

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES

**FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**



THESE DE DOCTORAT

**Spécialité :
Mécanique des Solides et des Structures**

**Présenté par :
Mr. MAACHOU Sofiane**

Thème : _____

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA PROPAGATION
DES FISSURES SOUS CHARGEMENT VARIABLE
BASEE SUR UNE APPROCHE ENERGETIQUE**

Directeur de thèse :

M^r BENGUEDIAB Mohamed

Professeur Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

Co-Directeur de thèse :

M^r MAZARI Mohamed

Professeur Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

Membre du jury:

M^r ZEMRI Mokhtar

Professeur Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès Président

M^r BENACHOUR Mustapha

Professeur Université de Tlemcen

Examineur

M^r BENDOUBA Mostefa

MCA Université de Mascara

Examineur

M^r MEDDAH Hadj Miloud

MCA Université de Mascara

Examineur

M^r BOULENOUAR Abdelkader

MCA Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

Invité

2016-2017

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire de Matériaux et Systèmes Réactifs grâce à l'aide qui m'a été apportée par plusieurs personnes.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à messieurs les professeurs **BENGUEDIAB Mohamed** et **MAZARI Mohamed** de l'Université de Sidi Bel Abbés pour avoir accepté d'encadrer scientifiquement cette thèse, de m'avoir guidé et soutenu tout au long de cette étude.

Leurs qualités humaines et scientifiques, leurs conseils ont tracé le chemin de cette thèse de l'introduction à la conclusion. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude

Je tiens aussi à remercier le professeur **ZEMRI Mokhtar** pour avoir accepté au de présider ce jury. Je le remercie pour ses encouragements. Qu'il trouve ici l'expression de mes vifs remerciements.

Je remercie tout particulièrement,

- Messieurs le professeur **BENACHOUR Mustapha** de l'université de Tlemcen et les docteurs **BENDOUBA Mostefa** et **MEDDAH Hadj Miloud** Maitres de Conférences A , à l'université de Mascara pour leurs précieux conseils et aussi pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie profondément le docteur **BOULENOUAR Abdelkader** pour son aide précieuse et ses atouts scientifiques qu'il m'a apporté tout au long de ma formation doctorale sans quoi cette étude n'aurait pas vu le jour.

Je voudrais vivement remercier également l'ensemble des enseignants du département de Génie Mécanique et je tiens à remercier chaleureusement toutes personnes qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à l'accomplissement de ce travail.

RESUME

La sécurité des constructions et notamment celle des structures d'avion nécessite de connaître le comportement en fatigue des fissures et l'évolution de ces défauts au cours du chargement d'amplitude constante, variable et aléatoire. Cette thèse est consacrée à l'application d'une analyse énergétique pour évaluer la vitesse de fissuration en fonction de l'énergie hystérétique équivalente, de l'énergie spécifique et du facteur d'intensité de contrainte maximum sous chargement d'amplitude variable, ainsi que l'estimation de la durée de vie équivalente, pour une éprouvette en alliage d'aluminium 2024 T351. Les résultats obtenus sont comparés aux ceux trouvés expérimentalement et calculés numériquement par le modèle de Klingbeil, le modèle de Tracey et le modèle de Weertman. Les vitesses de fissuration du présent modèle sont supérieures aux celles trouvées expérimentalement, ce qui est acceptable pour des raisons de sécurité.

Mots clés : approche énergétique, amplitude variable, énergie hystérétique, vitesse de fissuration.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	6
CHAPITRE I : RAPPEL SUR LA MECANIQUE DE LA RUPTURE	
I. Introduction.....	9
II. Généralités sur la mécanique de la rupture.....	10
III. Facteur d'intensité de contrainte.....	12
IV. Quelques notions de mécanique de la rupture élastoplastique.....	14
IV.1. Analyse quantitative de l'écoulement plastique en pointe de fissure... 	15
1) <i>Contraintes planes</i> :.....	15
2) <i>Déformations planes</i> :.....	16
IV.2. Solution en plasticité confinée.....	17
1) <i>Modèle d'Irwin</i> :.....	17
2) <i>Modèle de Dugdale-Barenblatt</i> :.....	21
IV.3. Introduction à l'analyse en plasticité étendue.....	22
1) <i>Intégrale J</i> :.....	23
2) <i>Méthodes de détermination de J</i> :.....	26
CHAPITRE II : INTRODUCTION A LA FATIGUE DES MATERIAUX	
I. Introduction.....	29
II. Dommages cumulatifs	30
II.1. Courbes de Whöler.....	30
II.2. Représentation analytique de la courbe de Whöler	32
III. Mécanismes de fissuration par fatigue	33
III.1. Amorçage de fissures de fatigue	33
III.2. Propagation de fissures de fatigue	37
III.3. Facteurs influençant la propagation des fissures de fatigue.....	40
1) <i>Influence de la taille du grain</i> :.....	40
2) <i>Influence des paramètres microstructuraux ou métallurgiques</i> :.....	41
3) <i>Influence du rapport de charge</i> :.....	41
4) <i>Influence de l'environnement</i> :.....	44

IV. Les lois de fissuration par fatigue	44
IV.1. Modèle décrivant la propagation des fissures de fatigue sous un chargement à amplitude constante.....	45
1) <i>Modèles basés sur l'ouverture à fond de fissure ($\Delta CTOD$) :</i>	45
2) <i>Modèle de Paris :</i>	46
3) <i>Modèle de Weertman :</i>	46
4) <i>Travaux de Ranganathan :</i>	48
5) <i>Modèle de Klingbeil :</i>	49
6) <i>Modèle de Mazari :</i>	52
IV.2. Modèle décrivant la propagation des fissures de fatigue sous un chargement à amplitude variable.....	53
1) <i>Modèles basés sur le concept de fermeture :</i>	53
2) <i>Aspects phénoménologique :</i>	54
3) <i>Modèle cycle à cycle :</i>	62
4) <i>Modèle numérique :</i>	63
5) <i>Modèle basé sur le concept de chargement constant équivalent :</i>	65
 CHAPITRE III : DETAILS EXPERIMENTALES 	
I. Matériaux et méthodes utilisés.....	69
I.1. Propriétés mécaniques.....	69
I.2. Description des essais	70
1) <i>Type d'éprouvettes :</i>	70
2) <i>Machine d'essai :</i>	71
3) <i>Type d'essais :</i>	71
I.3. Logiciel de pilotage.....	73
I.4. Suivi de la fissure	74
1) <i>Suivi optique :</i>	74
2) <i>Mesures de complaisance :</i>	74
3) <i>Suivi électrique :</i>	74
I.5. Mesure de l'ouverture.....	76
I.6. Mesure de l'énergie hystérétique	77
II. Résultats expérimentaux.....	78
II.1. Chargement d'amplitude constante.....	78
1) <i>Relations entre da/dN et K_{max} :</i>	78
2) <i>Evolution des paramètres énergétiques :</i>	79

II.2. Chargement d'amplitude variable.....	83
1) <i>Evolution des paramètres énergétiques :.....</i>	<i>83</i>
III. Modèle de Mazari.....	85
III.1. Relations entre da/dN et Q_{eq}.....	85
III.2. Essais de seuil	86
III.3. Modèle énergétique	89
Chapitre IV : Modèle Energétique	
I. Relation entre la propagation de la fissure Δa/bloc et K_{max}	94
II. Relation entre Δa/bloc et l'énergie hystérétique dissipée ΣQ_i.....	96
III. Comparaison entre les différents modèles	105
III.1. Évolution de Δa/bloc en fonction de Q_{eq}.....	111
III.2. Évolution de Δa/bloc en fonction de U_{corr}	113
III.3. Évolution de Δa/bloc en fonction de K_{max}.....	116
IV. Évaluation des durées vies équivalents sous le chargement d'amplitude variable.....	118
IV.1. Présent Modèle	118
IV.2. Modèle de Tracey.....	119
IV.3. Modèle de Klingbeil.....	119
V. Conclusion	121
CONCLUSION GENERALE.....	123
Références Bibliographiques.....	126

INTRODUCTION

GENERALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'importance des phénomènes de fatigue est bien admise depuis des années dans la mesure où elle concerne un problème primordial, celui de la sécurité des pièces et des structures en service, soumises à des sollicitations cycliques d'amplitude variable et dans des environnements plus ou moins agressifs.

La compréhension des mécanismes de fissuration prenant en compte les différents facteurs tels que le mode de chargement, l'environnement, la fréquence de sollicitation et la détermination des paramètres structuraux qui conditionnent la résistance des matériaux à la fissuration est une première nécessité. La conception de structure tolérante au dommage est basée sur l'existence d'un défaut initial (en l'occurrence la taille minimale de fissure détectable par un contrôle non destructif) et sur la garantie expérimentale que l'évolution de cette fissure ne peut entraîner de conséquence catastrophiques pour l'avion par exemple.

A cet effet, les conceptions de la mécanique de la rupture sont utilisées soit pour calculer la durée de vie d'une structure avec un facteur de sécurité environ égal à 3 ou soit pour déterminer la période d'inspection dans les zones critiques afin de vérifier que la fissure initial n'atteigne pas la taille critique.

La croissance des fissures est liée à l'existence d'une zone plastique en tête de fissure, dont la formation et l'intensification s'accompagnent d'une dissipation d'énergie. L'énergie dissipée par cycle doit donc représenter avec plus de précision le taux d'endommagement en tête de fissure.

Cette étude est consacrée à application d'une approche énergétique de la fissuration sous un chargement à amplitude variable sur un alliage léger à haut résistance le 2024 T351, qui est employé dans les structures aéronautiques.

Ce travail se scinde en 4 chapitres :

Le premier chapitre et le deuxième chapitre sont consacrés à une étude bibliographique. Le premier chapitre présente des généralités sur la mécanique de la rupture et quelques notions de mécanique de la rupture élastoplastique. Dans le deuxième chapitre on a exposé les mécanismes de fissuration par fatigue ainsi les modèles décrivant la propagation des fissures de fatigue sous un chargement à amplitude constante et les modèles décrivant la propagation des fissures de fatigue sous un chargement à amplitude variable

Le troisième chapitre présente les procédures et les résultats expérimentaux. Le matériau étudié, la description des essais, les procédures de chargement et explique bien le modèle de Mazari.

Le quatrième chapitre est le dernier, on a appliqué l'analyse énergétique pour un chargement à amplitude variable. Le comportement de croissance des fissures de fatigue sous chargement à amplitude variable de l'alliage d'aluminium 2024 T351 sont analysées à l'aide des termes de paramètres d'énergie. Dans le cas des essais sous chargement d'amplitude variable, l'évolution de l'énergie hystérétique dissipée par bloc est similaire à celle observée sous un chargement d'amplitude constante. Et à l'aide du code de calcul MATLAB on a établie un programme pour estimé la durée de vie et comparé à celle trouvé expérimentalement et numériquement.

La conclusion présente une synthèse générale des résultats ainsi que les perspectives de développement dans le futur.

CHAPITRE I :

Rappel sur la Mécanique de la Rupture

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l'étude des fissures macroscopiques : elle s'applique lorsqu'il existe dans le matériau des discontinuités telles dans la matière qu'elles viennent modifier l'état de contrainte, déformation et déplacement, si bien que l'homogénéisation du milieu n'a plus de sens.

I. Introduction

La séparation en deux parties disjointes d'un corps se produit à la suite de la phase d'amorçage, qui a vu le développement de microcavités, microfissures... sous l'action de sollicitations mécaniques, thermiques, chimiques.... La propagation de la ou des fissures macroscopiques peut conduire à la séparation complète de plusieurs morceaux, ou bien au contraire les fissures peuvent s'arrêter. Le mode de rupture peut être fragile, la rupture se produisant alors souvent sans déformation plastique, ou ductile, en présence d'une déformation plastique importante. L'énergie nécessaire pour produire la rupture, caractérisée par la résilience (rapport de l'énergie nécessaire pour rompre une pièce sur la section droite de matière rompue), est bien plus grande dans le cas de la rupture ductile.

La résilience est une caractéristique importante du matériau au niveau de la conception de systèmes mécaniques. Elle évolue avec la température de transition caractérisant le passage d'un mode à l'autre. Le mode de rupture dépend par ailleurs de l'état de contrainte, en particulier de la triaxialité des contraintes (rapport du premier sur le second invariant). Un matériau qui présente beaucoup de plasticité développera en général des ruptures ductiles, mais pourra être sujet à la rupture fragile. Un matériau sans plasticité (céramiques, métaux à très basses températures, certaines résines) présentera toujours des ruptures fragiles.

En fonction du chargement et du matériau considérés, si le milieu est globalement plastique ou viscoplastique, l'étude est du ressort de la mécanique non linéaire de la rupture, ou encore de l'approche locale, dans laquelle il est fait une description aussi précise que possible de l'état de contrainte et de déformation en pointe de fissure à l'aide de modèles de comportement non linéaires. Si au contraire la plasticité est absente ou reste très confinée, les théories qui permettent de traiter le problème considèrent le matériau comme élastique partout : c'est la mécanique linéaire de la rupture.

II. Généralités sur la mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture a été introduite par Griffith vers 1920 [1], les premiers développements théoriques d'analyse des champs de déformation et de contraintes au voisinage d'une fissure ont été entrepris par Westergaard vers 1940 [2]. Vers 1960, Irwin [3] a contribué à l'extension de la discipline. Depuis cette date, le développement de la mécanique de la rupture s'est étendu à d'autres problèmes tels que :

- Non-linéarité matériau et géométrie ;
- Bifurcation des fissures en modes mixtes ;
- Propagation des fissures sous charges dynamiques...

Généralement, dans tout solide contenant une fissure et soumis à des contraintes extérieures, la mécanique linéaire de la rupture prévoit, à la pointe de cette fissure, l'existence d'un état de contrainte et de déformation, dit singulier, dû à la présence de la fissure.

En 1964, Irwin [4] a montré que la singularité des contraintes et déformations impliquait l'existence d'une zone plastifiée en pointe de fissure.

En 1967, Rice [5] a démontré l'existence d'une zone plastique cyclique contenue à l'intérieur de la zone plastique d'Irwin si le solide fissuré est soumis à des contraintes cycliques. De plus, il a constaté que c'est dans cette zone plastique cyclique que le matériau s'endommage en pointe de fissure.

Il est donc clair, que la zone plastique cyclique révélatrice de l'état singulier de contrainte et de déformation représente le moteur de la propagation d'une fissure de fatigue. A partir de cette théorie, la mesure des contraintes ou des déformations en pointe de fissure semble nécessaire pour une bonne compréhension du phénomène de propagation des fissures de fatigue.

Finalement, le but de la mécanique de la rupture est l'étude de l'interaction entre la discontinuité géométrique (fissure) et le milieu continu avoisinant, ainsi que l'évolution de cette discontinuité. Schématiquement, on peut distinguer, dans un milieu fissuré, trois zones successives (figure I-1).

1) La zone d'élaboration (zone A) :

Elle se trouve à la pointe de la fissure et dans le sillage laissé par celle-ci pendant sa propagation. L'existence des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau rend son étude très complexe. La taille de cette zone est en général très faible, elle est ponctuelle d'un point de vue mécanique.

2) La zone singulière (zone B) :

Dans cette zone les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie de la structure. On démontre que dans cette zone, les composantes du champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure (r, θ) . Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon (r_p) en deçà duquel le seuil plastique est franchi. La valeur de r_p autour de la pointe de la fissure détermine la forme de la zone plastique. C'est en fonction de la taille de celle-ci que l'on qualifiera si la rupture est fragile ou ductile.

3) La zone extérieure (zone C) :

Elle comprend des champs lointains qui se raccordent d'une part à la zone singulière et d'autre part aux conditions aux limites en charge et en déplacements. Les déformations et les contraintes varient peu, et peuvent être approximés par des polynômes utilisés dans les différentes méthodes de résolution.

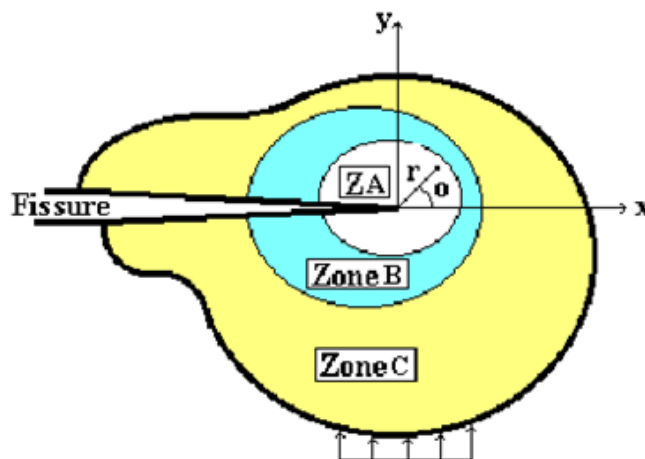


Figure I-1 : Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure.

III. Facteur d'intensité de contrainte

La théorie d'élasticité permet de calculer le champ de contrainte au voisinage du fond de fissure dans une plaque de dimensions infinies. Ainsi, si l'on considère une fissure de longueur $2a$ dans une plaque de dimensions infinies soumise à une contrainte de traction σ_∞ perpendiculaire au plan de la fissure (Figure I-2),

Les contraintes au voisinage de la pointe de fissure sont données par les relations (I-1) :

Pour $r \ll a$:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{xy} &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{aligned} \right\} \quad (I-1)$$

Avec $K = \sigma_\infty \sqrt{\pi a}$: Facteur d'intensité de contrainte.

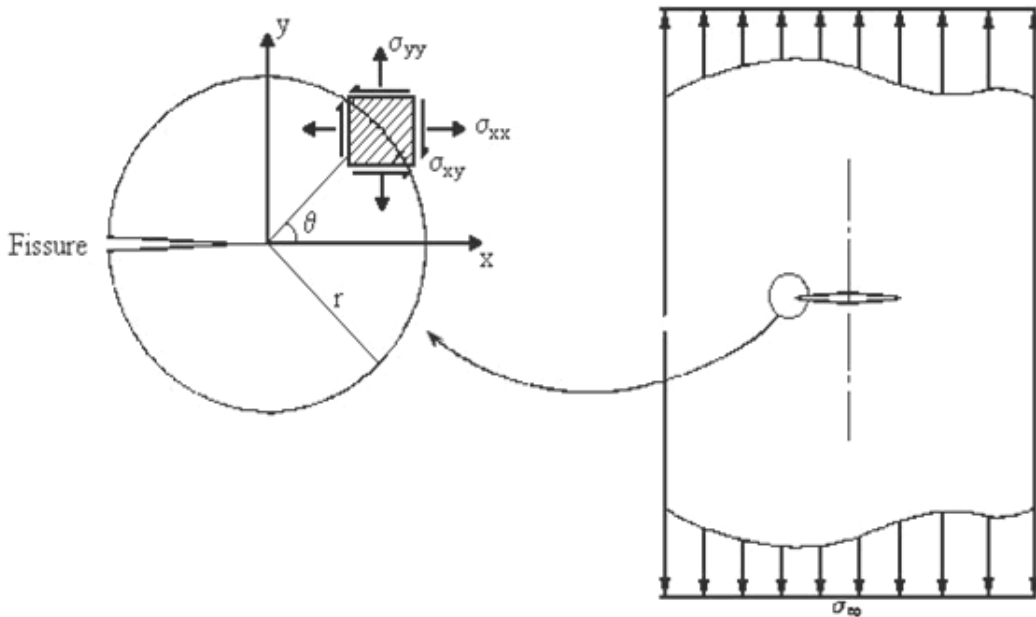


Figure I-2 : Répartition des contraintes au voisinage du fond de fissure.

D'une manière générale, un coefficient de correction C doit être ajouté à l'expression du facteur d'intensité K pour tenir compte de la géométrie de la pièce, soit :

$$K = C\sigma\sqrt{\pi a} \quad (I-2)$$

Dans le cas d'un chargement cyclique entre σ_{\max} et σ_{\min} , l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte se définit par :

$$\Delta K = C(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})\sqrt{\pi a} \quad (I-3)$$

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = K_{\max}(1 - R)$$

$R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$ étant le rapport de charge.

Les relations (I-1) font apparaître une singularité de contrainte lorsque r tend vers zéro. Cette singularité se traduit, pour les métaux ductiles, par l'existence d'une zone plastifiée en fond de fissure. Lorsque la fissure se propage, cette zone plastifiée génère un sillage plastique en arrière du fond de la fissure. On obtient donc une enclave plastique au sein d'un milieu élastique (figure I-3).

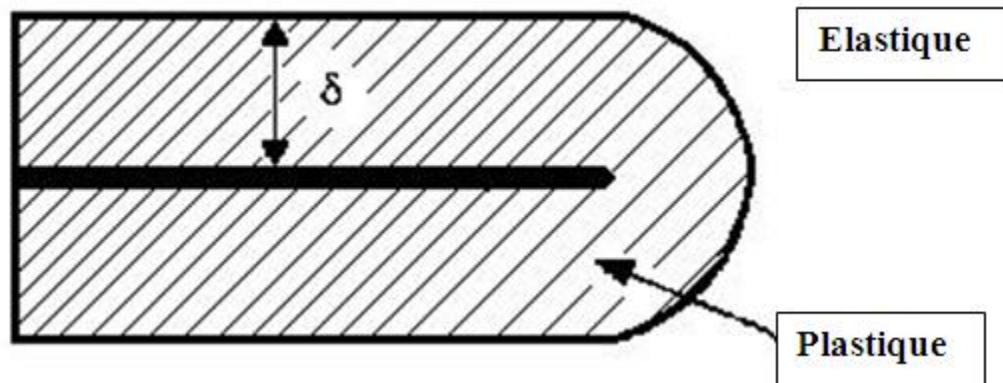


Figure I-3 : Formation de la zone plastique.

IV. Quelques notions de mécanique de la rupture élastoplastique

La solution obtenue en élasticité n'est pas évidemment réaliste physiquement. Cela est tout spécialement vrai pour les métaux. Qualitativement, on conçoit aisément que les contraintes en point de fissure vont être écrêtées par la plasticité.

On est alors en droit de se demander en quelle mesure la plasticité affecte la solution établie dans le cadre de l'élasticité. Par ailleurs, la signification énergétique de la rupture qui s'appuie sur le bilan établi par Griffith [1] est plus ambiguë. En effet, la plasticité étant par définition irréversible, le taux de libération d'énergie n'a plus de signification aussi claire.

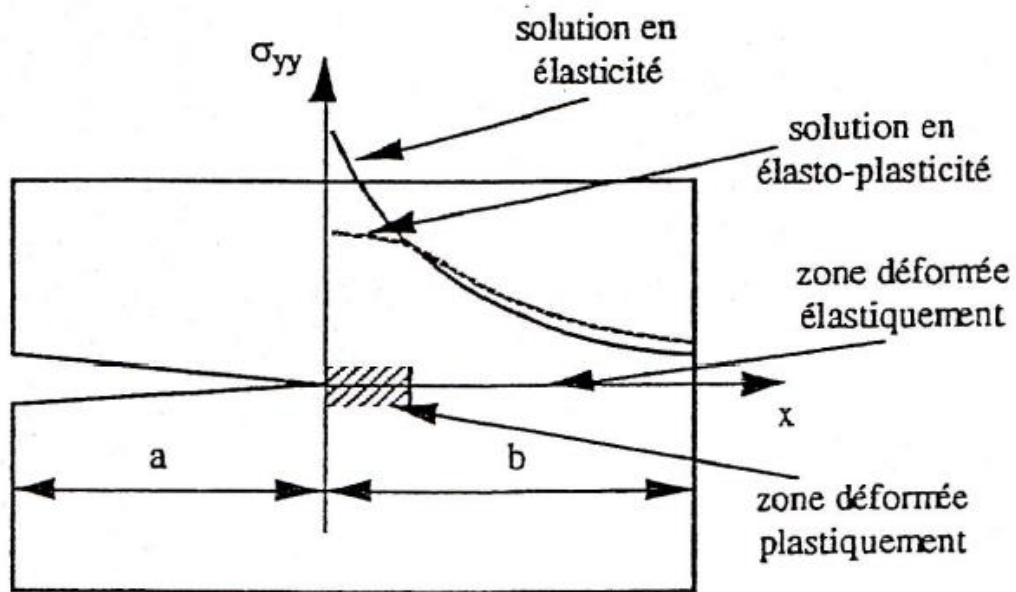


Figure I-4 : Schéma de principe illustrant l'abaissement des contraintes en pointe de fissure en présence de plasticité [6].

IV.1. Analyse quantitative de l'écoulement plastique en pointe de fissure

On distingue successivement le cas de la contrainte plane et celui de la déformation plane.

1) Contraintes planes :

Dans la zone déformée plastiquement et dans le plan qui prolonge la fissure, les directions principales sont les axes Ox , Oy et Oz . Le cercle de Mohr qui représente l'état des contraintes dans cette zone a un rayon k , k étant la limite d'élasticité en cisaillement, et il passe par l'origine, puisque $\sigma_{zz} = 0$. La plus grande contrainte principale étant σ_{yy} , le cisaillement maximal s'exerce sur des plans à $\pm \pi/4$ des directions Ox et Oy . On constate en effet, comme cela est représenté sur la figure I-5 que la déformation plastique se produit par glissement le long de ces directions en produisant une striction locale selon l'épaisseur de la plaque. La trace des lignes de glissement, sur la face arrière est représentée sur la figure I-5.b.

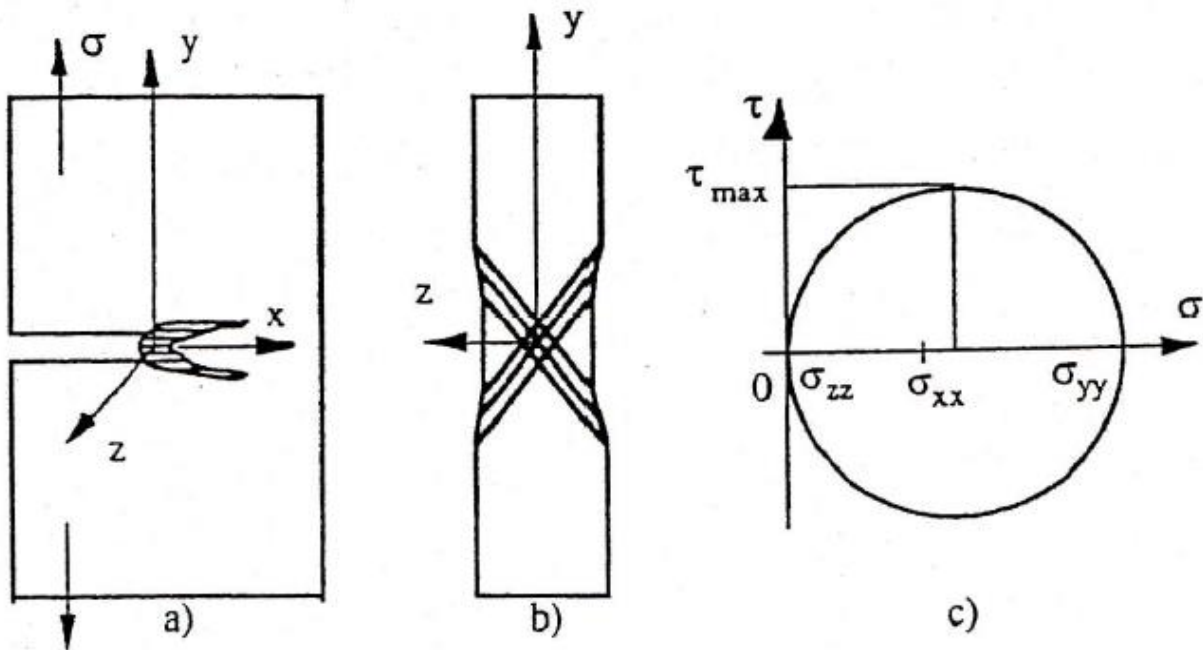


Figure I-5 : Déformation plastique en contrainte planes : a) vue dans le plan de la plaque, b) vue sur la face arrière, c) cercle de Mohr [6].

2) Déformations planes :

Les directions principales des contraintes sont toujours les axes Ox, Oy et Oz. On conçoit aisément le fait que la contrainte σ_{xx} soit plus faible que σ_{yy} . Cela est dû à un émoussement de la fissure, aussi faible soit-il. En plasticité, la contrainte σ_{zz} vaut la moitié de la somme ($\sigma_{xx} + \sigma_{yy}$) puisque l'on a toujours la relation $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ avec $\nu = 0,5$. Ainsi, la contrainte intermédiaire est cette fois-ci σ_{zz} et non plus σ_{xx} , comme en contrainte plane. Les plans de glissement contiennent l'axe Oz et sont situés à $\pm \pi/4$ des axes Ox et Oy, comme cela est dessiné sur la figure I-6.b. Lorsque la plasticité reste confinée, les zones plastiques ont une forme d'ailes de papillon. En surface, l'écoulement étant beaucoup plus facile (état approchant celui de la contrainte plane), la zone plastifiée est plus étendue. Le cercle de Mohr est cette fois-ci fortement décalé sur l'axe des tensions. Il apparaît ainsi dans la zone plastifiée un fort état de triaxialité des contraintes, caractérisé par le rapport $\sigma_m = 1/3(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$.

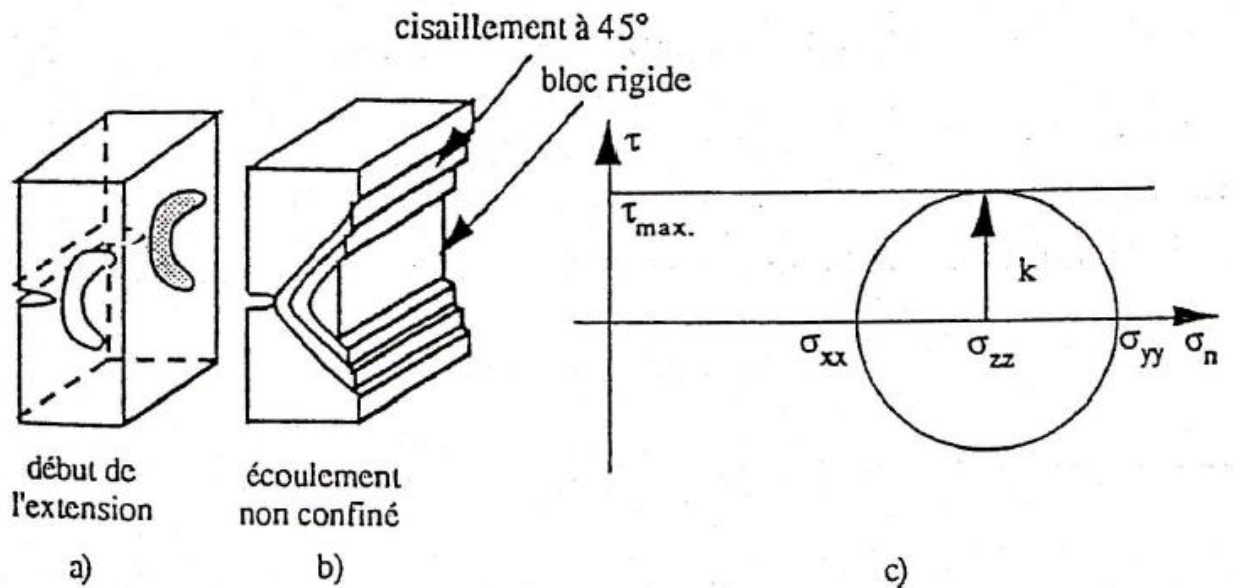


Figure I-6 : déformation plastique en déformation planes [6].

IV.2. Solution en plasticité confinée

Dans cette partie, on apprend le cas où la plasticité reste confinée à la pointe de la fissure. On suppose donc que l'étendue de la zone dans laquelle il y a de la plasticité est beaucoup plus faible que le reste de la structure, c'est-à-dire la longueur de la fissure a , et le ligament b en avant de la fissure.

Ne sont présentés ici que deux modèles de plasticité confinée, mais il en existe d'autres. Sous certaines conditions sur la dimension des éprouvettes, il est encore possible de raisonner dans le cadre de la mécanique de la rupture.

1) Modèle d'Irwin :

Le modèle d'Irwin s'applique aux conditions de contrainte plane. Le matériau est supposé être parfaitement élastique et obéit au critère de Tresca, soit $2k = R_p$, R_p étant la limite d'élasticité du matériau. Comme nous venons de le voir, la contrainte σ_{yy} qui s'applique sur le plan qui prolonge la fissure est principale et dans la zone plastifiée elle est constante et vaut R_p .

Avec les contraintes calculées précédemment en élasticité dans le plan $\theta = 0$, $\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi.r}}$ la contrainte σ_{yy} atteint la limite R_p à une distance r_y telle que :

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{R_p} \right)^2 \quad (I-4)$$

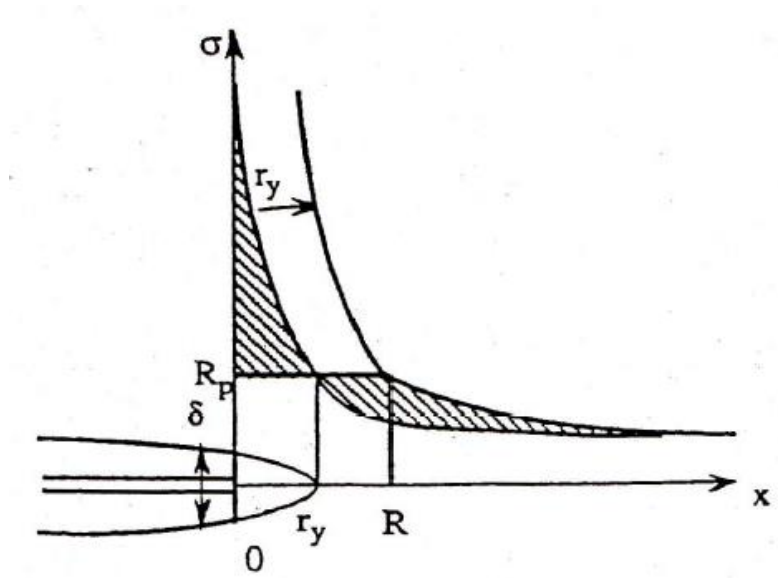


Figure I-7 : Etendue de la zone plastifiée en pointe de fissure [6].

En fait, la zone déformée plastiquement est plus étendue de façon à respecter l'équilibre des contraintes. Il faut en effet composer la troncature de la distribution élastique pour $x \leq R_p$. on fait alors une hypothèse simple selon laquelle la distribution élastique de la contrainte σ_{yy} est translatée d'une quantité X. on doit alors avoir égalité des zones hachurés :

$$\int_0^{r_y} \left(\frac{K}{\sqrt{2\pi r}} - R_p \right) dx = \int_{r_y}^{r_y+X} \left(R_p - \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \right) dx + \int_{r_y} \left(\frac{K}{\sqrt{2\pi(x+X)}} - \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \right) dx \quad (I-5)$$

On obtient ainsi :

$$X = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{R_p} \right)^2 = r_y \quad (I-6)$$

La dimension de la zone plastique est :

$$r_{zp}^{cp} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{R_p} \right)^2 \quad (I-7)$$

Ce calcul est évidemment approximatif puisque l'équilibre des contraintes n'est assuré que dans le plan qui prolonge la fissure. Cependant, en mode II un calcul rigoureux donne le même résultat. Il n'est valable que si la dimension de la zone plastique reste assez petite (hypothèse de zone plastique confinée).

On remarque que la fissure accompagnée de sa zone plastique se comporte comme une fissure fictive de longueur $(a + r_y)$, r_y qui s'appelle la correction plastique d'Irwin est parfois utilisée pour mieux représenter la fissure dans le cas où la plasticité commence à devenir importante.

Pour un matériau avec consolidation, obéissant à la loi comportement suivant :

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^N \quad (I-8)$$

Où ε_0 est la déformation à la limite d'élasticité, $\sigma_0 = E \cdot \varepsilon_0$, la dimension de la zone plastique dans le plan $\theta = 0$ est donnée par :

$$r_{zp}^{cp} = \frac{1}{\pi} \frac{N-1}{N+1} \left(\frac{K_I}{\sigma_0} \right)^2 \quad (I-9)$$

Comme, dans la plupart des matériaux métalliques, N est élevé (de 5 à 20), on voit que l'introduction de l'érouissage modifie peu le résultat précédent. On utilise souvent une approximation de la dimension de la zone plastifiée en remplaçant la limite d'élasticité R_p par une contrainte d'écoulement égale à la moyenne entre R_p et la résistance à la rupture R_m .

Le modèle de la figure I-7 montre aussi que le profil de la fissure est émoussé par la plasticité. Les lèvres s'écartent d'une quantité δ à leur extrémité.

Cette valeur vaut, de façon approchée :

$$\delta = 2u_y(\theta = \pi, r = r_y) = 2 \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}} \frac{4}{1+\nu} = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{ER_p} \quad (\text{I-10})$$

Des calculs plus rigoureux ont été réalisés. Dans tous les cas, on trouve que :

$$\delta \approx \frac{K_I^2}{ER_p} \quad (\text{I-11})$$

Où E est le module de Young.

Cette expression se retrouve aisément en réalisant que K_I^2/E qui représente le taux de restitution d'énergie élastique est égal au travail nécessaire pour déformer de δ une éprouvette de traction virtuelle située à la pointe de la fissure et de limite d'élasticité R_p .

