

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DJILLALI LIABES

DE SIDI BEL ABBES



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE

DEPARTEMENT DE TELECOMMUNICATIONS

THESE DE DOCTORAT

PRESENTÉE PAR

Mr. MASMOUDI RAMADHAN

Le 24/11/2016

Filière: Electronique

Spécialité: Télécommunications

Intitulée:

Égalisation adaptative aveugle et semi-aveugle pour un système à porteuses multiples

Soutenu devant le jury :

Président :	DJEBBARI Ali	Pr	Université de Sidi Bel Abbès
Examineurs :	BOUZIANI Merahi	Pr	Centre universitaire d'Elbayadh
	ELAHMAR Sid Ahmed	Pr	Université de Sidi Bel Abbès
	BENAISSA Mohammed	MCA	Centre universitaire d'Ain Témouchent
Directeur de thèse :	DJEBBAR Ahmed Bouzidi	Pr	Université de Sidi Bel Abbès

Année Universitaire: 2016-2017

Remerciements

Au terme de ce travail, je voudrais adresser une pensée à tous ceux qui, de quelque manière que ce soit, par un conseil, une idée, un coup de main ou, tout simplement leur amitié, m'ont aidée à le réaliser.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à mon directeur de thèse monsieur **Pr DJEBBAR Ahmed Bouzidi**, professeur au département de Télécommunications de la faculté de Génie Electrique de l'Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès (UDL-SBA) qui m'a donné l'opportunité d'effectuer ce travail, pour ses conseils scientifiques tout au long de la thèse, sa grande disponibilité, ces encouragements et de la confiance qu'il m'a accordée.

Je tiens à remercier, Monsieur **Pr DJEBBARI Ali**, directeur de Laboratoire de Télécommunication et Traitement Numérique du Signal (LTTNS), et professeur au département de Télécommunications, d'avoir accepté de présider le jury.

Je remercie vivement **Pr BOUZIANI Merahi** Professeur et directeur du centre universitaire Nour Bachir d'El Bayadh, **Pr ELAHMAR Sid Ahmed** professeur au département de Télécommunications et **Dr BENAÏSSA Mohammed** maître de conférences au centre universitaire de Ain Témouchent, qui m'ont fait l'honneur d'avoir examiné ma thèse.

Mes remerciements vont également aux doctorants et aux membres du laboratoire LTTNS pour leurs aides, leurs soutiens et surtout pour leurs amitiés.

A vous tous, merci !

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

- Le pur esprit de ma grande mère que Dieu lui fasse miséricorde.
- A mes chers parents, ma mère et mon père.
- A ma famille.
- A toute mes amies de la promotion 2011/2012.
- A tous mes collègues au laboratoire LTTNS.

Ramadhan. Masmoudi

Résumé

Les trajets multiples favorisent l'apparition d'interférence entre symboles (IES). En contexte coopératif, certains symboles « dite séquence d'apprentissage » sont connus du récepteur et dédiés à l'identification ou à l'égalisation du filtre caractérisant le canal. Néanmoins, lorsque le canal varie au cours du temps, il est nécessaire d'envoyer périodiquement la séquence d'apprentissage, limitant ainsi la place réservée aux symboles porteurs d'information : on observe une réduction du débit binaire d'information. De ce fait, les méthodes d'égalisation, dites aveugles, voient leur intérêt grandir, car elles n'imposent aucune connaissance a priori sur le signal émit, la séquence d'apprentissage n'est pas requise. Il est souhaitable de pouvoir restituer les données émises à partir de la seule observation de la sortie du canal.

L'égalisation semi-aveugle permet d'exploiter l'information basée sur l'algorithme aveugle et l'information provenant des symboles pilotes. Les techniques semi-aveugles robustifient le problème aveugle et permettent d'estimer des réponses impulsionnelle plus longues que possible en apprentissage.

Les systèmes multi-porteuses sont très sensible au décalage fréquentiel (CFO : Carrier Frequency Offset) que les systèmes mono-porteuses. En effet, il y a beaucoup d'effets qui causent la dérive des sous-porteuses de leurs valeurs exactes, tel que les évanouissements profonds du canal, le décalage fréquentiel entre les oscillateurs de l'émetteur et du récepteur et le décalage Doppler dû au mouvement du mobile. CFO peut être plus grand que l'espacement entre les sous porteuses.

Pratiquement, le canal varie dans le temps, ce qui nécessite un calcul (mise à jour) à chaque instant des coefficients de l'égaliseur et des estimées du CFO. L'élaboration d'algorithmes adaptatifs permet de suivre cette variation du canal.

L'objectif du travail consiste à proposer des algorithmes adaptatifs pour l'égalisation du canal et l'estimation du décalage fréquentiel, et ceci d'une façon aveugle et semi aveugle.

Abstract

Multipath promotes the appearance of Inter Symbol Interference (ISI). In cooperative context, some symbols "known as training sequence" are known to the receiver and dedicated to the identification or equalization of the filter characterizing the channel. However, when the channel varies over time, it is necessary to periodically send the training sequence, limiting the space reserved for information-bearing symbols: there is a reduction of the bit rate information. Thus, the equalization methods called 'blind' see their interest grown as they do not impose any a priori knowledge about the emitted signal. It is desirable to recover the data transmitted from the single observation of the channel output.

The semi-blind equalization allows the use of information based on blind algorithm and the information from the known symbols. The semi-blind enhanced the blind problem and provide the parameter estimation as possible compared with the training technique. For a given quality estimation, they allow the use of shorter training sequences. Moreover, they offer better estimation performance than the blind and training methods.

Multicarrier systems are very sensitive to CFO than the single-carrier systems. Indeed, there are many effects that cause the drift of the subcarriers of their exact values, such as deep fading of the channel, the frequency offset between the oscillators of the transmitter and the receiver and the Doppler shift due to movement of the terminal mobile. CFO can be greater than the spacing between the subcarriers.

Practically, the channel varies in time, which requires every moment the calculation (updated) of the equalizer coefficients and the CFO estimated. The development of adaptive algorithms allows to tracking the channel variation.

The aim of the work is to provide adaptive algorithms for channel equalization and CFO estimation, by using the blind and semi-blind techniques.

ملخص

ان كثرة الاتجاهات بين المرسل والمستقبل في انظمة الاتصالات اللاسلكية يتسبب في ظهور التداخل بين الرموز (ISI). في هذا السياق، بعض الرموز " تسمى ب رموز التمرين " تكون دائما معروفة من طرف أجهزة الاستقبال والارسال على حد سواء, هذه الرموز مخصصة لتحديد أو معادلة المرشح (filtre) الذي يميز القناة.

الا انه عندما تكون القناة متغيرة بدلالة الزمن، يكون من الضروري ارسال رموز التمرين بشكل دوري، مما يحد من المساحة المحجوزة للرموز المستعملة لنقل المعلومات : نلاحظ ان هناك انخفاض في معدل نقل المعلومات الحرة. لهد السبب، فإن أساليب التسوية التي تدعى ب "التسوية العمياء" (égalité aveugle) اصبح الطلب عليه متناميا من قبل انظمة الاتصالات, لأنها لا تفرض أي معرفة مسبقة حول الإشارة المرسلة، اي انها لا تحتاج الى رموز التمرين. انها تسترد البيانات المرسلة اعتمادا على ملاحظة واحدة عند مخرج القناة على مستوى الاستقبال.

من جهة أخرى فان استخدام اساليب " التسوية الشبه عمياء " الذي يستند على خوارزمية التسوية العمياء من جهة والمعلومات المستخلصة من بعض رموز التمرين من جهة أخرى, يحسن من اداء التسوية العمياء ويوفر تقديرات احسن للقنوات التي تتميز بالطول مقارنة بالأساليب القديمة (التسوية التي تعتمد على رموز التمرين) .

ان أنظمة متعددت النواقل حساسة جدا للانحراف الترددي (CFO : Carrier Frequency Offset) من الأنظمة ذات الناقل الاحادي. في الواقع، هناك العديد من العوامل التي تتسبب في انحراف الحوامل الجزئية عن قيمها الحقيقية ، مثلا : التلاشي العميق للقناة، انحراف تردد بين أجهزة الارسال والاستقبال , أثر دوبلر "Effet Doppler" الذي ينتج عن الحركة بين المرسل والمستقبل. في بعض الاحيان, يمكن ان تكون قيمة الانحراف الترددي اكبر من التباعد بين الحوامل الجزئية.

عمليا، القناة في انظمة الاتصالات متغيرة بدلالة الزمن، الأمر الذي يتطلب القيام بحساب معاملات التسوية في كل لحظة تغيير (تحديث) بالتوازي مع حساب الانحراف الترددي, وعليه فان استعمال خوارزميات التكيف "algorithmes adaptatives" يسمح بتتبع تغيرات القناة.

هدفنا في هذه الرسالة يتمثل في اقتراح و تطوير خوارزميات تكيفية وباقل كلفة لتحقيق تسوية للقناة تزامنا مع تقدير الانحراف الترددي, وهذ كله باستعمال الطرق العمياء والشبه عمياء.

Table des matières

Remerciements	1
Dédicaces	2
Résumé	3
Abstract	4
Table des matières	6
Liste des figures	9
Liste des tableaux	11
Liste des abréviations et des Acronymes	12
Introduction générale.....	14
<i>Chapitre 1</i>	
<i>Etat de l'art sur les méthodes d'estimation du CFO</i>	
1.1. Introduction	17
1.2. Les canaux de communication	18
1.3. Le canal à trajets multiples.....	19
1.4. Réponse impulsionnelle du canal.....	19
1.5. La fonction d'égalisation	20
1.5.1. Classification des égaliseurs	20
1.6. La modulation à porteuses multiples OFDM	21
1.6.1. Principe de l'OFDM	21
1.6.2. Notions d'orthogonalité.....	22
1.6.3. Préfixe cyclique	23
1.6.4. Les avantages et les inconvénients de l'OFDM	24
1.6.4.1. Les avantages	24
1.6.4.2. Les inconvénients.....	25
1.7. L'effet de décalage fréquentielle (CFO)	25
1.7.1. Expression analytique du signal OFDM reçu sans CFO	26
1.7.2. Modélisation du signal OFDM reçu en présence de CFO.....	30
1.8. Méthodes d'estimation de CFO.....	34
1.8.1. Estimation non aveugles (training).....	34
1.8.2. Estimation aveugle	35
1.8.2.1. Estimation aveugle de CFO utilisant le CP basé sur l'algorithme ML [24]	35
1.8.2.2. Algorithmes de sous-espace basé sur les NSC (ou VSC) [15]	40

1.8.2.3. Estimation basée sur le sur-échantillonnage (Oversampling) et utilisant l'algorithme ML [17]	44
1.8.3. Estimation Semi-aveugle [21]	47
1.8.3.1. Formulation et développement mathématiques	47
1.8.3.2. Structure d'un symbole OFDM semi aveugle	50
1.8.3.3. Estimation semi-aveugle du CFO	51
1.8.3.4. Estimation à faible complexité du CFO	52
1.8.3.5. Estimation du canal	54
1.9. Conclusion	55
<i>Chapitre 2</i>	
<i>Estimation conjointe semi-aveugle et à faible complexité du CFO et du canal pour le système OFDM</i>	57
2.1. Introduction	57
2.2. Estimation semi-aveugle conjointe de CFO et du canal basée sur le sur-échantillonnage	58
2.2.1. Modèle du signal OFDM	58
2.2.2. Estimation semi-aveugle de CFO Basé sur le sur-échantillonnage	60
2.2.3. Estimation conjointe ML semi-aveugle du CFO et du canal basé sur le sur-échantillonnage	62
2.2.4. Estimation semi-aveugle à faible complexité du CFO	63
2.2.4.1. Approximation du premier ordre de la fonction de coût	63
2.2.4.2. Algorithme itératif d'estimation et de compensation du CFO	64
2.2.5. Algorithmes adaptatifs d'estimation conjointe semi-aveugle de CFO et de canal	65
2.2.5.1. Algorithme Adaptive pour l'estimation de CFO	65
2.2.5.2. Algorithme Adaptive pour l'estimation du canal	66
2.2.6. Calcul de la complexité	66
2.3. Egalisation fréquentielle et détection des données	67
2.4. Résultats de simulations	68
2.5. Conclusion	75
<i>Chapitre 3</i>	
<i>Egalisation aveugle et semi aveugles conjointement avec l'estimation du CFO à faible complexité pour les systèmes MC-CDMA</i>	76
3.1. Introduction	76
3.2. Modèle du système	77
3.3. Estimation conjointe aveugle de l'égaliseur et du CFO basée sur l'intervalle de garde (GI)	79
3.4. Estimation conjointe aveugle de l'égaliseur et du CFO basée sur les codes non utilisés (EC)	80
3.5. Estimation adaptative aveugle conjointe de l'égaliseur et du CFO	81
3.5.1. Egalisation adaptative aveugle de l'égaliseur basée sur l'intervalle de garde	81

3.5.2. Egalisation adaptative aveugle de l'égaliseur basée sur les codes non utilisés	82
3.5.3. Estimation adaptative du CFO.....	82
3.6. Algorithme à faible complexité pour l'estimation du CFO.....	83
3.6.1. Estimation aveugle du CFO basé sur l'intervalle de garde	83
3.6.2. Estimation aveugle du CFO basée sur les codes non utilisés	84
3.7. Complexité de calcul pour les algorithmes aveugles	85
3.8. Résultats de Simulation.....	86
3.9. Une conception semi aveugle pour l'estimation conjointe de l'égaliseur et du CFO	93
3.9.1. Estimation conjointe semi-aveugle du CFO et de l'égaliseur	94
3.9.1.1. Estimation semi-aveugle de l'égaliseur	94
3.9.1.2. Estimation semi-aveugle du CFO	95
3.9.2. Estimation séparée du CFO	95
3.9.3. Algorithme itératif pour l'estimation conjointe semi-aveugle du CFO et de l'égaliseur	96
3.9.4. Algorithme d'estimation adaptative conjointe semi-aveugles du CFO et de l'égaliseur	96
3.9.5. Complexité de calcul pour les algorithmes semi-aveugles.....	97
3.9.6. Résultats de simulation.....	98
3.10. Conclusion.....	103
Conclusion générale	104
Références bibliographiques	106
Annexes.....	111

Liste des figures

Chapitre 1 : Etat de l'art sur les méthodes d'estimation du CFO

Figure 1. 1. Modélisation d'un canal linéaire [28].....	18
Figure 1. 2. Classification des égaliseurs [28].	20
Figure 1. 3. Modulation multi-porteuse avec $N_c = 4$ sous-porteuse [28].....	21
Figure 1. 4. Multiplexage de fréquences orthogonales [28].....	22
Figure 1. 5. Superposition des spectres de 4 sous-porteuses espacées de $1/T_s$ [28].....	23
Figure 1. 6. Préfixe cyclique d'un bloc OFDM [28]	24
Figure 1. 7. Modèle bloc d'un système OFDM [33].....	27
Figure 1. 8. Un récepteur OFDM avec une synchronisation fréquentielle [33].....	31
Figure 1. 9. l'effet du CFO sur le symbole OFDM [33]	32
Figure 1. 10. Le rapport SINR pour différentes valeurs du CFO [33]	33
Figure 1. 11. Structure des intervalles I et I' [24].....	36
Figure 1. 12. Estimation du décalage temporelle et fréquentielle, avec $\omega_0 = 0.25$ [24].....	38
Figure 1. 13. Structure de l'estimateur au maximum de vraisemblance de θ et ω_0 [24].....	39
Figure 1. 14. Spectre d'un système OFDM avec des bandes de garde (des sous-porteuses nulles) [33].	40
Figure 1. 15. Fonction de coût en fonction de CFO [15]	42
Figure 1. 16. Déphasage entre t_1 et t_2 [17]	44
Figure 1. 17. Modèle discret en bande de base d'un système OFDM [33].	48
Figure 1. 18. Structure du symbole $\bar{\mathbf{u}}(k)$ [38].....	50

Chapitre 2 : Estimation conjointe semi-aveugle et à faible complexité du CFO et du canal pour le système OFDM

Figure 2. 1. Modèle discret en bande de base d'un système OFDM [17].	58
Figure 2. 2. Fonction de cout en fonction de la valeur de CFO	70
Figure 2. 3. Erreurs d'estimation en fonction de nombre d'itérations	71
Figure 2. 4. MSE versus SNR	72
Figure 2. 5. MSE versus le nombre de pilots.	72
Figure 2. 6. MSE pour l'algorithme itératif versus SNR.	73
Figure 2. 7. MSE normalisé du canal en fonction du SNR.	74
Figure 2. 8. BER versus SNR.....	75

Chapitre 3 : Egalisation aveugle et semi aveugles conjointement avec l'estimation du CFO à faible complexité pour les systèmes MC-CDMA

Figure 3. 1. Système MC-CDMA discret en bande de base [9].....	78
Figure 3. 2. Ajout du préfixe cyclique [28].....	78
Figure 3. 3. Réponse effective du canal (canal égalisée).	87
Figure 3. 4. Estimateur MSE normalisée de CFO en fonction du nombre d'itérations	87
Figure 3. 5. Estimateur du MSE normalisé en fonction de la longueur du CP.	88
Figure 3. 6. MSE en fonction du nombre de bloc OFDM.....	89
Figure 3. 7. Fonction de cout versus valeurs candidats de CFO	89
Figure 3. 8. MSE en fonction du nombre de block OFDM N_b	90
Figure 3. 9. MSE en fonction du nombre d'utilisateurs M	90

Figure 3. 10. BER versus SNR, pour $N_b = 256, M = 10$	91
Figure 3. 11. BER versus le nombre de block OFDM N_b , pour SNR=15 dB.....	92
Figure 3. 12. Conception semi aveugle du symbole MC-CDMA [20].	93
Figure 3. 13. Réponse effective du canal (canal égalisée).	99
Figure 3. 14. MSE d'ECIR en fonction de SNR	100
Figure 3. 15. NMSE de CFO versus SNR.....	101
Figure 3. 16. BER versus nombre du bloc N_b	102
Figure 3. 17. BER versus SNR, pour $N_b = 10$	102

Liste des tableaux

Chapitre 2 : Estimation conjointe semi-aveugle et à faible complexité du CFO et du canal pour le système OFDM

Tableau. 2. 1. Complexité de calcul pour les différents algorithmes d'estimation de CFO.....	67
Tableau. 2. 2. Paramètres de simulations	69

Chapitre 3 : Egalisation aveugle et semi aveugles conjointement avec l'estimation du CFO à faible complexité pour les systèmes MC-CDMA

Tableau. 3. 1. La complexité de calcul pour les algorithmes d'estimation de CFO	85
Tableau. 3. 2. La complexité de calcul pour les algorithmes d'estimation d'égaliseur	85
Tableau. 3. 3. La complexité de calcul pour les algorithmes d'estimation semi-aveugle de l'égaliseur et de CFO.....	98

Annexes

Tableau. C. 1. Les différents composants de la matrice de FIM.....	115
--	-----

Liste des abréviations et des Acronymes

AWGN	Additive White Gaussian Noise.
BER	Bit Error Rate.
BL	Blind
BPSK	Binary Phase Shift Keying.
CDMA	Code Division Multiple Access.
CFO	Carrier Frequency Offset
CM	Constant Modulus
CMA	Constant Modulus Algorithm
CSE	Channel Shortening Equalization
CP	Cyclic Prefix
DAC	Digital to Analog Converter
DFE	Decision Feedback Equalizer
DS-CDMA	Direct Sequence Code Division Multiple Access
DFT	Discrete Fourier Transform
DSC	Data Sub Carriers
EC	Excess Codes
EVD	Eigen Value Decomposition
FDE	Frequency Domain Equalizer
FDMA	Frequency Division Multiple Access
FEQ	Frequency domain Equalizer
FFT	Fast Fourier Transform
FIR	Finite Impulse Response
GI	Guard Interval
IBI	Inter Block Interference
ICI	Inter-Channel Interference.
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform
IES	Interférences Entre Symboles
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform
IG	Intervalle de Garde
ISI	Inter-Symbol Interference.
LE	Linear Equalizer

LMS	Least Mean Square
LO	Local Oscillator
MC	Multi-Carrier
MC-CDMA	Multi-Carrier Code Division Multiple Access
MIMO	Multiple Input Multiple Output
ML	Maximum likelihood
MLSD	Maximum Likelihood Symbol Detection
MLSE	Maximum Likelihood Sequence Estimation
MMSE	Minimum Mean Square Error
MSE	Mean Square Error
MUSIC	Multi signal classification
NMSE	Normalized Mean square Error
NRMSE	Normalized Relative Mean Square Error
NSC	Null Sub-Carriers
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing.
RIF	Réponse Impulsionnelle Finie
RLS	Roots Least Square
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
QPSK	Quaternary Phase Shift Keying.
SB	Semi Blind
SNR	Signal to Noise Ratio
SVD	Singular Value Decomposition
TEQ	Time Domain Equalizer
VSC	Virtual Sub-Carriers
WLAN	Wireless Local Area Network
ZF	Zero Forcing

Introduction générale

L'histoire de la modulation multi-porteuse MC (Multi-Carrier) a commencé il y a plus de 50 ans où les sous-bandes sont complètement séparées en fréquence par l'utilisation des filtres [1]. L'utilisation de la transformée de Fourier pour la modulation et la démodulation fut proposée pour la première fois par Saltzberg en 1967 [2], puis par Weinstein et al. en 1971 [3]. L'idée consiste à diviser la bande de fréquences en plusieurs sous-canaux orthogonaux à l'aide d'une modélisation discrète basée sur la transformée de Fourier rapide (ou encore FFT: Fast Fourier Transform). L'utilisation de l'intervalle de garde (IG ou CP pour cyclic prefix) par l'OFDM constitue une arme à double tranche puisqu'elle permet d'absorber les échos du signal et supprimer ainsi les interférences entre les symboles adjacents d'une part, mais réduit le débit utile de transmission en contrepartie [4]-[6]. C'est pourquoi, le recours à l'égalisation, dans le domaine temporel, permet le maintien d'une valeur adéquate pour le CP tout en réduisant les interférences [7].

L'égalisation non-aveugle requière la transmission de symboles pilotes, ce qui conduit à une réduction de l'efficacité spectrale de la bande passante. De plus, dans plusieurs systèmes de communications les signaux sont transmis à travers des canaux variant dans le temps, ce qui nécessite l'envoi périodique du signal d'apprentissage.

Par contre, l'égalisation aveugle (où autodidacte) permet d'estimer et de détecter une séquence de données inconnues émises en se basant uniquement sur la séquence de données observées au niveau du récepteur [8].

Dans les systèmes de transmission sans fil basés sur la technique CDMA, le nombre des utilisateurs par cellule est nettement inférieur au nombre de codes d'étalement attribué. Les codes non utilisés par la station de base (EC pour Excess Codes) forme un sous-espace bruit par rapport au sous-espace signal formé par les codes attribués aux utilisateurs activant dans la cellule. Tirant profit de l'orthogonalité entre les sous-espaces signal et bruit, plusieurs algorithmes d'égalisation aveugle et semi-aveugle dans le domaine temporel ont été initialement proposés pour la liaison descendante d'un système MC-CDMA [9]. Une extension de ces algorithmes a été développée dans un contexte de raccourcissement aveugle du canal dans [10]. L'efficacité de ces algorithmes pour les liaisons montante et descendante d'un système MC-CDMA a été démontrée par simulations dans [9]-[11].

L'inconvénient majeur des systèmes à porteuses multiple est leurs vulnérabilités au décalage fréquentiel (CFO) généré soit par l'effet Doppler soit par le décalage fréquentiel entre les oscillateurs locaux de l'émetteur et du récepteur. La présence du CFO dans un système de transmission provoque l'interférence entre canaux (l'ICI) ou entre les sous-porteuses entraînant de graves dégradations des performances (BER et MSE). Donc, une bonne estimation du CFO et sa compensation avant la démodulation OFDM au niveau du récepteur s'avère nécessaire. Pour cela, plusieurs algorithmes ont été proposés afin d'estimer le CFO dans les systèmes MC-CDMA [11]-[13]. La plupart des techniques d'estimations existantes du CFO reposent sur la transmission des symboles pilotes (nuls ou non nuls), ce qui réduit inévitablement l'efficacité spectrale du système tout entier [14]. C'est pourquoi nous avons opté pour les méthodes d'estimation aveugle et semi-aveugle. La présente thèse de doctorat s'inscrit dans ce contexte. En effet, nous avons étudié des méthodes d'estimation de CFO basées sur la technique de sous-espaces MUSIC (MUlti SIgnal Classification) [15] et sur certaines propriétés structurelles du signal à porteuses multiples (MC), tel que la redondance dans le préfix cyclique CP [16], et sur la diversité introduit par le sur-échantillonnage (Oversampling) au niveau du récepteur [17].

Une approche d'estimation conjointe d'un égaliseur temporel TEQ et du CFO dans un système MC-CDMA a été proposée dans [18], et ses performances ont été analysées et comparées avec d'autres résultats. Les algorithmes dérivés par cette approche ont une grande complexité de calcul. C'est la raison pour laquelle nous nous sommes focalisés dans une deuxième étape à la réduction de la complexité de calcul. Dans cet objectif deux idées ont été adoptées à savoir : l'utilisation des algorithmes adaptatifs à gradient stochastique basée sur le critère LMS (Least Mean Square) et l'approximation des fonctions de coûts proposés en limitant à l'ordre un '1' le développement en série de Taylor [19]-[20].

Nous avons jugé utile de subdiviser le travail réalisé dans cette thèse en trois chapitres comme suit :

Le chapitre 1 rappelle les principales caractéristiques d'un canal à trajets multiples. Pour réduire les effets de ce canal, nous avons introduit la modulation à porteuses multiples OFDM.

La sensibilité des systèmes à porteuses multiples (MC) au décalage fréquentiel (CFO, Carrier Frequency Offset), nous a incités à donner l'état de l'art des méthodes existantes d'estimation aveugle et non aveugle du CFO. Ces algorithmes exploitent les propriétés structurelles d'une transmission MC, la redondance du CP, la diversité créée par le sur-échantillonnage

(Oversampling) au niveau du récepteur, l'orthogonalité entre sous-espaces signal-bruit ainsi que les symboles pilotes pour dériver des algorithmes permettant d'estimer le CFO.

Les algorithmes aveugles sont, par construction, robustes vis-à-vis des canaux sélectifs en fréquence, mais leur inconvénient majeur est leurs complexités élevées [15].

Basant sur la combinaison entre les méthodes aveugles et non-aveugles, une autre classe d'algorithmes d'estimation de CFO dite semi-aveugles a été développée dans le chapitre 1. En effet, en exploitant l'orthogonalité entre les sous-porteuses utilisées, les sous-porteuses pilotes (pilotes non nuls) et les sous-porteuses virtuelles (pilotes nuls), une méthode d'estimation conjointe du CFO et du canal a été proposée par [21].

Dans le chapitre 2, nous allons dériver une méthode d'estimation semi-aveugle du CFO et du canal utilisant ML comme algorithme et se basant sur un sur-échantillonnage du signal reçu et en s'appuyant sur les symboles pilotes. Une égalisation fréquentielle (FEQ) basée sur la connaissance des coefficients du canal estimé est alors faisable. Ces algorithmes sont caractérisés par leurs degrés élevés de complexités. Pour y remédier nous utilisons un développement, limité à l'ordre 1, en série de Taylor pour approximer les fonctions de coût permettant d'estimer le CFO d'une part. D'autre part, nous utilisons des algorithmes adaptatifs à gradient stochastique basés sur le critère LMS.

Le chapitre 3 est dédié à l'estimation conjointe aveugle et semi-aveugle de l'égaliseur et du CFO pour un système MC-CDMA exploitant IG et EC. Une grande attention est réservée à la réduction de la complexité de calcul des algorithmes proposés dans [18]

On termine cette thèse par une conclusion générale et par quelques perspectives. Afin d'alléger la lecture, les calculs fastidieux associés aux différents chapitres sont reportés dans les annexes.

Chapitre 1

Etat de l'art sur les méthodes d'estimation du CFO

1.1. Introduction

Les canaux à trajets multiples forment une classe importante des canaux de télécommunications. A cause des échos et des réflexions entre émetteurs et récepteurs, le signal émis à travers le canal radio mobile subit différentes sortes de distorsion.

Les trajets multiples propres à certains canaux de transmission numérique tels que le milieu atmosphérique, favorisent l'apparition d'interférence entre symboles (ISI, Inter Symbol Interference).

L'égalisation est la technique adoptée dans les récepteurs de communication pour corriger les effets de distorsion causés par le canal de transmission, tels que l'interférence entre symbole, les non linéarités et le bruit. D'ordinaire, et plus précisément en contexte coopératif, certains symboles « composant dite séquence d'apprentissage » de la modulation numérique transmise sont connus du récepteur et dédiés à l'identification du filtre caractérisant le canal. Il est alors possible de construire un filtre adapté et d'annuler l'ISI [1]. Néanmoins, lorsque le filtre du canal varie au cours du temps, même lentement, il est nécessaire d'envoyer périodiquement la séquence d'apprentissage, limitant ainsi la place réservée aux symboles porteurs de la véritable information : on observe une réduction du débit binaire d'information. De ce fait, les méthodes d'égalisation, dites aveugles, voient leur

intérêt grandir, car elles n'imposent pour la plupart, aucune connaissance a priori de la modulation numérique émise.

Les systèmes de communication sans fil à large bande visent à fournir des services de débit de données très élevé. Par conséquent, ils sont plus susceptibles aux interférences entre symboles (ISI) en raison de l'augmentation de l'étalement de délais [17]. Il est donc impératif d'utiliser des schémas de modulation qui sont robustes à l'évanouissement par trajets multiples. L'OFDM, offre l'immunité de transmission contre les évanouissements à trajets multiples et a suscité un intérêt croissant ces dernières années. OFDM a été choisi comme la norme de la couche physique pour plusieurs systèmes : tels que IEEE 802.11a [22] et HIPERLAN / 2 [23].

Bien que l'OFDM soit intrinsèquement à l'abri d'évanouissements sélectifs en fréquence, elle est très sensible au décalage fréquentiel par rapport aux systèmes mono-porteur. La présence du décalage fréquentielle CFO va introduire de l'interférence l'ICI (Inter Carrier Interference). Donc l'estimation et la compensation du CFO s'avèrent nécessaire avant d'effectuer la démodulation OFDM. Faute de quoi les performances se dégradent sévèrement [24]. Plusieurs méthodes d'estimation aveugle, non-aveugle et semi-aveugle du CFO ont été développées dans la littérature [25]-[27].

Avant de faire état de l'art des méthodes d'estimation du CFO, nous rappelons le principe de base de la technique de modulation OFDM.

1.2. Les canaux de communication

La modélisation du canal de communication peut être simple ou très complexe selon la nature du milieu de propagation, qui peut se comporter comme un filtre linéaire, ou présenter des non linéarités; il peut être aussi stationnaire ou variable en fonction du temps. Les signaux

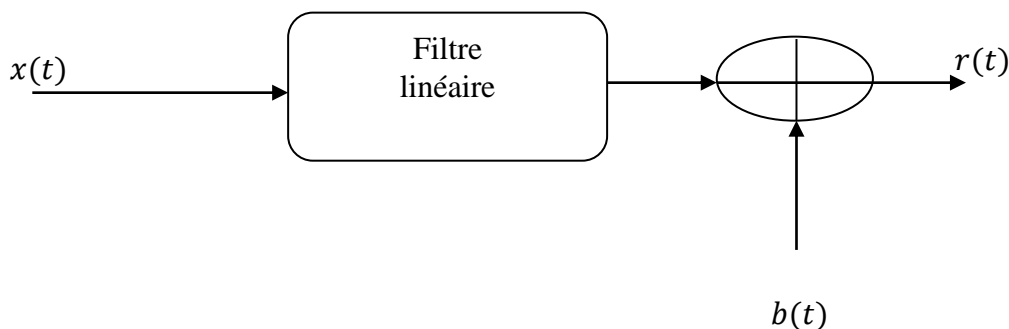


Figure 1. 1. Modélisation d'un canal linéaire [28].

transmis en communication numérique sont généralement perturbés par un bruit additif $b(t)$ et un canal de transmission $h(t)$ comme schématisé par la figure 1.1.

Le signal à la sortie du canal est donné par :

$$r(t) = x(t) * h(t) + b(t) \quad (1.1)$$

$h(t)$ est la réponse impulsionnelle du filtre, * dénote le produit de convolution:

1.3. Le canal à trajets multiples

Les canaux à trajets multiples forment une classe importante des canaux de télécommunications. A cause des échos et des réflexions entre émetteurs et récepteurs. En espace libre, les ondes se propagent en ligne droite en l'absence du phénomène tel que la réflexion et la diffraction, contrairement à la propagation à l'intérieur des bâtiments.

Dans cet environnement et avec l'existence de plusieurs obstacles, les ondes émises subissent généralement une combinaison de plusieurs phénomènes tels que: la réflexion, réfraction, diffraction...etc. Ce type de canal peut être caractérisé par plusieurs effets à savoir [28] :

- l'étalement du retard,
- Interférence entre symbole,
- L'évanouissement,
- L'effet Doppler.

1.4. Réponse impulsionnelle du canal

Le canal à trajets multiples est un canal non stationnaire, il peut être représenté par sa réponse impulsionnelle qui s'écrit en bande de base comme suit [28]:

$$h(\tau; t) = \sum_{n=1}^N \rho_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \delta(t - \tau_n(t)) \quad (1.2)$$

ρ_n et τ_n sont respectivement l'atténuation et le retard pour le n^{ieme} trajet et la variable t décrit la non-stationnarité du canal due à la mobilité du récepteur. Ce qui entraîne que l'enveloppe $\rho = |h(\tau, t)|$ peut être modélisée statistiquement par différentes distributions à savoir de Rayleigh, de Rice, de Nakagami etc.... La distorsion de phase est généralement modélisée par une distribution uniforme.

1.5. La fonction d'égalisation

L'égalisation est la technique adoptée dans les récepteurs de communication pour corriger ou compenser les effets de distorsion causés par le canal de transmission, tels que l'interférence entre symbole, les non linéarités et le bruit. Le principe des égaliseurs consiste à inverser la réponse du canal de transmission. Ceci a permis d'ouvrir la voie à des applications caractérisées par leurs très hauts débits dans le domaine de la radiocommunication numérique.

1.5.1. Classification des égaliseurs

Les techniques d'égalisation peuvent être subdivisées en deux catégories générales: Egalisation linéaire et non linéaire.

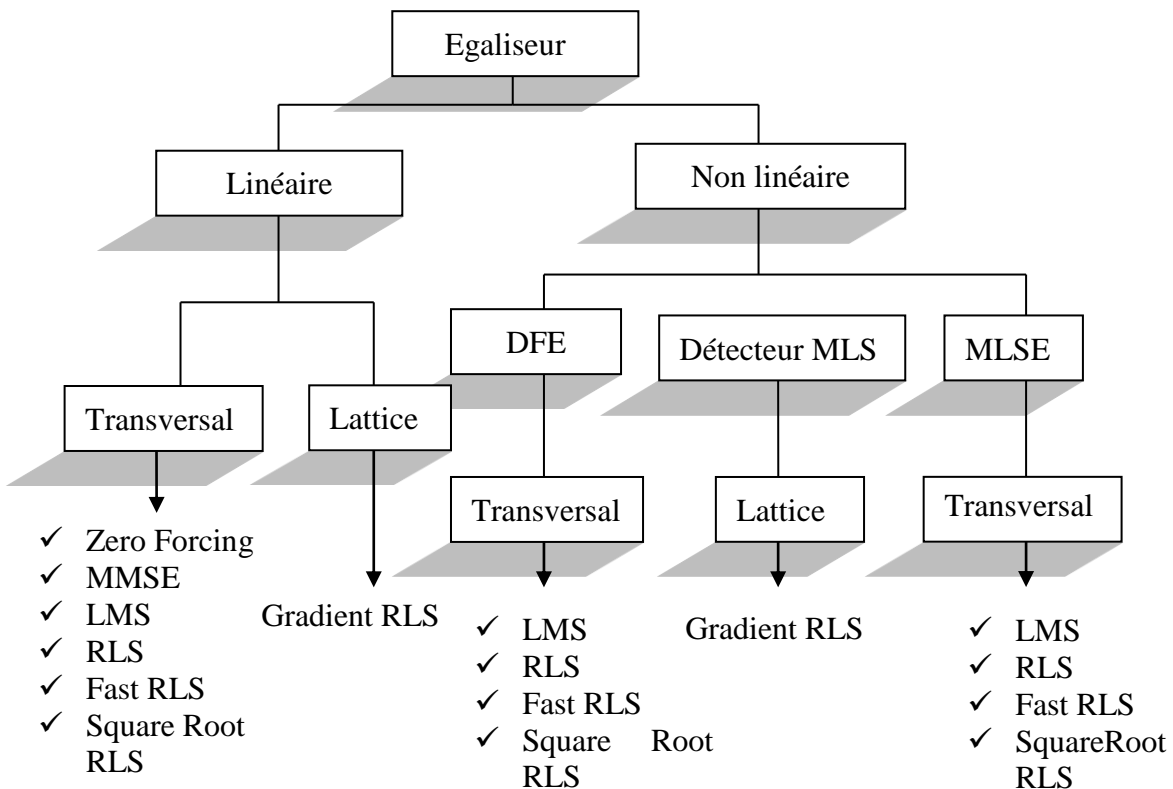


Figure 1. 2. Classification des égaliseurs [28].

Plusieurs structures de filtres sont utilisées pour implémenter des égaliseurs linéaires et non linéaires. D'autre part, pour chaque structure, il y'a de nombreux algorithmes utilisés pour adapter l'égaliseur. La figure 1.2 donne une catégorisation générale des techniques d'égalisation selon les types, structures et les algorithmes utilisés.

1.6. La modulation à porteuses multiples OFDM

L'OFDM est une technique de transmission multi-porteuses où le spectre est divisé en plusieurs sous porteuses, chacune est modulée avec un flux de données à bas débit. Le principe est donc similaire à FDMA mais l'OFDM utilise le spectre plus efficacement car les canaux sont étroitement séparés les uns des autres. Ceci est possible car les porteuses sont orthogonales entre elles et donc les interférences entre canaux sont réduites. Chaque porteuse a de plus, une bande passante faible par rapport à la bande totale utilisée, ce qui provoque une grande tolérance aux problèmes de multi-trajets.

1.6.1. Principe de l'OFDM

La modulation multi-porteuses permet de simplifier le problème de l'égalisation dans le cas d'un canal sélectif en fréquence, c'est à dire lorsque l'étalement des retards T_m est grand devant la durée d'un symbole T_u . Le principe est de transmettre simultanément plusieurs symboles en parallèle sur différentes sous-porteuses. En modulant sur N sous-porteuses, il est possible d'utiliser des symboles plus longs tout en conservant le même débit qu'avec une modulation mono-porteuse. En effet, la durée des symboles devient grande devant l'étalement des retards, et les perturbations liées aux échos deviennent négligeables.

