

**Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique**

**Université Djilali Liabes De Sidi Bel Abbès**

**Faculté De Technologie**

**Département De Génie Civil Et Travaux Publics**



## **THÈSE**

**Présentée pour l'obtention du Diplôme de Doctorat**

**Spécialité Génie Civil**

**Option : Structures & Matériaux**

**Par : CHIKH ABDELBAKI**

**Intitulée**

### **ÉTUDE ET ANALYSE DE LA STABILITÉ THERMIQUE DES PLAQUES ÉPAISSES EN UTILISANT LES THÉORIES NON LINÉAIRES**

Soutenue publiquement Le **27/04/2016** devant le jury composé de :

<b>Mr. A. Tounsi</b>	Pr	UDL SBA	Président
<b>Mr. E. Adda Bedia</b>	Pr	UDL SBA	Directeur de thèse
<b>Mr. Meradja Mustapha</b>	MCA	UDL SBA	Examineur
<b>Mr. Zidour Mohamed</b>	MCA	U de Tiaret	Examineur
<b>Mr. Kaci Abdelhakim</b>	MCA	U de Saida	Examineur
<b>Mr. Amara Khaled</b>	MCA	CU d'Ain Timouchent	Examineur
<b>Mr. Houari Med Sid Ahmed</b>	MCA	U de Mascara	Invité

**Année universitaire 2015 / 2016**

# Remerciements

# REMERCIEMENTS

---

Ce travail de thèse a été réalisé au Laboratoire des Matériaux et Hydrologie (LMH) à l'université de Djillali Liabès de Sidi Bel Abbés.

Je remercie profondément monsieur le professeur **E. ADDA BEDIA** qui a su me diriger tout au long de cette thèse avec patience, rigueur, enthousiasme et bonne humeur. Sans lui, la rédaction de ce mémoire n'aurait pas été réalisée. Sa patience et ses approches toujours à la fois scientifique et pratique ainsi que ses qualités humaines m'ont énormément appris.

Je remercie monsieur le professeur **A. Tounsi** pour ces conseils qui m'ont permis d'aplanir bien des difficultés et j'exprime également toute ma reconnaissance au soutien scientifique important qui m'a apporté à mon travail de recherche. Je tiens à lui rendre hommage à ses qualités humaines et pédagogiques et à l'acceptation de présider mon jury de thèse.

Mes sincères remerciements vont également à messieurs : maîtres de conférences **Meradja Mustapha** de l'université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbés, **Zidour Med** de l'université Ibn Khaldoun de Tiaret, **Kaci Abdelhakim** de l'université de Saida, **Amara Khaled** de centre universitaire d'Ain Timouchent et **Houari Med Sid Ahmed** de l'université de Mascara qui ont voulu examiner ce travail.

Je voudrais remercier tous les membres du Laboratoire matériaux et hydrologie (LMH) de l'université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbés avec qui j'ai passé d'agréables moments.

À toute ma famille et à tous mes collègues du département de Génie Civil de l'Université de Tiaret, je dirai merci pour les encouragements et le soutien dont ils n'ont cessé de me donner.

ملخص

## ملخص:

في هذا العمل، يتم تقديم صيغة تحليلية على أساس كل من نظرية التشوه من القص القطعي وبدلالة الإجهاد لدراسة الاستجابة الغير الخطية بعد الالتواء للوحات متناظرة متدرجة وظيفيا تستند على أسس مرنة وتخضع في المستوي لأحمال الضغط الحرارية والميكانيكية الحرارية. تستند خصائص مرونة هذه المواد على قانون الأس السيني ومتفاوتة في جميع أنحاء سمك اللوحة (S-FGM).

(FGM)

في الصيغة الحالية، نأخذ بعين الاعتبار التشوهات اللاخطية لفون كرمان والعيوب الهندسي الأولي للوحة أيضا، باستعمال طريقة Galerkin يتم الحصول على تعبيرات شكل أحمال الالتواء وبعد الالتواء لمسارات توازن لوحات مستندة بكل بساطة. تأثير خصائص مختلفة مثل المواد، الخصائص الهندسية، درجة الحرارة، شروط الحدود، صلابة الأساس والعيوب على قدرة التحميل الميكانيكية والحرارية عند الالتواء وبعد الالتواء للوحات (S-FGM) والتي تم التحقيق فيها.

**كلمات مفتاحية:** المواد المتدرجة وظيفيا. بعد الالتواء. نظرية التشوه القصي القطعي. أساس مرن؛ العيب.

# Résumé

# RÉSUMÉ

---

Dans ce travail, une formulation analytique basée à la fois sur la théorie de déformation de cisaillement hyperbolique fonction de contrainte est présentée pour étudier la réponse non linéaire post-flambement des plaques symétriques fonctionnellement graduées reposant sur des fondations élastiques et soumises au plan de compression à des charges, thermique et thermomécanique. Les Propriétés élastiques du matériau sont fondées sur la loi de puissance sigmoïde et variant à travers l'épaisseur de la plaque (S-FG). Dans la formulation actuelle de Von Karman non-linéaire et l'imperfection géométrique initiale de la plaque sont également pris en compte. La forme de l'expression des charges de flambement et les conditions d'équilibre du post-flambement pour les plaques simplement appuyées sont obtenus en utilisant la méthode de Galerkin. Les effets de différents paramètres tels que le matériel, les caractéristiques géométriques, la température, les conditions aux limites, la raideur de la fondation et de l'imperfection de la capacité de chargement flambement mécanique et thermique et de post-flambement des plaques S-FG sont étudiées.

**Mots-clés** : Matériau fonctionnellement graduée – Post-flambement – La théorie de déformation de cisaillement hyperbolique – Fondation élastique – Imperfection.

# Abstract



# ABSTRACT

---

In this work, an analytical formulation based on both hyperbolic shear deformation theory and stress function, is presented to study the nonlinear post-buckling response of symmetric functionally graded plates supported by elastic foundations and subjected to in-plane compressive, thermal and thermo-mechanical loads.

Elastic properties of material are based on sigmoid power law and varying across the thickness of the plate (S-FGM).

In the present formulation, Von Karman nonlinearity and initial geometrical imperfection of plate are also taken into account. By utilizing Galerkin procedure, closed-form expressions of buckling loads and post-buckling equilibrium paths for simply supported plates are obtained.

The effects of different parameters such as material and geometrical characteristics, temperature, boundary conditions, foundation stiffness and imperfection on the mechanical and thermal buckling and post-buckling loading capacity of the S-FGM plates are investigated.

**Keywords:** Functionally Graded Materials; Post-buckling; Hyperbolic shear deformation theory; Elastic foundation; Imperfection.

# Sommaire

# SOMMAIRE

---

## **Chapitre I** : Généralités sur les matériaux à gradients de propriétés.

I.1. Introduction :	4
I.2. La Définition et le concept d'un matériau à gradient de propriétés :	4
I.3. Histoire du développement architectural du concept FGM :	7
I.3.1. pour des utilisations structurales (intégration du caractère réfractaire et de la dureté) :	8
I.3.2. Pour des utilisations fonctionnelles (la conversion directe de l'énergie thermique en énergie électrique) :	11
I.3.2.1. La conception et le traitement de composants gradués par TIC et TEC :	12
I.4. Nouveaux procédés pour le traitement des FGM :	18
I.4.1. Processus de formation et de consolidation des FGM :	19
I.4.2. Densification des poudres compactes pour FGM :	23
I.5. L'intérêt d'utilisation des FGM :	26
I.6. Méthodes d'élaboration des FGM :	26
I.6.1. Coulage en Bande (Tape Casting ou Doctor-Blade) :	27
I.6.2. Coulage Séquentiel en Barbotine (Slip Casting) :	28
I.6.3. Compaction Sèche des Poudres :	29
I.6.4. Dépôt par Électrophorèse :	29
I.6.5. Projection Plasma :	29
I.6.6. C. V. D. et P. V. D :	29
I.6.7. Frittage et Infiltration :	30
I.6.8. Frittage Laser Différentiel :	30
I.6.9. Implantation Ionique :	31
I.6.10. Dépôt par Centrifugation :	31
I.7. Propriétés physiques et mécaniques des FGM :	32
I.7.1. Propriétés physiques du métal :	32
I.7.2. Propriétés physiques de la céramique :	33

---

I.8. Propriétés matérielles effectives d'un matériau FGM : .....	34
I.9. revue sur les différentes lois qui régissent la variation des propriétés matérielles suivant l'épaisseur d'une plaque FGM .....	35
I.9.1. Propriétés matérielles de la plaque P-FGM : .....	36
I.9.2. Propriétés matérielles de la plaque S-FGM : .....	38
I.9.3. Propriétés matérielles de la plaque E-FGM : .....	39
I.10. Conclusion : .....	40

**Chapitre II** : Généralités sur les théories des plaques.

II.1. Introduction : .....	41
II.2. Les Différents Modèles des structures composites dans l'élasticité bidimensionnelles : .....	42
II.2.1. Approche monocouche équivalente : .....	42
II.2.1.1. Les modèles classiques Love-Kirchhoff (théorie classique des plaque stratifiées CLPT) : .....	42
II.2.1.2. Les modèles Reissner-Mindlin (théorie de déformation en cisaillement du premier ordre FSDT) : .....	43
II.2.1.3. Les modèles d'ordre supérieur : .....	45
II.2.2. Approche par couche : .....	48
II.2.2.1. Les modèles zig-zag : .....	49
II.2.2.2. Les modèles couches discrètes : .....	51
II.3. Conclusion : .....	53

**Chapitre III** : Étude de la stabilité thermique des plaques S-FGM.

III.1. Introduction : .....	54
III.2. Les propriétés des matériaux de plaque symétrique S-FGM : .....	54
III.3. Formulations théoriques : .....	56
III.3.1. Analyse du post-flambement d'origine mécanique : .....	62
III.3.2. Analyse thermique de post-flambement : .....	62
III.3.3. Uniforme distribution de température : .....	64
III.3.4. Analyse thermomécanique de post-flambement : .....	65
III.4. Conclusion : .....	66

**Chapitre IV** : Résultats et discussions.

IV.1. Introduction : .....	67
IV.2. Validation des résultats : .....	67
IV.3. Conclusions : .....	81
Conclusions générale : .....	82
Références bibliographiques : .....	83

---

## Liste des tableaux

---

# LISTE DES TABLEAUX

---

## **Chapitre IV** : Résultats et discussions.

Tableau IV.1 : Comparaison des charges de post-flambement mécaniques pour les plaques S-FG avec diverses fractions du volume N. ....	71
Tableau IV.2 : Comparaison des charges de flambement et post-flambement thermique pour les plaques S-FG avec diverses fractions du volume N. ....	72
Tableau IV.3 : Comparaison des charges de flambement et post-flambement d'origine mécanique $F_x$ pour les plaques S-FG sous différent température $\Delta T$ .....	73
Tableau IV.4 : Comparaisons entre les charges de post-flambement mécaniques pour plaques S-FG avec différentes charges mécaniques $F_x$ . ....	74

## Liste des figures



# LISTE DES FIGURES

## Chapitre I : Généralités sur les matériaux à gradients de propriétés.

<b>Figure I.1</b> : un type d'un matériau FGM en céramique et métal. ....	5
<b>Figure. I.2</b> : Un FGM avec les fractions de volume de phases constitutives graduées dans la direction verticale. (Yin H.M., Sun L.Z., and Paulino G.H. (2004)). ....	6
<b>Figure. I.3</b> : Implant dentaire en FGM (Ti/20HAP). Aspect externe (gauche) et section transversale (droite). (Watari F et al. (2004)) .....	7
<b>Figure. I.4</b> : Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels (Koizumi. M (1996)) .....	8
<b>Figure. I.5</b> : résultats importants du programme de recherche de 1987-1991 sur « étude fondamentale de la relaxation des contraintes thermiques pour les matériaux à hautes températures en utilisant des structures graduées ». ....	10
<b>Figure. I.6</b> : Un schéma illustrant le système de conversion direct hybride d'énergie (Ichiro chiota (1996)). ....	12
<b>Figure. I.7</b> : (a) Un schéma de l'alignement gradué des fibres de carbone dans un réservoir à chaleur, (b) un réservoir à chaleur graduée de C/C (Ichiro chiota (1996)). ....	13
<b>Figure. I.8</b> : changements microstructuraux de l'émetteur gradué en TiC/Mo W/Re (Ichiro chiota (1996)). ....	14
<b>Figure. I.9</b> : Puissance maximum efficace en fonction de la différence de la température pour un FGM trois-couches (Ichiro chiota (1996)). ....	15
<b>Figure. I.10</b> : Photo des électrodes symétriques graduées de MoSi <sub>2</sub> /Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> /Ni /Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> /MoSi <sub>2</sub> fabriquées à l'université d'Osaka pour un dispositif de SiGe (Ichiro chiota (1996)). ....	16
<b>Figure. I.11</b> : schématisation d'un matériau très radiatif composé d'une matrice AlN contenant une dispersion graduelle des particules fines W (Ichiro chiota (1996)). ....	17
<b>Figure I.12</b> : La relation entre la conduction thermique et l'émissivité (Ichiro chiota (1996)). ....	18

<b>Figure. I.13</b> : Processus de traitement des Poudre pour les FGM (Hirai T. and Chen L. (1999), Chan S.H. (2001), Uemura S. (2003)).	19
<b>Figure. I.14</b> : Procédé électro phorétique de dépôt pour des matériaux de FGM (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)).	21
<b>Figure.I.15</b> : Profil en FGM mesuré et prévu d'un disque ( $Al_2O_3/ZrO_2$ ) (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)).	22
<b>Figure.I.15</b> : Panorama général et quelques micrographes détaillés des endroits spécifiques dans un disque en FGM. (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)).	23
<b>Figure.I.16</b> : (a) schémas du FGM ; (b) fissure typique observée dans $Al_2O_3/ ZrO_2$ (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)).	23
<b>Figure. I.17</b> : Principe de la méthode coulage en bande.	27
<b>Figure I.18</b> : Disposition du procédé frittage laser différentiel.	31
<b>Figure I.19</b> : Schéma du procédé dépôt par centrifugation (Abdizadeh H (1997)).	32
<b>Figure.I.20</b> : Modèles analytiques pour une couche en FGM.	35
<b>Figure I.21</b> : Les dimensions de la plaque FGM.	36
<b>Figure I.22</b> : La variation de la fraction volumique pour une plaque P-FGM.	37
<b>Figure I. 23</b> : La variation de la fraction volumique pour une plaque S-FGM.	39
<b>Figure I. 24</b> :La variation du module de Young de la plaque E-FGM.	42
<b><u>Chapitre II</u></b> : Généralités sur les théories des plaques.	
<b>Figure. II. 1</b> : Cinématique de Love-Kirchhoff.	42
<b>Figure. II.2</b> : Cinématique de Reissner-Mindlin.	44
<b>Figure. II.3</b> : Variation de la fonction de gauchissement $f(x_3)$ et $f'(x_3)$ suivant l'épaisseur.	45
<b>Figure .II.4</b> : Cinématique de la théorie d'ordre supérieur.	46
<b>Figure. II.5</b> : Champs de déplacements des cinématique. Viet.Tung. Nguyen (2004) modèles couches discrètes, approche.	49
<b>Figure. II.6</b> : Champs de déplacements des modèles zig-zag, approche cinématique. Viet. Tung. Nguyen (2004).	49

**Figure. II.7 :** Champs de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre. Viet.Tung. Nguyen (2004). ..... 50

**Figure. II.8 :** Champs de déplacements des modèles zig-zag d'ordre supérieur. Viet.Tung. Nguyen (2004). ..... 51

**Chapitre III :** Étude de la stabilité thermique des plaques S-FGM.

**Figure. III.1 :** Plaque symétrique S-FGM sur une fondation élastique..... 54

**Chapitre IV :** Résultats et discussions.

**Fig. IV.1 :** Effets de l'indice de loi de puissance  $N$  sur le post-flambement des plaques S-FG symétriques sous une charge de compression dans le plan de (tous bords FM)..... 68

**Fig. IV.2 :** Effets de l'indice de loi de puissance  $N$  sur le post-flambement des plaques S-FG symétriques sous une distribution uniforme de température (tous bords IM). ..... 68

**Fig. IV.3 :** comparaisons entre les courbes de charge-déflexion post-flambement mécaniques pour les plaques S-FG avec diverses fractions du volume  $N$ ..... 69

**Fig. IV.4 :** Comparaisons entre des courbes de charge-déflexion de post-flambement thermique pour les plaques S-FG avec diverses fractions du volume  $N$ . ..... 70

**Fig. IV.5 :** Comparaisons entre les courbes de charge-déflexion post-flambement mécaniques pour plaques S-FG avec différente température  $\Delta T$ . ..... 75

**Fig. IV.6 :** Comparaisons entre les courbes de charge-déflexion post-flambement mécaniques pour plaques S-FG avec différentes charges mécaniques  $F_x$  . ..... 76

**Fig. IV.7 :** L'influence des imperfections sur la stabilité des plaques symétriques S-FGM sous charge uni-axiale de compression (tous les bords FM). ..... 77

**Fig. IV.8 :** L'effet des imperfections sur le post-flambement des plaques S-FG symétriques sous une distribution uniforme de température (tous les bords de IM). ..... 77

**Fig. IV.9 :** Effets des fondations élastiques sur le post-flambement des plaques symétriques S-FG sous charge de compression uni-axiale (tous les bords FM). ..... 78

**Fig. IV.10 :** Effets des fondations élastiques sur le post-flambement des plaques symétriques S-FG sous une distribution uniforme de température (tous les bords IM). 79

- Fig. IV.11 :** Effet du champ de température et de compression uni-axiale sur le post-flambement d'une plaque symétrique S-FG sous une distribution uniforme de température (FM sur  $y = 0, b$  ; IM sur  $x = 0, a$ )..... 80
- Fig. IV.12:** Effet du gradient de température et de compression uni-axiale sur le post-flambement d'une plaque symétrique S-FG. (FM sur  $y = 0, b$  ; IM sur  $x = 0, a$ )..... 80

# Introduction générale

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

---

Le matériel fonctionnellement gradué (FG) est relativement une nouvelle technologie utilisée dans les composants soumis à haute température. Les matériaux composites stratifiés permettent une souplesse de conception pour obtenir une rigidité et une résistance souhaitable à travers le choix du système de stratifications, structures composites laminées généralement soumis à des concentrations de contraintes et en raison de discontinuités dans les caractéristiques, des défaillances matérielles observées dans composites stratifiés sous forme de décollement, fissuration de la matrice, et la séparation de collage. FGM peut supporter de tels problèmes à cause de changement continu des caractéristiques matérielles d'une surface à l'autre, particulièrement à travers l'épaisseur.

Ainsi, ces nouveaux matériaux sont sélectionnés, nous être utiliser dans les éléments structuraux d'aéronefs, de véhicules aérospatiaux, les centrales nucléaires ainsi que diverses structures de température blindage souvent employées dans les industries (Shahrjerdi et al, 2011 ; Tounsi et al, 2013 ; Boudierba et al, 2013 ; Golmakani, 2013 ; Chakraverty et Pradhan, 2014ab ; Zidi et al, 2014 ; Belabed et al, 2014; Bousahla et al, 2014 ; Hebali et al, 2014 ; Mantari et Granados, 2015 ; Chakraverty et Pradhan, 2015 ; Pradhan et Chakraverty, 2015abc; Rad, 2015;. Mahi et al, 2015).

Le flambement et post-flambement des plaques rectangulaires fonctionnellement graduées a été un sujet d'enquête en mécanique des solides depuis plus d'un siècle. Birman (1995) a étudié le comportement de flambement des plaques hybride FGM composites basé sur le modèle multicellulaire. Yang et Shen (2003) ont utilisé une technique de perturbation avec une dimension rapprochement en quadrature différentielle et avec la méthode de Galerkin pour examiner la réponse post-flambement des plaques rectangulaires FGM pleinement serrées basé sur la théorie classique de la plaque sous la transversale et dans le plan des charges.

La théorie de déformation de cisaillement de premier ordre est employée par Wu (2004) pour déterminer les expressions analytiques des températures critiques de flambement pour les plaques FGM simplement appuyées. Woo et al. (2005) ont utilisé une solution mixte en série de Fourier pour obtenir des solutions analytiques pour étudier la réponse post-flambement des plaques FGM modérément épaisses et peu profonds sous charge de compression et champ de température spécifiée. Prakash et al (2008) a utilisé un élément de plaque quadrilatère pour

examiner la réponse flexion non linéaire / pseudo-post-flambement des plaques fonctionnellement graduées basé sur la théorie de déformation de premier ordre afin de cisaillement sous charge thermomécanique. Matsunaga (2009) a proposé une théorie globale à 2D de déformation d'ordre supérieur pour le flambement thermique des plaques fonctionnellement graduée. Il a calculé les températures critiques de flambement d'une plaque fonctionnellement graduée simplement appuyée sous des températures uniformément et linéairement distribués.

Moradi et Mansouri (2012) ont étudié le comportement de déformation thermique de plaques composites stratifiées rectangulaires à l'aide de la méthode quadrature différentielle. L'utilisation de différentes théories de déformation de cisaillement, Daneshmehra et al (2013) ont étudié le comportement post-flambement des poutres de fonctionnellement graduée. Ahmed (2014) a discuté du post-flambement des poutres sandwich fonctionnellement graduée utilisant une théorie d'ordre supérieur.

Une théorie de déformation de cisaillement hyperbolique raffiné a été développé par El Meiche et al (2011) en utilisant la méthode de solution des équations de Navier pour le flambement et les réponses de vibration libre de plaques sandwich fonctionnellement graduées. Duc et Cong (2013) ont étudié les comportements post-flambement des plaques sigmoïdes fonctionnellement graduées, soumis dans le plan de compression à des charges thermiques et thermomécaniques utilisant la théorie de déformation de cisaillement de troisième ordre de Reddy. Une théorie de déformation de cisaillement simple et raffiné d'ordre  $n$  est développé par Yaghoobi et Fereidoon (2014) pour l'analyse du flambement des plaques fonctionnellement graduée reposant sur fondation élastique.

Swaminathan et Naveenkumar (2014) ont proposé une formulation analytique pour l'analyse de la stabilité des plaques sandwich fonctionnellement graduées simplement appuyées sur la base sur deux modèles informatiques raffinés d'ordre supérieur. Ait Amar Meziane, et al. (2014) ont développé une théorie déformation de cisaillement raffinée efficace et simple pour la vibration et le flambement de façon exponentielle des plaques sandwiches FG reposant sur des fondations élastiques sous diverses conditions aux limites.

Yaghoobi et al. (2014) ont étudié le comportement en vibrations non linéaire et post-flambement des poutres fonctionnellement graduées reposant sur fondation élastique non linéaire et soumis à une charge thermomécanique. Khalfi et al. (2014) a proposé une théorie

de déformation de cisaillement simple et raffinée pour le flambement thermique des plaques solaires fonctionnellement graduée sur fondation élastique.

Dans ce travail, nous étudions les réponses post-flambement des plaques épaisses fonctionnellement graduées reposant sur des fondations élastiques soumis à une compression axiales, thermiques et thermomécanique à l'aide d'une nouvelle théorie de déformation de cisaillement hyperbolique. La fonction de la contrainte pour une plaque fonctionnellement graduée avec une distribution de loi de puissance sigmoïde du volume des constituants(S-FGM), tenu en compte la non-linéarité géométrique, l'imperfection géométrique initial, la température et l'interaction plaque fondation est représentée par le modèle Pasternak. Les expressions analytiques des charges de flambement et courbes de charge post-flambement-déviations pour les plaques fonctionnellement graduées simplement appuyées sont déterminées par la méthode de Galerkin. Une étude paramétrique est considérée pour évaluer les influences des propriétés géométriques et matérielles, la température, les conditions aux limites, la raideur de la fondation et de l'imperfection sur le flambement et post-flambement des plaques symétriques S-FG.



**Chapitre I :**  
**Généralités sur les matériaux**  
**à gradients de propriétés**

**I.1. Introduction :**

Les matériaux à des gradients évalués FGM représentent un des derniers développements, la révolution et la conception de ces matériaux a été définie au 21<sup>ème</sup> siècle. Ils sont utilisés pour des emplois à une large variété d'applications.

L'amélioration des performances des pièces structurelles peut conduire à chercher au sein d'un même matériau, des propriétés différentes, souvent antagonistes, mais localement optimisées. Le développement des matériaux composites a permis d'associer des propriétés spécifiques à différents matériaux au sein d'une même pièce. L'optimisation locale de ces propriétés par association d'un matériau de haute dureté à la surface d'un même matériau tenace par exemple pose alors le problème de l'interface, par exemple une couche d'un matériau céramique peut coller à la surface d'une structure métallique pour former un revêtement barrière thermique dans les applications à haute température, la transition brusque dans les propriétés des matériaux à travers l'interface entre les matériaux discrets peuvent entraîner une grande contrainte inter-laminaire ou une forte concentration de contraintes conduisant à la déformation plastique ou de fissuration.

Une façon pour surmonter ces effets nuisibles on doit employer un matériau à gradient de propriétés (de l'anglicisme functionally graded materials (FGM)).

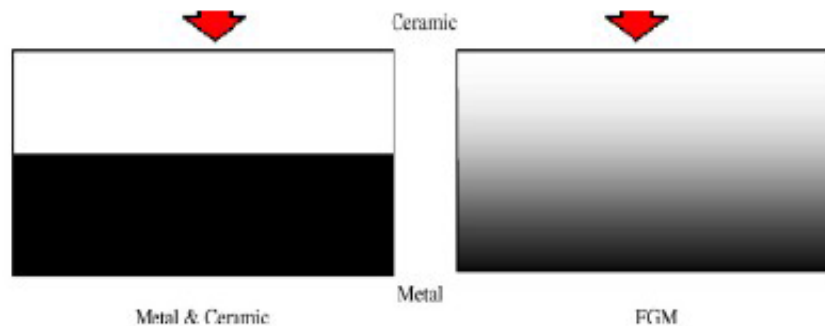
Ces dernières années, les matériaux à gradient de propriétés ont été développés pour leurs excellentes propriétés mécaniques. Ces matériaux ont de grandes performances et sont capables de résister aux températures des plus chaudes.

Au début les FGM ont été conçus en tant que matériaux de barrière dans les applications et les réacteurs, c'est par suite que les FGM ont été développés dans le domaine militaire, automobile, biomédicale l'industrie des semi-conducteurs et toutes utilisations dans un environnement à haute température.

**I.2. La Définition et le concept d'un matériau à gradient de propriétés :**

Un matériau à gradient de propriétés c'est un type de matériaux composites composé de deux ou plusieurs matériaux relatif à des fractions volumiques et microstructure qui sont conçus pour avoir une continuité spatiale des variables. Un FGM est produit en changeant sans interruption les fractions de volume dans la direction d'épaisseur pour obtenir un profil bien déterminé.

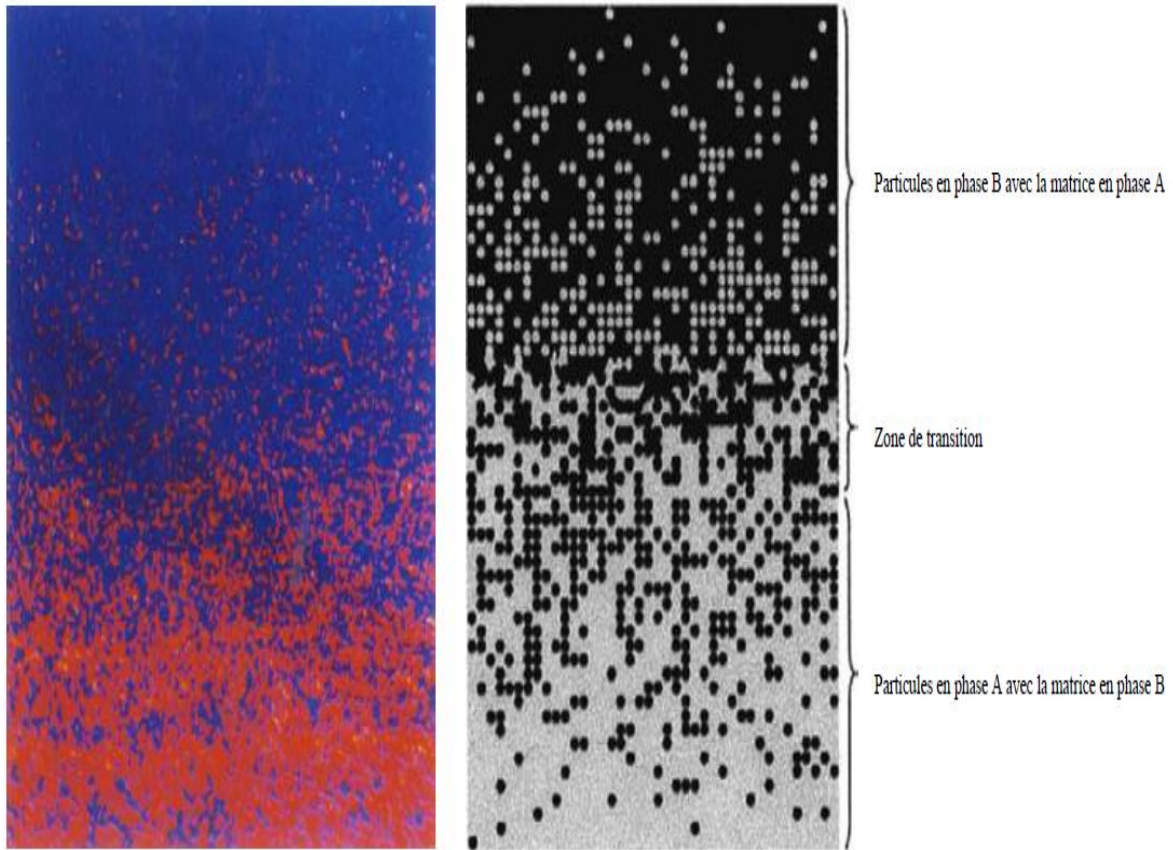
Ces matériaux FGMs sont généralement fait à partir d'un mélange de métaux et de céramique (**figure I.1**) par un processus de métallurgie de poudre, le coté métal riche est typiquement placé dans les régions ou les propriétés mécaniques, comme la dureté, le besoin d'être élevés. En revanche, la céramique riche, ce qui a la conductivité faible et peut résister aux températures plus élevées, est place dans les régions de grand gradient de la température.



**Figure I.1 :** un type d'un matériau FGM en céramique et métal.

Le concept de "Matériaux à Gradient de propriétés" a été développé dans le laboratoire national d'aérospatial en 1984 par un groupe de scientifiques au Japon (M. Niino et ses collègues à Sendai). L'idée est de réaliser des matériaux utilisés comme barrière thermique dans les structures spatiales et les réacteurs à fusion (Hirai T. and Chen L. (1999), Chan S.H. (2001), Uemura S. (2003)). Un exemple d'un tel matériau est montré sur la **figure I.2** (Yin H.M., Sun L.Z., and Paulino G.H. (2004)) où des particules sphériques ou presque sphériques sont incrustées dans une matrice isotrope.