L'hypothèse de contraintes planes peut être levée à l'aide d'un raisonnement par analogie. On introduit alors une limite d'élasticité fictive, en déformation plane, afin de tenir compte de la traixialité, comme on l'a fait remarquer précédemment. Le calcul qui n'est pas parfaitement rigoureux conduit au résultat suivant :

$$r_{zp}^{dp} = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{K_I}{R_p} \right)^2 \quad (\text{I-12})$$

Le modèle d'Irwin suppose une zone plastifiée circulaire. On peut appliquer également les critères de Tresca ou Von Mises :

- Tresca : $\sigma_1 - \sigma_3 = R_p$ (I-13)

En déformation plane :

$$r_{zp}^{dp} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{R_p} \right)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)^2 \quad (\text{I-14})$$

En contrainte plane :

$$r_{zp}^{cp} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{R_p} \right)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 \quad (\text{I-15})$$

• Von Mises : $(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2.R_p^2$ (I-16)

En déformation plane :

$$r_{zp}^{dp} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{R_p} \right)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \left((1 - 2\nu)^2 + 3\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{I-17})$$

En contrainte plane :

$$r_{zp}^{cp} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{R_p} \right)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + 3\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{I-18})$$

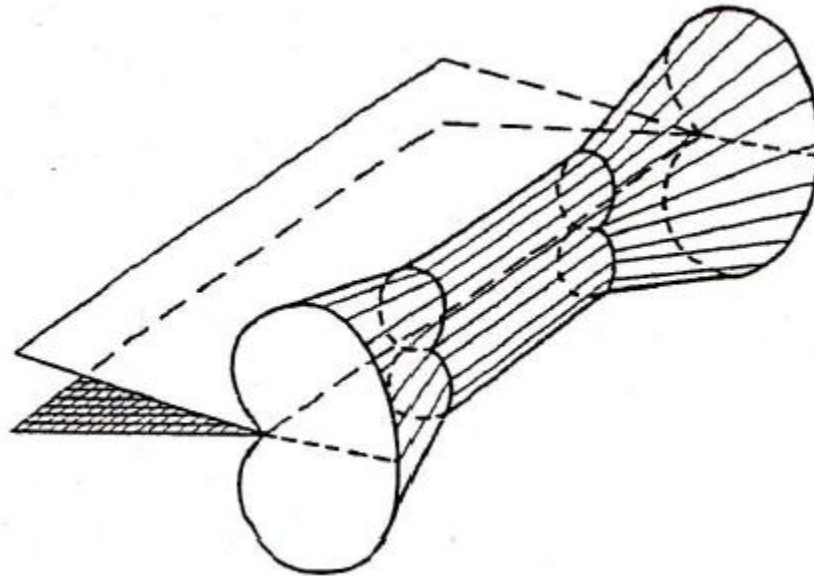


Figure I-8 : Zone plastique tridimensionnelle [7].

2) *Modèle de Dugdale-Barenblatt :*

Ce modèle permet de s'affranchir de l'hypothèse du strict confinement de la zone plastifiée au sein singularité élastique. Il est une illustration du principe de superposition.

Considérons une fissure de longueur $2a$ dans une plaque infinie soumise à une contrainte uniforme à l'infini σ_∞ . La plasticité est modélisée par des efforts égaux à la limite d'élasticité du matériau. Ces efforts constants s'exercent sur une longueur R_D , taille de la zone plastique à déterminer, devant chaque extrémité de la fissure (figure I-9). Ce modèle concerne donc une zone plastifiée de contrainte plane pour un matériau sans consolidation (c'est-à-dire idéalement plastique).

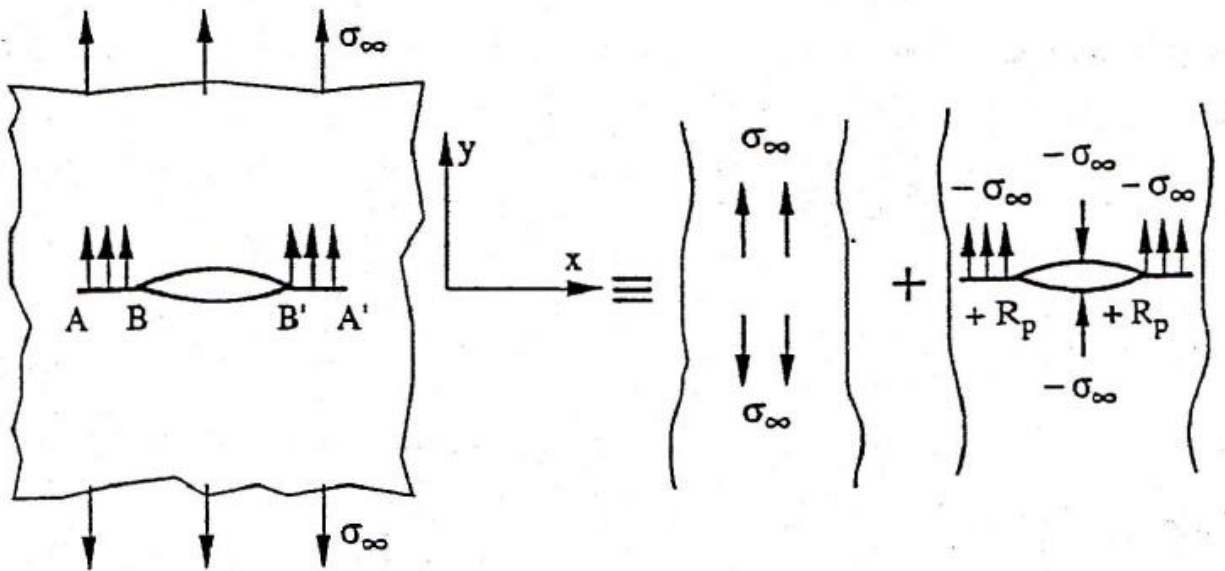


Figure I-9 : *Modèle de Dugdale-Barenblatt* [6].

Dans le cas où $\sigma_\infty \ll R_p$, on obtient :

$$R_D = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{R_p} \right)^2 \quad (I-19)$$

Numériquement, le facteur de proportionnalité trouvé, $\pi/8$ est proche de $1/\pi$, la valeur trouvée par le modèle d'Irwin [4] en plasticité confinée en contrainte plane pour un matériau sans consolidation.

Ce modèle correspond assez bien à la réalité dans le cas de plaque minces. En outre, il permet de déterminer l'ouverture à fond de fissure $\delta = \text{CTOD}$ (Crack Tip Opening Displacement) introduite précédemment. La fissure adopte la forme particulière représentée sur la figure I-10.

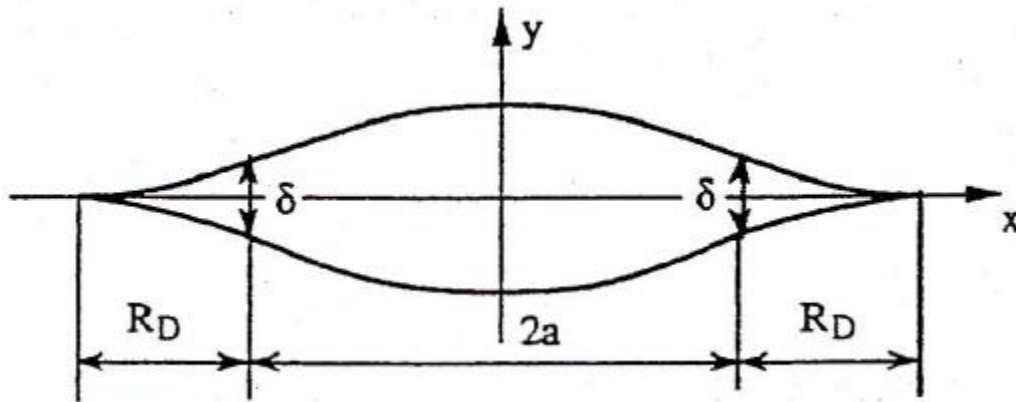


Figure I-10 : Forme de la fissure ouverte dans le modèle de Dugdale-Barenblatt [6].

L'écartement de fissure δ est calculé comme étant égal à :

$$\delta = \frac{8 R_p}{\pi E} a \text{Ln} \left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi \sigma_\infty}{2 R_p}\right)} \right] \quad (\text{I-20})$$

Il est intéressant de noter que des études réalisées sur un polymère ont montré que cette forme était assez bien vérifiée.

La comparaison des résultats d'Irwin et de Dugdale-Barenblatt permet de mieux préciser les limites de validité de la plasticité confinée. Le modèle d'Irwin ne s'applique bien que lorsque la contrainte appliquée ne dépasse pas le tiers, voire la moitié de la limite d'élasticité.

IV.3. Introduction à l'analyse en plasticité étendue

L'étude de la rupture en situation de plasticité étendue, c'est-à-dire lorsque la taille de la zone plastique n'est plus négligeable devant la longueur de la fissure ou la dimension du ligament, est plus récente. Elle constitue ce qu'on appelle la mécanique de la rupture en comportement non linéaire.

1) *Intégrale J :*

Pour lever l'hypothèse du matériau parfaitement plastique et approcher le comportement réel, on introduit un matériau élastique non linéaire qui donne la même forme de courbe de déformation. Cette hypothèse est raisonnable tant que le chargement reste radial. Cela suggère qu'il ne doit pas y avoir des variations brusques dans la direction de chargement appliqué et par conséquent pas de déchargement. L'élasticité non linéaire suppose, en effet que le déchargement se fasse suivant la même courbe qu'à la montée, ce qui n'est évidemment pas le cas d'un matériau élastoplastique réel.

Dans le cadre de l'élasticité, on sait qu'il existe un potentiel élastique dont dérivent les contraintes :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (\text{I-21})$$

Dans ces conditions, comme en élasticité linéaire, on peut effectuer le calcul de l'énergie élastique restituée au cours d'une avancée virtuelle de la fissure. Ce calcul suppose une propagation sans déviation, ainsi que l'absence de forces sur les lèvres de la fissure. On montre que la variation d'énergie est égale à la valeur d'une intégrale de contour, indépendante du contour d'intégration choisi. L'expression de cette intégrale introduite par Rice et par Cherepanov est (figure I-11) :

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - \vec{T} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds \right) \quad (\text{I-22})$$

où W est l'énergie élastique telle que $\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}}$, \vec{T} est le vecteur contrainte en un point M du contour Γ avec la normale tournée vers l'extérieur et \vec{u} est le vecteur déplacement au même point. Le contour Γ doit être orienté tel que cela est représenté sur la figure I-11.

L'intégrale J sera utilisée pour caractériser la rupture des matériaux présentant une grande déformation plastique.

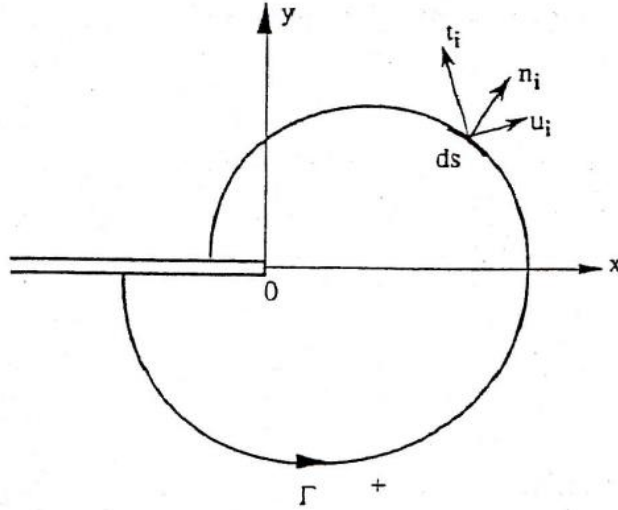


Figure I-11 : Notation en pointe de fissure pour définir l'intégrale de contour J [6].

- *L'intégrale de contour J est indépendante du contour (Γ) choisi*

Cette propriété qui se montre sans trop de difficultés est intéressante. En effet, un contour très éloigné fera intervenir les conditions aux limites du problème. On a donc ainsi un moyen commode pour relier ce qui se passe à la pointe de la fissure à ce qui se passe au loin.

- *J dérive d'un potentiel*

J représente, en élasticité non linéaire, le taux de libération d'énergie correspondant à une avancée infinitésimale de la fissure :

$$J = - \frac{\partial \Pi}{\partial a} \quad (\text{I-23})$$

où Π est l'énergie potentielle totale, a la longueur de la fissure et pour une largeur unitaire de la fissure. L'énergie potentielle contient à la fois l'énergie d'avancé de fissure et l'énergie de plastification.

Dans le cas d'une fissure de largeur B , on a :

$$J = - \frac{\partial \Pi}{B \partial a} \quad (\text{I-24})$$

Dans le cas élastique, on peut écrire : $J = G$ (I-25)

A la rupture, on a : $J = J_{IC}$ (I-26)

• Conséquence pour la détermination pratique de J

Soit un corps fissuré soumis à un chargement P et soit V le déplacement du point d'application de la charge (figure I-12). Soient les courbes de chargement pour deux longueurs de fissures voisines a et $a+da$. Dans ce matériau élastique non linéaire, l'aire comprise entre ces deux courbes pour un déplacement donnée, pour un chargement donné ou pour un chargement quelconque est donnée par $J.da$.

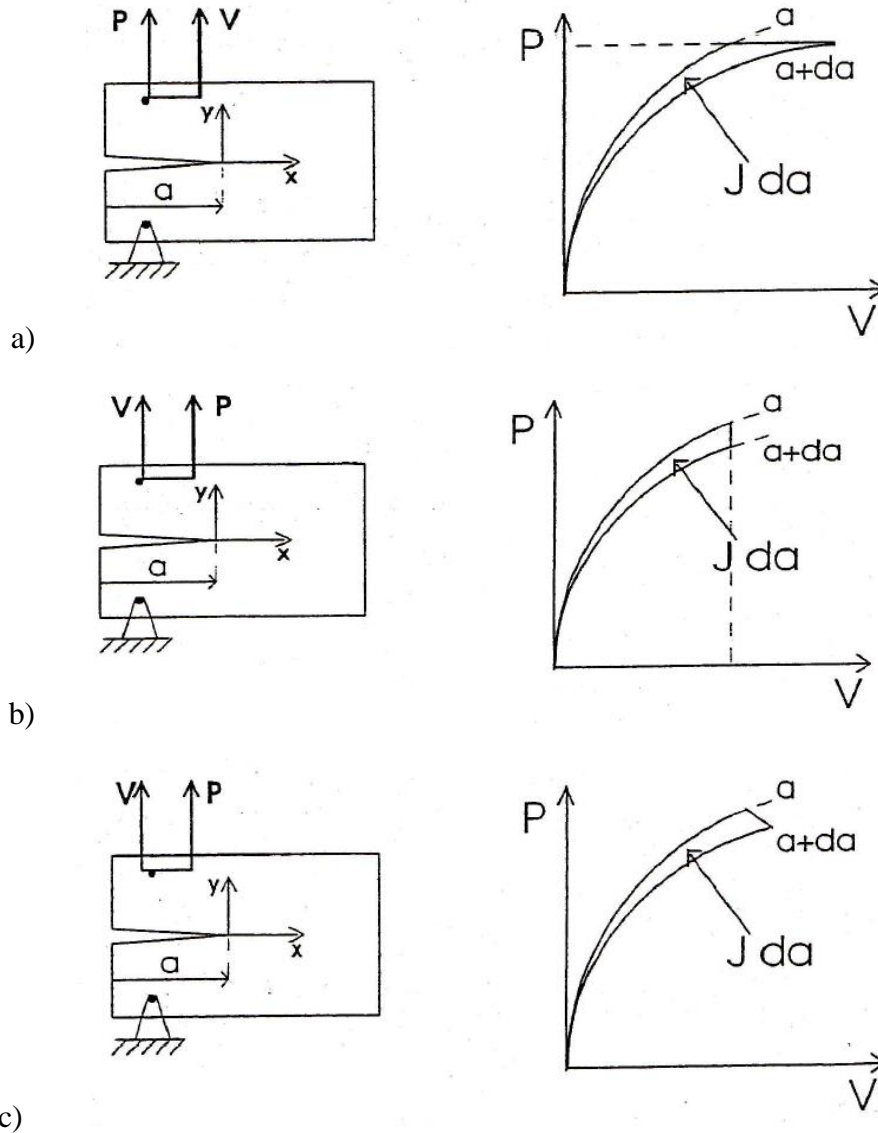


Figure I-12 : Définition pratique de l'intégrale J comme dérivée d'un potentiel [8]. a) charge fixée, b) déplacement fixé, c) chargement quelconque.

2) Méthodes de détermination de J :

a- Méthodes numériques :

- Intégrale de contour : dans un calcul aux éléments finis, J est calculé, en accord avec sa définition, le long de contours englobant la pointe de fissure. La précision numérique est d'autant meilleure que le contour est plus éloigné de la pointe de fissure. On doit cependant pouvoir vérifier que la valeur de J trouvée est indépendante du contour considéré.
- Extension virtuelle de fissure : dans ce calcul utilisant une extension virtuelle de fissure, l'énergie potentielle Π du corps fissuré sollicité en mode I s'écrit :

$$\Pi = \frac{1}{2} \{u\}^t [K] \{u\} - \{u\}^t \{F\} \quad (I-27)$$

avec $\{u\}^t$ le vecteur transposé du déplacement, $\{u\}$ le vecteur du déplacement, $[K]$ la matrice de rigidité et $\{F\}$ le vecteur de force. Au cours du chargement du corps, on obtient :

$$J = - \left(\frac{\partial \Pi}{\partial a} \right)_p = \frac{\partial \{u\}^t}{\partial a} \{u\}^t ([K] \{u\} - \{F\}) - \frac{1}{2} \{u\}^t \frac{\partial [K]}{\partial a} \{u\} - \{u\}^t \frac{\partial \{F\}}{\partial a} \quad (I-28)$$

Le premier terme est nul par définition, le troisième terme est nul en l'absence de forces sur les lèvres de la fissure.

b- Méthodes expérimentales :

Les méthodes expérimentales utilisent la propriété de l'intégrale J de dériver d'un potentiel. Pour cela, des éprouvettes avec des entailles usinées très fines, et avec des fonds émoussés pour éviter la rupture, sont testées mécaniquement et J est déterminé à partir des enregistrements charge-déplacement de la façon indiquée sur la figure I-13 :

- On fissure des éprouvettes identiques de façon à obtenir des longueurs de fissures différentes $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.
- On enregistre les courbes charge-déplacement.
- A partir de ces courbes, on en déduit les valeurs de U (ou U/B) pour différents déplacements $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$.

- On trace les courbes U en fonction de a pour chaque valeur de V , qui sont des droites en première approximation d'où :

$$J = -\frac{1}{B} \frac{dU}{da} \quad (\text{I-29})$$

La croissance de V critique qui correspond au début de la fissuration permet de déterminer J_c .

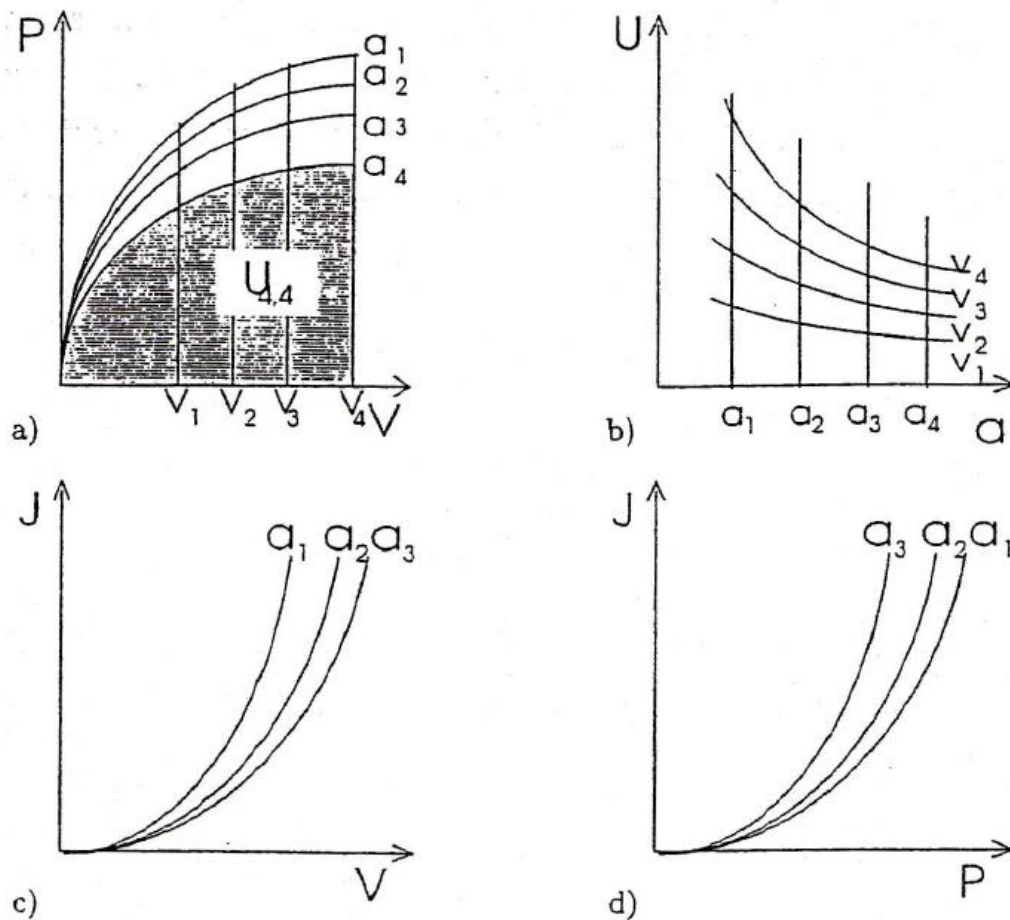


Figure I-13 : Méthode expérimentale de détermination de l'intégrale J à l'aide d'éprouvettes à fond de fissure émoussé. a) courbes charge-déplacement pour différentes longueurs d'entaille ; b) courbe de l'énergie de déformation déduites des courbes donnée en a) ; c) ou d) courbes déduites de b) [8].

CHAPITRE II :

Introduction à la Fatigue des Matériaux

I. Introduction

La fatigue se manifeste chaque fois que l'on est en présence d'efforts variables dans le temps. Elle commence par une déformation plastique localisée sans plastification de toute la structure, tout d'abord autour de défauts, à fond d'entaille, puis à l'extrémité de la fissure une fois que celle-ci s'est formée. La particularité de la fatigue, et qui en est fait le danger, est que la rupture peut apparaître pour des contraintes relativement faibles, souvent bien inférieures à la limite d'élasticité du matériau lorsque leur application est répétée un grand nombre de fois. La capacité de résistance à la fatigue des pièces définit ce qu'on appelle la limite d'endurance.

Dans la pratique, la fatigue des matériaux est abordée de deux façons différentes, à savoir : le relevé de courbes de Whöler et la mesure de la vitesse de fissuration. La première de ces méthodes est la plus utilisée, car elle permet de déterminer une limite d'endurance en dessous de laquelle le matériau est en principe, à l'abri des ruptures de fatigue. Néanmoins, les expériences industrielles montrent que dans des pièces en service, il peut exister des défauts, à partir desquels une fissure peut se propager et provoquer la ruine de la pièce, même si la contrainte appliquée est inférieure à la limite d'endurance.

Par conséquent, l'essai d'endurance ne suffit pas toujours à caractériser la résistance à la fatigue d'un matériau. Il est donc essentiel de lui adjoindre une deuxième méthode étudiant la propagation de fissure et permettant ainsi d'évaluer de façon précise la durée de vie résiduelle d'une pièce en service. Cette deuxième approche s'appuie sur le concept de tolérance au dommage qui considère que les structures contiennent des défauts de type fissure, dont la présence est souvent inévitable car inhérente aux procédés de fabrication des composants, qu'il s'agit de dimensionner en veillant à ce que les défauts n'atteignent pas la taille critique conduisant à la rupture brutale.

II. Dommages cumulatifs

La notion de dommages présente un aspect physique correspondant aux variations des propriétés physiques des matériaux pendant la fatigue, reflétant les modifications structurales dues à l'action des sollicitations variables. Le dommages revêt également un aspect descriptif, important du point de vue de l'emploi des matériaux dans les structures. Cet aspect consiste dans la représentation quantitative de l'endurance des matériaux soumis à des histoires de chargement plus ou moins variées, voire tout à fait aléatoires.

II.1. Courbes de Whöler

Lorsqu'un matériau est soumis un grand nombre de fois à des amplitudes de contraintes cycliques, pour des niveaux de contrainte bien inférieurs à sa limite d'élasticité, l'endommagement par fatigue apparaît. La courbe donnant la durée de vie exprimée en nombre de cycles à rupture N_R , portée en abscisse, en fonction de l'amplitude de la contrainte est appelée courbe de Whöler ou courbe d'endurance (Figure II-1). Elle est déterminée à partir d'un lot d'éprouvettes où chacune est soumise à un effort périodique d'amplitude maximale $\Delta\sigma$ et de fréquence constante, la rupture se produisant au bout d'un nombre de cycles N_R . A chaque éprouvette correspond un point du plan $(\Delta\sigma, N_R)$. D'après la Figure II-1, la rupture est atteinte après un nombre de cycles qui croît quand la contrainte décroît. Les résultats des essais de fatigue sont répartis de façon statistique, de telle sorte que l'on puisse définir des courbes correspondant à des probabilités de rupture données selon l'amplitude de contrainte et le nombre de cycles.

Les essais classiques de détermination d'une courbe de Whöler donnent une information globale sur l'endurance d'un matériau : amorçage d'une fissure de fatigue et sa propagation jusqu'à la rupture. Cette courbe peut généralement être décomposée en trois zones distinctes :

- Zone I : Zone de fatigue plastique oligocyclique, qui correspond aux contraintes les plus élevées, supérieures à la limite d'élasticité σ_E du matériau. La rupture survient après un très petit nombre de cycles variant généralement de $\frac{1}{4}$ de cycle à environ 10^4 à 10^5 cycles. Dans cette zone, on observe très rapidement une déformation plastique importante suivie d'une rupture de l'éprouvette ;

- Zone II : Zone de fatigue ou d'endurance limitée, où la rupture est atteinte après un nombre limité de cycles, nombre qui croît lorsque la contrainte décroît (compris entre 10^5 à 10^7 cycles environ). Cette zone peut être considérée comme linéaire en échelle semi-logarithmique ;
- Zone III : Zone d'endurance illimitée ou zone de sécurité, sous faible contrainte, pour laquelle la rupture ne se produit pas après un nombre donné de cycles (10^7 et même 10^8), supérieur à la durée de vie envisagée pour la pièce.

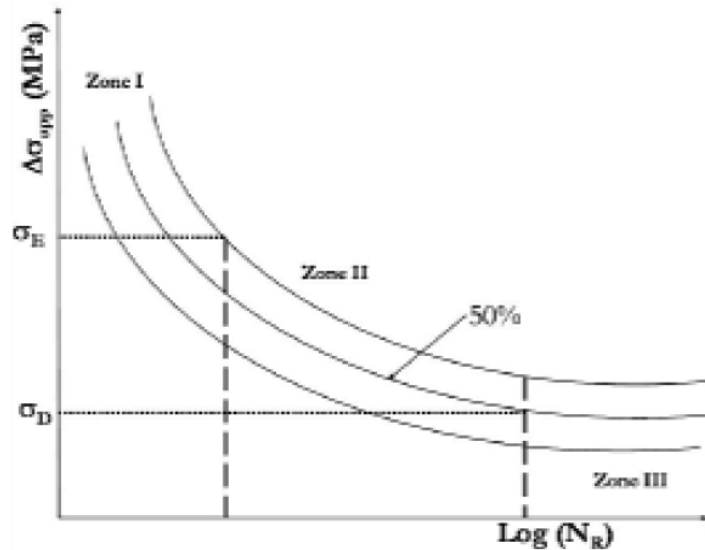


Figure II-1 : Diagramme d'endurance ou courbe de Whöler.

Dans de nombreux cas, on peut tracer une branche asymptotique horizontale à la courbe de Whöler : l'asymptote étant appelée limite d'endurance ou limite de fatigue et notée σ_D . Par contre, dans certains cas, par exemple lorsqu'il y a simultanément fatigue et corrosion, il ne semble pas y avoir d'asymptote horizontale. On définit alors une limite conventionnelle d'endurance comme la valeur de la contrainte maximale qui ne conduit pas à la rupture avant un nombre de cycles fixé (par exemple 10^7 cycles).

Dans certains cas, les courbes de Whöler sont représentées en fonction du nombre de cycles à l'amorçage. L'amorçage étant défini à partir de la création d'une fissure de dimensions détectables ; les courbes de Whöler sont parfois déterminées à partir d'essais sur éprouvettes entaillées.

II.2. Représentation analytique de la courbe de Whöler

Diverses expressions ont été proposées depuis les deux siècles derniers pour rendre compte de la forme de la courbe de Whöler. La plus ancienne proposée par Whöler lui-même en 1870, s'écrit :

$$\log N_R = a - b\sigma$$

où a et b sont des constantes déterminées expérimentalement.

Puis, Basquin a proposé en 1910 une relation de la forme :

$$\log N_R = a - b \log \sigma \quad (\text{II-1})$$

soit encore :

$$N_R \sigma^b = A \quad (\text{II-2})$$

Ces relations assimilent la zone II à une droite (endurance limitée) qui ne tend pas vers une limite σ_D lorsque N_R augmente pour décrire la zone III. Pour rendre compte de la courbure et de l'asymptote horizontale (limite d'endurance), Stromeyer a proposé en 1914 :

$$\log N_R = a - b \log(\sigma - \sigma_D) \quad (\text{II-3})$$

ou encore :

$$N_R(\sigma - \sigma_D)^n = A \quad (\text{II-4})$$

avec n généralement compris entre 1 et 2. Puis, Bastenaire a proposé en 1971 :

$$(N_R + B)(\sigma - \sigma_D)e^{[A(\sigma - \sigma_D)]} = C \quad (\text{II-5})$$

avec A, B et C des constantes déterminées à partir de données expérimentales.

Dans le domaine de la fatigue oligocyclique, Basquin et Manson-Coffin proposèrent :

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_l}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_i)^b + \varepsilon'_f (2N_i)^c \quad (\text{II-6})$$

avec σ'_f le coefficient de résistance à la fatigue, ε'_f le coefficient de ductilité en fatigue, b et c les exposants de la loi de Manson-Coffin.

III. Mécanismes de fissuration par fatigue

L'application d'une charge cyclique (d'amplitude constante ou variable) à une pièce se traduit par l'apparition d'un dommage qui comprend deux phases [9].

- La première phase, dite d'amorçage, correspond à la formation le plus souvent à la surface de la pièce à partir de bandes de glissement persistantes ou au droit d'inclusions, de microfissures et à leur propagation ; ces microfissures cheminent à travers quelques grains suivant des directions cristallographiques. Elles apparaissent très tôt dans la durée de vie de la pièce.
- La deuxième phase correspond à la propagation lente d'une de ces fissures dans un plan perpendiculaire à la direction de l'effort appliqué, propagation qui se produit en général jusqu'à la rupture de la pièce.

La proportion relative de stade d'amorçage et de propagation dépend de l'amplitude de la sollicitation, de la géométrie de la pièce, de la microstructure du matériau, de la température et de l'environnement [10]. Cette division de la durée de vie est largement critiquée par Miller [11], car il s'appuie sur le principe qu'il y a toujours des microfissures dans le matériau.

La durée de vie d'une éprouvette est alors décomposée en une étape de propagation des fissures « courtes » puis de propagation de la fissure principale « longue » [10].

III.1. Amorçage de fissures de fatigue

La définition de l'amorçage d'une fissure reste l'une des principales difficultés. Celle-ci peut en fait être différente selon que l'on s'intéresse à l'évolution microstructurale du matériau ou que l'on considère l'apparition d'une microfissure.

Plusieurs définitions sont utilisées dans la littérature : variation de la rigidité de l'éprouvette, apparition d'une fissure de quelques microns, chute de la charge supportée par l'éprouvette [12].

La phase d'amorçage est généralement constituée par la nucléation et la croissance de fissures « courtes » mais la longueur seuil de fissure à laquelle l'amorçage se produit manque de définition uniforme. Plusieurs auteurs pensent que la phase d'amorçage d'une fissure de fatigue est de durée négligeable et qu'il existe des « petites » fissures de taille comparable à celle d'un défaut microstructural.

Ces fissures se manifestent dès les premiers cycles de sollicitation. Alors, la durée de vie associée à l'amorçage correspondrait en fait à la phase de propagation de ces fissures courtes avant qu'elles n'atteignent une taille détectable par les moyens de suivi usuels [13]. D'autres auteurs estiment que la période d'amorçage de fissures dans un composant, à l'origine sans défaut, peut constituer une partie significative de sa durée de vie totale en fatigue [14] [15].

Bien que les défauts existent dans toutes les pièces soumises à la fatigue, irrégularités de surface ou inclusions, provoquant des concentrations de contrainte locales très élevées conduisant à la rupture rapide par formation de microfissures particulièrement dangereuses, ils ne sont pas les seuls sites d'amorçage des fissures. Dans de nombreux cas où le matériau est globalement soumis à des contraintes inférieures à sa limite d'élasticité, il y a formation de bandes de glissement persistantes dans certains grains. Ces bandes de glissement peuvent donner lieu à des microfissures permanentes par formation d'intrusions et d'extrusions [16] [17] [18] ou par réunion entre elles [19] (Figure II-2).

Les intrusions et les extrusions ne sont pas les seuls mécanismes d'amorçage des fissures de fatigue. Les inclusions en surface peuvent aussi être des sites préférentiels pour l'amorçage des fissures de fatigue ; la Figure II-3 représente une fissure amorcée auprès d'une inclusion. L'amorçage de microfissures de fatigue peut aussi se produire par décohésion de l'interface inclusion-matrice suivie de la formation dans la matrice de micropores qui sont les germes de la macrofissuration.

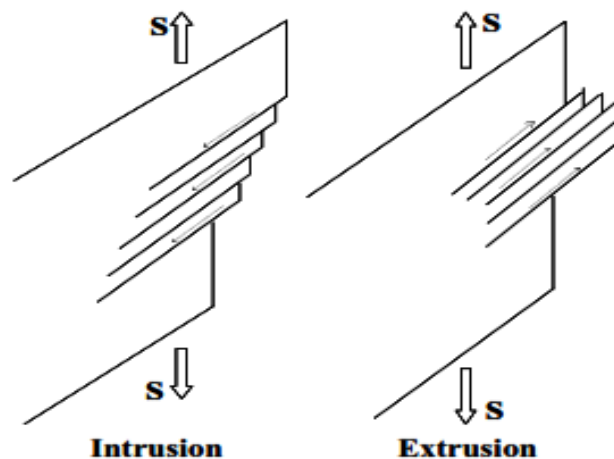


Figure II-2 : Formation d'intrusions et extrusions dans des bandes de glissement.

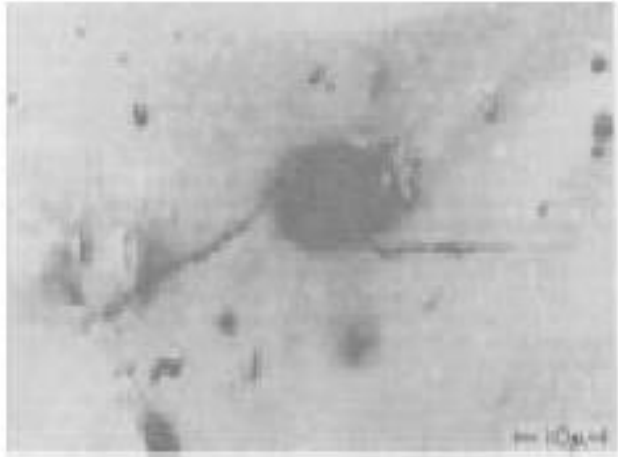


Figure II-3 : Amorçage des fissures près d'une inclusion [20]

L'amorçage des fissures provient de la concentration de déformation plastique qui se produit dans un petit domaine de dimension finie, par la présence d'inclusion ou de tout autre défaut du fait des concentrations de contraintes qu'ils entraînent.

L'amorçage de fissures dépend de plusieurs facteurs, la quantité, la taille, la nature, et la répartition des inclusions ou des défauts, ainsi que de leurs formes par rapport à la direction des efforts [21] [22] [23] [24]. Les joints de grains sont aussi des sites favorables à la formation de microfissures surtout si les grains ont une direction parallèle au chargement appliqué [19].

La présence d'une entaille favorise la propagation des fissures et entraîne une concentration de contrainte locale dans la pièce, qui peut être évaluée à l'aide des coefficients de concentration de contrainte.

Lors d'études portant sur des alliages d'aluminium, Xin Bing [25] a montré que l'amorçage pouvait s'effectuer au niveau des bandes de glissement ou des inclusions, selon l'amplitude de chargement appliqué. Pour un chargement important, c'est l'inclusion rompue qui favorise l'amorçage d'une fissure ; de plus, si les inclusions rompues se trouvent groupées, les microfissures se rejoignent facilement et la fissure principale se développe rapidement. Pour un faible chargement, ce sont les bandes de glissement persistantes qui favorisent principalement l'amorçage de microfissures, même s'il y a des inclusions rompues.

Les résultats montrent que si une fissure s'amorce dans une inclusion cassée, elle se développe plus vite qu'une fissure s'amorçant dans une bande de glissement. Cela est justifié par le fait qu'une fissure s'amorçant dans une inclusion cassée doit accumuler suffisamment d'énergie pour franchir la bordure d'inclusion. Quand la fissure réussit à se développer dans la matrice, l'énergie se libère brutalement et la fissure peut se propager rapidement. Enfin, la durée de vie liée à la nucléation de fissures amorcées à partir d'une inclusion est plus faible que lors d'un amorçage à partir d'une bande de glissement.

Hu [26] a confirmé que les bandes de glissement et les joints de grains sont des sites préférentiels pour le déclenchement des fissures de fatigue dans l'alliage de titane Ti-6.8Mo4.5Fe-1.5Al.

Les mêmes résultats ont été obtenus par Tokaji [27] pour un alliage de titane sous trois traitements thermiques (735°C, 850°C et 1000°C).

En résumé, l'amorçage des fissures de fatigue peut être favorisé généralement, soit par une inclusion rompue, soit par une bande de glissement. Pour s'assurer que la fissure a bien démarré à partir d'une inclusion, cette dernière doit remplir une des conditions suivantes [25] :

- une inclusion casse suivant la direction des bandes de glissement ;
- une inclusion casse suivant un joint de grain traversant cette inclusion ;
- des inclusions rompues proches ont tendance à se regrouper pour former des microfissures : les fissures s'amorcent donc facilement et rapidement.

Généralement l'amorçage se produit en surface dans un matériau sain. Plus rarement, l'amorçage peut se développer à cœur, par exemple, dans les soudures. L'amorçage des fissures de fatigue à la surface des pièces est justifié par quatre raisons principales [22] [16] [28] [29] :

- les dislocations sont plus mobiles à la surface qu'à cœur ;
- la résistance à la déformation plastique est faible à la surface ;
- la surface est soumise à l'agressivité de l'environnement ;
- des particules sous-jacentes à la surface favorisent l'amorçage par un effet de (surface libre).

III.2. Propagation de fissures de fatigue

L'application d'un chargement cyclique (d'amplitude constante ou variable) à une pièce se traduit par l'apparition d'un dommage qui comprend à trois régimes (Figure II-4). Le régime central (régime II) dit de Paris pour lequel la vitesse de fissuration est une fonction puissance de la variation du facteur d'intensité des contraintes. Au delà de ce régime, la vitesse de propagation est supérieure à celle prévue dans le régime de Paris car la fissure se propage d'une manière instable (régime III). En deçà du régime II, la vitesse de propagation est inférieure à celle de Paris (régime I), dans ce régime, la vitesse diminue rapidement quand ΔK diminue et la fissure finit par présenter des vitesses de fissuration difficilement détectables.

