



# REMERCIEMENTS

Je remercie Dieu le tout puissant de m'avoir donné courage et patience pour mener à bien ce travail, qu'il soit béni et glorifié.

Je remercie vivement Monsieur FELLAH Mohammed Karim, Professeur à l'université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbès (UDL-SBA) pour avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse. Ses remarques m'ont permis de corriger et de finaliser au mieux ce travail. Merci pour vos encouragements et vos recommandations.

Je suis également reconnaissant à Monsieur TALEB Nasreddine, Professeur à l'université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbès (UDL-SBA), pour l'intérêt qu'il a accordé à ce travail en acceptant de le juger et de présider le jury.

Je remercie aussi Monsieur MANSOURI Abdellah, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Oran (ENP-Oran), Monsieur MAZARI Benyounes, Professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf (USTO-MB), Monsieur SI MOHAMMED Mohammed Arezki, Directeur de recherche au Centre de Développement des Satellites (CDS), division de Mécanique Spatiale, et Monsieur AZAIZ Ahmed Professeur à l'université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbès (UDL-SBA); qui ont accepté de faire partie du jury.

Un grand merci également à tous mes collègues de CDS, enseignants, chercheurs, ... pour leur sympathie et leur convivialité au sein de la division.

J'aimerais enfin exprimer toute ma gratitude à mes amis et à ma famille dont les encouragements et le soutien n'ont jamais fait défaut.

Université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbés  
Faculté de Technologie  
Département d'Electronique

*Thème :*

Multi-mode de détermination et de contrôle d'attitude pour les  
microsatellites

*par :*

Mr. BELLAR Abdellatif

## *Résumé*

Le contrôle d'attitude constitue pour un microsatellite l'un des points les plus importants du Sous-Système de Détermination et de Contrôle d'Attitude et d'Orbite (SCAO). Il s'agit de contrôler l'orientation angulaire du satellite car il est important que le système optique (camera) reste pointée sur sa cible. Dans cette thèse nous avons présenté la théorie et l'implémentation des estimateurs d'attitude par un filtre de Kalman étendu utilisant les mesures des capteurs (magnétomètre, capteur solaire). Ensuite, nous proposons deux techniques de contrôle d'attitude, l'une utilisant des roues pour un pointage au nadir d'un satellite « stabiliser » par gradient de gravité et l'autre utilisant une des tuyères pour un satellite « agile ». Une étude comparative sera faite afin de valider et montrer l'intérêt et la robustesse de ces approches. Le travail de cette thèse est principalement axé sur le développement de techniques robustes de contrôle d'attitude pour microsatellite et notamment le développement d'algorithmes avancés pour l'estimation et le contrôle robuste d'attitude des microsatellites, en tenant compte de l'erreur de pointage et de la consommation d'énergie.

# Resume

Attitude control of a microsatellite is one of the most important points of the Control and Determination Attitude and Orbit (SCAO) Sub-System. This is to control the angular orientation of the satellite as it is important that the optical system (camera) is pointed at the target. In this thesis, we present the theory and implementation of attitude estimators attitude by the extended Kalman filter using the sensors measurements (magnetometer, solar). Then, we propose two techniques for attitude control, one using wheels for nadir pointing of a microsatellite stabilized by gravity gradient and the other using thrusters for an agile microsatellite. A comparative study will be conducted to validate and demonstrate the value and robustness of these approaches. The work of this thesis is principally focused on the development of robust techniques for microsatellites attitude control including the development of advanced algorithms for estimation and the robust attitude control of microsatellites taking into account the pointing error and energy consumption.

## ملخص

يعد التحكم في استقرار الحالة للأقمار الاصطناعية نقطة حساسة في نظام التحكم والتقدير. يتعلق الأمر بالتحكم في التوجه الزاوي (زوايا أولير) للأقمار الاصطناعية وذلك لأنه من المهم تصويب الكاميرا نحو هدفها، لأجل ذلك يمكن استعمال أنواع مختلفة من أجهزة الاستشعار والتحكم. في هذه الأطروحة قدمنا نظريات وتم انجاز خوارزميات للتقدير الإجمالي لحالة الأقمار الاصطناعية باستعمال مرشح كالمان الموسع، وهذا باستخدام القياسات المنبثقة من أجهزة الاستشعار في نظام التقدير وهي جهاز قياس شدة الحقل المغناطيسي الأرضي وجهاز التقاط الأنظمة الشمسية. بالإضافة إلى ذلك اقترحنا تقنيتين للتحكم في حالة الأقمار الاصطناعية، الأولى باستخدام عجلات الاستقرار للتوجه المباشر للأسفل لقمر اصطناعي مستقر بواسطة تدرج الجاذبية والثانية باستخدام نظام الدفع لقمر اصطناعي مرن. تجدر الإشارة إلى أنه تم إجراء دراسة مقارنة للتحقق من صحة ومتانة هذه التقنيات. إن عمل هذه الأطروحة يتمحور بشكل رئيسي على تطوير تقنيات التقدير والتحكم في حالة الأقمار الاصطناعية ذات الأحجام الصغيرة بما في ذلك تطوير خوارزميات متقدمة لتقدير حالة هذه الأقمار الاصطناعية مع الأخذ بعين الاعتبار أخطاء التقدير واستهلاك الطاقة.

## Publications et communications

### **-Publications**

**1. A. Bellar, M.K. Fella, A.M. SI Mohammed**

A Cold Gas Thruster Microsatellite Attitude Control, *Rev. Roum. Sci. Techn. – Électrotechn. et Énerg.*, 58, 4, pp. 395–404, Bucarest, 2013.

**2. A. Bellar, M.K. Fella, A.M. SI Mohammed**

Robust Attitude Control Using Fuzzy Sliding Mode for LEO Micro-satellite  
*International Review of Automatic Control (IREACO)*, Vol. 5. No. 2. pp. 247-254,  
ISSN: 1974-6059, Mars 2012.

**3. A. Bellar, B. Seba, A.M. SI Mohammed, M.N.Sweeting**

Three Axis Attitude Control Using Sliding Mode for LEO Microsatellite, *Latest Trends on Systems*, Vol. 1. pp. 181-185, ISSN: 1792-4235, July 2010.

**4. R. Roubache, M. Benyettou, A.M. Si Mohammed, A. Boudjemai, A. Bellar**

Impact of the orbital eccentricity on the attitude performance before and after the deorbiting phase for Alsat-1, *Advances in Space Research*, Vol. 53, Issue 3, pp. 474-489, February 2014.

### **-Communications**

**1. A. Bellar, M.K. Fella, A.M. SI Mohammed, R. Roubache**

Fuzzy sliding mode Controller for LEO microsatellite, 5<sup>th</sup> International Conference on Recent Advances in Space Technologies, 09-11 June 2011, Istanbul, Turkey.

**2. R. Roubache, M. Benyettou, A. M. SI Mohammed, A. Bellar**

Six State Kalman Filtering for LEO Microsatellite Attitude Determination, 13th IASME/WSEAS International Conference on Mathematical and Computational Methods in Science and Engineering (MACMESE '11), Recent Researches in Mathematical Methods in Electrical Engineering and Computer Science, Italy, 3-5 November, 2011.

## TABLE DES MATIERES

Résumé .....	I
Publications et Communications .....	III
Table des Matières.....	IV
Liste des Symboles .....	VII
Abréviations .....	X
Liste des Figures .....	XI
Liste des Tableaux .....	XIII
Introduction Générale .....	1
<b>Chapitre I: Notions de Bases de la Mécanique Orbitale</b>	
1.1 Introduction .....	6
1.2 Les Trois Lois de Kepler sur les Mouvements Orbitaux.....	6
1.2.1 Première loi de Kepler.....	7
1.2.2 Deuxième Loi de Kepler.....	7
1.2.3 Troisième Loi de Kepler.....	7
1.3 Les Six Éléments Orbitaux de Kepler .....	8
1.4 Repérage du Plan Orbital.....	8
1.5 Position et vitesse du satellite.....	9
1.5.1 Position du Satellite .....	9
1.5.2 Vitesse du Satellite .....	9
1.6 Perturbations .....	10
1.6.1 Attraction due au Potentiel Terrestre.....	11
1.6.2 Potentiel Luni-Solaire.....	12
1.6.3 Perturbations non Gravitationnelles .....	13
1.7 Dynamique Orbitale et Calculs d'Orbite d'un Satellite.....	13
1.7.1 Equations de Gauss du Mouvement Elliptique Perturbé.....	15
1.7.2 Equations de Lagrange .....	16
1.8 Générateur d'Orbite.....	19
1.9 Conclusion.....	20
<b>Chapitre II: Dynamique d'Attitude du Satellite et Couples de Perturbations Externes</b>	
2.1 Introduction .....	21
2.2 Système de Coordonnées.....	21
2.2.1 Repère Orbital Local .....	22
2.2.2 Repère Inertiel .....	22
2.2.3 Le Repère Satellite.....	22
2.3 Représentation d'Attitude.....	22
2.3.1 Angles d'Euler .....	23
2.3.2 Paramètres Symétriques d'Euler .....	25
2.4 Dynamique d'Attitude .....	26
2.4.1 Équations Dynamiques du Mouvement.....	27
2.4.2 Équations Cinématiques du Mouvement.....	28
2.5 Couples de Perturbations Externes.....	30

2.5.1 Couple de Gradient de Gravité .....	30
2.5.2 Couple Magnétique .....	34
2.5.2.1 Modèle du Champ Magnétique Terrestre (Modèle IGRF).....	34
2.5.2.2 Couple Magnétique.....	36
2.5.3 Couple Aérodynamique.....	36
2.5.4 Couple de Radiation Solaire .....	37
2.6 Résultats de Simulation .....	37
2.7 Conclusion .....	40
<b>Chapitre III: Détermination D'Attitude par le Filtre de Kalman</b>	
3.1 Introduction .....	42
3.2 Filtre de Kalman .....	43
3.2.1 Filtre de Kalman Discret .....	43
3.2.2 Filtre de Kalman Linéarisé .....	46
3.2.3 Filtre de Kalman Etendu.....	49
3.3 Estimation d'Attitude .....	50
3.3.1 Estimateur d'Attitude 6-Etat (Version Euler).....	50
3.3.1.1 Système d'Equation.....	50
3.3.1.2 Matrice de Transition .....	51
3.3.1.3 Matrice d'observation.....	52
3.3.1.4 Matrices de bruit de processus et d'observation.....	52
3.3.2 Algorithme du Filtre de Kalman EKF 6-Etat (Version Euler) .....	53
3.3.2.1 Cycle de propagation.....	53
3.3.2.2 Cycle de Correction.....	54
3.3.3 Estimateur d'Attitude 7-Etat (Version Quaternion) .....	55
3.3.3.1 Système d'Equation.....	55
3.3.3.2 Matrice de Transition .....	55
3.3.3.3 Matrice d'observation.....	58
3.3.3.4 Matrices de bruit de processus et d'observation.....	58
3.3.4 Algorithme du Filtre de Kalman EKF 7-Etat .....	59
3.3.4.1 Cycle de propagation.....	59
3.3.4.2 Cycle de Correction.....	60
3.4 Application et Résultats de Simulation .....	60
3.4.1 Mode Libration.....	62
3.4.2 Mode Spin .....	68
3.4.3 Comparaison du EKF 7-Etat et 6-Etat :.....	74
3.4.4 Simulations Statiques .....	76
3.5 Conclusion.....	79
<b>Chapitre IV: Contrôle d'Attitude à Pointage au Nadir par Mode Glissant Flou</b>	
4.1 Introduction .....	80
4.2 Description des Systèmes d'Alsat-1 .....	81
4.2.1 Sous Système de Contrôle d'Attitude et d'Orbite .....	82
4.2.2 Mesure d'Attitude.....	82
4.2.3 Moyens de Contrôle.....	83
4.2.4 Electroniques de Traitement.....	83
4.3 Généralités sur la Théorie du Contrôle par Mode Glissant .....	85
4.3.1 Structure par Commutation au Niveau de l'Organe de Commande .....	85
4.3.2 Structure par Commutation au Niveau d'une Contre Réaction d'Etat .....	85

4.3.3 Structure par Commutation au Niveau de l'Organe de Commande, Avec Ajout de la Commande Equivalente .....	86
4.4 Principe de la Commande à Structure Variable [72] [73] [92].....	87
4.4.1 Définition des Systèmes Non-Linéaires .....	87
4.4.2 Formulation des Expressions Générales de la Commande par Mode Glissant .	88
4.4.3 Calcul de la Commande U par Mode Glissant .....	91
4.4.4 Elimination du Phénomène du Chattering.....	92
4.5 Commande par Mode Glissant Flou.....	93
4.5.1 Conception du Contrôleur par Mode Glissant Flou (FSMC) .....	93
4.5.2 Description du Contrôleur Flou (FLC).....	94
4.5.3 Fuzzification ou Quantification Floue.....	94
4.5.4 Inférence .....	94
4.5.5 Défuzzification .....	95
4.5.6 Description du Contrôleur (TISO).....	95
4.6 Simulations et Résultats .....	97
4.6.1 Simulations Dynamiques.....	97
4.6.2 Simulations Statiques .....	103
4.7 Conclusion.....	106
<b>Chapitre V: Contrôle d'Attitude Agile par Système de propulsion</b>	
5.1 Introduction .....	107
5.2 Contrôle par Tuyères .....	108
5.2.1 Contrôleur Bang-Bang.....	108
5.2.2 Contrôleur Bang-Bang avec Zone Morte : .....	109
5.2.3 Contrôleur Bang-Bang à Temps Optimal.....	110
5.2.4 Contrôleur Trigger de Schmitt.....	110
5.2.5 Modulateurs d'Impulsions .....	110
5.2.5.1 Modulateur de Largeur d'Impulsions.....	110
5.2.5.2 Modulateur de Fréquence d'Impulsions.....	111
5.2.5.3 Modulateur à Pseudo-taux .....	111
5.2.5.4 Modulateur de Largeur d'Impulsions et de Fréquence d'Impulsions (PWPF) .....	112
5.3 Conception d'un Contrôleur de Largeur d'Impulsions et de Fréquence d'Impulsions à Logique Floue (FPWPFC).....	112
5.4 Simulation et Résultats .....	116
5.4.1 Mode Pointage au Nadir.....	117
5.4.1.1 Version Euler.....	117
5.4.1.2 Version Quaternion .....	120
5.4.2 Mode Agile .....	122
5.4.2.1 Version Euler .....	124
5.4.2.2 Version Quaternion .....	126
5.4.3 Simulations Statiques .....	128
5.5 Conclusion.....	130
Conclusion Générale et Perspectives.....	131
Bibliographie .....	133
Annexe A.....	142
Annexe B.....	145
Annexe C.....	150



## LISTE DES SYMBOLES

### Coordonnées de Référence

$X_s, Y_s, Z_s$	Axes des coordonnées dans le repère satellite
$X_0, Y_0, Z_0$	Axes des coordonnées dans le repère orbital
$X_I, Y_I, Z_I$	Axes des coordonnées dans le repère inertiel

### Opérateurs

C	Fonction cosinus
S	Fonction sinus
sign	Fonction signe
sat	Fonction de saturation
$\times$	Produit vectoriel de deux vecteurs
E	Fonction d'espérance
$\nabla$	Gradient d'un vecteur
$  $	Valeur absolue
$\frac{d}{dt}$	Fonction de dérivée par rapport au temps
$\wedge$	Valeur estimée

### Orbite et Environnement Spatial

e	Excentricité;
a	Demi grand axe de l'ellipse;
i	Inclinaison du satellite;
$\omega$	Argument du périégée;
$\Omega$	Ascension droite;
v	Anomalie vraie;
E	Anomalie excentrique.
r	Distance de la Terre au satellite
$\lambda$	Longitude du satellite;
$\varphi$	Latitude du satellite;
$R_T$	Rayon équatorial Terrestre 6378 [km]
$\rho$	Densité atmosphérique
V	Module du vecteur de vitesse de satellite
$S_{\text{réf}}$	Surface totale projetée
$R_{\text{CP}}$	Vecteur entre le centre masse et le centre de pression
$\mu$	Constante de pesanteur Terrestre

## Paramètres d'Attitude

$\varphi$	Angle de roulis
$\theta$	Angle de tangage
$\psi$	Angle de lacet
<b>A</b>	Matrice de transformation d'attitude
<b>Q</b>	Quaternion d'attitude
$q_1, q_2, q_3, q_4$	Composantes du quaternion d'attitude (référence orbitale)
$\Phi$	Angle de rotation d'Euler
<b>e</b>	Axe du vecteur d'Euler en coordonnées orbitales
$e_{ox}, e_{oy}, e_{oz}$	Axes des composantes d'Euler en coordonnées orbitales
<b>q<sub>e</sub></b>	Quaternion d'attitude d'erreur
$q_{1e}, q_{2e}, q_{3e}, q_{4e}$	Composantes du quaternion d'attitude d'erreur
<b>q<sub>c</sub></b>	Quaternion d'attitude de commande
$q_{1c}, q_{2c}, q_{3c}, q_{4c}$	Composantes du quaternion d'attitude de commande
$\omega_S^I$	Vitesse angulaire du satellite dans le repère inertielle
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	Composantes de vitesse angulaire dans le repère inertielle
$\omega_S^O$	Vitesse angulaire du satellite dans le repère orbital
$\omega_{ox}, \omega_{oy}, \omega_{oz}$	Composantes de vitesse angulaire dans le repère orbital
$\omega_0$	Vitesse angulaire orbitale
$\omega_0$	Vitesse angulaire orbitale moyenne
<b><math>\Omega</math></b>	Matrice de vitesse angulaire
<b><math>\Lambda(q)</math></b>	Matrice du quaternion-relative
<b>L</b>	Moment angulaire
$\omega_S^R$	Vitesse angulaire relative
$\omega_{Rx}, \omega_{Ry}, \omega_{Rz}$	Composantes de vitesse angulaire relative

## Valeurs du Moment d'Inertie de Satellite

<b>I</b>	Matrice d'inertie du satellite
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	Moments principaux de la matrice d'inertie
$I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$	Eléments non diagonaux de la matrice d'inertie

## Couples du Satellite

<b>C<sub>ext</sub></b>	Couple externe agissant sur un satellite
$C_x, C_y, C_z$	Composantes du couple externe
<b>C<sub>D</sub></b>	Couple de perturbations externes
$C_{dx}, C_{dy}, C_{dz}$	Composantes du couple de perturbations externes

$C_{GG}$	Couple de gradient de gravité
$C_{ggx}, C_{ggy}, C_{ggz}$	Composantes du couple de gradient de gravité
$C_M$	Couple magnétique
$C_{mx}, C_{my}, C_{mz}$	Composantes du couple magnétique
$C_T$	Couple appliqué par les tuyères
$C_{Tx}, C_{Ty}, C_{Tz}$	Composantes du couple appliqué par les tuyères
$C_{aero}$	Couple aérodynamique
$C_{radso}$	Couple de radiation solaire
$H$	Moment angulaire des roues de stabilisation
$h_x, h_y, h_z$	Composantes du moment angulaire des roues de stabilisation

