ce stade d'avancement on peut aborder la phase d'interprétation. On effectue d'abord une analyse préliminaire des résultats de mesures, en appréciant les ordres de grandeurs. On calcule la moyenne, les effets et les interactions et on note les résultats au bas de chaque colonne.

➤ Modélisation de la réponse : *Un avantage primordial de la méthode des plans d'expériences est qu'un modèle mathématique apparaît spontanément à partir des effets et des interactions.*

La modélisation pratique s'obtient en remplaçant les valeurs littérales de la formule (II.14) par les effets calculés. La réponse \hat{Y} , estimée par le modèle est donnée par :

$$\hat{Y} = I + E_A + E_B + E_C + I_{AB} + I_{AC} + I_{BC} + I_{ABC} \quad (\text{II-14})$$

Lorsque le modèle est complet (cas de notre exemple), il y a correspondance entre les valeurs des réponses estimées (\hat{Y}) et celles des réponses relevées (Y). L'expression (II.14) peut alors se mettre sous la forme plus explicite suivante :

$$\hat{Y} = I + a \cdot E_A + b \cdot E_B + c \cdot E_C + a \cdot b \cdot I_{AB} + a \cdot c \cdot I_{AC} + b \cdot c \cdot I_{BC} + a \cdot b \cdot c \cdot I_{ABC} \quad (\text{II-15})$$

Où a, b et c représentent la valeur du niveau de chaque facteur, en grandeur centrée réduite comprise entre -1 et +1. Le calcul de la réponse estimée par le modèle se fait alors, par addition ou soustraction des effets et des interactions.

L'ordre des interactions est fonction du nombre de facteurs en jeu ; il est égal à 2 pour (AB, AC, BC) et à 3 pour (ABC). Celles d'ordre 3 sont en général très faibles et souvent négligées dans le modèle mathématique.

II.3.1.3. Plan factoriel complet 2^k , à k facteurs et 2 niveaux

Il s'agit de plans pour lesquels on étudie k facteurs prenant chacun deux niveaux. Le modèle mathématique adopté a priori est un polynôme prenant en compte la moyenne, les effets de chaque facteur et toutes les interactions entre les facteurs pris deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, ..., k à k.

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + a_{ij\dots k} x_i x_j \dots x_k \quad (\text{II-16})$$

Un plan 2^k comporte 2^k points expérimentaux qui se situent aux 2^k sommets d'un hypercube à k dimensions. Le modèle mathématique contient 2 coefficients qui sont les inconnues. L'ensemble des résultats d'un plan 2^k conduit donc à un système de 2^k équations à 2^k inconnues, si l'on ne tient pas compte des erreurs expérimentales. Ce système peut se mettre sous forme matricielle :

$$[Y] = [X][a] \quad (\text{II-17})$$

Avec : $[a]$, vecteur ayant pour composantes la moyenne, les effets des facteurs et toutes les interactions, et représenté par une matrice colonne ($2^k, 1$); ces composantes sont les inconnues que l'on cherche à déterminer ;

$[Y]$, vecteur ayant pour composantes les réponses de chaque essai, et représenté par une matrice colonne $(2^k, 1)$;

$[X]$, matrice carrée $(2^k, 2^k)$ composée de - 1 et + 1 suivant les valeurs des niveaux x_i .

Si nous reprenons le système du plan 2^2 , du paragraphe 2.2, la relation (3.13) prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II-18})$$

La matrice X comporte une colonne de + 1 et trois colonnes ayant chacune autant de signes positifs que de signes négatifs. Si l'on multiplie signe à signe deux quelconques de ces quatre colonnes et que l'on additionne les produits, on obtient zéro. On dit que la matrice est orthogonale. Cette propriété est très importante car, dans ce cas, l'inverse de X est égale à la transposée de X divisée par le nombre de lignes n . En effet, d'après Hadamard, on a pour ce type de matrice, la relation suivante :

$$X^t X = nI \quad (\text{II-19})$$

Avec n égal à 2 ou multiple de 4 et I représentant la matrice unité.

L'opération compliquée de l'inversion d'une matrice se réduit alors à la transposition de X, soit un simple échange de lignes et de colonnes. Le calcul de l'inconnue a s'effectue à partir de la relation (3.9), en tenant compte de la relation (3.10) :

$$\left. \begin{array}{l} X^t Y = X^t X a \\ X^t Y = nI a \\ a = \frac{I}{n} X^t Y \end{array} \right\} \quad (\text{II-20})$$

Cette relation est valable pour tous les plans factoriels complets. Chaque élément de \mathbf{a} est donc de la forme :

$$\mathbf{a}_i = \pm \frac{1}{n} [\pm y_1 \pm y_2 \pm y_3 \pm \dots \pm y_n] \quad (\text{II-21})$$

Une formulation généralisée du calcul des effets et des interactions peut être obtenue par les relations suivantes :

L'effet de la variable A, prise au niveau i est

$$E_{Ai} = (\text{Moy. des réponses pour } A = i) - (\text{Moy. générale}) \quad (\text{II-22})$$

Interaction de la variable A au niveau i et de B au niveau j

$$E_{AiBj} = (\text{Moy. des réponses pour } A = i \text{ et } B = j) - (E_{Ai} + E_{Bj}) - (\text{Moy. générale}) \quad (\text{II-23})$$

II.3.1.4. Plan factoriel fractionnaires

Les Plans factoriels fractionnaires, apportent une solution au problème de la quantité excessive d'essais à réaliser, rencontré avec les plans factoriels complet, lorsque le nombre de facteurs à étudier augmente. [41]

En effet ils permettent de diminuer considérablement le nombre d'expériences nécessaires à la construction d'un modèle. Cette diminution est obtenue à l'aide d'une organisation adéquate des essais dans le plan expérimental. Néanmoins il faut accepter une certaine indétermination sur l'effet des facteurs, et en tenir compte lors de l'interprétation des résultats.

Le principe consiste à considérer un plan factoriel complet d'ordre inférieur au nombre de facteurs à étudier, et d'utiliser les résultats obtenus pour les interactions afin d'étudier des facteurs supplémentaires.

De tels plans factoriels fractionnaires à deux niveaux seront notés 2^{k-p} où p représente la différence entre le nombre k de facteurs étudiés et le nombre de facteurs du plan complet utilisé.

Les plans fractionnaires n'ont pas été utilisés dans nos travaux, aussi nous nous contentons de cette brève description de leur fonctionnalité.

II.4. Méthodologie des surfaces de réponses

II.4.1. Validation du modèle du premier degré

Nous avons considéré jusqu'ici des facteurs continus ou discrets mais ne prenant que deux niveaux. Dans ce paragraphe, nous allons étudier les facteurs continus prenant plus de deux niveaux. Le modèle mathématique adopté dans les paragraphes précédents était du premier degré par rapport à chacune des variables.

Si ce modèle du premier degré est valide, il est rarement nécessaire de poursuivre l'expérimentation. Par contre, s'il n'est pas valide, il faut passer à un modèle de degré plus élevé. Nous nous limitons ici au modèle du second degré qui se révèle suffisant dans la plupart des cas.

Le modèle du premier degré permet de calculer la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude. Il est facile de comparer cette valeur calculée à la mesure réelle effectuée en ce point. Si ces deux valeurs diffèrent peu, on peut considérer le modèle du premier degré comme valide.

Dans le cas contraire (différence importante), il faut adopter un modèle du second degré. On réalise alors des expériences supplémentaires pour déterminer les coefficients du nouveau modèle.

Au lieu d'effectuer une seule mesure au centre du domaine, on peut en faire plusieurs. Cela permet d'obtenir une estimation de l'erreur expérimentale. On remarquera que des mesures au point central introduisent un niveau supplémentaire d'étude des facteurs. Il y a maintenant trois niveaux par facteur : - 1, 0 et + 1.

II.4.2. Méthodologie des surfaces de réponses

La *Méthodologie des surfaces de réponses (RSM : Response Surface Methodology)* constitue le second volet de la méthode des plans d'expériences. Cette technique vise à déterminer d'une façon quantitative les variations de la fonction réponse vis-à-vis des facteurs d'influence significative [41].

Elle vient ainsi s'appliquer à la suite de l'étude de *screening*, puisque logiquement, elle n'est censée utiliser que les facteurs précédemment jugés influents. L'objet « surface de réponse » devient alors un support de connaissances, à partir duquel une étude plus complète de la fonction réponse peut être menée [43, 44, 58].

Les modélisations de la fonction réponse peuvent servir de base à la recherche de conditions optimales. C'est le concept de l'*optimisation indirecte*.

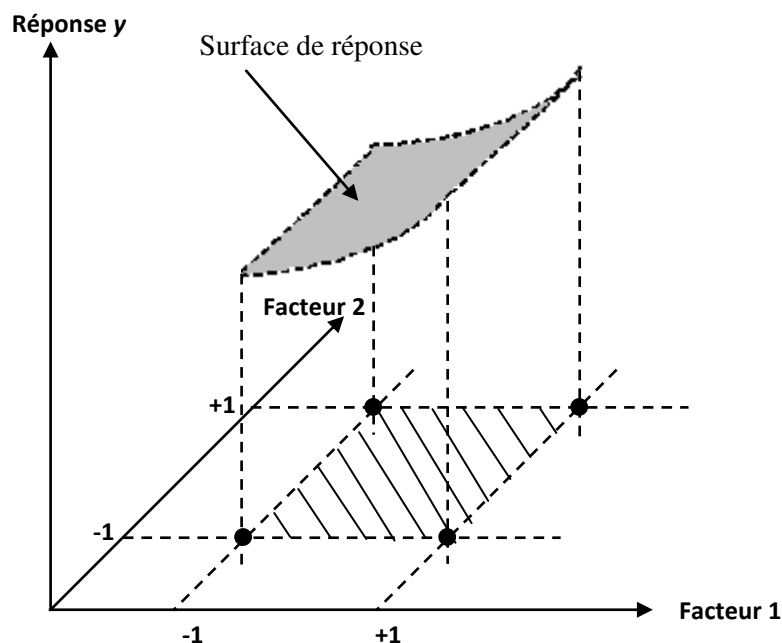


Figure II.2. Surface de réponse d'un modèle à deux facteurs.

Comme c'est illustré sur la figure II.2, une surface de réponse peut être définie par une représentation géométrique, qui fait correspondre un ensemble de réponses à celui des points expérimentaux du domaine d'étude. Par exemple un plan d'étude à deux facteurs, nécessite un espace à trois dimensions, une affectée à la réponse et les deux autres aux facteurs.

II.4.3 Modèle du second degré

Le modèle mathématique est analogue à celui du premier degré, décrit par la relation (II.10) à laquelle on ajoute un terme carré :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + a_{ij\dots k} x_i x_j \dots x_k + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{II-24})$$

Dans le cas d'un plan à deux facteurs, Il y a 6 inconnues à déterminer et la formule est la suivante :

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 \quad (\text{II-25})$$

Le plan d'expériences fournit un certain nombre de valeurs de la réponse y . L'interprétation du plan consiste donc à trouver les coefficients et, par suite, à résoudre un système de n équations (s'il y a n réponses) et p inconnues (s'il y a p coefficients). Il est commode d'écrire ce système sous forme matricielle en tenant compte des erreurs expérimentales :

$$Y = X a + \epsilon \quad (\text{II-26})$$

Telles que les matrices aient respectivement pour lignes et colonnes :

$$(n, 1) \text{ pour } Y, \quad (n, p) \text{ pour } X \text{ et } (p, 1) \text{ pour } (a + \epsilon)$$

La résolution de ce système est généralement conduite selon la méthode des moindres carrés. La solution notée \hat{a} , dont le calcul est plus difficile que pour les plans factoriels 2^k , nécessitant l'emploi de logiciels appropriés, est donnée par la relation suivante :

$$\hat{a} = (X^t X)^{-1} X^t y \quad (\text{II-27})$$

II.4.4. Plans composites [43, 53, 52, 57].

Il existe plusieurs types de plans permettant l'étude des surfaces de réponses et la modélisation polynomiale du second degré. La présente section présente le plan d'expériences utilisé au cours de nos travaux (chapitre III et IV) pour mettre en œuvre la méthodologie des surfaces de réponse.

Le plan utilisé est un plan composite centré permettant de modéliser l'évolution d'un critère au moyen d'une forme quadratique analytique prenant en considérations 3 paramètres. Un plan composite est constitué de trois parties :

- Un plan factoriel à deux niveaux par facteur analogue à ceux déjà décrits ;
- Au moins, un point expérimental situé au centre du domaine expérimental ;
- Des points expérimentaux situés sur les axes de chacun des facteurs.

La représentation d'un plan composite à trois facteurs est donnée sur la figure II.3. Les points A, B, C, D, E, F, G, H sont les points d'un plan factoriel 2^3 . Le point M est le point central ; il peut être répliqué une ou plusieurs fois. Les points a, b, c, d, e, f sont les points axiaux. Ces six derniers points forment ce que l'on appelle le plan en étoile.

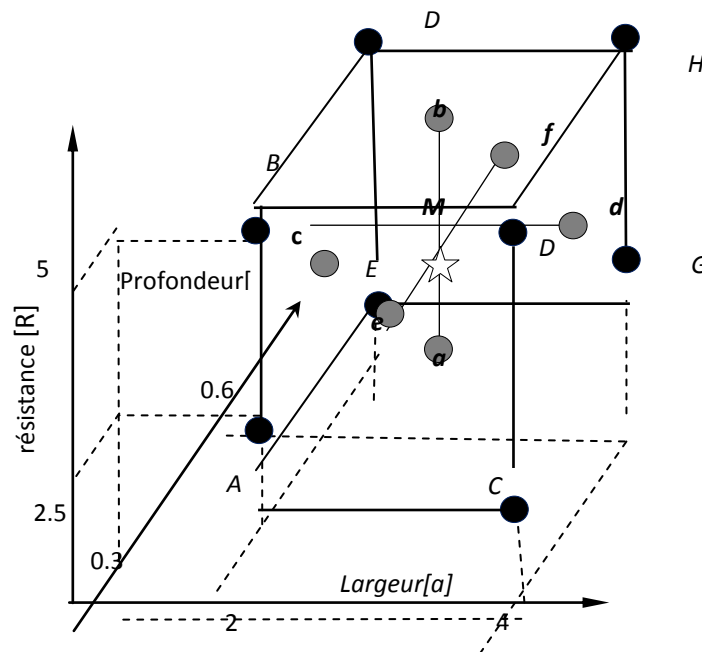


Figure II.3. Domaine expérimental d'un plan composite à 3 facteurs

Dans cet exemple, avec 3 répliques du point central, il y a lieu de réaliser 17 essais, pour déterminer 10 coefficients, en supposant négligée l'interaction d'ordre trois. Il faut donc résoudre un système de 17 équations à 10 inconnues. Le calcul est effectué à l'aide d'un logiciel approprié (dans notre cas MODDE 5).

L'intérêt des plans composites réside dans le fait qu'ils prennent facilement la suite d'un premier plan factoriel dont les résultats sont inexplicables par un modèle du premier degré. Il suffit d'effectuer les expériences correspondant aux points en étoile et de faire les calculs sur l'ensemble de toutes les expériences. Les plans composites sont parfaitement adaptés à l'acquisition progressive des résultats.

Le nombre de niveaux d'un plan composite est de cinq par facteur : le point central, les deux niveaux du plan factoriel et les deux niveaux des points en étoile. Les points en étoile sont sur les axes des facteurs et leurs coordonnées dépendent des contraintes expérimentales.

Dans le cas idéal où tous les emplacements sont possibles la disposition des points expérimentaux dépend alors du critère d'optimalité que l'on choisit. En général, on s'arrange pour que les erreurs sur les coefficients du modèle soient les plus petites et/ou les mieux réparties possible. Les principales solutions à ce type de problème sont données par les critères d'optimalité.

II.5. Analyse statistique des résultats et validation du modèle [40, 42, 43].

II.5.1. Définition et estimation des erreurs expérimentales

II.5.1.1. Erreurs aléatoires et erreurs systématiques

Parmi les difficultés rencontrées lors l'expérimentation, il y a celle de la non - répétitivité des résultats mesurés. Cette dispersion des mesures peut avoir diverses origines. On caractérise le plus souvent une série de mesures par deux chiffres : La moyenne et l'écart type. Ce dernier est un indice de la dispersion des mesures autour de la moyenne. Les erreurs ainsi constatées sont appelées les erreurs aléatoires.

Un autre type d'erreur peut entacher les résultats de mesures, mais plus de façon aléatoire ; c'est le cas de l'erreur systématique, qui introduit un écart constant, en plus ou en moins, sur l'ensemble de la série de mesures. L'erreur totale est la somme de ces deux types d'erreur :

$$\text{Erreur totale} = \text{Erreur aléatoire} + \text{Erreur systématique}$$

Lorsqu'on étudie une sortie, on s'aperçoit que la réponse dépend de nombreux facteurs ; certains sont contrôlables et d'autres non. En effet, pour réaliser une mesure, on agit sur les premiers, en les fixant à des niveaux bien précis, mais on n'a aucun moyen de contrôle sur les seconds. Ces facteurs « non contrôlés » influent également sur la mesure. Ils sont à l'origine d'erreurs, aléatoires ou systématiques, suivant les variations qu'ils subissent.

C'est contre les erreurs introduites par les variations systématiques, tel le phénomène de dérive de la réponse, qu'il faut se prémunir. Il existe des solutions adaptées à chacune de ces erreurs systématiques, parmi lesquelles nous citerons : la technique du blocking, les plans antidérive ou la randomisation.

La première précaution à prendre pour minimiser l'influence de la dérive de mesure sous la contrainte de conditions extérieures variables est d'organiser dans un ordre aléatoire la

réalisation des essais. En second lieu, Il faut quantifier l'erreur commise sur les résultats et fixer le taux d'erreur expérimental à retenir pour leur analyse ; ceci permettra alors de s'appuyer sur les outils statistiques pour exploiter les résultats des plans.

L'erreur expérimentale est par définition, égale à l'erreur totale. Toutefois du fait de la difficulté de détecter les erreurs systématiques, il arrive que l'on ne retienne que l'erreur aléatoire comme valeur de l'erreur expérimentale.

II.5.1.2. Calcul des erreurs aléatoires sur les effets

Considérons le cas d'un plan factoriel complet, à n facteurs et 2 niveaux, noté 2^n . Pour un facteur quelconque d'indice i , l'effet E_i ou l'interaction I_i (qu'on notera E pour simplifier), est donné par la relation :

$$E = 1/n * [\pm y_1 \pm y_2 \pm \dots \pm y_n] \quad (\text{II-28})$$

L'effet ainsi calculé, à partir de l'ensemble des réponses mesurées, est incontestablement entaché d'erreur. Il s'agit de savoir comment, les erreurs qui affectent chacune des réponses y_i du plan, se répercutent sur la précision de l'effet E calculé.

Nous savons de la théorie des statistiques, que la variance $V(E)$ sur E , est égale à la somme $V(y_i)$ des variances sur les réponses y_i , divisée par n^2 , soit :

$$V(E) = (1/n^2) * [V(y_1) + V(y_2) + \dots + V(y_n)] \quad (\text{II-29})$$

Si l'on suppose que la variance est la même pour toutes les réponses,

$$V(y_1) = V(y_2) = \dots = V(y_n) \quad (\text{II-30})$$

On obtient la relation simplifiée :

$$V(E) = 1/n^2 * [n * V(y)] \quad (\text{II-31})$$

$$V(E) = 1/n * V(y) \quad (\text{II-32})$$

L'écart type $\sigma(E)$ sur l'effet E , est obtenu à partir de l'écart type $\sigma(y)$ sur la réponse, par la relation :

$$\sigma(E) = \sqrt{V(E)} = \sqrt{\frac{1}{n} * V(y)} \quad (\text{II-33})$$

$$\sigma(E) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma(y) \quad (\text{II-34})$$

II.5.1.3 Comparaison erreur-effet

Après avoir déterminé, pour un facteur (ou une interaction), la valeur de l'effet et celle de l'erreur commise sur son calcul, il reste à faire un jugement sur sa qualité. Il s'agit de

déterminer, sur quels critères on peut se baser, pour dire d'un effet qu'il est significatif ou non. La méthode consiste à comparer l'erreur $\sigma(E)$ commise, à l'effet E lui-même. On distingue alors, trois cas possibles :

- L'effet est bien plus grand que l'erreur, il est alors *influent* et la conclusion est aisée :
 $E \gg \sigma(E) \Rightarrow L'effet \text{ est significatif}$
- L'effet est plus petit que l'erreur, il est alors sans influence et la conclusion est :
 $E \ll \sigma(E) \Rightarrow L'effet \text{ est non significatif}$.

Dans le dernier cas, l'effet et l'erreur sont du même ordre de grandeur ; il est alors difficile de conclure, puisque l'effet peut être *sans influence* ou *légèrement influent*.

$$E \approx \sigma(E)$$

Pour de pareils cas, il est nécessaire, avant de statuer, de faire jouer la complémentarité entre le bon sens, les connaissances du phénomène et les tests statistiques. De l'importance et/ou de la gravité des conséquences que peut engendrer la conclusion du test, dépendra la suite à donner à l'effet en question. On pourra alors, soit se suffire avec le résultat du test ou bien entreprendre d'autres essais et études statistiques pour mieux évaluer les risques.

II.5.1.4. Estimation de l'erreur expérimentale

Pour estimer l'erreur expérimentale, il faut effectuer plusieurs mesures en un même point tout en contrôlant les mêmes facteurs que ceux du plan. La meilleure solution est de choisir le point central du domaine d'étude à chaque fois que cela est possible. Dans ce cas, si l'on effectue n mesures, l'écart type est donné par la formule :

$$\sigma(y) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_i (y_i - \bar{y})^2} \quad (\text{II-35})$$

Avec \bar{y} , la moyenne de toutes les mesures effectuées en un même point expérimental, et qui est égale à :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{II-36})$$

II.5.2. Analyse de la variance

De la méthodologie des plans d'expériences nous savons maintenant, comment calculer les effets des paramètres et déterminer quelles sont les conditions *idéales* pour répondre au problème étudié. Néanmoins, à ce stade on ne peut pas être certains de nos résultats à 100 %.

En effet, est-ce qu'une deuxième série de mesures nous donnerait les mêmes conclusions ou avons-nous trouvé tout ceci sous l'influence du hasard.

Nous avons donc besoin d'un outil supplémentaire qui puisse nous dire dans quelle mesure on peut faire confiance à nos résultats. Cet outil est l'analyse de variance (ANAVAR) issue des théories statistiques.

L'ANAVAR ou ANOVA est un test statistique qui permet de jauger la confiance qu'on peut accorder aux paramètres influents ; souvent on examine un résultat avec une confiance à 95% près, soit 5% de risque de se tromper. Il nous informe également, pour le plan envisagé, sur le taux de contribution de chaque paramètre au phénomène et sur l'importance des résidus.

L'ANAVAR permet de dire si l'effet observé est significatif face à la dispersion (l'étalement) des résultats. Elle consiste à comparer la dispersion des résultats due aux paramètres à celle due aux répétitions. Cette dispersion (ou écart par rapport à la moyenne) s'exprime par une quantité mathématique appelée *variance*.

II.5.2.1. Réalisation du test de signification des effets du modèle

Les sources de variation des résultats non prises en compte dans le plan et qui interviennent lors des répétitions d'expériences sont regroupées sous le nom de résidus. Les résidus sont constitués par la somme des variations, des paramètres non pris en compte dans le plan, de la dispersion d'expérimentation et des erreurs usuelles de mesures. [41, 42, 49].

L'importance de l'erreur expérimentale est ainsi évaluée grâce au taux de contribution des résidus à la variance totale du plan. Un résidu trop élevé (10% de la variance totale) signifie qu'on a oublié de prendre en compte un paramètre influent ou encore que l'expérience été non soignée.

Les calculs statistiques qui permettent de savoir si les effets sont significatifs, de calculer les intervalles de confiance ou de valider la linéarité du modèle, font intervenir d'une part les résidus e_i , c'est-à-dire la différence entre la valeur expérimentale et la valeur prédite par le modèle et d'autre part, un estimateur sans biais de la variance commune des résidus. Cet estimateur est donné par :

$$S^2 = \frac{1}{(n-p)} \sum e_i^2 \quad (\text{II-37})$$

Avec :

$$e_i = (y_i - y_i^{est}) \quad (\text{II-38})$$

Où : n est le nombre d'expériences réalisées, p le nombre de coefficients du modèle et y_i^{est} la valeur de sortie estimée par le modèle. Dans ces conditions, on peut montrer que tous les effets ont la même variance donnée par :

$$S_i^2 = \frac{S^2}{n} \quad (\text{II-39})$$

Cela apporte une grande simplification au niveau des calculs.

Signalons néanmoins, qu'il faut assurer la condition d'inégalité entre n et p , autrement le calcul de S^2 serait impossible. A cet effet, en pratique, on a souvent tendance à négliger les interactions d'ordre élevé (3 ou plus).

En général c'est le contexte et la connaissance des lois régissant le phénomène étudié qui permettent de négliger certaines interactions et donc de pouvoir conduire des calculs statistiques.

Par ailleurs, dans le cas où l'on doit tenir compte de tous les effets, pour déterminer S^2 , on fait appel à la méthode efficace dite des « mesures au centre ». On procède alors à plusieurs mesures au centre du domaine, avec tous les facteurs réglés à 0, et on détermine S^2 à partir des résultats obtenus pour ces « points au centre ».

Le test utilisé est le test « t » de « Student ». Un effet serait dit significatif, c'est-à-dire que la variable ou l'interaction qui lui est associée a une influence sur la réponse, s'il est, pour un risque donné, significativement différent de zéro.

On testera donc, l'hypothèse $H_0 \ll a_i = 0 \gg$, contre l'hypothèse $H_1 \ll a_i \neq 0 \gg$, après avoir préalablement calculé et choisi :

Le nombre t_i défini par :

$$t_i = \frac{|a_i|}{s_i} \quad (\text{II-40})$$

Le nombre ν de degrés de liberté (*ddl*)

$$\nu = n - p \quad (\text{II-41})$$

Où, n est le nombre d'expériences réalisées et p le nombre d'effets (constante comprise) ;

Un facteur de risque α de première espèce, le plus souvent 1% où 5% ;

Ensuite, on utilise la table de « Student », relative au test bilatéral, pour lire la valeur de $t_{crit}(\alpha, \nu)$, en fonctions du taux de risque choisi et du nombre de degrés de liberté calculé.

Enfin, on applique la règle du test ci-énoncée :

Si $t_i > t_{crit}(\alpha, \nu)$, on rejette H_0 au risque accepté.

Si $t_i < t_{crit}(\alpha, \nu)$, on accepte H_0 au risque accepté.

Si l'hypothèse H_0 est acceptée, cela veut dire que l'effet en question n'est pas, au risque α significativement différent de zéro et donc que la variable qui lui est associée n'a pas d'influence sur la réponse.

II.5. 2. 2 Intervalle de confiance des effets du modèle

➤ Variance expérimentale connue : On suppose, compte tenu des nombreuses expériences faites antérieurement, qu'on connaît l'écart-type expérimental S . Dans ce cas, selon le facteur de risque α (1% ou 5%) choisi, l'intervalle de confiance d'un effet est donné par :

$$[a_i - \alpha \cdot S_i^2 ; a_i + \alpha \cdot S_i^2] \quad (\text{II-42})$$

Où S_i^2 est la variance commune des estimateurs des coefficients.

➤ Variance expérimentale inconnue : Le cas de la variance expérimentale inconnue, est le plus rencontré dans la pratique. En cas de détermination de tous les effets, le calcul de la variance commune des résidus S^2 , n'est possible qu'à la condition de négliger au moins un effet, celui de l'interaction de rang le plus élevé. Dans le cas contraire, on a $\nu = (n - p) = 0$ (tous les ddl "consommés"), les calculs statistiques ne sont plus possibles.

On calcule alors S^2 , avec $\nu = n - p$ degrés de liberté et on en déduit la variance commune des effets S_i^2 ; ensuite pour le risque α choisit, on détermine à l'aide de la table de « Student », le nombre $t_{crit}(\alpha, \nu)$, L'intervalle de confiance d'un effet a_i est alors donné par:

Le nombre t_i tel que :

$$[a_i - t(\alpha, \nu)S_i ; a_i + t(\alpha, \nu)S_i] \quad (\text{II-43})$$

Une autre manière de dépasser la division par zéro est l'utilisation de "points au centre". A cet effet, on accompagne les n essais du plan d'expérience par un certain nombre d'essais au centre du domaine expérimental. Ces essais servent à calculer un écart-type appelé écart-type expérimental, qui sera utilisé à la place de l'écart-type résiduel dans tous les calculs.

II.5.2.3. Validation du modèle linéaire [43]

L'analyse de la variance consiste à comparer à l'aide d'un test F la somme des carrés des écarts due uniquement à la régression, donc au modèle, avec la somme des carrés des résidus. On notera Y_i les réponses observées lors de la réalisation des expériences, Y_i^{est} la réponse

estimée à l'aide du modèle linéaire et Y_{moy} la moyenne des réponses. On définit alors trois types de "variations" :

La variation *SCEL* "somme des carrés des écarts de liaison", due à la liaison linéaire :

Le nombre t_i tel que :

$$SCEL = \sum (Y_i^{est} - Y_{moy})^2 \quad (II-44)$$

La variation résiduelle, *SCER* "somme des carrés des écarts des résidus", due aux résidus :

$$SCER = \sum (Y_i - Y_i^{est})^2 \quad (II-45)$$

La variation totale, *SCET* "somme des carrés des écarts totale" :

$$SCET = SCEL + SCER \quad (II-46)$$

On définit en outre, le quotient de chacune des sommes des carrés des écarts par son degré de liberté « ddl », comme étant leur « carré moyen ». On note *CML* le carré moyen associé à la variation *SCEL*, et *CMR* celui associé à celle de *SCER*.

Les degrés de liberté affectés aux trois sommes des carrés, sont définis respectivement par :

- $(p-1)$ Pour *SCEL*, p , le nombre de coefficients estimé à partir du modèle ;
- $(n-p)$ Pour *SCER*, n , est le nombre d'expériences réalisées ;
- $(n-1)$ Pour *SCET*.

L'ensemble des opérateurs statistiques calculés ci-dessus sont regroupés dans le tableau (3.4), appelé tableau d'analyse de la variance.

Tableau II.6. Test d'analyse de la variance

Variation	\sum des carrés	DDL	Carré moyen	Test <i>F</i>
Liaison	<i>SCEL</i>	$(p-1)$	$\frac{SCEL}{(p-1)} = CML$	$F_{obs} = \frac{CML}{s^2}$
Résidus	<i>SCER</i>	$(n-p)$	$\frac{SCER}{(n-p)} = CMR = s^2$	
Totale	<i>SCET</i>	$(n-1)$		

Le test est défini par les hypothèses suivantes :

Hypothèse $H_0 \ll CML \approx CMR \gg$: "les deux carrés moyens sont de même grandeur" donc la régression n'est pas significative.

Hypothèse $H_1 \ll CML > CMR \gg$: "le carré moyen dû à la régression est significativement plus grand que le carré moyen dû aux résidus" donc la régression est globalement significative

Le test F consiste alors, à comparer la valeur de F calculée (F_{obs}) avec la valeur critique (F_{crit}) donnée par la table de « Fisher-Snedecor ». La valeur critique est donnée, en fonction des degrés de liberté, $v_1 = (p - 1)$ et $v_2 = (n - p)$, pour un taux de risque d'erreur ($\alpha\%$), admis. La règle du test est alors énoncée comme suit :

Si $F_{obs} < F_{crit}$, on accepte l'hypothèse H_0 ;

Si $F_{obs} > F_{crit}$, on accepte l'hypothèse H_1 avec le taux de confiance $(1 - \alpha)$

II.5.2.3. Qualité du modèle [39, 43, 54].

1. Qualité descriptive du modèle : Le tableau d'analyse de régression (Tableau I-4) permet d'établir immédiatement le coefficient de détermination à partir de la relation suivante [36,48] :

$$R^2 = \frac{SCEL}{STCE} = 1 - \frac{SCER}{STCE} \quad (\text{II-47})$$

Ce coefficient traduit la contribution du modèle dans la restitution de la variation de la réponse observée. Par définition, le coefficient de détermination appartient à l'intervalle suivant :

$$0 \leq R^2 \leq 1 \quad (\text{II-48})$$

En présence de plusieurs variables explicatives, ce qui est généralement le cas dans l'analyse des résultats d'essais provenant d'un plan d'expériences, il faut impérativement éviter l'utilisation du coefficient de détermination R^2 pour comparer la qualité descriptive de différents modèles. Il faut recourir à l'utilisation du coefficient de détermination ajusté $R^2_{ajusté}$

Le même tableau de régression permet de corriger le coefficient de détermination défini à partir de l'équation (II-50). Pour tenir compte du nombre de coefficients présents dans un modèle et pour comparer différents modèles entres-eux, on définit le coefficient de détermination ajusté à partir de la formule suivante [41] :

$$R^2_{ajusté} = 1 - \frac{\frac{SCER}{N - P}}{\frac{STCE}{N - 1}} \quad (\text{II-49})$$

Par définition, le coefficient de détermination ajusté appartient à l'intervalle suivant :

$$-\infty \leq R_{ajusté}^2 \leq 1 \quad (\text{II-50})$$

Plus la valeur du coefficient de détermination ajusté est proche de 1, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante.

2. Qualité prédictive du modèle :

Le modèle obtenu peut servir à prédire la valeur de la réponse non encore réalisés. Cette approche est très courante dans un problème d'optimisation.

Au même titre que l'on a défini précédemment la qualité descriptive d'un modèle à partir du coefficient de détermination $R_{prédicatif}^2$, il est possible de définir maintenant la qualité prédictive d'un modèle à partir d'un coefficient noté $R_{prédicatif}^2$ ou Q^2 .

On conçoit qu'un modèle sera d'autant plus prédictif que l'erreur de prédiction sera faible pour chacun des traitements expérimentaux du plan. Comme on dispose de N erreurs de prédiction, on définit la statistique suivante : Ce coefficient est défini comme suit [39,48].

$$PRESS = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{(1 - h_i)^2} \quad (\text{II-51})$$

h_i : est le $i^{\text{ème}}$ élément diagonal de la matrice de "Hat" : $X(X^t X)^{-1} X^t$

Dans cette relation, PRESS est l'acronyme de la locution anglaise Predictive Residual Sum of Squares. Plus la valeur de PRESS est faible, plus le modèle est prédictif. Par analogie avec le coefficient de détermination R^2 , on définit le coefficient $R_{prédicatif}^2$ encore noté Q^2 à partir de la relation suivante :

$$Q^2 = 1 - \frac{PRESS}{STCE} \quad (\text{II-52})$$

Par définition, le coefficient Q^2 appartient à l'intervalle suivant :

$$-\infty \leq Q^2 \leq 1 \quad (\text{II-53})$$

Plus la valeur du coefficient Q^2 est proche de 1, plus la qualité prédictive du modèle est importante.

Le coefficient Q^2 varie généralement entre 0 et 1. Il peut être négatif pour les très mauvais modèles. Des valeurs proches de l'unité désignent de la même façon des modèles bien ajustés aux données expérimentales.

II.6. Conclusion

La méthode des plans d'expériences MPE, décrite dans ce chapitre, vise à établir et à analyser les relations existant entre les facteurs étudiés et leurs réponses. Cette analyse peut être *qualitative*, afin de déterminer des facteurs influents, ou bien *quantitative* pour établir les variations de réponses en fonction des facteurs significatifs. La MPE est utilisé, pour la modélisation des réponses, ainsi que pour la recherche des conditions optimales.