L'utilisation de la loi de Paris est limitée par son utilisation que dans le régime II (propagation stable) et ne peut pas décrire les régimes I et III.

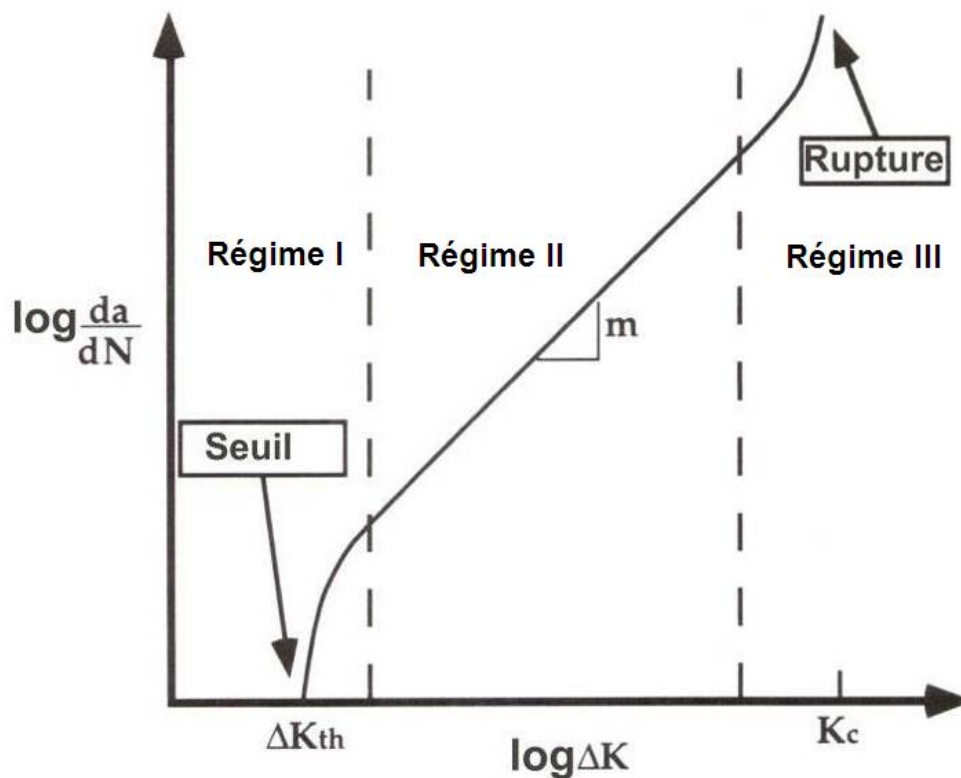


Figure II-4 : Trois stades de propagation de fissure.

Comme nous venons de le voir, les fissures de fatigue s'amorcent généralement à la surface du matériau, en un ou plusieurs endroits, la propagation est souvent transgranulaire dans une direction cristallographique définie, même lorsque l'amorçage est intergranulaire, c'est le stade I (état de contraintes planes). Ensuite, intervient le stade II au cours duquel la fissure quitte le plan de scission maximale pour se propager dans le plan de contrainte normale, c'est-à-dire perpendiculaire à la contrainte principale maximale (état de déformation plane) (Figure II-5) [30].

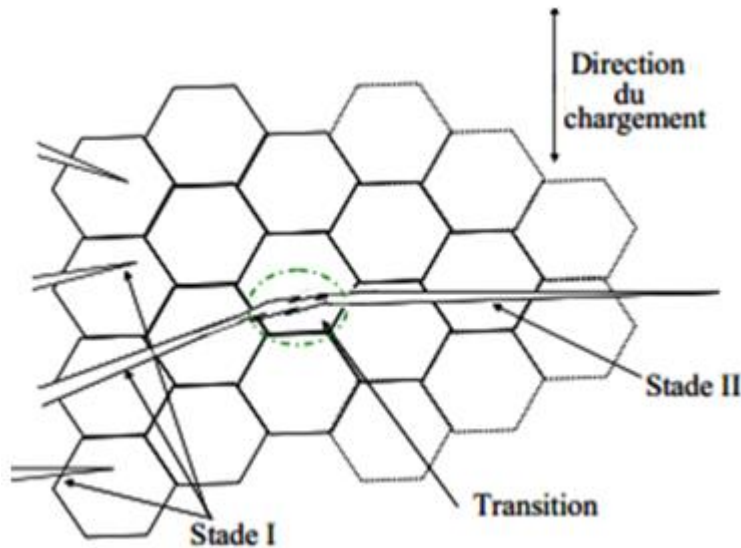


Figure II-5 : Stades I et II de la fissuration par fatigue.

La surface fissurée dans le stade I est très limitée par rapport à la surface totale de rupture bien que ce stade présente une durée de vie importante [15]. Dans plusieurs cas, la fissure peut s'amorcer directement en stade II sans passer par le stade I, par exemple en présence de grosses inclusions, dans le cas d'usinages « grossiers » ou encore quand la fissure se propage à partir d'une entaille. Seul un très petit nombre de fissures atteint le stade II de propagation. En effet, dès qu'une fissure dépasse suffisamment ses voisines, elle empêche leur propagation par suite d'un effet de décharge (diminution de la concentration de contrainte) qu'elle provoque derrière elle [10].

Pour simplifier le processus de propagation de fissure, on peut le schématiser de la manière suivante : au cours de la partie du cycle où la contrainte augmente, la fissure s'ouvre en formant une zone plastique à son extrémité. Au cours de la décharge, la fissure se referme. L'ensemble de la pièce qui est resté élastique tend à refermer la fissure en agissant sur la zone plastifiée qui a subi une déformation irréversible.

Les contraintes locales de compression après décharge maintiennent la fissure fermée et au cycle suivant, il faut exercer une contrainte supérieure pour la rouvrir. Si l'amplitude de contrainte est importante, à chaque cycle la fissure se propage un peu plus et cela se traduit sur la surface de rupture par des *stries*, chaque strie correspondant alors à un cycle ; le mécanisme de formation des stries est schématisé sur la Figure II-6 et la Figure II-7 présente des stries de fatigue observées au microscope électronique à balayage [31] [32]. Rappelons que les stries sont caractéristiques d'une propagation en stade II.

Aux faibles amplitudes de sollicitation, il faut plusieurs cycles pour former une strie. Lorsque l'amplitude de la contrainte diminue, elle peut devenir insuffisante pour ouvrir la fissure soumise aux forces de refermeture de la zone plastifiée. La fissuration s'arrête alors, ce qui justifie l'existence d'un seuil de propagation.

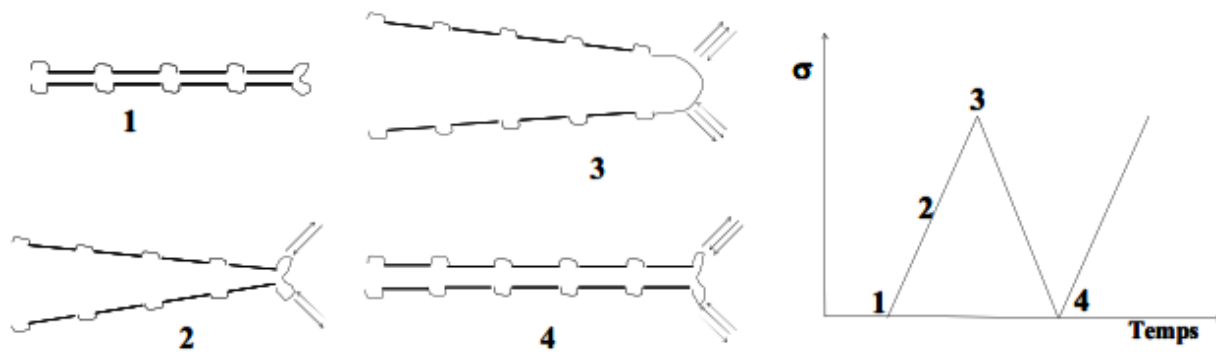


Figure II-6 : Mécanismes de formation des stries.

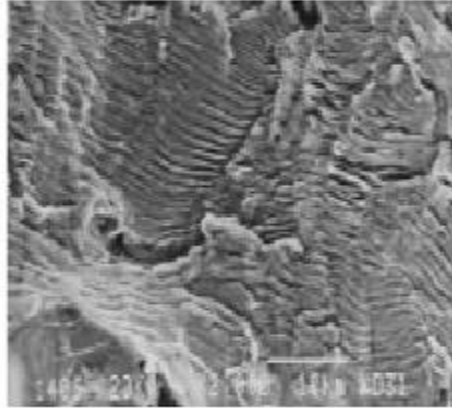


Figure II-7 : Stries de fatigue [31].

III.3. Facteurs influençant la propagation des fissures de fatigue

Les facteurs prépondérants peuvent se regrouper en deux catégories :

- ◆ Les facteurs intrinsèques au matériau (taille du grain, microstructure, comportement élastoplastique, etc...)
- ◆ Les facteurs extrinsèques (rapport de charge, environnement).

Leur influence peut être plus ou moins sensible suivant le régime de vitesse de propagation. Par ailleurs deux paramètres (ou plus) peuvent parfois interagir. Le présent paragraphe tendra donc à dégager les principales tendances pour les vitesses de propagation intermédiaires ou proches du seuil.

1) Influence de la taille du grain :

Plusieurs travaux démontrent clairement que la taille du grain peut avoir une influence significative sur le seuil de propagation de matériaux ayant des grains bien définis. La tendance générale qui se dégage de ces travaux est qu'une augmentation de la taille du grain conduit à un seuil de propagation plus élevé ou, du moins, à des vitesses de fissuration plus faibles dans la régime I de la courbe $da/dN = f(\Delta K)$.

2) *Influence des paramètres microstructuraux ou métallurgiques :*

Certaines études permettent de cerner l'influence plus spécifique de paramètres microstructuraux ou métallurgiques (autres que la taille du grain) sur le seuil de propagation. Souvent, si les données expérimentales précises concernant la microstructure elle-même sont trop limitées, le rôle de la microstructure peut être indirectement cerné grâce aux variations expérimentales des propriétés mécaniques conventionnelles telles que la limite d'élasticité en traction σ_y , la limite d'élasticité cyclique σ_{yc} , la résistance à la traction σ_R ou la ténacité K_{IC} car ces propriétés sont elles-mêmes fonction de la microstructure.

3) *Influence du rapport de charge :*

De tous les paramètres extrinsèques, le rapport de charge $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ ou (K_{\min}/K_{\max}) est certainement celui qui a le plus d'effets sur les vitesses de fissuration et sur le seuil de propagation.

Cette influence se traduit expérimentalement par un décalage des courbes de fissuration vers la gauche lorsque R croît. C'est-à-dire que pour une valeur de ΔK donnée, un rapport R élevé se traduit par une vitesse de propagation plus forte. En particulier, la valeur de ΔK_s est influencée par le rapport R .

Klesnil et Lucas [33] ont tenté de rendre compte de cette évolution par la relation :

$$\Delta K_s = (1 - R)^\gamma \cdot \Delta K_0 \quad (\text{II-7})$$

où :

$\Delta K_0 =$ valeur de ΔK_s pour $R = 0$

$\gamma =$ facteur qui dépend du matériau et de l'environnement.

La valeur de γ dans l'air varie de 0.53 dans l'alliage A5083 (Sasaki et Col [34]) à 1 pour les alliages 7075 T651 et 7075 T7351 [35].

Sous vide, la valeur de γ est presque nulle [35] [36], signifiant que ΔK_s est indépendant du rapport de charge R .

Les travaux d'Elber [37] expliquent l'influence du rapport R. Cet auteur a mis en évidence expérimentalement qu'une fissure de fatigue pouvait rester fermée pendant une partie du cycle, et ce, même dans le cas d'un chargement globalement en tension en mode I.

Considérant ainsi qu'une fissure ne peut progresser que lorsqu'elle est complètement ouverte ; il en déduit que seule une partie du cycle appliqué est efficace du point de vue de la propagation. (Figure II-8).

Cette partie efficace est définie par :

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{ouv} \quad (II-8)$$

où : K_{ouv} est la valeur du facteur d'intensité de contrainte nécessaire pour ouvrir totalement la fissure.

Elber a attribué l'origine du phénomène de fermeture aux contraintes résiduelles de compression dans le sillage de la fissure.

De nombreuses études ont été menées depuis lors sur la fermeture et ont fait apparaître plusieurs causes principales présentées sur la figure II-9.

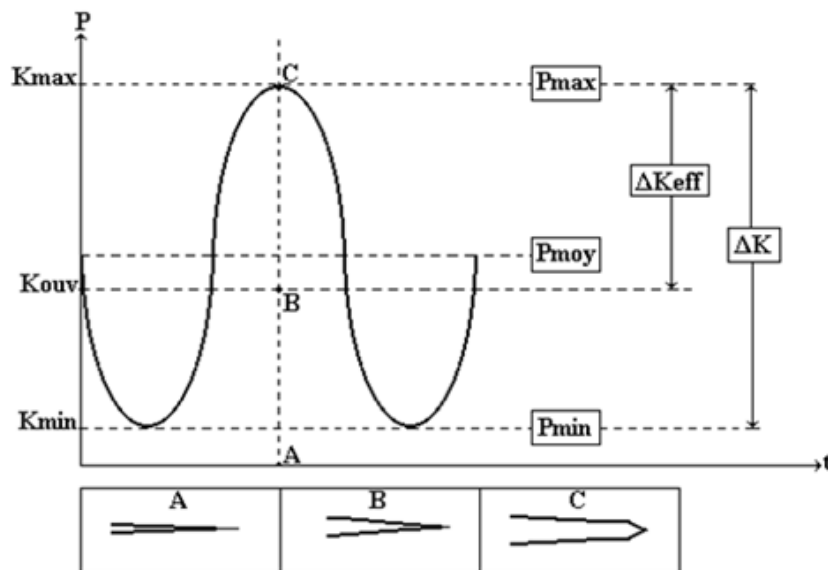


Figure II-8: Définition de la partie efficace du cycle de chargement selon Elber [37].

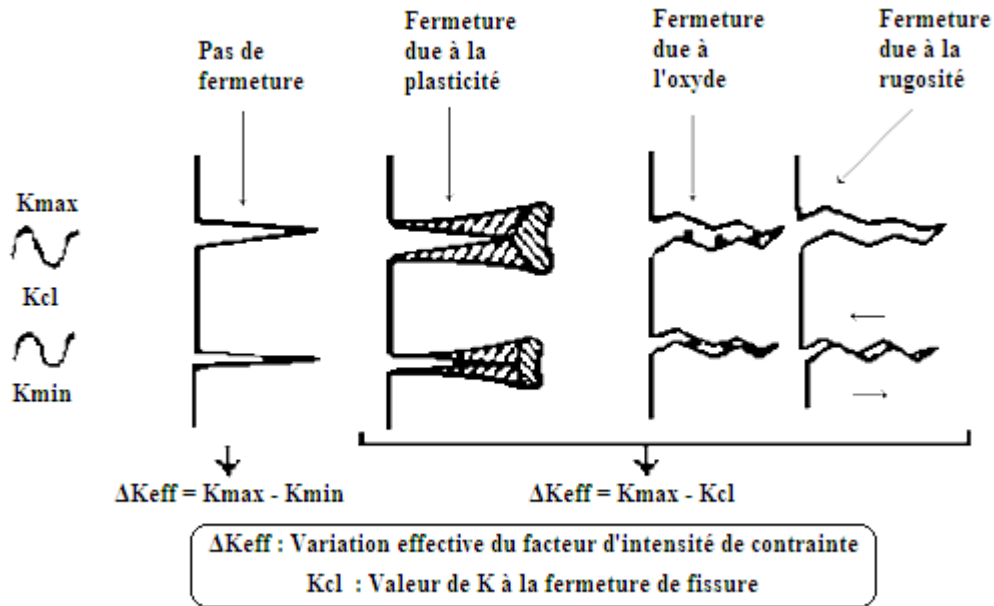


Figure II-9 : Différents mécanismes de fermeture : induite par plasticité, due à l'oxydation provoquée par la rugosité.

- a) la fermeture induite par plastification représente l'explication avancée par Elber [37]. Cette source de fermeture est prédominante aux valeurs élevées de K et dans des conditions proches de l'état de contraintes planes. Elle tend à s'atténuer au voisinage du seuil où l'état de déformation prévaut.
- b) la fermeture induite par l'oxydation des surfaces est prépondérante au voisinage du seuil [38]. Pour les aciers, des mesures de couche d'oxydation sur les surfaces rompues [39] ont montré que cette couche s'épaissit au fur et à mesure que la vitesse de propagation diminue. Près du seuil, elle atteint une taille comparable au déplacement relatif des lèvres de la fissure au cours d'un cycle ($\Delta CTOD$: Crack Tip Opening Displacement). Cette surépaisseur d'oxyde serait liée à un phénomène de « Fretting » des surfaces dû aux déplacements en mode II.
- c) la fermeture induite par rugosité [40] [41] est liée au profil parfois sinueux des fissures de fatigue au voisinage du seuil associé au déplacement en mode II apparaissant près du seuil [42].

De multiples lois empiriques ont été proposées pour introduire le rapport de charge R . La relation générale de la loi de propagation est du type :

$$\frac{da}{dN} = f(R, K, C, m) \quad (\text{II-9})$$

où C et m dépendent du matériau à étudier.

4) *Influence de l'environnement :*

Aux premières études expérimentales qui ont tenté de cerner l'influence possible de l'environnement sur le seuil de propagation ΔK_{th} , se sont ajoutés dans les années 80 plusieurs travaux qui ont permis de mieux cerner cette influence.

Les observations expérimentales peuvent ainsi être résumées :

- Sous vide assez poussé ($<10^{-5}$ torr), le seuil de propagation est toujours plus élevé qu'à pression atmosphérique et, pour une même valeur ΔK voisine du seuil, la vitesse de fissuration sous vide est inférieure à celle obtenue dans l'air.
- A pression atmosphérique, l'influence d'un milieu gazeux autre que l'air ambiant paraît fortement liée à la présence de vapeur d'eau dans ce milieu et au risque de fragilisation à l'hydrogène de la zone plastifiée.

IV. Les lois de fissuration par fatigue

Afin de prévoir la rupture des pièces mécanique sollicitées en fatigue. Beaucoup de laboratoires ont tenté, au moins pour des raisons pratiques, d'établir des lois empiriques de fissuration, utiles au bureau d'études. Quelques lois sont issues de modèles théoriques, plusieurs modèles ne sont que descriptifs. A l'aide d'hypothèses parfois grossières, des modèles tentent de trouver et d'expliquer le comportement des fissures en fatigue.

IV.1. Modèle décrivant la propagation des fissures de fatigue sous un chargement à amplitude constante

Il ne s'agit pas dans ce paragraphe de dresser une liste exhaustive des nombreux modèles proposés pour décrire la propagation sous chargement à amplitude constante mais plutôt de dresser un panorama des concepts utilisés par les principaux modèles. Ces modèles reflètent le besoin de fournir une base théorique à des lois empiriques type Paris largement utilisée.

1) Modèles basés sur l'ouverture à fond de fissure ($\Delta CTOD$) :

Ce modèle a été proposé par Mc Clintock [43] sur hypothèse d'un mode de fissuration par strie [44] [45]. En supposant que la fissure progresse par écoulement plastique cinématiquement irréversible en point de fissure, l'avancée au cours d'un cycle correspond à une fraction du $\Delta CTOD$.

$$\Delta CTOD = A \frac{\Delta K^2}{E \sigma_o} \quad (\text{II-10})$$

D'où :

$$\frac{da}{dN} = A \frac{\Delta K^2}{E \sigma_o} \quad (\text{II-11})$$

A : condition adimensionnel.

Cette modélisation amène deux remarques :

- Elle suppose une avance cycle par cycle de la fissure.
- Zeghloul [46] a calculé, dans le cas de l'acier E 460 et pour un domaine où l'on observe une pente proche de 2, un coefficient de proportionnalité entre l'avance au cours d'un cycle et le $\Delta CTOD$ de l'ordre d'un centième.

2) *Modèle de Paris :*

La plupart des applications actuelles des concepts de la mécanique linéaire de la rupture élastique pour décrire le comportement de fissure sont associées au régime II Figure II-4. Le modèle de Paris [47] ($da/dN=C.\Delta K^m$) représente la première application de la mécanique de la rupture à la fatigue.

Le modèle de Paris [47] est plus utilisé, pour ce modèle un essai de fissuration est nécessaire pour caractériser l'évolution de la vitesse de propagation en fonction de la variation du facteur d'intensité des contraintes (Figure II-4).

Pour décrire plus complètement la courbe de propagation à des vitesses très lentes et pour la zone de propagation rapide, certains auteurs ont intégré à la formulation des valeurs de K (seuil de propagation) et de K_C (valeur critique du facteur d'intensité de contrainte).

3) *Modèle de Weertman :*

Weertman [48] [49] a développé ce concept à partir de la théorie de Bilby, Cotrell et Swinden (BCS) [50]. Cette théorie permet de modéliser une fissure sous la forme d'une distribution continue de dislocations.

En fait :

$$B(x) = \frac{d(D(x))}{dx} \quad (\text{II-12})$$

Où $D(x)$ représente le déplacement relatif des deux faces de la fissure.

On a $D(x) = B(x) = 0$, pour $|x| > b$.

Soit $\sigma(x)$ la contrainte engendrée par les dislocations (figure II-11) :

$$B(x) = \frac{2\alpha}{\pi\mu} (b^2 - x^2)^{1/2} \int_{-b}^b \frac{\sigma(x') dx'}{(x'-x)(b^2 - x'^2)} \quad (\text{II-13})$$

Où μ : le module de cisaillement.

$\alpha = 1$: en mode III.

$\alpha = (1-\nu)$: en mode I et II.

Weertman a supposé que ces résultats restaient valides pour une fissure sollicitée en mode I en prenant $\alpha = 1-\nu$.

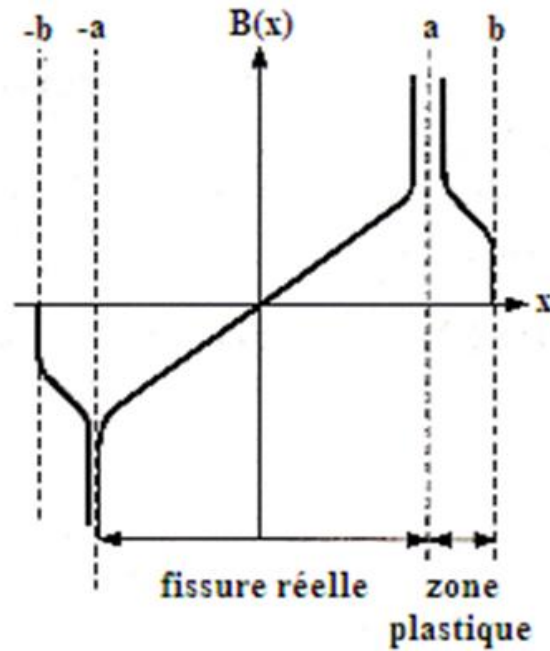


Figure II-10 : Densité de dislocation le long de la fissure dans la théorie de BCS [51].

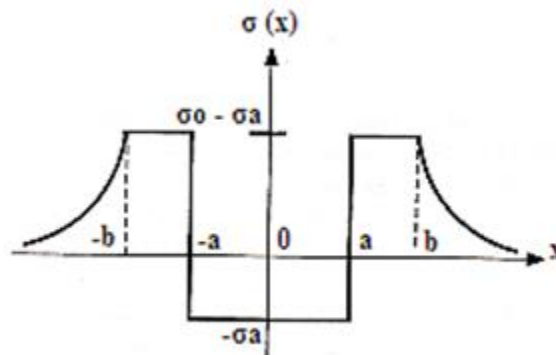


Figure II-11 : Répartition des contraintes dans la théorie BCS (σ_a : contrainte appliquée, σ_0 : limite élastique).

Dans le cas d'un chargement cyclique, l'avancée de la fissure se produira si le déplacement cumulé en pointe de fissure atteint une valeur critique D^* définie par :

$$U = \sigma_o D^* \quad (\text{II-14})$$

Où U désigne l'énergie dissipée nécessaire à l'avancée.

Weertman [48] calcule tout d'abord le nombre de cycles nécessaire pour amorcer une fissure de fatigue, c'est-à-dire atteindre un dommage critique D^* sur une distance δa^* . La fissure progresse alors d'une longueur δa^* . Le matériau se trouvant à la nouvelle pointe de la fissure est déjà endommagé ($D < D^*$). Weertman suppose alors que, dès le cycle suivant, le dommage critique D^* sera une distance δa . Il aboutit ainsi à la relation :

$$\delta a = 0,4 \cdot \frac{a^2 \sigma^4}{\mu \sigma_0^2 U} \quad (\text{II-15})$$

$$\text{Soit } \frac{da}{dN} = A \cdot \frac{\Delta K^4}{\mu \sigma_0^2 U} \quad (\text{II-16})$$

Weertman [49] a ensuite introduit une loi d'érouissage cyclique pour calculer les déplacements mais trouve une relation similaire.

4) Travaux de Ranganathan :

Dans la méthode développée mise au point par Ranganathan [51] [52], les variations de l'énergie spécifique sont reliées à l'existence de deux régimes de propagation de fissure. A la vitesse de propagation élevés, U est constante, et dans ce régime de propagation de fissure cycle par cycle par un mécanisme de striation (à la vitesse de propagation de l'ordre de $10^{-7}m/cycle$ et au-dessus en alliages d'Aluminium), et à la vitesse de propagation plus faibles, ce qui correspond à une étape de propagation par un mécanisme pas à pas, U augmente en fonction du nombre de cycles nécessaires à la fissure de croître au cours d'une étape microscopique [52]. Il a été proposé que l'étape microscopique dépende de l'environnement ambiant.

Le développement de cette approche a récemment été montré dans les travaux de Klingbeil et col. [53] qui proposent une modification des modèles ci-dessus. Selon cet auteur, la propagation de fissure est liée à l'énergie plastique dissipée par cycle selon la relation suivante :

$$da/dN = (1/G_c)(dW/dN) \quad (\text{II-17})$$

Où G_c : le taux de restitution d'énergie = K_c^2/E ,

dW/dN : L'énergie dissipée dans la zone plastique cyclique.

N. Ranganathan et col. ils ont trouvé les conclusions suivantes :

- Une modélisation correcte de la zone plastique et la loi contrainte-déformation cyclique est nécessaire de déterminer l'énergie dissipée dans la zone plastique.
- Besoin de l'énergie spécifique ne soit pas une constante et pourrait dépendre de la micro- mécanisme de propagation des fissures.
- Le modèle de l'énergie peut être utilisé sous chargements d'amplitude variable aussi bien en utilisant un paramètre d'énergie simple que la force motrice.

5) *Modèle de Klingbeil :*

Klingbeil [52] présente une théorie de propagation de fissure dans les solides ductiles basée sur l'énergie plastique dissipée par cycle au voisinage de la pointe de fissure. L'hypothèse fondamentale propose un critère uniforme pour l'accroissement de la fissure sous chargement monotone en fatigue ; tel que la vitesse de propagation de la fissure est donnée explicitement en terme d'énergie totale plastique dissipée par cycle et la contrainte plane monotone en déformation plane de résistance à la rupture du matériau.

L'hypothèse de ce modèle est bien illustrée par la figure II-12, qui montre la loi (balance) d'équilibre d'énergie pendant une extension Δa de la fissure sous chargement monotone et conditions de chargement. Dans le cas de l'extension de la fissure sous chargement monotone (Figure II-12.a), la variation de l'énergie potentielle totale par unité de surface dPE/da doit équilibrer la variation du travail plastique dW/da , qui est simplement la variation d'énergie critique cédée (c.-à-d, la résilience) du matériau :

$$\frac{dPE}{da} = \frac{dW}{da} = G_c \quad (\text{II-18})$$

Ceci suppose que l'énergie de clivage associée à la séparation des surfaces de la fissure est négligeable, qui est généralement appropriée pour les métaux et solides ductiles [54]. Pendant la propagation des fissures de fatigue (figure II-12.b), la variation de l'énergie potentielle totale par cycle dPE/dN doit équilibrer le travail plastique par cycle dW/dN :

$$\frac{dPE}{dN} = \frac{dW}{dN} = \frac{dW}{da} \frac{da}{dN} \quad (\text{II-19})$$

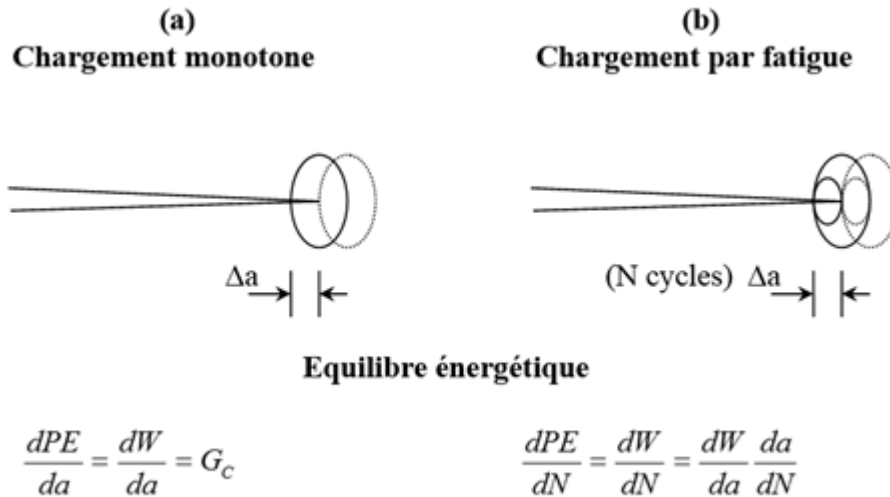


Figure II-12 : Équilibre énergétique pendant (a) chargement monotone et (b) l'extension des fissures de fatigue.

La règle de décomposition de l'équation (II-19) est une forme inversée de cela proposée dans [55], où le travail plastique par l'extension dW/da a été laissé non défini.

La présente théorie propose que dW/da n'est autre que le taux d'énergie critique (c.-à-d., résilience monotone) du matériau. Tel que le critère d'avance de la fissure est le même sous les conditions de chargement monotone, ou de fatigue.

Donc, prenant $dW/da = G_c$ dans l'équation (II-19) la vitesse de propagation da/dN peut être écrit en termes d'énergie plastique totale dissipée par cycle dW/dN comme :

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{G_c} \frac{dW}{dN} \quad (\text{II-20})$$

Le chargement d'énergie critique G_c est liée à la résilience K_c comme $G_c = K_c^2 / \bar{E}$.

Où $\bar{E} = E$ pour la contrainte plane et $\bar{E} = E/(1-\nu^2)$ pour la déformation plane [54].

En théorie, l'équation (II-20) est applicable à la fois aux contrainte plane et déformation plane et pour le cas général du chargement mixte dépendant naturellement de la valeur appropriée du K_c . Pour le cas du mode I en déformation plane, $K_c = K_{Ic}$ et $G_C = K_{Ic}^2 / \bar{E}$. Tel que la loi de progression équation (II-20) devient :

$$\frac{da}{dN} = \frac{\bar{E}}{K_{Ic}^2} \frac{dW}{dN} \quad (\text{II-21})$$

Application de l'équation (II-21) à la prévision des vitesses de propagation en fatigue exige le calcul numérique de la dissipation plastique par cycle dW/dN .

Physiquement parlant, la loi proposée de progression de la fissure de l'équation (II-20) suggère que pour un mode de chargement donné, l'énergie totale nécessaire pour faire avancer la fissure de Δa est indépendante de la manière dans laquelle l'énergie est dissipée (soit par chargement monotone, ou par fatigue). De telles sortes, elle propose un lien direct entre les champs phénoménologiques de rupture et de fatigue.

Il est remarqué que l'équivalence de dW/da sous les conditions de chargement monotone et de fatigue, est proposée malgré les différentes tailles de zone plastique illustrées dans figure II-12, tel que seulement la dissipation totale plastique en avant de la fissure est importante.

De telle approche est de rester en conformité des implications de la LEFM, et malgré la complexité des mécanismes de rupture survenant dans le voisinage microscopique de la pointe de fissure, le paramètre macroscopique K gouverne finalement la propagation de la fissure.

Clairement, la validité de l'hypothèse de ce modèle peut seulement être établit à travers une comparaison avec les résultats mesurées.

Pour le modèle cinématique plastique considéré par Klingbeil [53], dW/dN^* dépend du rapport de plasticité $\hat{E}T/E$, du coefficient de poisson ν et le rapport de charge K_{\min}/K_{\max} . Il faut remarquer que tel que définie dans l'équation (II-22), dW/dN^* est indépendant du rapport σ_y/E .

$$\frac{dW}{dN^*} = \frac{\sigma_y^2 \bar{E} dW}{\Delta K^4 dN} \quad (\text{II-22})$$

Klingbeil [53] a étudié trois effets et comparé cette théorie avec les résultats mesurés :

- Effet du comportement plastique du matériau
- Effet de la contrainte plastique
- Effet du rapport de charge

6) *Modèle de Mazari :*

Mazari et col. [56] proposent une analyse de la propagation des fissures de fatigue basée sur l'approche énergétique. Un modèle décrivant le comportement du matériau est également proposé. Elle est exprimée par une relation linéaire unique entre la vitesse de fissuration et l'énergie hystérésis par cycle par l'inclusion d'un facteur de correction dynamique ζ_M qui prend en compte les évaluations obtenus par des boucles d'hystérésis et montre les différents effets de la plasticité, la fermeture de la fissure et le mode d'ouverture .

Le modèle proposé par Mazari et col. [56] qui a été développé et qui est basé sur le concept de Weertman permet de décrire l'évolution de la vitesse de fissuration da/dN en fonction de l'énergie selon la relation suivant :

$$\frac{da}{dN} = \frac{\Delta K^m}{\sigma^2 EU} \cdot \zeta_M \quad (\text{II-23})$$

Où ζ_M est le coefficient de correction énergétique moyen obtenue à partir des résultats expérimentaux. Son inclusion dans le modèle permet de linéariser la relation entre la vitesse de fissuration da/dN et l'énergie hystérésis par cycle Q dans toutes les ΔK étudiée.

Les résultats obtenus sont semblables avec ceux obtenus numériquement par Newman [57], et récemment par Klingbeil [53] dans pratiquement toutes les vitesses de fissuration da/dN étudiée.

IV.2. Modèle décrivant la propagation des fissures de fatigue sous un chargement à amplitude variable

De nombreux modèles ont été proposés au cours des dernières années pour tenter de rendre compte des effets d'interaction observés sous chargement à amplitude variable. Ils peuvent généralement se classer dans l'une des catégories suivantes :

- Modèles basés sur le concept de fermeture,
- Modèle cycle à cycle,
- Modèles numériques,
- Modèle basé sur le concept de chargement constant équivalent.

Ces modèles reposent généralement sur une analyse cycle par cycle suivant le principe de similitude : il s'agit en fait de calculer ΔK_{eff} , valeur « effective » de ΔK en pointe de fissure à un cycle. L'incrément de fissure au cours de ce cycle est alors égal à l'incrément que produirait cette même valeur ΔK_{eff} dans un chargement à amplitude constante.

1) Modèles basés sur le concept de fermeture :

Ces modèles reposent sur le principe que les effets d'interaction observés sous spectre de charge sont dûs uniquement à des variations du point d'ouverture défini par Elber. La détermination de ce point d'ouverture se fait cycle par cycle.

Padmadinata [58] a mené une étude comparative sur 3 types de modèle :

- Le modèle PREFFAS [59] [60] ;
- Le modèle ONERA [61] [62] ;
- Le modèle CORPUS [63] [64].

Ces modèles répondent avant tout au souci industriel de disposer d'un outil performant de prédiction de durée de vie sous spectre de charge pour des structures d'avions de ce fait, l'aspect physique du phénomène d'interaction est parfois quelque peu délaissé.

De ce point de vue, le modèle CORPUS paraît néanmoins le plus séduisant car le plus à même d'éclairer l'utilisateur sur les mécanismes opérants par sa description « imagée » du phénomène d'interaction. Enfin, ces modèles ne sont pas purement déterministes car ils reposent tous, à des degrés divers, sur une formulation empirique.

Nous ne représenterons ici que les principes de base de chacun de ces modèles sans entrer dans les détails de l'application à des spectres complexes.

a- Le modèle PREFFAS [59] [60] :

La principale qualité de ce modèle réside dans sa facilité de mise en œuvre deux essais de calibration. Cette mise en œuvre suppose cependant que l'influence du rapport de charge R se traduise, sous chargement à amplitude constante, par un réseau de droites parallèles et que la loi du type $U = a + bR$ soit toujours vérifiée.

b- Le modèle ONERA [61] [62] :

Le problème consiste là encore à calculer K_{ouv} à un cycle i donné en fonction de l'histoire du chargement. Le niveau d'ouverture ici appelé niveau seuil.

c- Le modèle CORPUS [63] [64] :

Les principes de base du modèle CORPUS peuvent se définir comme suit :

- Description de l'interaction entre deux surcharges séparées par un certain nombre de cycles.
- Distinction entre zones plastifiées primaire et secondaire.

2) Aspects phénoménologique :

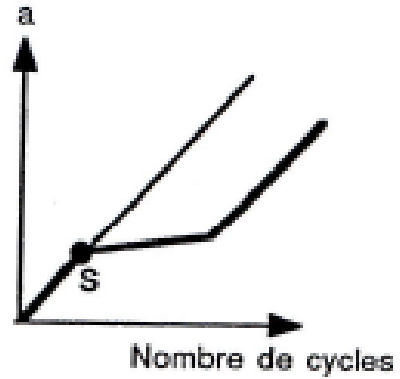
L'étude expérimentale des chargements à amplitude variable montre que l'on ne peut considérer l'avance de la fissure au cours d'un cycle issu d'un spectre de charge, comme égale à l'avance qui résulterait de l'application de ce même cycle s'il était issu d'un chargement à amplitude constante. Les différents niveaux de charge d'un spectre interagissent donc entre eux de façon complexe. Afin d'étudier ces effets d'interaction, on se ramène généralement à des configurations de sollicitations simplifiées, la plus simple étant la surcharge.

a- Effet d'une surcharge

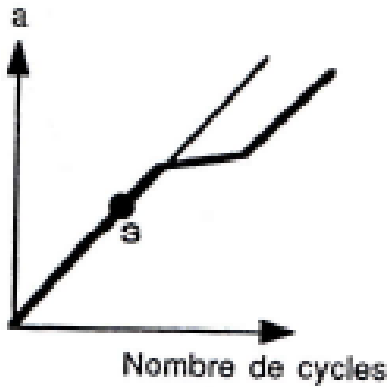
L'application d'une surcharge sur une fissure créée préalablement sous chargement à amplitude constante se traduit par un ralentissement ou retard de la propagation pouvant aller jusqu'à un arrêt définitif. Bernard et al. [65] ont distingué 4 types de comportement (figure II-13).