### Magnétomètre et Paramètres de Champ Magnétique

$B$	Champ magnétique dans le repère inertiel
$B_x, B_y, B_z$	Composantes du champ magnétique
$B_o$	Champ magnétique dans le repère orbital local
$B_{ox}, B_{oy}, B_{oz}$	Composantes du champ magnétique dans le repère orbital local
$M$	Moment magnétique

### Paramètres du Filtre de Kalman

$x$	Vecteur d'état
$z$	Vecteur d'observation
$\Phi$	Matrice de transition
$H$	Matrice d'observation
$M_{smt}$	Vecteur d'entrée de mesure
$R$	Matrice de covariance du bruit de mesure
$Q$	Matrice de covariance du bruit du processus
$K$	Matrice gain de Kalman
$\hat{x}$	Estimation de $x$
$P$	Matrice de covariance de l'erreur d'estimation
$v$	Bruit de mesure
$w$	Bruit d'entrée
$\Delta T$	Temps d'échantillonnage

## ABBREVIATIONS

SSTL	Surrey Satellite Technology Ltd
IGRF	Géomagnétique International de Référence
EKF	Filtre de Kalman Etendu
EKF 7-Etat	Filtre de Kalman Etendu Sept Etat
EKF 6Etat	Filtre de Kalman Etendu Six Etat
EMQ	Erreur Moyenne Quadratique
PID	Proportionnelle Intégrale Dérivée
SMC	Contrôleur par Mode Glissant
FLC	Contrôleur Logique Floue
FSMC	Contrôleur par Mode Glissant Flou
PDBBC	Contrôleur Bang-Bang à Proportionnelle Dérivée
PDPWPFC	Contrôleur de Largeur d'Impulsion et Fréquence d'Impulsion à Proportionnelle Dérivée
FPWPFC	Contrôleur Largeur d'Impulsion et de Fréquence d'Impulsion à Logique Floue

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Illustration de la 2ème loi de Kepler.....	7
Figure 1.2 Représentation des Paramètres Orbitaux. ....	8
Figure 1.3 Orbite Képlérienne et Orbite Perturbée. ....	11
Figure 1.4 Modèle Harmonique Sphérique de degré 6, ordre 1 .....	12
Figure 1.5 Forces Perturbatrices Luni-Solaire .....	13
Figure 1.6 Repère de Gauss ( $\vec{R}, \vec{S}, \vec{w}$ ) .....	15
Figure 1.7 Algorithme du Générateur d'Orbite.....	20
Figure 2.1 Système de Coordonnées .....	23
Figure 2.2 Définition de la Rotation 2-1-3 .....	24
Figure 2.3 Définition des Angles d'Euler .....	25
Figure 2.4 Forces Gravitationnelles Exercées sur le Satellite .....	31
Figure 2.5 Composantes du Champ Magnétique Terrestre.....	35
Figure 2.6 Attitude d'Alsatsat-1 (Roulis, Tangage, Lacet).....	38
Figure 2.7 Vitesse Angulaire d'Alsatsat-1.....	39
Figure 2.8 Couple de Gradient de Gravité sans Mât .....	39
Figure 2.9 Champ Magnétique Terrestre (IGRF 2010).....	39
Figure 2.10 Couple Aérodynamique .....	40
Figure 2.11 Couple de Radiation Solaire. ....	40
Figure 3.1 Mécanisme de EKF.....	45
Figure 3.2 Estimation d'Attitude par EKF 6-Etat en Mode Libration .....	62
Figure 3.3 Estimation des Variations d'Attitude par EKF 6-Etat en Mode Libration.....	63
Figure 3.4 Estimation d'Attitude par EKF 7-Etat en Mode Libration .....	64
Figure 3.5 Estimation des Variations d'Attitude par EKF 7-Etat en Mode Libration.....	65
Figure 3.6 Erreur d'Estimation du EKF 6-Etat en Mode Libration .....	66
Figure 3.7 Erreur d'Estimation du EKF 7-Etat en Mode Libration .....	67
Figure 3.8 Estimation d'Attitude par EKF 6-Etat en Mode Spin.....	68
Figure 3.9 Estimation des Variations d'Attitude par EKF 6-Etat en Mode Spin.....	69
Figure 3.10 Estimation d'Attitude par EKF 7-Etat en Mode Spin.....	70
Figure 3.11 Estimation des Variations d'Attitude par EKF 7-Etat en Mode Spin.....	71
Figure 3.12 Erreur d'Estimation du EKF 6-Etat en Mode Spin.....	72
Figure 3.13 Erreur d'Estimation du EKF 7-Etat en Mode Spin.....	73
Figure 3.14 Mesures du Magnétomètre.....	74
Figure 3.15 Mesures du Capteur Solaire.....	74
Figure 3.16 Histogramme d'EMQ d'attitude (EKF 6-Etat) pour 10000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrences $N_1 + N_2 + \dots + N_{20} = 10\ 000$ ).....	77
Figure 3.17 Histogramme de l'EMQ d'attitude (EKF 7-Etat) pour 10000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrences $N_1 + N_2 + \dots + N_{20} = 10\ 000$ ).....	78
Figure 4.1 Le Microsatellite Algérien Alsatsat-1 .....	81
Figure 4.2 Zone de Visibilité du Satellite Alsatsat-1 .....	81
Figure 4.3 : Système Imageur d'Alsatsat-1 .....	82
Figure 4.4 Mesure d'Attitude d'Alsatsat-1 .....	83
Figure 4.5 Moyens de Contrôle d'Alsatsat-1 .....	84
Figure 4.6 Système de Contrôle d'Attitude et d'Orbite d'Alsatsat-1 .....	84
Figure 4.7 Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.....	85
Figure 4.8 Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état. ....	86
Figure 4.9 Structure de régulation par ajout de la commande équivalente .....	87
Figure 4.10 Convergence de la trajectoire vers la surface de commutation grâce à la discontinuité de la commande .....	88
Figure 4.11 Structure de base du contrôleur flou. ....	94

Figure 4.12 Distances $ c_p $ et $d$ du contrôleur flou (TISO).....	95
Figure 4.13 Fonctions d'appartenances utilisées par le contrôleur flou pour (a) la distance $c_p$ , (b) la distance $d$ , et (c) la commande $U_{\text{flou}}$ .....	97
Figure 4.14 Attitude Estimée en mode libration .....	99
Figure 4.15 Vitesse angulaire Estimée en mode libration.....	99
Figure 4.16 Estimation des angles de pointage pendant l'activation des roues (Y moment / Z réaction) pour (a) Roulis (b) Tangage et (c) Lacet .....	100
Figure 4.17 Erreur de Pointage du Roulis.....	101
Figure 4.18 Erreur de Pointage du Tangage.....	101
Figure 4.19 Erreur de Pointage du Lacet.....	101
Figure 4.20 Attitude estimée en phase de Contrôle d'amortissement de perturbations de la tuyère pour (a) Roulis (b) Tangage et (c) Lacet. ....	102
Figure 4.21 Histogramme de l'Ecart Type d'Erreur d'attitude utilisant FSMC pour 10000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrence $N1 + N2 + \dots + N20 = 10\ 000$ ). .....	104
Figure 4.22 Histogramme de l'Ecart Type d'Erreur de Vitesse d'Attitude utilisant FSMC pour 10000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrence $N1 + N2 + \dots + N20 = 10\ 000$ ). .....	105
Figure 5.1 Contrôleur bang-bang .....	108
Figure 5.2 Contrôleur bang-bang avec zone morte .....	109
Figure 5.3 Trigger de Schmitt .....	110
Figure 5.4 Modulation de largeur d'impulsions.....	111
Figure 5.5 Modulation de fréquence d'impulsion intégrale .....	111
Figure 5.6 Modulation à pseudo-taux .....	112
Figure 5.7 : Fonctions d'appartenances utilisées par le contrôleur flou pour (a) le quaternion d'erreur $q_e$ , (b) la vitesse angulaire $\omega_{BO}$ , et (c) la commande $U_c$ .....	113
Figure 5.8 Schéma d'un contrôleur de largeur d'impulsions et de fréquence d'impulsions à logique floue.....	114
Figure 5.9 Progression de l'Attitude pendant le pointage au nadir .....	117
Figure 5.10 Erreur d'Attitude pour pointage au nadir (version Euler).....	118
Figure 5.11 Activité des tuyères pendant les manœuvres de contrôle de pointage au nadir utilisant la version Euler pour (a) PDBBC, (b) PDPWPFC, (c) FPWPFC.....	119
Figure 5.12 Erreur d'Attitude pour pointage au nadir (version quaternion) .....	120
Figure 5.13 Activité des tuyères pendant les manœuvres de contrôle de pointage au nadir utilisant la version quaternion pour (a) PDBBC, (b) PDPWPFC, (c) FPWPFC. ....	121
Figure 5.14 Progression de l'Attitude pendant des manœuvres agiles.....	123
Figure 5.15 Erreur d'Attitude pour manœuvre agile (version Euler).....	124
Figure 5.16 Activité des tuyères pendant les manœuvres de contrôle agile utilisant la version Euler pour (a) PDBBC, (b) PDPWPFC, (c) FPWPFC.....	125
Figure 5.17 Erreur d'Attitude pour manœuvre agile (version quaternion) .....	126
Figure 5.18 Activité des tuyères pendant les manœuvres de contrôle agile utilisant la version quaternion pour (a) PDBBC, (b) PDPWPFC, (c) FPWPFC.....	127
Figure 5.19 Histogramme de consommation du carburant utilisant (a) PDBBC (b) PDPWPF (c) FPWPF pour 1000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrence $N1 + N2 + \dots + N20$ $= 1000$ ). .....	129
Figure B.1 Force Aérodynamique Agissant sur un Satellite .....	145
Figure B.2 Présentation de la Radiation Solaire.....	147
Figure B.3 Absorption et Réflexion de la Radiation Incidente .....	148
Figure C.1 Modèle Simulink d'un Simulateur d'Attitude.....	150
Figure C.3 Modèle Simulink du Couple de Gradient de Gravité.....	152
Figure C.4 Modèle Simulink du Couple Aérodynamique.....	153
Figure C.5 Modèle Simulink du Couple de Radiation Solaire.....	153

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Paramètres du simulateur d'attitude .....	37
Tableau 3.1 Paramètres de Simulation.....	61
Tableau 3.2 Erreur d'estimation du EKF 6-Etat en mode libration .....	75
Tableau 3.3 Erreur d'estimation du EKF 7-Etat en mode libration .....	75
Tableau 3.4 Erreur d'estimation du EKF 6-Etat en mode spin .....	76
Tableau 3.5 Erreur d'estimation du EKF 7-Etat en mode spin .....	76
Tableau 4.1 Caractéristiques techniques du magnétomètre embarqué sur Alsat-1 .....	83
Tableau 4.2 Caractéristiques techniques du capteur solaire embarqué sur Alsat-1.....	83
Tableau 4.3 Règles floues relatives au contrôleur FLC .....	96
Tableau 4.4 Paramètres de Simulation.....	98
Tableau 4.5 Erreur de pointage d'attitude et de vitesse angulaire.....	103
Tableau 5.1 Règles floues relatives au contrôleur.....	112
Tableau 5.2 Erreurs d'attitude et de vitesse angulaire pour pointage au nadir (version Euler). 117	
Tableau 5.3 Erreurs d'attitude et de vitesse angulaire pour le pointage au nadir (version quaternion).....	122
Tableau 5.4 Erreurs d'attitude et de vitesse angulaire pour le contrôle agile (version Euler)... 123	
Tableau 5.5 Erreurs d'attitude et de vitesse angulaire pour le contrôle agile (version quaternion) .....	128
Tableau C.1 Coefficients de Gauss d'IGRF d'ordre 10 pour l'année 2010.....	151

## **Introduction Générale**

Les technologies spatiales, et de façon plus particulière les systèmes d'observation de la Terre, constituent désormais des outils incontournables dans la problématique du développement durable qui vise à permettre à tout être humain de satisfaire ses besoins fondamentaux tout en préservant son environnement. A cet égard, l'Algérie et par son programme spatial a nettement mis l'accent sur l'utilisation des technologies spatiales pour améliorer les processus décisionnels dans différents domaines. En effet, notre pays de par sa situation géographique, son étendue, ses besoins doit disposer des moyens nécessaires à son développement économique, à la préservation de son environnement, à ses communications, à ses infrastructures et enfin à sa sécurité et à sa défense. La conquête de l'espace et les utilisations qui en découlent font que les technologies spatiales se sont insérées dans tous les domaines d'activité qui concourent au développement global.

Par ailleurs le centre de développement des satellites (CDS) constitue une entité opérationnelle de l'Agence Spatiale algérienne, il chargé de la conception, du développement et de la réalisation des systèmes spatiaux prévus dans la cadre du programme spatial national, notamment la mise à contribution de l'industrie nationale dans les domaines connexes des technologies spatiales, spécialement les domaines de l'électronique, de la mécanique, de l'optique, de l'informatique et des télécommunications. Les formations à l'université renforceront la mise en œuvre du Programme Spatial National Depuis sa création en 2007. Ce travail a été réalisé au sein du CDS et laboratoire de recherche ICEPS (Intelligent Control and Electrical Power Systems). Parmi les objectifs de l'ICEPS, la conception et la modélisation des méthodes de contrôle, développement de nouvelles techniques et algorithmes de commande, utilisation de la logique floue dans la conception d'instrumentation dite intelligente, amélioration et minimisation de la consommation de l'énergie dans des systèmes non linéaires déterministes et stochastiques. Le système de détermination et de contrôle d'attitude et d'orbite (SCAO) d'un satellite est l'un des systèmes qui fait appel à ces méthodes et algorithmes.

La fonction de restitution d'attitude a pour rôle l'estimation de certains paramètres caractéristiques de l'orientation du repère du satellite. Il s'agit principalement d'angles et de vitesses angulaires par rapport à un repère de référence. Ce dernier est un repère inertiel dans le cas des télescopes spatiaux, et un repère géocentrique dans le cas des satellites de



télécommunication ou d'observation de la Terre. Ces paramètres sont utilisés par le contrôle. L'estimation d'attitude a donc une influence sur le comportement de l'ensemble de la boucle du sous-système estimation et contrôle d'attitude du satellite. Ces derniers sont également retransmis à la station sol à travers la télémesure pour vérifier le comportement du satellite, ou pour corriger certaines données transmises par la charge utile. L'estimation d'attitude a pour données de base les mesures fournies par des capteurs ou des estimateurs [1][2][3]. Aux erreurs de mesure ou d'estimation près, chacune de ces données constitue une caractérisation partielle de l'attitude ou du vecteur de rotation instantané. Ainsi, par exemple : Un senseur stellaire fournit l'orientation de l'axe senseur par rapport à la direction d'une étoile. Un gyroscope délivre une composante du vecteur de rotation instantané le long de son axe de mesure. Un magnétomètre fournit les trois composantes du champ magnétique terrestre. Pour reconstituer l'attitude, on dispose souvent d'un nombre de caractérisations supérieur au minimum nécessaire. On se trouve alors avec un système surdéterminé. En fait, les différentes mesures sont entachées d'erreurs. Ainsi, le système mathématique, qu'il soit surdéterminé ou non, n'a pas de solution exacte. En d'autres termes, aucun couple de valeurs de l'attitude et du vecteur de rotation n'est strictement compatible avec l'ensemble des mesures obtenues. C'est alors, au sens d'un critère d'optimisation ou d'un critère statistique, que l'on reconstitue l'attitude globale à partir de ses caractérisations élémentaires, à travers un filtre d'estimation d'attitude. Les résultats obtenus sont alors mis en forme. En fonction de l'utilisation qui en est faite, on peut les exprimer dans tel ou tel repère, calculer la norme d'un vecteur de rotation, passer d'un type de caractérisation à un autre (par exemple des quaternions aux angles d'Euler).

Il existe deux grandes catégories de stabilisation, la stabilisation active et la stabilisation passive, la différence essentielle résidant dans le fait que la stabilisation passive ne dispose pas d'actuateurs capables de créer des couples de commandes [4].

Le but d'une stabilisation passive est d'utiliser, au mieux, l'action des lois de la dynamique ou directement des perturbations extérieures liées à l'environnement spatial, afin de rappeler le satellite vers son attitude nominale de mission, tout en s'affranchissant des autres effets perturbateurs. Outre l'action de rappel, il est nécessaire que les oscillations du mouvement du satellite autour de son attitude d'équilibre soient rapidement amorties. Il existe deux types de stabilisations passive ou semi passive : la stabilisation par spin et la stabilisation par gradient de gravité [4] [5] [6] [7] et [8].

Le but d'une stabilisation active est d'éliminer l'effet des couples perturbateurs et incorpore dans la boucle de contrôle des capteurs mesurant les erreurs d'attitude et des actionneurs capables d'appliquer des couples autour du centre de gravité et de maintenir le satellite dans l'attitude désirée. La fonction "contrôle actif d'attitude" est donc remplie par un ensemble d'équipements permettant la mesure d'attitude et la génération de couples de commande via les actionneurs, et un logiciel d'application implanté dans un ordinateur de bord, connecté aux électroniques des senseurs et actionneurs au travers d'une artère de données. On distingue essentiellement deux types de commande : la commande d'attitude à 3 axes par moment cinétique embarqué et la commande d'attitude à 3 axes actifs. La commande d'attitude 3 axes par moment cinétique embarqué utilise une roue cinétique. Pour des missions à pointage au Nadir, l'axe porteur du moment cinétique est placé suivant l'angle du tangage, ce qui assure une raideur gyroscopique des axes du plan formé par l'angle du roulis et du lacet. La commande d'attitude à 3 axes actifs utilise soit des roues de réaction [9] [10], soit des tuyères [11][12][13]. Le système d'estimation et de contrôle d'attitude du satellite est ainsi constitué des trois sous-ensembles principaux, à savoir, le sous-ensemble de mesure d'attitude, le sous-ensemble d'actionnement et le logiciel de vol.

Pour concrétiser notre travail, nous allons traiter un cas réel de petit satellite Alsat-1 qui est le premier microsatellite Algérien pour lequel nous disposons d'une banque de données. Alsat-1 [14] [15] [16] et [17] a été lancé le 28 novembre 2002 depuis la base de lancement russe de Plesetsk (à 800 km de Moscou). Alsat-1 est un microsatellite d'observation de la Terre de 90 Kg, il est placé à une altitude moyenne de 680 Km, sur une orbite circulaire inclinée de  $98.2^\circ$  par rapport à l'équateur. Alsat-1 est stabilisé, suivant les trois axes, à l'aide d'une roue à moment cinétique suivant le tangage et une roue à réaction suivant le lacet, avec deux magnéto-coupleurs redondants de 3 axes. Un mât de gradient de gravité est utilisé pour assurer une stabilité élevée de la plateforme.

Une autre famille de microsatellites de type Uosat est utilisée pour les manœuvres d'attitude agiles. Uosat sont conçus par Surrey Satellite Technology Limited en Grande Bretagne (SSTL). Le système d'estimation et de contrôle d'attitude est composé de trois roues à réaction/inertie avec des magnéto-coupleurs. Pour plus de détails techniques, on peut se référer à [6], [18] et [19].