En variant graduellement la fraction de volume des matériaux constitutifs, leurs propriétés matérielles montrent un changement minime et continu d'un point à un autre, de ce fait en remédient aux problèmes d'interface et en atténuant des concentrations de contraintes thermique. C'est dû au fait que les constituants en céramique de FGM peuvent résister aux hautes températures que le produit final possède de meilleures caractéristiques de résistance thermique, tandis que le les constituants métalliques fournissent une résistance mécanique plus forte et réduisent la possibilité de rupture catastrophique. Donc un FGM (functionally graded material) typique est un composé non homogène constitué de différentes phases matérielles (habituellement en céramique-métal). Cette solution permet une transition continue des propriétés recherchées, par un gradient de composition, en vue d'atténuer les singularités prédites ci-dessous.



**Figure. I.2 :** Un FGM avec les fractions de volume de phases constitutives graduées dans la direction verticale. (Yin H.M., Sun L.Z., and Paulino G.H. (2004)).

Les FGM peuvent être utilisés pour différentes applications, telles que couches en céramique comme barrières thermiques pour les moteurs, turbines à gaz, couches minces en optiques, etc... (Viet.Tung. Nguyen (2004)). D'autres Applications potentielles de ce matériau sont diverses et nombreuses. Elles ont été, récemment, rapporté dans la littérature ouverte ; par exemple, des sondes (Müller E., Drašar C., Schilz J., and Kaysser W.A. (2003)), des déclencheurs (Qiu J., Tani J., Ueno T., Morita T., Takahashi H., and Du H. (2003)), des armures métal/céramique (Liu L.-S., Zhang Q.-J., and Zhai P.-C. (2003)), des détecteurs photoélectriques (Paszkievicz B et al. (2008)) et des implants dentaires (Watari F et al. (2004)). Un certain nombre de revues traitant les différents aspects de ce matériau ont été édités pendant les deux dernières décennies (Fuchiyama T et al. (1995), Markworth A et al. (1995), Tanigawa Y et al. (1995), Noda N. (1999), Paulino G et al (2003)). Il a été montré dans ces revues que la majorité des recherches récentes en FGM sont concentrés sur l'analyse mécanique de la rupture ainsi que sur les contraintes thermiques (Hui- shen (2009)).



**Figure. I.3 :** Implant dentaire en FGM (Ti/20HAP). Aspect externe (gauche) et section transversale (droite). (Watari F et al. (2004))

Un aperçu complet sur l'analyse de la flexion, du flambement et de la vibration des plaques et des structures en coques faites en FGM a été présenté par Shen (2004).

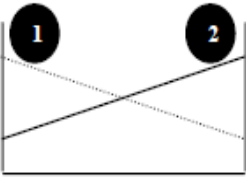
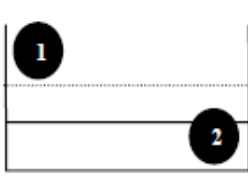
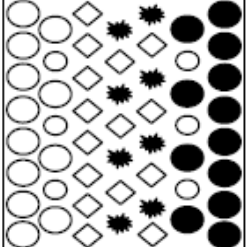
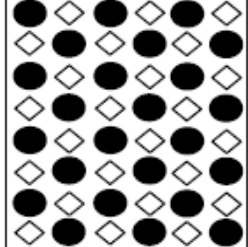
Récemment, Birman et Byrd (2007) ont présentés une étude sur les principaux développements dans ces matériaux en traitant plusieurs problèmes à savoir : le transfert de chaleur, la distribution des contraintes, la stabilité, l'analyse dynamique, les essais, la fabrication et la conception, la rupture et les différentes applications du matériau à gradient de propriétés.

### **I.3. Histoire du développement architectural du concept FGM :**

Généralement, les F.G.M sont des matériaux constitués de plusieurs couches contenant des composants différents tels que les céramiques et les métaux. Ils sont donc des composites présentant des caractéristiques macroscopiquement inhomogènes. Le changement continu dans la composition et donc dans la microstructure du matériau distingue les F.G.M des matériaux composites conventionnels comme c'est illustré dans la **figure. I.4** (Koizumi. M (1996)). Il en résulte un gradient qui déterminera les propriétés matérielles des FGM. Dans certains cas, on peut avoir un FGM constitué d'un même matériau mais de microstructure différente (Boch. P Chartier. Huttepain. M (1986)).

Le concept FGM peut être appliqué dans divers domaines pour des usages structuraux et fonctionnels. Au Japon, plusieurs programmes de cinq ans ont été conduits au cours des

années 80 et 90 afin de développer l'architecture des FGM, et d'étudier également ces matériaux pour les applications de hautes températures (par exemple, éléments pour navettes spatial hypersonique) ainsi que pour des applications fonctionnelles (par exemple, convertisseurs thermoélectriques et thermo-ioniques). Ces programmes ont conduit au développement de la conception architecturale du FGM et de ces perspectives.

<p><b>Propriétés</b></p>	<p>1 Résistance mécanique</p> <p>2 Conductivité thermique</p>		
<p><b>Structure</b></p>	<p>Eléments constitutants:</p> <p>céramique ○</p> <p>métal ●</p> <p>microporosité ○</p> <p>fibre ◇*</p>		
<p><b>Matériaux</b></p>	<p><b>exemple</b></p>	<p><b>FGM</b></p>	<p><b>NON-FGM</b></p>

**Figure. I.4 :** Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels (Koizumi. M (1996))

**I.3.1. Pour des utilisations structurales (intégration du caractère réfractaire et de la dureté) :**

La véritable lancée de ce matériau à commencer en 1987. À cette époque-là, le gouvernement Japonais a lancé un vaste projet intitulé « étude fondamentale de la relaxation des contraintes thermiques des matériaux à hautes températures en utilisant des structures graduées » pour un budget total de 1.215 millions de Yens sous l’auspice de l’agence des sciences et technologie. L’intérêt du projet est de développer des matériaux présentant des structures utilisées comme barrière thermique dans les programmes aérospatiaux. Les matériaux constituant les parois des engins spatiaux travaillent à des températures de surface de 1800°C ainsi qu’à un gradient de température de l'ordre de 1300°C.

A cette année-là, aucun matériau industriel n'était connu pour supporter de telles sollicitations thermomécaniques. Trente organisations de recherches entre instituts,

universités et compagnies nationales ont participé au programme en tant que membres des trois importants ateliers « conception, traitement et évaluation ». Le souci été de développer l'architecture fondamentale des FGM ainsi que leurs applications.

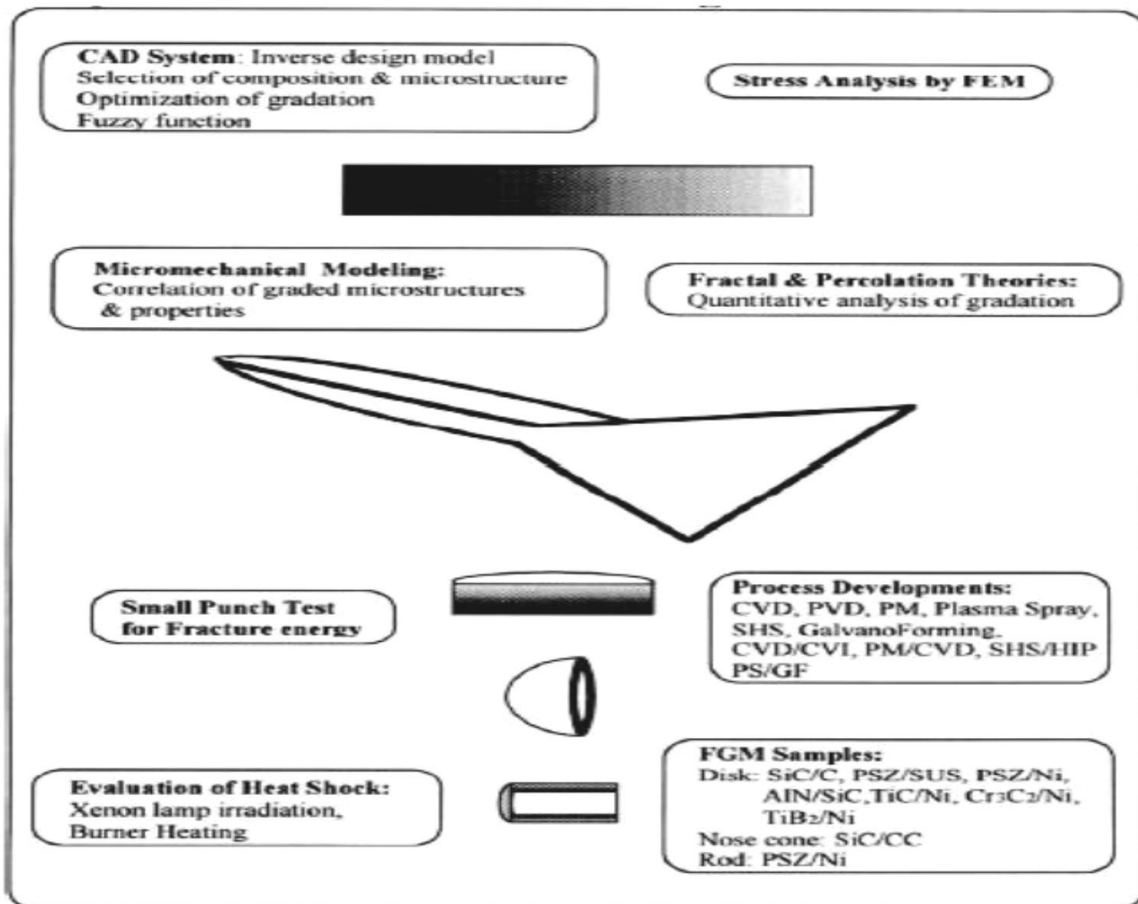
Trois caractéristiques sont à considérer pour la conception de tels matériaux :

1. Résistance thermique et résistance à l'oxydation à haute température de la couche superficielle du matériau.
2. Ténacité du matériau côté basse température.
3. Relaxation effective de la contrainte thermique le long du matériau (Abdizadeh H (1997)).

Pour répondre à un tel cahier des charges, l'idée originale des FGM a été proposée pour élaborer un nouveau composite profitant à la fois des propriétés des céramiques (coté hautes températures) et des métaux (côté basse température) (**Figure. I.4**).

**La figure. I.5** montre les principaux résultats du programme de recherche (T. Hirai (1996)), (Ichiro chiota (1996)). Par exemple, du côté de la conception et de la modélisation, ils ont développé un système de DAO utilisant un modèle de conception inverse qui peut donner une architecture de conception globale en choisissant des compositions et des microstructures tout en optimisant sur l'arrangement gradué. En vue d'une meilleure optimisation ils ont utilisés des paramètres thermo-physiques mesurés ou calculés pour réduire au minimum la contrainte thermique sous les conditions des différents processus de fabrication ou de service. Une fonction aléatoire a été utilisée pour combiner différentes microstructures et propriétés. Ils ont établi une approche micromécanique pour corrélérer les microstructures graduées et leurs propriétés. Des théories fractales et de percolation ont été présentées pour l'analyse quantitative de la variation spatiale des microstructures graduées, la méthode FEM a été employée pour modéliser la distribution des efforts internes.





**Figure. I.5 :** résultats importants du programme de recherche de 1987-1991 sur « étude fondamentale de la relaxation des contraintes thermiques pour les matériaux à hautes températures en utilisant des structures graduées ».

Cette première étape dure de 1987 à 1992 ; Plusieurs techniques ont été utilisées pour fabriquer les matériaux présentant un gradient de composition et de structure en site CVD, PVD, jet de plasma, poudre métallurgique, SHS et galvano formation. Les chercheurs avaient réussi à fabriquer des petites pièces expérimentales (1-10 mm d'épaisseur et 30 mm de diamètre) pouvant résister à des températures maximales de 2000°K (température de surface) et à un gradient de température de 1000°K. Divers échantillons en FGM ont été fabriqués comme des disques en SiC/C, AlN/sic, PSZ /acier, PSZ/Ni, TiC/Ni, Cr<sub>3</sub>C<sub>2</sub>/Ni, TiB<sub>2</sub>/Cu ; des ogives en SiC/CC et des tiges de PSZ/Ni.

Un petit essai de poinçonnement a été conçu pour évaluer l'énergie à la rupture d'un disque mince en FGM. Deux méthodes ont été développées pour l'évaluation de la résistance au choc thermique jusqu'à 2000°K ; L'irradiation par un forte lampe en xénon et une méthode basée sur le chauffage en utilisant un mélange de gaz d'oxygène/hydrogène comme flamme de

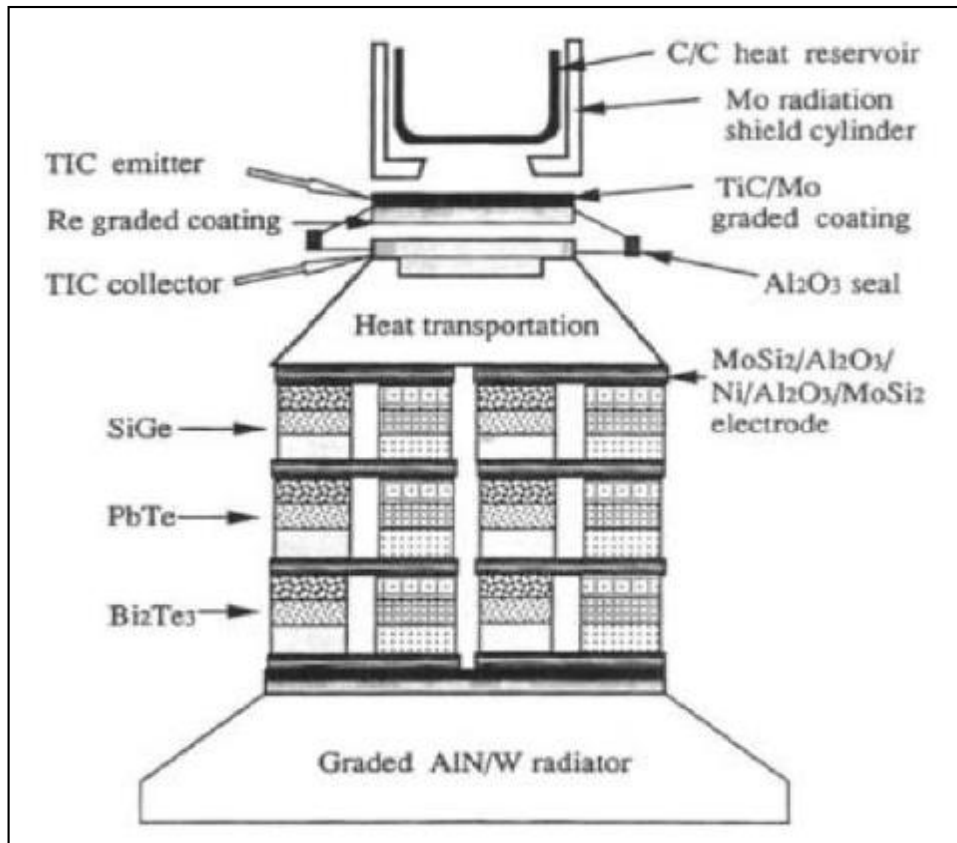


brûleur. Les petites chambres de combustion pour des moteurs fusées faites de formations SiC/CC par CVD/CVI et de ZrO<sub>2</sub>/Ni par jet de plasma/galvano ont subis des essais de combustion au laboratoire aérospatial national.

Bien que ce programme ne soit pas prolongé au-delà de la recherche fondamentale, il a établi l'orientation future pour continuer la recherche en FGM dans le monde entier. Plus tard le concept FGM a été appliqué dans plusieurs industries et même dans les productions en série. À nos jours, des outils de coupe de haute performance en TiCN/WC/Co, Ni et des lames de rasage faites de composés intermétalliques Al-Fe/ acier inoxydable ont été commercialisés (Ichiro chiota (1996)). Cependant, d'autres applications commerciales sont encore limitées.

### **I.3.2. Pour des utilisations fonctionnelles (la conversion directe de l'énergie thermique en énergie électrique) :**

Puisqu'on s'est attendu à ce que le concept FGM s'applique aux matériaux aussi bien pour des usages fonctionnels que pour des applications structurales, un nouveau projet de cinq ans a été lancé en 1993 dans le but d'appliquer le concept FGM au développement de l'énergie de conversion des matériaux thermoïoniques et thermoélectriques. Les convertisseurs TIC (en conversion ionique) et TEC (en conversion électrique) peuvent produire de l'énergie électrique directement à partir de l'énergie thermique par l'écoulement d'électron produit dans l'espace ou dans un solide sous un différentiel à hautes températures. La **figure. I.6** montre ce programme continu. Dans ce système hybride de conversion directe d'énergie, un TIC et un TEC sont combinés, et l'énergie solaire est utilisée comme source de chaleur pour créer un gradient de température de ~2000°K à ~300°K. La conception et l'optimisation des champs gradués sous un potentiel électronique et élastique devraient mener à une efficace conversion avec la relaxation de la contrainte thermique. Ainsi le développement de l'architecture du FGM qui combinerait les propriétés structurales et fonctionnelles est un autre but de ce programme.



**Figure. I.6 :** Un schéma illustrant le système de conversion direct hybride d'énergie (Ichiro chiota (1996)).

### **I.3.2.1. La conception et le traitement de composants gradués par TIC et TEC :**

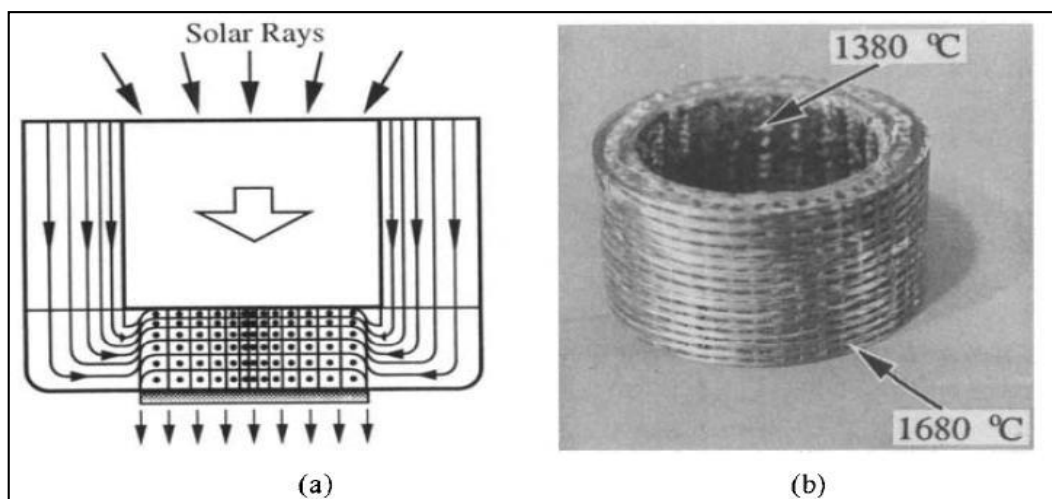
Afin de développer des TIC et TEC efficaces et durables, ou une combinaison de ces deux dispositifs, un système optimisé, avec une faible perte de température et moins de dégradation, doit être assemblé utilisant les matériaux et dispositifs à haute performance par TIC et TEC. Ceci exige de résoudre divers problèmes d'interface concernant le transfert de chaleur, jonction des matériaux, contrainte thermique, contact électrique, et isolation sous des conditions thermiques extrêmes.

#### **A/ un réservoir de chaleur gradué (C/C) :**

Afin de réaliser une accumulation de chaleur et un transfert efficace à partir des rayons solaires, un FGM composé d'un alignement gradué des fibres de carbone en 3D et une technique d'infiltration de lancement a été développée par Nippon Oil Company Ltd. (Ichiro chiota (1996)). Les fibres de carbone sont fortement anisotropes concernant la conduction thermique suivant et perpendiculairement à leur longueur. Par conséquent, l'alignement

gradué des fibres est conçu pour avoir une densité plus élevée des fibres le long du flux thermique dans les couches internes.

Une pièce tissée de fibres de carbone avec une texture graduée a été infiltrée par un lancement sous pression isostatique chaude (HIP) pour graphiter le lancement et pour densifier la structure. La **figure I.7 (a)** montre l'alignement gradué des fibres de carbone, tandis que la **figure I.7 (b)** est une photo d'un réservoir de chaleur gradué et dense en C/C selon la technique (HIP). Des rayons solaires sont concentrés dans ce réservoir par un grand miroir parabolique, et les parois latérales et celles du fond sont uniformément chauffées à 1380°C et à 1680°C respectivement.



**Figure. I.7 :** (a) Un schéma de l'alignement gradué des fibres de carbone dans un réservoir à chaleur, (b) un réservoir à chaleur graduée de C/C (Ichiro chiota (1996)).

Le réservoir à chaleur est couvert d'un bouclier de radiations fait d'un cylindre fortement poli en monocristal  $M_0$  (**Figure. I.7**). Un flux thermique élevé de 1450°C peut être transporté du fond du réservoir jusqu'à la surface arrière de l'électrode d'émission du TIC par les rayons de chaleur.

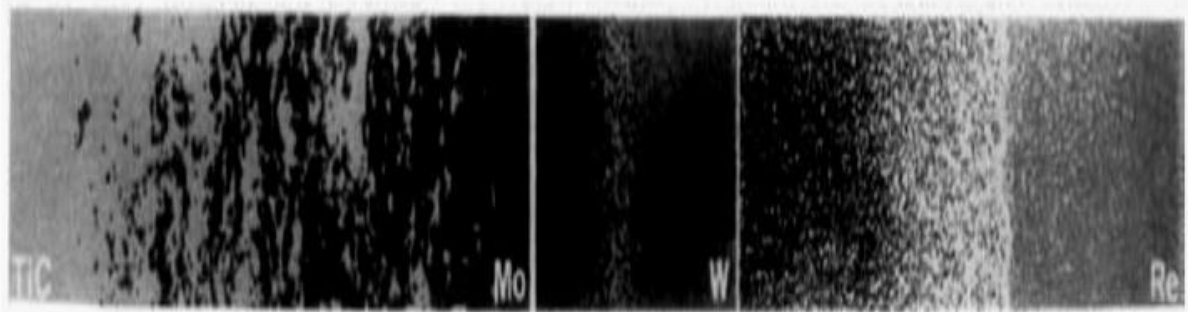
- **Un émetteur gradué TIC (TIC/MO/W/Re) :**

Le carbure titanique est un matériau prometteur pour la réception de la chaleur de l'émetteur TIC en raison de son point de fusion élevée (3000° C) et son émissivité élevée (0,9), qui permet l'absorption efficace de la chaleur d'une bande du spectre solaire à températures élevées. Un enduit gradué de TIC/Mo avec une contrainte thermique basse a été

développé en utilisant une technique de jet de plasma en double-pistolet développée à l'institut de recherche national sur les métaux au japon (Ichiro chiota (1996)). Il n'a été observé aucune fissure dans cet enduit gradué après chauffage à 1800°C.

L'enduit a été formé par le coté arrière de l'électrode d'émission Mo/W/Re (Ichiro chiota (1996)). W et Re ont été déposés sur un substrat M0 par CVD. La couche graduée est formée à travers l'inter-diffusion de ces éléments à 2300°C par traitement thermique. W peut agir en tant que barrière de diffusion pour Re par la création d'une graduation compositionnelle stable au-delà de 2000°C.

**La figure. I.7** montre la section transversale graduée de cet émetteur en FGM développé par la firme Tokyo Tungstène Co. Ltd. le changement linéaire du coefficient de dilatation thermique pour Re-W et le petit changement pour W-M0 relaxent efficacement la contrainte thermique.



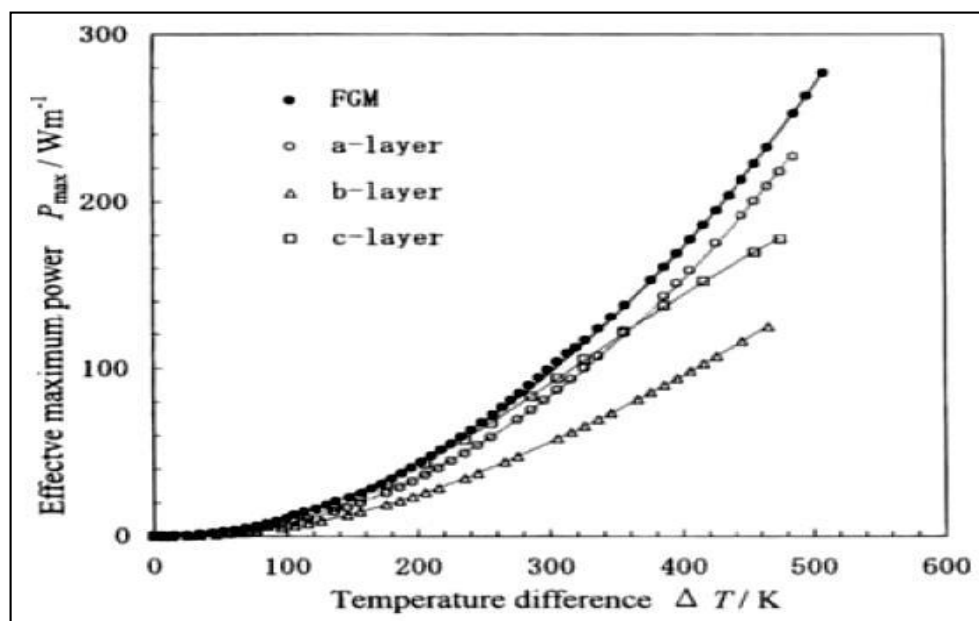
**Figure. I.8 :** changements microstructuraux de l'émetteur gradué en TiC/Mo W/Re (Ichiro chiota (1996)).

L'électrode du collecteur a été façonnée au laboratoire électrotechnique en pulvérisant l'oxyde de niobium selon une basse fonction de voltage de 1,38 eV sur l'électrode M0. Le dispositif TIC avec un maximum de puissance de sortie de 8 W/cm<sup>2</sup> obtenue à un différentiel de température d'émetteur-collecteur de 1600°C-760°C et une température du réservoir de 330°C est assemblée à Mitui Engineering &Ship Building Co.Ltd. (Ichiro chiota (1996)).

- **Matériel thermoélectrique gradué en PbTe :**

Pour les dispositifs TEC tels que Bi<sub>3</sub>Te<sub>2</sub>, PbTe, et SiGe, exposés dans le procédé d'ichiro (1996), les calculs théoriques suggèrent qu'il soit possible d'améliorer l'efficacité de conversion d'un pourcentage considérable par la graduation des compositions. La **figure I.9**

compare le maximum de puissance de sortie d'un PbTe gradué ayant trois différentes concentrations (A- couche  $3.51 \times 10^{25}/\text{m}^3$ , b- couche  $2.6 \times 10^{25}/\text{m}^3$ , c- couche  $2.26 \times 10^{25}/\text{m}^3$ ), fabriqué à l'institut national de recherche sur les métaux au japon, à celui des compositions homogènes de chaque couche (théorique). Le PbTe avec une graduation du dopant  $\text{PbI}_2$  a été préparé en stratifiant des poudres avec trois compositions différentes du dopant, suivies du pressage à chaud. La puissance de sortie a été mesurée en tenant l'électrode de basse température à la température ambiante. Il a été montré que l'échantillon de FGM possède une puissance maximum de  $253 \text{ W/m}$  pour  $\Delta T = 486^\circ\text{K}$ , 11% plus grande que la puissance la plus élevée des échantillons non-gradués en stratifiée.



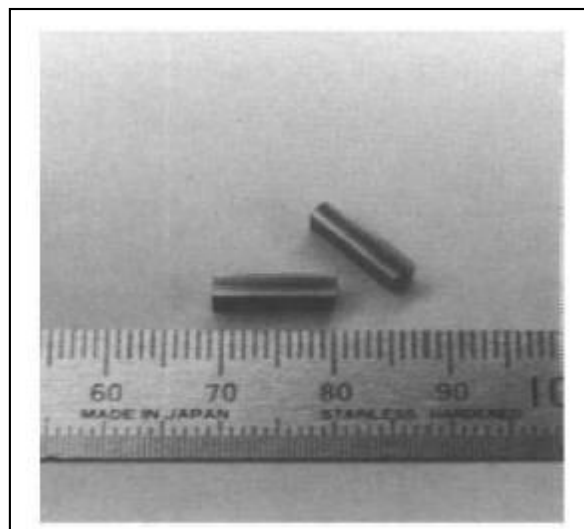
**Figure. I.9 :** Puissance maximum efficace en fonction de la différence de la température pour un FGM trois-couche (Ichiro chiota (1996)).

- **Une électrode symétriquement graduée  $\text{MoSi}_2/\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Ni}/\text{Al}_2\text{O}_3/\text{MoSi}_2$  pour un TEC SiGe :**

Dans le cas du dispositif TEC,  $\text{MoSi}_2$  est prometteur comme électrode à hautes températures pour les matériaux thermoélectriques tels que SiGe parce qu'il a un point de fusion élevée ( $2030^\circ\text{C}$ ), avec une résistivité appropriée de ( $1.7 \cdot 10^{-4} \Omega\text{-cm}$  à  $1000^\circ\text{C}$ ), et une excellente résistance à l'oxydation. Cependant, sa dureté mécanique ( $3\text{-}4 \text{ MPA}\cdot\text{m}^{1/2}$ ) est faible. Pour façonner des électrodes dures, une électrode symétriquement graduée de  $\text{MoSi}_2/\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Ni}/\text{Al}_2\text{O}_3/\text{MoSi}_2$  (représenté sur la **figure I.10**) a été fabriquée à l'université

d'Osaka à l'aide d'une combinaison d'auto propagation d'une synthèse à hautes températures et de HIP (SHS/HIP).

Cette structure symétriquement graduée produit une contrainte résiduelle compressive de 100 MPA à la couche externe de MoSi<sub>2</sub> due à une dilatation thermique inadéquate entre les couches externes et internes, ayant pour résultat le renforcement du MoSi<sub>2</sub> jusqu'à 5,8 MPA m<sup>1/2</sup>. Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> agit en tant que barrière de diffusion contre le Ni à environ 800 °C. Un aperçu des expériences avec la diffusion de Ni dans une structure de FGM à températures élevées suggère qu'à 800°C il y aura peu de formation de couches réactives pendant au moins 10 années. Cette électrode symétrique en FGM a été jointe à SiGe par la firme (Mitsubishi Heavy Industries Ltd) en utilisant des inters couches en poudres Ge et W et des feuilles Zr-Ni à 1000°C (Ichiro chiota (1996)).



**Figure. I.10:** Photo des électrodes symétriques graduées de MoSi<sub>2</sub>/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Ni/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/MoSi<sub>2</sub> fabriquées à l'université d'Osaka pour un dispositif de SiGe (Ichiro chiota (1996)).