Dans les deux chapitres suivants nous allons appliquer cette méthode MPE, à un modèle expérimentale de laboratoire, pour l'étude du phénomène de contournement, pour deux configurations différentes.

CHAPITRE III

MODELISATION EXPERIMENTALE DE LA TENSION CRITIQUE DE CONTOURNEMENT

CHAPITRE III

Modélisation Expérimentale de la tension critique de contournement

III.1. Introduction

Plusieurs modèles expérimentaux et plusieurs méthodes d'analyse théorique ont été utilisés dans le but d'étudier l'influence des différents facteurs sur la tension critique et le comportement de la décharge de contournement [25, 35, 36].

Les résultats de ces études ont montrés que la variation de la géométrie de la cellule (a , L , P) et la variation de la résistance linéique, influe sur les tensions critiques de la décharge. Ce qui a permis de déterminer les facteurs influents. Néanmoins la détermination de l'influence de chacun des différentes facteurs, pris séparément est nécessaire mais non suffisante pour une totale compréhension du phénomène, puisqu'elle ne prend pas en compte l'effet généré par l'interaction entre les divers facteurs.

Pour la maîtrise de l'effet de ces interactions entre facteurs, nous introduisons une nouvelle approche expérimentale de modélisation et d'analyse, celle des plans d'expériences qui permet, hormis la prise en charge de l'influence des facteurs celles de leurs interactions.

L'application de cette méthodologie à notre étude, qui utilise un modèle expérimental de laboratoire basé sur celui D'OBENAU, vise à établir un modèle mathématique donnant la variation de la tension critique en fonction des facteurs d'influence su-cités. L'analyse des résultats du modèle ainsi obtenu permettra, la détermination des valeurs optimales des facteurs qui correspondent à la tension critique maximale.

III.2. Description du dispositif expérimental

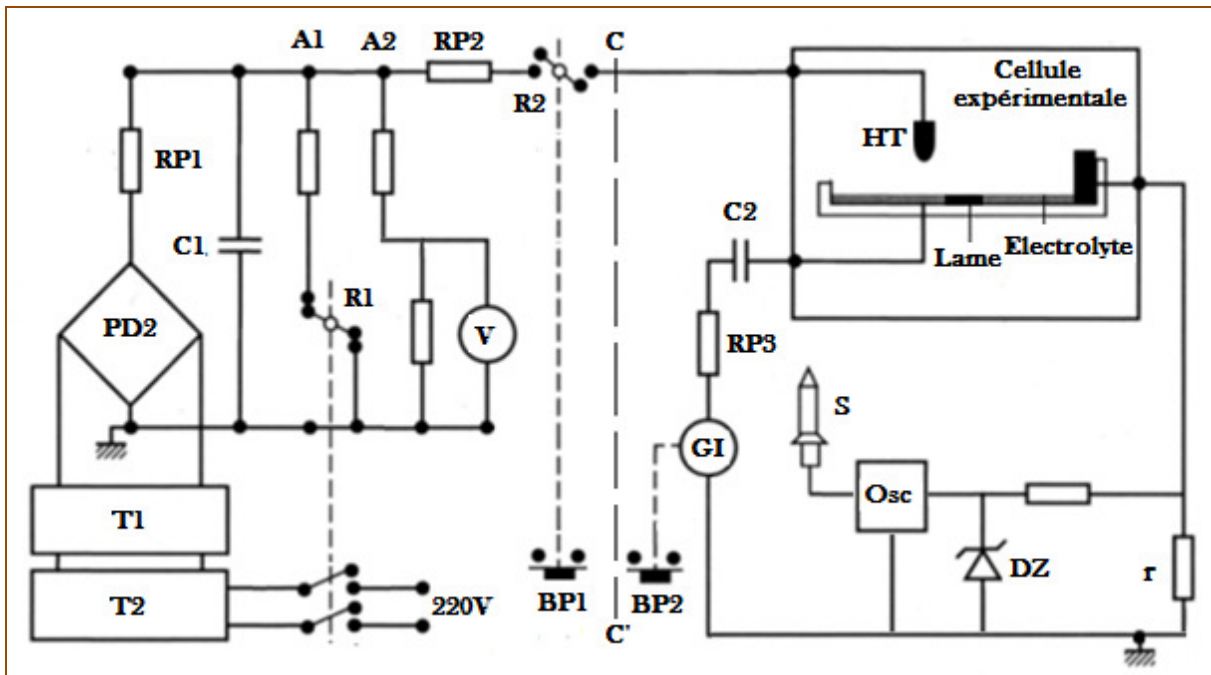


Figure III.1. Schéma du montage expérimental

Les principaux éléments qui composent ce montage sont :

T2 : Auto-transformateur d'alimentation.

T1 : Transformation H. T220 V-30KV ; 2A

P : Pont redresseur A diodes H.T. ; $I_{max} = 150 \text{ mA}$

C : Batterie de condensateurs H.T.

10 condensateurs de $1,67 \mu\text{F}$ chacun. 30 KV max

A1 : Circuit de décharge automatiquement à la terre de C.

A2 : Circuit de mesure de la H.T.

Rp1 et Rp2 : résistance de protection respectivement égales à $50 \text{ K}\Omega$ et 300Ω

R1 : Relais qui permet la décharge de C vers la terre

R2 : Relais qui permet la décharge de C vers la cellule

Bp : Poussoir de commande à distance de R2.

O : Oscilloscope à mémoire.

Le montage expérimental utilisé, représenté sur la figure 1, est principalement constitué de :

- Une alimentation HT délivrant une tension continue variable de 30 kV sous 2 A. Cette dernière est obtenue à l'aide d'une batterie de condensateur HT de capacité totale $C=16.7\mu\text{F}$,

chargée à la tension désirée par un pont redresseur à diodes alimenté par un autotransformateur à travers un transformateur élévateur.

- Un banc de mesures électrique Tektronix, constitué d'un oscilloscope à mémoire et d'une sonde haute tension de type P 6015 100X-3pF 1000M Ω - 20kV/DC, avec un rapport de division 1/100 et une impédance d'entrée de 100M Ω .

- Une cellule expérimentale modélisant l'isolateur. En plexiglas et de forme rectangulaire se présente en forme de rainure creuse, remplie d'électrolyte à base de chlorure de sodium (Na Cl + H₂O) avec l'une de ses extrémités reliée à l'électrode de masse. L'électrode active HT surplombant l'électrolyte à une hauteur h égale à 0.3cm, elle est distante de 8 cm de l'électrode de masse.

III.3. Description de la cellule de mesure

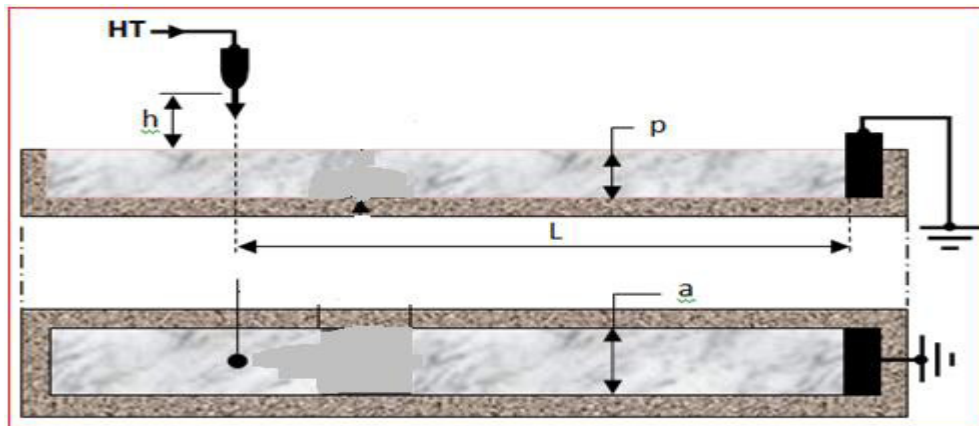


Figure III.2. Cellule expérimentale de contournement d'isolateur

a, p : Largeur et profondeur de la cellule ;

h : Hauteur de l'électrode HT / à l'électrolyte.

On a utilisé quatre cellules expérimentales ayant même longueur L égale 8cm, mais de largeurs (a) différentes égales respectivement à 1,2, 3 et 4 cm. On a également considéré trois volumes différents d'électrolyte pour chaque cellule, qu'on a quantifié par trois profondeurs. Les résistances linéiques (r) considérées de l'électrolyte ont pour valeurs 2,5k Ω /cm, 3.75 k Ω /cm et 5 k Ω /cm.

III.4. Mode opératoire

III.4.1. Procédure expérimentale utilisée pour chaque essai au niveau du dispositif expérimental.

Les expériences sont réalisées en suivant la procédure décrite ci-dessous :

On règle la tension alternative du secteur d'alimentation B.T. à la valeur désirée à l'autotransformateur T2. Celle-ci est élevée par le transformateur T1, suivant son rapport de transformation, à la haute tension et ensuite redressé par le pont redresseur P. Toute la puissance est alors emmagasinée dans la batterie de condensateurs C à une haute tension continue.

On décharge l'énergie emmagasinée dans C vers la cellule d'expérimentation, on activant le bouton poussoir BP qui commande le relais R2 à distance.

A la fin de chaque expérience, on ferme le relais R1 relié à la terre, afin de pouvoir décharger toute l'énergie qui risque de rester dans la batterie de condensateur et éviter ainsi tout danger, pour plus de sécurité, on relie les condensateurs à la terre en utilisant une perche manuelle.

III.4.2. Procédure expérimentale utilisée pour chaque essai au niveau de la cellule expérimentale.

Pour chaque cellule expérimentale et après chaque essai réalisé, nous réinitialisons le banc de mesure en utilisant une nouvelle solution électrolytique et en rechargeant la batterie de condensateurs à la valeur de la tension désirée $U=U_d$. On provoque alors l'amorçage de la décharge entre l'électrode active HT soumise à la tension U_d et l'électrolyte.

Pour chaque cellule considérée, il existe une tension critique U_C suffisante pour provoquer le phénomène du contournement. C'est cette tension critique qu'on essaie de déterminer. En effet, on la recherche en augmentant progressivement la tension U_d jusqu'à atteindre la valeur présumée U_C de la cellule considérée.

La décharge évolue alors sur l'électrolyte et atteint l'électrode de masse, provoquant ainsi le contournement en polarité positive. Nous relevons à l'aide de notre banc de mesure, les valeurs de tensions critiques observées pour l'ensemble des variantes de cellule étudiées.

Les expériences ont été effectuées au laboratoire haute tension de l'université des sciences et de la Technologie d'Oran (U.S.T.O).

III.5. Procédure d'expérimentation "un facteur à la fois"

Lors d'une investigation multifactorielle, le plan "un facteur à la fois" peut se révéler utile. Cette technique consiste à fixer les niveaux de tous les facteurs, à des valeurs constantes, sauf un. L'expérimentation est alors conduite en donnant plusieurs niveaux au facteur étudié. La réponse choisie est mesurée pour chacun des niveaux de ce premier facteur.

On recommence la même procédure avec le deuxième facteur et ainsi de suite avec tous les autres facteurs. C'est ce type de plan, qui sera appliqué pour déterminer le degré d'influence des trois facteurs d'entrée considérés. Il nous permettra également de délimiter, pour chaque facteur, les limites du domaine expérimental.

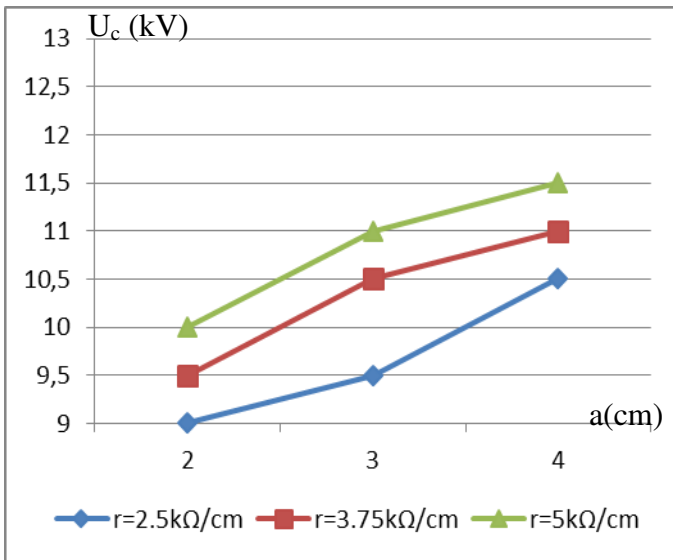
L'objectif fixé à ce plan d'expérience "un facteur à la fois", est de quantifier l'influence des différents facteurs : la résistance linéique de l'électrolyte, la largeur de la rainure, et la profondeur de l'électrolyte, sur la tension critique U_c .

La variation de ces facteurs s'est faite dans une plage de valeurs couramment utilisées en laboratoire pour l'étude du phénomène de contournement. Les résultats obtenus pour la réponse sont portés aux tableaux ci-dessous.

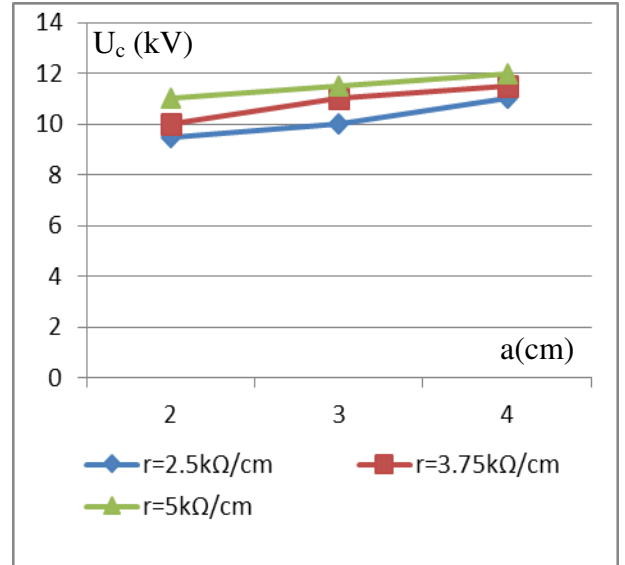
III.5.1. Premier facteur la largeur de la rainure a

Tableau III.1. Etude de l'influence de la largeur a

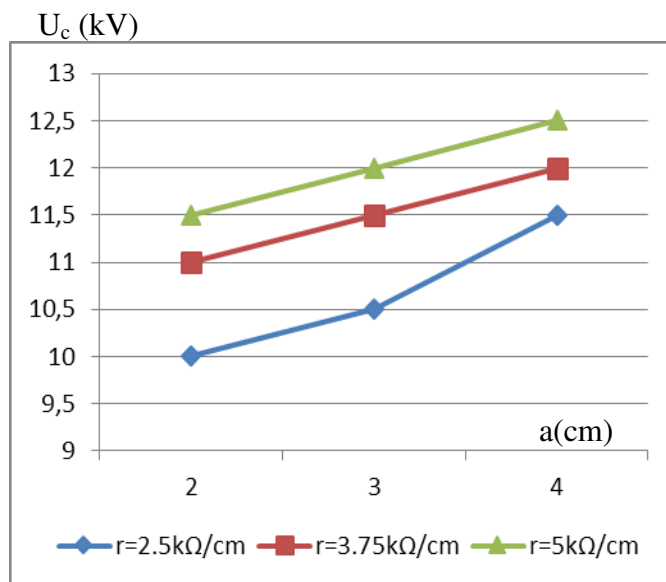
a en cm	p (cm)	Uc(kV) r=2,5 kΩ/cm	Uc(kV) r=3,5 kΩ/cm	Uc(kV) r=5 kΩ/cm
2	0,3	9	9,5	10
3		9,5	10,5	11
4		10,5	11	11,5
2	0,45	9,5	10	11
3		10	11	11,5
4		11	11,5	12
2	0,6	10	11	11,5
3		10,5	11,5	12
4		11,5	12	12,5



p = 0,30cm



p = 0,45cm



p = 0.60 cm

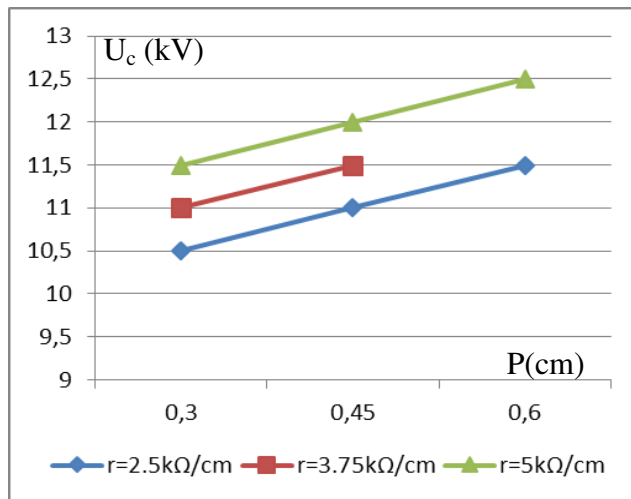
Figure III.3. Variation de la tension critique U_c en fonction de la largeur de la rainure a

Les courbes de variation de la tension en fonction de la largeur montrent que la tension critique augmente avec l'augmentation de la largeur, pour une profondeur donnée, et que cette augmentation est plus importante pour les valeurs de résistance linéique plus grande.

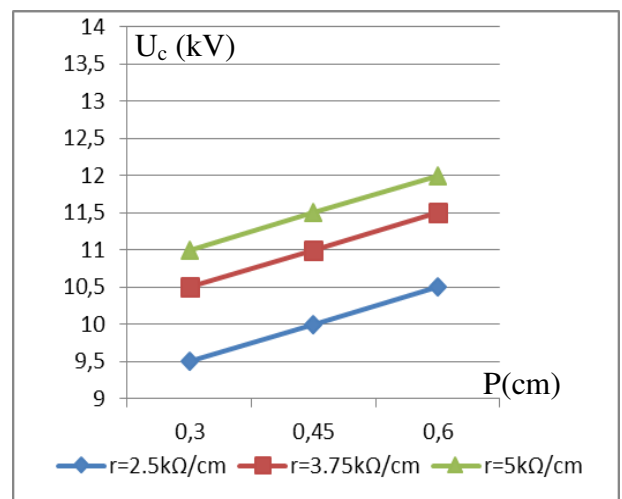
III.5.2. Second facteur la profondeur de l'électrolyte P

Tableau III.2. Etude de l'influence de la profondeur de l'électrolyte P

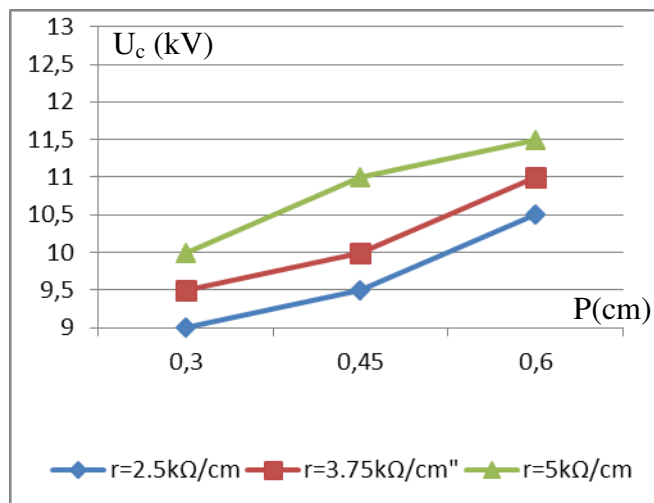
p en cm	a (cm)	Uc(kV) r=2,5 kΩ/cm	Uc(kV) r=3,75 kΩ/cm	Uc(kV) r=5 kΩ/cm
0,3	2	9	9,5	10
0,45		9,5	10	11
0,6		10,5	11	11,5
0,3	3	9,5	10,5	11
0,45		10	11	11,5
0,6		10,5	11,5	12
0,3	4	10,5	11	11,5
0,45		11	11,5	12
0,6		11,5	12	12,5



a = 2 cm



a = 3 cm



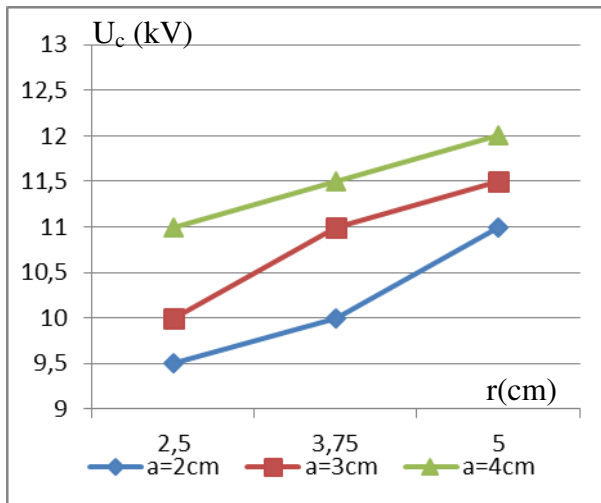
a = 4 cm

Figure III.4. Variation de la tension critique U_c en fonction de la profondeur P

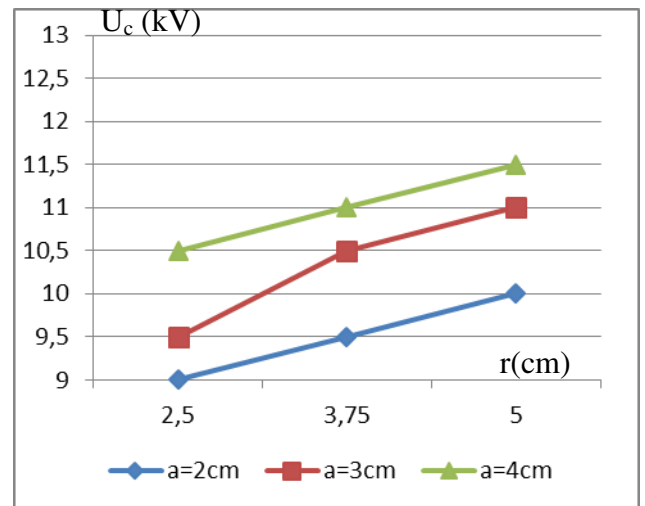
III.5.3. Troisième facteur la résistance linéique r

Tableau III.3. Etude de l'influence de la résistance linéique r

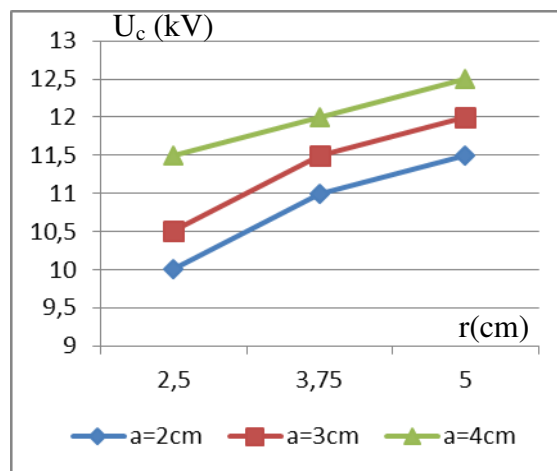
r(kΩ/cm)	p (cm)	U _c (kV) a= 2cm	U _c (kV) a=3cm	U _c (kV) a=4 cm
2,5	0,3	9	9,5	10,5
3,75		9,5	10,5	11
5		10	11	11,5
2,5	0,45	9,5	10	11
3,75		10	11	11,5
5		11	11,5	12
2,5	0,6	10	10,5	11,5
3,75		11	11,5	12
5		11,5	12	12,5



P = 0,30 cm



P = 0,45 cm



P = 0,60 cm

Figure III.5. Variation de la tension critique U_c en fonction de la résistance r

III.5.4. Commentaires et discussions des résultats

Toutes les courbes de variation des tensions critique du contournement montrent la variation de cette tension en fonction de différent paramètre géométrique et électrique de l'électrolyte, pour différentes valeurs de résistance ($r=2.5 \text{ k}\Omega/\text{cm}$, $3.75 \text{ k}\Omega/\text{cm}$, $5 \text{ k}\Omega/\text{cm}$). Nous pouvons remarquer en premier lieu que les courbes ont la même allure et la tension critique augmente avec l'augmentation de largeur de l'électrolyte et qu'en second lieu, la tension critique de contournement avec une résistance de $5 \text{ k}\Omega/\text{cm}$ est toujours supérieure à celle d'une résistance $2.5 \text{ k}\Omega/\text{cm}$ et $3.75 \text{ k}\Omega/\text{cm}$.

On peut conclure que :

L'étude expérimentale du phénomène de la décharge de contournement sur la cellule rectangulaire montre que la tension critique de contournement est influencée par la variation de la résistance de l'électrolyte, la largeur et la profondeur de la cellule.

A partir de cette remarque on peut déduire que les principaux paramètres qui influent sur la tension critique de contournement sont : la largeur, la profondeur et la résistance de l'électrolyte

III.6. Procédure d'expérimentation à facteurs simultanés [46, 50, 51]

Après l'étude préliminaire des paramètres d'entrées, par le plan « un facteur à la fois » et la détermination des domaines de définition de chaque variable, nous allons dans ce qui suit passer à l'étude des effets des facteurs pris cette fois-ci de façon simultanée.

Nous allons d'abord réaliser un plan factoriel complet que nous avons appelé premier plan. Le modèle qui en découle sera testé, afin de vérifier son aptitude à représenter la tension critique en fonction des différents facteurs. Le modèle du 1er degré ainsi obtenu, sera validé ou rejeté. Tous les résultats seront obtenus à partir du logiciel expert MODDE 5. Dans le cas du deuxième plan, une autre technique sera utilisée, celle de la méthodologie des surfaces de réponse RSM, permettant une modélisation du second degré. Les résultats obtenus en première étape, par le premier plan PFC 23, seront compléter par d'autres expériences supplémentaires pour la réalisation du plan centré composite. Le troisième plan représente le second plan simplifié. L'objet de ces trois plans est de montrer la souplesse de la méthode des plans d'expériences.

III.6.1. Domaine expérimental d'étude

Dans le tableau III.4 suivant, sont portés les niveaux retenus pour chaque variable, et ce Compte tenu des résultats précédents.

Essais à Réaliser	Ordre Essai	Facteur 1 Largeur a	Facteur 2 Profondeur P	Facteur 3 Resistance linéique r
Niveau	Bas -1	2	0.30	2.5
Niveau	Moy +0	3	0.45	3.75
Niveau	Haut +1	4	0.60	5

Tableau III.4. Domaine expérimentale d'étude

III.6.2. Premier plan (plan factoriel complet) [41]

L'objectif de ce premier plan, est l'étude de *screening* des effets, pour les facteurs et leur interaction. Nous optons pour un plan factoriel complet 2^3 , à 3 facteurs à 2 niveaux.

En considérant trois essais supplémentaires au centre, pour l'analyse ultérieure de la variance, le nombre total d'essais, passe de 8 à 11. La sortie considérée est la tension critique

Après que les listes des variables, d'entrée et sortie, soient arrêtées et le domaine expérimental défini, on fait appel au logiciel « MODDE5 » qui confectionne la matrice d'expérience. L'identification des essais et l'ordre aléatoire de leur exécution sont également fixés par le logiciel. La matrice d'expérience de ce premier plan factoriel complet 2^3 à 3 facteurs de 2 niveaux est donnée.

III.6.2.1. Matrice d'expériences

Tableau III.5. Matrice d'expériences du plan factoriel

EXP N°	a	P	r	Exp. N°	a (cm)	P (cm)	r (kΩ/cm)	U_c (kV)
1	-1	-1	-1	1	2	0,3	2,5	9
2	1	-1	-1	2	4	0,3	2,5	10,5
3	-1	1	-1	3	2	0,6	2,5	10
4	1	1	-1	4	4	0,6	2,5	11,5
5	-1	-1	1	5	2	0,3	5	10
6	1	-1	1	6	4	0,3	5	11,5
7	-1	1	1	7	2	0,6	5	11,5
8	1	1	1	8	4	0,6	5	12,5
9	0	0	0	9	3	0,45	3,75	11
10	0	0	0	10	3	0,45	3,75	11
11	0	0	0	11	3	0,45	3,75	10,8

Tableau III.6. Coefficients des effets et interactions

Tension critique	Coeff. SC	Std. Err.	P	Conf. int(±)
Constant	10,846	0,049	0,000	0,115
a	0,688	0,057	0,000	0,135
P	0,562	0,057	0,000	0,135
r	0,563	0,057	0,000	0,135
N = 11	Q2 =	0,941	Cond. no. =	1,173
DF = 7	R2 =	0,980	Y-miss =	0,000
	R2 Adj. =	0,971	RSD =	0,162
			Conf. lev. =	0,950

III.6.2.2. Modèle mathématique

- **Modèle du premier plan sans lame**

$$U_{cs} = 10.846 + 0.688*a + 0.562*P + 0.563*r \quad (\text{III-1})$$

Les facteurs étudiés : la largeur, la profondeur, et la résistance linéiques, sont tous influent. Ce résultat est en accord avec l'étude faite précédemment pour les courbes de variations de la tension critique en fonctions des facteurs d'entrée. Le degré d'influence des facteurs se vérifie aisément sur la représentation géométrique de la figure III.6.

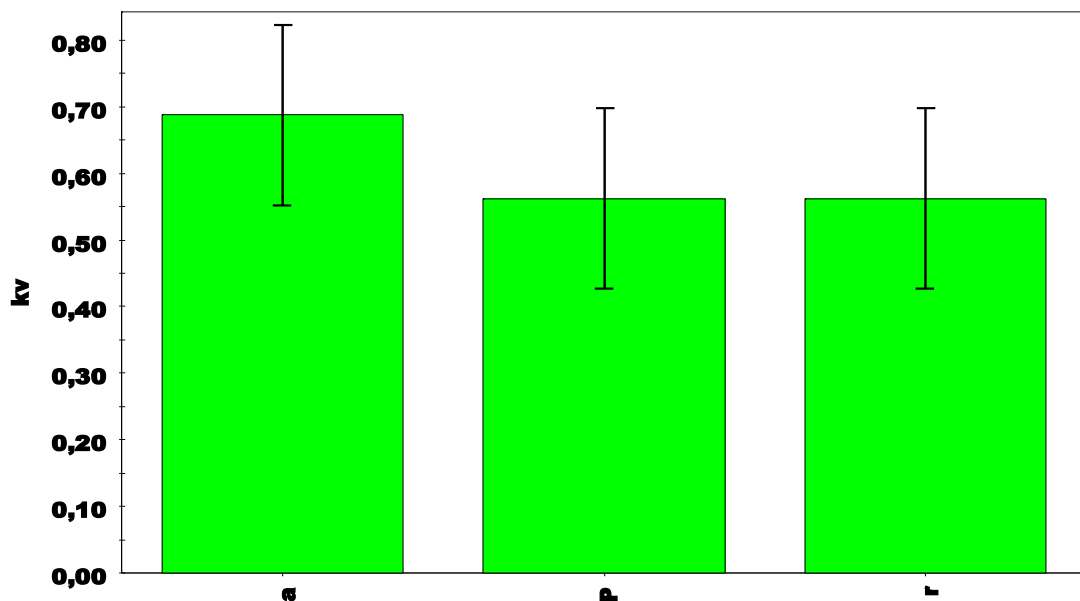


Figure III.6. Représentation géométrique des effets et des interactions (MODDES) [47]

Ce modèle montre clairement le rôle significatif de la largeur, de la profondeur et de la résistance linéique.

Les coefficients de qualité, définissant les critères descriptif et prédictif, du modèle de la tension critique de contournement du modèle de l'isolateur pollué, ont pour valeurs respectives :

$$R^2\% = 98\% , \quad R_{ajusté}^2\% = 97.10\% , \quad Q^2\% = 94.10\%$$

D'après ces valeurs, on peut dire que notre modèle mathématique est bien ajusté et possède un pouvoir prédictif élevé. La démarche séquentielle peut être arrêtée à ce niveau.

Dans le cas du deuxième plan, une autre technique sera utilisée, celle de la méthodologie des surfaces de réponse RSM, permettant une modélisation du second degré. Les résultats obtenus en première étape, par le premier plan PFC 2³, seront complétés par d'autres expériences supplémentaires pour la réalisation du plan centré composite.

III.6.3. Deuxième plan (RSM)

III.6.3.1. Matrice d'expériences

a) Choix du plan d'expérience

Le plan composite à face centré CCF (Composite Centred Faces design) fait partie des plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses. Leur usage est particulièrement destiné aux problèmes d'optimisation, quand la stratégie expérimentale conduit à construire et interpréter un modèle empirique, pour la recherche d'une solution dans le domaine expérimental.

Ce plan permet une modélisation du second degré, en suivant une certaine démarche séquentielle. Elle comprend un plan factoriel, un plan en étoile et des points centraux. On commence l'étude par un plan factoriel complet et on poursuit l'expérimentation par un plan en étoile, on aboutit ainsi, à un plan composite qui est interprétable à l'aide d'un modèle quadratique [10]. Pour un modèle à trois facteurs, la réponse peut être exprimée par :

$$y = f(x_i, x_j) = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{III-2})$$

Où : a_0 , a_i , a_{ii} et a_{ij} sont des coefficients calculés. Dans notre cas, ces coefficients sont calculés avec un logiciel spécifique aux plans d'expériences MODDE 5.

b) Notations de YATE

La notation de YATE permet de représenter de façon simple les niveaux de facteurs par les valeurs (+1) et (-1) symbolisant la valeur maximale et minimale d'un facteur. Le passage

des variables d'origine x aux variables centrées réduites x^* et inversement, est donné par la formule suivante :

$$x^* = (x - x_C) / \text{pas}$$

Où : x^* : est la variable centrée réduite ;

x : est la variable exprimée en unités courantes ;

x_C : valeur centrale en unités courantes ;

pas : est la variation entre la valeur centrale et une extrémité du domaine.

Les valeurs centrales des quatre facteurs étudiés sont données par la relation suivante :

$$x_C = (x_{\text{MAX}} + x_{\text{MIN}}) / 2 \quad (\text{III-3})$$

On aura donc :

- $a_C = (a_{\text{MAXI}} + a_{\text{MINI}}) / 2 = 3 \text{ cm}$
- $p_C = (p_{\text{MAXI}} + p_{\text{MINI}}) / 2 = 0.45 \text{ cm}$
- $r_C = (r_{\text{MAXI}} + e_{\text{MINI}}) / 2 = 3.75 \text{ cm}$

Le modèle mathématique (1) devient alors :

$$y = f(x_i^*, x_j^*) = a_0 + \sum a_i x_i^* + \sum a_{ij} x_i^* x_j^* + \sum a_{ii} (x_i^*)^2 \quad (\text{III-4})$$

c) Organisation des essais

Le nombre total d'essais (n_T) à réaliser par un plan composite à faces centrées est donnée par :

$$n_T = n_f + n_a + n_0 \quad (\text{III-5})$$

Avec: n_f : nombre d'essais du plan factoriel complet ; Pour un plan à k facteurs on a $n_f = 2^k$;

n_a : nombre d'essais du plan en étoile, égal à $2.k$;

n_0 : nombre d'essais identiques au centre du domaine d'études, selon le choix de l'expérimentateur.

Dans le cas d'un plan à 3 facteurs, le plan composite correspond à la totalité des essais, à savoir 8 essais pour le plan factoriel, plus 6 essais centrées sur les faces du cube, plus 3 essais identiques au point central. Un plan composite à 3 facteurs correspond donc à un total de 17 essais.

d) Matrice d'expérience du plan complet

La matrice d'expériences organisant le déroulement des essais d'un tel plan à trois facteurs est donnée par le tableau III.5 suivant. Les valeurs (+1) et (-1) désignent les valeurs Max et Min des facteurs .