Dans cette étude, le premier chapitre est consacré à la notion d'orbite dans le cas du mouvement képlérien. Après avoir défini l'orbite Képlérienne et les paramètres permettant

de décrire l'orbite et la position du satellite sur cette orbite, nous aborderons les différentes forces perturbatrices ainsi que les équations décrivant le mouvement elliptique perturbé.

Le deuxième chapitre présente le contexte cinématique et dynamique dans lequel sont appelés à fonctionner les systèmes d'estimation et de contrôle d'attitude : repères classiquement employés en mécanique spatiale, représentation de l'attitude et les différents couples de perturbations dynamique en orbite. Aussi, on présentera des simulations du mode libration illustrant l'attitude et les différents couples de perturbations dynamiques, leur ordre de grandeur et leurs effets.

Le troisième chapitre est consacré à l'application du filtre de Kalman étendu (version Euler et quaternion) 6 et 7 état pour l'estimation d'attitude et les vitesses angulaires correspondantes à partir d'un vecteur de mesure bruité pour un satellite stabilisé en trois axes et par gradient de gravité. Deux versions du filtre de Kalman sont présentées. La première est une version de quaternion. Le vecteur d'état à estimer est de dimension 7. La deuxième, est version d'Euler, le vecteur d'état à estimer est de dimension 6. Des analyses et études en termes de convergence, et d'erreur d'estimation seront faites pour valider et justifier le choix de la version du filtre.

Dans le quatrième chapitre, on s'intéressera aux lois de contrôle d'attitude par des roues de stabilisation basées sur la loi de contrôle en mode glissant flou (FSM) pour un mode de pointage d'attitude suivant trois axes.

Enfin, dans le cinquième chapitre, une loi de contrôle d'attitude par un système de propulsion sera présentée. Cette loi est basée sur la loi de la largeur d'impulsion et de la fréquence d'impulsion à logique floue (FPWPF) pour deux modes : un mode de pointage au nadir et un mode agile d'un microsatellite suivant les trois axes. Les lois de contrôle nécessitent les données de l'attitude estimée ainsi que les vitesses angulaires estimées à partir du magnétomètre et du capteur solaire. On montrera la robustesse et la stabilité des lois de contrôle d'attitude vis-à-vis des erreurs de modélisation et des perturbations externes.

*Notre contribution à travers ce travail est de présenter un estimateur d'attitude et de vitesse angulaire en deux versions (version d'Euler et version quaternion basée sur le filtrage de Kalman appelé 6 et 7 état). Le vecteur de mesure pour la détermination d'attitude provient du magnétomètre et du capteur solaire. On proposera des lois de*

*contrôle d'attitude par roues de stabilisation pour le pointage au Nadir ainsi que les manœuvres d'attitude suivant trois axes et enfin un contrôle agile par un système de propulsion suivant les trois axes, tout en minimisant la consommation du carburant. Les lois de contrôle d'attitude sont basées sur la logique floue combinée avec d'autres techniques.*

# Chapitre I

---

NOTIONS DE BASES DE LA  
MÉCANIQUE ORBITALE

## 1.1 Introduction

La mécanique spatiale est une science qui trouve ses racines dans les travaux de la mécanique céleste déjà amorcés depuis plusieurs siècles et dans ceux plus récents liés aux satellites artificiels qui ont connu un essor extraordinaire durant les trente années écoulées.

La mécanique spatiale se compose de techniques de pointe qui nécessitent de longues années de formation dans des domaines aussi divers que les repères de l'espace et du temps, les mesures et les contrôles d'attitude, les guidages et les navigations des engins spatiaux qui s'intéressent non seulement aux satellites mais aussi aux avions spatiaux.

La base mathématique de la détermination d'orbite d'un satellite est connue depuis les travaux de Kepler et Newton au 17<sup>ème</sup> siècle. Depuis pratiquement 400 ans, ces connaissances ont aidé à étudier le mouvement des corps célestes comme les planètes et leurs lunes. C'est seulement en cette fin de siècle que les mêmes lois ont été appliquées aux nouveaux satellites artificiels en orbite Terrestre. Grâce aux observations, Kepler a découvert trois lois fondamentales et établi ce qui est désormais connu comme les "paramètres orbitaux képlériens", qui utilisent six paramètres (certains sont présentés sur la figure 1.2 pour définir parfaitement la position du satellite dans l'espace. Ils sont définis de telle manière que cinq des six sont pratiquement stables dans le temps, le sixième seulement pouvant varier. C'est un avantage de calcul qui impose les paramètres orbitaux comme un outil quasi-universel utilisé par les agences spatiales pour décrire les orbites de leurs satellites.

Le but de ce chapitre est de définir le plus clairement possible le mouvement képlérien, le mouvement perturbé ainsi que les perturbations externes affectant l'orbite d'un microsatellite.

## 1.2 Les Trois Lois de Kepler sur les Mouvements Orbitaux

La description du mouvement des corps célestes, et des satellites artificiels, vient de l'astronome allemand J. Kepler (1571-1630), dont les trois fameuses lois forment les bases de la mécanique spatiale [\[20\]](#) [\[21\]](#) et [\[22\]](#).

### 1.2.1 Première loi de Kepler

Toute planète se déplace selon une orbite elliptique dont l'un des foyers est le soleil.

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} \quad (1.1)$$

$r$  : Module du vecteur de position ;

$a$  : Demi grand axe de l'ellipse.

$\theta$  : Angle par rapport à un axe de référence ;

$e$  : Excentricité.

### 1.2.2 Deuxième Loi de Kepler

Pour des périodes de temps égales, la ligne qui joint le soleil à la planète balaie des surfaces égales (figure 1.1).

$$2 \frac{ds}{dt} = r^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{constante} \quad (1.2)$$

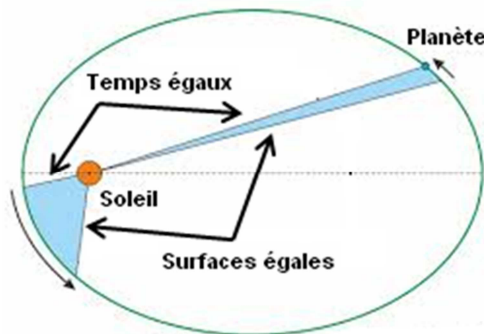


Figure 1.1 Illustration de la 2ème loi de Kepler

### 1.2.3 Troisième Loi de Kepler

Le carré de la période de révolution d'une planète est proportionnel au cube de la distance moyenne qui la sépare du soleil.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (1.3)$$

$\mu = GM$  ; avec  $G$  constante de gravitation universelle et  $M$  la masse du soleil.

### 1.3 Les Six Éléments Orbitaux de Kepler

La figure 1.2 illustre la définition des paramètres orbitaux.

- e : Excentricité;                      a : Demi grand axe de l'ellipse;
- i : Inclinaison du satellite;         $\omega$  : Argument du périégée;
- $\Omega$  : Ascension droite;
- E : Anomalie excentrique.

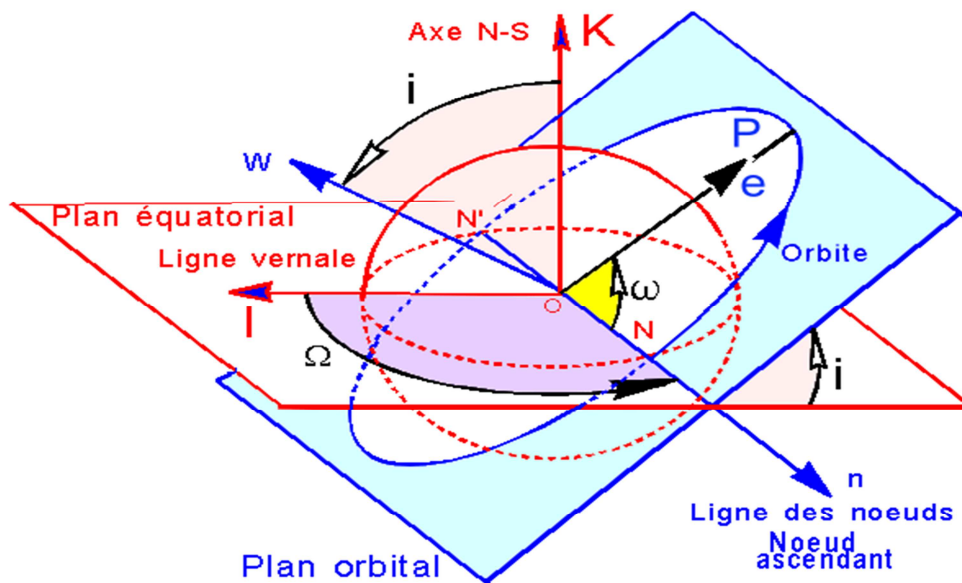


Figure 1.2 Représentation des Paramètres Orbitaux.

### 1.4 Repérage du Plan Orbital

Nous savons qu'avec une excellente approximation, le plan équatorial terrestre est fixe dans le repère inertiel IJK. Le plan orbital coupe le plan équatorial suivant une droite appelée ligne des nœuds.

- N : point où le satellite passe de l'hémisphère sud à l'hémisphère nord, s'appelle le nœud ascendant de l'orbite.
- N' : point où le satellite passe de l'hémisphère nord à l'hémisphère sud, s'appelle le nœud descendant de l'orbite.

Ces deux points sont importants dans les applications pratiques, parce que, d'une part, nous verrons que c'est le lieu des corrections d'inclinaison, mais ils délimitent également, pour les pays de l'hémisphère Nord, la zone utilisable.



### 1.5 Position et vitesse du satellite

Les paramètres orbitaux sont équivalents à trois coordonnées de position et trois coordonnées de vitesse susceptibles de fournir des conditions initiales à l'intégration des équations du mouvement. Par ailleurs, la position du satellite est repérée par les éléments orbitaux associés au repère inertiel.

#### 1.5.1 Position du Satellite

Les composantes de la position du satellite sont [23] :

$$\begin{aligned} x &= A_x(\cos E - e) + B_x \sin E \\ y &= A_y(\cos E - e) + B_y \sin E \\ z &= A_z(\cos E - e) + B_z \sin E \end{aligned} \tag{1.4}$$

Où  $A_x = a P_x$ ,  $A_y = a P_y$ ,  $A_z = a P_z$ , et  $B_x = a\sqrt{(1-e^2)} Q_x$ ,  $B_y = a\sqrt{(1-e^2)} Q_y$ ,  
 $B_z = a\sqrt{(1-e^2)} Q_z$

$$\begin{cases} P_x = \cos \Omega \cos \omega - \cos i \sin \Omega \sin \omega \\ P_y = \sin \Omega \cos \omega + \cos i \cos \Omega \sin \omega \\ P_z = \sin i \sin \omega \end{cases}, \quad \begin{cases} Q_x = -\cos \Omega \sin \omega - \cos i \sin \Omega \cos \omega \\ Q_y = -\sin \Omega \sin \omega + \cos i \cos \Omega \cos \omega \\ Q_z = \sin i \cos \omega \end{cases}$$

#### 1.5.2 Vitesse du Satellite

Les composantes de la vitesse sont [23] :

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{n.a}{r.A_x} \sin E + \frac{n.a}{r.B_x} \cos E \\ \dot{y} = -\frac{n.a}{r.A_y} \sin E + \frac{n.a}{r.B_y} \cos E \\ \dot{z} = -\frac{n.a}{r.A_z} \sin E + \frac{n.a}{r.B_z} \cos E \end{cases} \tag{1.5}$$

Il y a donc 6 paramètres orbitaux ( $a, e, i, \omega, \Omega, v$ ) définissant la position du satellite dans l'espace. Seul  $v$  change pour de courts intervalles de temps.

## 1.6 Perturbations

Il est clair qu'en première approximation, la trajectoire d'un satellite artificiel est une ellipse képlérienne dont l'un des foyers est occupé par la Terre. De nombreux phénomènes peuvent, néanmoins, entrer en ligne de compte pour venir perturber cette trajectoire naturelle (figure 1.3). La Terre n'est ni sphérique ni formée d'une succession de couches concentriques. Elle est dotée d'une atmosphère relativement dense qui peut contribuer à freiner les satellites, surtout si ces derniers ont un périégée à faible altitude. Enfin, la pression de radiation, le vent solaire, le flux de particules cosmiques et les éventuels chocs avec tout un tas d'objets, plus ou moins naturels, doivent être pris en compte lors de la coûteuse mise en station du satellite artificiel. De tous ces effets, la non sphéricité de la Terre et la déformation du champ de gravitation induite est la force principale [20] [21] [22].

Les satellites en orbite autour de la Terre sont perturbés d'une part par ces irrégularités d'origine gravitationnelle (hétérogénéité de la répartition des masses, phénomènes de marées océaniques et Terrestres, attraction des planètes du système solaire), et d'autre part par l'environnement dans lequel évolue le satellite, freiné par l'atmosphère ou poussé par la pression de radiation solaire et Terrestre.

Il existe deux types de perturbations fondamentales différentes :

Les accélérations perturbatrices d'origine gravitationnelle qui :

- s'expriment comme le gradient d'une fonction scalaire dite potentiel;
- ne dépendant pas de la masse du satellite;
- ne dépendant pas de la géométrie du satellite;
- ne permettant aucune possibilité de pilotage.

Les accélérations perturbatrices d'origine non gravitationnelle qui :

- dépendent des caractéristiques massiques et surfaciques du satellite;
- s'expriment, généralement, comme des sommes d'échanges microscopiques de quantité de mouvement s'effectuant localement sur la surface externe du satellite;
- se prêtent difficilement à une modélisation macroscopique;
- offrent des possibilités de pilotage du satellite.

Ces deux types de perturbations se traduisent par une évolution dans le temps des paramètres orbitaux Képlériens.

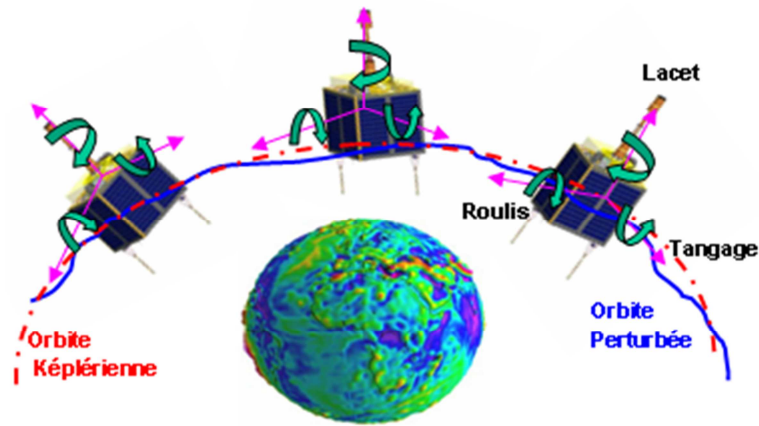


Figure 1.3 Orbite Képlérienne et Orbite Perturbée.

### 1.6.1 Attraction due au Potentiel Terrestre

La force principale est celle exercée par le potentiel Terrestre. Nous avons jusqu'ici supposé la Terre était sphérique et homogène mais la déformation et l'inhomogénéité de la Terre amène à représenter le potentiel Terrestre par un développement en harmoniques sphériques de la façon suivante [23] [24] [25] :

$$U(r, \lambda, \varphi) = \frac{\mu}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{+\infty} \left( \frac{R_T}{r} \right)^n \left[ J_n P_n(\sin \varphi) + \sum_{m=1}^{+\infty} (g_{nm} \cos m\lambda + h_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right] \right\} \quad (1.6)$$

- $r, \varphi, \lambda$  : Coordonnées sphériques d'un point extérieur à la Terre;
- $r$  : Distance de la Terre au satellite [km];
- $\lambda$  : Longitude du satellite;
- $\varphi$  : Latitude du satellite;
- $R_T$  : Rayon équatorial Terrestre 6378 [km];
- $\mu$  : Constante d'attraction de la Terre  $398603 \text{ [km}^3 / \text{s}^2\text{]}$ ;
- $J_n$  : Coefficient du  $n^{\text{ème}}$  terme zonal;
- $g_{nm}, h_{nm}$  : Coefficients du  $n^{\text{ème}}$  terme tesseral;
- $P_n, P_{nm}$  : Désignent les polynômes et les fonctions de Legendre;
- $J_2$  : Aplatissement de la Terre  $1,0827 \cdot 10^{-3}$ ;

On voit sur ce développement que les coefficients  $J_n$  sont liés à la latitude. Ce sont les harmoniques zonaux.

Par exemple, le premier harmonique  $J_2$  représente l’aplatissement de la Terre. Le second,  $J_3$ , la dissymétrie Nord-Sud.

Les coefficients  $g_{nm}$ ,  $h_{nm}$  sont liés à la longitude. Ce sont les harmoniques tesseraux.

Par rapport à la force centrale, le premier harmonique zonal  $J_2$  est de l’ordre de  $10^{-3}$ , alors que les autres coefficients sont de l’ordre ou inférieur à  $10^{-6}$ .

La figure 1.4 représente un exemple du potentiel Terrestre en harmonique sphérique.

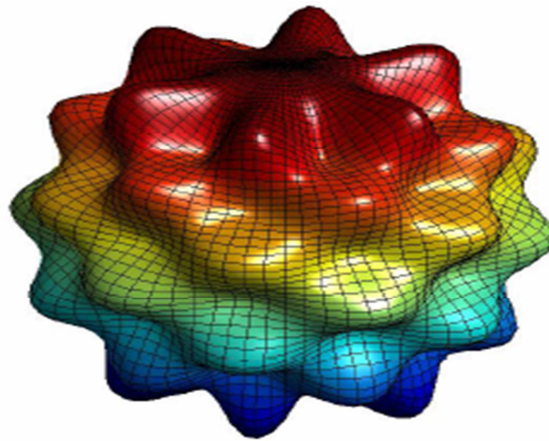


Figure 1.4 Modèle Harmonique Sphérique de degré 6, ordre 1

### 1.6.2 Potentiel Luni-Solaire

Les fonctions perturbatrices pour la lune ou pour le soleil (voir figure 1.5), s’écrivent sous la forme [22] [23] :

$$\mathfrak{R}_{LS} = \mu.m' \left( \frac{1}{\Delta'} - \frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3} \right) + \mu.m'' \left( \frac{1}{\Delta''} - \frac{xx''+yy''+zz''}{r''^3} \right) \quad (1.7)$$

Où

- xyz : Coordonnées du satellite;
- x'y'z' ou x''y''z'' : Coordonnées du corps perturbateur;
- r' ou r'' : Distance entre la Terre et le corps perturbateur [km];
- $\Delta'$  ou  $\Delta''$  : Distance entre le satellite et le corps perturbateur [km];
- r : Distance entre la Terre et le satellite [km].

