



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche  
Scientifique  
Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbès  
Faculté de Technologie  
Département de génie mécanique



N° d'ordre attribué par la bibliothèque : L L L L L L L L L L L L L L L L

## THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de

**DOCTEUR en sciences**

De

**L'Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbès**

Spécialité : Sciences Des Matériaux

Présentée par

**ZOUGGAR KAMEL**

Etude du comportement mécanique d'une plaque composite de  
type verre/polyester soumise à un impact à faible énergie

Directeur de thèse : BOUKHOULDA Farouk Benallel

Soutenue publiquement le .../.../2016

devant le jury :

|  |   |                    |
|--|---|--------------------|
| <b>M. Mohamed BENGUEDIAB</b>             | Professeur à l'Université de Djillali Liabes de Sidi Bel Abbès                          | Président du jury  |
| <b>M. MEGUENI Abdelkader</b>             | Professeur, directeur du LMSS à l'Université de de Djillali<br>Liabes de Sidi Bel Abbès | Examineur          |
| <b>M. AID Abdelkrim</b>                  | Professeur à l'Université de Mascara  | Examineur          |
| <b>M. OULD CHIKH El Bahri</b>            | Professeur à l'Université de Mascara  | Examineur          |
| <b>M. BENACHOUR Mustapha</b>             | Maître de conférence A à l'Université de Tlemcen  | Examineur          |
| <b>M. BOUKHOULDA Farouk<br/>Benallel</b> | Professeur à l'Université de Djillali Liabes de Sidi Bel Abbès                          | Directeur de thèse |

Thèse préparée au sein du  
Laboratoire LMSS, Université de Djillali Liabes de Sidi Bel Abbès  
BP 89 Cité Ben m'Hidi Sidi Bel Abbès 22000



# Remerciement

Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec l'équipe de recherche GIP-InSIC de l'Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception université de Lorraine.

En particulier, je remercie mon directeur de thèse, le professeur Boukhoulda Farouk Benallal pour avoir offert rendu cela possible. J'associe à ces remerciements le professeur Badis HADDAG (Maître Assistant / Associate Professor Université de Lorraine - Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception et membre du Laboratoire LEMTA) mon co-encadreur de thèse ainsi que Mr. Nouari Mohammed (Professeur École des Mines de Nancy, Directeur de la Recherche du GIP-InSIC et Laboratoire LEMTA, Directeur du Master Design Global de l'Université de Lorraine, GIP-InSIC). Merci à eux, précisément pour leur accompagnement, ainsi que pour leur soutien, leur disponibilité et leur professionnalisme.

Mes sincères remerciements vont également à Mr. BENGUEDIAB Mohamed (Professeur à l'université Djillali Liabes, Sidi Bel Abbes) qui a accepté de présider mon jury de thèse, ainsi qu'à Mr. MEGUENI Abdelkader (Professeur à l'université Djillali Liabes, Sidi Bel Abbes, directeur du Laboratoire LMSS), Mr. AID Abdelkrim (Professeur à l'université de Mascara), Mr. OULD CHIKH El Bahri (Professeur à l'université de Mascara), et Mr. BENACHOUR Mustapha (Maître de conférence A, à l'université de Tlemcen) pour leur participation à mon jury de thèse en tant qu'examineur, ainsi que pour leurs conseils avisés.

Je remercie également tous ceux qui m'ont permis de mettre en place et de lancer ce projet de thèse. Merci à eux également pour leur soutien, leur disponibilité, leur professionnalisme et pour avoir tant partagé leurs connaissances théoriques et pratiques, ainsi que sur le métier de la recherche scientifique.

L'opportunité m'a été donnée de rencontrer beaucoup d'acteurs du monde scientifique et industriel au cours de mes travaux de thèse. Je ne pourrais hélas pas tous les citer mais si quelqu'un se reconnaît dans cette description, qu'il reçoive mes remerciements les plus sincères.

Je remercie naturellement mes proches pour leur soutien et leur patience durant toute la période de mes travaux de thèse. Grace à eux j'ai trouvé la force nécessaire pour mener à bien mes projets personnels et professionnels, mais aussi pour surmonter les épreuves qui ont jonché ce parcours compliqué.

Une personne en particulier m'a permis de garder le cap, il s'agit de mon épouse Benali. K. C'est donc avec beaucoup d'émotion, de tendresse et d'amour que je te remercie pour ton aide, ton soutien, ta patience, ta gentillesse et sacrifice de tous les jours. Les mots me manquent pour te remercier de tout ce que tu as fait. Je suis heureux et fier d'être aujourd'hui et pour toujours à tes cotés.

Un remerciement très spéciale à la chère personne qui a existée et qui existe toujours dans mon cœur jusqu'à ma mort ma tendre mère SAADĪA.

À tous, merci.





Je dédie cette modeste contribution scientifique à :

À ma chère mère SAADIË en particulièrement, fière de me voir devenir docteur,  
« الله يرحمها »

À mes parents Ali et Fatima,

À mes beaux-parents,

À mon épouse, et mon petit-fils M<sup>ed.</sup> Ali

Sans oublier mes sœurs,

À mes amis proches et tous ceux qui ont contribué de loin ou de près dans ce travail.

*« Ad augusta per angusta »*

*Proverbe latin qui est aussi accessoirement le mot de passe des conjurés  
d'Hernani dans l'œuvre de Victor Hugo.*

*ℒ*

*« Le peu que je sais, c'est à mon ignorance que je le dois »*

*Sacha Guitry.*

# Table des matières générale

|   |          |
|---|----------|
| <b>Introduction Générale</b>  | <b>1</b> |
| <b>Chapitre I Comportement à l'impact et moyens de cratérisations</b> |          |
| I. 1. Classification des impacts                                      | 3        |
| I. 1.1. Classification en fonction de la vitesse d'impact             | 4        |
| I. 1.1.1. Impact basse vitesse : entre 0 et 10 m/s                    | 4        |
| I. 1.1.2. Impact à vitesse modérée : entre 10 et 50m/s                | 5        |
| I. 1.1.3. Impact à vitesse élevée : entre 50 et 1000 m/s              | 6        |
| I. 1.1.4. Impact hyper vitesse : supérieure à 4000 m/s                | 6        |
| I.1. 2. Classification en fonction de la nature de l'impacteur        | 7        |
| I. 2. Principales approches de modélisation d'impacts                 | 7        |
| I. 2.1. Approche analytique   | 7        |
| I. 2.1.1. Les modèles masse/ressort                                   | 8        |
| I. 2.1.2. Modèles continus (Théorie de contact de Hertz)              | 9        |
| I. 2.1.3 Synthèse   | 11       |
| I. 3. Approche par élément fini                                       | 11       |
| I. 3.1. Modèles éléments finis discrets avec endommagement.           | 12       |
| I. 3.2. Modèles éléments finis avec endommagement continu.            | 13       |
| I. 3.3. Synthèse  | 14       |
| I. 4. Moyens d'essais   | 15       |
| I. 4.1. Mouton Charpy   | 15       |
| I. 4.2. Barres d'Hopkinson  | 16       |
| I. 4.3. Essai de Taylor   | 17       |
| I. 4.4. Propulsion pneumatique ou hydraulique                         | 18       |
| I. 4.5. Poids tombant   | 18       |
| I. 5. Conclusion  | 21       |
| Références bibliographiques du Chapitre I                             | 21       |
| <b>Chapitre II Comportement du matériau unidirectionnel</b>           |          |
| II. 1. Généralités sur les matériaux composites                       | 26       |
| II. 2. Caractéristiques mécaniques des matériaux                      | 27       |
| II. 2.1. Spécificités mécaniques du composite                         | 28       |
| II. 2.2. Fraction volumique et massique                               | 29       |
| II. 3. Mise en œuvre et architecture des matériaux composites         | 30       |
| II. 3.1. Moulage au contact   | 30       |
| II. 3.2. Rôle de l'architecture du renfort                            | 31       |
| II. 4. Comportement d'un unidirectionnel                              | 32       |
| II. 4.1 Étude du comportement global                                  | 33       |
| II. 4.2. Modules homogénéisés   | 34       |
| II. 4.2.1. Constance d'élasticité dans un UD en traction              | 35       |
| II. 4.2.2. Constance d'élasticité dans un UD en cisaillement          | 36       |
| II. 5. Mécanismes de dommages dans un unidirectionnel                 | 37       |
| II. 5.1. Mécanismes primaires   | 37       |

|   |    |
|---|----|
| II. 5.1.1. Tension dans la direction des fibres       | 39 |
| II. 5.1.2. Tension dans le sens transverse des fibres | 40 |
| II. 5.1.3. Divers                                     | 41 |
| II. 6. Critères de rupture des unidirectionnels       | 41 |
| II. 6.1. Critère en contraintes maximales             | 42 |
| II. 6.2. Critère en déformation maximale              | 43 |
| II. 6.3. Critères interactifs                         | 44 |
| II. 6.3.1 Critère de Tsai-Hill                        | 45 |
| II. 6.4. Critère de Tsai-Wu                           | 45 |
| II. 6.5. Critère de Hashin en 3D                      | 46 |
| II. 7. Conclusion                                     | 47 |
| Références bibliographiques du Chapitre II            | 48 |

### **Chapitre III      Simulations et résultats numériques**

|  |    |
|--|----|
| III. 1. Introduction   | 49 |
| III. 2. Propriétés des constituants du modèle                | 50 |
| III. 3. Calcul des propriétés de la plaque                   | 50 |
| III. 3.1 Masse volumique de la plaque                        | 50 |
| III. 3.2. Constantes élastiques d'un pli                     | 51 |
| III. 4. Résultats et discussion                              | 54 |
| III. 4.1. Énergie d'impact                                   | 54 |
| III. 4.2. Force d'impact                                     | 57 |
| III. 4.3. Flexion de la plaque                               | 62 |
| III. 4.4. Analyse des contraintes                            | 64 |
| III. 4.4.1. Contraintes longitudinales                       | 64 |
| III. 4.4.2. Contraintes de cisaillements transversales       | 67 |
| III. 4.5. Endommagement dû à l'impact                        | 70 |
| III. 4.6. Analyse des surfaces d'endommagements              | 78 |
| III. 4.6.1. Surface macroscopique endommagée                 | 78 |
| III. 4.6.2. Étendue des surfaces endommagées dans chaque pli | 78 |
| Références bibliographiques du Chapitre III                  | 80 |

### **Conclusion Générale** 84

### **Appendices**

#### **Appendice A. Effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques**

|   |    |
|---|----|
| A. 1.Effet de la séquence d'empilement                | 86 |
| A. 2.Effet de l'angle d'orientation des plis centraux | 87 |
| A. 3.Effet du nombre de couches                       | 89 |
| A. 4.Effet des dimensions de la plaque                | 91 |
| Références bibliographiques de l'Appendice A          | 94 |

#### **Appendice B. Étude de la convergence du maillage**

|  |    |
|--|----|
| Références bibliographiques de l'Appendice B | 96 |
|--|----|

#### **Appendice C. Comparaison des méthodes de chargement** 97

## Indices

$f$ : Fibre.

$i$  : Représente la direction de sollicitation (1 : Longitudinale ou ,2 : Transversal),

$j$  : Type de sollicitations (t : Traction, C : Compression)

L : Longitudinale.

$L_e$  : Longueur de l'élément fini

m : Matrice.

max : Maximale

R : Rupture

T : Transversale.

u, ut : Ultime.

IFV, LVI: Impact à faible vitesse

## Annotations

[A] : Matrice de rigidité extensionnel.

$\alpha$  : l'indentation.

[B] : Matrice de rigidité de couplage

$\beta$  : Concentration des déformations.

[C] : Matrice de rigidité

$C_{ij}$  : Constantes de rigidité

[D] : Matrice de rigidité en flexion

$d_f$  : Diamètre de fibre.

$\delta$  : Distance.

E : Énergie (Indice : T : total, A : Artificielle de déformation et V : visqueuse).

$E_L, E_1$ : Module d'Young longitudinal.

$E_T, E_2$ : Module d'Young transversale

$\epsilon_1^t$ : Déformation à la rupture en traction dans la direction longitudinale.

$\epsilon_1^c$ : Déformation à la rupture en compression dans la direction longitudinale.

$\epsilon_2^t$ : Déformation à la rupture en traction dans la direction transversale.

$\epsilon_2^c$ : Déformation à la rupture en compression dans la direction transversale.

$\gamma_{12}^R$ : Distorsion à la rupture en cisaillement dans le plan 1-2.

$F_{11}$  : Force d'impact dans la direction X

$F_{22}$  : Force d'impact dans la direction Y

$F_{33}$  : Force d'impact dans la direction Z

$g$  : Accélération terrestre

$G_{12}, G_{LT}$  : Module de cisaillement longitudinal de la couche.

$H$  : Hauteur de chute

$K$  : La rigidité.

$k_C$  : Coefficient de contact qui dépend du coefficient de poisson de l'impacteur  $\nu_i$

$L$  : longueur de la plaque

$M$  : Masse.

$\nu_{LT}, \nu_{12}$  : Coefficient de Poisson en traction longitudinale

$\nu_{TT}$  : Coefficient de Poisson en traction transversale

$[\bar{Q}]$  : Matrice de rigidité en contrainte plane

$r_i$  : Rayon de l'impacteur.

$[S]$  : Matrice de souplesse.

$S_{ij}$  : Constantes de souplesse

$S_{12}, S_{13}$  et  $S_{23}$  : Résistance de cisaillement admissibles dans les directions principales.

$\sigma_1^t$  : Résistance maximale à la traction dans la direction longitudinale.

$\sigma_1^c$  : Résistance maximale à la compression dans la direction longitudinale.

$\sigma_2^t$  : Résistance maximale à la traction dans la direction transversale.

$\sigma_2^c$  : Résistance maximale à la compression dans la direction transversale.

$\tau_{12}^R$  : Résistance maximale au cisaillement dans le plan 1-2.

$\sigma_1^R$  : Résistance dans le sens longitudinal.

$\sigma_2^R$  : Résistance dans la direction transversale.

$\tau_{12}^R$  : Résistance au cisaillement dans le plan 1-2.

$\theta$  : Angle d'orientation ou de rotation.

$V$  : Volume élémentaire représentatif.

$dV$  : Variation du volume élémentaire représentative.

$V$  : Vitesse d'impact.

$W$  : largeur de la plaque.

$x_k$  : Point matérielle dans la couche k.

$X_T, Y_T, Z_T$  : Résistance à traction admissibles dans trois directions respectives du stratifié.

$X_C, Y_C, Z_C$  : Résistance à la compression admissibles dans trois directions respectives du stratifié.

Y : Flèche ou déplacement du centre de la plaque.

## Unités

Accélérations :  $m/s^2$

Contraintes et modules : MPa

Distances et flèches : mm

Énergies : J

Fractions : %

Hauteurs : m

Masse : Kg

Vitesses : m/s.

**NB** : le terme résistance signifie la contrainte de rupture ou la contrainte ultime, la direction longitudinale est la direction dans le sens de chargement des fibres (notée 1). Et la direction transversale est la direction perpendiculaire à la fibre (notée 2).

## Liste des figures

### Chapitre I Comportement à l'impact et moyens de cratérisations

|   |    |
|---|----|
| Figure 1. Régimes d'impact, adaptation d'Olsson   | 3  |
| Figure 2. Modélisation d'impact dans une plaque en acier  | 4  |
| Figure 3. Formes d'impacteurs testées dans les travaux de Mitrevski et al.                                | 6  |
| Figure 4. Modèles masse-ressort pour l'impact à basse vitesse et basse énergie.                           | 8  |
| Figure 5. Modélisation du dommage utilisant les éléments cohésifs dans un stratifié (Modèle de Mokhtari). | 11 |
| Figure 6. Modélisation discrète des dommages dans un stratifié impacté, selon Bouvet.                     | 12 |
| Figure 7. Modélisation d'impact, zones cohésives de Lopes   | 13 |
| Figure 8. Dispositif de Barres d'Hopkinson  | 15 |
| Figure 9. Cylindre avant et après impact (essai de Taylor)  | 17 |
| Figure 10. Kicking machine hydropneumatique, extrait de SIMLab's Pendulum Accelerator                     | 17 |
| Figure 11. Tour de chute  | 19 |
| Figure 12. Courbe typique charge-déplacement, impact à basse vitesse.                                     | 20 |

### Chapitre II Comportement du matériau unidirectionnel

|  |    |
|--|----|
| Figure 1. Principe du moulage au contact   | 31 |
| Figure 2. (a) Bobines ou rovings de carbone, (b) Pli unidirectionnel de fibres de carbone pré-imprégné de résine époxy   | 32 |
| Figure 3. Exemple de stratification d'après Berthelot  | 32 |
| Figure 4. Modes de rupture à l'échelle des constituants d'après Berthelot  | 38 |
| Figure 5. Rupture en tension du pli et contrainte dans le pli en fonction de la fraction de fibres. (a)-(c) $\epsilon_{fu} > \epsilon_{mu}$ , et (b)-(d) $\epsilon_{fu} < \epsilon_{mu}$ | 39 |



|   |    |
|---|----|
| Figure 6. Courbe typique Contrainte / Déformation d'une couche en chargement uniaxial                 | 42 |
| Figure 7. Courbe contrainte-déformation en chargement de cisaillement d'une couche                    | 42 |
| Figure 8. Enveloppe de rupture pour la critère de rupture utilisant les contraintes maximales         | 43 |
| Figure 9. Couche rapportée à des axes de référence quelconques  | 43 |
| Figure 10. Enveloppe des contraintes de rupture, critère en déformation maximale.                     | 44 |
| Figure 11. Comparaison entre l'enveloppe du critère de rupture en contrainte et déformation maximale. | 44 |
| Figure 12. Enveloppe de rupture pour la théorie de rupture Tsai-Hill                                  | 45 |
| Figure 13. Enveloppe de rupture elliptique, modèle Tsai-Wu  | 46 |
| Figure 14. Comparaison entre les trois enveloppes de critère de rupture                               | 46 |

### **Chapitre III          Simulation et résultats numériques**

|  |    |
|--|----|
| Figure 1. Définition des éléments coques et plaques dans ABAQUS  | 52 |
| Figure 2. Modélisation de l'essai d'impact.  | 53 |
| Figure 3. Conditions aux limites de la plaque en composite   | 54 |
| Figure 4. Évolution de l'énergie d'impact à travers le temps de contact  | 55 |
| Figure 5. Courbe d'évolution de toute l'énergie visqueuse ( $E_v$ ) le long temps de contact.                          | 56 |
| Figure 6. Évolution de l'énergie de déformation artificielle ( $E_A$ ) lors d'un contact                               | 57 |
| Figure 7. Forces de contact enregistrées dans les directions x et y lors d'un impact pour les trois niveaux d'énergie. | 58 |
| Figure 8. Force de contact dans la direction z (direction de l'impact).  | 60 |
| Figure 9. Évolution de la flèche du centre de la plaque lors d'un contact  | 63 |
| Figure 10. Contraintes $\sigma_{11}$ enregistrées durant l'analyse pour chaque niveau d'énergie.                       | 66 |
| Figure 11. Historique des contraintes de cisaillement transversales $\tau_{13}$ et $\tau_{23}$ .                       | 70 |

|   |    |
|---|----|
| Figure 12. Position des éléments 665, 528 et 821 dans la plaque maillée.  | 71 |
| Figure 13. Prédiction des endommagements du stratifiée $[0_3/90]_s$ en appliquant le critère en compression de Hashin     | 74 |
| Figure 14. Détection des endommagements du stratifiée $[0_3/90]_s$ en utilisant le second critères de Hashin en tensions. | 77 |
| Figure 15. Évolution de la surface endommagée.  | 78 |
| Figure 16. Étendue de la zone endommagée dans l'épaisseur du pli.   | 79 |

### Appendice A

|  |    |
|--|----|
| Figure A. 1. Effet de l'angle d'orientation du pli sur les réponses mécaniques   | 87 |
| Figure A. 2. Effet de l'angle d'orientation des plis centraux sur les réponses mécaniques.                                   | 89 |
| Figure A. 3. Effet de l'épaisseur du stratifié (nombre de couches) sur les réponses mécaniques due à un chargement d'impact. | 91 |
| Figure A. 4. Dimensions de la plaque   | 91 |
| Figure A. 5. Rôle des dimensions de la plaque sur l'enregistrement des réponses mécaniques.                                  | 93 |

### Appendice B

|  |    |
|--|----|
| Figure B. 1. Les différents modèles étudiés pour la convergence du maillage  | 94 |
| Figure B. 2. Influence de la taille du maillage sur les réponses mécaniques, haute chute $H= 0.75m$ , masse de l'impacteur = 1.825 kg. | 96 |

### Appendice C

|   |    |
|---|----|
| Figure C. 1. Modélisation de l'essai d'impact utilisant la pesanteur $\vec{g}$ .                            | 97 |
| Figure C. 2. Comparaison entre les deux méthodes de chargement pour le deuxième niveau d'impact $H=0.75m$ . | 98 |

### Annexe A

|  |     |
|--|-----|
| Figure 1. Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés | 100 |
| Figure 2. Sollicitation d'une plaque en flexion 3-points.                                    | 101 |

## Liste des tableaux

### **Chapitre I            Comportement à l'impact et moyens de cratérisations**

Tableau 1. Synthèses des principaux résultats sur le contact de Hertz élastique 10

### **Chapitre II            Comportement du matériau unidirectionnel**

Tableau 1. Exemples de matériaux composites, pris au sens large 26

Tableau 2. Caractéristiques mécaniques spécifiques des fibres 27

### **Chapitre III           Simulation et résultats numériques**

Tableau 1. Propriétés mécaniques des constituants du modèle 51

Tableau 2. Propriétés mécaniques de la plaque composite : S-Glass/Polyester ( $V_f = 34\%$ ) 53

Tableau 3. Conditions aux limites de l'essai d'impact 55

Tableau 4. Comparaison des réponses de l'énergie numérique avec les données de l'énergie expérimentale. 56

Tableau 5. Comparaison entre les forces d'impact obtenues numériquement et expérimentalement. 62

Tableau 6. Valeurs numériques et expérimentales de la flèche du centre de la plaque. 64

Tableau 7. Surfaces délaminées calculées par EF. 79

Tableau 8. Indentations calculées par la formulation de Hertz 81

---

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'utilisation évolutive des matériaux composites dans l'industrie automobile, ferroviaire, aéronautique ainsi que la course aux économies d'énergie et aux limitations d'émissions de gaz polluants suscitent un intérêt croissant de la part des constructeurs et équipementiers pour l'utilisation de ces matériaux de faibles densités. En parallèle, les soucis de sécurité lors d'un choc sont à l'origine de normes de plus en plus sévères.

Constitués de matériaux aux caractéristiques complémentaires, les composites apparaissent comme une alternative pour répondre à toutes ces exigences. Ils possèdent en effet des propriétés mécaniques élevées et, de plus, présentent des propriétés intéressantes en termes d'absorption d'énergie. En général, dans l'industrie, ces matériaux sont destinés à être utilisés dans des pièces de structure telle que les absorbeurs de chocs avant, ou encore sur des pièces destinées à travailler en fatigue telles que les lames de suspension.

Par contre, l'utilisation de ces matériaux dans l'industrie pose un certain nombre de problèmes : quel matériau retenir parmi le panel existant ? Comment dimensionner la structure pour obtenir un bon compromis entre tenue mécanique, protection des utilisateurs et protection de l'environnement (le matériau composite utilisé est-il recyclable?).

Depuis le milieu des années 1980, ces matériaux ont vu leurs applications s'étendre aux structures aéronautiques dites primaires telles que les ailerons et les stabilisateurs horizontaux des AIRBUS A310, A300/600, A320 et A340 ou le caisson de voilure de l'avion militaire français RAFALE. À titre indicatif, ces matériaux représentent 22,6 % de la structure totale de L'ATR 72. Leur utilisation sur cet avion de transport régional concerne les caissons extrêmes de voilure dont la longueur avoisine 8,5m chacun ainsi que la quasi-totalité des capotages externes [1].

Les matériaux composites en général sont caractérisés par une meilleure résistance spécifique que celle des matériaux métalliques et ont une dissipation d'énergie particulièrement élevée [2]. Le composite à fibre de verre (GFC) est largement répandu dans la grande série, car il répond bien aux exigences souhaitées. Généralement, ce matériau se présente sous la forme marchande d'une ébauche surfacique (feuilles) constituée de fibres de verre longues ou coupées noyées dans une pâte à base de résine polyester insaturée et de nombreuses charges. Par contre, l'application de ce matériau dans l'industrie automobile est limitée à certaines zones du véhicule par manque de connaissance concernant sa réponse au choc (choc au piéton, crash...). En conséquence, les contraintes liées à la sécurité des véhicules à moteur, notamment celles concernant la protection des passagers, ont mené les fabricants à améliorer la conception de la structure en considérant principalement le risque d'accident. Ces matériaux ont été développés, car aucun matériau homogène, possédant toutes les caractéristiques souhaitées, n'a été trouvé. L'idée a donc été d'associer dans une même masse des matériaux différents afin d'améliorer une ou plusieurs performances [3].

---

En effet les pièces composites sont souvent sollicitées par des chargements d'impact qui se produisent en production, pendant la maintenance ou en service [4]. Le fait de remplacer des matériaux métalliques par des matériaux composites pour de nombreux éléments d'un véhicule suscite la nécessité de déterminer les propriétés mécaniques de ces matériaux lors d'un impact. Cela est indispensable, pour garantir la stabilité et les conditions de sûreté des structures conçues, notamment celles concernant la protection des passagers [3].

Cependant, l'utilisation de ces matériaux est assujettie à la connaissance de leur comportement mécanique, aussi bien en statique qu'en dynamique, également à la possibilité de les simuler. Néanmoins, les résultats de simulation sont loin d'être satisfaisants à moins de rechercher des modèles numériques au cas par cas. Cela entraîne un surdimensionnement des structures et une perte des avantages liés à l'utilisation de matériaux composites.

Ce travail de thèse s'inscrit dans cette problématique : proposer un modèle numérique de simulation du comportement à l'impact à faible énergie pour un matériau composite type Verre/polyester utilisé dans l'industrie automobile, navale et aéronautique [5]. Pour atteindre cet objectif, différentes étapes sont nécessaires : caractériser le comportement mécanique du matériau, réaliser des essais pour appréhender la pertinence de ce modèle, valider enfin ce modèle par la simulation. C'est l'ensemble de cette démarche qui est présenté dans cette thèse, et qui s'articule en trois chapitres.

Dans le premier chapitre, il est établi une étude bibliographique sur le comportement à l'impact et les moyens de cratérisations. Ce chapitre illustre en premier temps, les différents régimes d'impact existants dus aux variations de la vitesse. Pour chacun de ces thèmes, les détails de l'équipement d'essai, la méthodologie de test, les paramètres de mesure et de contrôle, les travaux passés et récents sont couverts.

Un second chapitre était consacré au matériau étudié (méthode d'élaboration et spécificité mécanique), ainsi que les différentes lois de comportement existantes. Une approche d'homogénéisation est utilisée pour permettre de modéliser le comportement mécanique à l'impact à faible énergie du matériau composite.

Dans le troisième chapitre, l'étude numérique est abordée. Un critère d'endommagement de Hashin choisie est introduit. Une étude de sensibilité du modèle numérique à ces paramètres est l'occasion d'une réflexion sur le rôle de l'inertie et de paramètres de design dans le comportement de l'éprouvette impactée. La simulation, améliorée, permet une analyse des différentes réponses, ainsi que d'apprécier les limites d'une modélisation classique par éléments finit de ce genre d'impact.

Ce travail de développement a permis de valider les lois de comportement quant à la tenue à l'impact. Les modèles numériques sont réalisés à l'aide du code de calcul d'éléments finis ABAQUS et plus particulièrement du module de calculs explicites. À permis de qualifier et quantifier les comparaisons essais/calculs.

## I. 1. Classification des impacts

Avec l'utilisation croissante des matériaux composites dans les divers domaines tels que le transport (terrestre, ferroviaire, aériens et maritime), les infrastructures, les articles de sport et l'industrie en général, la compréhension du comportement dynamique des plaques composites vis-à-vis de l'impact est essentielle pour les concepteurs.

Beaucoup d'études ont été publiées traitant du problème de l'impact et des réponses mécaniques et dynamiques y associées. Néanmoins, avec des matériaux et des procédés émergents en permanence, il y a un manque de connaissances approfondies liées à ce phénomène et les relations entre propriétés/performances/endommagements qui peuvent fournir des informations sur le comportement des composites soumis à un des impacts dynamiques [1].

Ce premier chapitre illustre tout d'abord les différents régimes d'impact existants dus aux variations de la vitesse (vitesse d'impact). Pour chacun de ces régimes, les détails de l'équipement d'essai, la méthodologie du test, les paramètres de mesure et de contrôle, les travaux passés et récents sont couverts.

Selon la vitesse incidente, la réponse de la cible (plaque composite dans notre cas) sera dominée par une flexion de type quasi-statique, par des ondes de flexion ou par des ondes de déformations (voir la figure 1) [2].

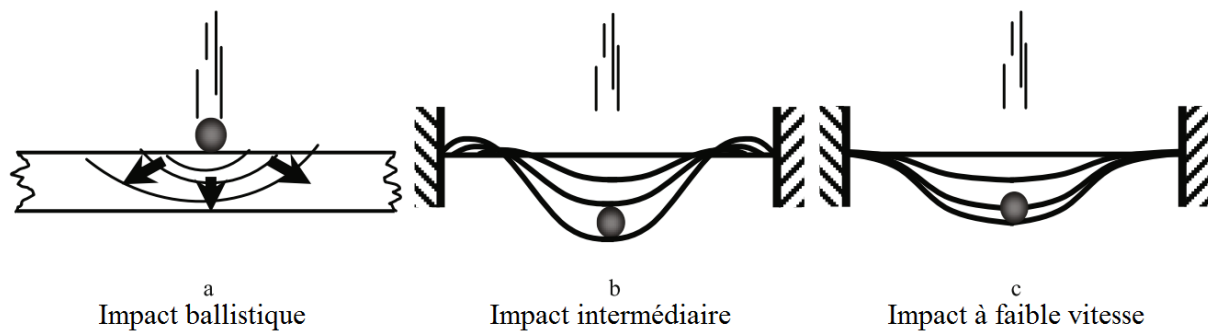


Figure 1. Régimes d'impact, adaptation d'Olsson [2]

Les impacts sont en général classés en impacts à basse vitesse et impacts à haute vitesse, voire hyper-véloces (ballistique et impact de débris spatiaux). La transition entre ces catégories reste, à l'heure actuelle, sujette à débats [3] [4]. (voir figure 2)

Dans le même contexte, celui de l'utilisation de la vitesse initiale d'impact comme donnée de référence pour la classification, de nouvelles techniques ont apparu pour mieux comprendre le phénomène d'impact en ayant recours aux éléments finis (voir figure 2). Ces observations donnent lieu à une première distinction entre un impact basse et à haute vitesse [5] [6].

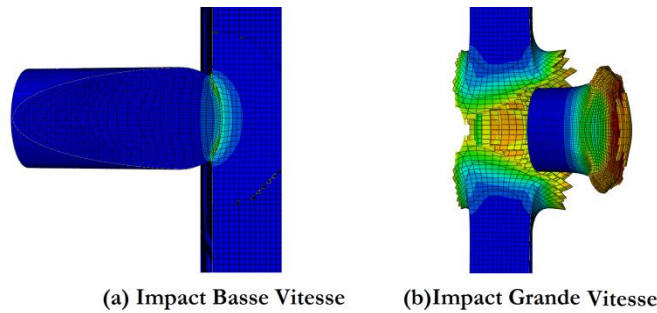


Figure 2. Modélisation d'impact dans une plaque en acier

## I. 1.1. Classification en fonction de la vitesse d'impact

### I. 1.1.1. Impact à basse vitesse : entre 0 et 10 m/s

Également connu sous le nom de choc à faible vitesse (LVI), il se produit généralement à des vitesses inférieures à 10 m/s. Il est caractérisé d'après Olsson [2] par un temps d'impact long accompagné d'une réponse quasi-statique. Il découle par exemple de la chute d'un outil lors des phases de maintenance, ou lors de la fabrication d'un matériau, ou encore lors de la percussion de débris présents sur la piste ou la route projetés sur la structure durant le déplacement. Il s'agit donc aussi bien de chocs mous, pour les débris de pneus éclatés notamment, que de chocs durs, pour les outils métalliques [7].

Pour des vitesses faibles et à faible énergie d'impact (petits chocs), cas souvent référencé comme impact à basse vitesse dans la littérature, le problème est considéré comme quasi-statique. La réponse de la plaque est alors dominée par sa flexion globale. Cette déflexion permet d'absorber élastiquement une partie de l'énergie incidente pour la restituer ensuite à l'impacteur. Il y a donc moins d'énergie disponible pour endommager le matériau [8].

Dans son livre, Abrate [7] stipule cependant que les impacts à basse vitesse peuvent atteindre la vitesse de 10 m/s. Liu et Malvern [9] préfèrent un classement des impacts en fonction des dommages créés au sein du matériau composite stratifié. Les dommages d'impact sont, en effet, de premier plan pour la tolérance aux dommages. Les impacts à basse vitesse sont alors ceux pour lesquels surviennent uniquement de la fissuration matricielle et des délaminages.

Robinson et Davies [10] définissent quant à eux un impact à basse vitesse comme un événement pendant lequel l'onde de déformation se propageant à travers l'épaisseur ne joue pas de rôle significatif dans la distribution des contraintes. Pour établir la transition vers les impacts haute vitesse, ils établissent un modèle simple. Une zone cylindrique sous l'impacteur subit une déformation uniforme tandis que l'onde de déformation se propage à travers la structure impactée. La déformation en compression dans le matériau s'écrit alors, pour une vitesse d'impact  $V$  et une vitesse du son  $C$ :

$$\varepsilon_c = \frac{V}{C} \quad (I.1)$$

Pour des déformations à rupture entre 0,5% et 1%, le passage au mode haute vitesse dominé par la propagation d'ondes de déformation se situe entre dix et vingt mètres par seconde, pour les composites stratifiés à fibres de carbone et résine époxy selon [8].

Les impacts à basse vitesse, traités comme des événements quasi statiques, ont ainsi une limite supérieure comprise entre une et une dizaine de mètres par seconde, selon les caractéristiques du problème d'impact considéré (rigidité de la cible, propriétés des matériaux testés, masse et rigidité de l'impacteur).

### **I. 1.1.2. Impact à vitesse modérée : entre 10 et 50m/s**

Les événements d'impact intermédiaires se produisent dans les 10m/s à 50m/s, et sont caractéristiques à la fois de l'impact de vitesse basse et haute. Cela est dû par exemple aux débris de l'explosion secondaire, aux ouragans et les débris des tornades, et les débris de corps étrangers sur les routes et les pistes qui sont considérées comme relevant du régime de l'impact de la vitesse intermédiaire [11]. Selon Olson [12], l'impact de vitesse intermédiaire est caractérisé par un court instant d'impact suivi d'une onde de flexion et de cisaillement [13].

Dans cette gamme de vitesse, on retrouve aussi les chocs à l'oiseau lors des phases de décollage et d'atterrissage des avions qui sont des chocs mous, mais avec des énergies élevées de part la masse du projectile (de l'ordre de 2 kg). Il y a aussi les impacts de grêle qui touchent les structures tout entières (voitures, avions ...etc.) et qui sont des chocs durs, mais avec des niveaux d'énergies plus faibles que pour le choc à l'oiseau par exemple dans le domaine de l'aéronautique. Ces impacts ont des conséquences qui peuvent être dramatiques pour l'aéronef, et ce, d'autant plus qu'ils se produisent généralement pendant des phases où l'aéronef est en l'air [14].

### **I. 1.1.3. Impact à vitesse élevée : entre 50 et 1000 m/s**

Il est généralement le résultat de tirs d'armes légères ou des fragments d'ogives explosives. L'impact à haute vitesse est dominé par une propagation d'ondes de contrainte à travers l'épaisseur du matériau, dans laquelle la structure n'a pas le temps de réagir, ce qui conduit à un dommage localisé. Les effets des conditions aux limites dans ce cas peuvent être ignorés parce que les événements d'impact (comme la perforation ou la rupture ...) passent avant que les ondes de contrainte atteignent les bords [11].

À vitesse élevée, les déflexions sont plus localisées et les ondes de déformations n'ont pas le temps de se propager dans l'ensemble de la structure. Celle-ci n'a pas le temps de répondre, ce qui conduit à des dommages très localisés. Une plus faible part d'énergie est absorbée élastiquement, la part manquante par rapport à un cas d'impact basse vitesse est absorbée par endommagement successif des constituants du matériau, selon leurs propriétés.

Ces types d'impacts sont à prendre en compte pour les aéronefs militaires, car il s'agit pour la plupart du temps d'impacts balistiques [14], qui à un très court instant d'impact engendre une onde de dilatation dans le matériau impacté [2].

Les impacts à haute vitesse sont ceux au cours desquels surviennent des ruptures de fibres du composite induites par la pénétration progressive de l'impacteur dans la cible.

D'une façon générale, les impacts à haute vitesse sont ceux pour lesquels une réponse localisée est constatée.



### I. 1.1.4. Impact hyper vitesse : supérieure à 4000 m/s

Ce type de charges dynamiques se retrouve dans les engins spatiaux et notamment les satellites qui peuvent être percutés par des projectiles en tout genre une fois en orbite dans l'espace. Les énergies d'impact sont par ailleurs très variées étant donné la diversité des débris spatiaux présents. On relèvera aussi que dans la modélisation de l'impact, il est nécessaire de prendre en compte, en plus du solide lui-même, un effet de souffle lors du choc, car avec sa vitesse, le débris explose littéralement au moment de l'impact [14].

Dans le domaine des hyper vitesses, le projectile se déplace à des vitesses très élevées et le matériau cible se comporte comme un fluide. Ce type d'impact est le plus fréquemment étudié dans le cadre du développement de la protection d'objets contre les micrométéorites et du personnel en basse orbite terrestre [11].

Les niveaux de vitesses d'impact décrits précédemment présentent les niveaux retrouvés dans les différentes études existantes, et ce, qu'il s'agisse d'un impact sur la terre ferme ou d'un amerrissage. Dans cette gamme de sollicitations, le taux de déformation auquel est soumis le matériau est de l'ordre de  $10^2 \text{ s}^{-1}$ .

En résumé, la classification des impacts en fonction de la vitesse initiale de l'impacteur est la plus communément utilisée. Cependant, Olsson [2] préfère l'usage d'un critère tenant en compte la masse pour déterminer la nature de la réponse à un impact. C'est ainsi que la forme et la rigidité de l'impacteur sont à prendre en considération.

### I.1. 2. Classification en fonction de la nature de l'impacteur

La forme de l'impacteur influe sur le taux de pénétration dans la structure, le pic de force, le temps de contact et la charge seuil de dommage [8]. Mitrevski et al. [15] [16] ont vérifié l'influence de la forme de l'impacteur sur les réponses d'impact et les dommages induits dans des plaques composites tissées en fibres de verre et matrice polyester ou en fibres de carbone et matrice époxy. Quatre impacteurs de formes différentes ont été testés : plan, sphérique, ogival et conique (figure 3).

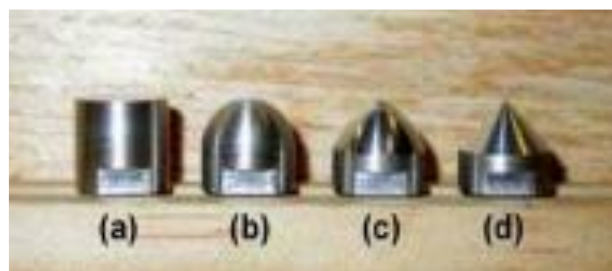


Figure 3. Formes d'impacteurs testées dans les travaux de Mitrevski et al. [16]

(a) plan, (b) sphérique, (c) ogival, (d) conique (figure 3).

Cet ordre correspond au classement des formes d'impacteur selon le maximum de force de contact qu'elles génèrent. Pour le temps de contact, la déflexion maximale mesurée et l'énergie absorbée, ce classement est inverse.

Du point de vue des défauts engendrés, l'impacteur plan ne laisse pas d'empreinte résiduelle et crée des défauts difficilement détectables par illumination de la face opposée à l'impact, dans les composites tissés en fibres de verre et matrice polyester. L'impacteur conique est celui qui laisse l'indentation la plus profonde, suivi de l'impacteur ogival puis de l'impacteur sphérique [8]. Néanmoins, les surfaces endommagées mesurées sont équivalentes, pour ces trois formes d'impacteur.

Dans la majorité des études établies, l'impacteur est considéré comme infiniment rigide (non déformable). Malgré cela, la rigidité de l'impacteur est à prendre en considération, car celle-ci influence le comportement à l'impact, selon son rapport à la raideur de la cible, comme dans le cas d'impact de glace ou de choc à l'oiseau pour les avions, qui ont lieu pour des vitesses généralement élevées [8]. Il est à noter également que dans certains cas, l'impacteur peut dissiper une partie de l'énergie incidente (en déformation, en plasticité, en fragmentation...).

## **I. 2. Principales approches de modélisation d'impacts**

Dans cette partie, on donne un aperçu des différents modèles de contact que l'on a recensé dans la littérature. Il s'agit dans ce cas de préciser la physique du contact en termes d'efforts, d'intégrer les équations du mouvement pour obtenir une estimation des efforts dus à l'impact ainsi que les différentes réponses engendrées de cette dynamique.

### **I. 2.1. Approche analytique**

Comprendre et modéliser l'influence des paramètres du choc sur les dommages et, prédire, leur effet sur les structures composites a suscité de nombreuses études, entre autres celles de [4] et [13]. La synthèse, établie par Davies et Olsson [4] a permis de différencier les modèles analytiques des modèles numériques destinés à la simulation par éléments finis. Les modèles analytiques servent principalement à modéliser la réponse globale à un impact.

Les modèles analytiques ont été développés en premier, lorsque les capacités des calculateurs ne donnaient pas encore la possibilité de réaliser des discrétisations fines lors d'une simulation complète [17] [18]. Selon Davies et Olsson [4], ces modèles permettent de comprendre les effets de masses, des rigidités de plaque et de leurs formes géométriques respectives. Ces méthodes permettent également de prédimensionner les structures composites [13]. Elles illustrent directement l'influence des paramètres et des conditions d'un impact sur la réponse globale et l'étendue des endommagements.

Dans l'étude menée par Abrate [1], on distingue quatre méthodes de développement de modèles analytiques. Des modèles basés sur l'équilibre énergétique reposant sur l'hypothèse que lors d'un impact à basse vitesse et faible énergie, le comportement reste quasi statique. D'autres utilisent la notion de milieu semi-infini qui ne tient en compte que la déflexion de la plaque. L'efficacité de ce modèle est établie lorsque le front de déformation n'atteint pas les frontières de la plaque. Le modèle ne convient plus, dans le cas contraire, car la dynamique de la plaque doit être prise en considération [19].

### I. 2.1.1. Les modèles masse/ressort

Ces modèles consistent à représenter de manière simplifiée la dynamique du problème ([6] [17] [18] [19] [20] et [21]). Une modélisation masse-ressort permet la détermination de la raideur de l'impacteur à partir de laquelle il peut être considéré comme infiniment rigide [8] (Figure 4.a). Ce modèle simplifié est similaire au modèle plus complexe proposé par Shivakumar et al. [6] (Figure 4.b), mais en négligeant la masse dynamique effective de la plaque par rapport à la masse de l'impacteur et les effets de membrane et de cisaillement de la plaque.

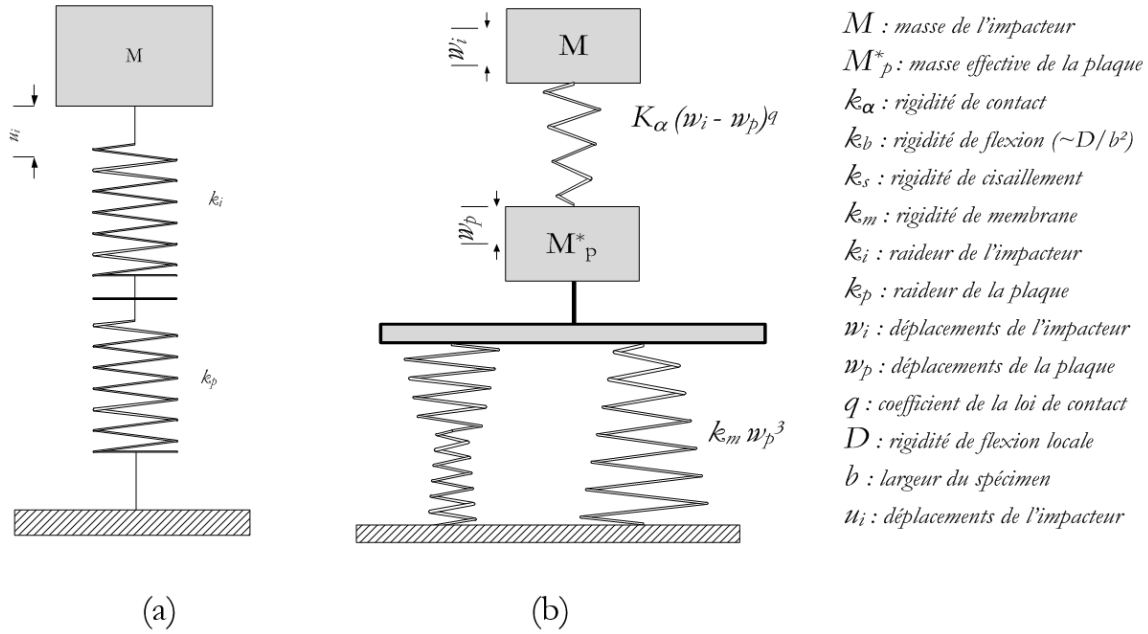


Figure 4. Modèles masse-ressort pour l'impact à basse vitesse et basse énergie,

(a) Trousset [19] et (b) Davies [4].

Ce modèle admet une équation différentielle de la forme :

$$\ddot{u}_i + \frac{k_i k_p}{M(k_i + k_p)} u_i = 0 \quad (I.2)$$

$u_i$  et  $\ddot{u}_i$  représentent respectivement le déplacement et l'accélération de l'impacteur,  $k_i$  et  $k_p$  les rigidités de l'impacteur et de la plaque et  $M$  la masse de l'impacteur.

En utilisant les conditions initiales suivantes : à  $t=0$  s :  $u_i = 0$  et  $\dot{u}_i = V_i$

$$u_i = \frac{V_i}{\omega} \sin(\omega t), \text{ avec } \omega = \sqrt{\frac{k_i k_p}{M(k_i + k_p)}} \quad (I.3)$$

La force de contact maximal,  $F_{max}$  et le temps de contact  $t_f$  évoluent alors comme :

$$F_{max} = M\omega V_i, \text{ et } t_f = \frac{\pi}{\omega} \quad (I.4)$$

Ce modèle approximatif donne une idée de l'évolution du temps de contact et de la force maximale de contact en fonction de la rigidité et de la masse de l'impacteur, ainsi que de la vitesse incidente.

Une analyse tridimensionnelle doit être faite, lorsque les effets des contraintes de cisaillement réparties dans l'épaisseur de la plaque ne sont plus négligeables. La réponse dépend donc des différents modes propres de l'ensemble de la structure impactée qui en résulte de la multiplicité des degrés de liberté [19, 4].

D'autres modèles analytiques appelés continus s'attachent à décrire finement la mécanique du contact entre deux corps de géométrie donnée. Il s'agit dans ces modèles de résoudre les équations de la mécanique des milieux continus, sous des hypothèses suffisamment restrictives sur les géométries et les comportements des matériaux pour permettre une résolution analytique [19, 8].

### **I. 2.1.2. Modèles continus (Théorie de contact de Hertz)**

La théorie de Hertz concerne la description du contact normal entre deux solides élastiques, isotropes. Les surfaces susceptibles de rentrer en contact sont supposées de plus suffisamment régulières pour être approchées par des coniques. Cette théorie donne la relation force de contact/indentation et ceci indépendamment des conditions aux limites que subit chaque solide [22].