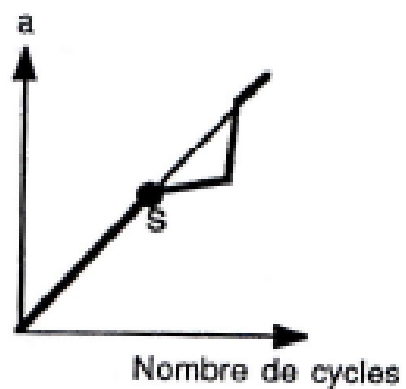
a) - pas de retard.



b) - retard.



c) - retard différé.



d) - retard perdu.

Figure II-13 : Différents types de retard [65].

Le retard observé est généralement caractérisé par les paramètres suivant (figure II-14).

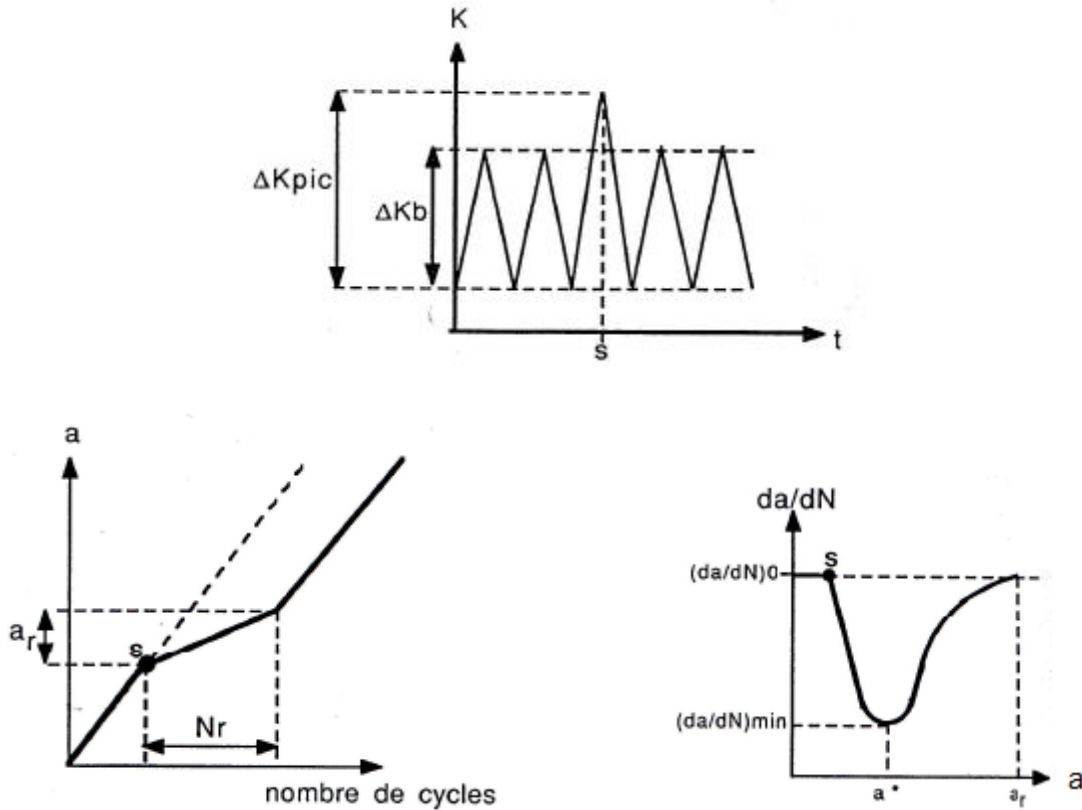


Figure II-14 : Définition des paramètres caractérisant le retard.

N_R : nombre de cycles de retard,

a_R : longueur perturbée par le surcharge et parcourue en N_R cycles,

$(da/dN)_{min}$: vitesse minimale atteinte après surcharge,

a^* : longueur où $(da/dN)_{min}$ est atteinte,

r : facteur de ralentissement, rapport entre la vitesse minimale et la vitesse initiale.

Les explications généralement avancées pour expliquer le phénomène de retard sont [65] :

- Effet de contraintes résiduelles à proximité de la pointe de fissure,
- Fermeture,
- Emoussement de la pointe,
- Durcissement du matériau en tête de la fissure.

Les principaux paramètres gouvernant le retard sont :

- ΔK_b , amplitude du facteur d'intensité de contrainte lors de la surcharge (figure II-14) d'une manière générale, le retard tend à s'atténuer lorsque ΔK_b augmente [66],
- Le taux de surcharge τ ($\tau = \Delta K_{pic}/\Delta K_b$) : il existe une valeur seuil de τ_{min} au-dessous de laquelle aucun effet retard n'est sensible pour un ΔK_i donné [67]. Inversement on peut mettre en évidence une valeur τ_{max} à partir de laquelle le retard est saturant,
- R_i , le rapport de charge initial,
- L'état de contrainte (déformations planes, contraintes planes ou mode mixte) : le retard est plus prononcé en contraintes planes qu'en déformations planes [65],
- L'environnement : peu de résultats sont disponibles sur ce point : Schulte et al. [68] décèlent une dépendance de a^* et N_R par rapport à l'environnement. En revanche Ranganathan et al. [69] trouvent que a^* ne dépend pas de l'environnement. Seul le comportement au sein de cette zone perturbée est affecté par l'environnement.

b- Modèles de propagation à effet de surcharge :

Les premiers modèles régissant la fissuration par fatigue en présence de surcharge a été proposés par Wheeler [70] et Willenbourg [71]. Les effets de retard sont variables selon les modes de variation d'amplitude de surcharges multiples, surcharges en traction suivie de surcharges en compression, passage d'un niveau bas, chargement aléatoire. Différents modèles de comportement asseyent de rendre compte de ces phénomènes constatés expérimentalement.

- **Modèle de Wheeler :**

Wheeler [70] a introduit dans la relation de Paris un coefficient de retard C_{pi} qui traduit le ralentissement de la vitesse de fissuration après surcharge. La vitesse de fissuration s'exprime par :

$$\frac{da}{dN} = C_{pi} \cdot C(\Delta K)^m \quad (\text{II-24})$$

Le coefficient C_{pi} est lié à l'état de contrainte en fond de fissure dû à l'interaction des zones créées plastifiées par pic de surcharge et par la sollicitation à amplitude constante.

$$C_{pi} = \left(\frac{r_0}{r_{pic}} \right) \cdot \gamma = \left(\frac{\sigma_{0max}}{\sigma_{pic}} \right) \cdot 2\gamma = \left(\frac{1}{\tau} \right) \cdot 2\gamma \quad (\text{II-25})$$

où :

r_0 : la taille de la zone plastifiée monotone juste avant la surcharge (figure II-15),

r_{pic} : la taille de la zone plastifiée monotone due à la surcharge,

λ : exposant de Wheeler, caractéristique du matériau et des conditions d'essai.

C_{pi} à $a_i = (r_i/\lambda) \cdot \gamma$ à la position a_i : $C_p(a_i) = (r_i/\lambda) \cdot \gamma$ avec $\lambda_i = a_0 + Z_{pi} - a_i$.

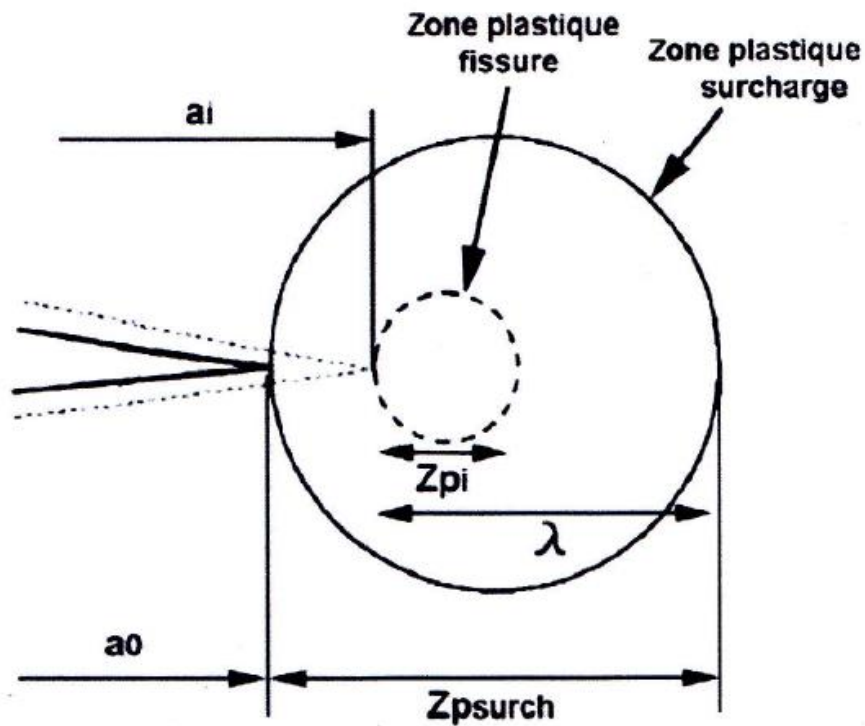


Figure II-15 : Zone plastique après surcharge.

- **Modèle de Willenborg [71]**

Ce modèle s'inspire de celui de Wheeler et considère une loi de type :

$$\frac{da}{dN} = C'(\Delta K)^{m'} \quad (\text{II-26})$$

avec $\Delta K_{\text{eff}} = K_{\text{max-eff}} - K_{\text{min-eff}}$ (II-27)

où : $K_{\text{max-eff}} = K_{\text{max}} - K_r$ et $K_{\text{min-eff}} = K_{\text{min}} - K_r$ (II-28)

K_r le facteur de réduction traduisant les effets d'interaction qui modifient localement l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte. Bien que ces modèles rendent compte des effets d'interaction des zones plastifiées, leur emploi est limité en raison de la non prise en compte des sous charges et des interactions (retard et accélération). Pour pallier ces insuffisances, plusieurs approches ont été développées notamment par Gallager et al. [72] qui ont introduit dans le modèle de Willenborg un paramètre Φ_r qui tient compte des effets de surcharges et sous charges.

- **Modèle de Willenborg généralisé [72]**

Le modèle de Willenborg généralisé [72] est l'un des modèles les plus courants tenant compte des interactions des charges utilisées dans les codes de prédictions de la propagation des fissures de fatigue. Ce modèle est basé sur les travaux liés à la mécanique de la rupture et développés à « Wright-Paterson AFBN OH ». Le modèle utilise le facteur d'intensité de contrainte effectif basé sur la taille de la zone plastique en front de fissure. La formulation du modèle de Willenborg modifié est décrite ci-dessous :

$$\begin{cases} K_{\text{max-eff}} = K_{\text{max}} - K_r \\ K_{\text{min-eff}} = K_{\text{min}} - K_r \\ R_{\text{eff}} = K_{\text{min-eff}} / K_{\text{max-eff}} \end{cases} \quad (\text{II-29})$$

K_r est le facteur d'intensité de contraintes résiduelles dues à la surcharge (équation II-30) et R_{eff} est le rapport de charge effectif.

$$K_r = \varphi \left(K_{\max(ol)} \sqrt{1 - \frac{(a - a(ol))}{r_p(ol)}} - K_{\max} \right) \quad (II-30)$$

Le facteur φ est exprimé par l'équation (II-31) :

$$\varphi = \frac{1 - \frac{\Delta K_{th}}{K_{\max}}}{SOLR - 1} \quad (II-31)$$

La zone plastique drée par la surcharge, $r_{p(ol)}$, est exprimé par :

$$r_{p(ol)} = \left(\frac{K_{\max(ol)}}{\sigma_{0.2}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\alpha \cdot \pi} \right) \quad (II-32)$$

où : $a(ol)$: longueur de la fissure à la surcharge,

ΔK_{th} : facteur d'intensité de contrainte effectif à $R = 0$,

$SOLR$: rapport d'arrêt de surcharge (rapport de surcharge par rapport au chargement nominal requis pour stopper la fissure sous un chargement nominal).

α : état de contrainte dans une direction de propagation donnée (2,0 contrainte plane, 6,0 déformation plane).

Le modèle de Willenborg généralisé utilise le rapport d'arrêt de surcharge ($SOLR$) comme une propriété du matériau contrôlant l'histoire du chargement sur la prédiction de la durée de vie. Ce paramètre lié au matériau n'est pas influencé par les effets de chargement, mais cela n'est pas toujours vrai [73].

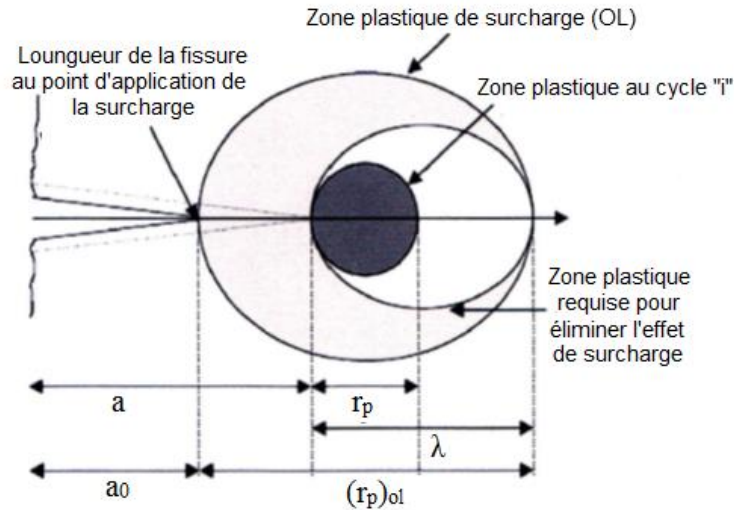


Figure II-16 : Schématisation du modèle de Willenborg modifié [72].

c- Autre type de chargement :

- Sous charge : peu d'études ont été menées sur ce sujet et les différences expérimentales (matériaux, ΔK_b , R) ne permettent pas d'établir un comportement typique. Pour certains auteurs, l'introduction d'une sous charge dans un chargement à amplitude se traduit par une légère accélération de la propagation [74] [75].

- Chargement de niveau : ces chargements sont caractérisés par une variation brutale de la contrainte maximale et se répartissent en deux catégories :

- Les chargements types bas-haut : ils se traduisent généralement par une légère accélération temporaire de la propagation.
- Les chargements types haut-bas : ils se produisent un retard plus marqué que celui que provoquerait une surcharge unique de même amplitude [76] [77].

d- Effet combinés :

Si une sous charge n'a que peu ou pas d'influence sur la propagation lorsqu'elle est isolée, en revanche elle peut interagir avec une (ou plusieurs) surcharge. Concrètement, si la sous charge intervient avant la surcharge, elle n'a que peu d'influence. Par contre, lorsqu'elle intervient après la surcharge, elle peut diminuer de façon significative le retard [76] [77].

3) *Modèle cycle à cycle :*

La méthode la plus simple est basée sur un cumul de dommage linéaire.

L'avance au cours d'une séquence de N cycles d'amplitude variable est donnée par la relation :

$$\Delta a = \sum_{i=1}^N \Delta a_i \quad (\text{II-33})$$

où : Δa_i est l'accroissement de la longueur de fissure provoqué par le cycle i.

En admettant qu'il n'y a aucun effet d'interaction entre les cycles successifs, l'accroissement Δa_i est égale au taux de croissance $[da/dN = f(\Delta K)]$ qu'il y aurait eu en chargement d'amplitude constante. Pour tenir compte du rapport R, il est possible d'utiliser des lois de type Forman. On peut aussi utiliser le concept basé sur l'ouverture, si on connaitre l'expression de U_E . La prévision s'obtient en prenant chaque demi-cycle de chargement et en lui associant son point d'ouverture nominal P_{opi} tel qu'il sur la figure II-17.

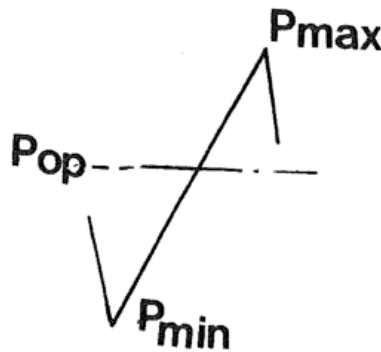


Figure II-17 : La charge de l'ouverture.

La charge à l'ouverture est donnée par l'expression :

$$P_{op} = P_{max} [1 - U_{Ei} (1 - R_i)] \quad (\text{II-34})$$

d'où l'avancée au cycle i :

$$\left(\frac{da}{dN} \right)_i = C (K_{max} - K_{opi})^m \quad (\text{II-35})$$

Le calcul cycle à cycle sans effet d'interaction est un outil simple à manier et permet une prévision rapide, mais aucune assurance de prévision ne peut être donnée lorsqu'on passe d'une configuration à une autre.

Cette méthode n'est pas donc applicable que lorsque les effets d'interactions sont minimes ou compensés. Bathias [78] remarque que cette méthode donne des résultats satisfaisants, lorsque la variation de la charge cycle à cycle n'excède pas 10%. Pour éviter le problème de discrétisation des spectres, Chang et Col. [79] proposent le principe des « traces » qui consiste en une décomposition du spectre en couples (P_{\max} , P_{\min}), où les effets de surcharges et sous charges s'annulent pratiquement. Ce principe peut être surtout utilisé pour des spectres stationnaires.

4) Modèle numérique :

a- Modèle de Dugdale modifié :

Newmann [80] a modifié le modèle de Dugdale [81] pour prendre en compte les effets de fermeture. Le modèle de Dugdale se propose de calculer la taille de la zone plastifiée R_p à la pointe d'une fissure de longueur a . Dugdale suppose que la plastification se produit dans une bande rigide, c'est-à-dire que la contrainte dans la zone plastique est constante et égale à σ_0 (limite d'élasticité) figure II-18). Cette situation est équivalente à une fissure fictive plus longue ($a^* = a + R_p$) et soumise entre a et a^* à une contrainte σ_0 . L'équivalence suppose que la singularité en pointe de fissure disparaît, d'où la valeur de R_p :

$$R_p \approx \frac{\pi}{8} \left(\frac{K}{\sigma_0} \right)^2 \quad (\text{II-36})$$

Le point remarquable du modèle de Dugdale est qu'il permet de traiter le problème de la zone plastique par la superposition de deux problèmes élastiques.

Newmann a adapté le modèle Dugdale dans le cas d'une fissure se propageant. Le matériau rigide représentant la zone plastique se retrouve alors dans le sillage pour former des « coins » figure II-18.

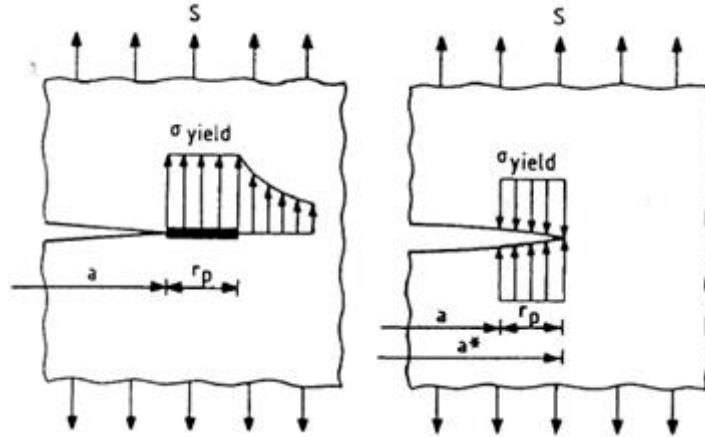


Figure II-18 : Modèle de Dugdale. Superposition de deux problèmes élastique.

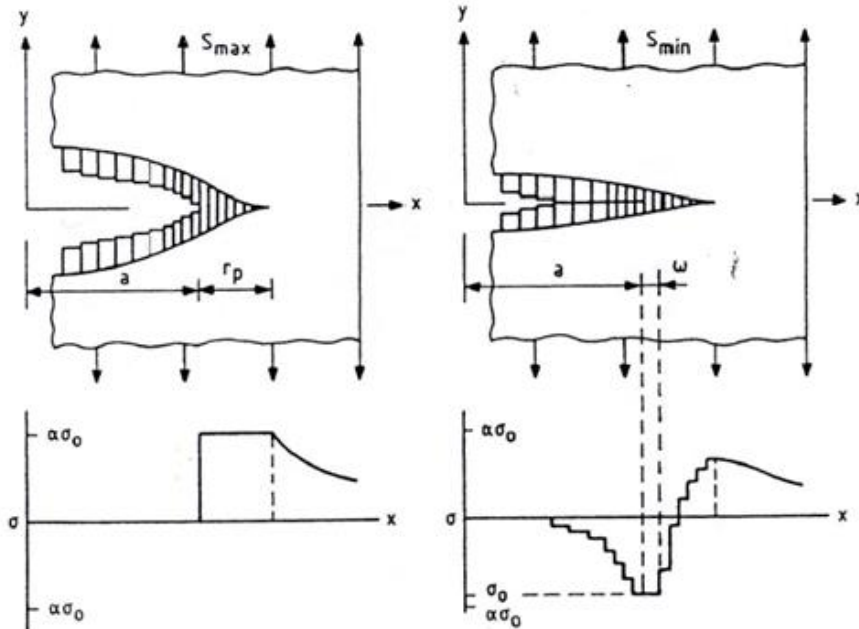


Figure II-19 : Distribution de déplacements et de contrainte selon le modèle de Dugdale [81].

Ce sont précisément ces coins qui sont à l'origine du phénomène de fermeture lorsqu'ils entrent en contact. Les éléments rompus vont alors supporter des contraintes en compression jusqu'à $-\sigma_0$ où ils vont se plastifier. σ_0 est ici une valeur moyenne entre la limite élastique et la contrainte à rupture.

La zone plastique est discrétisée en barres (figure II-19) particulièrement fines au voisinage de la pointe. L'allongement de ces barres est déterminé par compatibilité avec les déplacements du milieu élastique environnant.

La contrainte à l'ouverture σ_{ouv} est ensuite calculée en fonction de l'histoire de chargement et de la longueur de fissure, σ_{ouv} est à son tour utilisée pour évaluer ΔK_{eff} et donc l'incrément de fissure via une loi de propagation $da/dN = f(\Delta K_{eff})$.

Newman montre que ce modèle prédit des effets d'interaction (retard-accélération) ainsi que des résultats en bon accord avec des données expérimentales sous spectre.

b- Modélisation par éléments finis :

Par une analyse élasto-plastique, Anquez [82] [83] a montré que le paramètre $\Delta \epsilon_{pyy}$ était adapté à la description de la propagation d'une fissure de fatigue. Il a ensuite étendu son analyse à des chargements variables simples (surchage simple, surchage-souscharge, bloc haut-bas).

La comparaison essai-calcul s'avère satisfaisante. Anquez montre en outre que l'application d'une surcharge laisse une marque indélébile sur les lèvres de la fissure.

5) Modèle basé sur le concept de chargement constant équivalent :

De tels modèles caractérisent la séquence de chargement par un chargement à niveau constant qui se veut représentatif de la propagation sous chargement aléatoire stationnaire.

Paris [84] a vérifié l'application de cette méthode dans le cas d'un chargement où les plus hauts pics suivant une distribution de Rayleigh et où l'interaction des charges est minimale.

La vitesse de fissuration est alors exprimée par la relation :

$$\frac{da}{dN} = C(K_{ch})^n \quad (II-37)$$

où K_{ch} est le facteur d'intensité de contrainte caractéristique de la séquence.

Hudson et Col. [85] [86] ont proposé dans le cas des spectres aléatoires de remplacer les variations de contraintes par les valeurs quadratiques moyennes des maxima et des minima, soit :

$$\sigma_{\max}(RMS) = \left[\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\sigma_{\max})^2 \right]^{1/2} \quad (II-38)$$

$$\sigma_{\min}(RMS) = \left[\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\sigma_{\min})^2 \right]^{1/2} \quad (II-39)$$

La vitesse de fissuration peut alors être exprimée par une relation du type Forman :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K_{RMS})^n}{(1 - R_{RMS})(K_{IC} - K_{RMS})} \quad (\text{II-40})$$

où C et n sont déterminés à partir d'essais à amplitude constante. Ces méthodes s'appliquent lorsque la succession des charges suit statistiquement une distribution gaussienne. D'autres lois ont été proposées, telles que celle de Dover et Col. [87].

Il s'avère que la constante C n'est pas indépendant du type de spectre. Schijve [88] [89] a montré que pour des spectres de même distribution conduisant à des durées de vie différentes compte-tenu de l'histoire du chargement, de telles méthodes ne peuvent être utilisées pour avoir des prévisions satisfaisantes.

Elber [90], prenant en compte les interactions par l'intermédiaire d'un niveau d'ouverture global, définit un spectre « court » comme celui où la croissance de la fissure pour une séquence ne dépasse pas la dimension de la zone plastifiée créée par la charge maximale de la séquence.

Il a montré expérimentalement que la charge d'ouverture reste constante, pendant la propagation de fissure, au cours de la répétition des séquences de charges aléatoires.

- La contrainte maximale prise en compte est la contrainte la plus forte de la séquence aléatoire (figure II-20.a et b).
- La contrainte minimale est calculée de telle sorte que la contrainte d'ouverture de fissure pour cette séquence soit la même que celle de la séquence aléatoire.

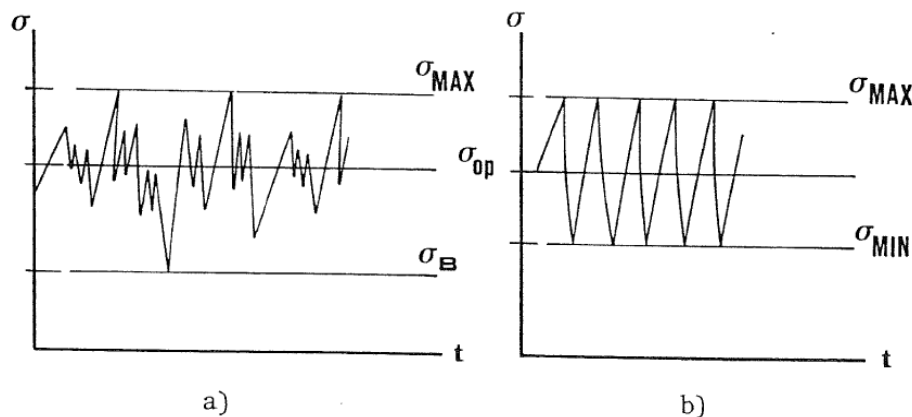


Figure II-20 : a) spectre court, b) amplitude constante équivalente.

Le nombre de cycles équivalents, N_{eq} , donnant la même croissance de fissure que la séquence de charge aléatoire, est défini par la relation :

$$N_{eq} = \sum_{i=1}^N \left[\frac{P_{\min} - \bar{P}}{P_{\max} - P_{op}} \right]^m \quad (\text{II-41})$$

avec $\bar{P} = P_{op}$ si $P_{\min} \leq P_{op}$ (II-42)

$\bar{P} = P_{\min}$ si $P_{\min} > P_{op}$ (II-43)

m : étant l'exposant de loi d'Elber [37]. L'auteur a obtenu des résultats satisfaisants d'équivalence sur un alliage 7075 T6.

Pour éviter la détermination expérimentale de P_{op} , Schijve [89] déduit ce paramètre des niveaux maximum et minimum du spectre qui conditionnent « l'environnement » plastique à la pointe de la fissure. La taille extrême de la zone plastifiée est celle liée à la charge maximale, cette zone ayant un effet majeur sur les déformations plastiques laissées dans le sillage de la fissure, responsable de la fermeture. D'autre part, la charge minimum est déterminante vis-à-vis de la plasticité cyclique (reversed plasticity) en pointe de fissure. Schijve pose alors :

$$P_{op} = P_{\max} [(1 - U_E)(1 - R)] \quad (\text{II-44})$$

avec : $U_E = a + bR$ (II-45)

L'application de ce concept donne satisfaction lorsque la variation d'ouverture au cours de la séquence reste faible.

CHAPITRE III :

Détails

Expérimentales

Les essais sur l'alliage 2024 T351 ont été réalisés par le Professeur Benguediab Mohamed au sein du LMPM dans le cadre de la préparation de sa thèse de doctorat [91].

I. Matériaux et méthodes utilisés

I.1. Propriétés mécaniques

Cette étude a été conduite sur un alliage d'aluminium 2024 T351 du type AU₄G dont les compositions massiques sont données au tableau III-1.

Eléments	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Al
Pourcentage	0.90	0.22	4.46	0.66	1.50	0.01	0.04	0.02	reste

Tableau III-1 : Composition massique de l'alliage 2024.

Les propriétés mécaniques nominales de ce matériau ont été déterminées auparavant au laboratoire (LMPM) par Jendoubi [92]. Les résultats obtenus sont indiqués dans le tableau III-2.

Matériau	Sens	$\sigma_{0.2}$ (Mpa)	σ_R (Mpa)	A(%)	K' (MPa)	n
2024 T351	L.T.	318	524	12.8	652	0.104

Tableau III-2 : Propriétés mécaniques nominales de l'alliage d'aluminium 2024.

$\sigma_{0.2}$: limite élastique conventionnelle à 0.2% de la déformation plastique (R_E),

σ_R : contrainte à la rupture (R_m),

A : Allongement total à la rupture,

K' : Facteur de résistance,

n : Exposant de consolidation.

Le facteur K' et l'exposant n ont été déterminés à partir de la loi de Ludwick :

$$\sigma = K' \cdot \varepsilon_p^n \quad (\text{III-1})$$

Les mesures des caractéristiques élastiques donnent :

E (module d'élasticité longitudinale) = 74 000 MPa,

G (module de cisaillement) = 27 820 MPa,

ν (coefficient de Poisson) = 0.33.

I.2. Description des essais

1) Type d'éprouvettes :

Les essais de fissuration ont été effectués sur des éprouvettes du type CT 75 d'épaisseur $B=12$ mm. La configuration générale de l'éprouvette est donnée dans la figure III -1.

La direction de la fissuration est dans le sens du laminage. Le facteur d'intensité de contrainte K pour cette géométrie est donné par [93] :

$$K = \frac{p(2+g)}{B\sqrt{w(1-g)^{3/2}}} f(g) \quad (\text{III-2})$$

où P : charge maximale appliquée,

B : épaisseur de l'éprouvette,

W : largeur de l'éprouvette

Et $f(g) = 0.886 + 4.64g - 13.32g^2 + 14.72g^3 - 5.6g^4$

avec $g = a/W$ où a est la longueur de fissure.

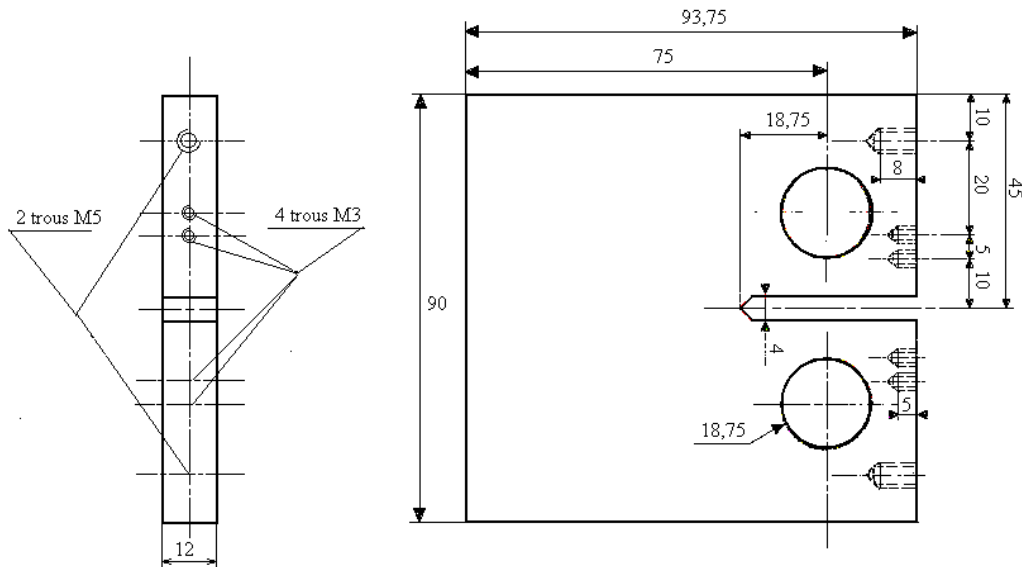


Figure III-1 : Dimension de l'éprouvette.

2) Machine d'essai :

Tous les essais ont été conduits à l'air ambiant, sur une machine électro-hydraulique INSTRON, piloté par un ordinateur PDP 11/05.

La capacité de cette machine est de 5 000 daN en statique et 2 500 daN en dynamique.

3) Type d'essais :

a- Essais sous chargement d'amplitude constante :

Cinq valeurs du rapport R ont été étudiées, les conditions d'essais sont définies dans le tableau III-3.

R	0.01		0.10		0.33		0.54	0.70
P_{min} (daN)	4	6	40	50	158	178	324	588
P_{max} (daN)	400	600	400	500	480	540	600	840
ΔP (daN)	396	594	360	450	322	362	276	252

Tableau III-3 : Chargement à amplitude constante.

Les charges maximale ont été choisies pour étudier le comportement du matériau dans une gamme de vitesse allant de 10^{-8} m/cycle jusqu'à la rupture. Compte-tenu que les structures d'avion peuvent être sollicitées dans une gamme de vitesse légèrement supérieure, les essais complémentaires à $P_{\max} = 600$ daN pour $R = 0.01$ et $R = 0.54$. Ces valeurs de R correspondent respectivement aux rapports de charge du cycle sol-air-sol écrêté à $P_{\min} = 0$, et au niveau de chargement le plus élevé.

b- Essais sous chargement d'amplitude variable :

Les différents spectres étudiés sont représentatifs des sollicitations subies par les avions civils. Le cas considéré est caractéristique d'un spectre de voilure, spectre généralement constitué de vols perturbés de sévérités différentes. La figure III-2 indique le type de configurations étudié.

Le spectre A est composé d'un cycle de chargement par niveau, ce spectre est représentatif du cycle sol-air-sol le plus probable. Les spectres B, C et D sont représentatifs de vols perturbés avec des sévérités différentes.

Les conditions de chargement correspondant à ces spectres sont données dans le tableau III-4.

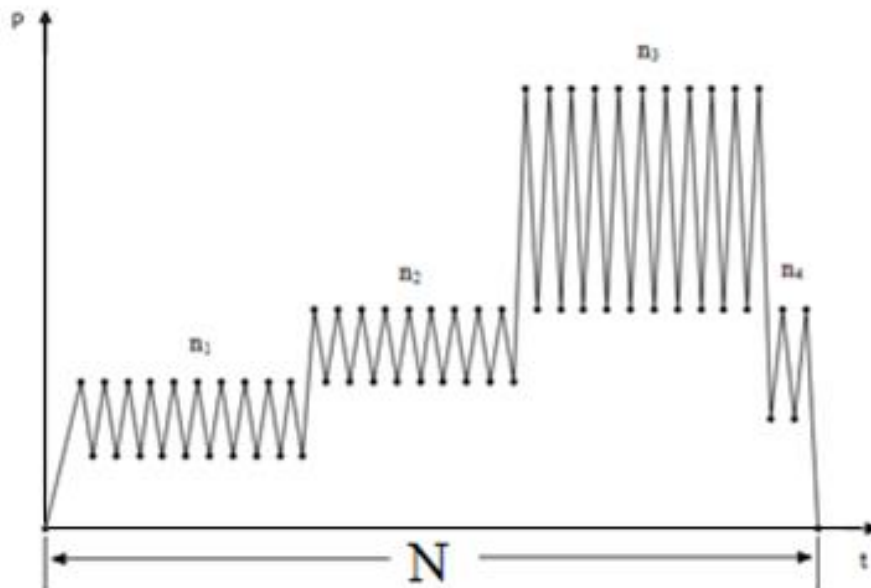


Figure III-2 : Configuration des spectres.

Type de spectre	Palier 1	Palier 2	Palier 3	Palier 4
	$P_{\min} = 80$	$P_{\min} = 160$	$P_{\min} = 323$	$P_{\min} = 138$
	$P_{\max} = 150$	$P_{\max} = 392$	$P_{\max} = 600$	$P_{\max} = 323$
	$R = 0.53$	$R = 0.41$	$R = 0.54$	$R = 0.43$
	n_1	n_2	n_3	n_4
A	1	1	1	1
B	10	10	10	2
C	10	10	50	2
D	10	10	100	2

Tableau III-4 : conditions de chargement pour les spectres.

I.3. Logiciel de pilotage

Pour réaliser ces différents essais, un logiciel dont le programme a été développé par [94], afin de piloter la machine selon les conditions définies par l'opérateur.

Ces conditions sont :

- Le nombre de sollicitations,
- Le nombre de paliers,
- Les charges maximales et minimales de chaque palier,
- La fréquence d'essai, 20 Hz pour tous les essais,
- Le nombre de blocs entre chaque acquisition de données.

A chaque acquisition, le programme interrompt le cyclage pour acquérir la longueur de fissure, lorsque le nombre de points acquis est à 7, le programme effectue un lissage polynomial (de degré 2) pour déterminer la fonction reliant l'évolution de la longueur de la fissure au nombre de vols(ou cycles).

La dérivée de cette fonction pour la valeur moyenne de a , dans l'intervalle d'acquisition, donne alors la vitesse de fissuration moyenne da/vol ou da/dN . La valeur du facteur d'intensité de contrainte K est ensuite calculée pour la longueur de fissure a moyenne par la relation III-2.

I.4. Suivi de la fissure

Pour les quatre premiers essais sous chargement d'amplitude constante, trois méthodes ont été utilisées pour mesurer la longueur de la fissure a .

1) *Suivi optique :*

Le suivi de la fissure a été effectué à l'aide d'une lunette grossissante (x25), en observant la surface de l'éprouvette polie jusqu'à $1 \mu\text{m}$.

2) *Mesures de complaisance :*

Les mesures de complaisance ont été réalisées à l'aide d'un capteur à lames monté sur le bord de l'éprouvette, la longueur de fissure a étant calculée par la relation proposée par Saxena et Hudak [95] :

$$\frac{a}{W} = C_0 + \sum C_i (U_x)^i \quad (\text{III-3})$$

(i variant de 1 à 5)

avec $U_x = \left[(B.E.\partial/P)^{1/2} + 1 \right]^{-1}$

B : épaisseur de l'éprouvette,

E : module de Young de matériau,

∂/P : complaisance de l'éprouvette fonction de a .