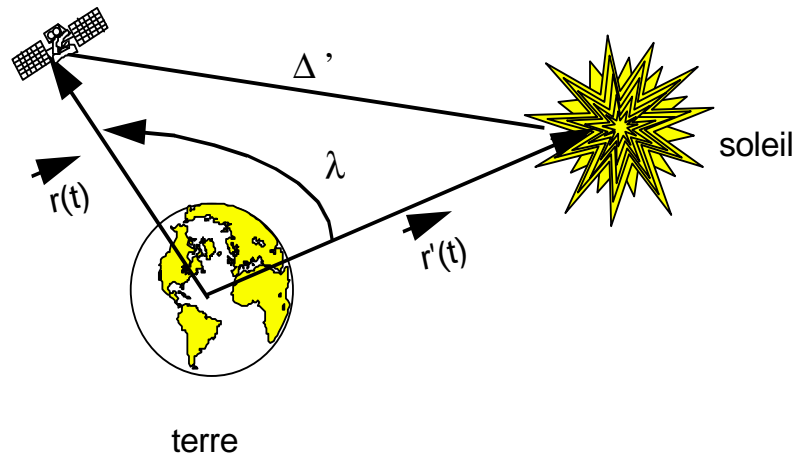


Figure 1.5 Forces Perturbatrices Luni-Solaire

Cette force d'origine gravitationnelle, ne modifie pas l'énergie de l'orbite. Elle n'engendre donc pas de perturbation sur le demi-grand axe. Elle est très importante par son effet sur l'inclinaison et pour le maintien à poste des satellites géostationnaires. Son effet de décentrement (attraction de la ligne des apsides) est tel que, pour un satellite très excentrique à bas périégée, elle peut provoquer sa rentrée.

### 1.6.3 Perturbations non Gravitationnelles

Les accélérations perturbatrices correspondantes dépendent de la masse et de la géométrie du satellite ainsi que de la densité atmosphérique et du flux solaire.

On distingue :

- \* Les forces de frottement atmosphérique;
- \* Les forces de pression de radiation solaire;
- \* Champ magnétique Terrestre.

### 1.7 Dynamique Orbitale et Calculs d'Orbite d'un Satellite

La dynamique orbitale, qui peut être considérée comme une branche de la Mécanique Céleste, est l'étude du mouvement des satellites artificiels : satellites de la Terre ou de tout autre Planète du système Solaire, ou encore sondes interplanétaires.

Cette spécialité trouve un intérêt majeur dans l'exploitation des missions spatiales d'observation de la Terre (ou des planètes), où la localisation précise du satellite, souvent à

quelques centimètres près par rapport à un réseau de stations d'observation Terrestres ou spatiales, est primordiale.

La détermination d'orbite est un problème de dynamique dont l'ingrédient fondamental est la loi de Newton qui relie la force  $F$ , la masse  $m$  et l'accélération.

Comme dans tout problème de dynamique, les deux questions à résoudre sont la modélisation des forces  $F$  et la résolution du système différentiel :

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{x}}(t) &= \gamma(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= \dot{\mathbf{x}}_0 \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0\end{aligned}\tag{1.8}$$

où  $\mathbf{x}(t)$  est le vecteur position dans l'espace classique à trois dimensions,  $t$  est le temps,  $\dot{\mathbf{x}}$  et  $\ddot{\mathbf{x}}$  sont les dérivées premières et secondes de  $\mathbf{x}$  par rapport au temps, respectivement les vecteurs vitesse et accélération.

Les problèmes relatifs au mouvement d'un satellite artificiel conduisent à résoudre un système d'équations différentielles (il s'agit du système du second ordre des équations différentielles du mouvement en coordonnées rectangulaires ou du système du premier ordre des équations de Lagrange et de Gauss en éléments orbitaux) pour en trouver des solutions, en générale approchées. Ainsi le but de la détermination d'orbite est d'obtenir les coordonnées d'un satellite (ou ses éléments orbitaux) en fonction du temps et des constantes d'intégration.

Pour cela, on peut adopter diverses techniques : utilisation des méthodes analytiques, méthodes d'intégration numérique, méthodes mixtes (semi-analytiques).

On a mis en évidence l'existence de deux types de perturbations fondamentalement différentes. Ces deux types de perturbations se traduisent par une évolution dans le temps des paramètres orbitaux Képlérien, mais du fait de la différence d'origine des accélérations, le calcul de cette évolution peut se faire de deux manières différentes [20], [23] :

- Pour des accélérations perturbatrices d'origines gravitationnelles, le second membre des équations de mouvement est un gradient. Il est possible de profiter de cette circonstance pour simplifier l'intégration des équations des mouvements, c'est l'approche des équations de Lagrange.

- Pour des accélérations d'origine non gravitationnelle, il faut exprimer les composantes de l'accélération dans un repère donné. On intègre alors des équations différentielles où interviennent ces composantes sans faire d'hypothèses sur leurs propriétés mathématiques. C'est l'approche des équations de Gauss.

Cette approche est plus générale que celle des équations de Lagrange car elle peut être également utilisée dans le cas de perturbations d'origine gravitationnelle, mais elle conduit souvent à des calculs plus lourds. Les équations de Gauss sont un outil très puissant d'analyse des effets de tout type de perturbations.

Les équations de Lagrange comme les équations de Gauss ont pour variables les paramètres orbitaux Képlériens. Ces paramètres étant constants dans le cas de perturbations nulles, on considère qu'ils sont lentement variables dans le cas de petites perturbations.

La méthode de Lagrange, comme celle de Gauss, s'inscrivent donc dans la catégorie des méthodes de perturbations. Ces méthodes sont généralement utilisées pour l'élaboration de modèles analytiques du mouvement du satellite (i.e., de formules entièrement analytiques rendant compte à toute date de la position et de la vitesse du satellite).

### 1.7.1 Equations de Gauss du Mouvement Elliptique Perturbé

Quelle que soit l'accélération perturbatrice  $\gamma$ , nous allons la décomposer sur les axes  $(\vec{R}, \vec{s}, \vec{w})$  d'un repère mobile d'origine S où  $\vec{R} = \frac{\vec{Q}}{Q}$ .  $\vec{s}$  est le vecteur unitaire orthogonal à  $\vec{R}$ . Ce vecteur est situé dans le plan osculateur (dans le sens de  $\vec{r}$ ),  $\vec{w} = \vec{R} \wedge \vec{s}$ , figure 1.6, [20], [21], [23].

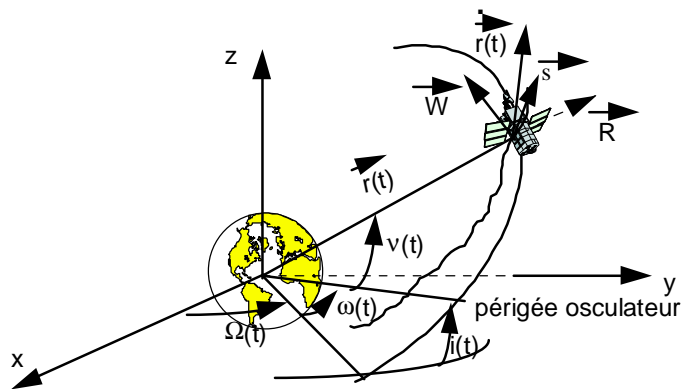


Figure 1.6 Repère de Gauss  $(\vec{R}, \vec{S}, \vec{w})$ .

Donc  $\vec{\gamma} = Q.\vec{R} + S\vec{s} + W.\vec{w}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{da}{dt} = \frac{2}{n.\sqrt{1-e^2}} \left[ Q.e.\sin v + \frac{a}{r}(1-e^2)S \right] \\ \frac{de}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{n.a} [Q.\sin v + S.(\cos E + \cos v)] \\ \frac{di}{dt} = \frac{1}{n.a.\sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \cos(\omega + v).W \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{n.a.\sin i.\sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \sin(\omega + v).W \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{n.a.e} \left[ -Q.\cos v + \left(1 + \frac{1}{1+e.\cos v}\right).S.\sin v \right] - \cos i.\frac{d\Omega}{dt} \\ \frac{dM}{dt} = n + \frac{1-e^2}{n.a.e} \left[ Q.\left(\frac{-2.e}{1+e.\cos v} + \cos v\right) - S.\left(1 + \frac{1}{1+e.\cos v}\right).\sin v \right] \end{array} \right. \quad (1.9)$$

où  $n^2 a^3 = \mu$

### 1.7.2 Equations de Lagrange

Les équations de Lagrange sont une forme particulière des équations de Gauss, lorsqu'on suppose que la force perturbatrice est un gradient. Elles sont données par le système sous la forme vectorielle, avec une matrice des seconds membres antisymétriques.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a \\ e \\ i \\ \Omega \\ \omega \\ M-nt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{na} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\sqrt{1-e^2}}{na^2e} & \frac{1-e^2}{na^2e} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} & \frac{\cos i}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2} & \frac{-\cos i}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{na} & -\frac{(1-e^2)}{na^2e} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial a} \\ \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial e} \\ \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial i} \\ \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \Omega} \\ \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \omega} \\ \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial M} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

où  $\mathfrak{R}$  est le potentiel perturbateur calculé par  $\mathfrak{R}(r, \varphi, \lambda) = U(r, \varphi, \lambda) - \frac{\mu}{r}$

U : le potentiel total.



Donnons le développement en  $J_2$  de la fonction  $R_{J_2}$  par une méthode élémentaire que l'on pourra appliquer à chaque fois que la fonction perturbatrice n'est pas très importante [21].

$$\mathfrak{R}_{J_2} = \mu \frac{R_T^2}{r^3} J_2 P_2(\sin \varphi) = \mu \frac{R_T^2}{r^3} J_2 \left( \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi \right) \quad (1.11)$$

on a :  $\sin \varphi = \sin i \sin(\omega + \nu)$

où  $\sin^2 \varphi = \sin^2 i \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2(\omega + \nu) \right)$

d'où

$$\mathfrak{R}_{J_2} = \mu \frac{R_T^2}{r^3} J_2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \sin^2 i \right) \frac{a^3}{r_t^3} + \frac{3}{4} \sin^2 i \frac{a^3}{r_t^3} \cos(2\omega + 2\nu) \right] \quad (1.12)$$

L'Eq. (1.12) s'exprime en fonction des éléments elliptiques. Pour établir les équations de Lagrange, on est conduit à calculer les dérivées partielles de cette quantité par rapport à chacun des éléments.

Après une succession de transformations, on écrit la fonction perturbatrice relative au terme en  $J_2$  par :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_{J_2} = & \frac{\mu R_T^2 J_2}{a^3} \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \sin^2 i \right) \left[ (1 - e^2)^{-\frac{3}{2}} + \left( 3e + \frac{27}{8} e^3 + \dots \right) \cos M + \left( \frac{9}{2} e^2 + \frac{7}{2} e^4 + \dots \right) \cos 2M \right. \right. \\ & + \left. \left( \frac{53}{8} e^3 + \dots \right) \cos M + \left( \frac{77}{8} e^4 + \dots \right) \cos 4M + \dots \right] + \frac{3}{4} \sin^2 i \left[ \left( \frac{e^4}{24} + \dots \right) \cos(2\omega - 2M) \right. \\ & + \left. \left( \frac{e^3}{48} + \dots \right) \cos(2\omega - M) + 0 \cos 2\omega \right. \\ & + \left. \left( \frac{-e}{2} + \frac{e^3}{16} + \dots \right) \cos(2\omega + M) + \left( 1 - \frac{5}{2} e^2 + \frac{13}{16} e^4 + \dots \right) \cos(2\omega + 2M) \right. \\ & + \left. \left( \frac{7}{2} e - \frac{123}{16} e^3 + \dots \right) \cos(2\omega + 3M) + \left( \frac{17}{2} e^2 - \frac{115}{6} e^4 + \dots \right) \cos(2\omega + 4M) \right. \\ & + \left. \left( \frac{845}{48} e^3 + \dots \right) \cos(2\omega + 5M) + \left( \frac{533}{16} e^4 + \dots \right) \cos(2\omega + 6M) + \dots \right] \end{aligned} \quad (1.13)$$

En utilisant le système de Lagrange, on aura donc :

$$\frac{da}{dt} = \frac{n R_T^2}{a} J_2 \left[ \left( \frac{9}{2} \sin^2 i - 3 \right) e \sin M + \frac{3}{2} \sin^2 i \left( \frac{e}{2} \sin(2\omega + M) \right) - 2 \sin(2\omega + 2M) - \frac{21}{2} e \sin(2\omega + 3M) \right] \quad (1.14.a)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{n R_T^2}{a} J_2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \sin^2 i \right) (-3 \sin M - 9e \sin 2M) + \frac{4}{3} \sin^2 i \left[ -\frac{1}{2} \sin(2\omega + M) + e \sin(2\omega + 2M) \right. \right. \quad (1.14.b)$$

$$-\frac{7}{2}\sin(2\omega + 3M) - 17e\sin(2\omega + 4M)]$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{3}{4} \frac{n.R_T^2}{a^2} J_2 \sin i \cos i [e \sin(2\omega + M) - 2 \sin(2\omega + 2M) - 7e \sin(2\omega + 3M)] \quad (1.14.c)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{3}{2} \frac{n.R_T^2}{a^2} J_2 \cos i \left[ -(1-e^2)^{-2} - 3e \cos M - \frac{e}{2} \cos(2\omega + M) + \cos(2\omega + 2M) + \frac{7}{2} e \cos(2\omega + 3M) \right] \quad (1.14.d)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} = & \frac{n.R_T^2}{a^2} J_2 \left[ \left(3 - \frac{15}{4} \sin^2 i\right) (1-e^2)^{-2} + \left[ \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 i\right) \left(\frac{3}{e} + \frac{69}{8} e\right) + \frac{9e}{2} \cos^2 i \right] \cos M \right. \\ & + \left. \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \sin^2 i\right) (9 \cos 2M + \frac{159}{8} e \cos M) + \frac{3}{64} e \sin^2 i \cos(2\omega - M) + \left[ \frac{3}{4} \sin^2 i \left(-\frac{1}{2e} + \frac{7e}{16}\right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{3}{4} e \cos^2 i \right] \cos(2\omega + M) - \frac{3}{2} \left(1 + \frac{3}{2} \sin^2 i\right) \cos(2\omega + 2M) \right. \\ & \left. + \left[ \frac{3}{4} \sin^2 i \left(\frac{7}{2e} - \frac{357e}{16}\right) - \frac{21}{4} e \cos^2 i \right] \cos(2\omega + 3M) \right. \\ & \left. + \frac{3}{4} \sin^2 i \left[ 17 \cos(2\omega + 4M) + \frac{845}{16} e \cos(2\omega + 5M) \right] \right] \quad (1.14.e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} = & \int -\frac{3}{2} \frac{n}{a} \frac{da}{dt} dt + \frac{n.R_T^2 J_2}{a^2} \left[ \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \sin^2 i\right) \left[ \frac{3}{(1-e^2)^2} + \left(\frac{-3}{e} + \frac{87e}{8}\right) \cos M - 9 \cos 2M - \frac{159}{8} e \cos 3M \right] \right. \\ & \left. + \frac{3}{4} \sin^2 i \left[ -\frac{e}{16} \cos(2\omega - M) + \left(\frac{1}{2e} - \frac{59e}{16}\right) \cos(2\omega + M) + 1 \cos(2\omega + 2M) + \left(-\frac{7}{2e} - \frac{76e}{16}\right) \cos(2\omega + 3M) \right. \right. \\ & \left. \left. - 17 \cos(2\omega + 4M) - \frac{845}{16} e \cos(2\omega + 5M) \right] \right] \quad (1.14.f) \end{aligned}$$

Pour connaître le mouvement réel du satellite, il faut donc intégrer ces équations différentielles en appliquant la méthode d'intégration itérative de Kozai au cas d'un potentiel perturbateur Terrestre réduit au terme de  $\mathfrak{R}_{J_2}$ .

Pour les termes séculaires, le principe de l'intégration du système d'Eq. (1.14) impose que l'on substitue dans les seconds membres une première solution et que l'on intègre.

Nous allons donc prendre pour système différentiel réduit, le système précédent d'équation dont on ne conserve dans le second membre que les termes indépendants de  $M$ . Ceci donne :

$$\frac{da}{dt} = 0 \quad (1.15.a)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3 n_0 R_T^2 J_2 \cos i}{2 a^2 (1-e^2)^2} \quad (1.15.b)$$

$$\frac{de}{dt} = 0 \quad (1.15.c)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{n_0 R_T^2 J_2}{a^2 (1-e^2)^2} \left(3 - \frac{15}{4} \sin^2 i\right) \quad (1.15.d)$$

$$\frac{di}{dt} = 0 \quad (1.15.e)$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{n_0 R_T^2 J_2}{a^2 (1-e^2)^2} \left(\frac{3}{2} - \frac{9}{4} \sin^2 i\right) \quad (1.15.f)$$

La solution du système d'Eq. (1.15) est immédiate. Les éléments métriques  $a = a_0, e = e_0, i = i_0$  sont des constantes. On posera aussi  $n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a_0^3}}$

D'où :

$$\begin{aligned} \Omega &= \Omega_0 - \frac{3 n_0 R_T^2 J_2 \cos i_0}{2 a_0^2 (1-e_0^2)^2} t = \bar{\Omega} \\ \omega &= \omega_0 + \frac{3 n_0 R_T^2 J_2}{4 a_0^2 (1-e_0^2)^2} (4 - 5 \sin^2 i_0).t = \bar{\omega} \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$M = M_0 + n_0 t + \frac{n_0 R_T^2 J_2}{a_0^2 (1-e_0^2)^2} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i_0\right).t = \bar{M}$$

### 1.8 Générateur d'Orbite

La figure 1.7 représente l'algorithme du générateur d'orbite. Ce générateur tient compte de plusieurs types de perturbations pour générer les paramètres orbitaux (demi-grand axe, excentricité, inclinaison du satellite, ascension droite, argument du périégée et anomalie moyenne), ainsi que la position et la vitesse du satellite.