Le logiciel MODDE 5.0 (Umetrics AB, Umea, Suède) permet, en fonction du plan adopté, l'élaboration de la matrice d'expériences pour l'organisation et la conduite des essais, ainsi que l'analyse des résultats obtenus. En effet, une fois les valeurs de mesure

expérimentales saisies et le traitement par ordinateur effectué, le programme assiste l'utilisateur pour l'analyse des résultats et la prédiction des réponses. Il calcule les coefficients des facteurs et permet la modélisation et l'optimisation du phénomène.

Tableau III.7. Matrice d'expériences du plan factoriel

EXP N°	a	P	r
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	-1	1	1
8	1	1	1
9	-1	0	0

EXP N°	a	P	r
10	1	0	0
11	0	-1	0
12	0	1	0
13	0	0	-1
14	0	0	1
15	0	0	0
16	0	0	0
17	0	0	0

Les résultats des essais obtenus selon la matrice d'expériences du plan composite à faces centrées CCF à trois facteurs sont reportés dans le tableau III.6

Tableau III.8. Matrice d'expériences du plan composite à faces centrées CCF à trois facteurs

Exp. N°	a (cm)	P (cm)	r (kΩ/cm)	U _{cs} (kV)
1	2	0.3	2.5	9.0
2	4	0.3	2.5	10.5
3	2	0.6	2.5	10.0
4	4	0.6	2.5	11.5
5	2	0.3	5.0	10.0
6	4	0.3	5.0	11.5
7	2	0.6	5.0	11.5
8	4	0.6	5.0	12.5
9	2	0.45	3.75	10.0

Exp. N°	a (cm)	P (cm)	r (kΩ/cm)	U _{cs} (kV)
10	4	0.45	3.75	11.5
11	3	0.3	3.75	10.5
12	3	0.6	3.75	11.5
13	3	0.45	2.5	10.0
14	3	0.45	5.0	11.5
15	3	0.45	3.75	11.0
16	3	0.45	3.75	11.0
17	3	0.45	3.75	10.8

III.6.3.2. Calcul des effets et des interactions

Pour obtenir un modèle, représentant une sortie, en fonction des facteurs d'entrée, il faut établir une matrice de calcul, en tenant compte des interactions entre facteurs. Nous donnons la matrice de calcul pour la tension critique en annexe A3.

❖ Coefficients des effets et des interactions

La détermination des coefficients du polynôme, consiste à faire une estimation ponctuelle des effets de chacune des variables. Ils seront calculés à partir de la matrice de calcul, en faisant la somme des produits, ligne par ligne, de la colonne de réponse avec celle de la variable concernée.

La constante a_0 du polynôme est égale à la valeur moyenne des mesures des 17 expériences :

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Uc)[i] = 10.841 \quad (\text{III-6})$$

L'effet du facteur E1, ou coefficient (a_a) de la largeur de la rainure, est obtenu par :

$$a_a = \frac{-Y_1 + Y_2 - \dots + Y_{17}}{10} = +0.70 \quad (\text{III-7})$$

L'effet du facteur E2, ou coefficient (a_p) de la profondeur de la rainure, est donné par :

$$a_p = \frac{-Y_1 - Y_2 + \dots + Y_{17}}{10} = +0.55 \quad (\text{III-8})$$

L'effet du facteur E3, ou coefficient (a_e) de l'épaisseur de la lame, est donné par :

$$a_e = \frac{-Y_1 - Y_2 - \dots + Y_{17}}{18} = +1.305 \quad (\text{III-9})$$

L'effet du facteur E4, ou coefficient (a_r) de la résistance linéique, est donné par :

$$a_r = \frac{-Y_1 - Y_2 - \dots + Y_{17}}{10} = +0.60 \quad (\text{III-10})$$

En appliquant la même procédure de calcul, nous obtenons les coefficients des autres effets et interactions. L'estimation ponctuelle de chacun des effets est portée sur le tableau III.9.

Tableau III.9. Coefficients des effets et des interactions

<i>Les effets</i>		<i>Les interactions</i>	
Variables	coefficient	Variables	coefficient
Constante (Cste)	+10.841	a*P	-0.062
Largeur(a)	+0.700	a*r	-0.062
Profondeur(P)	+0.550	P*r	+0.062
Resistance lineique(r)	+0.600	Lar*Lar (a*a)	-0,112
		Pro*Pro (P*P)	+0,137
		Res*Res(r*r)	-0,112

III.6.3.3. Modèle mathématique à priori

Le modèle mathématique adopté a priori est un polynôme du deuxième degré prenant en compte la valeur moyenne, les effets de chaque facteur et toutes les interactions entre les facteurs pris deux à deux. Les interactions d'ordre supérieur, de faible valeur, ne sont pas prises en compte.

Si l'on ne tient pas compte des erreurs expérimentales, la sortie étudiée, sera représentée par un modèle de la forme :

$$y = f(x_i) = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{III-11})$$

Où (a_0, a_i, a_{ij}) sont les coefficients du modèle et \hat{y} est la valeur théorique estimée de la variable de sortie.

❖ *Modèle de la tension critique du deuxième plan sans lame*

$$\begin{aligned} U_{cs} = & 10.841 + 0.700*a + 0.550*P + 0.600*r - 0.112*a*a + 0.137*P*P - \\ & -0.112*r*r - 0.0625*a*P - 0.0625*a*r + 0.0625*P*r \end{aligned} \quad (\text{III-12})$$

La relation ainsi obtenue peut être utilisée pour prédire l'évolution de la tension critique de contournement. La représentation graphique des effets se fait simplement à partir du tableau des réponses moyennes aux différents niveaux des facteurs.

Le modèle ainsi obtenu, ne peut être validé sans qu'il soit procédé préalablement, à une analyse statistique des résultats de mesure. Si le résultat de l'analyse s'avèrera positif, il serait alors utile, d'envisager une simplification éventuelle du modèle, en fonction des résultats du test d'influence effectué sur les effets et interactions.

III.6.3.4. Analyse statistique du modèle

Une fois la première forme du modèle mathématique obtenu, il reste à déterminer le rapport « degré » d'influence de chaque effet, autrement dit quels sont parmi les coefficients du modèle, ceux qui sont significatifs. La réponse à cette question est subordonnée à une analyse statistique préalable. Pour le test de signification on va utiliser la méthode d'estimation sur la variance.

a) Calcul de la valeur estimée, des écarts et des résidus

Les paramètres statistiques, à savoir la somme des carrés, des écarts de liaison (SCER), des résidus (SCER) et totale (SCET), sont calculés pour chaque essai réalisé.

Tableau III.10. Estimation de la valeur de sortie U_c , des écarts de liaison et des résidus

N°	Y mes	Y est	SCEL	SCER	SCET
1	9	8,892	3,799	0,012	3,811
2	10,5	10,542	0,090	0,002	0,091
3	10	9,992	0,721	0,000	0,721
4	11,5	11,392	0,303	0,012	0,315
5	10	10,092	0,561	0,008	0,570
6	11,5	11,492	0,424	0,000	0,424
7	11,5	11,442	0,361	0,003	0,364
8	12,5	12,592	3,065	0,008	3,074
9	10	10,08	0,579	0,006	0,586
10	11,5	11,48	0,408	0,000	0,408
11	10,5	10,48	0,130	0,000	0,131
12	11,5	11,58	0,546	0,006	0,552
13	10	10,18	0,437	0,032	0,470
14	11,5	11,38	0,290	0,014	0,305
15	11	10,893	0,003	0,011	0,014
16	11	10,893	0,003	0,011	0,014

En effet Il s'agit de calculer, en tenant compte des pondérations affectées aux effets et interactions, la valeur estimée de la sortie et la comparer avec la valeur mesurée pour en déduire l'écart et le résidu correspondants. Dans le tableau III.9 ci-dessous, sont consignés les résultats de ces calculs, pour la tension critique prise comme variable de sortie.

b) Test statistique « t » de Student

Il faut d'abord calculer la valeur « t_i », pour chaque coefficient du polynôme. On détermine au préalable à partir de l'estimation des écarts et des résidus (Tableau III.9), les valeurs de la variance totale et individuelle sur les effets. La même valeur de la variance individuelle est attribuée à tous les effets. On utilise à cet effet, les relations (III.13) suivantes :

$$S_y^2 = \frac{1}{(n-p)} \sum_{i=1}^{19} e_i^2 = \frac{1}{v_2} \sum_{i=1}^{19} SCER_i \quad (\text{III-13})$$

$$s_i^2 = \frac{1}{n} S_y^2$$

$$t_i = \frac{|\alpha_i|}{s_i}$$

La valeur de « t_i » ainsi obtenue est comparée à une valeur critique « t_{crit} », lue sur la table de Student, pour un degré de liberté donné et un facteur de risque α préalablement choisi. Le coefficient considéré sera significatif avec un risque de 5% s'il vérifie la condition:

$$t_{a_i} > t_{crit}(\alpha; \nu) \quad (\text{III-14})$$

Soit par exemple, le coefficient $a_1 = +0.700$, associé à la largeur de la rainure a , pour une variance totale $S_y^2 = 0.019$ et une variance individuelle $S_i^2 = 0.001$, sa valeur $t_i = 21.21$. Pour un degré de liberté $\nu_2 = (n - p) = 7$ relatif aux résidus, où le nombre de coefficients est $p = 10$, et pour un nombre d'essais réalisés $n = 17$, si on choisit un risque d'erreur égal à 5%, la valeur critique de « t_i » donnée par la table de Student voir le tableau en annexe A1 est

$$t_{crit}(7; 5\%) = 2,37$$

La condition de test étant vérifiée, le coefficient a_1 , associé à la largeur a , sera considéré comme significatif avec un risque de se tromper de 5%.

La même procédure de calcul, nous donne l'ensemble des coefficients du modèle comme indiqué au Tableau III.10.

Variable	Coefficients	Test stat. $t_i, i=0, \dots, 10$	Test crit. t_{crit}	Test (+ ou -)	Résultats
Constante	$a_0 = 10.841$	$t_i = 328.51$	2.37	+	Significatif
Largeur(a)	$a_1 = 0.700$	$t_i = 21.21$	2.37	+	Significatif
Profondeur(P)	$a_2 = 0.550$	$t_i = 16.66$	2.37	+	Significatif
Resistance linéiques(r)	$a_3 = 0.600$	$t_i = 18.18$	2.37	+	Significatif
a*r	$a_4 = -0.062$	$t_i = 1.87$	2.37	-	Non Significatif
a*r	$a_5 = -0.062$	$t_i = 1.87$	2.37	-	Non Significatif
P*r	$a_6 = +0.062$	$t_i = 1.87$	2.37	-	Non Significatif
Lar*Lar (a*a)	$a_7 = -0,112$	$t_i = 3.39$	2.37	+	Significatif
Pro*Pro (P*P)	$a_8 = +0,137$	$t_i = 4.15$	2.37	+	Significatif
Res*Res (r*r)	$a_9 = -0,112$	$t_i = 3.39$	2.37	+	Significatif

Tableau III.11. Analyse des coefficients du modèle de la tension critique

Les résultats du test de Student montrent que parmi les dix coefficients du modèle représentant la tension critique, sept sont jugés significatifs autrement dit influents, les autres sont non influents.

Les facteurs étudiés : la largeur, la profondeur, et la résistance linéiques, sont tous influent. Ce résultat est en accord avec l'étude faite précédemment pour les courbes de variations de la tension critique en fonctions des facteurs d'entrée.

Ce résultat se vérifie aisément sur la représentation géométrique de la figure III.6, obtenue à partir du logiciel expert MODDE5 et illustrant les histogrammes des effets et des interactions.

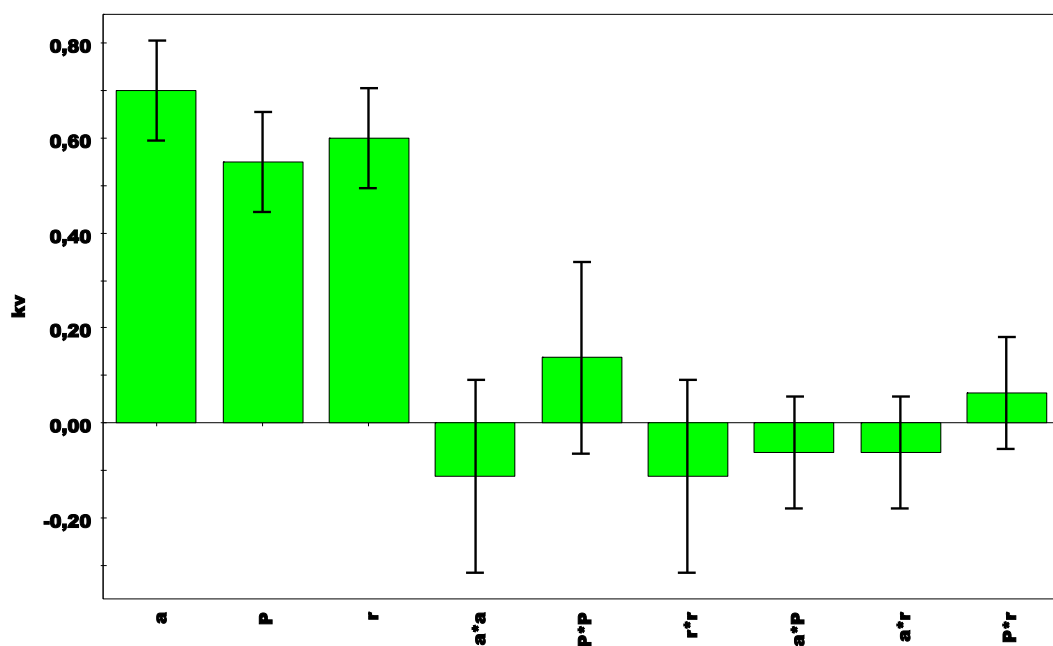


Figure III.7. Représentation géométrique des effets et des interactions (MODDE5)

c) Intervalle de confiance des coefficients du modèle

Il s'agit maintenant de déterminer pour les coefficients jugés significatifs, un intervalle dit « de confiance », pour un risque d'erreur pris égal à 5%. Cet intervalle ne doit pas comprendre la valeur zéro, autrement la valeur de confiance accordée au coefficient serait nulle à 5% près.

Les bornes de l'intervalle sont obtenues en additionnant et en soustrayant à la valeur du coefficient a_i , le produit de son estimateur S_i par la valeur t_{crit} de t_i . On obtient alors :

$$[a_i - t_{crit}(\nu, \alpha)S_i, a_i + t_{crit}(\nu, \alpha)S_i] \quad (III-15)$$

Les intervalles de confiance respectifs, obtenus pour les coefficients du modèle, sont reportés dans le tableau III.12.

Tableau III.12. Intervalles de confiance des coefficients du modèle

coefficient a_i	Borne inférieure $a_i - t_{\text{crit}}(\nu, \alpha)S_i$	Estimateur de a_i	Borne supérieure $a_i + t_{\text{crit}}(\nu, \alpha)S_i$
Constante	10.763	$a_0=10.841$	10.919
Largeur(a)	0.622	$a_1=0.700$	0.778
Profondeur(P)	0.472	$a_2=0.550$	0.628
Resistance linéique(r)	0.522	$a_3=0.600$	0.678
Lar*Lar (a*a)	-0.190	$a_7=-0,112$	-0.034
Pro*Pro (P*P)	0.059	$a_8=+0,137$	0.215
Res*Res (r*r)	-0.190	$a_9=-0,112$	-0.034

d) Analyse de la variance

L'analyse de la variance consiste à comparer à l'aide d'un test, appelé test de Fisher, la somme des carrés des écarts due uniquement à la régression avec la somme des carrés des résidus.

Dans ce qui suit nous allons faire subir à notre modèle un dernier test celui de Fischer appelé test « F ». Comme décrit dans le chapitre précédent ce test nécessite au préalable le dressement du tableau d'analyse de la variance Tableau III.13. On utilise pour ce faire la variation *SCEL* due à la liaison linéaire et La variation résiduelle *SCER* et leur degré de liberté respectif

Tableau III.13. Analyse de variance pour la tension critique

Variation due à	Somme des carrés	DDL	Carré moyen	Test«F»
Liaison	$SCEL = 11.724$	$\nu_1 = 9$	$\frac{SCEL}{p-1} = 1.302 = CML$	$F_{\text{obs}} = \frac{CML}{s^2} = 68.52$
Résidus	$SCER = 0.137$	$\nu_2 = 7$	$\frac{SCER}{n-p} = s^2 = 0.019$	
Totale	$SCET = 11.861$	16	$CMT = \frac{SCET}{\nu_3} = 0.741$	

La table de Fisher- Snédecor (voir l'annexe A2) donne pour $\nu_1 = 9$ et $\nu_2 = 7$, $F(\text{crit}) = 3.68$, pour un risque de 5%. Etant donné que $(F_{\text{obs}} = 68.52) > (F_{\text{crit}} = 3.68)$, on accepte donc l'hypothèse H_1 de linéarité du modèle.

e) *Qualité du modèle*➤ **Qualité descriptive du modèle**

Le tableau d'analyse de régression (tableau III.13) permet d'établir le coefficient de détermination à partir de la relation suivante :

$$R^2 \% = \frac{SCEL}{SCET} * 100 = \frac{11.724}{11.861} * 100 = 98.84\% \quad (\text{III-16})$$

Pour comparer la qualité descriptive de différents modèles. Il faut recourir à l'utilisation du coefficient de détermination ajusté $R_{ajusté}^2$ %.

Pour tenir compte du *nombre de coefficients présents* dans un modèle et pour pouvoir comparer différents modèles entre eux, on définit le coefficient de détermination ajusté à partir de la formule suivante :

$$R_{ajusté}^2 \% = \left(1 - \frac{\frac{SCEP}{SCET}}{\frac{N-P}{N-1}} \right) * 100 = \left(1 - \frac{0.019}{0.741} \right) * 100 = 97.43\% \quad (\text{III-17})$$

Plus la valeur du coefficient de détermination ajusté est proche de 100%, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante. On peut donc dire que le modèle obtenu pourra servir à prédire la valeur de la réponse pour la tension critique.

➤ **Qualité prédictive du modèle :**

Au même titre que l'on a défini précédemment la qualité descriptive d'un modèle à partir du coefficient de détermination ajusté, il est possible de définir maintenant la qualité prédictive d'un modèle à partir d'un coefficient noté $R_{prédictif}^2$ ou Q^2 , calculé suivant la formule III.17

$$Q^2 \% = \left(1 - \left(\frac{PRESS}{SCET} \right) \right) * 100 \quad (\text{III-18})$$

$$Q^2 \% = \left(1 - \left(\frac{1.378}{11.861} \right) \right) * 100 = 88.38\% \quad \text{Pour } PRESS=1.378 \quad (\text{III-19})$$

Plus la valeur du coefficient Q^2 % est proche de 100% plus la qualité prédictive du modèle est satisfaisante.

On peut remarquer, à partir des données de ce plan, la relation suivante : $Q^2 \leq R_{ajusté}^2 \leq R^2$. *Un modèle est toujours moins prédictif qu'il n'est descriptif.*

III.6.4. Troisième plan (modèle simplifié)

C'est un modèle qui prend en compte aussi bien les effets des facteurs considérés que ceux de leurs interactions qui sont *uniquement significatifs*. Nous allons donc exclure du modèle de la relation III.12, les coefficients liés à leur interaction et jugés non significatifs par le test de Student. La représentation polynômiale du modèle simplifié est donnée par la relation

$$U_{cs} = 10.841 + 0.700*a + 0.550*P + 0.600*r - 0,112*a*a + 0,137*P*P - 0,112*r*r \quad (III-20)$$

Ce modèle expérimental simplifié de la tension critique, est apte pour modéliser la tension critique, dans les limites du domaine expérimentale d'étude.

III.6.4.1. Analyse graphique du modèle simplifié

a) *courbes iso-réponse* : à l'aide du logiciel MODDE 5, on peut tracer les courbes iso-réponse de la variation de la tension critique du contournement en fonction des facteurs influents, figure III-8

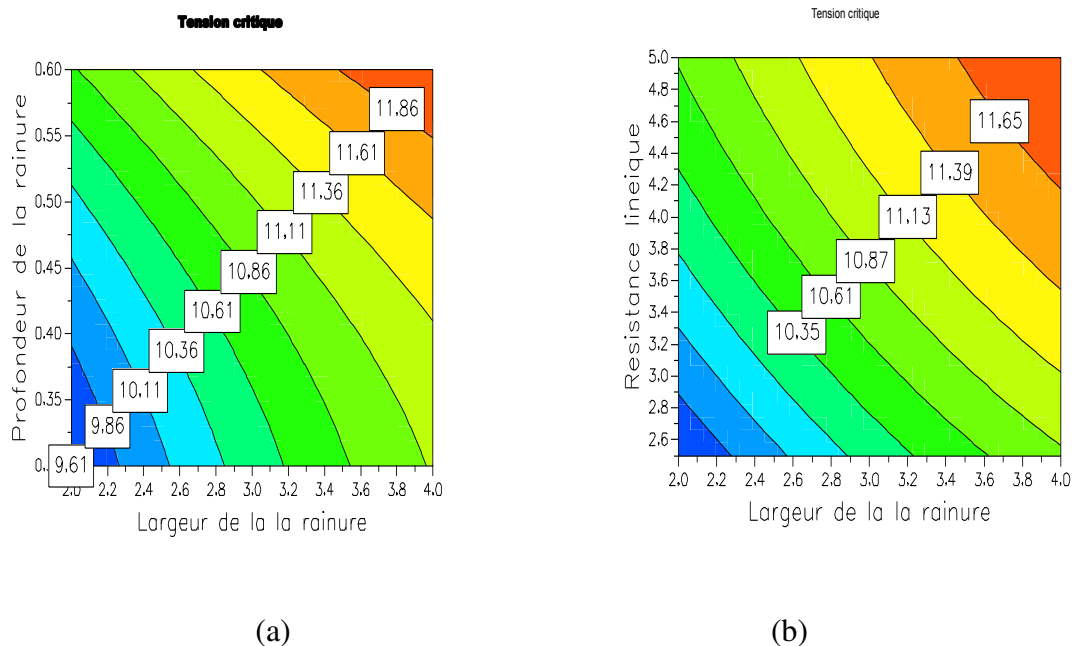


Figure III.8. Courbes iso-réponse pour la configuration sans lame :

a) Effet de la largeur et la profondeur ; b) Effet de la largeur et la résistance linéique

Les courbes iso-réponse représentés sur la figure III.8 a, représentant l'influence de largeur a et de la profondeur P sur la tension critique, l'amorçage se produit à des valeurs élevées de la tension critique U maxi pour la largeur $a = (3.5 \dots 4 \text{ cm})$ et la profondeur $P = (0,55 \dots 0,60 \text{ cm})$. Sur la figure III.8 b les plages de valeurs des facteurs pour lesquels la

tension critique est maximale est obtenue pour les valeurs de la largeur comprises entre (3.45... 4cm) et les valeurs de la résistance linéique de l'électrolyte comprises entre (4.15 ... 5KΩ/cm).

b-courbes de prédictions

Nous remarquons que l'allure des courbes de prédiction Figure III.8 traduit l'influence de chaque facteur sur la tension critique

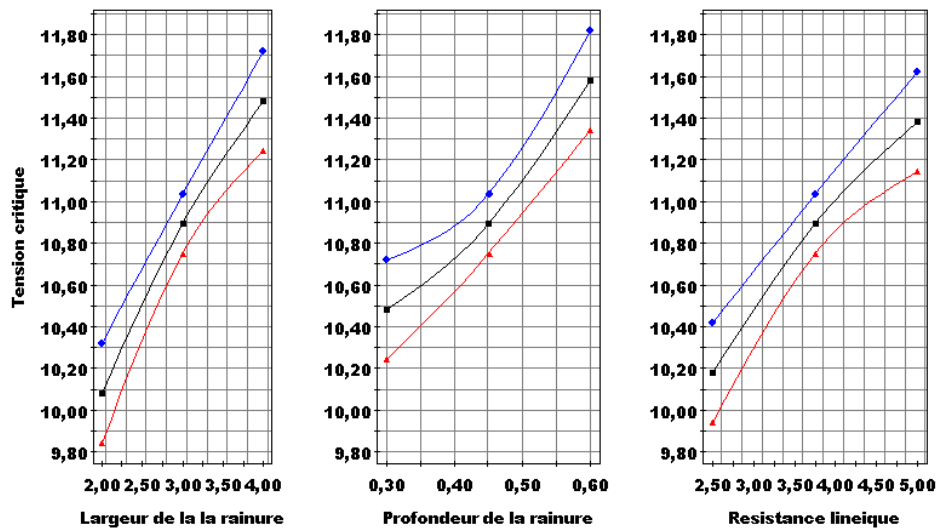


Figure III.9. Courbe de prédiction de l'influence des facteurs d'entrées sur la réponse sans lame

III.6.5. comparaison

Le tableau suivant présente les qualités des modèles étudiés.

Tableau III.14. Analyse des qualités des modèles étudiés

REPNSES	R ² %	%R ² ajusté	%Q ²	P	n
Premier plan	98 %	97.10 %	94.10 %	4	11
Deuxième plan	98.84	97.43	88.38	10	17
Troisième plan	98.10	96.90	93.90	7	17

Les modèles expérimentaux de la tension critique correspondant aux trois plans

❖ **Modèle du premier plan**

$$Ucs = 10.846 + 0.688 * a + 0.562 * P + 0.563 * r$$

❖ **Modèle du deuxième plan**

$$Ucs = 10.841 + 0.700 * a + 0.550 * P + 0.600 * r - 0.112 * a * a + 0.137 * P * P - 0.112 * r * r - 0.0625 * a * P - 0.0625 * a * r + 0.0625 * P * r$$

❖ *Modèle du troisième plan*

$$U_{cs} = 10.841 + 0.700 \cdot \alpha + 0.550 \cdot P + 0.600 \cdot r - 0,112 \cdot \alpha \cdot \alpha + 0,137 \cdot P \cdot P - 0,112 \cdot r \cdot r$$

Nous avons montré l'intérêt des plans composites qui peuvent facilement prendre la suite d'un premier plan factoriel par un modèle du premier degré. Il suffit d'effectuer les expériences correspondantes aux points en étoile et de faire les calculs sur l'ensemble de toutes les expériences. Les plans composites sont parfaitement adaptés à l'acquisition progressive des résultats. D'où un gain en temps important. Ceci est montré par l'étude des trois plans qui a fait apparaître des particularités intéressantes, telle que la possibilité de partager certaines expériences par plusieurs plans.

III.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté en deux parties, les résultats de l'étude expérimentale et de modélisation, de la tension critique de contournement.

Dans la première partie expérimental, nous avons déterminé les principaux paramètres qui influent sur la tension critique de contournement, en utilisant la méthode dite « d'un facteur à la fois ». Ce qui nous a permis de caractériser l'importance de l'influence de chacun des facteurs sur la tension critique.

La deuxième partie du travail présenté dans ce chapitre, intéresse la modélisation expérimentale de la tension critique. Nous avons d'abord traité, par la méthodologie des plans d'expériences, les résultats de mesures en vue d'analyser l'influence des différents facteurs et l'influence de leur interaction mutuelle sur la tension critique.

Toujours à l'aide de la « MPE », un traitement théorique a été effectué, aux résultats expérimentaux, pour le développement d'un modèle représentatif de la sortie (tension)

Aux modèles ainsi obtenus, ont été soumis à une étude de validation, basée sur l'analyse statistique de la variance « ANOVA ».

Les résultats de cette analyse nous ont permis après les tests d'influence des facteurs (Student), de faire une comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques (Fischer) et ayant trait aux qualités de description et de prédiction, d'accorder avec un taux de confiance très proche de l'unité, la qualité de représentation satisfaisante de la tension critique. La dernière étape a consisté à comparer les trois modèles étudiés. Nous avons montré que certaines expériences sont partagées par les trois plans, d'où un gain de temps important.

CHAPITRE IV

MODELISATION EXPERIMENTALE DU CONTOURNEMENT PAR LA TECHNIQUE RSM

CHAPITRE IV

Modélisation expérimentale du contournement par la technique RSM

IV.1. Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons étudié le modèle avec une configuration sans lame. Les résultats des mesures effectuées, nous les avons traités par la méthodologie des plans d'expériences, en vue d'analyser l'influence des différents facteurs et l'influence de leur interaction mutuelle sur la tension critique.

Nous avons pu mettre en évidence l'influence des trois facteurs étudiés, qui sont la largeur a , la profondeur P et la résistance r .

Une modélisation de la tension critique en fonction des facteurs d'études a été établie ; le modèle obtenu nous permet de prédire la valeur de la tension critique.

Dans ce chapitre nous allons étudier le modèle avec une configuration avec lame.

Les résultats de ces études ont montré que le changement introduit par ces différents objets sur les conditions de trajet de la décharge, influe sur l'élongation de la décharge. Ce qui a permis de déterminer les facteurs influents. Néanmoins la détermination de l'influence de chacun des différents facteurs, pris séparément est nécessaire mais non suffisante pour une totale compréhension du phénomène, puisqu'elle ne prend pas en compte l'effet généré par l'interaction entre les divers facteurs.

Pour la maîtrise de l'effet des interactions entre facteurs, nous introduisons dans ce chapitre la technique RSM. L'application de cette technique RSM à notre étude, qui utilise un

modèle expérimental de laboratoire basé sur celui D'OBENAU, vise à établir un modèle mathématique donnant la variation de la tension critique en fonction des facteurs d'influence. L'analyse des résultats du modèle ainsi obtenu permettra, la détermination des valeurs optimales des facteurs qui correspondent à la tension critique maximale, avec lame équipotentielle immergée dans l'électrolyte.

IV.2. Description de la cellule de mesure

Nous avons utilisé le même montage expérimental du chapitre précédent mais nous avons introduit au niveau des cellules des lames équipotentiels de différentes dimensions

La cellule expérimentale modélisant l'isolateur. En plexiglas et de forme rectangulaire elle se présente en forme de rainure creuse, remplie d'électrolyte à base de chlorure de sodium ($\text{Na Cl} + \text{H}_2\text{O}$) avec l'une de ses extrémités reliée à l'électrode de masse. L'électrode active HT surplombant l'électrolyte à une hauteur h égale à 0.3cm, elle est distante de 8 cm de l'électrode de masse.

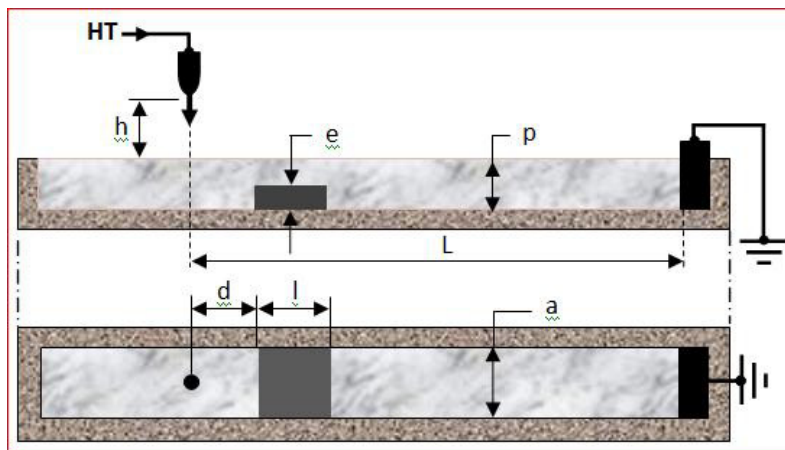


Figure IV.1. Cellule expérimentale de contournement d'isolateur avec lame.

a, p : Largeur et profondeur de la cellule ; **l, e** : Longueur et épaisseur de la lame ;
h, d : Hauteur de l'électrode HT / à l'électrolyte et son espacement / la lame.

On a utilisé quatre cellules expérimentales ayant même longueur L égale 8cm, mais de largeurs (**a**) différentes égales respectivement à 1,2, 3 et 4 cm. On a également considéré quatre volumes différents d'électrolyte pour chaque cellule, qu'on a quantifié par trois profondeurs P de valeurs respective 0.30, 0.45 et 0.60cm. Les résistances linéiques (r) considérées de l'électrolyte ont pour valeurs 2,5 k Ω /cm, 3.75 k Ω /cm et 5 k Ω /cm. Pour la lame équipotentielle immergée dans l'électrolyte de longueur l égale à 1 cm, on a utilisé trois épaisseurs (**e**) différentes égales à 0,15 ;0,20 et 0,30 cm.

La variation des différents facteurs (a, P, e, et r) s'est faite dans une plage de valeurs couramment utilisées en laboratoire pour l'étude du phénomène de contournement.

IV.3. Mode opératoire

Pour chaque cellule expérimentale et après chaque essai réalisé avec lame immergée, nous réinitialisons le banc de mesure en utilisant une nouvelle solution électrolytique et en rechargeant la batterie de condensateurs à la valeur de la tension désirée $U=U_d$. On provoque alors l'amorçage de la décharge entre l'électrode active HT soumise à la tension U_d et l'électrolyte.

Pour chaque cellule considérée, il existe une tension critique U_C suffisante pour provoquer le phénomène du contournement. C'est cette tension critique qu'on essaie de déterminer. En effet, on la recherche en augmentant progressivement la tension U_d jusqu'à atteindre la valeur présumée U_C de la cellule considérée. La décharge évolue alors sur l'électrolyte et atteint l'électrode de masse, provoquant ainsi le contournement en polarité positive. Nous relevons à l'aide de notre banc de mesure, les valeurs de tensions critiques observées pour l'ensemble des variantes de cellule étudiées.

IV.4. Procédure d'expérimentation "un facteur à la fois"

L'objectif fixé à ce plan d'expérience "un facteur à la fois», est de quantifier l'influence des différents facteurs : la résistance linéique de l'électrolyte, la largeur de la rainure, la profondeur de l'électrolyte, et l'épaisseur de la lame sur la tension critique U_c . La variation de ces facteurs s'est faite dans une plage de valeurs couramment utilisées en laboratoire pour l'étude du phénomène de contournement. Les résultats obtenus pour la réponse sont portés aux tableaux ci-dessous.