- **Matériau radiatif gradué AlN/W :**

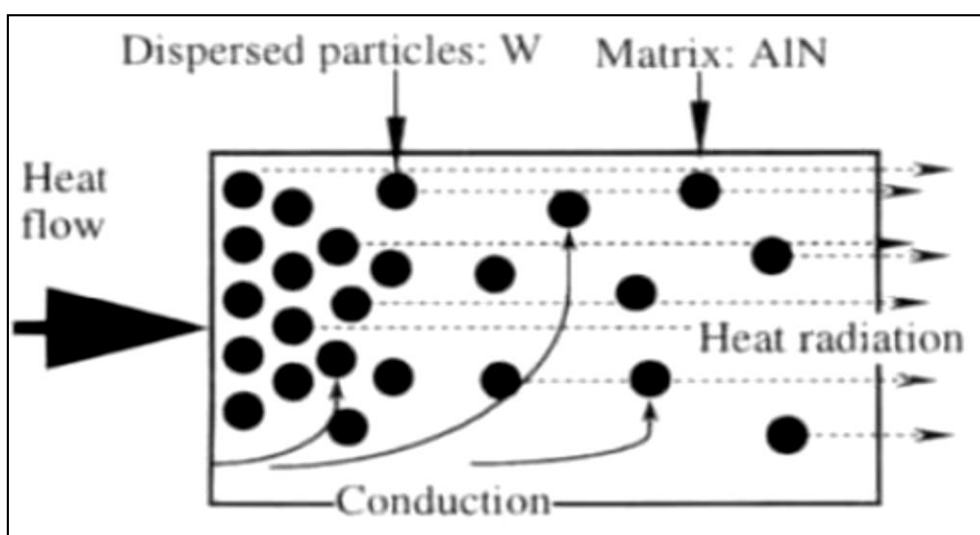
Pour l'utilisation des dispositifs TIC et TEC ou leur combinaison dans l'espace, le refroidissement par rayonnement est exigé. Au Sumitomo Electric Industries, Ltd. Au Japon, un matériau radiatif unique fait d'un composé d'une matrice en céramique AlN contenant une dispersion graduée des particules fines de W, fabriqué par frittage à 1800°C. L'AlN dense possède une conductivité thermique élevée (200 W/mK), il est transparent aux longueurs d'ondes du visible à l'infrarouge. D'autre part, W a une émissivité élevée (0,9) pour les ondes infrarouges. Une partie de la chaleur écoulee, conduite à partir du TEC vers AlN, peut être

reflétée par les particules W, comme illustré sur la **figure. I.11**. Une émissivité élevée de 0,97 a été calculée et mesurée quand une forte concentration de particules de W ont été dispersées près de l'interface avec TEC, et la concentration a été graduellement diminuée vers l'autre extrémité.

Suivant les indications de la **figure. I.12**, la structure graduée AlN/W, qui peut satisfaire à la fois une conduction thermique élevée et une émissivité élevée, possède différentes caractéristiques comparées aux matériaux conventionnels (Ichiro chiota (1996)).

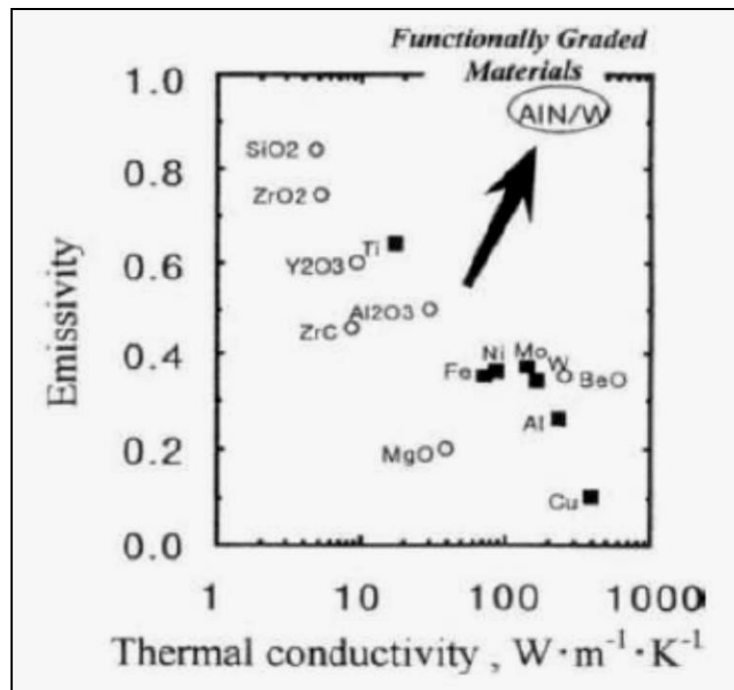
Dans ce programme, la nouvelle enquête a été effectuée principalement sur les sujets suivants :

1. Modélisation et évaluation des matériaux thermoélectriques gradués ;
2. Synthèse des graduations p et n type ( $\text{Bi}_3\text{Te}_2$ , PbTe, et SiGe) avec une efficacité de conversion plus élevée ;
3. La fabrication des segments et des cascades de TEC avec des pertes d'énergie faibles au niveau des interfaces ;
4. Fabrication des TIC avec les électrodes graduées qui ont une efficacité de conversion au-dessus de 15%.
5. Stabilité des structures graduelles de propriétés aux températures élevées.



**Figure. I.11 :** schématisation d'un matériau très radiatif composé d'une matrice AlN contenant une dispersion graduelle des particules fines W (Ichiro chiota (1996))





**Figure I.12:** La relation entre la conduction thermique et l'émissivité (Ichiro chiota (1996)).

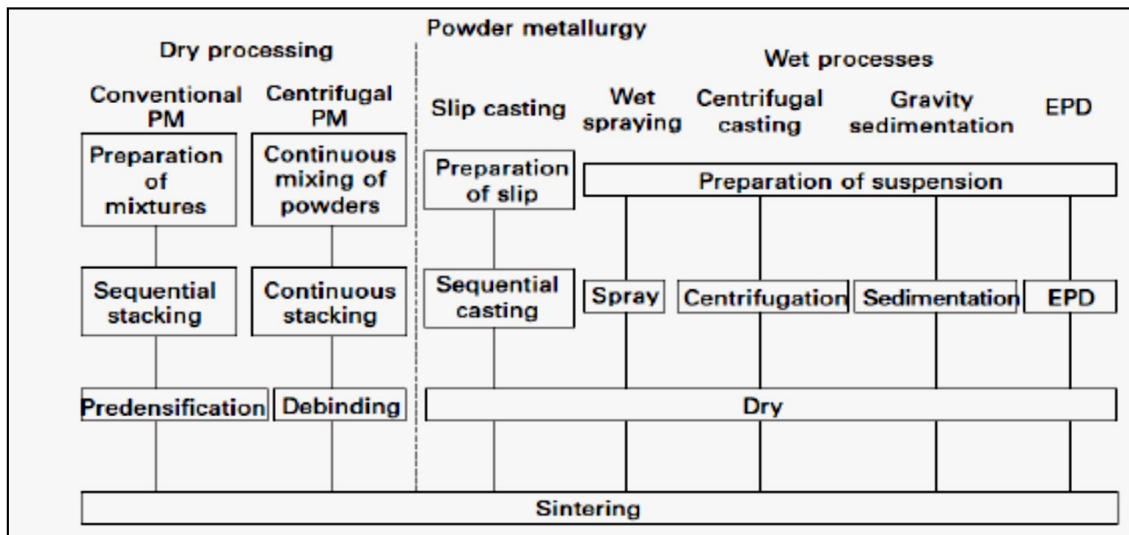
#### **I.4. Nouveaux procédés pour le traitement des FGM :**

S'il y'a Une caractéristique concernant la fabrication des FGM c'est certainement la très grande variété des méthodes de traitement disponibles (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)). Les matériaux fonctionnellement gradués incluent des matériaux avec un gradient dans la composition, La taille de grain et/ou la porosité. Le but général du traitement des FGM est de réaliser une distribution spatiale en microstructure et/ou en composition dans le produit final. Quand en choisit la méthode de traitement, les différences existantes entre les propriétés des deux phases constitutives du FGM sont d'extrême importance. Dans la composition d'un FGM, par exemple, la différence dans la résistance thermique entre les deux phases est un facteur clé. Si les deux phases ont des points de fusion sensiblement différents, comme dans le cas des FGM en céramique/métal, le gradient de composition peut être formé en produisant un gradient de porosité performant de la phase réfractaire infiltré, par la suite, par la deuxième phase fondue pour obtenir un produit final dense. Si les deux phases ont un point de fusion semblable, l'infiltration ne peut pas être utilisée, car le squelette ne peut pas tenir leur puissance durant l'infiltration. Les dimensions et la géométrie du FGM doivent être aussi bien considérées. Il est faisable de produire des FGM dans plusieurs systèmes avec des technologies de couches thermiques, mais leur basse efficacité les rend inutiles pour la production en grandes masses des FGM tridimensionnels.



### I.4.1. Processus de formation et de consolidation des FGM :

Pour la fabrication de FGM en bloc, le traitement métallurgique en poudre est le plus économique et approprié à la production en série. Afin de produire un FGM par traitement conventionnel à la poudre, un corps vert avec un gradient de fraction volumique désirée est d'abord fabriqué. Après la formation et la consolidation, ce corps doit être densifié par frittage. Les méthodes de graduation peuvent être divisées en deux groupes : le processus sec et l'autre humide (**figure I.13**) (Hirai T. and Chen L. (1999), Chan S.H. (2001), Uemura S. (2003)). Les processus secs sont rapides, mais, généralement, ils permettent seulement la génération des profils gradués par étape. Dans le processus humide, une étape de séchage est exigée pour l'élimination du liquide mais la continuité du mélange est facilitée et il peut y avoir une production des gradients continus et lisses. En outre, des procédés de transport apparaissent dans les suspensions, par exemple sédimentation et électrophorèse, peuvent être employés pour produire des gradients à bas prix.



**Figure. I.13 :** Processus de traitement des Poudre pour les FGM (Hirai T. and Chen L. (1999), Chan S.H. (2001), Uemura S. (2003)).

Le défi principal lié au traitement aux poudres est fréquemment lié à la densification du compact de poudre gradué. Les taux de frittage diffèrent avec la position et le rétrécissement inégal peut conduire à la déformation et à la fissuration, à moins que des techniques sophistiquées de frittage soient utilisées.

Une technique largement utilisée pour les matériaux gradués en céramique/céramique elle consiste à la coulée en barbotine séquentielle où de glissades de différentes compositions

moulées l'une au-dessus de l'autre (Requenna, J., Moya, J.S., Pena, P., (1993)). En utilisant un système pré mélange, la composition en jet peut être faite sans interruption (Chu, J et al (1993)).

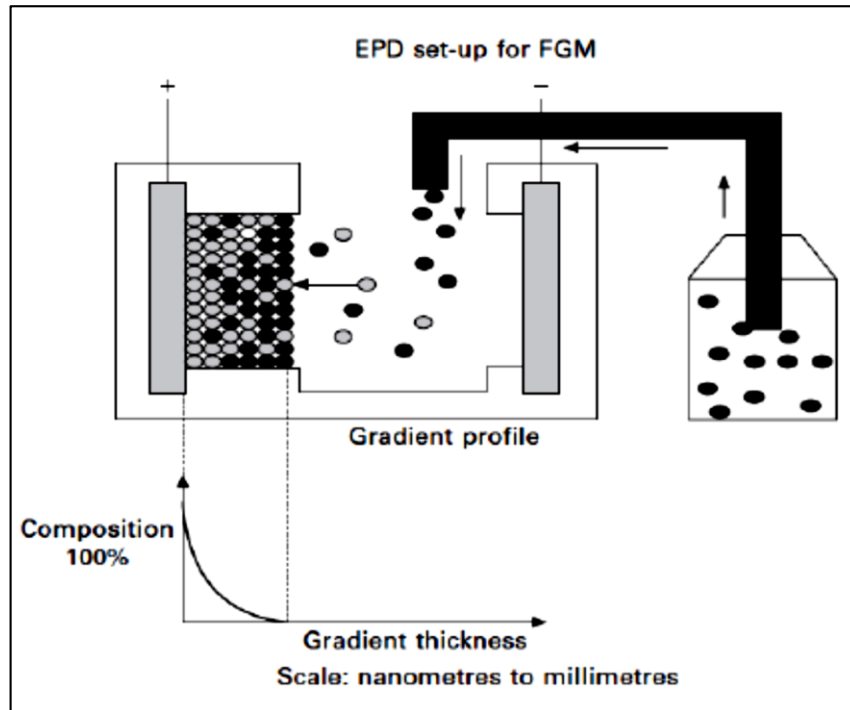
Dans un processus appelé la pulvérisation humide (Schindler, J et al (1998)), des suspensions en deux poudres sont créées, mélangées et pulvérisées sous control informatique sur un substrat chauffé. Après la formation, le corps vert est enlevé du substrat, pour les feuilles en FGM.

Un excellent gradient de composition suivant l'épaisseur peut être créée en contrôlant la proportion de deux poudres dans la suspension mélangée. La Coulée par centrifugation (Watanabe, Y., Yamanaka, N., Fukui, Y., (1998)) est une autre méthode de consolidation du FGM en utilisant le mélange de suspensions pour réaliser le gradient. Quand les suspensions des deux poudres de densités différentes ou de grosseurs de grains différents sont mélangées et injectées dans la cavité cylindrique, qui tourne à la grande vitesse, les forces centrifuges causent un gradient compositionnel ou de porosité dans le compact de poudre croissant dans la direction radiale. Avant d'arrêter la rotation, la cire est injectée dans le système pour lier les poudres afin d'augmenter la force verte pour le façonnage du corps. Les FGM poreux avec une distribution graduelle de la porosité peuvent être utilisés comme préforme pour des filtres, ou pour les membranes en céramique. Un processus similaire à la coulée par centrifugation est la sédimentation gravitationnelle (Bernhardt, R et al (1999)). La coulée par centrifugation, peut seulement être utilisée pour les pièces de forme cylindrique, tandis que la sédimentation gravitationnelle convient aux plaques en FGM.

Parmi les différentes techniques de traitement colloïdales, la méthode électro phorétiques de dépôt (EPD) est une méthode très prometteuse (Anné, G., Vanmeensel, K., Vleugels, J., (2004)) parce que c'est un processus assez rapide qui ne coûte pas cher pour la fabrication des couches en céramique, des monolithes, des composites et des matériaux fonctionnellement gradués variant selon l'épaisseur de quelques nanomètres à quelques centimètres. Le dépôt électro phorétique est un processus en deux étapes (**figure. I.13**). Dans la première étape, des particules ayant acquis une charge électrique dans le liquide dans lequel elles sont suspendues sont forcées de se déplacer vers l'une des électrodes par l'application de champ électrique à la suspension (électrophorèse). Dans la deuxième étape (dépôt), les particules se rassemblent à l'une des électrodes et forment un dépôt cohérent. Le dépôt prend la forme imposée par cette électrode. Après séchage et enlèvement de la matière de l'électrode, une forme de corps en

céramique verte est obtenue. La cuisson de ce corps vert donne un composé en céramique. Des matériaux graduels peuvent être obtenus puisque la composition de la prochaine couche de poudre déposée est déterminée par la composition de la suspension en ce moment (**fig. I.14**).

L'adaptation judicieuse de la concentration de la poudre dans la suspension permet de générer un profil gradué bien contrôlé dans une étape de mise en forme continue.

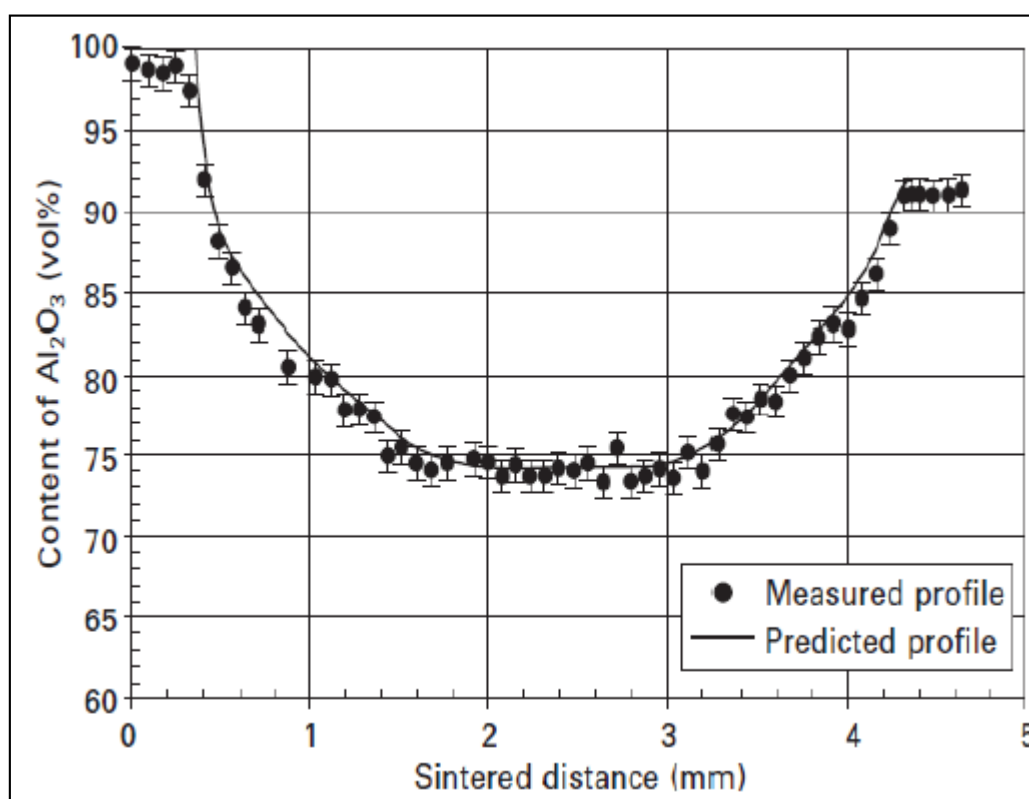


**Figure. I.14** : Procédé électro phorétique de dépôt pour des matériaux de FGM (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)).

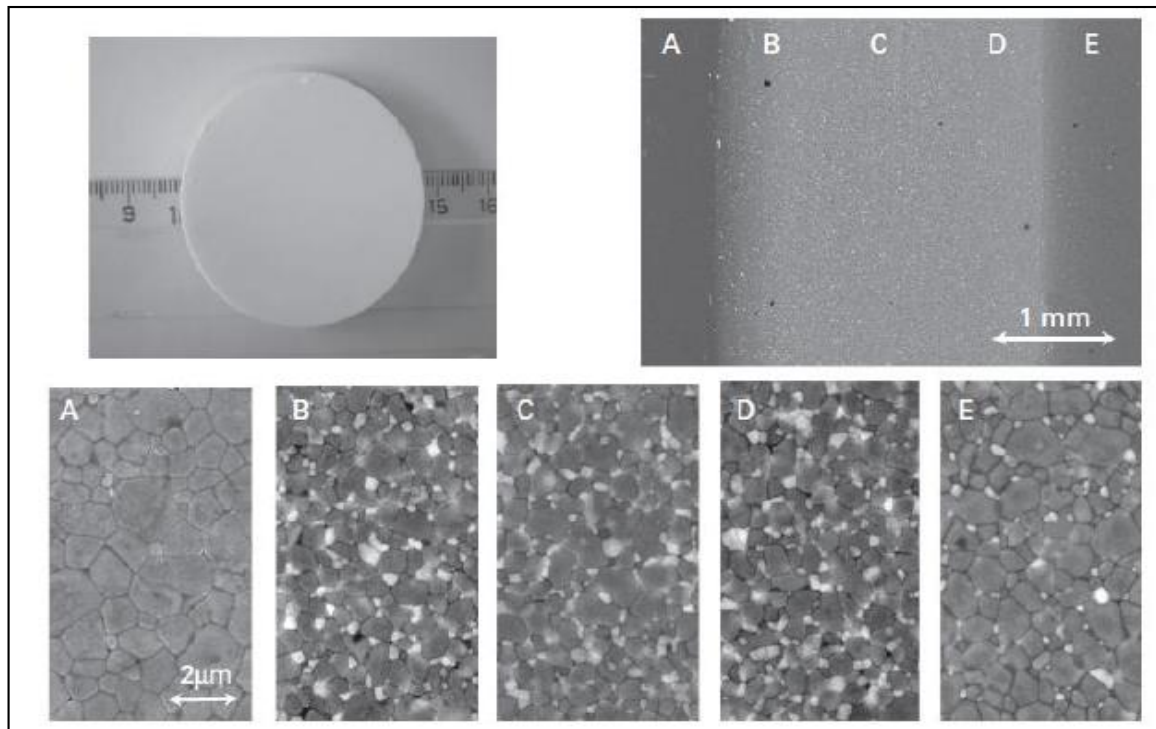
Le processus n'est pas spécifiquement matériel, puisqu'une large variété de matériaux a été déjà déposée, comme les poudres en métal, en céramique, en verres, et en polymères (Van der Biest, O., Vandeperre, L, (1999)). Généralement la seule limitation de forme est la faisabilité d'enlever le dépôt de l'électrode après la déposition. Les matériaux gradués dans le système  $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ ,  $\text{ZrO}_2/\text{WC}$ , et  $\text{WC}/\text{Co}$  ont déjà été exploré au moyen du processus EPD (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)). Réquisit une pré réquisition d'une production réussie des matériaux en FGM au moyen d'EPD s'avère le meilleur moyen de contrôle de la cinétique du processus. Des modèles cinétiques ont été donc développés pour traiter les FGM dans un système à plusieurs éléments au moyen d'EPD (Put, S et al (2003)). Comme exemple, en présente une composition d'un profil (**figure. I.15**) et sa microstructure (**figure. I.16**) ;

c'est un disque en FGM  $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$  (Vleugels, J et al (2003)) avec un noyau homogène (75% volume d' $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), une couche  $\text{Al}_2\text{O}_3$  extérieure pure d'un côté et un composé homogène (90%volume d' $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) sur l'autre face, et des couches symétriquement graduées à profilées intermédiaire.

Comme montré dans le graph, un profil convexe gradué en alumine est suggéré pour donner un effort de compression plus élevé aux couches externes d'alumine et les plus basses contraintes de traction au noyau du disque. Les phases  $\text{ZrO}_2$  (blanc) et  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (grises) peuvent être clairement différenciées dans la microstructure. La phase  $\text{ZrO}_2$  est bien dispersée dans la matrice  $\text{Al}_2\text{O}_3$  dans les parties graduées et dans le noyau du FGM.



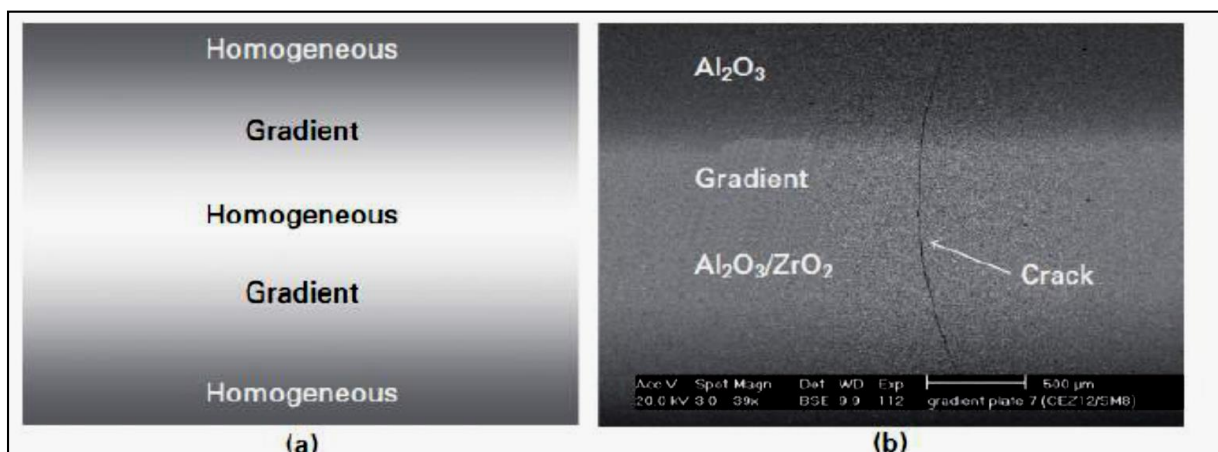
**Figure.I.15 :** Profil en FGM mesuré et prévu d'un disque ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ ) (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006))



**Figure.I.15 :** Panorama général et quelques micrographes détaillés des endroits spécifiques dans un disque en FGM. (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)).

#### **I.4.2. Densification des poudres compactes pour FGM :**

Le défi le plus important est la densification des poudres compactes graduées. Le traitement des matériaux en FGM par des méthodes métallurgiques des poudres induit des flèches de déformation excessives et indésirables du composant après frittage. À cause de ces contraintes thermiques résiduelles excessives, des fissures et d'autres défauts peuvent souvent



**Figure.I.16 :** (a) schémas du FGM ; (b) fissure typique observée dans  $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$  (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)).

La **figure. I.16** montre des fissures typiques observées dans les disques symétriquement gradués en  $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ , formés par les dépôts électrophorétiques et densifiés par frittage à basse pression. À partir de la figure, il est à voir que des fissures transversales apparaissent dans le noyau riche en  $\text{ZrO}_2$  d'un disque symétrique fritté en  $\text{TZP}/\text{Al}_2\text{O}_3$ . Cependant, La propagation des fissures s'est arrêtée dans la couche externe  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , indiquant que la contrainte de traction plane est située au centre des disques, qui devraient être abaissés. Hillman (1996) à observer des défauts similaires dans des stratifiés symétriques avec des couches  $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$  sur les surfaces et une couche médiane en  $\text{ZrO}_2$ . Ces défauts sont les plus susceptibles aux contraintes résiduelles de traction pendant le refroidissement du noyau, dû au coefficient de dilatation thermique élevé de zircone. Ces régions de plus faible densité (pores) doivent être formées comme conséquence de la contrainte de traction qui se développe pendant le rétrécissement différentiel durant la densification entre les couches  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et  $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ . Les pores agissent alors en tant que pailles préexistantes pour la génération de la dilatation thermique inadéquate des fissures pendant le refroidissement par l'intermédiaire du lien des pores et des défauts cavitationnels.

L'élimination des fissures transversales peut être accomplie en diminuant le retrait de tous les composés. Ceci se fait seulement en diminuant le grand écart compositionnel entre les différentes couches (Cai, P.Z et al (1997a), Cai, P.Z et al (1997b)) ou en ajustant la densité verte des différentes couches (S., Beraniè, S., (2005)). Une autre possibilité est de diminuer le taux de chauffage et de refroidissement Pendant le frittage (Cai, P.Z et al (1997b)). Les forces résiduelles pendant Le cycle de chauffage sont diminuées par nature visqueuse du FGM à la Température de frittage. La force de frittage résiduelle est proportionnelle au taux de frittage résiduel. La rupture est réduite sous un refroidissement lent ; ceci est probablement dû à La relaxation des tensions résiduelles pendant la période initiale de refroidissement.

Presque tous les volumes FGM en matériaux céramique/céramique sont frittés par un frittage conventionnel à basse pression ou par un pressage à chaud, selon les propriétés de frittage des deux composants (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)). Dans un FGM métal/céramique avec une phase continue en métal et une phase en céramique discontinue, les taux de frittage sont contrôlés par la densification de la phase métallique et un tel FGM peut être densifié par des méthodes de frittage conventionnelles (Hirai T. and Chen L. (1999), Chan S.H. (2001), Uemura S. (2003)). Cependant, dans la plupart des FGM où une phase céramique élevée est envisagée quelques approches spéciales doivent être considérées pour la densification entière.



En plus du frittage conventionnel, le traitement réactif en poudre, également appelé synthèse de combustion ou la synthèse à hautes températures (SHS), peut être utilisée si les composés voulus sont synthétisés d'un premier mélange de poudre. Ce processus comporte une réaction chimique rapide et exothermique pour synthétiser simultanément quelques ou toutes les phases des constituants dans le FGM et puis densifier le composant.

Une technique plus avancée, telle que le frittage de plasma en étincelle (SPS) ou le frittage par courant électrique pulsé, est également utilisé pour la fabrication de FGM (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)). C'est une méthode de frittage à pression assistée dans laquelle un haut courant est pulsé à travers une installation matrice/poinçon/échantillon, qui peut être comparée à ceux du cas de pressage conventionnel à chaud. Les grandes impulsions de courant produisent des plasmas d'étincelle, une pression d'impact d'étincelle et une énergie de chauffage en Joule.

Le mécanisme de frittage et les propriétés mécaniques des compacts frittés montrent des caractéristiques différentes des processus de frittage conventionnels aux pressions assistés. Cette technique offre des avantages significatifs pour différentes sortes de nouveaux matériaux et produit toujours un compact dense dans un petit temps de frittage et avec une dimension du grain plus fins que des méthodes conventionnelles. Le frittage de plasma en étincelle des FGM utilise un gradient de température dans le système, qui permet une densification homogène des FGM en Correspondant le gradient de température au gradient de taux de retrait du compact. Avec un système de plasma d'étincelle, une grande masse FGM (céramique/métal) (~100 millimètres sa section) peut être homogènement densifié en peu de temps avec des temps de chauffage et d'entreposage à moins d'une heure. Parmi les systèmes de frittage de plasma en étincelle rapportés on site des matériaux à base de WC (WC/Co, WC/Co/steel, WC/Mo), des composés à base de  $ZrO_2$  ( $ZrO_2$ /acier,  $ZrO_2$ /TiAl,  $ZrO_2$ /Ni),  $Al_2O_3$ /TiAl, ...etc. (Anné G, J Vleugels et O Van der biest (2006)).

Le frittage à la micro-onde est une autre technique prometteuse pour les FGM en céramique/métal pour remédier à la difficulté de l'inégalité du taux de rétrécissement. Comme une nouvelle technique de frittage, le frittage aux micro-ondes utilise des micro-ondes et des radiations pour chauffer la céramique ou un compacte composite à base de céramique (Zhao, C et al (2000)). Le mécanisme de chauffage par micro-ondes est basé sur la perte diélectrique des phases céramiques injectées, ayant obtenue par une technique volumétrique de chauffage dans laquelle la chaleur est produite par le compacte lui-même.

**I.5. L'intérêt d'utilisation des FGM :**

Il y a beaucoup d'intérêt pour la mise sur pied des structures ainsi les conditions fonctionnelles peuvent varier avec l'endroit. Dans la plupart des cas, ceci impliquera de varier les matériaux qui sont employés aux endroits spécifiques dans la structure ayant pour résultat les interfaces discrètes dans tout. À nombre de proposé des technologies manufacturières pour le traitement de FGM.

**I.6. Méthodes d'élaboration des FGM :**

L'obtention des qualités désirées nécessite de plus l'intervention de techniques sophistiquées et subtiles comme l'utilisation de lasers, de plasmas, l'implantation ionique, de dépôts en phase vapeurs, etc.

Les procédés de fabrication d'un matériau à gradient évalués peuvent habituellement être divisés en construisant la structure dans un espace hétérogène (mélange graduel) et la transformation de cette structure en matériau en bloc (solidification).

Les processus de mélange graduel peuvent être classés suivant ses constituants, l'homogénéisation et la ségrégation. Les procédés élémentaires sont basés sur la fabrication par étape de structure en matériaux graduels précurseurs ou poudres. Les avancés en technologie d'automatisation durant les dernières décennies ont rendu des processus élémentaires de progression technologiquement et économiquement durables. Dans la procédure d'homogénéisation qui traite une interface pointue entre deux matériaux est convertie dans un gradient par transport matériel. Les procédés d'homogénéisation et de ségrégation produisent un gradient continu, mais ont des limitations au sujet des types de gradients qui peuvent être produits.