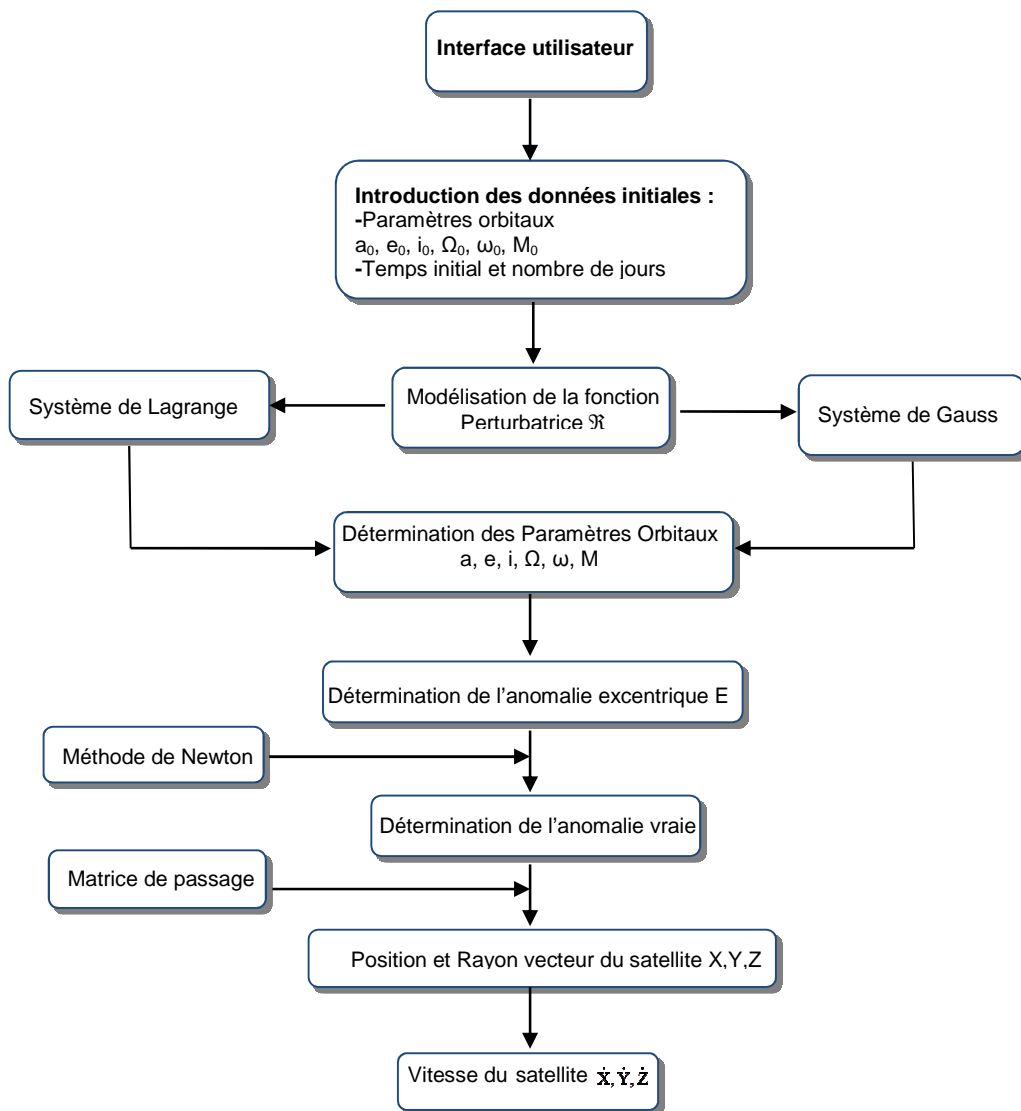


Figure 1.7 Algorithme du Générateur d’Orbite.

### 1.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un générateur d’orbite, car il s’agissait de résoudre un système d’équations de Lagrange et de Gauss en éléments orbitaux. Ce générateur permet de générer les paramètres orbitaux (demi-grand axe, excentricité, inclinaison du satellite, ascension droite, argument du périégée et anomalie moyenne), ainsi que la position et la vitesse du satellite. Ce générateur tient compte de plusieurs types de perturbations (potentiel terrestre, potentiel luni-solaire, perturbations non gravitationnelles). Ce générateur a une grande importance pour le deuxième chapitre notamment dans le calcul d’attitude et les couples de perturbations externes agissant sur le satellite.

# Chapitre II

---

DYNAMIQUE D'ATTITUDE DU  
SATELLITE ET COUPLES DE  
PERTURBATIONS EXTERNES

## 2.1 Introduction

Sur son orbite, le satellite est soumis à des couples de perturbations externes. On doit donc toujours stabiliser l'attitude contre ces efforts. Il est nécessaire d'utiliser des actionneurs (roues de réactions, tuyères, magnéto-coupleurs...) pour agir sur cette orientation de façon à assurer un pointage particulier. Le contrôle d'attitude doit habituellement être autonome ou semi-autonome. Un mélange d'estimation d'attitude et d'algorithmes de commande est nécessaire : ceux-ci prennent les mesures des senseurs comme entrées, calculent l'attitude et la vitesse angulaire du satellite, et renvoient ensuite des commandes aux actuateurs pour maintenir ou stabiliser cette attitude, ou diriger le satellite vers une nouvelle attitude [4].

Plusieurs notions sont à maîtriser nécessairement pour étudier les problèmes techniques du SCAO (Système de Détermination et de Contrôle d'Attitude et d'Orbite) :

- Dynamique d'attitude ;
- Développement des senseurs et des actuateurs ;
- Algorithmes de détermination d'attitude et méthodes stochastiques d'estimation ;
- Algorithmes de contrôle.

La génération actuelle des vaisseaux spatiaux exige une précision de contrôle d'attitude suffisante pour fournir un pointage acceptable. Le calibrage en ligne du matériel de contrôle d'attitude est souvent nécessaire pour satisfaire cette exigence de haute précision du SCAO. Si ces systèmes ne sont pas dans l'orbite correctement calibrée, une erreur significative de contrôle d'attitude peut en résulter.

Dans ce chapitre, nous présentons les systèmes de coordonnées utilisés pour décrire l'orientation du vaisseau spatial, la représentation de l'attitude puis les équations dynamiques et cinématiques du mouvement d'un satellite.

## 2.2 Système de Coordonnées

Divers systèmes de coordonnées seront utilisés pour décrire l'orientation du vaisseau spatial pendant la modélisation de la dynamique du satellite. Trois repères de référence ont été choisis pour modéliser la dynamique du microsatellite : un repère orbital local, un repère inertiel et un repère de satellite [26] [27].

### 2.2.1 Repère Orbital Local

Suivant les trois axes, le trièdre  $(X_0, Y_0, Z_0)$  définit le repère orbital local (voir figure 2.1). La direction de l'axe  $Z_0$  est vers le centre de la Terre (c.-à-d. la direction du Nadir), la direction de l'axe  $Y_0$  est anti-normale du plan orbital et l'axe  $X_0$  pour accomplir l'ensemble orthogonal. Bien que ce repère soit défini avec son origine au centre de la masse, il tourne autour du plan orbital et il n'est pas fixé dans le satellite. Par conséquent, l'axe  $Z_0$  sera toujours pointé à la direction de Nadir.

### 2.2.2 Repère Inertiel

Le repère inertiel est défini par ces principaux axes. Son origine est située au centre de la Terre, la direction de  $Y_1$  est anti-normale du plan orbital, semblable à l'axe  $Y_0$ . L'axe  $Z_1$  est normal au plan de l'équateur et orienté vers le Nord. L'axe  $X_1$  accomplira l'ensemble orthogonal (voir figure 2.1). Ce repère de référence est utilisé principalement pour décrire la latitude et la longitude du centre de masse du satellite pendant qu'il se déplace sur son orbite.

### 2.2.3 Le Repère Satellite

Un troisième ensemble d'axes  $(X_s, Y_s, Z_s)$  définit le repère satellite (voir figure 2.1), l'origine de ce repère est situé au centre de masse du satellite. Le repère satellite est défini tel qu'il est fixé dans le corps du satellite et sera utilisé ainsi pour déterminer l'orientation du satellite et pour simplifier la représentation et la modélisation dynamique du satellite durant les différentes phases de la mission.

## 2.3 Représentation d'Attitude

Il y a plusieurs représentations pour décrire l'orientation du satellite. La représentation d'angle d'Euler qui est claire pour l'interprétation géométrique, en particulier pour de petites rotations. Les angles d'Euler sont également souvent présentés comme paramètres d'entrée et de sortie pendant les calculs d'attitude. D'ailleurs, les angles d'Euler sont utiles pour trouver une solution analytique aux équations du mouvement dans plusieurs cas simples.

Dans ces cas, on peut calculer la rotation absolue du satellite, exprimée en axes relatifs. Pour obtenir l'orientation, il faut encore un pas d'intégration et ce n'est pas le plus facile, car il fait intervenir le paramétrage angulaire. Or, l'expérience montre qu'aucun système d'angles n'est parfait et qu'il présente toujours au moins une singularité géométrique face à une orientation quelconque.

Seuls les quaternions d'attitude donneront une solution dans tous les cas [4].

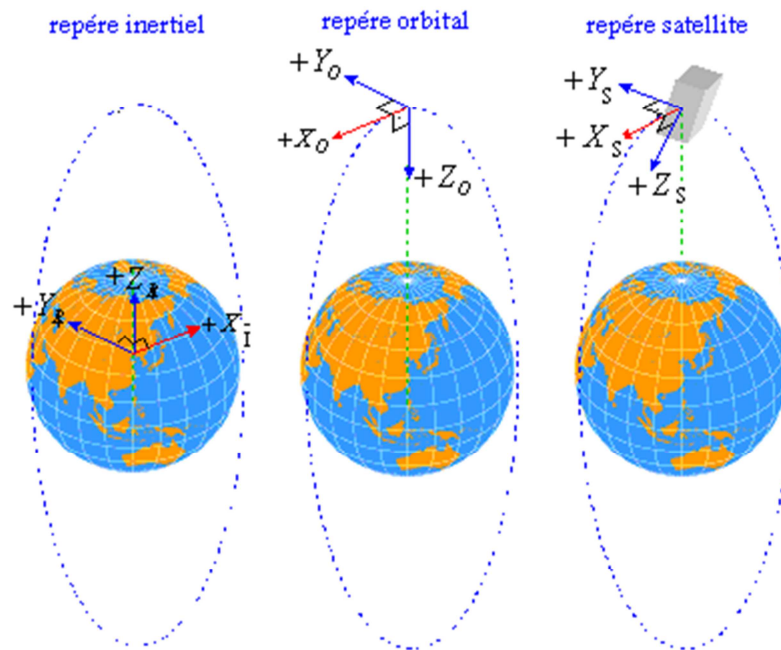


Figure 2.1 Système de Coordonnées

### 2.3.1 Angles d'Euler

En commun avec les bateaux et les avions, l'orientation d'un vaisseau spatial peut être définie par trois angles (roulis, tangage et lacet). Ces angles sont obtenus à partir d'une séquence des rotations positives droites d'un repère inertiel  $(X_I, Y_I, Z_I)$  à un repère satellite. Il y a 12 cas possibles de rotation qui peuvent être exprimées en utilisant des angles d'Euler. Un exemple d'une rotation de la séquence 2-1-3 est donné sur la figure 2.2. La première rotation est autour de l'axe  $Y_I$ , ceci définit un angle de tangage  $\theta$ . La deuxième rotation est une rotation autour de l'axe  $L$ , ceci définit un angle de roulis  $\phi$ . La dernière rotation est autour de l'axe  $Z_S$ , ceci définit un angle de lacet  $\psi$  [28].



Le passage du trièdre orbital local au trièdre lié au satellite se fait par l'intermédiaire des angles d'Euler ( $\theta$ ,  $\phi$  et  $\psi$ ) et suivant la matrice de changement de base :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta + s\psi s\phi s\theta & s\psi c\phi & -c\psi s\theta + s\psi s\phi c\theta \\ -s\psi c\theta + c\psi s\phi s\theta & c\psi c\phi & s\psi s\theta + c\psi s\phi c\theta \\ c\phi s\theta & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Où,

$\phi$  = angle de roulis ;  $\theta$  = angle de tangage ;  $\psi$  = angle de lacet ;

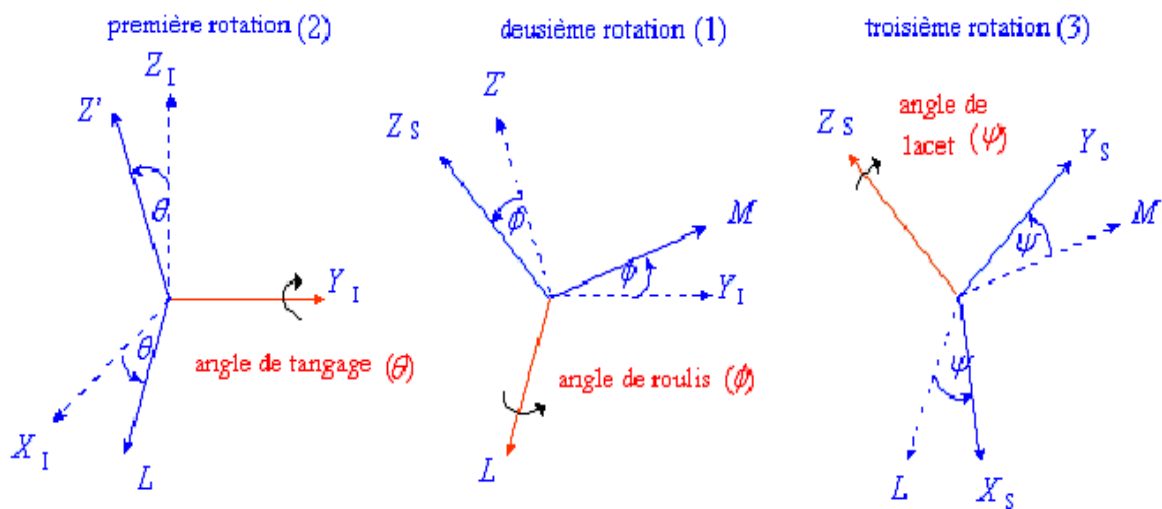


Figure 2.2 Définition de la Rotation 2-1-3

Pour un satellite pointé à la Terre, la matrice d'attitude  $\mathbf{A}$  transforme le vecteur vertical local et horizontal local (c.-à-d. les coordonnées orbitales) en coordonnées de repère satellites (voir figure 2.3). Les angles de rotation  $\psi$ ,  $\theta$  et  $\phi$  sont appelés respectivement lacet, tangage, et roulis.

Les équations cinématiques pour les angles d'Euler impliquent des fonctions trigonométriques non-linéaires et un coût d'implémentation élevé. Les angles deviennent non définis pour quelques rotations, ce qui peut poser des problèmes en application du filtre de Kalman. En raison de ces difficultés, des coordonnées d'attitude sont produites par l'intégration des équations cinématiques de quaternion. Les développements qui suivent

présentent une théorie mathématique qui permet de s'affranchir des configurations angulaires singulières.

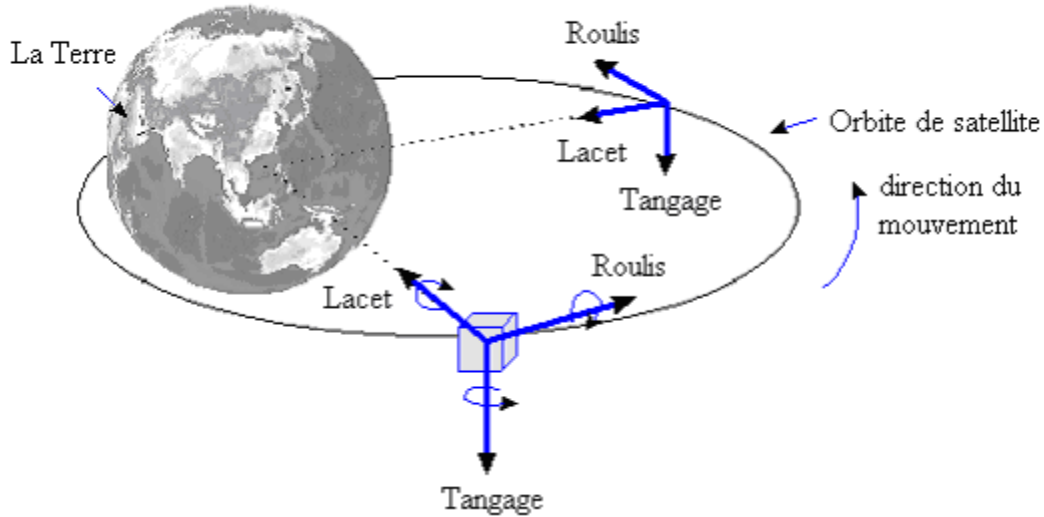


Figure 2.3 Définition des Angles d'Euler

### 2.3.2 Paramètres Symétriques d'Euler

Selon le théorème d'Euler, une rotation autour d'un corps rigide peut être exprimée comme une rotation par un angle ( $\Phi$ ) d'un axe fixe ( $\mathbf{e}$ ). Par conséquent, la matrice de rotation d'attitude  $\mathbf{A}$  peut être obtenue par la rotation d'angle  $\Phi$  autour de l'axe fixe  $\mathbf{e}$ .

Les paramètres symétriques d'Euler  $q_1, q_2, q_3, q_4$  en termes d'angle  $\Phi$  et l'axe de rotation  $\mathbf{e}$  sont donnés par : [4] [29][30]

$$\begin{aligned} q_1 &\equiv e_{ox} \sin\left(\frac{1}{2}\Phi\right) & q_2 &\equiv e_{oy} \sin\left(\frac{1}{2}\Phi\right) \\ q_3 &\equiv e_{oz} \sin\left(\frac{1}{2}\Phi\right) & q_4 &\equiv \cos\left(\frac{1}{2}\Phi\right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Où,

$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4]^T =$  vecteur du quaternion d'attitude ;

$\mathbf{e} = [e_{ox} \quad e_{oy} \quad e_{oz}]^T =$  vecteur d'Euler dans le repère orbital ;

$\Phi =$  angle de rotation autour du vecteur d'Euler.

Les quatre paramètres symétriques d'Euler ne sont pas indépendants, mais satisfont la propriété suivante :

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (2.3)$$

La matrice de rotation (équation (2.1)) est exprimée en termes de paramètres symétriques d'Euler comme suit :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Cette expression ne contient aucune fonction trigonométrique qui exige un calcul lourd.

A partir de l'Eq. (2.1) et (2.4), il est possible d'établir une relation entre les deux représentations.

Si la représentation de quaternion est utilisée, les angles tangage, roulis et lacet respectivement peuvent être calculés comme suit :

$$\theta = \arctan \left\{ \frac{A_{31}}{A_{33}} \right\} ; \quad \varphi = \arcsin \{ -A_{23} \} ; \quad \psi = \arctan \left\{ \frac{A_{12}}{A_{22}} \right\} \quad (2.5)$$

Si la représentation d'angle d'Euler est connue, la matrice d'Eq. (2.1) peut être utilisée pour calculer les paramètres de quaternion :

$$\begin{aligned} q_4 &= \frac{1}{2} [1 + A_{11} + A_{22} + A_{33}]^{0.5} \\ q_1 &= \frac{1}{4q_4} [A_{23} - A_{32}], \quad q_2 = \frac{1}{4q_4} [A_{31} - A_{13}] \\ q_3 &= \frac{1}{4q_4} [A_{12} - A_{21}] \end{aligned} \quad (2.6)$$

## 2.4 Dynamique d'Attitude

La dynamique classique du mouvement d'un satellite permet, dans certaines conditions générales, de traiter la combinaison de deux mouvements : un mouvement de translation du centre de masse et d'une rotation du satellite autour du centre de masse. Généralement, la

théorie de contrôle d'attitude considère seulement le deuxième effet et ignore le premier [25].

Les équations du mouvement d'un satellite peuvent être divisées en deux parties : Les équations dynamiques du mouvement et les équations cinématiques du mouvement. Les équations dynamiques du mouvement expriment la relation entre la vitesse angulaire orbitale du satellite et le couple appliqué. Elles sont nécessaires pour des simulations dynamiques et pour la prévision d'attitude. Les équations cinématiques du mouvement sont un ensemble d'équations de premier ordre exprimant la relation entre les paramètres d'attitude et la vitesse angulaire.