Ces hypothèses sont souvent restrictives et permettent la résolution d'un problème d'élasticité linéaire tridimensionnelle. Ont résulté alors deux principales solutions liées au problème de Hertz : la première est que le contact initialement ponctuel se développe suivant une ellipse et la seconde résolution est qu'un contact initialement linéique se développe suivant une bande (surface). D'où la formulation des hypothèses suivantes :

- ✓ Les déformations générées par l'application d'un chargement sont supposées rester faibles et concentrées dans une zone proche du contact.
- ✓ Les dimensions caractéristiques du solide sont supposées être grandes devant la zone de contact. Ceci est dû à plusieurs raisons. D'une part, la zone de contact doit pouvoir être approchée par un plan. D'autre part, les dimensions globales du solide ainsi que les conditions aux limites qui lui sont appliquées ne doivent pas influencer la solution locale au contact.
- ✓ La pression due au contact, ainsi que sa résultante sur toute la surface de contact est supposée normale au contact. Cette hypothèse conduit en particulier à négliger le frottement. Dans le cas d'une application aux impacts, cette hypothèse conduit à ne considérer que des chocs directs.
- ✓ Enfin, on suppose que le chargement de compression est appliqué suffisamment lentement pour négliger l'inertie des solides. Donc on est dans une hypothèse d'évolution quasi statique du processus de déformation. Sous ces hypothèses, la résolution du problème de contact de Hertz permet d'évaluer les grandeurs suivantes :
  - o La géométrie et l'évolution de la surface de contact en fonction du chargement,
  - o L'amplitude et la distribution des pressions de contact,
  - o Les contraintes et les déformations dans les zones proches du contact.

Ces hypothèses se traduisent aux niveaux géométriques et mécaniques et conduisent à une estimation de la pression de contact (voir tableau1).

| Type de contact                           | Pression de contact  | Indentation  | Dimension de la surface de contact  |
|---|--|--|---|
| Solides de révolution autour de l'axe $z$ | $p_0 = \frac{3P}{2\pi a^2} = \left(\frac{6PE^{*2}}{\pi^2 R^2}\right)^{\frac{1}{3}}$  | $\delta = \frac{a^2}{R} = \left(\frac{9P^2}{16RE^{*2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ | $a = \left(\frac{3PR}{4E^*}\right)^{\frac{1}{3}}$                               |
| Solides cylindriques d'axe $y$            | $p_0 = \frac{2P}{\pi a} = \frac{4}{\pi} p_m = \left(\frac{PE^*}{\pi R}\right)^{\frac{1}{2}}$   | —  | $a^2 = \frac{4PR}{\pi E^*}$   |
| Solides de profils généraux               | $p_0 = \frac{3P}{2\pi ab} = \left(\frac{6PE^*}{\pi^3 R_c^2}\right)^{\frac{1}{3}} (F_1(e))^{-\frac{2}{3}}$  | $\delta = \left(\frac{9p^2}{16E^* R_c}\right)^{\frac{1}{3}} F_2(e)$          | $c = (ab)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3PR_c}{4E^*}\right)^{\frac{1}{3}} F_1(e)$ |
|   | Définitions :<br>$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad R_e = (R'R'')^{1/2}$ $F_1(e) = \left(\frac{4}{\pi e^2}\right)^{\frac{1}{3}} (1-e^2)^{\frac{1}{6}} \left[ \left(\frac{1}{1-e^2}\right) \mathbf{E}(e) - \mathbf{K}(e) \right] (\mathbf{K}(e) - \mathbf{E}(e))^{\frac{1}{2}}$ $F_2(e) = (F_1(e))^{\frac{1}{3}} \mathbf{K}(e)$ $\mathbf{K}(e) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}} \quad \mathbf{E}(e) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi} d\phi$ |  |   |

Tableau 1. Synthèses des principaux résultats sur le contact de Hertz élastique [22].

### I. 2.1.3 Synthèse

Ces modèles présentent une difficulté lors des formulations explicites, due à la dépendance aux paramètres d'impact. Ils sont souvent limités à des géométries simples et souvent liés à une configuration d'impact particulière, car les réponses à un impact sont préalablement prévues. D'autre part, ils sont souvent limités à l'amorçage des dommages ou bien donnent une vision partielle de l'étendue des dommages puisqu'ils ne dévoilent pas précisément la nature des dommages créés au sein du stratifié. Ces méthodes s'avèrent avantageuses du fait qu'elles sont plus rapides et moins coûteuses que celles basées sur les éléments finis [8].

D'autres modèles analytiques subsistent pour étudier l'évolution des endommagements et la réponse d'une structure dues à un chargement post-impact [4]. À cet effet, les chercheurs font recours à la simulation numérique. En effet, celle-ci utilise plusieurs approches pour l'étude du comportement et de l'endommagement du pli et, éventuellement, des interfaces (VCCT, Cohésives...). Tout cela permet de prévoir la localisation et la nature des dommages au sein de la structure impactée [8]. Les dommages prévus par la simulation peuvent être utilisés ensuite dans un modèle de chargement post-impact [23].

### I. 3. Approche par élément fini

La simulation par la méthode des éléments finis peut également permettre d'étudier plus simplement les effets d'échelles sur le comportement à l'impact. Deux types de modèles éléments finis sont distingués : les modèles avec endommagement dit « discret », où les éléments discrétisant le stratifié sont joints par des interfaces endommageables prévalant de la localisation des fissures, et les modèles basés sur la mécanique de l'endommagement continu [8].

### I. 3.1. Modèles éléments finis discrets avec endommagement.

Ce genre de modèle se base sur la discrétisation de la structure en éléments volumiques reliés entre eux par des éléments endommageables (exemple cohésif [24]), qui vont mettre en évidence l'endommagement matriciel par fissuration et délaminages. La mise en évidence expérimentale de ces modèles sera étudiée par Liu [25], Chang [26], Huchette [27] et Bouvet [28].

Dans l'étude de l'endommagement discret, la fissuration doit être prédéfinie dans le maillage initial et sa propagation est assurée par l'application d'un critère énergétique. Ceci pour mettre en évidence les observations lors d'une expérience. Quand les conditions du critère sont dépassées, les éléments ressorts de très grande rigidité, définis dans le maillage initial vont céder et rompre, un par un, simulant ainsi la propagation des fissures matricielles et de délaminage, ainsi que le couplage entre eux [29], [30] et [31]. Cependant, cette modélisation étant basée sur les observations expérimentales et nécessite des fissures initialement présentes dans le modèle, le caractère prévisionnel des simulations n'est pas vraiment possible.

Le nouveau modèle de Mokhtari [24] ayant recours à des zones cohésives (figure 5) permet également la propagation des délaminages en mode d'ouverture et en mode de cisaillement, ce qui a permis de mettre en évidence la prépondérance du mode d'ouverture des fissures à l'amorçage des délaminages et celle des modes de cisaillement en propagation [24].

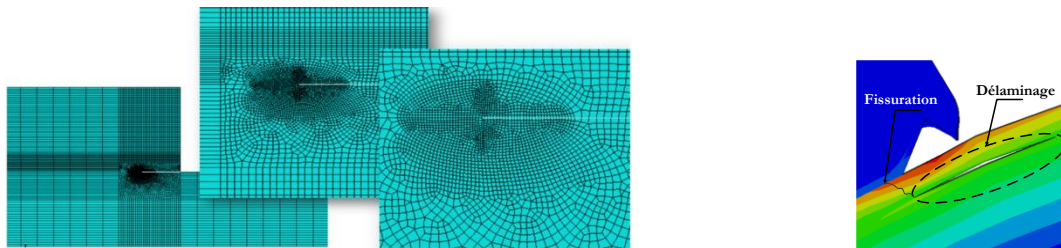


Figure 5. Modélisation du dommage utilisant les éléments cohésifs dans un stratifié (Modèle de Mokhtari [24]).

De même, Bouvet et al. [28, 32] ont tenu en compte le couplage entre la fissuration matricielle et le délaminage pour définir l'étendue du dommage dans les plaques stratifiées. En effet, l'insertion de ce type d'élément aux lieux où des fissurations matricielles ont été observées et aux interfaces entre plis d'orientations différentes permet de prédire l'endommagement au sein de la structure étudiée. La discrétisation en éléments volumiques joints entre eux par des ressorts endommageables ou des interfaces endommageables (Figure 6), oblige les fissures matricielles à emprunter un chemin vertical pour limiter la complexité du maillage de la zone impactée. Cela va limiter le modèle à l'étude des composites épais, où l'épaisseur du pli peut être négligée par rapport à l'épaisseur du stratifié [8].

La densité des fissures étant fixée par la discrétisation, le modèle de rupture des éléments cohésifs est choisi sans dissipation d'énergie supplémentaire. Bien que la pré-fissuration ne soit pas introduite dans le modèle étudié, placée la propagation des dommages selon les observations expérimentales, limite ce modèle à un cas particulier et nuit à son caractère prédictif [8].

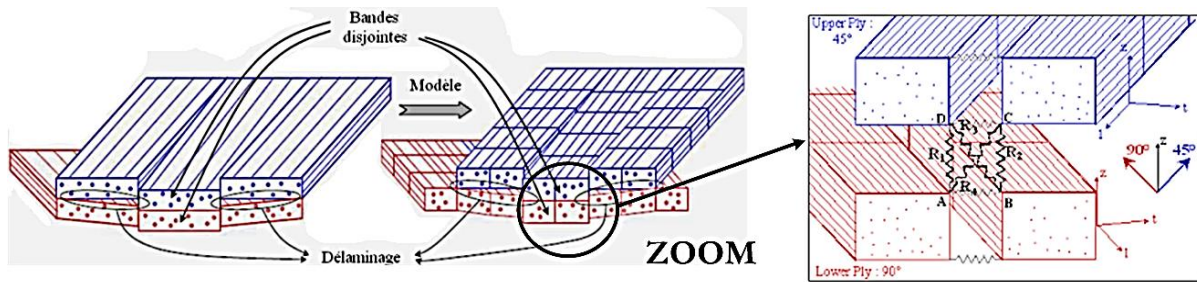


Figure 6. Modélisation discrète des dommages dans un stratifié impacté, selon Bouvet [28]

Les modèles proposés par Abdallah [33] et Bouvet [32] prennent en compte l'effet des débris de matrice sur la refermeture des fissures matricielles. D'après ces auteurs, l'apparition d'une indentation permanente au sein de la zone impactée provient de cet effet. Cette nouvelle adaptation dans le modèle proposé donne une bonne validation de l'expérience menée par ces auteurs. Cela n'empêche pas de voir une dépendance du modèle établie au maillage. La question sur cette dépendance ainsi que la prédictivité reste relativement ouverte lors d'une modélisation d'un endommagement discret. Du fait que l'orientation et la position des fissures matricielles sont au préalable définies cause des problèmes lors de la transposition des dommages prévus pour une simulation des performances résiduelles [8].

À l'heure actuelle, cette technique n'est pas intervertie à l'étude des ruptures de fibres pour des raisons de complexité du maillage, d'où le recours aux modèles éléments finis utilisant la mécanique de l'endommagement continu.

### I. 3. 2. Modèles éléments finis avec endommagement continu

Les études menées sur l'endommagement continu des structures impactées prennent en considération la préfissuration existante au sein du matériau. Cela permet d'analyser leurs effets sur les propriétés du stratifié. Dans ce cas, le modèle éléments finis est supposé continu pour mieux représenter les dommages, hormis, les modèles utilisant des zones cohésives lorsque le délaminage est à étudier puisque les interfaces sont distinctement localisées [8].

Ces modèles sont plus ou moins complexes et intègrent les différentes caractéristiques du comportement dans les matériaux composites liés au choix et au nombre de variables internes souhaités. L'endommagement sera amorcé par injection d'un critère de rupture. Lorsque le mode de rupture en contrainte ou en déformation est enclenché, les propriétés du stratifié vont diminuer progressivement ou brutalement pour faire caractériser l'effet de l'endommagement local ou global sur le comportement du matériau.

La modélisation d'une dégradation progressive est faite par l'introduction de variables liées à l'endommagement dans le modèle. L'analyse de Hou [34] a permis d'avoir une idée de l'effet de ces variables sur les propriétés élastiques du matériau et ainsi sur les contraintes limites enregistrées dans le point de Gauss endommagé.

Charrié [35] et Ilyas [36] ont mis en évidence la relation entre les variables d'endommagement et le mode de rupture considéré ainsi que le type du dommage créé.

Selon Faggiani [37], les modes de rupture et les modes de dégradation doivent être modélisés en modèles linéaires basés sur des critères énergétiques. Dans ce cas précis, la longueur caractéristique

de l'élément fini est introduite pour faire correspondre la ténacité du matériau à l'énergie dissipée calculée [23]. D'autres chercheurs font recours aux modèles de zones cohésives, en définissant l'interface entre deux plis comme le plan de propagation des délaminages [38, 37et23] (Figure 7).

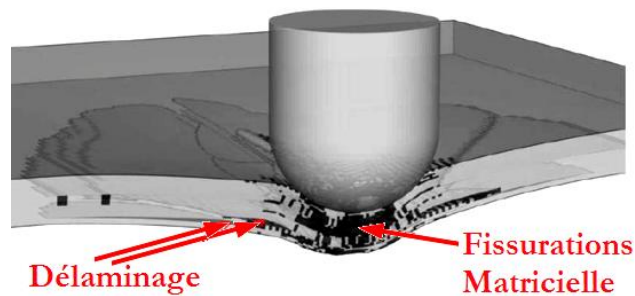


Figure 7- Modélisation d'impact, zones cohésives de Lopes [38]

L'intervention des variables pour caractériser l'effet de l'endommagement matriciel sur les propriétés de l'interface est un atout majeur qu'on ne peut pas détourner lors d'utilisation des modèles continus. Dans leurs travaux sur le couplage entre fissuration matricielle et délaminage, Vandellos [39] et Raimondo [40], ont constaté que l'effet du couplage de ces deux phénomènes d'endommagement est moins avéré que dans le cas des modèles discrets.

Par ailleurs, la résolution numérique est principalement de type dynamique explicite. Cependant, une résolution explicite est utilisée lors de l'impact à basse vitesse avec indentation hors plan [8]. La majorité des calculs se font en intégration réduite, avec contrôle de l'Hourglass modes inhérents au code de calcul utilisé. Des fois, le calcul fait recours au champ de déplacement ou de force issus de l'expérimentation ou de la théorie de Hertz, ce qui limite la prédictivité de ces modèles.

### I. 3.3. Synthèse

Selon la recherche bibliographique ci-dessus, différentes approches ont été énumérées pour l'étude des différentes réponses mécaniques dues à un impact ainsi que les différents modes de rupture générés par ce type de sollicitation.

La complexité de l'étude de l'impact le rend sensible à un grand nombre de paramètres : vitesse initiale, masse et forme de l'impacteur ainsi que les conditions aux limites et la nature des spécimens étudiés.

Les différentes modélisations disponibles dans la littérature ont été évoquées. Les modèles analytiques permettent de réaliser des prédimensionnements à l'impact à partir de modèles masse-ressort.

Toutefois, la nature complexe du chargement d'impact incite à recourir à la simulation numérique par la méthode des éléments finis. Deux modèles se distinguent (discret et continue). Le recours à des éléments endommageables pour le modèle discret permet de cerner la fissuration matricielle potentielle ou délimiter l'étendue du délaminage. Ce qui est pour le second modèle des endommagements continus, les dommages ne figurent pas directement dans l'analyse, mais leurs effets sur le comportement du matériau sont représentés.



En général, ces simulations numériques font recours à la formulation dynamique explicite pour mieux cerner les non-linéarités débouchant du chargement d'impact (géométriques, interaction du contact...).

#### I. 4. Moyens D'essais

Dans le cas des études les plus répondues, l'analyse de l'impact prend les deux critères de classement en considération (formes de l'impacteur et vitesses), mais cette analyse ne peut être réalisée sans recours à l'expérimentation.

Donc, une manière de classer les types d'impacts est de considérer la manière de générer expérimentalement un impact [41].

De manière à situer le contexte du travail expérimental, une description de quelques techniques d'impact est faite, en s'intéressant plus particulièrement aux poids tombants, car ils interviennent dans des essais présentant des caractéristiques similaires à ceux réalisés par Boukhoulda et al [78].

L'étude du comportement dynamique des matériaux et des structures constitue un domaine de recherche très étendu, aux multiples applications (industrie navale, automobile, aéronautique, défense...Etc.).

Les techniques expérimentales reposent toutes sur des chocs ou des impacts mettant en jeu des temps de chargement très courts (de quelques microsecondes à quelques secondes) engendrant des vitesses de déformation allant de  $10^{-1}$  à  $10^7 \text{s}^{-1}$ . Différents moyens d'essais permettent de balayer toute l'étendue de ces valeurs. Les systèmes mécaniques (tels le mouton Charpy et les poids tombants), les systèmes hydrauliques ainsi que les systèmes pneumatiques permettent d'atteindre jusqu'à  $10^2 \text{s}^{-1}$  de vitesses de déformations. Au-delà, il faut recourir à des systèmes utilisant la technique des barres d'Hopkinson (de  $10^2 \text{s}^{-1}$  à  $10^5 \text{s}^{-1}$ ), voire de Taylor (de  $10^3 \text{s}^{-1}$  à  $10^7 \text{s}^{-1}$ ) ou d'impact de plaques à grande vitesse.

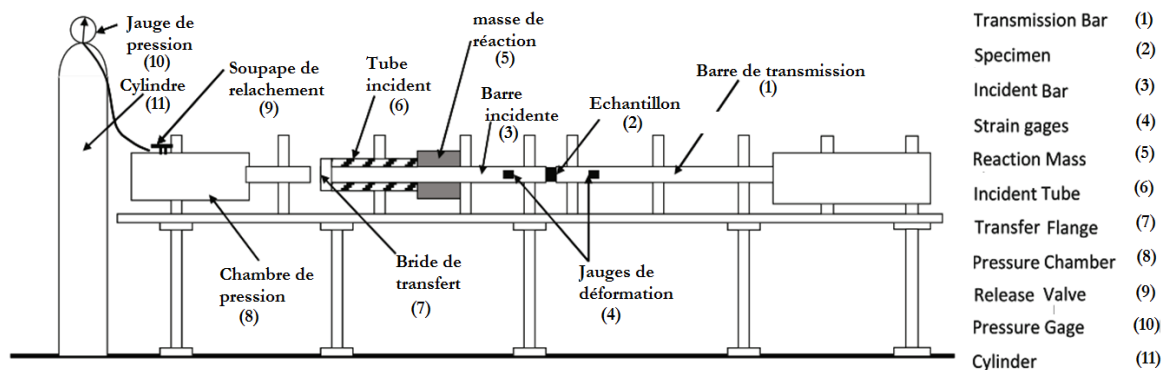
Il peut s'agir d'essais dynamiques [51, 43 et 44], ou bien à l'opposé, d'essais permettant d'étudier le comportement d'une structure dans son ensemble, voire d'assemblage de structures. On peut citer à titre d'exemple les crashs tests dans le domaine automobile. Lorsque les dimensions de la structure ne le permettent pas, il est possible d'utiliser la technique des similitudes [45] [46] en travaillant sur des maquettes réduites [47][48] ou de réaliser des essais dynamiques sur une partie de la structure [49] [50] [51] [52]. Le travail présenté concerne le domaine des impacts sur des sous-structures à des vitesses de l'ordre de celles engendrées par les chutes d'outils ou de pièces lors de la maintenance ou en service. Une attention particulière est portée sur l'influence des conditions aux limites de ces sous-structures lors de l'impact. En effet, elles influencent grandement le comportement des plaques sollicitées. Quelles que soient les techniques expérimentales [53] utilisées : poids tombant [54] [55] [56] [57] [58], projectiles propulsés [59] [60] [46], barres d'Hopkinson [61] [62] [63], l'objectif est de récupérer des informations en vitesse, déformation, déplacement, position, force de contact de manière continue afin d'étudier la réponse du système à une sollicitation, mais aussi de valider des solutions analytiques [56] [59] [60] ou de recalculer des simulations numériques [64].

### I. 4.1. Mouton Charpy

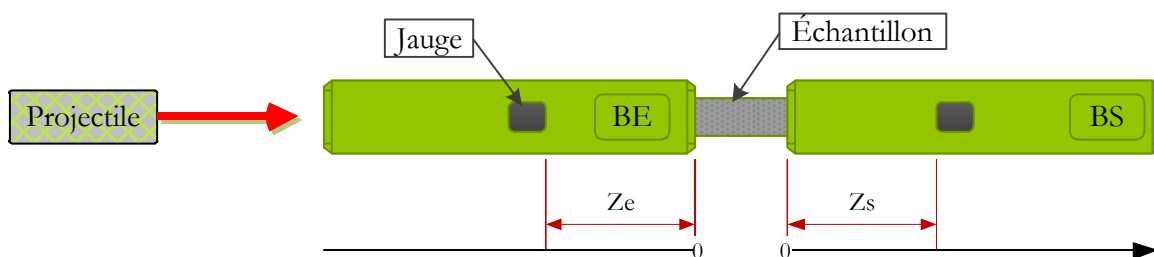
On désigne sous cette appellation les installations expérimentales faisant intervenir un pendule pour réaliser des essais d'impacts. À l'origine, cette technique expérimentale, mise au point par Georges Charpy [65] il y a un peu plus de cent ans, permettait de mesurer l'énergie de rupture d'une éprouvette de flexion entaillée. Ce travail de rupture était calculé en multipliant le poids du pendule par la différence entre les hauteurs initiale et finale de ce dernier. Lorsque l'épaisseur de l'éprouvette est infiniment petite, le travail de rupture est appelé résilience. De nos jours les dispositifs d'impact reposant sur la technique du pendule sont toujours utilisés, du fait de leur faible coût et de leur simplicité [66] pour la caractérisation des matériaux par leur résistance à la rupture fragile [67].

### I. 4.2. Barres d'Hopkinson

La méthode des barres d'Hopkinson [68], encore appelée Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) consiste à placer un petit échantillon entre deux barres identiques de limite élastique élevée par rapport à celle du matériau testé (figure 8). Un projectile crée une onde longitudinale de compression dans la barre entrante (BE), une partie de l'onde est réfléchiée à l'interface barre-échantillon, une autre est transmise à l'échantillon puis à la barre sortante (BS). Des jauges de déformations collées sur les barres, et sollicitées par les ondes incidentes, réfléchiées et transmises, permettent de déterminer les forces et les vitesses aux interfaces entre les barres et l'échantillon.



(a) Modification d'inversion de contraintes à la barre d'Hopkinson pour prévenir le chargement d'ondes de contrainte multiple [69].



(b) Principe de fonctionnement du dispositif des barres d'Hopkinson [69]

Figure 8. Dispositif de Barres d'Hopkinson

La durée du chargement  $\tau$  de la barre entrante est fonction de la longueur  $L_P$  du projectile  $\tau = 2 L_P / c$ , où  $c$  (symbole déjà utilisé) est la vitesse de propagation des ondes longitudinales. Le temps de chargement  $\tau$  est limité du fait du chevauchement des ondes incidentes et réfléchiées à hauteur

de la jauge de déformation. La déformation maximale dans l'échantillon étant donnée par  $\varepsilon = \tau \dot{\varepsilon}$  (avec  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation moyenne au cours de l'essai). Pour atteindre de fortes valeurs de déformation, il faut une vitesse de déformation élevée. C'est pourquoi les barres d'Hopkinson ont longtemps été limitées aux essais à vitesses de déformation élevées (comprises entre  $10^2$  et  $10^5 \text{s}^{-1}$ ).

Les nouvelles méthodes de séparation des ondes permettent, cependant, des temps de chargement plus importants et, par conséquent, d'obtenir des valeurs de déformations importantes pour de faibles vitesses de déformation [70]. La technique des barres d'Hopkinson ne se limite pas aux essais de compression. Elle permet, également, de réaliser des essais de traction [71], cisaillement et flexion [72] en jouant sur la géométrie de l'échantillon. Il convient, également, de préciser que cette technique est utilisée de nos jours, pour des essais sur de petites structures [73] et non plus simplement sur des échantillons. Notons que l'on peut trouver des dispositifs d'essais combinant les barres d'Hopkinson et le principe du pendule de Charpy. Le pendule vient, alors, directement impacter la barre entrante [4].

### I. 4.3. Essai de Taylor

Cet essai permet la détermination du seuil d'écoulement plastique en compression à des vitesses de déformations allant de  $10^3 \text{s}^{-1}$  à  $10^6 \text{s}^{-1}$ . Il peut servir à classer les matériaux les uns par rapport aux autres. Des couplages thermomécaniques difficiles à prendre en compte numériquement et intervenant lors de cet essai rendent l'utilisation de cette technique discutable pour l'identification de paramètres de lois de comportement. Dans les faits, cet essai est utilisé comme outil de recalage de simulation numérique dans le cas de matériaux viscoélastiques [75].

Le principe consiste à projeter un échantillon cylindrique à une vitesse  $V_i$  comprise entre 50 et 500 m/s sur une cible dure et massive (figure 9). Si les niveaux de contrainte générés par le choc sont supérieurs à la limite élastique du matériau, se crée en amont de l'onde élastique une onde plastique qui engendre un écoulement radial. L'échantillon se déforme en « patte d'éléphant ». L'onde élastique se réfléchit entre la face libre non impactée et le front d'onde plastique. Cette partie du cylindre reste indéformée (X). La contrainte d'écoulement plastique  $\sigma_y$  du matériau constituant le cylindre peut être estimée en mesurant la longueur du cylindre avant ( $L_0$ ) et après impact ( $L$ ), ainsi que la longueur de cylindre non déformée.

$$\sigma_y = \frac{1}{2} \rho V_i^2 \frac{(L_0 - X)/(L_0 - L)}{\ln(L_0/X)} \quad (\text{I.5})$$

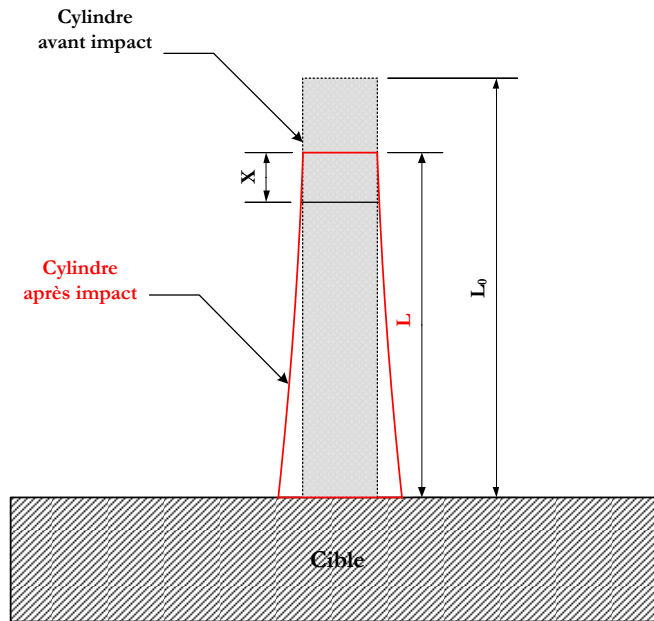
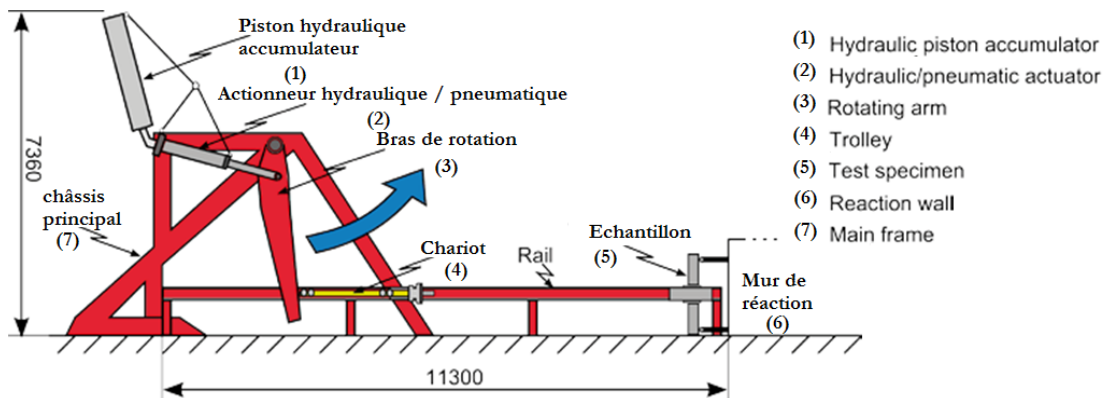


Figure 9. Cylindre avant et après impact (essai de Taylor) [76]

#### I. 4.4. Propulsion pneumatique ou hydraulique

La propulsion à air comprimé de projectile est une technique relativement répandue. Langseth, par exemple, utilise une chambre de compression à 10 bars et un accélérateur pneumatique pour propulser verticalement, à des vitesses allant jusqu'à 30 m/s des tubes de 2.5 m de long, 46 mm de diamètre extérieur et d'une masse maximale de 50 kg [46]. L'énergie développée est de plus de 5 kJ. Il s'agit de reproduire, à l'échelle  $\frac{1}{4}$ , la chute accidentelle d'un tube de forage (drill-collar) sur une portion de pont de plateforme pétrolière constituée d'une plaque reposant sur des longerons métalliques. Cette structure impactée est simplement posée, il n'y a donc pas d'encastrement de la plaque et d'influence de conditions aux limites complexes à maîtriser.

Langseth a également mis au point une machine originale, appelée *kicking machine* (figure 10) pour impact axial sur poutre console de section carrée (de 2 m de long). Un bras mis en rotation par un actionneur hydraulique/pneumatique vient pousser un projectile guidé horizontalement par des rails [60]. La vitesse du projectile peut atteindre 20 m/s et la masse 600 kg.

Figure 10. *Kicking machine* hydro-pneumatique, extraite de SIMLab's *Pendulum Accelerator* [77].

On peut citer, également, un projectile propulsé horizontalement par azote comprimé développé par Levy et Goldsmith [59]. Le projectile peut être cylindrique de 12.7 mm de diamètre, avec une extrémité d'impact présentant diverses géométries (hémisphérique entre autres), d'une masse de 40 g et animé d'une vitesse de 180 m/s. Ou bien sphérique (même diamètre), la masse est alors de 8 g et la vitesse de 275 m/s. Les énergies mises en jeu permettent d'aller jusqu'à la rupture dont la modélisation est l'objet d'étude.

Il existe une très large gamme de dispositifs utilisant le même principe de la propulsion hydraulique ou pneumatique, ces quelques exemples en illustrent simplement la diversité.

#### **I. 4.5. Poids tombant**

Comme pour la propulsion hydraulique et pneumatique, on trouve une très large gamme de machines qui utilise le principe du poids tombant, l'objectif n'étant pas d'être exhaustif, nous nous contentons de noter quelques illustrations donnant les principales caractéristiques des essais existants.

Les essais dynamiques par poids tombants sont, pour la plupart, des essais sur structures. Les énergies d'impact vont de quelques dizaines de Joules à quelques kilos Joules. Divers matériaux (Acier, matériaux composites, alliages...etc.) peuvent être sollicités dynamiquement grâce à un projectile de masse connue en chute libre dans un mouvement de translation rectiligne verticale. Plusieurs paramètres peuvent être contrôlables lors de ces essais (la géométrie et la masse de l'impacteur, ainsi que la hauteur du poids tombant).

Dans ce contexte, plusieurs recherche en vue naissance appliquant ce principe dont les travaux pour l'étude des plaques perforées de Shen [56] qui a utilisé une machine à poids tombant dont les énergies atteignent des valeurs importantes avec un poids tombant d'une masse allant de 12kg à 80kg, et pour des vitesses allant de 2 m/s à 10 m/s (de 76 à 2 865 J) impactant une plaque rectangulaire encadrée par boulonnage.

Jones a aussi utilisé le même principe sur différentes éprouvettes boulonnées en acier (épaisseur de 2 à 8 mm), ou en aluminium (épaisseur de 2 à 9.53 mm), ou elles sont soumises à des projectiles cylindriques d'une masse allant de 3 kg à 192 kg pour des vitesses de l'ordre de 5 m/s [45].

On ce qui nous concerne, on s'intéresse à l'étude expérimentale de Boukhoulda et al. [78] menée sur des éprouvettes en composite stratifié  $[0/90_3]_s$ , en utilisant une machine à poids tombant conçue par L. Guillaumat [79,80]. La machine permet, de réaliser des essais plus fiables sur des structures de différentes géométries, avec diverses conditions aux limites, et avec des projectiles présentant différentes caractéristiques (masse ajustable, géométrie différente) et des hauteurs de chute atteignant les trois mètres. Elle est équipée de capteurs infrarouges pour mesurer la hauteur de chute.

Ces caractéristiques correspondent, pour ce qui est des machines décrites dans la littérature scientifique, à des poids tombant, des pendules de Charpy, voire même à certaines machines à propulsion pneumatique ou hydraulique. Le dispositif expérimental complet est représenté sur la figure 11.

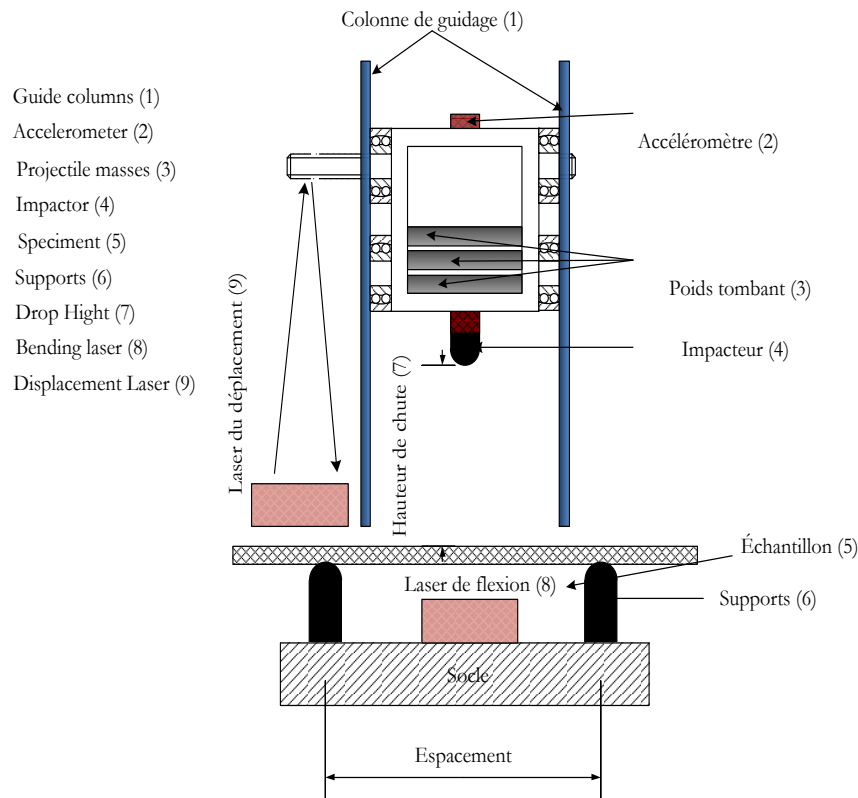


Figure 11. Tour de chute [78]

L'énergie développée lors de ces essais est d'une dizaine de Joules et les vitesses de déformation atteintes dans l'éprouvette en composite impactée sont d'environ  $10^2 \text{s}^{-1}$ . Les éprouvettes seront maintenues généralement par des mors. Les éprouvettes impactées sont le plus souvent des plaques visant à se déformer pour absorber l'énergie du choc. De plus, la vitesse du projectile engendre le plus souvent de l'endommagement, voire de la rupture. Ce qui n'a pas été le but des travaux menés par Boukhoulda et al. [78], dans la mesure où les auteurs souhaitaient rester à des vitesses d'impact de l'ordre de celles rencontrées lors de la chute d'outils, ou de la percussion de débris par exemple. Il s'agit donc aussi bien de chocs mous, pour les débris de pneus éclatés notamment, que de chocs durs, pour les outils métalliques.

L'énergie d'impact enregistrée juste avant l'impact lors des essais se présente principalement sous forme d'énergie potentielle. Lors de la chute libre du poids, il y a conservation d'énergie mécanique et l'effet des frottements dans de la machine seront négligés :

$$E_i(\text{énergie fournie}) = E_f(\text{énergie apportée}), \text{ avec } \begin{cases} E_i = E_c(i) + E_p(i) \\ E_i = E_c(f) + E_p(f) \end{cases}$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} mV^2 + mgh \quad (I.6)$$

$$E_m = E_c(i) = E_p(f) \Leftrightarrow \frac{1}{2} mV_i^2 = mgh_f \quad (I.7)$$

D'où la relation entre énergies d'impact, la hauteur de chute et la masse ; la vitesse théorique d'impact du projectile est déduite alors de l'équation :

$$E_T = \frac{1}{2} m V_i^2 = m g h_f \Rightarrow V = \sqrt{2 g h_f} \quad (I.8)$$

Une seconde méthode plus fiable pour l'estimation de l'énergie absorbée par l'éprouvette est de calculer par intégration, selon la règle des trapèzes, la surface sous la courbe représentant la force mesurée sur l'impacteur en fonction de son déplacement calculé (figure 12).

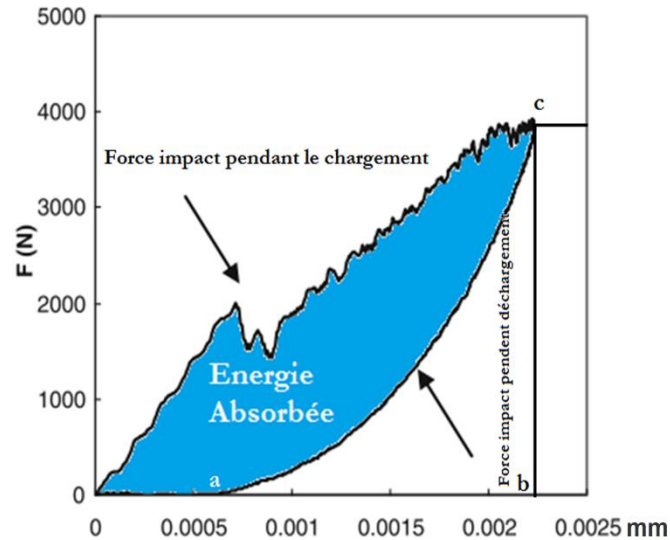


Figure 12. Courbe typique charge-déplacement, impact à basse vitesse [1].

Pour les calculs, en évaluent à la fois l'énergie fournie (aire sous la courbe de la force brute d'impact pendant le chargement) et l'énergie emmagasinée.

Soit  $A_1$  l'aire sous la courbe de la force d'impact pendant la phase chargement et  $A_2$  l'aire sous la courbe de la force d'impact pendant le déchargement. Il s'en suit que:

$$A_1 = \int_0^b F_{\text{impact}} dy \quad (I.9)$$

et

$$A_2 = \int_a^b F_{\text{impact}} dy \quad (I.10)$$

y : étant la flèche au centre de la plaque impactée ;

L'énergie emmagasinée se calcule à partir de (I.9)- (I.10). Elle est donnée par:

$$E = A_1 - A_2 \quad (I.11)$$

D'autres relations existent pour déterminer cette énergie partant de la relation entre la force d'impact et la rigidité k du matériau. Elle est donnée par :

$$F(u) = ku \quad (I.12)$$

L'énergie est ainsi définie :

$$\partial E = F(u) \partial u \Rightarrow E = \int k u \partial u \Leftrightarrow E = \frac{1}{2} k u^2 \quad (I.13)$$

## I. 5. Conclusion

Un état de l'art des tests d'impact a été fait dans ce premier chapitre. Cette première partie démontre la pertinence des dispositifs d'impact employés en expérimentation.

Au dépit des différences existantes entre eux, dues essentiellement aux performances des appareillages et aux conditions imposées lors des tests, elles permettent toutes, la caractérisation des impacts quel que soit leurs niveaux (faibles, moyennes ou grandes vitesses d'impact).

Le passage du modèle expérimental vers celui du numérique ne peut avoir lieu que si tous les paramètres de l'impact sont cernés (conditions aux limites, classification du spécimen, critères d'endommagements....).

## Références

- [1]. Abrate S. Modeling of impacts on composite structures. *Composite Structures*, Vol. 51, p. 129-138, 2001.
- [2]. Olsson R. Mass criterion for wave control impact response of composite plates. *Composites: Part A*, vol. 31, p. 879-887, 2000.
- [3]. Richardson M.O.W., Wisheart M.J. Review of low-velocity impact properties of composite materials. *Composites: Part A*, vol. 27, p. 1123-1131, 1996.
- [4]. Davies G.A.O., Olsson R. Impact on composite structures, *The Aeronautical Journal*, vol. 108, p. 541-563, 2004.
- [5]. Sjöblom P.O., Hartness J.T., Cordell T.M. On low-velocity impact testing of composite materials. *Journal of Composite Materials*, vol.22, p. 30-52, 1988.
- [6]. Shivakumar K.N., Elber W., Illg W. Prediction of low-velocity impact damage in thin circular laminates. *AIAA Journal*, vol. 23, p. 442-449, 1985.
- [7]. Comportement des matériaux composites à fibres courtes : applications à l'impact à basse vitesse. Abrate S. *Impact on composite structures*. Cambridge University Press, 1998.
- [8]. Thèse, Émilie Troussel, Prédiction des dommages d'impact basse vitesse et basse énergie dans les composites stratifiés à matrice organique, 2013.
- [9]. Liu D., Malvern L.E. Matrix cracking in impacted glass/epoxy plates. *Journal of Composite Materials*, vol. 21, p. 594-609, 1987.
- [10]. Robinson P. et Davies G.A.O. Impactor mass and specimen geometry effects in low velocity impact of laminated composites. *International Journal of Impact Engineering*, vol. 12, p. 189-207, 1992.
- [11]. Abrate S. *Impact Engineering of Composite Structures BBS*, Vol 526, p. 106-127. Springer, 2011.
- [12]. Olsson R., Donadon M.V., Falzon B.G. Delamination threshold load for dynamic impact on plates. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, p. 3124-3141, 2006.
- [13]. Olsson R. Analytical model for delamination growth during small mass impact on plates. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, p. 2884-2892, 2010.
- [14]. Thèse, Abir AL-MAGHRIBI, comportement des matériaux composites à fibres courtes : applications à l'impact basse vitesse, Université de Toulouse, 2008.



- [15]. Mitrevski T., Marshall I.H., Thomson R., Jones R., Whittingham B. The effect of impactor shape on the impact response of composite laminates. *Composite Structures*, vol. 67, p. 139-148, 2005.
- [16]. Mitrevski T., Marshall I.H., Thomson R., Jones R. Low-velocity impacts on preloaded GFRP specimens with various impactor shapes. *Composite Structures*, vol. 76, p. 209-217, 2006.
- [17]. Sun C.T. An analytical method for evaluation of impact damage energy of laminated composites. *Composite Materials: Testing and Design (Fourth conference)*, ASTM STP 617, American Society for Testing and Materials, p. 427-440, 1977.
- [18]. Sun C.T., Jih C.J. Quasi-static modeling of delamination crack propagation in laminates subjected to low-velocity impact. *Composites Science and Technology*, vol. 54, p. 185-191, 1995.
- [19]. Troussset E. Prédiction de l'endommagement induit par un impact sur structures composites. *Projet de fin d'études*, ISAE/ENSICA, 2009.
- [20]. Olsson R. Analytical prediction of large mass impact damage in composite laminates, *Composites: Part A*, vol. 32, p. 1207-1215, 2001.
- [21]. Feraboli P. Modified SDOF models for improved representation of the impact response of composite plates. *Journal of Composite Materials*, vol. 40, p. 2235-2255, 2006.
- [22]. H. Hertz, Über die Berührung fester elastischer Körper, *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 92, 156-171 (1881).
- [23]. González E.V., Maimí P., Camanho P. P., Turon A., Mayugo J. A. Simulation of drop-weight impact and compression after impact tests on composite laminates. *Composite Structures*, vol. 94, p. 3364-3378, 2012.
- [24]. M. Mokhtari, K. Madani, M. Belhouari, S. Touzain, X. Feugas, M. Ratwani Effects of composite adherend properties on stresses in double lap bonded joints, *material and design* Vol.44 (2013) 633–639.
- [25]. Liu D. Impact-induced delamination – a view of bending stiffness mismatching. *Journal of Composite Materials*, vol. 22, p. 674-692, 1988.
- [26]. Chang F.-K., Choi H.Y., Jeng S.-T. Study on impact damage in laminated composites. *Mechanics of Materials*, vol. 10, p. 83-95, 1990.
- [27]. Huchette C. Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés. *Thèse de doctorat de l'université Paris 6 réalisée à l'Onera*, 2005.
- [28]. Bouvet C., Rivallant S., Barrau J.-J. Low velocity impact modeling in composite laminates capturing permanent indentation, *Composites Science and Technology*, en cours de publication, 2012.
- [29]. Lammerant L., Verpoest I. Modelling of the interaction between matrix cracks and delaminations during impact of composite plates. *Composites Science and Technology*, vol. 56, p. 1171-1178, 1996.
- [30]. De Moura M.F.S.F., Gonçalves J.P.M. Modelling the interaction between matrix cracking and delamination in carbon-epoxy laminates under low velocity impact. *Composites Science and Technology*, vol. 64, p. 1021-1027, 2004.
- [31]. Zhang Y., Zhu P., Lai X. Finite element analysis of low-velocity impact damage in composite plates. *Materials & Design*, vol. 27, p. 513-519, 2006.

- [32]. Bouvet C., Castanié B., Bizeul M., Barrau J.-J. Low velocity impact modelling in laminate composite panels with discrete interface elements, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 46, p. 2809-2821, 2009.
- [33]. Abdallah E.A., Bouvet C., Rivallant S., Broll B., Barrau J.-J. Experimental analysis of damage creation and permanent indentation on highly oriented plates. *Composites Science and Technology*, vol. 69, p. 1238-1245, 2009.
- [34]. Hou J.P., Petrinic P., Ruiz C. A delamination criterion for laminated composites under low-velocity impact. *Composites Science and Technology*, vol. 61, p. 2069-2074, 2001.
- [35]. Charrier J.-S., Carrère N., Laurin F., Goncalves-Novo E., Mahdi S. Proposition d'une méthode d'analyse dédiée aux structures composites soumises à des sollicitations hors-plan. *Comptes rendus des 17èmes Journées Nationales sur les Composites*, Poitiers, 2011.
- [36]. Ilyas M. Damage modeling of carbon epoxy laminated composites submitted to impact loading. Thèse de doctorat de l'Université de Toulouse, 2010.
- [37]. Faggiani A., Falzon B.G. Predicting low-velocity impact damage on a stiffened composite panel. *Composites: Part A*, vol. 41, p. 7376-749, 2010.
- [38]. Lopes C.S., Seresta O., Coquet Y., Gürdal Z., Camanho P.P., Thuis B. Low-velocity impact damage on dispersed stacking sequence laminates. Part I: Experiments. *Composites Science and Technology*, vol. 69, p. 926-936, 2009.
- [39]. Vandellos T. Développement d'une stratégie de modélisation du délaminage dans les structures composites stratifiées. Thèse de Doctorat de l'université Bordeaux I réalisée à l'Onera, 2011.
- [40]. Raimondo L., Iannucci L., Robinson P., Curtis P.T. A progressive failure model for mesh-size-independent FE analysis of composite laminates subject to low-velocity impact damage. *Composites Science and Technology*, vol. 72, p. 624-632, 2012.
- [41]. Cantwell W.J., Morton J. Geometrical effects in the low velocity impact response of CFRP. *Composite Structures*, vol. 12, p. 39-59, 1989.
- [42]. Songwon S., Oakkey M., Hyunmo Y. (2005), Constitutive equation for Ti-6Al-4V at high temperatures measured using the SHPB technique, *Int. J. Impact Engng*, vol. 31, pp. 735-754.
- [43]. Lee O.S., Kim M.S. (2003), Dynamic material property characterization by using split Hopkinson pressure bar (SHPB) technique, *Nuclear engineering and design*, vol. 226, pp. 119-125
- [44]. Longère P., Dragon A., Trumel H., de Ressaquièr T., Deprince X. (2004), 3D finite strain modelling and numerical simulation of propagating adiabatic shear bands, *Matériaux & Techniques*, Déc. pp. 9-13.
- [45]. Wen H-M., Jones N. (1993), Experimental investigation of the scaling laws for metal plates struck by large masses, *Int. J. Impact Engng*, vol. 13, n°3, pp. 485-505
- [46]. Langseth M., Larsen P. K. (1990), Dropped objects plugging capacity of steel plates: An experimental investigation, *Int. J. Impact Engng*, vol. 9, n°3, p. 289-316.
- [47]. Patronelli L., Bayart A.S., Langrand B., Deletombe E., Markiewicz E., Drazetic P. (2003), Tôles perforées et fragilisation structurale liée à la mise oeuvre des techniques d'assemblage par rivetage, *Mécanique & Industries*, Vol. 4, pp. 29-39.
- [48]. Samuelides E., (1984), Structural dynamic and rigid body response coupling in ship collisions, Ph.D. Thesis, Glasgow University, England.