Habituellement, le séchage et la solidification suivent les étapes du mélange graduel. Le besoin de ces processus de consolidation doit adapter aux FGM :

- Des conditions de procédure choisie pour ne pas altérer ou détruire le gradient en mode non contrôlé.
- Prêter attention à tout rétrécissement inégal du FGM pendant la consolidation.

Ces dernières années, les travaux menés au laboratoire ont permis de développer une méthode originale pour élaborer des composites à gradient continu de composition. Cette méthode est



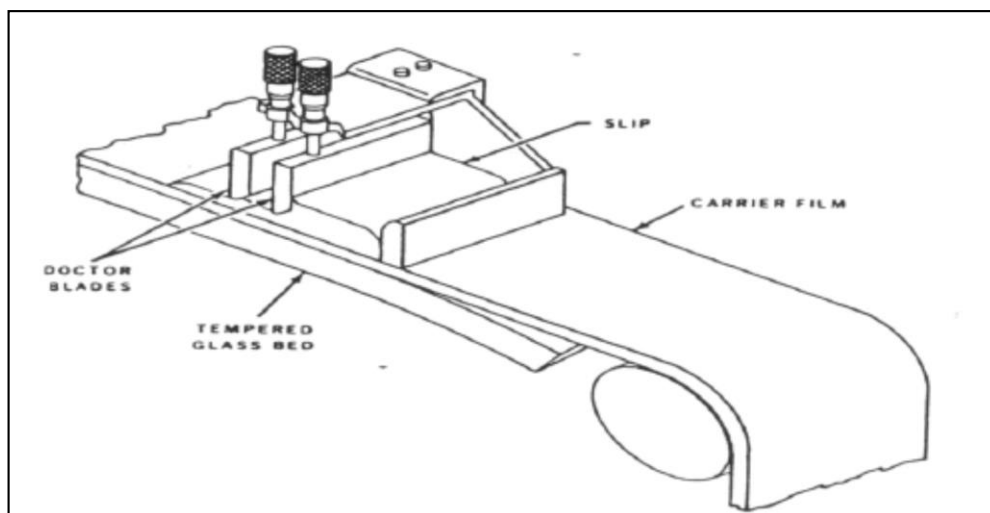
basée sur une technique de co-sédimentation de poudres en milieu proportionnelle à la densité du matériau et au carré du diamètre de particule. En contrôlant et en adaptant les répartitions granulométriques de chaque poudre, il est possible d'obtenir différents gradient de concentration dans le dépôt formé à l'issue de sédimentation.

Il existe de nombreuses méthodes d'élaboration des matériaux a gradient de propriétés, les techniques les plus employées sont brièvement expliquées ci-dessous :

### **I.6.1. Coulage en Bande (Tape Casting ou Doctor-Blade) :**

Le coulage en bande consiste à couler une barbotine de poudres fines en suspension aqueuse ou non-aqueuse (la plupart des travaux commerciaux utilisent le procédé non-aqueux) sur un support plan en couches minces et régulières. Selon les cas, c'est soit la lame (doctor-Blade) qui est animée d'un mouvement de translation, soit le support qui se déplace sous la lame (**figure. I.17**). Les produits obtenus sont des feuillets avec des épaisseurs contrôlées (25-1000 $\mu\text{m}$ ). Après un raffermissement de la pâte, les feuillets sont démoulés et ensuite découpés.

Le solvant doit avoir un point d'ébullition très bas et une viscosité faible. Il doit être soluble avec le liant le plastifiant et les autres ajouts, mais ne doit être ni soluble ni réactif avec la poudre céramique. Le liant donne une grande résistance mécanique au produit cru en permettant son maniement. Généralement un plastifiant est ajouté au liant pour baisser sa viscosité .Les liants (Plastifiants et dé floculant) doivent être totalement dégagés pendant le délainage.



**Figure. I.17 :** Principe de la méthode coulage en bande.

L'un des plus anciens travaux sur l'étude de cette technique a été publié par Howatt et al. En 1947, et depuis d'autres travaux ont été réalisés (Boch. P Chartier. Huttepain. M (1986)). Ce procédé est devenu une technique économique pour la production des substrats céramiques de type  $Al_2O_3$  et surtout pour les condensateurs à base de  $BaTiO_3$ . On peut d'ailleurs remarquer qu'il s'agit déjà de F.G.M puisqu'il faut empiler des couches conductrices (métaux rares) avec des couches diélectriques ( $BaTiO_3$  principalement).

Le procédé de coulage en bande est largement utilisé pour réaliser des matériaux composites laminaires suivant deux méthodes :

- Réalisation directe de bandes multicouches grâce à un système de lames multiples c'est le cas des tri-couches élaborées par Mistler (1973).
- Empilement des couches élaborées séparément dont la cohésion est ensuite assurée par une étape de thermocompression (Boch. P Chartier. Huttepain. M (1986)).

### **I.6.2. Coulage Séquentiel en Barbotine (Slip Casting) :**

Le coulage en Barbotine (Slip Casting) consiste à couler une suspension dans un moule poreux qui va drainer le liquide grâce aux forces capillaires, laissant un tesson (couche de poudre compacte) sur la surface du moule. Après séchage, on obtient le corps en cru. Donc le coulage se effectuée en deux étapes essentielles :

- Formation du tesson ou « prise ».
- Consolidation du tesson « raffermissment ».

La filtration, c'est à dire la formation du tesson lors du coulage, peut être considéré comme un processus d'élimination d'une partie de l'eau de la barbotine ; Cette eau migre à travers la couche de tesson déjà formée, sous l'effet :

- du pouvoir de succion du plâtre (coulage classique) ;
- ou d'une pression appliquée sur la barbotine (coulage sous pression).

Dans le cas de la fabrication de multicouches, après la formation du premier tesson, le dépôt de la deuxième couche s'effectue de manière telle que la barbotine ne pénètre pas dans le tesson formé. Ce procédé est successivement reproduit pour les autres couches.

**I.6.3. Compaction Sèche des Poudres :**

Cette technique consiste à verser successivement dans un moule en acier les poudres, et à chaque fois qu'une poudre est versée une faible compression est exercée. Ensuite la compaction de l'ensemble des couches sera effectuée. Ce procédé est suivi généralement par une pression isostatique et un délainage. La densification sera enfin l'étape finale (Bishop, a et al (1993)). Ce procédé peut être envisagé pour la fabrication de pièces de formes complexes. En effet il s'applique aussi avec la technique du pressage isostatique, et de façon industrielle.

**I.6.4. Dépôt par Électrophorèse :**

Le dépôt par électrophorèse est un procédé dans lequel une suspension colloïdale stable est placée dans une cellule contenant deux électrodes, le dépôt se fait par le mouvement des particules chargées au sein de la solution vers la cathode ou l'anode selon le signe de la charge des particules due à un champ électrique. L'élaboration des F.G.M peut se faire donc par le dépôt séquentiel des matériaux (Abdizadeh H (1997)).

**I.6.5. Projection Plasma :**

Un gaz soumis à une forte température (par exemple celle d'un arc électrique), se transforme en un état ionisé (plasma). Cette transformation est accompagnée d'un dégagement de chaleur important. Si une particule de céramique se trouve dans cet environnement, elle se fond totalement ou superficiellement, ce qui permet de la situer sur un substrat. La projection plasma des particules des divers matériaux est devenue une méthode très utilisée pour fabriquer des FGM L'équipement relativement simple, le rendement élevé du dépôt des particules sur des substrats à géométrie compliquée, les performances des surfaces en fonctionnement et la compatibilité des céramiques avec les métaux sont les avantages essentiels de cette technique (Steffes.H.D. DvorakM.Wewel. (1990)).

**I.6.6. C. V. D. et P. V. D :**

Les dépôts chimique ou physique en phase vapeur sont des techniques dans lesquelles les atomes du matériau sont déposés sur la surface du substrat. Les techniques de C.V.D. et P. V. D. peuvent être utilisées pour façonner un F.G.M sur des substrats de formes compliquées.

**I.6.7. Frittage et Infiltration :**

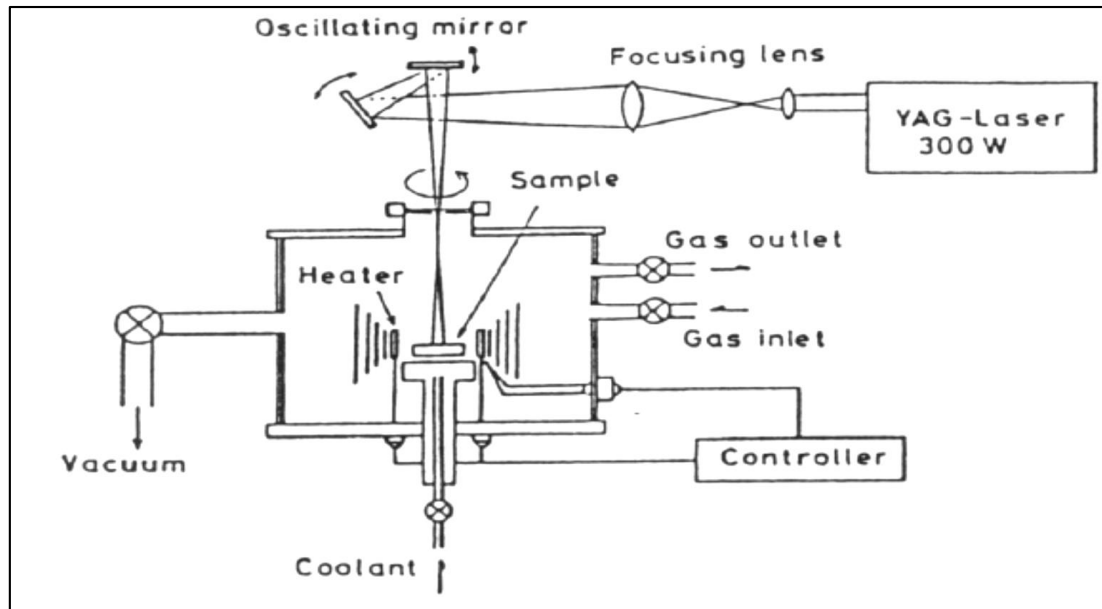
Cette technique est constituée de deux étapes et convient à la fabrication d'un composite à gradient de fonction composé de deux matériaux dont les températures de fusion sont très différentes :

- La première étape est de fabriquer une matrice frittée du matériau à haute température de fusion avec un gradient de porosité.
- La seconde étape est de remplir ces porosités avec le deuxième matériau fondu par infiltration.
- Le résultat est excellent pour la diminution de la contrainte thermique.

Cette technique peut être généralement appliquée pour plusieurs combinaisons de matériaux qui sont chimiquement inertes et qui ont des points de fusion bien différents les uns par rapport aux autres.

**I.6.8. Frittage Laser Différentiel :**

Le rayonnement thermique du laser permet le contrôle de la température et la focalisation du point à chauffer. La différence de l'intensité de l'irradiation sur différents points du matériau, provoque un frittage différentiel le long de la pièce, ce qui résulte en des microstructures différentes, dépendant de la position du point irradié. Cette technique a été utilisée pour élaborer un F.G.M de PSZ/Mo. La **figure I.18** montre schématiquement la disposition du procédé utilisé par ces auteurs.



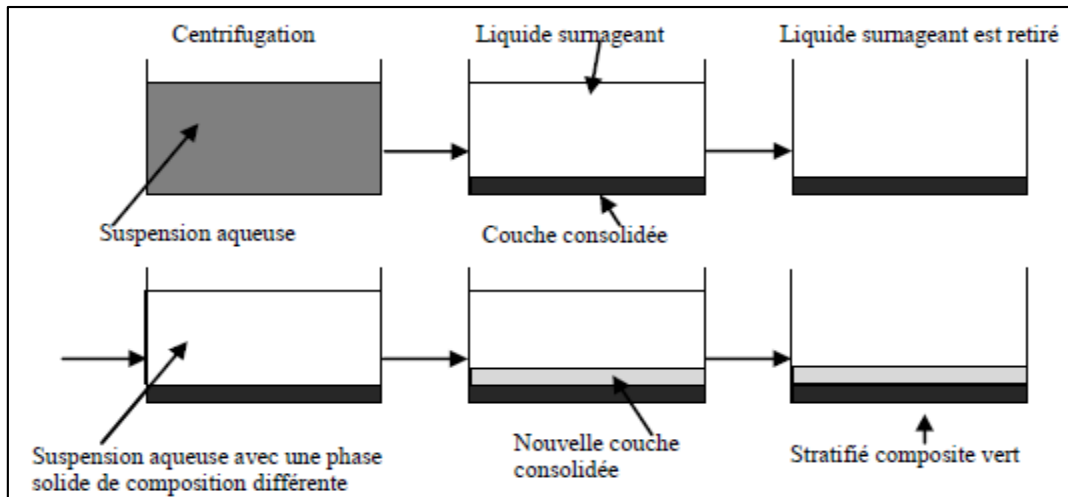
**Figure I.18 :** Disposition du procédé frittage laser différentiel.

### **I.6.9. Implantation Ionique :**

C'est une technique avancée pour la fabrication des F.G.M permettant de réaliser seulement des épaisseurs fines ( $<1\mu\text{m}$ ) sur différents substrats (plastiques, céramiques, et métaux). Le traitement s'effectue par les faisceaux énergétiques d'ions ou via des gaz réactifs. Les couches fabriquées présenteront un gradient de composition qui peut être très finement contrôlé (Abdizadeh H (1997)).

### **I.6.10. Dépôt par Centrifugation :**

La technique consiste à verser une suspension colloïdale relativement diluée dans des flacons cylindriques, le tout est soumis à une centrifugation. La sédimentation s'opère et le liquide surnageant est retiré. Ce procédé est répété pour obtenir des multicouches (**figure. I.19**) (Abdizadeh H (1997)).



**Figure I.19 :** Schéma du procédé dépôt par centrifugation (Abdizadeh H (1997)).

## **I.7. Propriétés physiques et mécaniques des FGM :**

Pour ce travail le matériau FGM choisi est ( $Al/Al_2O_3$ (Métal)-Céramique).

### **I.7.1. Propriétés physiques du métal :**

**Définition :** L'Aluminium est un métal blanc qui après polissage peut devenir réfléchissant.

- **Propriétés physiques :** L'Aluminium a une température de fusion relativement basse d'environ  $660^\circ$ . Il en résulte une facilité de fusion qui présente un avantage certain pour les opérations de fonderie. L'Aluminium est très ductile, on peut aisément le mettre en forme. La masse volumique de l'Aluminium est de  $2700 \text{ kg/m}^3$ . L'utilisation de l'Aluminium s'impose donc dans les domaines aéronautiques et du transport.
- **Propriétés mécaniques :** Les propriétés mécaniques des métaux présentent un grand intérêt dans la vie quotidienne, elles peuvent être classées en deux groupes :
  - Celles qui se rapportent à la résistance mécanique du métal :
    - Résistance à la traction.
    - Résistance à la pénétration (dureté).
  - Celles qui concernent les modifications de forme que le métal peut subir sans se briser :

- La malléabilité (mises en feuilles).
  - La ductilité (mise en fils).
- **Propriétés des alliages d'aluminium** : L'Aluminium a pour propriétés une :
- Température de travail élevée.
  - Très bonne résistance à la corrosion.
  - Légèreté.
  - Très bonnes solidités, dureté et rigidité.
  - Bon rapport force/poids.
  - Bonnes propriétés de protection contre les interférences électromagnétiques.
  - Bonne conductivité thermique.
  - Conductivité électrique élevée.
  - Bonnes caractéristiques de finition.
  - Entièrement recyclable.
- **Résistance à la corrosion** : Grâce à la couche d'oxyde qui se forme en surface, les alliages d'Aluminium résistent à la corrosion. On peut rendre cette couche protectrice d'oxyde plus épaisse par galvanisation. L'Aluminium et ses alliages peuvent être utilisés sans protection supplémentaire comme revêtement extérieur de bâtiments. Par contre dans les milieux corrosifs, les alliages d'Aluminium peuvent subir les effets de la corrosion. Des piqures, de la corrosion sous contrainte, de la fatigue corrosion, voire de la corrosion généralisée peuvent se développer. Pour des conditions données, la sévérité de l'attaque dépend de l'alliage utilisé et de son état.

### **I.7.2. Propriétés physiques de la céramique :**

- **Définition** : La céramique résulte des terres et des roches broyées (matériaux géologiques) ou bien d'une argile qui sera modelée puis cuite sous haute

température (transformation irréversible) ce qui fait perdre au matériau sa plasticité donc il ne peut plus se réhydrater.

- **Propriétés physiques** : La céramique a une facilité de fusion qui présente un avantage certain pour les opérations de fonderie. La masse volumique de la céramique est de **3800 kg/m<sup>3</sup>**. L'utilisation de la céramique s'impose dans les domaines de l'habitat et du design, l'industrie céramique et métallurgique, aéronautique et spatial, médicale et dans les revêtements.
- **Propriétés mécaniques** : Les propriétés mécaniques du céramique dépendent des :
  - Matières première employées.
  - Méthodes de fabrication qui fixent les microstructures finales et déterminent la répartition des différentes phases en présence.
- **Propriétés des céramiques** : Les propriétés de la céramique sont :
  - Un module de YOUNG élevé (Liaisons, covalente, ioniques).
  - Une dureté élevée (Abrasif, outils de coupe, surfaces de frottement qui doivent résister à l'usure, résistance mécanique élevée, bonne tenue à chaud, rigidité élevée).
  - Une très bonne résistance à la compression non à la traction (Résistance à la compression = **200 MPa**).

### **I.8. Propriétés matérielles effectives d'un matériau FGM :**

Les matériaux à gradient de propriétés sont généralement fabriqués par deux phases matérielles avec des propriétés différentes. Une description détaillée des microstructures graduée réelles n'est pas disponible, excepté peut-être pour l'information sur la distribution de fraction volumique. Puisque la fraction de volume de chaque phase varie graduellement dans la direction de la graduation, les propriétés effectives des FGM changent le long de cette direction.

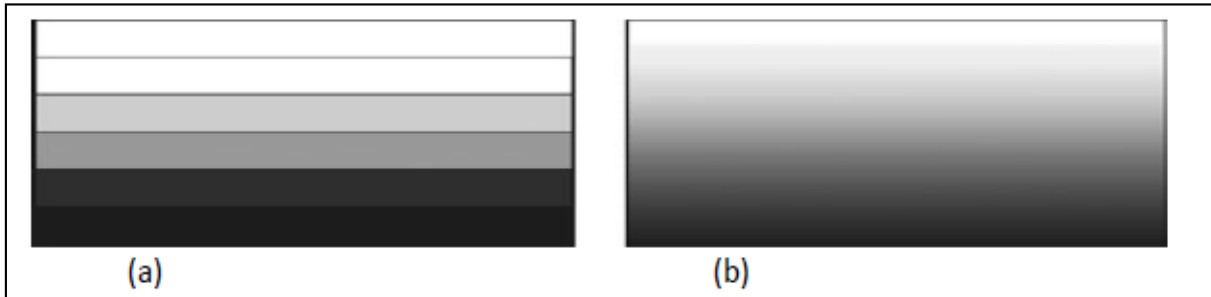
Par conséquent, nous avons deux approches possibles pour modéliser un FGM.

- La première approche : une variation par tranche de fraction volumique de la céramique ou du métal est assumée, et le FGM est pris pour être posé avec la même



fraction de volume dans chaque région, c.-à-d., couches quasi homogènes de céramique-métal (**figure. I.20a**).

- La deuxième approche : une variation continue de la fraction volumique de la céramique ou du métal est assumée (**figure. I.20b**), et la fraction de volume en métal peut être représentée suivant une fonction dépendante de la coordonnée Z (épaisseur).



**Figure.I.20 :** Modèles analytiques pour une couche en FGM.

La plupart des chercheurs emploient la fonction de loi de puissance ; la fonction exponentielle, ou la fonction sigmoïde pour décrire les fractions de volume. Par conséquent, on considère dans notre travail des plaques FGM avec des variations de la fraction de volume qui suit des fonctions de la loi de puissance.

### **I.9. revue sur les différentes lois qui régissent la variation des propriétés matérielles suivant l'épaisseur d'une plaque FGM :**

Considérant une plaque élastique rectangulaire (**figure I.21**). Les coordonnées  $x$  et  $y$  définissent le plan de la plaque, tandis que l'axe  $z$  lancé sur la surface moyenne de la plaque est dans la direction de l'épaisseur. Les propriétés matérielles, module de Young, densité et le coefficient de Poisson, sur les surfaces supérieure et inférieure sont différents mais sont déterminés selon les demandes d'exécution. Cependant, le module de Young, la densité et le coefficient de Poisson des plaques changent sans interruption seulement dans la direction d'épaisseur (l'axe  $z$ ),  $E = E(z)$ ,  $\rho = \rho(z)$ ,  $\nu = \nu(z)$ . Delale et Erdogan (1983) ont indiqué que l'effet du coefficient de Poisson sur la déformation est beaucoup moins important que celui du module de Young. Donc, on suppose que le coefficient de Poisson de la plaque F.G.M est constant dans tout point de la plaque ; d'ailleurs cette propriété est sensiblement là même pour les matériaux avec lesquels on va travailler. Alors, le module de Young et la densité changent dans la direction de l'épaisseur de la plaque FGM suivant une fonction de loi de puissance (P-FGM), une fonction exponentielle (E-FGM), ou une fonction sigmoïde (S-FGM).

Notant que  $S$  représente la propriété mécanique qui varie selon l'épaisseur ; donc elle peut être le module de Young  $E(z)$  ou la densité  $\rho = \rho(z)$ .

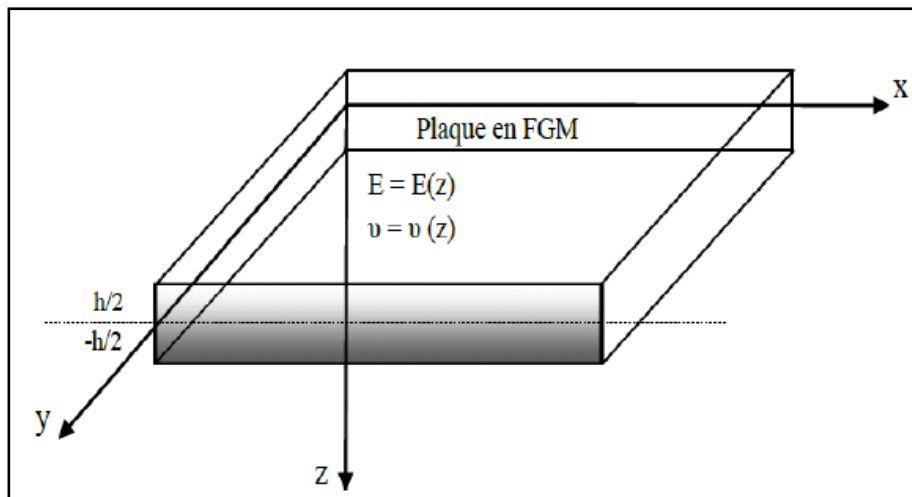
### I.9.1. Propriétés matérielles de la plaque P-FGM :

La fraction volumique dans les P-FGM est assurée par une loi de puissance sous la forme :

$$g(z) = \left( \frac{z + h/2}{h} \right)^N \quad (\text{I.1})$$

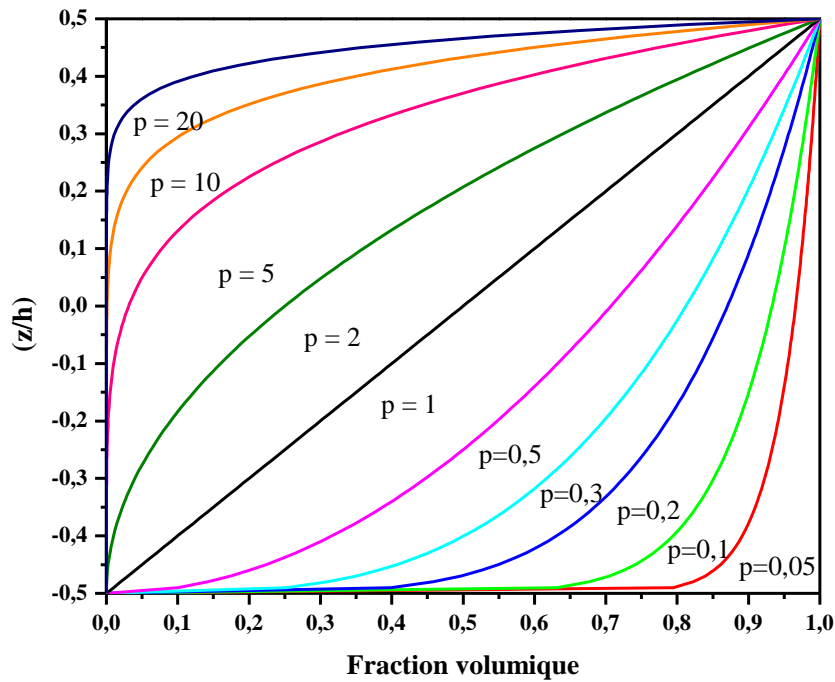
Où  $N$  est un paramètre du matériau et  $h$  est l'épaisseur de la plaque. Une fois que la fraction de volume local  $g(z)$  est définie, les propriétés matérielles d'une plaque P-FGM peuvent être déterminées par la loi des mélanges :

$$S(z) = g(z).S_1 + [1 - g(z)].S_2 \quad (\text{I.2})$$



**Figure I.21 :** Les dimensions de la plaque FGM.

Où  $S_1$  et  $S_2$  sont respectivement les propriétés matérielles (modules de Young ou densité) de la surface inférieure ( $z = h/2$ ) et de la surface supérieure ( $z = -h/2$ ) de la plaque FGM. La variation de ces propriétés dans la direction de l'épaisseur de la plaque P-FGM est représentée sur la **figure I.22**, il apparaît clairement que la fraction volumique change rapidement près de la surface inférieure pour  $N > 1$ , et augmente rapidement près de la surface supérieure pour  $N < 1$ .



**Figure I.22 :** La variation de la fraction volumique pour une plaque P-FGM.

Comme il est présenté sur la **figure I.22**, le changement de la valeur de  $N$  produit un nombre infini de distributions de composition. Afin de modéliser exactement les propriétés matérielles de FGM, les propriétés doivent avoir une dépendance entre la température et la position. Ceci est réalisé par une loi simple de mélange des matériaux composites (modèle de Voigt). Pour une résolution numérique, par éléments finis par exemples, Les propriétés matérielles effectives  $S$  de la couche de FGM, comme le module de Young  $E$ , et la densité  $\rho$  et le coefficient de poisson  $\nu$  peut alors être exprimé comme suit :

$$S = \sum_{j=1} S_j \cdot g_j \quad (\text{I.3})$$

Là où  $S_j$  et  $g_j$  sont les propriétés matérielles et la fraction volumique de la couche  $jj$  (**Figure.I.20. a**), et la somme des fractions de volume de tous les matériaux constitutifs fait l'unité :

$$\sum_{j=1} g_j = 1 \quad (\text{I.4})$$

**I.9.2. Propriétés matérielles de la plaque S-FGM :**

Si l'on rajoute une plaque P-FGM d'une simple fonction de loi de puissance à une plaque composite multicouche, les concentrations des contraintes apparaissent sur l'interface des deux matériaux. Par conséquent, Chung et chi ont défini la fraction de volume de la plaque FGM en utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définies par :

$$g_1(z) = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{h/2 - z}{h/2} \right)^N \quad \text{Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{I.5.a})$$

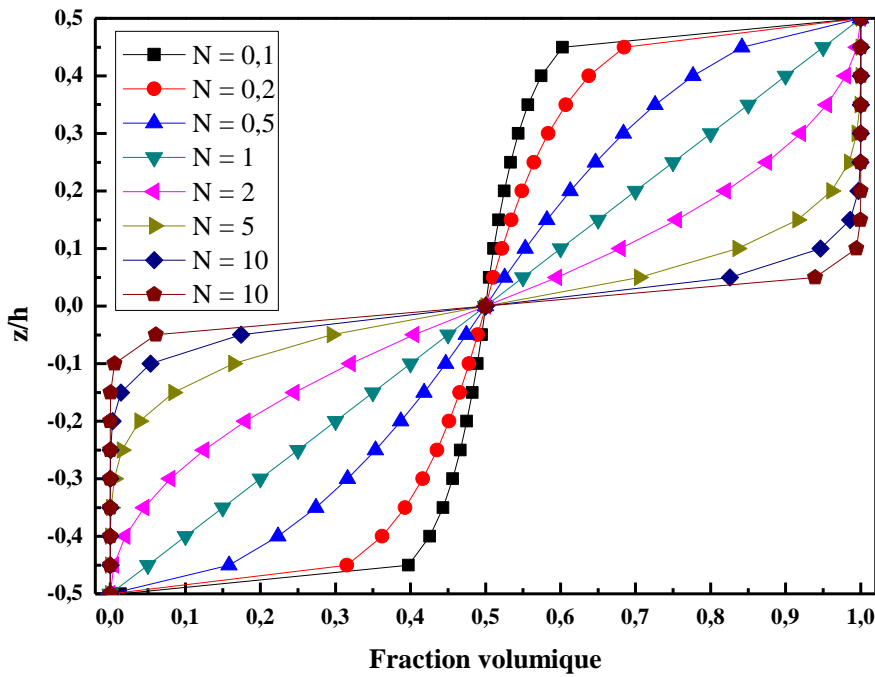
$$g_2(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{h/2 + z}{h/2} \right)^N \quad \text{Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{I.5.b})$$

En utilisant la loi des mélanges, la propriété S de la plaque S-FGM peut être calculé par :

$$S(z) = g_1(z).S_1 + [1 - g_1(z)].S_2 \quad \text{Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{I.6.a})$$

$$S(z) = g_2(z).S_1 + [1 - g_2(z)].S_2 \quad \text{Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{I.6.b})$$

La **figure I.23** montre que la variation de la fraction volumique selon les équations (I.5.a) et (I.5.b) avec des distributions sigmoïdes, donc la plaque FGM est ainsi appelée (Plaque S-FGM).