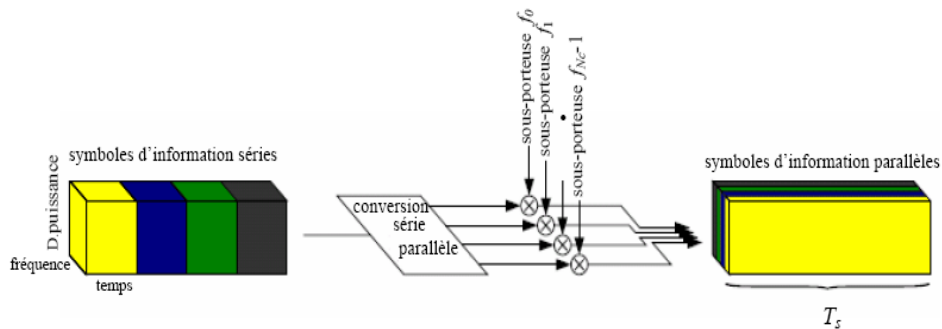


Figure 1. 3. Modulation multi-porteuse avec $N_c = 4$ sous-porteuse [28]

La bande spectrale B allouée à la transmission est partagée entre les différentes sous-porteuses, et ainsi chaque sous-porteuse peut occuper une bande de fréquence inférieure à la bande de cohérence B_c du canal. On peut remarquer qu'il existe une dualité temps-fréquence entre les modulations mono et multi-porteuses.

On définit l'efficacité spectrale comme étant le débit binaire par unité de fréquence. Plus l'efficacité spectrale est importante, plus il sera possible de transmettre un débit important sur un canal donné. Le choix des sous-porteuses et de leur écartement va influencer sur cette efficacité spectrale. La méthode la plus répandue est l'utilisation de sous-porteuses orthogonales. L'information à transmettre, quel que soit son débit, est répartie sur des sous-porteuses distinctes, émises simultanément, et modulées individuellement à un débit assez bas pour que la durée utile T_u d'un symbole soit suffisamment grande devant l'étalement des échos.

1.6.2. Notions d'orthogonalité

Afin d'éviter l'ICI, on choisit de travailler avec des sous-porteuses orthogonales sur l'intervalle de temps T_s , c'est-à-dire qui ont un nombre entier de périodes sur T_s . Pendant un temps symbole, on transmet donc N sous-porteuses espacées de $1/T_s$.

Les sous-porteuses $x_1(t)$ et $x_2(t)$ sont orthogonales si : $\int_0^{T_s} x_1(t) x_2(t) dt = 0$.

L'utilisation de sous-porteuses orthogonales présente un grand avantage : on pourra retrouver l'amplitude et la phase de chaque sous-porteuse indépendamment de la présence des autres.

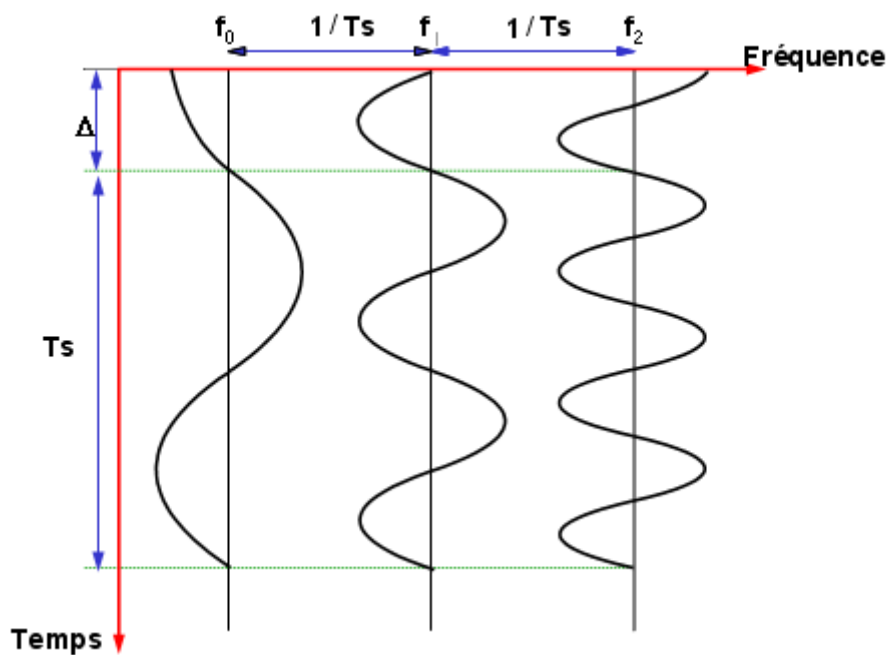


Figure 1. 4. Multiplexage de fréquences orthogonales [28]

Pour que le signal modulé ait une grande efficacité spectrale, il faut que les fréquences des porteuses soient les plus proches possibles, tout en garantissant que le récepteur soit capable de les séparer et de retrouver le symbole numérique émis sur chacune d'entre elles. Ceci est vérifié si le spectre d'une sous-porteuse est nul aux fréquences des autres sous-porteuses.

Le signal modulé sur une porteuse avec l'utilisation d'une forme d'onde rectangulaire a un spectre défini par un sinus cardinal. En effet, en appelant T_s la durée d'un symbole et f_j la fréquence de la sous-porteuse j , son spectre sera [28]:

$$S_j(f) = T_s \frac{\sin(\pi(f-f_j)T_s)}{\pi(f-f_j)T_s} e^{-\pi i(f-f_j)T_s} \quad (1.3)$$

On remarque que ce spectre s'annule aux fréquences

$$f = f_j + \frac{k}{T_s} \quad \forall k \neq 0 \quad (1.4)$$

Donc $1/T_s$ est un espacement possible des fréquences des différentes sous-porteuses. Ceci peut être vérifié graphiquement en superposant les spectres de plusieurs sous-porteuses espacées de $1/T_s$.

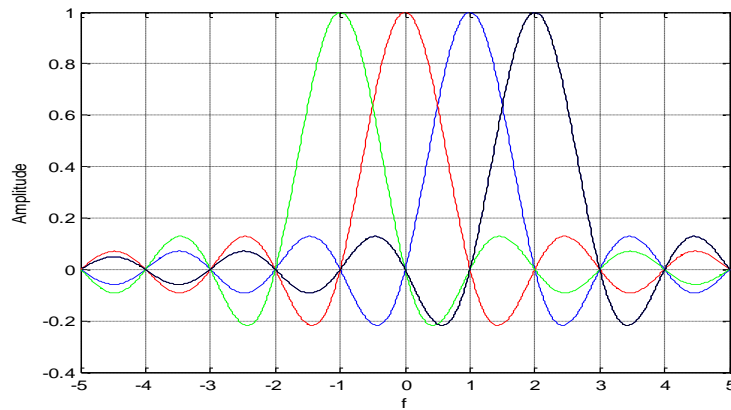


Figure 1. 5. Superposition des spectres de 4 sous-porteuses espacées de $1/T_s$ [28]

1.6.3. Préfixe cyclique

Un des grands avantages de l'OFDM est sa robustesse vis-à-vis des canaux sélectifs en fréquence. En divisant le flux de données en N sous-porteuses, la durée symbole est N fois

plus grande, réduisant ainsi le rapport (délai canal/durée symbole) par le même facteur. L'impact de l'interférence entre symboles est donc considérablement réduit.

Néanmoins, pour éliminer complètement l'ISI, il est possible d'ajouter un espace entre les symboles OFDM, d'une durée supérieure à l'étalement des délais. Ainsi les derniers échos du symbole OFDM auront lieu durant cet intervalle dit « de garde », et le symbole OFDM suivant ne sera plus perturbé par le précédent. En pratique on choisit pour la taille de cet intervalle de garde une durée de l'ordre du quart de celle d'un symbole OFDM, ce qui représente un bon compromis entre diminution d'ISI et perte de débit utile.

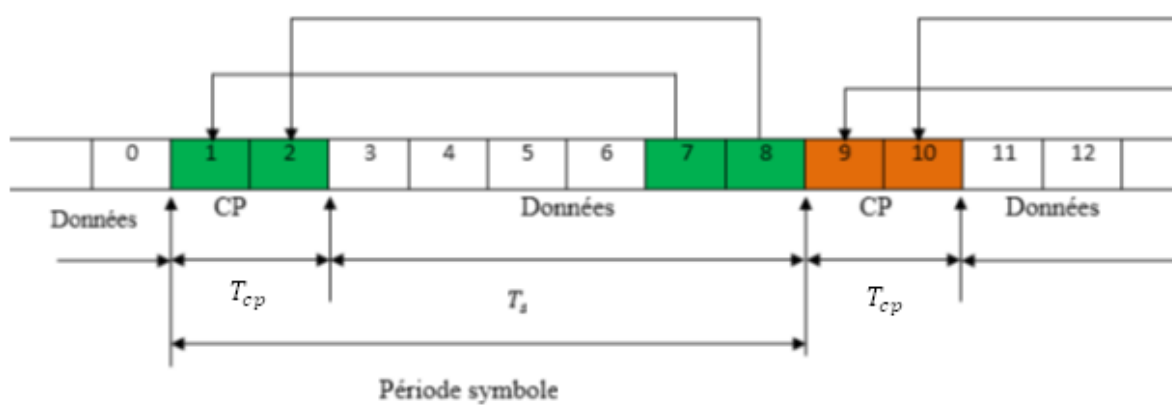


Figure 1. 6. Préfixe cyclique d'un bloc OFDM [28]

Chaque bloc $X(K) = \{X_n(K), 1 \leq n \leq N\}$ est cycliquement étendue après transformée de Fourier inverse de D coefficients afin d'éliminer les interférences entre blocs dû à la mémoire du canal. T_{cp} correspond à la durée du cyclique préfixe alors que T_s correspond à la durée du bloc de données utiles.

1.6.4. Les avantages et les inconvénients de l'OFDM

1.6.4.1. Les avantages

Les avantages de l'OFDM sont nombreux [28]:

- La multiplicité de la modulation est basée sur un algorithme bien connu et peu complexe : la FFT,

- Utilisation optimale de la bande de fréquence allouée grâce à l'orthogonalité des sous-porteuses.
- Permet de s'affranchir des échos grâce à l'intervalle de garde (GI, guard interval) et donc de l'interférence inter-symboles
- Le signal OFDM assure la répartition de l'information sur un grand nombre de sous-porteuses, limitant la perte de données en cas de fading (évanouissement du signal).

1.6.4.2. Les inconvénients

- l'OFDM présente quelques points faibles par rapport au système mono-porteur. En effet, une simple égalisation du canal fait perdre à l'OFDM le gain de diversité. En outre, un évanouissement sélectif sévère du canal sur une sous-porteuse donnée pourrait perdre toute l'information transmise sur celle-ci [29] ce qui explique l'effet dramatique des performances de l'OFDM non codé. Généralement, des méthodes basées sur le codage (codage convolutif, diversité de constellation, turbo code...) sont utilisées avec de l'entrelacement pour combattre un tel évanouissement.
- Aussi, l'OFDM est très sensible aux erreurs de synchronisation [30][31]. Celles-ci créent de l'ICI (Inter Carrier Interference) et détruisent l'orthogonalité entre les sous-porteuses.
- Finalement, l'OFDM est sensible aux distorsions non linéaires introduites par l'amplificateur de puissance de l'émetteur, ce qui détruit l'orthogonalité des sous-porteuses.

1.7. L'effet de décalage fréquentielle (CFO)

La transmission d'un signal à bande étroite sur un canal radio nécessite une translation fréquentielle du signal modulé en bande de base à une fréquence porteuse haute notée f_c . Cette opération est accomplie par un oscillateur moyennant la multiplication du signal par une sinusoïde souvent appelée porteuse [32]. Le récepteur réalise l'opération inverse moyennant un deuxième oscillateur local. Cependant, ces deux oscillateurs d'émission et de réception ne peuvent pas avoir en pratique exactement la même fréquence porteuse et il existe toujours un décalage entre les deux oscillateurs. C'est ce décalage fréquentiel qui cause les distorsions au

signal reçu démodulé. Dans les communications sans fil, le décalage fréquentielle provient principalement de deux sources [32]:

- Le décalage entre les fréquences d'oscillateur local (LO) d'émission et de réception.
- L'effet Doppler du canal en raison d'un mouvement relatif entre l'émetteur et le récepteur.

1.7.1. Expression analytique du signal OFDM reçu sans CFO

Un schéma de principe d'un système OFDM est représenté par la figure 1.7 [33].

A l'émission, les bits de la source binaire sont modulés et génèrent des symboles complexes prenant leurs valeurs dans un alphabet fini correspondant à une modulation numérique donnée comme la modulation d'amplitude en quadrature (Quadrature Amplitude Modulation (QAM)) ou la modulation par sauts de phase (Phase-shift keying (PSK)) et contrairement aux systèmes mono-porteuses qui modulent sur une porteuse unique à un débit R_s , le principe de la modulation multi-porteuse de type OFDM consiste à transmettre les données de manière simultanée sur N porteuses modulées à un débit de $\frac{R_s}{N}$. Le débit global reste inchangé mais chaque porteuse est moins sensible à l'étalement des trajets sur le canal de propagation. Donc ces symboles x_k sont répartis sur les N sous-porteuses. Les sous-porteuses dans le domaine fréquentiel sont espacées de $\Delta f = \frac{1}{T_s}$.

Le vecteur $\mathbf{s} = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T$, représente le symbole numérique transmit où $(.)^T$ désigne le transposé. La transformée de Fourier discrète inverse (Inverse Fast Fourier Transform IFFT) permet de générer le signal dans le domaine temporel constitué de N échantillons. En général, toutes les N sous-porteuses sont modulées en utilisant les symboles de données, mais certaines sous-porteuses sont des porteuses pilotes qui vont servir plus tard à l'estimation du décalage fréquentiel (CFO en anglais Carrier Frequency Offset) ou/et du canal. Les symboles pilotes peuvent être répartis sur plusieurs symboles OFDM consécutifs.

Considérant un seul symbole OFDM, l'opération IFFT est assurée par la multiplication de signal \mathbf{s} par la matrice IFFT \mathbf{F}_N^H comme suivante [27]

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}_N^H \mathbf{s} \quad (1.5)$$

Où F_N^H désigne la matrice IFFT de taille $(N \times N)$, donnée par :

$$F_N^H = \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(j2\pi \frac{mn}{N}\right) \quad (1.6)$$

Avec $m = 0, 1, \dots, N-1$ et $n = 0, 1, \dots, N-1$.

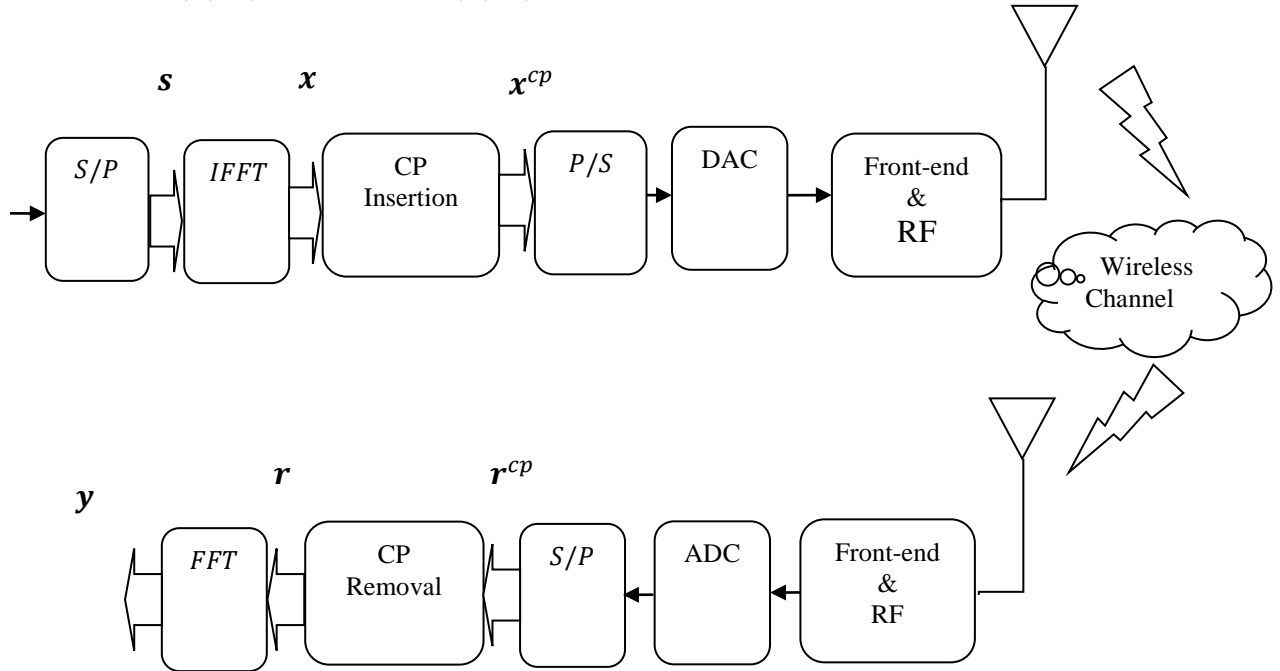


Figure 1. 7. Modèle bloc d'un système OFDM [33].

Après la modulation, les derniers échantillons N_{cp} de x sont ajoutées en face de x , pour éliminer l'interférence entre symboles tout en gardant l'orthogonalité entre les sous-porteuses, telle que

$$\mathbf{x}^{cp} = \left[\mathbf{x}_{N-N_{cp}}, \mathbf{x}_{N-N_{cp}+1}, \dots, \mathbf{x}_{N-1}, \mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{N-1} \right]^T \quad (1.7)$$

Ces N_{cp} échantillons sont appelés préfixe cyclique (CP) et \mathbf{x}^{cp} est appelé symbole OFDM étendu dans le domaine temporel.

Le processus d'insertion de CP peut être écrit dans une forme matricielle équivalent $\mathbf{x}^{cp} = \mathbf{A}^{cp} \mathbf{x}$, où $\mathbf{A}^{cp} = [\mathbf{I}_N(N - N_{cp} : N - 1, :); \mathbf{I}_N]$, ici \mathbf{I}_N désigne une matrice d'identité de taille $(N \times N)$.

Après l'insertion du préfixe cyclique (CP), les symboles OFDM sont alors transmis à l'étage radiofréquence comportant la conversion numérique-analogique et la translation sous fréquence porteuse [34].

En réception, le signal reçu est d'abord démodulé à travers l'étage RF, le signal analogique résultant est ensuite converti sous forme numérique en utilisant le convertisseur analogique-numérique (ADC), le CP qui peut présenter de l'interférence avec des symboles adjacents est enlevé et le symbole OFDM est remis au démodulateur. Celui-ci réalise une transformée de Fourier (FFT) qui transpose les symboles OFDM, porteurs de données utiles et/ou de pilotes, du domaine temporel au domaine fréquentiel comme illustré par la figure 1.7.

Le $k^{\text{ième}}$ échantillon de r_k^{cp} peut-être écrite comme suivante [33]:

$$r_k^{cp} = \sum_{i=0}^{L-1} h_{k-i} x_i^{cp} + e_k \quad (1.8)$$

Où h_{k-i} est le $k^{\text{ième}}$ élément de la réponse impulsionnelle du canal multi-trajet $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]^T$, x_i^{cp} représente le $i^{\text{ième}}$ élément de \mathbf{x}^{cp} et e_k est un bruit blanc gaussien AWGN (Additive White Gaussian Noise). L désigne la taille maximale de la réponse impulsionnel du canal. Pour garantir l'absence de l'interférence entre symbole, la taille du CP doit satisfaire la condition suivante $N_{cp} \geq L$. Le signal reçu donné par l'équation (1.8) peut être réécrit sous la forme suivante [33]:

$$\mathbf{r}^{cp} = \mathbf{H}_t \mathbf{x}^{cp} + \mathbf{e} \quad (1.9)$$

Avec \mathbf{H}_t représente une matrice de type Toeplitz triangulaire, son première colonne est donné par $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}, 0, \dots, 0]^T$.

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & h_0 & \ddots & \ddots & 0 \\ h_{L-1} & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & h_{L-1} & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Les premiers échantillons de \mathbf{r}^{cp} sont supprimés, analytiquement cette étape est modélisé par la multiplication par la matrice $\mathbf{D}^{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N_{cp}} & \mathbf{I}_N \end{bmatrix}$, avec $\mathbf{0}_{N \times N_{cp}}$ désigné une matrice nulle de taille $(N \times N_{cp})$. Après la suppression du CP, le signal reçu en bande de base au domine temporel est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{D}^{cp} \mathbf{H}_t \mathbf{A}^{cp} \mathbf{F}_N^H \mathbf{s} + \mathbf{e} \\ &= \mathbf{H}_c \mathbf{F}_N^H \mathbf{s} + \mathbf{e} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Avec

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_c &= \mathbf{D}^{cp} \mathbf{H}_t \mathbf{A}^{cp} \\ &= \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & h_2 & h_1 \\ \vdots & h_0 & \ddots & \ddots & h_2 \\ h_{L-1} & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & h_{L-1} & \dots & h_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.12)$$

\mathbf{H}_c est une matrice circulaire de taille $(N \times N)$.

Après démodulation OFDM, on obtient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}_N \mathbf{r} = \mathbf{F}_N \mathbf{H}_c \mathbf{F}_N^H \mathbf{s} + \mathbf{F}_N \mathbf{e} \quad (1.13)$$

Puisque \mathbf{H}_c est une matrice circulaire, on peut la diagonalisé par la matrice IFFT \mathbf{F}_N^H [21]

$$\mathbf{H} = \mathbf{F}_N \mathbf{H}_c \mathbf{F}_N^H \quad (1.12)$$

Avec \mathbf{H} représente une matrice diagonale définie par $\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{h}_c)$ et \mathbf{h}_c est la première colonne de la matrice \mathbf{H}_c . Utilisant cette propriété, on peut ré-écrire le signal reçu dans le domine fréquentielle comme suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{e}' \quad (1.15)$$

Le terme \mathbf{e}' représente un bruit blanc gaussien de même propriété statistique que \mathbf{e} .

En raison des distorsions induites par le canal de transmission, la correction de celui-ci consiste en une pondération sur chaque sous-porteuse. Les coefficients de pondération sont obtenus grâce aux symboles pilotes, dont la valeur est connue au niveau du récepteur.

L'égalisation de canal consiste, à partir des coefficients du canal \mathbf{H} , à générer les coefficients d'égalisation permettant de compenser les effets du canal. L'égalisation est effectuée dans le domaine fréquentiel. Il existe différentes techniques d'égalisation, les plus utilisées étant les techniques de forçage à zéro (Zero Forcing (ZF)) et la méthode des moindres carrés (Minimum Mean Squared Error (MMSE)) [35].

L'égaliseur ZF permet d'annuler complètement la dispersion apportée par le canal. Il applique l'inverse de la réponse fréquentielle du canal \mathbf{H}_k . Le coefficient d'égalisation \mathbf{G}_k s'exprime :

$$\mathbf{G}_k = \frac{1}{\mathbf{H}_k} = \frac{\mathbf{H}_k^*}{|\mathbf{H}_k|^2} \quad (1.16)$$

Ainsi, la combinaison de canal et de l'égaliseur ZF donne une réponse fréquentielle uniforme et une phase linéaire $\mathbf{G}_k \times \mathbf{H}_k = 1$. Cependant, l'égaliseur ZF ignore la présence de bruit blanc additif gaussien (Additive White Gaussian Noise (AWGN)). De plus, en présence d'évanouissements profonds, le terme de bruit sera amplifié, dégradant alors les performances globales du système. La technique MMSE nécessite une estimation du rapport signal à bruit (Signal to-Noise Ratio (SNR)) sur chacune des sous-porteuses. Cette technique tient compte du rapport signal à bruit dans le calcul du coefficient d'égalisation. Le coefficient d'égalisation de MMSE s'exprime par [6]:

$$\mathbf{G}_k = \frac{\mathbf{H}_k^*}{|\mathbf{H}_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} \text{ avec } \mathbf{H}_k \neq 0 \quad (1.17)$$

Le coefficient γ_k est calculé à partir de l'estimation du rapport signal à bruit par sous-porteuse, induisant une complexité supplémentaire.

Après l'égalisation, les symboles de données sont démodulés selon la technique de modulation numérique utilisée à l'émission afin de récupérer les bits transmis.

1.7.2. Modélisation du signal OFDM reçu en présence de CFO

Dans ce paragraphe, on va raisonner sur m symboles OFDM. En se référant à l'équation (1.11), l'expression du symbole reçu à l'entrée du bloc FFT (avant FFT) en présence d'un décalage fréquentiel est donnée par [33]:

$$\mathbf{r}^m = \mathbf{E} \mathbf{F}_N^H \mathbf{H}^m \mathbf{s}^m e^{j(2\pi\omega_0(m-1)(1+\frac{N_{cp}}{N})+\theta)} + \mathbf{e}^m \quad (1.18)$$

La matrice $\mathbf{E} = \text{diag} \left(1, e^{\frac{j2\pi\omega_0}{N}}, \dots, e^{\frac{j2\pi(N-1)\omega_0}{N}} \right)$ représente une matrice diagonale contenant la valeur de CFO ω_0 .

Ce CFO introduit une rotation de phase $e^{j\left(\frac{2\pi\omega_0 n}{N}\right)}$ et n représente l'indice du temps. Le décalage de phase constant θ est dû au canal et au traitement analogique du signal reçu.

La matrice \mathbf{H}^m est une matrice diagonale contenant la réponse fréquentielle du canal pour les différentes sous-porteuses, \mathbf{s}^m est le signal émis par le m -ième symbole OFDM et \mathbf{e}^m est le vecteur de bruit AWGN. La rotation de phase est divisée en deux termes : celui provoquée par le CFO est sauvegardé dans la matrice de CFO \mathbf{E} , et celui provoqué par le décalage de phase $e^{j\left(2\pi\omega_0(m-1)\left(1+\frac{N_{cp}}{N}\right)+\theta\right)}$ pour le m -ième symbole OFDM.

Le déphasage constant $e^{j\theta}$ est un scalaire commun multiplié par tous les signaux reçus. Il peut être considéré comme faisant partie du canal et peut être estimé avec le canal dans le domaine fréquentiel en utilisant un égaliseur fréquentiel de type ZF ou MMSE. Toutefois, le CFO ω_0 doit être estimée et compensé avant la démodulation OFDM.

La puissance d'ICI en raison de ce CFO est beaucoup plus grande que celui du bruit AWGN. Cela rend l'estimation du CFO dans le domaine fréquentiel beaucoup plus complexe par rapport à celle dans le domaine temporel. Dans la figure 1.8, l'estimation du CFO dans le domaine temporel est effectuée dans le bloc d'estimation numérique du CFO. L'effet de CFO est compensé à partir du signal reçu en utilisant la valeur de l'estimation.

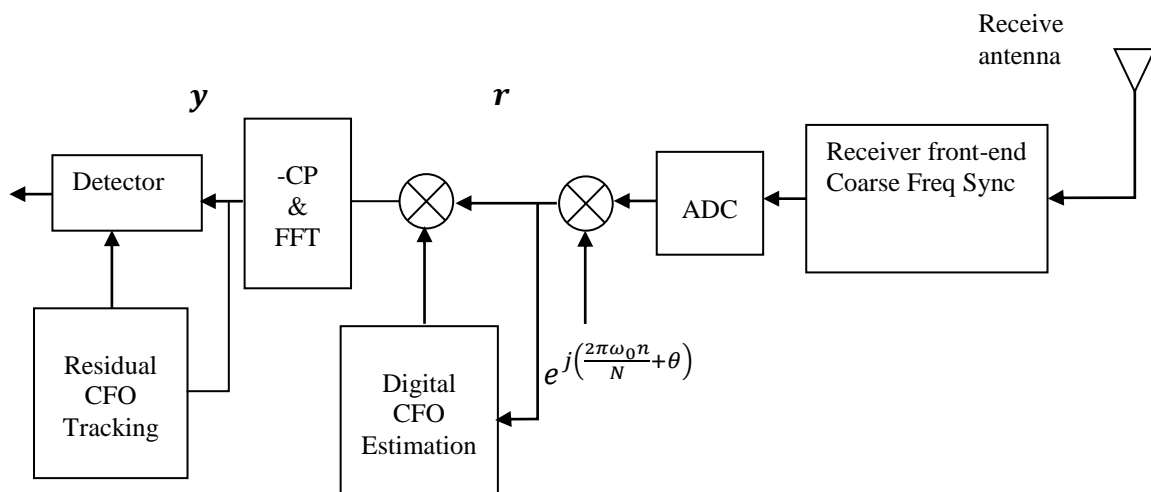


Figure 1. 8. Un récepteur OFDM avec une synchronisation fréquentielle [33]

Comme le montre la figure 1.9, dans les systèmes OFDM, l'orthogonalité entre les différentes sous-porteuses est maintenue seulement lorsque les prélèvements sont effectués à la fréquence correcte, à savoir dans le centre de chaque sous-canal. La figure 1.9 illustre ce qui se passe quand il y a un CFO ω_0 entre les sous-porteuses. En premier lieu, l'amplitude du signal désiré est atténuée. En second lieu, l'orthogonalité entre les sous-porteuses différentes est détruite sur la sous-porteuse souhaitée, il existe une ICI non nul de toutes les autres sous-porteuses. De l'équation (1.18), nous pouvons réécrire chaque élément de \mathbf{r} sous forme de sommation

$$\mathbf{r}_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} \mathbf{H}_l s_l \exp\left(j2\pi \frac{(l+\omega_0)k}{N}\right) + \mathbf{e}_k \quad (1.19)$$

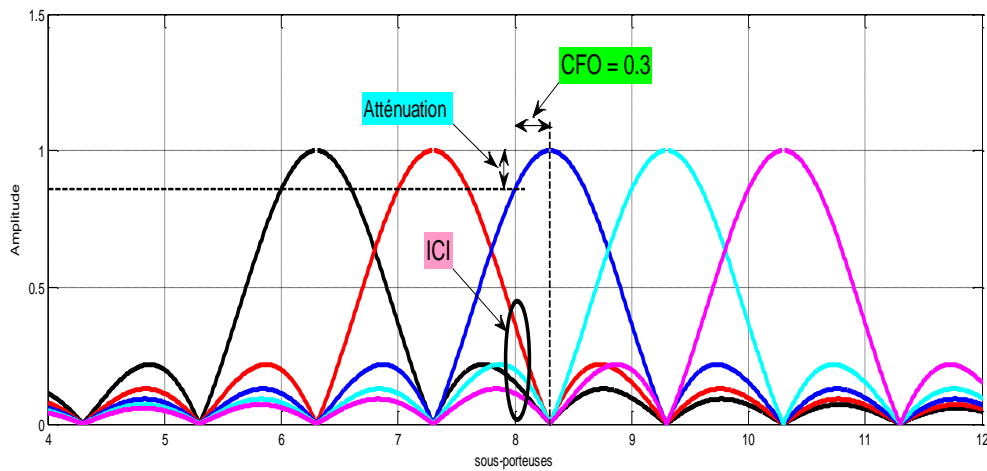


Figure 1. 9. L'effet du CFO sur le symbole OFDM [33]

Lorsque \mathbf{H}_l et s_l sont la réponse de canal et le signal transmis de la $l^{\text{ème}}$ sous-porteuse respectivement. Ici, nous omettons le déphasage constant $e^{j\theta}$ car il peut être considéré comme une partie de la réponse du canal. En outre, comme la longueur de CP est plus grande que la longueur de la réponse impulsionnelle de canal, il n'y a pas l'ISI entre les différents symboles OFDM. Par conséquent, l'indice de symbole OFDM m dans l'équation (1.18) n'a pas d'importance pour l'analyse et est également ignoré. Prenant la FFT du signal reçu \mathbf{r} , nous obtenons le signal reçu sur la $l^{\text{ème}}$ sous-porteuse comme [33]

$$\begin{aligned} y_l &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} r_k \exp\left(-j2\pi \frac{lk}{N}\right) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} H_i s_i \exp\left(-\frac{j2\pi k}{N} (l - i - \omega_0)\right) + e'_l \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} H_i s_i \exp\left[j\pi(i - l + \omega_0) \left(1 - \frac{1}{N}\right)\right] \frac{\sin(\pi(i-l+\omega_0))}{N \sin\left(\frac{\pi(i-l+\omega_0)}{N}\right)} + e'_l \end{aligned}$$

$$= \left\{ \frac{\sin(\pi\omega_0)}{N\sin\left(\frac{\pi\omega_0}{N}\right)} \exp \left[j\pi\omega_0 \left(1 - \frac{1}{N} \right) \right] \right\} H_l s_l + I_l + e'_l \quad (1.20)$$

Où I_l est l'ICI de tous les autres sous-porteuses sur la sous-porteuse l donnés par

$$I_l = \sum_{k=0, k \neq l}^{N-1} H_k s_k \exp \left[j\pi(k-l+\omega_0) \left(1 - \frac{1}{N} \right) \right] \frac{\sin(\pi(k-l+\omega_0))}{N\sin\left(\frac{\pi(k-l+\omega_0)}{N}\right)} \quad (1.21)$$

et e'_l est un bruit AWGN dans le domaine fréquentiel avec une variance σ_n^2 . L'équation (1.20) donne la description mathématique des deux effets néfastes du CFO dans les systèmes OFDM.

En premier lieu l'amplitude du signal désiré est atténué par $\frac{\sin(\pi\omega_0)}{N\sin\left(\frac{\pi\omega_0}{N}\right)} < 1$. Deuxièmement, un terme supplémentaire d'ICI représenté par I_l apparaît. Dans ce cas, le rapport signal sur (interférence + bruit) SINR du signal reçu correspondant au sous-porteuse l est donnée par :

$$SINR_l = \frac{E(|H_l|^2)E(|s_l|^2) \frac{\sin^2(\pi\omega_0)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\pi\omega_0}{N}\right)}}{E(|I_l|^2) + \sigma_n^2} \quad (1.22)$$

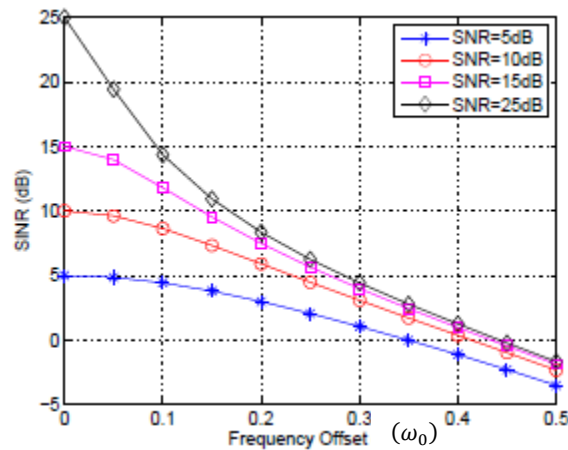


Figure 1. 10. Le rapport SINR pour différentes valeurs du CFO [33]

La figure 1.10, illustre le SINR donné par l'équation (1.22) pour un système OFDM avec 64 sous-porteuses pour différentes valeurs de CFO et 4 rapports signal sur bruit AWGN ($E[|\mathbf{H}|^2|\mathbf{s}|^2]/\sigma_n^2$) de 5, 10, 15 et 25 dB. De cette figure, nous pouvons voir que le SINR dégrade de manière significative lorsque la valeur de CFO augmente. Comme la puissance de l'ICI est indépendante de la puissance de bruit gaussien, l'ICI provoque une dégradation plus élevés dans les cas de grands SNR par rapport aux cas de faible SNR. La valeur du CFO

$\omega_0 = 0,31$ dans les systèmes IEEE 802.11g WLAN provoque une dégradation d'environ 21 dB pour un SNR de 25 dB [33].

1.8. Méthodes d'estimation de CFO

Les algorithmes d'estimation de CFO pour les systèmes OFDM peuvent être divisés en trois catégories: algorithmes non aveugle, aveugles et semi-aveugles. La première est basée sur les symboles pilotes, tels que l'algorithme de maximum de vraisemblance (ML)[24], la deuxième classe est basée sur les techniques des sous-espaces tel que l'algorithme MUSIC [15] et ESPRIT [25], et la dernière catégorie est celle des estimations semi-aveugle, qui n'est autre qu'une combinaison judicieuse entre les deux premières classes aveugle et non aveugle [36].

1.8.1. Estimation non aveugles (training)

Dans [26], Moose propose un estimateur ML utilisant deux symboles OFDM répétés. Ces symboles sont transmis en tant que symboles d'apprentissage. Ce signal est reçu pendant la durée de deux symboles OFDM :

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}\mathbf{F}_N^H \mathbf{H} \mathbf{s} \\ e^{j2\pi\omega_0} \mathbf{E}\mathbf{F}_N^H \mathbf{H} \mathbf{s} \end{bmatrix} + \mathbf{e} \quad (1.23)$$

Où \mathbf{r} est un vecteur de taille $2N \times 1$ contenant le signal reçu de deux symboles OFDM, et la matrice \mathbf{H} est une matrice diagonale contenant la réponse fréquentielle du canal pour les différentes sous-porteuses. Ici, nous supposons un canal lentement variable dans le temps de telle sorte que le canal dans les deux intervalles de symboles OFDM peut être considéré le même. En prenant la FFT des signaux reçus, on obtient les signaux dans le domaine fréquentiel comme suit [26] :

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \mathbf{E} \mathbf{F}_N^H \mathbf{H} \mathbf{s} \\ e^{j2\pi\omega_0} \mathbf{F}_N \mathbf{E} \mathbf{F}_N^H \mathbf{H} \mathbf{s} \end{bmatrix} + \mathbf{e}' \quad (1.24)$$

Où \mathbf{e}' est un vecteur de bruit dans le domaine fréquentiel, qui a les mêmes propriétés statistiques que \mathbf{e} . En absence du bruit, le déphasage entre le premier et le $N^{ième}$ élément de \mathbf{y} est égale à $e^{j2\pi\omega_0}$ en raison du CFO.

Il est montré dans [26] que l'estimation du CFO utilisant l'algorithme ML est donnée par :

$$\hat{\omega} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{l=0}^{N-1} \Im[y_{l+N} y_l^*]}{\sum_{l=0}^{N-1} \Re[y_{l+N} y_l^*]} \right\} \quad (1.25)$$

où $\Im(\cdot)$ et $\Re(\cdot)$ désignent la partie imaginaire et la partie réelle d'un nombre complexe, respectivement, et $*$ dénote le complexe conjugué.

L'erreur quadratique moyenne (MSE) de cet estimateur est donnée par [26]:

$$MSE(\hat{\omega}) = \frac{1}{(2\pi)^2 N \gamma} \quad (1.26)$$

Où $\gamma = \frac{\text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{H}^H)}{N} \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}$ est le SNR du signal reçu. Ici, nous utilisons $\text{tr}(\cdot)$ pour désigner la trace d'une matrice, σ_s^2 et σ_n^2 sont la puissance du signal transmis et la puissance de bruit, respectivement.

1.8.2. Estimation aveugle

Dans cette catégorie d'algorithmes le CFO est estimée en utilisant les propriétés statistiques du signal reçu uniquement, sans aucune connaissance explicite du signal transmis. Par conséquent, il ne nécessite pas de séquences d'apprentissage. Dans les systèmes OFDM, les algorithmes d'estimation aveugles de CFO font habituellement l'usage de quelques propriétés spéciales de symboles OFDM comme le préfixe cyclique dans le domaine temporel et les sous-porteuses nulles dans le domaine fréquentiel.

1.8.2.1. Estimation aveugle de CFO utilisant le CP basé sur l'algorithme ML [24]

Dans [24], les auteurs proposent un algorithme d'estimation aveugle de CFO pour les systèmes OFDM. Pour un canal AWGN, ce type d'algorithmes agit dans le domaine temporel (avant *FFT*). Son principe est l'exploitation des propriétés de corrélation introduites par l'insertion du préfixe cyclique. L'estimation se fait d'une manière aveugle et se base sur le principe du maximum de vraisemblance.