- [49]. Zhu L., Faulkner D. (1996), Damage estimate for plating of ships and platforms under repeated impacts, *Marine Structures*, vol. 9, pp. 697-720.
- [50]. Simonsen B.C. (1998), Ship grounding on rock – II. Validation and application, *Marine Structures*, vol. 10, pp. 563-584.
- [51]. Huang Z.Q., Chen Q.S., Zhang W.T. (2000), Pseudo-shakedown in the collision mechanics of ships, *Int. J. Impact Engng*, vol. 24, pp. 19-31
- [52]. Wang G., Arita K., Liu D. (2000), Behavior of a double hull in a variety of stranding or collision scenarios, *Marine Structures*, vol. 13, pp. 147-187.
- [53]. Field J.E., Walley S.M., Proud W.G., Goldfrein T., Siviour C.R. (2004), Review of experimental techniques for high rate deformation and shock studies, *Int. J. Impact Engng*, vol. 30, pp. 725-775
- [54]. Zeinoddini M., Parke G.A.R., Harding J.E. (2002), Axially pre-loaded steel tubes subjected to lateral impacts : an experimental study, *Int. J. Impact Engng*, vol. 27, pp. 669-690
- [55]. Gning P.B., Tarfaoui M., Collombet F., Riou L., Davies P. (2005), Damage development in thick composite tubes under impact loading and influence on implosion pressure: experimental observations, *J. Composites part B*, vol.36, pp. 306-318.
- [56]. Shen W.Q., Wong P.S., Lim H.C., Liew Y.K. (2003), An experimental investigation on the failure of rectangular plate under wedge impact, *Int. J. Impact Engng*, vol. 28, pp. 315-330
- [57]. Lifshitz J.M., Gov F., Gandelsman M. (1995), Instrumented low-velocity impact of CFRP beams, *Int. J. Impact Engng*, vol. 16, n°2, p. 201-215
- [58]. Davies G.A.O., Zhang X. (1995), Impact damage prediction in carbon composite structures, *Int. J. Impact Engng*, vol. 16, n°1, pp. 149-170
- [59]. Virostek S. P., Dual J., Goldsmith W. (1987), Direct force measurement in normal and oblique impact of plates projectiles, *Int. J. Impact Engng*, vol. 6, n°4, pp. 247-269.
- [60]. Jensen O., Langseth M., Hopperstad O.S. (2004), Experimental investigations on the behaviour of short to long square aluminium tubes subjected to axial loading, *Int. J. Impact Engng*, vol. 30, pp. 973-1003.
- [61]. Zhao H., Abdennadher S., Othman R. (2004), An experimental study of square tube crushing under impact loading using a modified large scale SHPB, *Int. J. Impact Engng*.
- [62]. Liu K., Zhao K., Gao Z., Yu T.X. (2005), Dynamic behaviour of ring systems subjected to pulse loading, *Int. J. Impact Engng*, vol. 31, pp. 1209-1222.
- [63]. Zhao H., Gary G. (1998), Crushing behaviour of aluminium honeycombs under impact loading, *Int. J. Impact Engng*, vol. 21, n°10, pp. 827-836.
- [64]. Langseth M., Hopperstad O.S., Hanssen A.G. (1998), Crash behaviour of thin-walled aluminium members, *Thin-walled Structures*, vol. 32, pp. 127-150
- [65]. Charpy M.G. (1901), Note sur l'essai des métaux à la flexion par choc de barreaux entaillés, *Association Internationale pour l'Essais des Matériaux, Congrès de Budapest, Hongrie*
- [66]. Pluinage G. (2003), Un siècle d'essai Charpy : de la résistance vive à la rupture à la mécanique de rupture d'entaille, *Méca. & Ind.*, vol. 4, pp. 197-212.
- [67]. Tanguy B., Besson J., Piques R., Pineau A. (2005), Ductile to brittle transition of an A508 steel characterized by Charpy impact test, Part I : experimental results, *Eng Fractures Mech.*, vol. 72, pp. 49-72

- [68]. Kolsky H. (1949), An investigation of the mechanical properties of materials at very high rate of strain, Proc. Roy. Phys. Soc., pp. 676-700, USA
- [69]. Stefan UMIASTOWSKI, Etude du comportement à l'impact basse vitesse d'une tôle de construction navale. Thèse de Doctorat de l'Université de Bretagne Sud Écoles Militaires de Saint-Cyr – Coëtquidan, 2005.
- [70]. Bussac M.N., Collet P., Gary G., Othman R. (2002), An optimisation method for separating and rebuilding one-dimensional dispersive waves from multi-point measurements. Application to elastic or viscoelastic bars, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 50, pp. 321 – 349
- [71]. Mouro P., Gary G., Zhao H. (2000), Dynamic tensile testing of sheet metal, J. Phys IV, vol. 10, pp 149-154
- [72]. Zhao H., Gary G., Mouro P. (2000), Three-point bending test on the PMMA-based sandwich plate using Nylon Hopkinson bars, Dymat International Conference, Cracovie, Pologne.
- [73]. Zhao H., Abdennadher S. (2004), On the strength enhancement under impact loading of square tubes made from rate insensitive metals, Int. J. Solids structures, vol. 41, pp. 6677-6697.
- [74]. Yuan J.M, Shim V.P.W. (2002), Tensile response of ductile  $\alpha$ -titanium at moderately high strain rates, Int. J. Solids and Structures, vol. 39, pp. 213-224
- [75]. Rohr L., Nahme H., Thoma K. (2003), A modified Taylor-test in combination with numerical simulations – a new approach for the determination of model parameters under dynamic loads, J. Phys. IV, vol. 110, pp. 513-518
- [76]. Taylor G.I. (1948), The use of flat-ended projectiles for determining dynamic yield stress. I: Theoretical considerations. Proc. Roy. Soc. Londres A 194, 289.
- [77]. Chen Y., Clausen A.H., Hopperstad O.S. and Langseth M.: Application of a split-Hopkinson tension bar in a mutual assessment of experimental tests and numerical predictions. International Journal of Impact Engineering 38 (2011) 824-836.
- [78]. F.B. Boukhoulda, L. Guillaumat, J.L. Lataillade, E. Adda-Bedia, A. Lousdad, Aging-impact coupling based analysis upon glass/polyester composite material in hygrothermal environment. Materials and Design. 2011; 32:4080–4087.
- [79]. Guillaumat L. Reability of composite structures–impact loading. Comput. Struct. 2000; 76:163-72.
- [80]. Guillaumat L., Baudou F., Gomes de Azevedo A.M. and Lataillade J.L. Contribution of the experimental designs for a probabilistic dimensioning of impacted composites. International Journal of Impact Engineering. 2005; 31: 629-641.

## II. 1. Généralités sur les matériaux composites

L'objet de cette partie est de mettre en évidence le contexte dans lequel se pose le problème de l'analyse mécanique des structures en matériaux stratifiés. Cette partie constitue une introduction aux matériaux composites en donnant leurs caractéristiques générales.

En générale, un matériau composite est composé de plusieurs composants élémentaires dont l'association lui confère des propriétés qu'aucun des composants, pris seuls, ne possède. Ainsi, une résine chargée de fibres de carbone par exemple possède une résistance à la traction plus importante que la résine seule.

Les divers types de matériaux composites se classent en fonction de la nature de leur matrice qui pourra être organique, métallique ou céramique. La nature et la forme des renforts peuvent aussi être très différentes : inorganiques (Carbone, verre...) ou organiques (polyaramides). Ainsi, les renforts sont des particules, des fibres courtes ou continues ou encore des nappes. Des exemples de matériaux composites pris au sens large sont donnés au tableau 1.1. [1] :

| Type de composite                      | Constituants  | Domaines d'application  |
|--|---|---|
| <i>Composites à matrice organique</i>  |   |   |
| Papier, carton                         | Résine/charges/fibres cellulosiques   | Imprimerie, emballage, etc.   |
| Panneaux de particules                 | Résine/copeaux de bois  | Menuiserie  |
| Panneaux de fibres                     | Résine/fibres de bois   | Bâtiment  |
| Toiles enduites                        | Résines souples/tissus  | Toiture, terrasse... etc.   |
| Matériaux d'étanchéité                 | Élastomères/bitume/textiles   | Sports. Automobile  |
| Pneumatiques                           | Caoutchouc/toile/acier  | Domaines multiple   |
| Stratifiés                             | Résine/charges/fibres de verre, de carbone, etc.  |   |
| Plastiques renforcés                   | Résines/microsphères  |   |
| <i>Composites à matrice minérale</i>   |   |   |
| Béton                                  | Ciment/sable/granulats  | Génie civil   |
| Composite carbone- carbone             | Carbone/fibres de carbone   | Aviation, espace, sports, biomédecine, etc. Pièces thermomécaniques |
| Composite céramique                    | Céramique/fibres céramiques   |   |
| <i>Composites à matrice métallique</i> |   |   |
|  | Aluminium/fibres de bore<br>Aluminium/fibres de carbone                                 | Espace  |
| <i>Sandwiches</i> {<br>Peaux<br>Ames   | Métaux, stratifiés, etc.<br>Mousses, nids d'abeilles, balsa, plastiques renforcés, etc. | Domaines multiples  |

Tableau 1. Exemples de matériaux composites, pris au sens large [1].

La présence du renfort dans un matériau composite unidirectionnel (U.D) apportera aux matériaux une très grande résistance dans le sens longitudinal des fibres et une très forte anisotropie de

comportement [2]. Il apparaît donc important d'analyser les procédés de fabrication des matériaux composites étudiés puisqu'ils sont à l'origine de l'orientation des renforts et de manière générale de leur comportement microscopique. Donc si cette anisotropie persiste, pourquoi utilisons-nous les matériaux composites ?

Dans le cadre de son utilisation, le composite présente quelques désavantages par rapport aux matériaux métalliques : économique (prix €/kg élevé) ; caractéristique mécanique faible comparée à ceux du métal ; thermique et électrique (matériau isolant). Néanmoins, cela n'a pas d'effet sur ces avantages : légèreté due à sa faible densité ; mise en œuvre facile pour obtention des pièces de forme complexe avec un rendu fini qui suppriment les usinages ; résistance aux attaques de l'environnement (corrosion), très bon absorbeur de chocs.

## II. 2. Caractéristiques mécaniques des matériaux

En se basant sur les considérations précédentes, les matériaux composites sont donc ceux ayant une faible masse volumique et un module élevé. Le domaine d'utilisation de ces matériaux devient de plus en plus spécifique aux constructions spatiales et aéronautiques, où les hautes performances sont recherchées, et le coût d'élaboration du matériau n'a pas d'incidence. Par ailleurs, les autres domaines d'utilisation des matériaux de hautes performances ne peuvent pas se faire au détriment du coût excessif du produit fini.

Pour augmenter les performances d'un matériau, tel que les valeurs des contraintes à la rupture, de nouvelles méthodes qui mènent à une diminution des défauts sont élaborées. L'objectif d'élaboration, part de matériaux qui ont déjà des caractéristiques spécifiques élevées, puis les mètrent sous forme fibreuse. Ces fibres ne peuvent être utilisées directement dans des applications mécaniques, d'où l'idée de les incorporer dans une matrice polymère pour constituer un composite à fibres. La matrice assure diverses fonctions : protéger et lier les fibres entre elles ; transférer les charges mécaniques aux fibres ;

C'est ainsi qu'une nouvelle famille de matériau fait son apparition, avec la possibilité d'être modulable et présentant des caractéristiques mécaniques spécifiques élevées.

Les caractéristiques mécaniques de matériaux élaborés sous forme de fibres montrent clairement l'intérêt de cette technique (voir tableau 2). Les fibres de verre sont les plus utilisées, du fait de leur faible coût, mais leur rigidité reste toutefois limitée. Les autres fibres présentent par contre un module spécifique élevé d'où leur intérêt.

|                                   | Module<br>$E$<br>(GPa) | Contrainte à la<br>rupture $\sigma_u$<br>(MPa) | Masse<br>volumique $\rho$<br>(kg/m <sup>3</sup> ) | Module<br>spécifique<br>$E/\rho$<br>(MN.m/kg) | Contrainte<br>spécifique $\sigma_u/\rho$<br>(KN.m/kg) |
|-----------------------------------|------------------------|--|---|---|---|
| Verre-E                           | 72.4                   | 3500   | 2540  | 28.5  | 1380  |
| Verre-S                           | 85.5                   | 4600   | 2480  | 34.5  | 1850  |
| Carbone à H.M<br>(haut module)    | 390                    | 2100   | 1900  | 205   | 1100  |
| Carbone HC<br>(contrainte élevée) | 240                    | 3500   | 1850  | 130   | 1890  |
| Kevlar (aramide)                  | 130                    | 2800   | 1500  | 87  | 1870  |
| Bore                              | 385                    | 2800   | 2630  | 146   | 1100  |

Tableau 2 : Caractéristiques mécaniques spécifiques des fibres [3].

### II. 2.1. Spécificités mécaniques du composite

Les matériaux composites ont l'aptitude à être conçus à la carte. D'autres raisons justifient leur développement, entre autres leurs spécificités mécaniques du composite.

Un matériau homogène est caractérisé par sa rigidité  $K = \frac{E\ell}{S}$ . Cette dernière présente les performances mécaniques du matériau dans le domaine élastique. Dans le cas d'existence de deux matériaux (1) et (2), le rapport des rigidités est donné par :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1 S_1 \ell_2}{E_2 S_2 \ell_1} \quad (\text{II.1})$$

L'introduction du rapport massique entre les deux matériaux donne :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{E_1 S_1 \rho_2}{E_2 S_2 \rho_1} \quad (\text{II.2})$$

La combinaison des relations (II.1) et (II.2) donne :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1/\rho_1}{E_2/\rho_2} \left(\frac{m_1}{m_2}\right) \left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right)^2 \quad (\text{II.3})$$

Dans une structure où la longueur des éléments est donnée, et où celle-ci est identique, soit pour  $\ell_1 = \ell_2$ , on a :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1/\rho_1}{E_2/\rho_2} \left(\frac{m_1}{m_2}\right) \quad (\text{II.4})$$

L'utilisation de ce type de matériaux dans le domaine de l'aérospatial et de l'aéronautique au-delà, des autres domaines a conduit à produire des structures à masses égales. Pour  $m_1 = m_2$ , le rapport des rigidités s'écrit :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1/\rho_1}{E_2/\rho_2} \quad (\text{II.5})$$

La valeur de  $E/\rho$  permet de classer les matériaux composites du plus au moins rigide, ce terme est appelé le module spécifique d'Young du matériau.

Un calcul semblable en flexion trois-points conduit à la détermination du nouveau rapport de rigidité, énoncé comme suit :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1/\rho_1^2}{E_2/\rho_2^2} \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 \left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right)^5 \quad (\text{II.6})$$

Donc le meilleur matériau travaillant en flexion est celui qui possède la valeur de  $E/\rho^2$  la plus élevée.

D'autres analyses analogues peuvent être reprises sur diverses formes structurales : plaques, coques, structures complexes. Elles mènent toutes à la conclusion suivante : les constructions les plus rigides sont celles qui possèdent la masse volumique la plus faible. De même, lors de la comparaison des résistances à la rupture.

Subséquentement, il est devenu usuel de comparer les performances mécaniques des matériaux en considérant les valeurs spécifiques du module et de la contrainte à la rupture rapportée à la masse volumique.

## II. 2.2. Fraction volumique et massique

L'une des principales composantes pour déterminer les propriétés mécaniques d'un composite (M.C) est la fraction volumique ou massique, relative à la matrice et au renfort. Les fractions massiques sont plus faciles à mesurer lors de l'élaboration des matériaux (par exemple incinération du composite). Par contre, les fractions volumiques se calculent directement du modèle théorique décrivant le comportement des matériaux. Le passage d'une fraction à l'autre est calculé de la manière suivante :

Considérant un volume  $v_c$  de matériau composite, composé d'un volume  $v_f$  de fibres et d'un volume  $v_m$  de matrice.

La fraction volumique  $V$  des fibres et de la matrice sont respectivement :

$$\begin{cases} V_f = \frac{v_f}{v_c} \\ V_m = \frac{v_m}{v_c} \end{cases}, \text{ d'où } V_f = 1 - V_m. \quad (\text{II.7})$$

De la même manière, on définit à partir des masses respectives du composite, des fibres et de la matrice  $m_c$ ,  $m_f$  et  $m_m$  les fractions massiques  $P$ .

$$\begin{cases} P_f = \frac{m_f}{m_c} \\ P_m = \frac{m_m}{m_c} \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

Des relations précédentes, on établit la liaison entre fraction massique et fraction volumique, avec :

$$m_c = \rho_c v_c, \quad m_f = \rho_f v_f \quad \text{et} \quad m_m = \rho_m v_m \quad \text{ou } \rho \text{ représente la masse volumique.}$$

La masse totale du matériau composite est :

$$\begin{aligned} m_c = m_f + m_m &\Rightarrow \rho_c v_c = \rho_f v_f + \rho_m v_m \Leftrightarrow \rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m \\ &\Leftrightarrow \rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m \end{aligned}$$

D'où :



$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m (1 - V_f) \quad (\text{II.9})$$

De même, en partant du volume total du composite  $v_c = v_f + v_m$ , on obtient :

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{P_f}{\rho_f} + \frac{P_m}{\rho_m}} \quad (\text{II.10})$$

Les relations entre fractions massiques et fractions volumiques peuvent maintenant être établies, en partant des relations (II.9) et (II.10) :

$$\begin{cases} P_f = \frac{\rho_c}{\rho_f} V_f \\ P_m = \frac{\rho_c}{\rho_m} V_m \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

Toutes les expressions énoncées précédemment, peuvent être étendues dans le des composites ayant plusieurs constituants.

### II. 3. Mise en œuvre et architecture des matériaux composites

L'objectif de cette partie est de donner un aperçu sur quelques technologies de mise en œuvre des composites. On la propose pour dévoiler les principes de différents processus de mise en œuvre, et de constituer une introduction à l'étude du comportement mécanique des matériaux composites.

Dans la plupart du temps, les matériaux composites sont formés par superposition de plusieurs couches comportant matrice et renfort. Cette méthode conduit à l'élaboration de stratifiés (issue de stratification ou empilement). Menant ainsi à des architectures bien précises.

Le moulage à froid des composites sans recours à une presse ou équipement, figure parmi les méthodes les plus simples de mise en œuvre. La facilité apportée par cette méthode était à l'origine du succès des composites à fibres de verre dans l'industrie et l'artisanat.

#### II. 3.1. Moulage au contact

Avant moulage, il faut revêtir le moule d'un agent de démoulage, et pour avoir un rendu fini lisse, on étale une fine couche de résine en surface, souvent colorée, dénommée gelcoat. La polymérisation de la résine est effectuée soit en milieu ambiant pendant plusieurs semaines où en accélérer par étuvage (recours à une autoclave). La qualité de la pièce moulée dépend totalement du savoir-faire du mouleur. Cependant, cette méthode est réservée à la réalisation de pièces en petites et moyennes séries, sans restriction de formes et dimensions (figure 1).

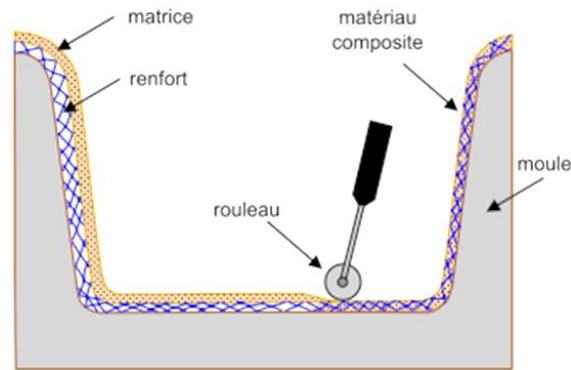


Figure 1. Principe du moulage au contact [1].

L'inconvénient de ces méthodes, réside dans le fait que les pièces ont un rendu lisse sur une seule face, reproduisant l'aspect du moule. Bien que la teneur en fibres varie, elle reste néanmoins limitée.

D'autres méthodes existent pour élaborer un composite. Elles seront décrites légèrement pour ne pas alourdir le contexte du travail et le lecteur, tel que, moulage par compression (par injection de résine, compression à froid et à chaud...), moulage en continu, moulage par pultrusion....

Après illustration de ces méthodes, on s'intéresse maintenant au rôle de l'architecture du renfort

### II. 3.2. Rôle de l'architecture du renfort

Les renforts contribuent essentiellement à la rigidité du composite. L'idéal est de les placer dans les directions des sollicitations extérieures que rencontrera la structure. La multiplicité de directions de sollicitation mène à privilégier les directions des sollicitations les plus importantes dans la structure composite. De ce fait, on aura recours à des semi-produits dans lesquels plusieurs milliers de fibres sont placés côte à côte, selon des directions imposées, pour former un plan [4].

L'orientation des renforts dans des directions privilégiées peut être réalisée à partir de différentes architectures de renforts, allant des renforts placés dans une seule direction, dits unidirectionnels (U.D), à des bidirectionnels (tissés, tressés ...) et enfin des renforts multiaxiaux. Tous ces renforts sont commercialisés sous forme de nappes et l'orientation des fibres est obtenue lors de l'élaboration de la structure, en orientant les nappes à dessein.

Ces nappes peuvent être imprégnées de résine, on parle alors de pré imprégné (pre-pregs), ou sèche. Dans cette dernière solution, il faudra lors de l'élaboration imprégner la nappe de résine dans les renforts.

Les performances mécaniques des divers composites unidirectionnelles dépendent du type de fibres constituant le pli (verre, carbone...etc.) et de leur nature (fils avec ou sans torsion). Ces fibres parallèles peuvent être présentées sous deux formes : sans liaison particulière, sous forme de bobine appelée également roving (figure 2a), ou bien reliée par un fil fin appelé nappes (figure 2b).

Dans le cas des plis UD préimprégnés, on conserve le matériau à basse température pour bloquer la réticulation de la résine contenue dans le pli.



Figure 2 : (a) Bobines ou rovings de carbone, (b) Pli unidirectionnel de fibres de carbone préimprégné de résine époxy [1].

À partir de ces plis unitaires, on réalise un séquençage pour définir les propriétés mécaniques souhaitées (figure 3). La stratification peut être réalisée manuellement ou automatisée à l'aide de bras robotisés, dans ce cas, pour des raisons de mise en œuvre des résines thermoplastiques sont souvent utilisées.

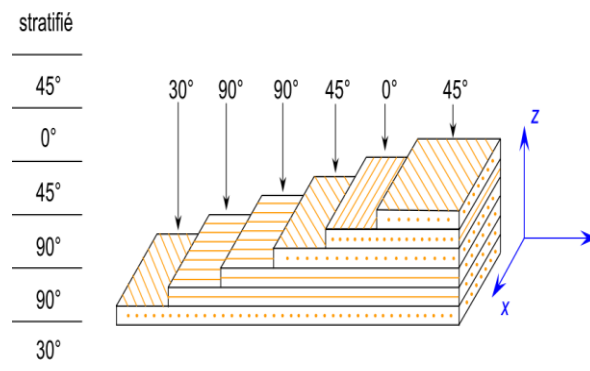


Figure 3. Exemple de stratification d'après Berthelot, 1999[5].

Ces produits présentent de meilleures qualités de fabrication, et ont de meilleures performances mécaniques lorsqu'ils travaillent dans le sens de la fibre, hormis dans la direction transverse au plan où le stratifié ne possède pas de renfort.

#### II. 4. Comportement d'un unidirectionnel

L'architecture de ces matériaux permet maintenant de dégager les grandes lignes de l'étude du comportement mécanique d'un unidirectionnel.

Le comportement du composite soumis à un chargement statique, dynamique, cyclique, ou encore thermique ou hydrique, est limité par sa résistance, ou plutôt ses résistances. En effet, la rupture du stratifié est systématiquement initiée à l'échelle des plis ou à l'échelle des constituants suite à l'apparition d'endommagements très locaux.

La complexité des mécanismes qui conduisent à la ruine du composite était toujours considérée comme totalement dégradée lorsque la première rupture locale intervenait (First Ply Failure FPF). Ce domaine donne lieu à de très nombreuses études des mécanismes de rupture/endommagement au niveau local des constituants. Les critères simples de contrainte maximale et déformation

maximale seront présentés, suivis des critères interactifs ou dits énergétiques qui sont les plus largement employés dans le dimensionnement des structures composites.

En fonction de l'arrangement géométrique des constituants du matériau composite, celui-ci va présenter un comportement plus ou moins anisotrope. De plus, l'orientation et la proportion des renforts empêcheront ou non de se développer le caractère élasto viscoplastique de la matrice ainsi que l'apparition de divers endommagements [6].

Cette analyse, ce fait généralement en deux phases :

- L'étude du comportement mécanique de chaque couche, parfois appelé comportement micromécanique ou microscopique du matériau composite. Cette étude est assez souvent désignée par microanalyse du matériau composite.
- L'étude du comportement global du matériau constitué de plusieurs couches, et désigné généralement par comportement macroscopique du matériau composite ou comportement du stratifié.

Ces deux études étant effectuées, le comportement mécanique global d'une structure en composite sera ensuite analysé en adaptant les outils classiques du calcul des structures au comportement macroscopique des matériaux composites. L'analyse des structures simples (poutres et plaques) peut généralement être abordée par une méthode analytique, alors que l'étude de structures complexes nécessite l'utilisation de la méthode des éléments finis.

### II. 4.1 Étude du comportement global

Dans un premier lieu, il est essentiel de déterminer une loi de comportement adaptée à notre matériau composite. Les nouvelles études des endommagements dans un composite ne se limitent plus à prédire la survenue d'une rupture locale, mais de savoir comment ces endommagements locaux vont affecter la tenue en service de la structure endommagée.

Nous nous sommes intéressés aux modèles appliqués aux matériaux hétérogènes et, en particulier, aux méthodes dites d'homogénéisation. Les applications les plus directes et les plus générales de ces méthodes étant les approximations définies par Voigt [7] et par Reuss [8].

Les bornes de Voigt et Reuss encadrent les propriétés élastiques d'un matériau hétérogène. Elles sont basées sur des approches variationnelles issues de théorèmes énergétiques [9].

À une échelle suffisamment fine, tous les matériaux sont hétérogènes, même les matériaux dits homogènes. Si les matériaux usuels de l'ingénieur devaient être caractérisés à cette échelle d'observation, la tâche serait infranchissable. Pour contourner cette difficulté, l'hypothèse du milieu est introduite. Celle-ci impose un concept de moyenne statistique, dans lequel la constitution réelle du matériau est idéalisée. Une fois le modèle de continuité admis, le concept d'homogénéité caractérisé par des propriétés identiques en chaque point s'en déduit.

Le niveau d'hétérogénéité intervient chaque fois que les propriétés physiques ou mécaniques du matériau sont caractérisées. Ces variations des propriétés peuvent être continues, ou discontinues comme dans le cas des composites. Dans le cas des composites, les propriétés ponctuelles du matériau varient d'une manière discontinue. Chaque phase étant supposée homogène et isotrope la discontinuité intervient aux niveaux interfaces de passage entre les diverses phases.

Il existe généralement une dimension caractéristique de l'hétérogénéité. Il existe généralement une échelle de dimension  $\delta$  à laquelle les propriétés du matériau peuvent être moyennées avec une bonne approximation. Dans ce cas, les propriétés mesurées sur un échantillon de dimension  $\delta$  sont indépendantes de l'endroit de prélèvement de l'échantillon. Dans le cadre d'un tel concept, le matériau peut alors être considéré comme étant effectivement homogène. L'existence d'une telle échelle permet d'homogénéiser le matériau. On parle alors d'homogénéité macroscopique, ou d'homogénéité statistique.

Le concept d'homogénéité tient en compte, l'analyse de la continuité des contraintes et déplacements dans chaque passage d'interface. Concevoir de tels principes reste à ce jour inaccessible dans la pratique, compte tenu du grand nombre d'interfaces à considérer. Toutefois, les nouvelles performances du matériel de calculs permettent une approche à une échelle de plus en plus fine.

## II. 4.2. Modules homogénéisés

Le concept d'homogénéisation étant introduit, il est maintenant possible d'exprimer les propriétés mécaniques homogénéisées du matériau hétérogène [1]. Ces propriétés sont déterminées sur un volume représentatif (VER) du matériau de volume  $V$  de dimension  $\delta$ . Les conditions de contraintes et déformations étant imposées à la frontière de cet élément, donne l'expression des contraintes et déformations moyennes définies par :

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_i(x_k) dV \\ \bar{\varepsilon} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_i(x_k) dV \end{cases}, i = 1, 2 \dots 6 \quad (\text{II.12})$$

où  $\sigma_i$  et  $\varepsilon_i$  sont les éléments des matrices des contraintes et déformations au point  $x_k$ , et  $dV$  l'élément entourant le point  $x_k$ . Ces relations sont tout à fait générales et permettent d'explicitier les constantes de rigidité  $C_{ij}$  et de souplesse  $S_{ij}$  par les expressions :

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = C_{ij} \bar{\varepsilon} \\ \bar{\varepsilon} = S_{ij} \bar{\sigma} \end{cases}, i = 1, 2 \dots 6 \quad (\text{II.13})$$

C'est dans ce concept d'homogénéisation que les constantes de rigidité et de souplesse seront déterminées. Si ce problème apparaît simple à résoudre dans son principe, il est en fait particulièrement complexe dans la pratique. Car ça nécessite les solutions en chaque point du matériau hétérogène des champs des contraintes et des déformations. Ces solutions exactes ne peuvent être obtenues que dans le cas de modèles géométriques simples parfaits, et plus ou moins éloignés de la réalité.

Le comportement élastique d'un matériau composite unidirectionnel peut être décrit en introduisant soit les constantes de rigidité  $C_{ij}$ , soit les constantes de souplesse  $S_{ij}$ . La loi de Hooke pour un U.D s'écrit suivant l'une des deux formes matricielles, la forme directe :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22}-C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(S_{22}-S_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

Le comportement élastique d'un matériau composite unidirectionnel est donc caractérisé par 5 coefficients indépendants :  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{23}$  et  $C_{66}$  ou leur inverse dans la matrice de souplesse.

Donc fonction des constantes de rigidité, ou de souplesse les propriétés d'un pli peuvent être établies.

### II. 4.2.1. Constance d'élasticité dans un UD en traction

$$\circ \text{ En traction longitudinale : } \begin{cases} \sigma_1 \neq 0 \\ \sigma_i = 0, \quad i = 2, \dots, 6 \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

$$\rightarrow \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0, \text{ avec } \begin{cases} \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\frac{C_{12}}{(C_{22}-C_{23})} \varepsilon_1 \\ \sigma_1 = \left( C_{11} - \frac{C_{12}^2}{(C_{22}-C_{23})} \right) \varepsilon_1 \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

D'après (II.14) et (II.15) on déduit le module d'Young longitudinal  $E_L$  et le coefficient de Poisson  $\nu_{LT}$  dans une traction longitudinale :

$$\begin{cases} E_L = C_{11} - \frac{C_{12}^2}{(C_{22}-C_{23})} \\ \nu_{LT} = \frac{C_{12}}{(C_{22}-C_{23})} \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

En utilisant la matrice de souplesse, ces équations d'élasticité s'écrivent :

$$\begin{cases} E_L = \frac{1}{S_{11}} \\ \nu_{LT} = \frac{S_{12}}{S_{11}} \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

$$\circ \text{Traction transversale : } \begin{cases} \sigma_2 \neq 0 \\ \sigma_i = 0, i \neq 2 \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

→  $\varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0$ , avec :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = -\frac{C_{12}(C_{23}-C_{22})}{C_{12}^2-C_{11}C_{22}} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 = \frac{C_{12}^2-C_{11}C_{23}}{C_{12}^2-C_{11}C_{22}} \varepsilon_2 \\ \sigma_1 = \left[ C_{22} + \frac{C_{12}^2(C_{22}-2C_{23})+C_{11}C_{23}^2}{C_{12}^2-C_{11}C_{22}} \right] \varepsilon_2 \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

D'après (II.19), le module d'Young longitudinal  $E_T$  et les coefficients de Poisson  $\nu_{TL}$  et  $\nu_{TT}$  dans une traction transversale seront donnés par :

$$\begin{cases} E_T = C_{22} + \frac{C_{12}^2(C_{22}-2C_{23})+C_{11}C_{23}^2}{C_{12}^2-C_{11}C_{22}} \\ \nu_{TL} = \frac{C_{12}(C_{23}-C_{22})}{C_{12}^2-C_{11}C_{22}} \\ \nu_{TT} = \frac{C_{12}^2-C_{11}C_{23}}{C_{12}^2-C_{11}C_{22}} \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

En termes de souplesse, ces équations d'élasticité s'écrivent :

$$\begin{cases} E_L = \frac{1}{S_{22}} \\ \nu_{LT} = \frac{S_{12}}{S_{22}}, \nu_{TT} = \frac{S_{23}}{S_{22}} \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

D'après les équations d'élasticité en traction transversale et longitudinale (II.21) et (II.17) on aura :

$$\frac{E_L}{\nu_{TL}} = \frac{E_T}{\nu_{LT}} \quad (\text{II.22})$$

#### II. 4.2.2. Constance d'élasticité dans un UD en cisaillement

$$\circ \text{Cisaillement longitudinal } \begin{cases} \sigma_5 \neq 0 \\ \sigma_i = 0, i \neq 5 \end{cases}, \text{ ou } \begin{cases} \sigma_6 \neq 0 \\ \sigma_i = 0, i \neq 6 \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

Dans le deuxième cas, les équations d'élasticité s'écrivent :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0 \\ \sigma_6 = C_{66}\varepsilon_6 \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Le module de cisaillement longitudinal  $G_{LT}$  se calcul par :

$$G_{TL} = C_{66}, \text{ ou } G_{TL} = \frac{1}{S_{66}} \quad (\text{II.25})$$

Dans le cas d'isotropie longitudinal  $G_{TL} = G_{LT}$

$$\circ \text{ Cisaillement transversal } \begin{cases} \sigma_4 \neq 0 \\ \sigma_i = 0, i \neq 4 \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Dans ce cas, les équations d'élasticité s'écrivent :

$$\begin{cases} \varepsilon_i = 0, i \neq 4 \\ \sigma_4 = \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23})\varepsilon_4 \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

Et le module de cisaillement longitudinal  $G_{LT}$  :

$$G_{TT'} = \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}), \text{ ou } G_{TL} = \frac{1}{2(S_{22} - S_{23})} \quad (\text{II.28})$$

Dans le cas d'isotropie transversal  $G_{TL} = G_{LT}$

Le module de Young transversal et le module de cisaillement transversal sont liés par la relation :

$$G_{TL} = \frac{E_T}{2(1+\nu_{TT'})} \quad (\text{II.29})$$

L'idée générale sur le comportement mécanique d'un matériau unidirectionnel est établie. Son comportement est caractérisé par 5 grandeurs indépendantes. Parmi les modules d'élasticité, seuls 5 modules sont donc indépendants. D'autres, méthode dérivant du calcul analytique existe, pour plus d'explicités littéraire veuillez consulter [1].

Le recours aux méthodes numériques pour calculer les propriétés d'un composite est devenu systématique. Moyennant des langages de programmation tels que : Fortran, Matlab... Qui donne plus de possibilités de programmation en un temps court.

## II. 5. Mécanismes de dommages dans un unidirectionnel

Pour étudier de façon plus systématique, l'endommagement des composites, il faut revenir aux mécanismes de rupture/endommagement apparaissant au niveau local des constituants. Ensuite, introduire le critère convenable au dommage enregistré.

### II. 5.1. Mécanismes primaires

Par définition, un mécanisme primaire dans un composite soumis à une sollicitation mécanique, intervient suite à un endommagement local qui se manifeste au niveau des constituantes ruptures



des fibres, rupture de la matrice, ou la décohésion fibres/matrice. Un autre type de dommage interfacial se manifeste, sous forme fissuration dans la zone d'interaction fibres/matrice. La combinaison de ces divers mécanismes élémentaires conduit le matériau à la ruine du composite UD.

Ces premières observations qualifiées de microscopiques apparaissent au niveau de la matrice du composite lorsqu'on atteint la rupture. Par ailleurs, l'endommagement des renforts n'aura lieu qu'au moment de la rupture. Les conséquences de ces dommages peuvent être localisées aux constituants ou bien intervenir à l'échelle du pli. On parle alors de fissurations au niveau des plis ou d'un ensemble de constituants.

Les ruptures à l'échelle des constituants présentent quatre aspects distincts de rupture illustrée sur la figure 4 :

⇒ Rupture fibre en tension si  $\sigma_f > \sigma_{fut}$

⇒ Rupture matrice en tension  $\sigma_m > \sigma_{mut}$

⇒ Rupture matrice en cisaillement si  $\tau_m > \tau_{mut}$

⇒ Rupture interface fibre-matrice (décohésion) si  $\tau_i > \tau_{iut}$

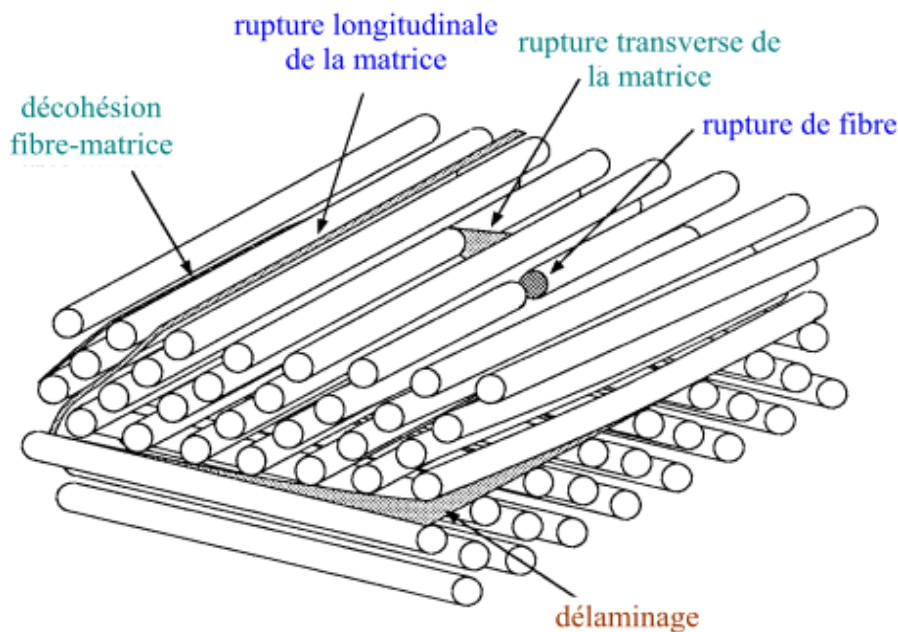


Figure 4. Modes de rupture à l'échelle des constituants d'après Berthelot [1].

On notera que la rupture des fibres n'intervient que dans la direction de renforcement principal. En effet, on imagine mal comment une rupture transverse de la fibre serait possible, car il semble peu probable de réussir à imposer un champ de contrainte transverse à cette échelle, de plus l'interface fibre-matrice romprait bien avant la fibre.

Les résistances à l'échelle des plis UD sont déterminées suivant le type de sollicitation (indices t, tension ou en compression indices, c). De même pour le chargement (X note, un chargement dans la direction des fibres, et Y transverse aux fibres et S en cisaillement plan). La résistance en traction transverse est une faiblesse des matériaux UD. Le renforcement dans cette direction (hors plan),

est bénéfique lors du développement de structures 3D. Connaissant ces résistances, on peut avoir une idée sur les mécanismes de rupture qui surviennent localement et leurs conséquences sur la résistance.

### II. 5.1.1. Tension dans la direction des fibres

En traction, une fibre rompt lorsque la contrainte à la rupture  $\sigma_{fut}$  dans une fibre est atteinte. En général, cela se produit souvent dans les plis les moins désorientés par rapport à la direction de sollicitation. Les fibres considérées ici ont un comportement linéaire en traction, par contre la matrice à un comportement non linéaire.

Allons de l'hypothèse, que le comportement de la matrice dans le composite est le même que pour une résine massive, on peut relier la contrainte ultime dans le pli  $\sigma_{Lu}$  aux contraintes dans les constituants via la loi des mélanges. Deux cas seront possibles à traité cas  $\epsilon_{fu} < \epsilon_{mu}$ , et  $\epsilon_{fu} > \epsilon_{mu}$ . Les types de ruptures prévues sont représentés sur la figure 5.

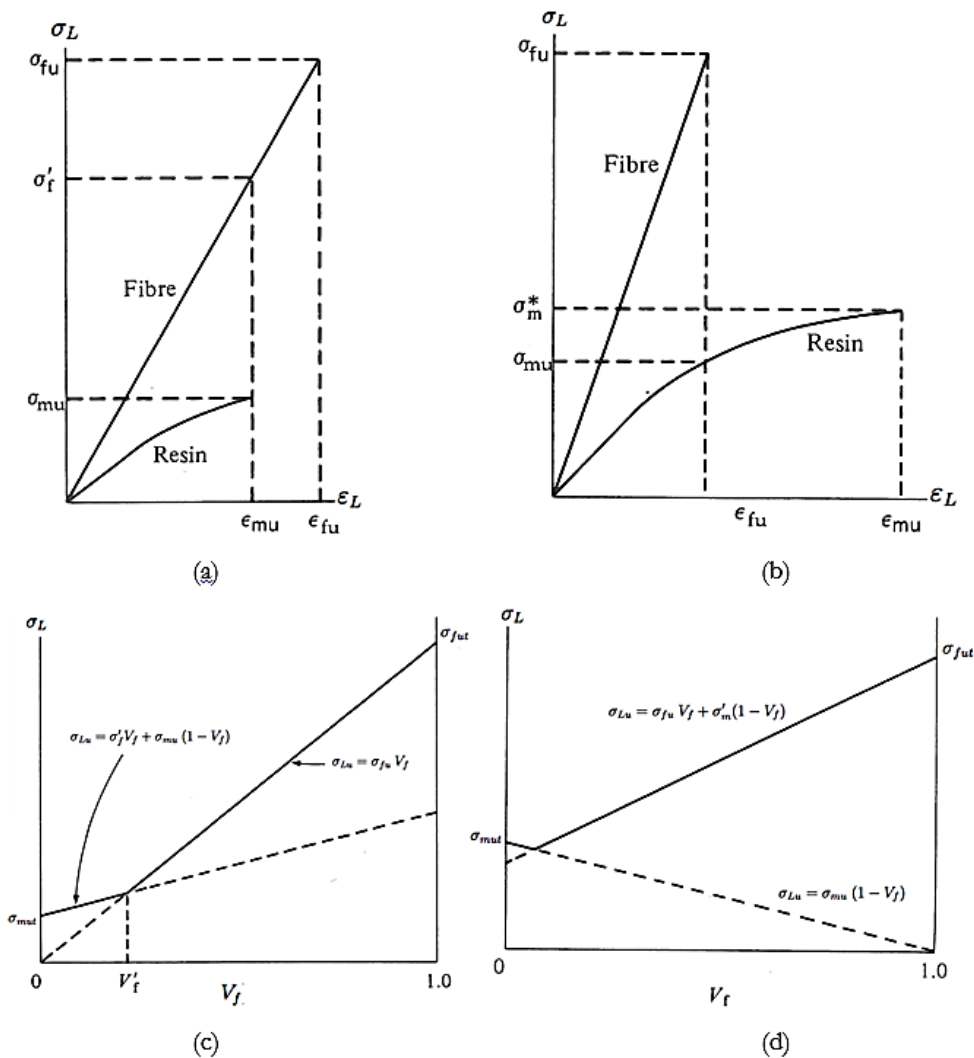


Figure 5 : Rupture en tension du pli et contrainte dans le pli en fonction de la fraction de fibres.

(a)-(c)  $\epsilon_{fu} > \epsilon_{mu}$ , et (b)-(d)  $\epsilon_{fu} < \epsilon_{mu}$  [2].

- Dans le cas  $\varepsilon_{fu} < \varepsilon_{mu}$ , la rupture des fibres intervient avant la rupture de matrice. À faible taux de fibres, la rupture des fibres ne suffit pas à rompre entièrement la matrice, mais comme la section 'effective' supportant le chargement diminue, la limite à rupture est plus faible que pour la résine seule. Au contre, si le taux de fibres s'élève, la résine seule ne peut supporter le chargement, et rompt dès que la limite des fibres est atteinte.
- Lorsque  $\varepsilon_{fu} > \varepsilon_{mu}$ , la rupture des fibres se manifeste après la rupture de la matrice. Deux régimes de résistance selon la fraction volumique de fibres sont distingués. À faible taux de fibres, la matrice va limiter la résistance du pli. Par contre, à fort taux de fibres, la matrice va rompre en tension (mode d'ouverture I en mécanique de la rupture), et les de fibres vont continuer à supporter la charge jusqu'à atteindre leur rupture.

D'autres études menées sur la rupture des UD, s'articulent sur les états de contraintes redistribuées en bout des fibres rompues, dans le cas des fissures matricielles. Les modèles élaborés montrent que le type de rupture finale dépend directement des rapports des résistances sous les différentes sollicitations appliquées (sens fibres, sens transverse, et en cisaillement).

### II. 5.1.2. Tension dans le sens transverse des fibres

Sous la sollicitation en traction transverse, le composite présente une faiblesse flagrante. Et même si l'orientation des fibres correspond à la direction du chargement principal, on ne peut pas éliminer cette singularité transverse. De plus, cette résistance transverse dépend de plusieurs paramètres contrôlables tels que les propriétés des fibres, de la matrice, et d'autres aléatoires dépendant de la nature du matériau tel que l'interface fibre/matrice, taux des vides, de la distribution des champs de contraintes et de déformations dus à l'interaction entre fibres ...

La résistance mesurée pour un pli en traction transverse étant plus faible que la contrainte limite de la résine seule, la ruine transverse du composite résulte de la nucléation puis de la croissance-coalescence des fissures locales, souvent autour des fibres, dans les zones denses en fibres.

La résistance étant limitée par le comportement de la résine, la contrainte ultime du pli  $\sigma_{Tu}$  dépendras donc de la contrainte ultime de la résine  $\sigma_{mu}$  et à la fraction de fibres.

$$\sigma_{Tu} = \sigma_{mu} \left( \sqrt{\frac{4}{\pi} V_f} \right) \quad (\text{II.30})$$

En vue de non-linéaire du comportement de la résine Kies [20], trouve qu'il est judicieux de considérer le problème écrit en déformations. Pour des fibres de diamètres  $d_f$  dont les centres sont distants de  $\delta$ , la concentration des déformations pour un arrangement carré est :

$$\beta = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_f} = \left[ \left( \frac{d_f}{\delta} \right) \left( \frac{E_{ft}}{E_m} \right) + \left( 1 - \frac{d_f}{\delta} \right) \right]^{-1} \quad (\text{II.31})$$

Si en prend l'exemple d'un UD Carbone/Époxy à 60% de fibres de diamètre  $d_f = 7\mu\text{m}$ , en arrangement hexagonal, le coefficient  $\beta$  est de 5 et 7,5 pour un arrangement carré. Ainsi, pour des résines dont la limite à rupture est de 4 %, la fissuration transverse pourrait survenir dès 0,5% de déformation, même dans des résines ductiles. Finalement, les modèles basés sur cette approche donnent des résultats assez proches des mesures expérimentales.