**Figure I. 23 :** La variation de la fraction volumique pour une plaque S-FGM.

**I.9.3. Propriétés matérielles de la plaque E-FGM :**

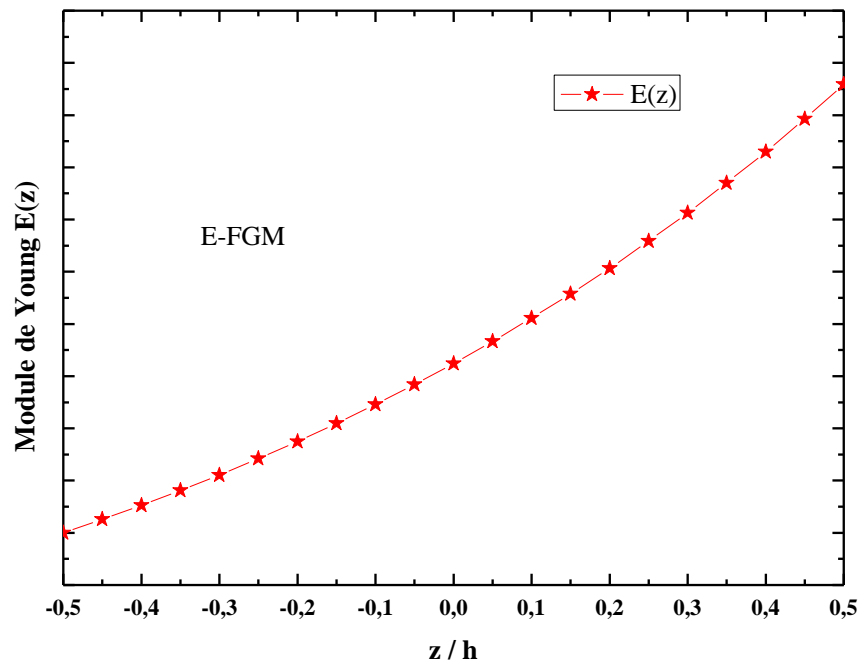
Beaucoup de chercheurs utilisent la fonction exponentielle pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la fonction exponentielle est donnée par Delale et Erdogan (1983) :

$$S(z) = A.e^{B.(z+h/2)} \tag{I.7.a}$$

Avec

$$A = S_2 \text{ Et } B = \frac{1}{h} \cdot \ln\left(\frac{S_1}{S_2}\right) \tag{I.7.b}$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la plaque E-FGM est représentée dans la **figure I.24**.



**Figure I. 24 :** La variation du module de Young de la plaque E-FGM.

### **I.10. Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à présenter et à définir la notion d'un matériau FGM. Dans un premier temps, nous avons présenté l'historique de la fabrication des FGM dont les premiers pas de la naissance du FGM. Et puis en est passé à décrire les différentes méthodes modernes d'usinage à savoir la méthode d'injection des poudres. Après nous avons cités les propriétés matérielles effectives d'un matériau FGM, et à la fin nous avons terminés par les différentes lois possibles qui servent à décrire la variation des propriétés matérielles du matériau FGM (module de Young, masse volumique et coefficient de poisson) suivant l'épaisseur d'une plaque, ces lois peuvent être de puissances, exponentielles ou même sigmoïde.

# Chapitre II

## Généralités sur les théories des plaques

**II.1. Introduction :**

Une structure FGM peut être considérée comme un corps hétérogène. La caractéristique géométrique d'une plaque est une épaisseur faible par rapport aux autres dimensions. La modélisation des structures FGM modernes avec une forte anisotropie (par exemple : faible rapport du module de cisaillement transverse de l'âme par rapport au module d'élasticité longitudinal des peaux dans le cas des structures sandwich) exige des théories raffinées qui prennent en compte une bonne description des cisaillements transverses. On trouve dans (A. K. Noor & W. S. Burton (1989), R. K. Kapania & S. Raciti (1989), T. Kant & K. Swaminathan (2000), E. Carrera (2000)) des revues complètes sur les différents modèles existants de type élasticité tridimensionnelle ou de type plaque. L'intérêt d'une approche tridimensionnelle réside dans l'obtention de résultats exacts tridimensionnels, utiles notamment comme référence. L'adoption d'une approche tridimensionnelle ne présente toutefois d'utilité que dans la mesure où les équations différentielles finalement obtenues peuvent être résolues. L'approche tridimensionnelle (3D) est donc limitée à certains cas de géométrie, empilement et chargement simple (N.J. Pagano (1969)), (N.J. Pagano (1970)), (S. Srinivas & A. K. Rao (1970)), (S. Srinivas & A. K. Rao (1973)). Là encore une approche 3D peut fournir des informations dans certains cas (bord libre droit, plaque trouée . . .) mais il est préférable d'envisager des démarches bidimensionnelles (2D) de type plaque plus opératoires. Dans la suite se sont ces approches 2D qui seront mentionnées.

Durant ces dernières années, plusieurs modèles bidimensionnels ont été développés pour la modélisation des structures multicouches tenant compte des cisaillements transverses. Ils peuvent être regroupés en fonction du type d'approche adopté :

Approche monocouche équivalente.

Approche par couche.

Approche développement asymptotique.



## II.2. Les Différents Modèles des structures composites dans l'élasticité

### bidimensionnelles :

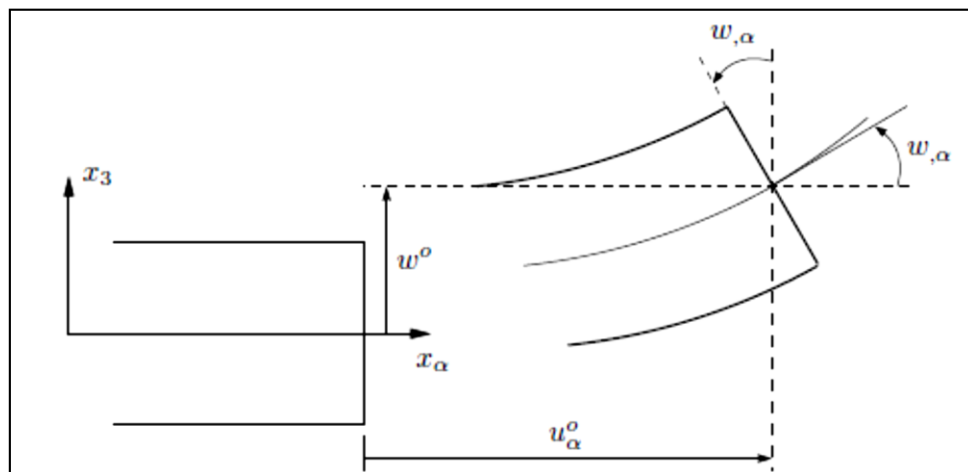
#### II.2.1. Approche monocouche équivalente :

Dans l'approche monocouche équivalente, le nombre d'équations ne dépend pas du nombre de couche, la plaque multicouche est homogénéisée et est donc considérée comme une seule couche.

Depuis le premier travail de Sophie Germain en 1815 sur les plaques minces en passant par les modèles du premier ordre de Love-Kirchhoff et de Reissner-Mindlin, de nombreux auteurs ont développé des théories de plaques à partir de cinématiques ou champs de contraintes plus raffinés. Nous passons en revue, dans ce qui suit, les principaux modèles.

#### II.2.1.1. Les modèles classiques Love-Kirchhoff (théorie classique des plaque stratifiées CLPT) :

En commence par le model le plus simple est le plus général appelé model de Love-Kirchhoff. Ce modèle est basé sur une distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur (E. Reissner & Y. Stavsky (1961)). L'hypothèse adoptée est celle de Love-Kirchhoff (G. Kirchhoff (1850)) des contraintes planes, les déformations dues au cisaillement transverse sont négligées. La normale à la surface moyenne de la plaque reste perpendiculaire et droite à celle-ci après déformation (Figure. II.1).



**Figure. II. 1 :** Cinématique de Love-Kirchhoff.

Le champ de déplacements de Love-Kirchhoff s'écrit alors,

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha^0(x_1, x_2) - zw_{,\alpha}(x_1, x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases}, \alpha = 1, 2 \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$u_\alpha^0$  : Le déplacement de membrane dans la direction  $\alpha$ .

$w$  : La flèche de la plaque.

$w_{,\alpha}$  : La rotation due à la flexion (sans cisaillement).

### **II.2.1.2. Les modèles Reissner-Mindlin (théorie de déformation en cisaillement du premier ordre FSDT) :**

Le cisaillement transverse ne peut être négligé, sa prise en compte est adoptée par Mindlin dont l'hypothèse cinématique est la suivante :

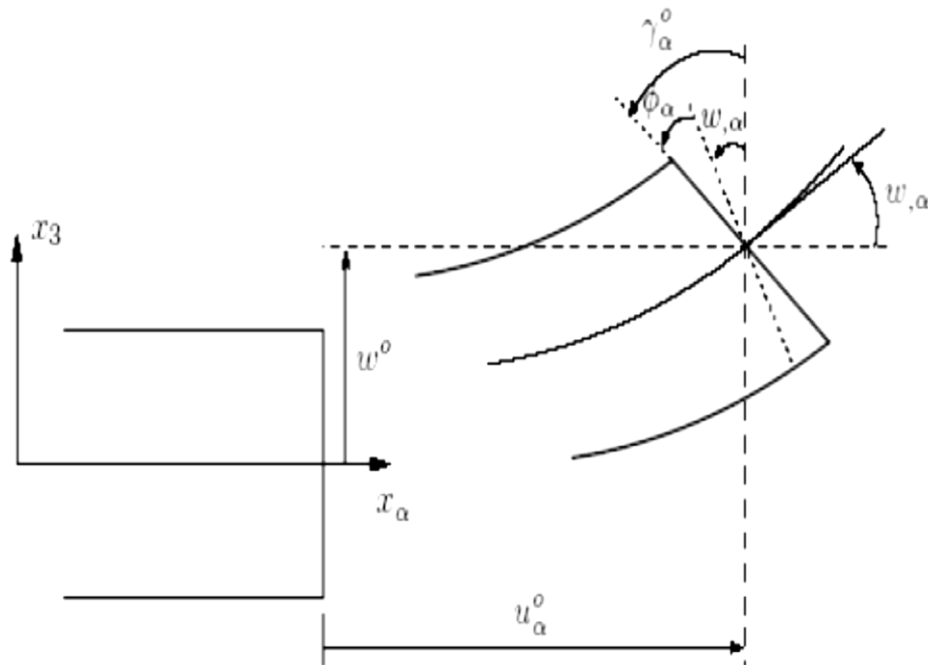
La normale reste droite mais non perpendiculaire à la surface moyenne (à cause de l'effet du cisaillement transverse) dans la configuration déformée (**Fig.II.2**). Le champ de déplacements de Reissner-Mindlin s'écrit :

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha^0(x_1, x_2) - z\phi_{,\alpha}(x_1, x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Avec,

$\phi_\alpha$  : La rotation de la normale au plan moyen autour des axes  $x_\alpha$ ,

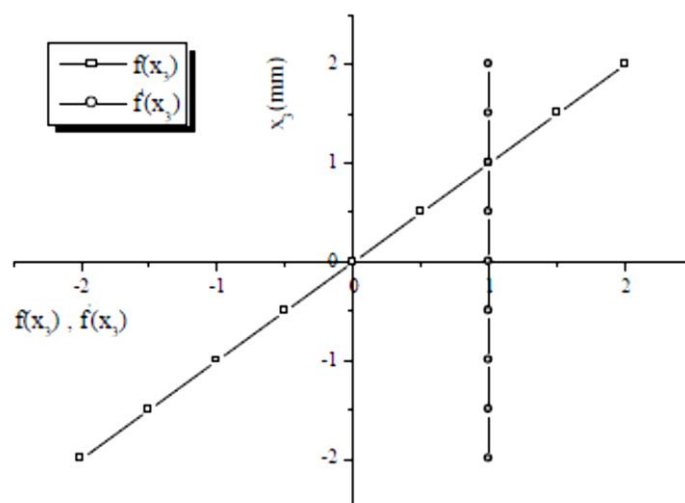
$\gamma_\alpha^0 = (w_{,\alpha} + \phi_\alpha)$  : La déformation de cisaillement transverse mesurée sur le plan moyen.



**Figure. II.2 :** Cinématique de Reissner-Mindlin.

Avec ce choix de la forme des champs de déplacements, les déformations transversales  $\gamma_\alpha^0$  sont constantes en  $z$ . Les contraintes de cisaillement sont donc uniformes à n'importe quel point suivant l'épaisseur et ça évitent la discontinuité entre les couches dans les composites conventionnels. Cette mauvaise description d'uniformité de distribution des contraintes oblige à introduire des coefficients correcteurs pour mieux prendre en compte, dans l'écriture de l'énergie, les effets du cisaillement transversal (J.M. Whitney (1973)). Les résultats obtenus dépendent essentiellement du choix empirique dans des situations complexes des coefficients correcteurs et l'étude des plaques épaisses reste aléatoire par ce type d'approche cinématique.

La **figure. II.3** montre la variation de la fonction de forme ainsi que sa dérivée par rapport à l'épaisseur de la plaque. Cette variation est plus authentique pour le cas des plaques stratifiées ou au niveau de l'interface il y a une discontinuité de distribution des propriétés alors que pour les FGM ce problème est résolu.



**Figure. II.3:** Variation de la fonction de gauchissement  $f(x_3)$  et  $f'(x_3)$  suivant l'épaisseur.

### II.2.1.3. Les modèles d'ordre supérieur :

Pour franchir les limites des théories du premier ordre, plusieurs auteurs proposent des théories à un ordre supérieur. Les modèles sont basés sur une distribution non linéaire des champs suivant l'épaisseur. Ces modèles permettent de représenter le gauchissement de la section dans la configuration déformée (Figure. II.4) (L. Liberscu (1967), J.M. Whitney (1973), M. Touratier (1991), Viet.Tung. Nguyen (2004)). La plupart des modèles d'ordre supérieur utilisent un développement en série de Taylor des champs de déplacements qui s'écrivent de la forme :

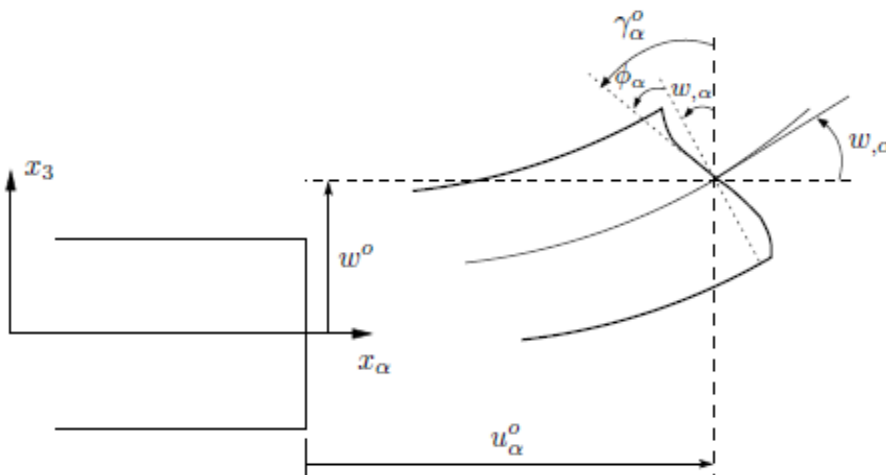
$$u_i(x_1, x_2, x_3) = u_i^0(x_1, x_2) + z\phi_i^{0(1)}(x_1, x_2) + z^2\phi_i^{0(2)}(x_1, x_2) + z^3\phi_i^{0(3)}(x_1, x_2) + z^4\phi_i^{0(4)}(x_1, x_2) + \dots \quad (\text{II.3})$$

Partons de ce principe, nous pouvons utiliser différents ordres, en fonction de la complexité du problème et de la précision souhaitée. La plupart des études sont basées sur un développement en 3ème ordre, assurant ainsi un niveau minimum de complexité. La valeur de  $\phi_j^{0(i)}$  détermine la nature de la théorie. Ainsi, la théorie du premier ordre de Reissner-Mindlin est obtenue en posant :  $\phi_i^{0(j)} = 0$  pour  $j = 2, 3, 4$  et  $\phi_3^{0(1)} = 0$ .

En principe, ces modèles d'ordre supérieur sont plus précis que les modèles du premier ordre. La précision augmente avec l'ordre de développement, c'est à dire avec le nombre de paramètres supplémentaires. Cependant, les conditions aux limites sur les bords sont difficiles à satisfaire et le nombre de variables de déplacement indépendantes dépasse celui des modèles

classiques. Pour réduire le nombre de paramètres de déplacement, plusieurs simplifications sont proposées. On impose souvent les conditions de nullité des contraintes de cisaillement transverse aux surfaces supérieure et inférieure de la plaque. Le développement en série de Taylor est utilisé avec  $\phi_i^{o(4)} = \phi_i^{o(2)} = \phi_i^{o(1)} = 0$ ,  $\phi_i^{o(3)}, \alpha = \{1,2\}$ . Le champ de déplacement devient :

$$\begin{cases} u_\alpha(x_1, x_2, x_3 = z) = u_\alpha^o(x_1, x_2) - zw_{,\alpha} + f(z)\gamma_\alpha^o(x_1, x_2) \\ u_3(x_1, x_2, x_3 = z) = w(x_1, x_2) \end{cases} \quad (\text{II.4})$$



**Figure II.4 :** Cinématique de la théorie d'ordre supérieur.

Voici quelques contributions importantes de développement de modèles d'ordre supérieur qui se sont distingués dans la littérature et qui diffèrent par la fonction de cisaillement  $f(z)$  :

L'approche d'Ambartsumyan (1945) avec :

$$f(z) = \frac{z}{2} \left( \frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad (\text{II.5})$$

L'approche de Reissner (1945) :

$$f(z) = \frac{5}{4} z \left( 1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{II.6})$$

L'approche de Reddy (1987) avec :

$$f(z) = z \left( 1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{II.7})$$

Dans le modèle de Reddy (1987), le champ de déplacement membranaire est cubique et le déplacement normal  $w$  est constant. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution élastique tridimensionnelle. La distribution des contraintes de cisaillement transversal est parabolique suivant l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

L'approche de Touratier (1991) avec :

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{z}{h}\right) \quad (\text{II.8})$$

Touratier propose le modèle "sinus" qui est différent des autres modèles d'ordre supérieur puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement suivant l'épaisseur. La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme suit :

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) = \frac{h}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \left(\frac{\pi z}{h}\right)^{2n+1} = z \left( 1 - \frac{\pi^2}{3!} \frac{z^2}{h^2} + \frac{\pi^4}{5!} \frac{z^4}{h^4} - \frac{\pi^6}{7!} \frac{z^6}{h^6} + \dots \right) \quad (\text{II.9})$$

Les différents termes du développement correspondent aux différents modèles cités précédemment. Suivant la troncature choisie, on obtient la théorie Love-Kirchhoff, la théorie Reissner-Mindlin ou les modèles d'ordre supérieur (aux coefficients près). Les contraintes de cisaillement transversal déterminées par le modèle "sinus" prennent une forme sinusoïdale dans l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de (J.N. Reddy (1984)).

Récemment, Afaq et al. (2003) propose un modèle exponentiel avec une cinématique plus riche.

La fonction de cisaillement transverse est de la forme suivante :

$$f(z) = ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad (\text{II.10})$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance pair et impair de la variable  $z$  alors que la fonction "sinus" [Touratier] ne permet qu'un développement en puissances impaires.

L'approche de Aydogdu (2005) avec ;

$$f(z) = z\alpha^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad \alpha > 0 \quad (\text{II.11})$$

$h$  : étant l'épaisseur de la plaque FGM.

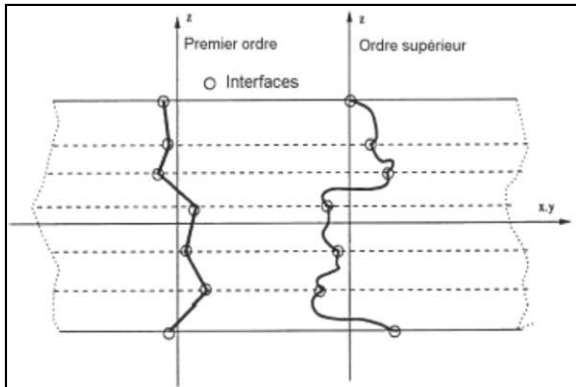
Il faut remarquer que les modèles issus d'une approche monocouche équivalente présentent des contraintes de cisaillement transverse discontinues aux interfaces si les couches ont des propriétés différentes, même si la continuité du champ de déformation est assurée. Ceci présente un inconvénient sérieux lors de l'analyse locale à l'interface des structures multicouches (effets de bord sur les contraintes, délaminage . . .). Mais pour le cas des matériaux FGM cette approche paraît très appropriée, du fait que la variation des propriétés se fait continuellement selon l'épaisseur.

### **II.2.2. Approche par couche :**

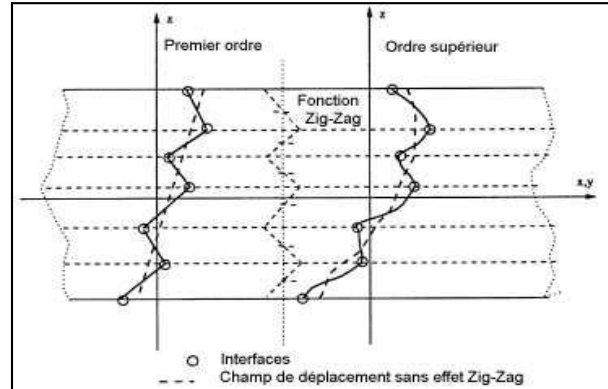
Ces approches sont destinées justement à mieux décrire les effets d'interface pour les matériaux composites conventionnels. La **figure. II.20.a** et les équations (II.3) et (II.4) montrent aussi que cette approche est applicable pour les matériaux FGM. Ainsi différents modèles issus de l'approche par couche ont été proposés (A. Chabot (1997), E. Carrera (2000), K.S. Afaq (2003), J.N. Reddy (1984), M. Di Sciuva (1987)). Le multicouche est subdivisé en sous structures (correspondant en fait à chaque couche ou chaque ensemble de couches). On applique à chaque sous structure une théorie du premier ordre ou un modèle d'ordre supérieur, imposant un champ de déplacement vérifiant la continuité aux interfaces entre les différentes couches. Les modèles de ce type sont relativement coûteux (l'ordre des équations de comportement dépend du nombre de couche), mais ils permettent l'obtention de résultats plus précis, notamment en ce qui concerne le calcul des contraintes hors plan.

D'une manière générale, les modèles issus de l'approche par couche peuvent être classés en deux groupes :

- Les modèles couches discrètes ou chaque couche est considérée comme une plaque en imposant les conditions de continuité en déplacements ou en contraintes aux interfaces.
- Les modèles zig-zag ou la cinématique satisfait à priori les conditions de contact est indépendante du nombre de couches. (Figures. II.5 et II.6).



**Figure. II.5 :** Champs de déplacements des modèles couches discrètes, approche cinématique. Viet.Tung. Nguyen (2004)

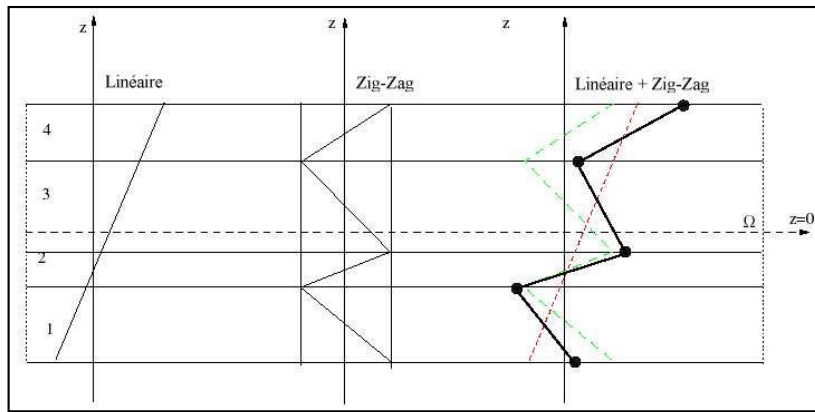


**Figure. II.6 :** Champs de déplacements des modèles zig-zag, approche cinématique. Viet.Tung. Nguyen (2004)

### **II.2.2.1. Les modèles zig-zag :**

Afin de réduire le nombre de paramètres inconnus, Di Sciuva est le premier à proposer le modèle zig-zag du premier ordre M. Di Sciuva (1987). Dans ce modèle, les déplacements membranaires sont les résultats de la superposition du champ de déplacement global d'une théorie du premier ordre et d'une fonction zig-zag (avec l'emploi de la fonction d'Heaviside). La fonction zig-zag donne une contribution des déplacements membranaires qui est continue en  $z$  mais sa dérivée première est discontinue à l'interface (voir Figure. II.7). Les déformations transversales sont donc discontinues et la continuité des contraintes de cisaillement transverse aux interfaces est assurée.

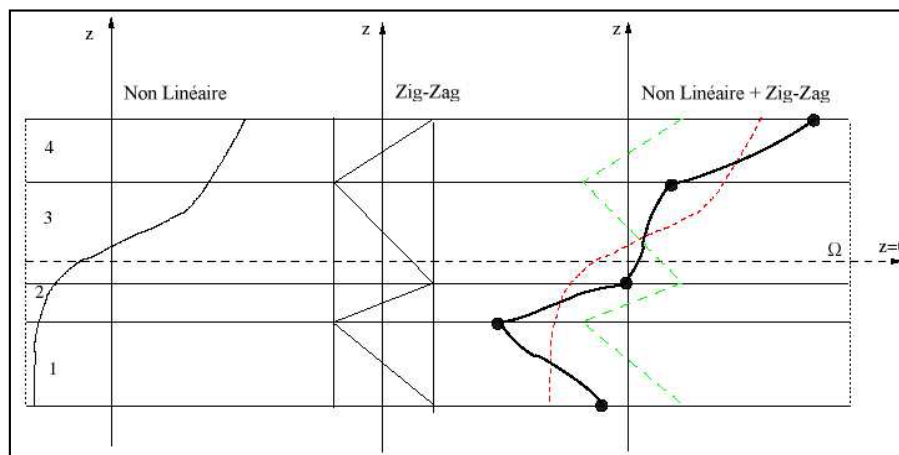




**Figure. II.7 :** Champs de déplacements des modèles zig-zag du premier ordre. Viet.Tung. Nguyen (2004).

L'avantage principal du champ de déplacement des modèles zig-zag réside dans la bonne modélisation de la distorsion de la normale de la surface déformée, ainsi que dans la vérification des conditions de continuité, et ce sans augmenter pour autant le nombre et l'ordre des équations fondamentales de la théorie du premier ordre. Le recours à des coefficients de correction pour le cisaillement transverse est évité.

En se basant sur le concept de M. Di Sciuva (1984), plusieurs auteurs ont réalisé des améliorations significatives pour le modèle zig-zag Viet.Tung. Nguyen (2004). L'amélioration principale est l'introduction d'une distribution non linéaire des déplacements. On superpose le champ zig-zag (linéaire par morceau) à un champ de déplacement d'ordre supérieur (souvent cubique) (voir Figure.II.8). Les conditions de compatibilité sont satisfaites sur les surfaces supérieure et inférieure des plaques pour réduire le nombre de paramètres.



**Figure. II.8 :** Champs de déplacements des modèles zig-zag d'ordre supérieur. Viet.Tung. Nguyen (2004).

Dans les travaux de (M. Karama (1998), C. Ossadzow & M. Touratier (2001)), la fonction sinus de (M. Touratier (1991)) est combinée avec la fonction zig-zag pour raffiner les effets de cisaillement.

Récemment, Afaq et al. (2003) combine le modèle exponentiel avec l'effet zig-zag pour une cinématique plus riche.

Les résultats numériques de tous ces travaux montrent que le modèle zig-zag assure un bon compromis entre la précision des solutions et le cout de calcul. Néanmoins, les modèles zig-zag ont des limites de validation dans l'analyse du délaminage. En effet rien de physique ne pousse à penser que ces modèles quelque peu artificiels peuvent prévoir les délaminages, par exemple. Le calcul des contraintes de cisaillement transverse par les équations constitutives des modèles zig-zag devient moins précis quand le rapport d'élanement diminue  $U$ . Icardi (2001). Un autre inconvénient des modèles zig-zag, tout comme pour les modèles d'ordre supérieur est la continuité de type  $C^1$  demandée qui complique leur implémentation numérique.

#### **II.2.2.2. Les modèles couches discrètes :**

Les modèles couches discrètes adoptent une approximation plus fine des champs suivant l'épaisseur du multicouche que les modèles de plaque d'ordre supérieur ou zig-zag puisqu'ils proposent une cinématique par couche plutôt qu'une cinématique globale (voir Figure. II.5). En fait, avec les modèles couches discrètes, le multicouche est représenté par un ensemble de plaques (objets 2D) couplés par des efforts d'interface. Les conditions de continuité aux interfaces sont assurées. Le nombre de paramètres inconnus dépend du nombre de couche de la plaque composite.

Dans les travaux de (S. Srinivas & A.K. Rao (1973), J.N. Reddy (1987), M. Tahani & A. Nosier (2003)), on postule une cinématique du premier ordre ou d'ordre supérieur par couche. Les équations fondamentales par couche sont obtenues en utilisant le principe des travaux virtuels. Les conditions aux limites sont également données couche par couche.

D'une manière alternative, les travaux de (J.G. Ren (1986), C. Kassapoglou (1987), W.L. Yin (1994)) utilisent une approximation des champs de contraintes par couche ou une mixte contrainte cinématique. Ainsi J.G. Ren (1986) utilise un champ de contrainte dont la composante de cisaillement transversal est quadratique par couche et les déplacements sont considérés cubiques par couche et continus aux interfaces. Dans (C. Kassapoglou & P.A.

Lagace (1987)), le champ de contrainte est construit sous la forme d'un produit de fonctions à variables séparées, par couche, à partir de l'équilibre des forces et moments. Les contraintes planes sont supposées constantes suivant l'épaisseur. Dans (W.L. Yin (1994)), les fonctions de contraintes sont utilisées par couche pour déterminer les contraintes inter laminaires. Elles sont approximées de façons polynomiale dans l'épaisseur.

Nous passons à présent à une famille de modèles couches discrètes particulières, les modèles multi particulières. Le premier travail semble être celui de Pagano qui propose le modèle local dans (N.J Pagano (1978)). Le modèle local a été construit à partir de la formulation variationnelle d'Hellinger-Reissner et d'une approximation polynomiale des champs de contraintes par couche.

Les polynômes sont du premier degré pour les contraintes membranaires, quadratique pour les contraintes de cisaillement et donc cubique pour les contraintes normales.

La formulation variationnelle d'Hellinger-Reissner restreinte aux approximations de ces champs de contraintes conduit à une cinématique du multicouches à  $7n$  champs en  $(x ; y)$ ,  $n$ 'étant le nombre de couches de la plaque. Ces champs cinématiques contiennent des composantes correspondantes à des moments du second ordre qui n'ont pas un sens physique très clair.

La formulation mixte d'Hellinger-Reissner permet de déduire le comportement élastique linéaire généralisé du modèle. Ce modèle pose quelques difficultés au niveau des conditions aux limites et reste assez lourd compte tenu du nombre élevé de champs cinématiques intervenants. Ce modèle a été le point de départ pour un ensemble de travaux menés à l'ENPC dont l'objectif est de proposer une série de simplifications permettant d'alléger tout en conservant un bon niveau de prédictibilité Viet.Tung. Nguyen (2004).

**II.3. Conclusion :**

Dans ce chapitre on a décrit les différentes théories des plaques à savoir l'approche monocouche équivalente, l'approche par couche et l'approche développement asymptotique.