Le symbole reçu à l'entrée de la *FFT* en présence d'un décalage temporel θ et d'un décalage fréquentiel normalisé ω_0 est donné par [24]:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{s}(n - \theta)e^{j\frac{2\pi\omega_0 n}{N}} + \mathbf{e}(n) \quad (1.27)$$

Où $\mathbf{e}(n)$ est un bruit blanc additif gaussien. On suppose qu'on observe $2N + N_{cp}$ échantillons consécutifs de $\mathbf{r}(n)$. Ces échantillons contiennent nécessairement un symbole OFDM complet de $N + N_{cp}$ échantillons. La position de ce symbole OFDM est inconnue car le délai introduit par le canal est inconnu par le récepteur. On définit :

$$I = \{\theta, \dots, \theta + N_{cp} - 1\}$$

$$I' = \{\theta + N, \dots, \theta + N + N_{cp} - 1\} \quad (1.28)$$

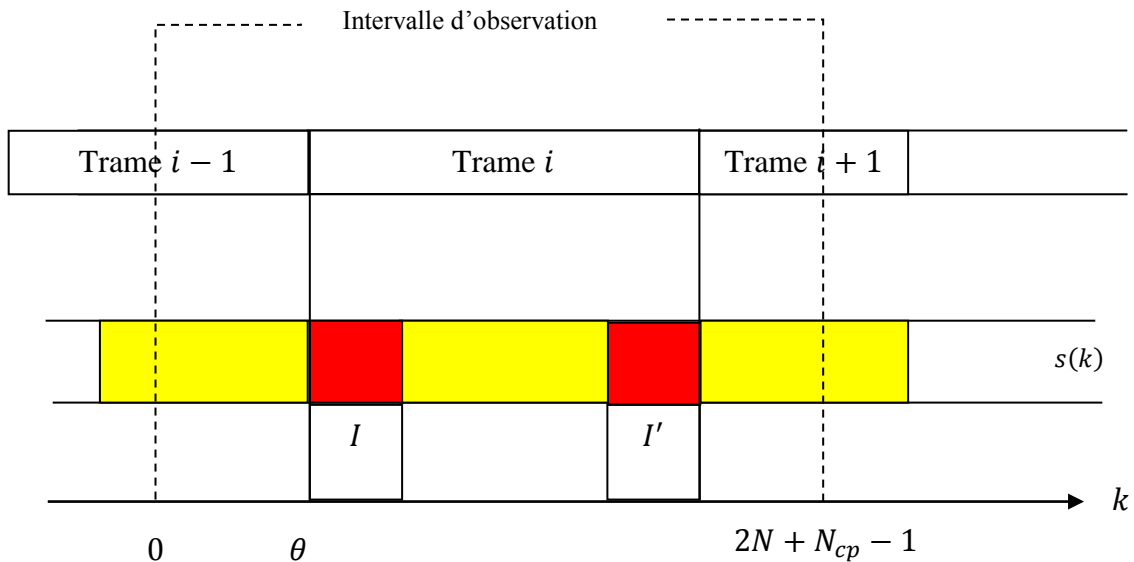


Figure 1. 11. Structure des intervalles I et I' [24].

I' contient les indices des échantillons données qui sont copiés dans le préfixe cyclique et I contient les indices de ce préfixe (voir figure 1.11). Le vecteur d'observation de longueur $2N + N_{cp}$ est formé de $\mathbf{r} = [r(0), r(1), \dots, r(2N + N_{cp} - 1)]$.

Les échantillons dans le préfixe cyclique et leur copie sont deux à deux corrélés [24].

$$\forall k \in I, \quad E\{\mathbf{r}(k)\mathbf{r}^*(k+m)\} = \begin{cases} \sigma_s^2 + \sigma_e^2 & m = 0 \\ \sigma_s^2 e^{j2\pi\omega_0 m} & m = N \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (1.29)$$

Ou $\sigma_s^2 = E\{|\mathbf{s}(k)|^2\}$ et $\sigma_e^2 = E\{|\mathbf{e}(k)|^2\}$,

Les échantillons $r(k)$, $k \notin I \cup I'$ sont mutuellement décorrélés.

On définit la fonction log de vraisemblance $\Lambda(\theta, \omega_0)$, pour θ et ω_0 par le logarithme de la densité de probabilité f du vecteur d'observation \mathbf{r} sachant θ et ω_0 . Dans ce qui suit, on ne va pas considérer les termes additifs et les constantes positives qui apparaissent dans l'expression de la fonction de log-vraisemblance puisqu'ils n'affectent pas la maximisation de cette fonction [32]. En utilisant les propriétés de corrélation du vecteur d'observations \mathbf{r} , la fonction log-vraisemblance peut être écrite [24]:

$$\begin{aligned}\Lambda(\theta, \omega_0) &= \log f(\mathbf{r}|\theta, \omega_0) \\ &= \log(\prod_{k \in I} f(r(k), r(k+N)) \prod_{k \notin I \cup I'} f(r(k))) \\ &= \log\left(\prod_{k \in I} \frac{f(r(k), r(k+N))}{f(r(k))f(r(k+N))} \prod_{k \notin I \cup I'} f(r(k))\right)\end{aligned}\quad (1.30)$$

Le produit $\prod_{k \notin I \cup I'} f(r(k))$ est indépendant de θ et ω_0 . L'estimation de θ et ω_0 au sens du maximum de vraisemblance est l'argument maximisant $\Lambda(\theta, \omega_0)$. En supposant que \mathbf{r} est un vecteur gaussien, on montre dans l'annexe (B) que l'équation (1.30) s'écrit [24][32]:

$$\Lambda(\theta, \omega_0) = |\gamma(\theta)| \cos(2\pi\omega_0 + \angle\gamma(\theta)) - \rho\Phi(\theta) \quad (1.31)$$

Où \angle dénote l'argument d'un nombre complexe,

$$\gamma(m) = \sum_{k=m}^{m+L-1} r(k)r^*(k+N) \quad (1.32)$$

$$\Phi(m) = \frac{1}{2} \sum_{k=m}^{m+L-1} |r(k)|^2 + |r(k+N)|^2 \quad (1.33)$$

$$\rho = \left| \frac{E\{r(k)r^*(k+N)\}}{\sqrt{E\{|r(k)|^2\}E\{|r(k+N)|^2\}}} \right| = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} = \frac{SNR}{SNR+1} \quad (1.34)$$

Où $SNR = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_e^2}$.

La maximisation de la fonction de log-vraisemblance est réalisée en deux étapes [32]:

$$\max_{(\theta, \omega_0)} \Lambda(\theta, \omega_0) = \max_{\theta} \max_{\omega_0} \Lambda(\theta, \omega_0) = \max_{\theta} \Lambda(\theta, \hat{\omega}_{ML}(\theta)) \quad (1.35)$$

Le maximum est obtenu lorsque le terme en cosinus de l'équation (1.31) vaut 1. L'estimation au sens du maximum de vraisemblance sur ω fournit :

$$\hat{\omega}_{ML}(\theta) = -\frac{1}{2\pi} \angle \gamma(\theta) + n \quad (1.36)$$

Avec n modélise la partie entière du décalage fréquentiel normalisé. Comme le but de l'algorithme est d'estimer la partie fractionnaire du décalage fréquentiel, on suppose $n = 0$ donc $|\omega| < \frac{1}{2}$. La fonction de log-vraisemblance en fonction de θ devient [32]:

$$\Lambda(\theta, \hat{\omega}_{ML}(\theta)) = |\gamma(\theta)| - \rho \Phi(\theta) \quad (1.37)$$

Ainsi l'estimation simultanée de θ et ω est donnée par :

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \max_{\theta} \{|\gamma(\theta)| - \rho \Phi(\theta)\} \quad (1.38)$$

$$\hat{\omega}_{ML} = -\frac{1}{2\pi} \angle \gamma(\hat{\theta}_{ML}) \quad (1.39)$$

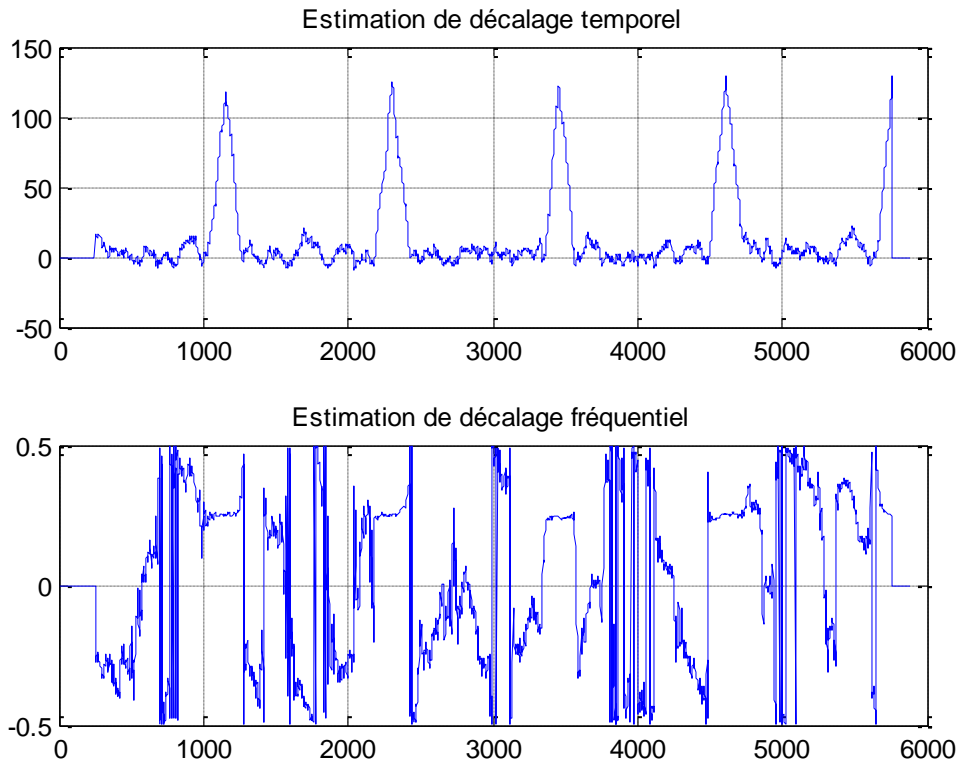


Figure 1.12 . Estimation du décalage temporel et fréquentiel, avec $\omega_0 = 0.25$ [24]

Deux quantités affectent la fonction de log-vraisemblance et ainsi les performances de l'algorithme: la longueur du préfixe cyclique et le facteur de corrélation ρ relié directement au SNR.

Essentiellement c'est la quantité $\gamma(\theta)$ qui fournit les deux estimateurs. Son module compensé par un terme d'énergie atteint le maximum au point $\hat{\theta}_{ML}$. Son argument en ce point est proportionnel à $\hat{\omega}_{ML}$. Dans le récepteur, la quantité $\gamma(\theta)$ est calculée comme il est indiqué dans la figure 1.13.

De l'équation (1.39), nous pouvons voir que l'estimation de CFO nécessite seulement le calcul de l'auto-corrélation du signal reçu. Par conséquent, la complexité de calcul est faible.

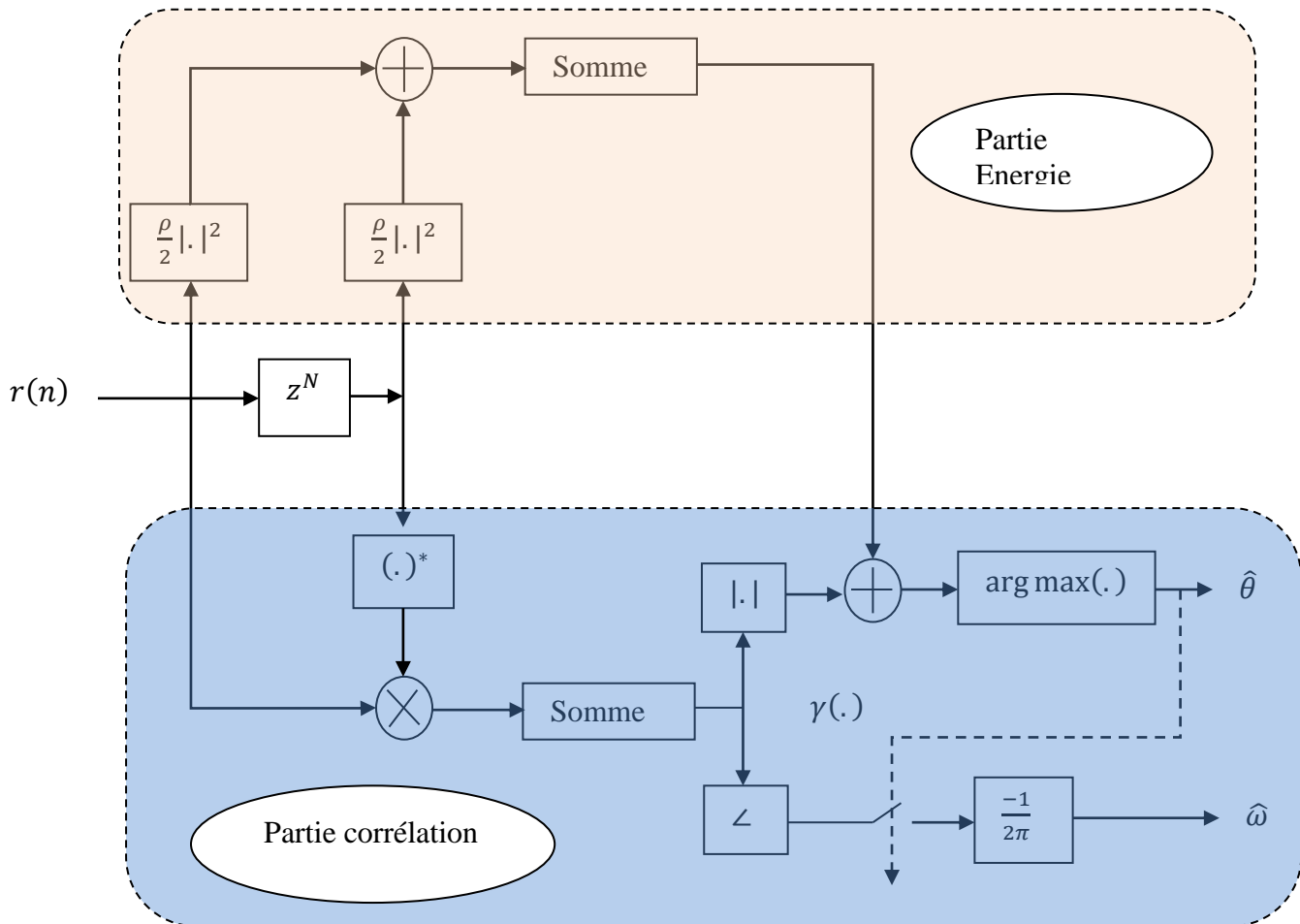


Figure 1. 13. Structure de l'estimateur au maximum de vraisemblance de θ et ω_0 [24]

Cependant, il existe quelques inconvénients de cette méthode. Tout d'abord, si le canal est dispersif, le nombre de termes dans (1.39) augmente pour éliminer l'ISI c.-à-d. la longueur de CP doit être supérieure ou égale à la longueur de la réponse impulsionnelle du canal. Dans ce cas, le MSE de l'estimation de CFO se dégrade par rapport au cas où les canaux sont à évanouissement plat. Deuxièmement, la plage d'acquisition de cette méthode est limitée à $\pm \frac{1}{2}$ d'espacement de sous-porteuse.

1.8.2.2. Algorithmes de sous-espace basé sur les NSC (ou VSC) [15]

Une autre méthode d'estimation aveugle de CFO a été proposée par Liu et Tureli dans [15]. Cette méthode utilise la caractéristique fréquentielle du signal OFDM. La figure 1.14 représente le spectre d'un système OFDM de N sous-porteuses. Dans ce système, il y a des sous-porteuses aux deux extrémités du spectre qui sont laissés vide et utilisées en tant que bandes de garde pour éviter le chauvechement entre les canaux adjacents [22]. Nous allons appeler les sous-porteuses qui ne portent pas les données par NSC (Null Sub-Carriers) ou bien VSC (Virtual Sub-Carriers) et nous appelons les sous-porteuses des données par DSC (Data Sub-carriers). En l'absence de bruit et ICI, le signal reçu sur les sous-porteuses nulles devrait être 0. Sur la base de cette observation, Liu et Tureli propose un algorithme d'estimation aveugle de CFO basé sur la minimisation de la puissance du signal reçu sur les sous-porteuses nulles [15]. Il a été montré dans [37] que cette méthode d'estimation de CFO est optimale au sens ML. Cette méthode utilise les caractéristiques fréquentielle du système OFDM, ses performances ne sont pas affectées par la longueur de la réponse impulsionnelle de canal. De plus, par rapport à la méthode qui basé sue le CP, cette technique est plus robuste contre les erreurs de synchronisation.

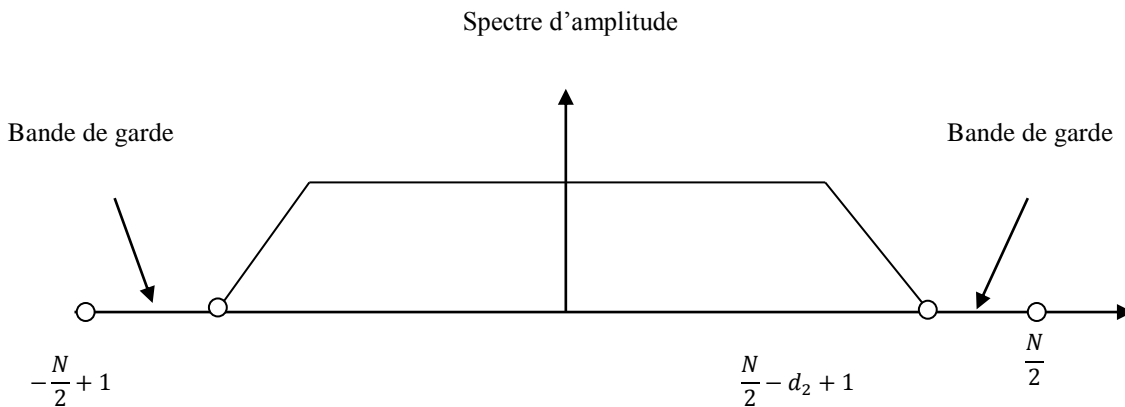


Figure 1. 14. Spectre d'un système OFDM avec des bandes de garde (des sous-porteuses nulles) [33].

1.8.2.2.1. La différence entre NSC et VSC

Pour modéliser l'insertion du NSC, des zéros (N_n zéros) sont insérés dans \mathbf{s} . Nous noterons les indices des zéros insérés comme $n_1 < \dots < n_{N_n}$, et les indices restants comme $\bar{n}_1 < \dots < \bar{n}_{N-N_n}$ pour que $\{n_k\}_{k=1}^{N_n} \cup \{\bar{n}_k\}_{k=1}^{N-N_n} = \{0, \dots, N-1\}$. L'insertion des zéros peut être représentée analytiquement par une matrice d'insertion de sous-porteuse nulles $\mathbf{T}_{nsc} =$

Egalisation adaptative aveugle et semi aveugle pour un système à porteuses multiples

$[e_{\bar{n}_1} \dots e_{\bar{n}_{N_n}}]$. La multiplication de \mathbf{T}_{nsc} par le vecteur \mathbf{s} donne un vecteur de taille $N \times 1$ avec des zéros comme entrées dans les positions indiquées par $\{n_k\}_{k=1}^{N_n}$. Le vecteur $\mathbf{T}_{nsc}\mathbf{s}$ est multiplié par la matrice IFFT $\mathbf{F}_N^{\mathcal{H}}$ de taille $N \times N$ [21].

Tandis que, le signal OFDM modélisant l'insertion des VSC est donné par [25]

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}_{N-N_n}^{\mathcal{H}} \mathbf{s} \quad (1.40)$$

$\mathbf{F}_{N-N_n}^{\mathcal{H}}$ représente une sous-matrice de taille $N \times (N - N_n)$ déduite de la matrice d'IFFT $\mathbf{F}_N^{\mathcal{H}}$ de taille $N \times N$. $\mathbf{F}_N^{\mathcal{H}} = [\mathbf{f}_1 \mathbf{f}_2 \dots \mathbf{f}_n \dots \mathbf{f}_N]$, \mathbf{f}_n est la $n^{\text{ième}}$ colonne de $\mathbf{F}_N^{\mathcal{H}}$.

Pour un système OFDM avec $N - N_n$ sous-porteuses consécutives de données, après avoir retiré le préfixe cyclique, le signal reçu dans le domaine temporel pour le $k^{\text{ième}}$ symbole OFDM peut être écrit comme suit :

$$\mathbf{r}^k = \mathbf{E} \mathbf{F}_{N-N_n}^{\mathcal{H}} \mathbf{H}^k \mathbf{s}^k e^{j \frac{2\pi\omega_0}{N}(k-1)(N+N_{cp})} + \mathbf{e}^k \quad (1.41)$$

où \mathbf{H}^k est la réponse fréquentielle du canal. Il est clair que chaque sous-canal, avec une ambiguïté scalaire, peut être récupéré par l'application d'une FFT à \mathbf{r}^k .

1.8.2.2.2. Fonction de coût

Puisque $\mathbf{F}_{N-N_n}^{\mathcal{H}}$ est constitué d'un sous-ensemble des colonnes de la matrice $\mathbf{F}_N^{\mathcal{H}}$, son complément orthogonal $\mathbf{F}_{N-N_n}^{\perp} = [\mathbf{f}_{N-N_n+1}, \dots, \mathbf{f}_N]$ est connu a priori. Par conséquent, en l'absence du CFO [15]

$$\mathbf{F}_{N-N_n+i} \mathbf{F}_{N-N_n}^{\mathcal{H}} \mathbf{H}^k \mathbf{s}^k = 0, \quad i = 1, \dots, N_n \quad (1.42)$$

En présence de CFO, nous introduisons $\tilde{\mathbf{E}} = \text{diag} \left(1, e^{\frac{j2\pi\tilde{\omega}}{N}}, \dots, e^{\frac{j2\pi(N-1)\tilde{\omega}}{N}} \right)$. Il peut facilement être démontré que lorsque $\tilde{\omega} = \omega_0$

$$e^{-j \frac{2\pi\tilde{\omega}}{N}(k-1)(N+N_{cp})} \mathbf{F}_{N-N_n+i} \tilde{\mathbf{E}}^{\mathcal{H}} \mathbf{E} \mathbf{F}_{N-N_n}^{\mathcal{H}} \mathbf{H}^k \mathbf{s}^k e^{j \frac{2\pi\omega_0}{N}(k-1)(N+N_{cp})} = 0, \quad i = 1, \dots, N_n \quad (1.43)$$

Basée sur l'orthogonalité entre les colonnes de la matrice $\mathbf{F}_{N-N_n}^{\mathcal{H}}$ et son complément $\mathbf{F}_{N-N_n}^\perp$, une estimée du CFO est obtenue en minimisant la fonction de coût suivante [15]:

$$\begin{aligned}\zeta(\tilde{\omega}) &= \sum_{i=1}^{N_n} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{f}_{N-N_n+i} \tilde{\mathbf{E}}^{-1}(\tilde{\omega}) \mathbf{r}^k\|^2 \\ &= \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{f}_{N-N_n+i} \tilde{\mathbf{E}}^{-1}(\tilde{\omega}) (\sum_{k=1}^K \mathbf{r}^k (\mathbf{r}^k)^{\mathcal{H}}) \tilde{\mathbf{E}}(\tilde{\omega}) \mathbf{f}_{N-N_n+i}^{\mathcal{H}} \\ &= \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{f}_{N-N_n+i} \tilde{\mathbf{E}}^{-1}(\tilde{\omega}) \mathbf{R}_r \tilde{\mathbf{E}}(\tilde{\omega}) \mathbf{f}_{N-N_n+i}^{\mathcal{H}}\end{aligned}\quad (1.44)$$

Avec

$$\mathbf{R}_r = \sum_{k=1}^K \mathbf{r}^k (\mathbf{r}^k)^{\mathcal{H}} \quad (1.45)$$

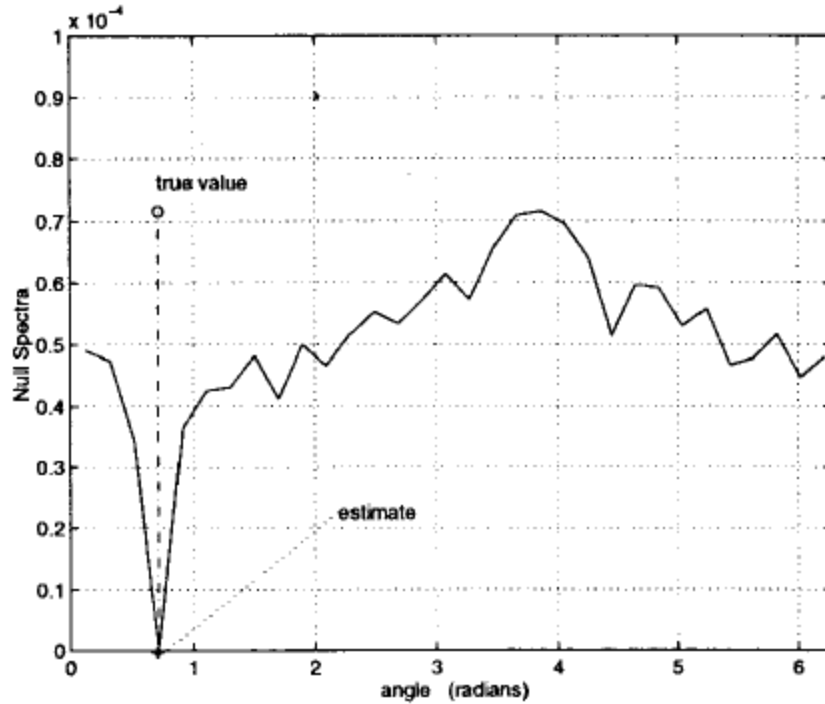


Figure 1. 15. Fonction de coût en fonction de CFO, $\omega_0 = 0.72$ [15]

Où $N_n \leq N - P$. Dans un système ayant un nombre élevé de sous-porteuses virtuels, nous pouvons choisir $N_n \ll N - P$ afin de réduire la complexité de calcul sans perte de performance. L'estimation du décalage fréquentiel est effectuée par l'évaluation de $\zeta(\omega)$ sur un intervalle de valeurs candidates du CFO $\tilde{\omega}$ (comme indiqué dans la figure 1.15). Donc, la valeur minimisant $\zeta(\tilde{\omega})$ définit la valeur estimée du CFO. Cette méthode est connue sous le nom d'algorithme MUSIC (Multi Signal Classification) [15].

1.8.2.2.3. Algorithme d'ESPRIT

Le principe de l'algorithme ESPRIT repose sur des observations du signal sur deux intervalles identiques décalés dans le temps [25].

En utilisant les mêmes hypothèses que précédemment, la matrice de covariance \mathbf{R} de taille $(N \times N)$ est donnée comme suit [27] :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E[\mathbf{r}^k(\mathbf{r}^k)^{\mathcal{H}}] \\ &= \mathbf{B}(\omega_0)\mathbf{A}\mathbf{B}^{\mathcal{H}}(\omega_0) + \sigma_n^2\mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (1.46)$$

Avec $\mathbf{A} = (\mathbf{H}^k \mathbf{s}^k)(\mathbf{H}^k \mathbf{s}^k)^{\mathcal{H}}$, $\mathbf{B}(\omega_0) = \mathbf{E}(\omega_0) \mathbf{F}_{N-N_n}^{\mathcal{H}}$, et $E[.]$ représente la moyenne de $[.]$,

\mathbf{A} est une matrice de rang complet de taille $N \times N$.

En applique la SVD (Singular Value Decomposition) sur la matrice \mathbf{R} , [27] :

$$\mathbf{R} = [\mathbf{S}, \mathbf{G}]\mathbf{D}[\mathbf{S}, \mathbf{G}]^{\mathcal{H}} \quad (1.47)$$

On définit aussi : $\mathbf{S}_1 = [\mathbf{I}_{N-1}, 0]\mathbf{S}$, et $\mathbf{S}_2 = [0, \mathbf{I}_{N-1}]\mathbf{S}$. A partir de \mathbf{S}_1 et \mathbf{S}_2 les valeurs propres de $\mathbf{\Psi} = (\mathbf{S}_1^{\mathcal{H}} \mathbf{S}_1)^{-1} \mathbf{S}_1^{\mathcal{H}} \mathbf{S}_2$ sont données par : $\exp(-jf_1), \dots, \exp(-jf_{N-N_n})$.

Notant que l'estimation de \mathbf{R}_r dans l'équation (1.45) peut être utilisée au lieu de \mathbf{R} pour obtenir une estimation de $\mathbf{\Psi}$ dont les valeurs propres permet de calculer les décalages fréquentielles.

Puisque l'algorithme ESPRIT donne une matrice dont les valeurs propres sont des exponentielle complexes avec des phases données par $-f_i = \left(\frac{2\pi(i-1)}{N} + \tilde{\omega}\right)$, l'application de SVD à \mathbf{R}_r donnera une matrice $\mathbf{\Psi}$ dont sa trace (somme des éléments diagonaux, ce qui est égal à la somme des valeurs propres) est donnée par [27] :

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{\Psi}) &= \sum_{i=1}^{N_n} \exp(-jf_i) \\ &= \exp(-j\tilde{\omega}) \sum_{i=1}^{N_n} \exp(-j2\pi \frac{(i-1)}{N}) \end{aligned} \quad (1.48)$$

D'où l'en déduit le CFO ; [15], [27]

$$\tilde{\omega} = -\arg\left(\frac{\text{tr}(\Psi)}{\sum_{p=1}^P \exp(-j2\pi\frac{(p-1)}{N})}\right) \quad (1.49)$$

1.8.2.3. Estimation basée sur le sur-échantillonnage (Oversampling) et utilisant l'algorithme ML [17]

Cette méthode utilise le déphasage intrinsèque entre les points d'échantillonnage voisins engendré par le décalage fréquentiel.

L'avantage avec cette méthode c'est qu'elle exige seulement un seul symbole OFDM pour réaliser une estimation fiable du CFO. La technique du sur-échantillonnage est conçu pour calculer le décalage fréquentiel en présence du bruit, et ceci en maximisant une fonction de coût puisque l'algorithme ML est utilisé [17].

1.8.2.3.1. Le modèle sur-échantillonné du signal OFDM

Considérant deux sous-porteuses à deux instants t_1 et t_2 , comme montre la figure 1.16 [17]. Le déphasage observé entre les deux signaux provient de deux sources : La première est attribuée aux sous-porteurs eux-mêmes. L'autre est dû au CFO qui provoque un changement de phase commun à toutes les sous-porteuses.

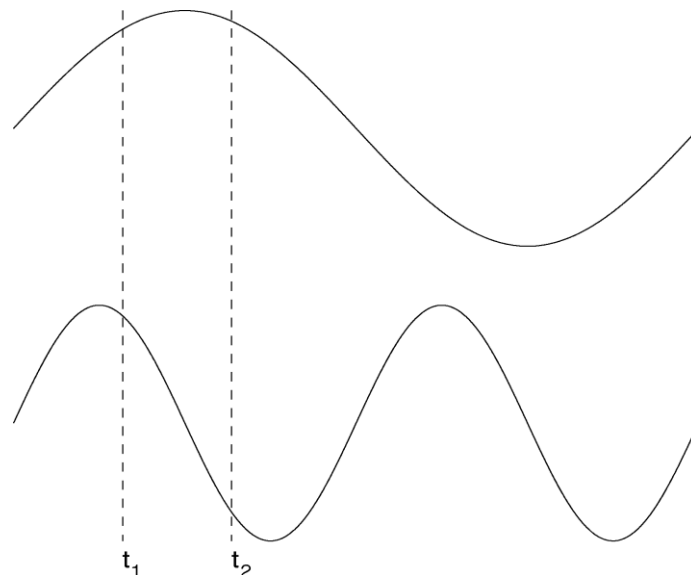


Figure 1. 16. Déphasage entre t_1 et t_2 [17]

On considère un système OFDM avec N sous-porteuses. Chacun des N symboles sont utilisés pour moduler une sous-porteuse. Les N sous-porteuses modulées sont additionnées pour

former un bloc de symboles OFDM. L'orthogonalité entre les sous-porteuses est obtenue en sélectionnant soigneusement les fréquences porteuses de telle sorte que chaque intervalle de symbole OFDM contient un nombre entier de périodes pour toutes les sous-porteuses.

Si les sous-porteuses virtuels sont utilisés (analogue à zéro padding en IFFT), seulement les N_d sous-porteuses sont utilisés pour moduler les symboles d'information. Nous supposons que les N_d premiers sous porteuses sont utilisés comme sous porteurs d'information, et que les $N - N_d$ sous porteuses restantes forment les sous-porteuses virtuelles.

Pour obtenir le modèle sur-échantillonné de signal OFDM nous écrivons d'abord le symbole OFDM à temps continu en bande de base à l'émetteur

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N_d-1} s_k e^{j\frac{2\pi k}{T}(t-t_s)} \quad (1.50)$$

Où chaque s_k est utilisé pour moduler la sous-porteuse $e^{j\frac{2\pi k}{T}}$, t_s est le temps initial du symbole OFDM courant (hors temps de CP), T est la durée du symbole OFDM, N est le nombre total des sous-poreuses, N_d est le nombre des sous-porteuses des données.

En présence d'un canal dispersif et un bruit additif, le signal reçu en bande de base à temps continu est donné par :

$$r(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N_d-1} s_k H(k) e^{j\frac{2\pi k}{T}(t-t_s)} + e(t) \quad (1.51)$$

On $H(k)$ est la réponse fréquentielle du canal correspond au $k^{ième}$ sous-porteuse, et $e(t)$ représente un bruit complexe Gaussien. Nous définissons la durée de symbole $T_s = \frac{T}{N}$.

Supposant que les instants d'échantillonnages sont : $t = t_s + nT_s + \tau$, ou t_s est le décalage de synchronisation initial, et $n = 0, \dots, N - 1$. Nous avons deux observations, dépendant du choix de τ [17].

$$r_1(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N_d-1} s_k H(k) e^{j\left(\frac{2\pi k}{N} + \Delta\omega T_s\right)n} + \mathbf{e}_1(n) \quad (1.52)$$

$$r_2(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N_d-1} s_k H(k) e^{j\left(\frac{2\pi k}{N} + \Delta\omega T_s\right)\left(n + \frac{1}{2}\right)} + \mathbf{e}_2(n) \quad (1.53)$$

Ou $\mathbf{e}_1(n)$ et $\mathbf{e}_2(n)$ sont deux bruits complexes additifs et Gaussien.

La phase initiale due au décalage fréquentielle est supposée nulle.

Notant que si nous définissons $\omega_0 = \Delta\omega \cdot T_s$, alors ω_0 et le décalage fréquentielle $\Delta\omega$ ne diffèrent que par un scalaire constant, et donc, l'estimation de CFO est équivalente à l'estimation du décalage de phase normalisée ω_0 .

Les deux signaux $r_1(n)$ et $r_2(n)$ peuvent s'écrire sous formes matricielles comme suit [17] :

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{E}(\omega_0) \mathbf{F}_{N-N_d}^H \boldsymbol{\alpha}_d + \mathbf{e}_1 \quad (1.54)$$

$$\mathbf{r}_2 = e^{j\frac{\omega_0}{2}} \mathbf{E}(\omega_0) \mathbf{F}_{N-N_d}^H \mathbf{G} \boldsymbol{\alpha}_d + \mathbf{e}_2 \quad (1.55)$$

Où $\boldsymbol{\alpha}_d = [\alpha_1, \dots, \alpha_{N_d}]^T$, avec $\alpha_k = H(k) s_k$.

$$\mathbf{G} = \text{diag} \left\{ 1, e^{j\frac{\pi}{N}}, \dots, e^{j\frac{(N_d-1)\pi}{N}} \right\} \quad (1.56)$$

$$\mathbf{E}(\omega_0) = \text{diag} (1, e^{j\omega_0}, \dots, e^{j(N-1)\omega_0}) \quad (1.57)$$

$$\mathbf{F}_{N-N_d} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N_d-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N_d-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

La matrice \mathbf{G} récupère le déphasage entre \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 , cependant le déphasage dû au décalage fréquentiel reste constant et est égale à $e^{j\omega_0/2}$.

1.8.2.3.2. Estimation de CFO en absence de bruit

Tous les valeurs du vecteur $\boldsymbol{\alpha}_d$ sont des inconnus, et du fait que $\boldsymbol{\alpha}_d$ est commun entre les deux signaux \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 , ceci va faciliter l'estimation du CFO (ω_0). On définit \mathbf{y}_1 , et \mathbf{y}_2 comme suit :

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{F}_{N-N_d} \mathbf{E}^H(\omega) \mathbf{r}_1 \quad (1.59)$$

$$\mathbf{y}_2 = e^{-j\frac{\omega}{2}} \mathbf{G}^H \mathbf{F}_{N-N_d} \mathbf{E}^H(\omega) \mathbf{r}_2 \quad (1.60)$$

En l'absence du bruit, l'estimée unique du CFO est celle qui permet d'obtenir l'égalité suivante [17]:

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_2 = \boldsymbol{\alpha}_d \quad (1.61)$$

Pour démontrer ce résultat, nous donnons l'hypothèse suivant [17].

L'hypothèse 1 : S'il y a $\omega \in [0, 2\pi]$ et $\omega_0 \in [0, 2\pi]$ tels que:

$$\mathbf{F}_{N-N_d} \mathbf{E}^{\mathcal{H}}(\omega) \mathbf{E}(\omega_0) \mathbf{F}_{N-N_d}^{\mathcal{H}} = e^{j\frac{\omega_0 - \omega}{2}} \mathbf{G}^{\mathcal{H}} \mathbf{F}_{N-N_d} \mathbf{E}^{\mathcal{H}}(\omega) \mathbf{E}(\omega_0) \mathbf{F}_{N-N_d}^{\mathcal{H}} \mathbf{G} \quad (1.62)$$

Alors, nous devons avoir $\omega = \omega_0$.

Les matrices $\mathbf{E}(\omega)$ et $\mathbf{E}(\omega_0)$ sont définies par l'équation (1.57) avec les paramètres ω et ω_0 , respectivement, et \mathbf{G} est donnée par l'équation (1.56).

L'hypothèse 1 décrit une manière simple pour trouver parfaitement le décalage fréquentielle en l'absence du bruit. C'est-à-dire, nous recherchons ω dans l'intervalle $[0, 2\pi]$ tels que \mathbf{y}_1 et \mathbf{y}_2 sont identiques.

1.8.2.3.3. Estimation de CFO à la présence de bruit

En présence du bruit, l'estimation du CFO est obtenu en minimisant la distance entre \mathbf{y}_1 et \mathbf{y}_2 .

$$\tilde{\omega} = \arg \min_{\omega} (\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2)^{\mathcal{H}} (\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2) \quad (1.63)$$

1.8.3. Estimation Semi-aveugle [21]

L'estimation semi-aveugle associe à l'algorithme dédié à l'estimation aveugle un autre algorithme d'estimation basé sur les symboles pilotes. Ces pilotes sont actuellement utilisés dans la majorité des standards des systèmes de transmission pour plusieurs objectifs. Dans notre cas, on va les exploiter pour faire l'estimation conjointe du CFO et du canal.

Dans ce paragraphe, nous adoptons une écriture matricielle pour poser le problème d'estimation pour l'équivalent en bande de base d'un système OFDM à temps discret.