### 2.4.1 Équations Dynamiques du Mouvement

L'équation de base de la dynamique d'attitude relie la dérivée par rapport au temps du vecteur du moment angulaire,  $d\mathbf{L}/dt$ , au couple externe,  $\mathbf{C}_{ext}$ , connu sous le nom d'équations d'Euler de mouvement. Cette équation est donnée par : [4], [29]

$$d\mathbf{L}/dt = \mathbf{C}_{ext} - \boldsymbol{\omega}_S^I \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\omega}_S^I) = \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}}_S^I \quad (2.7)$$

Où,

$\boldsymbol{\omega}_S^I = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$  = vecteur de la vitesse angulaire du satellite dans le repère inertiel ;

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \text{matrice d'inertie du satellite ;}$$

$\mathbf{C}_{ext} = [C_x \quad C_y \quad C_z]^T$  = vecteur des couples externes (couple de contrôle actif, couple de pression aérodynamique, couple de radiation solaire, couple de gradient de gravité).

Si le satellite est équipé de roues de stabilisation et de tuyères, les équations dynamiques citées ci-dessus peuvent encore être utilisées, y compris l'influence du couple de gradient de gravité, le couple des tuyères et le moment angulaire des roues de stabilisation.

L'équation dynamique dans le repère satellite fixé peut être exprimée comme suit :

$$\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}}_S^I = \mathbf{C}_{GG} + \mathbf{C}_D + \mathbf{C}_M + \mathbf{C}_T - \boldsymbol{\omega}_S^I \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\omega}_S^I + \mathbf{h}) - \dot{\mathbf{h}} \quad (2.8)$$

Où,

$\mathbf{h} = [h_x \quad h_y \quad h_z]^T$  = vecteur du moment angulaire des roues de stabilisation ;

$\mathbf{C}_{GG} = [C_{ggx} \quad C_{ggy} \quad C_{ggz}]^T$  = vecteur du couple de gradient de gravité ;

$\mathbf{C}_D = [C_{dx} \quad C_{dy} \quad C_{dz}]^T$  = vecteur du couple de perturbations externes ;

$\mathbf{C}_M = [C_{mx} \quad C_{my} \quad C_{mz}]^T$  = vecteur du couple appliqué par des magnéto-coupleurs à 3 axes ;

$\mathbf{C}_T = [C_{Tx} \quad C_{Ty} \quad C_{Tz}]^T$  = vecteur du couple appliqué par les tuyères à 3 axes.

## 2.4.2 Équations Cinématiques du Mouvement

Les équations cinématiques sont définies par le changement de la vitesse angulaire de la matrice de transformation dans le temps. Le changement de la vitesse angulaire du quaternion est donné par : [4] [29]

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{q} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\omega}_S^O \quad (2.9)$$

Où,

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\omega}_{oz} & -\boldsymbol{\omega}_{oy} & \boldsymbol{\omega}_{ox} \\ -\boldsymbol{\omega}_{oz} & 0 & \boldsymbol{\omega}_{ox} & \boldsymbol{\omega}_{oy} \\ \boldsymbol{\omega}_{oy} & -\boldsymbol{\omega}_{ox} & 0 & \boldsymbol{\omega}_{oz} \\ -\boldsymbol{\omega}_{ox} & -\boldsymbol{\omega}_{oy} & -\boldsymbol{\omega}_{oz} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Avec,

$\boldsymbol{\omega}_s^O = [\omega_{ox} \quad \omega_{oy} \quad \omega_{oz}]^T$  = vecteur de vitesse angulaire du satellite dans le repère orbital.

La vitesse angulaire du satellite dans le repère orbital peut être obtenue à partir de la vitesse angulaire de satellite dans le repère inertiel en utilisant la matrice de transformation **A** :

$$\boldsymbol{\omega}_s^O = \boldsymbol{\omega}_s^I - \mathbf{A} \boldsymbol{\omega}_0 \quad (2.12)$$

Avec  $\boldsymbol{\omega}_0 = [0 \quad -\omega_0 \quad 0]^T$  et  $\omega_0$  est la vitesse angulaire orbitale moyenne du satellite.

Utilisant la matrice de transformation Eq. (2.1), l'Eq. (2.12) devient :

$$\begin{aligned} \omega_{ox} &= \omega_x + \omega_0 A_{12} \\ \omega_{oy} &= \omega_y + \omega_0 A_{22} \\ \omega_{oz} &= \omega_z + \omega_0 A_{32} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Si les quaternions sont utilisés directement dans les algorithmes de contrôle, il sera commode de définir un quaternion d'erreur. Le quaternion d'erreur est la différence entre le quaternion courant et le quaternion commandé. Il peut être représenté par [4] [29] :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{1e} \\ \mathbf{q}_{2e} \\ \mathbf{q}_{3e} \\ \mathbf{q}_{4e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{4c} & \mathbf{q}_{3c} & -\mathbf{q}_{2c} & -\mathbf{q}_{1c} \\ -\mathbf{q}_{3c} & \mathbf{q}_{4c} & \mathbf{q}_{1c} & -\mathbf{q}_{2c} \\ \mathbf{q}_{2c} & -\mathbf{q}_{1c} & \mathbf{q}_{4c} & -\mathbf{q}_{3c} \\ \mathbf{q}_{1c} & \mathbf{q}_{2c} & \mathbf{q}_{3c} & \mathbf{q}_{4c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \mathbf{q}_3 \\ \mathbf{q}_4 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Où,  $\mathbf{q}_e = [\mathbf{q}_{1e} \quad \mathbf{q}_{2e} \quad \mathbf{q}_{3e} \quad \mathbf{q}_{4e}]^T$  = vecteur d'attitude du quaternion d'erreur ;

$\mathbf{q}_c = [\mathbf{q}_{1c} \quad \mathbf{q}_{2c} \quad \mathbf{q}_{3c} \quad \mathbf{q}_{4c}]^T$  = vecteur du quaternion de commande.

Pour la séquence d'angle d'Euler 2-1-3, en utilisant un vecteur de la vitesse angulaire  $\boldsymbol{\omega}_s^R$ , les équations cinématiques peuvent être écrites comme suit :[4][24][27][31]

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \omega_{Rx} \cos \psi - \omega_{Ry} \sin \psi \\ \dot{\theta} &= (\omega_{Rx} \sin \psi + \omega_{Ry} \cos \psi) \sec \phi \\ \dot{\psi} &= \omega_{Rz} + (\omega_{Rx} \sin \psi + \omega_{Ry} \cos \psi) \tan \phi \end{aligned} \quad (2.15)$$

Où,

$\boldsymbol{\omega}_S^R = [\omega_{Rx} \quad \omega_{Ry} \quad \omega_{Rz}]^T =$  vitesse angulaire relative du satellite.

On peut remarquer que cette représentation (2-1-3) a la singularité quand l'angle de roulis égale 90 degrés.

## 2.5 Couples de Perturbations Externes

### 2.5.1 Couple de Gradient de Gravité

N'importe quel objet non symétrique à dimensions finies en orbite est soumis à l'attraction gravitationnelle en raison de la variation de la force de la gravité de la Terre sur l'objet. Le couple de gradient de gravité résulte du carré inverse de la force du champ gravitationnel.

La plupart des applications considèrent une distribution sphérique de la masse de la Terre.

La force de la gravité  $d\vec{F}_i$  agissant sur un élément de la masse de satellite  $dm_i$  situé à une position  $\mathbf{r}$  relativement au géocentrique est donnée comme suit [27] :

$$d\vec{F}_i = - \frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3} \vec{\mathbf{r}} dm_i \quad (2.16)$$

Où  $\mu = GM_{\oplus}$  : constante de la pesanteur Terrestre.

Le couple appliqué à un élément du satellite dû à une force  $d\vec{F}_i$  à une position  $\mathbf{r}_i$  par rapport au centre de masse de satellite est :

$$d\vec{C}_i = \vec{\mathbf{r}}_i \times d\vec{F}_i \quad (2.17)$$

Le couple de gradient de gravité appliqué sur le satellite est obtenu en intégrant l'Eq. (2.17) pour obtenir :

$$\vec{C}_{GG} = \int \vec{\mathbf{r}}_i \times d\vec{F}_i = \int \vec{\mathbf{r}}_i \times \left( - \frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3} \vec{\mathbf{r}}_i \right) dm_i \quad (2.18)$$

Sachant que :

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{R}} + \vec{\mathbf{r}}_i \quad (2.19)$$

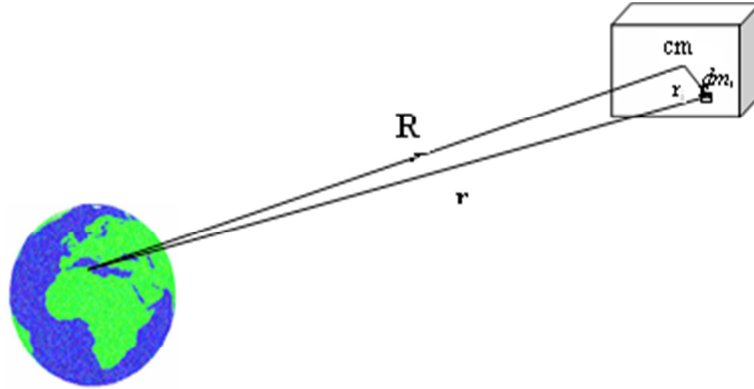


Figure 2.4 Forces Gravitationnelles Exercées sur le Satellite

Où

$\mathbf{R}$  : Distance entre le centre de masse de satellite et le centre de masse de la Terre ;

$\mathbf{r}$  : Distance au centre de masse de la Terre ;

cm : Centre de masse de satellite.

Ceci mène à l'ensemble :

$$d\vec{F}_i = - \frac{\mu (\vec{\mathbf{R}} + \vec{\mathbf{r}}_i)}{|\vec{\mathbf{R}} + \vec{\mathbf{r}}_i|^3} dm_i \quad (2.20)$$

Par conséquent, l'expression de  $\vec{\mathbf{C}}_{GG}$  devient :

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{C}}_{GG} = & -\frac{\mu}{r^3} \int_M \vec{\mathbf{r}}_i \times \vec{\mathbf{R}}_i dm_i - \frac{\mu}{r^3} \int_M \vec{\mathbf{r}}_i \times \vec{\mathbf{r}}_i dm_i + 3 \frac{\mu}{r^3} \int_M \vec{\mathbf{r}}_i \times \left( \frac{\vec{\mathbf{R}} \cdot \vec{\mathbf{r}}_i}{r^2} \right) \cdot \vec{\mathbf{R}} dm_i \\ & + 3 \frac{\mu}{r^3} \int_M \vec{\mathbf{r}}_i \times \left( \frac{\vec{\mathbf{R}} \cdot \vec{\mathbf{r}}_i}{r^2} \right) \cdot \vec{\mathbf{r}}_i dm_i \end{aligned} \quad (2.21)$$

Utilisons les propriétés suivantes :

$$\int \vec{\mathbf{r}}_i dm_i = 0 \quad ; \quad \vec{\mathbf{r}}_i \times \vec{\mathbf{r}}_i = \vec{\mathbf{0}}$$

Puis :

$$\vec{\mathbf{C}}_{GG} = \frac{3\mu}{r^3} \vec{\mathbf{Z}}_0 \cdot \int_M (\overline{x} r_i^2 - \vec{\mathbf{r}}_i \vec{\mathbf{r}}_i) dm_i \times \vec{\mathbf{Z}}_0 \quad (2.22)$$

Avec,



$\bar{\mathbf{Z}}_0 = \frac{\bar{\mathbf{R}}}{R}$  : Vecteur unitaire de l'axe géocentrique local.

$\mathbf{I} = \int_M (\bar{x} r_i^2 - \bar{\mathbf{r}}_i \bar{\mathbf{r}}_i) dm_i$  : Matrice d'inertie.

Le couple de gradient de gravité sera :

$$\bar{\mathbf{C}}_{GG} = \frac{3\mu}{r^3} \bar{\mathbf{Z}}_0 \times [\mathbf{I}] \bar{\mathbf{Z}}_0 \quad (2.23)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{GG} = -\frac{3\mu}{r^3} [\mathbf{I}] \bar{\mathbf{Z}}_0 \times \bar{\mathbf{Z}}_0 \quad (2.24)$$

Le couple de gradient de gravité dans le repère satellite est donné par :

$$\bar{\mathbf{C}}_{GG} = -\frac{3\mu}{r^3} [\mathbf{I}] (\mathbf{A} \bar{\mathbf{Z}}_0) \times (\mathbf{A} \bar{\mathbf{Z}}_0) \quad (2.25)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{GG} = -\frac{3\mu}{r^3} \left[ [\mathbf{I}] \mathbf{A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right] \times \mathbf{A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Les éléments de la matrice d'inertie sont calculés à partir de :

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \int_M (y^2 + z^2) dm_i & ; & & I_{xy} &= \int_M xy dm_i = I_{yx} . \\ I_{yy} &= \int_M (z^2 + x^2) dm_i & ; & & I_{yz} &= \int_M yz dm_i = I_{zy} . \\ I_{zz} &= \int_M (y^2 + x^2) dm_i & ; & & I_{zx} &= \int_M xz dm_i = I_{xz} . \end{aligned}$$

Le centre de masse de la structure est :

$$\mathbf{X}_{CGS} = \frac{\sum_{i=0}^n m_i x_i}{\sum_{i=0}^n m_i} \quad (2.27)$$

Ainsi le couple de gradient de gravité devient :

$$\bar{\mathbf{C}}_{GG} = -\frac{3\mu}{r^3} \begin{bmatrix} -I_{xx} \sin \theta + I_{xy} \cos \theta \sin \phi + I_{xz} \cos \theta \cos \phi \\ -I_{yx} \sin \theta + I_{yy} \cos \theta \sin \phi + I_{yz} \cos \theta \cos \phi \\ -I_{zx} \sin \theta + I_{zy} \cos \theta \sin \phi + I_{zz} \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

En posant :

$$\begin{aligned} \alpha &= -I_{xx} \sin \theta + I_{xy} \cos \theta \sin \phi + I_{xz} \cos \theta \cos \phi \\ \beta &= -I_{yx} \sin \theta + I_{yy} \cos \theta \sin \phi + I_{yz} \cos \theta \cos \phi \\ \gamma &= -I_{zx} \sin \theta + I_{zy} \cos \theta \sin \phi + I_{zz} \cos \theta \cos \phi \end{aligned}$$

Finalement :

$$\bar{\mathbf{C}}_{GG} = -\frac{3\mu}{r^3} \begin{bmatrix} \alpha \cos \theta \cos \phi - \gamma \cos \theta \sin \phi \\ \gamma \sin \theta - \alpha \cos \theta \cos \phi \\ \alpha \cos \theta \cos \phi + \beta \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Si  $I_{xy} = I_{zx} = I_{zy} = 0$ , le couple est :

$$\bar{\mathbf{C}}_{GG} = \frac{3\mu}{2r^3} \begin{bmatrix} (I_{zz} - I_{yy}) \sin 2\phi \cos^2 \theta \\ (I_{zz} - I_{xx}) \sin 2\theta \cos \phi \\ (I_{xx} - I_{yy}) \sin 2\theta \sin \phi \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Ou bien :

$$\bar{\mathbf{C}}_{GG} = \frac{3\mu}{r^3} \begin{Bmatrix} (I_{zz} - I_{yy}) \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot \cos^2 \theta \\ -(I_{xx} - I_{zz}) \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \cos \phi \\ -(I_{yy} - I_{xx}) \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

Utilisons la matrice de l'Eq. (A.3) dans l'Eq. (2.26). Le couple devient :

$$\bar{\mathbf{C}}_{GG} = \frac{3\mu}{r^3} \begin{bmatrix} (I_{zz} - I_T) \phi \\ (I_{zz} - I_T) \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Avec  $\omega_0^2 = \frac{\mu}{r^3}$   $\omega_0$  : vitesse angulaire orbitale [rad/s]

Souvent, on utilise le gradient de gravité pour orienter en permanence un axe du corps vers le centre de la Terre. Cette stabilisation est obtenue par utilisation du couple créé par la différence de gravité entre des parties de l'engin suffisamment éloignées et rigidement liées. Pour avoir des couples de gradient de gravité élevés, il faut que les inerties du satellite autour de deux axes soient nettement supérieures à celles autour du troisième axe. Ceci implique donc en pratique, compte tenu des limitations de masse et de géométrie imposées par les lanceurs, de déployer en orbite des mâts munis, le plus souvent, de masses à l'extrémité. Pour cela, on a étudié deux cas, un satellite avec et sans mât de stabilisation.

## 2.5.2 Couple Magnétique

### 2.5.2.1 Modèle du Champ Magnétique Terrestre (Modèle IGRF)

Le modèle du champ Géomagnétique International de Référence (IGRF) est la représentation empirique du champ magnétique Terrestre recommandé pour l'utilisation scientifique par l'Association Internationale de Géomagnétisme et d'Aéronomie (IAGA). Le modèle d'IGRF représente le champ principal sans sources extérieures. Les coefficients du modèle d'IGRF sont basés sur toutes les sources de données disponibles comprenant des mesures géomagnétiques des observatoires, des bateaux, des avions et des satellites [4].

Les coefficients de Gauss (voir Annexe C) sont déterminés empiriquement par la méthode des moindres carrés. Ainsi, les trois composantes du champ magnétique (voir figure 2.5) sont données par :

$$\mathbf{B}_r = \sum_{n=1}^k \left( \frac{r}{R_T} \right)^{n+2} (n+1) \sum_{m=0}^n (g^{n,m} \cos m\phi + h^{n,m} \sin m\phi) P^{n,m}(\theta) \quad (2.33)$$

$$\mathbf{B}_\theta = -\sum_{n=1}^k \left( \frac{r}{R_T} \right)^{n+2} (n+1) \sum_{m=0}^n (g^{n,m} \cos m\phi + h^{n,m} \sin m\phi) \frac{\partial P^{n,m}(\theta)}{\partial \theta} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{B}_\phi = -\frac{1}{\sin \theta} \sum_{n=1}^k \left( \frac{r}{R_T} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n m (g^{n,m} \cos m\phi + h^{n,m} \sin m\phi) P^{n,m}(\theta) \quad (2.35)$$

Où  $\mathbf{B}_r$  : Composante radiale du champ magnétique ;  
 $\mathbf{B}_\theta$  : Composante de co-élévation du champ magnétique ;  
 $\mathbf{B}_\phi$  : Composante horizontale du champ magnétique.