IV.4.1. Premier facteur la largeur de la rainure a

Tableau IV.1. Etude de l'influence de la largeur a pour $e=0.15\text{cm}$

a en cm	p (cm)	$U_c(\text{KV})$ $r=2,5 \text{ k}\Omega/\text{cm}$	$U_c(\text{KV})$ $r=3,75 \text{ k}\Omega/\text{cm}$	$U_c(\text{KV})$ $r=5 \text{ k}\Omega/\text{cm}$
2	0,3	16,5	17	17,5
3		17	17,5	18
4		17,5	18	20,5
2	0,45	17	16,5	18
3		16,5	17	20,5
4		15	16,5	19
2	0,6	16,5	16	19
3		14	14,5	15,5
4		15	15,5	16

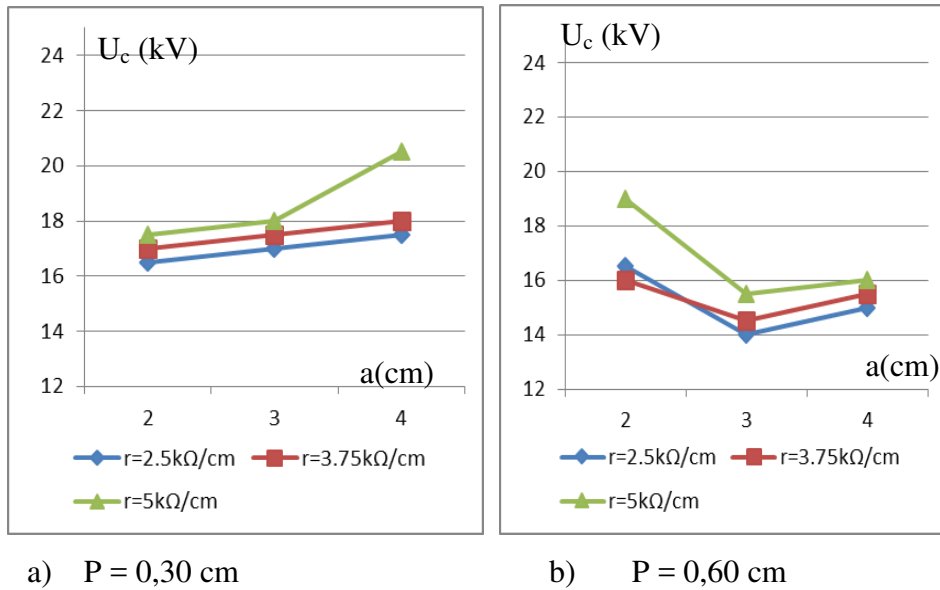


Figure IV.2. Variation de la tension critique U_c en fonction de la largeur de la rainure a pour $e=0.15\text{cm}$

Tableau IV.2. Etude de l'influence de la largeur a pour $e = 0.30 \text{ cm}$

a (cm)	p (cm)	$U_c(\text{KV})$ $r=2,5 \text{ k}\Omega/\text{cm}$	$U_c(\text{KV})$ $r=3,75 \text{ k}\Omega/\text{cm}$	$U_c(\text{KV})$ $r=5 \text{ k}\Omega/\text{cm}$
2	0,3	15	19	18,5
3		20	22	22
4		21	21,5	23
2	0,45	18	18	18,5
3		19	21	21
4		19	19	21
2	0,6	19	20	21,5
3		20,5	18	20
4		18	17,5	19

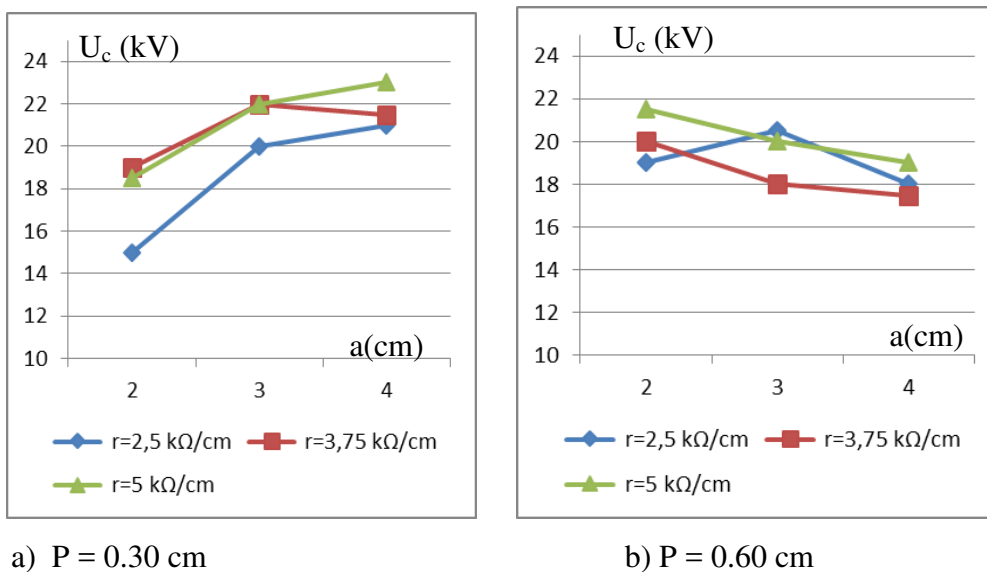


Figure IV.3. Variation de la tension critique U_c en fonction de la largeur de la rainure a pour $e=0.30\text{cm}$

On observe que nous avons les mêmes allures croissantes des courbes tracées pour les différentes valeurs de(a) pour les deux épaisseurs (e)lorsque $P=0.30\text{cm}$. Les allures deviennent décroissantes pour les deux épaisseurs lorsque $P = 0.60\text{ cm}$.

IV.4.2. Second facteur la profondeur de l'électrolyte P

Tableau IV.3. Etude de l'influence de la profondeur de l'électrolyte P pour $e=0.15\text{cm}$

p en cm	a (cm)	Uc(kV) $r=2,5\text{ k}\Omega/\text{cm}$	Uc(kV) $r=3,75\text{ k}\Omega/\text{cm}$	Uc(kV) $r=5\text{ k}\Omega/\text{cm}$
0,3	2	16,5	17	17,5
0,45		17	16,5	18
0,6		16,5	16	19
0,3	3	19	17,5	19,5
0,45		16,5	17	20,5
0,6		14	14,5	15,5
0,3	4	13,5	18	20,5
0,45		15	16,5	19
0,6		15	15,5	16

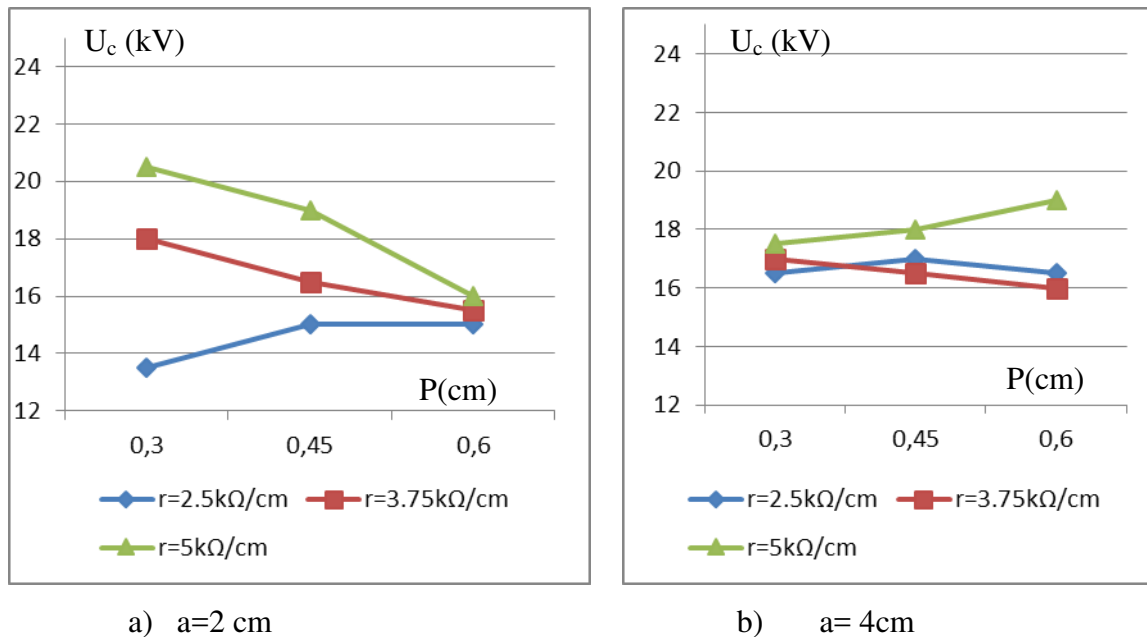
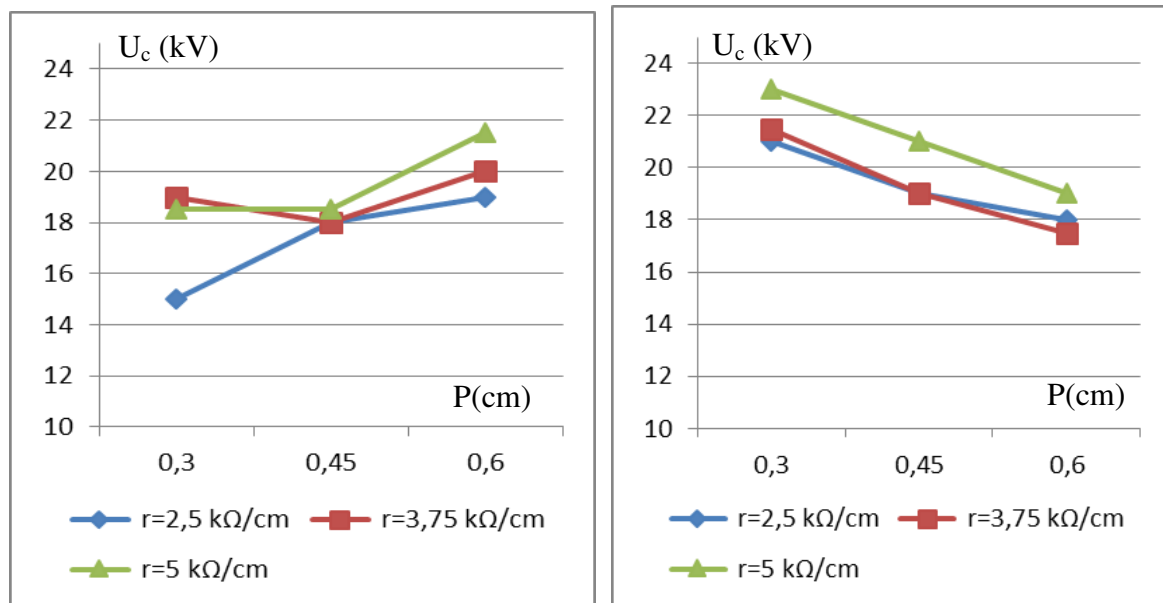


Figure IV.4. Variation de la tension critique U_c en fonction de la profondeur P

Tableau IV.4. Etude de l'influence de la profondeur de l'électrolyte P pour $e = 0.30$ cm

p en cm	a (cm)	Uc (kV)		
		r =2,5 kΩ/cm	r=3,75 kΩ/cm	r=5 kΩ/cm
0,3	2	15	19	18,5
0,45		18	18	18,5
0,6		19	20	21,5
0,3	3	20	22	22
0,45		19	21	21
0,6		20,5	15,5	20
0,3	4	21	21,5	23
0,45		19	19	21
0,6		18	17,5	19

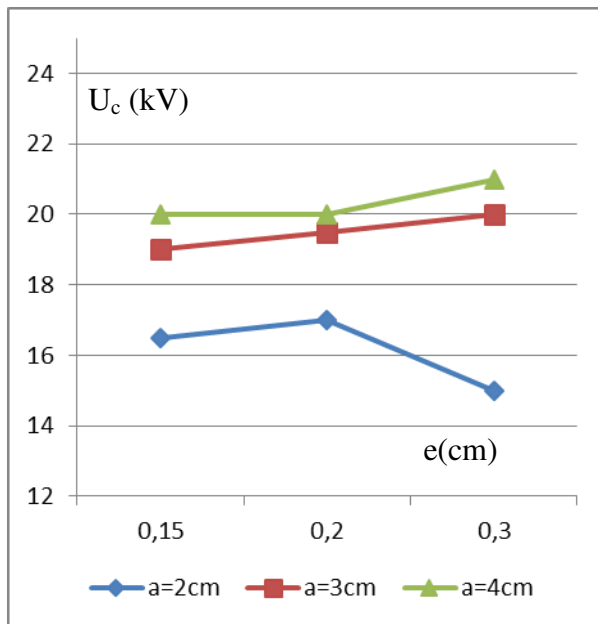
a) $a = 2$ cmb) $a = 4$ cm**Figure IV.5.** Variation de la tension critique U_c en fonction de la profondeur P

On observe que nous avons les mêmes allures croissantes des courbes tracées pour les différentes valeurs de (P), pour les deux épaisseurs (e) lorsque $a = 2$ cm. Les allures deviennent décroissantes pour les deux épaisseurs lorsque $a = 4$ cm.

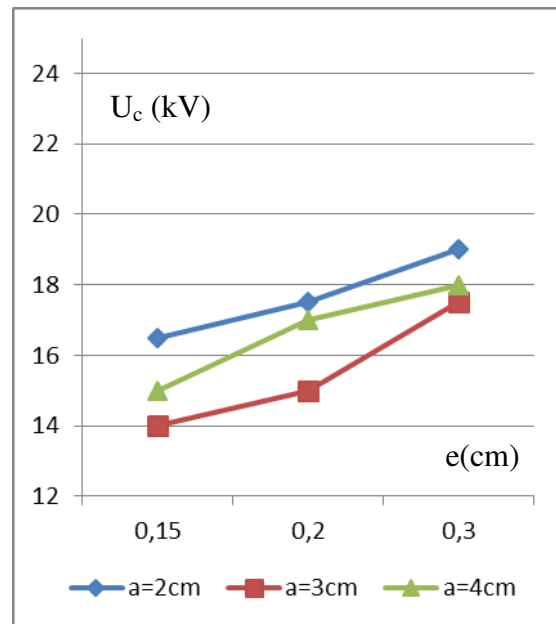
IV.4.3. Troisième facteur l'épaisseur de la lame (e)

Tableau IV.5. Etude de l'influence de l'épaisseur de la lame e, pour r = 2.5 kΩ/cm

e(cm)	p (cm)	Uc(kV) a=2cm	Uc(kV) a=3cm	Uc(kV) a=4cm
0,15	0,3	16,5	19	20
0,2		17	19,5	20
0,3		15	20	21
0,15	0,45	17	16,5	15
0,2		17,5	17	18,5
0,3		18	19	19
0,15	0,6	16,5	14	15
0,2		17,5	15	17
0,3		19	17,5	18



a) P = 0.30 cm

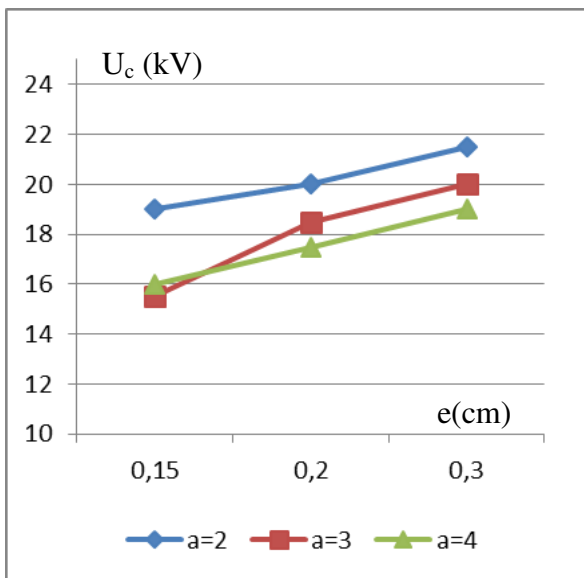


b) P = 0.60 cm

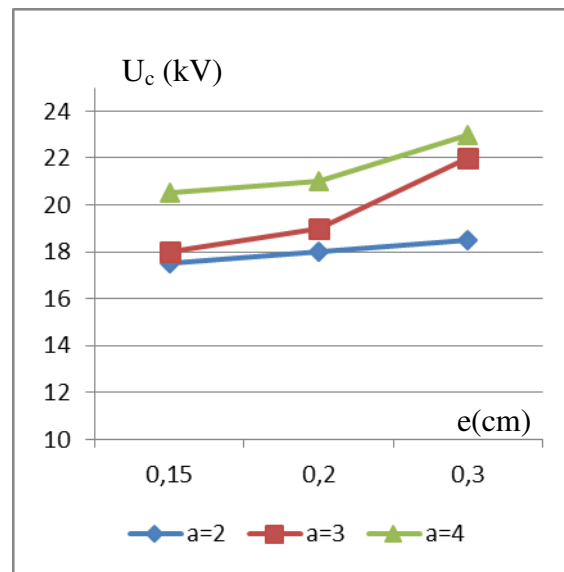
Figure IV.6. Variation de la tension critique U_c en fonction de l'épaisseur de la lame e.

Tableau IV.6. Etude de l'influence de l'épaisseur de la lame e pour $r = 5k\Omega/cm$

e (cm)	p (cm)	U_c (kV) $a=2cm$	U_c (kV) $a=3cm$	U_c (kV) $a=4cm$
0,15	0,3	17,5	18	20,5
0,2		18	19	21
0,3		18,5	22	23
0,15	0,45	16	17,5	19
0,2		17	18	20
0,3		18,5	21	21
0,15	0,6	19	15,5	16
0,2		20	18,5	17,5
0,3		21,5	20	19



a) P = 0.30 cm



b) P = 0.60 cm

Figure IV.7. Variation de la tension critique U_c en fonction de l'épaisseur de la lame e .

On observe que nous avons les mêmes allures croissantes des courbes tracées pour les différentes valeurs de l'épaisseur (e) pour les deux résistances linéique (r). Nous avons les valeurs de U_c plus importantes pour $a=2\text{cm}$ lorsque $p=0.60\text{cm}$ Figure IV.6 b et Figure IV.7b.

IV.4.4. Quatrième facteur la résistance linéique r

Tableau IV.7. Etude de l'influence de la résistance linéique r pour $e = 0.15 \text{ cm}$.

r (kΩ/cm)	p (cm)	Uc(kV) a=2cm	Uc(kV) a=3cm	Uc(kV) a=4cm
2,5	0,3	16,5	19	19,5
3,75		17	17,5	18
5		17,5	18	20,5
2,5	0,45	17	16,5	15
3,75		16,5	17	16,5
5		16	20,5	19
2,5	0,6	16,5	14	15
3,75		16	14,5	15,5
5		19	15,5	16

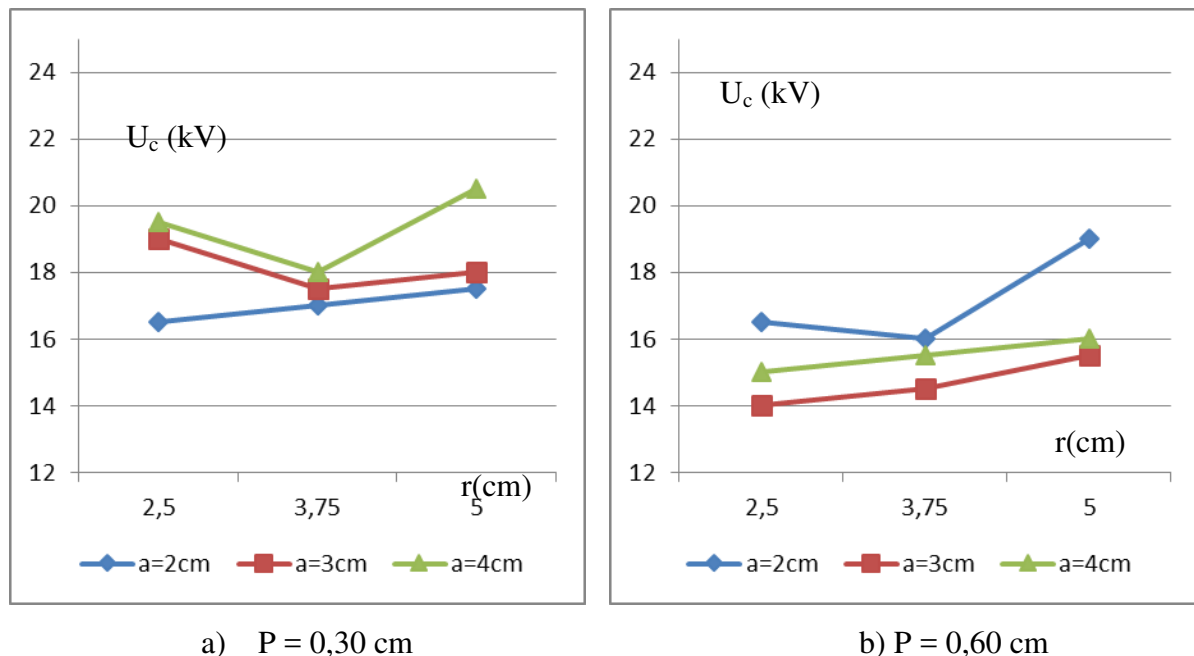
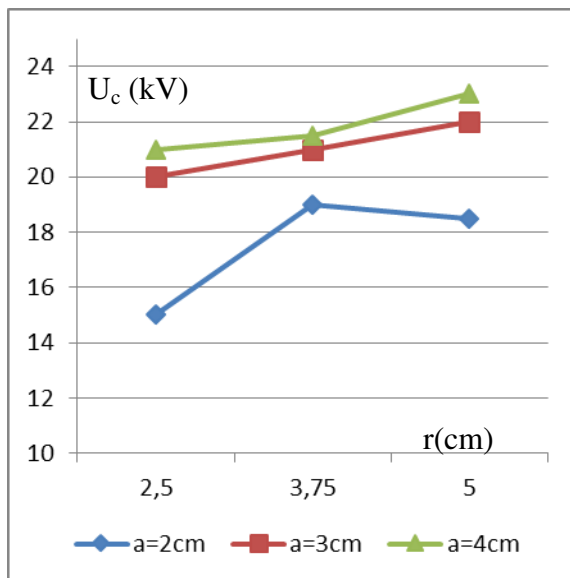
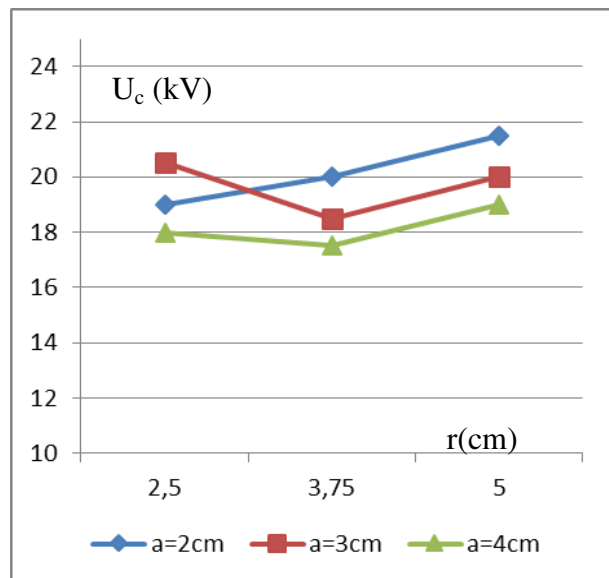


Figure IV.8. Variation de la tension critique U_c en fonction de la résistance r pour $e = 0.15 \text{ cm}$.

Tableau IV.8. Etude de l'influence de la résistance linéique r pour $e = 0.30$ cm.

r (k Ω /cm)	P (cm)	U_c (KV) a=2cm	U_c (KV) a=3cm	U_c (KV) a=4cm
2,5	0,3	15	20	21
3,75		19	21	21,5
5		18,5	22	23
2,5	0,45	18	19	19
3,75		18	21	19
5		18,5	21	21
2,5	0,6	19	20,5	18
3,75		20	18,5	17,5
5		21,5	20	19

a) $P = 0,30$ cmb) $P = 0.60$ cmFigure IV.9. Variation de la tension critique U_c en fonction de la résistance r pour $e = 0.30$ cm.

On observe que nous avons les mêmes allures croissantes des courbes tracées pour les différentes valeurs de (r). Les valeurs des tensions critiques sont importantes lorsque $P=0.30$ cm et $e=0.30$ cm Figure IV.9 a.

Toutes les courbes de variation des tensions critique du contournement montrent la variation de cette tension en fonction de différent paramètre géométrique et électrique de l'électrolyte, pour différentes valeurs de résistance ($r=2.5$ k Ω /cm, 3.75 k Ω /cm ,5 k Ω /cm).

Nous pouvons remarquer en premier lieu que la tension critique augmente avec la diminution de la largeur de l'électrolyte et qu'en second lieu, la tension critique de contournement avec une résistance de 5 k Ω /cm est toujours supérieure à celle d'une résistance 2.5 k Ω /cm et 3.75 k Ω /cm, et enfin les valeurs les plus importantes de la tension critique sont données pour le couple (P=0.30cm et e=0.30cm).

On peut conclure que :

L'étude expérimentale du phénomène de la propagation de la décharge de contournement sur la cellule avec la présence de la lame montre que la tension critique de contournement est influencée par la variation de la résistance de l'électrolyte, la largeur, la profondeur de l'électrolyte et l'épaisseur de la lame.

A partir de cette remarque on peut déduire que les principaux facteurs qui influent sur la tension critique de contournement sont : la largeur, la profondeur de l'électrolyte, l'épaisseur de la lame et la résistance linéique.

IV.5. Modélisation expérimentale du contournement par la technique RSM

Après l'étude préliminaire des paramètres d'entrées, par le plan « un facteur à la fois » et la détermination des domaines de définition de chaque variable, nous allons dans ce qui suit passer à l'étude des effets des facteurs pris cette fois ci de façon simultanée.

IV.5.1. Premier plan

IV.5.1.1. Domaine expérimentale d'étude

Dans le tableau IV.9 suivant, sont portés les niveaux retenus pour chaque variable, et ce compte tenu des résultats précédents

Tableau IV.9. Domaine expérimentale d'étude.

Essais à Réaliser	Ordre Essai	Facteur 1 Largeur a	Facteur 2 Profondeur P	Facteur 3 Epaisseur e	Facteur 4 Resistance linéique r
Niveau	Bas -1	2	0.30	0.15	2.5
Niveau	Moy +0	3	0.45	0.225	3.75
Niveau	Haut +1	4	0.60	0.30	5

IV.5.1.2 Matrice d'expériences

a) Choix du plan d'expérience

Le plan composite permet une modélisation du second degré. Pour un modèle à quatre facteurs, la réponse peut être exprimée par :

$$y = f(x_i, x_j) = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{IV-1})$$

Où : a_0 , a_i , a_{ii} et a_{ij} sont des coefficients calculés. Dans notre cas, ces coefficients sont calculés avec un logiciel spécifique aux plans d'expériences MODDE 5.

b) Notations de YATE

La notation de YATE définie au chapitre précédent nous permet de déterminer les valeurs centrales des quatre facteurs étudiés

On aura donc :

- $a_c = (a_{\text{MAXI}} + a_{\text{MINI}}) / 2 = 3 \text{ cm}$
- $p_c = (p_{\text{MAXI}} + p_{\text{MINI}}) / 2 = 0.45 \text{ cm}$
- $e_c = (e_{\text{MAXI}} + e_{\text{MINI}}) / 2 = 0.225 \text{ cm}$
- $r_c = (r_{\text{MAXI}} + e_{\text{MINI}}) / 2 = 3.75 \text{ cm}$

Le modèle mathématique (1) devient alors :

$$y = f(x_i^*, x_j^*) = a_0 + \sum a_i x_i^* + \sum a_{ij} x_i^* x_j^* + \sum a_{ii} (x_i^*)^2 \quad (\text{IV-2})$$

c) Organisation des essais

Dans le cas d'un plan à 4 facteurs, le plan composite correspond à la totalité des essais, à savoir 16 essais pour le plan factoriel, plus 8 essais centrées sur les faces du cube, plus 3 essais identiques au point central. Un plan composite à 4 facteurs correspond donc à un total de 27 essais.

d) Matrice d'expérience du plan complet

La matrice d'expériences organisant le déroulement des essais d'un tel plan à quatre facteurs est donnée par le Tableau IV.10 en annexe A4 avec Le logiciel MODDE 5.0 (Umetrics AB, Suède). Les valeurs (+1) et (-1) désignent les valeurs Max et Min des facteurs .

Les résultats des essais obtenus selon la matrice d'expériences du plan composite à faces centrées CCF à quatre facteurs sont reportés dans le tableau IV.11.

Tableau IV.10. Matrice d'expériences du plan composite à faces centrées CCF à quatre facteurs

Exp No	a (cm)	P (cm)	r (kΩ/cm)	e (cm)	U _c (kV)
1	2	0.3	2.5	0.15	16.5
2	4	0.3	2.5	0.15	13.5
3	2	0.6	2.5	0.15	18
4	4	0.6	2.5	0.15	15
5	2	0.3	2.5	0.3	19
6	4	0.3	2.5	0.3	16
7	2	0.6	2.5	0.3	21
8	4	0.6	2.5	0.3	18
9	2	0.3	5	0.15	19
10	4	0.3	5	0.15	17.5
11	2	0.6	5	0.15	19
12	4	0.6	5	0.15	18
13	2	0.3	5	0.3	19
14	4	0.3	5	0.3	18.5
15	2	0.6	5	0.3	23
16	4	0.6	5	0.3	21.5
17	2	0.45	3.75	0.225	18
18	4	0.45	3.75	0.225	17
19	3	0.3	3.75	0.225	15
20	3	0.6	3.75	0.225	19
21	3	0.45	3.75	0.15	17
22	3	0.45	3.75	0.3	21
23	3	0.45	2.5	0.225	17
24	3	0.45	5	0.225	19
25	3	0.45	3.75	0.225	17.8
26	3	0.45	3.75	0.225	18
27	3	0.45	3.75	0.225	18.2

IV.5.1.3. Calcul des effets et des interactions

➤ Matrice de calcul des effets et des interactions

Pour obtenir un modèle, représentant une sortie, en fonction des facteurs d'entrée, il faut établir une matrice de calcul, en tenant compte des interactions entre facteurs. Nous donnons la matrice de calcul pour la tension critique au tableau IV.12.annexe A 5

➤ Coefficients des effets et des interactions

La détermination des coefficients du polynôme, consiste à faire une estimation ponctuelle des effets de chacune des variables. Ils seront calculés à partir de la matrice de calcul, en faisant la somme des produits, ligne par ligne, de la colonne de réponse avec celle de la variable concernée.

La constante a_0 du polynôme est égale à la valeur moyenne des mesures des 27 expériences :

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (U_c)_i = 18.129 \quad (\text{IV-3})$$

L'effet du facteur E1, ou coefficient (aa) de la largeur de la rainure, est obtenu par :

$$a_a = \frac{-Y_1 + Y_2 - \dots + Y_{27}}{18} = -0.972 \quad (\text{IV-4})$$

L'effet du facteur E2, ou coefficient (a_p) de la profondeur de la rainure, est donné par :

$$a_p = \frac{-Y_1 - Y_2 + \dots + Y_{27}}{18} = +1.027 \quad (\text{IV-5})$$

L'effet du facteur E3, ou coefficient (a_e) de l'épaisseur de la lame, est donné par :

$$a_e = \frac{-Y_1 - Y_2 - \dots + Y_{27}}{18} = +1.305 \quad (\text{IV-6})$$

L'effet du facteur E4, ou coefficient (a_r) de la résistance linéique, est donné par :

$$a_r = \frac{-Y_1 - Y_2 - \dots + Y_{27}}{18} = 1.138 \quad (\text{IV-7})$$

En appliquant la même procédure de calcul, nous obtenons les coefficients des autres effets et interactions. L'estimation ponctuelle de chacun des effets est portée sur le tableau IV.13

Tableau IV.11. Coefficients des effets et interactions

Les effets		Les interactions	
Variables	coefficient	Variables	coefficient
Constante (Cste)	18.129	a*a	-0,268
Largeur(a)	-0.972	P*P	-0,768
Profondeur(P)	1.027	e*e	+1,231
Epaisseur (e)	1.305	r*r	+0,231
Resistance linéique(r)	1.138	a*P	-0.031
		a*e	+0.031
		a*r	+0.468
		P*e	+0.468
		P*r	+0.031
		e*r	-0.156

Le modèle mathématique adopté a priori est un polynôme du deuxième ordre prenant en compte la valeur moyenne, les effets de chaque facteur et toutes les interactions entre les facteurs pris deux à deux. Les interactions d'ordre supérieur, de faible valeur, ne sont pas prises en compte.

Si l'on ne tient pas compte des erreurs expérimentales, la sortie étudiée, sera représentée par un modèle de la forme :

$$y = f(x_i) = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{IV-8})$$

Où (a_0, a_i, a_{ij}) sont les coefficients du modèle et \hat{y} est la valeur théorique estimée de la variable de sortie.

IV.5.1.4. Modèle de la tension critique avec lame

$$\begin{aligned} U_c = & 18.129 - 0.972*a + 1.027*P + 1.305*e + 1.138*r - 0.268*aa - 0.768*P * P - \\ & 1.231*e * e + 0.231*r * r - 0.031*a * P + 0.031*a * e + 0.468*a * r + 0.468*P * e + \\ & 0.031*P * r - 0.156*e * r \end{aligned} \quad (IV-9)$$

Cette relation peut être utilisée pour optimiser et pour prédire la tension critique pour les valeurs d'entrée de la largeur, de la profondeur, de l'épaisseur de la lame et de la résistance linéique.

IV.5.1.5 Analyse statistiques du modèle pour valider le modèle

Une fois la première forme du modèle mathématique obtenu, il reste à déterminer parmi les coefficients du modèle, ceux qui sont significatifs.

a) Calcul de la valeur estimée, des écarts et des résidus

Les paramètres statistiques, à savoir la somme des carrés, des écarts de liaison (SCEL), des résidus (SCER) et totale (SCET), sont calculés pour chaque essai réalisé.

Dans le tableau IV.14 en annexe A6, sont consignés les résultats de ces calculs, pour la tension critique prise comme variable de sortie.

b) Test statistique « t » de Student

Il faut d'abord calculer la valeur « t_i », pour chaque coefficient du polynôme. On détermine au préalable à partir de l'estimation des écarts et des résidus (tableau IV.14), les valeurs de la variance totale et individuelle sur les effets. La même valeur de la variance individuelle est attribuée à tous les effets. On utilise à cet effet, les relations (IV.10) suivantes :

$$\left. \begin{aligned} S_y^2 &= \frac{1}{(n-p)} \sum_{i=1}^{27} e_i^2 = \frac{1}{V_2} \sum_{i=1}^{27} SCER_i \\ s_i^2 &= \frac{1}{n} S_y^2 \\ t_i &= \frac{|a_i|}{s_i} \end{aligned} \right\} \quad (IV-10)$$

La valeur de « t_i » ainsi obtenue est comparée à une valeur critique « t_{crit} », lue sur la table de Student, pour un degré de liberté donné et un facteur de risque préalablement choisi.

Le coefficient considéré sera significatif avec un risque de 5% s'il vérifie la condition (IV.11) :

$$t_{a_i} > t_{crit}(\alpha; \nu) \quad (IV-11)$$

Soit par exemple, le coefficient $a_1 = -0.972$, associé à la largeur de la rainure a , pour une variance totale $S_y^2 = 0.513$ et une variance individuelle $S_i^2 = 0.019$, sa valeur $t_i = 7.094$.