1.8.3.1. Formulation et développement mathématiques

Dans le reste de la thèse nous adoptons les notations suivantes : les lettres majuscules (minuscules) gras désignent respectivement les matrices (les vecteurs). Les scalaires sont désignés par des lettres minuscules simples. I_N représente la matrice identité de taille $(N \times N)$, $(\cdot)^{\mathcal{H}}$, $(\cdot)^T$ et $(\cdot)^*$ désignent respectivement l'hermitienne, la transposée et le complexe conjugué d'une matrice ou d'un vecteur. $E[\cdot]$ et $diag[\mathbf{x}]$ désigneront l'espérance et la matrice diagonale dont la diagonale est le vecteur \mathbf{x} ; $[\mathbf{F}_N]_{m,n} = \sqrt{N} \times \exp(-j2\pi mn/N)$ représente la matrice de la FFT de taille $(N \times N)$. On définit

$\mathbf{f}_N(\omega) := [1, \exp(j\omega), \dots, \exp(j(N-1)\omega)]^T$. Prenons le modèle équivalent en bande de base à temps discret d'un système OFDM en présence du CFO, présentés par la figure 1.17,

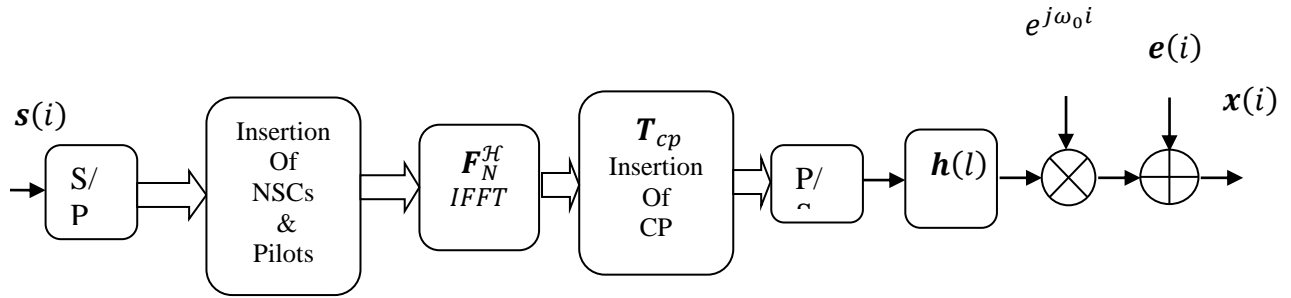


Figure 1. 17. Modèle discret en bande de base d'un système OFDM [27].

Supposons que chaque symbole d'information $\mathbf{s}(n)$ est pris à partir d'un ensemble d'alphabet fini. Collectant N_b symboles d'information dans un bloc, on désigne la $n^{\text{ième}}$ entrée du $k^{\text{ième}}$ bloc par $[\mathbf{s}(k)]_n = \mathbf{s}(k N_s + n)$. À l'émission, des symboles pilotes (soient nuls ou non-nuls), sont ensuite insérés dans le vecteur $\mathbf{C}(k)$ pour former le vecteur $\bar{\mathbf{u}}(k)$ de longueur N .

Après l'insertion des pilotes, nous appliquons *IFFT* par la multiplication à gauche de chaque bloc $\bar{\mathbf{u}}(k)$ avec \mathbf{F}_N^H . Ensuite, on insère le préfixe cyclique (CP) via la multiplication à gauche par la matrice $\mathbf{T}_{cp} = [\mathbf{I}_{L \times N}^T \quad \mathbf{I}_N]^T$, (ou la matrice $\mathbf{I}_{L \times N}^T$ est composée des dernières L colonnes de \mathbf{I}_N , et L est le nombre des coefficients du canal). La taille du CP, N_{cp} , doit vérifier que $N_{cp} \geq L$ pour éviter l'interférence entre les blocs OFDM. Après la conversion parallèle-série (P/S), les blocs résultants $\mathbf{u}(k) = \{\mathbf{T}_{cp} \mathbf{F}_N^H \bar{\mathbf{u}}(k)\}_{\mu=1}^{N_t}$ de taille $(P \times 1)$ (avec $P = N + L$) seront transmis à travers un canal sélectif en fréquence $h(l), l \in [0, L]$. Ce canal incorpore des filtres d'émission $\mathbf{g}_e(t)$ et de réception $\mathbf{g}_r(t)$ ainsi que le filtre modélisant le milieu de transmission à trajets multiples sélectifs en fréquence $\mathbf{g}_{r,e}(t)$, c-à-d $\mathbf{h}(t) = \mathbf{g}_e \star \mathbf{g}_r \star \mathbf{g}_{r,e} \big|_{t=IT}$, où \star désigne le produit de convolution et T est la période d'échantillonnage qui est choisie égale à la période du symbole. Soit f_0 le décalage fréquentiel (en Hertz), qui pourrait être due à l'effet Doppler et/ou à la différence des fréquences générées par les oscillateurs d'émission et de réception. En présence du CFO, les échantillons reçus peuvent être écrit comme [21]:

$$\mathbf{x}(n) = e^{j\omega_0 n} \sum_{l=0}^L \mathbf{h}(l) \mathbf{u}(n-l) + \boldsymbol{\eta}(n) \quad (1.64)$$

Où $\boldsymbol{\eta}(n)$ est le bruit blanc gaussien avec une moyenne nulle et une variance σ_n^2 , $\omega_0 = 2\pi f_0 T$ désigne le CFO normalisé.

La séquence $\boldsymbol{x}(n)$ est ensuite convertie en série-parallèle (S/P) en blocs de taille $(P \times 1)$, avec $[\boldsymbol{x}(n)]_p = \boldsymbol{x}(kP + n)$. La sélection de la taille de bloc P d'être supérieure à la taille du canal L implique que chaque bloc reçu $\boldsymbol{x}(n)$ ne dépend que de deux blocs transmis consécutifs $\boldsymbol{u}(k)$ et $\boldsymbol{u}(k - 1)$ ce qui produit l'interférence entre blocs (IBI).

Afin d'éliminer l'IBI au niveau du récepteur, le CP est éliminé par la multiplication de $\boldsymbol{x}(n)$ à gauche par la matrice $\boldsymbol{R}_{cp} = [\mathbf{0}_{N \times L} \quad \boldsymbol{I}_N]$, ce qui s'écrit comme $\boldsymbol{y}(k) = \boldsymbol{R}_{cp} \boldsymbol{x}(n)$, et se traduit par la relation suivante [6]:

$$\boldsymbol{y}(k) = e^{j\omega_0 k P} \boldsymbol{R}_{cp} \boldsymbol{D}_P(\omega_0) \boldsymbol{H} \boldsymbol{T}_{cp} \boldsymbol{F}_N^{\mathcal{H}} \bar{\boldsymbol{u}}(k) + \boldsymbol{R}_{cp} \boldsymbol{\eta}(n) \quad (1.65)$$

Où $\boldsymbol{\eta}(k) = [\eta(kP), \eta(kP + 1), \dots, \eta(kP + P - 1)]^T$, \boldsymbol{H} est une matrice de Toeplitz de taille $(P \times P)$ et $\boldsymbol{D}_P(\omega_0)$ est une matrice diagonale définie par $\boldsymbol{D}_P(\omega_0) = \text{diag}[1 \quad e^{j\omega_0} \quad \dots \quad e^{j\omega_0(P-1)}]$ de taille $(P \times P)$.

Après des transformations matricielles, on trouve que $\boldsymbol{R}_{cp} \times \boldsymbol{D}_P(\omega_0) = e^{j\omega_0 L} \boldsymbol{D}_N(\omega_0) \boldsymbol{R}_{cp}$ (voir annexe A). Suite à cette identité nous obtenons : $\boldsymbol{H}_c = \boldsymbol{R}_{cp} \boldsymbol{H} \boldsymbol{T}_{cp}$, qui est une matrice circulante du canal de taille $(N \times N)$ dont la première colonne est le vecteur $[h(0), h(L - 1), 0, \dots, 0]^T$, $\boldsymbol{y}(k)$ devient alors :

$$\boldsymbol{y}(k) = e^{j\omega_0(kP+L)} \boldsymbol{D}_N(\omega_0) \boldsymbol{H}_c \boldsymbol{F}_N^{\mathcal{H}} \bar{\boldsymbol{u}}(k) + \boldsymbol{e}(k) \quad (1.66)$$

Où $\boldsymbol{y}(k)$ est le $k^{\text{ième}}$ symbole OFDM reçu. $\boldsymbol{D}_N(\omega_0) = \text{diag}(1 \quad e^{j\omega_0} \quad \dots \quad e^{j\omega_0(N-1)})$ est une matrice diagonale de taille $(N \times N)$ décrivant l'effet rotationnel de la phase dû au décalage fréquentiel sur chaque symbole OFDM dans le domaine temporel.

En l'absence du CFO, le fait de multiplier à gauche $\boldsymbol{y}(k)$ par la FFT, \boldsymbol{F}_N , rend le canal sélectif en fréquence équivalent à un ensemble de sous-canaux à évanouissement plat, étant donné que $\boldsymbol{F}_N \boldsymbol{H}_c \boldsymbol{F}_N^{\mathcal{H}}$ est une matrice diagonale $\boldsymbol{D}_N(\tilde{\boldsymbol{h}})$.

Où $\tilde{\boldsymbol{h}} = [\tilde{h}(0), \dots, \tilde{h}(2\pi(N - 1)/N)]^T$, et $\tilde{h}(2\pi n/N) = \sum_{l=0}^L h(l) \exp(-j2\pi n l/N)$.

$\tilde{h}(2\pi n/N)$ dénote la réponse en fréquence du canal. Cependant, la présence du CFO détruit l'orthogonalité entre les sous-porteuses. Dans ce cas, l'application de la FFT au niveau du

récepteur ne peut pas diagonaliser le canal. Afin de remédier à ce problème on introduit $\mathbf{F}_N^{\mathcal{H}} \mathbf{F}_N = \mathbf{I}_N$ entre $\mathbf{D}_N(\omega_0)$ et \mathbf{H}_c , ce qui conduit à l'équation ci-dessous :

$$\mathbf{y}(k) = e^{j\omega_0(kP+L)} \mathbf{D}_N(\omega_0) \mathbf{F}_N^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}}) \bar{\mathbf{u}}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (1.67)$$

On déduit de l'équation (1.67) que l'estimation du CFO et du canal basées sur $\mathbf{y}(k)$ est un problème non linéaire. L'objectif est donc de concevoir des répartitions adéquates des symboles pilotes le long de la trame OFDM pour mieux estimer le CFO ω_0 et le canal \mathbf{h} .

1.8.3.2. Structure d'un symbole OFDM semi aveugle

Le signal $\bar{\mathbf{u}}(k)$ contient à la fois les symboles porteurs d'informations, les symboles pilotes, et les symboles nuls comme suit :

$$\bar{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{P}_p \mathbf{u}_p(k) + \mathbf{P}_d \mathbf{u}_d(k) + \mathbf{P}_n \mathbf{u}_n(k) \quad (1.68)$$

Où les trois matrices de permutation mutuellement orthogonales \mathbf{P}_p , \mathbf{P}_d , et \mathbf{P}_n ayant des tailles $(N \times N_p)$, $(N \times N_d)$, et $(N \times N_n)$, respectivement, et sont attribuées aux sous-porteuses d'information, aux sous-porteuses pilotes non nuls et aux sous-porteuses pilotes nuls. Notons que $N_p + N_d + N_n = N$.

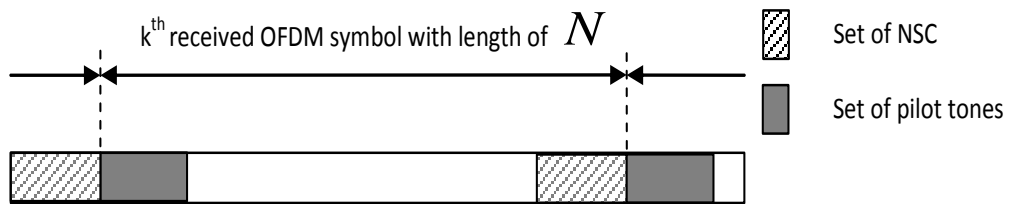


Figure 1. 18. Structure du symbole $\bar{\mathbf{u}}(k)$ [38].

En remplaçant l'équation (1.68) dans l'équation (1.67), le signal reçu prend la forme suivante:

$$\mathbf{y}(k) = e^{j\omega_0(kP+L)} \mathbf{D}_N(\omega_0) \mathbf{F}_N^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}}) [\mathbf{P}_p \mathbf{u}_p(k) + \mathbf{P}_d \mathbf{u}_d(k) + \mathbf{P}_n \mathbf{u}_n(k)] + \mathbf{e}(k) \quad (1.69)$$

1.8.3.3. Estimation semi-aveugle du CFO

Si le CFO était absent ($\omega_0 \equiv 0$) dans l'équation (1.69), alors comme dans [21], nous pourrions isoler du bloc reçu la partie correspondante aux symboles pilotes, et en rassemblant plusieurs blocs de symboles pilotes, nous pourrions finalement estimer le canal.

Malheureusement, la présence du CFO détruit l'orthogonalité entre les sous-porteuses, ce qui rend l'estimation du canal non précise même en présence de symboles pilotes. Ceci nous oblige à acquérir en premier lieu une estimée pour le CFO, et à estimer le canal en deuxième étape.

Puisque \mathbf{P}_n est une matrice de permutation et $\mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}})$ est une matrice diagonale, il n'est pas difficile de vérifier que $\mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}})\mathbf{P}_n = \mathbf{P}_n\mathbf{D}_{N_p}(\tilde{\mathbf{h}}(k))$ (voir annexe A), où $\tilde{\mathbf{h}}(k)$ est formé par les entrées de $\tilde{\mathbf{h}}$ suivant la matrice de permutation \mathbf{P}_n .

Dans ce sens nous allons considérer la matrice de covariance de \mathbf{y} qui est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(k)\mathbf{y}^H(k)] \\ &= \mathbf{D}_N(\omega_0)\mathbf{F}_N^H\mathbf{D}_K(\tilde{\mathbf{h}}(k))E[\bar{\mathbf{u}}(k)\bar{\mathbf{u}}^H(k)]\mathbf{D}_K^H(\tilde{\mathbf{h}}(k))\mathbf{F}_N\mathbf{D}_N^H(\omega_0) + \sigma^2\mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (1.70)$$

Où le bruit $\mathbf{e}(k)$ a une matrice de covariance $\sigma^2\mathbf{I}_N$. En pratique, on peut supposer que le canal reste invariant dans le temps sur N_b blocs. Ceci permet de remplacer la matrice de corrélation \mathbf{R}_y par son estimée échantillonnée, formée en moyennant les N_b blocs ($N_b \geq K$) comme suit :

$$\mathbf{R}_y = \frac{1}{N_b} \sum_{k=0}^{N_b-1} \mathbf{y}(k)\mathbf{y}^H(k) \quad (1.71)$$

Il a été démontré dans [27] que l'espace de la colonne de \mathbf{R}_y est constitué de deux parties, le sous-espace signal et le sous-espace bruit. En l'absence de CFO, si $E[\mathbf{y}(k)\mathbf{y}^H(k)]$ est à rang plein, le sous-espace bruit de \mathbf{R}_y est engendré par les colonnes manquantes (l'emplacement des sous-porteuses nulles) dans la matrice FFT. La présence de CFO introduit un changement dans le sous-espace bruit. Semblable à [15], une fonction de coût semi-aveugle peut être construite pour estimer ce CFO pour le système OFDM. Soit ω une candidate du CFO, cette fonction de coût peut être écrite comme suit [27]:

$$J_S(\omega) = \sum_{n=N-N_n+1}^N \mathbf{f}_N^H\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \mathbf{D}_N^{-1}(\omega) \{\mathbf{R}_y\} \mathbf{D}_N(\omega) \mathbf{f}_N\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \quad (1.72)$$

Où $\mathbf{R}_y = \mathbf{D}_N(\omega_0) \mathbf{F}_N^H \{E[\bar{\mathbf{u}}(k) \bar{\mathbf{u}}^H(k)]\} \mathbf{F}_N \mathbf{D}_N^H(\omega_0)$. Clairement, si $\omega = \omega_0$, alors $\mathbf{D}_N(\omega - \omega_0) = \mathbf{I}_N$. Ensuite, rappelons que la matrice $\mathbf{F}_N^H(\mathbf{P}_n^\perp)$ est orthogonale à $\{\mathbf{f}_N(2\pi n/N)\}_{n=N-N_n+1}^N$. Donc, si $\omega = \omega_0$, la fonction de coût $J_s(\omega)$ est nulle en l'absence de bruit. Par conséquent, l'estimée du CFO peut être calculé en minimisant $J_s(\omega)$ comme suit:

$$\hat{\omega}_0 = \arg \min_{\omega} J_s(\omega) \quad (1.73)$$

L'estimateur dans l'équation (1.73) exige la recherche en ligne (line search method), sa complexité dépend du nombre de points recherchés dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$. Semblable aux estimateurs du CFO existants qui nécessite un intervalle complet d'acquisition [15], il est possible de réduire la complexité de $\hat{\omega}_0$ dans l'équation (1.73) en deux étapes: 1) restreint la recherche dans l'intervalle plus petit que l'intervalle complet si a priori on connut que le CFO est inclut dans un intervalle plus petit que $[-\pi, \pi]$ (c'est possible si un algorithme d'estimation du CFO grossier a été appliqué en premier lieu); 2) évitez entièrement la recherche en utilisant l'approximation en série de Taylor ou un algorithme adaptatif à erreur quadrature moyenne minimale (LMS, Least Mean Square) pour chercher le maximum de l'équation (1.73) [15], [19], [27].

1.8.3.4. Estimation à faible complexité du CFO

Dans cette section, nous présentons une nouvelle mise en œuvre de coût très faible, qui se fonde sur deux considérations pratiques:

- Dans un système numérique typique, une synchronisation grossière est toujours effectuée à la partie analogique.

Par conséquent, seul un réglage fin est nécessaire dans la partie numérique [39].

- Dans les systèmes actuels de communication sans fil, la stabilité de fréquence des oscillateurs peuvent être aussi bas que quelques parties par million par degré Celsius ($ppm/^\circ C$) [40], ce qui contribue de manière significative à réduire le décalage de la porteuse. Dans ce qui suit, nous allons donc supposer que $|\omega_0| \ll 1$.

Considérons d'abord la matrice inverse diagonale $\mathbf{D}_N^{-1}(\omega)$ à (1.72), nous pouvons écrire

$$\mathbf{D}_N^{-1}(\omega) = \text{diag}(1, e^{-j\omega}, e^{-j2\omega}, \dots, e^{-j(N-1)\omega})$$

$$= e^{-j\frac{(N-1)}{2}\omega} \text{diag} \left(e^{j\frac{(N-1)}{2}\omega}, e^{j\frac{(N-3)}{2}\omega}, \dots, e^{j\frac{(1-N)}{2}\omega} \right) \quad (1.74)$$

Utilisation le développement en série de Taylor d'une exponentielle complexe, c'est à dire,

$$e^{jx} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(jx)^n}{n!} \quad (1.75)$$

On peut facilement montrer que [41] ;

$$\mathbf{D}_N^{-1}(\omega) = e^{-j\frac{(N-1)}{2}\omega} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(j\omega)^n}{2^n n!} \mathbf{D}^n \quad (1.76)$$

Maintenant, en remplaçant (1.76) en (1.72) conduit à

$$\begin{aligned} \tilde{J}(\omega) &= \sum_{n=N-N_n+1}^N \mathbf{f}_N^{\mathcal{H}} \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \left[\sum_{l=0}^{+\infty} \frac{(j\omega)^l}{2^l l!} \mathbf{D}^l \right] \{ \mathbf{R}_y \} \left[\sum_{m=0}^{+\infty} \frac{((j\omega)^m)^*}{2^m m!} \mathbf{D}^m \right] \mathbf{f}_N \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \\ &= \sum_{n=N-N_n+1}^N \sum_{l=0}^{+\infty} \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{(j\omega)^l (-j\omega)^m}{2^l l! 2^m m!} \left\{ \mathbf{f}_N^{\mathcal{H}} \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \mathbf{D}^l \{ \mathbf{R}_y \} \mathbf{D}^m \mathbf{f}_N \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \right\} \end{aligned} \quad (1.77)$$

Où $\mathbf{D} = \text{diag}\{(N-1), (N-3), \dots, (1-N)\}$.

Nous pouvons réécrire l'équation précédente comme

$$\begin{aligned} \tilde{J}(\omega) &\cong \sum_{l=0}^{+Q} \sum_{m=0}^{+Q} (-1)^m \frac{(j\omega)^{l+m}}{2^{l+m} l! m!} \sum_{n=N-N_n+1}^N \left\{ \mathbf{f}_N^{\mathcal{H}} \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \mathbf{D}^l \{ \mathbf{R}_y \} \mathbf{D}^m \mathbf{f}_N \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \right\} \\ &\cong \sum_{q=0}^{2Q} \alpha_q \omega^q \end{aligned} \quad (1.78)$$

Où les coefficients α_q du polynôme $\tilde{J}(\omega)$ sont donnés par

$$\alpha_q = \left(\frac{j}{2} \right)^q \sum_{m=0}^q \frac{(-1)^m}{(q-m)! m!} \sum_{n=N-N_n+1}^N \left\{ \mathbf{f}_N^{\mathcal{H}} \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \mathbf{D}^{q-m} \{ \mathbf{R}_y \} \mathbf{D}^m \mathbf{f}_N \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \right\} \quad (1.79)$$

Pour minimiser (1.78), il faut calculer sa dérivée par rapport à ω et la mise à zéro.

Le dérivé est donnée par

$$\frac{\partial \tilde{J}(\omega)}{\partial \omega} = \sum_{q=1}^{2Q} q \alpha_q \omega^{q-1} \quad (1.80)$$

En général, il y aura jusqu'à $2Q - 1$ zéros ou des racines. Le minimum estimé est donné par la racine qui, une fois substitué dans (1.78), donne la plus petite valeur de la fonction de coût. Les racines de la dérivée peut être complexe ou à valeurs réelles. Cependant, nous ne sommes intéressés que par les racines réelles. Il est intéressant de noter que dans le cas $Q = 1$, il

existe une expression de forme fermée pour l'estimation de décalage fréquentielle, qui est donnée par

$$\hat{\omega} = -\frac{\alpha_1}{2\alpha_2} \quad (1.81)$$

1.8.3.5. Estimation du canal

Basée sur le CFO estimé dans l'équation (1.81), nous pouvons supprimer les termes qui dépendent de ω_0 de $\{\mathbf{y}(k)\}_{k=0}^{N_b-1}$, et procéder à l'estimation du canal. Pour calculer l'estimateur du canal, nous supposons temporairement que l'estimation du CFO est parfaite; c.-à-d. $\hat{\omega}_0 = \omega_0$. Au niveau du récepteur, après avoir enlevé les termes en relations avec le CFO de l'équation (1.69), nous prenons d'abord la FFT, et puis on supprime les sous-porteuses qui portent l'information utile et aussi les sous porteuses nulles en multipliant les blocs obtenus avec \mathbf{P}_p^H , ce qui conduit à l'équation ci-dessous :

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k) &= e^{-j\hat{\omega}_0(kP+L)} \mathbf{P}_p^H \mathbf{F}_N \mathbf{D}_N^{-1}(\hat{\omega}_0) \mathbf{y}(k) \\ &= \mathbf{P}_p^H \mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}}) [\mathbf{P}_p \mathbf{u}_p(k) + \mathbf{P}_d \mathbf{u}_d(k) + \mathbf{P}_n \mathbf{u}_n(k)] + \bar{\mathbf{e}}(k) \end{aligned} \quad (1.82)$$

Où $\bar{\mathbf{e}}(k) = e^{-j\hat{\omega}_0(kP+L)} \mathbf{P}_p^H \mathbf{F}_N \mathbf{D}_N^{-1}(\hat{\omega}_0) \mathbf{e}(k)$. De la conception des matrices de permutations $\mathbf{P}_p, \mathbf{P}_d$ et de \mathbf{P}_n , nous en déduisons que $\mathbf{P}_p^H \mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{P}_p = \mathbf{D}_{N_p}(\tilde{\mathbf{h}})$, $\mathbf{P}_p^H \mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{P}_d = 0$, et $\mathbf{P}_p^H \mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{P}_n = 0$. Cela nous permet de découpler (séparer) les symboles pilotes reçus des symboles reçus porteurs d'informations comme suit :

$$\mathbf{z}_p(k) = \mathbf{D}_{N_p}(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{u}_p(k) + \bar{\mathbf{e}}(k) \quad (1.83)$$

De même pour des symboles porteurs d'informations:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_d(k) &= e^{-j\hat{\omega}_0(kP+L)} \mathbf{P}_d^H \mathbf{F}_N \mathbf{D}_N^{-1}(\hat{\omega}_0) \mathbf{y}(k) \\ &= \mathbf{D}_{N_d}(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{u}_d(k) + \bar{\mathbf{e}}(k) \end{aligned} \quad (1.84)$$

Où $\bar{\mathbf{e}}(k) = e^{-j\hat{\omega}_0(kP+L)} \mathbf{P}_d^H \mathbf{F}_N \mathbf{D}_N^{-1}(\hat{\omega}_0) \mathbf{e}(k)$.

Puisque la matrice $\mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}})$ est diagonal il est facile de vérifiée que (voir Annexe A):

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}})\mathbf{P}_p &= \mathbf{P}_p\mathbf{D}_{N_p}(\tilde{\mathbf{h}}_p(k)) \\ &= \mathbf{P}_p\text{diag}[\mathbf{F}(k)\mathbf{h}] \end{aligned} \quad (1.85)$$

Où $\tilde{\mathbf{h}}_p(k)$ contient les N_p premières entrées de $\tilde{\mathbf{h}}$, la matrice $\mathbf{F}(k)$ de taille $(N_p \times (L + 1))$ contient les première $(L + 1)$ colonnes de \mathbf{F}_N . Puisque $\mathbf{P}_p^{\mathcal{H}}\mathbf{P}_p = \mathbf{I}_{N_p}$, ce qui nous donne l'équation suivante ;

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_p(k) &= \mathbf{F}(k)\mathbf{h} + \bar{\mathbf{e}}(k) \\ &= \mathbf{B}\mathbf{h} + \bar{\mathbf{e}}(k) \end{aligned} \quad (1.86)$$

Où $\mathbf{B} = \mathbf{F}(k)$.

L'estimateur du canal basé sur la moyenne quadratique minimale linéaire (LMMS, Linear Minimum Mean Square) est donné par [21] :

$$\hat{\mathbf{h}}_{LMMS} = \left(\sigma^2 \mathbf{R}_h^{-1} + (\mathbf{B}^{\mathcal{H}}\mathbf{B}) \right)^{-1} \mathbf{B}^{\mathcal{H}} \mathbf{z}_p(k) \quad (1.87)$$

Où $\mathbf{R}_h := E[\mathbf{h}\mathbf{h}^{\mathcal{H}}]$ est la matrice de covariance du canal, et σ^2 désigne la variance du bruit.

Puisque la matrice de covariance du canal \mathbf{R}_h est inconnue dans la pratique, l'estimateur au sens des moindres carrés (LS) peut être utilisé à la place de l'estimateur (LMMS)

$$\hat{\mathbf{h}}_{LS} = (\mathbf{B}^{\mathcal{H}}\mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^{\mathcal{H}} \mathbf{z}_p(k) \quad (1.88)$$

L'augmentation du nombre de blocs N améliore les performances d'estimation du canal. Toutefois, rappelons que cela est vrai lorsque l'estimateur du CFO est parfait. De manière surprenante, lorsque l'estimation du CFO est imparfaite, le contraire est vrai. Nous ne devrions pas utiliser beaucoup de blocs parce que l'erreur de l'estimation du CFO résiduel dégrade sévèrement la performance quand le nombre des blocs est grand.

1.9. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons rappelé les principales caractéristiques du canal radio mobile à trajets multiples ainsi que le principe de la technique de transmission OFDM. Dans un système OFDM, la bande totale est divisée en plusieurs sous-bandes en utilisant plusieurs sous-porteuses orthogonales. Un préfixe cyclique (CP), de longueur supérieure ou égale au délai maximum de propagation du canal, permet de réduire l'ISI.

En raison de la haute sensibilité des systèmes multi-porteuses au CFO, nous avons fait un état d'art sur les méthodes existantes d'estimation du CFO à s'avoir :

- Méthodes non-aveugles basé sur les symboles pilotes.
- Algorithmes aveugles exploitant la redondance du cyclique préfix.
- Méthodes aveugles utilisant la décomposition en sous-espaces signal et bruit.
- Algorithme ML aveugle exploitant le sur-échantillonnage du signal reçu.
- Estimation conjointe semi-aveugle du CFO et du canal tirant profit de l'existence des symboles pilotes (nuls et non nuls).

Afin de réduire la complexité de l'algorithme d'estimation semi-aveugle du CFO, une méthode d'approximation basée sur le développement, en série de Taylor de la fonction de coût a été utilisée.

Nous proposons dans le chapitre 2 un algorithme ML semi-aveugle exploitant le sur-échantillonnage effectué au niveau du récepteur. Comme nous avons développé la version faible complexité, de cet algorithme, basée sur le développement limité en série de Taylor de la fonction de coût.

Chapitre 2

Estimation conjointe semi-aveugle et à faible complexité du CFO et du canal pour le système OFDM

2.1. Introduction

On appelle les méthodes d'estimation semi-aveugles pour les systèmes multi-porteuses celles qui utilisent des sous-porteuses dites "pilotes" pour effectuer l'estimation. Les pilotes sont des sous-porteuses dont le gain, la phase et la position dans la trame OFDM sont connues de l'émetteur et du récepteur. L'insertion des pilotes permet de développer des fonctions de coûts qui seront utilisées pour l'estimation du canal, la synchronisation fréquentielle, la synchronisation temporelle ...etc.

L'effet du CFO sur les performances d'estimation du canal a été analysé dans [21], ou on remarque que la performance de l'estimateur du canal est moins bonne même avec un nombre important de symboles pilotes, car l'ICI existe et domine. Ainsi, il est important d'effectuer une estimation et une compensation du CFO avant l'estimation du canal et avant l'égalisation, pour une bonne détection des données transmises. Plusieurs méthodes d'estimation conjointe du CFO et du canal existent dans la littérature [21], [41]-[42].

Nous proposons dans ce chapitre une méthode d'estimation ML semi-aveugle basée sur le sur-échantillonnage qui permet d'estimer le CFO conjointement avec l'estimation du canal.

L'algorithme ML se caractérise par sa complexité de calcul très élevée. Pour y remédier, nous avons proposé des algorithmes adaptatifs ainsi que des algorithmes itératifs basés sur l'approximation en série de Taylor des fonctions de coûts.

2.2. Estimation semi-aveugle conjointe de CFO et du canal basée sur le sur-échantillonnage

Basée sur le sur-échantillonnage au niveau du récepteur, une estimation aveugle du CFO pour un système OFDM a été proposée dans [17]. Cette méthode exploite le déphasage intrinsèque entre les points d'échantillonnage voisins provoqués par le décalage fréquentiel commun à tous les sous-porteuses. Dans ce paragraphe, nous dérivons une estimation conjointe semi-aveugle du CFO et du canal basée sur l'algorithme ML. Dans la perspective de réduction de la complexité des méthodes proposées, nous allons utiliser l'approximation en série de Taylor de la fonction de coût en premier lieu, et un algorithme itératif en deuxième lieu.

2.2.1. Modèle du signal OFDM

Le modèle en bande de base du système OFDM en présence de CFO est représenté par la figure 2.1. Pour obtenir le modèle échantillonné du signal OFDM, nous écrivons d'abord le symbole OFDM complexe à temps continu en bande de base au niveau de l'émetteur :

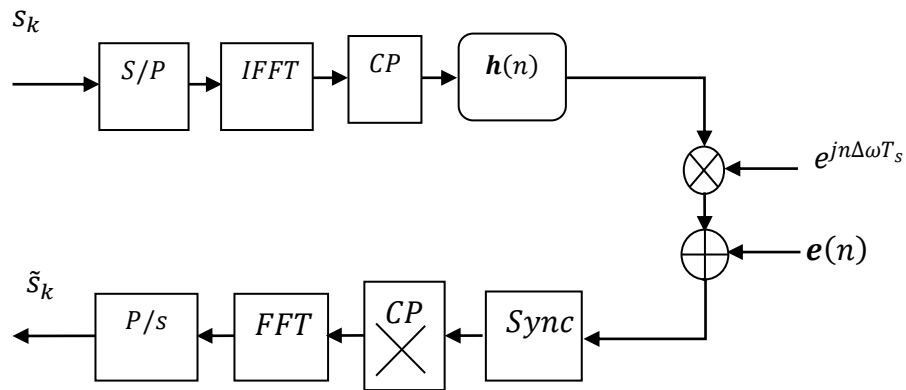


Figure 2. 1. Modèle discret en bande de base d'un système OFDM [17].

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{j\frac{2\pi k}{T}(t-t_s)} \tag{2.1}$$

Où chaque s_k est utilisé pour moduler la sous-porteuse $e^{j\frac{2\pi k}{T}t}$, t_s est le temps initial du symbole OFDM courant, T représente la durée du bloc OFDM, N est le nombre total de sous-

porteuses divisé en deux sous-ensemble : N_p sous-porteuses pilotes (N_p symboles pilotes) et N_d sous-porteuses de données (N_d symboles de données) c.à.d. $N_p + N_d = N$.

En présence d'un canal dispersif et d'un bruit AWGN, le signal reçu en bande de base à temps continu est donné par [43]:

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[\sum_{k \in N_p} c_k H_k e^{j\frac{2\pi k}{T}(t-t_s)} + \sum_{k \in N_d} s_k H_k e^{j\frac{2\pi k}{T}(t-t_s)} \right] + e(t) \quad (2.2)$$

Où H_k est la fonction de transfert du canal à la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse. $H_k = \sum_{l=0}^{L-1} h_l e^{-\frac{j2\pi lk}{N}}$, $\{h_l\}$ sont les coefficients du canal, et $e(t)$ est un bruit gaussien complexe. c_k et s_k correspondent aux pilotes et aux symboles de données, respectivement. Les symboles pilotes sont supposés être non nuls.

Supposant que les instances d'échantillonnage sont donnés par $t = t_s + nT_s + \tau$, où $T_s = \frac{T}{N}$ est la durée du symbole, t_s est le décalage de synchronisation initiale, et $n = 0, \dots, N-1$. Si l'on considère un échantillonnage aux instances $\tau = 0$ et $\tau = \frac{T_s}{2}$, les deux échantillons d'observations en présence de CFO sont données par:

$$x_1(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[\sum_{k \in N_p} c_k H_k e^{j(\frac{2\pi k}{N} + \omega_0)n} + \sum_{k \in N_d} s_k H_k e^{j(\frac{2\pi k}{N} + \omega_0)n} \right] + e_1(n) \quad (2.3)$$

$$x_2(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[\sum_{k \in N_p} c_k H_k e^{j(\frac{2\pi k}{N} + \omega_0)(n+\frac{1}{2})} + \sum_{k \in N_d} s_k H_k e^{j(\frac{2\pi k}{N} + \omega_0)(n+\frac{1}{2})} \right] + e_2(n) \quad (2.4)$$

Où ω_0 (un nombre réel) représente le CFO normalisé à $\frac{1}{T}$.

Les signaux (2.3) et (2.4) peuvent être réécrits sous la forme matricielle comme suit :

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{\Phi}(\omega_0)(\mathbf{F}_p \boldsymbol{\alpha}_p + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha}_d) + \mathbf{e}_1 \quad (2.5)$$

$$\mathbf{x}_2 = e^{j\frac{\omega_0}{2}} \mathbf{\Phi}(\omega_0)(\mathbf{F}_p \boldsymbol{\psi}_p \boldsymbol{\alpha}_p + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d \boldsymbol{\alpha}_d) + \mathbf{e}_2 \quad (2.6)$$

Avec

$$\mathbf{\Phi}(\omega_0) = \text{diag}\{1, e^{j\omega_0}, \dots, e^{j\omega_0(N-1)}\}$$

$$\mathbf{F}_p = \frac{1}{\sqrt{N}} [\mathbf{f}_0, \dots, \mathbf{f}_{N_p-1}]; \mathbf{F}_d = \frac{1}{\sqrt{N}} [\mathbf{f}_{N_p}, \dots, \mathbf{f}_{N-1}]$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}_n &= \left[1, e^{\frac{j2\pi n}{N}}, \dots, e^{\frac{j2\pi n(N-1)}{N}} \right]^T \\
 \boldsymbol{\psi}_p &= \text{diag} \left\{ 1, e^{j\frac{\pi}{N}}, \dots, e^{j\frac{\pi(N_p-1)}{N}} \right\} \\
 \boldsymbol{\psi}_d &= \text{diag} \left\{ e^{j\frac{\pi N_p}{N}}, e^{j\frac{\pi(N_p+1)}{N}}, \dots, e^{j\frac{\pi(N-1)}{N}} \right\} \\
 \boldsymbol{\alpha}_p &= \mathbf{C}\boldsymbol{\beta}_p\mathbf{h}; \quad \boldsymbol{\alpha}_d = \mathbf{S}\boldsymbol{\beta}_d\mathbf{h} \\
 \mathbf{C} &= \text{diag} \{c_1, \dots, c_{N_p}\}; \quad \mathbf{S} = \text{diag}\{s_1, \dots, s_d\} \\
 \boldsymbol{\beta}_p &= [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{N_p}]^{\mathcal{H}}; \quad \boldsymbol{\beta}_d = [\gamma_{N_p+1}, \gamma_{N_p+2}, \dots, \gamma_N]^{\mathcal{H}} \\
 \boldsymbol{\gamma}_m &= \left[1, e^{\frac{j2\pi m}{N}}, \dots, e^{\frac{j2\pi m(L-1)}{N}} \right]^T \\
 \mathbf{h} &= [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]^T
 \end{aligned}$$

Lorsque les caractéristiques statistiques du canal ne sont pas connues, il est raisonnable de considérer h_l et $\alpha_k = s_k H_k$ en tant que paramètres déterministes inconnus [35].

Les deux matrices $\boldsymbol{\psi}_p$ et $\boldsymbol{\psi}_d$ représentent le déphasage entre \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 en raison de la différence des fréquences de sous-porteuses, tandis que le déphasage à cause de décalage fréquentiel entre \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 est un scalaire constante $e^{j\frac{\omega_0}{2}}$.

En raison de l'orthogonalité entre les sous-porteuses, nous avons $\mathbf{F}_d^{\mathcal{H}}\mathbf{F}_p = \mathbf{0}_N$, ou de manière équivalente $\mathbf{F}_p^{\mathcal{H}}\mathbf{F}_d = \mathbf{0}_N$.

Dans un système OFDM pratique, le nombre de sous-porteuses qui portent l'information est en général inférieure à la taille du bloc DFT, c.à.d. $N_d < N$. La présence de CFO détruit l'orthogonalité entre les sous-porteuses et génère l'ICI, ce qui se traduit par : $\mathbf{F}_d^{\mathcal{H}}\boldsymbol{\Phi}(\omega_0)\mathbf{F}_d \neq \mathbf{I}_{N_d}$ [15].