### II. 5.1.3. Divers

D'autres mécanismes d'endommagement tel que, la compression et le cisaillement, mènent aux observations suivantes : lors d'un des essais de compression pure (mêmes empilements) les résistances mesurées sont nettement plus faibles que les résistances en tension [10]. Donnant lieu à une instabilité géométrique au niveau des fibres de renfort, appelées microflambage.

Les modèles micromécaniques proposées pas Rosen [11] puis Argon [12], et Budiansky et Fleck [13] ont permis d'affiner la prévision de la contrainte critique d'apparition du microflambage. Dans son modèle simpliste de Rosen, démontre que la contrainte critique est directement proportionnelle à la rigidité en cisaillement du composite.

Maintenant que les mécanismes de ruptures locaux ont été détaillés, il faut étendre la notion de zone de sécurité pour le dimensionnement, ce qui se traduit plus facilement en critère. On vient de voir que la rupture pouvant survenir dans un composite résulte en général de la combinaison de divers mécanismes, à l'échelle des constituants, mais dont la portée peut être à l'échelle du pli puis de la structure.

## II. 6. Critères de rupture des unidirectionnels

Les critères de rupture ont pour objectif de permettre au concepteur d'avoir une évaluation de la résistance mécanique des stratifiés. Cette résistance mécanique correspond à une dégradation irréversible, soit à la ruine du matériau, soit à la limite du domaine élastique.

Les critères de rupture sont établis dans le cas d'une couche d'un stratifié et peuvent être classés suivants :

- Des critères en contraintes maximales ;
- Des critères en déformations maximales ;
- Des critères interactifs, souvent appelés critères énergétiques.

Pour le chargement uniaxial longitudinal de la couche (voir la figure 7a), les relations élastiques sont :

$$\begin{cases} \sigma_1^j = E_i \varepsilon_1^j \\ \tau_{12}^R = G_{12} \gamma_{12}^R \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

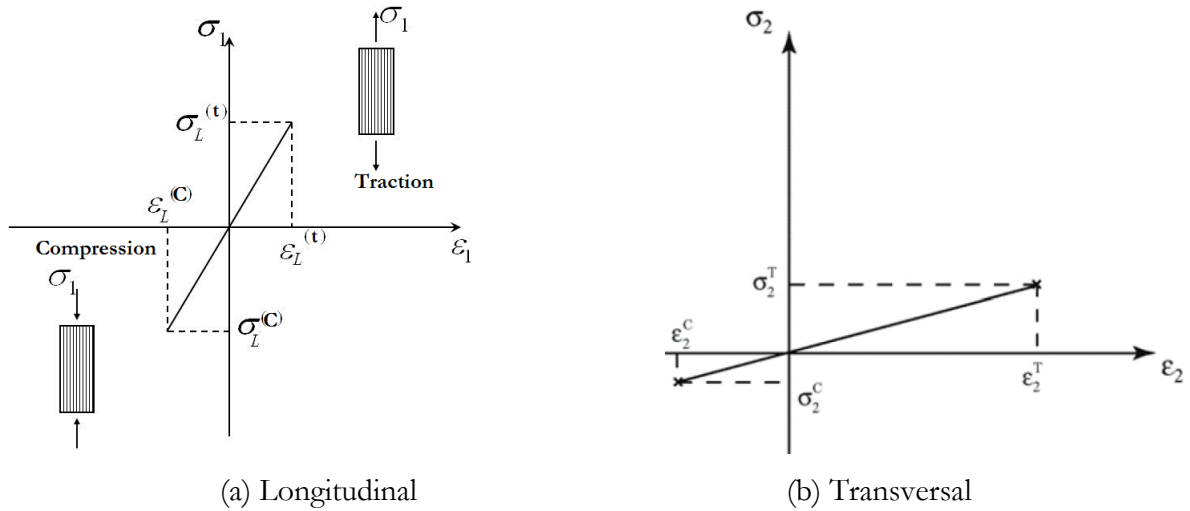


Figure 6. Courbe typique Contrainte / Déformation d'une couche en chargement uniaxial [5].

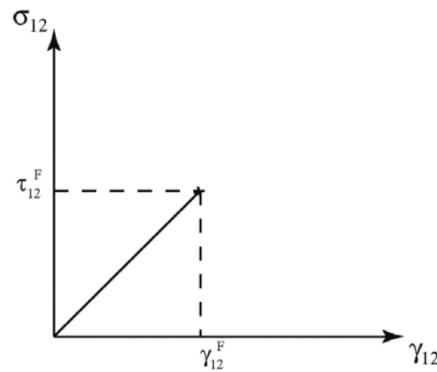


Figure 7. Courbe contrainte-déformation en chargement de cisaillement d'une couche [5].

### II. 6.1. Critère en contraintes maximales

Dans le critère de rupture en contrainte maximale, la rupture de la couche est supposée se produire chaque fois qu'une composante de contrainte normale ou de cisaillement est supérieure ou égale la résistance ultime correspondante. Ce critère est écrit mathématiquement comme suit :

$$\begin{cases} -\sigma_i^C < \sigma_i < \sigma_i^T \\ \|\tau_{12}\| < \tau_{12}^R \end{cases} \tag{II.33}$$

L'enveloppe de la rupture dans ce critère est clairement illustrée dans la figure. 8. L'avantage de ce critère est qu'il est simple à utiliser, mais son inconvénient majeur est qu'il ne tient pas compte des interactions entre les composantes de contrainte. Le critère prédit des modes de défaillance spécifiques du fait que la contrainte dans chaque direction principale de matériau est comparée à la résistance dans cette direction.

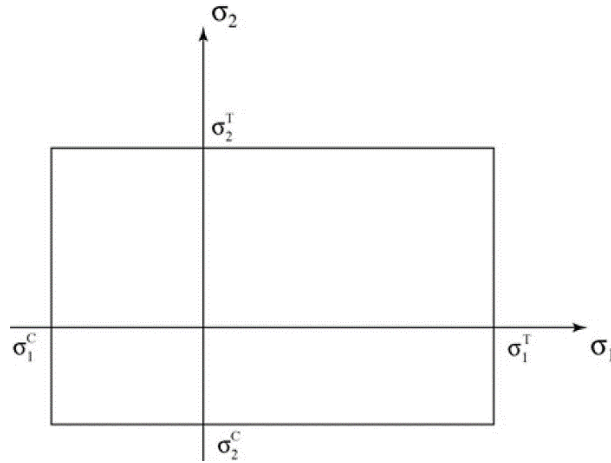


Figure 8. Enveloppe de rupture pour le critère de rupture utilisant les contraintes maximales [5]

Dans le cas où l'état des contraintes est exprimé en dehors des axes de principales, il faut une rotation d'un angle  $\theta$  (voir figure 9). Dans ce cas, les contraintes exprimées dans les axes principaux s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_{xx} \cos 2\theta + \sigma_{yy} \sin 2\theta + 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_2 = \sigma_{xx} \sin 2\theta + \sigma_{yy} \cos 2\theta - 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{12} = (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{xy} (\cos 2\theta - \sin 2\theta) \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

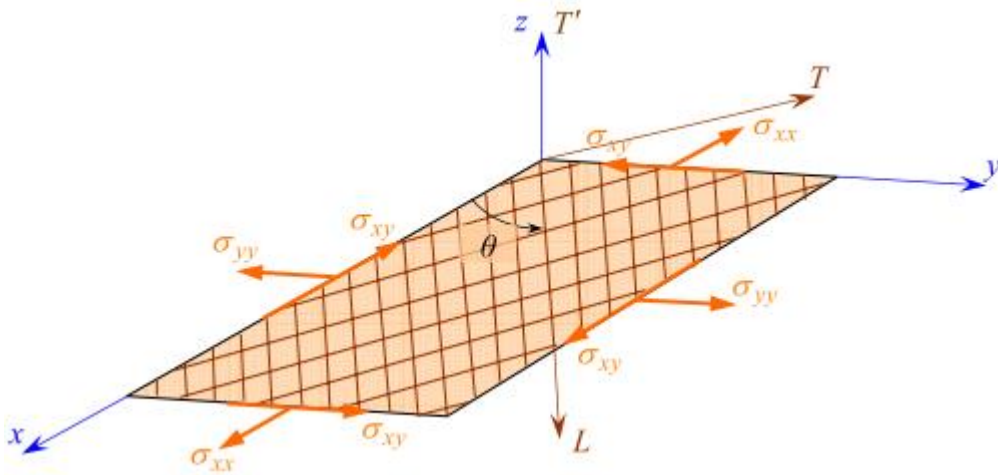


Figure 9. Couche rapportée à des axes de référence quelconques[1]

### II. 6.2. Critère en déformation maximale

Ce critère repose sur le même principe que le précédent, sauf qu'on fait appel aux déformations maximales correspondantes à la rupture.

Dans les axes principaux :

$$\begin{cases} -\varepsilon_i^C < \varepsilon_i < \varepsilon_i^T \\ \|\gamma_{12}\| < \gamma_{12}^R \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

où  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  et  $\gamma_{12}$  sont les composantes de déformations dans l'axe principal du matériau. Dans ce cas, on aura la relation suivante entre les déformations et les contraintes dans le sens longitudinal :

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1^t}{E_1} = \frac{\sigma_1}{E_1} - \nu_{12} \frac{\sigma_2}{E_2} \tag{II.36}$$

On simplifiant (II.36) on aura:  $\sigma_2 = \frac{\sigma_1 - \sigma_1^t}{\nu_{12}}$  (II.37)

De même, on a la relation suivante entre les déformations et les contraintes dans le sens transversal:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2^t}{E_2} = \frac{\sigma_2}{E_2} - \nu_{21} \frac{\sigma_1}{E_1} \tag{II.38}$$

On simplifiant (II.38) on aura:  $\sigma_2 = \nu_{21}\sigma_1 + \sigma_2^t$  (II.39)

L'enveloppe de rupture pour ce critère est clairement représentée sur la figure 10.

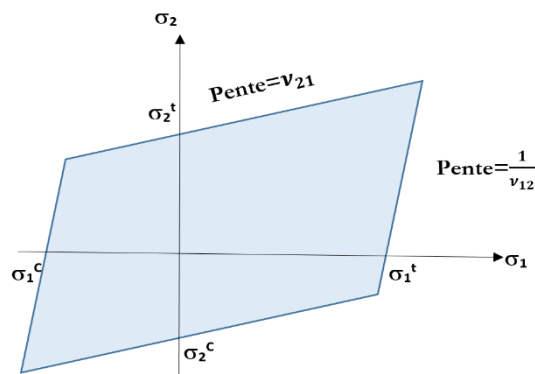


Figure 10. Enveloppe des contraintes de rupture, critère en déformation maximale [1].

Pour avoir une idée sur l'efficacité de ces deux critères la figure 11, montre la comparaison entre les deux enveloppes de critère de rupture de la Contrainte maximale et de la Déformation maximale.

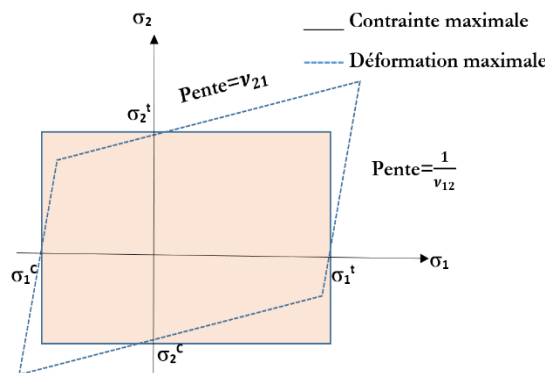


Figure 11. Comparaison entre l'enveloppe du critère de rupture en contrainte et déformation maximale[1].

### II. 6.3. Critères interactifs

Les critères en contraintes maximales et en déformations maximales ne permettent pas de rendre compte de l'ensemble des résultats expérimentaux. D'autre part, ces critères excluent l'existence d'interactions entre les contraintes ou déformations dans les axes des matériaux : les mécanismes de rupture longitudinale, transversale ou en cisaillement sont supposés se produire indépendamment.

Des critères interactifs ont alors été recherchés en étendant aux matériaux orthotropes le critère de Von Mises, utilisées pour les matériaux isotropes. Le critère de Von Mises est relié à l'énergie de déformation emmagasinée par unité de volume du matériau déformé. C'est la raison pour laquelle ces critères interactifs sont parfois appelés critères énergétiques. Toutefois, dans le cas de matériaux orthotropes, ces critères ne sont plus reliés exclusivement à l'énergie de déformation[Berthelot].

### II. 6.3.1 Critère de Tsai-Hill

Le critère de la rupture donnée par Tsai-Hill [14] dérive du critère de Von Mises pour les matériaux isotropes reposants sur l'énergie de déformation élastique, mais avec les modifications appropriées, il est appliqué à des matériaux anisotropes. Dans ce critère, la ruine est supposée se produire à chaque fois où l'énergie de distorsion est supérieure ou est égale à une certaine valeur liée à la résistance de la couche. Ce critère ne fait pas de distinction entre la traction et à la compression.

Le critère de Tsai-Hill s'annonce comme suit:

$$\frac{\sigma_1^2}{(\sigma_1^R)^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{(\sigma_1^R)^2} + \frac{\sigma_2^2}{(\sigma_2^R)^2} + \frac{\tau_{12}}{(\tau_{12}^R)^2} \leq 1 \quad (\text{II.40})$$

Le tracer de l'enveloppe de rupture de cette condition est représenté sur la figure 12.

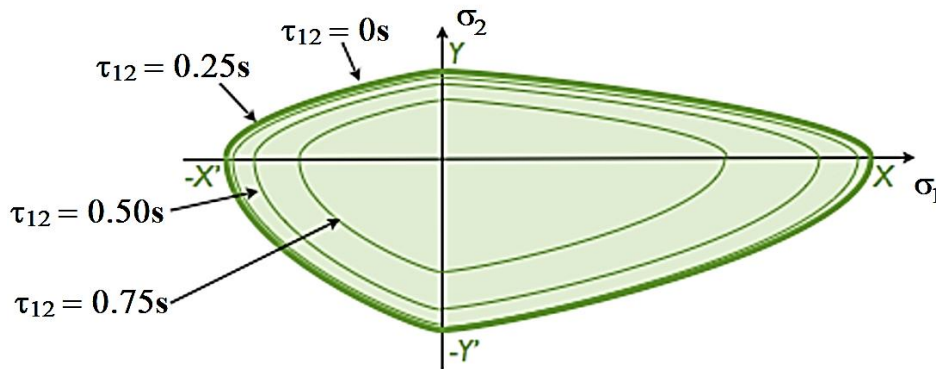


Figure 12. Enveloppe de rupture pour la théorie de rupture Tsai-Hill [1, 14].

L'avantage de ce critère est qu'il existe une interaction entre les composantes de contrainte. Cependant, ce critère ne fait pas de distinction entre la traction et la compression. Présente des difficultés d'utilisation par rapport au critère de la Contrainte maximale ou le critère de la Déformation maximale.

### II. 6.4. Critère de Tsai-Wu

Tsai-Wu fondent leur critère sur l'énergie de déformation à la rupture [14]. Dans cette théorie, la rupture est supposée se produire dans couche si la condition suivante est satisfaite:

$$F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{12}\sigma_1\sigma_2 \leq 1 \quad (\text{II.41})$$

où les coefficients  $F_{11}$ ,  $F_{22}$ ,  $F_{66}$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ , et  $F_{12}$  sont donnés par:



$$\begin{cases} F_{11} = \frac{1}{\sigma_1^t \sigma_1^c} \\ F_{22} = \frac{1}{\sigma_2^t \sigma_2^c} \\ F_1 = \frac{1}{\sigma_1^t} - \frac{1}{\sigma_1^c} \\ F_2 = \frac{1}{\sigma_2^t} - \frac{1}{\sigma_2^c} \\ F_{66} = \frac{1}{(\tau_{12}^R)^2} \end{cases} \quad (\text{II.42})$$

$F_{12}$  est déterminé expérimentalement, mais Tsai-Hahn ont donné une expression pour calculer approximativement ce coefficient d'après la formulation suivante:

$$F_{12} \approx -\frac{1}{2} \sqrt{F_{11} F_{22}} \quad (\text{II.43})$$

Cette nouvelle adaptation du critère donne une enveloppe schématisée sur la figure 13.

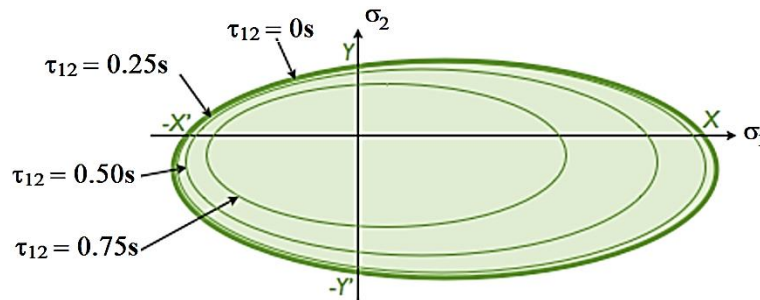


Figure 13. Enveloppe de rupture elliptique, modèle Tsai-Wu[14]

Ce critère a le même avantage et inconvénient que celui de Tsai-Hill sauf pour l'enveloppe elliptique qui réduit considérablement les surdimensionnements dans les plaques composites.

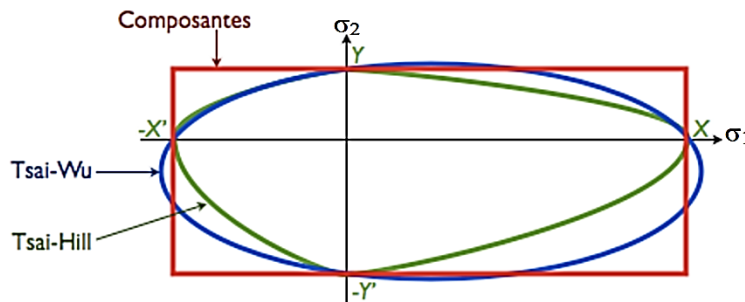


Figure 14. Comparaison entre les trois enveloppes de critère de rupture[14].

La figure 14 compare les enveloppes de rupture entre les différents critères lors de la caractérisation de la rupture d'un composite.

## II. 6.5. Critère de Hashin en 3D

C'est un critère de rupture interactif, où plusieurs composantes de contrainte sont utilisées pour évaluer les différents modes de rupture [1]. À l'origine développé pour les composites polymères

unidirectionnels, il a été développé également pour les applications à d'autres types de stratifiés et composites non polymères.

Habituellement, le critère de Hashin est implémenté dans le cas de l'approche classique de stratification en deux dimensions. Les calculs de la dégradation du pli soumis à une contrainte sont pris comme le modèle de la dégradation des composites stratifiés. Les indices de rupture pour le critère de Hashin sont liés aux modes de ruine des fibres et de la matrice. Ils font intervenir quatre modes de rupture. Les critères sont étendus aux problèmes trois dimensions où les critères de contraintes maximales sont utilisés pour la composante de contrainte transversale normale.

Les modes de rupture inclus dans les critères de Hashin sont les suivants :

1. Rupture en traction de la fibre pour  $\sigma_{11} \geq 0$

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_{12}^2} = \begin{cases} \geq 1 & \text{Rupture} \\ < 1 & \text{non} \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

2. Rupture en compression de la fibre pour  $\sigma_{11} < 0$

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_C}\right)^2 = \begin{cases} \geq 1 & \text{Rupture} \\ < 1 & \text{non} \end{cases} \quad (\text{II.45})$$

3. Rupture en traction de la matrice pour  $\sigma_{22} + \sigma_{33} > 0$

$$\frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{Y_T^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_{23}^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_{12}^2} = \begin{cases} \geq 1 & \text{Rupture} \\ < 1 & \text{non} \end{cases} \quad (\text{II.46})$$

4. Rupture en compression de la matrice pour  $\sigma_{22} + \sigma_{33} < 0$

$$\left[\left(\frac{Y_C}{2S_{23}}\right)^2 - 1\right] \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_C}\right) + \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{4S_{23}^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_{23}^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_{12}^2} = \begin{cases} \geq 1 & \text{Rupture} \\ < 1 & \text{non} \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

5. Rupture interlaminaire en traction pour  $\sigma_{33} > 0$

$$\left(\frac{\sigma_{33}}{Z_T}\right)^2 = \begin{cases} \geq 1 & \text{Rupture} \\ < 1 & \text{non} \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

6. Rupture interlaminaire en traction pour for  $\sigma_{33} < 0$

$$\left(\frac{\sigma_{33}}{Z_C}\right)^2 = \begin{cases} \geq 1 & \text{Rupture} \\ < 1 & \text{non} \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

où,  $\sigma_{ij}$  désignent les composantes de la contrainte et des résistances à la traction et à la compression admissible pour pli qui sont désignés par les indices T et C, respectivement.  $X_T$ ,  $Y_T$ ,  $Z_T$  désigne les résistances à traction admissibles dans trois directions respectives du matériau. De même,  $X_C$ ,  $Y_C$ ,  $Z_C$  désigne les résistances à la compression admissible dans trois directions respectives du matériau. En outre,  $S_{12}$ ,  $S_{13}$  et  $S_{23}$  représentent les résistances de cisaillement admissible dans les directions principales respectives du matériau.

## II. 7. Conclusion

Le modèle micromécanique permet de déterminer les caractéristiques élastiques du matériau à partir des données matériau sur la fibre et la matrice par la technique d'homogénéisation.

Déterminer les lois de comportement fondées sur une approche d'homogénéisation permet de modéliser le comportement mécanique du matériau composite UD.

L'objectif de cette étude étant de valider les lois de comportement développées précédemment pour notre matériau. Ces lois sont appliquées à l'analyse de l'impact à basse vitesse. Par la suite, le modèle développé est introduit dans un code de calcul par éléments finis non linéaires explicite.

Les critères précédents suffisent généralement pour décrire les divers résultats expérimentaux observés. Toutefois, une des façons d'améliorer la corrélation entre résultats expérimentaux et numériques est d'accroître le nombre de paramètres des équations théoriques. Ce fait, associé à la possibilité de représenter les critères de rupture sous forme tensorielle, qui sera décrit dans le chapitre III, qui explicitera les différents faciès de la théorie des plaques.

## Références

- [1]. J.-M. Berthelot, Mécanique des Matériaux et Structures Composites - 4<sup>ème</sup> édition, Éd. Le Mans ; 2010.
- [2]. Abir AL-MAGHRIBI, Comportement des matériaux composites a fibres courtes : applications à l'impact basse vitesse, Thèse de Doctorat, Université de Toulouse ; 2008.
- [3]. Techniques de l'ingénieur/Plastiques et composites/Composites/Charges et fibres de renforcement/Fibres, fils et tissus textiles (A3980).
- [4]. Vincent Acary, Bernard Brogliato : Coefficients de restitution et efforts aux impacts : Revue et comparaison des estimations analytiques, [Research Report] RR-5401, 2004, pp.162. <inria-00070602>.
- [5]. J.-M. Berthelot, Matériaux Composites - Comportement mécanique et analyse des structures, 3<sup>ème</sup> édition, Éd. Tec & Doc 1999
- [6]. B. Bonnet., Comportement au choc de matériaux composites pour applications automobiles. Thèse de l'École des Mines de Paris 2005.
- [7]. W. Voigt., Lehrbuch der kristallphysik, Teubner, Berlin 1990.
- [8]. A. Reuss., Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitäts bedingung für einkristalle. Z.fur. angew. Math. Und Mech., Vol.9, pp. 49-58. 1929.
- [9]. S. Drapier, Mécanique des Composites Hautes Performances, Version 2 ; 2014.
- [10]. ROSEN B.W., Tensile Failures of Fibrous Composites, AIAA J., Vol. 11, Nov. 1964.
- [11]. Zaoui, François, Pineau., Comportement mécanique des matériaux : élasticité et plasticité. Edition Hermès, 2<sup>ème</sup> édition ; 1992.
- [12]. D. Gay, Lavoisier, Matériaux Composites, 5<sup>ème</sup> édition révisée, 2005
- [13]. B. Budiansky and N. A. Fleck, J. Mech. Phys. Solids 41, 183; 1993.
- [14]. A. Zaoui, Matériaux hétérogènes et composites, Majeur de Mécanique de l'École Polytechnique, 1996.
- [15]. S. Tsai, Composite design, Think Composites ; 1988
- [16]. S.Laroze et J.-J. Barrau, Mécanique des Structures, Tome 2 Poutres, Éd. Masson 1991.
- [17]. Theories of elastic plates, V. Panc, Éd. Noordhoff International Publishing; 1975.
- [18]. M. F. Ashby, Materials Selection in Mechanical Design, 3rd edition, Éd. Butterworth-Heinemann; 2005
- [19]. L.N. Philips, Design with Advanced Composite Materials, Éd. Springer-Verlag; 1989.
- [20]. Fracture of Nonmetals and Composites publié par H. Liebowitz

### III. 1. Introduction

Il existe différents modèles numériques de matériaux disponibles dans la littérature pour prédire les dommages (initiation/évolution) dans le composite en cas de chargement d'impact (par exemple, les travaux de Santos [1], Riccio [2], de Vasconcellos [3], Malekzadeh Fard [4] et Feng [5]).

En ayant recours au calcul numérique (temps réduit et sans pénalité de coût), la prédiction de l'étendue des dommages après l'impact d'une structure composite est devenue plus facile (Wei Tan [13], Singh [14]).

Quelques travaux de recherche sur ce sujet ont été menés, comme les ouvrages de Jones [15], Barbero [16,17] et Hashin [18]. Les études sur les dégâts de l'impact ont porté sur des mécanismes de dommages, propriété résiduelle post-impact, caractérisation et résistance aux endommagements (Aare [19], Arias [20]).

La capacité de prédire avec précision le comportement des matériaux composites soumis à l'impact nécessite l'utilisation de modèles de matériaux qui représentent les mécanismes d'endommagement multiples (Richardson [22] et Shyr [23]). Plusieurs chercheurs ont proposé des modèles qui cherchent à saisir les degrés variables de ces mécanismes comme les travaux de Yamada-Sun [25], Hart-Smith [26], Hashin [18] et Puck [27].

Le modèle qui fonctionnera le mieux pour un problème d'impact réaliste dépend donc de nombreux facteurs, y compris le modèle de comportement du matériau, la charge structurale, la vitesse d'impact et des conditions aux limites. Par conséquent, avoir la capacité d'incorporer l'endommagement et la rupture dans un modèle pour le problème en cause est d'une grande utilité. Ces modes de défaillance dépendent des conditions de chargement.

Pour un IFV (impact faible vitesse), le mode de rupture et l'absorption d'énergie dépendent fortement de la taille de l'échantillon impacté, de la rigidité et des conditions aux limites (Aare [19], Arias [20]).

L'impact faible vitesse peut être traité comme un événement quasi statique, la limite supérieure qui peut varier la vitesse d'impact d'un à plusieurs dizaines de mètres par seconde dépend de la rigidité de la cible, les propriétés du matériau et la masse de l'impacteur et de la rigidité (Anderson et Morris [30]).

Les travaux menés par Boukhoula et al. [45] portent sur la réalisation d'essai d'impact sur des éprouvettes en matériaux composites (verre/polyester) à l'état sec. Ces essais ont permis de déterminer : la force d'impact, le déplacement et le temps de contact, estimer l'endommagement produit et analyser l'influence de la hauteur de chute sur les différentes réponses mécaniques enregistrées. Ces tests sont réalisés sur une tour de chute à poids tombant.

L'éprouvette d'impact est une plaque rectangulaire en composite stratifié de type verre/polyester à huit couches  $[0_3/90]_s$ , dont les dimensions sont les suivantes :  $150 \times 100 \times 4.5 \text{ mm}^3$ . Les éprouvettes ont été découpées dans une même plaque de composite.

Le stratifié est fabriqué en utilisant la méthode de moulage au contact, pour chaque pli du stratifié, on a une fraction volumique de 34%. Les essais d'impact sont réalisés en configuration de flexion 3 points, généralement utilisés pour les spécimens en compression après un test d'impact [36,37].

L'impacteur à une forme hémisphérique, avec un diamètre de 16mm et une masse 1.825kg. Trois niveaux énergétiques sont considérés : 9J (hauteur de chute : 0.5m ; niveau 1), 13.6J (hauteur de chute : 0.75m ; niveau 2) et 18.16J (hauteur de chute : 1m ; niveau 3).

Une modélisation numérique des essais d'impacts à faible vitesse est réalisée dans ce chapitre. Les endommagements dans la plaque composite sont déterminés en implémentant le critère d'endommagement de Hashin dans le modèle FE.

En outre, une étude paramétrique est réalisée pour mettre en évidence l'effet des paramètres de conception pertinents sur la réponse mécanique du composite stratifié vis-à-vis de l'impact.

### III. 2. Propriétés des constituants du modèle

Avant de réaliser la simulation, la première étape consiste à définir toutes les caractéristiques géométriques et mécaniques des différents composants de ce modèle. Les géométries seront réalisées directement sur ABAQUS [39], par contre les caractéristiques mécaniques de la plaque et de l'impacteur doivent être calculées théoriquement par l'approche micromécanique des plis unidirectionnels. Les propriétés des fibres et de la matrice utilisées lors du calcul micromécanique sont :

| Fibre de Verre- S                        |             | Résine Polyester                 |             |
|--|-------------|----------------------------------|-------------|
| Propriétés                               | Valeurs     | Propriétés                       | Valeur      |
| $E_{11}$ (GPa)                           | 87.9082     | $E_{11}$ (GPa)                   | 3.24054     |
| $E_{22}$ (GPa)                           | 87.9082     | $E_{22}$ (GPa)                   | 3.24054     |
| $G_{12}$ (GPa)                           | 35.6459     | $G_{12}$ (GPa)                   | 1.17211     |
| $G_{23}$ (GPa)                           | 35.6459     | $G_{23}$ (MPa)                   | /           |
| $\nu_{12}$                               | 0.2         | $\nu_{12}$                       | 0.38        |
| $\nu_{23}$                               | 0.2         | $\nu_{23}$                       | 0           |
| $\sigma_1^t$ (GPa)                       | 4.59000     | $\sigma_1^t$ (MPa)               | 71.7055     |
| $\sigma_1^c$ (GPa)                       | -2.45000    | $\sigma_1^c$ (MPa)               | -352.184    |
| $K_2=K_1$ (WK <sup>-1</sup> /m)          | 1.44992     | $\tau_{12}$ (MPa)                | 147.548     |
| $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )              | 2463.51     | $K_2=K_1$ (WK <sup>-1</sup> /mm) | 9.81664E-05 |
| $S_{\text{filament}}$ (mm <sup>2</sup> ) | 2.82743E-01 | $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )      | 1162.56     |

| Acier                       |      |
|-----------------------------|------|
| E (GPa)                     | 210  |
| $\nu_{12}$                  | 0.3  |
| $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | 7800 |

Tableau 1. Propriétés mécaniques des constituants du modèle

### III. 3. Calcul des propriétés de la plaque

#### III. 3.1 Masse volumique de la plaque

La fraction massique des fibres de verre(S) a été déterminée expérimentalement par incinération [45]. Elle est égale à  $M_f = 0.52$

Le calcul de la masse volumique d'un pli en partant de l'équation (II. 9) donne :

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{M_f}{\rho_f} + \frac{M_m}{\rho_m}} = 1604.88 \text{ kg/m}^3$$

En se servant de la relation (II. 10), on trouve :  $V_f = M_f \frac{\rho_c}{\rho_f} = 0.34$

#### III. 3.2. Constantes élastiques d'un pli

La bibliothèque du logiciel éléments finis ABAQUS ne contient pas des matériaux prédéfinis. Le matériau doit être défini en calculant ses propriétés et notamment les constantes élastiques propres du stratifié.

Les propriétés du stratifié rapportées dans les matrices suivantes sont déterminées à partir de la méthode des éléments finis micromécanique :

[A] Matrice de rigidité extensionnelle (N/mm)

$$[A] = \begin{pmatrix} 117.54 & 9.47 & 0 \\ 9.47 & 59.51 & 0 \\ 0 & 0 & 10.22 \end{pmatrix} \times 10^3$$

[B] Matrice de rigidité de couplage (N)

$$[B] = \begin{pmatrix} 0 & 4.55 & 0 \\ 4.55 & -18.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times 10^{-13}$$

[D] Matrice de rigidité en flexion (N.mm)

$$[D] = \begin{pmatrix} 24.42 & 1.60 & 0 \\ 1.60 & 5.45 & 0 \\ 0 & 0 & 1.72 \end{pmatrix} \times 10^4$$

Matrice de rigidité en contrainte plane Q-Bar :  $[\bar{Q}]$

$[\bar{Q}]$  rigidité des : 1, 2, 3, 6, 7 et 8 Angle (degré) :  $0^\circ$

$$[\bar{Q}] = \begin{pmatrix} 32.57 & 2.10 & 0 \\ 2.10 & 6.78 & 0 \\ 0 & 0 & 2.27 \end{pmatrix} \times 10^3$$

$[\bar{Q}]$  rigidité des plis : 4 et 5 Angle (degré) :  $90^\circ$

$$[\bar{Q}] = \begin{pmatrix} 6.78 & 2.10 & 0 \\ 2.10 & 32.57 & 0 \\ 0 & 0 & 2.27 \end{pmatrix} \times 10^3$$

Les propriétés mécaniques du stratifié sont reportées sur le tableau 2. Les valeurs du critère de Hashin sont obtenues à partir d'Autodesk Simulation Composites [43]).

| Propriétés   | Valeurs |
|--|---------|
| $E_1$ module de Young dans la direction X (MPa)                                      | 31914.1 |
| $E_2$ Module de Young dans la direction-Y (MPa)                                      | 6641.06 |
| $E_3$ Module de Young dans la direction Z (MPa)                                      | 3265.55 |
| $G_{12}$ Module de cisaillement dans le plan- XY (MPa)                               | 2271.2  |
| $G_{13}$ Module de cisaillement dans le plan- XZ (MPa)                               | 2247.62 |
| $G_{23}$ Module de cisaillement dans le plan- YZ (MPa)                               | 2200.47 |
| $\nu_{12}$ Coefficients de Poisson dans le plan XY                                   | 0.15839 |
| $\nu_{13}$ Coefficients de Poisson dans le plan XZ                                   | 0.41522 |
| $X_T$ Résistance à la traction dans la direction- X (MPa)                            | 1544.82 |
| $X_C$ Résistance à la compression dans la direction- X (MPa)                         | 54.88   |
| $Y_T$ Résistance à la traction dans la direction- Y (MPa)                            | 269.56  |
| $Y_C$ Résistance à la compression dans la direction- Y (MPa)                         | 824.58  |
| $S_{11}$ Résistance au cisaillement dans la direction longitudinale des fibres (MPa) | 112.79  |
| $S_{22}$ Résistance au cisaillement dans la direction transverse des fibres (MPa)    | 65      |

Tableau 2. Propriétés mécaniques de la plaque composite : S-Glass/Polyester ( $V_f = 34\%$ )

Pour modéliser les essais d'impact à faible vitesse, un modèle EF se basant sur la formulation explicite est utilisé pour envelopper toutes les variables du problème. Le code éléments finis ABAQUS [39], avec son solveur explicite dynamique, est bien adapté pour simuler de tels problèmes, dans lequel il existe plusieurs techniques de modélisation composite. Les plus couramment utilisées dans les simulations EF de matériaux composites sont des éléments plaques ou coques stratifiées, solides continus stratifiées et des coques continues empilées en couches (figure 1).

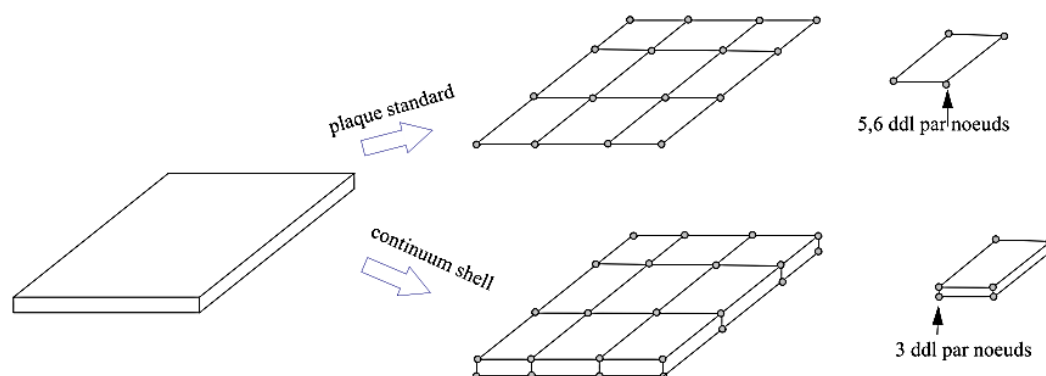
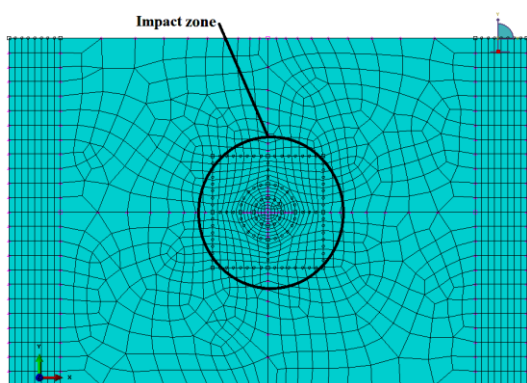


Figure 1. Définition des éléments coques et plaques dans ABAQUS [45]

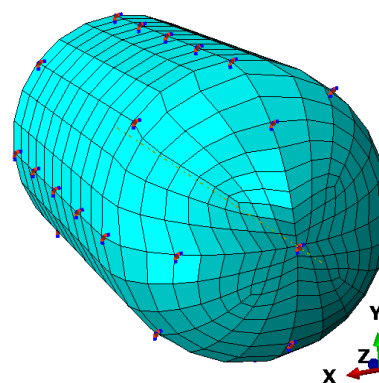
La plaque est empilée avec huit couches de 0.5625 mm d'épaisseur, maillée en utilisant des éléments coques quadrilatères linéaires à intégration réduite codée S4R dans ABAQUS, avec un nombre de 3350 éléments à travers la plaque (figure 2c).

Le centre de la plaque a été partitionné pour inclure la zone d'impact. Un maillage raffiné a été traité dans cette zone, comme montré sur la figure 2a.

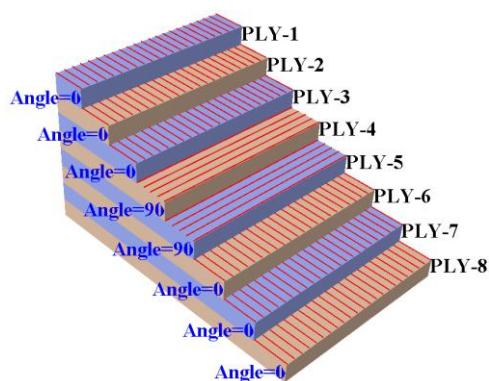
Sur la figure 2b, l'impacteur est modélisé comme un projectile cylindrique ayant une extrémité de forme hémisphérique de 16 mm de diamètre. Son axe principal est spécifié dans la direction normale au plan de la plaque. Il est maillé avec des éléments hexaédriques linéaires solides continus rigides à intégration réduite codée C3D8R dans ABAQUS, avec environ 1700 éléments à travers le corps cylindrique et 1104 éléments à travers le diamètre hémisphérique de l'impacteur.



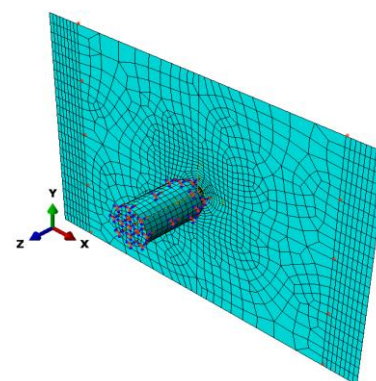
(a) Esquisse de la plaque maillée avec indication de la zone d'impact



(b) Esquisse de la forme de l'impacteur maillé



(c) Empilement du stratifié  $[0_3/90]_s$



(d) Assemblage avec présentation des conditions aux limites

Figure 2. Modélisation de l'essai d'impact.

Pour spécifier que toutes les surfaces peuvent potentiellement interagir entre elles, un algorithme de contact général a été sélectionné dans le code EF. Notons que la convergence de maillage est effectuée conduisant à la maille adoptée de la plaque (voir appendice A).

Pour les composites unidirectionnels, ABAQUS fournit des modèles de comportement anisotrope (par exemple, l'élasticité anisotrope et/ou plasticité) comportant plusieurs méthodes pour indiquer l'initiation de l'endommagement des matériaux.



La plaque est modélisée avec des couches élastiques anisotropes couplées avec le critère d'endommagement de Hashin [18].

Hashin suppose que les plis renforcés de fibres peuvent être modélisés comme élastique linéaire homogène transversalement isotrope.

Pour appliquer les mêmes conditions aux limites (CLs) que dans les tests effectués par Boukhoulida et al. [45], les supports de la plaque sont fixés dans la direction de l'impact (direction  $z$ ) pour empêcher la translation et les autres degrés de liberté sont libres. Pour l'impacteur la translation suivant  $z$  est libérée (voir figure 3).

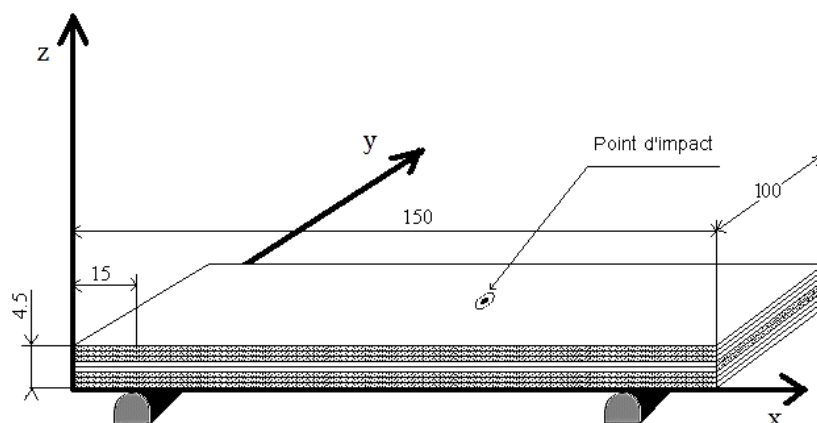


Figure 3. Conditions aux limites de la plaque en composite.

Pour charger l'impacteur, deux méthodes peuvent être utilisées. La première consiste à positionner l'impacteur à la hauteur de chute spécifiée, comme dans les tests réels et introduire la gravité comme charge.

La seconde consiste à appliquer une vitesse initiale d'impact à l'impacteur. Dans ce cas, l'impacteur est mis initialement en contact avec la plaque.

Les deux méthodes sont comparées dans l'appendice B et mènent pratiquement aux mêmes résultats. Dans ce qui suit, la deuxième méthode a été appliquée.

En résumé, le tableau 3 dressé récapitule les conditions aux limites liées à la fois à la plaque et à l'impacteur pour réaliser la simulation.

|           |                             | Les degrés de liberté suivant les axes (x, y, z) |   |        |
|-----------|-----------------------------|--|---|--------|
|           |                             | x  | Y | z      |
| Plaque    | Déplacement aux appuis      | 1  | 1 | 0      |
|           | Rotation aux appuis         | 1  | 1 | 1      |
| Impacteur | Déplacement                 | 0  | 0 | 1      |
|           | Rotation                    | 0  | 0 | 0      |
|           | Accélération ( $m.s^{-2}$ ) | 0  | 0 | -9.81  |
|           | Vitesse ( $m.s^{-1}$ )      | 0  | 0 | $-V_0$ |

Tableau 3 : Conditions aux limites de l'essai d'impact.

### III. 4. Résultats et discussion

En plus des résultats expérimentaux obtenus en effectuant des essais d'impact tels que la flexion du centre de la plaque, la force d'impact, le temps de contact, etc.), le modèle numérique donne un meilleur aperçu sur l'endommagement du composite à travers des informations locales, telles que les dommages dans les interplis, zone endommagée, répartition des contraintes et déformations, etc. Les réponses recherchées sont rapportées et discutées ci-après.

#### III. 4.1. Énergie d'impact

La figure 4 montre l'évolution dans le temps de l'énergie d'impact ( $E_{max}$ ) calculée pour différentes hauteurs de chute. L'énergie d'impact est enregistrée à partir de l'instant de contact jusqu'à l'instant de la séparation entre le projectile et le stratifié. Pendant environ 3ms de contact, les énergies d'impact calculées numériquement augmentent pour atteindre leurs valeurs ultimes. Pour chaque hauteur de chute, elles sont légèrement inférieures à celles mesurées expérimentalement. La comparaison entre les valeurs maximales numériques de l'énergie d'impact et celles mesurées expérimentalement est rapportée dans le tableau 4.

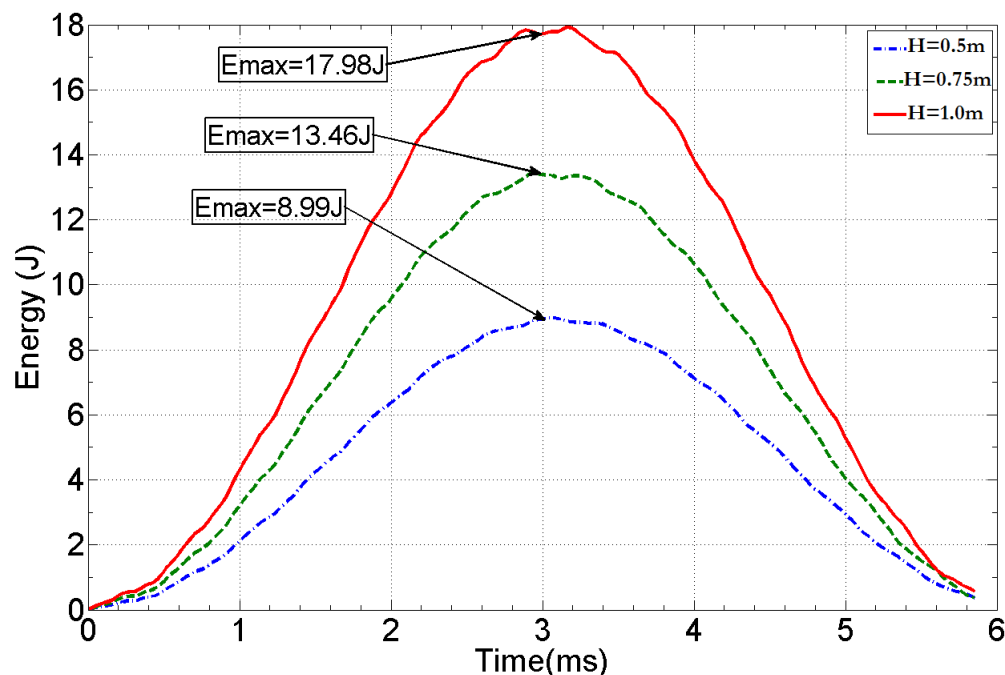


Figure 4. Évolution de l'énergie d'impact à travers le temps de contact.

| Data              | Énergie d'impact $E_T$ [J] |         |        |
|-------------------|----------------------------|---------|--------|
|                   | H=0.5m                     | H=0.75m | H=1.0m |
| Résultat          |                            |         |        |
| Numérique         | 9.07                       | 13.56   | 18.12  |
| Expérimental [45] | 9.08                       | 13.6    | 18.16  |
| Erreur (%)        | 0.097                      | 0.22    | 0.22   |

Tableau 4. Comparaison des réponses de l'énergie numérique avec les données de l'énergie expérimentale.