Nous concluons aussi que l'approche monocouche équivalente est mieux adaptée pour les matériaux FGM car il n'y a pas de changement brusque dans les caractéristiques mécaniques contrairement aux composites conventionnels où le délaminage est un problème à ne pas écarter.

Donc on a eu recours au modèle monocouche équivalent pour les plaques épaisses et les poutres courtes pour différentes théories d'ordre élevé où la prise en compte du cisaillement transversal est nécessaire pour une étude plus exacte.

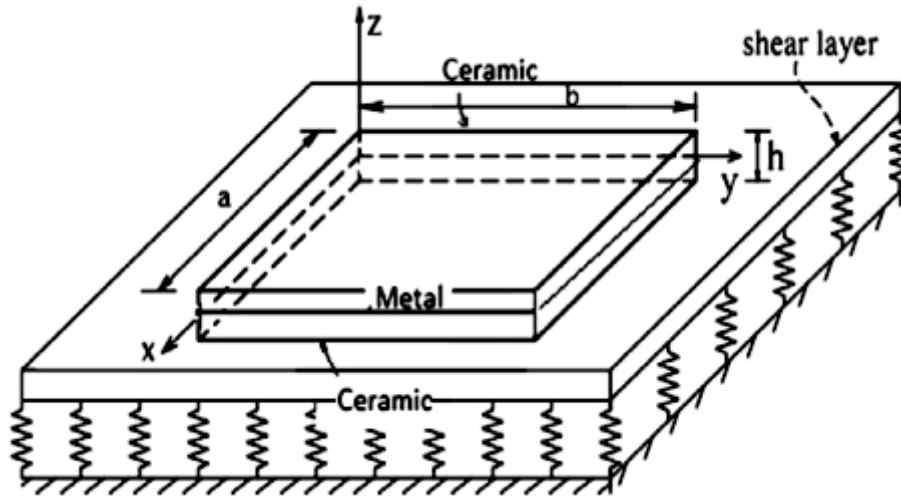
Chapitre III  
Étude de la stabilité  
thermique des plaques  
S-FGM

### **III.1.Introduction :**

Dans ce chapitre, j'ai étudié les réponses post-flambement des plaques épaisses fonctionnellement graduées reposant sur des fondations élastiques et soumises à une compression axiale, thermique et thermomécanique à l'aide d'une nouvelle théorie de déformation de cisaillement hyperbolique. La fonction de la contrainte pour une plaque fonctionnellement graduée avec une distribution de loi de puissance sigmoïde du volume des constituants (S-FGM), tenu en compte la non-linéarité géométrique, l'imperfection géométrique initiale, la température et l'interaction plaque fondation est représentée par le modèle Pasternak. Expressions analytiques des charges de flambement et courbes de charge post-flambement-déviations pour les plaques fonctionnellement graduées simplement appuyées sont déterminées par la méthode de Galerkin. Une étude paramétrique est considérée pour évaluer les influences des propriétés géométriques et matérielles, la température, les conditions aux limites, une raideur de la fondation et de l'imperfection sur le flambement et post-flambement des plaques symétriques S-FG.

### **III.2.Les propriétés des matériaux de plaque symétrique S-FGM :**

Dans ce travail, une plaque de S-FG rectangulaire symétrique qui se compose de trois couches fabriquées avec des matériaux de céramique et de métal fonctionnellement gradués est plan médian symétrique. Les couches de surface extérieures de la plaque sont en céramique, mais la couche intermédiaire centrale est entièrement métallique. Un système de coordonnées  $(x, y, z)$  est considéré dans lequel  $(x, y)$  est le plan médian de la plaque et  $z$  est direction d'épaisseur  $(-h/2 \leq z \leq h/2)$  comme indiqué sur la **Figure. III. 1.**



**Fig. III. 1 :** Plaque symétrique S-FGM sur une fondation élastique.

Les propriétés de matériau  $P$  de la plaque S-FG telles que le module d'élasticité  $E$  et du coefficient de dilatation thermique  $\alpha$ , varient dans la direction d'épaisseur  $z$  conformément à la loi de mélange linéaire en tant que :

$$P(z) = P_m V_m(z) + P_c V_c(z) \quad (\text{III. 1})$$

Où  $P_m$  et  $P_c$  sont les propriétés correspondantes du métal et céramique, respectivement. Les fractions de volume de métal et de céramique, et, on suppose que :

$$V_m(z) = \begin{cases} \left(\frac{2z+h}{h}\right)^N & \text{pour } -h/2 \leq z \leq 0 \\ \left(\frac{h-2z}{h}\right)^N & \text{pour } 0 \leq z \leq h/2 \end{cases} ; V_c(z) = 1 - V_m(z) \quad (\text{III. 2})$$

Où :

$N$  : est l'indice de loi de puissance qui prend les valeurs plus ou égale à zéro.

La relation réaction -déviations de la fondation de Pasternak est exprimée par :

$$f_e = k_w w - k_g \nabla^2 w \quad (\text{III. 3})$$

Où :

$$\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$$

$w$  : Est le déplacement transversal de la plaque.

$k_w$  : Est le module de la fondation de Winkler.

$k_g$  : Est la rigidité de la couche de fondation de cisaillement de modèle Pasternak.

### **III.3. Formulations théoriques :**

Basé sur une nouvelle théorie hyperbolique de déformation de cisaillement, le champ de déplacement suivant est supposé :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial x} + \psi(z) \phi_x(x, y) \quad (\text{III. 4a})$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial y} + \psi(z) \phi_y(x, y) \quad (\text{III. 4b})$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (\text{III. 4c})$$

Avec :

$$\psi(z) = z - \frac{1}{10} \left( \frac{h \sin\left(10 \frac{z}{h}\right)}{\cosh(5)} \right) + \frac{h}{100} \quad (\text{III. 4d})$$

Ici :  $u_0, v_0, w_0, \phi_x, \phi_y$  sont cinq déplacements inconnus du plan médian de la plaque.

Les non-linéaires Von Karman équations déformation-déplacement sont les suivantes :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} + \psi(z) \begin{Bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \psi'(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{III. 5})$$

$$\begin{cases} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{0,x} + (w_{0,x})^2/2 \\ v_{0,x} + (w_{0,y})^2/2 \\ u_{0,x} + v_{0,x} + w_{0,x}w_{0,y} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -w_{0,xx} \\ -w_{0,yy} \\ -2w_{0,xy} \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_{x,x} \\ \phi_{y,y} \\ \phi_{x,y} + \phi_{y,x} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \end{cases} \quad (\text{III. 6})$$

Où :

Les relations constitutives linéaires d'une plaque S-FG peuvent être exprimées comme :



$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \alpha\Delta T \\ \varepsilon_y - \alpha\Delta T \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (\text{III. 7})$$

Où  $\Delta T$  est différence de température entre les deux surfaces de la plaque S-FG.

En utilisant le principe des travaux virtuel pour minimiser le fonctionnel de résultat de la fonction d'énergie potentielle totale dans les expressions des équations d'équilibre non linéaires d'une plaque parfaite reposant sur deux paramètres des fondations élastique.

$$\int_A \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \sigma_{xy} \delta \gamma_{xy} + \sigma_{xz} \delta \gamma_{xz} + \sigma_{yz} \delta \gamma_{yz}) dz dA - \int_A q \delta w dA = 0$$

$$N_{x,x} + N_{xy,y} = 0 \quad (\text{III. 8a})$$

$$N_{xy,x} + N_{y,y} = 0 \quad (\text{III. 8b})$$

$$(M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy}) + N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy} - k_w w + k_g \nabla^2 w = 0 \quad (\text{III. 8c})$$

$$S_{x,x} + S_{xy,y} - Q_x = 0 \quad (\text{III. 8d})$$

$$S_{xy,x} + S_{y,y} - Q_y = 0 \quad (\text{III. 8e})$$

Où les forces et les moments résultantes ( $N, Q, S$  et  $M$ ) de la plaque S-FG sont déterminées par :

$$(N_i, M_i, S_i) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i(1, z, \psi(z)) dz, \quad (i = x, y, xy) \quad (\text{III. 9a})$$

$$Q_i = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_j \psi(z) dz, \quad (i = x, y), (j = xz, yz) \quad (\text{III. 9b})$$

Remplacement des équations. (III.5) et (III.7) dans les équations. (III.9) donne les relations constitutives que :

$$\begin{aligned} (N_x, M_x, S_x) = & \frac{1}{1-\nu^2} [(E_1, E_2, E_3)(\varepsilon_x^0 + \nu \varepsilon_y^0) + (E_2, E_4, E_5)(k_x + \nu k_y) + \\ & (E_3, E_5, E_7)(\eta_x + \nu \eta_y) - (1 + \\ & \nu)(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3)] \end{aligned} \quad (\text{III. 10a})$$

$$(N_y, M_y, S_y) = \frac{1}{1-\nu^2} [(E_1, E_2, E_3)(\varepsilon_y^0 + \nu\varepsilon_x^0) + (E_2, E_4, E_5)(k_y + \nu k_x) + (E_3, E_5, E_7)(\eta_y + \nu\eta_x) - (1 + \nu)(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3)] \quad (\text{III. 10b})$$

$$(N_{xy}, M_{xy}, S_{xy}) = \frac{1}{2(1+\nu)} [(E_1, E_2, E_3)\gamma_{xy}^0 + (E_2, E_4, E_5)k_{xy} + (E_3, E_5, E_7)\eta_{xy}]$$

$$(Q_x, Q_y) = \frac{1}{2(1+\nu)} E_8 (\gamma_{xz}^0, \gamma_{yz}^0) \quad (\text{III. 10c})$$

Où :

$$(E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_7, E_8) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z, \psi(z), z^2, z\psi(z), \psi(z)^2, \psi'(z)^2) E(z) dz \quad (\text{III. 11a})$$

$$(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z, \psi(z)) E(z) \alpha(z) \Delta T(z) dz \quad (\text{III. 11b})$$

Les trois dernières équations des équations. **(III.8)** peut être exprimée en deux équations en termes de variables  $w_0$  et  $\phi_{x,x} + \phi_{y,y}$  en substituant les équations. **(III.6)** et **(III.10)** dans les équations. **(III.8c) - (III.8e)**. Par la suite, l'élimination de la variable  $\phi_{x,x} + \phi_{y,y}$  à partir de deux équations résultantes, conduites au système d'équations d'équilibre suivant :

$$N_{x,x} + N_{xy,y} = 0 \quad (\text{III. 12a})$$

$$N_{xy,x} + N_{y,y} = 0 \quad (\text{III. 12b})$$

$$(D_1 D_3 - D_2^2) \nabla^6 w - D_1 D_4 \nabla^4 w - D_3 \nabla^2 (N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy} - k_w w + k_g \nabla^2 w) + D_4 (N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy} - k_w w + k_g \nabla^2 w) = 0 \quad (\text{III. 12c})$$

Où :

$$D_1 = \frac{E_4}{(1-\nu^2)}, D_2 = \frac{E_5}{(1-\nu^2)}, D_3 = \frac{E_1 E_7 - E_3^2}{E_1 (1-\nu^2)}, D_4 = \frac{E_8}{E_1 (1+\nu)} \quad (\text{III. 13})$$

Pour une plaque S-FG imparfaite, les équations. (III.12) sont modifiés en forme que :

$$\begin{aligned}
& (D_1 D_3 - D_2^2) \nabla^6 w - D_1 D_4 \nabla^4 w \\
& - D_3 \nabla^2 (f_{,yy} (w_{,xx} + w_{,xx}^*) - 2f_{,xy} (w_{,xy} + w_{,xy}^*) + f_{,xx} (w_{,yy} + w_{,yy}^*) - k_w w + k_g \nabla^2 w) \\
& + D_4 (f_{,yy} (w_{,xx} + w_{,xx}^*) - 2f_{,xy} (w_{,xy} + w_{,xy}^*) + f_{,xx} (w_{,yy} + w_{,yy}^*) - k_w w + k_g \nabla^2 w) \\
& = 0
\end{aligned} \tag{III.14}$$

Dans lequel  $w^*(x, y)$  est une fonction connue désignant petite imperfection initiale de la plaque. On notera que l'équation. (III.14) obtient une forme compliquée sous la théorie hyperbolique de déformation de cisaillement qui inclut le terme de dérivées partielles d'ordre 6 ( $\nabla^6 w$ ). Aussi  $f(x, y)$  est fonction de contrainte défini par :

$$N_x = f_{,yy}, \quad N_y = f_{,xx}, \quad N_{xy} = -f_{,xy} \tag{III.15}$$

L'équation de compatibilité géométrique pour une plaque imparfaite est exprimée en :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{x,yy}^0 + \varepsilon_{y,xx}^0 - \gamma_{xy,xy}^0 &= w_{0,xy}^2 - w_{0,xx} w_{0,yy} + 2w_{0,xy} w_{0,xy}^* - w_{0,xx} w_{0,yy}^* \\
& - w_{0,yy} w_{0,xx}^*
\end{aligned} \tag{III.16}$$

D'après les relations constitutives (III.10) et l'éq. (III.15) On peut écrire :

$$\begin{aligned}
(\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0) &= \frac{1}{E_1} [(f_{,yy}, f_{,xx}) - \nu(f_{,xx}, f_{,yy}) - E_3(\eta_x, \eta_y) + \Phi_1(1,1)] \\
\gamma_x^0 &= -\frac{1}{E_1} [2(1 + \nu)f_{,xy} + E_3\eta_{xy}]
\end{aligned} \tag{III.17}$$

En substituant les équations. (III.17) dans l'équation. (III.16), l'équation de compatibilité d'une plaque imparfaite S-FG devient :

$$\nabla^4 f - E_1 (w_{0,xy}^2 - w_{0,xx} w_{0,yy} + 2w_{0,xy} w_{0,xy}^* - w_{0,xx} w_{0,yy}^* - w_{0,yy} w_{0,xx}^*) = 0 \tag{III.18}$$

Il est à noter que les équations. (III.14) et (III.18) sont des équations non linéaires utilisées pour étudier la stabilité des plaques d'épaisseur S-FG reposant sur des fondations élastiques soumis à des charges mécaniques, thermiques et thermomécaniques.

Trois cas de conditions aux limites sont considérés dans ce travail, considérés comme les cas 1, 2 et 3 (Librescu et Lin, 1997 ; Lin et Librescu, 1998).

- **Cas 1** : Quatre bords de la plaque sont simplement appuyés et librement mobile (FM).

Les conditions aux limites associées sont :

$$w_0 = N_{xy} = \phi_y = M_x = S_x = 0, \quad N_x = N_{x0} \text{ pour } x = 0, a \quad (\text{III. 19a})$$

$$w_0 = N_{xy} = \phi_x = M_y = S_y = 0, \quad N_y = N_{y0} \text{ pour } y = 0, b \quad (\text{III. 19b})$$

- **Cas 2** : Quatre bords de la plaque sont simplement appuyés et immobiles (IM). Dans ce cas, les conditions aux limites sont :

$$w_0 = u_0 = \phi_y = M_x = S_x = 0, \quad N_x = N_{x0} \text{ pour } x = 0, a \quad (\text{III. 20a})$$

$$w_0 = v_0 = \phi_x = M_y = S_y = 0, \quad N_y = N_{y0} \text{ pour } y = 0, b \quad (\text{III. 20b})$$

- **Cas 3** : Tous les bords sont simplement appuyés. Deux bords  $x = 0, a$  sont librement mobiles et soumis à une charge de compression dans la direction x, tandis que les deux bords restants  $y = 0, b$  sont déchargés et immobiles. Dans ce cas, les conditions aux limites sont définies comme :

$$w_0 = N_{xy} = \phi_y = M_x = S_x = 0, \quad N_x = N_{x0} \text{ pour } x = 0, a \quad (\text{III. 21a})$$

$$w_0 = v = \phi_x = M_y = S_y = 0, \quad N_y = N_{y0} \text{ pour } y = 0, b \quad (\text{III. 21b})$$

**Où** :  $N_{x0} = N_{y0}$  sont des charges de compression axiale sur les bords mobiles (c.-à-cas 1 et la première du Cas 3) ou sont des charges fictives de compression de pointe sur les bords immobiliers (c.-à-cas 2 et le deuxième de cas 3).

Les solutions proposées de  $w$  et  $f$  en respectant les conditions aux limites (III.17) - (III.19) sont considérés comme (Librescu et Lin, 1997 ; Lin et Librescu, 1998) :

$$(w, w^*) = (W, \mu h) \sin(\lambda_m x) \sin(\delta_n y) \quad (\text{III. 22a})$$

$$f = A_1 \cos(2\lambda_m x) + A_2 \cos(2\delta_n y) + A_3 \sin(\lambda_m x) \sin(\delta_n y) + \frac{1}{2} N_{x0} y^2 + \frac{1}{2} N_{y0} x^2 \quad (\text{III. 22b})$$

**Où** :  $\lambda_m = m\pi/a$  ,  $\delta_n = n\pi/b$  ,  $m, n$  sont des nombres impairs.

W : est l'amplitude de déflexion et  $\mu$  : est le paramètre de l'imperfection.

Les coefficients  $A_i (i = 1, 2, 3)$  sont déterminés par la substitution des équations **(III.22a, b)** dans l'équation **(III.18)**.

$$A_1 = \frac{E_1 \delta_n^2}{32 \lambda_m^2} W(W + 2 \mu h), \quad A_2 = \frac{E_1 \lambda_m^2}{32 \delta_n^2} W(W + 2 \mu h), \quad A_3 = 0 \quad (\text{III. 23})$$

En utilisant les équations. **(III.6)** et **(III.10)** dans les équations. **(III.8d, e)** et substituant les équations **(III.22a, c)** dans les équations résultantes, les coefficients  $B_1$  et  $B_2$  sont déterminées comme :

$$B_1 = \frac{a_{12} a_{23} - a_{22} a_{13}}{a_{12}^2 - a_{11} a_{22}} W, \quad B_2 = \frac{a_{12} a_{13} - a_{11} a_{23}}{a_{12}^2 - a_{11} a_{22}} W \quad (\text{III. 24})$$

**Dans lequel :**

$$(a_{11}, a_{22}, a_{12}) = D_3(\lambda_m^2, \delta_m^2, \nu \lambda_m \delta_n) + \frac{1 - \nu}{2} D_3(\lambda_m^2, \delta_m^2, \lambda_m \delta_n) + D_4 \quad (\text{III. 25a})$$

$$(a_{13}, a_{23}) = -D_2(\lambda_m^3 + \lambda_m \delta_n^2, \delta_n^3 + \delta_n \lambda_m^2) \quad (\text{III. 25b})$$

Ensuite, substituant les équations. **(III.22a, b)** dans l'équation. **(III.14)** et en utilisant la méthode de Galerkin pour l'équation résultante :

$$\begin{aligned} & -(D_1 D_3 - D_2^2)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)^3 - D_1 D_4 (\lambda_m^2 + \delta_n^2)^2 \\ & - [k_w + k_g (\lambda_m^2 + \delta_n^2)] (D_3 (\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4) W \\ & - \frac{E_1}{16} (D_3 (\lambda_m^4 \delta_n^2 + \lambda_m^2 \delta_n^4 + \lambda_m^6 + \delta_n^6) + D_4 (\lambda_m^4 + \delta_n^4)) W (W + \mu h) (W + 2 \mu h) \\ & - (D_3 (\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4) (N_{x0} \lambda_m^2 + N_{y0} \delta_n^2) (W + \mu h) = 0 \end{aligned} \quad (\text{III. 26})$$

Cette équation sera utilisée pour étudier les flambements et post-flambement réponses des plaques S-FG épaisse sous des charges mécaniques, thermiques et thermomécaniques.

**III.3.1. Analyse du post-flambement d'origine mécanique :**

On considère une plaque symétrique S-FG simplement appuyée avec tous les bords mobiles et supportée par des fondations élastiques et soumis à des charges de compression ( $F_x$ ,  $F_y$ ) répartis uniformément sur les bords  $x = 0, a$  et  $y = 0, b$ , respectivement. Dans ce cas, les résultantes des forces pré-flambement sont (Samsam Shariat et Eslami, 2007) :

$$N_{x0} = -F_x h, N_{y0} = -F_y h \quad (\text{III. 27})$$

Et l'éq. (III.26) conduit à :

$$F_x = e_1^1 \frac{W}{h(W + \mu h)} + e_2^1 \frac{W}{h} (W + 2\mu h) \quad (\text{III. 28})$$

**Avec :**

$$e_1^1 = \frac{(D_1 D_3 - D_2^2)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)^3 + D_1 D_4 (\lambda_m^2 + \delta_n^2)^2}{(\lambda_m^2 + \beta \delta_n^2)(D_3(\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4)} + \frac{(k_w + k_g a^2 (\lambda_m^2 + \delta_n^2)) D_1}{a^4 (\lambda_m^2 + \beta \delta_n^2)} \quad (\text{III. 29a})$$

$$e_2^1 = \frac{E_1}{16(\lambda_m^2 + \beta \delta_n^2)(D_3(\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4)} \left( \begin{array}{c} D_3(\lambda_m^4 \delta_n^2 + \lambda_m^2 \delta_n^4 + \lambda_m^6 + \delta_n^6) \\ + D_4(\lambda_m^4 + \delta_n^4) \end{array} \right) \quad (\text{III. 29b})$$

**Dans lequel :**

$$\beta = \frac{F_y}{F_x}, K_w = \frac{k_w a^4}{D_1}, K_g = \frac{k_g a^2}{D_1} \quad (\text{III. 30})$$

Pour une plaque de fonctionnellement graduée parfaite, l'éq. (III.28) se réduit à une équation ou la charge de compression de flambement peut être déterminé comme  $F_{xb} = e_1^1$

**III.3.2. Analyse thermique de post-flambement :**

On suppose une plaque symétrique S-FG simplement appuyée avec tous les bords sont fixé. La plaque est également reposante sur une fondation élastique et dans un environnement thermique ou soumis à travers son l'épaisseur un gradient de température. La condition dans le plan c'est que tous les bords sont immobiles, soit  $u_0 = 0$  pour  $x = 0, a$  et  $v_0 = 0$  pour  $x = 0, b$  est donnée dans un sens moyenne comme (Tung et Duc, 2010) :

$$\int_0^b \int_0^a \frac{\partial u_0}{\partial x} dx dy = 0, \int_0^a \int_0^b \frac{\partial v_0}{\partial x} dy dx = 0 \quad (\text{III.31})$$

Depuis les équations. **(III.6)** et **(III.10)** on peut déterminer les expressions suivantes dans lesquelles l'éq. **(III.15)** et de l'imperfection ont été introduites :

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} = \frac{1}{E_1} (f_{,yy} - \nu f_{,xx}) - \frac{E_3}{E_1} \phi_{x,x} - \frac{1}{2} W_{,x}^2 - W_{,x} W_{,x}^* + \frac{\Phi_1}{E_1} \quad (\text{III.32a})$$

$$\frac{\partial v_0}{\partial y} = \frac{1}{E_1} (f_{,xx} - \nu f_{,yy}) - \frac{E_3}{E_1} \phi_{y,y} - \frac{1}{2} W_{,y}^2 - W_{,y} W_{,y}^* + \frac{\Phi_1}{E_1} \quad (\text{III.32b})$$

Introduisant l'équation **(III.22)** dans l'équation **(III.32)**, puis le résultat dans l'équation **(III.31)** donne :

$$N_{x0} = -\frac{\Phi_1}{1-\nu} + \frac{4E_3}{mn\pi^2(1-\nu^2)} (\lambda_m B_1 + \nu \delta_n B_2) W + \frac{E_1}{8(1-\nu^2)} (\lambda_m^2 + \nu \delta_n^2) W (W + 2\mu h) \quad (\text{III.33a})$$

$$N_{y0} = -\frac{\Phi_1}{1-\nu} + \frac{4E_3}{mn\pi^2(1-\nu^2)} (\nu \lambda_m B_1 + \delta_n B_2) W + \frac{E_1}{8(1-\nu^2)} (\nu \lambda_m^2 + \delta_n^2) W (W + 2\mu h) \quad (\text{III.33b})$$

Lorsque la dépendance de déflexion des charges de bord fictif est ignorée, soit  $W = 0$ , les équations. **(III.33)** devient :

$$N_{x0} = N_{y0} = -\frac{\Phi_1}{1-\nu} \quad (\text{III.34})$$

En substituant les équations **(III.33)** dans l'équation **(III.26)**, on obtient l'expression du paramètre thermique :

$$\frac{\Phi_1}{1-\nu} = \left[ \frac{(D_1 D_3 - D_2^2)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)^2 + D_1 D_4 (\lambda_m^2 + \delta_n^2)}{D_3 (\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4} + \frac{(k_w + k_g (\lambda_m^2 + \delta_n^2))}{(\lambda_m^2 + \delta_n^2)} \right] \frac{W}{W + \mu h} + \frac{4E_3}{mn\pi^2(1-\nu^2)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)} (\lambda_m^3 B_1 + \nu \lambda_m^2 \delta_n B_2 + \nu \lambda_m \delta_n^2 B_1 + \delta_n^3 B_2) W$$

$$\left[ \frac{E_1(D_3(\lambda_m^4\delta_n^2 + \lambda_m^2\delta_n^4 + \lambda_m^6 + \delta_n^6) + D_4(\lambda_m^4 + \delta_n^4))}{16(D_3(\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)} + \frac{E_1(\lambda_m^4 + 2\nu\lambda_m^2\delta_n^2 + \delta_n^4)}{8(1-\nu^2)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)} \right] W(W + 2\mu h) \quad (\text{III. 35})$$

### **III.3.3. Uniforme distribution de température :**

La plaque S-FG symétrique est exposée à des environnements de température uniforme reste d'après état initial libre de la contrainte  $T_i$  à la valeur finale  $T_f$ , et changement de température  $\Delta T = T_f - T_i$  est supposé être indépendant de variable de l'épaisseur. Le paramètre thermique  $\Phi_1$  est obtenu à partir d'équations (III.11b), et la substitution du résultat dans l'équation (III.35) donne :

$$\Delta T = e_1^2 \frac{W}{W + \mu h} + e_2^2 W + e_3^2 W(W + 2\mu h) \quad (\text{III. 36})$$

**Où :**

$$e_1^2 = \frac{(1-\nu)[(D_1D_3 - D_2^2)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)^2 + D_1D_4(\lambda_m^2 + \delta_n^2)]}{L(D_3(\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4)} + \frac{(K_w + K_g a^2(\lambda_m^2 + \delta_n^2))(1-\nu)D_1}{a^4L(\lambda_m^2 + \delta_n^2)} \quad (\text{III. 37a})$$

$$e_2^2 = \frac{4E_3}{mnL\pi^2(1+\nu^2)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)} (\lambda_m^3 B_1 + \nu\lambda_m^2\delta_n B_2 + \nu\lambda_m\delta_n^2 B_1 + \delta_n^3 B_2) \quad (\text{III. 37b})$$

$$e_3^2 = \frac{E_1(1-\nu)}{16L(\lambda_m^2 + \delta_n^2)(D_3(\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4)} (D_3(\lambda_m^4\delta_n^2 + \lambda_m^2\delta_n^4 + \lambda_m^6 + \delta_n^6) + D_4(\lambda_m^4 + \delta_n^4)) + \frac{E_1(\lambda_m^4 + 2\nu\lambda_m^2\delta_n^2 + \delta_n^4)}{8L(1+\nu)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)} \quad (\text{III. 37c})$$

**Dans lequel :**

$$L = E_m\alpha_m + \frac{E_m\alpha_{cm} + E_{cm}\alpha_m}{N+1} + \frac{E_{cm}\alpha_{cm}}{2N+1} \quad (\text{III. 38})$$

Supposons que  $\mu = 0$ , l'équation (III.36) conduit à une équation à partir de laquelle le changement de température de flambement des plaques symétriques parfaite S-FG peut être obtenue sous la forme  $\Delta T_b = e_1^2$ .



### III.3.4. Analyse thermomécanique de post-flambement :

La plaque S-FG symétrique reposant sur fondation élastique est uniformément comprimée par  $F_x$  sur deux bords mobiles  $x = 0, a$  et simultanément exposés à des environnements de températures élevées ou soumis à la distribution de température non linéaire. Les deux bords  $y = 0, b$  sont supposés être immobiles. Dans ce cas,  $F_{x0} = -F_x h$  et la charge de compression fictive sur les bords immobiles est obtenu en substituant les deuxièmes parties des équations (III.32) dans les équations. (III.31) est devient :

$$N_{y0} = \nu N_{x0} - \Phi_1 + \frac{4\delta_n}{mn\pi^2} (E_3 B_2) W + \frac{E_1 \delta_n^2}{8} W (W + 2\mu h) \quad (\text{III. 39})$$

Ensuite,  $N_{x0}, N_{y0}$  sont placés dans l'équation (III.26) pour donner :

$$F_x = e_1^3 \frac{W}{h(W + \mu h)} + e_2^3 \frac{W}{h} + e_3^3 W \frac{(W + 2\mu h)}{h} + \frac{L \delta_n^2 \Delta T}{h(\lambda_m^2 + \nu \delta_n^2)} \quad (\text{III. 40})$$

Où les coefficients  $e_1^3, e_2^3, e_3^3$  sont définis comme suit :

$$e_1^3 = \frac{(D_1 D_3 - D_2^2)(\lambda_m^2 + \delta_n^2)^3 + D_1 D_4 (\lambda_m^2 + \delta_n^2)^2}{(\lambda_m^2 + \nu \delta_n^2)(D_3(\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4)} + \frac{(K_w + K_g a^2 (\lambda_m^2 + \delta_n^2)) D_1}{a^4 L (\lambda_m^2 + \delta_n^2)} \quad (\text{III. 41a})$$

$$e_2^3 = \frac{4\delta_n^3}{mn\pi^2 (\lambda_m^2 + \nu \delta_n^2)} (E_3 B_2) \quad (\text{III. 41b})$$

$$e_3^3 = \frac{E_1}{16L(\lambda_m^2 + \nu \delta_n^2)(D_3(\lambda_m^2 + \delta_n^2) + D_4)} \left( D_3(\lambda_m^4 \delta_n^2 + \lambda_m^2 \delta_n^4 + \lambda_m^6 + \delta_n^6) \right. \\ \left. + D_4(\lambda_m^4 + \delta_n^4) \right) + \frac{E_1 \delta_n^4}{8(\lambda_m^2 + \nu \delta_n^2)} \quad (\text{III. 41c})$$

Équations. (III.28), (III.36) et (III.40) sont des expressions explicites des courbes charge-déflexion symétriques pour les plaques d'épaisseur S-FG supportées par des fondations élastiques de Pasternak et soumis à des charges de compression axiale, thermiques et thermomécaniques, respectivement.

**III.4.Conclusion :**

Dans ce chapitre une approche analytique a été développé pour l'étude du la stabilité vis à vis le flambement non linéaire et post-flambement des plaques parfaite et imparfaite S-FGM reposant sur une fondation élastique sous des charges de compression axiales thermiques et thermomécaniques.

Pour validé cette approche quelques exemples seront présentés dans le chapitre suivant pour une plaque de S-FGM parfaite et imparfaite simplement appuyée symétrique où nous utilisons les formulations ci-dessus pour étudier l'effet des paramètres du matériau sur le comportement de flambement et post- flambement de la plaque S-FGM et seront comparé avec d'autre résultats trouvés dans la référence bibliographique.