2.2.2. Estimation semi-aveugle de CFO Basé sur le sur-échantillonnage

Nous allons définir \mathbf{y}_1 et \mathbf{y}_2 comme suit :

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{F}_p^{\mathcal{H}}\boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega)\mathbf{x}_1 + \mathbf{F}_d^{\mathcal{H}}\boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega)\mathbf{x}_1 \quad (2.7)$$

$$\mathbf{y}_2 = e^{-j\frac{\omega}{2}}\boldsymbol{\psi}_p^{\mathcal{H}}\mathbf{F}_p^{\mathcal{H}}\boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega)\mathbf{x}_2 + e^{-j\frac{\omega}{2}}\boldsymbol{\psi}_d^{\mathcal{H}}\mathbf{F}_d^{\mathcal{H}}\boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega)\mathbf{x}_2 \quad (2.8)$$

En l'absence de bruit, et si l'on considère la connaissance parfaite de CFO c.à.d. $\omega = \omega_0$, il est facile de vérifier que

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_2 = \boldsymbol{\alpha}_p + \boldsymbol{\alpha}_d \quad (2.9)$$

En présence du bruit, et du fait que $\boldsymbol{\alpha}_p$ et $\boldsymbol{\alpha}_d$ sont communs entre \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 comme mentionné dans l'équation (2.5) et (2.6), on peut en déduire un estimateur semi-aveugle de CFO en minimisant la fonction de coût suivante [43]:

$$\tilde{\omega} = \arg \min_{\omega} [\xi_{pilot}(\omega) + \xi_{data}(\omega)] \quad (2.10)$$

Où $\xi_{pilot}(\omega)$ et $\xi_{data}(\omega)$ sont les fonctions de coût pour les pilotes et les données, respectivement, définis comme suit :

$$\xi_{pilot}(\omega) = \|\mathbf{y}_{1p} - \mathbf{y}_{2p}\|^2 \quad (2.11)$$

$$\xi_{data}(\omega) = \|\mathbf{y}_{1d} - \mathbf{y}_{2d}\|^2 \quad (2.12)$$

Avec

$$\mathbf{y}_{1p} = \mathbf{F}_p^H \boldsymbol{\Phi}^H(\omega) \mathbf{x}_1$$

$$\mathbf{y}_{2p} = e^{-j\frac{\omega}{2}} \boldsymbol{\psi}_p^H \mathbf{F}_p^H \boldsymbol{\Phi}^H(\omega) \mathbf{x}_2$$

$$\mathbf{y}_{1d} = \mathbf{F}_d^H \boldsymbol{\Phi}^H(\omega) \mathbf{x}_1$$

$$\mathbf{y}_{2d} = e^{-j\frac{\omega}{2}} \boldsymbol{\psi}_d^H \mathbf{F}_d^H \boldsymbol{\Phi}^H(\omega) \mathbf{x}_2$$

Notant que dans le cas aveugle (absence de pilotes), la fonction de coût dans (2.10) est équivalente à celle donnée dans [17].

2.2.3. Estimation conjointe ML semi-aveugle du CFO et du canal basé sur le sur-échantillonnage

Supposant que \mathbf{e}_1 et \mathbf{e}_2 dans (2.5) et (2.6) sont deux vecteurs de bruits gaussiennes complexes non corrélés, ayant une matrice de covariance $\sigma^2 \mathbf{I}$. La fonction de vraisemblance peut être écrite comme suit [43]:

$$\begin{aligned} \xi(\omega_0, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{h}) = & \\ \frac{1}{(\pi\sigma^2)^N} \exp & \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)[\mathbf{F}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha}]\|^2 + \|\mathbf{x}_2 - e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)[\mathbf{F}_p \boldsymbol{\psi}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} + \right. \right. \\ & \left. \left. \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d \boldsymbol{\alpha}\|^2 \right) \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

L'estimation de maximum de vraisemblance de $\omega_0, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{h}$ sont calculés en maximisant la fonction de coût suivante:

$$\tilde{\omega}_0, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}, \tilde{\mathbf{h}} = \arg \max_{\omega_0, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{h}} \xi(\omega_0, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{h}) \quad (2.14)$$

Où en minimisant de manière équivalente la fonction de coût suivante :

$$\begin{aligned} \zeta(\omega_0, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{h}) = & \|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)[\mathbf{F}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha}]\|^2 \\ & + \|\mathbf{x}_2 - e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)[\mathbf{F}_p \boldsymbol{\psi}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d \boldsymbol{\alpha}]\|^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Pour une valeur donnée de CFO, les dérivées de $\zeta(\omega_0, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{h})$ par rapport à $\boldsymbol{\alpha}$ et \mathbf{h} sont donnés respectivement par:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta(\omega_0, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{h})}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = & -2 \mathbf{F}_d^H \boldsymbol{\Phi}^H(\omega_0) (\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha}) \\ & - 2 e^{-j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\psi}_d^H \mathbf{F}_d^H \boldsymbol{\Phi}^H(\omega_0) (\mathbf{x}_2 - e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_p \boldsymbol{\psi}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d \boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \zeta(\omega_0, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{h})}{\partial \mathbf{h}} = -2 \boldsymbol{\beta}_p^H \mathbf{C}^H \mathbf{F}_p^H \boldsymbol{\Phi}^H(\omega_0) (\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha})$$

$$-2e^{-j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\beta}_p^H \mathbf{C}^H \boldsymbol{\psi}_d^H \mathbf{F}_p^H \boldsymbol{\Phi}^H(\omega_0) \left(\mathbf{x}_2 - e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_p \boldsymbol{\psi}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d \boldsymbol{\alpha} \right) \quad (2.17)$$

En mettant à zéro les équations (2.16) et (2.17), on obtient:

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{F}_d^\dagger \boldsymbol{\Phi}^\dagger(\omega_0) \mathbf{x}_1 + e^{-j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\psi}_d^\dagger \mathbf{F}_d^\dagger \boldsymbol{\Phi}^\dagger(\omega_0) \mathbf{x}_2 \right) \quad (2.18)$$

$$\tilde{\mathbf{h}} = \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\beta}_p^\dagger \mathbf{C}^\dagger \mathbf{F}_p^\dagger \boldsymbol{\Phi}^\dagger(\omega_0) \mathbf{x}_1 + e^{-j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\beta}_p^\dagger \mathbf{C}^\dagger \boldsymbol{\psi}_p^\dagger \mathbf{F}_p^\dagger \boldsymbol{\Phi}^\dagger(\omega_0) \mathbf{x}_2 \right) \quad (2.19)$$

Par la substitution de $\boldsymbol{\alpha}$ et \mathbf{h} par leurs estimées $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ et $\tilde{\mathbf{h}}$ dans l'équation (2.15), l'estimation du CFO est obtenue en minimisant la fonction de coût suivante:

$$\begin{aligned} \zeta(\omega_0) = & \left\| \mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \tilde{\mathbf{h}} - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_d \tilde{\boldsymbol{\alpha}} \right\|^2 \\ & + \left\| \mathbf{x}_2 - e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_p \boldsymbol{\psi}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \tilde{\mathbf{h}} - e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d \tilde{\boldsymbol{\alpha}} \right\|^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

2.2.4. Estimation semi-aveugle à faible complexité du CFO

En générale, les méthodes d'estimations basées sur l'algorithme de ML sont connues par leur complexité de calcul très élevées. Pour y remédier nous proposons dans la suite une approximation, par troncature au premier ordre, du développement en série de Taylor du terme exponentiel ($e^{j\omega_0 i}$) apparaissant dans la fonction de coût. Ensuite, un algorithme itératif de cette approximation est développé.

2.2.4.1. Approximation du premier ordre de la fonction de coût

Pour cela, nous allons définir:

$$\mathbf{g}_1 = \mathbf{F}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{F}_d \tilde{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\mathbf{g}_2 = \mathbf{F}_p \boldsymbol{\psi}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d \tilde{\boldsymbol{\alpha}}$$

La minimisation de l'équation (2.20) est équivalente à la maximisation de la fonction coût suivante:

$$Y(\omega_0) = \mathbf{x}_1^H \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{g}_1 + \mathbf{g}_1^H \boldsymbol{\Phi}(-\omega_0) \mathbf{x}_1$$

$$+ \mathbf{x}_2^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi} \left(\omega_0 + \frac{1}{2} \right) \mathbf{g}_2 + \mathbf{g}_2^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi} \left(- \left(\omega_0 + \frac{1}{2} \right) \right) \mathbf{x}_2 \quad (2.21)$$

L'estimation du CFO est obtenue en mettant à zéro la dérivée de l'équation (2.21) par rapport à ω_0 comme suit:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(r(\omega_0))}{\partial \omega_0} &= \mathbf{x}_1^{\mathcal{H}} (j\mathbf{D}_1) \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{g}_1 + \mathbf{g}_1^{\mathcal{H}} (-j\mathbf{D}_1) \boldsymbol{\Phi}(-\omega_0) \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2^{\mathcal{H}} (j\mathbf{D}_2) \boldsymbol{\Phi} \left(\omega_0 + \frac{1}{2} \right) \mathbf{g}_2 \\ &+ \mathbf{g}_2^{\mathcal{H}} (-j\mathbf{D}_2) \boldsymbol{\Phi} \left(- \left(\omega_0 + \frac{1}{2} \right) \right) \mathbf{x}_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Où

$$\mathbf{D}_1 = \text{diag}(0, 1, 2, \dots, N-1)$$

$$\mathbf{D}_2 = \text{diag}\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots, N - \frac{1}{2}\right)$$

En développant chaque exponentielle dans les matrices diagonales $\boldsymbol{\Phi}(\omega_0)$ et $\boldsymbol{\Phi} \left(\omega_0 + \frac{1}{2} \right)$ en série de Taylor c.-à-d. $e^{jx} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jx)^n}{n!}$

Puisque $\omega_0 \ll 1$, ceci nous permis de limiter au premier ordre le développement c.à.d. ($n = 1$). Dans ce cas, les matrices diagonales $\boldsymbol{\Phi}(\omega_0)$ et $\boldsymbol{\Phi} \left(\omega_0 + \frac{1}{2} \right)$ dans l'équation (2.21) devient :

$$\boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \cong \mathbf{I}_N + j\omega_0 \mathbf{D}_1 \quad (2.23)$$

$$\left(\omega_0 + \frac{1}{2} \right) \cong \mathbf{I}_N + j\omega_0 \mathbf{D}_2 \quad (2.24)$$

Par substitution de (2.23) et (2.24) dans (2.21), nous obtenons la valeur estimée de CFO

$$\omega_0 = -j \frac{(\mathbf{g}_1^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{g}_2^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_2 \mathbf{x}_2 - (\mathbf{x}_1^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_1 \mathbf{g}_1 + \mathbf{x}_2^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_2 \mathbf{g}_2))}{(\mathbf{g}_1^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_1^2 \mathbf{x}_1 + \mathbf{g}_2^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_2^2 \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_1^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_1^2 \mathbf{g}_1 + \mathbf{x}_2^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_2^2 \mathbf{g}_2)} \quad (2.25)$$

2.2.4.2. Algorithme itératif d'estimation et de compensation du CFO

Le fait d'approximer l'exponentiel par le premier terme de son développement, ceci va réduire les performances de l'estimateur ML du CFO. Pour y remédier, nous dérivons un algorithme itératif efficace d'estimation et de compensation de CFO, se basant sur l'approximation au premier ordre développé dans le paragraphe précédent.

L'algorithme itératif se résume comme suit:

- Pour la première itération, nous commençons avec la valeur initiale $\omega_0^{(0)} = 0$, ($\omega_0^{(l)}$ représente l'estimation du ω_0 à la $l^{\text{ième}}$ itération). Cela suppose implicitement que le CFO est suffisamment faible pour garantir une bonne initialisation de notre algorithme.
- Calculer $\tilde{\mathbf{h}}^{(0)}$ et $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^{(0)}$ selon l'équation (2.18) et (2.19) respectivement ($\tilde{\mathbf{h}}^{(l)}$ et $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^{(l)}$ représentent les estimations de \mathbf{h} et $\boldsymbol{\alpha}$ à la $l^{\text{ième}}$ itération).
- Calculer $\omega_0^{(1)}$ en utilisant l'équation (2.25).
- Effectuer la compensation de CFO et mettre à jour \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 selon l'équation (2.5) et (2.6), respectivement.
- Réitérer les étapes précédentes jusqu'à l'obtention d'un décalage fréquentiel plus faible (négligeable).

2.2.5. Algorithmes adaptatifs d'estimation conjointe semi-aveugle de CFO et de canal

Une autre solution pour réduire la complexité de calcul est d'utiliser des algorithmes l'algorithme adaptatif de type LMS.

2.2.5.1. Algorithme Adaptive pour l'estimation de CFO

L'estimée du CFO à l'instant n , ω_n est mise à jour suivant l'algorithme -LMS comme suit [19]:

$$\omega_{n+1} = \omega_n - \mu \left. \frac{\partial \zeta(\omega_0)}{\partial \omega_0} \right|_{\omega_0 = \omega_n} \quad (2.26)$$

μ désigne une valeur scalaire positif contrôlant la convergence du processus d'adaptation (pas d'adaptation). Le gradient de $\zeta(\omega_0)$ par rapport à ω_0 est calculé comme suit:

$$\frac{\partial \zeta(\omega_0)}{\partial \omega_0} = -2(\mathbf{F}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha})^{\mathcal{H}} (-j) \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\Phi}(-\omega_0) (\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) (\mathbf{F}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{h} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha}))$$

$$-2e^{-j\frac{\omega_0}{2}}(\mathbf{F}_p\boldsymbol{\psi}_p\mathbf{C}\boldsymbol{\beta}_p\mathbf{h} + \mathbf{F}_d\boldsymbol{\psi}_d\boldsymbol{\alpha})^H (-j)\mathbf{D}_2\boldsymbol{\Phi}(-\omega_0)\left(x_2 - e^{j\frac{\omega_0}{2}}\boldsymbol{\Phi}(\omega_0)(\mathbf{F}_p\boldsymbol{\psi}_p\mathbf{C}\boldsymbol{\beta}_p\mathbf{h} + \mathbf{F}_d\boldsymbol{\psi}_d\boldsymbol{\alpha})\right) \quad (2.27)$$

Cette procédure itérative se répète jusqu'à la convergence.

2.2.5.2. Algorithme Adaptif pour l'estimation du canal

En utilisant la valeur de CFO estimée ci-dessus, nous développons l'algorithme adaptatif LMS destiné à l'estimation de canal comme suit :

$$\mathbf{h}_{n+1} = \mathbf{h}_n - \lambda \left. \frac{\partial \zeta(\mathbf{h})}{\partial \mathbf{h}} \right|_{\mathbf{h}=\mathbf{h}_n} \quad (2.28)$$

Où \mathbf{h}_n est l'estimée de \mathbf{h} à la $n^{\text{ième}}$ itération et λ désigne le pas d'adaptation. $\zeta(\mathbf{h})$ et $\frac{\partial \zeta(\mathbf{h})}{\partial \mathbf{h}}$ sont la fonction de coût et sa dérivée par rapport à \mathbf{h} donnés respectivement par les équations (2.17) et (2.19), sauf que ω_0 est remplacée par son estimée donnée par l'équation (2.25).

2.2.6. Calcul de la complexité

Comme la complexité de calcul se mesure généralement par le nombre de multiplications nécessaires au calcul du CFO, nous allons faire une synthèse des coûts de calcul des différentes méthodes étudiées et même non étudiées dans cette thèse à savoir la référence [15]. $N_\omega = \frac{1}{\Delta}$, Δ représente le pas d'échantillonnage avec $\Delta \in [-0.5, 0.5]$ pour la recherche de CFO par la méthode développé dans [15], [17], [21].

Comme le montre le tableau. 2. 1, la méthode d'estimations itérative de ML a une complexité beaucoup plus faible que toutes les autres méthodes d'estimation de CFO qui nécessitent une recherche exhaustive avec une complexité très importante pour les systèmes réels, ce qui les rendent moins utilisées pour les systèmes réels.

La méthode bloc (search method, recherche) consiste à chercher dans un intervalle donné de la valeur de CFO qui minimise la fonction de coût. La complexité des algorithmes aveugles, semi aveugles, et ML- semi-aveugles, augmentent de façon linéaire avec le nombre

N_ω . Tandis que l'algorithme d'estimation de CFO proposé qui basé sur l'approximation en série de Taylor dans sa version adaptative ont une complexité de calcul $\mathcal{O}(N(N_d)^2L + N^3)$ qui augmente linéairement avec la taille du canal L , avec $L \ll N_\omega$.

Méthodes	Complexité
aveugle-bloc [17]	$\mathcal{O}(N_\omega(N^3 + N^2)), N_\omega \gg N$
aveugle-adaptative [17]	$\mathcal{O}(N^3 + N^2)$
semi aveugle (2.10)	$\mathcal{O}(N_\omega(N_d N^2 + (N_d)^2)), N_d < N$
ML semi-aveugle-bloc (2.20)	$\mathcal{O}(N_\omega(NN_dL + N^2)), L < N$
ML approximation de Taylor (2.25)	$\mathcal{O}(N(N_d)^2L + N^3)$
ML semi-aveugle adaptative (2.26)	$\mathcal{O}(N(N_d)^2L + N^3)$

Tableau. 2. 1. Complexité de calcul pour les différents algorithmes d'estimation de CFO

2.3. Egalisation fréquentielle et détection des données

Après la compensation de CFO et la démodulation OFDM, le signal reçu est donné par

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= \mathbf{F}_d^H \boldsymbol{\Phi}(\tilde{\omega})^H \mathbf{x}_1 \\ &= \mathbf{D}_{N_d} \mathbf{S} \boldsymbol{\beta}_d \mathbf{h} + \bar{\mathbf{e}}_1 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Où $\mathbf{D}_{N_d} = \mathbf{F}_d^H \boldsymbol{\Phi}(\tilde{\omega})^H \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \mathbf{F}_d$ et $\bar{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{F}_d^H \boldsymbol{\Phi}(\tilde{\omega})^H \mathbf{e}_1$.

Dans le cas d'estimation parfait de CFO, \mathbf{D}_{N_d} devient une matrice identité de taille $(N_d \times N_d)$. En absence de bruit, et si la réponse impulsionnelle du canal (\mathbf{h}) et le CFO (ω_0) sont parfaitement estimées, un simple égaliseur de forçage à zéro (ZF) \mathbf{g}_{zf} permet de récupérer la donnée émise à partir du signal reçu \mathbf{y}_1 [6]

$$\tilde{\mathbf{S}}_{zf} = \mathbf{y}_1 \mathbf{g}_{zf} = \mathbf{S} \quad (2.30)$$

Où $\mathbf{g}_{zf} = (\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}})^H \left((\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}})(\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}})^H \right)^{-1}$.

En présence de bruit

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{S}}_{zf} &= \mathbf{S} + \bar{\mathbf{e}}_1 (\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}})^{\mathcal{H}} \left((\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}}) (\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}})^{\mathcal{H}} \right)^{-1} \\ &= \mathbf{S} + \bar{\mathbf{e}}_1\end{aligned}\quad (2.31)$$

Avec $\bar{\mathbf{e}}_1 = \bar{\mathbf{e}}_1 (\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}})^{\mathcal{H}} \left((\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}}) (\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}})^{\mathcal{H}} \right)^{-1}$.

Les entrées de $\bar{\mathbf{e}}_1$ peuvent avoir un grand écart si \mathbf{g}_{zf} est grande. Nous pouvons utiliser l'égaliseur MMSE \mathbf{g}_{mmse} qui minimise le MSE entre \mathbf{S} et son estimé $\tilde{\mathbf{S}}_{mmse} = \mathbf{y}_1 \mathbf{g}_{mmse}$.

Nous supposons que les matrices de corrélations $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S}\mathbf{S}^{\mathcal{H}}]$, et $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{e}}_1} = E[\bar{\mathbf{e}}_1 \bar{\mathbf{e}}_1^{\mathcal{H}}]$ sont connus, le récepteur MMSE qui minimise $E\|\mathbf{S} - \mathbf{y}_1 \mathbf{g}_{mmse}\|^2$ est donnée par [6].

$$\mathbf{g}_{mmse} = \mathbf{R}_s (\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}})^{\mathcal{H}} \left(\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{e}}_1} + (\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{R}_s (\boldsymbol{\beta}_d \tilde{\mathbf{h}})^{\mathcal{H}} \right)^{-1} \quad (2.32)$$

2.4. Résultats de simulations

Nous allons simuler le système OFDM en présence du CFO et des imperfections du canal. Les différents estimateurs du CFO et du canal proposés sont testés pour différents scénarios pour vérifier leurs performances ainsi que leurs robustesses. Dans nos simulations, le nombre de sous-porteuses utilisées pour le système OFDM est fixé à $N = 32$. Un canal à trajets multiples de type Rayleigh de longueur $L = 4$ a été utilisé. Une modulation de type BPSK est utilisée pour le signal d'entrée.

Le SNR utilisé dans la simulation est définie par:

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{l=0}^{L-1} E\|\mathbf{h}_l\|^2 N_d}{\sigma_e^2 N} \right) \quad (2.33)$$

Nous considérons comme critère de performance l'erreur quadratique moyenne (MSE) et le BER. Pour l'estimation de CFO, le MSE est défini par:

$$MSE_{CFO} = \frac{1}{N_m} \sum_{p=1}^{N_m} \|\hat{\omega}(p) - \omega_0\|^2 \quad (2.34)$$

Tandis que l'erreur quadratique moyenne normalisée (NMSE) pour l'estimation de canal est défini par:

$$NMSE_{channel} = \frac{1}{N_m(L-1)} \sum_{p=1}^{N_m} \frac{\|\tilde{\mathbf{h}}_p - \mathbf{h}\|^2}{\|\mathbf{h}\|^2} \quad (2.35)$$

Où l'indice p se réfère à la $p^{ième}$ exécution de simulation et $N_m = 200$ désigne le nombre de simulations Monte Carlo. Afin de comparer les performances des algorithmes semi-aveugles proposées dans ce chapitre nous dérivons le CRB dans l'annexe C.

Les différents paramètres utilisés dans les simulations sont donnés par le tableau. 2. 2.

Paramètres de simulations	Valeur du paramètre
Facteur de sur-échantillonnage	$N_s = 2$
Taille de canal	$L = 4$
Longueur de CP	$T_{cp} = 5$
Nombre de sous-porteuses	$N = 32$
Nombre de sous-porteuses pilot	$N_p = 4$
Nombre de sous-porteuses de données	$N_d = N - N_p = 28$
La valeur de CFO normalisée	$0.1 \left(\frac{2\pi}{N} \right)$

Tableau. 2. 2. Paramètres de simulations

Dans la légende "BL" désigne la méthode d'estimation aveugle de CFO proposé dans [17], tandis que «SB» et «ML» font référence à l'algorithme semi-aveugle et l'estimation de ML semi-aveugle donnée par les équations (2.10) et (2.20), respectivement.

Dans la figure.2.2, nous traçons la fonction de coût utilisée pour l'estimation aveugle du CFO [17] avec les fonctions de coût des méthodes semi-aveugle (SB) et ML. On remarque que la fonction de coût de la méthode ML proposée présente un minimum unique (minimum global) qui coïncide avec la valeur exacte du CFO à estimer.

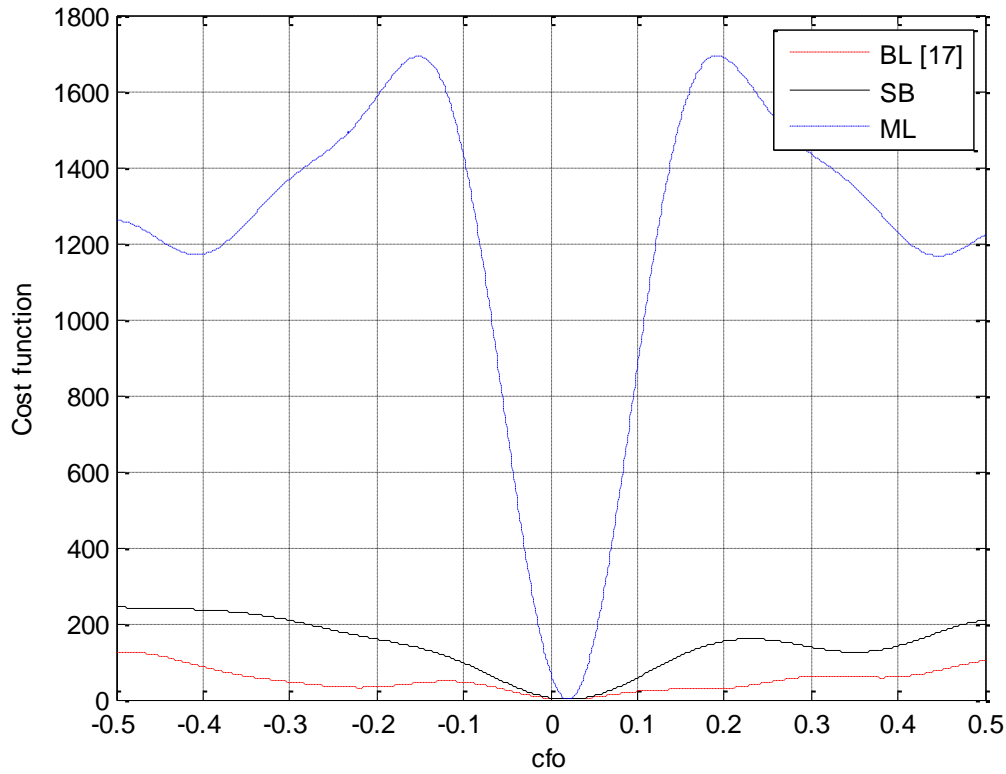


Figure 2. 2. Fonction de cout en fonction de la valeur de CFO

La figure.2.3 montre les erreurs d'estimation (la différence entre ω_{n+1} et ω_n) pour les estimateurs aveugles et semi-aveugles adaptative par rapport au nombre d'itérations. Le pas d'adaptation μ est choisi $\mu = 7 \times 10^{-5}$ pour la méthode aveugle et $\mu = 7 \times 10^{-4}$ pour la méthode semi-aveugle.

On remarque, d'après la figure.2.3, que l'estimateur semi-aveugle converge plus rapidement que l'estimateur aveugle.

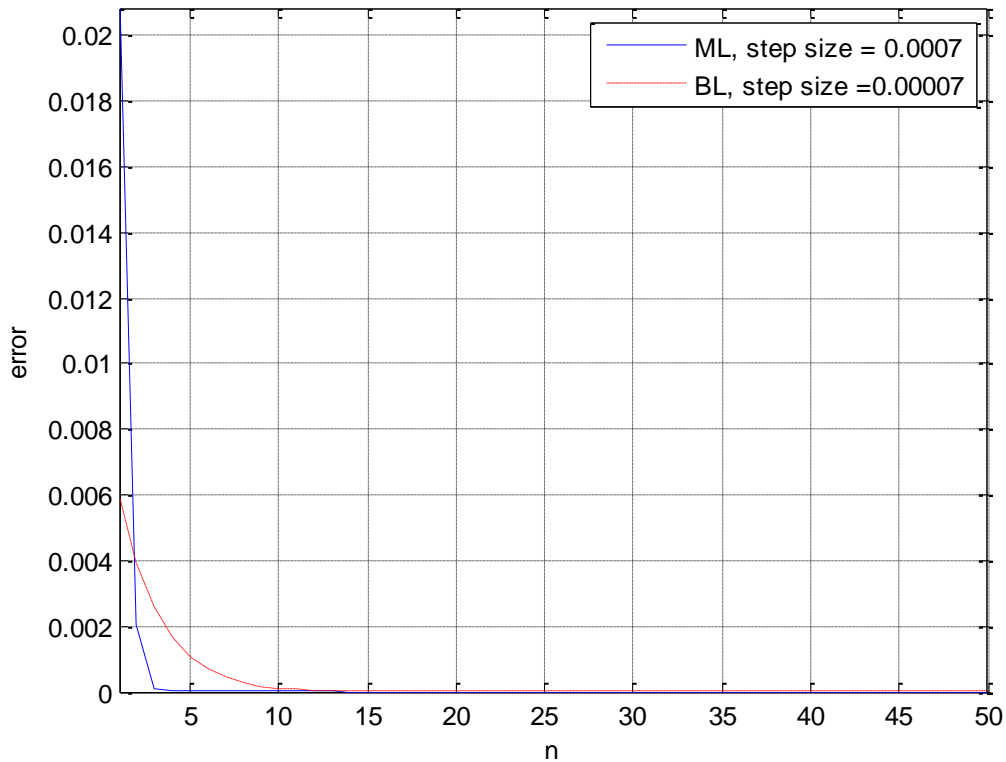


Figure 2. 3. Erreurs d'estimation en fonction de nombre d'itérations

La figure.2.4 représente le MSE de CFO en fonction du SNR. Nous observons que Les estimateurs fournissent des bonnes performances même en présence d'un faible rapport signal sur bruit. Pour un $SNR = 5 \text{ dB}$ par exemple, le MSE de l'estimateur semi-aveugle est de l'ordre de $10^{-4,5}$.

Les courbes des estimateurs semi-aveugles sont plus proches de la courbe théorique de CRB que les estimateurs aveugles. Le nombre de symboles pilotes utilisés pour l'estimation SB est égale à 4 ($N_p = 4$). Une amélioration de la performance peut être obtenue avec un nombre supplémentaire de pilotes.

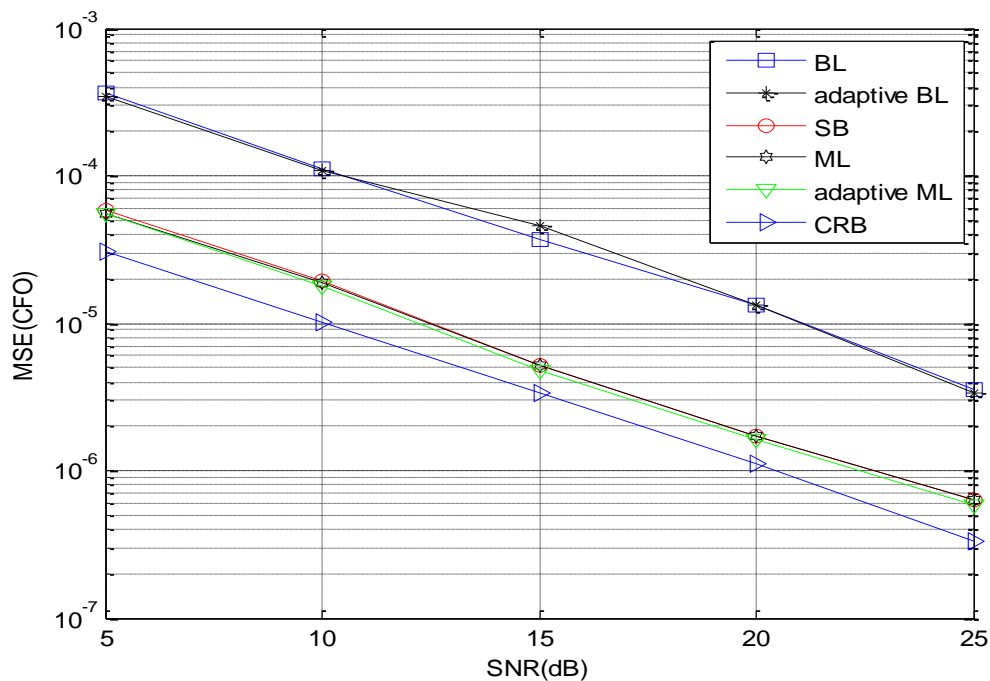


Figure 2. 4. MSE versus SNR

La figure .2.5 vient pour confirmer que plus le nombre de pilotes augmente plus la performance s'améliore.

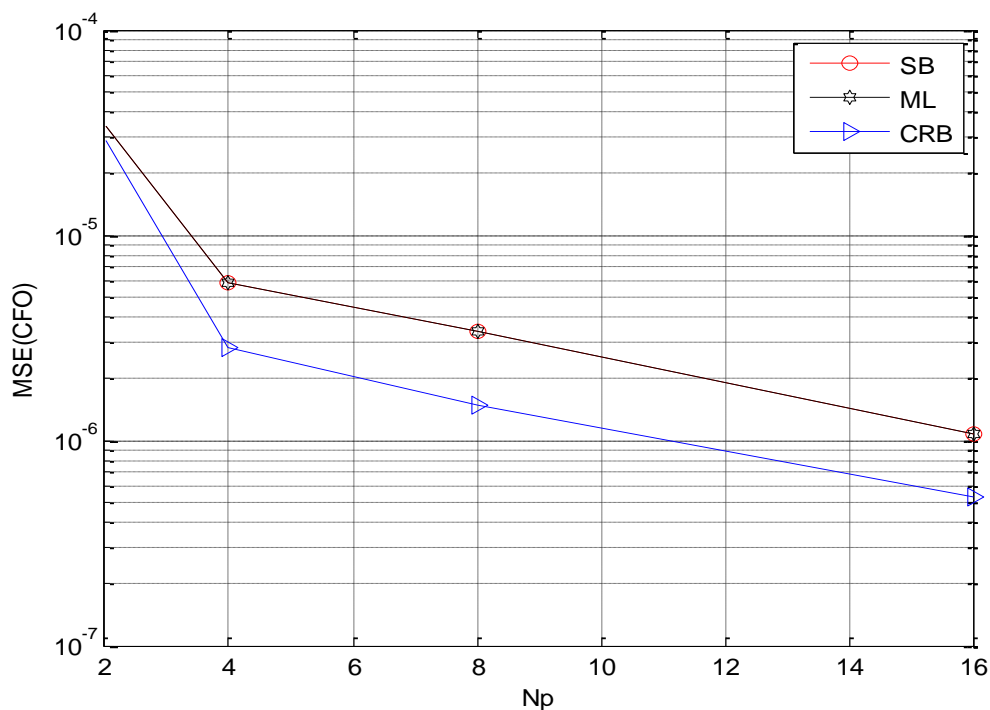


Figure 2. 5. MSE versus le nombre de pilotes.

Le MSE de l'estimateur itératif à faible complexité de CFO est montré dans la figure.2.6. Nous pouvons voir que la performance de l'estimateur ML s'améliore avec l'augmentation du nombre des itérations. Pour des grandes valeurs du SNR, les courbes des MSE s'approchent étroitement de la courbe du CRB.

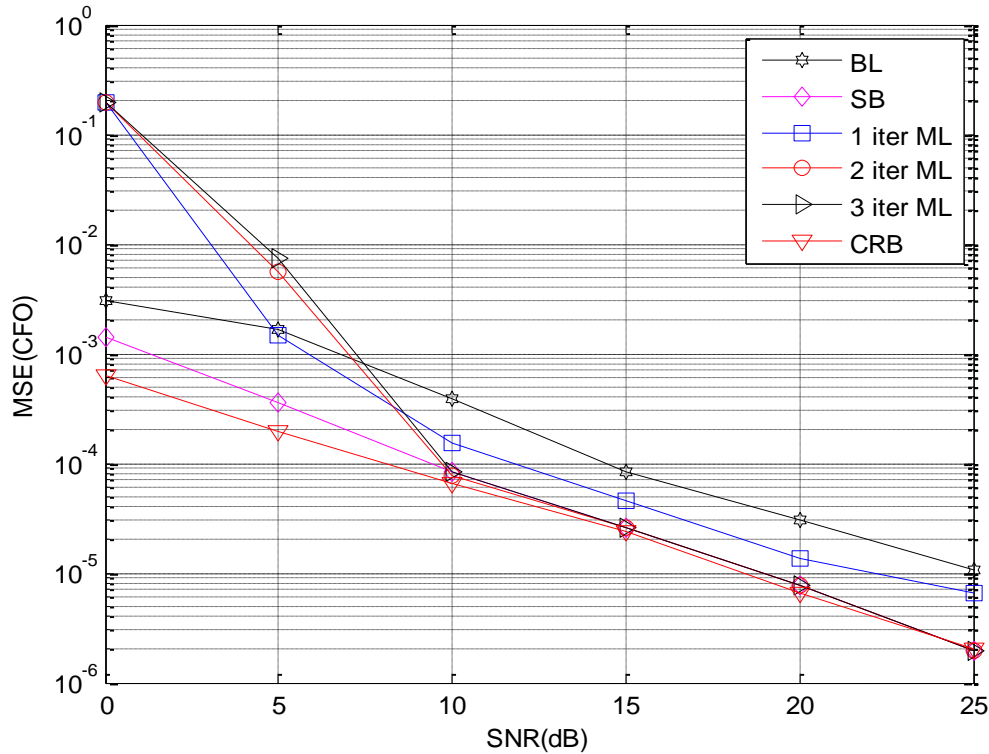


Figure 2. 6. MSE du CFO versus SNR utilisant l'algorithme itératif.

La figure. 2.7 représente le MSE normalisé des estimateurs de canal en fonction du SNR. Nous comparons les résultats avec les cas idéaux, où le CFO est parfaitement connu. Les résultats de nos estimateurs semi-aveugles proposés sont plus proches du cas idéal.

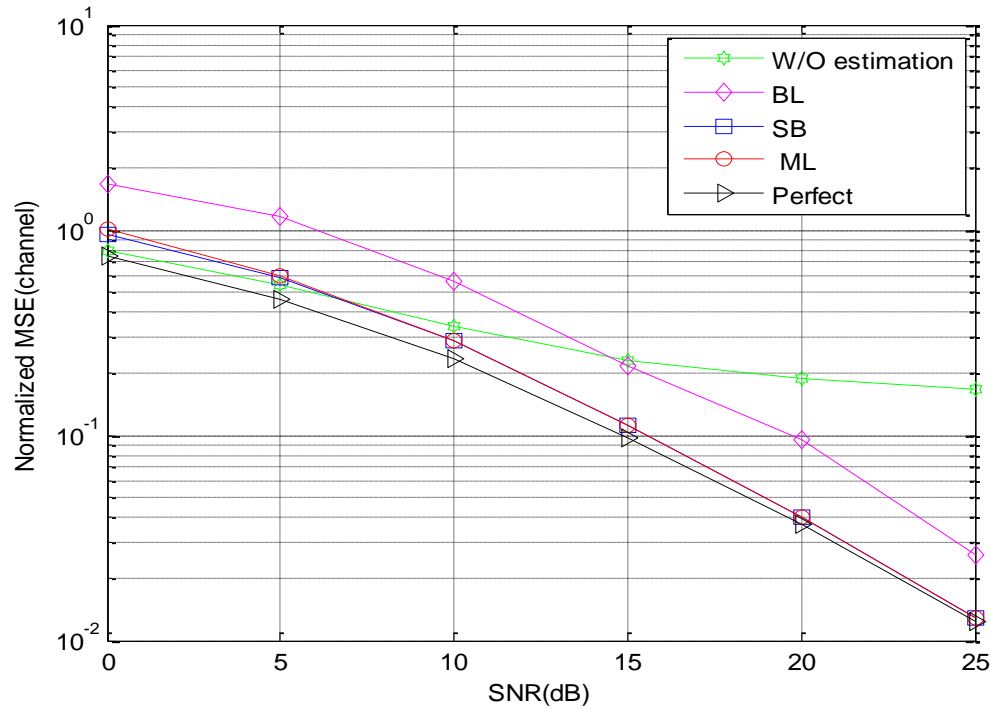


Figure 2. 7. MSE normalisé du canal en fonction du SNR.

Le BER pour différents détecteurs de données est représenté sur la figure.2. 8. Un récepteur de référence avec une connaissance parfaite de la réponse impulsionnelle du canal et du CFO est utilisé. D'après cette figure, la méthode aveugle présente un résultat médiocre par rapport aux résultats obtenus par les méthodes semi-aveugle. Ceci est dû à l'utilisation de l'égalisation fréquentielle FDE (Frequency Domain Equalizer) basée sur les coefficients du canal estimés par les pilotes insérés dans le symbole transmis.