3) *Suivi électrique :*

Cette méthode consiste à établir un courant électrique à travers l'éprouvette et à mesurer la chute du potentiel entre deux points situés de part et d'autre de la fissure [96].

La disposition des fils d'alimentation en courant continu et les mesures de potentiel sont indiquées sur la figure III-3.

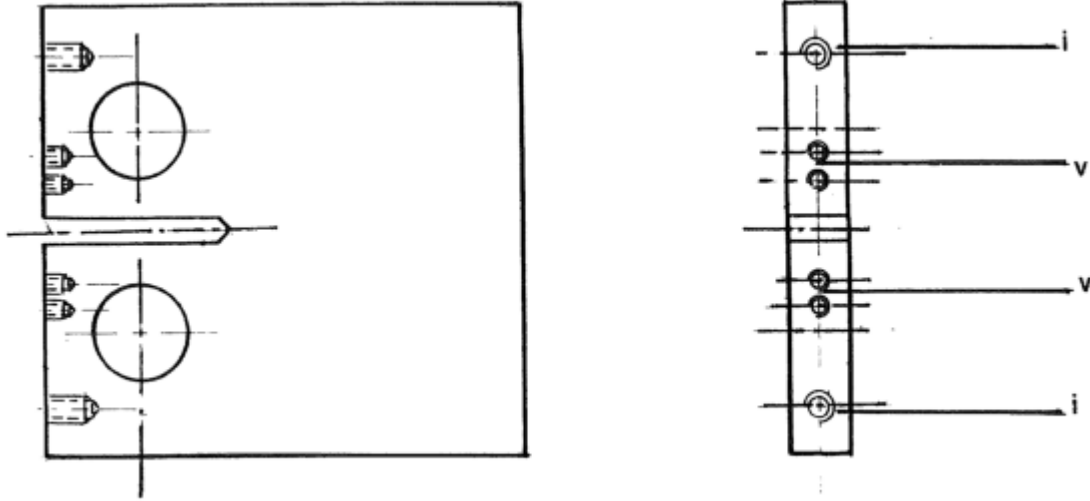


Figure III-3 : Disposition des fils d'alimentation et de mesure de potentiel.

A partir de ces essais, une fonction d'étalonnage corrélant la chute du potentiel ΔV à la longueur de fissure « a » a été déterminée [94].

$$a - a_0 = C_0 + \sum C_i (V - V_0)^i \quad (\text{III-4})$$

(i variant de 1 à 9)

V_0 : potentiel initial correspondant à la longueur de fissure initiale a_0 ,

V : potentiel correspondant à la longueur fissure a ,

Les longueurs de fissures sont exprimées en mm et V et V_0 en volts. Les constantes C_0 , C_i (1 à 9) sont données ci-dessous :

$C_0 = 0.01698$	$C_1 = 37.01579$	$C_2 = 67.30066$
$C_4 = 40.16394$	$C_5 = 3.95026$	$C_6 = 4.28112$
$C_7 = 0.52837$	$C_8 = 1.33788$	$C_9 = 0.28286$

Il existe une bonne corrélation entre les estimations de la longueur de fissure obtenues par ces trois méthodes, l'écart maximal entre les différentes mesures ne dépassant pas 3%.

I.5. Mesure de l'ouverture

Pour mesurer la charge à l'ouverture P_0 , la technique différentielle mise au point par Kikukawa et Col. [97] a été utilisée. Cette technique consiste à mesurer la quantité $\delta' = \delta - \alpha P$ où α est la complianse de l'éprouvette avec la fissure ouverte et P_0 est définie comme la charge à laquelle la courbe δ' -P devient horizontale.

Les figures III-4-a et b donnent un exemple de courbe δ -P et δ' -P pour un chargement à amplitude constante et sous spectre.

Toutes ces boucles sont obtenues à des fréquences de 0.05 Hz et 0.02 Hz pour un cycle de chargement.

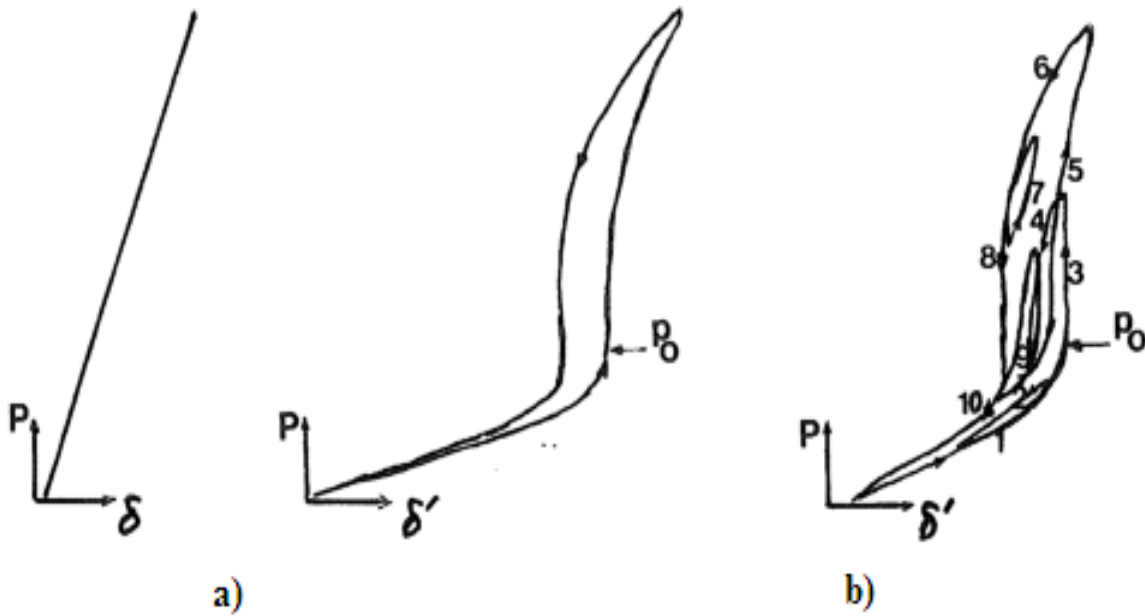


Figure III-4 : a) chargement à amplitude constante, b) chargement à amplitude variable.

I.6. Mesure de l'énergie hystérétique

L'énergie hystérétique Q dissipée pendant un cycle est déterminée par intégration numérique des cycles (δ' - P) (figure III-5).

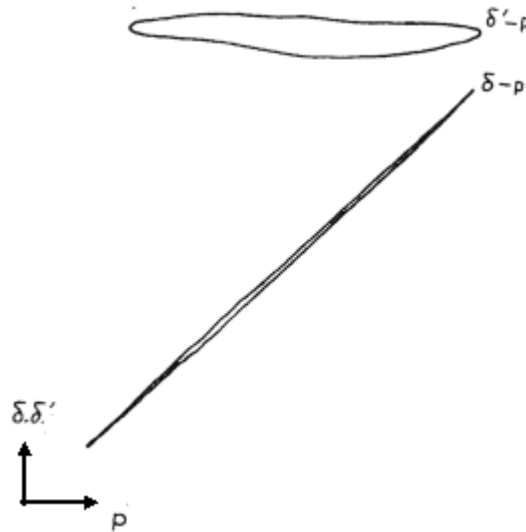


Figure III-5 : Le déplacement en fonction de la charge appliquée.

Pour des faibles valeurs de K_{max} , l'énergie hystérésis ne peut être obtenue à partir des courbes (P , δ), tandis que cette énergie hystérésis est bien mise en évidence sur les courbes (P , δ'). L'énergie spécifique U_s est déterminée par la relation :

$$U_s = \frac{Q}{2B(da/dN)} \quad (III-5)$$

- Où : B : l'épaisseur de l'éprouvette,
 da/dN : vitesse de fissuration en m/cycle,
 Q : énergie hystérétique en J/cycle,
 U_s : énergie spécifique.

II. Résultats expérimentaux

II.1. Chargement d'amplitude constante

1) Relations entre da/dN et K_{max} :

La figure III-6 montre l'évolution de la vitesse de fissuration en fonction de K_{max} pour l'ensemble des essais réalisés sous chargement d'amplitude constante.

On note sur cette figure l'existence de trois transitions de pente qui séparent les domaines où la relation entre da/dN et le facteur d'intensité de contrainte est différente. Le tableau III-5 indique les valeurs de K_{max} et da/dN relatives à ces chargements de pente.

R		0,01	0,10	0,33	0,54	0,70
T₁	K_{max}	8	8.5	9	12	15
	da/dN	10^{-8}	10^{-8}	8.10^{-9}	$7,5.10^{-9}$	8.10^{-9}
T₂	K_{max}	12	12	12	15	-
	da/dN	10^{-8}	10^{-8}	10^{-8}	10^{-8}	10^{-8}
T₃	K_{max}	30	35	31	-	37
	da/dN	3.10^{-6}	3.10^{-6}	$1,6.10^{-6}$	7.10^{-7}	4.10^{-7}

Tableau III-5. Paramètres liées aux transitions.

Les quatre domaines ainsi définis peuvent être caractérisés comme suit [98] [99] :

- 1) Un premier domaine correspondant aux vitesses inférieures à 10^{-8} m/cycle, où la vitesse de fissuration évolue très peu. Il est connu que ce domaine correspond à une forte influence de l'environnement liée à un effet de fragilisation en pointe de fissure. Cet effet est attribué à l'hydrogène provenant de la dissociation des molécules de vapeur d'eau de l'air ambiant, qui sont absorbées en pointe de fissure sur les surfaces fraîchement rompues [100] [101].

- 2) Un domaine situé dans la gamme des vitesses comprises entre 10^{-8} et 10^{-7} m/cycle. Ce domaine est d'autant plus court que R est faible.
- 3) Un domaine, où la pente des courbes est indépendante de R. l'étendue de ce domaine qui correspond à la loi de Paris varie avec R, de 2.10^{-8} à 7.10^{-7} m/cycle pour $R = 0,70$, de 10^{-7} à 10^{-5} m/cycle pour $R \leq 0,10$. L'exposant n varie de 3,38 à 4,40.
- 4) Un domaine de vitesses élevées visible pour $R \leq 0,1$ où la pente des courbes augmente de nouveau à l'approche de la rupture finale.

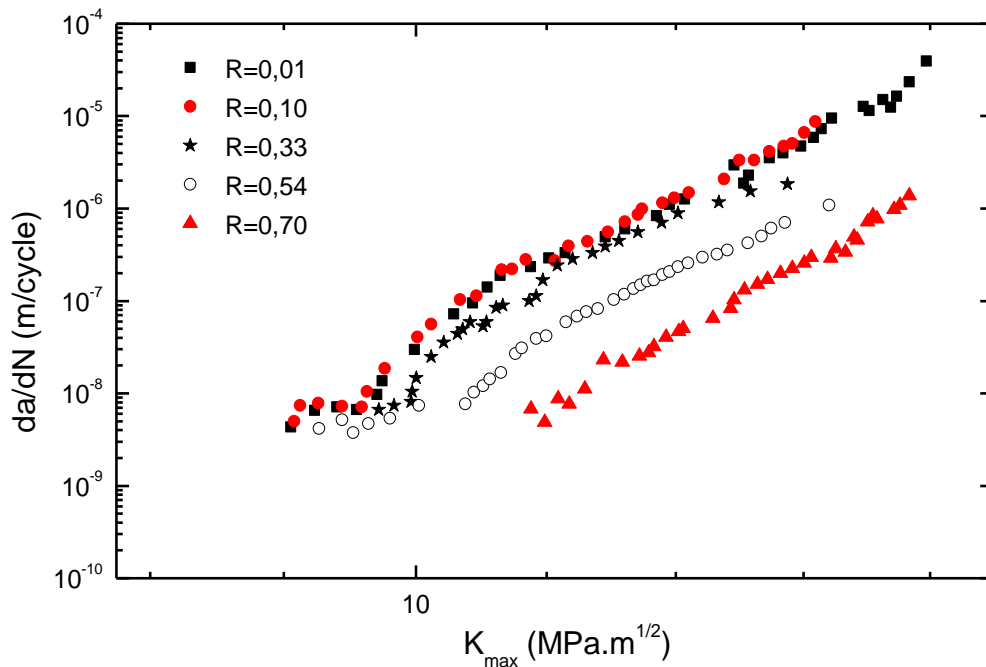


Figure III-6 : Evolution de da/dN en fonction de K_{max} .

2) Evolution des paramètres énergétiques :

Il a été vu dans la partie bibliographique que la fissuration pouvait aussi être analysée selon le modèle de Weertman, en considérant l'énergie spécifique de fissuration.

a- Evolution de l'énergie hystérétique Q en fonction de ΔK :

L'évolution de l'énergie hystérétique dissipée par cycle Q en fonction de ΔK déduite des essais effectués est donnée par la figure III-7.

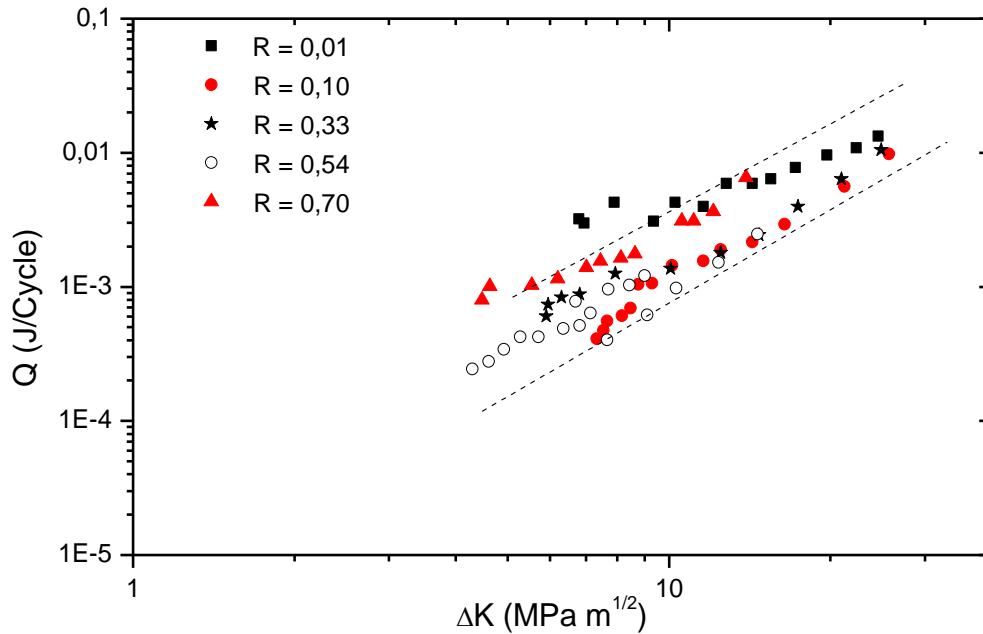


Figure III-7 : L'énergie hystérétique Q en fonction de ΔK

On obtient, à la dispersion près liée aux mesures, une relation entre Q et ΔK de la forme :

$$Q = B\Delta K^m \quad (\text{III-6})$$

Les pentes des droites sont sensiblement les mêmes, soit :

$$m \approx 2 \text{ pour } 0,1 \leq R \leq 0,7 \quad (\text{III-7})$$

Par contre la pente pour $R = 0,01$ est nettement plus faible ($m \approx 1,6$).

Une évolution du même type a été observée par Ranganathan, mais avec des valeurs de m plus élevées. Cette différence est attribuée aux techniques de mesure employées. En effet, Ranganathan [99] a effectué les mesures d'énergie dans l'axe de chargement, tandis que les mesures ont été faites par Benguediab [91] à l'aide d'un capteur monté au bord de l'éprouvette.

b- Evolution de l'énergie spécifique U_s :

L'évolution de l'énergie spécifique U_s en fonction de ΔK est donnée par la figure III-8. On constate que, exception faite de la courbe correspondant à $R \leq 0,1$, la valeur initiale de U_s est la même quel que soit R d'autre part la décroissance de U_s , quand ΔK augmente, débute au niveau de la transition T_1 . U_s décroît jusqu'à atteindre une valeur minimale U_{cr} indépendante de R .

La valeur de U_{cr} obtenue est :

$$U_{cr} = (1,98 \pm 0,94).10^5 \text{ J/m}^2 \quad \text{(III-8)}$$

Cette valeur est légèrement inférieure à celle obtenue par d'autres [99] [102] pour le même matériau. Comme précédemment, cette différence peut être attribuée aux techniques de mesure employées.

Benguediab [91] a étudié l'évolution de U_S en fonction de K_{max} (figure III-9). Cette étude servira pour faire des comparaisons avec l'évolution de U_S en chargement variable. Il constate que cette évolution de U_S est similaire à celle observée ci-dessus. Les valeurs de ΔK et K_{max} pour lesquelles U_{cr} est atteint sont reportées dans le tableau III-6.

R	0,01	0,10	0,33	0,54	0,70
ΔK	15	14	10	9	11
K_{max}	16	16	16	17	35

Tableau III-6 : Transitions observées sur les courbes d'énergie $U_S = f(\Delta K)$ et $U_S = f(K_{max})$ pour les essais à ΔP constant.

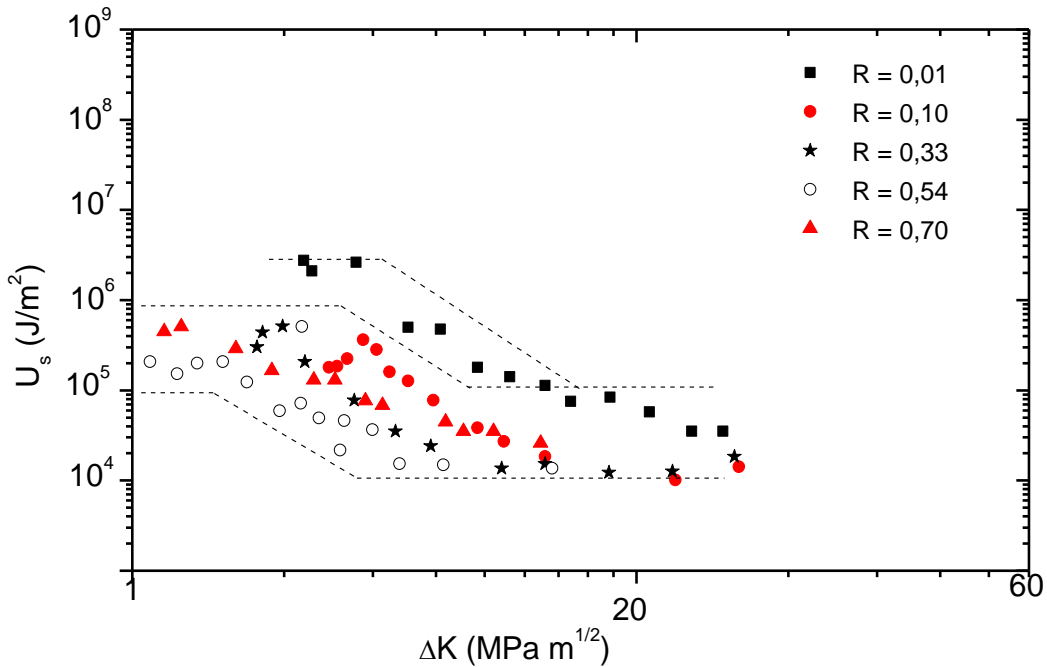


Figure III-8 : Evolution de U_S en fonction de ΔK .

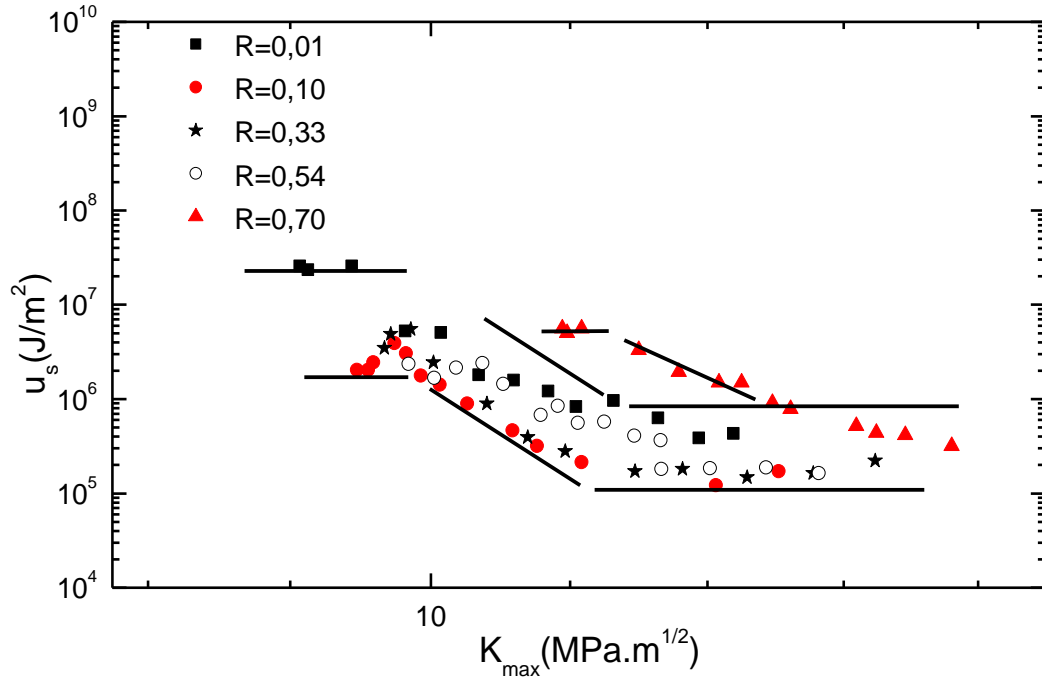


Figure III-9 : Evolution de U_s en fonction de K_{max} .

c- Evolution de la vitesse de fissuration da/dN en fonction de Q :

Cette évolution est donnée par la figure III-10 pour l'ensemble des essais à amplitude constante. On note ici que la relation entre da/dN et Q est nettement différente pour $R = 0,01$ par rapport aux valeurs de R élevées. En effet, pour $R = 0,01$, on constate :

- Un premier stade correspondant à $da/dN \leq 5.10^{-8}$ m/cycle où Q reste sensiblement constante.
- Un second stade correspondant aux vitesses supérieures, où on a une relation du type $da/dN = A'.Q^{n'}$ avec $n' \approx 2,80$.

Alors que pour $R > 0,01$ et $da/dN \geq 2.10^{-7}$ m/cycle, la relation entre da/dN et Q est linéaire, soit $da/dN = A.Q$ avec une valeur de A voisine de $1,8.10^{-4}$ m/J.

Pour faibles vitesses de fissuration, la relation entre da/dN et Q est du type puissance, soit $da/dN = B.Q^n$ avec $n = 3,80$ et $B = 2,22.10^5$.

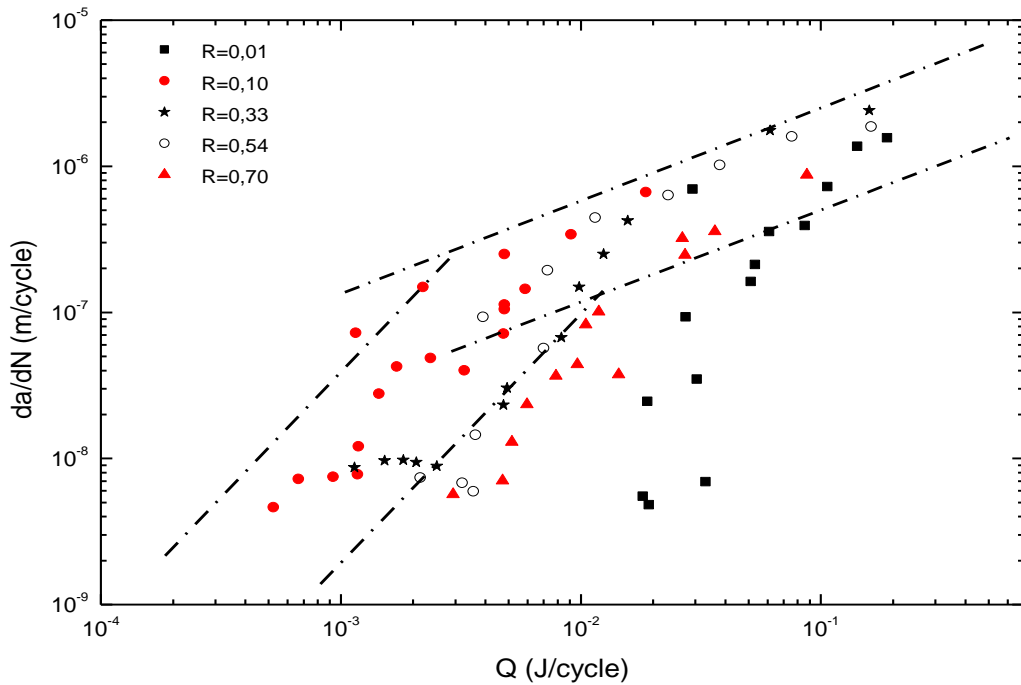


Figure III-10 : Evolution de da/dN en fonction de Q .

Ce type de comportement a été auparavant observé pour ce même alliage [99] et a été associé à un mécanisme de fissuration pas à pas à faibles vitesses de fissurations et à mécanismes de fissuration cycle à cycle par formation de stries à haute vitesse de fissuration.

II.2. Chargement d'amplitude variable

1) Evolution des paramètres énergétiques :

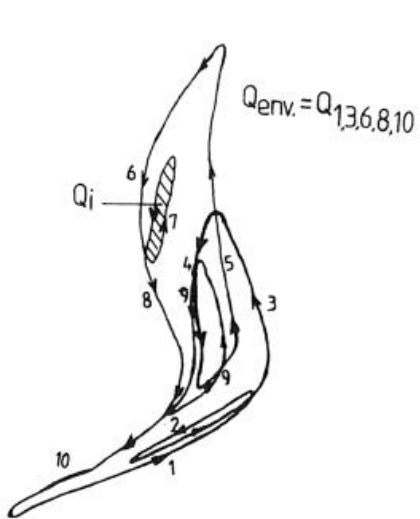


Figure III-12 : Courbe $P-\delta'$ (spectre A).

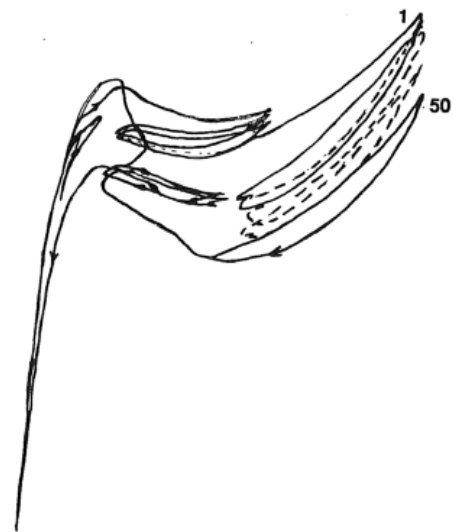


Figure III-13 : Courbe $P-\delta'$ (spectre C).

➤ Relation entre U_s et K_{max}

La figure III-14, représente l'évolution de l'énergie de plastification par unité de surface créée (ΣU_s) en fonction de K_{max} pour les différents spectres. Et elle porte l'évolution de $U_s = f(K_{max})$ pour des essais à ΔP constant pour $R = 0,01$ et $0,54$.

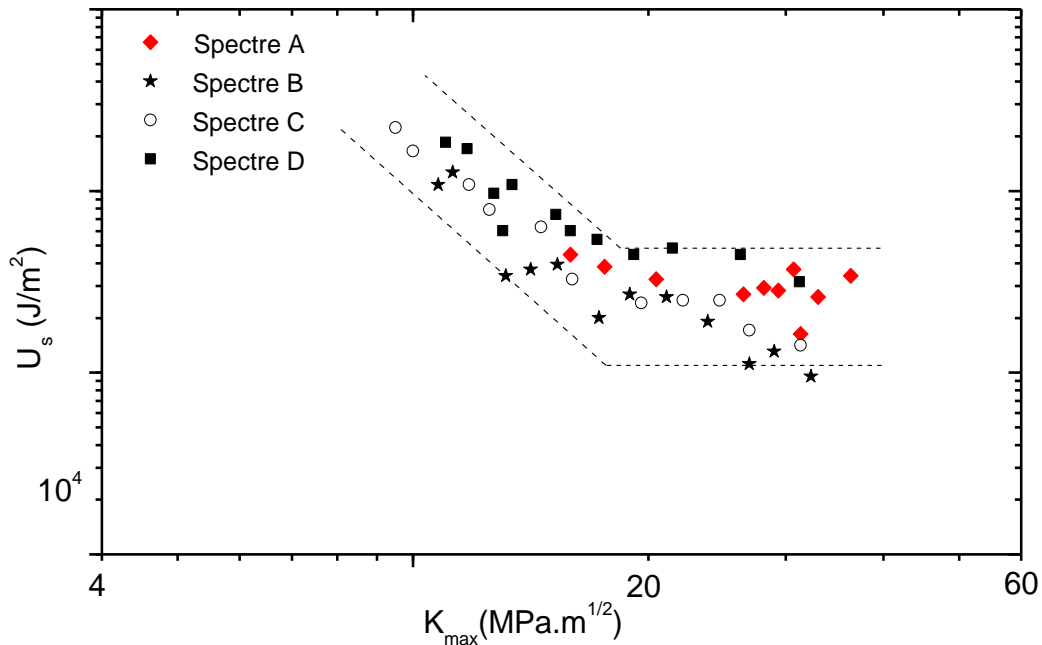


Figure III-14 : Relation entre U_s et K_{max} .

Benguediab [91] constate que l'évolution de l'énergie spécifique en fonction de K_{max} est très similaire pour les deux types d'essais. D'autre part, la comparaison avec la figure III-8 montre l'écart entre les valeurs de U_s à K_{max} fixé est ici beaucoup moins important que celui observé pour les essais à ΔP constant. Cette différence peut être attribuée à l'influence du rapport R . En effet, dans le cas des spectres, le rapport R global reste inchangé, ce qui n'est pas le cas des différents essais à ΔP constant.

La valeur de $U_{cr} = (2,17 \pm 0,82) \cdot 10^5 \text{ J/m}^2$.

La valeur de K_{max} correspondant au début du palier est $K_{max} = 16 \pm 1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

III. Modèle de Mazari

III.1. Relations entre da/dN et Q_{eq}

Par analogie avec le modèle d'Elber sur le mécanisme de fermeture/ouverture, Mazari et Col. [103] ont proposé de définir une énergie équivalente Q_{eq} qui gouvernera l'avancée de la fissure.

Partant de l'évolution de la vitesse de fissuration da/dN en fonction de l'énergie dissipée par cycle Q , Mazari et Col. [103] ont constaté que, dans les essais de seuil et les essais de surcharge, la relation entre ces deux paramètres présente deux stades séparés une transition.

Cette transition est obtenue pour une valeur de da/dN que Mazari et Col. [103] notons $(da/dN)_T$:

- Pour $da/dN \geq (da/dN)_T$: la relation obtenue est linéaire et de la forme :

$$\left(\frac{da}{dN} \right)_I = A \cdot Q_I \quad (\text{III-9})$$

- Pour $da/dN < (da/dN)_T$: une loi puissance de la forme :

$$\left(\frac{da}{dN} \right)_P = B \cdot Q_P^n \quad (\text{III-10})$$

Sous un chargement à amplitude constante, à $R \geq 0,1$ [91], $(da/dN)_T$ correspond à $\pm 10^{-4}$ mm/cycle à l'air et $4 \cdot 10^{-6}$ mm/cycle sous vide (figure III-15).

Un phénomène similaire a été observé sur des essais avec simple surcharge (Ranganathan [52]).

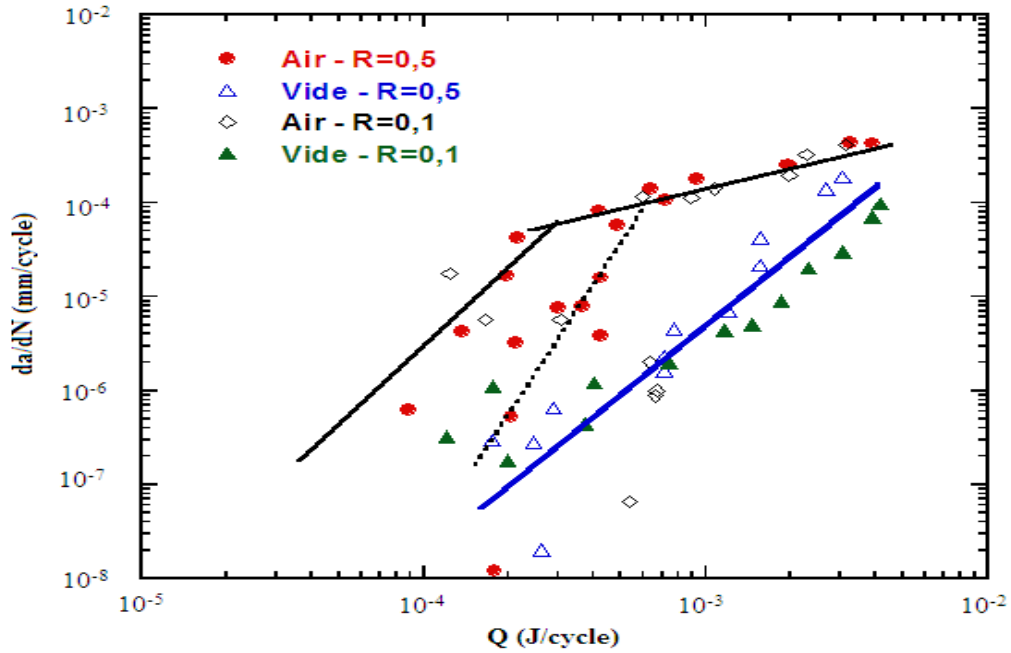


Figure II-15 : Evolution de da/dN en fonction Q à l'air et sous vide.

III.2. Essais de seuil

La figure III-16 montre l'évolution de da/dN en fonction de Q d'après la transition constatée.

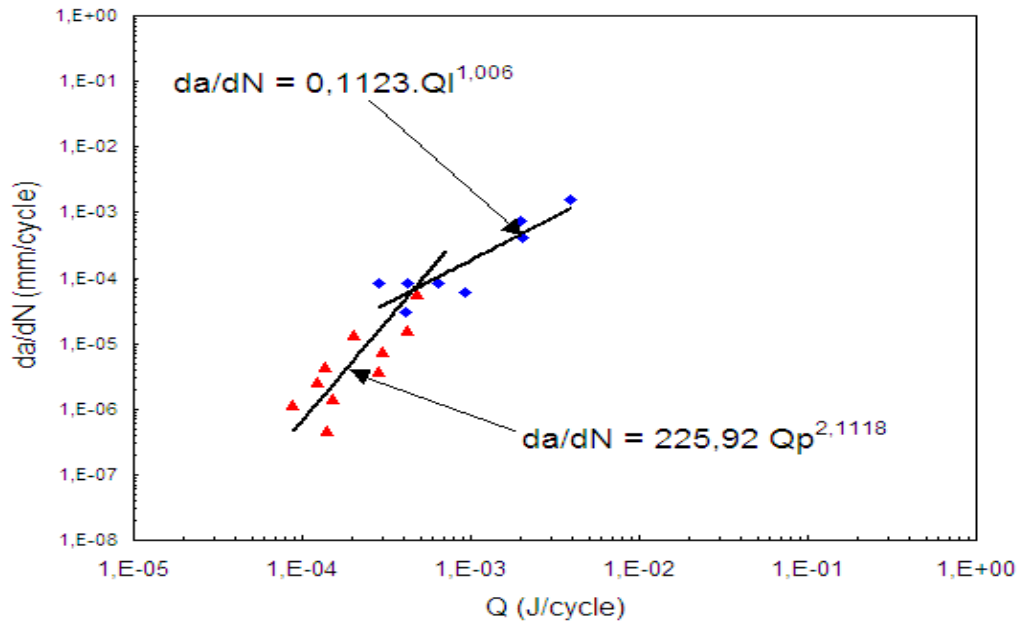


Figure III-16 : Evolution de da/dN en fonction de Q ($R=0,5$ sous air)

Mazari et Col. [103] ont procédé à une translation des points situés en dessous de la transition sur la droite linéaire et calculer les coordonnées des nouveaux points comme suit :

La translation des points se fait en égalant les relations (III-9) et (III-10), c'est à dire :

$$A.Q_l = B.Q_p^n \quad (III-11)$$

Donc,
$$Q_l = \frac{B}{A} Q_p^n \quad (III-12)$$

L'énergie dissipée par cycle équivalente Q_{eq} est de la forme :

$$Q_{eq} = K \cdot Q_p^n \quad (III-13)$$

avec $K = B/A$.

La figure III-17 représente l'évolution de da/dN en fonction de Q_{eq} après correction, l'évolution obtenue est linéaire avec le coefficient $K = 5,88 \cdot 10^{-2}$.

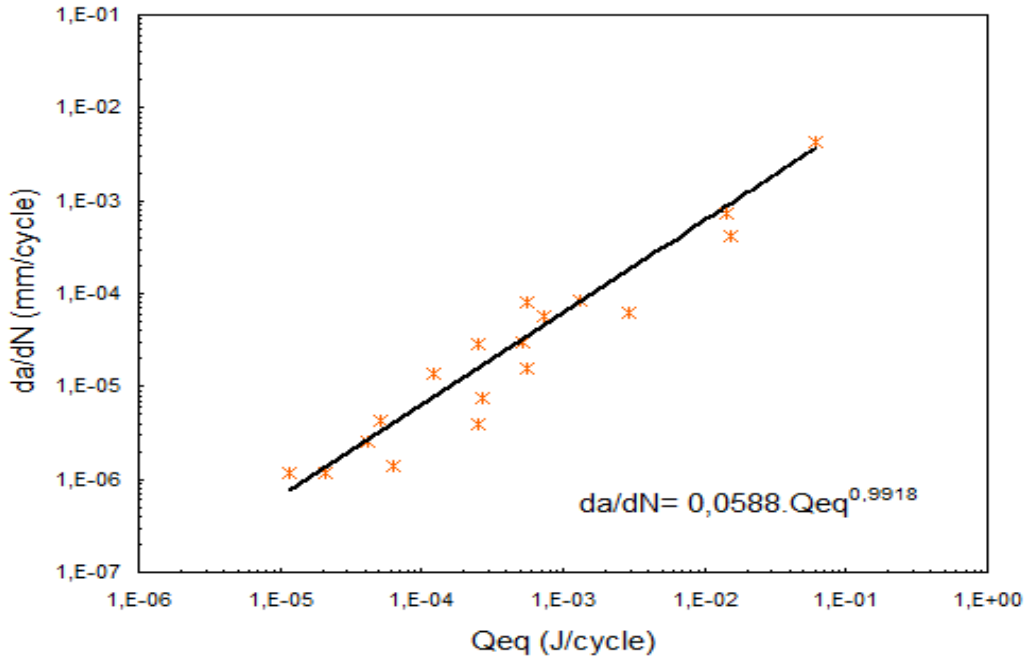


Figure III-17 : Évolution de da/dN en fonction Q_{eq}

Suite au profil constaté sur l'éprouvette de la surface réellement créée par la fissure, la figure III-18 représenté schématiquement la différence entre la surface théorique ($B.\Delta a$) rectangulaire qui est prise en compte dans les calculs et la surface réelle.