# Chapitre IV

## Résultats et discussion

### **IV.1. Introduction :**

Dans ce chapitre, des résultats numériques sont analysés pour vérifier l'exactitude de la formulation actuelle de prédire les flambements et post-flambement des plaques S-FG symétriques épaisses supportées par des fondations élastiques.

### **IV.2. Validation des résultats :**

Pour vérifier l'exactitude de la présente théorie des plaques S-FGM, des comparaisons sont faites entre les résultats obtenus à partir de la théorie actuelle et ceux obtenus par Duc et Cong (2013) comme indiqué dans les tableaux ci-dessous. On peut voir que les résultats actuels sont en bon accord avec les résultats publiés pour des plaques S-FGM.

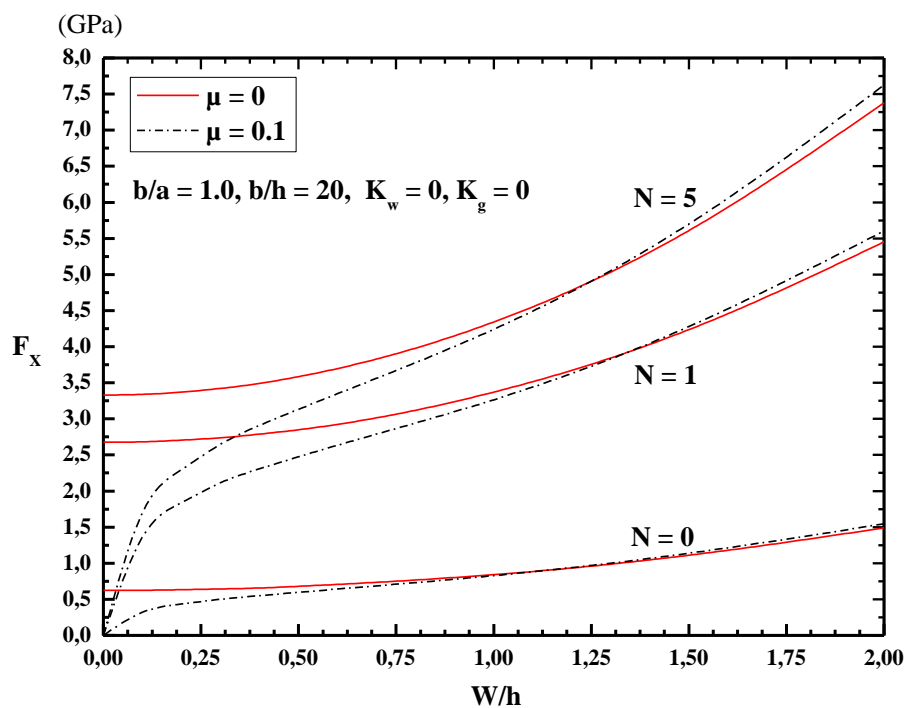
Une plaque de céramique-métal carrée avec les propriétés suivantes est considérée comme suit :

$$\checkmark E_m = 70 \text{ GPa}, \nu_m = 0.3, \alpha_m = 23 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

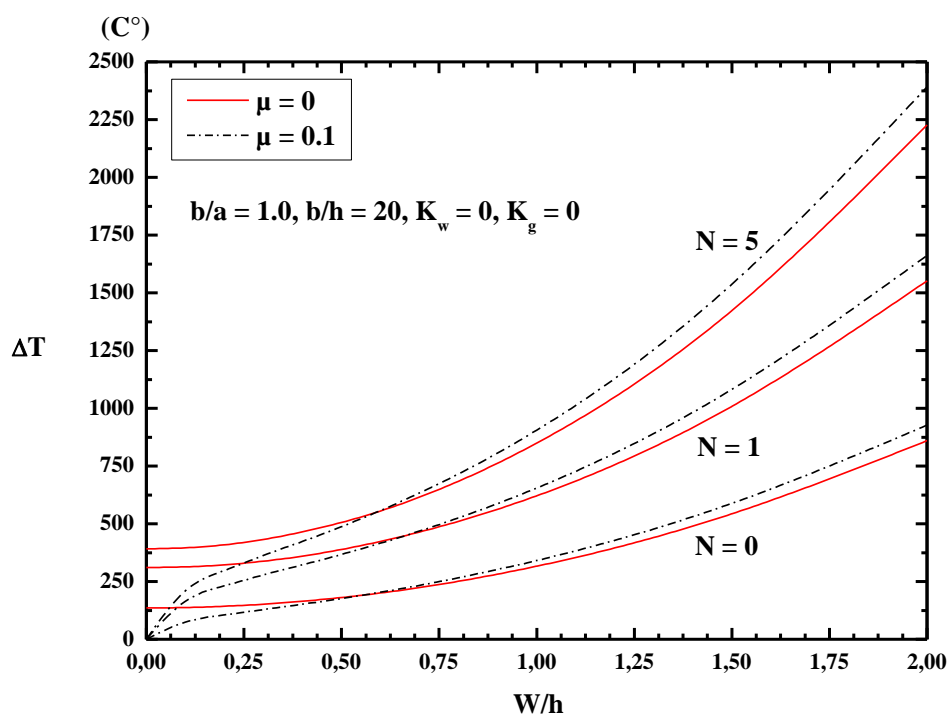
$$\checkmark E_c = 380 \text{ GPa}, \nu_c = 0.3, \alpha_c = 7.4 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Dans ce cas, le flambement des plaques parfaites sera initié pour  $m = n = 1$ , et ces valeurs de demi-ondes sont également utilisés pour présenter graphiquement trajectoires d'équilibre de charge-déflexion pour les deux plaques parfaites et imparfaites. Dans les figures,  $W/h$  indique la déflexion maximale adimensionnelle et l'interaction entre la S-FG plaque et la fondation est ignorée, sauf indication contraire.

Influences de l'indice de loi de puissance  $N$  sur le post-flambement des plaques S-FG soumis à une charge de compression dans le plan et une répartition uniforme de température sont démontrées dans les figures. (IV.1) et (IV.2). Il est montré que la charge mécanique et la résistance thermique est considérablement importante si le volume  $N$  augmente ou le pourcentage de céramique augmente. La diminution de l'indice de loi de puissance  $N$  conduit à une forte baisse des deux charges critiques de flambement et capacité de charge de post-flambement.

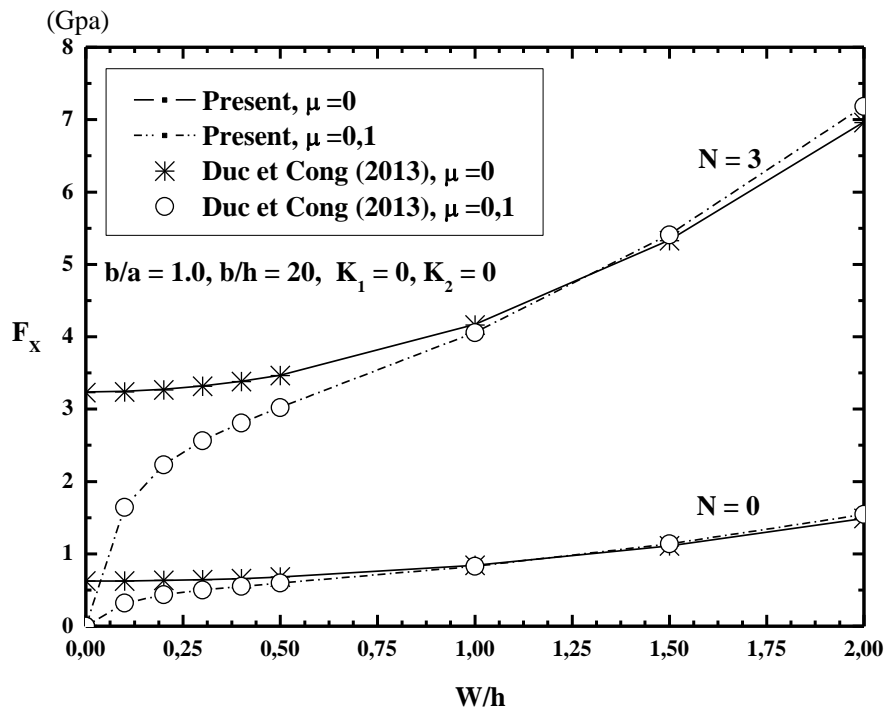


**Figure IV.1** : Effets de l'indice de loi de puissance  $N$  sur le post-flambement des plaques S-FG symétriques sous une charge de compression dans le plan de (tous bords FM).

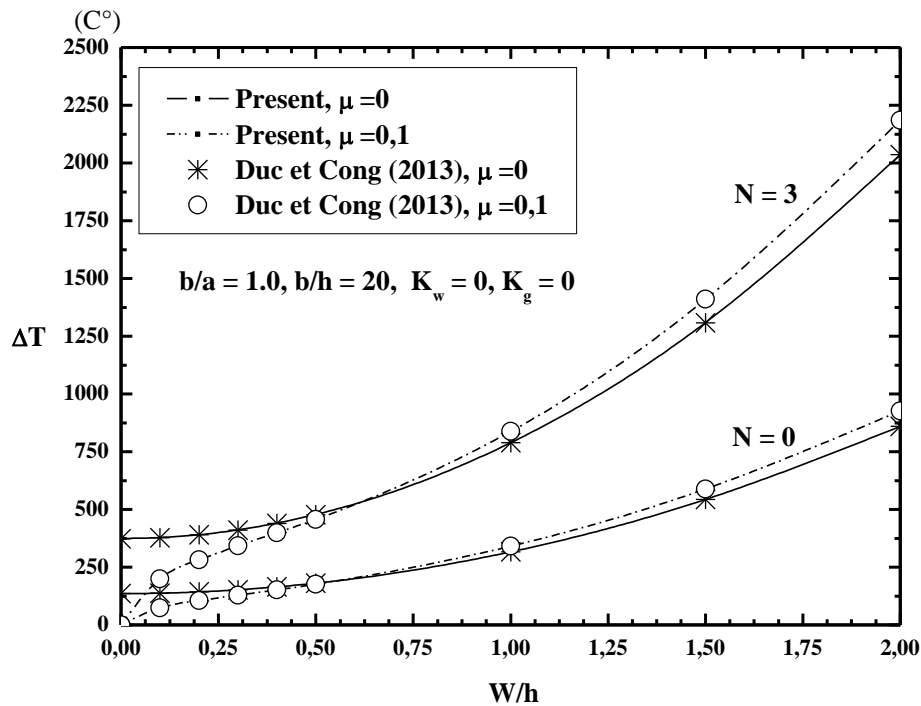


**Figure IV.2** : Effets de l'indice de loi de puissance  $N$  sur le post-flambement des plaques S-FG symétriques sous une distribution uniforme de température (tous bords IM).

Figures. (IV.3) et (IV.4) montrent une comparaison entre les courbes de charge-déflexion post-flambement mécaniques et thermiques déterminées par la présente formulation et la théorie de déformation de cisaillement de troisième ordre présenté par Duc et Cong (2013) avec diverses fractions de volume de la plaque S-FG. Les résultats démontrent un excellent accord entre la formulation actuelle et la théorie de troisième ordre de déformation de cisaillement utilisée par Duc et Cong (2013). Les résultats nous montrent également que la plaque imparfaite a une meilleure capacité de chargement mécanique et thermique que celles de la plaque parfaite. En outre, semblables à deux figures ci-dessus, les charges mécaniques et thermiques critiques pour la présente théorie sont identiques à ceux du troisième ordre déformation de cisaillement.



**Figure IV.3** : comparaisons entre les courbes de charge-déflexion post-flambement mécaniques pour les plaques S-FG avec diverses fractions du volume  $N$ .



**Figure IV.4 :** Comparaisons entre des courbes de charge-déflexion de post-flambement thermique pour les plaques S-FG avec diverses fractions du volume  $N$ .

Les résultats obtenus dans les figures. (IV.3), (IV.4), (IV.5), (IV.6) sont représentées numériquement dans les tableaux(IV.1), (IV.2), (IV.3), (IV.4) dans cet ordre respectivement. Il est à noter que ces résultats sont calculés à la fois par la présente théorie et la méthode proposée par Duc et Cong (2013). On peut conclure qu'un excellent accord entre deux méthodes est confirmé.

**Tableau IV.1 :** Comparaison des charges de post-flambement mécaniques pour les plaques S-FG avec diverses fractions du volume N.

$W/h$	Théorie	$N = 0$		$N = 3$	
		$\mu = 0$	$\mu = 0.1$	$\mu = 0$	$\mu = 0.1$
0	<b>Présente</b>	<b>0.62411</b>	<b>0.00000</b>	<b>3.23613</b>	<b>0.00000</b>
	Duc et Cong (2013) (*)	0.62387	0.00000	3.22944	0.00000
0.1	<b>Présente</b>	<b>0.62627</b>	<b>0.31853</b>	<b>3.24546</b>	<b>1.64605</b>
	Duc et Cong (2013) (*)	0.62603	0.31841	3.23876	1.64271
0.2	<b>Présente</b>	<b>0.63274</b>	<b>0.43334</b>	<b>3.27345</b>	<b>2.23206</b>
	Duc et Cong (2013) (*)	0.63251	0.43319	3.26675	2.22760
0.3	<b>Présente</b>	<b>0.64354</b>	<b>0.50047</b>	<b>3.32009</b>	<b>2.56704</b>
	Duc et Cong (2013) (*)	0.64330	0.50047	3.31340	2.56202
0.4	<b>Présente</b>	<b>0.65865</b>	<b>0.55110</b>	<b>3.38540</b>	<b>2.81282</b>
	Duc et Cong (2013) (*)	0.65842	0.55091	3.37871	2.80746
0.5	<b>Présente</b>	<b>0.67808</b>	<b>0.59565</b>	<b>3.46937</b>	<b>3.02332</b>
	Duc et Cong (2013) (*)	0.67785	0.59546	3.46268	3.01774
1	<b>Présente</b>	<b>0.84001</b>	<b>0.82645</b>	<b>4.16911</b>	<b>4.06152</b>
	Duc et Cong (2013) (*)	0.83977	0.82623	4.16242	4.05543
1.5	<b>Présente</b>	<b>1.10988</b>	<b>1.13564</b>	<b>5.33534</b>	<b>5.41298</b>
	Duc et Cong (2013) (*)	1.10964	1.13542	5.32865	5.40671
2	<b>Présente</b>	<b>1.48770</b>	<b>1.54434</b>	<b>6.96807</b>	<b>7.18716</b>
	Duc et Cong (2013) (*)	1.48746	1.54411	6.96138	7.18079

(\*) : Valeurs calculées.



**Tableau IV.2 :** Comparaison des charges de flambement et post-flambement thermique pour les plaques S-FG avec diverses fractions du volume N.

$W/h$	Théorie	$N = 0$		$N = 3$	
		$\mu = 0$	$\mu = 0.1$	$\mu = 0$	$\mu = 0.1$
0	<b>Présente</b>	<b>135.67564</b>	<b>0.000000</b>	<b>373.854020</b>	<b>0.00000000</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	135.62439	0.0000000	373.081020	0.00000000
0.1	<b>Présente</b>	<b>137.47945</b>	<b>73.262280</b>	<b>377.991780</b>	<b>199.379490</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	137.43471	73.243160	377.238380	199.012590
0.2	<b>Présente</b>	<b>142.90391</b>	<b>104.91998</b>	<b>390.444270</b>	<b>282.455690</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	142.86567	104.89883	389.710460	281.979550
0.3	<b>Présente</b>	<b>151.94901</b>	<b>128.89203</b>	<b>411.211470</b>	<b>342.692110</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	151.91728	128.87311	410.497250	342.171140
0.4	<b>Présente</b>	<b>164.61476</b>	<b>151.96220</b>	<b>440.293380</b>	<b>398.781450</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	164.58953	151.94722	439.598760	398.241420
0.5	<b>Présente</b>	<b>180.90114</b>	<b>176.39175</b>	<b>477.690020</b>	<b>456.954600</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	180.88242	176.38157	477.014980	456.408400
1	<b>Présente</b>	<b>316.64272</b>	<b>340.51500</b>	<b>789.393950</b>	<b>838.554390</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	316.65653	340.53347	788.816870	838.047590
1.5	<b>Présente</b>	<b>542.90037</b>	<b>588.73029</b>	<b>1308.96580</b>	<b>1410.32068</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	542.94672	588.77984	1308.48669	1409.88988
2	<b>Présente</b>	<b>859.67409</b>	<b>925.62621</b>	<b>2036.40559</b>	<b>2184.89735</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	859.75297	925.70753	2036.02443	2184.55301

<sup>(\*)</sup>: Valeurs calculées.

**Tableau IV.3 :** Comparaison des charges de flambement et post-flambement d'origine mécanique ( $F_x$ ) pour les plaques S-FG sous différent température  $\Delta T$ .

$W/h$	Théorie	$\Delta T = 0\text{ }^\circ\text{C}$		$\Delta T = 200\text{ }^\circ\text{C}$	
		$\mu = 0$	$\mu = 0.1$	$\mu = 0$	$\mu = 0.1$
0	<b>Présente</b>	<b>2.05890</b>	<b>0.00000</b>	<b>1.59474</b>	<b>-0.46415</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	2.05286	0.00000	1.60538	-0.46415
0.1	<b>Présente</b>	<b>2.06953</b>	<b>1.06144</b>	<b>1.60538</b>	<b>0.59728</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	2.06353	1.05846	1.59938	0.59430
0.2	<b>Présente</b>	<b>2.10152</b>	<b>1.45793</b>	<b>1.63737</b>	<b>0.99377</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	2.09556	1.45398	1.63141	0.98983
0.3	<b>Présente</b>	<b>2.15486</b>	<b>1.70419</b>	<b>1.69071</b>	<b>1.24004</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	2.14894	1.69979	1.68479	1.23563
0.4	<b>Présente</b>	<b>2.22955</b>	<b>1.90318</b>	<b>1.76540</b>	<b>1.43903</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	2.22368	1.89852	1.75952	1.43436
0.5	<b>Présente</b>	<b>2.32560</b>	<b>2.08921</b>	<b>1.86144</b>	<b>1.62506</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	2.31976	2.08438	1.85561	1.62023
1	<b>Présente</b>	<b>3.12611</b>	<b>3.15247</b>	<b>2.66196</b>	<b>2.68831</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	3.12048	3.14738	2.65633	2.68323
1.5	<b>Présente</b>	<b>4.46044</b>	<b>4.65205</b>	<b>3.99629</b>	<b>4.18790</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	4.45502	4.64700	3.99086	4.18285
2	<b>Présente</b>	<b>6.32858</b>	<b>6.65759</b>	<b>5.86443</b>	<b>6.19344</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	6.32336	6.65265	5.85921	6.18850

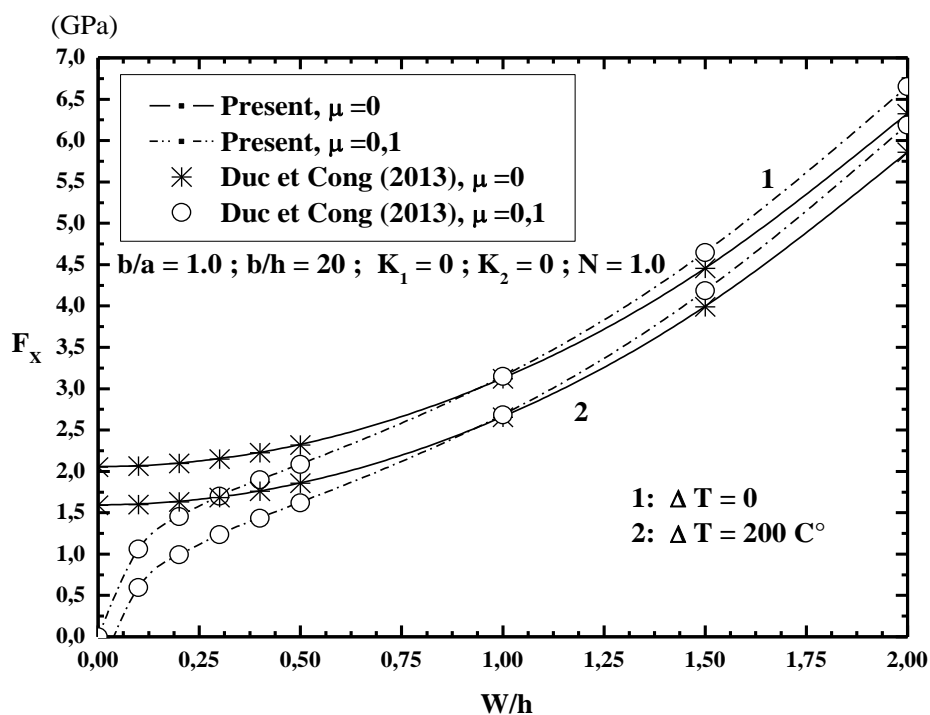
<sup>(\*)</sup>: Valeurs calculées.

**Tableau IV.4 :** Comparaisons entre les charges de post-flambement mécaniques pour plaques S-FG avec différentes charges mécaniques  $F_x$ .

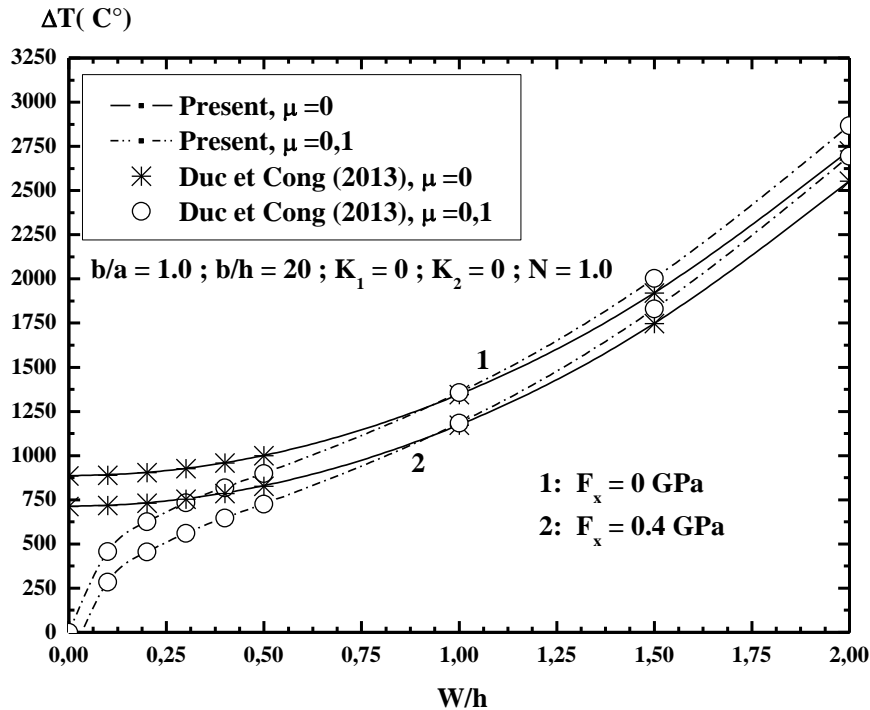
$W/h$	Théorie	$F_x = 0 \text{ MPa}$		$F_x = 0.4 \text{ MPa}$	
		$\mu = 0$	$\mu = 0.1$	$\mu = 0$	$\mu = 0.1$
0	<b>Présente</b>	<b>887.160900</b>	<b>0.00000000</b>	<b>714.804250</b>	<b>-172.35665</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	884.559230	0.00000000	712.202580	-172.35665
0.1	<b>Présente</b>	<b>891.743680</b>	<b>457.363850</b>	<b>719.387030</b>	<b>285.007200</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	889.159540	456.080540	716.802890	283.723890
0.2	<b>Présente</b>	<b>905.527080</b>	<b>628.208010</b>	<b>733.170430</b>	<b>455.851370</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	902.960460	626.508620	730.603820	454.151980
0.3	<b>Présente</b>	<b>928.511090</b>	<b>734.322720</b>	<b>756.154450</b>	<b>561.966080</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	925.962010	732.424050	753.605360	560.067410
0.4	<b>Présente</b>	<b>960.695730</b>	<b>820.066020</b>	<b>788.339080</b>	<b>647.709370</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	958.164170	818.054790	785.807520	645.698150
0.5	<b>Présente</b>	<b>1002.08098</b>	<b>900.223920</b>	<b>829.724330</b>	<b>727.867270</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	999.566950	898.143490	827.210300	725.786850
1	<b>Présente</b>	<b>1347.01649</b>	<b>1358.37168</b>	<b>1174.65985</b>	<b>1186.01503</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	1344.59009	1356.18179	1172.23345	1183.82515
1.5	<b>Présente</b>	<b>1921.96744</b>	<b>2004.52915</b>	<b>1749.61080</b>	<b>1832.17250</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	1919.62867	2002.35298	1747.27203	1829.99634
2	<b>Présente</b>	<b>2726.93382</b>	<b>2868.70041</b>	<b>2554.57718</b>	<b>2696.34377</b>
	Duc et Cong (2013) <sup>(*)</sup>	2724.68269	2866.57316	2552.32604	2694.21652

<sup>(\*)</sup>: Valeurs calculées.

Une étude de comparaison entre les courbes de charge-déflexion post-flambement mécaniques et thermiques déterminées par la présente formulation et la théorie de déformation de cisaillement de troisième ordre présenté par Duc et Cong (2013) est effectuée en tenant compte de divers des charges thermiques et mécaniques et les résultats sont représenté sur les figures. (IV.5) et (IV.6). Évidemment, avec le même indice de loi de puissance, les charges critiques de post-flambement de la plaque S-FG sont différentes.

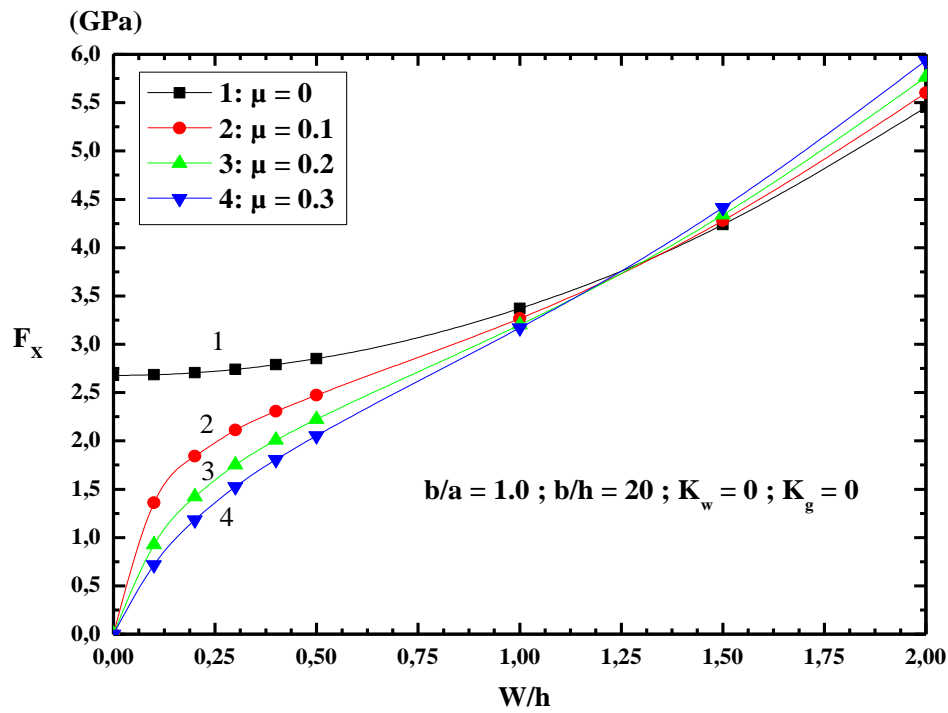


**Figure IV.5 :** Comparaisons entre les courbes de charge-déflexion post-flambement mécaniques pour plaques S-FG avec différente température  $\Delta T$ .

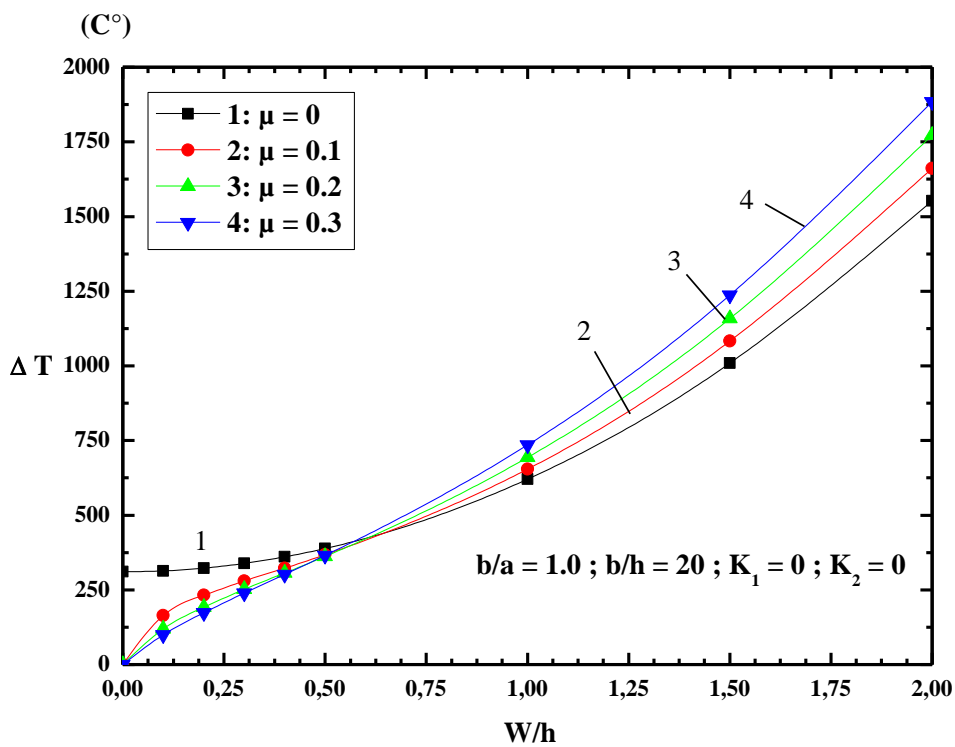


**Figure IV.6 :** Comparaisons entre les courbes de charge-déflexion post-flambement mécaniques pour plaques S-FG avec différentes charges mécaniques  $F_x$ .

L'effet des imperfections initiales sur le post-flambement de la plaque S-FG sous la force de compression uni-axiale (tous les bords FM) et sous une température uniforme (tous les bords IM) est indiqué dans les figures. (IV.7) et (IV.8). Fig. (IV.7) nous prouve que les forces de compression importantes diminuent avec  $\mu$  dans la zone de la petite flexion. Par contre, elle augmente avec  $\mu$  dans l'autre région de la grande flexion, ce qui signifie la courbe supérieure de flexion-charge (i.e., la meilleure capacité de chargement). Figure. (IV.8) nous indique qu'une imperfection initiale a un effet significatif sur la résistance thermique de S-FG à la valeur de seuil de la flexion.