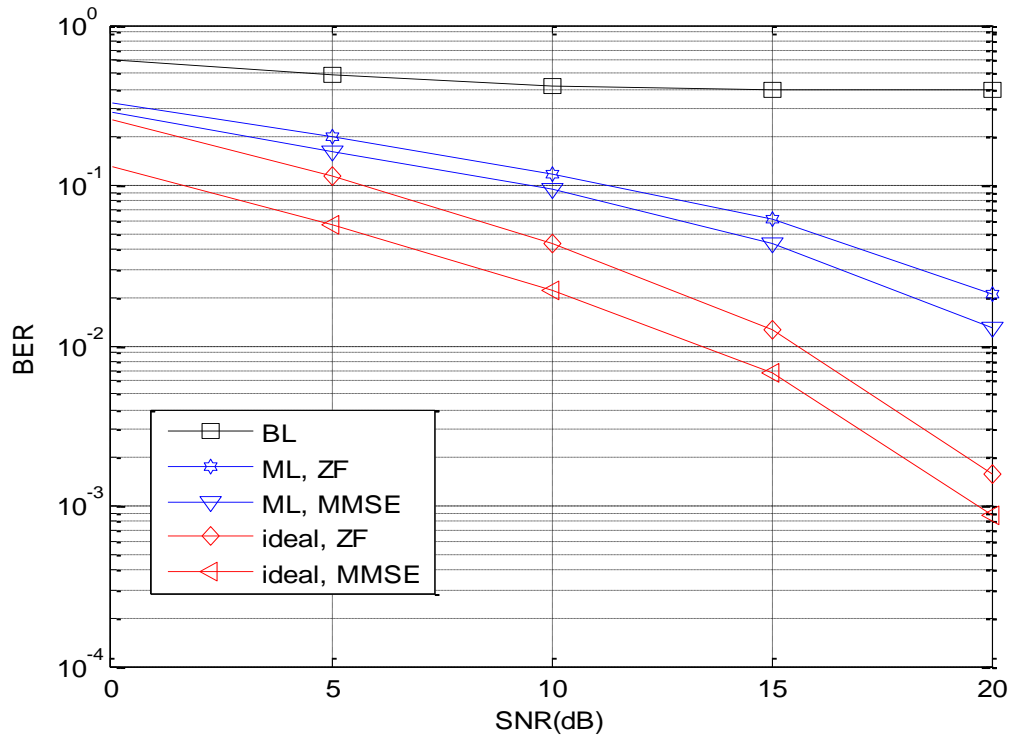


Figure 2. 8. BER versus SNR

2.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous proposons l'estimation conjointe semi-aveugle du CFO et du canal basée sur le sur-échantillonnage du signal reçu pour les systèmes OFDM d'une part et sur les symboles pilotes d'autre part.

Sur la base de l'approximation du développement en série de Taylor, un algorithme à faible complexité a été développé. Les résultats de simulation obtenus montrent l'exactitude des résultats obtenus puisqu'elle s'approche étroitement du CRB d'une part, et d'autre part la supériorité des algorithmes semi-aveugles par rapport à l'algorithme aveugle.

Chapitre 3

Egalisation aveugle et semi aveugles conjointement avec l'estimation du CFO à faible complexité pour les systèmes MC-CDMA

3.1. Introduction

Récemment, un grand intérêt est porté sur l'utilisation de l'information présente dans l'intervalle de garde des systèmes à porteuses multiples pour identifier ou égaliser le canal. L'idée de base est de restaurer la propriété cyclique introduite par l'intervalle de garde (appelé aussi préfixe cyclique). Cette propriété est perdue à cause des effets néfastes du canal [44] figure 3.2. Malheureusement, l'égalisation du canal utilisant l'IG nécessite un nombre de bits important pour qu'elle soit efficace.

Pour compenser cette défaillance, on ajoute un autre critère basé sur les codes non-utilisés par la station de base (EC pour Excess codes). Il est basé sur le fait que dans les systèmes sans fils CDMA, le nombre d'utilisateurs dans une cellule est inférieur au facteur d'étalement [45]. Grâce à l'orthogonalité entre les codes utilisée, générant un sous-espace signal, et les codes non utilisées générant un sous-espace bruit, on peut déterminer l'égaliseur dans le domaine temporel.

Les systèmes multi-porteuses sont très sensible au décalage fréquentiel que les systèmes mono-porteuses. L'orthogonalité entre les sous-porteuses dans les systèmes MC est

Egalisation adaptative aveugle et semi aveugle pour un système à porteuses multiples

perdue à cause du décalage fréquentielle. La raison pour laquelle, le CFO doit être estimé et compensé avant d'effectuer la démodulation OFDM sinon l'estimation de l'égaliseur devient difficile. De nombreuses méthodes aveugles et non aveugles qui égalisent le canal dans le domaine temporel pour éliminer l'ISI ne considèrent pas la présence du décalage fréquentielle ou supposent que le décalage fréquentielle est parfaitement estimé [10], [45].

Dans ce chapitre, nous considérons un système MC-CDMA avec la présence du CFO. Nous proposons une approche aveugles et semi aveugle pour estimer conjointement le CFO et l'égaliseur dans le domaine temporel basée sur le CP et sur l'orthogonalité entre les codes d'étalement dans le système MC-CDMA. Pour réduire la complexité des algorithmes proposés, nous avons développé un algorithme adaptatif basé sur le critère LMS.

3.2. Modèle du système

Le modèle discret du système MC-CDMA en bande de base pour M utilisateurs est montré dans la figure 3.1. Soit P la longueur du préfixe cyclique (quelques bits appartenant au symbole OFDM utilisé comme intervalle de garde). Soit $\mathbf{h}(n), n \in \{0, L - 1\}$ les coefficients du canal à trajets multiples. Le $i^{\text{ième}}$ bit du $m^{\text{ième}}$ utilisateur est multiplié par une séquence d'étalement aperiodique $\mathbf{c}^m(i) = [c^m(i, 1), \dots, c^m(i, N)]^T$ de longueur N . Cette séquence est le produit d'une séquence d'étalement périodique de Walsh Hadamard $\mathbf{w}^m = [w^m(1), \dots, w^m(N)]^T$ par une séquence complexe longue de brouillage $\mathbf{a}(i, j)$. Alors:

$$\mathbf{c}^m(i, j) = w^m(j)\mathbf{a}(i, j), j \in \{1, \dots, N\} \quad (3.1)$$

Le symbole de donnée étalé correspondant à $\mathbf{a}^m(i)$ s'écrit comme:

$$\mathbf{b}^m(i) = \mathbf{a}^m(i)\mathbf{c}^m(i) \quad (3.2)$$

Pour une transmission multi-porteuse, le vecteur $\mathbf{b}^m(i)$ de taille $(N \times 1)$ est modulé en utilisant IFFT, représentée par l'opérateur \mathbf{F}_N^{ff} , ce qui donne un vecteur $\mathbf{u}^m(i)$ de longueur $(N \times 1)$:

$$\mathbf{u}^m(i) = \mathbf{F}_N^{ff}\mathbf{b}^m(i) \quad (3.3)$$

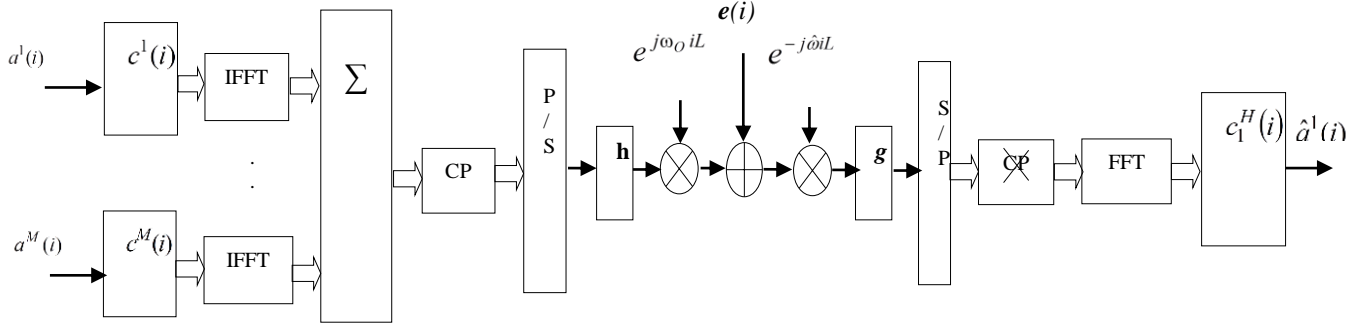


Figure 3. 1. Système MC-CDMA discret en bande de base [9].

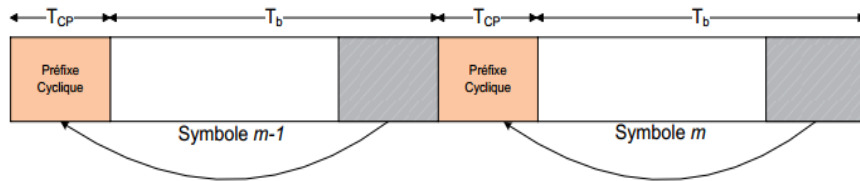


Figure 3. 2. Ajout du préfixe cyclique [28].

Pour compenser les effets dispersifs du canal, on utilise la matrice d'insertion du préfixe cyclique (CP) définie par la matrice $\mathbf{T}_{CP} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{P \times (N-P)} & \mathbf{I}_P \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix}^T$, où P est pris supérieure à l'ordre du canal $P \geq L$ (voir figure 3.2).

Le vecteur transmis de longueur $Q = (P + N)$ est donné par [18] :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(i) &= [x(iQ + 1), \dots, x(iQ + Q)]^T \\ &= e^{j\omega_0 iQ} \mathbf{D}_Q(\omega_0) \left(\mathbf{H} \sum_{m=1}^M \mathbf{T}_{CP} \mathbf{F}_N^H \mathbf{b}^m(i) + \mathbf{H}^{(1)} \sum_{m=1}^M \mathbf{T}_{CP} \mathbf{F}_N^H \mathbf{b}^m(i-1) \right) + \mathbf{e}(i) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Où $\mathbf{D}_Q(\omega_0) = \text{diag}\{1, e^{j\omega_0}, \dots, e^{j\omega_0(Q-1)}\}$. ω_0 représente le CFO, N_b est le nombre de symboles OFDM, $\mathbf{e}(i)$ est un vecteur de bruit blanc Gaussien. Le produit de convolution avec le canal est réalisé par la multiplication du signal par les matrices de Toeplitz $(Q \times Q)\mathbf{H}$ and $\mathbf{H}^{(1)}$ définies par [6]:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & h(0) & \ddots & \ddots & 0 \\ h(L-1) & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & h(L-1) & \dots & h(0) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & h(L-1) & \dots & h(1) \\ \vdots & \ddots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & h(L-1) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

3.3. Estimation conjointe aveugle de l'égaliseur et du CFO basée sur l'intervalle de garde (GI)

Dans cette section nous résumerons le travail effectué en [18], où l'estimation conjointe de l'égaliseur et du CFO est basée sur l'intervalle de garde et des codes non utilisés. Basée sur la redondance de l'intervalle de garde on peut estimer l'égaliseur à forçage à zéro \mathbf{g} et du CFO dans le cas bruité par la fonction de coût suivante :

$$(\hat{\mathbf{g}}, \hat{\omega}) = \arg \min_{(\mathbf{g}, \omega)} \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \left\| \mathbf{g}^{\mathcal{H}} \left(\mathbf{x}(iQ+v) - e^{j\omega N} \mathbf{x}(iQ+v+N) \right) \right\|^2 \quad (3.5)$$

Où $\mathbf{g} = \left[\mathbf{g} \left(-\frac{d-1}{2} \right), \dots, \mathbf{g} \left(\frac{d-1}{2} \right) \right]^T$ est l'égaliseur utilisé pour restaurer les propriétés du préfixe cyclique et $\mathbf{x}(i) \triangleq \left[\mathbf{x} \left(i + \frac{d-1}{2} \right), \dots, \mathbf{x} \left(i - \frac{d-1}{2} \right) \right]^T$. Ainsi $\mathbf{g}^{\mathcal{H}} \mathbf{x}(i)$ représente la sortie de l'égaliseur. L'équation. (3.5) peut être réécrite comme [18]:

$$(\hat{\mathbf{g}}, \hat{\omega}) = \arg \min_{(\mathbf{g}, \omega)} \mathbf{g}^{\mathcal{H}} \mathbf{\Pi}^{(GI)}(\omega) \mathbf{g} \quad (3.6)$$

Où $\mathbf{\Pi}^{(GI)}(\omega) = \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \mathbf{\gamma}_{i,v} \mathbf{\gamma}_{i,v}^{\mathcal{H}}$ et $\mathbf{\gamma}_{i,v} = \mathbf{x}(iQ+v) - e^{j(\hat{\omega})N} \mathbf{x}(iQ+v+N)$

En remplaçant \mathbf{g} par $\hat{\mathbf{g}}$ dans l'équation (3.5), on peut estimer exactement le CFO comme le minimum de la fonction de coût suivante :

$$\hat{\omega} = \arg \min_{\omega} J_{GI}(\omega) \quad (3.7)$$

Où

$$J_{GI}(\omega) = \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \left\| \hat{\mathbf{g}}^{\mathcal{H}} \left(\mathbf{x}(iQ+v) - e^{j\omega N} \mathbf{x}(iQ+v+N) \right) \right\|^2 \quad (3.8)$$

En dérivant la fonction de coût $J_{GI}(\omega)$ par rapport à ω et en la posant égale à zéro;

$$\frac{\partial J_{GI}(\omega)}{\partial \omega} = 0 \quad (3.9)$$

Nous obtenons exactement l'estimée du CFO comme [19]:

$$\hat{\omega} = \frac{1}{2N} \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \Im(y_2 y_1^H)}{\sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \Re(y_1 y_2^H)} \right\} \quad (3.10)$$

Où $\mathbf{y}_1 = \mathbf{g}^H \mathbf{x}(iQ + v)$ et $\mathbf{y}_2 = \mathbf{g}^H \mathbf{x}(iQ + v + N)$.

3.4. Estimation conjointe aveugle de l'égaliseur et du CFO basée sur les codes non utilisés (EC)

En l'absence de bruit, la sortie d'une estimation parfaite du CFO et de l'égaliseur sera orthogonale au sous-espace $\tilde{\mathbf{C}}^{ex}(i)$ engendré par l'*IFFT* des codes d'étalement non utilisés, c.à.d. $\tilde{\mathbf{C}}^{ex}(i) = \mathbf{F}_N^H \mathbf{C}_{ex}(i)$. Plus précisément, l'estimation aveugle de l'égaliseur et du CFO basée sur les codes non utilisés devrait être la solution qui minimise la fonction de coût suivante [18] :

$$(\hat{\mathbf{g}}, \hat{\omega}) = \underset{E}{\operatorname{argmin}}_{\|(\tilde{\mathbf{C}}^1)^H \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{X}(i) \mathbf{g}^*\|^2 = 1} \left\| (\tilde{\mathbf{C}}^{ex})^H \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{X}(i) \mathbf{g}^* \right\|^2 \quad (3.11)$$

Où

$$\mathbf{X}(i) = [\mathbf{x}(iQ + P + 1), \dots, \mathbf{x}((i + 1)Q)]^T, \quad \mathbf{x}(n) = \left[\mathbf{x}\left(n + \frac{d-1}{2}\right), \dots, \mathbf{x}\left(n - \frac{d-1}{2}\right) \right]^T,$$

et $\mathbf{D}(-\omega) = \operatorname{diag} \{1, e^{-j\omega}, \dots, e^{-j\omega(N-1)}\}$. $\tilde{\mathbf{C}}^{ex} = \mathbf{F}_N^H \mathbf{C}_{ex}(i)$ représente l'inverse de la transformée de Fourier rapide (*IFFT*) des codes d'étalement non utilisés. La minimisation de l'équation (3.11) conduit à :

$$(\hat{\mathbf{g}}, \hat{\omega}) = \underset{(g, \omega)}{\operatorname{argmin}} \frac{\mathbf{g}^H \mathbf{R}_0(\omega) \mathbf{g}}{\mathbf{g}^H \mathbf{R}_s(\omega) \mathbf{g}} \quad (3.12)$$

Où :

$$\mathbf{R}_0(\omega) = \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \left[(\mathbf{X}(i))^T \mathbf{D}(-\omega) (\tilde{\mathbf{C}}^{ex}(i))^* (\tilde{\mathbf{C}}^{ex}(i))^T \mathbf{D}(\omega) \mathbf{X}^*(i) \right] \quad (3.13)$$

$$\mathbf{R}_s(\omega) = \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \left[(\mathbf{X}(i))^T \mathbf{D}(-\omega) (\tilde{\mathbf{C}}^1(i))^* (\tilde{\mathbf{C}}^1(i))^T \mathbf{D}(\omega) \mathbf{X}^*(i) \right] \quad (3.14)$$

En supposant que $\hat{\omega} = \omega$, nous pouvons estimer l'égaliseur \mathbf{g} . Ce dernier est le vecteur propre correspondant à la valeur propre la plus petite de la paire de matrices $(\mathbf{R}_0(\omega), \mathbf{R}_s(\omega))$. Il existe plusieurs méthodes de décomposition en valeurs singulières pouvant conduire à une bonne estimation des sous-espaces signal et bruit. Bien que la complexité de la plupart de ces méthodes est élevée surtout dans le cas d'un canal à réponse impulsionnelle variant dans le temps où la poursuite des sous-espaces est nécessaire. Pour cela, les algorithmes adaptatifs sont considérés comme adéquats pour la détection de signaux dans un canal à réponse impulsionnelle variant dans le temps.

Pour estimer le CFO basé sur les codes non utilisées, nous remplaçons \mathbf{g} par $\hat{\mathbf{g}}$ dans l'équation (3.11), on peut calculer le $\hat{\omega}$ comme la valeur de ω pour laquelle $J_{EC}(\omega)$ est minimale :

$$\hat{\omega} = \underset{\omega}{\operatorname{argmin}} \left\| \left(\tilde{\mathbf{c}}^{ex}(i) \right)^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{X}(i) \hat{\mathbf{g}}^* \right\|^2 \quad (3.15)$$

$$E \left\| \left(\tilde{\mathbf{c}}^1(i) \right)^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{X}(i) \hat{\mathbf{g}}^* \right\|^2 = 1.$$

La minimisation de cette fonction de coût dépend bien de la méthode de la recherche du minimum.

3.5. Estimation adaptative aveugle conjointe de l'égaliseur et du CFO

Si le canal est variable dans le temps le récepteur va mettre à jour les estimées de l'égaliseur ou du CFO d'une façon périodique, comme il peut directement mettre à jour l'égaliseur ou le CFO de façon adaptative. L'approche adaptative directe peut maintenir une performance optimale avec un ordre de complexité acceptable.

3.5.1. Egalisation adaptative aveugle de l'égaliseur basée sur l'intervalle de garde

L'égalisation adaptative aveugle basée sur l'intervalle de garde se résume comme suit :

- Initialiser l'égaliseur par $\mathbf{g} = \left[\overbrace{\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}}^{\frac{d-1}{2}}, \mathbf{1}, \overbrace{\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}}^{\frac{d-1}{2}} \right]$.
- Calculer la dérivée de la fonction de coût, ce qui donne : $\nabla(n) = \mathbf{\Pi}^{(GI)}(n) \mathbf{g}$.
- Calculer la mise à jour de l'égaliseur comme suite: $\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n) - \mu \nabla(n)$.

- Normaliser le nouveau vecteur d'égaliseur $\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n+1)/\|\mathbf{g}(n+1)\|$.

3.5.2. Egalisation adaptative aveugle de l'égaliseur basée sur les codes non utilisés

- Initialiser l'égaliseur par un égaliseur idéal $\mathbf{g} = [\overbrace{\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}}^{\frac{d-1}{2}}, \mathbf{1}, \overbrace{\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}}^{\frac{d-1}{2}}]$.
- Calculer $\mathbf{R}_0(n)$ et $\mathbf{R}_s(n)$ comme donnés par les équations (3.13) et (3.14).
- Calculer la dérivée de la fonction de coût par rapport à $\mathbf{g}^{\mathcal{H}}$, $\nabla(n) = \frac{\mathbf{R}_0(n)\mathbf{g} - \mathbf{R}_s(n)\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}^{\mathcal{H}}\mathbf{R}_s(n)\mathbf{g}\|^2}$.
- Faire la mise à jour de l'égaliseur : $\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n) - \mu\nabla(n)$.
- Normaliser le nouveau vecteur d'égaliseur $\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n+1)/\|\mathbf{g}(n+1)\|$.

3.5.3. Estimation adaptative du CFO

Les critères basés sur l'intervalle de garde et sur les codes non utilisés requièrent une grande complexité pour la recherche de la valeur de ω qui minimise $J_{GI}(\omega)$ et $J_{EC}(\omega)$. Pour contourner ce problème, on peut minimiser $J_{GI}(\omega)$ et $J_{EC}(\omega)$ de façon adaptative en utilisant l'algorithme du gradient [19]:

$$\omega_{n+1} = \omega_n - \mu \left. \frac{\partial J_{GI \text{ ou } EC}(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_n} \quad (3.16)$$

Où ω_n est l'estimée de ω à la $n^{ième}$ itération et μ est le pas d'adaptation choisi pour contrôler la vitesse de convergence.

Pour un égaliseur donné \mathbf{g} , la dérivée de $J_{GI}(\omega)$ et $J_{EC}(\omega)$ par rapport à ω est donnée par :

$$\frac{\partial J_{GI}(\omega)}{\partial \omega} = 2\Im \left\{ \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \left(-j (\mathbf{y}_1(i, v) \mathbf{y}_2^{\mathcal{H}}(i, v) e^{j\omega N}) \right) \right\} \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial J_{EC}(\omega)}{\partial \omega} = \frac{\left(\frac{\partial A(\omega)}{\partial \omega} \mathbf{B}(\omega) - \frac{\partial \mathbf{B}(\omega)}{\partial \omega} A(\omega) \right)}{\mathbf{B}(\omega)^2} \quad (3.18)$$

Où

$$\mathbf{A}(\omega) = \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \left[\mathbf{g}^T(\mathbf{X}(i))^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(\omega) \tilde{\mathbf{c}}^{ex}(i) \left(\tilde{\mathbf{c}}^{ex}(i) \right)^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{X}(i) \mathbf{g}^* \right] \quad (3.19)$$

$$\mathbf{B}(\omega) = \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \left[\mathbf{g}^T(\mathbf{X}(i))^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(\omega) \tilde{\mathbf{c}}^1(i) \left(\tilde{\mathbf{c}}^1(i) \right)^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{X}(i) \mathbf{g}^* \right] \quad (3.20)$$

Les dérivées de $\mathbf{A}(\omega)$ et $\mathbf{B}(\omega)$ sont respectivement données par [19] :

$$\frac{\partial \mathbf{A}(\omega)}{\partial \omega} = 2 \Re \left\{ -j \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \left[\mathbf{g}^T(\mathbf{X}(i))^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(\omega) \tilde{\mathbf{C}}^{ex}(i) \left(\tilde{\mathbf{C}}^{ex}(i) \right)^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{D}_0 \mathbf{X}(i) \mathbf{g}^* \right] \right\} \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}(\omega)}{\partial \omega} = 2 \Re \left\{ -j \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \left[\mathbf{g}^T(\mathbf{X}(i))^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(\omega) \tilde{\mathbf{c}}^1(i) \left(\tilde{\mathbf{c}}^1(i) \right)^{\mathcal{H}} \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{D}_0 \mathbf{X}(i) \mathbf{g}^* \right] \right\} \quad (3.22)$$

Avec $\mathbf{D}_0 = \text{diag}(0, \dots, N-1)$.

3.6. Algorithme à faible complexité pour l'estimation du CFO

Un algorithme à faible complexité pour l'estimation du CFO pour les systèmes OFDM a été développé dans [46]. Le principe de cette méthode étant de remplacer l'exponentielle de la fonction de coût par son développement en série de Taylor au premier ordre.

3.6.1. Estimation aveugle du CFO basé sur l'intervalle de garde

De l'équation (3.9) nous avons [19]:

$$e^{2j\omega N} = \frac{\sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_1^{\mathcal{H}}}{\sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2^{\mathcal{H}}} \quad (3.23)$$

Vu que le CFO prend de petites valeurs, le développement en série de Taylor au premier ordre de $e^{2j\omega N}$, i.e, $e^{2j\omega N} \approx 1 + j2\omega N$, suffit pour donner une estimation du CFO. Cette condition est vérifiée puisque dans les systèmes actuels de communication sans fil, la stabilité de fréquence des oscillateurs peut être aussi faible que quelques parties par million par degré Celsius (ppm C) [46]. Ceci conduit à l'estimation suivante du CFO :

$$\hat{\omega} \cong \frac{1}{2N} \Im \left(\frac{\sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \mathbf{y}_2(i,v) \mathbf{y}_1^{\mathcal{H}}(i,v)}{\sum_{i=0}^{N_b-1} \sum_{v=1}^P \mathbf{y}_1(i,v) \mathbf{y}_2^{\mathcal{H}}(i,v)} \right) \quad (3.24)$$

3.6.2. Estimation aveugle du CFO basée sur les codes non utilisés

En remplaçant les termes d'exponentielle dans la matrice diagonale de compensation du CFO $\mathbf{D}(-\omega) = \text{diag}\{1, e^{-j\omega}, \dots, e^{-j\omega(N-1)}\}$ par leurs développements en série de Taylor, on obtient [46]:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}(-\omega) &= e^{-j\omega\frac{(N-1)}{2}} \text{diag}\left\{e^{j\omega\frac{(N-1)}{2}}, e^{j\omega\frac{(N-3)}{2}}, \dots, e^{j\omega\frac{(1-N)}{2}}\right\} \\ &= e^{-j\omega\frac{(N-1)}{2}} \times \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(j\omega)^n}{2^n n!} \text{diag}\{(N-1)^n, (N-3)^n, \dots, (1-N)^n\}\end{aligned}$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\mathbf{D}(-\omega) = e^{-j\omega\frac{(N-1)}{2}} \times \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(j\omega)^n}{2^n n!} \mathbf{D}^n \quad (3.25)$$

Avec $\mathbf{D} = \text{diag}\{(N-1), (N-3), \dots, (1-N)\}$.

En limitant le développement en série de Taylor des termes exponentiels dans (3.25) au $K^{\text{ième}}$ ordre, l'équation (3.15) peut être réécrite comme suit:

$$\begin{aligned}\hat{\omega} &\cong \underset{\omega}{\text{argmin}} \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \left\| \left(\tilde{\mathbf{C}}^{\text{ex}}(i) \right)^{\mathcal{H}} e^{-j\omega\frac{(N-1)}{2}} \sum_{n=0}^{+K} \frac{(j\omega)^n}{2^n n!} \mathbf{D}^n \mathbf{X}(i) \hat{\mathbf{g}}^* \right\|^2 \\ &\quad \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \left\| \left(\tilde{\mathbf{c}}^1(i) \right)^{\mathcal{H}} e^{-j\omega\frac{(N-1)}{2}} \sum_{n=0}^{+K} \frac{(j\omega)^n}{2^n n!} \mathbf{D}^n \mathbf{X}(i) \hat{\mathbf{g}}^* \right\|^2 = 1\end{aligned} \quad (3.26)$$

Ce qui peut être réécrit comme le quotient de Rayleigh suivant [19]:

$$\hat{\omega} \cong \underset{\omega}{\text{argmin}} \frac{\frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \left\| \left(\tilde{\mathbf{C}}^{\text{ex}}(i) \right)^{\mathcal{H}} e^{-j\omega\frac{(N-1)}{2}} \sum_{n=0}^{+K} \frac{(j\omega)^n}{2^n n!} \mathbf{D}^n \mathbf{X}(i) \hat{\mathbf{g}}^* \right\|^2}{\frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \left\| \left(\tilde{\mathbf{c}}^1(i) \right)^{\mathcal{H}} e^{-j\omega\frac{(N-1)}{2}} \sum_{n=0}^{+K} \frac{(j\omega)^n}{2^n n!} \mathbf{D}^n \mathbf{X}(i) \hat{\mathbf{g}}^* \right\|^2} \quad (3.27)$$

Ceci peut être simplifié comme suit :

$$\hat{\omega} \cong \underset{\omega}{\text{argmin}} \frac{\sum_{l=0}^{2K} \alpha_l \omega^l}{\sum_{k=0}^{2K} \beta_k \omega^k} \quad (3.28)$$

Où

$$\alpha_l = \left(\frac{j}{2}\right)^l \sum_{m=0}^l \frac{(-1)^m}{(l-m)!m!} \sum_{i=1}^{N_b} a_{l-m}(i) a_m^*(i), \quad a_n(i) = \sqrt{\frac{1}{N_b}} \left(\tilde{\mathbf{C}}^{\text{ex}}(i) \right)^{\mathcal{H}} \mathbf{D}^n \mathbf{X}(i) \hat{\mathbf{g}}^*,$$

$$\beta_k = \left(\frac{j}{2}\right)^k \sum_{m=0}^k \frac{(-1)^m}{(k-m)!m!} \sum_{i=1}^{N_b} b_{k-m}(i) b_m^*(i), \quad b_n(i) = \sqrt{\frac{1}{N_b}} (\tilde{c}^1(i))^{\mathcal{H}} \mathbf{D}^n \mathbf{X}(i) \mathbf{g}^*$$

et $\mathbf{D} = \text{diag}\{(N-1), (N-3), \dots, (1-N)\}$.

En utilisant une simple méthode de recherche, on peut calculer l'estimation de CFO comme la valeur qui minimise l'équation (3.28) pour $K = 1$.

3.7. Complexité de calcul pour les algorithmes aveugles

Les méthodes de recherche permettent de choisir une valeur estimée de CFO sur N_ω valeurs candidates du CFO ($N_\omega \gg N$). De plus, les méthodes de traitement par block utilisent la décomposition en valeurs propres EVD (Eigen Value Decomposition) pour estimer l'égaliseur. Par conséquent, la recherche et les méthodes de traitement par block augmentent de manière significative la complexité de calcul par rapport aux algorithmes adaptatifs ou celles qui utilisent l'approximation en série de Taylor. Les algorithmes basés sur l'EC sont plus complexes que les algorithmes basés sur l'IG. Cela est dû au calcul des coefficients de polynôme et les racines qui lui associées.

L'ordre de complexité des différents algorithmes examinés le long de ce chapitre est résumé dans le tableau. 3. 1 et, tableau. 3. 2 respectivement.

	Méthode de recherche	Approximation de Taylor	Adaptative
GI	$\mathcal{O}(N_\omega N_b P d)$	$\mathcal{O}(N_b P d)$	$\mathcal{O}(N_b P d)$
EC	$\mathcal{O}(N_\omega N_b d N_{ex} N)$, avec $N_\omega \gg N$	$K = 1, \quad \mathcal{O}(6(N_b(Nd + N^2 + N_{ex}N + N_{ex})))$	$\mathcal{O}(4(N_b(2Nd + 3N^2 + 2N_{ex}N + d)))$

Tableau. 3. 1. La complexité de calcul pour les algorithmes d'estimation de CFO [19]

	Méthode en block	Méthode Adaptative
GI	$\mathcal{O}(N_b P d^2 + d^3)$	$\mathcal{O}(P d^2 + d^2)$
EC	$\mathcal{O}(N_b d N_{ex} (N + d) + d^3)$	$\mathcal{O}(d N_{ex} (N + d) + 6d^2)$

Tableau. 3. 2. La complexité de calcul pour les algorithmes d'estimation d'égaliseur [19]

3.8. Résultats de Simulation

Dans cette partie, des exemples sont présentés pour étudier la performance de l'estimation conjointe à faible complexité de l'égaliseur et du CFO. Nous considérons un système MC-CDMA avec un préfixe cyclique de longueur ($P = 4$), nous supposons un canal à trajet multiple de type Rayleigh de longueur ($L = 8$). Le nombre de sous-porteuses est $N = 32$. Les codes d'étalement de Walsh-Hadamard sont de longueur N . la constellation (modulation) QPSK du signal d'entrée et la génération du canal sont indépendamment générés pour chaque étape de simulation. Le rapport signal à bruit (SNR) pour tous les utilisateurs est défini par: $SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_s^2 \|\mathbf{h}\|^2}{\sigma_e^2} \right)$ où $\sigma_s^2 = E|s_1(i)|^2 = \dots = |s_M(i)|^2$, $\sigma_e^2 = E|e(i)|^2$ and $\mathbf{h} = [h(0), \dots, h(L-1)]^T$.

L'erreur quadratique moyenne normalisée du CFO est défini par :

$$NMSE = \frac{1}{N_m} \sum_{j=1}^{N_m} \frac{\|\hat{\omega}(j) - \omega_0\|^2}{\left\| \left(\frac{2\pi}{N} \right) \right\|^2} \quad (3.29)$$

Le BER et le NMSE sont évalués sur un nombre de simulations Monte Carlo N_m correspondant à un minimum de 500 erreurs sur les symboles observés.

Dans la figure.3.3, nous traçons la réponse effective du canal (convolution des réponses impulsionnelle du canal et de l'égaliseur) en fonction du nombre des coefficients du canal égalisé pour les deux méthodes GI et EC avec un $SNR = 15$ dB. On peut observer que l'égalisation ramène le canal global essentiellement à un coefficient différent de zéro, les autres sont presque égaux à zéro (approximation à une impulsion de Dirac).

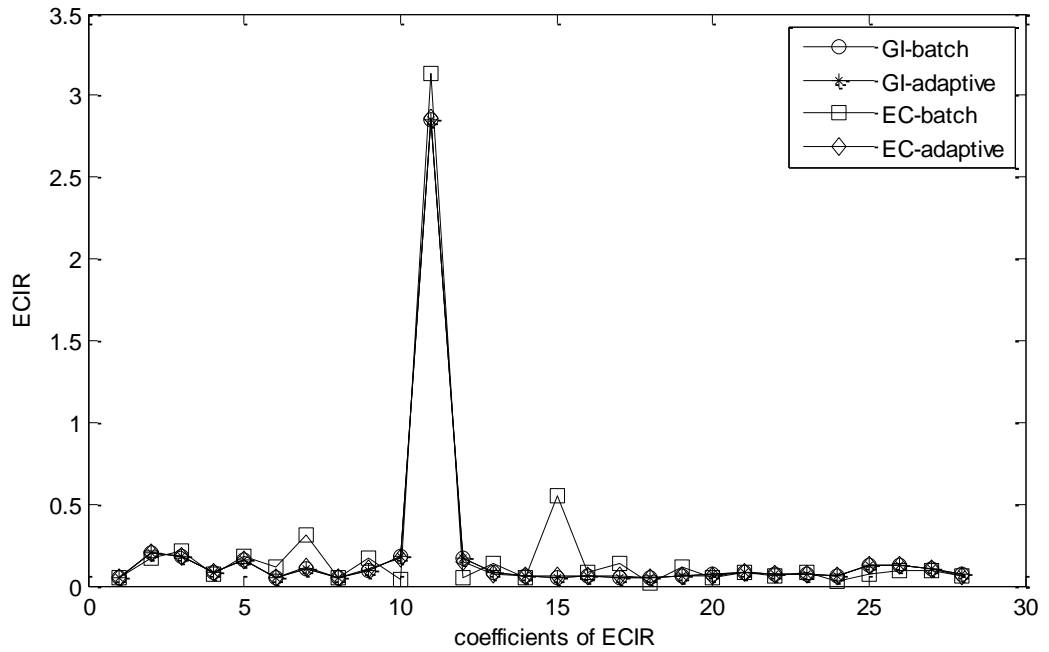


Figure 3. 3. Réponse effective du canal (canal égalisée).

La figure 3.4, montre le NMSE de l'estimateur adaptative du CFO basé sur les critères GI et EC en fonction du nombre d'itérations et avec un pas d'adaptation $\mu = 0.001$. On peut observer que quelques itérations suffisent, pour que les algorithmes convergent rapidement. L'estimateur basé sur l'EC dépasse en performance celui basé sur le critère du GI.

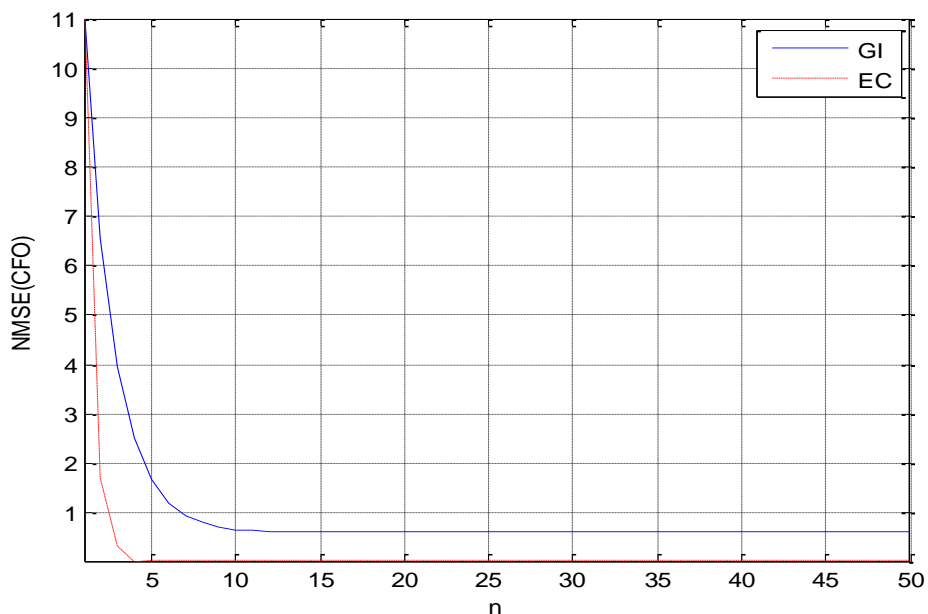


Figure 3. 4. Estimateur MSE normalisée de CFO en fonction du nombre d'itérations

La figure 3.5 montre le NMSE du CFO en fonction de la longueur du préfixe cyclique. Nous remarquons que la performance de la méthode de l'intervalle de garde (GI) s'améliore au fur et à mesure que la longueur du préfixe cyclique augmente, contrairement à la méthode des codes non utilisés qui est indépendante du préfixe cyclique.

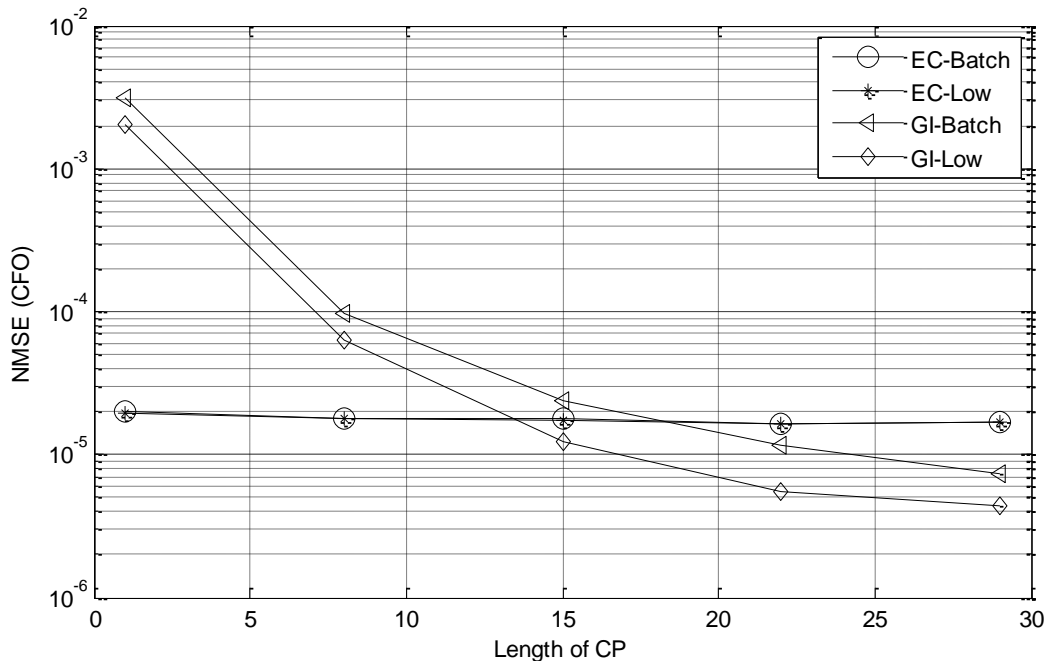


Figure 3. 5. Estimateur du MSE normalisé en fonction de la longueur du CP.