La perte d'énergie peut être calculée par les deux énergies représentées sur la figure 4 et la figure 5. L'énergie visqueuse ( $E_V$ ) présentée dans la figure 4 est l'énergie dissipée par les mécanismes

d'amortissement, incluant l'amortissement de la viscosité dynamique et l'amortissement du matériau.

L'énergie visqueuse ( $E_V$ ), évolue de façon logarithmique dans le temps. Quand la moitié du temps de contact est écoulée, elle atteint des valeurs maximales de 40.88, 55.44 et 61.20mJ, respectivement au niveau 1, 2 et 3 de l'énergie d'impact.

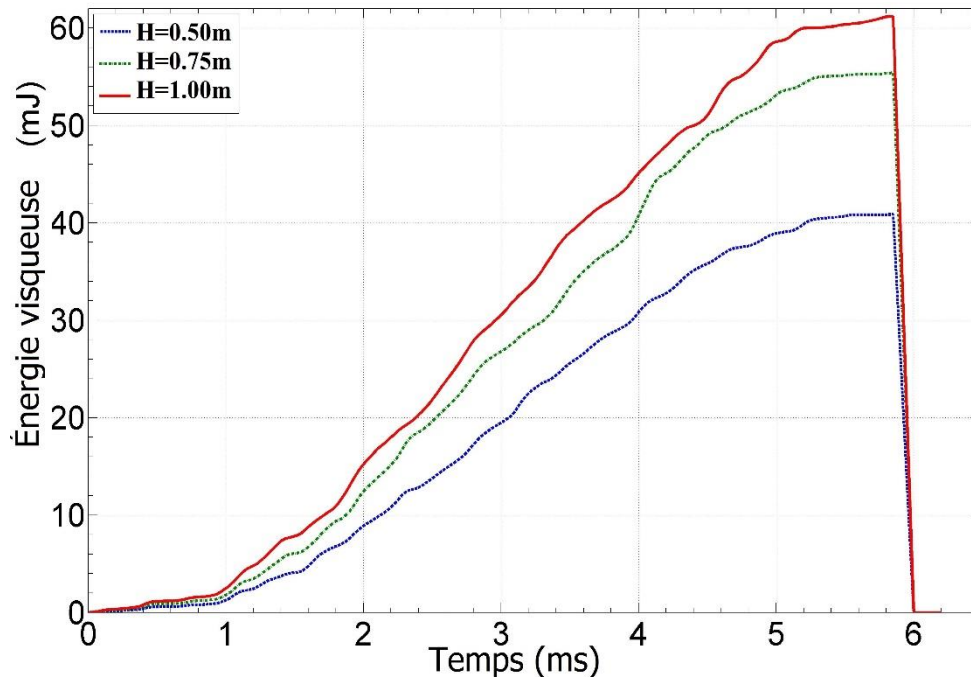


Figure 5. Courbe d'évolution de toute l'énergie visqueuse ( $E_V$ ) le long temps de contact.

La dissipation d'énergie artificielle de déformation ( $E_A$ ) est représentée sur la figure 5. Cette énergie exprime l'énergie stockée dans les résistances de hourglass (mode de déformation parasite d'un maillage d'éléments finis), résultant de l'excitation de degrés de liberté à l'énergie zéro. Elle se manifeste généralement comme un patchwork de zigzag et du cisaillement transversal dans les éléments de coque.

Les grandes valeurs de l'énergie de déformation artificielle indiquent que le raffinement de maillage ou d'autres changements sur le maillage sont nécessaires. La répartition de cette énergie lors d'un contact est parabolique avec la présence des fluctuations, qui s'accroît en atteignant les taux maximaux de chaque niveau d'énergie, comme la montre la figure 6. Les valeurs maximales enregistrées sur le à mi-temps de contact sont 36.28, 54.24 et 70mJ. Après 3 ms, elle s'atténue et tend vers zéro lorsque le temps de la simulation de contact est atteint.

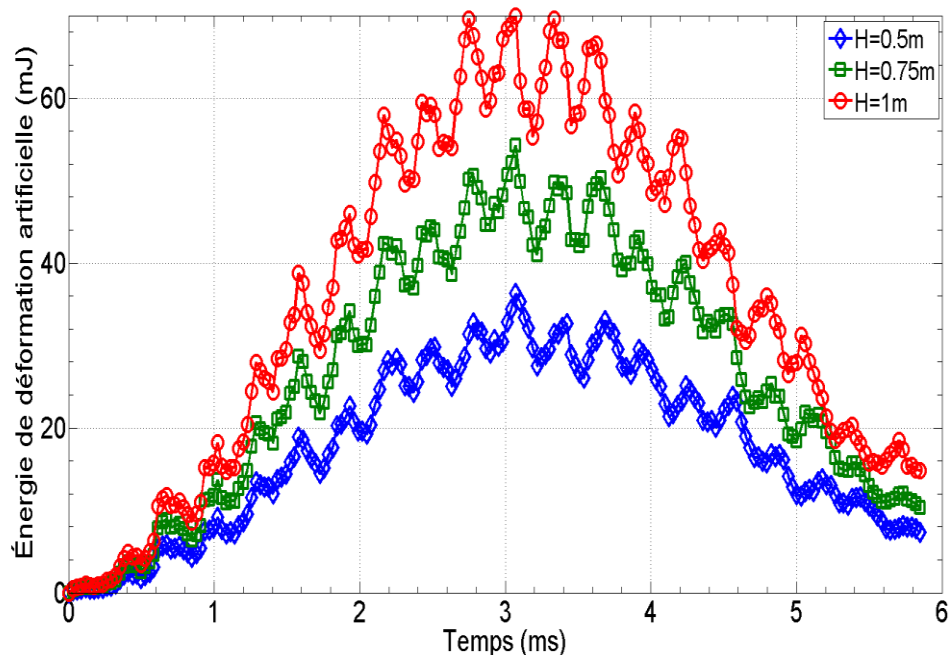


Figure 6. Évolution de l'énergie de déformation artificielle ( $E_A$ ) lors d'un contact.

Le terme d'énergie totale doit être constant puisque l'énergie ne peut pas disparaître, mais elle est seulement transformée. Dans les méthodes numériques, la solution n'est pas complètement constante, mais ne doit pas varier plus que 1% [16,17].

Pour calculer et vérifier l'énergie totale ( $E_T$ ), on utilise l'équation :

$$E_T = E_{I_{max}} + E_V + E_A \quad (\text{III.1})$$

$$\text{Pour } H = 0.5m \Rightarrow E_T = 8.994 + 0.04088 + 0.03628 = 9.07116J$$

$$\text{Pour } H = 0.75m \Rightarrow E_T = 13.4602 + 0.05544 + 0.05424 = 13.56988J$$

$$\text{Pour } H = 1m \Rightarrow E_T = 17.9891 + 0.06120 + 0.070 = 18.1203J$$

### III. 4.2. Force d'impact

L'évolution de la force de contact en fonction du temps de contact pour les trois directions de la propagation de l'énergie d'impact est indiquée sur les figures 7 et 8.

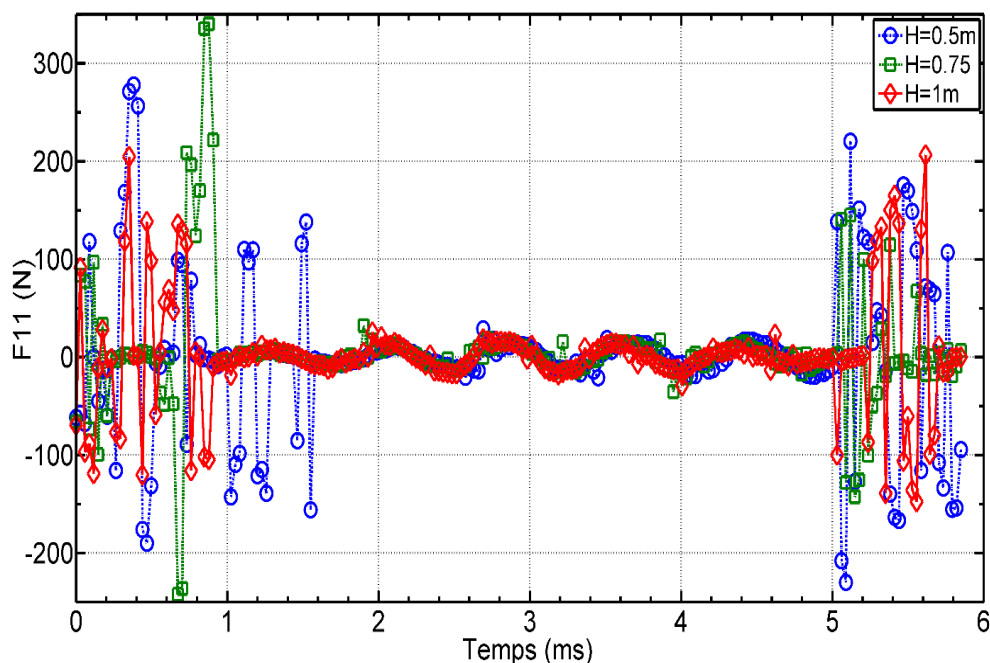


Figure 7(a) force de contact dans direction 1

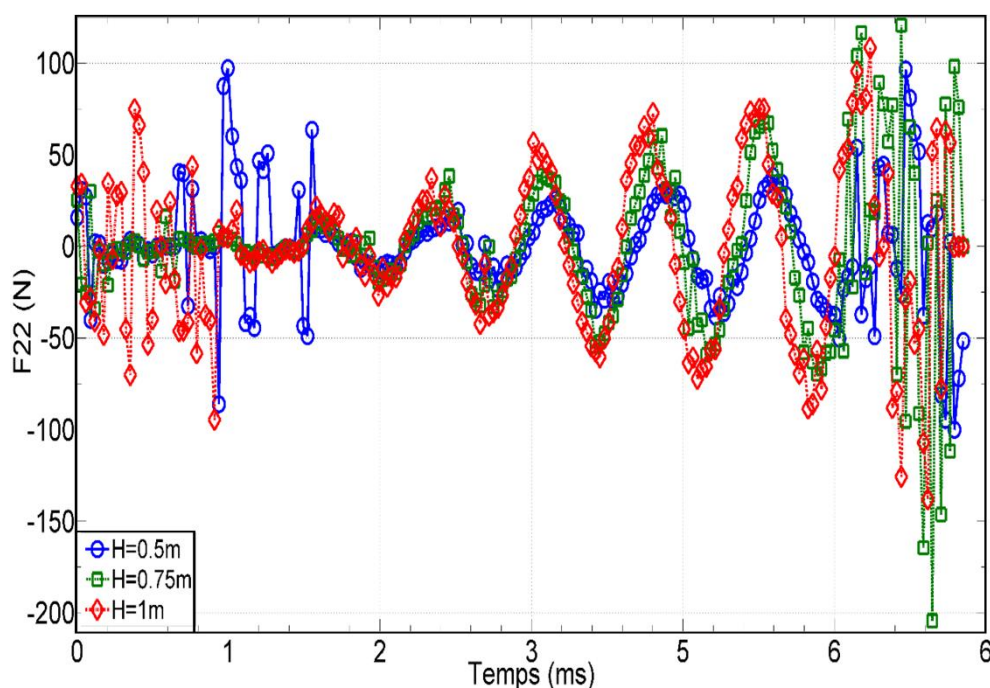


Figure 7(b) force de contact dans la direction 2

Figure 7. Forces de contact enregistrées dans les directions x et y lors d'un impact pour les trois niveaux d'énergie.

Pour la force  $F_{11}$  (direction x) représentée sur la figure 7 (a), deux amplitudes d'onde sont enregistrées au début et à la fin du temps de contact. Ces deux ondes résultantes de l'impact ont une forme sinusoïdale. Lorsque le projectile frappe la plaque, l'énergie potentielle totale sera absorbée par la plaque augmentant ainsi l'amplitude de la force de contact  $F_{11}$ , et générant par la suite la première onde de choc jusqu'à 2 ms (voir figure 7 (a)). Après cela, les ondes s'atténuent en

raison de la résistance de la plaque qui amortit l'onde. Il a été constaté qu'après 4ms de temps de contact, une nouvelle onde d'amplitude inférieure à la première est générée. En raison de la vibration de la plaque, celle-ci fait rebondir l'impacteur (onde de réflexion).

Les mêmes observations sont notées pour la force  $F_{22}$  (direction  $y$ ), comme le montre la figure 7(b).

Les différences des valeurs d'amplitude de  $F_{11}$  et  $F_{22}$  sont dues à la position de la plaque et des conditions aux limites, les valeurs de  $F_{11}$  étant les plus grandes.

Cela s'explique par le fait que pour la force  $F_{11}$ , les bords au niveau de la longueur de la plaque ont des surfaces de contact réduites avec les supports et sont en porte-à-faux ce qui provoque l'augmentation de l'amplitude de  $F_{11}$ .

Dans le cas de la force  $F_{22}$ , les bords sont fixés le long de la longueur des supports. Cela provoque l'atténuation de l'onde et par la suite diminue l'amplitude de la force dans la direction  $y$ . donc la géométrie de la plaque est un autre facteur de la diminution d'amplitude, en raison de sa forme rectangulaire (longueur > largeur) (Appendice B).

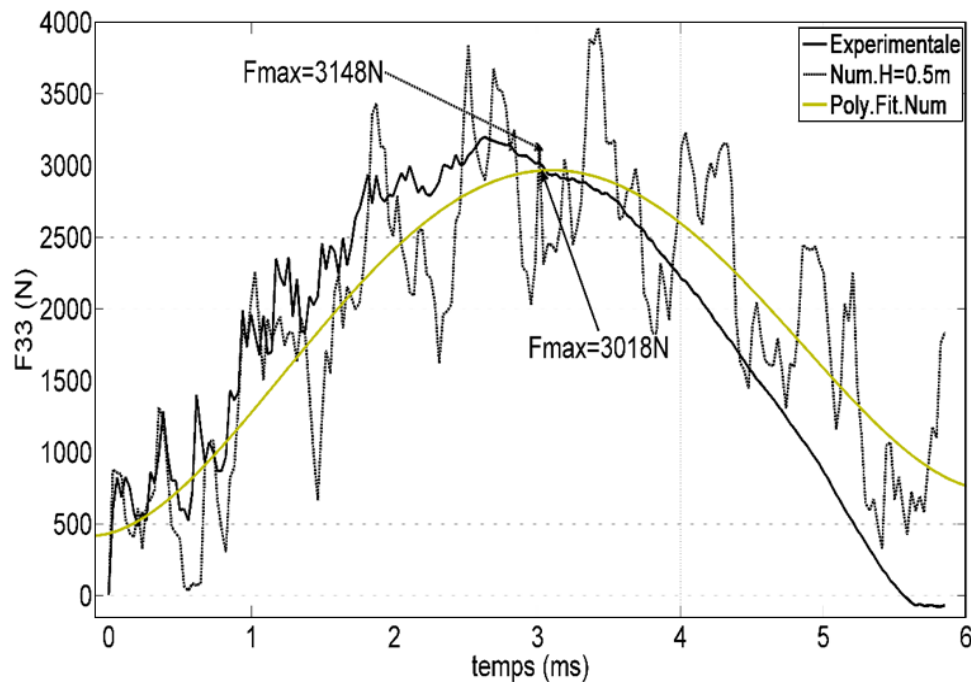


Figure 8(a) Hauteur de chute de 0.5 m

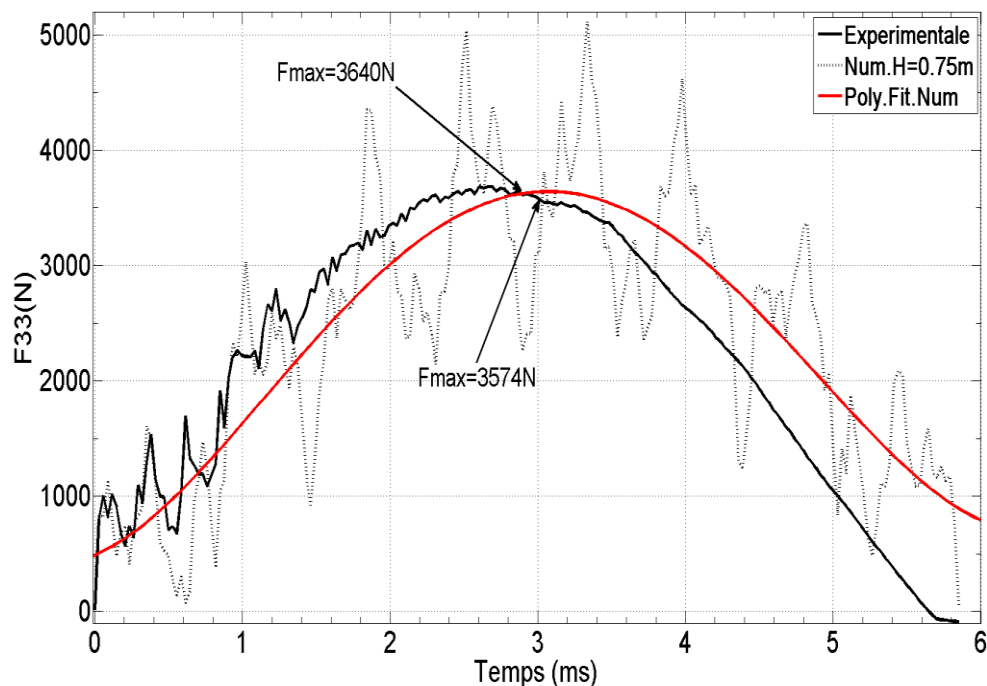


Figure 8(b) Hauteur de chute de 0.75 m

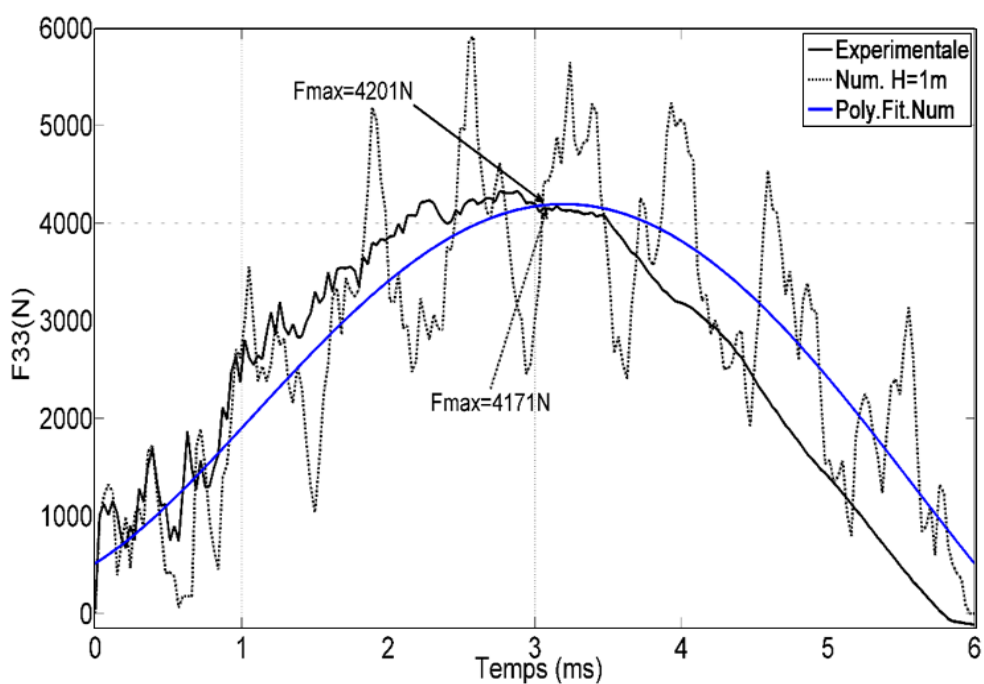


Figure 8(c) Hauteur de chute de 1 m

Figure 8. Force de contact dans la direction  $z$  (direction de l'impact).

La figure 8 représente les forces  $F_{33}$  dans la direction d'impact (direction-  $z$ ) pour chaque hauteur de chute. Les données filtrées sont obtenues numériquement et expérimentalement.

Juste après le contact, les forces d'impact  $F_{33}$  augmentent de manière significative pour atteindre leur maximum à environ 3ms. Après ce temps, ces forces diminuent. Leurs évolutions ne sont pas uniformes. Des oscillations le long de la durée de contact sont observées. Cela est dû à des



vibrations induites par le contact entre la plaque et l'impacteur. Toutefois, dans les courbes expérimentales, on observe des oscillations seulement pendant le temps de chargement.

Les valeurs maximales des forces obtenues numériquement et expérimentalement coïncident bien avec une légère différence (voir tableau 5). Les valeurs extrêmes signalées sur la figure 8 se réfèrent aux points à travers desquels l'initiation et l'évolution des dommages apparaissent.

| Résultats          | Force de contact maximale brute $F_{max}$ [N] (direction- z) |              |             |
|--------------------|--|--------------|-------------|
|                    | E=9J   | E=13J        | E=18J       |
| Numériques         | 3148   | 3815         | 4414        |
| Filtrés            | 2964   | 3640         | 4171        |
| Expérimentaux [45] | 3018   | 3574         | 4201        |
| Erreur moyenne (%) | 1.79 ~ 4.30  | 1.81 ~ 6.74% | 0.71 ~ 5.07 |

Tableau 5. Comparaison entre les forces d'impact obtenues numériquement et expérimentalement.

L'analyse des trois forces pour tous les niveaux énergétiques montre que la force dominante absorbée par la plaque se trouve dans la direction de l'impact. Les forces dans les deux autres directions dissipent une partie de l'énergie d'impact. Une diminution de l'amplitude de  $F_{33}$  est due aux vibrations de la plaque et les frottements lors des interactions dues au contact.

### III. 4.3. Flexion de la plaque

La flexion du centre de la plaque dans la direction hors plan lors de la simulation de l'impact et des expériences est représentée sur la figure 9.

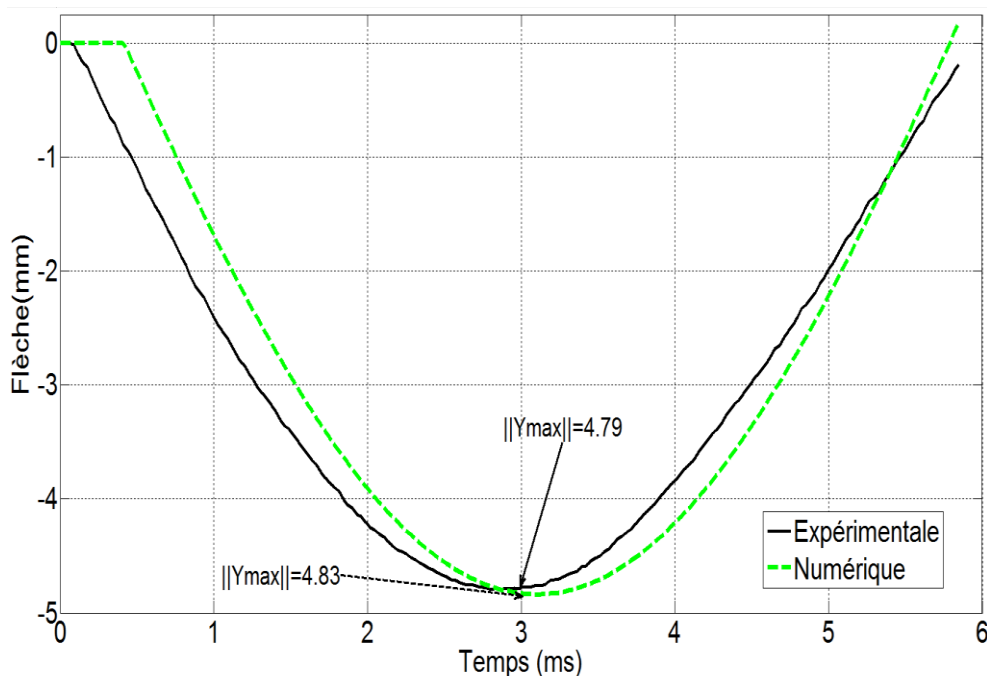


Figure 9(a) Flexion dans la direction 3 pour le premier niveau d'énergie d'impact  $H=0.5m$



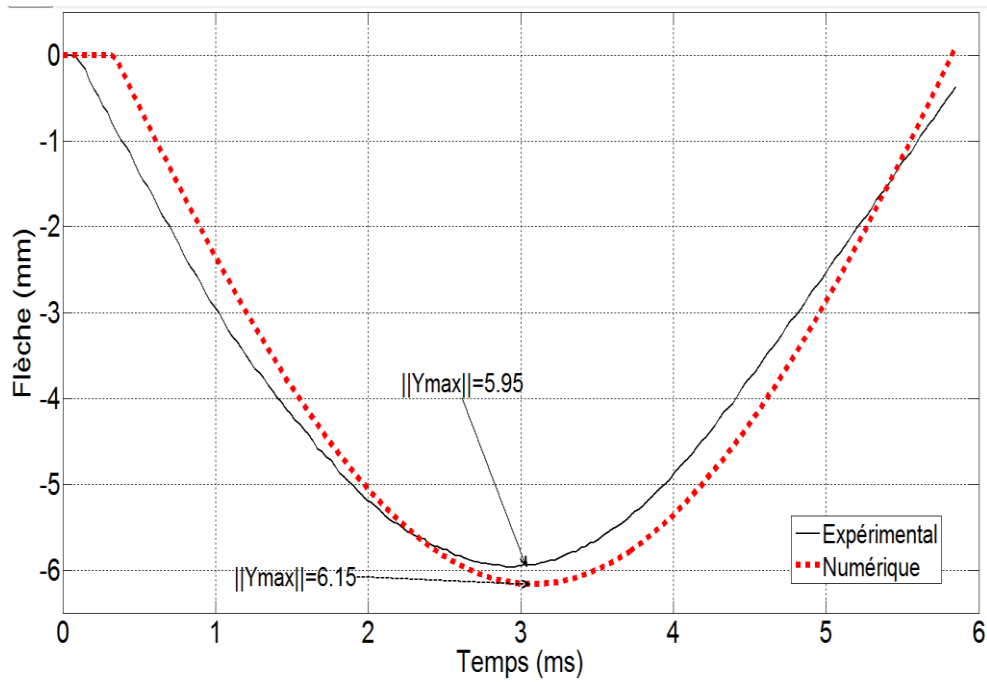


Figure 9(b) Flexion dans la direction 3 pour le second niveau d'énergie d'impact H=0.75m

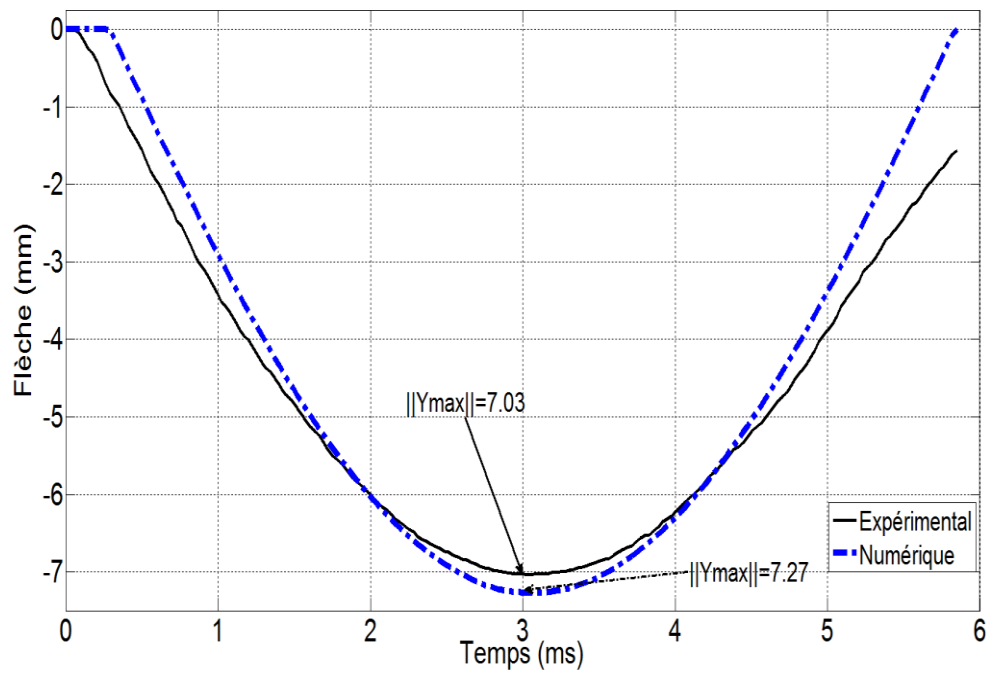


Figure 9(c) Flexion dans la direction 3 pour le troisième niveau d'énergie d'impact H=1.0m

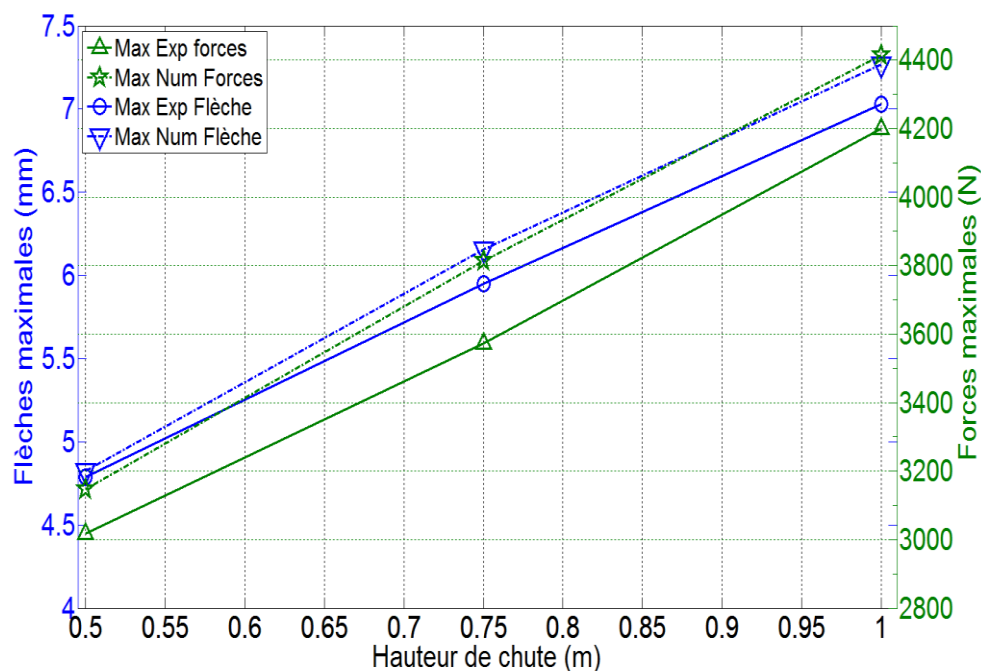


Figure 9(d) Évolution des forces d'impact maximales et flèches maximales en fonction de la hauteur de chute.

Figure 9. Évolution de la flèche du centre de la plaque lors d'un contact

L'analyse des résultats obtenus montre que la flexion du centre de la plaque augmente proportionnellement avec l'augmentation de l'énergie d'impact. Le phénomène qui apparaît lorsque l'impacteur heurte la plaque est la pénétration dans la matrice du matériau, ce qui correspond au phénomène d'indentation.

Ceci est localisé dans la zone de contact et provoque l'apparition de la zone endommagée. Les valeurs maximales de la flèche calculées et obtenues expérimentalement sont présentées dans le tableau 6.

| résultats         | Flèche maximale $Y_{max}$ [mm] (z-direction) |       |       |
|-------------------|--|-------|-------|
|                   | E=9J   | E=13J | E=18J |
| Numérique         | 4.82   | 6.15  | 7.26  |
| Expérimentés [45] | 4.78   | 5.95  | 7.03  |
| Erreur (%)        | 0.83   | 3.36  | 3.27  |

Tableau 6. Valeurs numériques et expérimentales de la flèche du centre de la plaque.

Ces valeurs sont corrélées à des forces d'impact maximales et des flèches maximales dans la figure 9 (d). Ces deux réponses évoluent linéairement par rapport à la hauteur de chute. Cela confirme la dépendance commune de la force d'impact et de la flèche par rapport à la hauteur de chute.

### III. 4.4. Analyse des contraintes

#### III. 4.4.1. Contraintes longitudinales

L'analyse des contraintes induites dans les plis du composite est un paramètre révélateur d'endommagement. Les comparaisons entre les contraintes dans les plis peuvent être utilisées pour évaluer si le matériau se rompt ou s'il résiste toujours à l'énergie de l'impact.

La figure 10 montre la variation des contraintes  $\sigma_{11}$  dans la direction x pour les trois hauteurs de chute au milieu et à la fin du temps de contact.

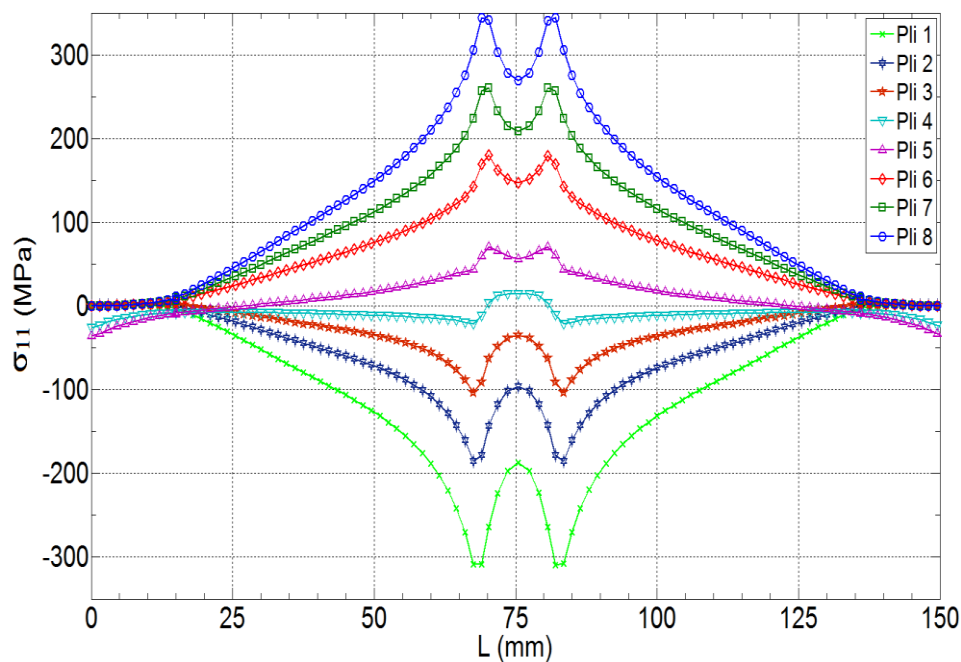


Figure 10(a). États de contrainte  $\sigma_{11}$  dans la direction x pour  $H=0.5$  m et à  $t \approx 3$  ms

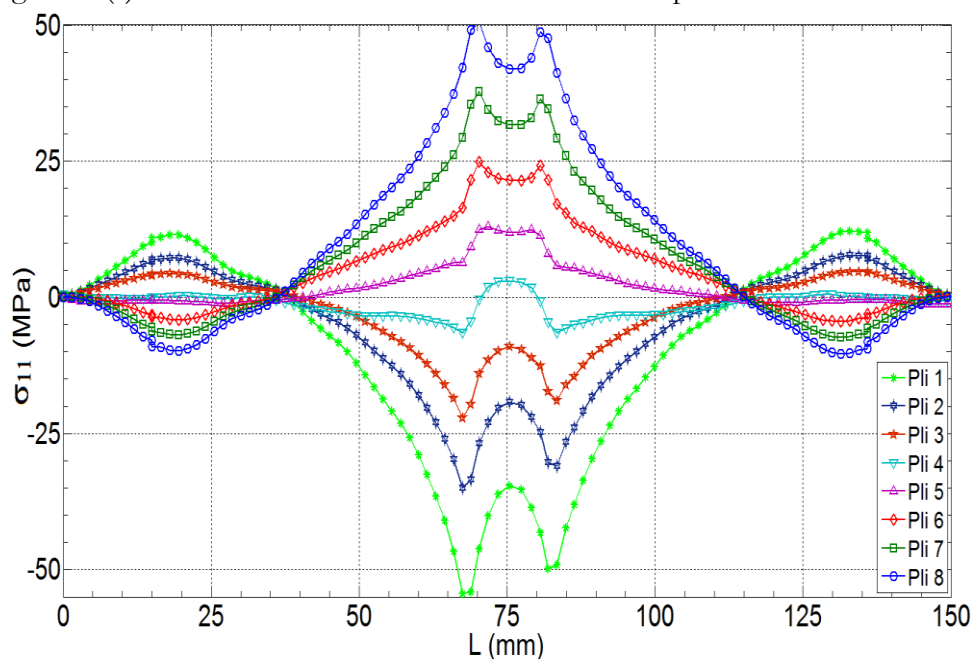


Figure 10(b). États de contrainte  $\sigma_{11}$  dans la direction x pour  $H=0.5$  m et à  $t=5.8$  ms

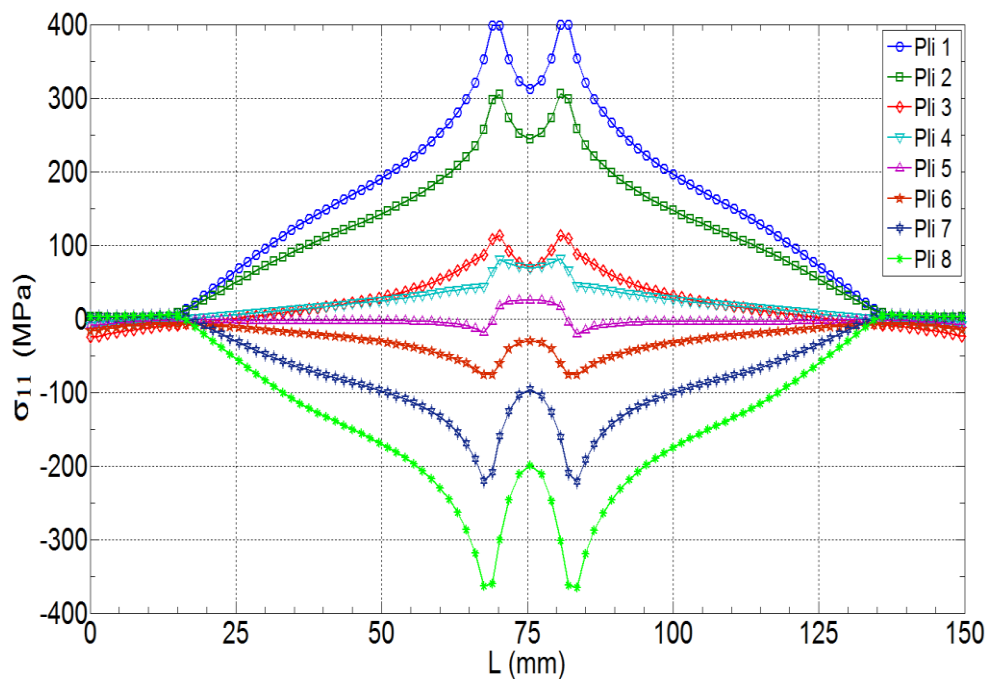


Figure 10(c). États de contrainte  $\sigma_{11}$  dans la direction x pour  $H= 0.75$  m et à  $t \approx 3$ ms

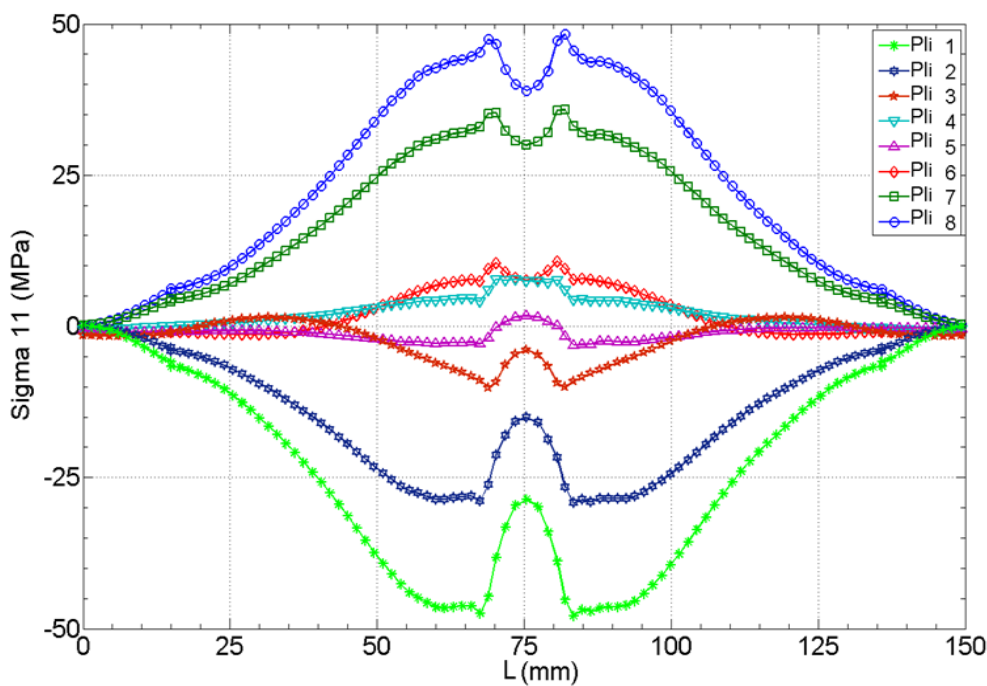


Figure 10(d). États de contrainte  $\sigma_{11}$  dans la direction x pour  $H= 0.75$  m et à  $t \approx 5.8$ ms

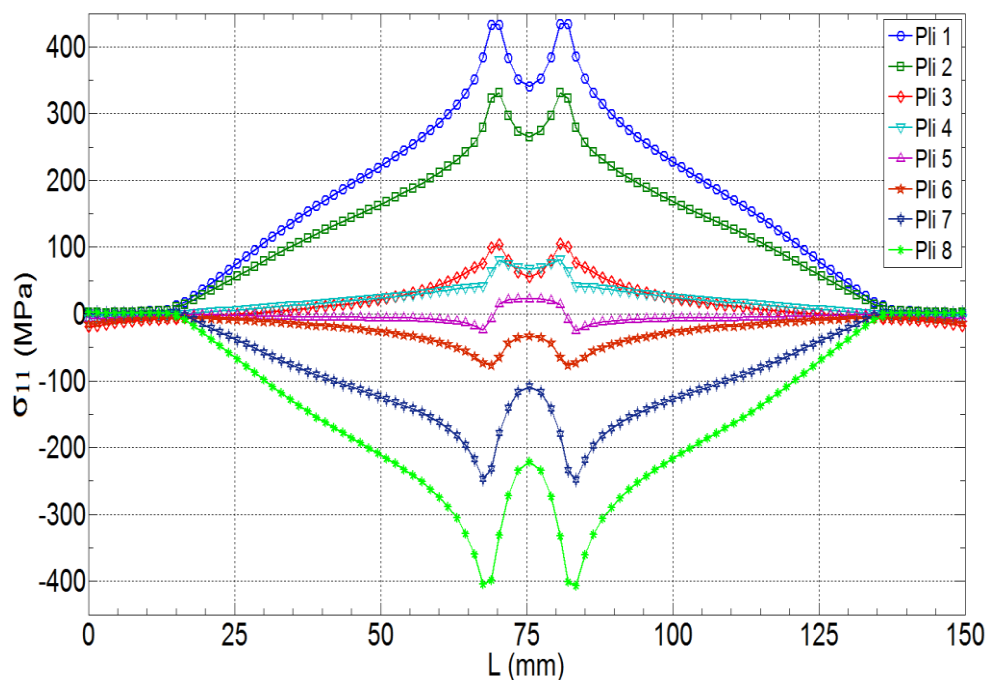


Figure 10(e). États de contrainte  $\sigma_{11}$  dans la direction x pour une  $H=1.0$  m et à  $t \approx 3$ ms

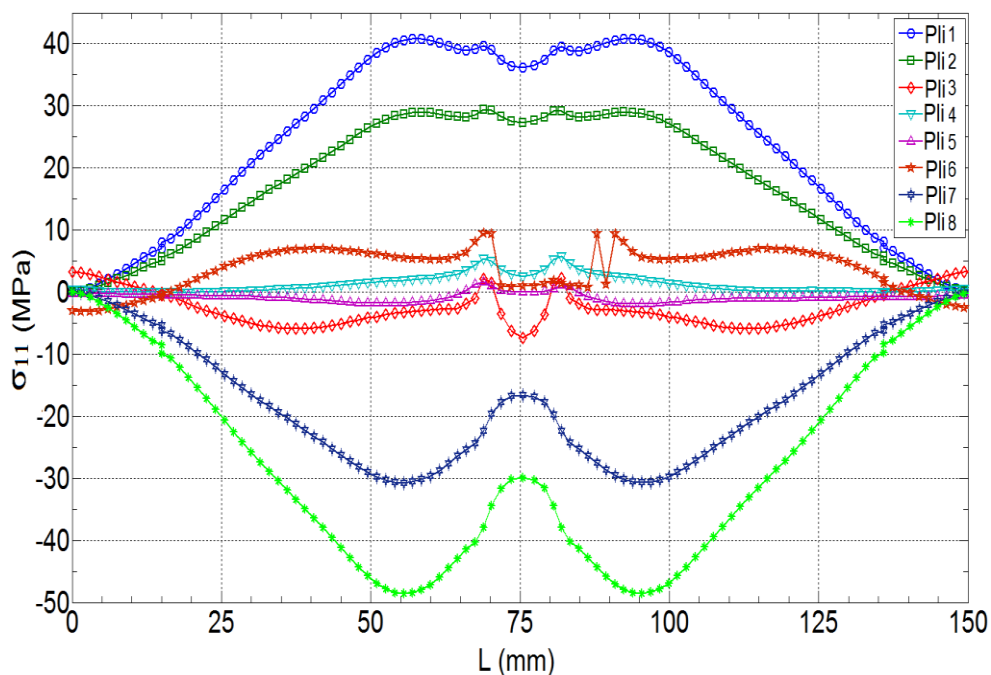


Figure 10(f). États de contrainte  $\sigma_{11}$  dans la direction x pour  $H= 1.0$  m et à  $t \approx 5.8$ ms

Figure 10. Contraintes  $\sigma_{11}$  enregistrées durant l'analyse pour chaque niveau d'énergie.

À mi-temps de contact, les contraintes  $\sigma_{11}$  ont une distribution quasi-symétrique entre la partie les couches supérieures et inférieures du composite (voir figure 10 (a), (c) et (e)). Les trois premières couches (1, 2 et 3) subissent des compressions, les autres sont sous tension. On constate également que toute la résistance au choc est absorbée par les deux couches inférieures et supérieures.

Des contraintes résiduelles persistent après la séparation entre la plaque et l'impacteur (voir figure 10 (b), (d) et (f)). Certaines de ces contraintes résiduelles sont enregistrées auprès des supports dans le premier niveau d'énergie due à l'onde de faible d'incidence créé lorsque l'impacteur entre en contact avec la plaque. Leurs maximums sont enregistrés sur ce même niveau.

Pour les deux niveaux d'énergies consécutives, les contraintes diminuent. Ceci est expliqué par l'emménagement de l'énergie d'impact par les mécanismes de déformation dans la matrice (indentation) et dissipations par rupture des fibres.

Une autre observation dans la figure 10(f) est la suivante : les plis 3 et 6 changent d'état de contrainte de la compression à la tension pour le troisième pli et vice-versa pour la sixième couche. Ces changements d'état de contraintes sont expliqués par la perte de la rigidité de la plaque.