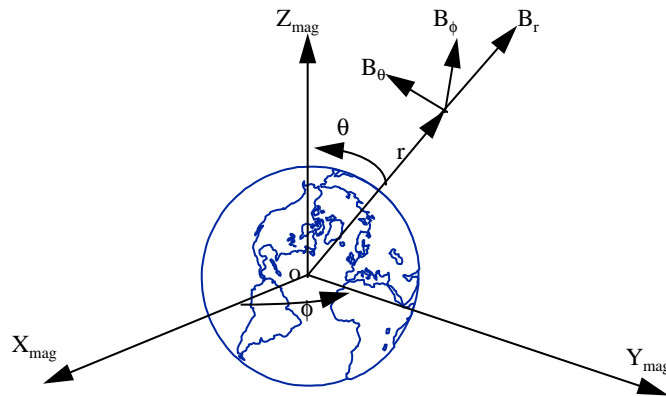


Figure 2.5 Composantes du Champ Magnétique Terrestre

Les trois composantes du champ magnétique dans le repère inertiel :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}_x &= (\mathbf{B}_r \cos \delta + \mathbf{B}_\theta \sin \delta) \cos \alpha - \mathbf{B}_\phi \sin \alpha \\
 \mathbf{B}_y &= (\mathbf{B}_r \cos \delta + \mathbf{B}_\theta \sin \delta) \sin \alpha + \mathbf{B}_\phi \cos \alpha \\
 \mathbf{B}_z &= \mathbf{B}_r \sin \delta - \mathbf{B}_\theta \cos \delta
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Avec

$\delta = 90^\circ - \theta$  : déclinaison ;

$\varphi = \alpha - \alpha_G$  : longitude ;

$\alpha$  : ascension droite ;

$\alpha_G$  : ascension droite du méridien de Greenwich ou le temps sidéral.

Les composantes du champ magnétique dans le repère satellite sont :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{x\text{sat}} \\ \mathbf{B}_{y\text{sat}} \\ \mathbf{B}_{z\text{sat}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} \\ \mathbf{A}_{31} & \mathbf{A}_{32} & \mathbf{A}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_x \\ \mathbf{B}_y \\ \mathbf{B}_z \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

Où  $\mathbf{A}$  est la matrice de transfert "213".

### 2.5.2.2 Couple Magnétique

L'expression du couple magnétique dans le repère satellite est donnée par la relation suivante :

$$\vec{C}_M = \mathbf{A}_{\theta\phi\psi} (\vec{M} \times \vec{B}) = \mathbf{A}_{\theta\phi\psi} \begin{bmatrix} (M_{y \text{ sat}} B_{z \text{ sat}} - M_{z \text{ sat}} B_{y \text{ sat}}) \\ (M_{z \text{ sat}} B_{x \text{ sat}} - M_{x \text{ sat}} B_{z \text{ sat}}) \\ (M_{x \text{ sat}} B_{y \text{ sat}} - M_{y \text{ sat}} B_{x \text{ sat}}) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Avec  $\vec{M}$  le moment magnétique du satellite.

Par conséquent, le couple du champ magnétique est :

$$\vec{C}_M = \begin{bmatrix} (M_x B_x - M_x B_z) \psi + (M_y B_x - M_x B_y) \theta + M_y B_z - M_z B_y \\ (M_x B_y - M_y B_x) \phi + (M_z B_y - M_y B_z) \psi - M_x B_x - M_z B_x \\ -M_y B_y + (M_x B_z - M_z B_x) \phi + (M_y B_z - M_z B_x) \theta + M_x B_y - M_y B_x \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

### 2.5.3 Couple Aérodynamique

L'expression du couple aérodynamique (voir Annexe B.3) dans le repère satellite est donnée par la relation suivante [4], [22] :

$$\vec{C}_{\text{aero}} = \mathbf{A}_{\theta\phi\psi} \begin{pmatrix} 0 \\ -\gamma \sin^2 i_A l_z \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Avec

$$\gamma = -\frac{1}{2} C_D \rho V^2 S_{\text{réf}} ;$$

$C_D$  : coefficient aérodynamique ;

$i_A$  : incidence aérodynamique ;

$\rho$  : densité atmosphérique ;

$l_z$  : longueur de référence.

$$V^2 = \mu \left[ \frac{2}{R_0 (1 - e^2)} (1 + e \cos v) - \frac{1}{R_0} \right]$$

$R_0 = a + h$ ,  $h$  est l'altitude du satellite.

### 2.5.4 Couple de Radiation Solaire

Les forces de radiation solaire sont dues aux chocs des photons sur les surfaces du satellite. L'expression du couple de la pression de radiation solaire (voir Annexe B.4) dans le repère satellite est donnée par la relation suivante [4], [22] :

$$\bar{\mathbf{C}}_{\text{radso}} = \mathbf{A}_{\theta\varphi\psi} \begin{pmatrix} 1_z \gamma_2 \\ -1_z \gamma_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Avec

$$\gamma_1 = -\frac{C_s}{c} \left[ \cos \theta_i + \frac{2}{3} \rho s + (1 - \rho) \cos \theta_i \right] \cos \theta_i S_{\text{réf}}$$

$$\gamma_2 = -\frac{C_s}{c} [1 - \rho(1 - s)] \sin \theta_i \cos \theta_i S_{\text{réf}}$$

$s$  : coefficient d'accommodation ,  $\rho$  : coefficient d'absorptivité,

$c$  : célérité du Son ,  $S_{\text{réf}}$  : surface de référence,

$C_s$  : constante solaire ( $C_s = 1360 \text{ W/m}^2$ ),  $\theta_i$  : incidence du flux solaire.

### 2.6 Résultats de Simulation

Les résultats ont été obtenus avec un simulateur qui prend en compte la dynamique et la cinématique du satellite utilisant le langage C, MATLAB/SIMULINK. Les entrées d'Alsat-1 ont été utilisées comme exemple lors de ces simulations.

Tableau 2.1 Paramètres du simulateur d'attitude

Inclinaison [deg]	98
Angles de roulis, de tangage et de lacet [ $\varphi$ $\theta$ $\psi$ ] initial [deg]	[5.0 -5.0 0.0]
vitesse angulaire dans le repère inertiel [ $\omega_x$ $\omega_y$ $\omega_z$ ] initial [deg/sec]	[0.0 $-2\pi/6000$ 0.0]
Surface du satellite [ $\text{m}^2$ ]	0.7
Coefficient aérodynamique	2

Les figures 2.6 et 2.7 représentent l'attitude et la vitesse angulaire d'un satellite. La figure 2.8 illustre les variations du couple de gradient de gravité agissant sur un satellite avec un mât. On peut remarquer que le couple sur l'axe  $z$  est nul. Ceci est dû aux valeurs diagonales de la matrice d'inertie  $I_{xx} = I_{yy}$  et aussi en négligeant l'effet des autres termes de produit de cette matrice. Il y a une variation entre  $-3.10^{-5}$  et  $3.10^{-5}$  (Nm) sur l'axe  $x$ , et entre  $-8.10^{-6}$  et  $8.10^{-6}$  sur l'axe  $y$ . Ce couple ne sera rigoureusement nul que si les trois inerties du satellite sont égales. D'après sa formulation, on voit qu'il aura un impact essentiellement en orbite basse. Sur les satellites géostationnaires, les couples de gradient de gravité seront par contre très faibles, donc négligeables.

La figure 2.9 représente le modèle d'IGRF d'ordre 10 du champ magnétique Terrestre pour l'année 2010. Les figures 2.10 et 2.11 montrent les simulations des couples aérodynamiques et de radiation solaire. On a utilisé un modèle de JACCHIA pour représenter la densité atmosphérique, et on a choisi Alsat-1 comme exemple pour calculer les coordonnées du centre de pression, et la surface de satellite.

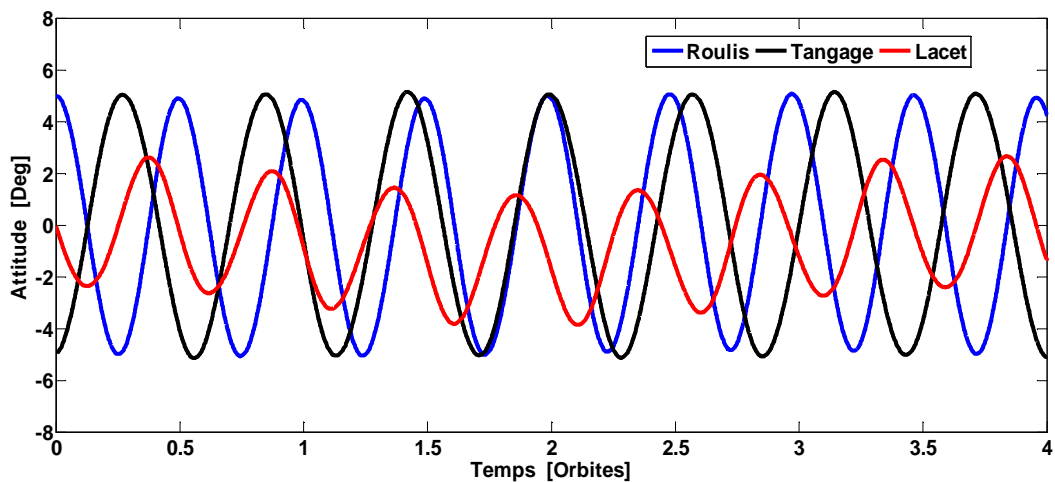


Figure 2.6 Attitude d'Alsat-1 (Roulis, Tangage, Lacet)

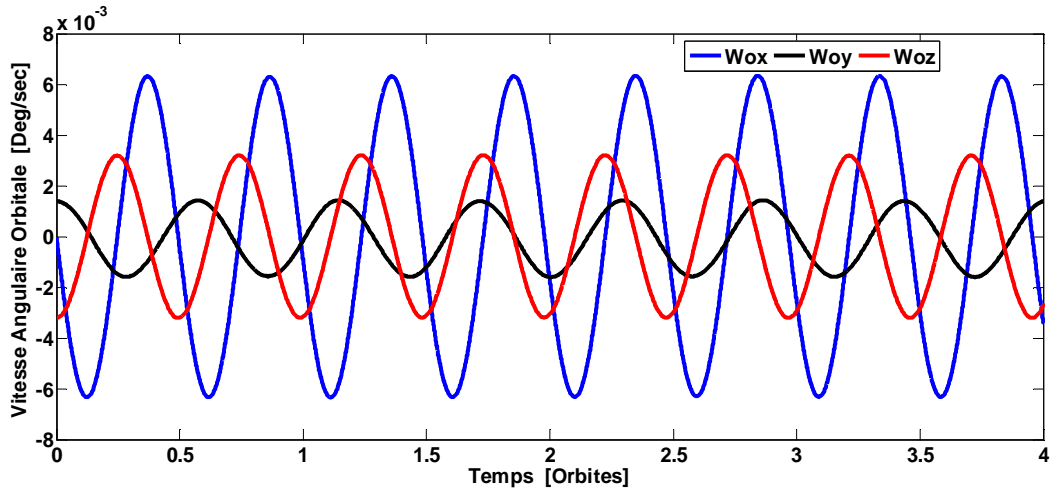


Figure 2.7 Vitesse Angulaire d'Alsat-1

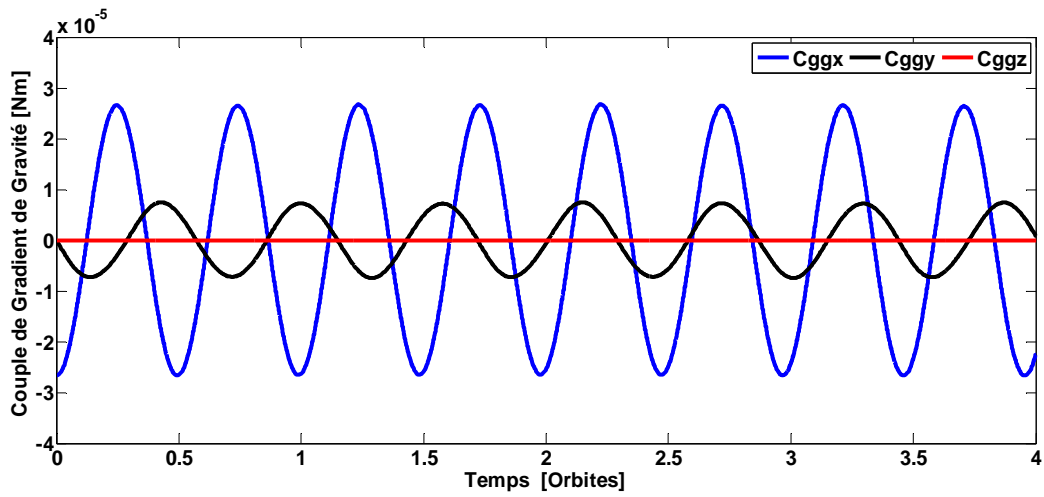


Figure 2.8 Couple de Gradient de Gravité sans Mât

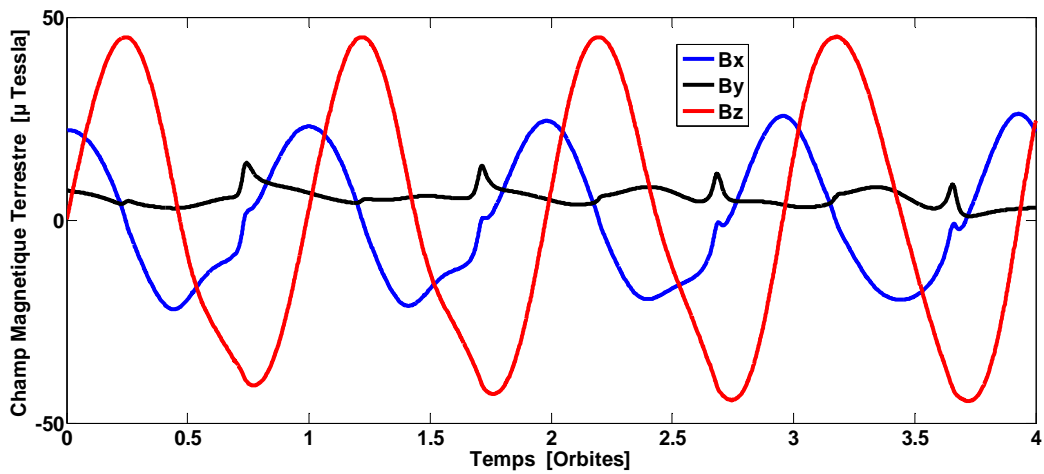


Figure 2.9 Champ Magnétique Terrestre (IGRF 2010)



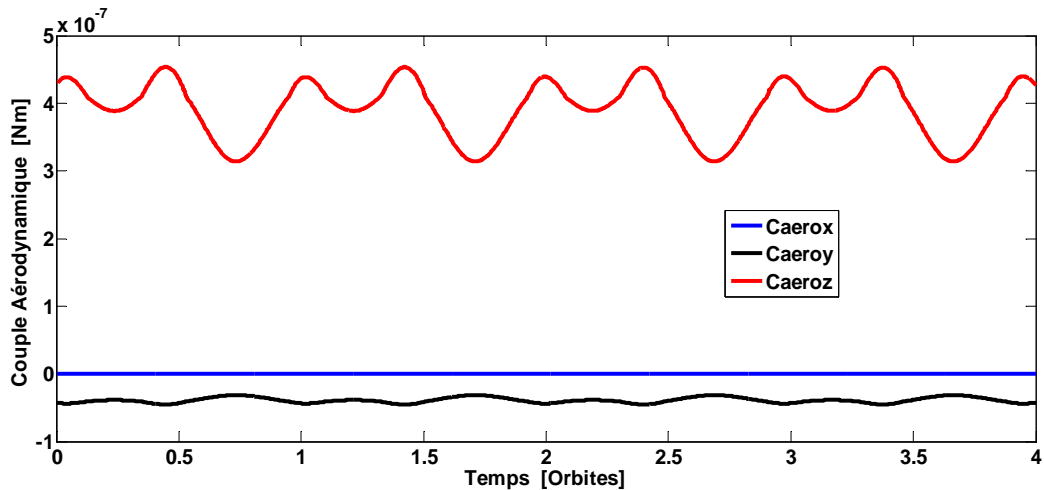


Figure 2.10 Couple Aérodyamique

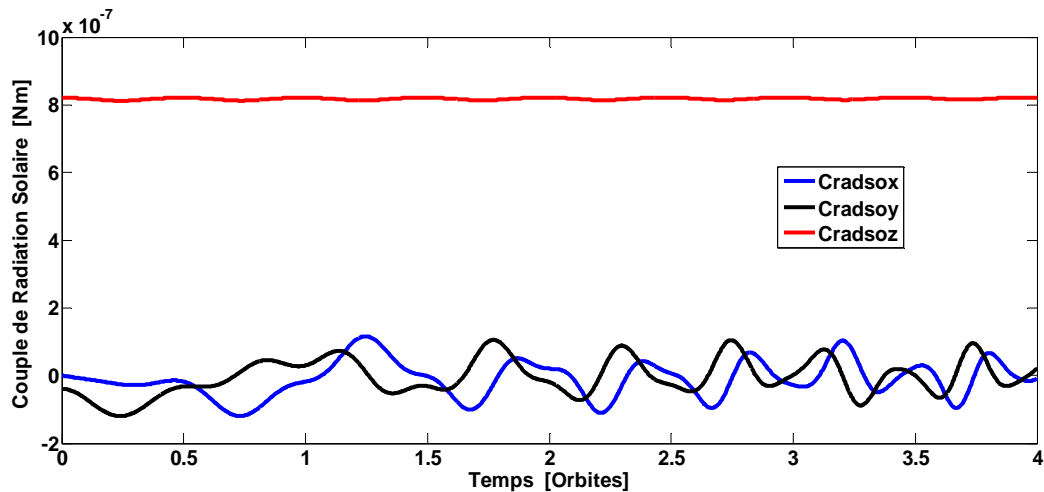


Figure 2.11 Couple de Radiation Solaire.

### 2.7 Conclusion

Ce chapitre a été consacré au développement d'équations d'attitude. Nous nous sommes intéressés au mouvement autour du centre d'inertie d'un microsatellite en orbite autour de la Terre. Dans le développement de ces équations, nous avons commencé d'abord par la détermination de la matrice d'orientation qui transforme le repère orbital local au repère satellite. Celle-ci est effectivement une fonction des trois angles d'orientation d'Euler, roulis  $\phi$ , tangage  $\theta$  et lacet  $\psi$ . Il est évident dans cette équation que la mise à jour des angles de roulis et de lacet présente des singularités quand l'angle de roulis du

microsatellite est égal à  $\pi/2$ . Pour cela, nous avons fait appel à la notion de quaternion. Dans ce chapitre, nous avons également développé un simulateur d'attitude, qui permet de générer les couples perturbateurs d'attitude (le couple de gradient de gravité, le couple dû au champ magnétique terrestre, le couple dû aux radiations solaires et le couple aérodynamique), ainsi que les senseurs d'attitude (le capteur magnétique et le capteur solaire). Donc, ce simulateur fournit tous les paramètres nécessaires au fonctionnement des systèmes d'estimation.