Dans la figure 3. 6. nous avons tracé le NMSE en fonction du SNR avec un nombre de symboles OFDM $N_b = 64$ et un nombre d'utilisateurs $M = 16$. Nous observons que la performance de l'estimation croît en fonction du SNR. Les algorithmes à faible complexité proposés semblent avoir des performances proches des estimations basées sur les traitements par bloc et adaptatives. L'estimation aveugle du CFO basée sur l'EC, l'algorithme adaptative et leurs versions à faible complexité ont des performances meilleures que celles du GI.

Comme on peut voir sur la figure 3.7, la fonction de coût pour les petites valeurs des SNR ($SNR = 5$ dB) a de nombreux minima (minimums locaux) sur tout l'intervalle de recherche des candidates du CFO (intervalle d'acquisition). Cela diminue considérablement la précision d'estimation de CFO. Un minimum global (minimum unique) de la fonction de coût peut être observé pour les grandes valeurs des SNR ($SNR = 15$ dB). De plus, la précision de l'estimation pour les méthodes de recherche et les méthodes d'adaptation dépend essentiellement des conditions initiales, telles que le pas de recherche, le pas d'adaptation μ et la valeur initiale du CFO, qui doit être choisi avec soin.

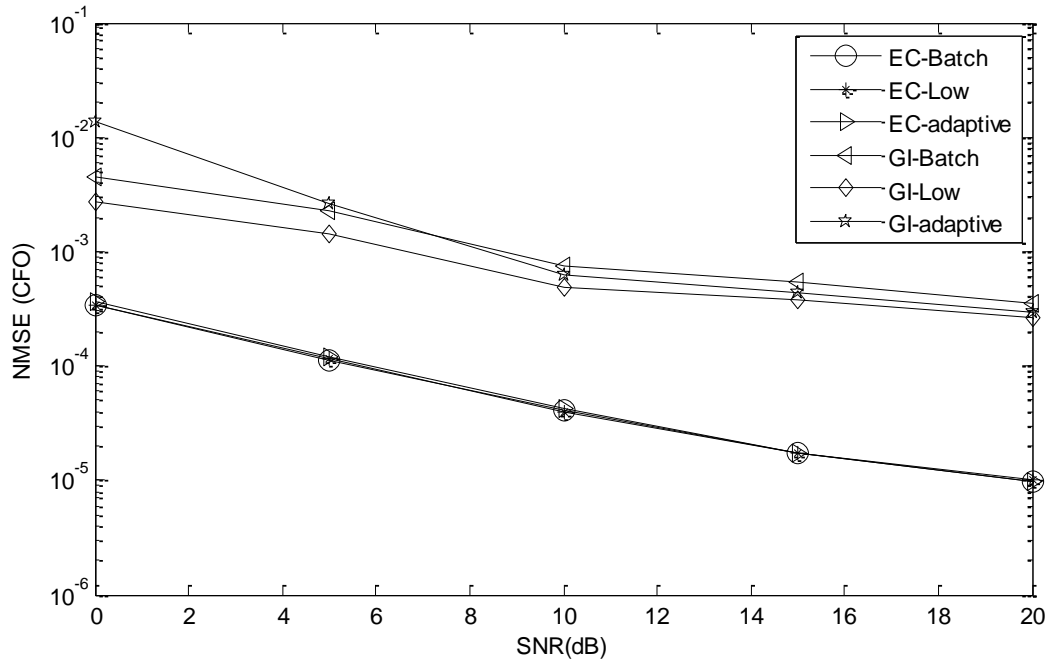


Figure 3. 6. MSE en fonction du nombre de bloc OFDM.

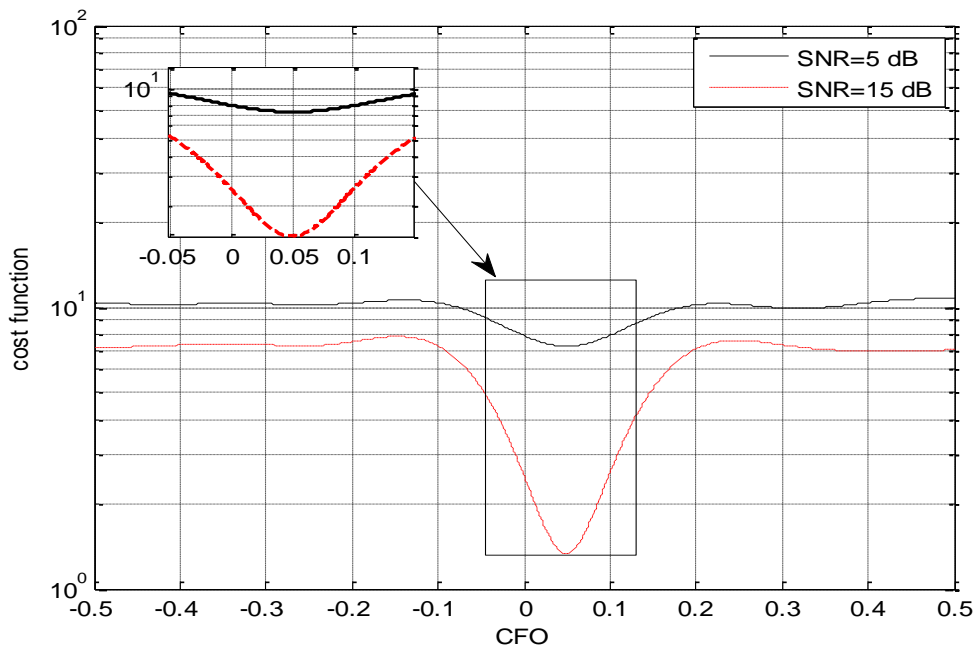


Figure 3. 7. Fonction de cout versus valeurs candidats de CFO

La figure 3.8 montre le NMSE en fonction du nombre de symboles OFDM pour un $SNR = 15dB$. Nous pouvons voir que la performance de l'estimateur s'améliore avec l'augmentation du nombre de symboles. On remarque que EC nécessite un nombre de symboles OFDM inférieur à celui pour GI pour obtenir une bonne estimation du CFO.

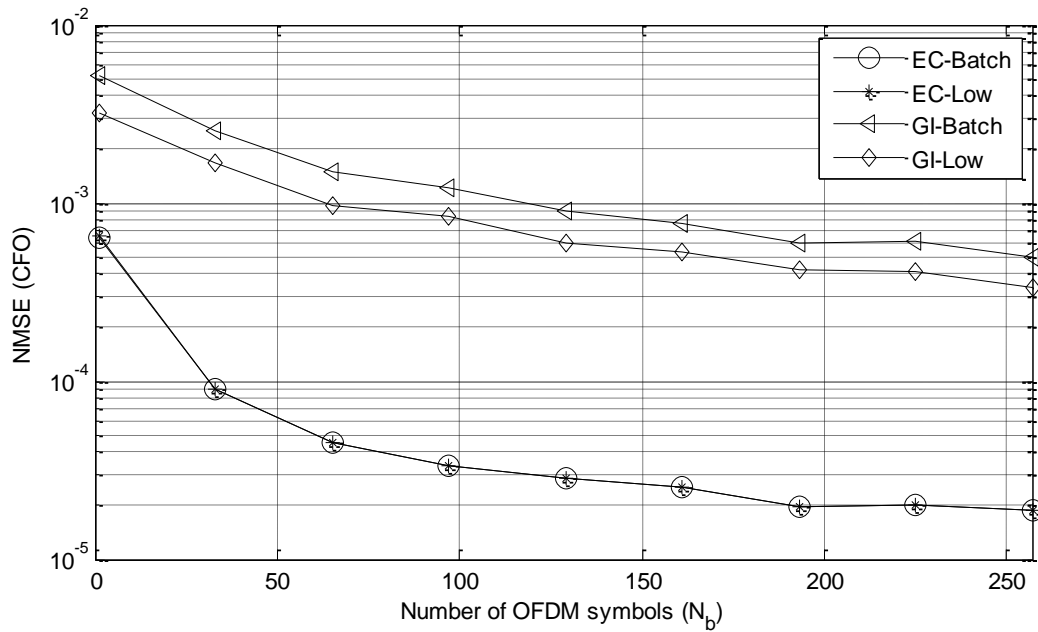


Figure 3. 8. MSE en fonction du nombre de block OFDM N_b .

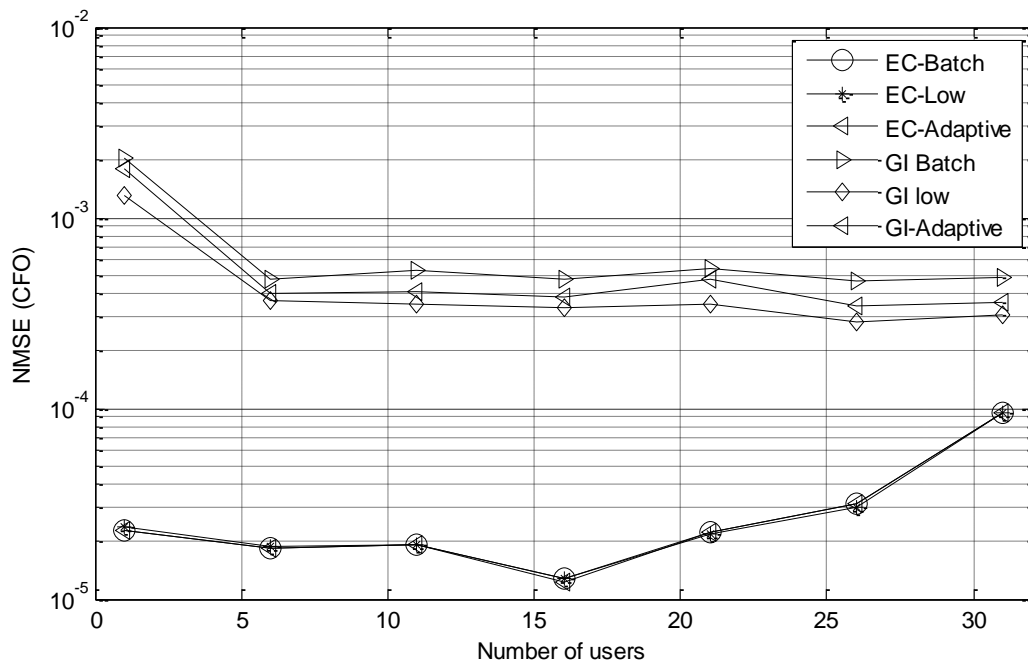


Figure 3. 9. MSE en fonction du nombre d'utilisateurs M .

La figure 3.9 mesure l'influence de l'augmentation du nombre d'utilisateur sur la performance d'estimation du CFO. Le SNR est de 15 dB . Nous pouvons observer que la performance de l'estimateur croît tant que le nombre d'utilisateur ne dépassant pas 15 utilisateurs. Au-delà de 16 utilisateurs la performance se dégrade. Ceci peut être expliqué

comme suit : les performances s'améliorent dans l'intervalle $[1,16]$ car le sous-espace signal généré par les codes utilisés devient dominant au fur et à mesure que le nombre des utilisateurs augmente jusqu'à 16. Au-delà de cette valeur, le sous espace bruit domine, ce qui contribue à la dégradation de la performance. La performance de la méthode basée sur le critère GI demeure constant quel que soit le nombre d'utilisateurs.

Généralement, les estimateurs adaptatifs et à faible complexité de CFO conduisent à une bonne performance avec un ordre de complexité réduit.

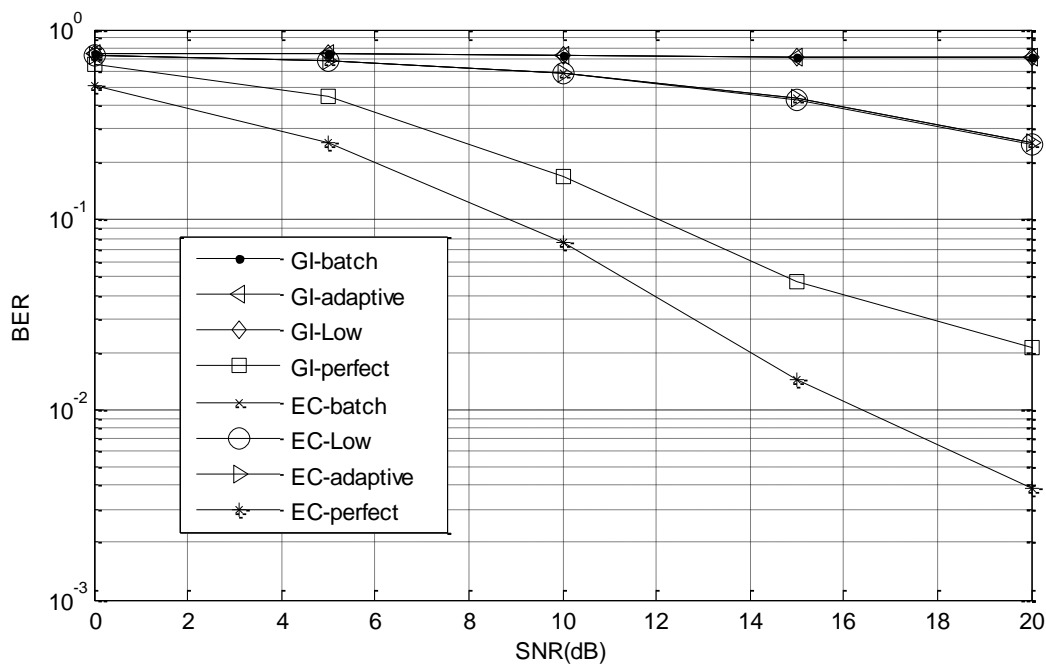


Figure 3. 10. BER versus SNR, pour $N_b = 256, M = 10$.

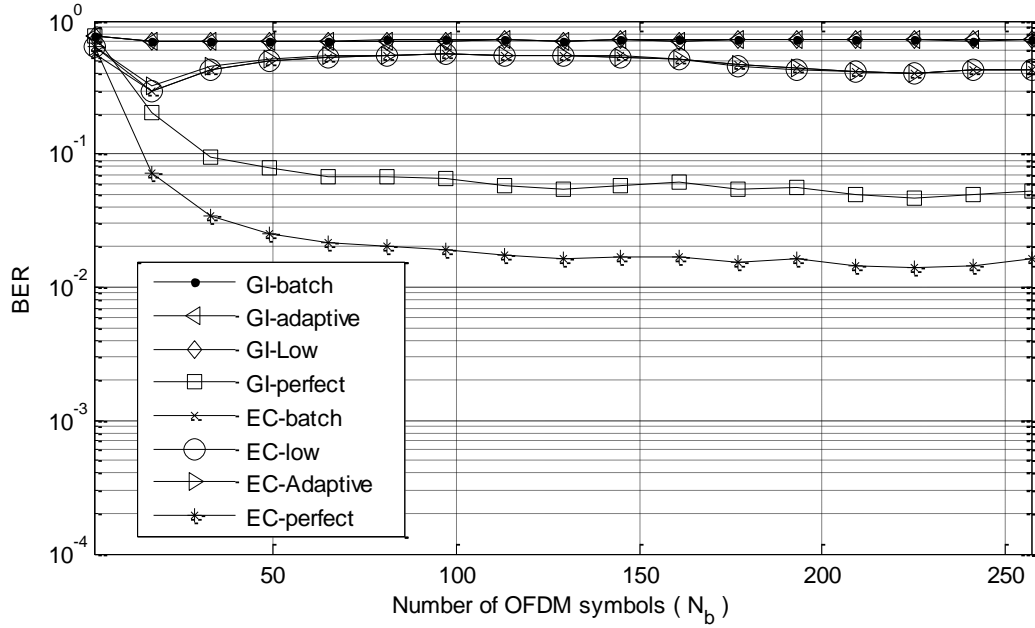


Figure 3. 11. BER versus le nombre de block OFDM N_b , pour SNR=15 dB.

Les figures 3.10 et 3.11 montrent le BER par rapport au SNR pour $N_b = 256$ et le BER en fonction de N_b pour $SNR = 15$ dB, respectivement. Les paramètres de simulation sont les mêmes que celles utilisés dans la figure 3.6. Pour ces deux figures, ‘GI-parfait’ et ‘EC parfait’ font référence aux cas où le CFO est parfaitement estimé. En présence du CFO, le critère EC fonctionne mieux que le critère GI pour le même motif mentionné ci-dessus. Mais, comme on peut le voir sur la figure 3.11, les performances de ces deux critères se dégradent lorsque le nombre N_b augmente sauf pour les cas parfaites. Ceci peut être expliqué comme suit:

Le signal reçu donné par l’équation (3.4) après l’estimation et la compensation de CFO peut être écrit comme:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(i) &= e^{-j\hat{\omega}iQ} \mathbf{D}_Q(-\hat{\omega}) \mathbf{x}(i) \\
 &= e^{j\hat{\omega}iQ} \mathbf{D}_Q(\omega_0 - \hat{\omega}) (\mathbf{H} \sum_{m=1}^M \mathbf{T}_{CP} \mathbf{F}_N^H \mathbf{b}^m(i) \\
 &\quad + \mathbf{H}^{(1)} \sum_{m=1}^M \mathbf{T}_{CP} \mathbf{F}_N^H \mathbf{b}^m(i-1)) + \tilde{\mathbf{e}}(i)
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Où $\tilde{\mathbf{e}}(i) = e^{-j\hat{\omega}iQ} \mathbf{D}_Q(-\hat{\omega}) \mathbf{e}(i)$.

Pour une estimation exacte de CFO, la matrice $\mathbf{D}_Q(\omega_0 - \hat{\omega})$ dans l’équation (3.30) peut être approximé par une matrice identité. Cependant le terme de phase $iQ(\omega_0 - \hat{\omega})$ devient significativement grand lorsque l’indice de bloc ($i = 1, \dots, N_b$) augmente. Ceci a pour conséquence une dégradation significative des performances.

3.9. Une conception semi aveugle pour l'estimation conjointe de l'égaliseur et du CFO

Le but de l'égalisation semi-aveugle est d'exploiter l'information aveugle et l'information provenant des symboles connus (pilotes). Les techniques semi-aveugles robustifient le problème aveugle et permettent d'estimer des réponses impulsionnelle plus longues que possible en apprentissage. Pour une qualité d'estimation donnée, elles permettent l'utilisation de séquences pilotes plus courtes. De plus, elles offrent de meilleures performances d'estimation que les méthodes aveugle et d'apprentissage [18]. Dans cette partie, nous dérivons une approche d'estimation conjointe semi aveugle de l'égaliseur et du CFO basé sur les pilotes nuls et non nulles multiplexés avec les symboles d'information transmis. Les pilotes nuls sont utilisés pour estimer le CFO tandis que les pilotes non nulles sont conçues pour estimer l'égaliseur.

On exploite l'orthogonalité entre les codes d'étalement attribués aux pilotes nuls ($\mathbf{c}_{\bar{p}}$), aux pilotes non-nuls ($\mathbf{c}_{\bar{p}}$) et aux données d'information (\mathbf{c}_d). L'expression du $i^{\text{ième}}$ symbole MC-CDMA, $\mathbf{b}(i)$, représentée sur la figure 3.12, est donnée comme suit:

$$\mathbf{b}(i) = \mathbf{c}_d(i)d(i) + \mathbf{c}_{\bar{p}}(i)\bar{p}(i) + \mathbf{c}_{\bar{p}}(i)\bar{\bar{p}}(i) \tag{3.31}$$

Où les matrices $\mathbf{c}_d(i)$, $\mathbf{c}_{\bar{p}}(i)$, $\mathbf{c}_{\bar{p}}(i)$ ont des tailles $(N \times N_d)$, $(N \times N_{\bar{p}})$, et $(N \times N_{\bar{p}})$

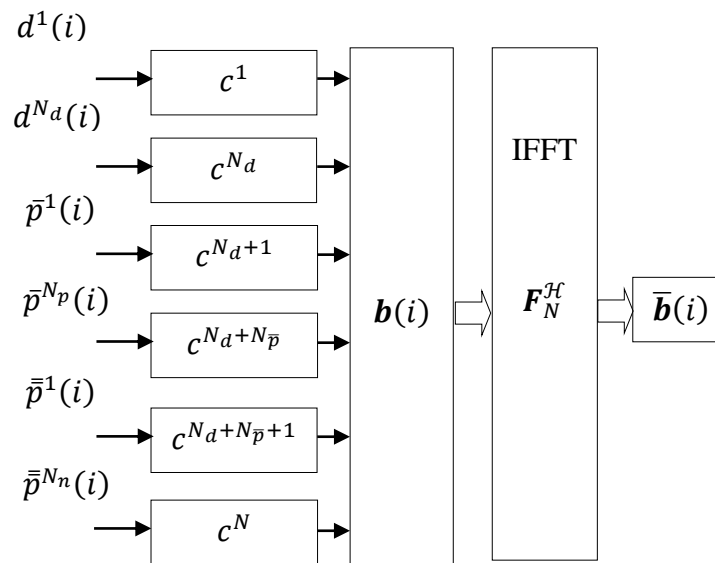


Figure 3. 12. Conception semi aveugle du symbole MC-CDMA [20].

représentent les matrices d'étalement de données, les pilotes non nulles, et les pilotes nulles, respectivement.

$$\mathbf{c}_d(i) = [c^1(i), c^2(i), \dots, c^{N_d}(i)].$$

$$\mathbf{c}_{\bar{p}}(i) = [c^{N_d+1}(i), \dots, c^{N_d+N_{\bar{p}}}(i)].$$

$$\mathbf{c}_{\bar{p}}(i) = [c^{N_d+N_{\bar{p}}+1}(i), \dots, c^N(i)].$$

$$\mathbf{d}(i) = [d_1(i), d_2(i), \dots, d_{N_d}(i)]; \bar{\mathbf{p}}(i) = [\bar{p}_1(i), \bar{p}_2(i), \dots, \bar{p}_{N_{\bar{p}}}(i)]; \bar{\bar{\mathbf{p}}}(i) = [0, \dots, 0].$$

3.9.1. Estimation conjointe semi-aveugle du CFO et de l'égaliseur

La fonction de coût permettant de faire l'estimation conjointe semi-aveugle du CFO et de l'égaliseur est donnée par [20]

$$(\hat{\mathbf{g}}, \hat{\omega}) = \arg \min_{(\mathbf{g}, \omega)} J_c(\mathbf{g}, \omega) \quad (3.32)$$

Où $J_c(\mathbf{g}, \omega) = \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \left\| \left(\mathbf{g}^H \mathbf{X}(i) \mathbf{D}(-\omega) \right)^T - \tilde{\mathbf{c}}_d(i) \mathbf{d}(i) - \tilde{\mathbf{c}}_{\bar{p}}(i) \bar{\mathbf{p}}(i) \right\|^2$. $\tilde{\mathbf{c}}_d(i)$ et $\tilde{\mathbf{c}}_{\bar{p}}(i)$ sont les matrices qui stocke les IFFTs des codes d'étalement des utilisateurs et des pilotes, respectivement.

3.9.1.1. Estimation semi-aveugle de l'égaliseur

Dans le cas idéal, $\omega = \omega_0$, l'égaliseur \mathbf{g} peut être estimé comme suit [20]:

$$\hat{\mathbf{g}} = \bar{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}} \quad (3.33)$$

Où

$$\bar{\mathbf{R}} = \frac{1}{N_b} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N_b-1} \mathbf{X}(i) \mathbf{D}(-\omega) \left(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_d}^{-1}(i) \right)^T \mathbf{D}(\omega) (\mathbf{X}(i))^H \quad (3.34)$$

$$\bar{\mathbf{Y}} = \frac{1}{N_b} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N_b-1} \mathbf{X}(i) \mathbf{D}(-\omega) \tilde{\mathbf{c}}_{\bar{p}}^*(i) \bar{\mathbf{p}}^*(i) \quad (3.35)$$

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_d}^{-1}(i) = \mathbf{I}_N - \tilde{\mathbf{c}}_d(i) \tilde{\mathbf{c}}_d^H(i) \quad (3.36)$$

Cependant, la présence de CFO détruit l'orthogonalité entre les codes d'étalement. Donc, l'estimation du CFO s'avère nécessaire pour l'amélioration de l'estimation de l'égaliseur et des performances [19].

3.9.1.2. Estimation semi-aveugle du CFO

L'orthogonalité entre les différents codes d'étalement permet de vérifier facilement que : $\mathbf{c}_{\bar{p}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{c}_{\bar{p}}(i) = \mathbf{c}_{\bar{p}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{c}_d(i) = \mathbf{0}$, et $\mathbf{c}_{\bar{p}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{c}_{\bar{p}}(i) = \mathbf{I}_{N_p}$.

Si l'on considère la connaissance de l'égaliseur \mathbf{g} , alors l'estimation de CFO peut être obtenue en minimisant la fonction de coût suivante

$$\hat{\omega} = \arg \min_{\omega} J_c(\omega) \quad (3.37)$$

$$\text{Où } J_c(\omega) = \frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \|\mathbf{g}^{\mathcal{H}} \mathbf{X}(i) \mathbf{D}(-\omega) \tilde{\mathbf{c}}_{\bar{p}}(i)\|^2.$$

$$\text{Avec } \tilde{\mathbf{c}}_{\bar{p}}(i) = \mathbf{F}_N \mathbf{c}_{\bar{p}}^{\mathcal{H}}(i).$$

3.9.2. Estimation séparée du CFO

Afin de supprimer le CP, on multiplie le signal reçu par la matrice de suppression de CP $\mathbf{R}_{cp} := [\mathbf{0}_{N \times L} \quad \mathbf{I}_N]$ comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(i) &= \mathbf{R}_{cp} \mathbf{x}(i) \\ &= e^{j\omega_0(iQ+P)} \mathbf{D}_N(\omega_0) \mathbf{H} \mathbf{F}_N^{\mathcal{H}} \sum_{m=1}^{N_d} \bar{\mathbf{b}}^m(i) + \bar{\mathbf{e}}(i) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Où

$\bar{\mathbf{e}}(i) = \mathbf{R}_{cp} \mathbf{e}(i)$, représente un bruit AWGN de mêmes caractéristiques statistique que $\mathbf{e}(i)$.

$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}^{(0)} \mathbf{T}_{CP}$. Si la taille du CP est supérieur ou égale à la taille du canal, le terme qui représente l'ISI est supprimé car $\mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}^{(1)} \mathbf{T}_{CP} = \mathbf{0}$. \mathbf{H} est une matrice circulante diagonalisable par des pré et post multiplications par \mathbf{F}_N et $\mathbf{F}_N^{\mathcal{H}}$ [6] comme suit :

$$\mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}}_N) = \mathbf{F}_N \mathbf{H} \mathbf{F}_N^{\mathcal{H}}, \tilde{\mathbf{h}}_N = [\tilde{h}(0), \dots, \tilde{h}(2\pi(N-1)/N)]^T, \text{ et } \tilde{h}(2\pi n/N) = \sum_{l=0}^L h(l) e^{-j \frac{2\pi n l}{N}}$$

Par conséquent, le signal MC-CDMA reçu après l'enlèvement du CP et la démodulation OFDM est finalement reformulé dans le domaine fréquentiel comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}}(i) &= \mathbf{F}_N \mathbf{y}(i) \\ &= e^{j\omega_0(iQ+P)} \mathbf{D}_N(\omega_0) \mathbf{D}_N(\tilde{\mathbf{h}}_N) \sum_{m=1}^{N_d} \bar{\mathbf{b}}^m(i) + \bar{\mathbf{e}}(i) \end{aligned} \quad (3.39)$$

Où $\bar{\mathbf{e}}(i) = \mathbf{F}_N \bar{\mathbf{e}}(i)$.

Basant sur l'orthogonalité entre les codes matriciels des pilotes nuls et les codes matriciels non nuls (comprennent les pilotes non nuls et les symboles des données utiles) dans le système MC-CDMA proposé, nous pouvons estimer le CFO en minimisant la fonction de coût suivante :

$$J_s(\omega) = \frac{1}{N_b N_{\bar{p}}} \sum_{i=1}^{N_b} \left\| \mathbf{c}_{\bar{p}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{D}_N^{-1}(\omega) \bar{\mathbf{y}}(i) \right\|^2 \quad (3.40)$$

Il est facile de vérifier qu'au cas où le canal est idéal : absence de bruit et $\omega = \omega_0$, la fonction de coût ci-dessus s'annule. En présence du bruit, la valeur estimée du CFO est la valeur qui coïncide avec la valeur minimale de $J_s(\omega)$.

3.9.3. Algorithme itératif pour l'estimation conjointe semi-aveugle du CFO et de l'égaliseur

L'algorithme itératif peut être récapitulé comme suit:

pour $l = 0, 1, \dots$

- Commençant par une valeur initiale de ω_0 soit $\omega_0^{(0)}$, ($\omega_0^{(l)}$ représente l'estimée de ω à la $l^{\text{ième}}$ itération) :
- Calcul $\mathbf{g}^{(l)}$ selon l'équation (3.33)
- Estimée $\omega_0^{(l+1)}$ comme la valeur minimale de : $\frac{1}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \left\| \mathbf{g}^{\mathcal{H}} \mathbf{X}(i) \mathbf{D}(-\omega) \tilde{\mathbf{c}}_{\bar{p}}(i) \right\|^2$ (utilisant la technique de recherche en ligne ou la méthode de résolution appliquée au polynôme approprié obtenu par le développement en série de Taylor de l'équation précédente [46]).
- Effectuer la compensation du décalage fréquentiel et de mise à jour du vecteur reçu $\mathbf{x}(i)$ équation (3.4).

3.9.4. Algorithme d'estimation adaptative conjointe semi-aveugles du CFO et de l'égaliseur

Le vecteur d'égaliseur \mathbf{g} est estimé d'une manière adaptative utilisant l'algorithme du gradient stochastique [47]:

$$\mathbf{g}[k + 1] = \mathbf{g}[k] - \mu \nabla_{\mathbf{g}}(\xi(\mathbf{g})) \quad (3.41)$$

Où μ désigne le pas d'adaptation. $\nabla_{\mathbf{g}}$ désigne le gradient par rapport à \mathbf{g} calculé comme suit :

$$\nabla_{\mathbf{g}}(\xi(\mathbf{g})) = \mathbf{g}^T \mathbf{X}^*(i) \mathbf{D}(\omega) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_a}^{\perp}(i) \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{X}^T(i) - \bar{\mathbf{p}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{c}_{\bar{\mathbf{p}}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{D}(-\omega) \mathbf{X}^T(i) \quad (3.42)$$

Où la valeur de ω dans (3.42) est estimée d'une façon adaptative comme suit :

$$\omega[k+1] = \omega[k] - \mu \frac{\partial J_c(\omega)}{\partial \omega}.$$

La dérivation de $J_c(\omega)$ par rapport à ω est donné par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_c(\omega)}{\partial \omega} &= \frac{j}{N_b} \sum_{i=0}^{N_b-1} \mathbf{g}^{\mathcal{H}} \mathbf{X}(i) \mathbf{D}(-\omega) \tilde{\mathbf{c}}_{\bar{\mathbf{p}}}^{\mathcal{H}}(i) \tilde{\mathbf{c}}_{\bar{\mathbf{p}}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{A}_N \mathbf{D}(\omega) \mathbf{X}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{g} \\ &\quad - \mathbf{g}^{\mathcal{H}} \mathbf{X}(i) \mathbf{A}_N \mathbf{D}(-\omega) \tilde{\mathbf{c}}_{\bar{\mathbf{p}}}^{\mathcal{H}}(i) \tilde{\mathbf{c}}_{\bar{\mathbf{p}}}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{D}(\omega) \mathbf{X}^{\mathcal{H}}(i) \mathbf{g} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Où \mathbf{A}_N représente une matrice diagonale de taille $(N \times N)$, $\mathbf{A}_N = \text{diag}(0,1,2, \dots, N-1)$.

Les étapes nécessaires pour estimer l'égaliseur d'une façon adaptative sont résumées comme suit :

1. Initialiser du vecteur de l'égaliseur à l'instant $k = 0$, c-à-d $\mathbf{g}[0] = [00 \dots 1 \dots 00]^T$.
2. Calculer le gradient $\nabla_{\mathbf{g}}(\xi(\mathbf{g}))$ comme indiqué dans l'équation (3.42).
3. Mettre à jour le vecteur d'égaliseur selon l'équation (3.41).
4. Normalisé le nouveau vecteur d'égaliseur comme suivante $\mathbf{g}[k+1] = \frac{\mathbf{g}[k+1]}{\|\mathbf{g}[k+1]\|}$.
5. Répéter les étapes 2, 3 et 4, pour $k = 2,3,4, \dots$ (Impulsion Dirac pour h_{eff})

3.9.5. Complexité de calcul pour les algorithmes semi-aveugles

Les complexités des calculs pour les algorithmes d'estimation semi-aveugle de l'égaliseur \mathbf{g} et du CFO considérées précédemment sont résumées dans le tableau 3.3. N_ω représente le nombre de candidates pour le CFO sur l'intervalle d'acquisition (les valeurs candidates sont des valeurs qui peuvent estimer le CFO si elles coïncident avec le minimum de la fonction de coût $J_c(\omega)$ ou celle de $J_s(\omega)$).

Par exemple, si l'on considère un intervalle compris entre -0,5 et 0,5, avec un pas de progression pour les candidates CFO de $\Delta = 10^{-3}$. Donc, on aura $N_\omega = \frac{1}{\Delta} = 1000$ candidates

pour estimer le CFO, ce qui augmente la complexité comparativement aux méthodes adaptatives.

	Estimation semi-aveugle de l'égaliseur	Estimation semi-aveugle de CFO	
		Estimation conjointe	Estimation séparé
Méthode en bloc	$\mathcal{O}(N_b(dN^2(1 + N_{\bar{p}}) + N))$	$\mathcal{O}(N_{\omega}N_bN_{\bar{p}}(dN^2 + 1))$	$\mathcal{O}(N_{\omega}N_b(N_{\bar{p}}N^2 + 1))$
Méthode adaptatif	$\mathcal{O}((dN^2(1 + N_{\bar{p}}) + N))$	$\mathcal{O}(N_bN_{\bar{p}}(dN^3 + 1))$	$\mathcal{O}(N_b(N_{\bar{p}}N^3 + 1))$

Tableau. 3. 3. La complexité de calcul pour les algorithmes d'estimation semi-aveugle de l'égaliseur et de CFO

3.9.6. Résultats de simulation

Nous considérons les mêmes paramètres de simulation utilisées dans le paragraphe (3.8), sauf que le nombre de symboles pilotes nuls et non nuls sont égale à $N_{\bar{p}} = 2$ et $N_{\bar{p}} = 4$, respectivement.

Le rapport SNR pour le cas semi aveugle est définie comme suit :

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{l=0}^{L-1} E \|h_l\|^2 N_d}{\sigma_e^2 N} \right) \quad (3.44)$$

Le MSE entre la réponse effective du canal (Effective Channel Impulse Response, ECIR) et le canal effectif idéal est définit par:

$$MSE_{\mathbf{h}} = \frac{1}{N_m(L-1)} \sum_{p=1}^{N_m} \|\hat{\mathbf{h}}_{eff}(p) - \mathbf{h}_{eff}\|^2 \quad (3.45)$$

Où N_m est le nombre de simulations Monte Carlo nécessaire à l'obtention d'une estimation précise. $\hat{\mathbf{h}}_{eff}(p)$ est l'estimé du ECIR donné par :

$$\hat{\mathbf{h}}_{eff} = \hat{\mathbf{g}} * \mathbf{h} \quad (3.46)$$

L'ECIR idéal est défini par une impulsion de Dirac : $\mathbf{h}_{eff} = [000 \dots 1 \dots 000]^T$.

De la figure 3.13, on peut voir que l'égalisation ramène le canal global essentiellement à un seul coefficient différent de zéro, les autres sont presque égaux à zéro (approximation à une impulsion de Dirac).

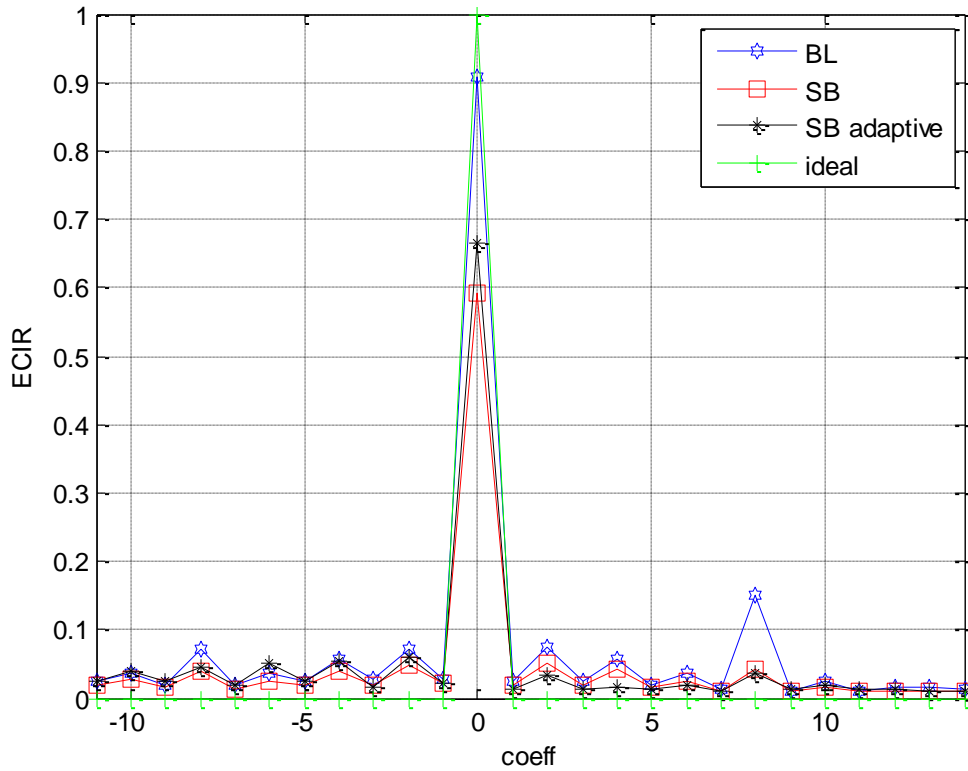


Figure 3. 13. Réponse effective du canal (canal égalisée).

La figure 3.14 montre le MSE d'estimation d'ECIR $MSE_{\mathbf{h}}$ par les méthodes aveugles et semi-aveugle par rapport au SNR. Nous supposons que le nombre de pilotes non nuls $N_{\bar{p}} = 4$ et la longueur de l'égaliseur est $d = 23$ dans tous ce qui suit. D'après les résultats, on voit que la méthode semi-aveugle bénéficie de l'information supplémentaire offerte par les symboles pilotes pour surpasser la méthode aveugle et ceci quelque soit la valeur du SNR.