Pour un degré de liberté $\nu_2 = (n - p) = 12$ relatif aux résidus, où le nombre de coefficients est $p = 15$, et pour un nombre d'essais réalisés $n = 27$, si on choisi un risque d'erreur égal à 5%, la valeur critique de « t_i » donnée par la table de Student voir le tableau en annexe A1) est $t_{crit}(12 ; 5\%) = 2,18$

Tableau IV.12. Coefficients des effets et interactions

Variable	Effet	t_i	Résultats
Constante	$a_0 = 18.129$	$t_0 = 132.32 > 2.18$	Significatif
Largeur(a)	$a_1 = -0.972$	$t_1 = 7.094 > 2.18$	Significatif
Profondeur(P)	$a_2 = 1.027$	$t_2 = 7.496 > 2.18$	Significatif
Epaisseur (e)	$a_3 = 1.305$	$t_3 = 9.525 > 2.18$	Significatif
Resistance linéique(r)	$a_4 = 1.138$	$t_4 = 8.306 > 2.18$	Significatif
$a*a$	$a_5 = -0.268$	$t_5 = 1.956 < 2.18$	Non Significatif
$P*P$	$a_6 = -0.768$	$t_6 = 5.605 > 2.18$	Significatif
$e*e$	$a_7 = +1.231$	$t_7 = 8.985 > 2.18$	Significatif
$r*r$	$a_8 = +0.231$	$t_8 = 1.686 < 2.18$	Non Significatif
$a*P$	$a_9 = -0.031$	$t_9 = 0.226 < 2.18$	Non Significatif
$a*e$	$a_{10} = 0.031$	$t_{10} = 0.226 < 2.18$	Non Significatif
$a*r$	$a_{11} = 0.468$	$t_{11} = 3.416 > 2.18$	Significatif
$P*e$	$a_{12} = 0.468$	$t_{12} = 3.416 > 2.18$	Significatif
$P*r$	$a_{13} = 0.031$	$t_{13} = 0.226 < 2.18$	Non Significatif
$e*r$	$a_{14} = -0.156$	$t_{14} = 1.138 < 2.18$	Non Significatif

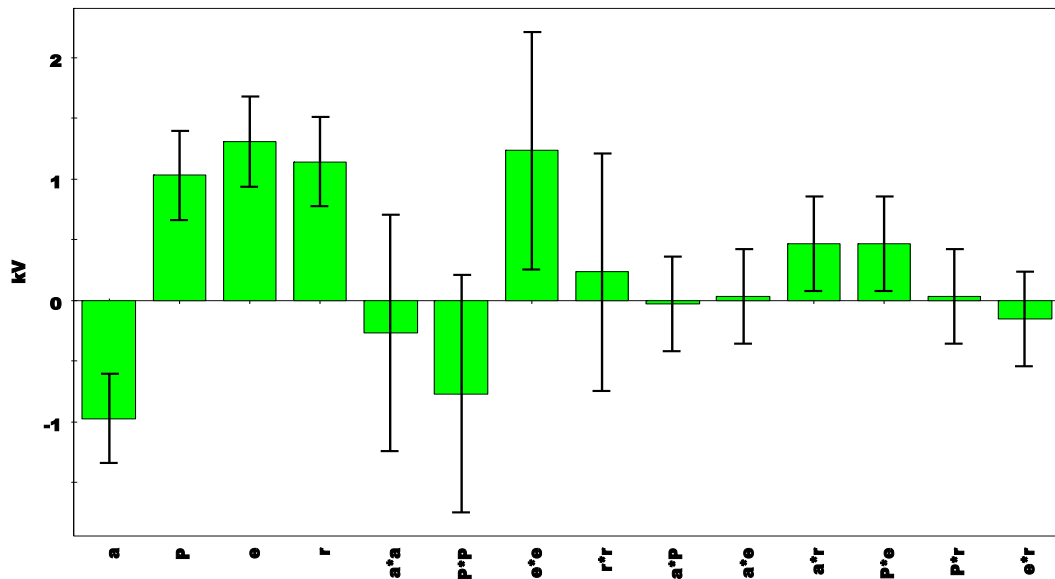


Figure IV.10. Représentation géométrique des effets et des interactions (MODDE5)

Les résultats du test de Student montrent que parmi les quinze coefficients du modèle représentant la tension critique, neuf sont jugés influents, les autres sont non influents. Du point de vue des facteurs étudiés, la largeur, la profondeur, l'épaisseur de la lame, la résistance linéique et leurs interactions sont significativement influents. Ce résultat est en accord avec l'étude faite précédemment pour les courbes de variations de la tension critique en fonctions des facteurs d'entrée.

Ce résultat se vérifie aisément sur la représentation géométrique de la figure IV.10, obtenue à partir du logiciel expert MODDE5 et illustrant les histogrammes des effets et des interactions.

c) Intervalle de confiance des coefficients du modèle

Il s'agit maintenant de déterminer pour les coefficients jugés significatifs, un intervalle dit « de confiance », pour un risque d'erreur pris égal à 5%. Cet intervalle ne doit pas comprendre la valeur zéro, autrement la valeur de confiance accordée au coefficient serait nulle à 5% près.

Les bornes de l'intervalle sont obtenues en additionnant et en soustrayant à la valeur du coefficient a_i , le produit de son estimateur S_i par la valeur t_{crit} de t_i . On obtient alors :

$$[a_i - t_{crit}(\nu, \alpha)S_i, a_i + t_{crit}(\nu, \alpha)S_i] \tag{IV-12}$$

Les intervalles de confiance respectifs, obtenus pour les coefficients du modèle, sont reportés dans le tableau IV.16 en annexe A7.

d) Analyse de la variance -Test statistique « F » de Fischer

Un dernier test celui de Fischer appelé test « F ». Comme décrit dans le deuxième chapitre nécessite au préalable le dressement du tableau d'analyse de la variance Tableau IV.13. On utilise pour ce faire la variation $SCEL$ due à la liaison linéaire et La variation résiduelle $SCER$ et leur degré de liberté respectif.

Tableau IV.13. Analyse de la variance pour la tension

Variation	\sum des carrés	DDL	Carré moyen	Test « F »
Liaison	$SCEL = 102.715$	$\nu_1 = 14$	$CML = \frac{SCEL}{\nu_1} = 7.336$	$F_{Obs} = 14.28$
Résidus	$SCER = 6.162$	$\nu_2 = 12$	$CMR = \frac{SCER}{\nu_2} = 0.513$	
Totale	$SCET = 108.876$	$\nu_3 = 26$	$CMT = \frac{SCET}{\nu_3} = 4.187$	$F_{Crit}(\nu_1; \nu_2; \alpha) = 2.53$

La table de Fisher- Snédecor (voir l'annexe A2) donne pour $\nu_1 = 14$ et $\nu_2 = 12$, $F_{crit} = 2.53$, pour un risque de 5%.

Etant donné que ($F_{obs} = 14.28$) > ($F_{crit} = 2.53$), on accepte donc l'hypothèse H_1 de linéarité du modèle, soit 95%. La régression linéaire est donc globalement significative.

e) Qualité du modèle

Le tableau d'analyse de régression (tableau IV.17) permet d'établir les coefficients de détermination à partir des relations III.15 , III.16 et III.17

❖ **Qualité descriptive et prédictive du modèle**

$$R^2 \% = 94.34\% \quad R_{ajusté}^2 \% = 87.74\% \quad Q^2 \% = 66.40\% \quad \text{Pour PRESS}=36.58$$

On peut remarquer, à partir des données de ce plan, la relation suivante :

$$Q^2 \leq R_{ajusté}^2 \leq R^2$$

Un modèle est toujours moins prédictif qu'il n'est descriptif.

IV.5.2 Deuxième plan (Modèle simplifié de la tension critique)

Le modèle de la tension relation IV.9 ainsi obtenu, il est alors possible d'envisager sa simplification éventuelle, afin de rendre plus simple son utilisation. Cette simplification

consiste à éliminer les coefficients jugés non significatifs et de *refaire une analyse statistique du nouveau modèle obtenu pour le valider*.

IV.5.2.1. Modèle simplifié de la tension critique

En éliminant les effets jugés non significatif par le test de Student Tableau IV.15, on obtient le modèle mathématique simplifié représenté par la relation IV.13 :

$$U_c = 18.129 - 0.972*a + 1.027*P + 1.305*e + 1.138*r - 0,768*P * P \quad (IV-13) \\ + 1,231*e*e + 0.468*a*r + 0.468*P*e$$

La représentation géométrique de la figure IV.11, obtenue à partir du logiciel expert MODDE5, illustre les histogrammes des effets et des interactions de l'équation IV.13.

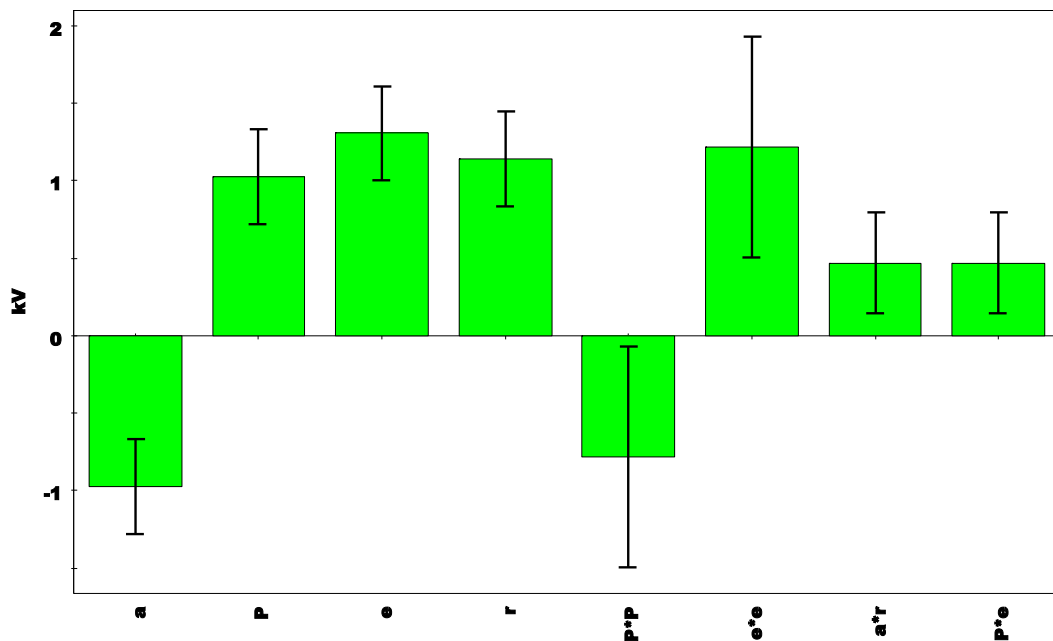


Figure IV.11. Représentation géométrique des effets et des interactions (MODDE5)

Il va falloir procéder à un test sur la réponse globale. Autrement dit il faut intégrer d'autres grandeurs statistiques, les carrés et les carrés moyens des effets et des résidus, pour faire une analyse approfondie de la variance, afin de faire une validation *finale*.

IV.5.2.2. Analyse statistique du modèle simplifié

a) Calcul de la valeur estimée, des écarts et des résidus

Les paramètres statistiques, à savoir la somme des carrés, des écarts de liaison (SCER), des résidus (SCER) et totale (SCET), sont calculés pour chaque essai réalisé.

Dans le tableau IV.18 en annexe A8, sont consignés les résultats des calculs, pour la tension critique prise comme variable de sortie.

Tableau IV.14. Intervalle de confiance des coefficients du modèle simplifié

Effets	$a_i - t_{\text{crit}}(v, \alpha)S_i$	coefficients	$a_i + t_{\text{crit}}(vv)S_i$
Constante	17.88	$a_0 = 18.129$	18.377
Largeur(a)	-1.22	$a_1 = -0.972$	-0.724
Profondeur(P)	0.779	$a_2 = 1.027$	1.275
Epaisseur (e)	1.057	$a_3 = 1.305$	1.553
Resistance linéique (r)	0.89	$a_4 = 1.138$	1.386
P*P	-1.016	$a_5 = -0.768$	-0.520
e*e	0.983	$a_6 = +1.231$	1.479
a*r	0.220	$a_7 = 0.468$	0.716
P*e	0.220	$a_8 = 0.468$	0.716

b) Test statistique « F » de Fischer

Après Le dressement du tableau d'analyse de la variance (IV.19). On utilisera la même procédure de calcul applique au modèle initial.

Tableau IV.15. Analyse de la variance pour la tension

Variation	\sum des carrés	DDL	Carré moyen	Test « F »
Liaison	$SCEL = 102.035$	$v_1 = 8$	$CML = \frac{SCEL}{v_1} = 12.754$	$F_{Obs} = 33.56$
Résidus	$SCER = 6.851$	$v_2 = 18$	$CMR = \frac{SCER}{v_2} = 0.380$	
Totale	$SCET = 108.886$	$v_3 = 26$	$CMT = \frac{SCET}{v_3} = 4.187$	$F_{Crit}(v_1; v_2; \alpha) = 2.51$

La table de Fisher- Snédecor (voir l'annexe A2) donne pour $v_1 = 8$ et $v_2 = 18$, $F(\text{crit}) = 2.51$, pour un risque de 5%. Etant donné que $(F_{obs} = 33.56) > (F_{crit} = 2.51)$, on accepte donc l'hypothèse H_1 de linéarité du modèle.

c) Qualité du deuxième modèle (simplifié)

$$R^2\% = 93.70\% \quad R^2_{\text{ajusté}}\% = 90.90\% \quad Q^2\% = 84.60\% \quad PRESS=16.768$$

Plus la valeur du coefficient $Q^2\%$ est proche de 100% plus la qualité prédictive du modèle est satisfaisante.

Les valeurs des coefficients de détermination et de prédiction sont très proches de l'unité, donc notre modèle possède les qualités de description et de prédiction. Ce modèle expérimental simplifié de la tension critique, validé par l'analyse de la variance, permet de prédire la tension dans les limites du domaine expérimentale d'étude

IV.5.3. Comparaison des deux plans

Tableau IV.16. Comparaison des deux plans

REPONSES	$\%R^2$	$\%R^2_{\text{ajusté}}$	$\%Q^2$	P
Premier modèle	93.34	87.74	66.40	15
Deuxième modèle (simplifié)	93.70	90.90	84.60	9

Pour tenir compte du nombre de coefficients présents dans les modèles (P=15 et P=9) et pour pouvoir comparer les deux modèles entre eux tableau ci- dessus , on définit le coefficient de détermination ajusté à partir de la relation III.16 ($R^2_{\text{ajusté}}=90.90$) , Plus la valeur du coefficient de détermination ajusté est proche de 100%, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante. On peut donc dire que le modèle simplifié obtenu pourra servir à prédire la valeur de la réponse pour la tension critique.

Plus la valeur du coefficient $Q^2\%$ (84.60%) est proche de 100% plus la qualité prédictive du modèle est satisfaisante. (P a diminué)

Donc le modèle expérimental simplifié de la tension critique, validé par l'analyse de la variance, est apte pour modéliser la tension critique, dans les limites du domaine expérimentale d'étude.

IV.5.4. Optimisation

Le logiciel MODDE5 offre la possibilité de déterminer les valeurs optimales des facteurs qui correspondent à la tension critique maximale. Ainsi donc, la tension critique maximale qui est prédite a pour valeur 22.71 kV, correspondant aux valeurs optimales suivantes ; a= 2cm, p = 0.6cm, e =0.30cm et r = 5 kΩ/cm (Tableau IV.21).

Ces valeurs prédites correspondent à celles mesurées dans l’expérience N°15 (tableau IV.11) ; avec une tension critique maximale mesuré de 23 KV qui correspondant aux valeurs optimales suivantes $a= 2\text{cm}$, $p = 0.6\text{cm}$, $e=0.30\text{cm}$ et $r = 5 \text{ k}\Omega/\text{cm}$

Tableau IV.17. Tableau d’optimisation par le logiciel Modde

Iteration: 171		Iteration slider: <input type="range"/>					
	1	2	3	4	5	6	7
	largeur de la rainure	profondeur de la rainure	épaisseur de la lame	résistance linéique	tension critique	iter	log(D)
1	2	0,5036	0,15	5	19,4939	171	1,2314
2	2,0203	0,5722	0,2998	4,9887	22,6773	18	-0,5249
3	2	0,5034	0,15	5	19,4939	158	1,2314
4	2,0281	0,5955	0,2998	4,9449	22,6645	20	-0,5023
5	2,0079	0,5821	0,2998	4,9962	22,6986	14	-0,564
6	2,0285	0,5983	0,3	4,9501	22,6776	16	-0,5255
7	2	0,6	0,3	5	22,7185	12	-0,602
8	2,0003	0,5744	0,2992	4,9912	22,6589	21	-0,4927

IV.6. Etude comparative entre les deux configurations avec et sans lame

Les courbes de prédiction tracée avec le logiciel MODDE5 Figure IV.12 a et b montrent que la variation de la tension critique en fonction de la largeur de la rainure est clairement différente avec et sans la présence de la plaque métallique. Avec la lame métallique, la tension U_c augmente significativement avec la diminution de la largeur de la rainure.

Les courbes de prédiction des Figure IV.12 a et b de la tension critique en fonction de la profondeur de la rainure, montrent que les tensions avec lame sont plus importantes que celle sans lame.

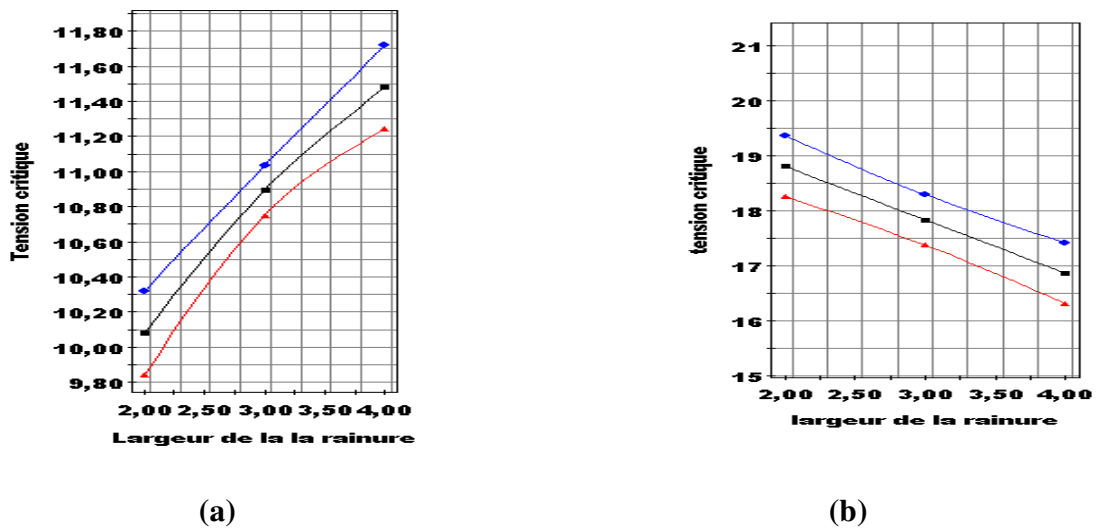


Figure IV.12. Courbes de prédiction de la tension critique en fonction de la largeur de la rainure : a) sans lame métallique b) avec lame métallique

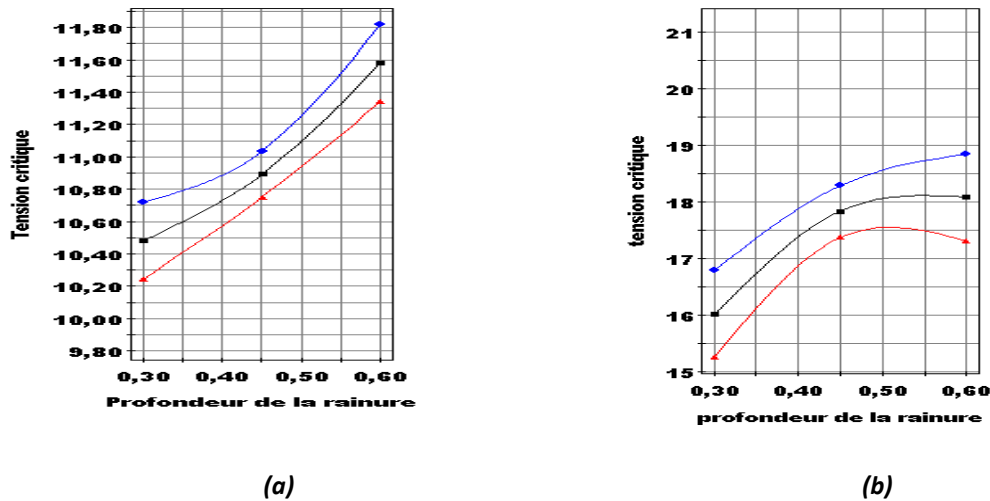


Figure IV.13. Courbes de prédiction de la tension critique en fonction de la profondeur de la rainure :
 a) sans lame métallique b) avec lame métallique

Les courbes iso-réponse tracés avec MODDE.05 permettent d'analyser et de déduire les plages de valeurs des facteurs pour lesquels la tension critique maximale est obtenue. Les contours d'iso-réponse représentés sur la figure IV.14, représentant l'influence de la largeur a et de la profondeur P sur la tension critique, indiquent qu'en présence de la plaque métallique, l'effet de la profondeur du canal est plus grand que dans le cas sans plaque. Selon Figure IV.14, le claquage sans plaque se produit à des valeurs élevées de la tension U_s pour la largeur $a = (3,5 \dots 4 \text{ cm})$ et la profondeur $p = (0,55 \dots 0,6 \text{ cm})$. En présence de la plaque métallique, c'est différent : la tension critique augmente pour les petites valeurs de largeur (2 ... 2,4 cm) et les grandes valeurs de profondeur de l'électrolyte (0,44 ... 0,6 cm).

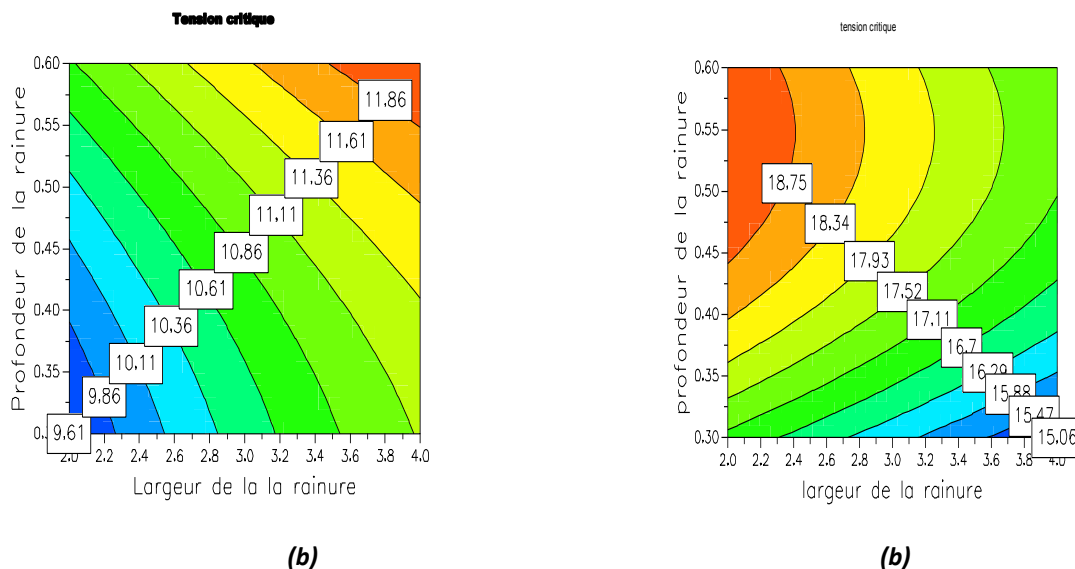


Figure IV.14. Courbes iso-réponses de la tension critique en fonction de la largeur de la rainure et de la profondeur de l'électrolyte pour $r=3.75k\Omega/cm$ a) sans lame métallique b) avec lame métallique ($e=0.225cm$)

Les courbes iso-réponse représentés sur la figure IV.15 a, représentant l'influence de la profondeur P et de l'épaisseur de la lame e sur la tension critique, l'amorçage se produit à des valeurs élevées de la tension critique pour la largeur $P = (0.475 \dots 0.60 \text{ cm})$ et l'épaisseur $e = (0,29 \dots 0,3 \text{ cm})$. Sur la figure IV.15 b les plages de valeurs des facteurs pour lesquels la tension critique est maximale est obtenue pour les valeurs de la largeur comprises entre $(2 \dots 2,9 \text{ cm})$ et les valeurs de la résistance linéique de l'électrolyte comprises entre $(4.2 \dots 5 \text{ K}\Omega/\text{cm})$.

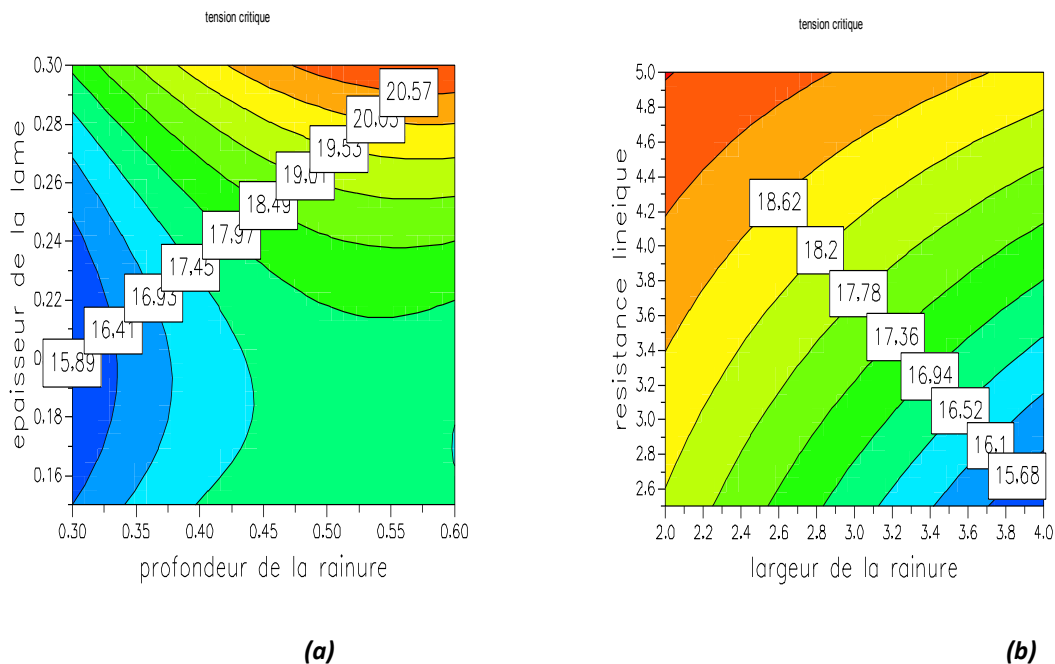


Figure IV.15. Courbes iso-réponses de la tension critique avec lame pour $r=3.75\text{k}\Omega/\text{cm}$
 a) Tension en fonction de la profondeur de la rainure et de l'épaisseur de la lame pour $a=3\text{cm}$
 b) Tension en fonction de la largeur de la rainure et de la résistance de l'électrolyte pour $e=0.225\text{cm}$

➤ Effet des interactions

L'influence de l'interaction qui existe entre l'épaisseur de la lame et la largeur de la rainure est importante pour la largeur la plus faible $a=2 \text{ cm}$. Ceci peut s'expliquer par l'effet de constriction, qui est déterminé par le facteur (a) [3, 10, 11, 21] et qui provient du resserrement des lignes de courant au pied de la décharge. Ainsi lorsque (a) est faible avec l'introduction de la lame, le resserrement des lignes de courant devient important ce qui a pour conséquence l'augmentation de la tension critique

IV.7. Commentaires et discussions des résultats

➤ Comportement de la décharge avec l'obstacle immergé

Le processus de propagation de la décharge est influencé par l'épaisseur de la lame équipotentielle. Ceci est montré clairement par les prédictions de notre modèle mathématique,

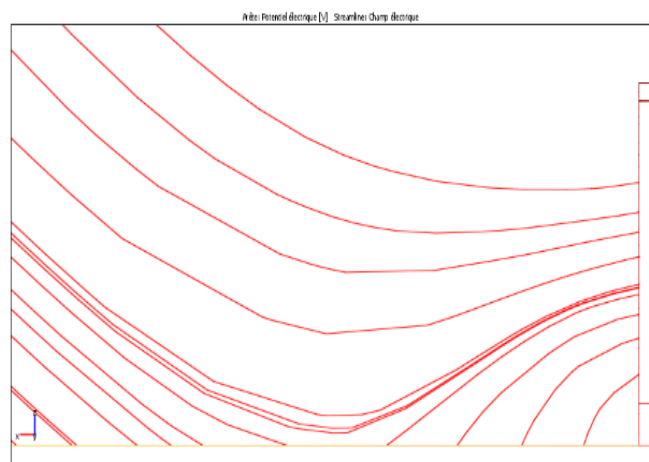
qui donnent des tensions critiques importantes avec lame par rapport au cas sans lame. Cet écart entre les valeurs est validé par les résultats expérimentaux.

Cette influence sur la propagation de la décharge vient de la zone d'interface entre la décharge et l'électrolyte au niveau de la lame. On sait que la décharge reste plus ou moins collée à la surface de l'électrolyte et les potentiels mesurés dans l'électrolyte augmentent progressivement pendant la propagation de la décharge [4, 5, 21,66]. Lorsque la lame équipotentielle est placée dans l'électrolyte, les potentiels au niveau de celle-ci ont les mêmes valeurs, ce qui a pour conséquence de faire soulever la décharge.

Ce soulèvement serait dû à l'existence d'une charge d'espace à l'interface [3,15], en particulier au-dessus de la lame, qui s'opposerait à sa propagation. Cette opposition à la propagation de la décharge va forcer celle-ci à quitter l'électrolyte pour contourner cette charge d'espace à travers l'air au dessus de la lame. Ceci est montré par les grandes valeurs des tensions critiques observées, qui faisant augmenter le champ électrique, Ce qui permettra une ionisation au devant de la décharge.

Ce champ électrique au voisinage de la décharge est calculé numériquement, pour le modèle rainure étroite, avec le logiciel ComsolMultiphysics 4.3 basé sur la méthode des éléments finis MEF [55] .Il permet de visualiser la distribution du champ électrique dans l'air et l'électrolyte. Les différentes simulations ont montré que les variations des dimensions de la rainure et de la résistance linéique de l'électrolyte influent sur les champs électriques.

Les figures IV.16 a, b et c montrent que la distribution des lignes du champ électrique au voisinage de la décharge est influencé par la présence de la lame de différente épaisseur ($e=0.15\text{cm}$ et $e=0.30\text{cm}$).



a) Sans lame

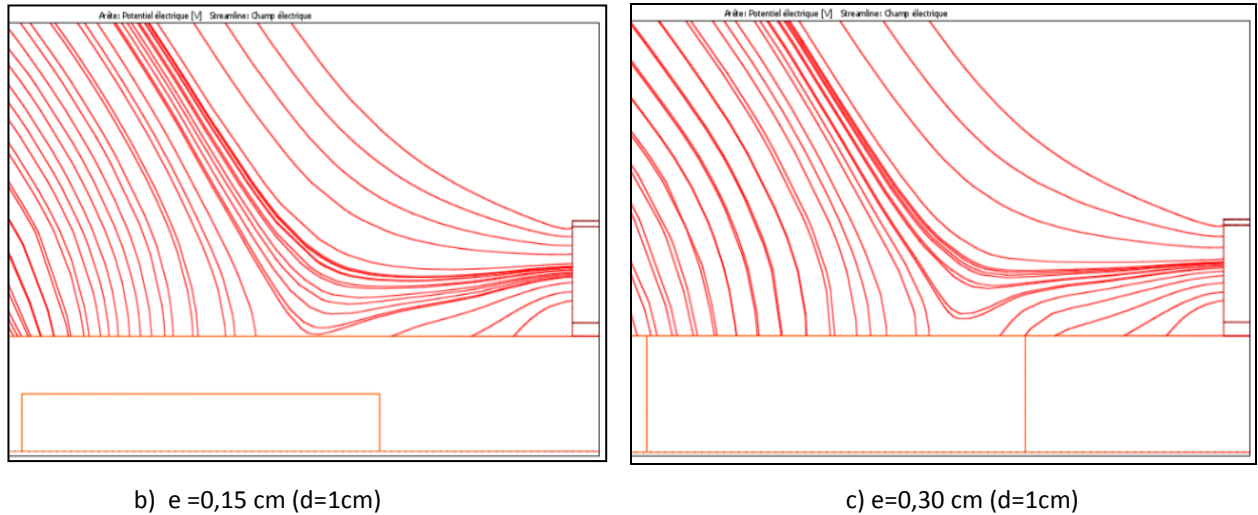


Figure IV.16. Distribution des lignes de champ dans l'air avec la présence d'une lame équipotentielle $a=3\text{ cm}$, $r=5\text{ k}\Omega/\text{cm}$ et $P=0,3\text{ cm}$: a) sans lame $U_{cs}=11\text{ kV}$; b) $e=0,15\text{ cm}, d=1\text{ cm}, U_c=18\text{ kV}$; c) $e=0,30\text{ cm}, d=1\text{ cm}, U_c=22\text{ kV}$

Les résultats obtenus par ces simulations montrent aussi que les champs dans l'air et dans l'électrolyte au voisinage de la décharge sont importants Figure IV.17 et prennent des valeurs constantes tous le long du trajet jusqu'à la masse.

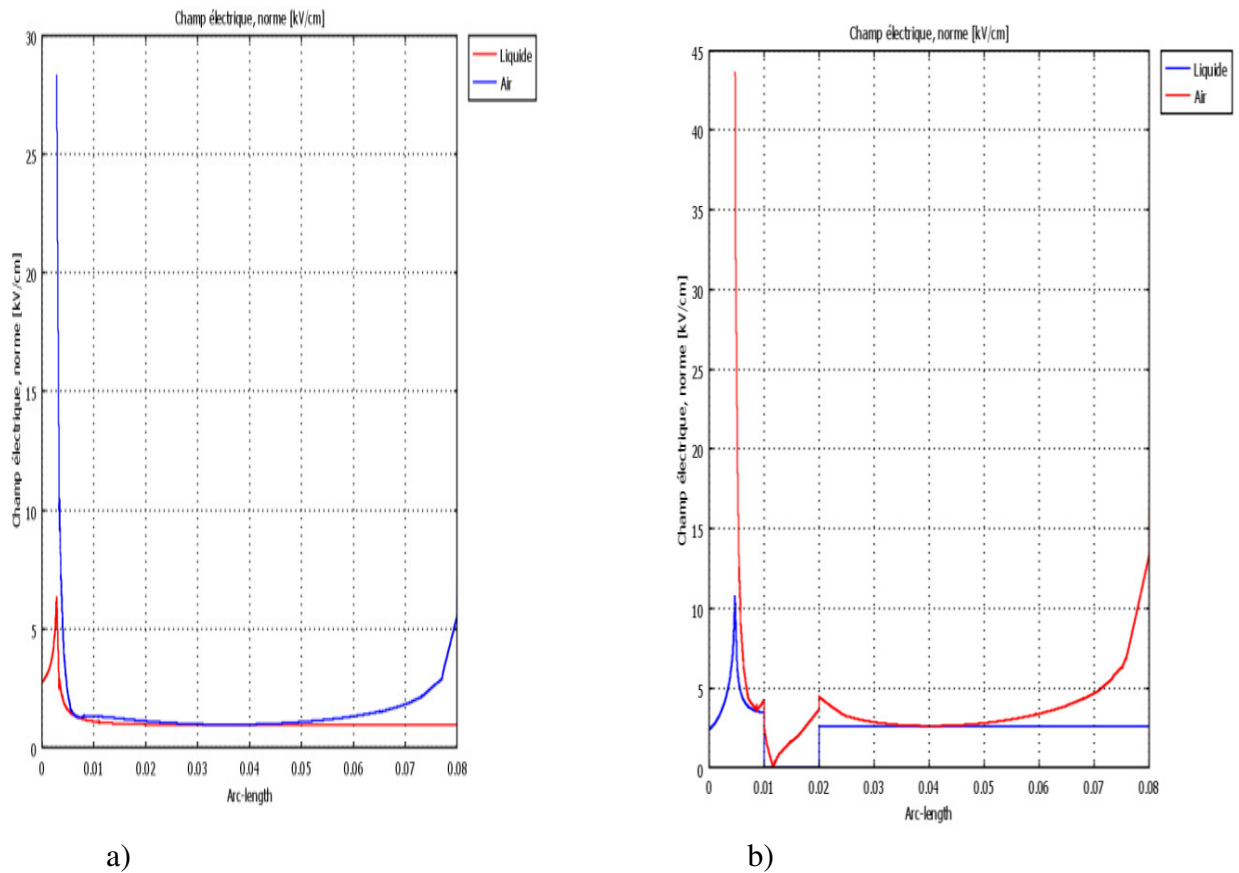


Figure IV.17. Variation du champ électrique dans le liquide et dans l'air, pour $a=3\text{ cm}$, $P=0.30\text{ cm}$, et $r=2.5\text{ k}\Omega/\text{cm}$ a) sans lame ($U_{cs}=9.5\text{ kV}$). b) avec lame à $d=1\text{ cm}$ et $e=0.30\text{ cm}$ ($U=20\text{ kV}$).