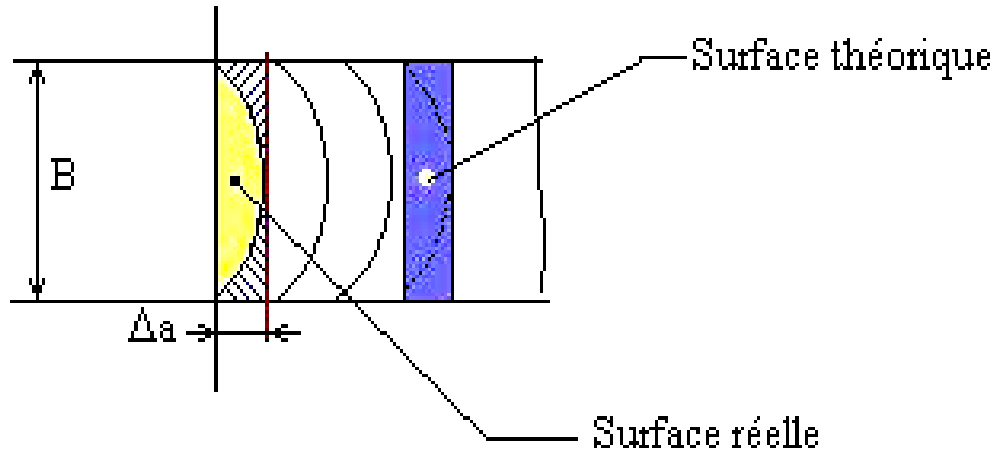


Figure III-18 : Comparaison entre la théorie et la surface réelle.

La figure III-19 représente l'évolution de da/dN en fonction de l'énergie spécifique U_{corr} obtenue après la correction de la surface réellement créée. La relation obtenue est de la forme :

$$\frac{da}{dN} = \alpha U^p \text{ avec } \alpha = 1,72 \cdot 10^{-6} \text{ et } p = -1,8 \quad (\text{III-14})$$

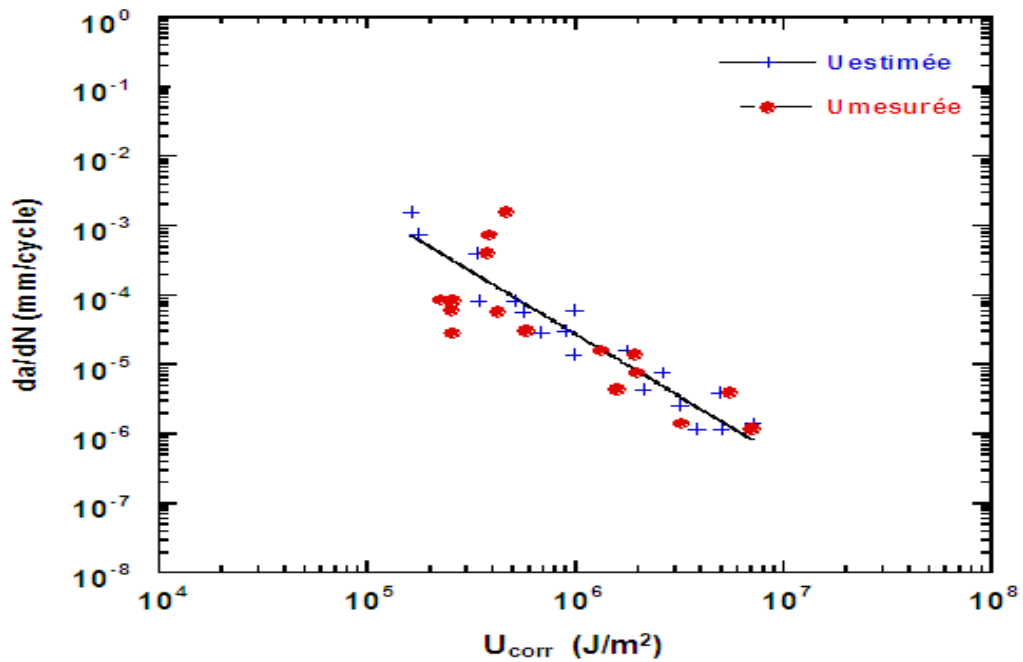


Figure III-19 : Évolution de da/dN en fonction U_{corr} ($R=0.1$).

La figure III-20 représente la variation de (da/dN) en fonction du rapport $(\Delta K^4/U_{corr})$ pour tenter de vérifier le modèle de Weertman [49]. Mazari et Col. [103] ont obtenu dans ce cas un coefficient de proportionnalité équivalent $A = 3.10^{-2}$ valeurs intermédiaires entre celle de Weertman [49] et celle de Izumi et Col. [104].

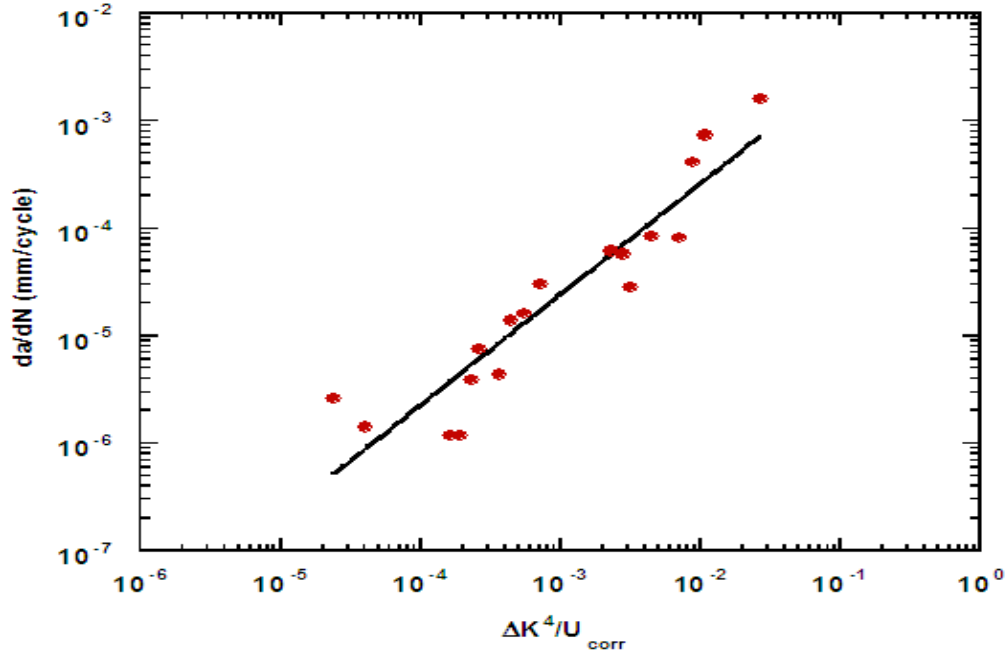
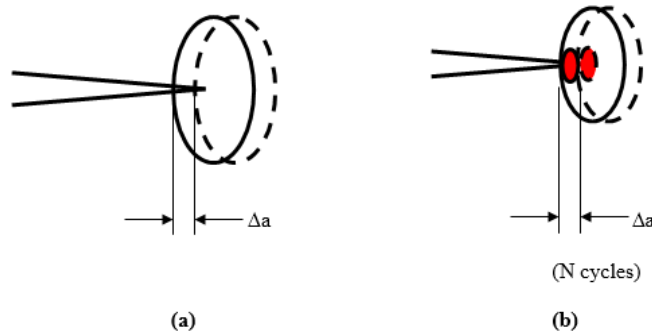


Figure III-20 : Évolution de da/dN en fonction $\Delta K^4/U_{corr}$ ($R=0.1$).

III.3. Modèle énergétique

En chargement monotone ou cyclique, figure III-21, La variation de l'énergie potentielle dE_p doit équilibrer la variation d'énergie plastique dW .



(a) Figure III-21 : Variation de l'énergie potentielle : (a) pour un chargement monotone,
(b) pour un chargement cyclique

Par unité de surface on a :

$$\frac{dE_{pot}}{da} = \frac{dW}{da} \approx G_C \quad (III-15)$$

G_C étant le taux de restitution d'énergie.

Cette relation n'est valable que si on néglige l'énergie de création de surfaces, ce qui est généralement admis pour les matériaux solides ductiles [54].

Pour un chargement cyclique, la variation de l'énergie potentielle totale par cycle $\frac{dE_{pot}}{dN}$ doit équilibrer la variation de l'énergie plastique par cycle $\frac{dW}{dN}$ ce qui nous donne :

$$\frac{dE_{pot}}{dN} = \frac{dW}{dN} = \frac{dW}{da} \frac{da}{dN} = Q_P \quad (III-16)$$

Des relations (III-15) et (III-16), la vitesse de propagation da/dN peut être écrite en terme d'énergie plastique totale dissipée par cycle Q_P comme suit :

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{G_C} \cdot Q_P \quad (III-17)$$

Le taux de restitution d'énergie critique est lié, en mode I, au facteur d'intensité de contraintes critique K_{Ic} par :

$$G_C = \frac{K_{Ic}^2}{E_T} \quad (III-18)$$

avec $E_T = E$ en contrainte plane

et $E_T = \frac{E}{1-\nu^2}$ en déformation plane

De (III-17) et (III-18), la loi de propagation devient :

$$\frac{da}{dN} = \frac{E_T}{K_{Ic}^2} \cdot Q_P \quad (III-19)$$

Cette relation exige la détermination, par la méthode des éléments finis, de la quantité

$$Q_p = \iint_{r_p} \oint \sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}^p \cdot dA \quad (r_p : \text{le rayon de la zone plastique située en avant de la fissure}).$$

Suite aux phénomènes constatés a la relation da/dN en fonction de Q_{eq} concernant l'existence d'une transition donnant lieu à deux régimes de propagation et suite à l'approche proposée par Newman [57], Mazari et Col. [103], ils ont déterminé un coefficient de correction énergétique qui permettant de déterminer une énergie dissipée par cycle équivalente obéissant au modèle de Weertman [49] et éliminant ainsi les effets constatés lors des essais de seuil à ΔP constante et sous l'effet d'une surcharge. Pour ce faire :

- calcule un paramètre Q^* défini par :

$$Q^* = \frac{\sigma^2 E}{\Delta K^m} Q \quad (\text{III-20})$$

Où : σ : la limite élastique du matériau ;

E : le module de Young ;

ΔK : amplitude du facteur d'intensité de contraintes

Q : énergie hystérétique par cycle.

m : exposant de la loi de Paris

- détermine le coefficient de correction énergétique moyen par :

$$\zeta_M = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i^*}{n} \quad (\text{III-21})$$

n : le nombre d'itération de la longueur de la fissure

- L'énergie spécifique corrigée est donnée par :

$$U_{\text{Corr}} = \frac{\Delta K^m}{\frac{da}{dN} \sigma^2 E} \cdot \zeta_M \quad (\text{III-22})$$

➤ détermine l'énergie dissipée par cycle equivalente Q_{eq} à partir des équations (III-20) et (III-22), à savoir :

• En contrainte plane :

$$Q_{eq} = \frac{1}{A} \frac{da}{dN} \text{ et } A = \left(\frac{2B}{2(1+\nu)} \right) \cdot \zeta_M \quad \text{(III-23)}$$

$$Q_{eq} = \left(\frac{2(1+\nu)}{2B} \right) \frac{da}{dN} \cdot \frac{1}{\zeta_M} \quad \text{(III-24)}$$

• En déformation plane :

$$A = \left(\frac{2B(1-\nu)}{2} \right) \cdot \zeta_M \quad \text{(III-25)}$$

$$Q_{eq} = \left(\frac{2B}{2(1-\nu)} \right) \frac{da}{dN} \cdot \frac{1}{\zeta_M} \quad \text{(III-26)}$$

La vitesse de propagation est donnée par :

$$\frac{da}{dN} = \frac{\zeta_M}{\sigma^2 E} \frac{\Delta K^m}{U_{Corr}} \quad \text{(III-27)}$$

Cette expression est similaire à celle proposée par Weertman [49] et d'autres auteurs [105] [55] [106] [51] à savoir :

$$\frac{da}{dN} = A \frac{\Delta K^4}{\sigma^2 \mu U} \quad \text{(III-28)}$$

où :

$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$: représente le module de cisaillement,

U : l'énergie spécifique égale, dans cette étude, à G_C et

A : une constante adimensionnelle.

CHAPITRE IV :

Analyse

Energétique

L'application des concepts de la mécanique linéaire de la rupture à la propagation des fissures de fatigue a permis de déterminer les champs de contraintes et déformations au voisinage immédiat à la pointe de la fissure sous sollicitation cyclique.

Des lois phénoménologiques ont été proposées pour décrire la propagation des fissures. Il a été montré qu'une fissure de fatigue peut rester fermée pendant une partie du cycle même si le chargement externe est en traction. Des lois empiriques basées sur la fermeture de fissures ont été développées. Dans l'état actuel des connaissances, la propagation des fissures de fatigue est modélisée en utilisant le concept de fermeture. Des études récentes ont montré que les effets de fermeture ne sont pas aussi importants et que le rôle de la plasticité induite par la fermeture. Dans cette étude, nous proposons une analyse de la propagation des fissures de fatigue basée sur une approche énergétique pour les chargements à amplitude variable.

I. Relation entre la propagation de la fissure $\Delta a/\text{bloc}$ et K_{\max}

La figure IV-1 montre l'évolution de la vitesse de fissuration $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction du facteur d'intensité de contrainte maximum K_{\max} pour les différents essais sous chargement à amplitude variable. Sur cette même figure on a reporté les résultats des essais sous chargement d'amplitude constante pour les valeurs des rapports de charge $R=0.01$ et $R = 0.54$.

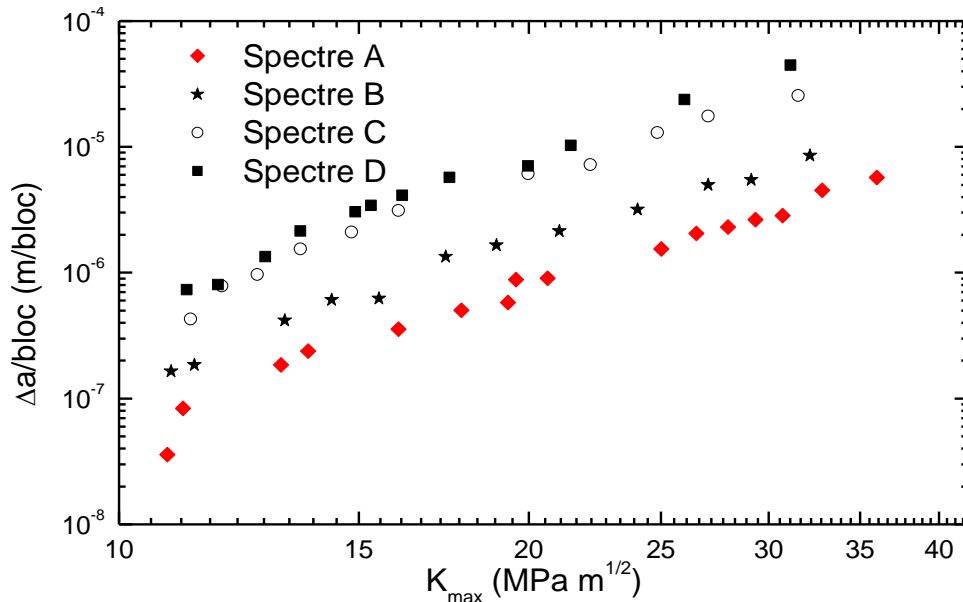


Figure IV-1 : Évolution du $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction du facteur K_{\max} .

L'évolution de la vitesse de fissuration $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction de du facteur d'intensité de contrainte maximum K_{\max} montre l'existence de certaines transitions telle que celles observées sous chargement à amplitude constante [91]. Ces transitions ne sont pas aussi nettes, la transition T_1 n'apparaît pas (c'est la transition observée pour les faibles vitesses de fissuration dans le cas des essais sous chargement à amplitude constante), la transition T_2 est observée dans tous les cas. Les valeurs de ces transitions sont reportées dans le tableau IV-1.

Spectres	T_1	T_2	T_3
A	Non observée	$K_{\max}= 19.54 \text{ MPa.m}^{1/2}$	Non observée
		$\Delta a/\text{bloc}=1.6 \times 10^{-6}$	
B	Non observée	$K_{\max}= 17.28 \text{ MPa.m}^{1/2}$	Non observée
		$\Delta a/\text{bloc}=1.43 \times 10^{-6}$	
C	Non observée	$K_{\max}= 18 \text{ MPa.m}^{1/2}$	Non observée
		$\Delta a/\text{bloc}=6.25 \times 10^{-6}$	
D	Non observée	$K_{\max}= 17 \text{ MPa.m}^{1/2}$	Non observée
		$\Delta a/\text{bloc}=3.20 \times 10^{-6}$	
R=0.01	$K_{\max}=8 \text{ MPa.m}^{1/2}$	$K_{\max}=12 \text{ MPa.m}^{1/2}$	$K_{\max}=30 \text{ MPa.m}^{1/2}$
	$da/dN= 10^{-8}$	$da/dN=1.3 \times 10^{-7}$	$da/dN=3.6 \times 10^{-6}$
R=0.54	$K_{\max}=12 \text{ MPa.m}^{1/2}$	$K_{\max}=15 \text{ MPa.m}^{1/2}$	-
	$da/dN=7.5 \times 10^{-9}$	$da/dN=7.2 \times 10^{-8}$	$da/dN=7 \times 10^{-7}$

Tableau IV-1 : Les valeurs des transitions T_1 , T_2 et T_3 .

L'étude des faciès de rupture ont montré qu'à partir de $K_{\max} \geq 17 \text{ MPa.m}^{1/2}$ (transition T_2), la fissuration se fait bloc par bloc et en dessous de cette valeur la fissuration se fait pas à pas par un cumul de dommage [91]. Ce résultat montre qu'on est en présence de deux régimes de fissuration qui sont séparés par la transition T_2 .

Les résultats présentés ci-dessus sont analysés en termes de paramètres d'énergie.

II. Relation entre $\Delta a/bloc$ et l'énergie hystérétique dissipée ΣQ_i :

La figure IV-2 montre l'évolution de la vitesse de fissuration $\Delta a/bloc$ en fonction de l'énergie hystérétique dissipée par bloc ΣQ_i pour l'ensemble des essais sous chargement variable. On observe sur cette figure que pour chaque spectre étudié et au-delà d'un certain seuil $(\Delta a/bloc)_T$ défini ci-dessus (Tableau IV-1) la relation entre l'avancée de la fissure par bloc $(\Delta a/bloc)$ et l'énergie hystérétique cumulée par bloc ΣQ_i est de la forme linéaire:

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc} \right)_l = A \times Q_l \quad (IV-1)$$

où : Q_l : la partie linéaire de Q ;

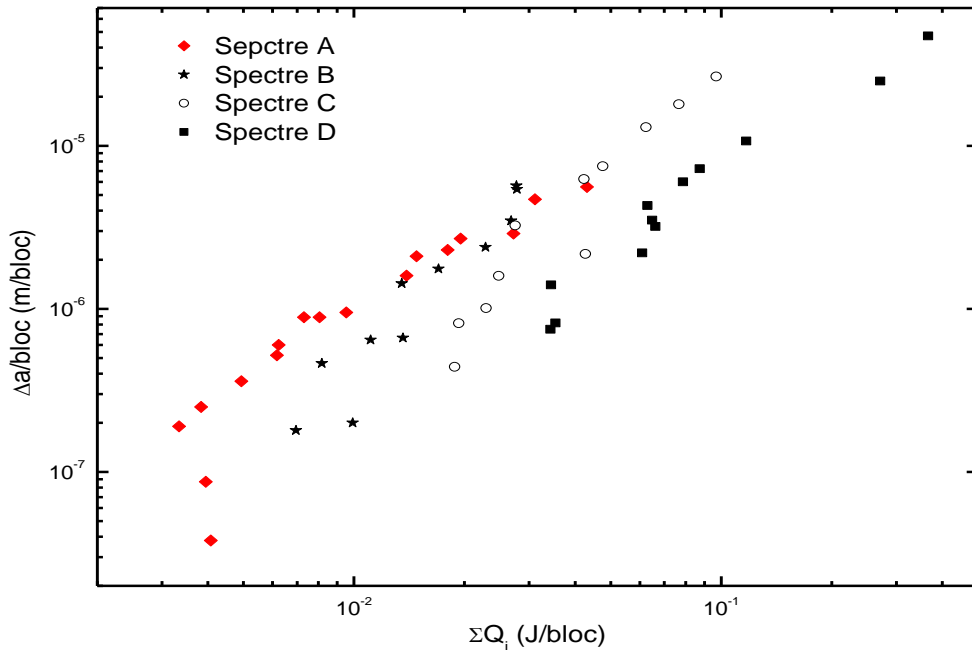


Figure IV-2. Évolution du $\Delta a/bloc$ en fonction de l'énergie dissipée par bloc ΣQ_i .

En dessous de ce seuil (transition T_2), on obtient une relation du type puissance de la forme :

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc} \right)_p = B \times Q_p^n \quad (IV-2)$$

où : Q_p : la partie puissance de Q.

n ; exposant

Par analogie avec le modèle d'Elber sur le mécanisme de fermeture / ouverture et le modèle établi par Mazari [103], nous proposons de définir une énergie équivalente Q_{eq} qui gouvernera l'avancée de la fissure pour les chargements à amplitude variable. Partant de l'évolution de la vitesse de fissuration $\frac{\Delta a}{bloc}$ en fonction de l'énergie dissipée par cycle ΣQ_i , nous avons constaté que la relation entre ces deux paramètres présente deux stades séparés une transition pour tous les spectres étudiés.

Cette transition est obtenue pour une valeur de $\frac{\Delta a}{bloc}$ que nous notons $\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_T$:

Dans ces conditions, nous proposons une analyse énergétique basée sur l'évolution de la vitesse de fissuration $\Delta a/bloc$ en fonction de l'énergie hystérétique équivalente Q_{eq} analogue à celui établi par Mazari [56] pour les essais sous chargement constant.

On considère qu'il y a une continuité de la vitesse de fissuration au niveau de la transition. On procède alors à une translation des points situés en dessous de la transition sur la droite linéaire et calculer les coordonnées des nouveaux points en procédant comme suit :

La transition se fait en égalisant les équations (IV-1) et (IV-2)

$$A \times Q_l = B \times Q_p^n \quad (IV-3)$$

$$\text{On obtient : } Q_l = \frac{B}{A} \times Q_p^n \quad (IV-4)$$

L'énergie équivalente dissipée par bloc de Q_{eq} sera donnée par la relation de la forme :

$$Q_{eq} = K^* \times Q_p^n \quad (IV-5)$$

$$\text{avec: } K^* = \frac{B}{A}$$

Cette procédure sera faite pour chaque spectre étudié.

➤ **Spectre A:**

La transition pour le spectre A est $\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_T = 1.6 \times 10^{-6}$ m/bloc, au-dessus de cette

valeur l'énergie dissipée par bloc est linéaire (fig. IV-3).

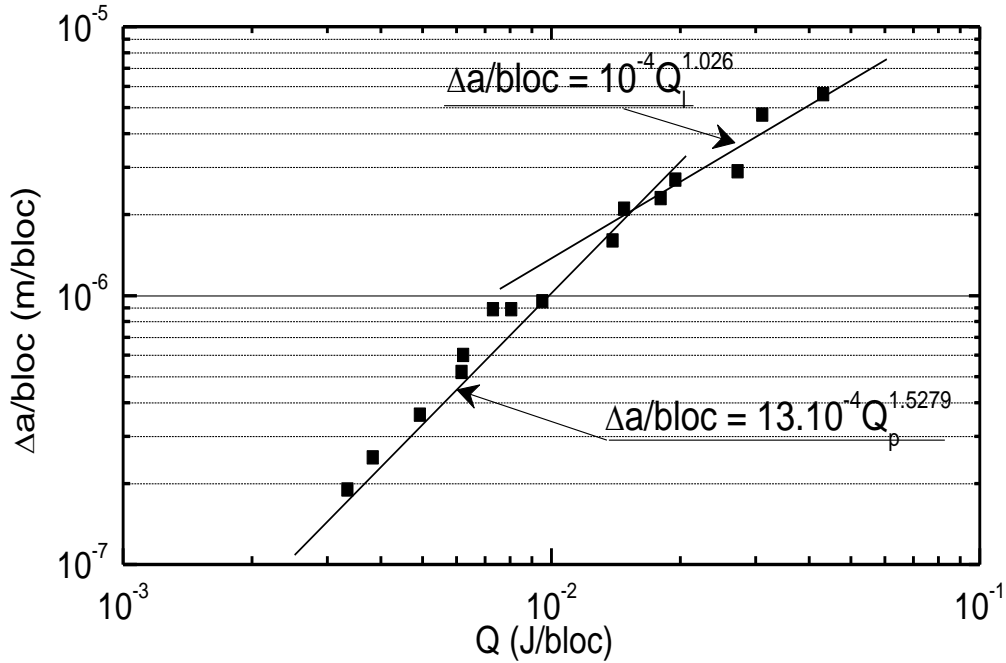


Figure IV-3. Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q .

Les équations (IV-1) et (IV-2) peuvent être écrites comme :

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_p = 13 \times 10^{-4} \times Q_p^{1.5279} \quad (IV-6)$$

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_l = 10^{-4} \times Q_l^{1.026} \quad (IV-7)$$

Égalisant les équations (IV-6) et (IV-7), l'énergie équivalente dissipée par bloc Q_{eq} a la forme :

$$Q_{eq} = 13 \times Q_p^{1.5279} \quad (IV-8)$$

Après que la correction l'évolution entre $\Delta a/bloc$ et Q_{eq} soit linéaire avec le coefficient $K = 0.9 \times 10^{-4}$ et écrit comme :

$$\frac{\Delta a}{bloc} = 0.9 \times 10^{-4} \times Q_{eq}^{1.0436} \quad (IV-9)$$

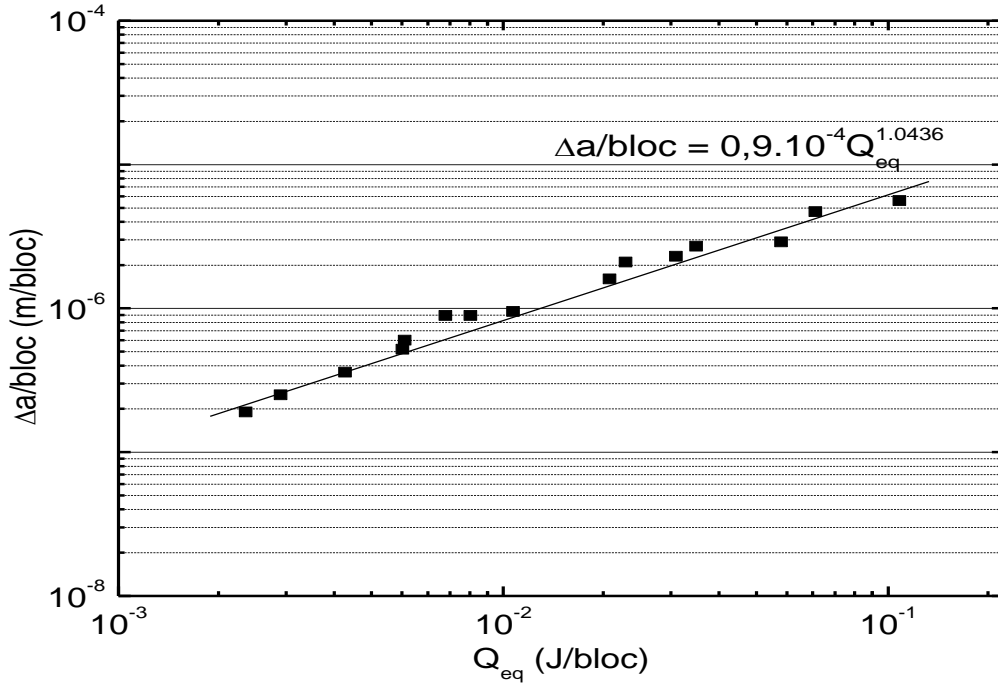


Figure IV-4. Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q_{eq} pour le spectre A.

La même procédure est appliquée pour les spectres (B, C et D) :

➤ **Spectre B :**

Pour une vitesse de fissuration supérieure à $\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_T = 1.43 \times 10^{-6}$ m/bloc, l'énergie dissipée par bloc est linéaire (fig. IV-5).

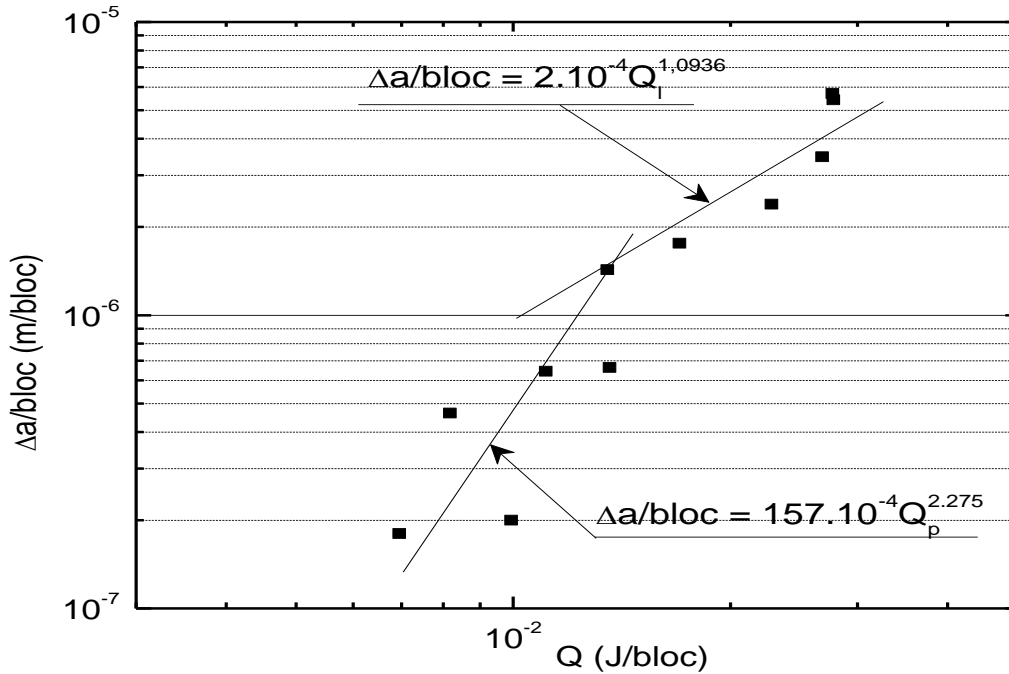


Figure IV-5. Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q pour le spectre B.

Les équations (IV-1) et (IV-2) peuvent être écrites comme suit :

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc} \right)_p = 157 \times 10^{-4} \times Q_p^{2.275} \quad (IV-10)$$

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc} \right)_l = 2 \times 10^{-4} \times Q_l^{1.0936} \quad (IV-11)$$

Égalisant les équations (IV-10) et (IV-11), l'énergie équivalente dissipée par bloc Q_{eq} a la forme :

$$Q_{eq} = 78.5 \times Q_p^{2.275} \quad (IV-12)$$

Après que la correction l'évolution entre $\Delta a/bloc$ et Q_{eq} soit linéaire avec le coefficient $K = 3 \times 10^{-4}$ et écrit comme :

$$\frac{\Delta a}{bloc} = 3 \times 10^{-4} \times Q_{eq}^{1.0607} \quad (IV-13)$$

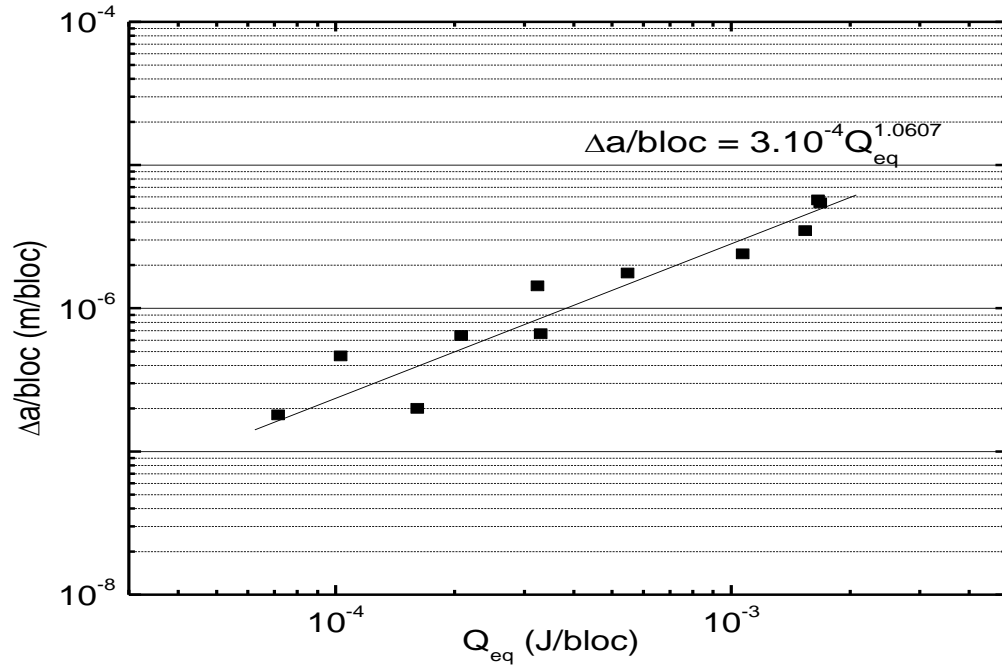


Figure IV-6. Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q_{eq} pour le spectre B

➤ **Spectre C :**

Pour une vitesse de fissuration supérieure à $\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_T = 6.25 \times 10^{-6}$ m/bloc, l'énergie dissipée par bloc est linéaire (fig. IV-7).

Les équations (IV-1) et (IV-2) peuvent être écrites comme suit :

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_p = 49 \times 10^{-4} \times Q_p^{2.2211} \quad (IV-14)$$

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_l = 2 \times 10^{-4} \times Q_l^{1.0439} \quad (IV-15)$$

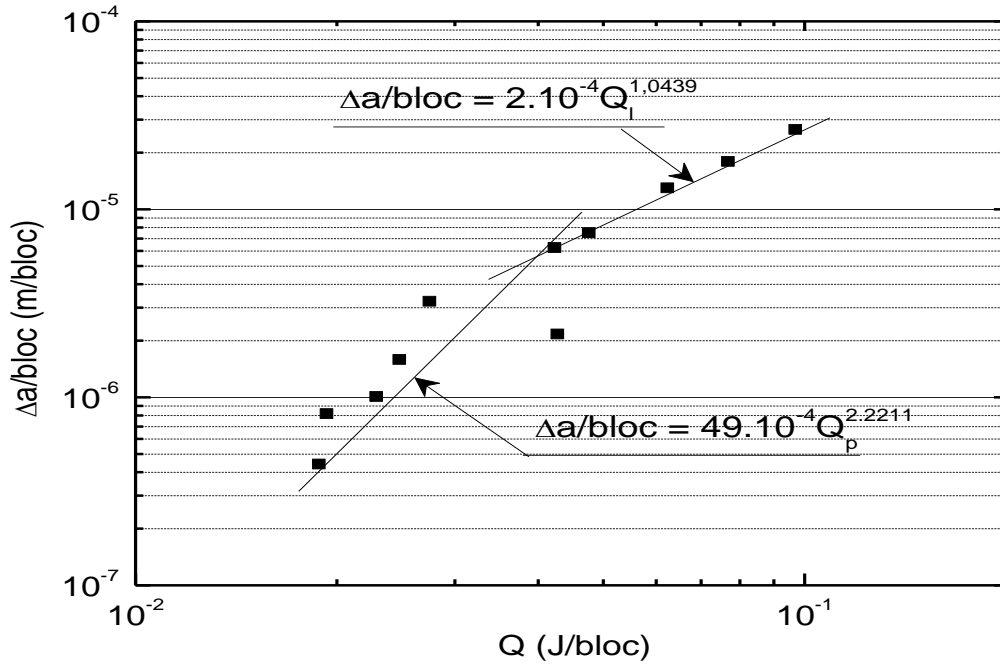


Figure IV-7. Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q pour le spectre C.

Égalisant les équations (IV-14) et (IV-15), l'énergie équivalente dissipée par bloc Q_{eq} a la forme :

$$Q_{eq} = 24.5 \times Q_p^{2.2211} \quad (IV-16)$$

Après que la correction l'évolution entre $\Delta a/bloc$ et Q_{eq} soit linéaire avec le coefficient $K = 10^{-4}$ et écrit comme :

$$\frac{\Delta a}{bloc} = 10^{-4} \times Q_{eq}^{0.8443} \quad (IV-17)$$

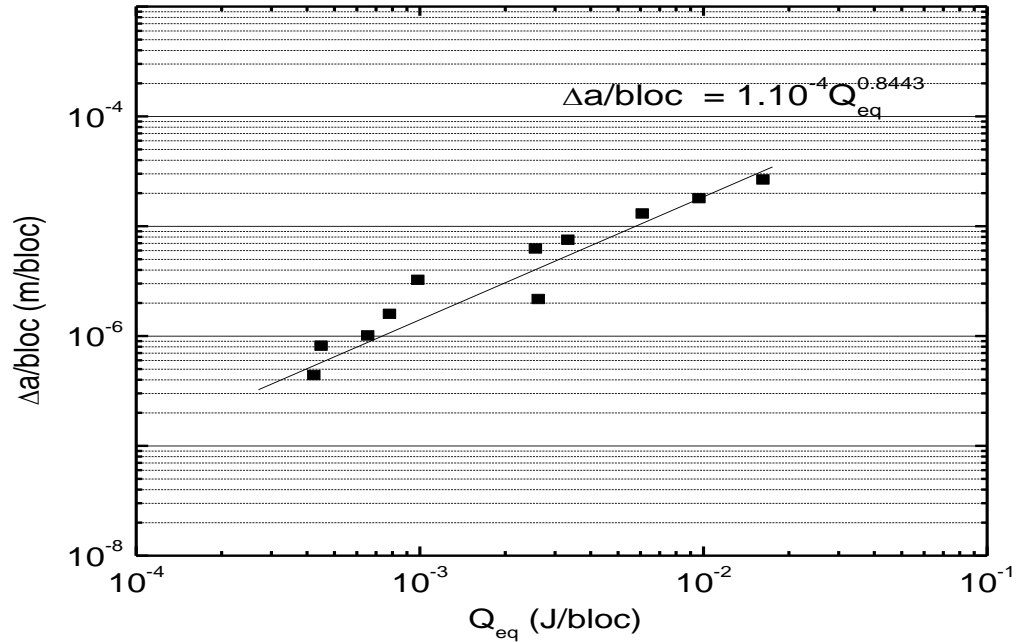


Figure IV-8. Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q_{eq} pour le spectre C.