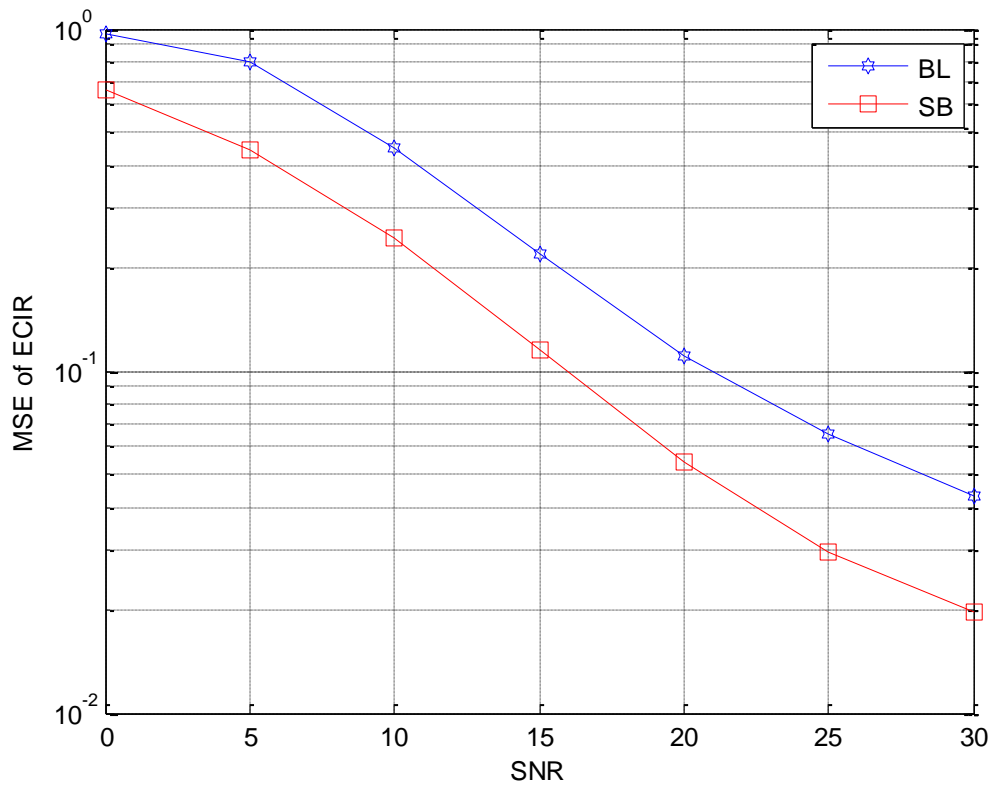


Figure 3. 14. MSE d'ECIR en fonction de SNR

La figure 3.15 montre le NMSE du CFO lorsque les méthodes en blocs et adaptative semi-aveugle sont tracées à côté des méthodes aveugles. La valeur exacte de CFO est fixée à $\omega_0 = 2 \times 10^{-3}$.

Les résultats sont évalués en moyennant 200 simulations Monte Carlo (pour chaque réalisation, un canal aléatoire de Rayleigh avec 4 coefficients, des entrées aléatoires des données et pilots, et des vecteurs de bruits aléatoires sont générés). Les résultats montrent que les méthodes semi-aveugles l'emportent sur les méthodes aveugles, et que les résultats obtenus par les algorithmes en bloc et adaptatif se rapprochent.

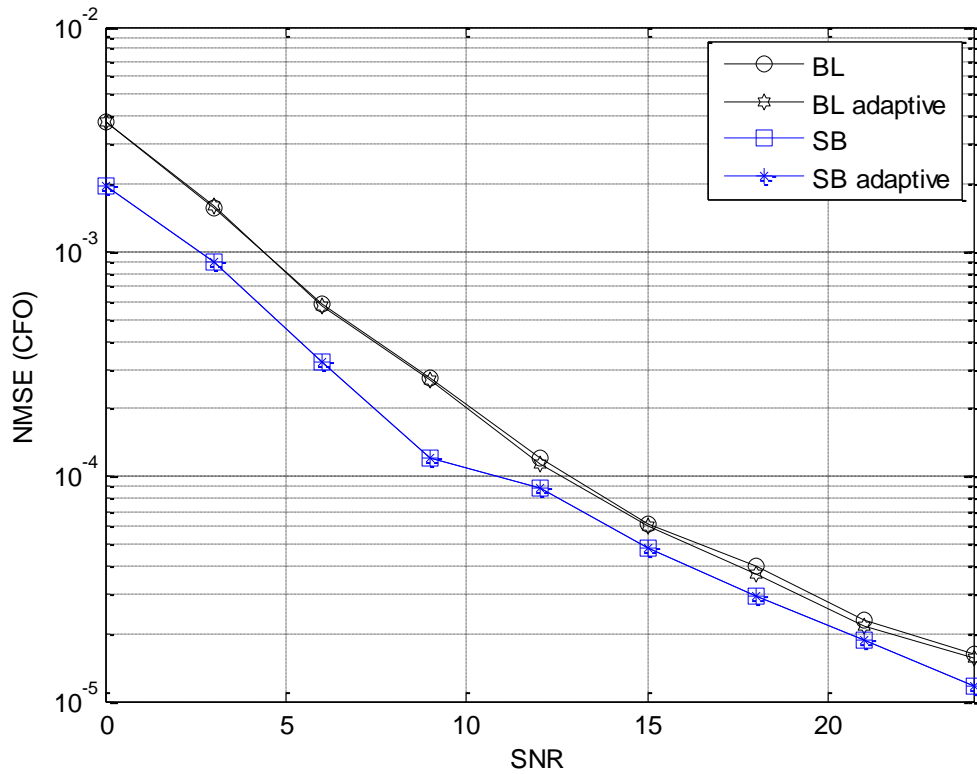


Figure 3.15. NMSE de CFO versus SNR

Dans la figure 3.16, nous traçons le BER en fonction du nombre de blocs MC-CDMA, N_b . Nous considérons un $SNR = 15 \text{ dB}$ dans cet exemple.

Les BERs des deux méthodes s'améliorent avec l'augmentation de N_b en l'absence de CFO comme dans la littérature [18]-[19], [45]. Mais en présence du CFO les performances se dégradent. Ceci est dû à l'erreur résiduelle sur le CFO qui s'amplifie avec l'augmentation de l'indice i du nombre de blocs (propagation d'erreur, effet boule de neige).

Dans la figure 3.17, nous comparons les BERs en fonction du SNR des méthodes aveugles et semi-aveugles. Nous choisissons un nombre de blocs $N_b = 10$ pour éviter (ou minimiser) l'effet du phénomène de rotation de phase. Les résultats obtenus confirment les observations précédentes : les systèmes MC sont très sensibles au CFO, en particulier lorsque le nombre de blocs est suffisamment grand, et que les méthodes semi-aveugles sont mieux que les méthodes aveugles.

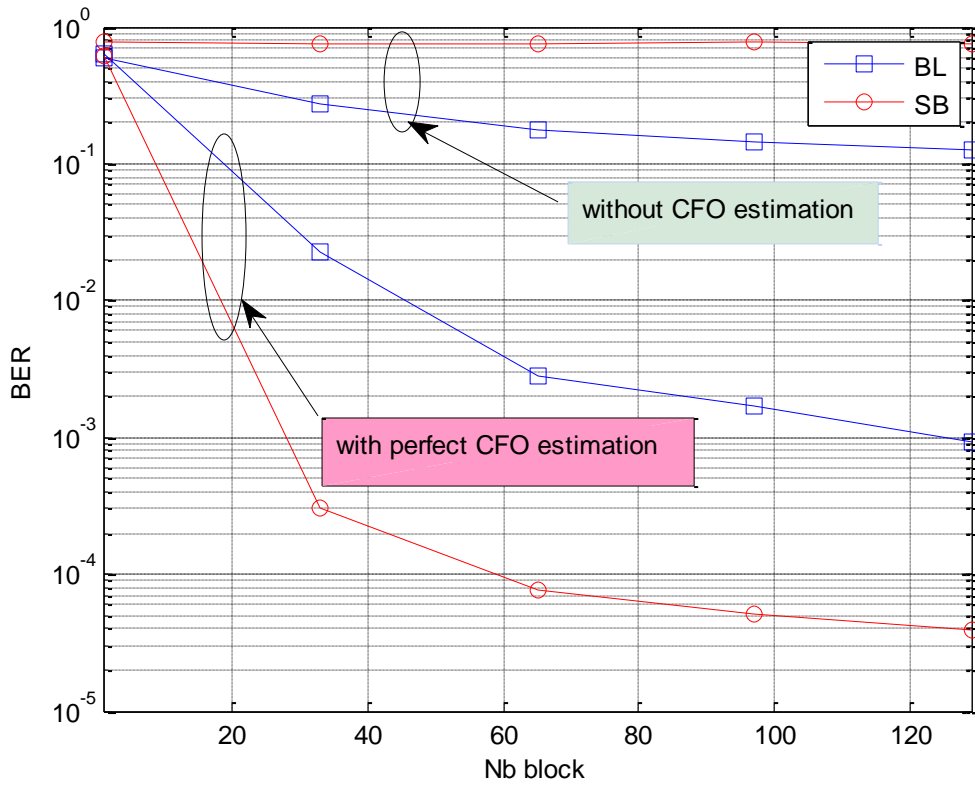


Figure 3. 16. BER versus nombre du bloc N_b

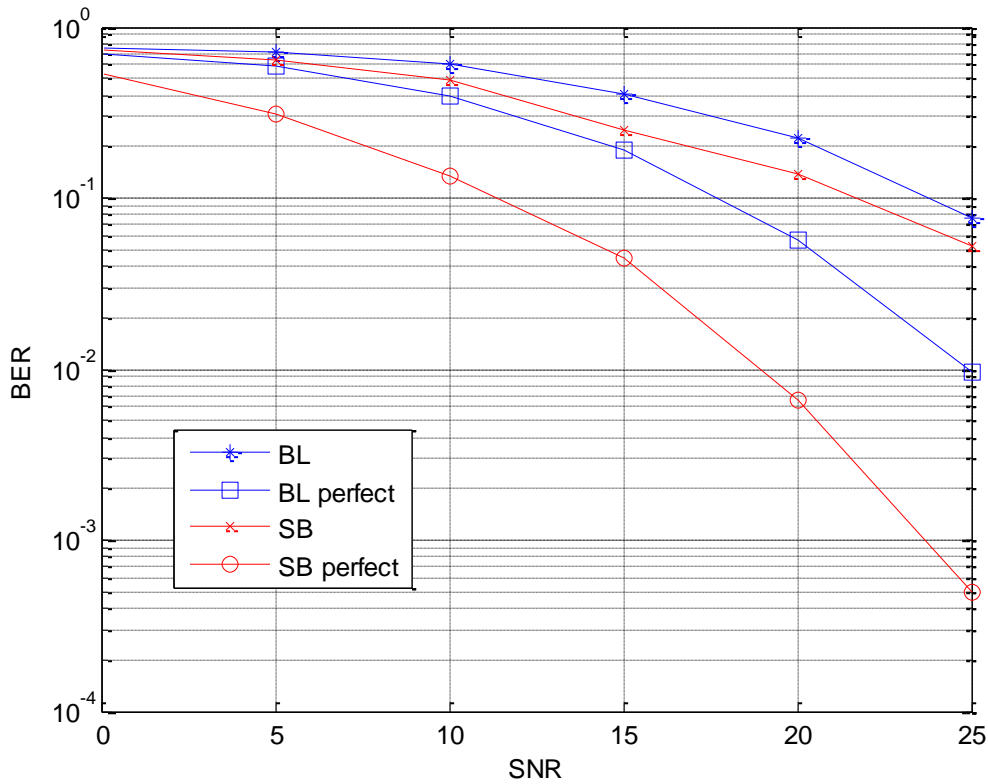


Figure 3. 17. BER versus SNR, pour $N_b = 10$

3.10. Conclusion

En exploitant les propriétés structurales du signal MC-CDMA, à savoir GI et de EC, des méthodes d'égalisation aveugles et semi-aveugles pour un système MC-CDMA peuvent être dérivées, ensuite valorisées dans un canal de Rayleigh à trajets multiples.

Pour améliorer les performances des algorithmes précédents, nous avons utilisé une méthode d'estimation dite conjointe semi-aveugle du CFO et de l'égaliseur. La méthode proposée est basée sur l'exploit de l'orthogonalité entre les codes d'étalement des données d'information, des pilotes nuls et des pilotes non nuls. Les pilotes nuls et non nuls sont utilisés pour estimer le CFO et l'égaliseur respectivement.

Les résultats obtenus montrent que, le système MC-CDMA est très sensible au CFO en particulier lorsque le nombre de blocs MC-CDMA est suffisamment grand. Cette dégradation est due au phénomène de la propagation d'erreur provoquée par l'amplification de l'erreur d'estimation résiduelle de CFO. Comme on a constaté que les méthodes semi-aveugle l'emportent sur les méthodes aveugles et ceci pour un nombre raisonnable de blocs OFDM.

Pour réduire la complexité de calcul des algorithmes proposés, on a y recours aux méthodes adaptatives et au développement en série de Taylor limité au premier ordre des fonctions de coûts.

Conclusion générale

A cause des réflexions entre émetteurs et récepteurs, le signal émis à travers le canal radio mobile subit différentes sortes de distorsion (d'amplitude et de phase). Comme elles favorisent l'apparition d'interférence entre symboles.

L'égalisation est la technique adoptée dans les récepteurs de communication pour corriger les effets de distorsion causés par le canal de transmission, tels que l'évanouissement, l'interférence entre symbole, les non linéarités et le bruit.

Les systèmes de communications actuels nécessitant la transmission des débits de plus en plus élevés dans des bandes de fréquences de plus en plus réduites. D'où la susceptibilité de ces transmissions à l'IES, au évanouissement sélectif et au différentes formes de distorsion. Il est donc impératif d'utiliser des schémas de modulation qui immunisent la transmission contre ces effets néfaste du canal radio mobile. La combinaison de la technique de modulation OFDM avec la technique d'étalement du spectre CDMA, offre cette résistance qui lui permet d'atteindre de bonnes performances en termes de débit, de capacité, et d'accès multiple.

Après avoir rappelé les principales fonctionnalités d'une chaîne de communication numérique d'un système utilisant la modulation OFDM dans chapitre 1, et étant donné que l'OFDM comme toute autre modulation multi-porteuse souffre du CFO, nous avons passé en revue l'état de l'art des différentes méthodes d'estimation du CFO existantes.

En effet, plusieurs techniques d'estimation du CFO ont été étudiées et analysées en détail dans ce chapitre, à savoir :

- 1) Techniques basées sur la séquence d'apprentissage où des symboles pilotes sont insérées d'une façon appropriée dans la trame OFDM. La nature et la disposition de ces pilotes permettent de dériver de nouvelles fonctions de coûts permettant l'estimation du CFO et de l'égaliseur.
- 2) Techniques aveugles ou l'estimation du CFO est basée sur certaines propriétés structurelles du signal reçu : à savoir la redondance du CP pour l'OFDM. La méthode de décomposition en sous-espaces signal/bruit, exploite l'orthogonalité entre ces deux espaces pour développer des fonctions de coûts. Une autre méthode exploite la diversité créée par le sur-échantillonnage au niveau du récepteur, pour créer une métrique permettant d'estimer le CFO.

Vu que les méthodes d'estimation aveugle et celles basées sur les symboles pilotes ont montrées leurs limitations en termes de performance, nous avons opté dans le chapitre 2, pour les méthodes d'estimation conjointe semi-aveugle du CFO et du canal.

Les résultats obtenus confirme la supériorité des algorithmes semi-aveugle par rapport aux méthodes aveugle et celles basées sur les symboles pilotes utilisés séparément.

Le troisième chapitre est dédié à l'estimation conjointe aveugle et semi-aveugle du CFO et de l'égaliseur en se basant sur les propriétés structurelles du signal MC-CDMA (l'IG et EC) d'une part, et sur les symboles pilotes nuls et non nuls d'autre part.

Les résultats obtenus montrent que, le système MC-CDMA est très sensible au CFO en particulier lorsque le nombre de blocs MC-CDMA est suffisamment grand. Cette dégradation est due au phénomène de la propagation d'erreur provoquée par l'amplification de l'erreur d'estimation résiduelle de CFO. Comme on a constaté que les méthodes semi-aveugle l'emportent sur les méthodes aveugles et ceci pour un nombre raisonnable de blocs OFDM.

Pour remédier aux complexités des calculs élevées caractérisant les algorithmes ainsi proposés, nous avons développés la version adaptative de ces algorithmes d'une part. D'autre part, nous avons simplifié les fonctions de coût en limitant au premier ordre leurs développements en série de Taylor.

Comme perspectives de ce travail :

- Une éventuelle extension des algorithmes semi-aveugle développés au cas de raccourcissement du canal CSE (Channel Shortening Equalization) est possible.
- L'exploit de la restauration de la propriété du module constant (CM) de certains signaux modulés permet la génération de nouvelles fonctions de couts permettant l'estimation conjointe
- Appliquer les algorithmes dérivés au système MIMO-MC-CDMA.

Références bibliographiques

- [1] M. L. Doeltz, E. T. Heald and D.L. Martin, "binary data transmission techniques for linear systems, " Proc. IRE, vol. 45, pp 656-661, May 1957.
- [2] B.R.Saltzberg, "Performance of an efficient Parallel Data Transmission System," IEEE Trans.Comun.,Vol.COM-15,pp.805-811,December 1967
- [3] S. B. Weinstein and P. M Ebert, "Data transmission by frequency division multiplexing", IEEE Trans. Commun., vol. COM-19, pp.628-34, Oct. 1971.
- [4] S. thapar, M. Singh and G. Sihgh, "Impact of Guard Interval with Cyclic Prefix on Performance of OFDM," in Proc. Challenges and Opportunities in Information Technology, COIT., March 2007.
- [5] J.A. Bingham, "Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come," IEEE Commun. Mag., pp. 5-14, May 1990.
- [6] Z. Wang and G.B. Giannakis, "Wireless multicarrier communications where Fourier meets Shannon," IEEE Signal Processing Magazine, vol. 17, pp. 29-48, May 2000.
- [7] E. BEN SALEM YAHMDI "Time Domain Channel Shortening for Multicarrier Systems" these doctorat, école supérieur de communication de Tunis, mars 2011.
- [8] I. Kacha "Egaliseurs multicanaux aveugles rapides et robustes aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal" these doctorat, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2007.
- [9] A. B. Djebbar, K. Abed-Meraim and A. Djebbari "Blind and semi-Blind Equalization of Dowlink MC-CDMA System Exploiting Guard Interval Redundancy and Excess Codes," in IEEE Transactions On Communications, Vol. 57, N°1, pp.156-163, January 2009.
- [10] T. Miyajima and M. Kotake, "Blind Channel Shortening for MC-CDMA Systems by Restoring the Orthogonality of Spreading Codes, " in IEEE Transactions on Communications, vol. 63, no. 3, pp. 938-948, March 2015.
- [11] L. B. Thiagarajan, S. Attallah, K. A. Meraim, Y. C. Liang, and H. Fu. "Non-Data-

- Aided Joint Carrier Frequency Offset and Channel Estimator for Uplink MC-CDMA Systems,” *IEEE Trans. On Signal Processing*, Vol. 56, No. 9, SEPTEMBER 2008.
- [12] J. Jang and K. B. Lee, “Effects of frequency offset on MC/CDMA system performance,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 3, no. 7, pp. 196–198, Jul. 1999.
- [13] L. Tomba and W. A. Krzymien, “Sensitivity of the MC-CDMA access scheme to carrier phase noise and frequency offset,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, no. 5, pp. 1657–1665, Sep. 1999.
- [14] Z. R. Cao, U. Tureli, Y. D. Yao, and P. Honan, “Frequency synchronization for generalized OFDMA uplink,” in *Proc. IEEE Globecom*, 2004, pp. 1071–1075.
- [15] H. Lui and U. Tureli, “A high efficiency carrier estimator for OFDM communications,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 2, pp. 104–106, Apr. 1998.
- [16] B. Park, H. Cheon, E. Ko, C. Kang, and D. Hong. “A blind OFDM synchronization algorithm based on cyclic correlation,” *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 11, No. 2, pp. 83–85, Feb. 2004.
- [17] B. Chen and H. Wang, “Blind Estimation of OFDM Carrier Frequency Offset via Oversampling”, *IEEE Trans on Signal Processing*, vol. 52, NO. 7, JULY 2004.
- [18] A.B. Djebbar, K. Abed-Meraim, and A. Djebbari, “Blind channel equalization and carrier frequency offset estimation for MC-CDMA systems using guard interval redundancy and excess codes . *Int. J. Electron. Commun. (AEÜ)* , Vol 63, pp. 220 – 225, 2009.
- [19] R. Masmoudi, A. B. Djebbar, and I. Dayoub “Low Complexity Joint Blind Equalization and CFO Estimation for MC-CDMA System”, *Wireless Pers Commun*, Vol. 98 NO.4, AOUT 2016.
- [20] R. Masmoudi, A. B. Djebbar, I. Dayoub and A.Taleb-Ahmed “A Semi Blind joint CFO Estimation and TEQ Equalization in MC-CDMA Systems”, accepté à The international conference on wireless networks and mobile communications (WINCOM'16), Faz, Morocco. October, 2016.
- [21] X. Ma, M-K. Oh, G. B. Giannakis, and D-J. Park. “Hopping Pilots for Estimation of

- Frequency-Offset and Multi-antenna Channels in MIMO-OFDM,” IEEE Trans On Comm, Vol. 53, NO. 1, January 2005.
- [22] IEEE 802.11a: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications: High-speed Physical Layer in the 5GHz Band, IEEE Std., Sep 1999.
- [23] Broadband Radio Access Networks (BRAN): HIPERLAN Type 2 Technical Specification Part 1—Physical Layer, Oct. 1999
- [24] J. van de Beek, M. Sandell, and P. O. Borjesson, “ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems,” IEEE Trans. Signal Processing, vol. 45, pp. 1800–1805, July 1997.
- [25] U. Tureli, H. Liu, and M. Zoltowski, “OFDM blind carrier offset estimation: ESPRIT,” IEEE Trans. Commun., vol. 48, pp. 1459–1461, Sept. 2000.
- [26] P. Moose, “A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction,” IEEE Trans. Commun., vol. 42, pp. 2908–2914, Oct. 1994.
- [27] X. Ma, C. Tepedelenlioglu, G. Giannakis, and S. Barbarossa, “Non-data aided carrier offset estimators for ofdm with null subcarriers: Identifiability, algorithms, and performance,” IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 9, no. 12, pp. 2504–2515, Dec. 2001.
- [28] H. MOUSSAOUI, " Egalisation aveugle et semi aveugle d'un canal à trajets multiples conjointement avec une estimation aveugle d'un décalage fréquentiel pour un système MC CDMA." mémoire de Magister en électronique, U.D.L SBA Algérie, 2010.
- [29] Van Nee R., Prasad R.; “OFDM for wireless multimedia communications”; Artech House Publishers, Boston, USA, 2000.
- [30] Pollet T., Moeneclaey M.; "BER sensitivity of OFDM Systems to carriers frequency offset and Wiener phase noise "; IEEE Trans On Commu, Vol.: 43, Feb./March/April 1995.
- [31] Pollet T., Moeneclaey M.; "Jeanclaude I., Sari H.; “Carrier phase jitter sensitivity for single-carrier and multi-carrier QAM systems "; IEEE Symposium on Commu and

- Veh Tech in the Benelux, pp.:174-181, Nov. 1994.
- [32] A. BENFARAH, “Conception et Implémentation des Fonctionnalités de Synchronisation dans un Récepteur DVB-H” mémoire d’ingénieur, Ecole Supérieure des Communications de Tunis (Sup’Com), 2008.
- [33] Wu Yan, “Low-Complexity Frequency Synchronization for Wireless OFDM Systems” thèse de doctorat, Technische Universiteit Eindhoven, 2009.
- [34] M. Morelli and U. Mengali, “An improved frequency offset estimator for OFDM application,” *IEEE Commun. Lett.* vol. 3, pp. 75–77, Mar. 1999.
- [35] T. M. Schmidl and D. C. Cox, “Robust frequency and timing synchronization for OFDM,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, pp. 1613–1621, Dec. 1997.
- [36] M. Ghogho, A. Swami. “Semi-blind frequency offset synchronization for OFDM”, *IEEE*; pp. 2333–2336, 2002.
- [37] M. Ghogho, A. Swami, and G. Giannakis, “Optimized null-subcarrier selection for CFO estimation in OFDM over frequency-selective fading channels,” in *Proc. IEEE Globecom 2001*, vol. 1, Nov 2001, pp. 202-206.
- [38] R. Masmoudi, A. B. Djebbar, I. Dayoub and A. Taleb-Ahmed “Low Complexity Semi blind Estimation of Carrier Frequency Offset for OFDM System”, *International Conference on Telecommunications and ICT*, Oran, Algeria, Mai 2015.
- [39] H. Meyr, M. Moeneclaey, and S. A. Fechtel, *Digital Communication Receivers*. New York: Wiley, 1998.
- [40] D. M. Pozar, *Microwave and RF Design of Wireless Systems*. New York: Wiley, 2001.
- [41] S. Attallah, and H. Fu “Joint Channel and Carrier Offset Estimation in a Multiuser CDMA System,” *IEEE COMM, LETTERS*, VOL. 6, NO. 10, OCTOBER 2002.
- [42] T. Cui, and C. T, “Joint Frequency Offset and Channel Estimation for OFDM Systems Using Pilot Symbols and Virtual Carriers,” *IEEE TRANS ON WIRE COMM*, VOL. 6, NO. 4, APRIL 2007.
- [43] R. Masmoudi, A. B. Djebbar, and A. Taleb-Ahmed “ Joint Semi-Blind Estimation of

- CFO and Channel for OFDM Systems ”, accepté à the 2nd International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb (CISTEM'16), Marrakesh , Morocco. October, 2016.
- [44] R. K. Martin, J. Balakrishnan, W.A. Sethares, and Jr.C.R.Johnson, “A blind TEQ for multicarrier systems,” IEEE Signal processing Letters, vol. 9, pp.341-343,No. 11, Novembre 2002.
- [45] A. B. Djebbar, K. Abed-Meraim and A. Djebbari, "Semi-Blind Equalization of Downlink MC-CDMA Systems," Signal Processing and Communications, 2007. ICSPC 2007. IEEE International Conference on, Dubai, pp. 460-463, 2007.
- [46] S. Attallah, “Blind Estimation of Residual Carrier Offset in OFDM Systems,” IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 11, No. 2, FEBRURY 2004.
- [47] R. K. Martin, “Joint Blind Adaptive Carrier Frequency Offset Estimation and Channel Shortening”, IEEE Transaction on Signal Processing, VOL. 54, NO. 11, NOVEMBER 2006.
- [48] S. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. 1993.

Annexes

Annexe A : démonstration de l'égalité $\mathbf{R}_{cp} \times \mathbf{D}_P(\omega_0) = e^{j\omega_0 L} \mathbf{D}_N(\omega_0) \mathbf{R}_{cp}$

$\mathbf{D}_P(\omega_0)$ est une matrice diagonale contenant le CFO correspondant à chaque symbole d'information propre à lui, voici sa notation mathématique :

$$\mathbf{D}_P(\omega_0) = \text{diag}[1 \quad e^{j\omega_0} \quad \dots \quad e^{j\omega_0(P-1)}] \text{ de taille } (P \times P) \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{R}_{cp} \times \mathbf{D}_P(\omega_0) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\omega_0} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\omega_0(P-1)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & e^{j\omega_0 L} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & e^{j\omega_0(L+1)} & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & e^{j\omega_0(L+N-1)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

De cette expression on peut décomposer cette matrice en deux matrices qui sont une matrice diagonale $\mathbf{D}_N(\omega_0)$ de taille $(N \times N)$ multipliée par la matrice \mathbf{R}_{cp} , donc nous allons avoir :

$$\mathbf{R}_{cp} \times \mathbf{D}_P(\omega_0) = e^{j\omega_0 L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\omega_0} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\omega_0(N-1)} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$= e^{j\omega_0 L} \mathbf{D}_N(\omega_0) \mathbf{R}_{cp} \quad (\text{A.5})$$

Annexe B : développement de la fonction de log-vraisemblance $\Lambda(\theta, \omega_0)$

Puisque le terme $\prod_n f(r(n))$ dans l'équation (1.30) est indépendant de θ et ω_0 la fonction de log-vraisemblance $\Lambda(\theta, \omega_0)$ donnée par l'équation (1.30) peut être écrite par [24], [32] :

$$\Lambda(\theta, \omega_0) = \sum_{n=\theta}^{\theta+N_g-1} \log \left(\frac{f(r(n), r(n+N))}{f(r(n))f(r(n+N))} \right) \quad (\text{B.1})$$

Le numérateur de l'équation (B.1) suit une distribution gaussienne complexe de dimension 2. En utilisant les propriétés de corrélation de l'équation (1.29), le terme du numérateur devient [32]:

$$f(r(n), r(n+N)) = \frac{\exp\left(-\frac{|r(n)|^2 - 2\rho\Re\{e^{j2\pi\omega_0} r(n)r^*(n+N)\} + |r(n+N)|^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_b^2)(1-\rho^2)}\right)}{\pi^2(\sigma_s^2 + \sigma_b^2)^2(1-\rho^2)} \quad (\text{B.2})$$

Avec ρ représente le coefficient de corrélation entre $r(n)$ et $r(n+N)$ donné par :

$$\rho = \left| \frac{E\{r(n)r^*(n+N)\}}{\sqrt{E\{|r(n)|^2\}E\{|r(n+N)|^2\}}} \right| = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} = \frac{SNR}{SNR+1} \quad (\text{B.3})$$

Où le rapport signal/ bruit est défini comme suivante $SNR = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_e^2}$.

Le dénominateur de l'équation (B.1) est le produit de 2 distributions gaussiennes complexes de dimension 1 :

$$f(r(n)) = \frac{\exp\left(-\frac{|r(n)|^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)}\right)}{\pi(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)} \quad (\text{B.4})$$

La fonction de log-vraisemblance de l'équation (B.1) après quelques manipulations algébriques devient :

$$\Lambda(\theta, \omega_0) = c_1 + c_2(|\gamma(\theta)| \cos(2\pi\omega_0 + \angle\gamma(\theta)) - \rho\Phi(\theta)) \quad (\text{B.5})$$

Avec $\gamma(m)$ et $\Phi(m)$ sont données par :

$$\gamma(m) = \sum_{n=m}^{m+L-1} r(n)r^*(n+N) \quad (\text{B.6})$$

$$\Phi(m) = \frac{1}{2} \sum_{n=m}^{m+L-1} |r(n)|^2 + |r(n+N)|^2 \quad (\text{B.7})$$

c_1 et c_2 sont deux constantes indépendantes de θ et ω_0 . La maximisation de $\Lambda(\theta, \omega_0)$ est indépendante de ces deux constantes, donc l'estimation avec maximum de vraisemblance est donnée par [24]:

$$\Lambda(\theta, \omega_0) = |\gamma(\theta)| \cos(2\pi\omega_0 + \angle\gamma(\theta)) - \rho\Phi(\theta) \quad (\text{B.8})$$

Annexe C : Calcul du CRB (Cramer-Rao Bound)

Nous dérivons dans cette section la borne Cramer-Rao (CRB) pour l'estimation semi-aveugle du CFO basé sur le sur-échantillonnage, nous mettons en évidence les principaux étapes pour dérivées le CRB.

Nous allons définir:

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{F}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p ; \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{S} \boldsymbol{\beta}_p ; \boldsymbol{\Psi} = \mathbf{F}_p \boldsymbol{\psi}_p \mathbf{C} \boldsymbol{\beta}_p$$

$$\boldsymbol{\mu}_1 = \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) [\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{h} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha}] ;$$

$$\boldsymbol{\mu}_2 = e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) [\boldsymbol{\Psi} \mathbf{h} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d \boldsymbol{\alpha}] .$$

Les deux signaux reçus échantillonnés à l'instantes $\tau = 0$ et $\tau = \frac{T}{2}$ peut être écrit sous la forme vectorielle comme suivant:

$$\mathbf{x}_1 = \boldsymbol{\mu}_1 + \mathbf{e}_1 \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{x}_2 = \boldsymbol{\mu}_2 + \mathbf{e}_2 \quad (\text{C.2})$$

Les vecteurs \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 peut être considérées comme un bruit blanc gaussien circulairement symétrique de moyen $\boldsymbol{\mu}_1$ and $\boldsymbol{\mu}_2$, respectivement, et une matrice de covariance égale à $\sigma^2 \mathbf{I}$. Pour dériver le CRB, nous appliquons la théorie de CRB [48] au vecteur de paramètres suivant :

$$\boldsymbol{\chi} = [\omega_0, \mathbf{h}_R, \mathbf{h}_I, \boldsymbol{\alpha}_R, \boldsymbol{\alpha}_I] \quad (\text{C.3})$$

Où \mathbf{h}_R , \mathbf{h}_I , $\boldsymbol{\alpha}_R$ et $\boldsymbol{\alpha}_I$ représentent les parties réelles et imaginaires de \mathbf{h} et $\boldsymbol{\alpha}$, respectivement. Dans ce cas, la matrice d'information de Fisher (FIM, Fisher Information Matrix) est donnée par [48]:

$$\mathbf{F} = \frac{2}{\sigma^2} \Re \left[\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1^{\mathcal{H}}}{\partial \boldsymbol{\chi}} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1}{\partial \boldsymbol{\chi}^T} \right] + \frac{2}{\sigma^2} \Re \left[\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2^{\mathcal{H}}}{\partial \boldsymbol{\chi}} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2}{\partial \boldsymbol{\chi}^T} \right] \quad (\text{C.4})$$

Les équations nécessaires pour dériver la matrice de FIM sont résumées dans le tableau. C. 1.

$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1^{\mathcal{H}}}{\partial \omega_0} = -j(\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{h} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha})^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1}{\partial \omega_0} = j \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) (\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{h} + \mathbf{F}_d \boldsymbol{\alpha})$
$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1^{\mathcal{H}}}{\partial \mathbf{h}_R} = \boldsymbol{\Gamma}^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1}{\partial \mathbf{h}_R^T} = \boldsymbol{\Phi}(\omega_0) \boldsymbol{\Gamma}$

$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1^{\mathcal{H}}}{\partial \mathbf{h}_I} = -j\boldsymbol{\Gamma}^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1}{\partial \mathbf{h}_I^T} = j\boldsymbol{\Phi}(\omega_0)\boldsymbol{\Gamma}$
$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1^{\mathcal{H}}}{\partial \boldsymbol{\alpha}_R} = \mathbf{F}_d^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1}{\partial \boldsymbol{\alpha}_R^T} = \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)\mathbf{F}_d$
$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1^{\mathcal{H}}}{\partial \boldsymbol{\alpha}_I} = -j\mathbf{F}_d^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_1}{\partial \boldsymbol{\alpha}_H^T} = j\boldsymbol{\Phi}(\omega_0)\mathbf{F}_d$
$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2^{\mathcal{H}}}{\partial \omega_0} = -je^{-j\frac{\omega_0}{2}}(\boldsymbol{\Psi}\mathbf{h} + \mathbf{F}_d\boldsymbol{\psi}_d\boldsymbol{\alpha})^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_2 \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2}{\partial \omega_0} = j\mathbf{D}_2 e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)(\boldsymbol{\Psi}\mathbf{h} + \mathbf{F}_d\boldsymbol{\psi}_d\boldsymbol{\alpha})$
$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2^{\mathcal{H}}}{\partial \mathbf{h}_R} = e^{-j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Psi}^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2}{\partial \mathbf{h}_R^T} = e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)\boldsymbol{\Psi}$
$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2^{\mathcal{H}}}{\partial \mathbf{h}_I} = -je^{-j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Psi}^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2}{\partial \mathbf{h}_I^T} = je^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)\boldsymbol{\Psi}$
$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2^{\mathcal{H}}}{\partial \boldsymbol{\alpha}_R} = e^{-j\frac{\omega_0}{2}} (\mathbf{F}_d\boldsymbol{\psi}_d)^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2}{\partial \boldsymbol{\alpha}_R^T} = e^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)\mathbf{F}_d\boldsymbol{\psi}_d$
$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2^{\mathcal{H}}}{\partial \boldsymbol{\alpha}_I} = -je^{-j\frac{\omega_0}{2}} (\mathbf{F}_d\boldsymbol{\psi}_d)^{\mathcal{H}} \boldsymbol{\Phi}^{\mathcal{H}}(\omega_0)$	$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_2}{\partial \boldsymbol{\alpha}_I^T} = je^{j\frac{\omega_0}{2}} \boldsymbol{\Phi}(\omega_0)\mathbf{F}_d\boldsymbol{\psi}_d$

Tableau. C. 1. Les différents composants de la matrice de FIM

Nous pouvons diviser la matrice \mathbf{F} comme suit [48] :

$$\mathbf{F} = \frac{2}{\sigma^2} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{C.5})$$

$$\mathbf{F}_{11} = \mathbf{a}^H \mathbf{D}_1^2 \mathbf{a} + \mathbf{b}^H \mathbf{D}_2^2 \mathbf{b}$$

$$\mathbf{F}_{12} = [\Im\{\mathbf{a}^H \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\Gamma} + \mathbf{b}^H \mathbf{D}_2 \boldsymbol{\Psi}\} \Re\{\mathbf{a}^H \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\Gamma} + \mathbf{b}^H \mathbf{D}_2 \boldsymbol{\Psi}\} \Im\{\mathbf{a}^H \mathbf{D}_1 \mathbf{F}_d + \mathbf{b}^H \mathbf{D}_2 \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d\} \Re\{\mathbf{a}^H \mathbf{D}_1 \mathbf{F}_d + \mathbf{b}^H \mathbf{D}_2 \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d\}]$$

$$\mathbf{F}_{21} = \mathbf{F}_{12}^H$$

$$\mathbf{F}_{22} = \begin{bmatrix} \Re\{\mathbf{c}\} & -\Im\{\mathbf{c}\} & \Re\{\mathbf{d}\} & -\Im\{\mathbf{d}\} \\ \Im\{\mathbf{c}\} & \Re\{\mathbf{c}\} & \Im\{\mathbf{d}\} & \Re\{\mathbf{d}\} \\ \Re\{\mathbf{d}^H\} & -\Im\{\mathbf{d}^H\} & \Re\{\mathbf{e}\} & -\Im\{\mathbf{e}\} \\ \Im\{\mathbf{d}^H\} & \Re\{\mathbf{d}^H\} & \Im\{\mathbf{e}\} & \Re\{\mathbf{e}\} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{h} + \mathbf{F}_d\boldsymbol{\alpha}$$

$$\mathbf{b} = \boldsymbol{\Psi}\mathbf{h} + \mathbf{F}_d\boldsymbol{\psi}_d\boldsymbol{\alpha}$$

$$\mathbf{c} = \boldsymbol{\Gamma}^{\mathcal{H}}\boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{\Psi}^{\mathcal{H}}\boldsymbol{\Psi}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{\Gamma}^{\mathcal{H}} \mathbf{F}_d + \mathbf{\Psi}^{\mathcal{H}} \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d ;$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{F}_d^{\mathcal{H}} \mathbf{F}_d + (\mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d)^{\mathcal{H}} \mathbf{F}_d \boldsymbol{\psi}_d.$$

En utilisant le lemme sur l'inverse des matrices partitionnées, le CRB pour l'estimation semi aveugle de CFO est finalement donnée par:

$$CRB_{\omega_0} = \frac{\sigma^2}{2} (\mathbf{F}_{11} - \mathbf{F}_{12} \mathbf{F}_{22}^{-1} \mathbf{F}_{21})^{-1} \quad (\text{C.6})$$