

**Nom: Boutlilis**

**Prénom: Mokhtaria**

**Intitulé du sujet: Stochastic Differential Equations With Delay In Finite And Infinite Dimensions.**

**Spécialité : Mathématiques**

**Option : Probabilités-Statistiques**

**Email : boumokhtaria@yahoo.fr**

### **Abstract:**

*The stochastic differential equations with delay have been widely applied in science, engineering, biology, mathematical finance and in almost all applied sciences. In this thesis we are interested essentially to existence and uniqueness the solutions for some these equations.*

*We firstly prove an existence and uniqueness result of solution for a singular stochastic differential delay equations with hereditary drift driven by a fractional Brownian motion with Hurst parameter  $H > \frac{1}{2}$ , then we show, when the delay goes to zero, the solution to these equations converge, to the solution for the equation without delay.*

*Secondly, we establish sufficient conditions for the existence and uniqueness of mild solutions for Semi-linear stochastic functional differential equations with state-dependent delay. Our approach is based on the  $C_0$  semi-groups theory combined with some suitable fixed point theorems.*

**Keywords:** Singular Stochastic Delay differential Equations, Fractional Brownian Motion, Lebesgue Integral, Semilinear Stochastic functional Differential Equations, Densely Defined Operator, State-Dependent Delay, Fractional Derivative, Fractional Integral, Fixed Point,  $C_0$  Semigroupe, Mild Solutions.

### **Résumé:**

Les équations différentielles stochastiques avec retard ont été largement appliquées dans les sciences, l'ingénierie, la biologie, la finance mathématique et en sciences appliquées presque tous. Dans cette thèse, nous nous intéressons essentiellement à l'existence et l'unicité des solutions pour certains ces équations.

Nous montrons tout d'abord un résultat d'existence et l'unicité de solution pour des équations différentielles stochastiques singuliers à retard avec dérive héréditaire entraînée par un mouvement brownien fractionnaire avec Paramètre de Hurst  $H > \frac{1}{2}$ , alors nous montrons, lorsque le retard tend vers zéro, la solution à ces équations convergent, à la solution de l'équation sans délai.

Deuxièmement, nous établissons des conditions suffisantes pour l'existence et l'unicité de mild solutions pour une classe d'équations différentielles fonctionnelles stochastiques semi-linéaires à retard dépendant de

l'état. Notre approche est basée sur la théorie des semi-groupes de classe  $C_{\{0\}}$  combinée à certains théorèmes de point fixe.

**Mots clés :** Equations différentiel stochastique singulier avec retard, Mouvement Brownien Fractionnel, Intégral de Lebesgue, Equations différentielles fonctionnelles stochastiques semi-linéaires, opérateur densément défini, retard dépendant de l'état, dérivées fractionnaires, intégrales Fractionnaires, point fixe, semi-groupes de classe  $C_0$ , mild solution.

## ملخص :

المعادلات التفاضلية العشوائية مع تأخير تم تطبيقها على نطاق واسع في مجال العلوم، والهندسة، والبيولوجيا، والتمويل الرياضي و تقريبا في جميع العلوم التطبيقية. في هذه الأطروحة نحن مهتمون أساسا لوجود وتفرد الحلول لبعض هذه المعادلات. نثبت أولا وجود نتيجة الوجود و التفرد لحلول المعادلات التفاضلية العشوائية بتأخير مع الانحراف الوراثي تقودها الحركة البراونية الكسرية مع معامل هيرست  $H > 1/2$  ثم نعرض عندما يؤول التأخير إلى الصفر فان حل هذه المعادلات يقترب من حل المعادلات بدون تأخير.

ثانيا علينا أن ننشئ شروطا كافية لوجود الحلول الخفيفة لبعض المعادلات التفاضلية العشوائية الشبه الخطية مع التأخير مرتبط بالحالة, طريقتنا تعتمد على نظرية  $C_0$  شبه مجموعة وبعض نظريات النقطة الثابتة.

**مفتاح:** المعادلات التفاضلية العشوائية مع تأخير، البراونية الكسرية، تكامل لوبق، المعادلات التفاضلية العشوائية الشبه الخطية، التأخير مرتبط بالحالة، اشتقاق كسري، تكامل كسري، نظرية النقطة الثابتة،  $C_0$  شبه مجموعة، حلول ضعيفة (ميلد).