Nous remarquons Figure IV.17.b que la présence de la plaque métallique immergé dans l'électrolyte influe sur le champ critique et que cette influence est importante par rapport au cas sans lame figure IV.17 a. donc le champ électrique influe sur le développement de la décharge [19, 29, 31, 55].

Donc en touchant la grandeur intérieure qui est le gradient de potentiel dans l'électrolyte avec la lame immergé dans l'électrolyte, on va rendre le gradient de potentiel local au niveau de la lame faible qui a pour conséquence la réduction de l'intensité du champ suivant l'horizontal au détriment de la vertical [26].

Donc on peut dire que le gradient de potentiel dans l'électrolyte est un paramètre d'influence indirecte sur le développement de la décharge tandis que le champ électrique au voisinage de la décharge en valeur et en direction est le paramètre d'influence directe sur ce développement de la décharge.

IV.8. Conclusion

Nous avons étudié, suivant un plan d'expériences préétablis, le comportement de la décharge. A partir d'un modèle de laboratoire basé sur celui D'OBENAU, que nous avons étudié au chapitre III, auquel on a ajouté une lame équipotentielle,

Ce plan prévoyez l'étude de l'influence de différents facteurs géométriques et électriques (04), pour plusieurs valeurs (max, médian et min) sur l'évolution de la décharge.

La conduite de l'étude nous a permis l'élaboration du modèle mathématique, polynomial assez simple, prenant en compte aussi bien l'influence des facteurs que celle de leurs interactions.

Soumis aux différents tests de qualité, il répond bien aux deux critères essentiels descriptif et prédictif. Il permet également d'optimiser la réponse, à savoir déterminer les valeurs à affecté à chaque facteur pour l'obtention de la valeur maximale de la tension de contournement.

Dans le chapitre suivant une autre démarche qui consiste à développer un réseau de neurones pour modéliser et prédire la tension critique de contournement sera étudiée. Pour confirmer les performances de cette nouvelle modélisation elles seront comparées aux résultats calculés par les plans d'expériences.

CHAPITRE V

PREDICTION DE LA TENSION DE CONTOURNEMENT PAR LES RESEAUX DE NEURONES

CHAPITRE V

Prédiction de la tension de contournement par les réseaux de neurones

V.1. Introduction

La modélisation par la méthodologie des plans d'expériences MPE, étudiée aux chapitres précédents, a fourni des résultats intéressants. Dans ce travail qui suit, nous proposons une autre démarche qui consiste à développer un réseau de neurones pour modéliser et prédire la tension critique de contournement. Ce chapitre est organisé de la façon suivante :

Une présentation générale sur les Réseaux de neurones fera l'objet de la première partie de ce chapitre. Nous commençant par un historique sur les RNA, suivi de définition formelle des RNA, les différentes architectures, le mode d'apprentissage, et une synthèse des exemples de travaux utilisant les RNA dans le domaine de la haute tension.

Enfin, et c'est certainement un des points les plus importants, nous traitons de l'apprentissage dans ces réseaux, c'est à dire de la façon dont on fixe les paramètres des différents composants du réseau afin qu'il accomplisse une tâche donnée.

Dans la deuxième partie de ce chapitre sera exposé notre apport à partir des résultats qui en découlent. Il concernera la modélisation par l'utilisation des réseaux de neurones RN pour les deux configurations sans et avec lame. Pour confirmer les performances de cette nouvelle modélisation elles seront comparées aux résultats calculés par les plans d'expériences.

V.2. Présentation générale des réseaux de neurones

V. 2.1. Historique des réseaux de neurones

Les premiers travaux ont débuté en 1943 par Mc Culloch et Pitts . Leurs système est simple ; chaque neurone possède des connexions le reliant aux autres neurones. Les synapses qui effectuent les connexions entre neurones peuvent être excitatrice ou inhibitrice. Périodiquement, le neurone calcule son degré d'activation. Si celui-ci dépasse un certain seuil, le neurone devient actif.

En 1951, on a constitué le premier modèle réel d'un réseau de neurones. Ce réseau possédait des connexions entre neurones en grande partie aléatoires.

En 1960, le premier perceptron est créé par Rosenbaltt. C'est en 1965 que NILSON publie le classique ouvrage « Learning machine » qui construit les fondations mathématiques de l'apprentissage automatique pour la reconnaissance de formes.

V.2.2. Définition formelle des réseaux de neurones

Dans ce paragraphe nous présentons d'abord la structure des réseaux de neurones, puis leur fonctionnement en termes d'apprentissage.

V.2.2.1. Structure des réseaux de neurones [69]

En général on peut dire que les réseaux de neurones peuvent être caractérisés comme des modèles de calculs apprenant, généralisant et organisant des données.

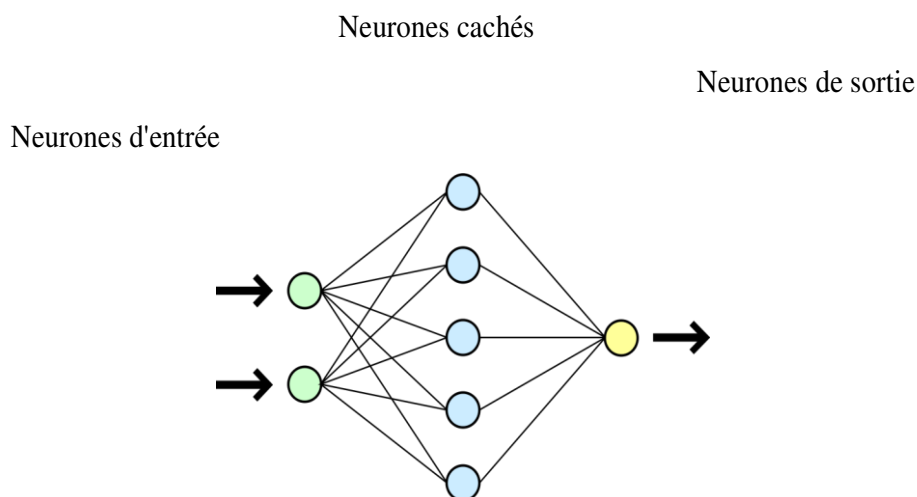


Figure V.1. Schéma simple d'un réseau de neurone

Un réseau de neurone artificiel contient un grand nombre d'unités, les neurones, qui communiquent entre eux en s'envoyant des signaux à travers de liens, appelées connexions synaptiques. En général le système de neurone possède trois types des neurones :

- les neurones d'entrée qui reçoivent les données ;
- les neurones de sortie qui envoient les données par la sortie du système ;
- les neurones cachés, dont les signaux d'entrée et de sortie demeurent dans le système.

Dans les réseaux de neurones artificiels on utilise une modélisation mathématique du neurone biologique, appelé neurone formel. Chaque neurone reçoit des valeurs d'entrées (ou des signaux d'entrée) par son neurone voisin et les utilise pour calculer le signal de sortie qui se propage par les autres neurones. En concordance avec ce processus on doit ajuster les poids des connexions synaptiques.

Sur la figure suivante on peut voir la structure d'un neurone artificiel. Le neurone calcule la somme de ses entrées puis cette valeur passe à travers la fonction d'activation pour produire sa sortie.

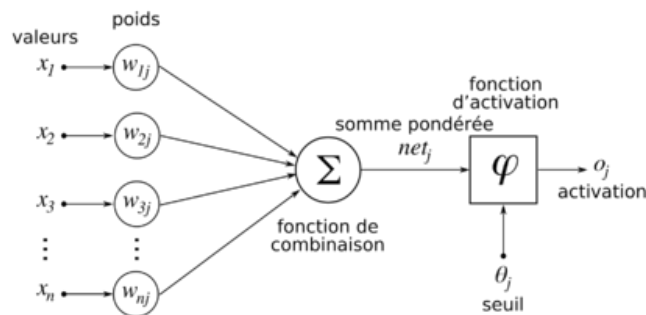


Figure V.2. Structure d'un neurone artificiel [69].

On peut alors caractériser un neurone formel par :

- un ensemble de connexions, appelées les connexions synaptiques qui permettent d'accepter les signaux d'entrée et qui sont définies par des poids synaptiques w_{nj} déterminant l'effet du signal par le neurone n sur le neurone j .
- une fonction de combinaison ou un additionneur qui réalise la somme pondérée net_j .

La somme pondérée est égale à :

$$net_j = \sum_n w_{nj} x_n \quad (V-1)$$

Où w_{nj} est le poids synaptique et x_n est l'entrée. C'est la somme d'activation pondérée qui converge vers le neurone j ;

- une fonction d'activation ϕ qui anime le neurone en déterminant son activation ;

$$o_j = \phi\left(\sum_{n=1}^n w_{nj} x_n + \Theta_j\right) \quad (V-2)$$

- une activation o_j , équivalente de la sortie de neurone. Elle est égale à :
où Θ_j est le seuil de neurone j . Le seuil est une sorte de "poids local" qui est employé dans plusieurs types de fonctions d'activation.

Différents types de fonction d'activation peuvent être utilisés :

- « hard limit transfert function » qui donne un résultat
 $o_j = \text{hard lim}(b) = 1$ si $b > 0$, sinon 0

- une fonction linéaire « purelin » qui donne un résultat
 $o_j = \text{purelin}(w_{nj}x_n + \Theta_j) = b$, ou $b = w_{nj}x_n + \Theta_j$

$$o_j = \varphi(\text{net}_j) = \frac{1}{1 + e^{-\text{net}_j}} \quad (\text{V.3})$$

- une fonction sigmoïde qui se représente par

On présente ces fonctions sur la figure V.3 :

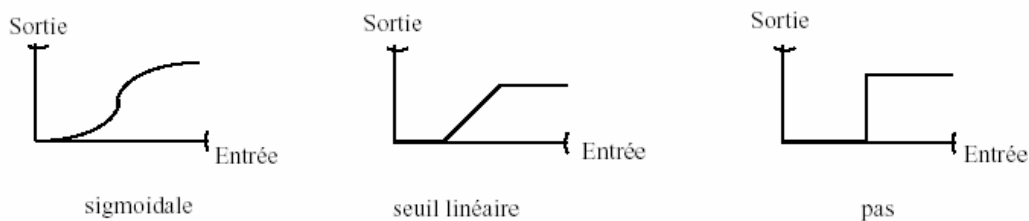


Figure V.3. Différentes fonctions d'activation pour les neurones.

Parfois la sortie du réseau peut être une fonction probabiliste. Dans ce cas l'activation est déterminée par des neurones d'entrée qui détermine la probabilité p où le neurone peut avoir une valeur d'activation haute :

$$p(o_j \leftarrow 1) = \frac{1}{1 + e^{-\text{net}_j/T}} \quad (\text{V.4})$$

Où : T est la température qui détermine la pente de la fonction probabiliste.

V.2.2.2. Apprentissage des réseaux de neurones [69, 73]

On entend par apprentissage d'un réseau, l'opération qui consiste à modifier les connexions dans le réseau lors de la présentation d'un vecteur d'entrée à celui-ci, la modification des poids se poursuit jusqu'à ce que ces derniers ne varient que d'une façon infime. En effet, dans cette partie du travail, le réseau est entraîné pour être adapté à un type d'application. Ce travail d'apprentissage est réalisé à l'aide d'algorithmes appropriés qu'on verra par la suite.

L'apprentissage d'un réseau se fait généralement dans le contexte d'une tâche ou d'un comportement à apprendre. Les informations à traiter sont codées sous la forme d'un vecteur appelé « patron d'entrée », qui est communiqué aux neurones d'entrée du réseau. La réponse du réseau s'interprète à partir de la valeur d'activation de ces neurones de sortie, dont le vecteur s'appelle « patron de sortie ». Lors d'un apprentissage supervisé, on dispose aussi du comportement de référence que doit apprendre le réseau, exprimé sous la forme de « patron de référence », ou « patron de sortie désirées ».

En général, l'apprentissage se fait sur une période relativement longue, durant laquelle les patrons d'entrées (et éventuellement de sorties désirées) peuvent être présentés au réseau un grand nombre de fois chacun. Cet apprentissage comprend quatre étapes de calcul :

1- Initialisation des poids synaptiques du réseau. En général, les poids trouvés par le réseau à la fin de l'apprentissage dépendent en partie de l'ensemble des poids dont il disposait au départ. La pratique courante est d'initialiser les poids du réseau à des petites valeurs aléatoires au début de l'apprentissage.

2-Présentation du patron d'entrée et propagation d'activation.

3-Calcul de l'erreur. Pour chaque neurone du réseau, une valeur d'erreur est calculée à partir de son activation et de celui des neurones qui lui sont reliés. Dans le cas d'un apprentissage supervisé, l'erreur tient aussi compte de la différence entre l'activation des neurones de sortie et de « patron de référence ».

4-Calcul du vecteur de correction. A partir des valeurs d'erreurs, on détermine alors la correction à apporter aux poids synaptiques des connexions et aux seuils des neurones. La correction effective des poids peut se faire après chaque présentation de patron. Le nombre de patrons à présenter au réseau avant d'effectuer la correction s'appelle « fenêtre de mise à jour ». Les étapes 2, 3 et 4 sont répétées jusqu'à la fin de l'apprentissage.

❖ Type d'apprentissage

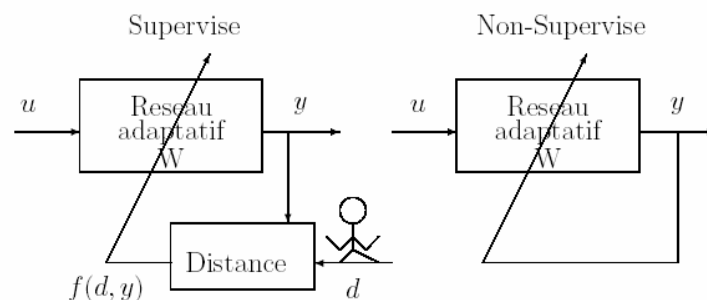


Figure V.4. Schéma général de l'apprentissage d'un réseau

a- Apprentissage supervisé

Ou l'apprentissage associatif : le réseau adaptatif W compare le résultat y qu'il a calculé, en fonction $f(d, y)$ des entrées u fournies, et la réponse d attendue en sortie. Ainsi le réseau va se modifier jusqu'à ce qu'il trouve la bonne sortie d , c'est-à-dire celle attendue, correspondante à une entrée u donnée. Les différentes réponses sont connues à priori. On dispose d'une base d'apprentissage qui contient un ensemble d'observation sous forme des couples entrées/sorties associées. Les poids sont modifiés en fonction des sorties désirées.

b- Apprentissage non-supervisé

Ou auto organisation : l'apprentissage est basé sur des probabilités. Le réseau adaptatif W va se modifier en fonction des régularités statistiques de l'entrée u et établir des catégories, en attribuant et en optimisant une valeur de qualité, aux catégories reconnues. On ne sait pas à priori si la sortie y est valable ou non. Les entrées sont projetées sur l'espace de réseau.

Les deux types d'apprentissage ont pour but d'ajuster les poids de connexions entre les neurones, en s'accordant de certaines règles. Plus d'information concernant les règles les plus utilisées dans les différents types des réseaux peuvent être trouvée dans [69]. Nous citons ci-après les règles les plus répandues :

- la règle de Hebb, la règle delta, la règle d'apprentissage compétitive, la règle de corrélation en cascade, la règle de correction d'erreurs et la règle de rétro-propagation.

- la règle de rétro-propagation inventée par Rumelhart, Hinton et Williams en 1986 [Rumelhart, Hinton, et Williams, 1986]. Elle s'utilise pour ajuster les poids de la couche d'entrée à la couche cachée. Cette règle peut aussi être considérée comme une généralisation de la règle delta pour des fonctions d'activation non linéaire et pour des réseaux multicouches. Les poids dans le réseau de neurones sont au préalable initialisés avec des valeurs aléatoires. On considère ensuite un ensemble de données qui vont servir à l'apprentissage. Chaque échantillon possède ses valeurs cibles qui sont celles que le réseau de neurones doit à terme prédire lorsqu'on lui présente le même échantillon.

V.2.3. Topologie des réseaux de neurones [67, 68, 74]

On appelle topologie des réseaux la façon dont les neurones sont connectés entre eux à travers les différentes couches. En général on peut distinguer deux grands groupes des réseaux de neurones selon leur topologie : *les réseaux à couches et les réseaux récurrents* (figure V.5).

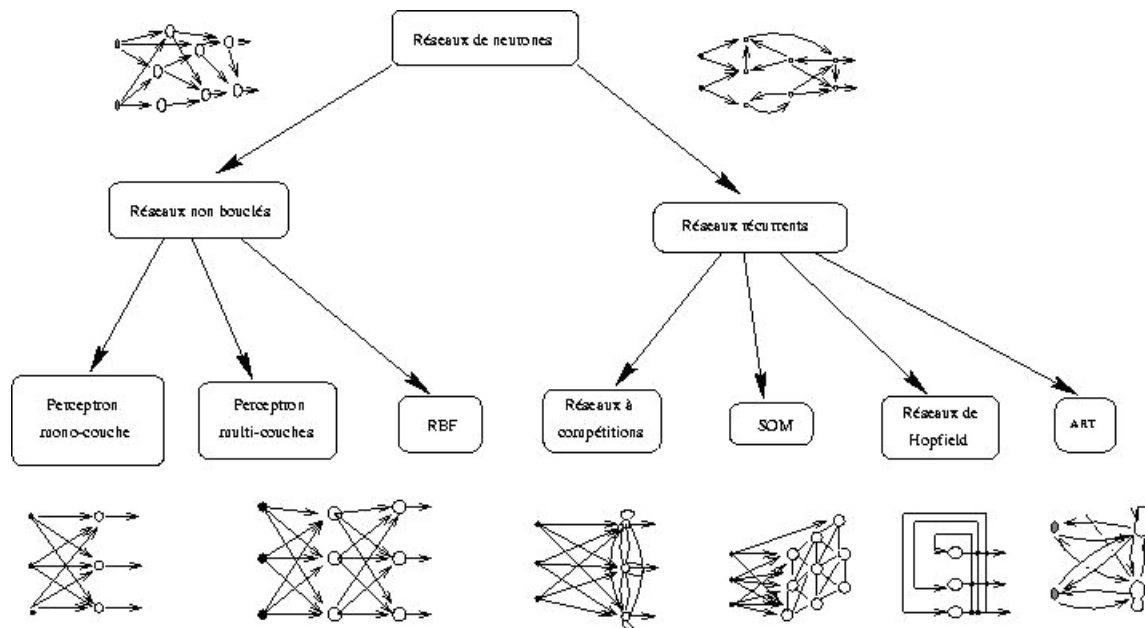


Figure V.5. Architectures des réseaux non bouclés et récurrents.

1- les **réseaux à couches (ou réseaux non récurrents)** sont des réseaux de neurones dans lesquels l'information se propage couche par couche sans retour en arrière possible ;

2- les **réseaux récurrents** sont des réseaux de neurones dans lesquels il y a une liaison vers l'arrière. Les connexions de ces réseaux forment des boucles. Ainsi la fonction d'activation peut circuler le long de ces boucles et affecter le réseau pendant une période arbitrairement longue. Pour cette raison les comportements des réseaux récurrents sont potentiellement plus complexes que ceux des réseaux à couches. Nous allons dans les paragraphes suivant voir plus en détails les réseaux à couches uniquement.

V.2.3.1. Réseaux à couches

Les réseaux à couches peuvent se diviser en réseaux sans couches cachées et en réseaux avec une ou plusieurs couches cachées.

Les réseaux sans couches cachées, sont les réseaux les plus simples. Ils sont utilisables pour des problèmes de classification et d'approximation. Leur avantage est que l'apprentissage du réseau converge vers une solution optimale. Cela est dû au fait que c'est un système linéaire. Leur inconvénient est qu'ils peuvent seulement classifier ou approximer les problèmes linéaires et ne peuvent résoudre un problème non linéaire. La figure suivante décrit un exemple d'une classification en utilisant une fonction linéaire. On voit que dans le cas non linéairement séparable (figure de droite), on doit utiliser une fonction non linéaire, qui est dessinée sous la forme d'une courbe.

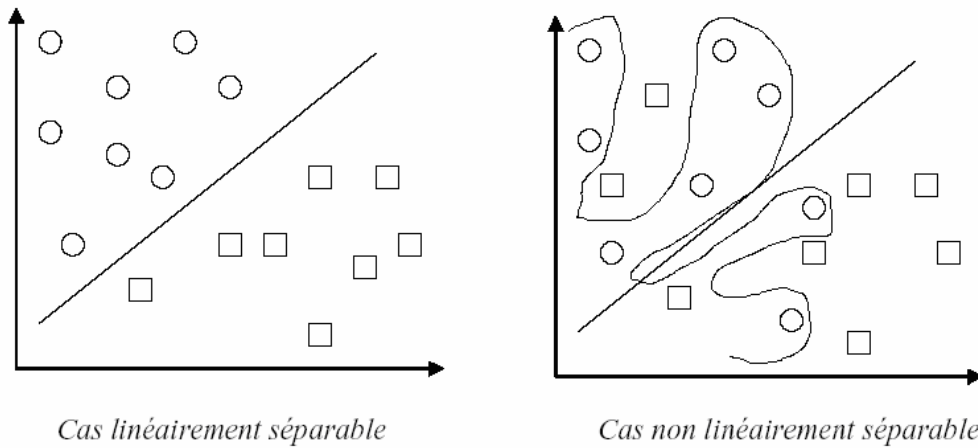


Figure V.6. Classification par une fonction linéaire

L'exemple classique pour un système de neurones monocouches est le Perceptron monocouche, inventé par Rosenblatt [Rosenblatt, 1958]. C'est un modèle très simple, basé sur l'orientation physico-physiologique. Il ne dispose que de deux couches :

- une couche d'entrée qui s'appelle la rétine et qui est une aire sensorielle ;
- une couche de sortie qui donne la réponse correspondante à la simulation présentée à l'entrée.

Le fonctionnement est le suivant : une donnée est présentée au réseau en activant la rétine. L'activation se propage vers la couche de sortie où on peut noter la réponse du système. Cette réponse suit la formule suivante :

$$y = \varphi\left(\sum_{j=1}^2 w_j x_j + \Theta\right) \quad (\text{V-5})$$

Où φ est la fonction d'activation utilisée,

La figure suivante montre la structure de Perceptron monocouche, avec une sortie y et deux entrées x_1 et x_2 qui forme la rétine du réseau.

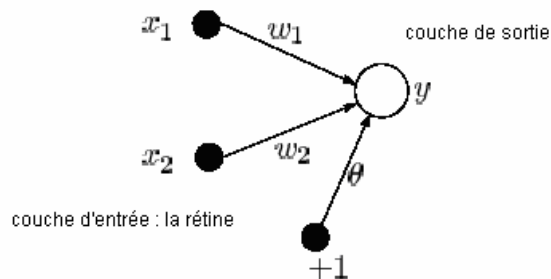


Figure V.7. Perceptron monocouche [69]

Un réseau monocouche ne permettant pas de résoudre des problèmes non linéaires, les réseaux multicouches qui sont des systèmes non linéaires ont été inventés. Les réseaux de ce type possèdent trois sortes de couches :

- des couches d'entrée avec N_i des unités d'entrée ;
- des couches cachées avec $N_{h,1}$ unités. Les couches cachées démultiplient la puissance de calcul et permettent d'aborder des problèmes plus difficiles ;
- des couches de sortie avec N_o unités de sortie.

On peut voir la structure d'un tel réseau sur la figure suivante

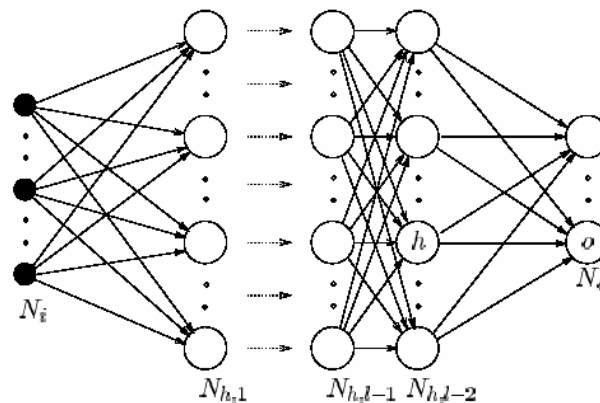


Figure V.8. Réseau multicouche avec 1 couche d'unité

Comme exemple de tel système, nous allons détailler le Perceptron multicouche et le réseau à fonction radiale (RBF).

Le perceptron multicouche est un modèle d'une plus grande capacité de calcul. Sa structure est composée d'une couche d'entrée, une couche de sortie, interprétée comme la réponse du réseau et d'une ou plusieurs couches intermédiaires dites « couches cachées ». Un neurone d'une couche inférieure ne peut être relié qu'à des neurones des couches suivantes. Il suit un apprentissage supervisé et utilise une règle d'apprentissage par rétro propagation. En général, les neurones du Perceptron multicouche sont animés par une fonction d'activation non linéaire (au moins dans une des couches). Les choix classiques pour cette fonction sont :

- la fonction tangente hyperbolique $j(x) = \tanh(x)$ (c'est le choix standard) ;
- la fonction sigmoïde

$$\varphi(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (\text{V-6})$$

Le réseau à fonction radiale (RBF) a la même structure que le Perceptron multicouches, mais la fonction d'activation est une fonction de type Gaussienne. Ce réseau, à cause

de son architecture, utilise le plus souvent la règle d'apprentissage de correction d'erreur et la règle par apprentissage compétitif. Il peut avoir un apprentissage qui combine en même temps l'apprentissage supervisé et l'apprentissage non supervisé. Ce réseau obtient des performances comparables ou supérieures à ceux du Perceptron multicouches. De plus leur apprentissage plus rapide et plus simple en font des outils de choix pour plusieurs types d'applications, dont la classification et l'approximation des fonctions. Cependant, ce réseau n'a pas si grandes recherches que le Perceptron multicouches.

V.2.3.2. Réseaux récurrents

Ce sont des réseaux de neurones dans lesquels il y a une liaison vers l'arrière. Nous venons de décrire les différentes topologies des réseaux de neurones. On a montré aussi quelle est la différence entre les réseaux à couches et les réseaux récurrents. Les réseaux récurrents s'utilisent quand on introduit un cycle, c'est-à-dire il existe une liaison rétroactive entre les différentes couches. Il y a aussi une propagation d'information jusqu'à l'obtention d'une valeur stable. Les réseaux à couches ne présentent pas de cycle. Ils ont une structure simple. Cependant ils peuvent résoudre la plupart des problèmes complexes.

V.2.4. Procédure de modélisation neuronale

L'objectif de la modélisation boîte noire est de trouver, à partir des données ou des mesures disponibles, une relation déterministe, si elle existe, entre les variables d'entrées du modèle x et la grandeur à modéliser y .

La procédure de développement d'un réseau de neurones qui répond à une modélisation statique peut se résumer aux points suivants :

1. Sélection des données
2. Collecte des données
3. Séparation des bases de données,
4. Normalisation des données,
5. Choix du type de réseau de neurones,
6. Choix du nombre de neurones dans la couche cachée
7. Choix de la fonction de transfert
8. Estimation des paramètres ou apprentissage,
9. Validation et généralisation.

V.2.4.1. Sélection des données

L'ensemble des variables d'entrée soit aussi réduit que possible ; en effet, à chaque entrée du modèle correspond un nombre de paramètres égal. Lorsqu'on conçoit un modèle à partir des mesures, il est indispensable que au nombre de neurones cachés.

Avant la conception d'un modèle neuronale, il convient donc de procéder à une sélection des entrées. Cette sélection revêt deux aspects :

- Réduction de la dimension de l'espace de représentation des variables du modèle,
- Elimination des entrées qui n'ont qu'une faible influence sur la sortie.

V.2.4.2. Collecte des données

Une fois les entrées pertinentes du modèle sont bien connues, l'objectif de cette étape est de les recueillir, à la fois pour développer le réseau de neurones et pour le tester. La base de donnée reconstituée doit être représentative des données susceptibles d'intervenir en phase d'utilisation du système neuronal.

V.2.4.3. Séparation des bases de données

Afin de développer un modèle neuronal, il est nécessaire de disposer d'au moins deux bases de données : une base pour effectuer l'apprentissage et une autre pour valider le réseau obtenu et déterminer ses performances. On peut utiliser une troisième base de données, si elle est disponible, pour tester le réseau. L'essentiel, est que la base de données consacrées à l'apprentissage doit être la plus importante.

V.2.4.4. Normalisation des données

Avant tout apprentissage, il est indispensable de normaliser et de centrer toutes les variables d'entrée. En effet, si des entrées ont des grandeurs très différentes, celles qui sont petites n'ont pas d'influence sur l'apprentissage. Il existe plusieurs approches de normalisation des données dont le choix dépend de la nature des données et de la fonction à approximer.

V.2.4.5. Choix du type de réseau de neurones

Comme il s'agit d'une modélisation statique type boîte noire pour approcher une fonction bornée et continue, la meilleure approche neuronale envisageable est celle des MLP à une seule couche cachée.

V.2.4.6. Choix du nombre de neurones dans la couche cachée

Il n'existe pas de règle permettant de prévoir à l'avance le nombre de neurones dans la couche cachée. On pourrait penser qu'en plaçant un grand nombre de neurones dans la couche cachée, on obtiendrait systématiquement de meilleurs résultats. Mais il convient de prendre garde d'une part du temps de calcul, d'autre part du risque du sur apprentissage ou du sous apprentissage lorsque leur nombre est insuffisant.

V.2.4.7. Choix de la fonction de transfert

La fonction de transfert neuronale, que l'on appelle aussi fonction d'activation, est la fonction mathématique appliquée à la sortie de chaque neurone. Là encore, il n'existe pas de méthode permettant de prévoir a priori quelle sera la fonction qui donnera les meilleurs résultats. Mais pour les MLP, il faut des fonctions de type sigmoïde pour les neurones de la couche cachée et généralement une fonction linéaire pour le neurone de la couche de sortie.

V.2.4.8. Estimation des paramètres ou apprentissage

Pour les modélisations statiques au moyen des MLP, il s'agit de faire un apprentissage supervisé. Le critère d'arrêt de l'apprentissage est souvent calculé à partir d'une fonction de coût, caractérisant l'écart entre les valeurs de sortie obtenues et les valeurs désirées. Ce qui permet un arrêt adéquat de l'apprentissage pour obtenir de bonnes performances de généralisation.

V.2.4.9. Validation et généralisation

La validation consiste à tester le réseau après ou au cours de l'apprentissage avec des données proches des données utilisées lors de la phase d'apprentissage. Les résultats de ce test permettront au modèle d'éviter les situations de sous ou de sur apprentissage. En revanche la généralisation s'effectue avec des données tout à fait nouvelles et différentes de la base de données de départ. Elle permet de savoir si le réseau a développé une capacité de généralisation assez performante.

V.2.5. Application des réseaux de neurones dans le domaine de la haute tension.

Nous présentons une synthèse bibliographique de quelques travaux ayant traité de l'utilisation des réseaux de neurones dans le domaine de la haute tension qui ont été utilisés pour résoudre plusieurs types de problèmes *d'identification, classification, modélisation, et prédiction* [68, 70, 75, 76].

Dans un premier travail M.E.Ghourab [71] a étudié l'application des RNA dans le diagnostic de l'isolation comme exemple l'isolation des transformateurs de puissance remplis à l'huile (cellulose) car la durée de vie d'un isolant humide est 20 fois plus faible que celle à sec en présence de 2% d'eau.

L'huile/papier peut se caractériser par plusieurs paramètres : solidité, degré de polarisation, analyse de gaz dissous, la distribution moléculaire du gaz et la mesure des propriétés électriques.

Une fois l'apprentissage fait, le réseau devient capable d'exploiter ce qu'il a appris et généralise son apprentissage pour des vecteurs d'entrées non vus pendant le processus d'apprentissage.

Les résultats des tests ont montré que l'utilisation du perceptron multicouche comme type de RNA est capable de distinguer la différence entre les données du (PS) de différentes conditions de service. Après l'apprentissage de données du (PS) le RNA peut faire la discrimination de données inconnues pour lui. En plus de l'efficacité du RNA, il est aussi rapide pour faire une discrimination en temps réel.

Tableau V.1. Vecteurs d'apprentissage correspondant à différentes valeurs d'humidité

Vecteurs d'apprentissage			Humidité correspondante
0	0	0	0.5%
0	0	1	1%
0	1	0	2%
0	1	1	3%
1	0	0	4%

Dans un autre rapport GHOSH [72] a étudié la modélisation de l'arc électrique d'un isolateur pollué en utilisant les RNA avec l'algorithme de RPROP.

Le RNA est utilisé dans ce travail comme estimateur de fonction. Il est aussi utilisé pour modéliser correctement la relation entre V_c (tension de contournement), R_p (résistance de la couche de pollution), L , et w (la largeur et l'épaisseur de la couche de pollution).

Une version révisée du backpropagation qu'on appelle algorithme d'apprentissage adaptatif rapide (resilient propagation algorithm) (PROP) est utilisée. Le RPROP est un nouvel algorithme d'apprentissage qui prend en considération la topologie locale de la fonction erreur E . L'adaptation des poids ou leurs modifications dépend des dérivées de E et

pas de sa valeur. L'adaptation des poids se base sur ce qu'on appelle la règle d'apprentissage de Manhattan.

$$\Delta w_{ij} = \begin{cases} -\Delta si \frac{\delta E}{\delta w_{ij}} > 0 \\ +\Delta si \frac{\delta E}{\delta w_{ij}} < 0 \\ 0 \text{ si non} \end{cases} \quad (V-7)$$

Où : Δ est la valeur d'adaptation, E l'erreur moyenne, w_{ij} les poids de connections. Pour chaque poids il y a une valeur d'adaptation qui évolue durant le processus d'apprentissage. Il y a une deuxième règle d'apprentissage donnée par le système suivant :

Ou $0 < n^- < 1 < n^+$

$$\Delta_{ij} = \begin{cases} n^+ \Delta_{ij}(t-1) & \text{si } \frac{\delta E(t-1)}{\delta w_{ij}} \cdot \frac{\delta E(t)}{\delta w_{ij}} > 0 \\ n^- \Delta_{ij}(t-1) & \text{si } \frac{\delta E(t-1)}{\delta w_{ij}} \cdot \frac{\delta E(t)}{\delta w_{ij}} < 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (V-8)$$

Dans ce travail, P. S. GHOSH a trouvé que la modélisation de $V_c = f(R_p, L, w)$ est effectuée en utilisant les RNA multicouches avec algorithme d'apprentissage RPROP. L'utilisation de cette méthode a donné de meilleurs résultats que d'autres approches analytiques et empiriques.

V.3. Modélisation par l'utilisation des réseaux de neurones

V.3.1. Introduction

La modélisation par la méthodologie des plans d'expériences, étudiée aux deux chapitres précédents, a fourni des résultats intéressants. Dans ce travail qui suit, nous proposons une autre démarche qui consiste, cette fois ci à développer un réseau de neurones pour modéliser et prédire la tension critique de contournement. Pour ce faire nous utiliserons comme base de données pour ces RN les résultats des plans d'expériences des chapitres précédents.

Cette partie est organisée de la façon suivante : une première partie développe le réseau de neurones pour une configuration sans lame, une deuxième partie développe le réseau de neurones pour la configuration avec lame, et une troisième partie présente une étude comparative dont le but est de confirmer les performances des modèles neuronaux conçus.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, pour pouvoir effectuer l'apprentissage, il faut disposer de données. Celles-ci doivent être en nombre suffisant, et être suffisamment représentatives des données qui seront présentées au modèle que nous cherchons à développer lors de son utilisation.