### III. 4.4.2. Contraintes de cisaillements transversales

La figure 11 montre la variation des contraintes de cisaillement  $\tau_{13}$  et  $\tau_{23}$  en fonction du temps de contact dans les plans (xz) et (yz) pour les trois hauteurs de chute. La répartition des contraintes dans les deux plans est parabolique. Les contraintes enregistrées dans le plan (xz) sont supérieures à celles enregistrées dans le plan (yz). Cela est dû au fait que l'onde de flexion se déplace plus rapidement dans la direction 1(x) que dans le sens 2 (y) en raison du caractère anisotrope du matériau. Les plus grandes valeurs sont enregistrées dans l'interface au milieu des plis 90/90 (Pli 4/5).

Pour les deux niveaux d'énergie de hauteur de chute 0.75 et 1m,  $\tau_{13}$  atteint la limite de cisaillement admissible de 65 MPa. Cela signifie qu'à l'intérieur de la plaque composite existe un endommagement (délamination entre autres). Cependant, on constate que les contraintes de cisaillement transversales sont significativement plus petites que les contraintes dans le plan  $\sigma_{11}$ .

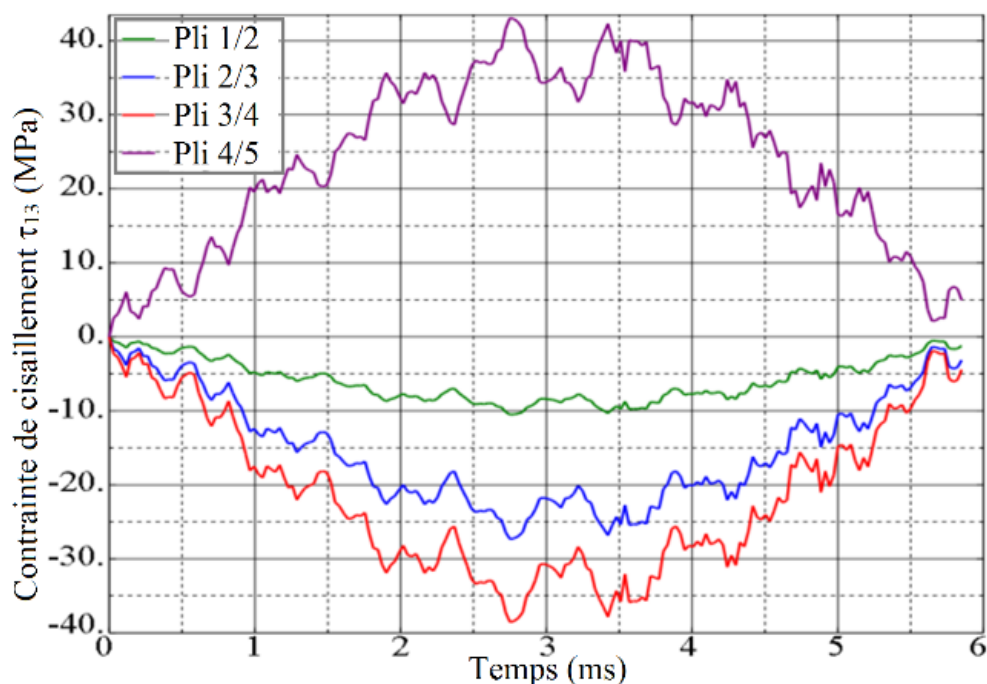


Figure 11(a). États de contrainte  $\tau_{13}$  dans la direction x pour une H=0.5 m

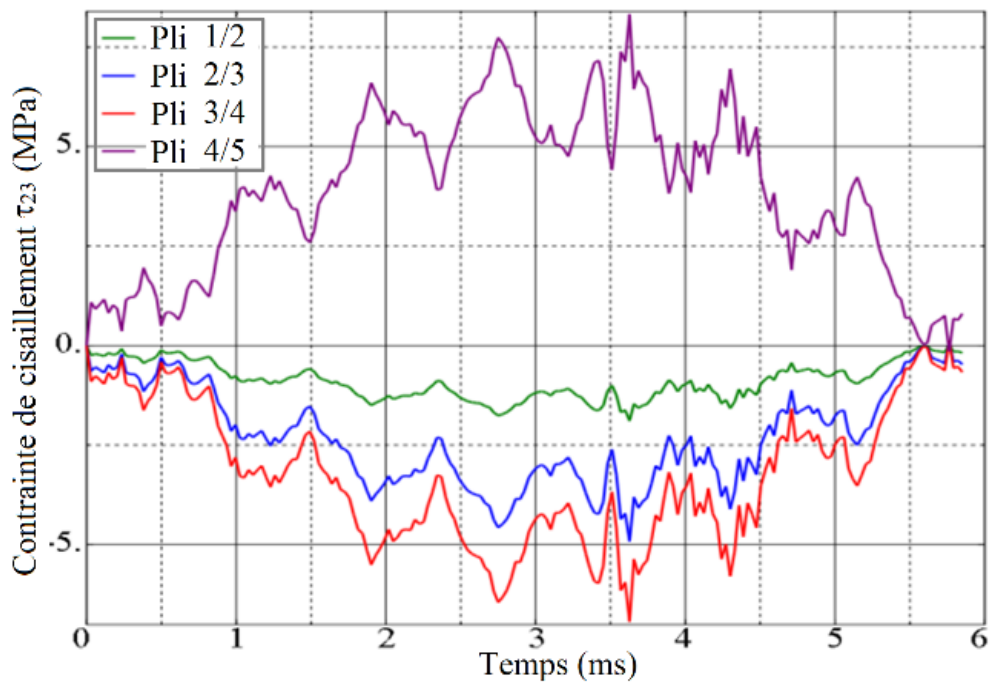


Figure 11(b). États de contrainte  $\tau_{23}$  dans la direction x pour une  $H=0.5$  m

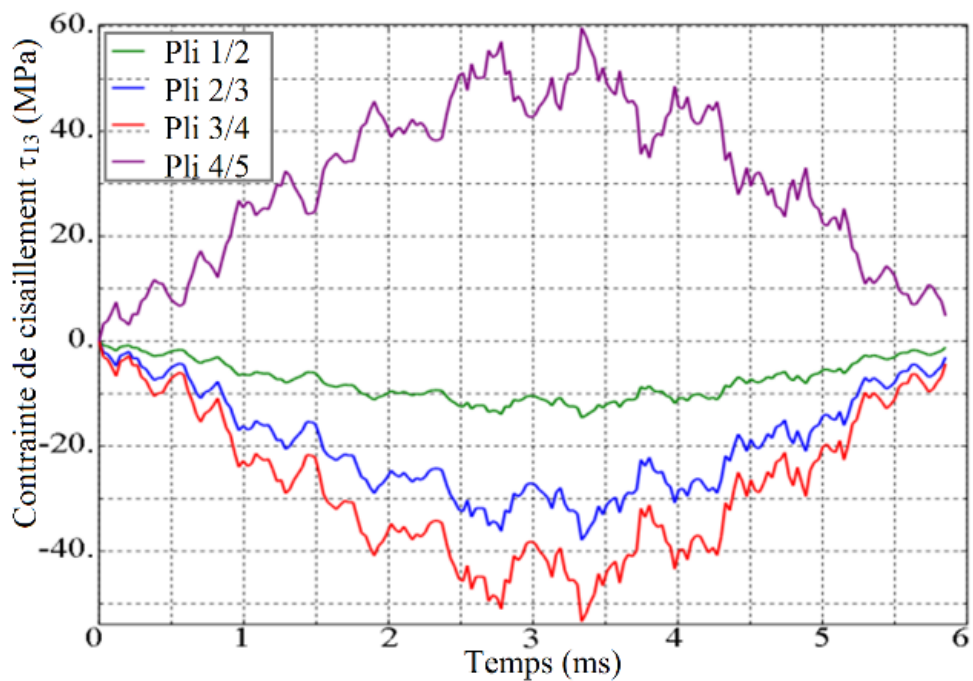


Figure 11(c). États de contrainte  $\tau_{13}$  dans la direction x pour une  $H=0.75$  m



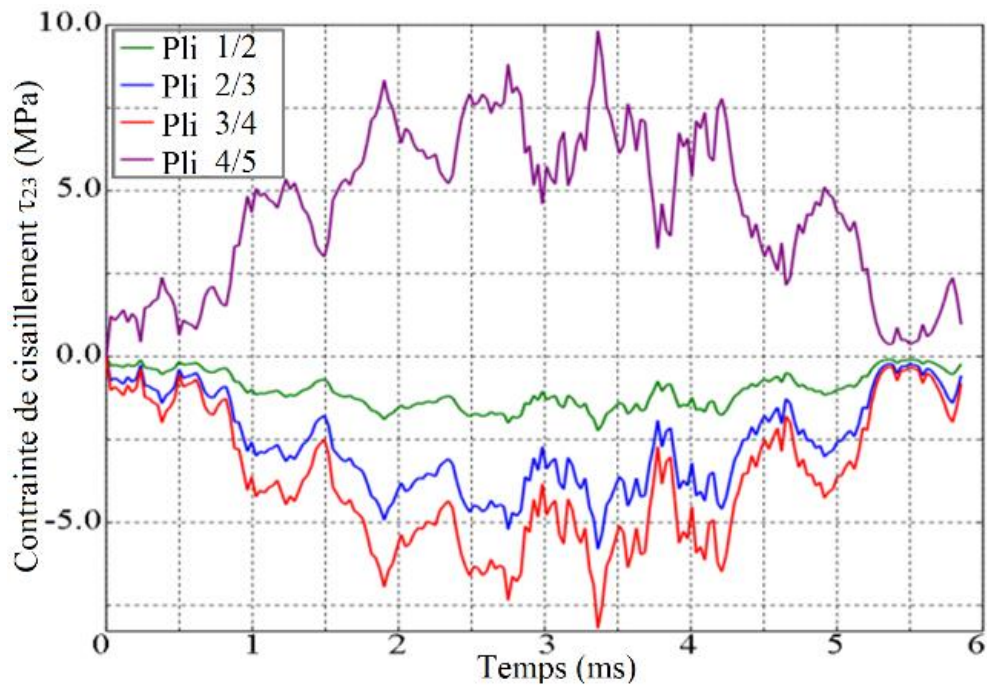


Figure 11(d). États de contrainte  $\tau_{23}$  dans la direction x pour une  $H=0.75$  m

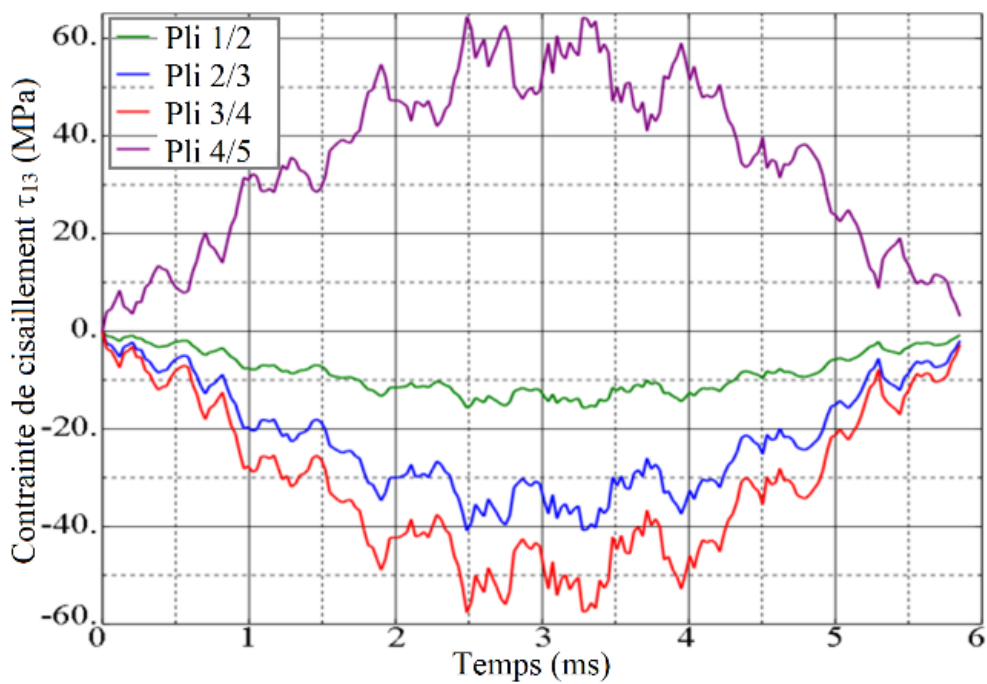


Figure 11(e). États de contrainte  $\tau_{13}$  dans la direction x pour une  $H=1.0$  m



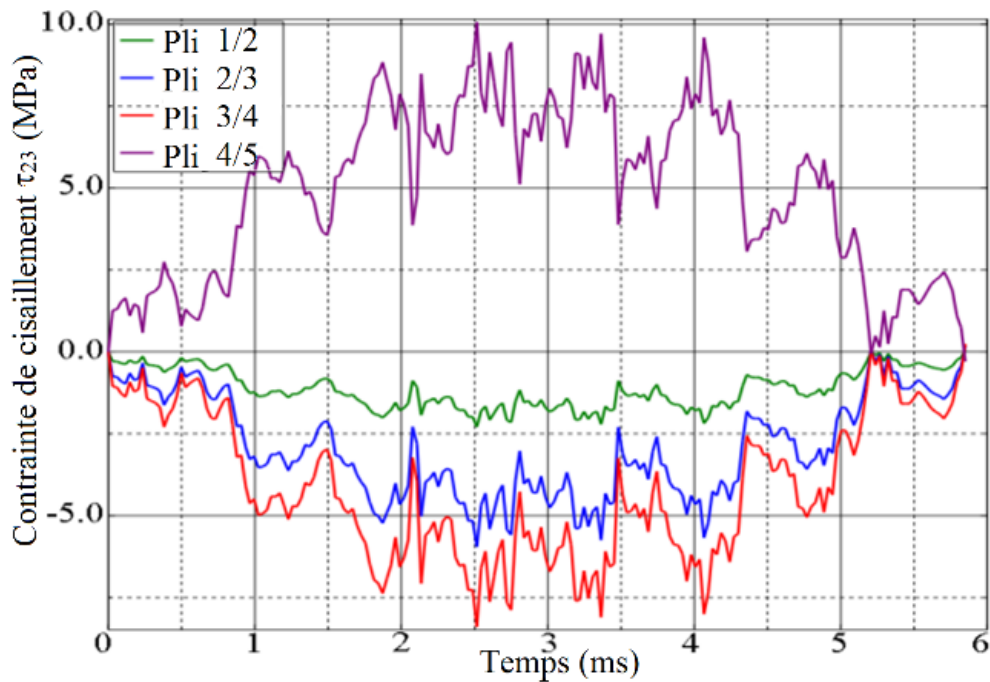


Figure 11(f). États de contrainte  $\tau_{23}$  dans la direction x pour une  $H=1.0$  m

Figure 11. Historique des contraintes de cisaillement transversales  $\tau_{13}$  et  $\tau_{23}$ .

### III. 4.5. Endommagement dû à l'impact

Trois zones de la plaque composite sont choisies pour montrer les divers mécanismes d'endommagement induits lors de l'impact.

La première zone correspond à l'élément fini représentatif numéro 665 situé dans la zone d'impact et adjacent au centre de la plaque. Il peut être représentatif des endommagements dans tous les éléments situés sous l'impacteur.

La seconde zone correspond à l'élément 528 qui est choisi comme le plus proche de la zone d'impact (limite zone d'impact).

La troisième zone correspond à l'élément 821 qui se trouve hors de la zone d'impact (voir figure12).

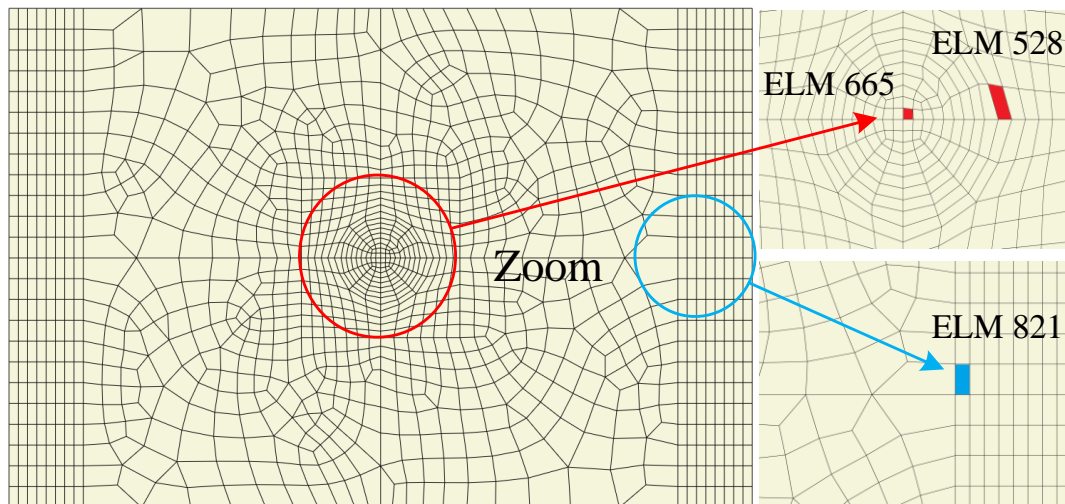


Figure 12. Position des éléments 665, 528 et 821 dans la plaque maillée.

La figure 12 montre les indices de rupture du critère d'endommagement de Hashin en compression liée à la fois aux fibres et à la matrice. Pour les éléments 665 et 528, le critère d'endommagement en compression est satisfait dans les fibres (voir figure. 13 (a) et (c)).

Dans la figure 13 (b), l'élément 665 présente un endommagement par compression dans la matrice et plus précisément dans le premier pli pour les hauteurs de chute de 0.5 et 0.75 m. Cet endommagement progresse vers la deuxième couche pour la hauteur de chute de 1m.

L'élément 528 ne présente aucun endommagement de la matrice ; bien qu'il y ait des fibres endommagées en compression dans cet élément (voir figure 13 (d)).

Dans l'élément 821, aucun endommagement n'est enregistré pour le critère d'endommagement en compression de Hashin (voir figure 13 (e) et (f)).

Les valeurs maximales pour les deux critères d'initiation à la compression dans les fibres et la matrice révèlent que les éléments sous la zone d'impact sont davantage sollicités que ceux situés hors cette zone.

La prédiction de l'endommagement utilisant le critère en tension de Hashin est représentée sur la figure 14. Les trois éléments présentent des tensions à la fois pour la matrice et les fibres, mais le critère de Hashin en tension n'est pas satisfait. Par contre, il été constaté que les éléments aux alentours de la zone d'impact sont plus sollicités en tension (voir figure. 14 (c) et (d)).

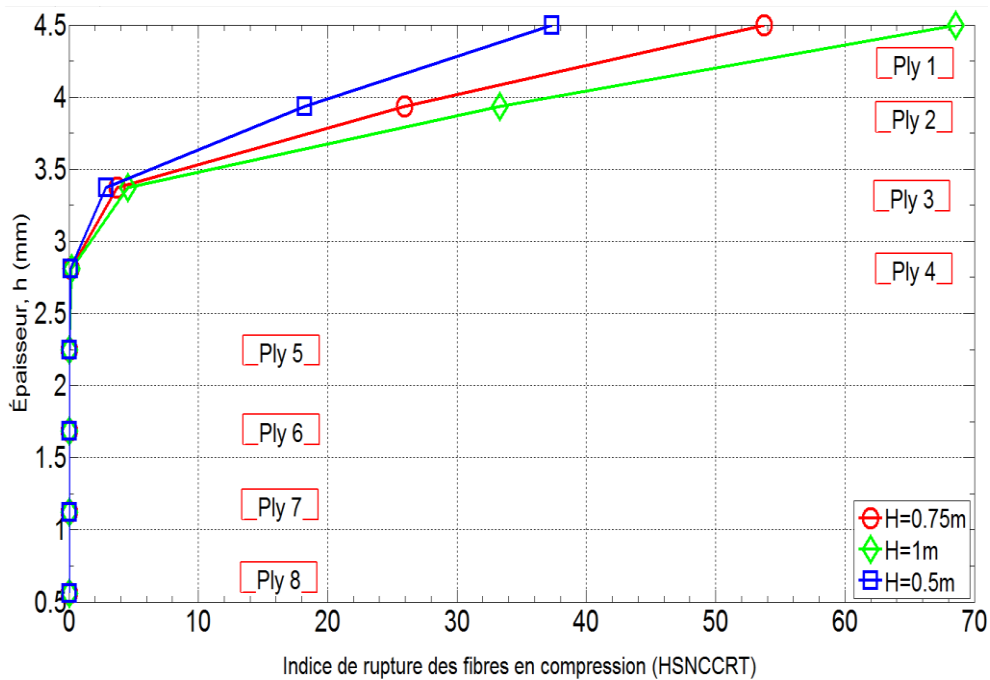


Figure 13(a). Endommagement en compression des fibres de l'élément 665.

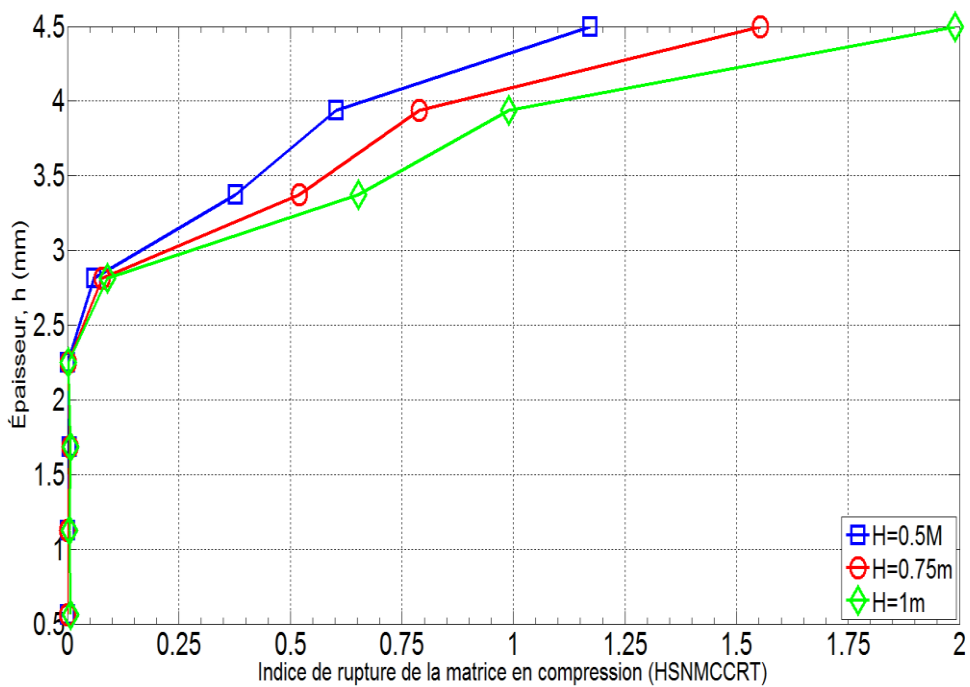


Figure 13(b). Endommagement en compression la matrice de l'élément 665.

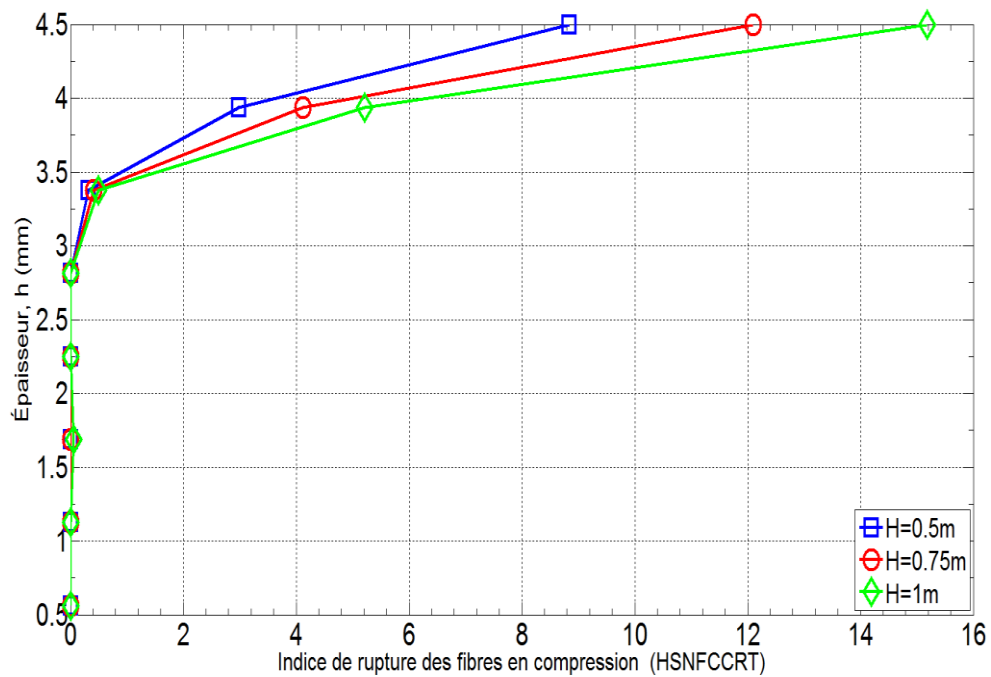


Figure 13(c). Endommagement en compression des fibres de l'élément 528.

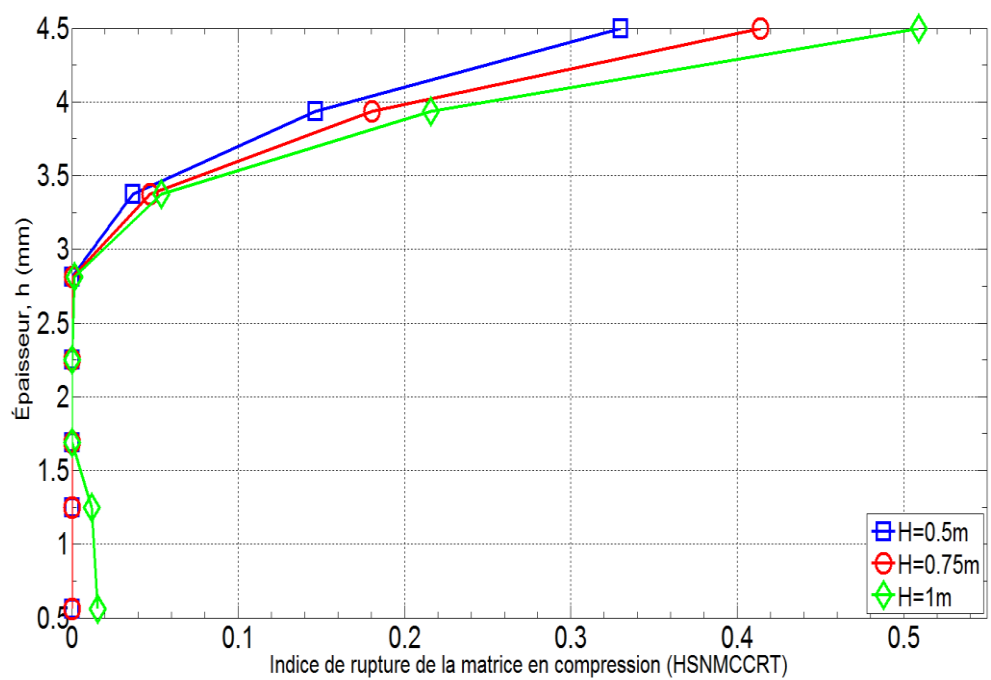


Figure 13(d). Endommagement en compression de la matrice de l'élément 528.

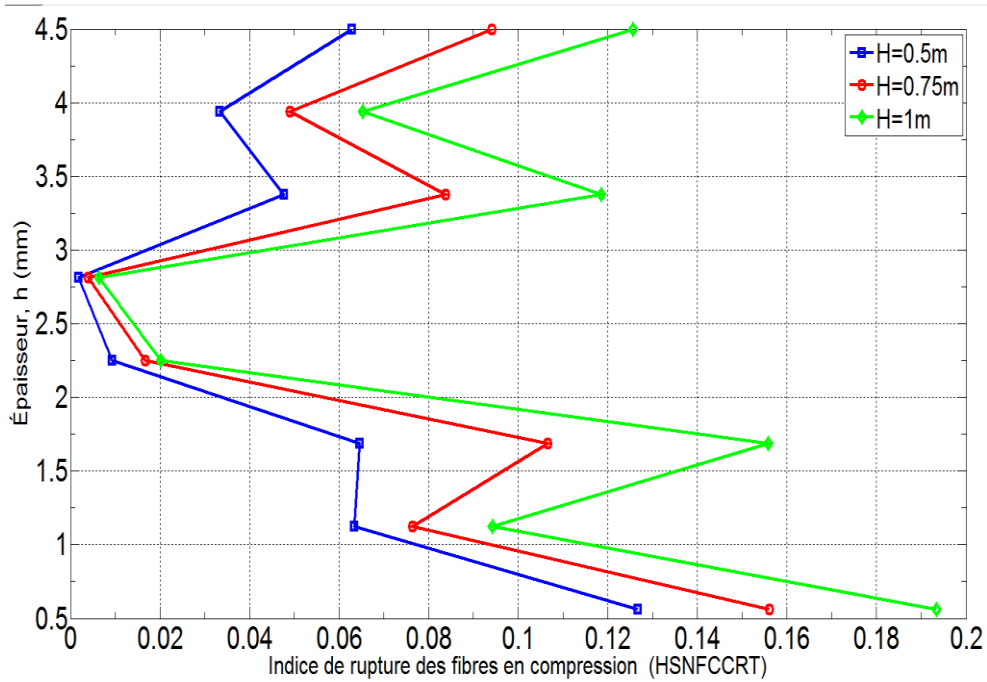


Figure 13(e). Endommagement par compression des fibres de l'élément 821.

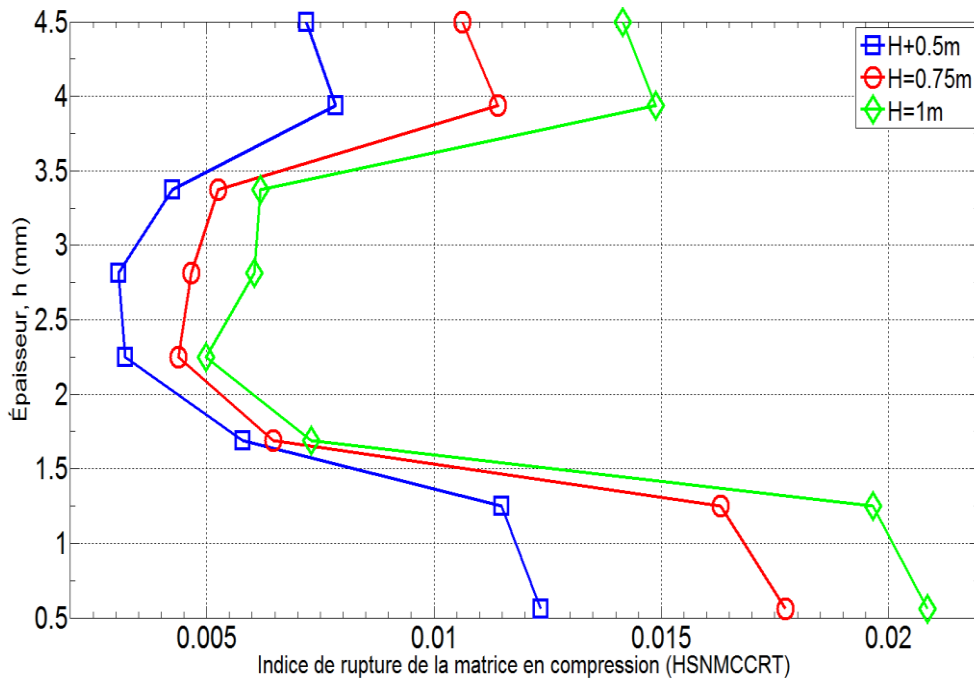


Figure 13(f). Endommagement en compression de la matrice de l'élément 821.

Figure 13. Prédiction des endommagements du stratifiée  $[0_3/90]_S$  en appliquant le critère en compression de Hashin

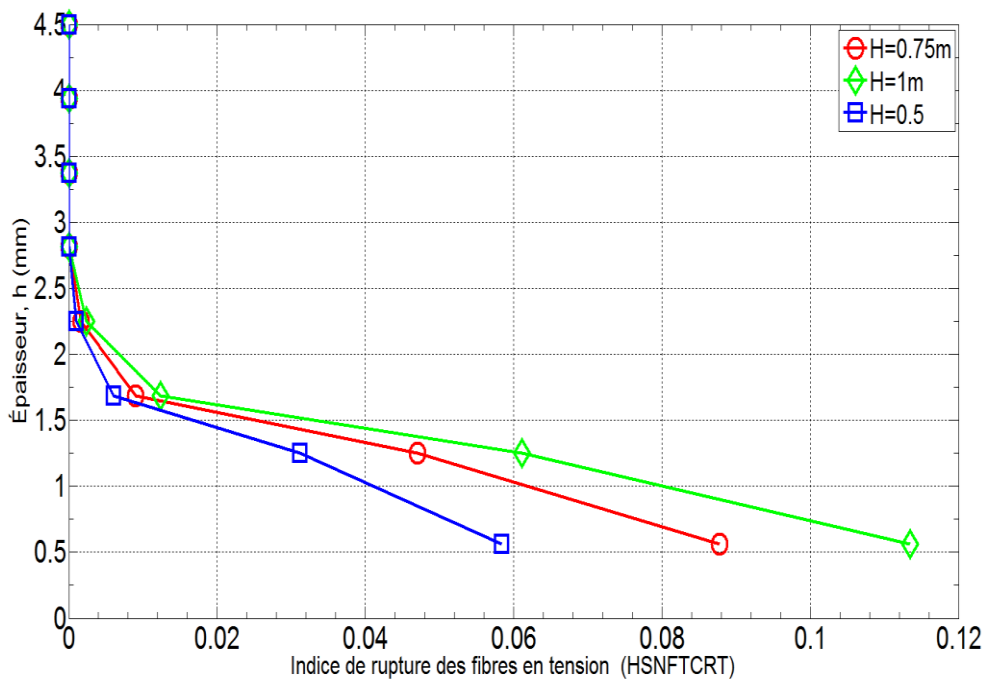


Figure 14(a). Endommagement en tension des fibres de l'élément 665.

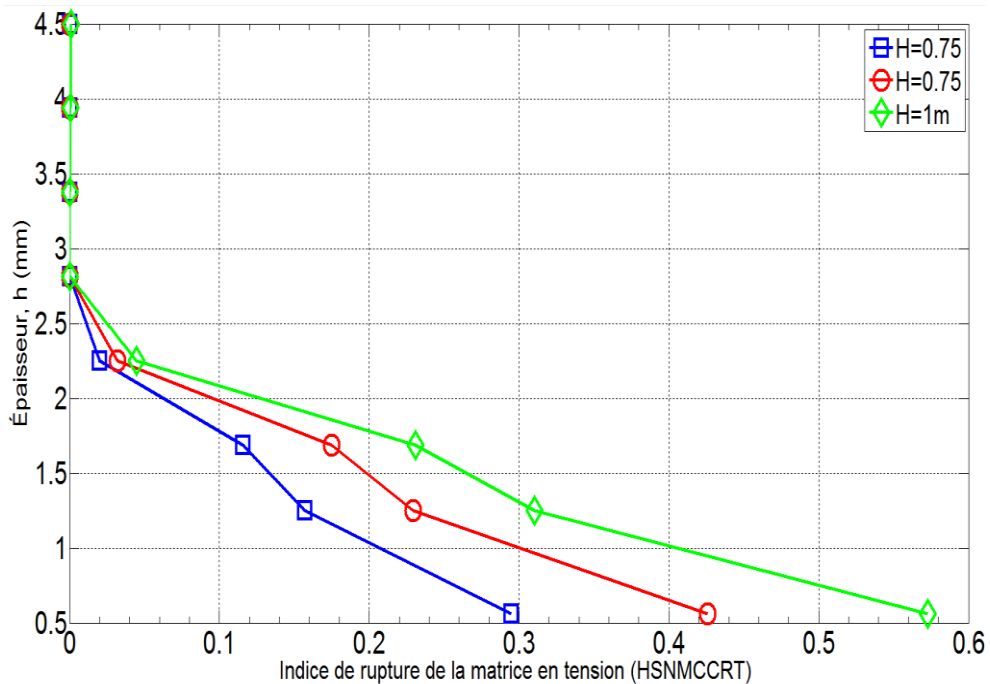


Figure 14(b). Endommagement en tension de la matrice de l'élément 665.

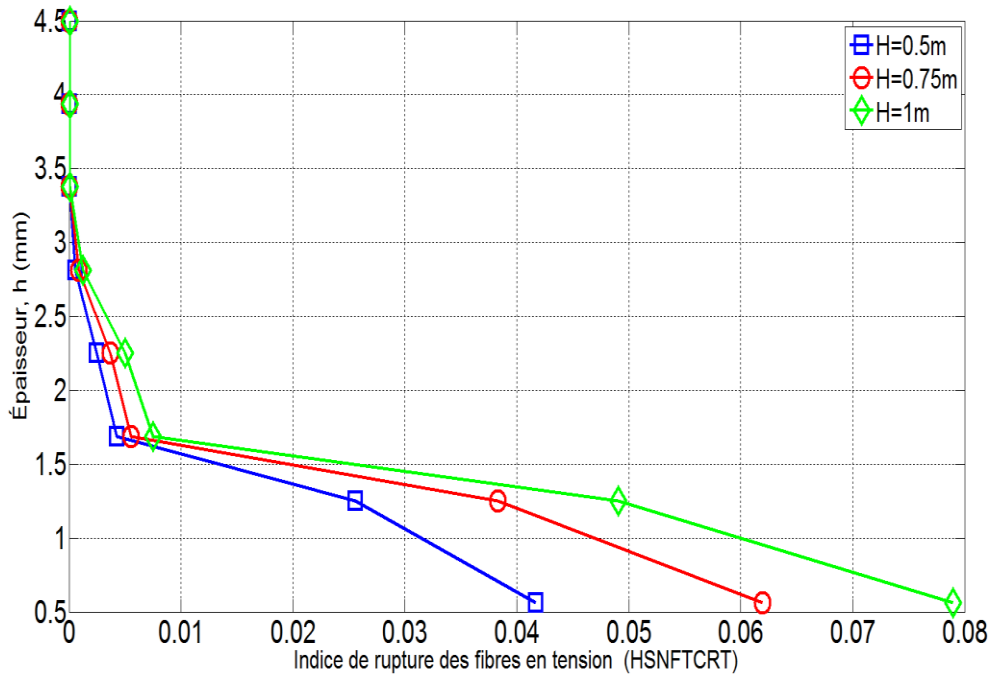


Figure 14(c). Endommagement en tension des fibres de l'élément 528.

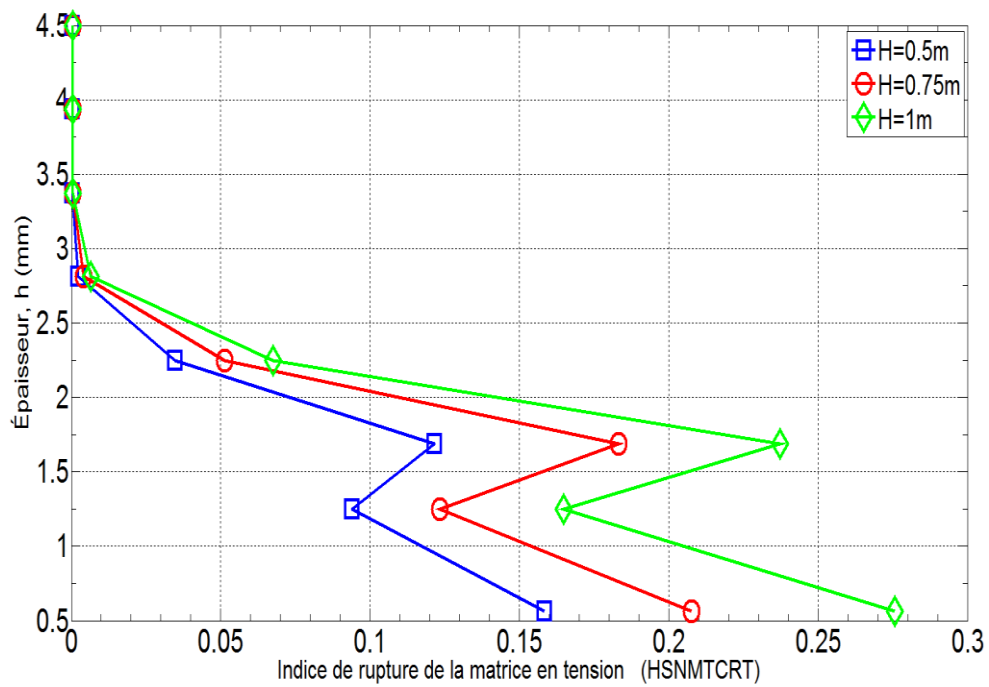


Figure 14(d). Endommagement en tension la matrice de l'élément 528.

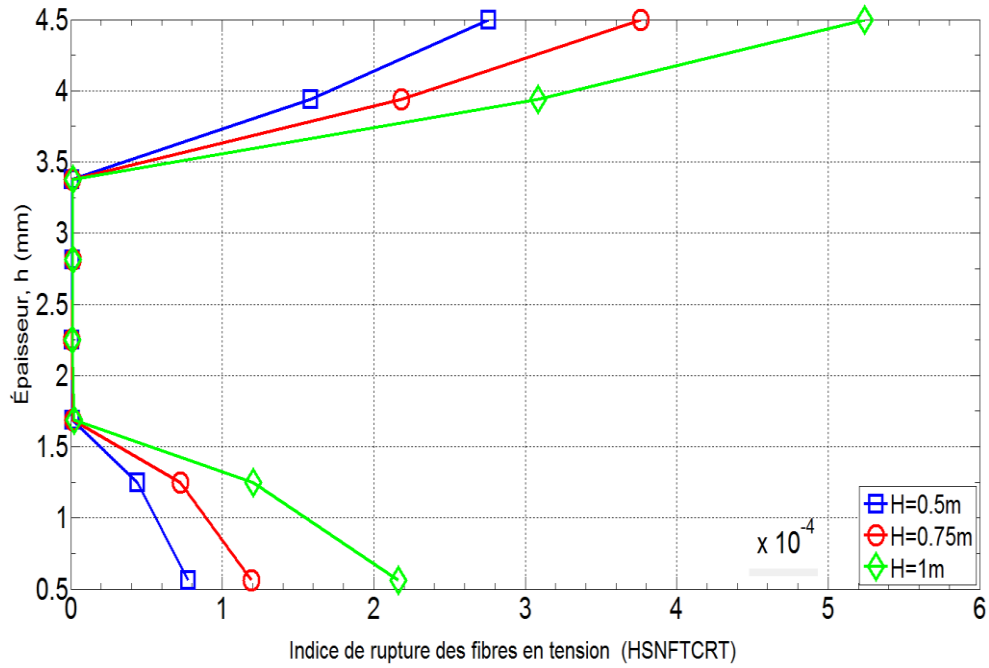


Figure 14(e). Endommagement en tension des fibres de l'élément 821.

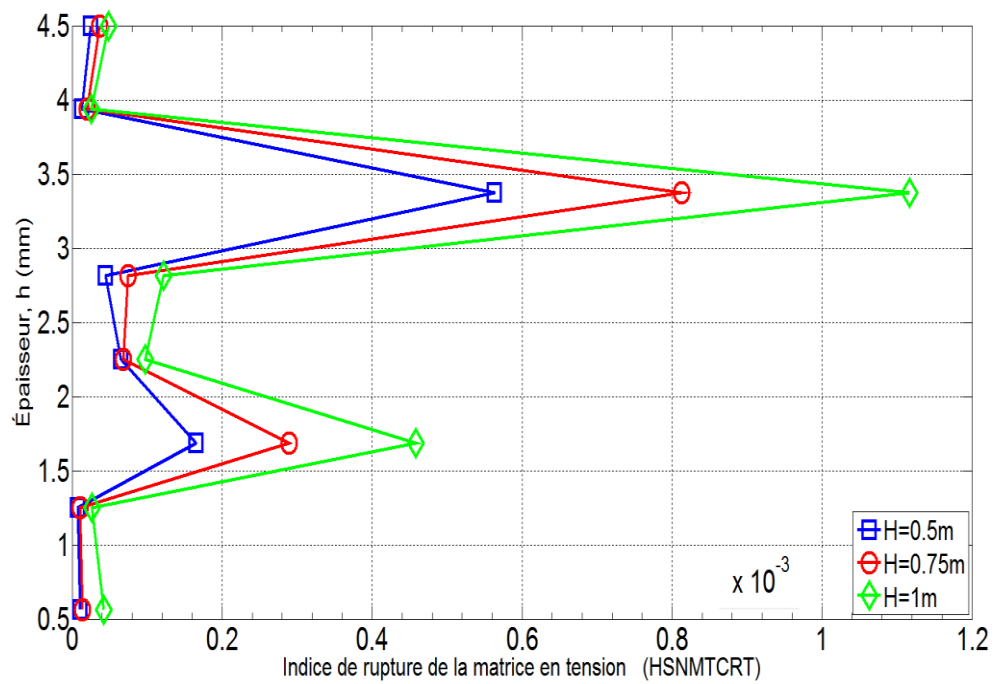


Figure 14(f). Endommagement en tension la matrice de l'élément 821.

Figure 14. Détection des endommagements du stratifié  $[0_3/90]_S$  en utilisant le second critère de Hashin en tensions.



### III. 4.6. Analyse des surfaces d'endommagements

#### III. 4.6.1. Surface macroscopique endommagée

La comparaison entre les surfaces endommagées prédites et mesurées [45] dans la matrice est représentée sur la figure 15.

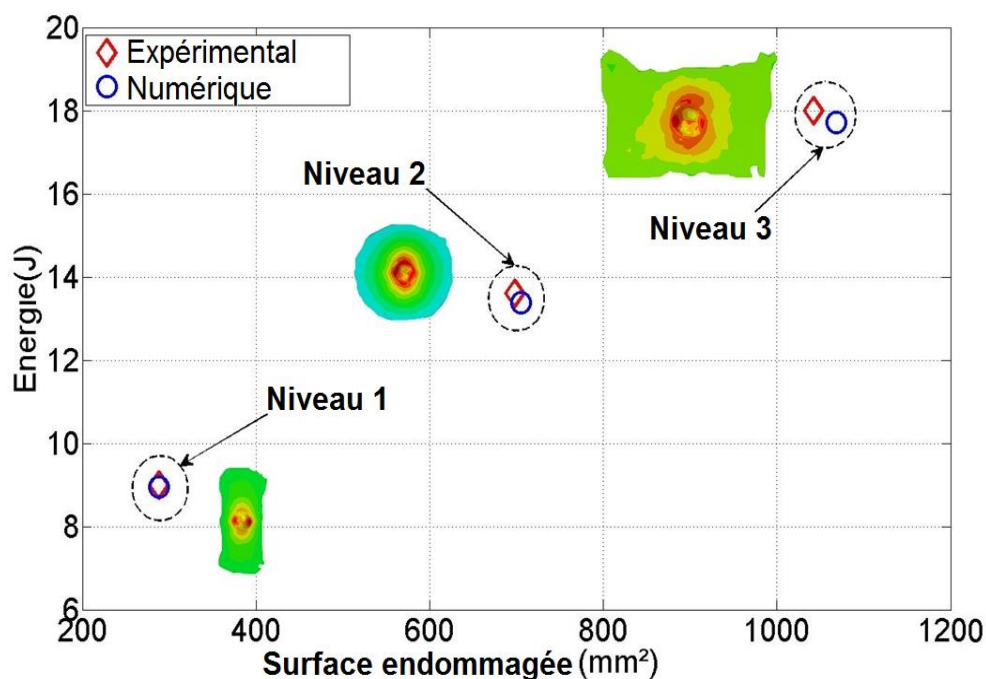


Figure15. Évolution de la surface endommagée.

Comme constaté dans la caractérisation expérimentale, il existe deux zones endommagées distinctes d'impact. La première est une indentation et la seconde zone représente l'étendue des endommagements.