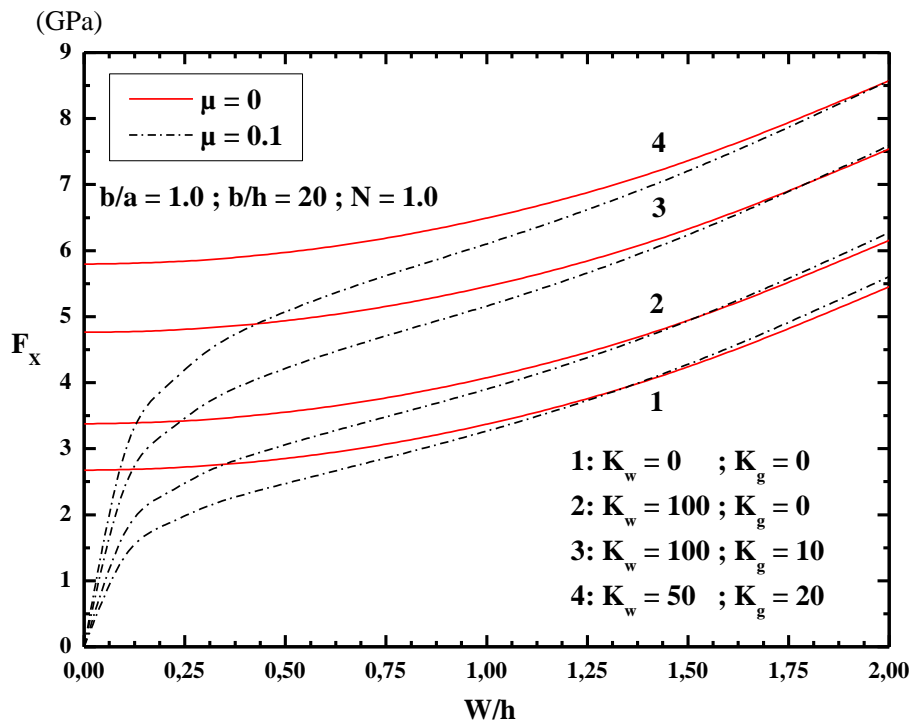


**Figure IV.7 :** L'influence des imperfections sur la stabilité des plaques symétriques S-FGM sous charge uni-axiale de compression (tous les bords FM).

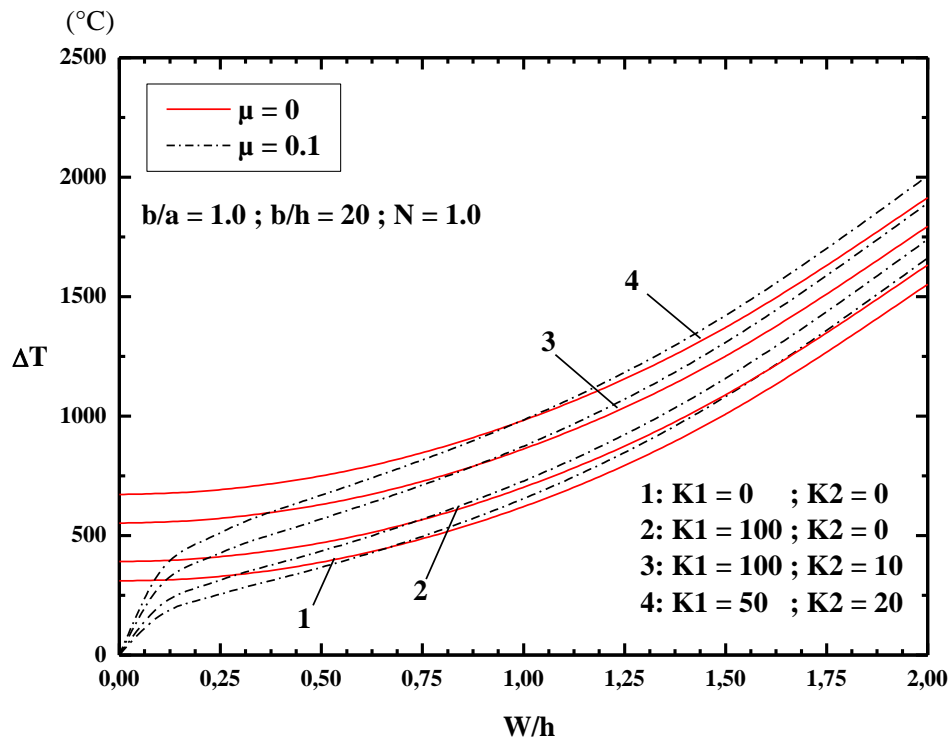


**Figure IV.8 :** L'effet des imperfections sur le post-flambement des plaques S-FG symétriques sous une distribution uniforme de température (tous les bords de IM).

Les figures (IV.9) et (IV.10) illustrent un effet considérable de fondations élastiques sur le post-flambement de la plaque S-FG sous charge uni-axiale compression (tous les bords FM) et une température uniforme (tous les bords de IM). L'influence de la fondation Pasternak ( $K_g$ ) sur les forces de compression critiques et la résistance thermique de S-FG est important que la fondation de Winkler ( $K_w$ ).



**Figure IV.9 :** Effets des fondations élastiques sur le post-flambement des plaques symétriques S-FG sous charge de compression uni-axiale (tous les bords FM).



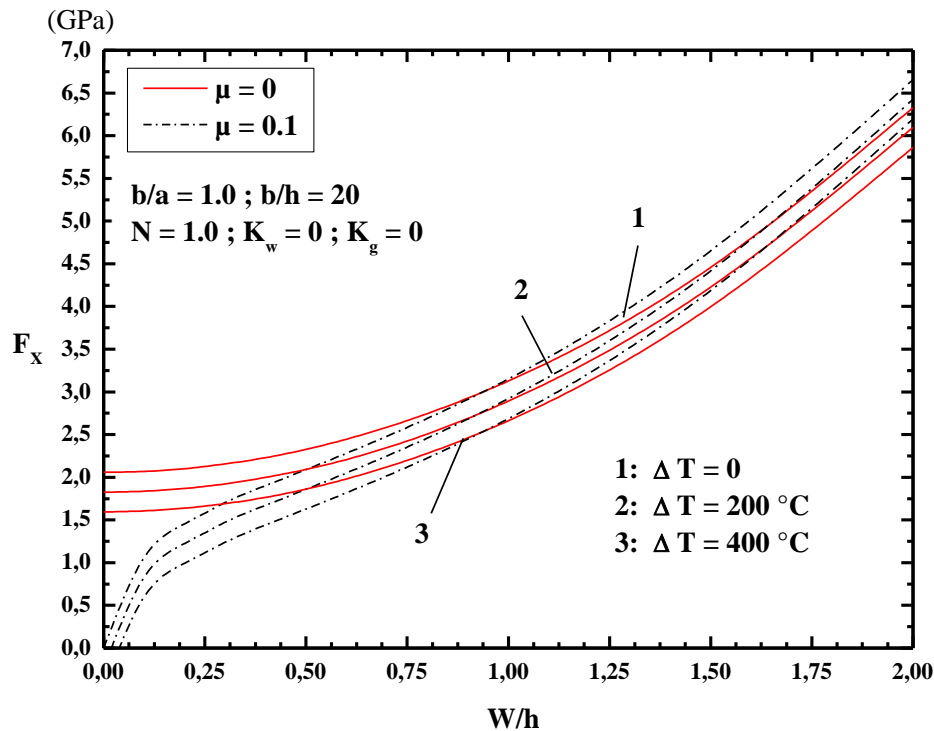
**Figure IV.10** : Effets des fondations élastiques sur le post-flambement des plaques symétriques S-FG sous une distribution uniforme de température (tous les bords IM).

L'étude de stabilité thermomécanique a été effectuée en utilisant l'équation (III.40). Figures. (IV.11) et (IV.12) ont été préparés selon l'hypothèse de la troisième condition aux limites (cas 3) pour les bords (FM)  $x = 0, a$  et (IM) bords  $y = 0, b$  qui sont simultanément sous la charge uniforme de compression sur le bord  $x = 0, a$ . Figure. (IV.11) prouve l'influence du gradient de température du milieu environnant sur la réponse à la force de compression uniaxiale  $F_x$ .

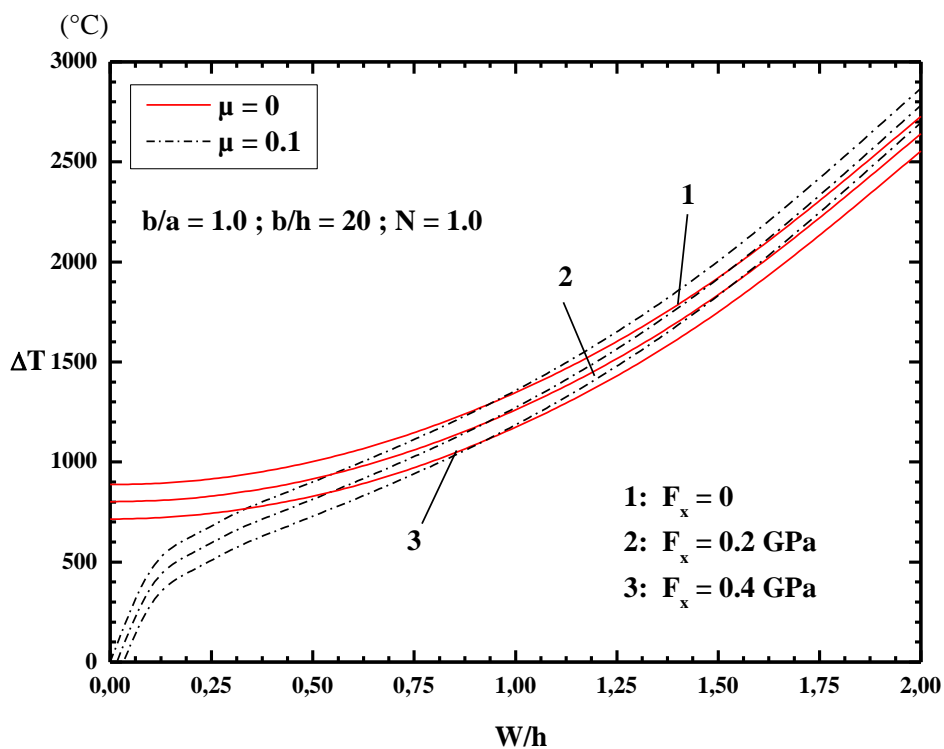
L'inclusion de la température réduit la capacité de chargement (pour les deux plaques parfaites et imparfaites) et la plaque imparfaite obtient une flexion immédiatement même s'il n'y a aucune charge de compression mécanique.

La figure (IV.12) représente la réponse de flambement et post-flambement de la plaque S-FG sous le champ de gradient de température uniforme accrue  $\Delta T$  et les différentes valeurs de la charge uni-axiale de compression  $F_x$ . L'inclusion de la charge mécanique diminue la capacité de chargement thermique des plaques parfaites et imparfaites.





**Figure IV.11** : Effet du champ de température et de compression uni-axiale sur le post-flambement d'une plaque symétrique S-FG sous une distribution uniforme de température (FM sur  $y = 0, b$  ; IM sur  $x = 0, a$ ).



**Figure IV.12** : Effet du gradient de température et de compression uni-axiale sur le post-flambement d'une plaque symétrique S-FG. (FM sur  $y = 0, b$  ; IM sur  $x = 0, a$ ).

**IV.3. Conclusions :**

Il est conclu que les charges mécaniques et thermiques critiques pour la théorie de déformation de cisaillement hyperbolique proposé sont presque identiques à celles de la théorie de déformation de cisaillement de troisième ordre (Duc et Cong (2013)) et pour la période post-flambement de la plaque S-FGM, en comparant avec une plaque parfaite, une plaque imparfaite a une meilleure capacité de chargement mécanique et thermique.

# Conclusion générale

## CONCLUSION GÉNÉRALE

---

Ce travail présente une formulation analytique pour étudier les réponses post-flambement des plaques symétriques épaisses FG reposant sur la fondation élastique de type Pasternak et soumises ou son plan de compression à des charges thermiques et thermomécaniques.

À la fois une nouvelle théorie de déformation de cisaillement hyperbolique de la plaque et une fonction de contrainte sont utilisées dans la formulation actuelle en tenant compte de : Von Karman non-linéarité, l'imperfection géométrique initiale, la température et le type de fondation élastique de type Pasternak.

Les effets de l'indice de loi de puissance et les caractéristiques géométriques, la température, les conditions aux limites, la raideur de la fondation et l'imperfection sur la capacité de chargement de post-flambement des plaques S-FG sont étudiées et discutées.

Nous pouvons en conclure en disant que les charges mécaniques et thermiques critiques pour la théorie de déformation de cisaillement hyperbolique proposée sont presque identiques à celles de la théorie de déformation de cisaillement de troisième ordre. Pour la période post-flambement de la plaque S-FGM, soit parfaite ou imparfaite a une meilleure capacité de chargement mécanique et thermique.

# Références bibliographiques

---

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---

- A. Chabot. Analyse des efforts à l'interface entre les couches des matériaux composites à l'aide de modèles multiparticulaires de matériaux multicouches. PhD thesis, ENPC, 1997.
- A. K. Noor & W. S. Burton. Assessment of shear deformation theories for multilayered composite plates. *Appl Mech Rev*, vol. 42, no. 1, pages 1,12, 1989.
- Abdizadeh H, élaboration et caractérisation de composites « composites laminaires tri-couches à base d'alumine » thèse de doctorat INSA de Lyon 1997 212 p
- Ahmed, A. (2014), "Post buckling analysis of sandwich beams with functionally graded faces using a consistent higher order theory", *International Journal of Civil, Structural, Environmental*, 4(2), 59 – 64.
- Ait Amar Meziane, M., Abdelaziz, H.H., Tounsi, A. (2014), "An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions" *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 16(3), 293 – 318.
- Anné G, J Vleugels et O Van der biest, Katholieke University Leuven, Belgium *Functionally graded ceramics* Woodhead Publishing Limited, 2006.
- Anné, G., Vanmeensel, K., Vleugels, J., (2004), *Electrophoretic deposition as a near net shaping technique for functionally graded biomaterials*", *Mat. Sci. Forum*, 492–493, 213–218.
- Belabed, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Anwar Bég, O. (2014), "An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates", *Composites: Part B*, 60, 274–283.
- Bernhardt, R., Meyer-Olbersleben, F., Kieback, B., (1999), „The influence of hydrodynamic effects on the adjustment of gradient patterns through gravity sedimentation of polydisperse particle systems in newtonian and viscoelastic fluid“, *Mat. Sci. Forum*, 308–311: 31–35.
- Birman V. and Byrd L.W. (2007), *Modeling and analysis of functionally graded materials and structures*, *Applied Mechanics Reviews*, 60, 195–216, 2007.
- Birman, V. (1995), "Stability of functionally graded hybrid composite plates", *Compos. Eng.*, 5, 913–921.

- Bishop, a, Lin, C.Y. Navaratnam, M. Rawlings.R.D MC. Chane a functionally graded material produced by a powder metallurgical process, journal of materials science letters 1993.
- Boch. P Chartier . Huttepain. M Tapa casting of  $AL_2O_3/ZrO_2$  laminated composites, 1986.
- Bouderba, B., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2013), “Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations”, *Steel and Composite Structures*, 14(1), 85 – 104.
- Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., (2014), “A novel higher order shear and normal deformation theory based on neutral surface position for bending analysis of advanced composite plates”, *International Journal of Computational Methods*, 11(6), 1350082.
- C. Kassapoglou & P.A. Lagace. Closed form solutions for the interlaminar stress \_eld in angle-ply and cross-ply laminates. *Journal of Composite Materials*, vol. 27, pages 292,308, 1987.
- C. Ossadzow & M. Touratier. An improved shear-membrane theory for multi- layered shells. *Composite Structures*, vol. 52, pages 85, 95, 2001.
- Cai, P.Z., Green, D.J., Messing, G.L., (1997a), Constrained densification of alumina/zirconia hybrid laminates. 1. Experimental observations of processing defects”, *J. Am. Ceram Soc.*, 80(8), 1929–1939.
- Cai, P.Z., Green, D.J., Messing, G.L., (1997b), Constrained densification of alumina/zirconia hybrid laminates. 2. Viscoelastic stress computation”, *J. Am. Ceram. Soc.*, 80(8), 1940–1948.
- Chakraverty, S., and Pradhan, K. K. (2014a), "Free vibration of exponential functionally graded rectangular plates in thermal environment with general boundary conditions". *Aerospace Science and Technology*, 36, 132-156.
- Chakraverty, S., and Pradhan, K. K. (2014b), "Free vibration of functionally graded thin rectangular plates resting on Winkler elastic foundation with general boundary conditions using Rayleigh–Ritz method”, *International Journal of Applied Mechanics*, 6(4), 1450043.
- Chakraverty, S., and Pradhan, K. K. (2015), "Transverse vibration of isotropic thick rectangular plates based on new inverse trigonometric shear deformation theories”, *International Journal of Mechanical Sciences*, 94, 211 – 231.

Chan S.H. (2001), Performance and emissions characteristics of a partially insulated gasoline engine, *International Journal of Thermal Science*, 40, 255–261.

Chu, J., Ishibashi, H., Hayashi, K., Takebe, H., Morinaga, K., (1993), „Slip casting of continuous functionally gradient material“, *J. Ceram. Soc. Japan*, 101, 818–820.

Daneshmehra, A., Heydaria, M., Khorshidia, M.A. (2013), “Post-buckling analysis of FGM beams according to different shear deformation theories”, *International Journal of Multidisciplinary and Current Research*, 1, 22 – 27.

Duc, N.D., Cong, P.H. (2013), “Nonlinear postbuckling of symmetric S-FGM plates resting on elastic foundations using higher order shear deformation plate theory in thermal environments”, *Composite Structures*, 100, 566–574.

E Reissner. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. *J. Appl. Mech.*, vol. 12, pages 69, 77, 1945.

E. Carrera. An assessment of mixed and classical theories on global and local response of multilayered orthotropic plates. *Composite structures*, vol. 50, pages 183,198, 2000.

E. Reissner & Y. Stavsky. Bending and stretching of certain types of heterogeneous isotropic elastic plate. *J. Appl. Mech.*, vol. 28, pages 402,408, 1961.

El Meiche, N, Tounsi, A., Ziane, N., Mechab, I., Adda Bedia, E.A. (2011), “A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate”, *Int J Mech Sci*, 53(4), 237–247.

F. Delale, F. Erdogan. The crack problem for a nonhomogeneous plane. *ASME Journal of Applied Mechanics* 50, 609 –614, 1983.

Fuchiyama T. and Noda N. (1995), Analysis of thermal stress in a plate of functionally gradient material, *JSAE Review*, 16, 263–268.

G. Kirchhoff. Uber das gleichgewicht und die bewegung einer elastischen scheibe. *Journal fur reine und angewandte Mathematik*, vol. 40, pages 51, 88, 1850.

Golmakani, M.E. (2013), “Large deflection thermoelastic analysis of shear deformable functionally graded variable thickness rotating disk”, *Composites: Part B*, 45, 1143–1155.

Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A., Adda Bedia, E.A. (2014), “A new quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates”, *ASCE J. Engineering Mechanics*, 140, 374 – 383.



Hillman, C., Suo, Z.G., Lange, F.F., (1996), Cracking of laminates subjected to biaxial tensile stresses", *J. Am. Ceram. Soc.*, 79(8), 2127–2133.

Hirai T. and Chen L. (1999), Recent and prospective development of functionally graded materials in Japan, *Materials Science Forum*, 308–311, 509–514.

Hui- shen functionally graded materials nonlinear analysis of plates and shells 2009 CRC Press is an imprint of the Taylor & Francis Group.

Ichiro chiota; yoshinari miyamoto functionally graded materials 1996 Elsevier.

J.G. Ren. A new theory of laminated plate. *Composite Science and Technology*, vol. 26, pages 225, 239, 1986.

J.M. Whitney. « Shear correction factors for orthotropic laminates under static loads ». *J.Applied Mechanics*, Vol.40, pages 302-304, 1973.

J.N. Reddy. A generalization of two-dimensional theories of laminated composite plates. *Commun. Appl. Numer. Methods*, vol. 3, pages 173,180, 1987.

J.N. Reddy. A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Jornal of Applied Mechanics*, vol. 51, pages 745-752, 1984.

K.S. Afaq, M. Karama & S. Mistou. Un nouveau modèle raffine pour les structures multicouches. In *Comptes-rendus des 13 emes Journées Nationales sur les Composites*, pages 289-292. Strasbourg, March 2003.

Khalfi, Y., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2014), "A refined and simple shear deformation theory for thermal buckling of solar functionally graded plates on elastic foundation", *International Journal of Computational Methods*, 11(5), 135007.

Koizumi. M, FGM activities in Japan, department of materials chemistry. Ryukoku University, Ohtsu 520-21 Japan, 1996.

L. Librescu. On the theory of anisotropic elastic shell and plates. *Int J Solids Structures*, vol. 3, pages 53,68, 1967.

Librescu, L., Lin, W. (1997), "Postbuckling and vibration of shear deformable flat and curved panels on a non-linear elastic foundation", *Int J Non-Lin Mech*, 32(2), 211–225.

Lin, W., Librescu, L. (1998), "Thermomechanical postbuckling of geometrically imperfect shear-deformable flat and curved panels on a nonlinear foundation", *Int J Eng Sci*, 36(2), 189–206.

- Liu L.-S., Zhang Q.-J., and Zhai P.-C. (2003), The optimization design of metal-ceramic FGM armor with neural net and conjugate gradient method, *Materials Science Forum*, 423–425, 791–796.
- M. Di Sciuva. A refined transverse shear deformation theory for multi-layered anisotropic plates. *Atti. Accad. Sci. Torino*, vol. 118, pages 279–295, 1984.
- M. Di Sciuva. An improved shear-deformation theory for moderately thick multi-layered anisotropic shells and plates. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 54, pages 589–596, 1987).
- M. Karama, B. Abou Harb, S. Mistou & S. Caperaa. Bending, buckling and free vibration of laminated composite with a transverse shear stress continuity model. *Composite Part B*, vol. 29, no. 3, pages 223–234, 1998.
- M. Tahani & A. Nosier. Edge effect of uniformly loaded cross-ply composite laminate. *Material and Design*, vol. 24, pages 647, 658, 2003.
- M. Touratier. An efficient standard plate theory. *Engng Sci*, vol. 29, no. 8, pages 901–916, 1991.
- Mahi, A., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A. (2015), "A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates", *Applied Mathematical Modelling*, 39, 2489–2508.
- Mantari, J.L., Granados, E.V. (2015), "Thermoelastic behavior of advanced composite sandwich plates by using a new 6 unknown quasi-3D hybrid type HSDT", *Composite Structures*, In press.
- Markworth A.J., Ramesh K.S., and Parks W.P. (1995), Review: modeling studies applied to functionally graded materials, *Journal of Material Sciences*, 30, 2183–2193, 1995.
- Matsunaga, H. (2009), "Thermal buckling of functionally graded plates according to a 2D higher-order deformation theory", *Compos Struct*, 90, 76–86.
- Metin Aydogdu, Vibration analysis of cross-ply laminated beams with general boundary conditions by Ritz method, *International Journal of Mechanical Sciences* 47 (2005) 1740–1755.
- Mistler, R, E. high strength substrates produced by multiple layer casting technique, *Am. Ceram. Soc. Bull.* 1973 Vol .52 N° 11 p850-54.

- Moradi, S., Mansouri, M.H. (2012), “Thermal buckling analysis of shear deformable laminated orthotropic plates by differential quadrature”, *Steel and Composite Structures*, 12(2).
- Müller E., Drašar C., Schilz J., and Kaysser W.A. (2003), Functionally graded materials for sensor and energy applications, *Materials Science and Engineering*, A362, 17–39
- N.J Pagano. Stress fields in composite laminates. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 14, page 385, 1978.
- N.J. Pagano. Exact solutions for composite laminates in cylindrical bending. *J. Comp. Mat.*, vol. 3, pages 398-411, 1969.
- N.J. Pagano. Exact solutions for rectangular bidirectional composite and sandwich plates. *J. Comp. Mat.*, vol. 4, pages 20-35, 1970.
- Neubrand, A., Rödel, J., (1997), Gradient materials: an overview of a novel concept, *Z. Metallk*, 88(5), 358–371.
- Noda N. (1999), Thermal stresses in functionally graded material, *Journal of Thermal Stresses*, 22, 477–512.
- Paszkievicz B., Paszkievicz R., Wosko M., Radziewicz D., Sciana B., Szyszka A., Macherzynski W., and Tlaczala M. (2008), Functionally graded semiconductor layers for devices application, *Vacuum*, 82, 389–394.
- Paulino G.H., Jin Z.H., and Dodds Jr. R.H. (2003), Failure of functionally graded Materials, in *Comprehensive Structural Integrity*, Vol. 2 (eds. B. Karihallo and W.G. Knauss), Elsevier Science, New York, pp. 607–644.
- Put, S., Vleugels, J., Van der Biest, O., (2003), „Gradient profile prediction in functionally graded materials processed by electrophoretic deposition”, *Acta. Mater.*, 51(20), 6303– 6317.
- Qiu J., Tani J., Ueno T., Morita T., Takahashi H., and Du H. (2003), Fabrication and high durability of functionally graded piezoelectric bending actuators, *Smart Materials and Structures*, 12, 115–121.
- R. K. Kapania & S. Raciti. Recent advances in analysis of laminated beams and plates, Part I: Shear effects and buckling. *AIAA Journal*, vol. 27, no. 7, pages 923,934, 1989.

Requenna, J., Moya, J.S., Pena, P., (1993), „Al<sub>2</sub>TiO<sub>3</sub>–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> functionally gradient materials obtained by sequential slip casting“, in Holt, J.B., Koisumi, M., Hirai, T., Munir, Z.A., Functionally Gradient Materials, American Ceramic Society, Westerville, O.H., 203–210.

S. Srinivas & A. K. Rao. Bending, vibration and buckling of simply supported thick orthotropic rectangular plates and laminates. *Int J Solids Structures*, vol. 6, pages 1463{1481, 1970.

S. Srinivas & A.K. Rao. Flexure of thick plates. *ASME*, pages 298-299, 1973.

S., Beraniè, S., (2005), „Densification of step graded Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–ZrO<sub>2</sub> composites“, *Mat. Sci. Forum*, 492–493, 207–212.

S.A. Ambartsumyan. Theory of anisotropic plate. Technomic Publishing Co, 1969.

Schindler, J., Meyer-Olbersleben, F., Kirbach, B., (1998), „Fabrication of FGM-foils for joining application by wet powder spraying“, presented at 5th International Symposium on Functionally Graded Materials, Dresden, October 1998.

Shen H.-S. (2004), Bending, buckling and vibration of functionally graded plates and shells (in Chinese), *Advances in Mechanics*, 34, 53–60, 2004.

Steffes.H.D. DvorakM.Wewel. Plasma sprayed functionally graded materials- processing and application, in proceeding of the first international symposium on functionally gradient materials-Sedai Japan 1990.

T. Kant & K. Swaminathan. Estimation of transverse/interlaminar stresses in laminated composites - a selective review and survey of current developments. *Composite structures*, vol. 49, pages 65,75, 2000.

T. Hirai, Chapter 20, "Functional Gradient Materials", *Mater. Sci. and Tech.* vol. 17B, R.W. Chan, P. Hassen and E.J. Kramer(eds.), VCH, Weinheim, Germany 293, 1996.

Tanigawa Y. (1995), Some basic thermoelastic problems for nonhomogeneous structural materials, *Applied Mechanics Reviews*, 48, 287–300.

U. Icardi. Higher-order zig-zag model for analysis of thick composite beams with inclusion of transverse normal stress and sub laminates approximations. *Composites: Part B*, vol. 32, pages 343-354, 2001.

Uemura S. (2003), The activities of FGM on new applications, *Materials Science Forum*, 423–425, 1–10.

Van der Biest, O., Vandeperre, L, (1999), Electrophoretic deposition of materials“, *Ann. Rev. Mat. Sci.*, 29, 327–352.

Viet.Tung. Nguyen. « Modélisation globale et locale des structures multicouches par éléments finis de plaques ». Thèse de doctorat de l'école nationale des ponts et chaussées ,2004.

Vleugels, J., Anné, G., Put, S., Van der Biest, O., (2003), „Thick plate-shaped Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/ZrO<sub>2</sub> composites with a continuous gradient processed by electrophoretic deposition“, *Mat. Sci. Forum.*, 423–425, 171–176.

W.L. Yin. Interlaminar stress analysis of composite laminates using a sub laminate/layer model. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 31, no. 11, pages 1549, 1564, 1994.

Watanabe, Y., Yamanaka, N., Fukui, Y., (1998), „Control of composition gradient in a metal-ceramic functionally graded material manufactured by the centrifugal method“, *Composites Part A*, 29A, 595–601.

Watari F., Yokoyama A., Omori M., Hirai T., Kondo H., Uo M., and Kawasaki T. (2004), Biocompatibility of materials and development to functionally graded implant for bio-medical application, *Composites Science and Technology*, 64, 893–908.

Yin H.M., Sun L.Z., and Paulino G.H. (2004), Micromechanics-based elastic model for functionally graded materials with particle interactions, *Acta Materialia*, 52, 3535–3543.

Zhao, C., Vleugels, J., Vandeperre, L., Van Der Biest, O., (2000), Cylindrical Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/TZP functionally graded materials by EPD, *Brit. Cer. Trans.*, 99(6), 284–287.

**NOM : CHIKH**

**Prénom : ABDELBAKI**

**TITRE : Étude et analyse de la stabilité thermique des plaques épaisses en utilisant les théories non linéaires**

**NATURE : Doctorat**

### **RESUME**

Dans ce travail, une formulation analytique basée à la fois sur la théorie de déformation de cisaillement hyperbolique fonction de contrainte est présentée pour étudier la réponse non linéaire post-flambement des plaques symétriques fonctionnellement graduées reposant sur des fondations élastiques et soumises au plan de compression à des charges, thermique et thermomécanique. Les Propriétés élastiques du matériau sont fondées sur la loi de puissance sigmoïde et variant à travers l'épaisseur de la plaque (S-FG). Dans la formulation actuelle de Von Karman non-linéaire et l'imperfection géométrique initiale de la plaque sont également pris en compte. La forme de l'expression des charges de flambement et les conditions d'équilibre du post-flambement pour les plaques simplement appuyées sont obtenus en utilisant la méthode de Galerkin. Les effets de différents paramètres tels que le matériel, les caractéristiques géométriques, la température, les conditions aux limites, la raideur de la fondation et de l'imperfection de la capacité de chargement flambement mécanique et thermique et de post-flambement des plaques S-FG sont étudiées.

**Mots-clés :** Matériau fonctionnellement graduée - Post-flambement - La théorie de déformation de cisaillement hyperbolique -Fondation élastique - Imperfection.

**Laboratoire(s) de recherche :**

**Laboratoire Des Matériaux Et Hydrologie L'université Djillali Liabes De Sidi Bel Abbés**

**Directeur de thèse : Pr E. Adda Bedia**