La tension critique de contournement U_c , que nous voulons modéliser dépend de nombreux facteurs. Afin de couvrir le domaine expérimental tout en limitant le nombre d'expériences pris en compte par l'apprentissage, nous avons choisi d'utiliser les plans d'expériences.

Les plans d'expériences étudiés aux chapitre 3 et chapitre 4 nous ont permis d'avoir les échantillons pour l'apprentissage et le teste (pour les deux configurations), des réseaux de neurones, Trois bases de données ont été utilisées pour le développement et la validation du réseau :

- Une base d'apprentissage et une base de test permettent d'effectuer l'apprentissage du réseau. La première sert à trouver un jeu de poids optimisés et la deuxième a pour objectif de valider les poids optimisés et d'éviter le sur apprentissage.

- Une base de généralisation servant à exécuter le réseau de neurones et à tester sa capacité de généralisation.

La conception d'un modèle neuronal consiste à faire une étude d'évaluation des éléments constitutifs du réseau en fonction de la performance de modélisation souhaitée. Elle vise à fixer les éléments suivants :

- le type du réseau,
- le nombre de couches cachées,
- le nombre de neurones dans les couches,
- la fonction de transfert des neurones,
- l'algorithme d'apprentissage,
- le nombre d'itérations (cycles).

Pour nos manipulations des réseaux de neurones, nous avons choisi, pour les deux cas de configuration, un réseau multicouche non récurrent type MLP (Multi Layer Perceptron). Les calculs se produisent seulement dans une direction, il n'y a pas un retour en arrière. Le réseau est constitué par trois couches de neurones, nommées couche d'entrée, couche de sortie et couche cachée. La sortie obtenue par les neurones de sortie donne la sortie du réseau. Sur la figure suivante on montre l'architecture de ce réseau :

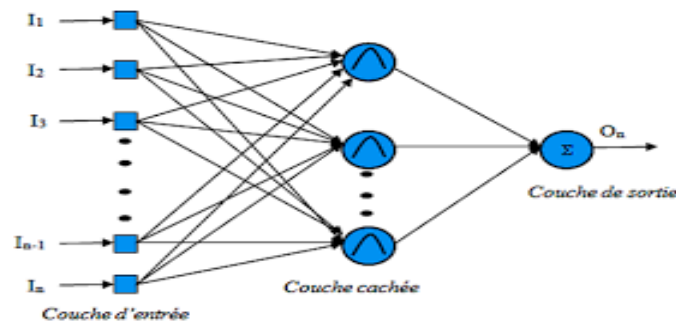


Figure V.9. Réseau multicouche non récurrent [69].

Les valeurs de connexion des poids et des seuils sont choisies comme des nombres pris au hasard et puis au cours d'apprentissage elles sont fixées par les résultats obtenus. Un grand nombre des processus d'apprentissage sont disponibles. Dans notre cas, on utilise la règle d'apprentissage nommé Levenberg-Marquardt (trainlm). C'est la règle la plus connue et la plus utilisée.

Le taux d'apprentissage détermine la grandeur des changements des poids provoqués par l'effet de l'erreur totale. Le terme de vitesse évite les oscillations des poids durant les itérations d'apprentissage et aussi accélère l'apprentissage sur la surface d'erreur.

Le nombre choisi des neurones cachés dans notre type de réseau détermine le degré d'apprentissage. Si le nombre est grand, alors le réseau va bien mémoriser le problème et puis il n'aura pas la possibilité de bien généraliser. Si le nombre des neurones cachés est petit, alors le réseau n'aura pas assez de puissance pour l'apprentissage, mais il va bien généraliser. Le vrai nombre est choisi par des essais. En général on peut calculer le nombre des neurones cachés par la formule empirique suivante. [77]

$$\text{le nombre des neurones cachés} = \frac{1}{2} (\text{l'entrée+la sortie}) + \sqrt{\text{le nombre d'échantillon d'apprentissage}} \quad (\text{V.9})$$

L'outil informatique utilisé pour la création, la manipulation et la visualisation des résultats obtenues par les réseaux de neurones est MatLab, version 7.4. Nous avons utilisé les fonctions suivantes :

- la fonction « newff » qui crée un réseau non récurrent ;
- la fonction d'activation est une fonction sigmoïde « tansig » pour les neurones cachés dans les couches cachées, et une fonction linéaire « purelin » pour la sortie ;

- la fonction « trainlm », comme une fonction d'apprentissage. Elle utilise un algorithme d'apprentissage simple. Chez ce type d'apprentissage les poids et les seuils se mettent à jour après la présentation de toutes les entrées et cibles et non pas après chaque entrée et cible présentés au réseau.

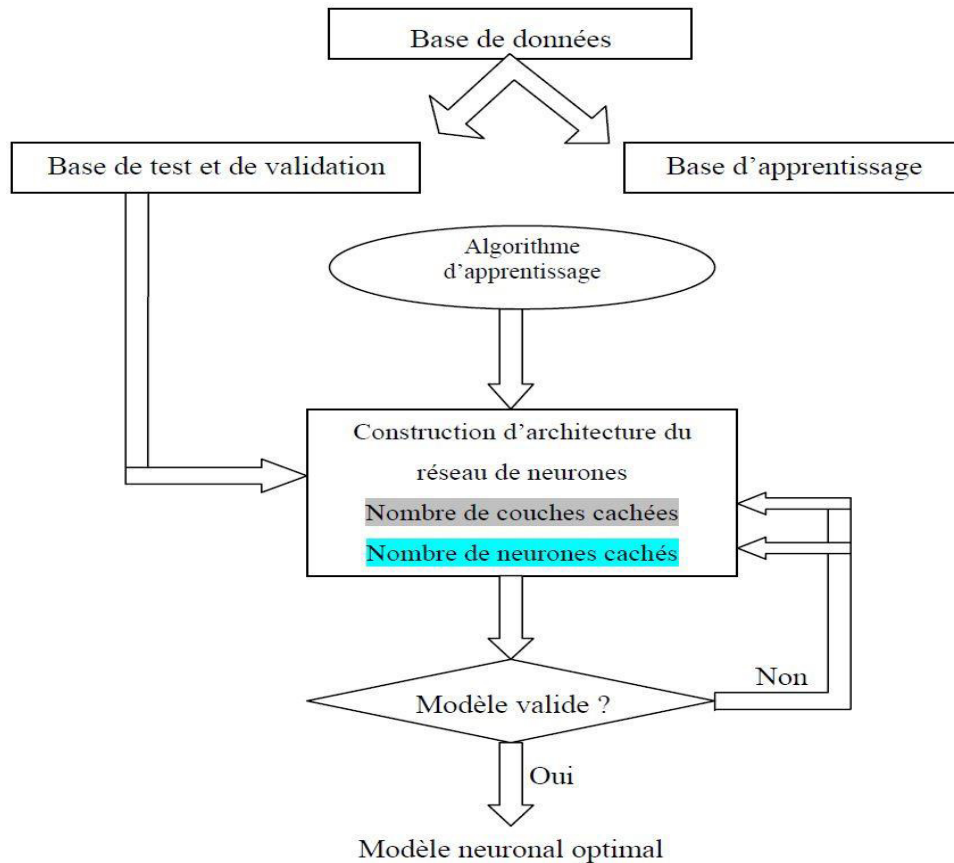


Figure V.10. Organigramme de conception d'un réseau de neurones

V.3.2. Modélisation de la tension critique pour la configuration sans lame.

Dans cette première partie nous allons utiliser les réseaux de neurones pour modéliser et prédire la tension critique de contournement U_c , pour une configuration sans lame une fois terminé en va comparer les valeurs obtenue avec celles des valeurs des plans d'expérience. Dans notre cas l'objectif est de mesurer l'efficacité d'un réseau de neurones pour prévoir le contournement des isolateurs pollués. Pour cela on prend les résultats des plans d'expérience du chapitre III.

V.3.2.1. Elaboration des bases de données

Les plans d'expériences étudiés au chapitre III nous ont permis d'avoir les échantillons pour l'apprentissage et le test des réseaux de neurones, ces bases de données ont été utilisées pour le développement et la validation du réseau :

a- Base d'apprentissage

Les résultats de la matrice d'expériences (Tableau III.6) du chapitre III sont utilisés pour la base d'apprentissage. Les facteurs a , P et r correspondent respectivement à la largeur de la rainure en cm, la profondeur de l'électrolyte en cm et la résistance linéique de l'électrolyte en $K\Omega/cm$, et le facteur de sortie correspond à la tension critique en KV

Les résultats déduits de la matrice d'expérience (Configuration sans lame) sont les trois variables d'entrée (a , p et r) et la variable de sortie U_c .

Nous rappelons que le choix aléatoire des entrées est proposé par le logiciel MODDE 5 mais la sortie U_c est déterminée expérimentalement.

$$a = (2.4 \ 2.4 \ 2.4 \ 2.4 \ 2.4 \ 2.4 \ 2.4 \ 2.4 \ 2.4 \ 2.4 \ 3.3 \ 3.3 \ 3.3 \ 3.3 \ 3.3 \ 3.3)$$

$$P = (0.3 \ 0.3 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.45 \ 0.45 \ 0.3 \ 0.6 \ 0.45 \ 0.45 \ 0.45 \ 0.45 \ 0.45)$$

$$r = (2.5 \ 2.5 \ 2.5 \ 2.5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 3.75 \ 3.75 \ 3.75 \ 3.75 \ 2.5 \ 5 \ 3.75 \ 3.75 \ 3.75)$$

$$U_c = (9 \ 10.5 \ 10 \ 11.5 \ 10 \ 11.5 \ 11.5 \ 12.5 \ 10 \ 11.5 \ 10.5 \ 11.5 \ 10 \ 11.5 \ 11 \ 11 \ 10.8)$$

b- Base de test

Pour la base de test le choix des entrées est aléatoire mais la sortie U_c est déterminée (prédite) par la logiciel MODDE 5 des plans d'expériences.

Tableau V.2. Matrice d'expériences utilisée pour la base de test.

Exp. N°	a (cm)	P (cm)	r (k Ω/cm)	U_c (kV)
1	3.8	0.525	2.5	11
2	2.9	0.40	2.5	9.95
3	2.6	0.55	2.5	10.3
4	2.4	0.4	2.5	9.52
5	2.4	0.35	2.5	9.4
6	3.9	0.325	2.5	10.5
7	2.2	0.55	3.75	10.7
8	2.3	0.45	3.75	10.4
9	2.7	0.475	3.75	10.8

Exp. N°	a (cm)	P (cm)	r (k Ω/cm)	U_c (kV)
10	2.8	0.325	3.75	10.4
11	3.2	0.60	3.75	11.70
12	3.7	0.5	3.75	11.50
13	3.9	0.575	5	12.20
14	3.6	0.50	5	11.9
15	2.7	0.35	5	10.8
16	2.2	0.60	5	11.6
17	2.9	0.325	5	10.9

V.3.2.2. Résultats et discussions

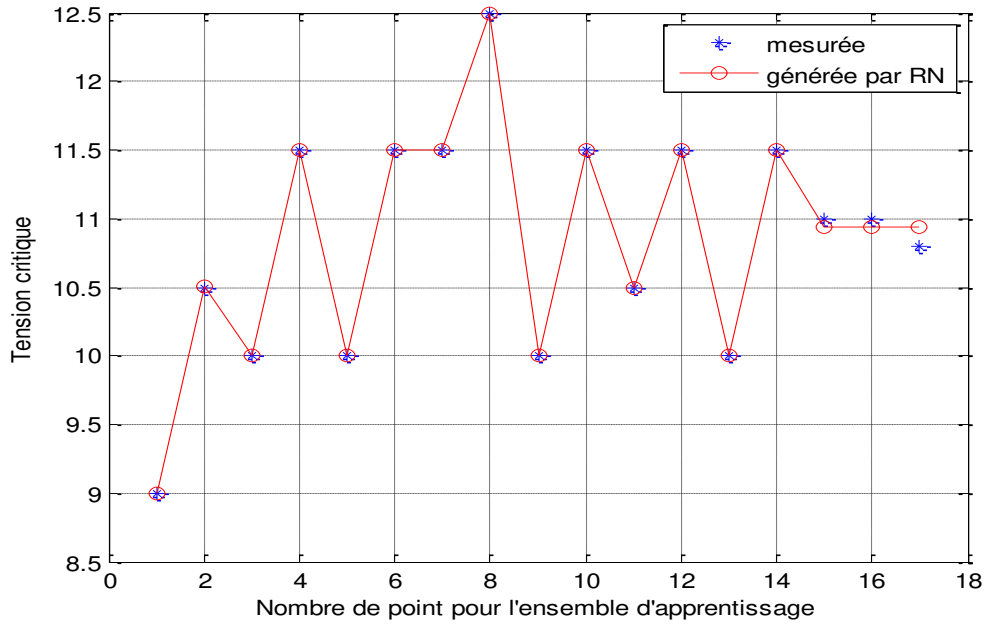


Figure V.11. Modélisation par RN pour configuration sans lame (Pour l'apprentissage)

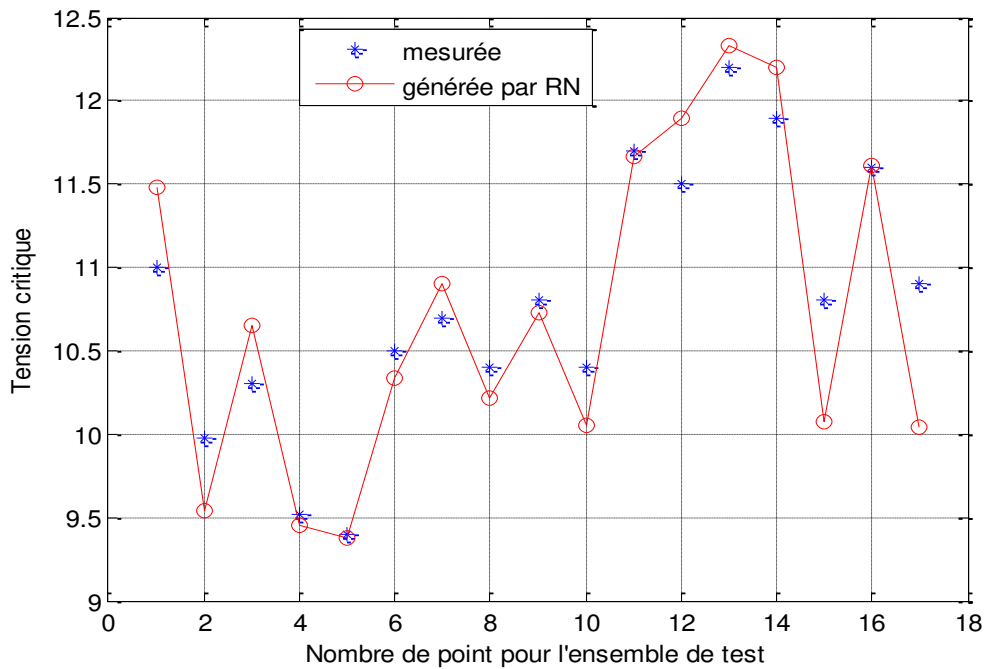


Figure V.12. Modélisation par RN pour la configuration sans lame (Pour le test)

L'évaluation de la capacité de généralisation du réseau est réalisée sur la base de validation en utilisant des courbes n'appartenant ni à la base d'apprentissage ni à celle du test.

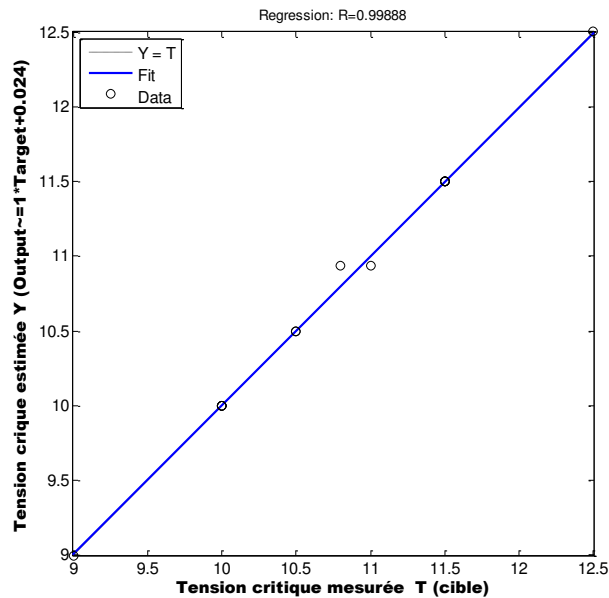


Figure V.13. Corrélation entre les valeurs mesurées et estimées de la tension critique.

Les figures V.11 et V.12 montrent une très bonne adaptation du réseau de neurones à la base de données utilisée respectivement pour l'opération d'apprentissage et de test. La corrélation entre les valeurs de la tension critique de contournement mesurées et estimées par les réseaux de neurones est montrée sur la figure V.13. Le coefficient de détermination (R^2) est de l'ordre de 0,9968. La valeur idéale de R^2 est 1, donc on peut dire que 0,9968 est une valeur acceptable.

V.3.3. Modélisation de la tension critique pour la configuration avec lame

Dans cette deuxième partie nous allons suivre la même procédure que celle de la première partie. Pour cela on prend les résultats des plans d'expériences du chapitre IV

V.3.3.1. Elaboration des bases de données

a- Base d'apprentissage

Les résultats de la matrice d'expérience tableau du chapitre IV sont utilisés pour la base d'apprentissage. Les facteurs a, P, e et r correspondent respectivement à la largeur de la rainure en cm, la profondeur de l'électrolyte en cm, l'épaisseur de la lame en cm et la résistance linéique de l'électrolyte en $K\Omega/cm$, et le facteur de sortie correspond à la tension critique en kV.

Les résultats déduits de la matrice d'expérience figure IV.11 (configuration avec lame) sont représentés par les quatre variables d'entrée (a, p, e et r) et la variable de sortie U_c .

Nous rappelons que le choix aléatoire des entrées est proposé par le logiciel MODDE5 mais la sortie U_c est déterminée expérimentalement.

$$\mathbf{a} = (2 \ 4 \ 2 \ 4 \ 2 \ 4 \ 2 \ 4 \ 2 \ 4 \ 2 \ 4 \ 2 \ 4 \ 2 \ 4 \ 2 \ 4 \ 2 \ 4 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3)$$

$$\mathbf{P} = (0.3 \ 0.3 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.45 \ 0.45 \ 0.3 \ 0.6 \ 0.45 \ 0.45 \ 0.45 \ 0.45 \ 0.45 \ 0.45)$$

$$\mathbf{e} = (0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.225 \ 0.225 \ 0.225 \ 0.225 \ 0.15 \ 0.30 \ 0.225 \ 0.225 \ 0.225 \ 0.225 \ 0.225)$$

$$\mathbf{r} = (2.5 \ 2.5 \ 2.5 \ 2.5 \ 2.5 \ 2.5 \ 2.5 \ 2.5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 3.75 \ 3.75 \ 3.75 \ 3.75 \ 3.75 \ 3.75 \ 2.5 \ 5 \ 3.75 \ 3.75 \ 3.75)$$

$$\mathbf{U}_c = (16.5 \ 13.5 \ 18 \ 15 \ 19 \ 16 \ 21 \ 18 \ 19 \ 17.5 \ 19 \ 18 \ 19 \ 18.5 \ 23 \ 21.5 \ 18 \ 17 \ 15 \ 19 \ 17 \ 21 \ 17 \ 19 \ 17.8 \ 18 \ 18.2)$$

b- Base de test

Pour la base de test le choix des entrées est aléatoire mais la sortie U_c est déterminée (prédite) par la logiciel MODDE 5 des plans d'expériences.

Tableau V.3. Matrice d'expériences utilisée pour la base de test

Exp No	a (cm)	P (cm)	r (kΩ/cm)	e (cm)	U_c (kV)
1	2.1	0.575	3.75	0.225	19
2	2.3	0.5	3.75	0.225	18.8
3	2.8	0.575	3.75	0.225	18.3
4	3.4	0.35	3.75	0.225	16.4
5	3.8	0.475	3.75	0.225	17.2
6	2.2	0.40	2.5	0.15	17
7	2.4	0.55	2.5	0.15	17.5
8	2.8	0.325	2.5	0.15	15.4
9	3.2	0.475	2.5	0.15	16.6
10	3.4	0.40	2.5	0.15	15.8
11	3.8	0.55	2.5	0.15	16.2
12	2.1	0.50	5	0.30	22.6
13	2.3	0.425	5	0.30	22
14	3.3	0.325	5	0.30	19.8
15	3.8	0.40	5	0.30	19.7
16	4	0.55	5	0.30	20.1
17	3.8	0.325	2.5	0.30	17.7
18	3.2	0.35	2.5	0.30	18
19	2.5	0.40	2.5	0.30	19.5
20	2.2	0.375	2.5	0.30	20
21	2.1	0.35	2.5	0.30	20.4
22	2.6	0.425	5	0.15	17.9
23	2.4	0.45	5	0.15	19.3
24	3.5	0.55	5	0.15	18.7
25	3.8	0.325	5	0.30	16.7
26	3.6	0.425	3.75	0.225	16.8
27	2.9	0.50	5	0.30	21.9

V.3.3.2. Résultats et discussions

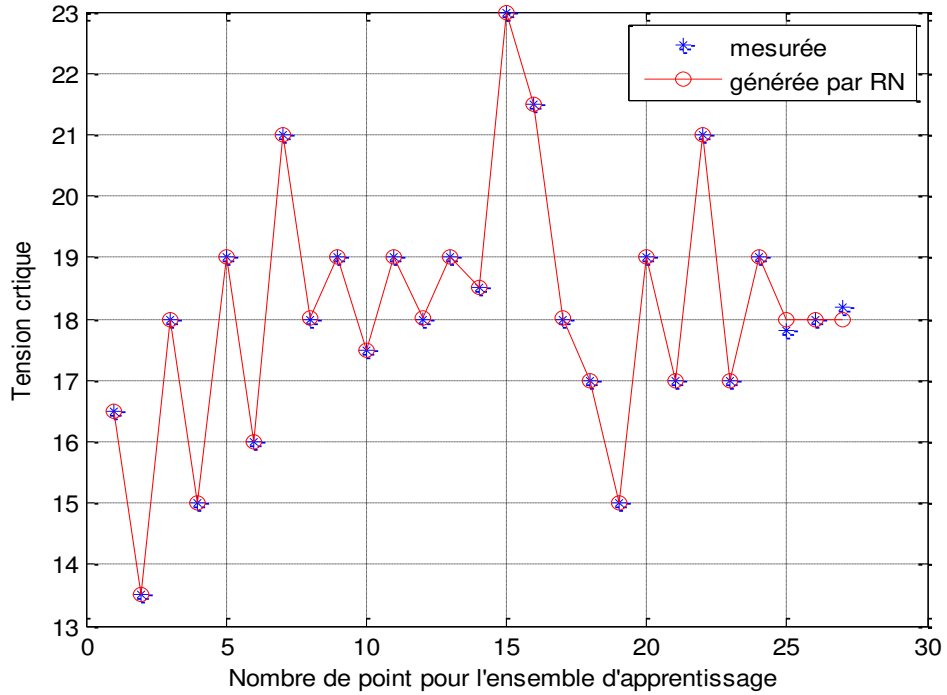


Figure V.14. Modélisation par RN pour la configuration avec lame (Pour l'apprentissage)

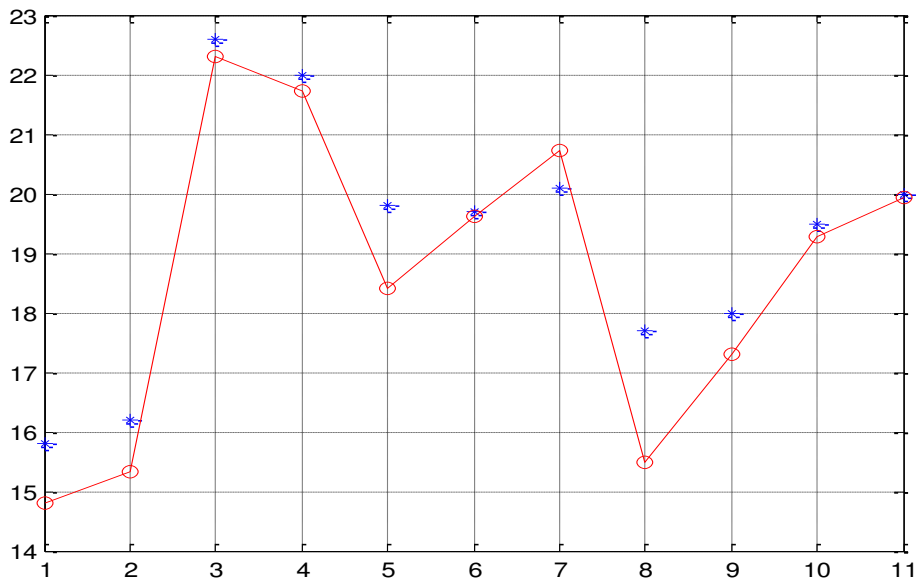


Figure V.15. Modélisation par RN pour la configuration avec lame (Pour le test)

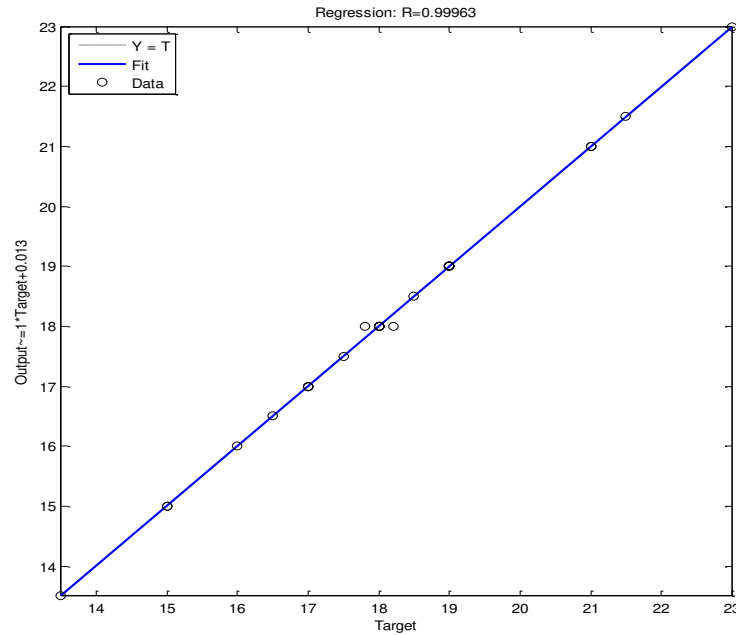


Figure V.16. Corrélation entre les valeurs mesurées et estimées de la tension critique.

Les figures V.14 et V.15 montrent une très bonne adaptation du réseau de neurones à la base de données utilisée respectivement pour l'opération d'apprentissage et de test. La corrélation entre les valeurs de la tension critique de contournement mesurées et estimées par les réseaux de neurones est montrée sur la figure V.16. Le coefficient de détermination (R^2) est de l'ordre de 0,9998. La valeur idéale de R^2 est 1, donc on peut dire que 0,9998 est une valeur acceptable.

V.3.4. Etude comparative

V.3.4.1. Etude comparative pour la configuration sans lame.

Dans le but de confirmer les performances du modèle neuronal RN conçu (sans lame), on le confrontés au modèle calculé par les plans d'expériences MPE et aussi aux échantillons de données expérimentales

La figure V.17 Permet de visualiser la comparaison entre le modèle de plan d'expérience MPE et ceux de réseau de neurone RN, et l'échantillon expérimental.

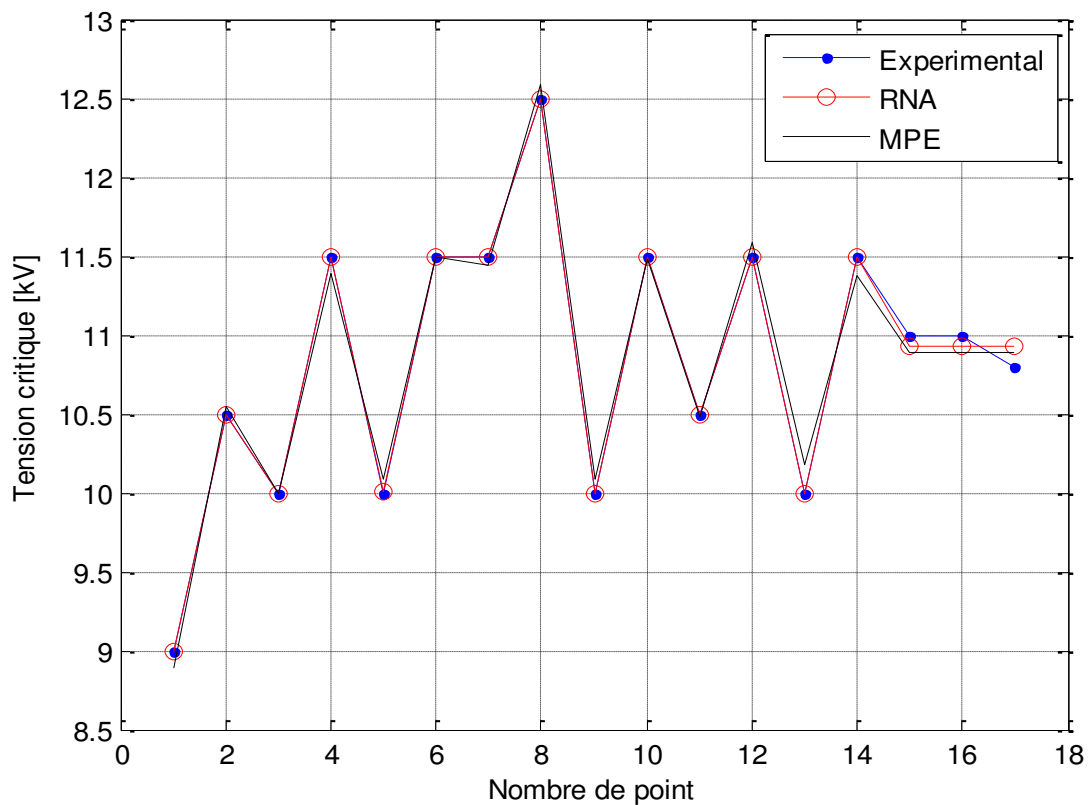


Figure V.17. Graphique de comparaison entre le modèle de MPE, le modèle de RN et l'échantillon expérimental

Avec cette structure de réseaux, on peut observer une très bonne superposition des deux courbes, ce qui confirme l'efficacité du modèle élaboré.

Résultats très satisfaisants surtout avec la limite des échantillons d'apprentissage en voit que la courbe du RNA a les mêmes caractéristique que la courbe des plan d'expériences c'est-à-dire que les valeurs prédites par les RNA sont à peu près les mêmes que celles des plans d'expériences et se confondent avec les valeurs de l'échantillon expérimental.

Comparaison entre la modélisation par les plans d'expérience, et les réseaux de neurones en utilisant les surfaces de réponses.

Pour visualiser les surfaces de réponse, nous avons tracé la variation de la tension en fonction de la largeur et la profondeur de la rainure, pour une résistance linéique de 3,75 k Ω /cm.

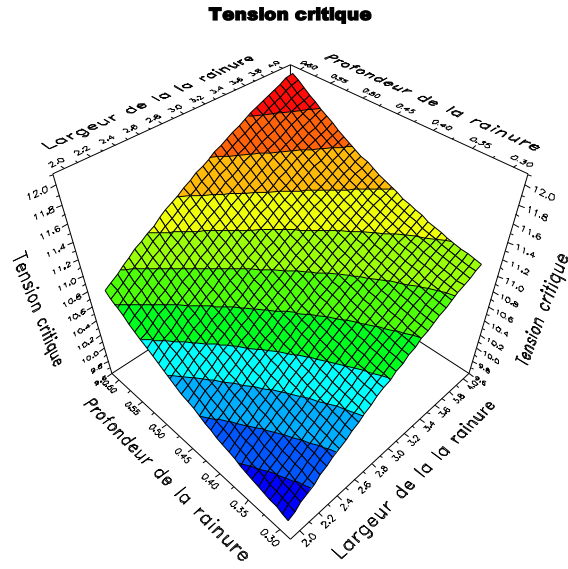


Figure V.18. Modélisation de la U_c par la MPE sans lame avec $r = 3.75 \text{ k}\Omega/\text{cm}$

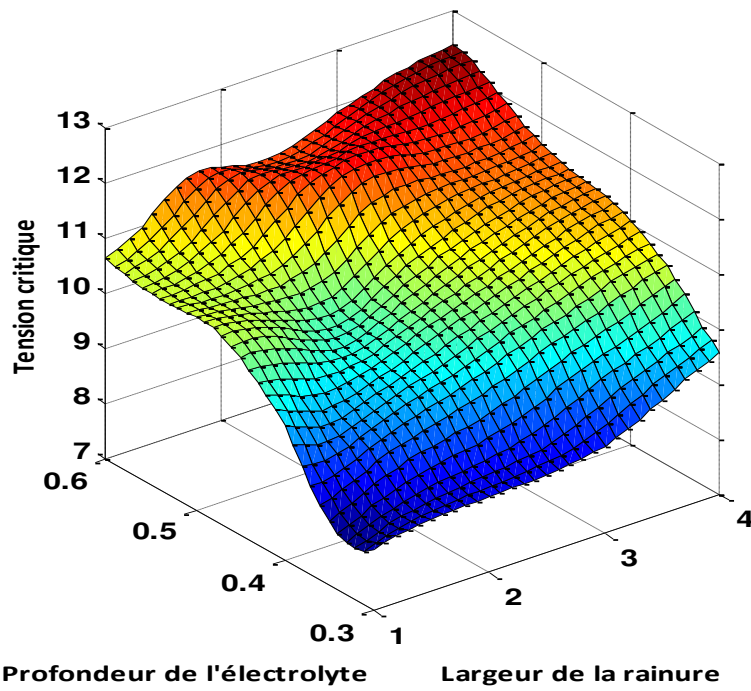


Figure V.19. Modélisation de la U_c par les RN sans lame avec $r = 3.75 \text{ k}\Omega/\text{cm}$

Nous remarquons que les deux modélisations donnent la même tension critique maximale de 12.5 kV pour les valeurs de $a = 4 \text{ cm}$ et $P = 0,60 \text{ cm}$.

V.3.4.2. Etude comparative pour la configuration avec lame

Dans le but de confirmer les performances du modèle neuronal RN conçu (avec lame), on la confrontés au modèle calculé par les plans d'expériences MPE et aussi aux échantillons de données expérimentales.

La figure V.20 permet de visualiser la comparaison entre le modèle de plan d'expérience MPE et ceux de réseau de neurone RN, et l'échantillon expérimental.