Les zones endommagées s'étendent proportionnellement avec la perte de la rigidité de la plaque (figure 11). Les zones endommagées ont approximativement les mêmes formes. Une comparaison entre les résultats expérimentaux [45] et les résultats numériques de la zone d'endommagement est rapportée dans le tableau 7.

|   | E=9J      | E=13J    | E=18J      |
|---|-----------|----------|------------|
| Surface de délaminage (numérique) [mm <sup>2</sup> ]          | 288.30    | 705.18   | 1068       |
| Surface de délaminage (numérique) pixel <sup>2</sup>          | 1.327 e+3 | 3.307e+4 | 5.0085 e+4 |
| Surface de délaminage (expérimentale [45]) [mm <sup>2</sup> ] | 288.25    | 698.14   | 1042.58    |
| Erreur (%)  | 0.018     | 0.147    | 2.49       |

Tableau 7. Surfaces délaminées calculées par EF.

#### III. 4.6.2. Étendue des surfaces endommagées dans chaque pli

La figure 16 représente les endommagements visuels sur les spécimens impactés. La taille de cette zone de dommage a été délimitée à l'aide du critère de Hashin associé à un analyseur d'image. La zone colorée en rouge et grise dans les images de la figure 16 indique l'emplacement où les contraintes sont calculées et où le critère est satisfait.

Deux zones d'endommagement sont distinctes. Une zone rougeâtre qui représente la compression de la matrice, et une zone grisâtre qui indique l'indentation permanente dans la matrice.

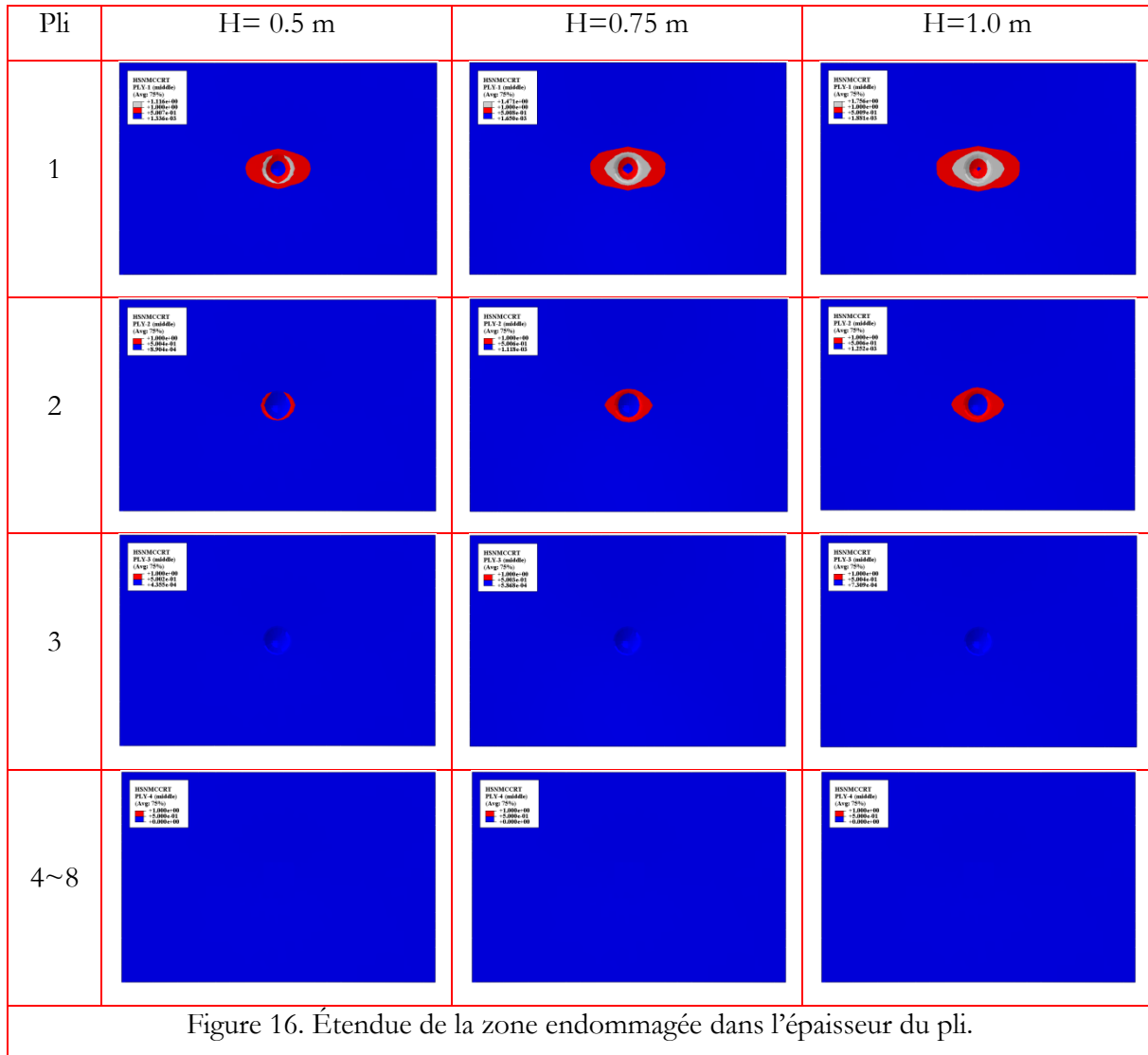


Figure 16. Étendue de la zone endommagée dans l'épaisseur du pli.

L'indentation observée lors des calculs numériques est quantifiée en utilisant la formulation de Hertz (section I. 2.1.2) applicable à l'indentation d'un impacteur de forme hémisphérique sur une structure plane :

$$\alpha_{\max} = \left( \frac{F_{\max}}{k_c} \right)^{2/3} \tag{III.2}$$

Où  $\alpha$  est l'indentation,  $k_c$  est un coefficient de contact qui dépend du coefficient de poisson  $\nu_i$  de l'impacteur et de son rayon  $r_i$ . Il dépend aussi du module de Young longitudinal  $E_i$  et du module de Young transverse  $E_t$  de la plaque impactée. Ce coefficient est calculé à partir de l'équation ci-après.

$$k_c = \frac{4}{3} \frac{(r_i)^{0.5}}{\left[ \frac{1-\nu_i^2}{E_i} + \frac{1}{E_t} \right]} \quad (\text{III.3})$$

En introduisant les valeurs de  $F_{\max}$  obtenue numériquement (tableau 3), on obtient les valeurs de l'indentation (voir le tableau 8). On y constate que l'indentation augmente proportionnellement avec l'énergie d'impact appliquée.

| Hauteur de chute [m] | Indentation max [mm] |
|----------------------|----------------------|
| 0.50                 | 0.328~0.332mm        |
| 0.75                 | 0.376~0.388mm        |
| 1.00                 | 0.412~0.428mm        |

Tableau 8. Indentations calculées par la formulation de Hertz [III.2].

### Références

- [1] Santos MJ, Santos JB, Amaro AM, Neto MA. Low velocity impact damage evaluation in fiber glass composite plates using PZT sensors. *Composites Part B: Engineering*. 2013; 55(0):269-276.
- [2] Riccio A, De Luca A, Di Felice G, Caputo F. Modelling the simulation of impact induced damage onset and evolution in composites. *Composites Part B : Engineering*. 2014 ; 66(0) :340-7.
- [3] de Vasconcellos DS, Sarasini F, Touchard F, Chocinski-Arnault L, Pucci M, Santulli C, et al. Influence of low velocity impact on fatigue behaviour of woven hemp fibre reinforced epoxy composites. *Composites Part B: Engineering*. 2014; 66(0):46-57.
- [4] MalekzadehFard K, Khalili SMR, Forooghy SH, Hosseini M. Low velocity transverse impact response of a composite sandwich plate subjected to a rigid blunted cylindrical impactor. *Composites Part B: Engineering*. 2014; 63(0):111-122.
- [5] Feng D, Aymerich F. Damage prediction in composite sandwich panels subjected to low-velocity impact. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2013; 52(0):12-22.
- [6] Gower HL, Cronin DS, Plumtree A. Ballistic impact response of laminated composite panels. *International Journal of Impact Engineering*. 2008; 35(9):1000-8.
- [7] Nishikawa M, Hemmi K, Takeda N. Finite-element simulation for modeling composite plates subjected to soft-body, high-velocity impact for application to bird-strike problem of composite fan blades. *Composite Structures*. 2011; 93(5):1416-23.
- [8] Ulven CA, Vaidya UK. Impact response of fire damaged polymer-based composite materials. *Composites Part B: Engineering*. 2008; 39(1):92-107.

- 
- [9] Palazotto AN, Gummadi LNB, Vaidya UK, Herup EJ. Low velocity impact damage characteristics of Z-fiber reinforced sandwich panels — an experimental study. *Composite Structures*. 1998; 43(4):275-288.
- [10] Sutherland LS, GuedesSoares C. Impact on low fibre-volume, glass/polyester rectangular plates. *Composite Structures*. 2005; 68(1):13-22.
- [11] Sutherland LS, GuedesSoares C. Impact characterisation of low fibre-volume glass reinforced polyester circular laminated plates. *International Journal of Impact Engineering*. 2005; 31(1):1-23.
- [12] de Moura MFSE, Marques AT. Prediction of low velocity impact damage in carbon–epoxy laminates. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2002; 33(3):361-368.
- [13] Tan W, Falzon BG, Chiu LNS, Price M. Predicting low velocity impact damage and Compression-After-Impact (CAI) behaviour of composite laminates. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2015; 71(0):212-226.
- [14] Singh H, Namala KK, Mahanjan P. A damage evolution study of E-glass/epoxy composite under low velocity impact. *Composites Part B: Engineering*. 2015; 76:235–248.
- [15] JONES RM. MECHANICS OF COMPOSITE MATERIALS In: Francis T, editor. 2 ed. USA Publishing Office: Taylor & Francis. 1999. p. 102-118.
- [16] Barbero EJ. Finite Element Analysis of Composite Materials. CRC Press LLC, Taylor & Francis Group; 2007. p. 255-297.
- [17] Barbero EJ. Introduction to Composite Materials Design 2ed. Philadelphia. PA: CRC Press Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL; 2011. p. 267-285
- [18] Hashin Z. FAILURE CRITERIA FOR UNIDIRECTIONAL FIBER COMPOSITES. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*. 1980; 47(2):329-334.
- [19] Aare M, Kleiven S. Evaluation of head response to ballistic helmet impacts using the finite element method. *International Journal of Impact Engineering*. 2007; 34(3):596-608.
- [20] Arias A, Rodríguez-Martínez JA, Rusinek A. Numerical simulations of impact behaviour of thin steel plates subjected to cylindrical, conical and hemispherical non-deformable projectiles. *Engineering Fracture Mechanics*. 2008; 75(6):1635-1656.
- [21] Olsson R. Analytical prediction of damage due to large mass impact on thin ply composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2015; 72(0):184-191.
- [22] Richardson MOW, Wisheart MJ. Review of low-velocity impact properties of composite materials. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 1996; 27(12):1123-1131.

- 
- [23] Shyr T-W, Pan Y-H. Impact resistance and damage characteristics of composite laminates. *Composite Structures*. 2003; 62(2):193-203.
- [24] Hitchen SA, Kemp RMJ. The effect of stacking sequence on impact damage in a carbon fibre/epoxy composite. *Composites*. 1995; 26(3):207-214.
- [25] Yamada SE, Sun CT. ANALYSIS OF LAMINATE STRENGTH AND ITS DISTRIBUTION. *Journal of Composite Materials*. 1978; 12(JUL):275-284.
- [26] Hart-Smith LJ. A New Approach to Fibrous Composite Laminate Strength Prediction. 8<sup>th</sup> DOD/NASA/FAA Conference on Fibrous Composites in Structural Design. NASA CP-3087 ed. Norfolk, VA. 28-30 November 1989. p. 663–693.
- [27] Puck A, Schurmann H. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology*. 2002 ; 62(12-13) :1633-1662.
- [28] Jordan JB, Naito CJ, Haque BZ. Progressive damage modeling of plain weave E-glass/phenolic composites. *Composites Part B: Engineering*. 2014; 61(0):315-323.
- [29] Caputo F, De Luca A, Lamanna G, Borrelli R, Mercurio U. Numerical study for the structural analysis of composite laminates subjected to low velocity impact. *Composites Part B: Engineering*. 2014; 67(0):296-302.
- [30] Anderson Jr CE, Morris BL. The ballistic performance of confined Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ceramic tiles. *International Journal of Impact Engineering*. 1992; 12(2):167-187.
- [31] Anderson Jr CE. An overview of the theory of hydrocodes. *International Journal of Impact Engineering*. 1987; 5(1–4):33-59.
- [32] Abrate S. Modeling of impacts on composite structures. *Composite Structures*. 2001; 51(2):129-138.
- [33] Robinson P, Davies GAO. Impactor mass and specimen geometry effects in low velocity impact of laminated composites. *International Journal of Impact Engineering*. 1992; 12(2):189-207.
- [34] Guillaumat L, Baudou F, de Azevedo AMG, Lataillade JL. Contribution of the experimental designs for a probabilistic dimensioning of impacted composites. *International Journal of Impact Engineering*. 2005; 31(6):629-641.
- [35] Guillaumat L. Reliability of composite structures - impact loading. *Computers & Structures*. 2000; 76(1-3):163-172.
- [39] Airbus Industries Test Method, Fiber Reinforced Plastics. Determination of compression strength after impact, AITM 1.0010, Issue 2, June 1994, pp. 1–11.

- 
- [37] Boeing Speciation Support Standard, Advanced Composite Compression Test, BSS 7260, pp.1–29.
- [38] Khalili SMR, Soroush M, Davar A, Rahmani O. Finite element modeling of low-velocity impact on laminated composite plates and cylindrical shells. *Composite Structures*. 2011; 93(5):1363-75.
- [39] Abaqus/Explicit: Advanced Topics. Lecture 1. Overview of Abaqus/Explicit. [www.simulia.com/learning](http://www.simulia.com/learning). Copyright 2005 Abaqus, Inc.
- [40] Hinton MJ, Kaddour AS, Soden PD. A further assessment of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: comparison with experimental evidence. *Composites Science and Technology*. 2004; 64(3-4):549-588.
- [41] Reddy JN. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. 2 ed: CRC Press LLC, Taylor & Francis Group; 2004. p. 449-80.
- [42] Chamis CC. Simplified Composite Micromechanics Equations for Strength, Fracture Toughness, Impact Resistance and Environmental Effects. 29<sup>th</sup> Conference of the Society of the Plastics Industry (SPI) Reinforced Plastics/Composites Institute. Houston, Texas: NASA N84-27832; January 16-20, 1984.
- [43] Simulation Composite Design User's Guide. Part 4.2: Calculating New Lamina Properties from Micromechanics. 2014. pp. 22-23.
- [44] ABAQUS documentation, Version 6.11.
- [45] F.B. Boukhoulda, L. Guillaumat, J.L. Lataillade, E. Adda-Bedia, A. Lousdad, Aging-impact coupling based analysis upon glass/polyester composite material in hygrothermal environment. *Materials and Design*. 2011 ; 32:4080–4087.
- .

---

## CONCLUSION GENERALE

Cette thèse étudie le comportement d'une plaque composite stratifiée de type Verre/polyester  $[0_3/90]_S$  soumise à un impact à basse vitesse.

Lors de cette étude, un modèle élément fini a été développé où un critère d'endommagement de Hashin a été implémenté. Le choix du critère d'endommagement de Hashin est justifié par la disponibilité des paramètres qui lui sont liées.

La validation du modèle élément fini implémenté est établie à l'aide d'une confrontation entre les résultats numériques trouvés et ceux de la littérature (Boukhoulda et al. [45]).

Les réponses mécaniques recherchées, analysées dans cette étude et comparées aux résultats expérimentaux de la littérature [45] sont :

- La force d'impact
- La flèche du centre de la plaque
- Les surfaces endommagées
- L'énergie d'impact

La concordance des résultats numériques avec l'expérimentation conforte et valide le modèle proposé

En revanche, l'étude numérique a permis en plus de prédire des résultats intéressants à l'échelle mésoscopique, tels que :

- Les endommagements dans les plis.
- La distribution des contraintes dans les plis.
- Les contraintes de cisaillement dans les interplis.
- Les champs de contraintes résiduelles.

chose qui est difficilement quantifiable expérimentalement.

Un test de convergence a été fait pour valider le maillage des éléments finis au préalable.

La simulation numérique de l'essai d'impact en utilisant la méthode des éléments finis permet de reproduire un essai d'impact virtuel en changeant tous les paramètres possibles :

- Les conditions aux limites,
- Le type matériau,
- La nature de l'impact (énergie d'impact)
- La forme de l'impacteur... etc.

Ce dernier point constitue un intérêt certain de cette étude. En effet, une prédiction des résultats peut être faite avec un gain économique.

Dans ce contexte, d'autres études ont été menées et sont présentées dans les appendices A et B. Ces études tiennent compte de quelques modifications de paramètres liés aux matériaux et aux conditions d'essai.

---

En perspective, on peut envisager de programmer d'autres études tenant compte de l'endommagement micromécanique afin de déterminer des lois d'endommagement à l'échelle microscopique (Volume Élémentaire Représentatif). On peut aussi prendre en compte :

- La présence des défauts dans le matériau lors des simulations d'impact et étudier leurs effets sur les réponses mécaniques.
- L'étude de la tenue résiduelle en fatigue après un test d'impact.



## Appendice A. Effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques

Le modèle numérique basé sur EF offre la possibilité d'estimer la perte de la rigidité, cela est possible en analysant l'effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques du stratifié composite. Les sections suivantes résument ces effets sur la plaque composite type Verre / Polyester. Dans tous les cas des simulations, les conditions d'impact sont identiques à celles décrites dans la section III.3.2. Par contre, une seule hauteur de chute  $H=0.75\text{m}$  est considérée.

### A. 1. Effet de la séquence d'empilement

Trois séquences d'empilement sont considérées :  $[0_2/90/0]_s$ ,  $[0/90/0_2]_s$  et  $[0_3/90]_s$ . La figure A.1 représente les réponses mécaniques des trois stratifications, on constate :

- Un effet net de la position de la couche 90 sur les réponses, traduit par, une perte de la rigidité de la plaque pour les deux premières séquences d'empilement.
- Une augmentation de la flèche de la plaque par un facteur de  $\frac{1}{4}$  de sa valeur de référence du stratifié  $[0_3/90]_s$  (figure A.1 (a)).
- Un retardement de l'enregistrement de l'énergie absorbée d'une valeur de  $2.5 \times 10^{-4}$  ms (figure A.1 (b)).
- En outre, la force d'impact augmente de 16% lorsque la couche 90 migre vers la surface (figure A.1 (a)).

Par conséquent, la position relative de la couche 90 à travers l'épaisseur du stratifié est un paramètre de conception pertinent qui affecte les réponses mécaniques de la plaque.

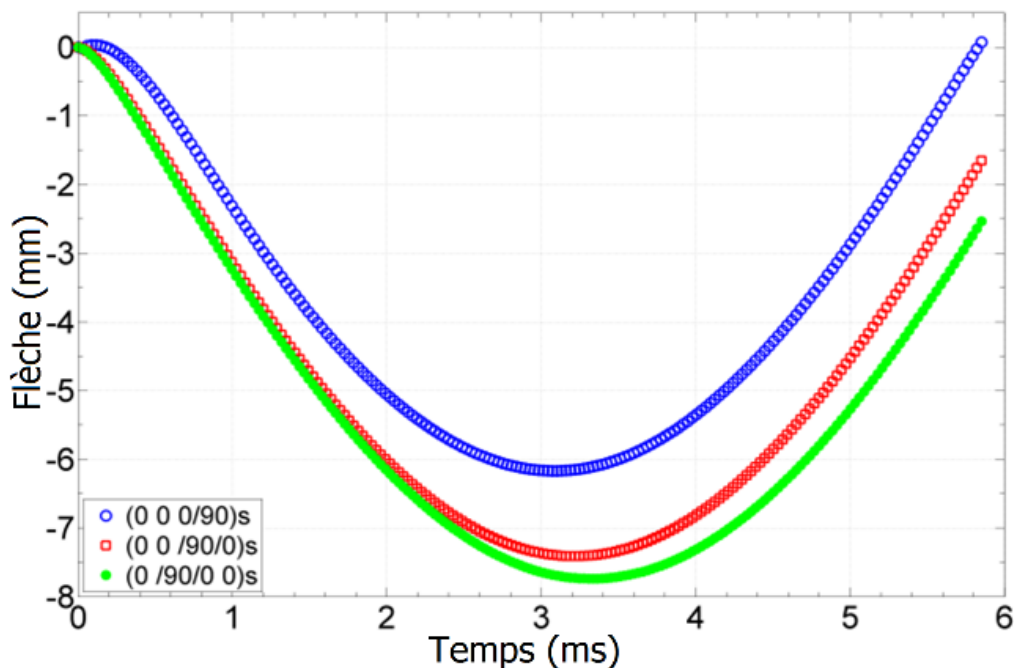


Figure A.1 (a) Déplacement du centre de la plate

## Appendice A. Effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques

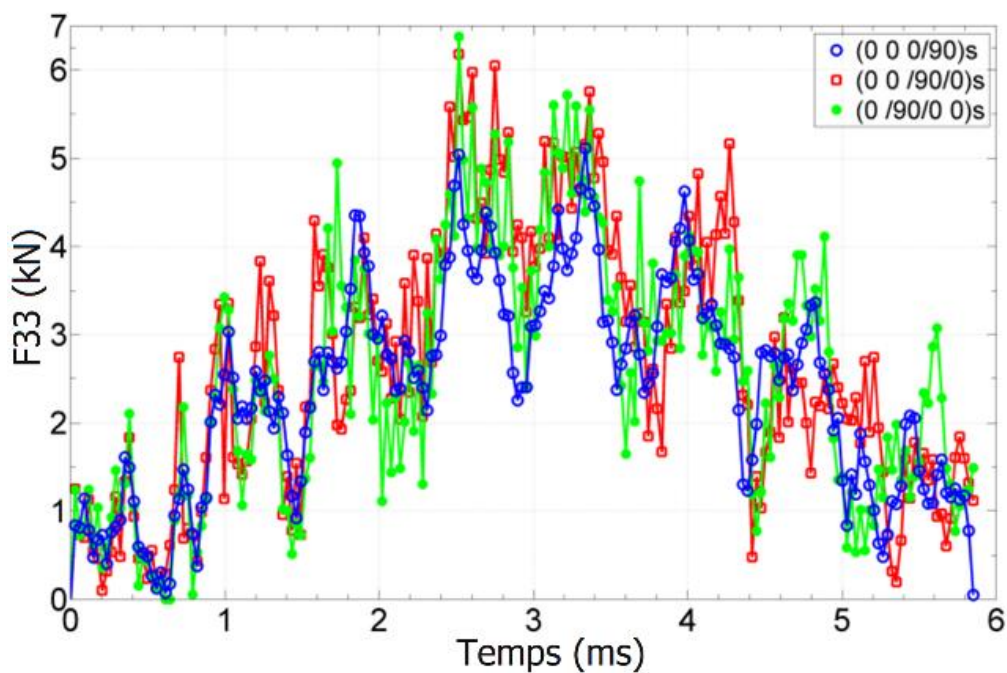


Figure A.1(b). Force d'impact

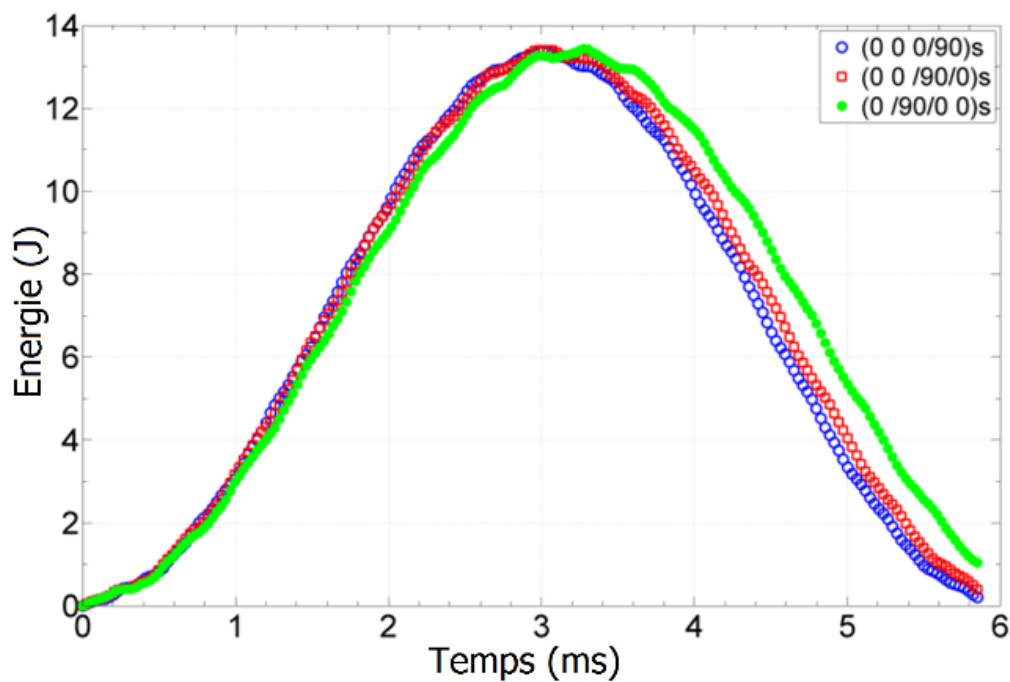


Figure A.1 (c) Énergie de l'impact

Figure. A. 1. Effet de l'angle d'orientation du pli sur les réponses mécaniques.

### A. 2. Effet de l'angle d'orientation des plis centraux

Pour mettre en évidence l'effet de l'angle d'orientation du pli sur les réponses suite à l'impact, trois cas de différentes séquences d'orientation sont simulés. De ce fait, les matériaux étudiés sont :  $[0_3/90]_s$  matériau de référence  $[0_3/45]_s$  et  $[0_3/30]_s$ .

## Appendice A. Effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques

- D'après la figure. A. 2, on peut conclure qu'il y a un faible effet de l'angle d'orientation des plis sur les forces d'impact et sur la flexion de la plaque.
- Les trois plaques absorbent pratiquement la même quantité d'énergie.

Dans ce cas, il semble que l'angle d'orientation du pli est un paramètre de conception moins pertinent pour améliorer la réponse d'un composite sous impact à faible vitesse.

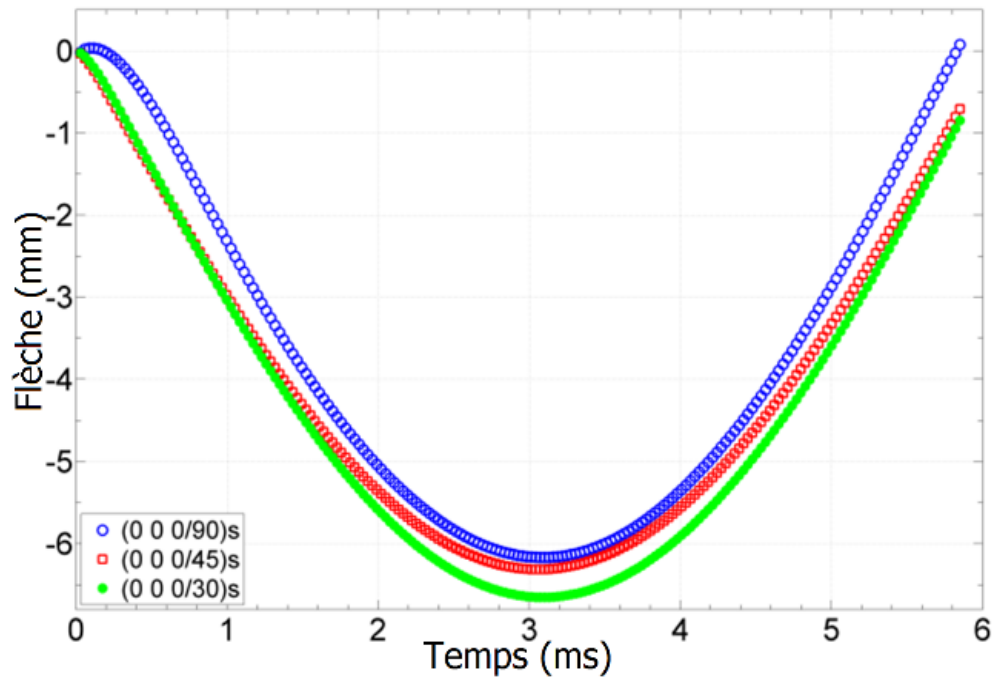


Figure A.2 (a). Déplacement du centre de la plate

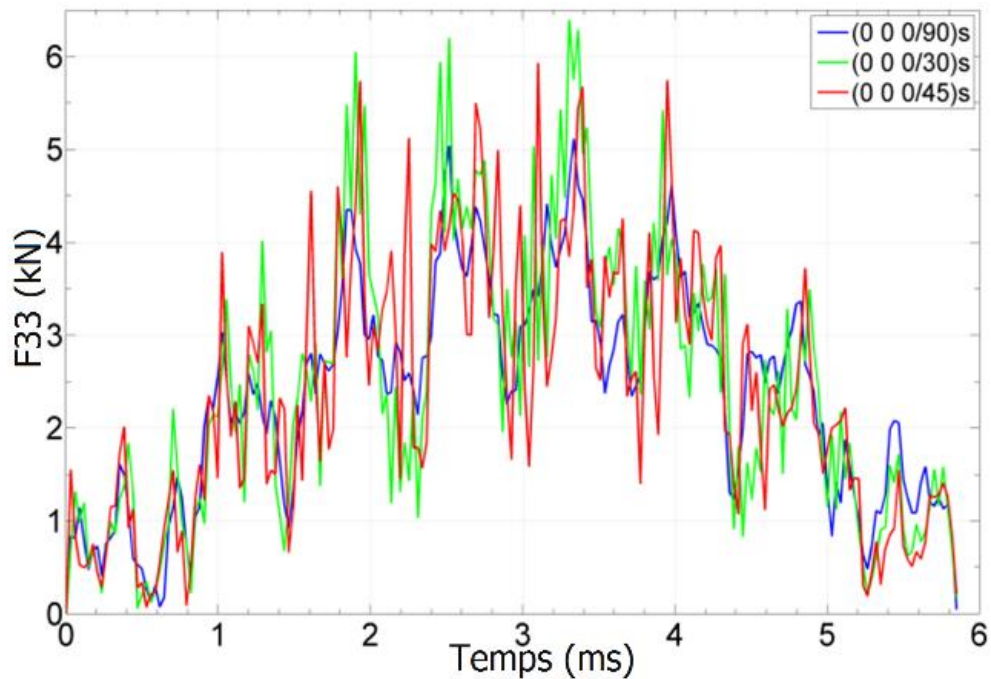


Figure A.2 (b). Force d'impact

## Appendice A. Effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques

---

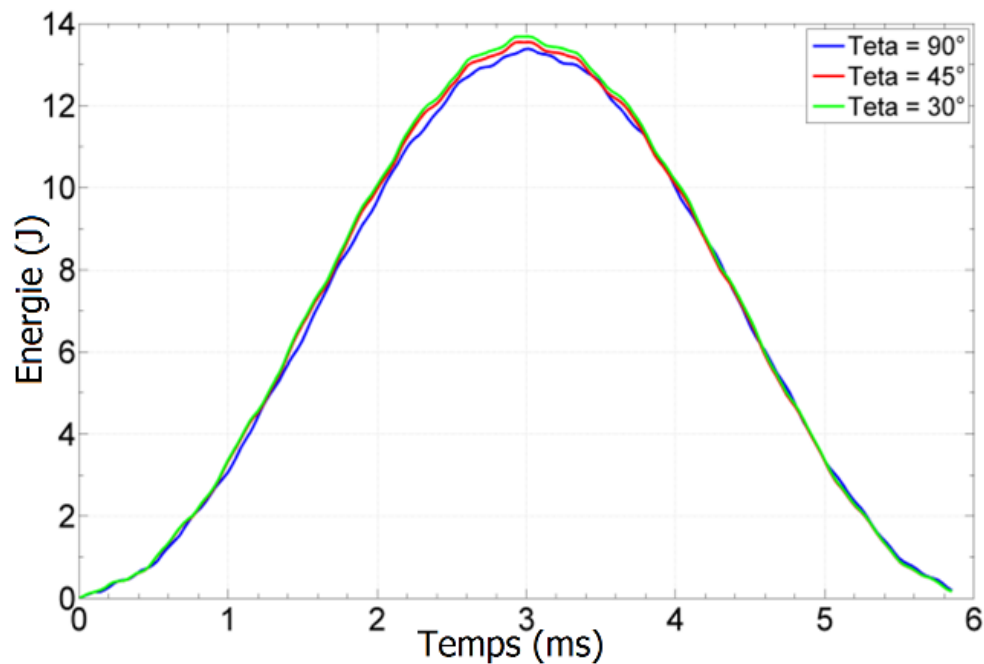


Figure A.2 (c). Énergie d'impact

Figure. A. 2. Effet de l'angle d'orientation des plis centraux sur les réponses mécaniques.

### A. 3. Effet du nombre de couches

L'effet de l'épaisseur du stratifié est mis en évidence en considérant quatre nombres de couches composites  $N = 8$  ( $e=4.5\text{mm}$ ),  $N=12$  ( $e=6.75\text{mm}$ ),  $N=16$  ( $e=9\text{mm}$ ) et  $N=18$  ( $e=10.125\text{mm}$ ). La couche 90 est toujours considérée dans le plan médian du stratifié.

- On remarque que l'enregistrement des trois réponses mécanique est retardé proportionnellement à la réduction du nombre des couches (voir Figure A.3).
- Les valeurs maximales des réponses sont logiquement inversement proportionnelles avec l'augmentation du nombre des couches.
- Tout cela signifie que, la rigidité de la plaque augmente en fait et à mesure que le nombre de couches augmente, comme prévu.

À partir des réponses mécaniques prédites, l'épaisseur du stratifié est un paramètre de conception pertinent pour contrôler l'amortissement de l'impact à faible vitesse. Toutefois, l'augmentation de l'épaisseur du stratifié implique une augmentation de la masse du stratifié, qui est un inconvénient dans le dimensionnement des structures composites. Toutes fois, un compromis doit être trouvé selon les applications.

## Appendice A. Effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques

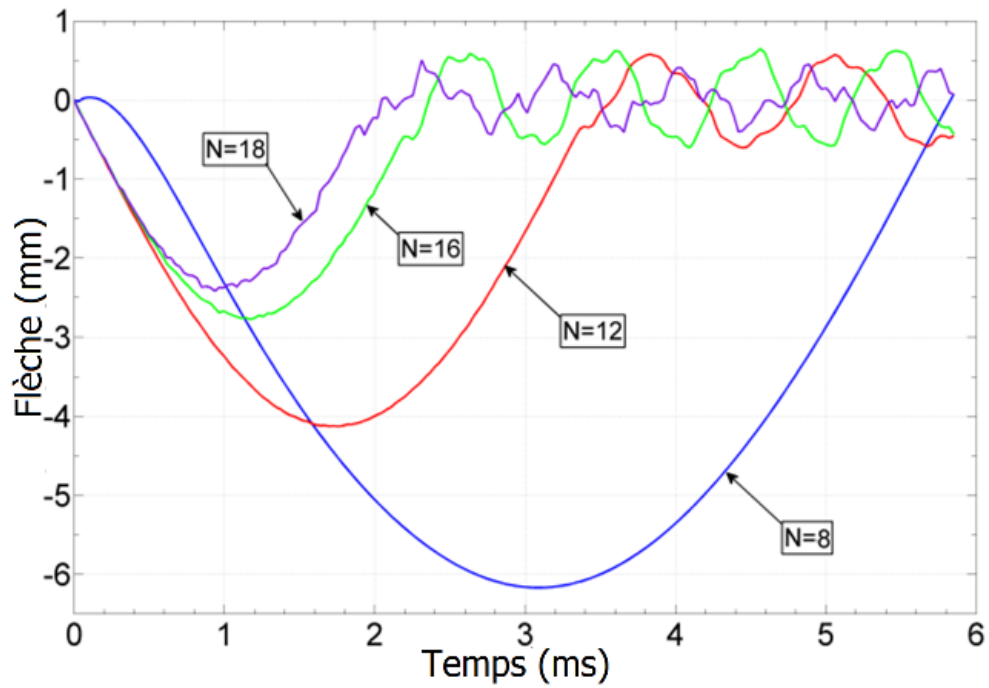


Figure A.3. (a). Déplacement du centre de la plate

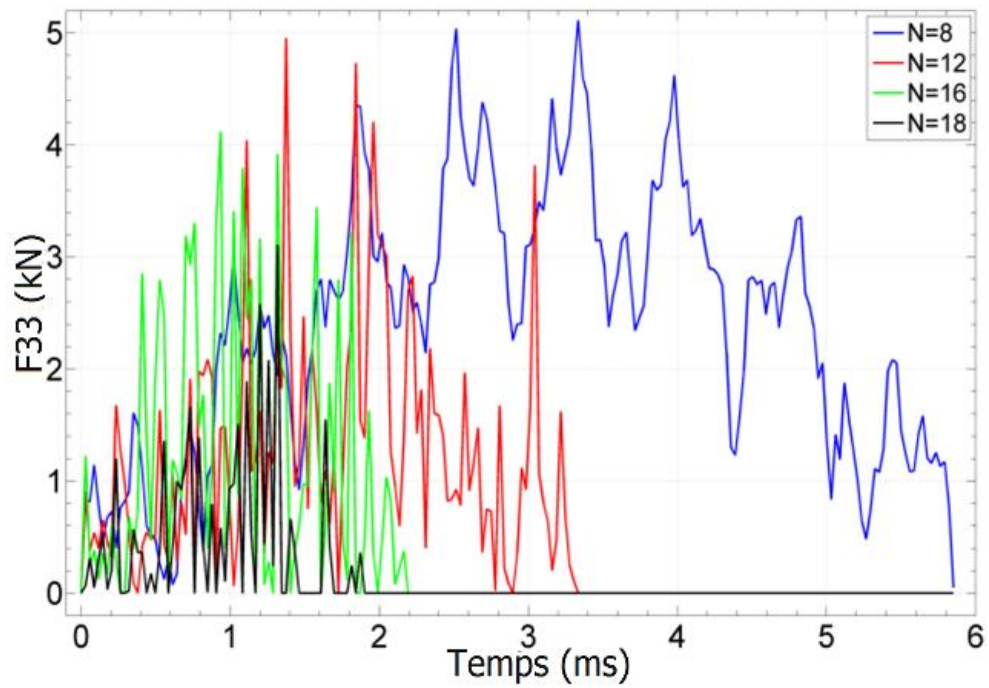


Figure A.3 (b). Force d'impact

## Appendice A. Effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques

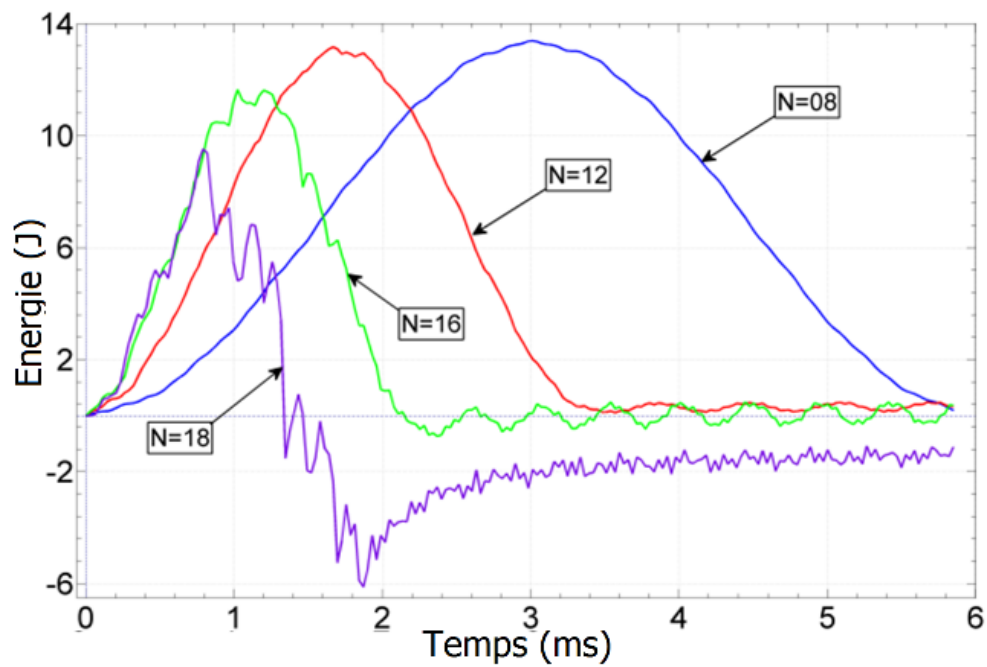


Figure A.3 (c). Énergie d'impact

Figure A. 3.Effet de l'épaisseur du stratifié (nombre de couches) sur les réponses mécaniques due à un chargement d'impact.

### A. 4. Effet des dimensions de la plaque

Les dimensions de la plaque dans le plan (xy), en tant que paramètre de conception, doivent avoir un effet sur la réponse à l'impact de la plaque (figure A.4). Ainsi, pour étudier l'effet des dimensions de la plaque sur la réponse mécanique due à un chargement d'impact, trois plaques sont considérées en faisant varier le rapport de la longueur L par la largeur W. Les trois cas correspondent à  $\frac{L}{W} = 1, 1.5$  et 3, avec  $L_0=100\text{mm}$ .

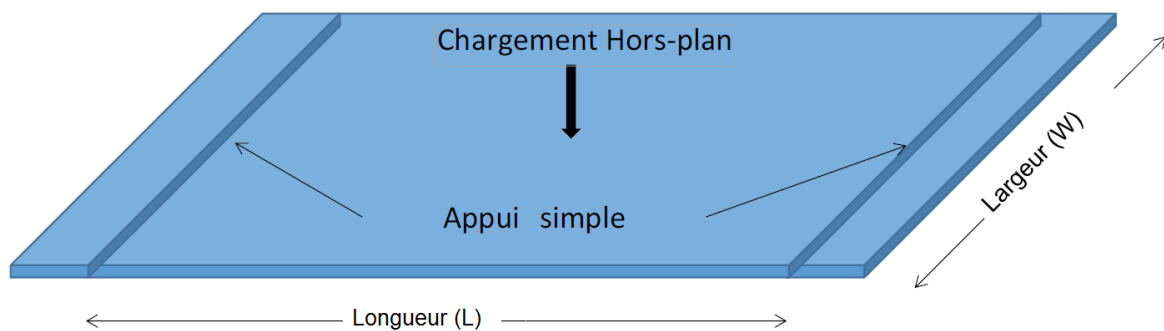


Figure A.4. Dimensions de la plaque

À partir de la Figure A. 5. Il est évident que la dimension de plaque affecte les réponses mécaniques lorsqu'un chargement d'impact est appliqué. Il est constaté que :

- Le temps de contact se double à chaque fois que le rapport  $\frac{L}{W}$  augmente de 0.5.

## Appendice A. Effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques

- La flèche du centre de la plaque se double avec l'augmentation du rapport des dimensions (figure A.5 (a)).
- La distance relative entre les supports détermine hautement la flexibilité de la plaque sous un chargement hors plan. À partir de la théorie des plaques en flexion, il est prévu que la flexion augmente à mesure que la distance entre les supports augmente.
- La force d'impact est inversement proportionnelle avec l'augmentation du rapport  $\frac{L}{W}$ .
- L'énergie d'impact absorbée par la plaque prend plus de temps pour commencer son enregistrement.

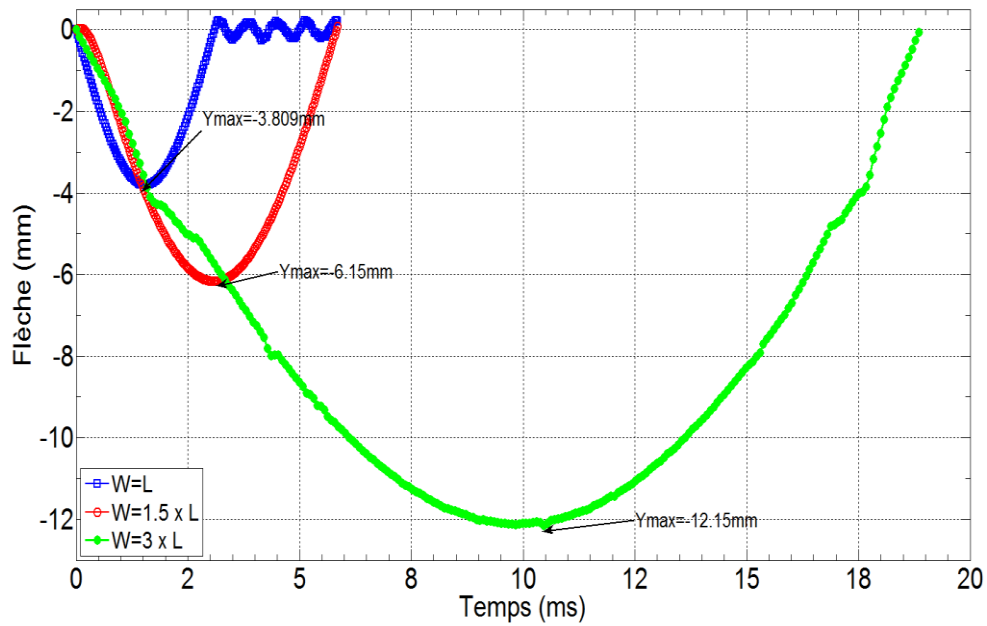


Figure A.5 (a). Déplacement du centre de la plate

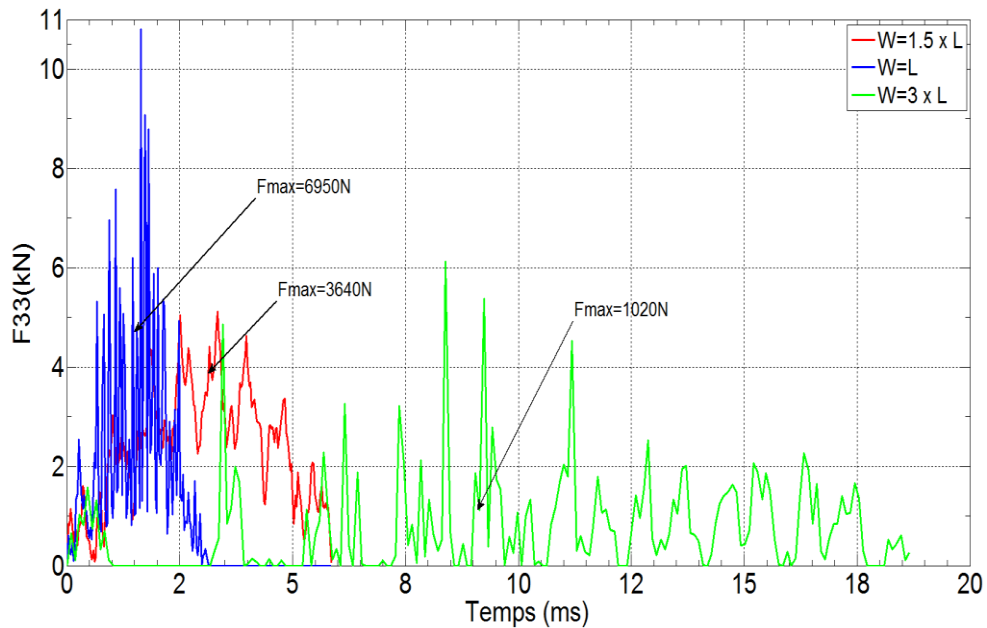


Figure A.5 (b). Force d'impact



## Appendice A. Effet des paramètres de conception sur les réponses mécaniques

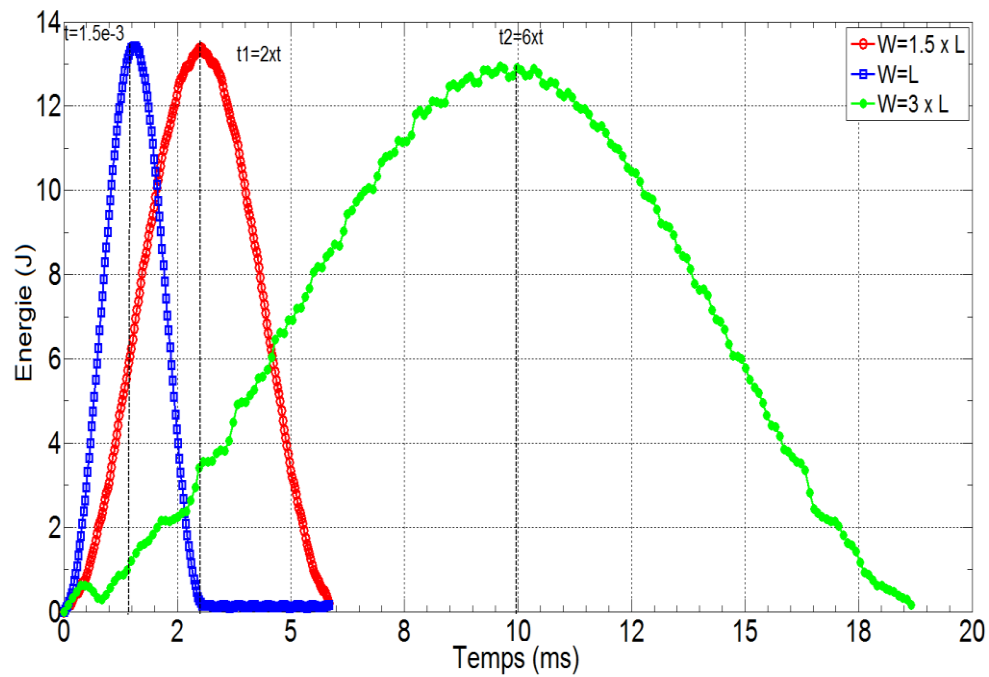


Figure A.5 (c). Énergie d'impact

Figure A. 5. Rôle des dimensions de la plaque sur l'enregistrement des réponses mécaniques.