➤ **Spectre D :**

Pour une vitesse de fissuration supérieur à $\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_T = 3.20 \times 10^{-6}$ m/bloc, l'énergie dissipée par bloc est linéaire (fig. IV-9).

Les équations (IV-1) et (IV-2) peuvent être écrites comme :

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_p = 3 \times 10^{-4} \times Q_p^{1.7064} \quad (IV-18)$$

$$\left(\frac{\Delta a}{bloc}\right)_l = 2 \times 10^{-4} \times Q_l^{1.3865} \quad (IV-19)$$

Égalisant les équations (IV-18) et (IV-19), l'énergie équivalente dissipée par bloc Q_{eq} a la forme :

$$Q_{eq} = 1.5 \times Q_p^{1.7064} \quad (IV-20)$$

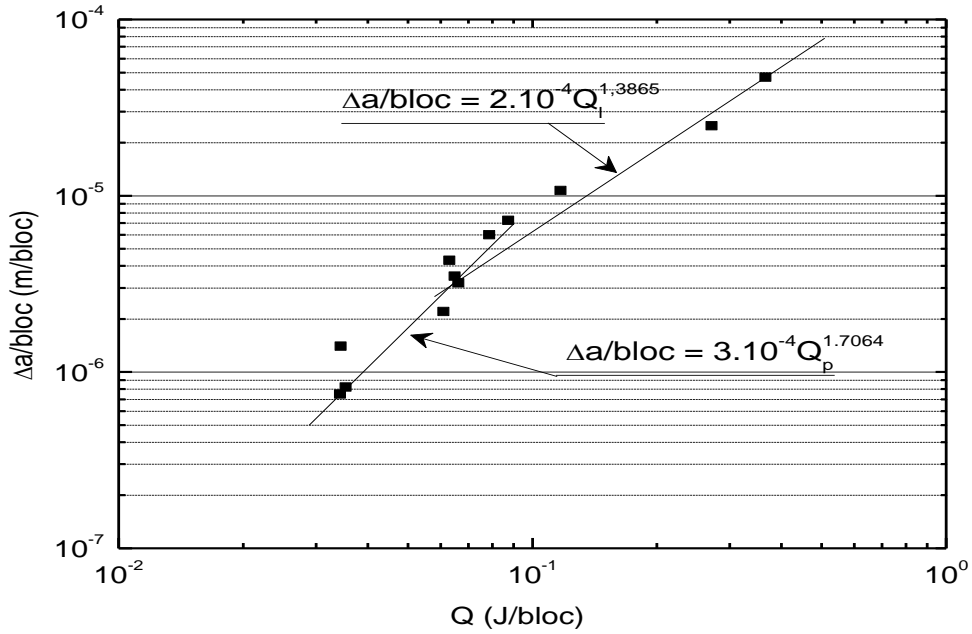


Figure IV-9. Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q pour le spectre D.

Après que la correction l'évolution entre $\Delta a/bloc$ et Q_{eq} soit linéaire avec le coefficient $K = 2 \times 10^{-4}$ et écrit comme :

$$\frac{\Delta a}{bloc} = 2 \times 10^{-4} \times Q_{eq}^{0.9588} \quad (IV-21)$$

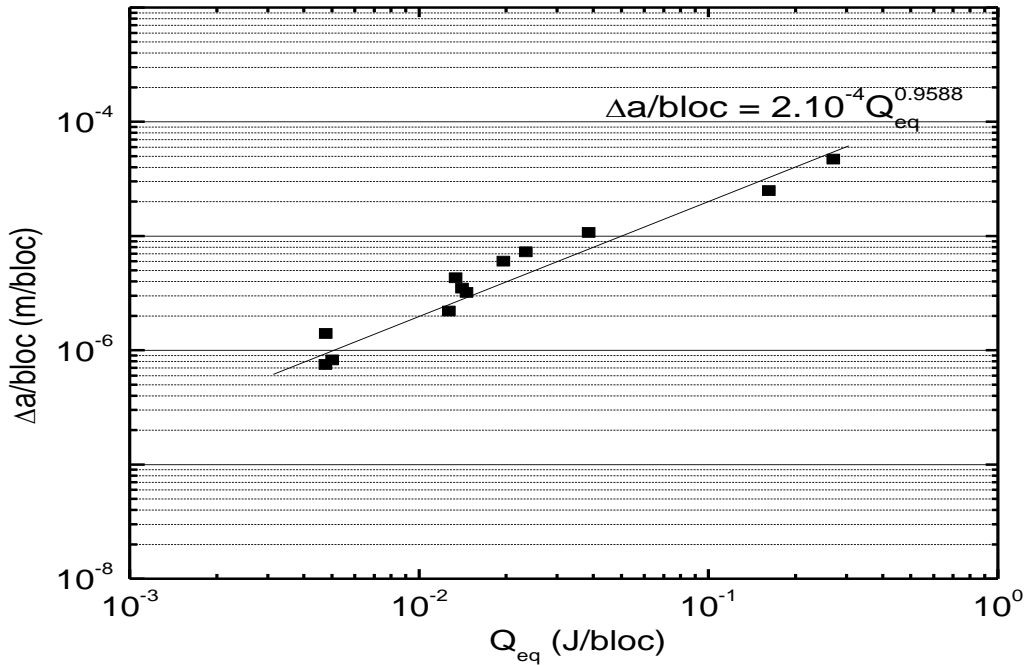


Figure IV-10. Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q_{eq} pour le spectre D.

L'évolution de $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction de l'énergie équivalente Q_{eq} pour tous les spectres est donnée sur la figure IV-11.

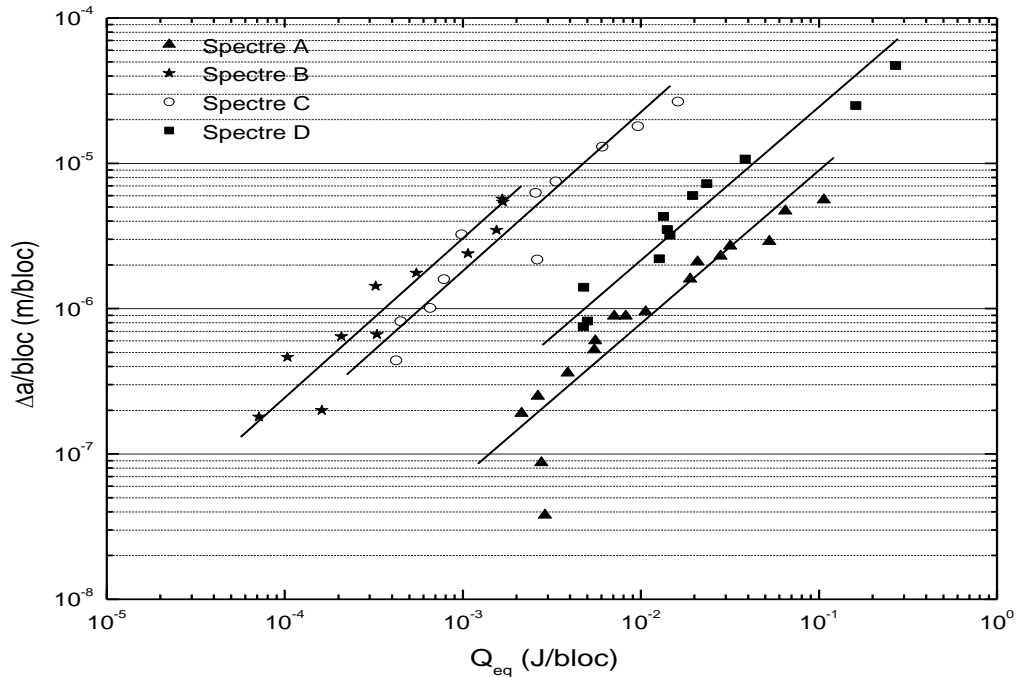


Figure IV-11. Évolution de $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction de Q_{eq} pour tous les spectres A, B, C et D.

III. Comparaison entre les différents modèles :

Dans les tableaux (IV-2, IV-3, IV-4 et IV-5) sont présentés l'ensemble des résultats obtenus par le présent modèle et les modèles de Weertman, Tracey, Kingbeil comparés aux résultats expérimentaux.

On rappelle que les relations entre la vitesse de fissuration et les énergies équivalentes pour l'ensemble des modèles étudiés :

- Le présent modèle : pour les spectres A, B, C et D en applique les équations (IV-9, IV-13, IV-17 et IV-21).

- Modèle de Klingbeil :

$$\frac{da}{dN} = 2,23.10^{-3} \frac{\Delta K^4}{\sigma^2 \cdot E \cdot U_{eq}} \cdot Q_{eq} \quad (IV-22)$$

- Modèle de Weertman :

$$\frac{da}{dN} = 2,23.10^{-3} \frac{\Delta K^4}{\mu \cdot \sigma^2 \cdot U_{eq}} \quad (IV-23)$$

Avec :
$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (IV-24)$$

- Modèle de Tracey :

$$\frac{da}{dN} = 16,968.10^{-7} \cdot \Delta K^4 \cdot B \quad (IV-25)$$

Dans le cas des chargements variable Δa /bloc est obtenu par la sommation des différentes vitesses obtenues au niveau de chaque niveau de chargements (Tableau III-4).

a (mm)	K _{max} (MPa m ^{1/2})	Σ Q _i (J/bloc)	Q _{eq} (J/bloc)	Σ U _i (J/m ²)	ζ _m	U _{corr} (J/m ²)	Δa/bloc (m/bloc)				
							Present Modele	Expérimentale	Tracey	Weertman	Klingbeil
24.02	10.8	4.07E-03	2.89E-03	4.40E+06	7.11E-01	3.40E+07	4.34E-08	3,80E-08	1,47E-08	3,62E-10	3,94E-13
24.86	11.13	3.95E-03	2.77E-03	1.90E+06	7.00E-01	1.65E+07	1.15E-07	8,70E-08	1,66E-08	9,80E-10	1,01E-12
29.32	13.11	3.34E-03	2.14E-03	7.40E+05	6.41E-01	1.33E+07	5.75E-07	1,90E-07	3,21E-08	5,32E-09	4,28E-12
31.08	13.8	3.83E-03	2.64E-03	6.45E+05	6.89E-01	1.34E+07	8.10E-07	2,50E-07	3,94E-08	6,98E-09	6,92E-12
34.75	15.97	4.93E-03	3.88E-03	5.56E+05	7.87E-01	1.90E+07	1.62E-06	3,60E-07	7,07E-08	1,22E-08	1,78E-11
37.68	17.76	6.17E-03	5.47E-03	4.95E+05	8.86E-01	2.27E+07	2.87E-06	5,20E-07	1,08E-07	1,92E-08	3,95E-11
39.41	19.3	6.23E-03	5.55E-03	4.29E+05	8.91E-01	2.75E+07	4.57E-06	6,00E-07	1,50E-07	3,04E-08	6,36E-11
39.91	19.53	8.06E-03	8.22E-03	3.77E+05	1.02	2.23E+07	5.50E-06	8,90E-07	1,58E-07	3,19E-08	9,88E-11
40.52	20.27	7.31E-03	7.08E-03	3.40E+05	9.69E-01	2.46E+07	7.03E-06	8,90E-07	1,83E-07	4,30E-08	1,14E-10
41.04	20.54	9.53E-03	1.06E-02	4.18E+05	1.11	2.79E+07	6.07E-06	9,50E-07	1,93E-07	3,23E-08	1,29E-10
45.08	25.03	1.39E-02	1.89E-02	3.60E+05	1.36	4.46E+07	1.54E-05	1,60E-06	4,26E-07	6,74E-08	4,79E-10
46	26.55	1.48E-02	2.08E-02	2.90E+05	1.41	4.45E+07	2.41E-05	2,10E-06	5,40E-07	1,01E-07	7,96E-10
47.1	27.94	1.80E-02	2.81E-02	3.24E+05	1.56	5.52E+07	2.66E-05	2,30E-06	6,62E-07	1,01E-07	1,07E-09
47.72	29.25	1.95E-02	3.17E-02	3.04E+05	1.63	5.89E+07	3.47E-05	2,70E-06	7,95E-07	1,26E-07	1,50E-09
48.65	30.59	2.72E-02	5.27E-02	4.00E+05	1.94	7.82E+07	3.19E-05	2,90E-06	9,51E-07	9,78E-08	1,93E-09
49.66	32.87	3.11E-02	6.47E-02	2.70E+05	2.08	6.91E+07	6.04E-05	4,70E-06	1,26E-06	1,72E-07	4,18E-09
51.1	36.09	4.31E-02	1.07E-01	3.07E+05	2.47	1.00E+08	7.54E-05	5,60E-06	1,84E-06	1,81E-07	7,25E-09

Tableau IV-2 : Calcul des paramètres énergétiques après correction et comparaison des résultats obtenus par les différents modèles (Spectre A).

a (mm)	K _{max} (MPa m ^{1/2})	Σ Q _i (J/bloc)	Q _{eq} (J/bloc)	Σ U _i (J/m ²)	ζ _m	U _{corr} (J/m ²)	Δa/bloc (m/bloc)				
							Present Modele	Expérimentale	Tracey	Weertman	Klingbeil
24	10.08	6.95E-03	7.16E-05	8.04E+05	1.03E-02	7.90E+04	9.15E-08	1,80E-07	1,12E-08	5,27E-08	1,42E-12
25.17	11.24	9.93E-03	1.61E-04	1.03E+06	1.62E-02	1.73E+05	1.10E-07	2,00E-07	1,74E-08	4,02E-08	2,44E-12
29.7	13.15	8.17E-03	1.03E-04	3.37E+05	1.27E-02	1.09E+05	5.81E-07	4,64E-07	3,25E-08	2,72E-07	1,06E-11
31.82	14.18	1.11E-02	2.08E-04	3.30E+05	1.87E-02	1.57E+05	8.03E-07	6,44E-07	4,39E-08	2,55E-07	1,99E-11
34	15.35	1.36E-02	3.30E-04	3.30E+05	2.43E-02	2.71E+05	9.26E-07	6,63E-07	6,03E-08	2,27E-07	2,81E-11
37	17.28	1.35E-02	3.24E-04	2.00E+05	2.40E-02	2.00E+05	3.2E-06	1,43E-06	9,69E-08	7,98E-07	9,74E-11
39.09	18.84	1.70E-02	5.48E-04	1.97E+05	3.22E-02	3.08E+05	4.46E-06	1,76E-06	1,37E-07	8,22E-07	1,69E-10
41.52	21	2.28E-02	1.07E-03	1.98E+05	4.69E-02	5.10E+05	6.98E-06	2,39E-06	2,11E-07	8,83E-07	3,55E-10
44	23.87	2.68E-02	1.54E-03	1.60E+05	5.76E-02	7.20E+05	1.43E-05	3,47E-06	3,53E-07	1,48E-06	8,60E-10
46.48	26.98	2.78E-02	1.68E-03	1.07E+05	6.04E-02	7.88E+05	3.53E-05	5,42E-06	5,76E-07	3,48E-06	2,19E-09
47.72	28.96	2.77E-02	1.66E-03	1.01E+05	6.01E-02	9.91E+05	4.95E-05	5,70E-06	7,65E-07	4,89E-06	3,06E-09

Tableau IV-3 : Calcul des paramètres énergétiques après correction et comparaison des résultats obtenus par les différents modèles (Spectre B).

a (mm)	K _{max} (MPa m ^{1/2})	Σ Q _i (J/bloc)	Q _{eq} (J/bloc)	Σ U _i (J/m ²)	ζ _m	U _{corr} (J/m ²)	Δa/bloc (m/bloc)				
							Present Modele	Expérimentale	Tracey	Weertman	Klingbeil
25	11.18	1.88E-02	4.23E-04	1.78E+06	2.25E-02	1.07E+05	1.25E-07	4,41E-07	1,70E-08	3,31E-08	5,26E-12
26.57	11.79	1.93E-02	4.49E-04	1.22E+06	2.32E-02	7.34E+04	2.80E-07	8,17E-07	2,10E-08	7,15E-08	1,21E-11
28.15	12.5	2.29E-02	6.56E-04	9.55E+05	2.86E-02	9.25E+04	3.68E-07	1,01E-06	2,65E-08	7,64E-08	1,88E-11
30.6	13.57	2.48E-02	7.83E-04	6.45E+05	3.16E-02	9.00E+04	7.44E-07	1,59E-06	3,69E-08	1,40E-07	4,12E-11
32.7	14.64	4.27E-02	2.62E-03	8.08E+05	6.13E-02	1.73E+05	7.99E-07	2,17E-06	4,99E-08	7,74E-08	7,61E-11
35.07	15.98	2.75E-02	9.85E-04	3.58E+05	3.58E-02	9.63E+04	2.63E-06	3,24E-06	7,09E-08	4,36E-07	1,61E-10
40.24	19.81	4.23E-02	2.56E-03	2.80E+05	6.06E-02	2.00E+05	7.79E-06	6,25E-06	1,67E-07	7,63E-07	7,35E-10
42.53	22.04	4.76E-02	3.33E-03	2.64E+05	7.00E-02	2.94E+05	1.27E-05	7,50E-06	2,56E-07	1,08E-06	1,35E-09
44.85	24.73	6.24E-02	6.08E-03	2.36E+05	9.74E-02	3.74E+05	2.66E-05	1,30E-05	4,07E-07	1,63E-06	3,71E-09
46.5	27.02	7.68E-02	9.64E-03	1.77E+05	1.26E-01	4.97E+05	4.27E-05	1,80E-05	5,79E-07	2,02E-06	7,33E-09
49	31.24	9.69E-02	1.62E-02	1.49E+05	1.67E-01	7.98E+05	8.95E-05	2,66E-05	1,04E-06	3,19E-06	1,93E-08

Tableau IV-4 : Calcul des paramètres énergétiques après correction et comparaison des résultats obtenus par les différents modèles (Spectre C).

a (mm)	K _{max} (MPa m ^{1/2})	Σ Q _i (J/bloc)	Q _{eq} (J/bloc)	Σ U _i (J/m ²)	ζ _m	U _{corr} (J/m ²)	Δa/bloc (m/bloc)				
							Present Modele	Expérimentale	Tracey	Weertman	Klingbeil
24.7	11.07	3.43E-02	4.75E-03	1.90E+06	1.38E-01	3.71E+05	1.12E-07	7,50E-07	1,63E-08	4,82E-09	8,60E-12
26.57	11.79	3.54E-02	5.01E-03	1.80E+06	1.42E-01	4.46E+05	1.53E-07	8,20E-07	2,10E-08	6,42E-09	1,21E-11
28.69	12.69	3.44E-02	4.77E-03	1.04E+06	1.39E-01	3.44E+05	3.61E-07	1,40E-06	2,82E-08	1,54E-08	2,77E-11
30.36	13.45	6.10E-02	1.27E-02	1.15E+06	2.08E-01	4.13E+05	4.04E-07	2,20E-06	3,56E-08	1,15E-08	5,50E-11
33	14.8	6.62E-02	1.46E-02	8.62E+05	2.20E-01	4.42E+05	7.94E-07	3,20E-06	5,22E-08	2,14E-08	1,17E-10
33.98	15.35	6.49E-02	1.41E-02	7.50E+05	2.17E-01	4.61E+05	1.02E-06	3,50E-06	6,03E-08	2,80E-08	1,48E-10
35.04	16	6.30E-02	1.34E-02	6.30E+06	2.13E-01	4.33E+05	1.53E-06	4,30E-06	7,12E-08	4,27E-08	2,15E-10
37.09	17.34	7.87E-02	1.96E-02	5.47E+05	2.49E-01	5.01E+05	2.36E-06	6,00E-06	9,83E-08	5,62E-08	4,14E-10
39.59	19.78	8.74E-02	2.34E-02	4.74E+05	2.68E-01	7.58E+05	4.34E-06	7,24E-06	1,66E-07	9,61E-08	8,46E-10
41.98	21.46	1.17E-01	3.86E-02	4.83E+05	3.30E-01	8.73E+05	6.64E-06	1,07E-05	2,31E-07	1,20E-07	1,73E-09
45.85	26.08	2.71E-01	1.62E-01	4.52E+05	5.96E-01	1.48E+06	1.45E-05	2,49E-05	5,03E-07	2,17E-07	8,80E-09

Tableau IV-5 : Calcul des paramètres énergétiques après correction et comparaison des résultats obtenus par les différents modèles (Spectre D).

III.1. Évolution de $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction de Q_{eq}

Les figures IV-12, IV-13, IV-14 et IV-15 montrent l'évolution de l'avancée par bloc de la fissure $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction de l'énergie hystérétique dissipée calculée par le présent modèle comparée aux résultats obtenus par les modèles de Tracey, Wertman et Kingbeil ainsi que les résultats expérimentaux. On remarque que pour tous les spectres sauf pour le spectre D, les résultats obtenus par le présent modèle sont supérieurs aux résultats expérimentaux et ceux obtenus par les modèles de Tracey, Wertman et Kingbeil.

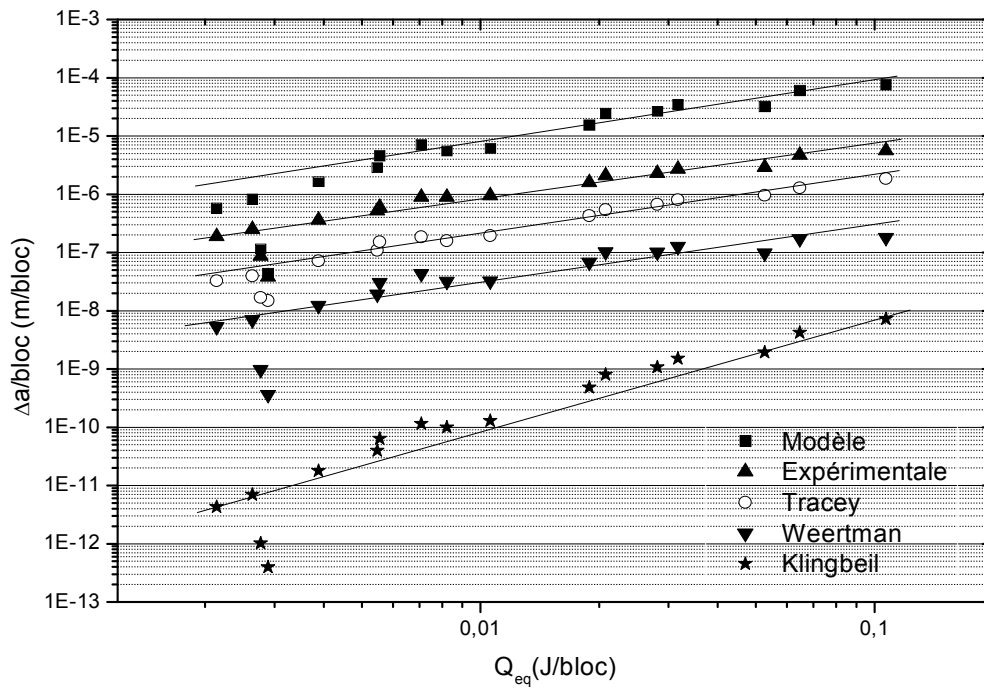


Figure IV-12 : Évolution de $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction de Q_{eq} (spectre A).

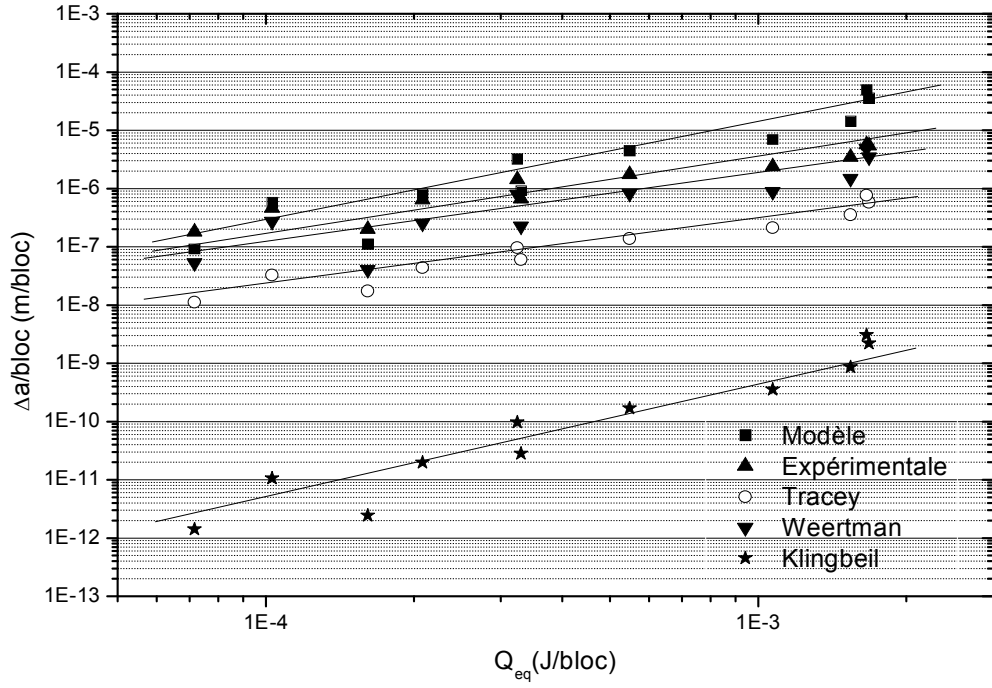


Figure IV-13 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q_{eq} (spectre B).

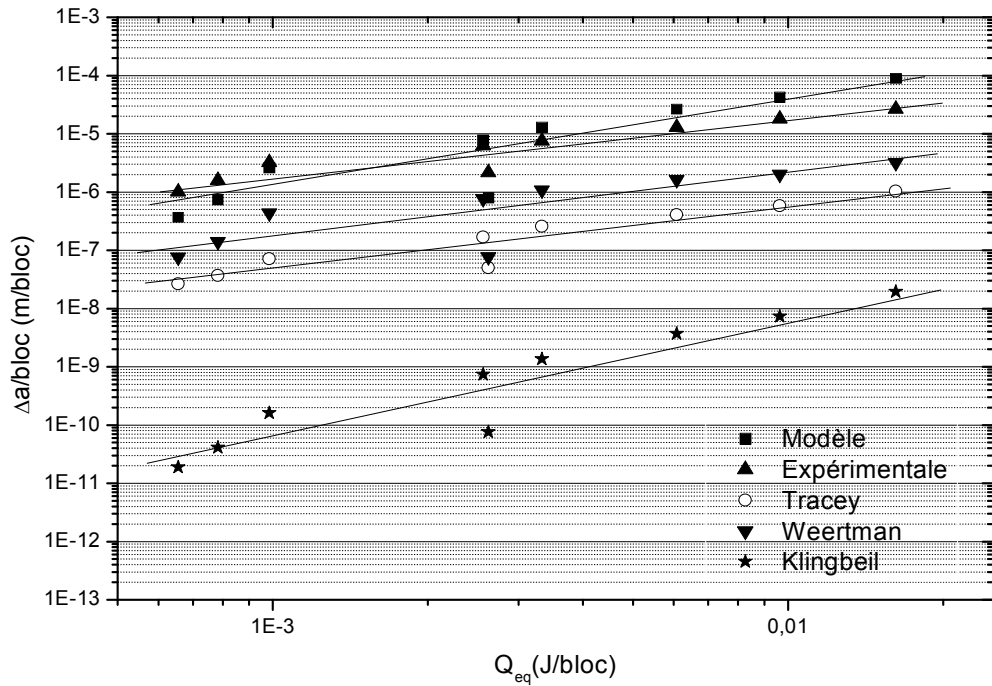


Figure IV-14 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q_{eq} (spectre C).

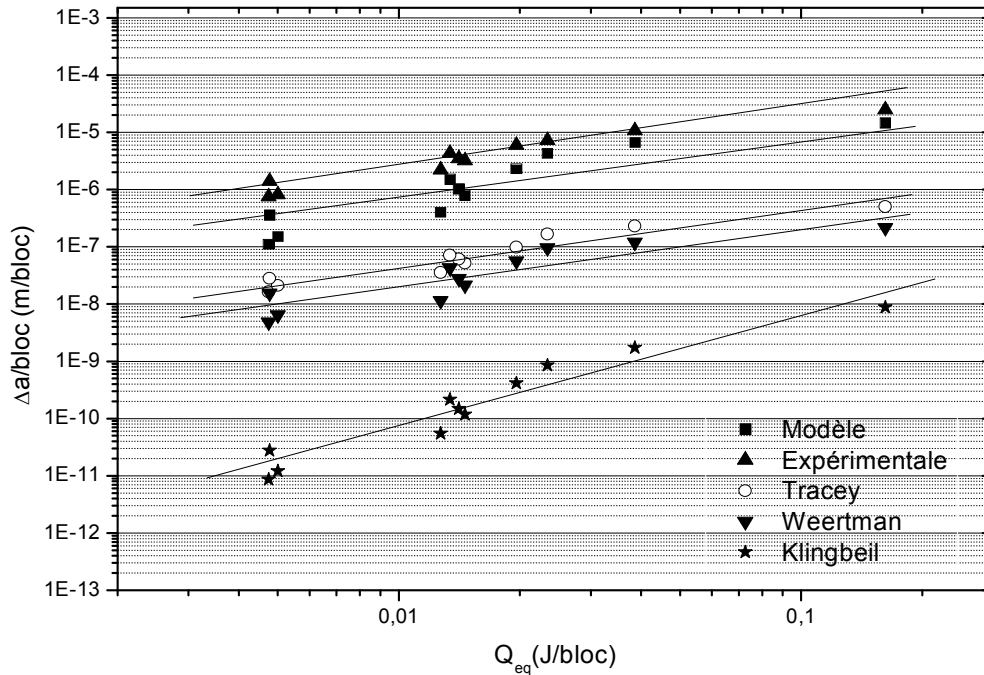


Figure IV-15 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de Q_{eq} (spectre D).

III.2. Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de U_{corr} :

Les figures (IV-16, IV-17, IV-18 et IV-19) montrent l'évolution de l'avancée par bloc de la fissure $\Delta a/bloc$ en fonction de l'énergie spécifique corrigée U_{corr} , et comparée aux résultats obtenus par les autres modèles pour tous les spectres. On observe que pour tous les spectres les résultats expérimentaux sont supérieurs aux autres résultats du présent modèle, sauf pour le spectre A elles sont inférieures aux résultats trouvés par le présent modèle. Comme l'évolution de la vitesse de fissuration $\Delta a/bloc$ en fonction de l'énergie hystérétique dissipée équivalente Q_{eq} , l'évolution de la vitesse de fissuration $\Delta a/bloc$ en fonction de l'énergie spécifique corrigée U_{corr} , le présent modèle donne des valeurs supérieures aux celles obtenues par les essais expérimentaux et les applications des autres méthodes.

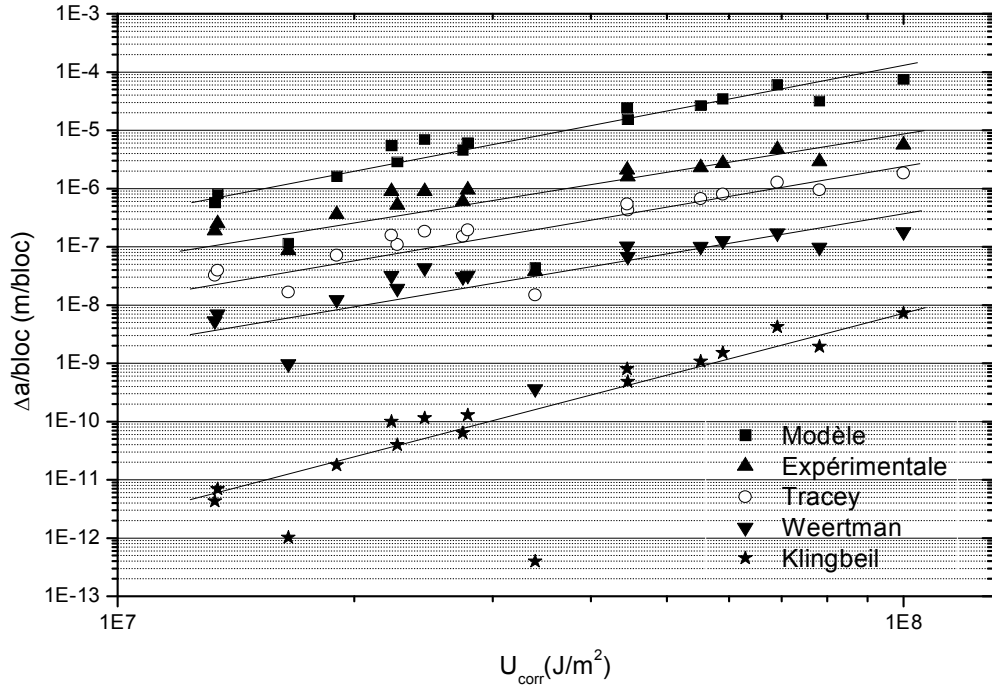


Figure IV-16 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de U_{corr} (spectre A).

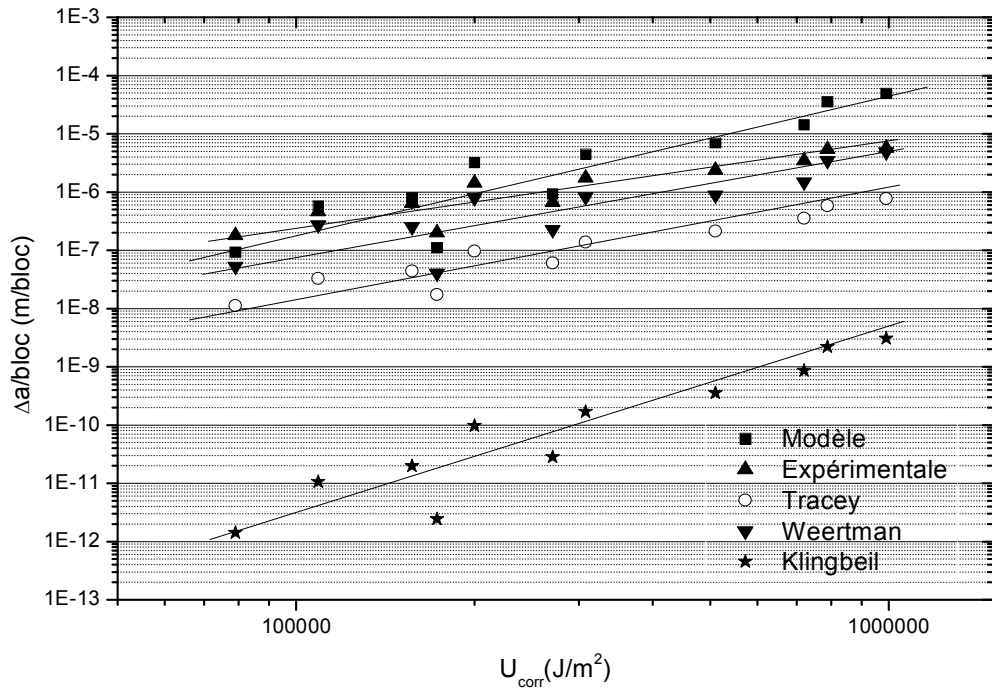


Figure IV-17 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de U_{corr} (spectre B).

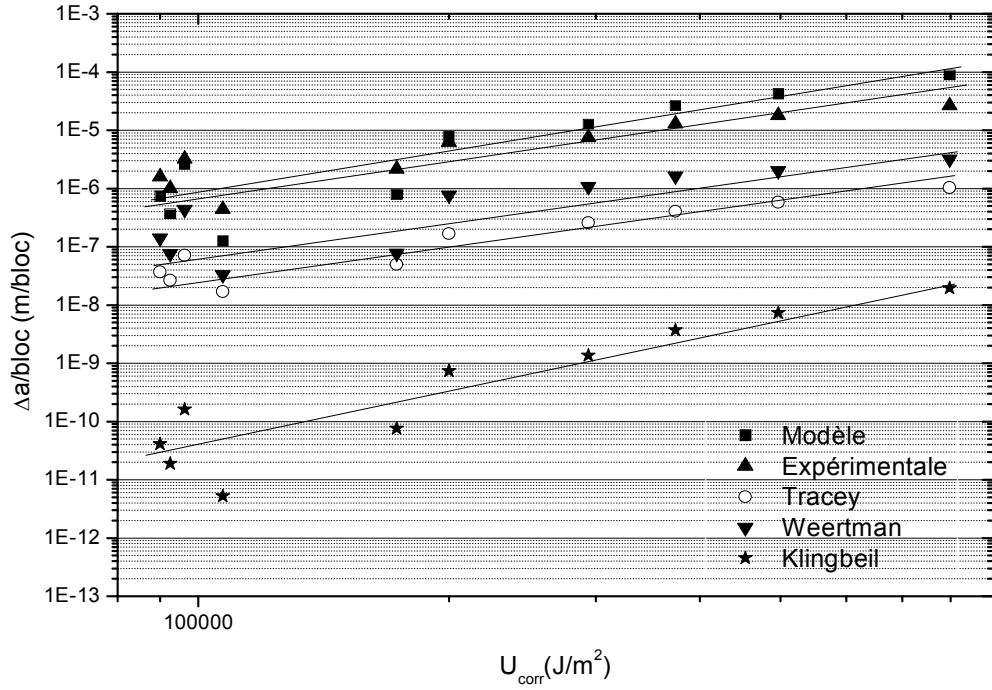


Figure IV-18 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de U_{corr} (spectre C).