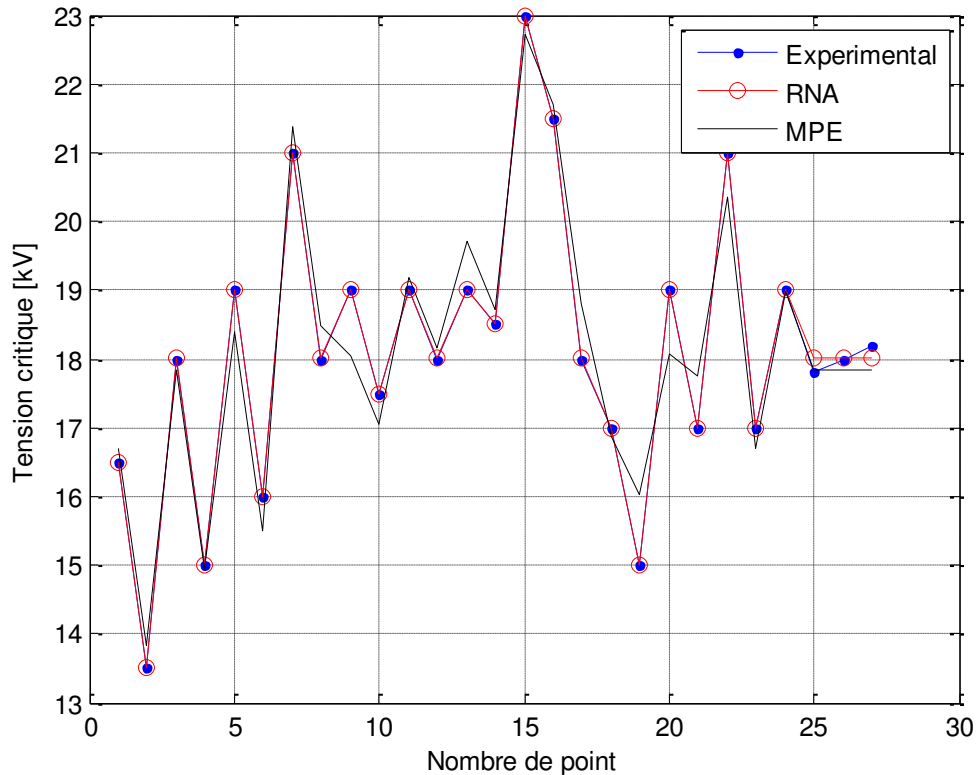


Figure V.20. Graphique de comparaison entre le modèle de MPE, le modèle de RN et l'échantillon expérimental

Pour visualiser les surfaces de réponse, nous avons tracé la variation de la tension en fonction de la largeur et la profondeur de la rainure, pour une résistance linéique de 3.75 k Ω /cm et $e = 0.225$ cm

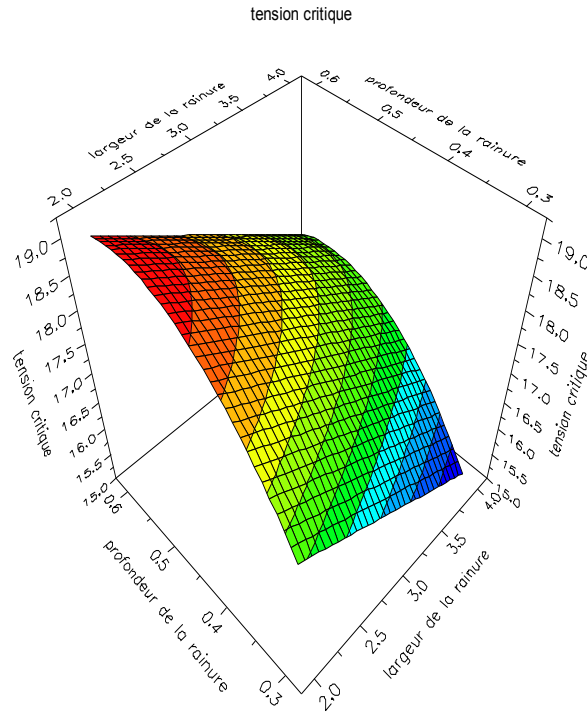


Figure V.21. Modélisation de la U_c par la méthodologie des plans d'expériences (MPE) avec lame pour $e = 0.225$ cm et $r = 3.75$ k Ω /cm.

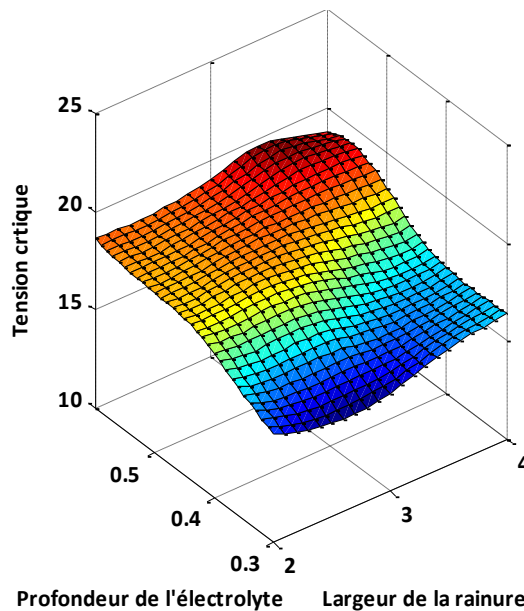


Figure V.22. Modélisation de la U_c par les RN avec lame pour $e = 0.225$ cm et $r = 3.75$ k Ω /cm

V.3.5. Commentaires et discussions

Les réseaux de neurones présentés dans ce chapitre (PMC et ME) sont des systèmes paramétrés non linéaires qui relient des variables d'entrée à des variables de sortie. Les

paramètres sont déterminés statistiquement lors d'une phase d'apprentissage à partir d'une base de données d'exemples, appelée base d'apprentissage.

En pratique, l'utilisation de méthodes neuronales pose certaines difficultés. La principale difficulté est l'optimisation de la phase d'apprentissage. Le choix de l'architecture adéquate ou la détermination du « pas d'apprentissage » qui se fait par essais successifs. L'utilisation d'une base indépendante de celle d'apprentissage, appelée base de test permet de déterminer le réseau optimal. On détermine les poids du réseau à partir de la base d'apprentissage et on calcule les performances sur la base de test. Le réseau « optimal » est celui qui minimise l'erreur commise sur la base de test. On utilise ensuite une troisième base indépendante des deux autres, pour donner les performances du réseau et ainsi faire des comparaisons avec d'autres variétés de réseaux ou de méthodes statistiques. La création de trois bases est donc nécessaire pour notre étude.

La deuxième difficulté est liée aux caractéristiques de la base d'apprentissage, aussi bien en termes de taille et de représentativité que de répartition des exemples. Le nombre d'exemples doit être suffisamment grand devant les paramètres (les poids) à déterminer. Le domaine de validité de l'algorithme neuronal est directement lié à la représentativité des exemples de la base d'apprentissage. L'irrégularité des exemples dans certaines régions de l'espace des données peut conduire à une mauvaise optimisation du réseau.

Pour conclure nous donnons les principaux inconvénients de la méthode de réseaux de neurones par rapport à la méthode des plans d'expériences :

- la lenteur d'apprentissage ;
- les résultats obtenus ne sont pas interprétable ;
- les RN ne permettent pas l'intégration de connaissances à priori pour le traitement de nouvelles données.

V.4. Conclusion

Les réseaux de neurones et les plans d'expériences sont complémentaires car ils ont besoin d'un nombre important de données pour être entraînés adéquatement et pour atteindre une convergence statistique satisfaisante. Toutefois, dans la présente étude, le nombre de points de données disponibles était malheureusement limité. Ceci nous limite quelque peu par conséquent dans nos conclusions. Malgré tout, les résultats obtenus indiquent que les réseaux de neurones peuvent être d'une assistance utile dans la prédiction du contournement des isolateurs pollués.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

L'originalité de notre travail, c'est d'avoir adapter la méthodologie des plans d'expériences à l'étude du phénomène de contournement. A partir d'un modèle de laboratoire basé sur celui D'OBENNAUS, auquel on a ajouté une lame équipotentielle, nous avons étudié, suivant un plan d'expériences préétablis, le comportement de la décharge.

Ce plan prévoit l'étude de l'influence de différents facteurs géométriques et électriques, pour plusieurs valeurs (max, médian et min), sur l'évolution de la décharge.

La conduite de l'étude nous a permis l'élaboration d'un modèle mathématique, polynomial assez simple, prenant en compte aussi bien l'influence des facteurs que celle de leurs interactions.

Soumis aux différents tests de qualité, il répond bien aux deux critères essentiels descriptif et prédictif. Il permet également d'optimiser la réponse, à savoir déterminer les valeurs à affecter à chaque facteur pour l'obtention de la valeur maximale de la tension de contournement.

L'objectif du travail était d'arriver à une modélisation de la tension critique pour deux configurations l'une avec lame et l'autre sans lame. Pour mesurer l'efficacité de nos modèles établis ; et pour les valider ; nous avons utilisé la méthode des réseaux de neurones.

L'application de la méthode des réseaux de neurones dans les calculs et la prédiction de la tension critique s'est avérée très utile. La puissance de cette méthode est mise en évidence par la bonne concordance, lors de la comparaison entre les résultats obtenus par les réseaux de neurones et les résultats obtenus par la méthode des plans d'expérience et les résultats expérimentaux. Les erreurs commises restent très acceptables, en effet les études comparatives effectuées lors de la confrontation des résultats témoignent de leurs efficacités et de leurs performances.

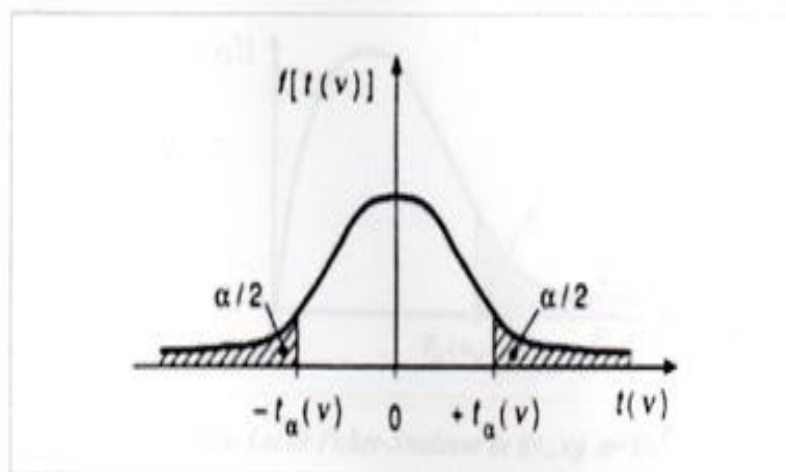
On peut déduire que la modélisation et la prédiction par la méthode des RN est plus performante que celle des plans d'expériences, lorsque le nombre d'expériences est important.

Les résultats obtenus au cours de ce travail ont contribué à la compréhension et l'analyse du comportement de la décharge de contournement à partir d'un modèle de laboratoire. Nous avons par ailleurs pu montrer que le champ électrique au voisinage de la décharge en valeur et en direction est le paramètre d'influence directe sur le développement de la décharge.

Nous recommandons que ce couplage des deux méthodes MPE et RN soit appliquée aux isolateurs réels pollués. Ainsi les facteurs les plus influents et leurs interactions sur la tension critique seront déterminés.

ANNEXES

ANNEXE A1



Loi de Student de $t(\alpha, \nu)$

P	α												
	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,335	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,791
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,166	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

ANNEXE A2 Loi de Fisher-Snedecor de t (V_1, V_2) $\alpha=5\%$

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
1	161	199,5	215,7	224,6	230,2	234	236,8	239	240,5	241,9	243,9	245,9	248
2	18,5	19	19,16	19,25	19,3	19,33	19,35	19,4	19,38	19,4	19,41	19,43	19,45
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,7	8,66
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6	5,96	5,91	5,86	5,8
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,1	4,06	4	3,94	3,87
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,5	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,2	3,09	3,01	2,95	2,9	2,85	2,79	2,72	2,65
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3	2,91*	2,85	2,8	2,75	2,69	2,62	2,54
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,6	2,53	2,46
14	4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,7	2,65	2,6	2,53	2,46	2,39
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,9	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,4	2,33
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28
17	4,45	3,59	3,2	2,96	2,81	2,7	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19
19	4,38	3,52	3,13	2,9	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16
20	4,35	3,49	3,1	2,87	2,71	2,6	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,2	2,12
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,1
22	4,3	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,4	2,34	2,3	2,23	2,15	2,07
23	4,28	3,42	3,03	2,8	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,2	2,13	2,05
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,3	2,25	2,18	2,11	2,03
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,6	2,49	2,4	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,2	2,13	2,06	1,97

ANNEXE A3

Tableau III.7 Matrice de calcul avec variable de sortie, la tension critique sans lame

MOY	a	P	r	a.P	a.r	P.r	Ucs
Cste	E1	E2	E3	E4 I1	E5 I2	E6 I3	
1	-1	-1	-1	1	1	1	9
1	1	-1	-1	-1	-1	1	10,5
1	-1	1	-1	-1	1	-1	10
1	1	1	-1	1	-1	-1	11,5
1	-1	-1	1	1	-1	-1	10
1	1	-1	1	-1	1	-1	11,5
1	-1	1	1	-1	-1	1	11,5
1	1	1	1	1	1	1	12,5
1	-1	0	0	0	0	0	10
1	1	0	0	0	0	0	11,5
1	0	-1	0	0	0	0	10,5
1	0	1	0	0	0	0	11,5
1	0	0	-1	0	0	0	10
1	0	0	1	0	0	0	11,5
1	0	0	0	0	0	0	11
1	0	0	0	0	0	0	11
1	0	0	0	0	0	0	10,8

ANNEXE A4

Tableau IV.10 : Matrice d'expériences du plan factoriel

EXP N°	a	P	e	r
1	-1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1	-1
3	-1	1	-1	-1
4	1	1	-1	-1
5	-1	-1	1	-1
6	1	-1	1	-1
7	-1	1	1	-1
8	1	1	1	-1
9	-1	-1	-1	1
10	1	-1	-1	1
11	-1	1	-1	1
12	1	1	-1	1
13	-1	-1	1	1
14	1	-1	1	1
15	-1	1	1	1
16	1	1	1	1
17	-1	0	0	0
18	1	0	0	0
19	0	-1	0	0
20	0	1	0	0
21	0	0	-1	0
22	0	0	1	0
23	0	0	0	-1
24	0	0	0	1
25	0	0	0	0
26	0	0	0	0
27	0	0	0	0

ANNEXE A5

Tableau IV .12 Matrice de calcul avec variable de sortie, la tension critique

MOY	a	P	e	r	a.P	a.e	a.r	P.e	P.r	e.r	Ucexp
Cste	E1	E2	E3	E4	E5 I1	E6 I2	E7I3	E8 I4	E9 I5	E10 I6	
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	16,5
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	13,5
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	18
1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	15
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	19
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	16
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	21
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	18
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	19
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	17,5
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	19
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	18
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	19
1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	18,5
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	23
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	21,5
1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17
1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	15
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	19
1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	17
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	21
1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	17
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	19
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17,8
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18,2

ANNEXE A6

Tableau IV .14 : Estimation de la valeur de sortie U_c , des écarts de liaison et des résidus

N°	Ymes	Yest	SCEL	SCER	SCET
1	16,5	16,584	2,389	0,007	2,396
3	18	17,702	0,183	0,089	0,271
4	15	14,695	11,795	0,093	11,888
5	19	18,508	0,143	0,242	0,385
6	16	15,751	5,659	0,062	5,721
7	21	21,501	11,365	0,251	11,616
8	18	18,619	0,239	0,383	0,622
9	19	18,174	0,002	0,682	0,684
10	17,5	17,167	0,926	0,111	1,037
11	19	19,417	1,658	0,174	1,833
12	18	18,286	0,024	0,082	0,106
13	19	19,473	1,805	0,224	2,028
14	18,5	18,591	0,213	0,008	0,221
15	23	22,591	19,904	0,167	20,071
16	21,5	21,584	11,933	0,007	11,94
17	18	18,549	0,176	0,302	0,478
18	17	16,605	2,325	0,156	2,481
19	15	16,049	4,327	1,101	5,429
20	19	18,105	0,001	0,801	0,802
21	17	17,772	0,128	0,595	0,724
22	21	20,383	5,076	0,381	5,457
23	17	16,938	1,419	0,004	1,423
24	19	19,216	1,18	0,047	1,227
25	17,8	17,846	0,081	0,002	0,083
26	18	17,846	0,081	0,024	0,104
27	18,2	17,846	0,081	0,126	0,206

ANNEXE A7

Tableau IV.16 Intervalle de confiance des coefficients du modèle

Effets	$a_i - t_{\text{crit}}(\nu, \alpha)S_i$	coefficients	$a_i + t_{\text{crit}}(\nu\alpha)S_i$
Constante	17.83	$a_0 = 18.129$	18.428
Largeur(a)	-1.271	$a_1 = -0.972$	-0.673
Profondeur(P)	0.728	$a_2 = 1.027$	1.326
Epaisseur (e)	1.006	$a_3 = 1.305$	1.604
Resistance lineique(r)	0.839	$a_4 = 1.138$	1.437
a*a	-0.567	$a_5 = -0.268$	0.031
p*p	-1.067	$a_6 = -0.768$	-0.469
e*e	0.932	$a_7 = +1.231$	1.53
r*r	-0.068	$a_8 = +0.231$	0.53
a*P	-0.33	$a_9 = -0.031$	0.268
a*e	-0.268	$a_{10} = 0.031$	0.33
a*r	0.169	$a_{11} = 0.468$	0.767
P*e	0.169	$a_{12} = 0.468$	0.767
P*r	-0.268	$a_{13} = 0.031$	0.33
e*r	-0.455	$a_{14} = -0.156$	0.143

ANNEXE A8

Tableau IV. 18 : Estimation de la valeur de sortie Uc, des écarts de liaison et des résidus

N°	Ymes	Yest	SCEL	SCER	SCET
1	16,5	16,711	2,011	0,045	2,056
2	13,5	13,829	18,491	0,108	18,599
3	18	17,829	0,090	0,029	0,119
4	15	14,947	10,126	0,003	10,129
5	19	18,385	0,065	0,378	0,444
6	16	15,503	6,897	0,247	7,144
7	21	21,378	10,555	0,143	10,698
8	18	18,496	0,135	0,246	0,381
9	19	18,051	0,006	0,901	0,907
10	17,5	17,044	1,178	0,208	1,385
11	19	19,1699	1,083	0,029	1,112
12	18	18,163	0,001	0,027	0,028
13	19	19,725	2,547	0,526	3,072
14	18,5	18,718	0,347	0,048	0,394
15	23	22,718	21,058	0,080	21,137
16	21,5	21,711	12,830	0,045	12,874
17	18	18,813	0,468	0,661	1,129
18	17	16,868	1,590	0,017	1,608
19	15	16,029	4,411	1,059	5,469
20	19	18,085	0,002	0,837	0,839
21	17	17,751	0,143	0,564	0,707
22	21	20,363	4,990	0,406	5,396
23	17	16,701	2,040	0,089	2,129
24	19	18,979	0,722	0,000	0,723
25	17,8	17,84	0,084	0,002	0,085
26	18	17,84	0,084	0,026	0,109
27	18,2	17,84	0,084	0,130	0,213

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] S. Flazi " Modélisation d'une décharge électrique sur une surface isolante polluée recouverte d'une couche conductrice. Application au contournement des isolateurs H.T ", Thèse de Docteur-Ingénieur, université Paul Sabatier, Toulouse, 1980.
- [2] M. Izzularab "Répartition du potentiel électrique le long d'une surface isolante polluée soumise à des décharges. Application à l'étude des isolateurs H.T pour réseaux de transport à courant continu. ", Thèse de Docteur d'état sciences, université Paul Sabatier, Toulouse, 1987.
- [3] A.M Rahal " Sur les mécanismes physiques du contournement des isolateurs H.T ", Thèse de Docteur.Es-Sciences physiques, université Paul Sabatier, Toulouse ,1979.
- [4] J.C de Munck "The potentiel distribution in layered atmospheric spheroidal volume conduc ", J.App.Phys vol 64 pp 464-469.1988.
- [5] L. Alston and S. Zoledziowski" Growth of discharges on polluted insulation", Proc. IEE, vol. 110, n°7, pp. 1260-66, July 1963
- [6] B.F Hampton "Flashover mechanism of polluted insulation ",Proc. IEE. Vol 111, No 5, Mai 1964.
- [7] R. Wilkins "Flashover voltage of high- voltage insulators with uniform surface – pollution film ", Proc. IEE, vol. 116. No 3, Mars 1969.
- [8]D.c Jolly "Physical process in the falshover of insulators with contaminated surfaces ", phys.theses M.I.T , May 1971.
- [9] R.Wilkins et A.A.J AL. Baghdadi, "Arc propagation along. An electrolyte surface ", Proc. IEE. Vol. 118, No 12, Dec 1971.
- [10] J.C Labadie "Etude de la validité du modèle électrique du contournement des isolateurs haute tension pollués ", thèse de spécialité, université Paul Sabatier, Toulouse ,1977.
- [11] Gisel Peyregne "Etude en énergie dynamique de contournement par décharge de surface isolante rendues faiblement conductrices", Thèse de Docteur Ingénieur, université Paul Sabatier, Toulouse 1981.

Bibliographie

- [12] F. Obenaus, Fremdschichtüberschlag und Kriechweglänge, Deutsche Elektrotechnik, Vol. 4, pp. 135 - 136, 1958.
- [13] G. Neumärker, "Verschmutzungszustand und Kriechweg", Monatsber D. Deut. Akad, Wiss., Vol. 1, pp. 352-359, Berlin 1959.
- [14] F. Rizk, "Mathematical Models for Pollution Flashover", Electra, Vol. 78, pp. 71-103, 1981.
- [15] G. Leroy and C. Gary, "Les propriétés Diélectriques de l'Air et des Très Hautes Tensions", Edition EYROLLES, Paris, France, 1984.
- [16] P. Claverie and Y. Porcheron, "How to Choose Insulators for Polluted Areas", IEEE Trans. PAS, Vol. 92, nr. 3, pp. 1121-1131, 1973.
- [17] S. Gopal and Y. Narayana Rao, "On the Flash over Mechanisms of Polluted Insulators", ISPPISD, IIT., MADRAS, pp. 1-6, Inde 1983.
- [18] H.H. Woodson and A.J. Mac Elroy, "Insulators with Contaminated Surface, Part II, modeling of Discharge Mechanismus", IEEE, Trans. PASS, Vol. 89, nr. 8, pp. 1858-1867, Nov-Dec 1970
- [19] LI Shunyuan, Zhang Renyu and Tan Kexiong "Measurement of dynamic potential distribution during the propagation of a local arc along a polluted surface", I.E.E.E Vol 25, N°4 page (757-761), August 1990.
- [20] R. Sundararajan and R.S. Gorur "Dynamic arc modeling of pollution flashover of insulators under dc voltage ", IEEE vol 28 N°2 page (209-218), April 1993.
- [21] S. Flazi "Etude du contournement électrique des isolateurs H.T pollués critère d'élongation de la décharge et dynamique du phénomène ", Thèse de docteur d'état sciences, université Paul Sabatier Toulouse, 1987.
- [22] A. Settaouti, **M. Bouhmama**. " Influence d'un fil conducteur sur le contournement d'une surface faiblement conductrice par une décharge électrique alimentée en courant continu", Publ. Journal of technology. Vol.n°1, PP 93-98 March 1995.
- [23] Y. Yamano, Y. Takahashi And S. Kobayashi "Improving insulator reliability with insulating barriers " I.E.E.E. vol 25 N° 6 PP 1174-1179 , December 1990.

Bibliographie

- [24] C.Huroux. J.C. Labadie A.M Rahal "Etude du contournement sous pluie des isolateurs utilisés sur les réseaux de transport et de distribution ", Rapport annuel convention EDF, université Paul Sabatier, Toulouse, 1976.
- [25] M.Hamouda. " Etude des paramètres influençant le développement d'une décharge le long d'un isolateur pollué Modèle de laboratoire" Mémoire de Magister, U.S.T.O, Avril 1997.
- [26] **M. Bouhmama** " Etude des paramètres influençant la phase verticale d'une décharge de contournement ", Thèse de Magister U.S.T.O ,1999.
- [27] Mamoru Kubiki, Masanori Hara. "Breakdown characteristics of air gaps with artificial floating metals under dc voltage", I.E.E.E vol N°1 page (155-164), February 1995.
- [28] M. Abdel-salam. "Discharges in an form point electrodes in the presence of dielectric " I.E.E.E; vol 27 N° 2 page (309-333), April 1992.
- [29] A. Settaouti "Etude de la rigidité diélectrique de l'air au voisinage d'une décharge", Thèse de Magister U.S.T.O ,1989.
- [30] E. Wasilenko M.Olesz "Effet of solid barrier with circular opening on impulse breakdown voltage of rod-plain air-gap" proceeding of the tenth international conference on gas discharge of their applications Swansea. Vol 2, P636, 1992.
- [31] A. Tilmatine "Influence du champ magnétique sur le contournement.", Thèse de Magister Institut E.T.T USTO , 26 octobre 1991.
- [32] M.Aliouchene "Contournement électrique des surfaces isolantes polluées : modèles des couches à résistance non linéaire" Thèse de Docteur -Ingénieur, université Paul Sabatier, Toulouse, 1985.
- [33] A.Settaouti, **M.Bouhmama** "Influence d'une plaque isolante avec ouverture circulaire sur la tension de claquage d'un intervalle d'air fil-plan en courant continu".Revue ENP, Journal of technology, Volume B. Janvier 1995
- [35] **M.Bouhmama**, A.Tilmatine, A.Settaouti et S.Flazi «Etude des paramètres influençant la phase verticale d'une décharge de contournement", ICEL'98 International conférence on electrotechnics, USTO ORAN October 5-7,1998.

Bibliographie

- [36] **M.Bouhmama**, S.Flazi et A.Settaouti, "Etude des paramètres influençant le développement de la décharge de contournement en courant continu". Proceeding SNGE'2001-3^{ème} Séminaire national en génie électrique Biskra 29, 30, et 31 octobre 2001.
- [37] A.Tilmatine, S.Flazi, M.Brahami et **M.Bouhmama** "Calcul de la résistance de la couche de pollution d'un isolateur haute tension. Proceeding 4^{ème} Conférence National sur la Haute Tension." Ghardaïa 16-17 Janvier 2002.
- [38] **M.Bouhmama**, S.Flazi et A.Settaouti «Influence d'un diélectrique et d'un potentiel flottant sur l'évolution de la décharge de contournement d'un isolateur H.T". Proceeding 5^{ème} conférence national sur la haute tension. Oran 1-3 décembre 2003.
- [39] D.M. Allen, "Mean square error of prediction as a criterion for selecting variables", Technometrics, Vol. 13, pp. 469-475, 1971.
- [40] N.G. Becker, "Models for the response of a mixture", J. Royal Statistical Society, Serie B, Vol. 30, pp. 349-358, 1968.
- [41] J. Goupy, "Introduction aux plans d'expériences", Dunod, Paris, 2001.
- [42] J.Goupy, "Erreur de dérive et choix de l'ordre des essais d'un plan d'expériences factoriel", Revue de statistique appliquée, Vol. 37(1), 5-22, 1989.
- [43] F. Louvet, L. Delplanque, "Les Plans d'expériences une approche pragmatique et illustrée", Expérimentique, 2005.
- [44] M. Pillet, "Contribution à la Maîtrise Statistique des Procédés - Cas particulier des petites séries", Thèse, Univ. Savoie, France, 1993
- [45] G. Taguchi and Y. Yokoyama, "Taguchi Methods: Design of Experiments. Dearborn, Michigan", American Supplier Institute, 1993.
- [46] A Tilmatine, "Étude et réalisation d'un séparateur électrostatique des mélanges granulaires « Exploitation Industrielle »", Thèse de Doctorat d'État, Univ. SBA, 2004.
- [47] Umetrics AB, "MODDE 5.0. User Guide and Tutorial", Umetrics, Umea, Sweden, 1999.
- [48] S.Vivier, "Stratégie d'optimisation par la méthode des plans d'expériences et application aux dispositifs électrotechniques modélisés par éléments finis", Thèse, Univ Lille, France, 2002

Bibliographie

- [49] Y. Wu, "Orthogonal Arrays and Linear Graphs", Dearborn, Michigan: American Supplier Institute, 1986.
- [50] K. Medles, "Modélisation expérimentale et optimisation des procédés de séparation électrostatique des matériaux granulaires ", Thèse de Doctorat en électrotechnique, Univ. SBA, 20. Mai.
- [51] M. Ziane, " Contribution à l'étude du comportement dynamique couple décharge-réseau application à la lampe à décharge mercure haute pression", Thèse de Doctorat d'État, Univ. SBA, 2004.
- [52] N.L. Frigon, and D. Mathews, "Practical Guide to Experimental Design", New York: Wiley, 1996
- [53] G. Taguchi, "System of Experimental Designs", New York: Kraus International Publications, 1987
- [54] L. Eriksson, E. Johansson, N. Kettaneh-Wold, C. Wikström, and S. Wold, "Design of Experiments. Principles and Applications". Learnways AB, Stockholm, 2000
- [55] R. Aouine, " Calcul du champ électrique au voisinage de la décharge de contournement " Thèse de Magister, Département d'électrotechnique, Université de Mascara, Algérie, 2014
- [56] M. Ziane, A. Tilmatine, K. Medles, **M. Bouhmama** et Jean-Jacques Damelincourt, «Modélisation du comportement dynamique du couple «réseau lampe» Application à des lampes à décharge à mercure haute pression "
- [57] A. Samuila, A. Tilmatine, **M. Bouhmama**, L. Dascalescu, " Modélisation expérimentale des procédés de séparation électrostatique des matériaux granulaires, "SFE2002- 3^{ème} congrès annuel de la société française d'électrostatique-Toulouse ,3et 4 juillet 2002.
- [58] **M. Bouhmama**, S. Flazi, F. Miloua, Y. Bellebna, A. Tilmatine "Experimental modeling of the flashover of polluted insulator with the presence of a metal plate using rsm technique" Journal of Electrical Engineering Vol.17 N°2, pp. 446-455, 2017
- [59] Slama, M. E. A., & Beroual, A. (2015). Behavior of AC High voltage polyamide insulators: Evolution of leakage current in different surface conditions. *Advances in Electrical and Electronic Engineering*, 13(2), 74.
- [60] Sundararajan, R., & Gorur, R. S. (1993). Dynamic arc modeling of pollution flashover of insulators under dc voltage. *Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, 28(2), 209-218

Bibliographie

- [61] Ghosh, P. S., & Chatterjee, N. (1995). Polluted insulator flashover model for ac voltage. *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, 2(1), 128-136
- [62] Dhahbi-Megrache, N., Beroual, A., & Krähenbühl, L. (1997). A new proposal model for flashover of polluted insulators. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 30(5), 889
- [63] Swift, D. A. (1980). Flashover across the surface of an electrolyte: arresting arc propagation with narrow metal strips. *Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education-Reviews, IEE Proceedings A*, 127(8), 553-564
- [64] P.J. Ross, "Taguchi Techniques for Quality Engineering", New York: McGraw Hill, 1988.
- [65] S. Flazi, N. Boukhenoufa and A. Ouis, "Critical Condition of DC Flashover on a Circular Sector Model", *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation* Vol. 13, No. 6, pp. 1335-1341, December 2006
- [66] Flazi, S.; Boukhenoufa, N.; Hadi, H.; Taleb, F.; The criterion of DC flashover on a circular sector models. *Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 2003. Annual Report . 2003 Page(s):277 – 280*
- [67] F.Meghnefi, " Étude temporelle et fréquentielle du courant de fuite des isolateurs de poste recouverts de glace en vue du développement d'un système de surveillance et de prédiction en temps réel du contournement électrique" *Université du Québec à Chicoutimi, Canada, Août 2007*
- [68] E. Ailam, "Utilisation des réseaux de neurones artificiels dans le domaine de la pollution des isolateurs", *Thèse de Magister Département de Génie Electrique ENP El-Harrach, Alger 2004*
- [69] C.Dreyfus, J.-M.Martinez, M.Samuelides, M.B.Cordon, F.Badran, S.Thiria, L.Hérault, "Réseaux de neurones .Methodologie et applications" *Eyrolles, France, 2004*
- [70] H.Okubo T.Otsuka K.Kato N.Hayakawa and M.Hikita , " electric fieled optimization of High voltage electrode based on neural network ", *IEEE Transaction on power systems* Vol. 12, N° 4, NOVEMBRE 1997
- [71] M.E Ghourab , " Application of artificial neural networks for insulation dignosis Ninth international symposium on high voltage engineering", 28 aout – 1 Septembre 1995, Graz convention centre, Austria, Europe.

Bibliographie

- [72] P.S Ghosh , s . Chakravorti , n. chatterjee ,"ANN with RPROP algorithm applied to modelling of flashover voltage characteristics of polluted insulators, " ninth international symposium on high voltage engineering , 28 août – 1 Septembre 1995 , Graz convention centre , Austria , Europe .
- [73] Y.YAN, P.L Lewin ,A E Davies, Z ,Richardson “ PD Pattern identification using acoustic emission measurement and neural networks” ninth international symposium on high voltage engineering , 22-27 Aout 1999 conference publication N° 467 .
- [74] M.Fernando, "performance of non-ceramic insulators in tropical environments", ph .D thesis, Chalmers university of technology, Sweden, 1999.
- [75] P .cline, W. L annes and G .Richards, “use of pollution monitors with a neural network to predict insulator flashover”, electric power systems research No42, pp. 27-33, 1997.
- [76] Ivan Nunes da Silva , André Nunes de Souza ," Analysis of High Voltage Substations Design Artificial Neural networks", Ninth International Symposium On High Voltage Engineering 27-28 août 1999 , conference publication N° 467
- [77] [http://www.dlr.de/tt/institut/abteilungen/system/other things/overview neuralnetwork renewable.pdf](http://www.dlr.de/tt/institut/abteilungen/system/other%20things/overview%20neuralnetwork%20renewable.pdf)

Résumé :

La décharge HT de contournement des isolateurs pollués a fait l'objet de nombreuses études, tant expérimentales que numériques. Celles-ci ont permis la proposition de modèles mathématique exprimant la tension critique de contournement. Néanmoins, cette dernière dépendant de plusieurs facteurs, il est difficile d'obtenir sa formulation multifactorielle. C'est ce que nous avons tenté de réaliser dans le cadre de la présente contribution, en présentant un modèle expérimental interactif de la tension de contournement. En effet, pour prendre en compte l'ensemble des facteurs simultanément ainsi que leurs interactions respectives, nous avons fait appel à la méthodologie des plans d'expériences « MPE ». Plusieurs facteurs de la cellule aussi bien géométrique qu'électrique (largeur et profondeur de la rainure, épaisseur de la lame métallique et résistance linéique de l'électrolyte) ont été considérés. En plus de l'interactivité entre les différents facteurs, on s'est particulièrement intéressé à l'influence de la lame métallique immergée dans l'électrolyte pour différentes dimensions de celle-ci, sur le comportement de la décharge. Pour mesurer l'efficacité de nos modèles établis ; et pour les valider ; nous avons utilisé la méthode des réseaux de neurones.

Mots clés: Systèmes d'alimentation, Isolateur pollué, contournement, Modélisation de surface de réponse, modèles expérimentaux

Abstract :

Discharge HT of skirting of the polluted insulators was the object of many studies, as well experimental as digital. Those allowed the proposal for mathematical models expressing the critical tension of skirting. Nevertheless, the latter depending on several factors, it is difficult to obtain its multifactorielle formulation. It is what we tried to carry out within the framework of this contribution, by presenting an interactive experimental model of the tension of skirting. Indeed, simultaneously to take into account the whole of the factors like their respective interactions, we called on the methodology of the experimental designs "MPE". Several factors of the cell as well geometrical as electric (width and depth of the groove, thickness of the metal blade and linear electrical resistance of the electrolyte) were considered. Besides the interactivity between the various factors, one is particularly interested in the influence of the metal blade immersed in the electrolyte for various dimensions from this one, on the behaviour of the discharge. To measure the effectiveness of our established models; and to validate them; we used the neural network method.

Keywords: Power systems, Polluted insulator, Flashover, Response surface modelling, Experimental Designs.