### Référence

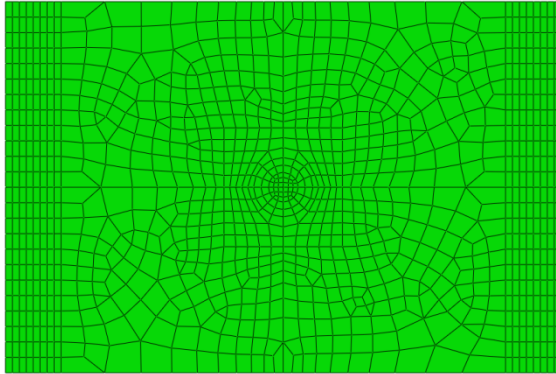
- [1]. F.B. Boukhoulou, L. Guillaumat, J.L. Lataillade, E. Adda-Bedia, A. Lousdad, Aging-impact coupling based analysis upon glass/polyester composite material in hygrothermal environment. *Materials and Design*. 2011 ; 32:4080–4087.



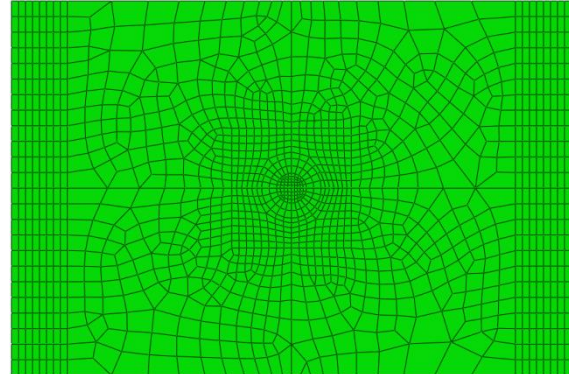
## Appendice B. Étude de la convergence du maillage

---

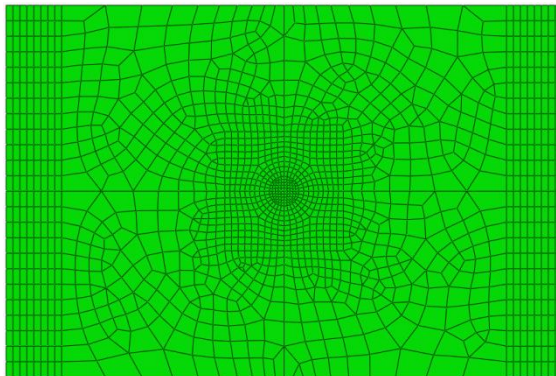
L'étude de la convergence du maillage est menée dans le but de choisir le meilleur maillage donnant des résultats précis par rapport aux résultats expérimentaux. Cela est effectué tout en tenant compte du temps de calcul (temps CPU raisonnables). Quatre plaques représentées sur la figure. B.1 et maillées avec le même type d'élément fini S4R du logiciel ABAQUS.



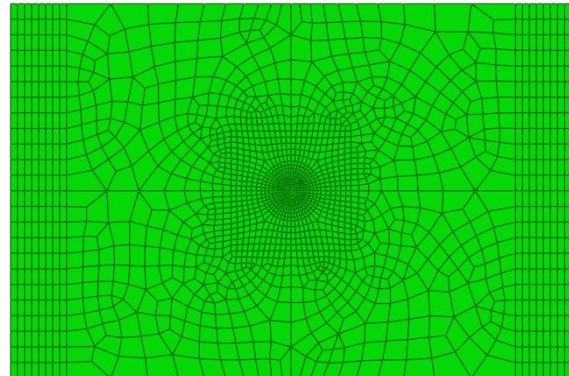
(a) Nombre des éléments 3246,  
L=3mm



(b) Nombre des éléments 3546,  
L=2mm



(c) Nombre des éléments 3746,  
L=1.5mm



(d) Nombre des éléments 3946,  
L=1mm

Figure. B. 1. Les différents modèles étudiés pour la convergence du maillage

On s'appuyant sur les réponses mécaniques, illustrées dans la figure. B. 2, le choix de la longueur des éléments finis est pertinent pour reproduire les mesures expérimentales. Le maillage raffiné de la figure. B. 1 (d) est celui adopté pour valider le modèle EF proposé, car il donne les meilleurs résultats en comparaison aux résultats expérimentaux de Boukhoulda et al [1].

Mais si un maillage très raffiné est utilisé, les déformations dans les éléments sont très prononcées et le maillage sera distordu. Cela ne permet pas d'enregistrer des résultats. Pour surmonter ce problème, le calcul peut être interrompu et un remaillage à l'endroit où sont apparues les plus grandes distorsions doit être appliqué avant de poursuivre l'intégration.

Une autre possibilité qui annule cet effet est d'introduire un critère d'érosion dans le matériau. Ceci élimine automatiquement les cellules mal déformées. Par contre, l'enregistrement de l'énergie cinétique dans le modèle est éliminé.

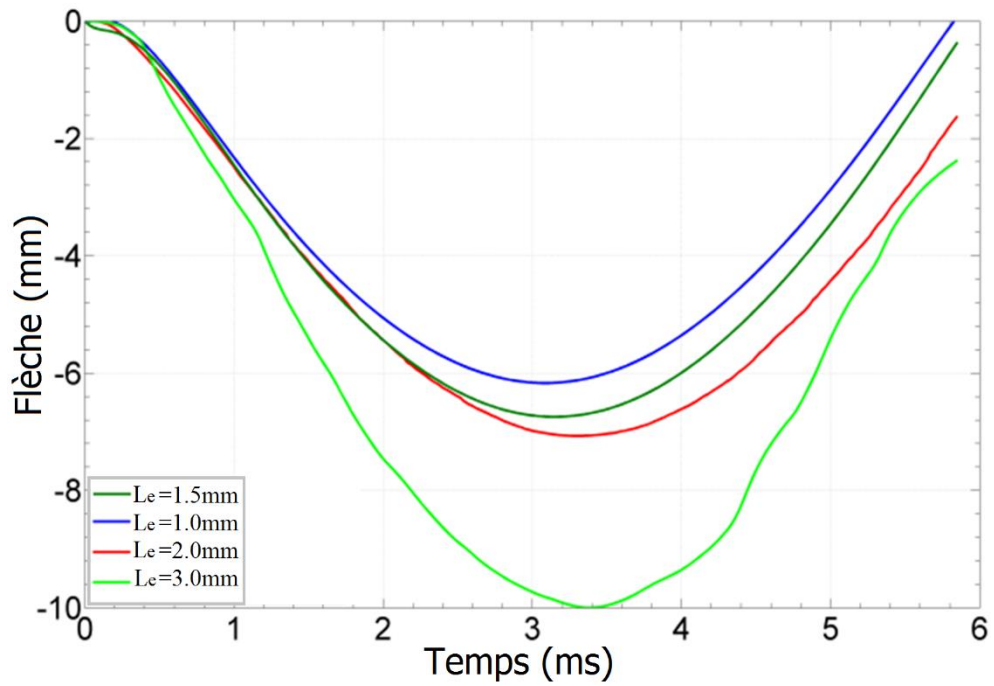


Figure. B.2(a) Influence de la taille du maillage sur le déplacement central

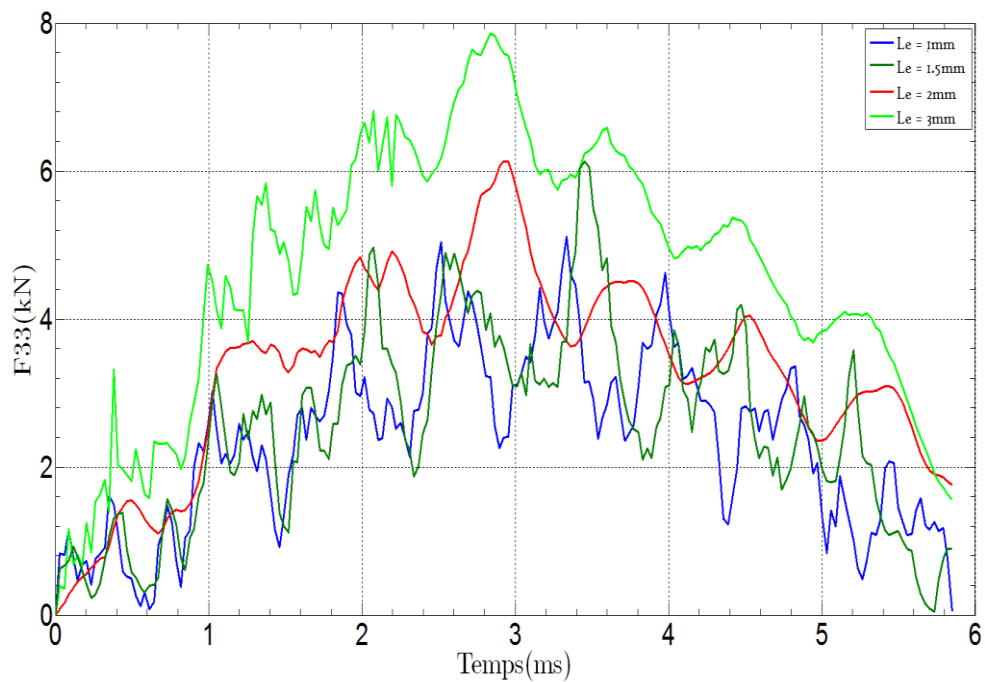


Figure. B.2 (b) Influence de la taille du maillage sur la force d'impact

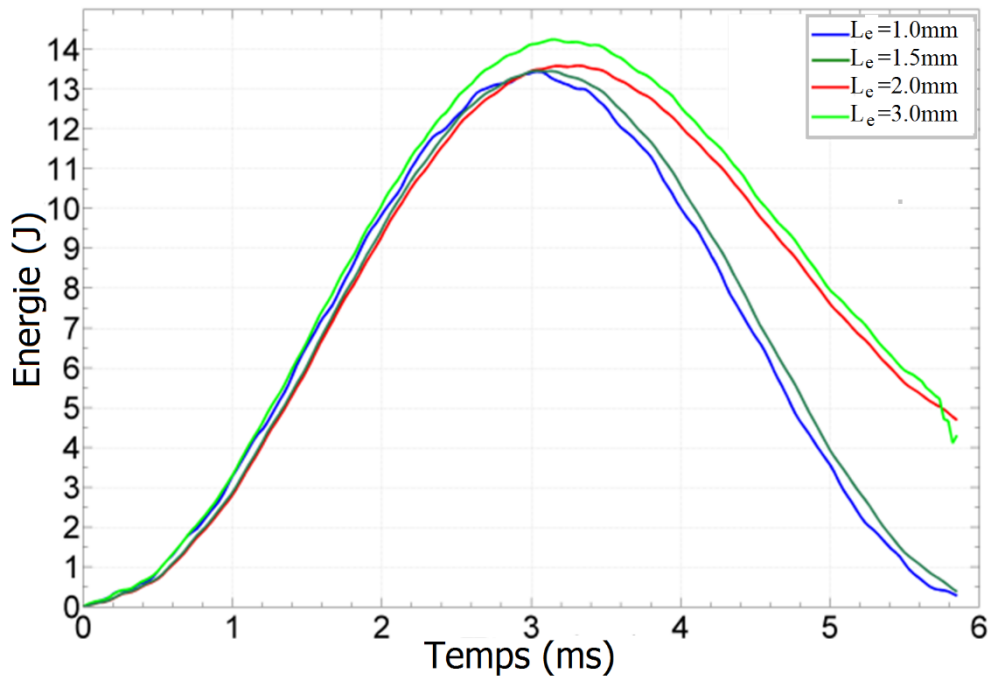


Figure. B.2 (c) Enregistrement de l'énergie d'impact après le test de convergence

Figure. B.2. Influence de la taille du maillage sur les réponses mécaniques, haute chute = 0.75 m, masse de l'impacteur = 1.825 kg.

Les réponses mécaniques sont influencées par la taille des éléments. Il est constaté également que le raffinement après une certaine taille de l'élément n'est pas nécessaire parce que les distorsions dans les éléments vont induire des résultats erronés dans la simulation.

### Référence

- [1]. F.B. Boukhoulida, L. Guillaumat, J.L. Lataillade, E. Adda-Bedia, A. Lousdad, Aging-impact coupling based analysis upon glass/polyester composite material in hygrothermal environment. *Materials and Design*. 2011; 32:4080–4087.

## Appendice C. Comparaison des méthodes du chargement

Pour appliquer un chargement dynamique dû à l'impact, deux méthodes peuvent être utilisées. La première consiste à positionner l'impacteur à la hauteur de chute spécifiée, comme dans les tests d'impact avec un poids tombant. Un chargement en gravité  $\vec{g}$  est appliqué, comme le montre la figure. C.1. Dans ce cas, le temps de la simulation est plus lent du fait de l'existence de deux étapes de calculs (chute et contact).

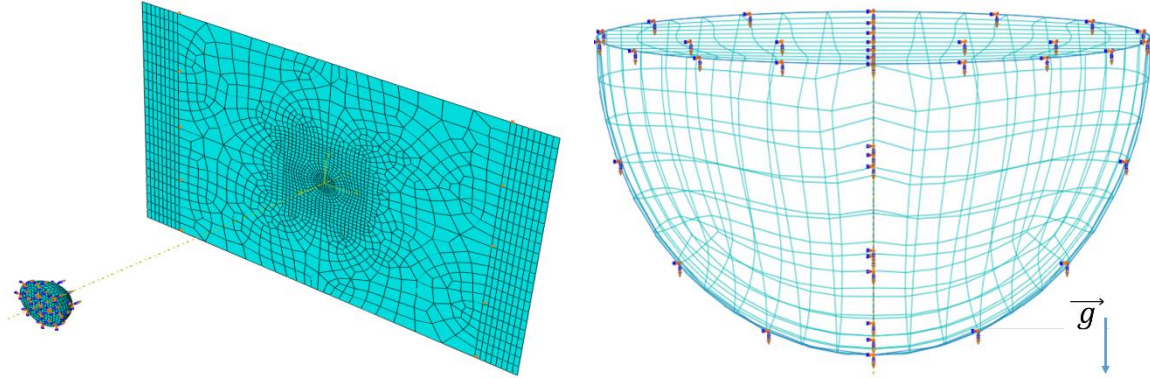


Figure. C. 1. Modélisation de l'essai d'impact utilisant la pesanteur  $\vec{g}$ .

La seconde méthode utilisée dans cette thèse consiste à appliquer une vitesse initiale à l'impacteur, et dans ce cas, l'impacteur est mis d'abord en contact avec la plaque.

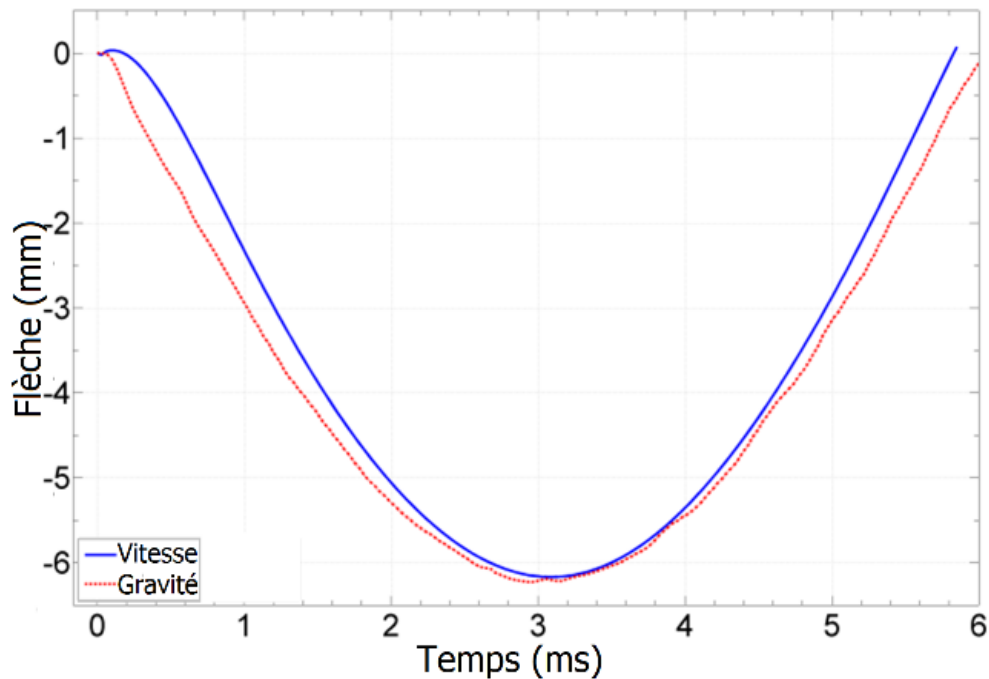


Figure C.2 (a). Flexion du centre de la plaque

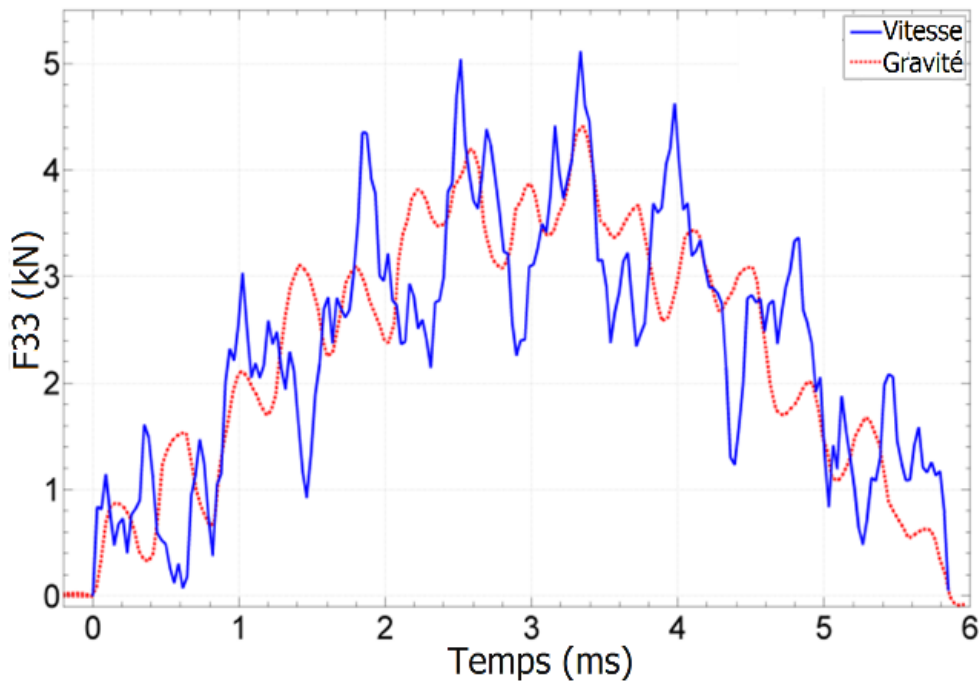


Figure C.2. Forces d'impact

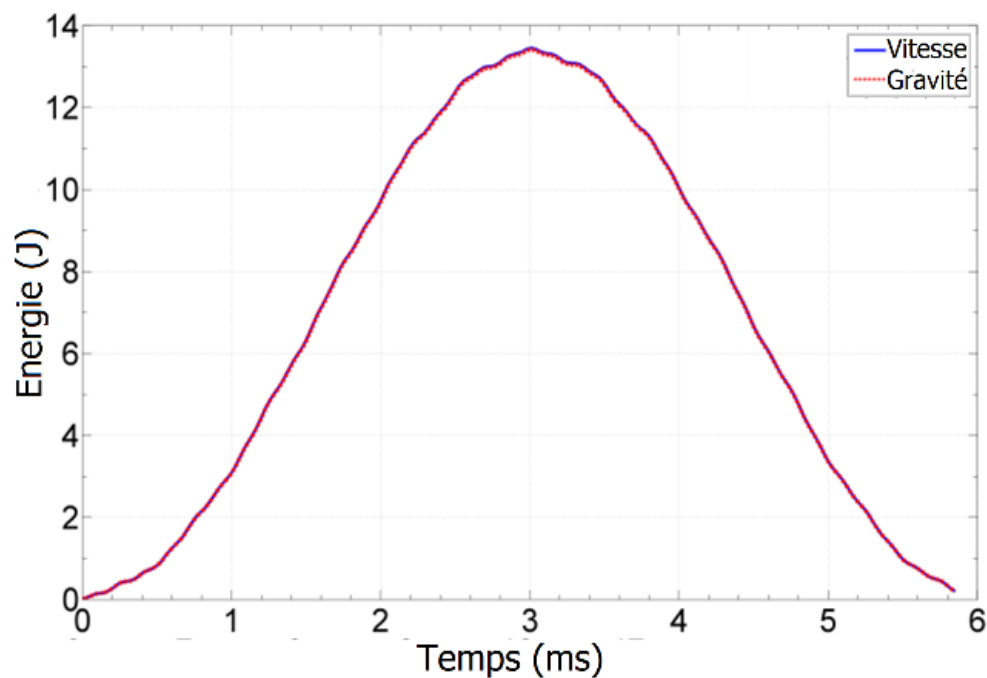


Figure C.2 (c). Énergie absorbée par la plaque

Figure. C. 2. Comparaison entre les deux méthodes de chargement pour le deuxième niveau d'impact  $H=0.75m$ .

Les résultats obtenus lors de cette analyse (figure C. 2) montrent de très légères différences à la fois pour la flèche et les forces d'impact. Le taux d'erreur pour les deux des résultats est 0,054% pour la flèche et 0,13% pour les forces d'impact. Quant à l'énergie, les deux courbes se superposent. Que, ce soit l'un ou l'autre méthode, les résultats sont les mêmes.

## A. 1. Introduction

La conception des pièces en matériaux composites résulte les architectures des stratifiés suivantes : en plaques ou coques, et par stratification de couches successives. Ce mode de conception justifie l'importance donnée à l'étude des plaques dans l'analyse des structures en composites.

En général, on définit une plaque comme un solide limité par deux plans parallèles, dont la dimension transverse est petite en comparaison aux autres dimensions. Les plaques peut être classées suivant le rapport entre l'épaisseur et la longueur de la plaque,  $\frac{h}{L}$  on en trois catégories, épaisse, mince et très mince (membranes) où :

|                                | Classement                     |                                 |                  |
|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|------------------|
|                                | Épaisse                        | Mince                           | Très mince       |
| $\frac{h}{L_x}, \frac{h}{L_y}$ | $\frac{1}{5}$ à $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{50}$ | $< \frac{1}{50}$ |

En effet, les plaques, permettent également, l'analyse dans le cadre de calcul par éléments finis, de modéliser les structures coques. Les plaques composites stratifiées présentent un comportement mécanique non linéaire dû en particulier, aux empilements désorientés des couches.

Néanmoins, le recours à la théorie d'élasticité linéaire des plaques stratifiées permet d'effectuer le dimensionnement des structures composites. La mise au point des théories pour les plaques composites multicouches étés l'œuvre de plusieurs travaux, allons de la théorie quasi tridimensionnelle, à la théorie de Love-Kirchhoff. Ce dernier modèle convient lorsque les plaques sont dites minces. En revanche, l'application de la théorie de Reissner-Mindlin est plus appropriée pour des plaques épaisses, lors les effets du cisaillement transverse deviennent prépondérants.

## A. 2 Théorie des plaques stratifiées de Love-Kirchhoff

Les structures planes minces sont correctement modélisées par le modèle de Love-Kirchhoff. Du fait que, le rapport  $\frac{e}{l}$  de notre stratifié est égal à 0.03 pour une longueur de 150mm et d'une épaisseur de 4.5mm, les hypothèses de Love-Kirchhoff sont donc convenables a notre plaque.

Les équations du comportement élastiques linéaires de la théorie de Love-Kirchhoff seront développées, en utilisant l'hypothèse des petites perturbations (HPP, déplacements et déformations petits).

Le comportement de chacune des couches est supposé être dans un état de contraintes planes. En conséquence, les équations de comportement de matériaux élastiques orthotropes en contraintes planes sont présentées.



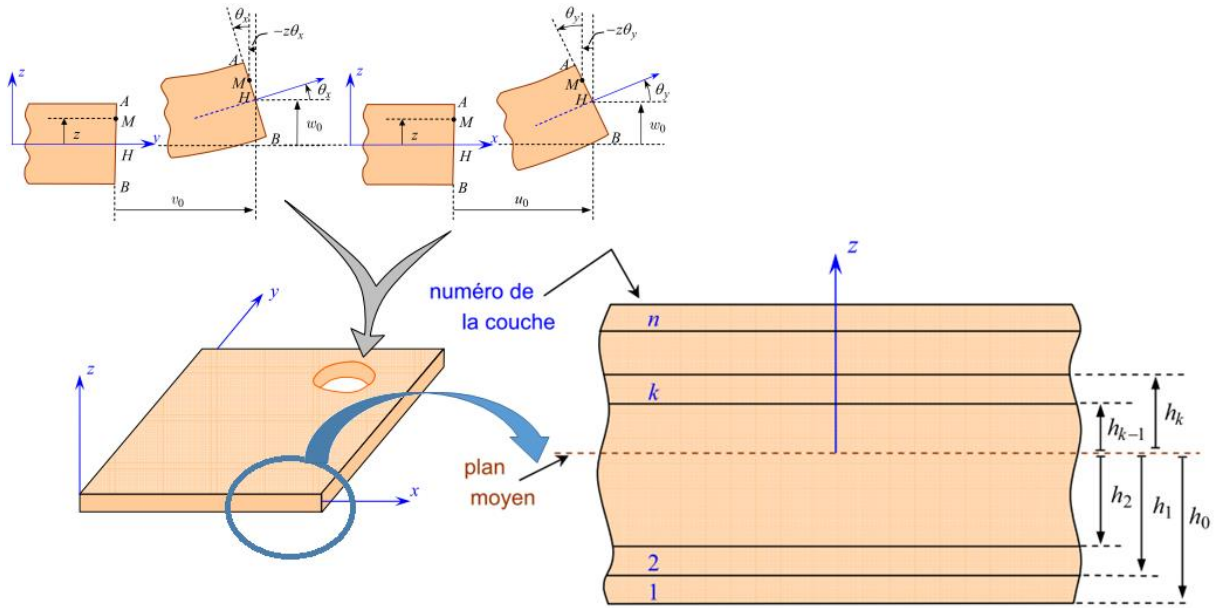


Figure 1. Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés[1]

### A. 2. 1. Hypothèse de Love-Kirchhoff

L'hypothèse de base de la théorie générale des plaques réside dans l'expression des déplacements en tout point M d'une plaque, de coordonnées  $(x, y, z)$ , sous la forme de polynômes en  $z$ , généralement limités au degré 3, et de coefficients dépendants de  $(x, y)$ . Le champ des déplacements est alors écrit sous la forme.

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u(x, y, 0) + z\varphi_x(x, y) + z^2\psi_x(x, y) + z^3\phi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v(x, y, 0) + z\varphi_y(x, y) + z^2\psi_y(x, y) + z^3\phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w(x, y, 0) + z\varphi_z(x, y) + z^2\psi_z(x, y) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Cette forme du champ des déplacements prend en compte un éventuel gauchissement de la section droite des plaques lors de la déformation. Le facteur temps doit être introduit lors des problèmes de dynamique dans les relations (1).

Selon Love-Kirchhoff et Hencky-Mindlin, les schémas les plus simples pour décrire le comportement des plaques mince se réduisent à des schémas du premier degré de la forme :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u(x, y, 0) + z\varphi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v(x, y, 0) + z\varphi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w(x, y, 0) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

### A. 2. 2. Calcul de la déformation

Le déplacement d'un point quelconque  $M(x, y, z)$  est donc développé, suivant (1), en série de la variable  $z$  à coefficients en  $(x, y)$ , à partir du point de référence  $M_0(x, y, 0)$  du plan  $(Oxy)$ . Le champ de déplacement du point  $M_0$  sera réduit à :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

La théorie des plaques de Love Kirchhoff impose les conditions suivantes sur les déformations :

$$\varepsilon_{zz} = 0; \varepsilon_{xz} = 0 \Rightarrow \theta_x = -\frac{\partial w}{\partial x}; \varepsilon_{yz} = 0 \Rightarrow \theta_y = \frac{\partial w}{\partial y}; \quad (\text{A.4})$$

À partir du champ de déplacement (2) et de la définition du tenseur des déformations, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - z \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{array} \right. \quad (\text{A.5})$$

De même dans le point  $M_0$  en obtient les relations

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = \varepsilon_{ox} - z \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y = \varepsilon_{oy} - z \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} \\ \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{oxy} - 2z \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y} \end{array} \right. \quad (\text{A.6})$$

### A. 3. Flexion des plaques composites

En effectuant un essai d'impact sur une plaque composite, le choc sera absorbé par flexion et par déformation dans la zone sous l'impacteur créant ainsi une indentation permanente dans matériau composite. Comme des résultats expérimentaux de la flèche sont disponibles, il est possible aussi de les étudier en utilisant la théorie de Love-Kirchhoff.

En tenant compte des conditions aux limites imposées, lors de l'expérience d'impact de Boukhoulida et al [12], sur la plaque composite type verre-polyester stratifié  $[0_3/90]_s$ . C'est-à-dire, plaque reposant sur des appuis simples, force d'impact supposée appliquée au centre de la plaque. La configuration de cette plaque peut être supposée travailler en flexion 3 points, ou le chargement est supposé quasi statique.

En général, les forces appliquées à une plaque transversalement à son plan moyen provoquent des moments de flexion (figure 2).

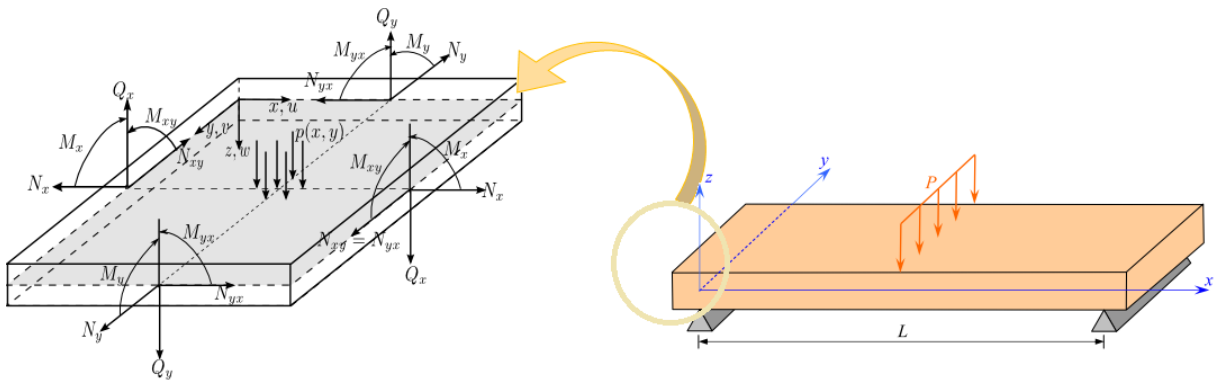


Figure 2. Sollicitation d'une plaque en flexion 3-points [1, 4].



$M_x$  : Moment fléchissant d'axe y dû aux contraintes  $\sigma_x$  par unité de largeur suivant la direction y. Son expression est :

$$M_x = - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \quad (\text{A.7})$$

$M_{xy}$  ou  $-M_{yx}$  est le moment de torsion d'axe x (ou y) dû aux contraintes  $\tau_{xy}$  par unité de largeur.

$M_y$  : Moment fléchissant d'axe x dû aux contraintes  $\sigma_y$  par unité de largeur suivant la direction x. Son expression est :

$$M_y = - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \quad (\text{A.8})$$

Suivant la direction y (ou x) :

$$M_{xy} = - \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \quad (\text{A.9})$$

Les expressions des efforts généralisés en fonction des contraintes dans chacune des couches s'écrivent :

$$M_X = \sum_{k=1}^{n^{\text{ieme pli}}} \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\bar{E}_{11}^k \varepsilon_x + \bar{E}_{12}^k \varepsilon_y + \bar{E}_{13}^k \gamma_{xy}) z dz \right\} \quad (\text{A.10})$$

En utilisant l'équation (A.6) pour un point de référence  $M_0(x,y)$ , le moment fléchissant sera donc :

$$M_x = \sum_{k=1}^n \left\{ \bar{E}_{11}^k \int_{z_{k-1}}^{z_k} (z \varepsilon_{ox} - z^2 \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2}) dz + \bar{E}_{12}^k \int_{z_{k-1}}^{z_k} (z \varepsilon_{oy} - z^2 \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2}) dz + \bar{E}_{13}^k \int_{z_{k-1}}^{z_k} (z \gamma_{oxy} - z^2 2 \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y}) dz \right\}$$

$$M_x = \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{2} z^2 (\bar{E}_{11}^k \varepsilon_{ox} + \bar{E}_{12}^k \varepsilon_{oy} + \bar{E}_{13}^k \gamma_{oxy}) - \frac{1}{3} z^3 (\bar{E}_{11}^k \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} + \bar{E}_{12}^k \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} + \bar{E}_{13}^k \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y}) \right\}_{z_{k-1}}^{z_k} \quad (\text{A.11})$$

Pour les stratifiés symétriques, toute intégrale de type  $\int_{z_{k-1}}^{z_k} \bar{E}_{1j} z dz$ , dans l'expression ci-dessus

s'accompagne d'une intégrale de la forme suivante :  $\int_{-z_k}^{-z_{k-1}} \bar{E}_{1j} z dz$  d'où la relation :

$$\sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{2} z^2 (\bar{E}_{11}^k \varepsilon_{ox} + \bar{E}_{12}^k \varepsilon_{oy} + \bar{E}_{13}^k \gamma_{oxy}) \right\}_{z_{k-1}}^{z_k} = 0 \quad (\text{A.12})$$

En application de la condition (12) dans la formule généralisée du moment fléchissant (A.11), on aura :

$$M_x = \sum_{k=1}^n \left\{ -\frac{1}{3} z^3 (\bar{E}_{11}^k \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} + \bar{E}_{12}^k \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} + \bar{E}_{13}^k \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y}) \right\}_{z_{k-1}}^{z_k} \quad (\text{A.13})$$

$$M_x = \sum_{k=1}^n \left\{ -\frac{1}{3} \bar{E}_{11}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} - \frac{1}{3} \bar{E}_{12}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} - \frac{2}{3} \bar{E}_{13}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y} \right\} \quad (\text{A.14})$$

Par analogie,  $M_y$  et  $M_{xy}$  sont calculés de la même manière. En conséquence, on peut écrire les moments sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Où :

$$c_{ij} = \delta \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \bar{E}_{ij}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (\text{A.16})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \delta = -1 & \text{si } i = 1 \\ \delta = 1 & \text{si } i \neq 1 \end{cases}$$

Le passage du calcul du moment fléchissant à la flèche s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = T^{-1} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

Où la matrice de passage, fonction de la rigidité est :

$$T = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

Dans le cas où il n'y a pas de torsion de la plaque suivant les axes (0x) et (0y) les équations de courbures selon la relation (A.17) s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} = \frac{c_{22}M_x - c_{12}M_y}{c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}} \\ \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} = \frac{c_{11}M_y - c_{21}M_x}{c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}} \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

### A. 3. 1. Calcul pour la stratification $[0_3/90]_s$

L'étude de flexion sur notre plaque stratifiée  $[0_3/90]_s$ , revient à utiliser les équations de courbures selon la relation (A.17) en fonction des constantes élastiques  $E_l, E_t, \nu_{lt}, \nu_{tl}$  et l'épaisseur du pli. Pour cela, il faudrait d'abord calculer les constantes  $C_{ij}$ .

Calcul de  $C_{11}$  :

$$c_{11} = -\frac{1}{3} \sum_{k=1}^8 \bar{E}_{11}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (\text{A.19})$$

Le stratifié étant symétrique, il revient d'écrire :

$$c_{11} = -\frac{2}{3} \sum_{k=1}^4 \bar{E}_{11}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (\text{A.20})$$

$$\text{Donc :} \quad c_{11} = -\frac{2}{3} \left\{ \bar{E}_{11}^1 (z_1^3 - z_0^3) + \bar{E}_{11}^2 (z_2^3 - z_1^3) + \bar{E}_{11}^3 (z_3^3 - z_2^3) + \bar{E}_{11}^4 (z_4^3 - z_3^3) \right\} \quad (\text{A.21})$$

Les plis 1, 2 et 3 ont les mêmes orientations, ceci conduit à :

$$\bar{E}_{11}^1 = \bar{E}_{11}^2 = \bar{E}_{11}^3 = \bar{E}_{11}(0^\circ)$$

$$\bar{E}_{11}^4 = \bar{E}_{11}(90^\circ)$$

D'après la configuration dans notre plaque on a :

$$z_3 = -e, z_0 = -4e, z_4 = 0 \quad (\ell : \text{Étant l'épaisseur du pli})$$

En introduisant ces valeurs dans l'équation (20), on aura :

$$c_{11} = -\frac{1}{3} \left\{ \bar{E}_{11}(0^\circ) (z_3^3 - z_0^3) + \bar{E}_{11}(90^\circ) (z_4^3 - z_3^3) \right\} \quad (\text{A.22})$$

L'équation reliant la rigidité à la déformation et la contrainte s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \tau_{lt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_l}{\Delta} & \frac{\nu_{lt} E_l}{\Delta} & 0 \\ \frac{\nu_{lt} E_t}{\Delta} & \frac{E_t}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & G_{lt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{Bmatrix}, \quad \text{Où : } \Delta = 1 - \nu_{lt} \nu_{tl} \quad (\text{A.23})$$

Tous calculs effectués, on trouve :

$$\begin{cases} \bar{E}_{11}(\theta) = c^4 \bar{E}_l + s^4 \bar{E}_t + 2c^2 s^2 (\nu_{lt} \bar{E}_l + 2G_{lt}) \\ \bar{E}_{22}(\theta) = s^4 \bar{E}_l + c^4 \bar{E}_t + 2c^2 s^2 (\nu_{tl} \bar{E}_l + 2G_{lt}) \\ \bar{E}_{33}(\theta) = c^2 s^2 (\bar{E}_l + \bar{E}_t - 2\nu_{lt} \bar{E}_l) + (c^2 - s^2)^2 G_{lt} \\ \bar{E}_{12}(\theta) = c^2 s^2 (\bar{E}_l + \bar{E}_t - 4G_{lt}) + (c^4 + s^4) \nu_{lt} \bar{E}_t \\ \bar{E}_{13}(\theta) = -cs \left\{ c^2 \bar{E}_l - s^2 \bar{E}_t - (c^2 - s^2) (\nu_{lt} \bar{E}_l + 2G_{lt}) \right\} \\ \bar{E}_{23}(\theta) = -cs \left\{ s^2 \bar{E}_l - c^2 \bar{E}_t + (c^2 - s^2) (\nu_{tl} \bar{E}_l + 2G_{lt}) \right\} \end{cases}$$

De et en substituant les expressions de  $\bar{E}_{11}(0^\circ)$  et  $\bar{E}_{11}(90^\circ)$  dans (A.21), on obtient :

$$c_{11} = -\frac{2}{3} \frac{e^3}{(1 - \nu_{lt} \nu_{tl})} (63E_l + E_t) = -\zeta (63E_l + E_t)$$

$$\text{Où :} \quad \zeta = \frac{2}{3} \frac{e^3}{(1 - \nu_{lt} \nu_{tl})}$$

De la même façon on calcul les autres coefficients  $c_{22}$ ,  $c_{12}$  et  $c_{21}$ , on trouve :

$$\begin{cases} c_{22} = \frac{2}{3} \frac{e^3}{(1 - \nu_{lt} \nu_{tl})} (63E_t + E_l) = \zeta (63E_t + E_l) \\ c_{12} = -64 \zeta \nu_{lt} E_t \\ c_{21} = 64 \zeta \nu_{tl} E_t \end{cases}$$

#### A. 4. Validation

Dans ce cas on va supposer que la plaque composite est homogène, c'est-à-dire :  $E_l = E_t = E$ , et  $\nu_{lt} = \nu_{tl} = \nu$ . On applique cette hypothèse sur notre stratifié, partant des équations de la déformée des plaques homogènes, on trouve :

$$c_{22} = -c_{11} = 64 \zeta E, \text{ avec } \zeta = \frac{2}{3} \frac{e^3}{(1-\nu^2)}$$

$$c_{21} = -c_{12} = 64 \zeta \nu E$$

En injectons les valeurs de  $c_{11}$ ,  $c_{22}$ ,  $c_{12}$  et  $c_{21}$ , on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} = \frac{M_x + \nu M_y}{64 \zeta E (1 + \nu^2)} \\ \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} = \frac{c_{11} M_y - c_{21} M_x}{c_{11} c_{22} - c_{12} c_{21}} \end{array} \right.$$

Finalement, on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} = \frac{M_x + \nu M_y}{D (1 + \nu^2)} \\ \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} = \frac{M_y - \nu M_x}{D (1 + \nu^2)} \end{array} \right. \quad (\text{A.24})$$

Donc l'expression de la flèche dans un point quelconque  $M(x,y)$  de la plaque est donnée par :

$$\omega = -\frac{M_x - \nu M_y}{2D (1 - \nu^2)} x^2 - \frac{M_y - \nu M_x}{2D (1 - \nu^2)} y^2 \quad (\text{A.25})$$

La déformée d'une plaque en composite calculer sur l'équation (A.21) est de de mêmes formes que les équations de la déformée d'une plaque homogène (A.25).

Le modèle exposé précédemment permet de modéliser de façon relativement simple, une structure composite constituée d'un assemblage de plaques stratifiées. Il est alors possible d'étudier le dimensionnement de la structure, et de procéder à son analyse dans le cadre éléments finis.

Ce dimensionnement s'effectue d'après des critères de résistance. De nombreux critères sont disponibles dans la littérature et dans les logiciels éléments finis. Ces critères se limitent en général à la résistance d'une couche. Les critères de délaminage ne sont généralement pas disponibles dans les codes de calculs éléments finis. Le choix du critère utilisé lors de la simulation, vu les diverses variables d'endommagements intervenant lors d'une étude dynamique. Doit prendre en considération tous les modes de rupture dans un stratifié. Allons de ce point, il est judicieux de prendre le critère Hashin puisqu'il enveloppe tous ces modes de rupture.

## Références

- [1]. Mécanique des Matériaux et Structures Composites - 4<sup>ème</sup> édition, J.-M. Berthelot, Éd. Le Mans, 2010.
- [2]. Abir AL-MAGHRIBI : Comportement des matériaux composites a fibres courtes : applications à l'impact basse vitesse, Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, 2008.
- [3]. Vincent Acary, Bernard Brogliato : Coefficients de restitution et efforts aux impacts : Revue et comparaison des estimations analytiques, [Research Report] RR-5401, 2004, pp.162. <inria-00070602>.
- [4]. Matériaux Composites - Comportement mécanique et analyse des structures, 3<sup>ème</sup> édition, J.-M. Berthelot, Éd. Tec & Doc 1999
- [5]. S. Drapier, Mécanique des Composites Hautes Performances, Version 2 ; 2014.
- [6]. Matériaux Composites, 5<sup>ème</sup> édition révisée, D. Gay, Lavoisier, 2005
- [7]. Matériaux hétérogènes et composites, A. Zaoui, Majeur de Mécanique de l'École Polytechnique, 1996.
- [8]. Mécanique des Structures, Tome 2 Poutres, S.Laroze et J.-J. Barrau, Éd. Masson 1991.
- [9]. Theories of elastic plates, V. Panc, Éd. Noordhoff International Publishing 1975.
- [10]. Materials Selection in Mechanical Design, 3rd edition, M. F. Ashby, Éd. Butterworth-Heinemann, 2005
- [11]. Design with Advanced Composite Materials, L.N. Philips, Éd. Springer-Verlag, 1989
- [12]. F.B. Boukhoulda, L. Guillaumat, J.L. Lataillade, E. Adda-Bedia, A. Lousdad, Aging-impact coupling based analysis upon glass/polyester composite material in hygrothermal environment. Materials and Design. 2011; 32:4080–4087.

La thèse étudie le comportement mécanique d'une plaque en matériau composite stratifié de type verre/polyester  $[0_3/90]_s$  soumise à un impact à basse vitesse. L'impacteur est un projectile en acier dont l'extrémité d'impact est de forme hémisphérique.

Un modèle élément fini sera développé dans lequel un critère d'endommagement de Hashin sera implémenté, et ce, en utilisant le code de calcul élément finis ABAQUS. Le choix du critère d'endommagement de Hashin est justifié par la disponibilité des paramètres qui lui sont liées.

Les réponses mécaniques recherchées, analysées et comparées aux résultats expérimentaux de la littérature<sup>1</sup> avec reproduction des mêmes conditions expérimentales en simulation, sont :

- La force d'impact
- La flèche du centre de la plaque
- Les surfaces endommagées
- L'énergie d'impact

La validation du modèle élément fini implémenté sera établie à l'aide d'une confrontation entre les résultats numériques trouvés et ceux de la littérature.

En outre, l'étude numérique permettra de prédire des résultats locaux, tels que :

- Les endommagements dans les plis.
- La distribution des contraintes dans les plis.
- Les contraintes de cisaillement dans les inter-plis.
- Les champs de contraintes résiduelles.

La simulation numérique d'un essai d'impact en utilisant la méthode des éléments finis présente l'avantage de reproduire un essai d'impact virtuel en changeant tous les paramètres possibles :

- Les conditions aux limites,
- Le type matériau,
- La nature de l'impact (énergie d'impact)
- La forme de l'impacteur,.....etc.

Ce dernier point constituera un intérêt certain de cette étude. En effet, une prédiction des résultats peut être faite avec un gain économique.

---

<sup>1</sup> Boukhoulda Farouk benallal, Thèse de doctorat « Étude et analyse de la dégradation mécanique des matériaux composites à matrice polymère soumis aux conditions d'environnement hygrothermiques contrôlés ». Université Djillali Liabes de Sidi Bel-Abbès, Algérie, 2006.