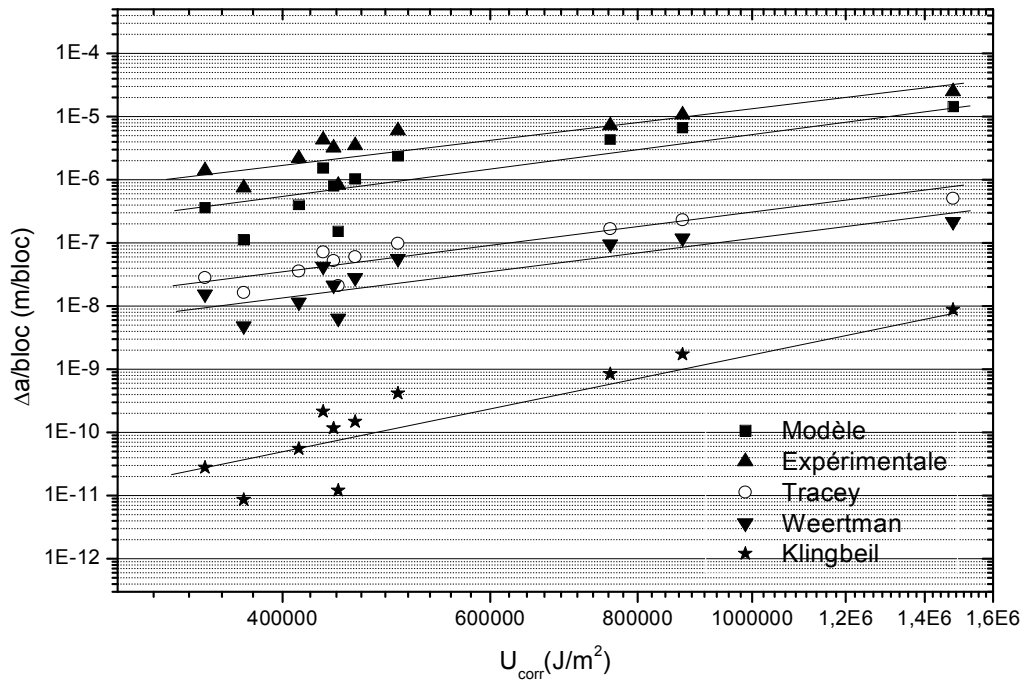


Figure IV-19 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de U_{corr} (spectre D).

III.3. Évolution de $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction de K_{max} :

Les figures (IV-20, IV-21, IV-22 et IV-23) ci-après montrent l'évolution de la vitesse de fissuration $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction d'amplitude du facteur d'intensité de contrainte K_{max} , et la comparaison du présent modèle avec les autres méthodes pour tous les spectres. On peut déduire que les résultats du présent modèle donne des valeurs supérieures aux celles obtenues par les essais expérimentaux et les valeurs trouvés par les autres méthodes sauf pour le spectre D.

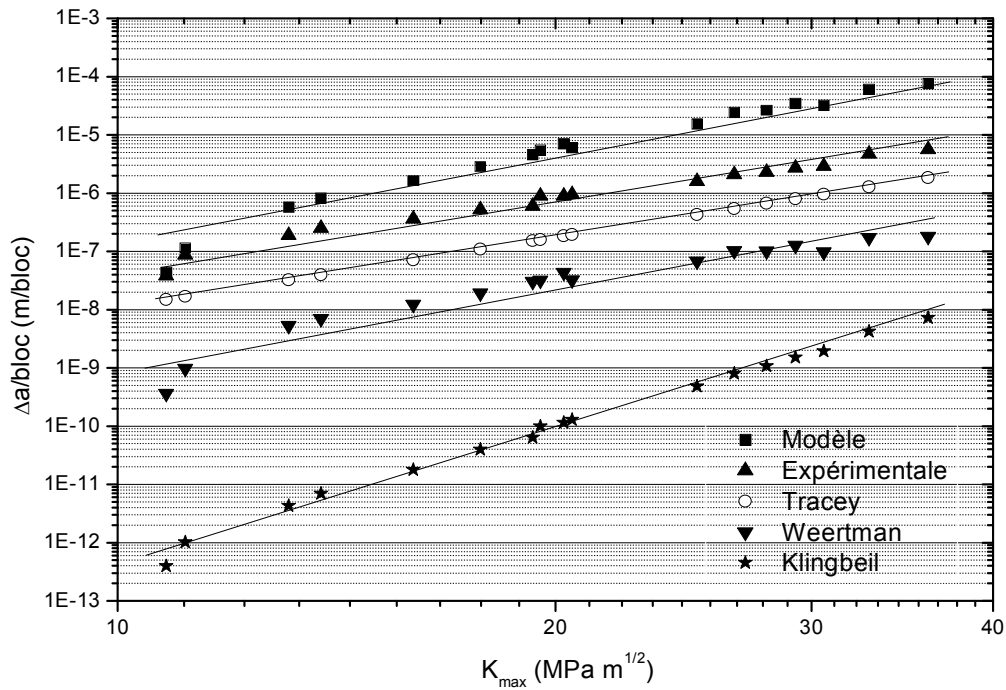


Figure IV-20 : Évolution de $\Delta a/\text{bloc}$ en fonction de K_{max} (spectre A).

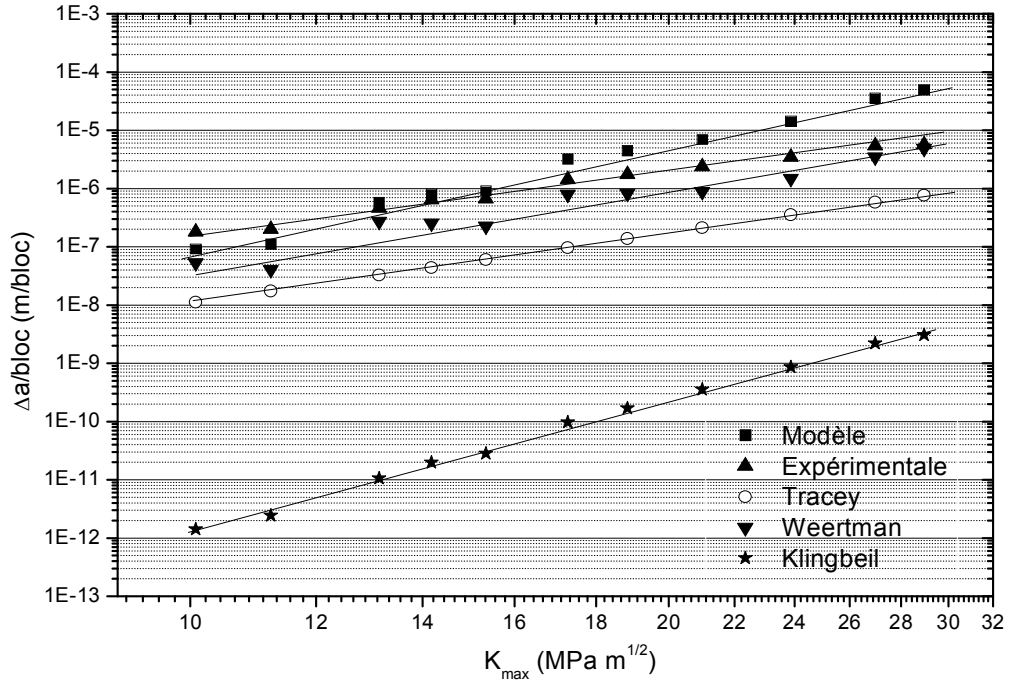


Figure IV-21 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de K_{max} (spectre B).

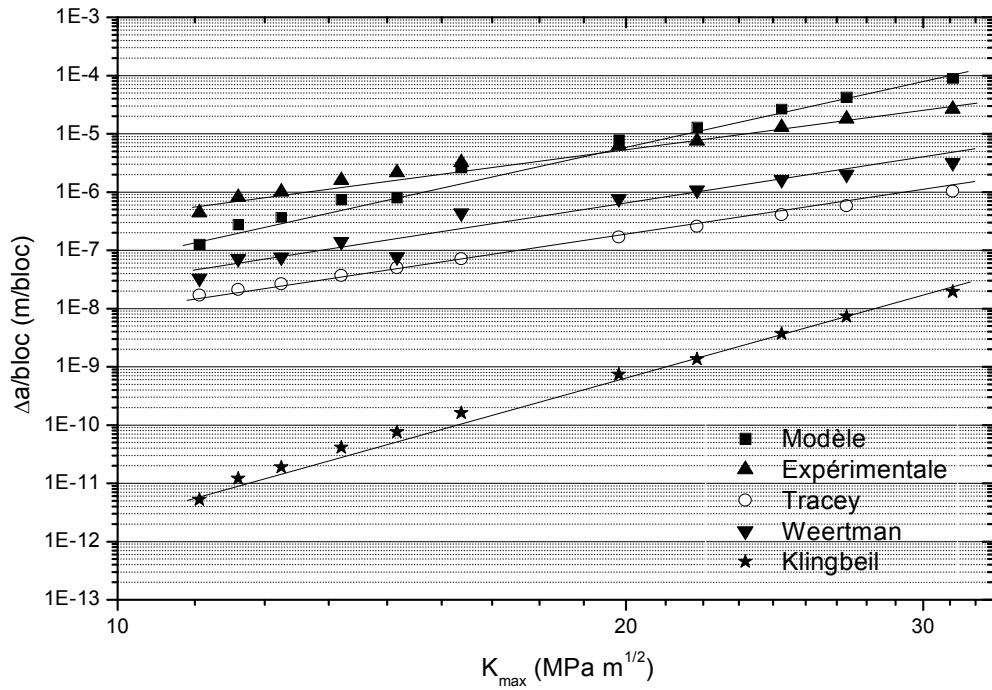


Figure IV-22 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de K_{max} (spectre C).

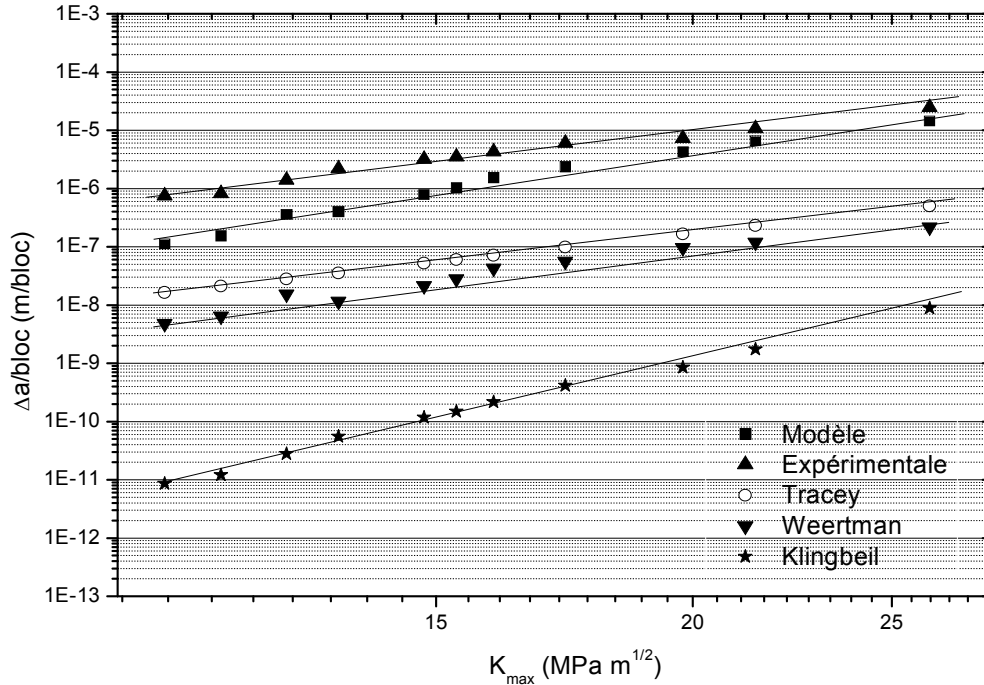


Figure IV-23 : Évolution de $\Delta a/bloc$ en fonction de K_{max} (spectre D).

I. Évaluation des durées de vie équivalentes sous chargement d'amplitude variable :

En se basant sur les équations (IV-9, IV-13, IV-17 et IV-21, (IV-22, IV-23 et IV-25), un programme utilisant le logiciel MATLAB a été élaboré pour estimer la durée de vie pour chaque type de spectre étudié, la figure IV-24 montre l'organigramme de calcul. Les résultats Dans le tableau IV-6, nous avons reporté les durées de vie obtenues à partir du présent modèle et les modèles de Tracey et le modèle de Klingbeil comparées aux durées de vie obtenues expérimentalement.

IV.1. Présent modèle

A partir de ces résultats on constate l'existence d'une grande concordance entre le présent modèle et l'étude expérimentale avec une erreur relative de -9.04% dans le spectre A, contrairement aux spectres B et D qui diverge respectivement de -53.15 et -33.27%. Par contre le spectre C donne un nombre de bloc supérieur à celui de l'étude expérimentale et des autres modèles.

IV.2. Modèle de Tracey :

Ce modèle donne des valeurs de durée de vie beaucoup moins que les durées de vie mesurées pour tous les spectres avec une moyenne de 78,42% de l'erreur relative.

IV.3. Modèle de Klingbeil :

C'est le modèle qui conduit à de bonnes estimations généralement pour tous les spectres étudiés. L'erreur relative est comprise entre 26,7% et 24% par rapport aux résultats expérimentaux et à l'exception le spectre A est l'erreur relative 54,7% par rapport aux valeurs réelles.

Bloc	Nombre de blocs		Erreur %
A	Expérimentale	75120	/
	Présent modèle	68323	-9.04
	Tracey	10880	-85.5
	Klingbeil	34058	-54.7
B	Expérimentale	23900	/
	Présent modèle	11196	-53.15
	Tracey	5599	-76.6
	Klingbeil	17524	-26.7
C	Expérimentale	9600	/
	Présent modèle	11153	16.17
	Tracey	2315	-75.9
	Klingbeil	7242	-24.6
D	Expérimentale	5500	/
	Présent modèle	3670	-33.27
	Tracey	1336	-75.7
	Klingbeil	4179	-24.0

Tableau IV-6 : Comparaison entre les différents modèles.

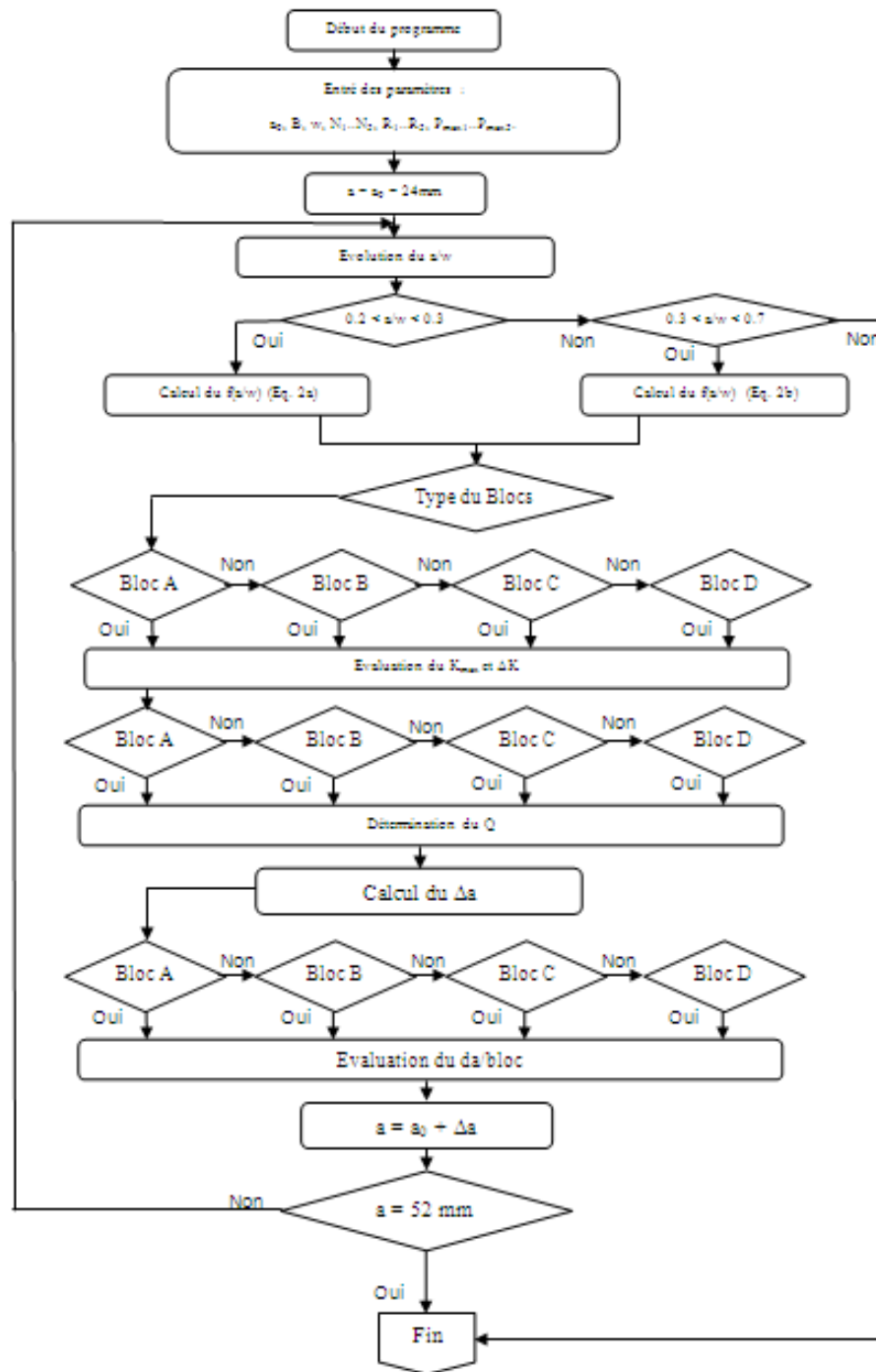


Figure IV-24 : Organigramme de calcul.

II. Conclusion

Le modèle développé permet de linéariser la relation entre la vitesse de fissuration et l'énergie hystérésis Q dans tous les spectres étudiés pour décrire l'évolution de la vitesse de la fissure en fonction de l'énergie.

Dans tous les spectres on remarque que pour une même énergie (hystérétique dissipée équivalente ou spécifique) ou pour une même amplitude du facteur d'intensité de contrainte, les vitesses de fissuration pour les méthodes analytiques sont supérieures aux celles trouvés expérimentalement cela est préférable pour des raisons de sécurité.

Pour le présent modèle donne des durées de vie avec des erreurs satisfaisantes pour les spectres A, B et D. Les résultats du spectre C ne sont pas précis. Ces résultats montrent l'intérêt de l'approche énergétique qui tient compte des micro mécanismes opérant en tête de fissure. Le fait d'obtenir des estimations correctes montre que l'énergie mesure correspond bien à l'énergie dissipée dans la zone plastifiée.

Cette approche reste une approche empirique et pourrait être améliorée par des estimations numériques de l'énergie dissipée dans la zone plastifiée à chaque niveau.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

L'étude de la propagation des fissures de fatigue examine comment une fissure de fatigue se développe sous charge cyclique. Ce sujet fait l'objet de nombreuses recherches, traitant principalement le développement de divers modèles afin de mieux expliquer le phénomène de propagation de la fissure. Pour les structures de haute performance modernes conçues pour une durée de vie limitée, la croissance des fissures de fatigue se produit sur une partie significative de la durée de vie des structures.

L'étude présentée dans cette thèse a pour objectif la contribution d'une approche énergétique de la propagation des fissures sous chargement d'amplitude variable caractérisation de la propagation des fissures sous chargement variable. Quatre types de configurations de chargement ont été étudiés. Après on a fait une estimation de durée de vie avec un programme sur le logiciel MATLAB. Les essais ont été réalisés sur un alliage d'aluminium de haute résistance 2024 T351.

A l'issue de cette investigation, nous pouvons tirer les conclusions suivantes:

Chargement d'amplitude variable :

➤ Nous proposons de définir une énergie équivalente Q_{eq} qui gouvernera l'avancée de la fissure pour les chargements à amplitude variable analogue à celui établi par Mazari [56] pour les essais sous chargement constant. L'évolution de la vitesse de fissuration $\Delta a/bloc$ en fonction de :

- l'énergie dissipée par cycle ΣQ_i
- l'énergie spécifique corrigée U_{corr} ,
- l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte ΔK

➤ On observe que pour tous les spectres les résultats obtenus par le présent modèle sont supérieurs aux résultats expérimentaux et ceux obtenus par les modèles de Tracey, Wertman et Kingbeil. Sauf dans le spectre D.

Évaluation des durées vies :

➤ Les résultats du présent modèle donnent des durées de vie satisfaisantes pour les spectres A, B et D, par contre le programme donne un nombre de blocs plus grand que le nombre de bloc a trouvé expérimentalement et cela n'est pas acceptable.

➤ Le modèle de Tracey donne des résultats beaucoup plus moins que les durées de vie mesurées pour tous les spectres.

➤ Le modèle de Klingbeil conduit à de bonnes estimations généralement de tous les spectres étudiés et à l'exception le spectre A l'erreur relative est de -54,7% par rapport aux valeurs réelles.

Dans la continuité de ces travaux il serait intéressant de modélisé la boucle d'hystérésis (charge-déplacement) d'une fissure soumis à des chargements d'amplitude variable pour calculé la quantité de l'énergie dissipé.

Références

Bibliographiques

- [1] A.A. Griffith, The phenomena of fracture and flow in Solids Transactions Royal Soc. London, Série A, Vol. 221, pp. 163-197, (1920).
- [2] H.M. Westergaard, Journal of Applied Mechanics, p. 49, 1939.
- [3] G. Irwin, Proc. 7th, Segamore, Conf. p. IV, 63, 1960.
- [4] G. Irwin, Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, pp. 361–364, 1964.
- [5] J.R. Rice, Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue, Fatigue Crack Propagation, ASTM STP 415, Am. Soc. Testing. Mats. pp. 247-309, 1967.
- [6] D. François, A Pineau and A. Zaoui, Comportement mécanique des matériaux. ISBN 2-86601-348-4. 1993, HERMES, Paris.
- [7] D. Broek, Elementary engineering fracture mechanics. ISBN 90-247-2580-1. 1982, Martinus Nijhoff publishers.
- [8] D. Miannay, Mécanique de la rupture. Les Ulis, France. 1995, ISBN 2-86883-249-0 : Les éditions de Physique.
- [9] C.Y. Hou and J.J. Charngt, Models for estimation of weldment fatigue crack initiation life, Int. J. Fatigue Vol. 19, No. 7, pp. 537-541, 1997.
- [10] R. Cerveny, thèse de doctorat, Etude de la propagation des fissures de fatigue dans l'alliage d'aluminium 7010-T7651 (fermeture et influence de microstructure et de la géométrie des éprouvettes), 1994.
- [11] K.J. Miller Fat. Eng .Mat . Struct. 5, p. 223, 1982.
- [12] F. Nguedjio, Amorçage des Fissures de Fatigue et Probalisation, Calvin université de technologie de compiegne mécanique appliquée et matériaux, 1989.
- [13] N. Gérard, Etude du comportement des fissures courtes au fond d'une entaille mécanique sous sollicitation en fatigue, 2003.
- [14] J. J. Kruzic, J. P. Campbell and R. O. Ritchie, On the fatigue behaviour of α -based titanium aluminides: role of small cracks, Acta mater. Vol. 47, No. 3, p. 801-816, 1999.
- [15] D. S. Tchankov , A. Ohta , N. Suzuki , Yoshio Maeda, Random loading fatigue life assessments for notched plates, International Journal of Fatigue 21, p.941–946, 1999.
- [16] Thèse, Amorçage et propagation des fissures courtes dans un alliage d'aluminium lithium, Ecole centrale Paris, 1991.
- [17] P.J.E. Forsyth, Fatigue damage and crack growth in aluminium alloys, Acta. Metall., 11, p. 703-715, 1963.
- [18] J.R. Desforges Programmation en fatigue des fissures courtes dans les alliages d'aluminium, ENSMA Poitiers, 1996.
- [19] M. Zhang, P. Yang , Y. Tan Micromechanisms of fatigue crack nucleation and short crack growth in a low carbon steel under low cycle impact fatigue Loading, International Journal of Fatigue 21, p.823-830, 1999.
- [20] C. Bathias, G. Sertour, 17^{ième} colloque de Métallurgie de Saclay, p. 647, 1974.
- [21] C. Kaynak, A. Ankara and T.J. Baker, A comparison on short and long fatigue crack growth in steel, Int. J. Fatigue, Vol. 18, No 1, p. 17-23, 1996.
- [22] C. Bathias, J.P Baïlon. La fatigue des matériaux et des structures, 2ième édition, 1997.
- [23] G. Murtaza , R. Akid, Empirical corrosion fatigue life prediction models of a high strength steel, Engineering Fracture Mechanics 67, p. 461-474, 2000.
- [24] J.Y. Buffière, S. Savelli, P.H. Jouneau, E. Maire and R. Fougères, Experimental study of porosity and its relation to fatigue mechanisms of model Al–Si7–Mg0.3 cast Al alloys, Materials Science and Engineering, A316, p.115-126, 2001.
- [25] X. Bin, thèse, Confrontation des aspects statistiques et détermination de l'amorçage des fissures de fatigue dans les alliages d'aluminium, Ecole Centrale paris, 1998.
- [26] Y.M. Hu, W. Floer, U. Krupp and H.J. Christ, Microstructurally short fatigue crack initiation and growth in Ti-6.8Mo-4.5Fe-1.5Al, Materials Science and Engineering A278, p.170180,2000.
- [27] K. Tokaji, J.C. Bian, T. Ogawa and M. Nakajima, The microstructure dependence of fatigue behaviour in Ti-15Mo-5Zr-3Al alloy, Materials Science and Engineering A213, p.86-92, 1996.
- [28] P.J.E. Forsyth, Fatigue Behaviour an dits dependence on microstructure, 15ième colloque de métallurgie de Saclay, 1972.

- [29] O. ONI, Contribution a l'étude des fissures courtes se propageant en fatigue dans les aciers, Université de technologie de Compiègne 1986.
- [30] H.P. Lieurade, La pratique des essais de fatigue, PYC Edition Paris, 1982.
- [31] R.M. Peloux, Trans ASM, 62, p. 281-285, 1969.
- [32] N. Meraha, T. Bui-Quoc, M. Bernard, Creep-fatigue crack growth in notched SS-304 plates at 600°C Engineering Fracture Mechanics 63, p. 39-55, 1999.
- [33] M. Klesnil et P. Lucas, « Effect of stress cycle assimetry on fatigue crack growth », Mat. Sci. Eng., 9, pp. 231-240, 1972.
- [34] E. Sasaki et Col., Trans. Of Nat. Res. Inst. of Metals., 19, p. 183, 1977.
- [35] B.R. Kirby et C.J. Bevers, Fat. of Eng. Mat. and Str., 1, p. 203, 1979.
- [36] J.L. Maillard, Thèse université de Poitier, 1978.
- [37] W. Elber, The signifiante of crack closure, Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486, Am. Soc. Testing Mats, p. 230-242, 1971.
- [38] S. Suresh, G.F. Zamiski and R.O. Ritchie, Oxyde-induced crack closure : an explanation for near-threshold fatigue crack growth behavior, Met. Trans. A, Vol. 12A, p. 1435-1443, 1981.
- [39] A. Bignonnet, D. Loison, N. Namdur Irani, B. Bouchet, J.H. Kwon and J. Petit, Environmental and frequency effects on near-threshold fatigue crack propagation in a structural steel, Fatigue Crack Grow threshole Concepts, Eds. D.L. Davidson and S. Suresh, TMS AIME, Warrendale, p. 99-113, 1984.
- [40] R.O. Ritchie and S. Suresh, Some consideration on fatigue crack closure at near-threshold stress intensities due to farcture surface morphology, Met. Trans. A, 13A, p. 937-940, 1982.
- [41] K. Minakawa and A.J. Mc Evily, On crack closure in the near-threshold, Script Met, 15, p. 633-636, 1981.
- [42] D.L. Davidson and J. Lanford, The effect water vapor on fatigue crack tip mechanics on 7075 T651 aluminum alloy, Fat. Eng. Mat. Struct, Vol. 3, p. 241-256, 1983.
- [43] Mc Clintock F. A., Discussion on influence of metallurgical structure (C. Laird), Fatigue Crack Propagation, ASTM STP 415, Am, Soc. Testing Mats, 1967, pp.170-172.
- [44] C. Laird, The influence of metallurgical structure on the mechanism of fatigue crack propagation, ASTM STP 415, Am, Soc. Testing Mats, 1967, pp.131-168.
- [45] R. M. N. Pelloux, Crack extension by alternating shear, Eng. Fract. Mech., Vol. 1, , pp. 697-704. 1970.
- [46] A. Zeghloul, Comparaison de la propagation en fatigue des fissure courtes et des fissure longues, Thèse de Docteur en Sciences, Poitiers, 1988.
- [47] P.C. Paris, "The growth of cracks due to variations in load", Dissertation, Lehigh University.
- [48] J. Weertman, "Rate of growth of cracks calculated from the theory of infinitesimal dislocations distributed on a plane", Int. J. Fract. Mech., Vol. 2, 1966, pp 460-467.
- [49] J. Weertman, "Theory of fatigue crack growth based on a BCS crack theory with work hardening", Int. J. Fract., Vol. 9, 1973, pp 125-131.
- [50] B.A. Bilby, Cotrell A.H. and Swinden K.H., "The spread of plastic yield from a notch", Proc. Roy. Soc., A272, 1963, pp. 304-314.
- [51] N. Ranganathan, J. Petit, de Fouquet J. Energy required for fatigue crack propagation. In: McQueen HJ et al., editors. Proceedings of the 7th international conference on strength of metals and alloys, vol. 2, UK: Pergamon Press; pp. 1267–1272, 1986.
- [52] N. Ranganathan, Contribution au développement d'une approche énergétique à la propagation d'une fissure de fatigue. Docteur's Sciences thesis, University of Poitiers, France; (1985).
- [53] Klingbeil NW. A total dissipated energy theory of fatigue crack growth in ductile solids. International Journal of Fatigue 25 (2003) 117–128.
- [54] Ellyin F. Fatigue Damage, Crack Growth and Life Prediction. New York: Chapman and Hall, 1997.
- [55] Bodner SR, Davidson DL, Lankford J. A description of fatigue crack growth in terms of plastic work. Engineering Fracture Mechanics 1983; 17(2):189–191.
- [56] Mazari M., Bouchouicha B., Zemri M., Benguediab M., Ranganathan N., Fatigue crack propagation analyses based on plastic energy approach, Computational Materials Science 41 (2008) 344–349.

- [57] Newman J.C. Jr., in: An evaluation of plasticity – induced crack closure concept and measurement methods, in: R.C. McClung, J.C. Newman Jr. (Eds.), ASTM STP, vol. 1343, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1999, pp. 128–144.
- [58] Padmadinata U.H., “Investigation of crack closure prediction models for fatigue in aluminum alloy sheet under flight-simulation”, Report LR-619, Delft University of Technology, 1990.
- [59] Aliaga D., “Prevision de la fissuration on fatigue sous chargement d’amplitude variable”, (Modèle PREFFAS), PV n°47.904, Aérospatiale Suresnes, 1985.
- [60] Aliaga D., Davy A. and Schaff H., “A simple crack closure model of predicting fatigue crack growth under flight simulation loading”, Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP 592, Newman J.C. Jr. and Elber W. Eds, ASTM, Philadelphia, 1987, pp. 491-504.
- [61] Baudin G. et Robert M., “Crack growth for flight type loading”, Proc. of the 5th ECF, Lisbonne, 1984, pp. 779-792.
- [62] Baudin G., Labourdette R. et Robert M., “Prediction of fatigue crack growth under spectrum loading with ONERA model”, “Fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading”, Eds Petit J., Davidson D.L., Suresh S. and Rabbe P., Elsevier Applied Science, London, 1988, pp. 292-308.
- [63] De Koning A.U., “A simple crack closure model for prediction of crack growth rates under variable amplitude loading”, ASTM STP 743, 1981, pp. 63-85.
- [64] De Koning A.U. and Dougherty D.J., “Prediction of low and high crack growth rates under constant and variable amplitude loading”, “Fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading”, Eds Petit J., Davidson D.L., Suresh S. and Rabbe P., Elsevier Applied Science, London, 1988, pp. 292-308.
- [65] P.J. Bernard, T.C. Lindey and C.E. Richards, Mechanics of overload retardation during fatigue crack propagation, Fatigue Crack Growth under Spectrum Loads, ASTM STP, Am. Soc. for Testing and Materials, pp. 78-97, 1979.
- [66] R.P. Wei and T.T. Shih, Delay in fatigue crack growth, Int. J. of Fract., 10, pp. 77-85, 1974.
- [67] R.E. Jones, Fatigue crack growth retardation after single peak overload in Ti-6Al-4V titanium alloy, Eng. Fract. Mech., Vol. 5, pp. 585-604, 1973.
- [68] K. Schulte, H. Nowack and G. Litjering, Environmentally induced fatigue crack propagation under variation in the loading condition, Environmentally Assisted Cracking Science and Engineering, ASTM STP 1049, W.B. Lisagor and B.N. Lies, Eds, Am. Soc. for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 347-373, 1990.
- [69] N. Ranganathan, M. Quintard, J. Petit and J. de Fouquet, Environmental influence of the effect of a single overload on the fatigue crack growth behavior on a high strength aluminium alloy, *ibid.*, pp. 374-390.
- [70] O.E. Wheeler, Spectrum loading and crack growth, Journal of Basic Engineering, Vol. 94, pp. 181-186, 1972.
- [71] J. Willenbourg, R.M. Engle and H.A. Wood, A crack growth retardation model using an effective stress concept, Report AFFDL-TR71-1, Air Force Flight Dynamic Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, USA, 1971.
- [72] J.P. Gallagher and T.F. Hughes, Influence of yield strength on overload affected by fatigue crack growth behavior in 4340 steel. AFFDL-TR-74-27. Air force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, OH. 1974.
- [73] J.A. Harter, AFGROW users guide and technical manual, Version 4.0011.14, Air Force Research Laboratory. 2006.
- [74] H. Masuda and S. Matsuoka, A method to obtain ideal fatigue crack propagation for steels, Journal of Testing and Evaluation, JTEVA, Vol. 17, n°6, pp. 394-400, 1989.
- [75] N. Orloff, A Gysler and Lutjering, Fatigue crack and propagation behavior under variable amplitude loading, Fatigue Crack Growth under Variation Amplitude Loading, Eds J. Petit, D.L. Davidson, S. Suresh and P. Rabbe, Elsevier Applied Science, London, pp. 24-34, 1988.
- [76] G.H. Jacoby, H. Nowack and H.T.M. Von Lipzig, Experimental results and a hypothesis for fatigue crack propagation under variable amplitude loading, Fatigue Crack Growth under Spectrum Loads, ASTM STP 595, Am. Soc. for Testing and Materials, pp. 172-183, 1976.
- [77] C. Robin, M.L. Busch, M. Chergui, H.P. Lieurade and G. Pulvinage, Influence of series of tensile and compressive overloads on 316L crack growth, *ibid.*, pp. 87-97.

- [78] C. Bathias, PV n°14320 160/F, 1976.
- [79] J.B. Chang et Col., ASTM STP 748, p. 115, 1981.
- [80] Newmann J.C. Jr, "A crack closure model for predicting fatigue crack growth under aircraft spectrum loading", Methods and models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading, ASTM STP 748, Chang J.B. and Hudson Eds, Am. Soc. For Testing and Mat., 1981, pp. 53-84.
- [81] Dugdale D.S., "Yielding of steel sheets containing silts", J. of Mech. and Phys. of Sol., Vol. 8, 1960, pp. 100-105.
- [82] Anquez L., "La propagation des fissures de fatigue en élasto-plasticité", Rech.
- [83] Anquez L. and Baudin G., "Correlation between numerically predicted crack opening load and measured load history dependent crack growth threshold", Mechanics of Crack Closure, ASTM STP 982, Newman J.C. Jr. and Elber W. Eds, ASTM, Philadelphia, 1988, pp. 380-397.
- [84] P.C. Paris, The growth of fatigue cracks due to variation in load, PhD Thesis, Lehigh University, 1962.
- [85] Hudson et Col., ASTM STP 748, p. 41, 1981.
- [86] J.M. Barsom, ASTM STP 595, p. 21, 1976.
- [87] W.D. Dover and R.D. Hibberd, Eng. Fract. Mech., 4, p. 251, 1977.
- [88] J. Schijve, ASTM STP 700, p. 3, 1980.
- [89] J. Schijve, Delft Memorandum M415, 1981.
- [90] W. Elber, ASTM STP 595, p. 236, 1976.
- [91] M. Benguediab, Thèse de doctorat en Sciences, Etude de la propagation des fissures de fatigue sous spectres de chargement réduits, Université de Poitier, 1989.
- [92] K. Jendoubi, Thèse de doctorat en Sciences, Université de Poitier, 1987.
- [93] Norme ASTM E647-83, p. 711.
- [94] N. Ranganathan, G. Guilbon, K. Jendoubi et J. Petit, Automated crack growth monitoring, comparison of different crack following techniques, ASTM Conference, Bal Harbor, Florida, 1987.
- [95] A. Saxena and S.J. Jr Hudak, Int. J. of Fract., 14, 5, p. 453, 1978.
- [96] J.F. Knott, Fundamentals of frac. Mech., Butterworths, London, 1973.
- [97] M. Kikukawa et Col., J. of Mat. Sc., 26, p. 1964, 1977.
- [98] N. Ranganathan, K. Jendoubi, M. Benguediab et J. Petit, Etude du comportement de l'alliage d'aluminium 2024 T351 sous chargement d'amplitude constante, Rapport ENSMA-Aérospatiale, Février 1987.
- [99] N. Ranganathan, Thèse de doctorat en Sciences, Université de Poitier, 1985.
- [100] R.G. Forman et Col., J. of Bas. Eng., p. 459, 1967.
- [101] J. Petit et Col., Int. J. Frac., 13, p. 512, 1977.
- [102] N. Ranganathan, K. Jendoubi, M. Benguediab et J. Petit, Scripta Metallurgical, Vol. 21, p. 1045, 1987.
- [103] M. Mazari, contribution a l'étude d'une approche énergétique de la propagation des fissures de fatigue, Thèse de doctorat en Sciences, Université de Sidi Bel Abbes, 2003.
- [104] Y. Izumi, M.E. Fine et T. Mura, Eng. Frac. Mech., Vol. 11, p. 791, 1979.
- [105] T. Mura et Col., Theory of fatigue crack growth for work hardening materials, Int. J. of frac. Mech., Vol. 10, pp. 284-287, 1974.
- [106] P.K. Liaw et Col., Metallurgical Transaction, Vol. 12A, pp. 49-55, 1981.