# Chapitre III

---

DETERMINATION  
D'ATTITUDE PAR LE FILTRE DE  
KALMAN

### 3.1 Introduction

Actuellement, le filtrage de Kalman est utilisé dans de nombreuses applications allant de l'estimation des trajectoires ou des grandeurs noyées dans du bruit à la fusion des données, en passant par l'aide à la décision dans des environnements mal connus. Le travail original de R.E. Kalman en 1960 sur la théorie de la prédiction a permis de donner une importance particulière dans le domaine de l'aérospatial. Lefferts et al. [32], ont passé en revue les méthodes de filtrage de Kalman et leur développements durant les années 60 et 70 lorsqu'ils ont été appliqués au programme Apollo et aux problèmes d'estimation d'attitude de satellites. Le filtre de Kalman a été également utilisé dans les problèmes de détermination d'orbite par Bierman [33] et Psiaki [34]. Les avantages et les inconvénients du filtrage de Kalman ont été traités par Fraiture [35] pour estimer la direction du vecteur de rotation sur un satellite stabilisé par spin avec l'utilisation des senseurs optiques. La plupart des méthodes de détermination d'attitude utilisent des filtres de Kalman pour déterminer uniquement l'attitude (angle d'Euler). Les vitesses angulaires sont directement mesurées à partir d'un gyroscope triaxial par Lefferts [32], Dodds [36], Zwartbol [37], Bar Itzhack [38]. Le filtrage de Kalman a été utilisé pour la détermination des vitesses angulaires à partir des mesures angulaires du senseur par Gai et al. [39], Psiaki et al. [34]. Gai et al. avaient notamment présenté une estimation d'attitude effectuée uniquement à partir d'un senseur stellaire pour un satellite stabilisé sur trois axes. Psiaki et al. avaient utilisé la mesure du magnétomètre et les données issues d'un modèle IGRF pour estimer l'attitude, la vitesse angulaire et les couples constants de perturbations sur un satellite stabilisé sur trois axes et par gradient de gravité.

Le filtrage de Kalman ne résout pas tous les problèmes d'estimation d'attitude. D'autres méthodes ont été utilisées à savoir : la méthode itérative des moindres carrés développée par Grusas [40] pour l'estimation précise d'attitude à partir d'observations célestes. Dans les véhicules interplanétaires japonais "Sakigake" et "Suisei", la méthode des moindres carrés séquentiels a été utilisée pour déterminer l'attitude en mettant en œuvre un logiciel de calcul implémenté au niveau de la station sol [41]. L'utilisation de paire de vecteurs d'information pour la détermination d'attitude d'un satellite a été traitée dans la littérature par [32], [38] et [42]. Shuster et Oh [42] ont présenté des algorithmes basés sur les moindres carrés pour la détermination de la matrice d'attitude à partir d'un ensemble de

vecteur de mesures. Bar-Itzhack et Reiner [38] ont développé l'idée d'algorithmes récursifs. Lefferts et al. [32], Bar-Itzhack et Oshman [43] ont montré comment le filtrage de Kalman peut être utilisé dans la détermination d'attitude.

Depuis la première application des quaternions au problème d'estimation d'attitude de satellite par Ickes [44], celle-ci est devenue le moyen le plus populaire par lequel on représente la cinématique des corps en orbite. Friedland [45], Shibata [46] ont fait l'analyse de la navigation à inertie où l'attitude est représentée par des quaternions. Shuster et Oh [42], Lefferts et al. [32], Bar Itzhack et Oshman [43], Gai et al. [39], Psiaki et al. [34], Markley [47], Steyn [28] ont tous utilisé les quaternions dans des problèmes d'estimation d'attitude.

### 3.2 Filtre de Kalman

#### 3.2.1 Filtre de Kalman Discret

Etant donné un système linéaire stochastique dont l'évolution dynamique est modélisée par l'équation d'état : [32]

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (3.1)$$

Où  $\mathbf{x}_k$  est le vecteur d'état du processus à l'instant (k),  $\mathbf{\Phi}_k$  est la matrice de transition et  $\mathbf{w}_k$  est le bruit d'entrée de moyenne nulle et de covariance connue.

L'équation d'observation est donnée par :

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (3.2)$$

Où  $\mathbf{z}_k$  est le vecteur de mesure à l'instant (k),  $\mathbf{H}_k$  est la matrice d'observation et  $\mathbf{v}_k$  est le bruit de mesure de moyenne nulle et de covariance connue.

Les séquences de bruit  $\{\mathbf{w}_k\}$  et  $\{\mathbf{v}_k\}$  sont des séquences indépendantes de bruit blanc centré, leurs matrices de covariance sont données par :

$$E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_i^T] = \begin{cases} \mathbf{Q}_k, & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad (3.3)$$

$$E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_i^T] = \begin{cases} \mathbf{R}_k, & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad (3.4)$$

$$E[\mathbf{w}_k \mathbf{v}_i^T] = 0, \quad \forall k, \forall i \quad (3.5)$$

Supposons que l'état initial d'estimation est à l'instant  $k$  et cette estimation est basée sur la connaissance du processus avant l'instant  $k$ . Cette estimation à priori est dénotée  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ .

L'erreur d'estimation est donnée par :

$$\mathbf{e}_k^- = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (3.6)$$

Les matrices de covariance de l'erreur d'estimation sont comme suit :

$$\mathbf{P}_k^- = E[\mathbf{e}_k^- \mathbf{e}_k^{-T}] = E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^T] \quad (3.7)$$

$$\mathbf{P}_k = E[\mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T] = E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T] \quad (3.8)$$

On peut faire la mise à jour de  $\hat{\mathbf{x}}_k$  à partir de l'estimation à priori et de la mesure  $\mathbf{z}_k$ . Par conséquent,  $\hat{\mathbf{x}}_k$  peut être exprimée comme :

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-] \quad (3.9)$$

Où  $\mathbf{K}_k$  est le gain de Kalman, donné par :

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3.10)$$

La mise à jour de l'erreur de la covariance d'estimation peut être exprimée en fonction du gain de Kalman comme suit :

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (3.11)$$

En conséquence, la prédiction de l'état du processus est donnée par la relation suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \mathbf{\Phi}_k \hat{\mathbf{x}}_k \quad (3.12)$$

La matrice de covariance de l'erreur de prédiction est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1}^- &= E[\mathbf{e}_{k+1}^- \mathbf{e}_{k+1}^{-T}] = E[(\Phi_k \mathbf{e}_k + \mathbf{w}_k)(\Phi_k \mathbf{e}_k + \mathbf{w}_k)^T] \\ &= \Phi_k \mathbf{P}_k \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k \end{aligned} \tag{3.13}$$

La figure 3.1 illustre la boucle du filtre de Kalman. Notez que la matrice de covariance se propage et est corrigée. Cette matrice contient des informations essentielles au processus d'optimisation, et doit donc être incluse dans la propagation (processus de correction). Toutefois, le matériel de connaissances d'attitude comprend à la fois un magnétomètre et un capteur solaire. Ainsi, deux mesures sont entrées sur le filtre lorsque le satellite est allumé. Cela ne va pas affecter de manière significative le processus de filtrage de base, mais il mérite d'être discuté.

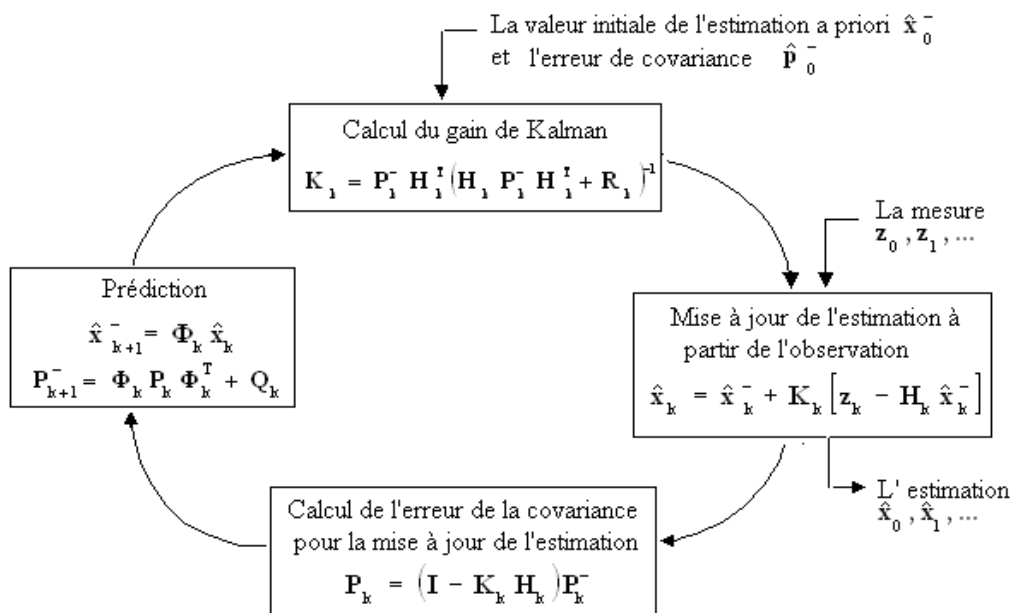


Figure 3.1 Mécanisme de EKF

Les mesures du magnétomètre sont supposées moins précises que les mesures de capteur solaire. Par conséquent, les mesures du magnétomètre sont d'abord entrées dans le cycle de correction du filtre, résultant en une «correction» de l'État. Par la suite, avant de revenir au cycle de propagation, les mesures du capteur solaire sont entrées dans une deuxième itération du cycle de correction, ce qui donne en outre la «correction» de l'État. Pour le SCAO, le filtrage de Kalman implique la propagation des matrices de covariance et de l'attitude du satellite en utilisant les équations d'Euler et une connaissance de base de la

perturbation des couples agissant sur le satellite. À la suite de cette propagation, le filtre de Kalman ajuste l'attitude propagée et les matrices de covariance basées sur les vecteurs de mesures. Puisque notre système d'attitude sera non linéaire, un filtre de Kalman étendu sera nécessaire pour tenir compte des non-linéarités [48].

### 3.2.2 Filtre de Kalman Linéarisé

On suppose que l'estimation du processus et la mesure associée peuvent être écrites dans une équation stochastique non-linéaire comme suit : [32]

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{w}(t) \quad (3.14)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{v}(t) \quad (3.15)$$

Où  $\mathbf{x}$  est le vecteur d'état du processus à l'instant  $(t_{k+1})$ ,  $\mathbf{z}$  est le vecteur de mesure à l'instant  $(t_k)$ ,  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{h}$  sont des fonctions connus et  $\mathbf{w}$ ,  $\mathbf{v}$  sont des séquences indépendantes de bruit blanc centrée.

Nous supposons une trajectoire approximative, qui est dans ce cas l'attitude du vaisseau spatial,  $\mathbf{x}^*(t)$  pouvant être déterminée par la moyenne. Ceci est désigné sous le nom de nominal ou de référence d'attitude. La trajectoire réelle  $\mathbf{x}(t)$  peut être obtenue en considérant les deux bruits et la dynamique du système qui sont exprimés par :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^*(t) + \Delta\mathbf{x}(t) \quad (3.16)$$

Où  $\Delta\mathbf{x}(t)$  représente la déviation de  $\mathbf{x}(t)$  par rapport à  $\mathbf{x}^*(t)$ . L'Eq. (3.14) et l'Eq. (3.15) peuvent être exprimées comme suit :

$$\dot{\mathbf{x}}^* + \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^* + \Delta\mathbf{x}, t) + \mathbf{w}(t) \quad (3.17)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}^* + \Delta\mathbf{x}, t) + \mathbf{v}(t) \quad (3.18)$$

De même, si  $\Delta\mathbf{x}$  est petit, l'approximation des fonctions  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{h}$  peut être exprimée en utilisant l'expansion de la série de Taylor. Considérons seulement le premier ordre, d'où,



$$\dot{\mathbf{x}}^* + \Delta \dot{\mathbf{x}} \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}^*, t) + \left[ \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{w}(t) \quad (3.19)$$

$$\mathbf{z} \approx \mathbf{h}(\mathbf{x}^* + \Delta \mathbf{x}, t) + \left[ \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{v}(t) \quad (3.20)$$

$$\text{Où } \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

L'attitude approximative  $\mathbf{x}^*(t)$  est choisie pour satisfaire l'équation différentielle déterministe

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{f}(\mathbf{x}^*, t) \quad (3.22)$$

La substitution de l'Eq. (3.22) dans l'Eq. (3.19) et l'Eq. (3.20) mène alors au modèle linéarisé :

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \left[ \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{w}(t) \quad (3.23)$$

$$[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^*, t)] = \left[ \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{v}(t) \quad (3.24)$$

Si les notations  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{H}$  sont utilisées pour les matrices de dérivées partielles d'Eq. (3.21) le long de la trajectoire nominale, alors les Eq. (3.21) et (3.22) peuvent être réécrites comme suit :

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{w}(t) \quad (3.25)$$

$$\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{H} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{v}(t) \quad (3.26)$$

La solution de l'Eq. (3.25) à l'instant  $t_{k+1}$  peut être écrite comme suit :

$$\Delta \mathbf{x}(t_{k+1}) = \Phi(t_{k+1}, t) \Delta \mathbf{x}(t_k) + \int_k^{k+1} \Phi(t_{k+1}, \tau) \mathbf{w}(\tau) d\tau \quad (3.27)$$

Dans une notation abrégée,

$$\Delta \mathbf{x}_{k+1} = \Phi_k \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (3.28)$$

Évidemment,  $\Phi_k$  est la matrice de transition de  $t_k$  à  $t_{k+1}$ . Par conséquent, l'équation de mesure Eq. (3.26) peut être réécrite comme,

$$\Delta \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (3.29)$$

$$\Delta \mathbf{z}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^*) \quad (3.30)$$

La matrice  $\mathbf{Q}_k$  est la matrice de covariance de bruit de processus et peut être écrite par la limite d'intégrale comme,

$$\mathbf{Q}_k = E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] = \int_k^{k+1} \int_k^{k+1} \Phi(t_{k+1}, u) E[\mathbf{w}(u) \mathbf{w}^T(v)] \Phi^T(t_{k+1}, v) du dv \quad (3.31)$$

Avec  $E[\mathbf{w}(u) \mathbf{w}^T(v)]$  est une matrice fonction de Dirac.

### Évaluation numérique de $\Phi_k$ et $\mathbf{Q}_k$ :

La relation entre la matrice de transition  $\Phi_k$  et la matrice  $\mathbf{F}$  est donnée par :

$$\frac{d\Phi(t, t_k)}{dt} = \mathbf{F}(t) \Phi(t, t_k), \quad \Phi(t_k, t_k) = \mathbf{I} \quad (3.32)$$

Supposons que  $\mathbf{F}$  est constante dans l'intervalle  $(t_k, t_{k+1})$ . Alors, la matrice de transition peut être simplifiée par la limite de la matrice exponentielle  $\mathbf{F}\Delta t$ ,

$$\begin{aligned} \Phi &= e^{\mathbf{F}\Delta t} = \mathbf{I} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\mathbf{F}\Delta t)^n}{n!} \\ &\approx \mathbf{I} + \mathbf{F}\Delta t \end{aligned} \quad (3.33)$$

Où  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ .

### 3.2.3 Filtre de Kalman Étendu

Suite à l'étude du filtre de Kalman linéarisé, le système non-linéaire (Eq. (3.14) et Eq. (3.15)) a été linéarisé à cause d'une trajectoire nominale,  $\mathbf{x}^*(t)$ , pré-calculée de la dynamique du système selon l'Eq. (3.22). Dans cette partie, on présente une approche alternative au problème qui linéarise la trajectoire estimée non-linéaire du filtre de Kalman plutôt qu'une trajectoire nominale pré-calculée.

Dans le filtre de Kalman étendu, les estimations totales sont toujours subsistantes, dépistées et mise à jour. On linéarise l'équation de mesure (Eq. (3.26)).

$$\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{H} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{v}(t) \quad (3.34)$$

Avec l'incrémentation des variables d'état, la mesure présentée au filtre de Kalman est  $[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^*)]$  plutôt que toute la mesure  $\mathbf{z}$ . L'équation d'incrémentation de mise à jour d'estimation à l'instant  $t_k$  est :

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_k = \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \left[ \underbrace{\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^*)}_{\text{mes inc}} - \mathbf{H}_k \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^- \right] \quad (3.35)$$

Substituons le terme  $[\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^*)]$ , alors l'Eq. (3.35) peut être écrite comme :

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_k = \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \left[ \underbrace{\Delta \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^-}_{\text{résiduel}} \right] \quad (3.36)$$

Considérons l'Eq. (3.34) associée au terme  $\mathbf{H}_k \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^-$ , alors l'Eq. (3.34) peut être écrite comme :

$$\hat{\mathbf{z}}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{H} \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{v} \quad (3.37)$$

Ainsi, la limite résiduelle en Eq. (3.36) peut être écrite comme suit :

$$\Delta \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^- = [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^*)] - \mathbf{H}_k \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{z}_k - [\mathbf{h}(\mathbf{x}_k^*) - \mathbf{H}_k \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^-] = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k \quad (3.38)$$

La substitution du résiduel de mesure Eq. (3.38) dans l'équation de mise à jour Eq. (3.35), et en ajoutant  $\mathbf{x}_k^-$  dans les deux côtés de l'équation, on obtient :

$$\underbrace{\mathbf{x}_k^* + \Delta \hat{\mathbf{x}}_k}_{\hat{\mathbf{x}}_k} = \underbrace{\mathbf{x}_k^* + \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^-}_{\hat{\mathbf{x}}_k^-} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-) \quad (3.39)$$

Où 
$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-) \quad (3.40)$$

L'équation de propagation pour la mise à jour de l'estimation est donnée par :

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \hat{\mathbf{x}}_k + \int_k^{k+1} \dot{\mathbf{x}}(t) dt = \hat{\mathbf{x}}_k + \int_k^{k+1} \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) dt \quad (3.41)$$

$$\mathbf{x}(t_k) = \hat{\mathbf{x}}_k \quad (3.42)$$

L'équation de propagation pour la matrice de covariance de l'erreur est donnée par :

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \mathbf{\Phi}_k \mathbf{P}_k \mathbf{\Phi}_k^- + \mathbf{Q}_k \quad (3.43)$$

### 3.3 Estimation d'Attitude

#### 3.3.1 Estimateur d'Attitude 6-Etat (Version Euler)

L'attitude est l'orientation du satellite autour de son centre de masse. Le mouvement d'attitude caractérise l'évolution de cette attitude au cours du temps. Pour traiter ce problème d'estimation d'attitude, on propose un estimateur d'attitude globale par le filtre de Kalman. La dimension du vecteur d'état à estimer est 6, à savoir : [3]

$$\mathbf{x} = [\boldsymbol{\vartheta} \quad \boldsymbol{\omega}] = [\varphi \quad \theta \quad \Psi \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z] \quad (3.44)$$

##### 3.3.1.1 Système d'Equation

À partir des Eq. (2.8) et (2.15), le système d'équation devient :

$$\dot{\varphi} = \omega_x \cos \Psi - \omega_y \sin \Psi \quad (3.45.a)$$

$$\dot{\theta} = (\omega_x \sin \Psi - \omega_y \cos \Psi) \sec \varphi + \omega_0 \quad (3.45.b)$$

$$\dot{\Psi} = \omega_z + (\omega_x \sin \Psi - \omega_y \cos \Psi) \tan \varphi \quad (3.45.c)$$

$$I_x \dot{\omega}_x = C_{GGx} + C_{Mx} + (I_y - I_z) \omega_y \omega_z - \omega_y h_z + \omega_z h_y - \dot{h}_x \quad (3.45.d)$$

$$I_y \dot{\omega}_y = C_{GGy} + C_{My} + (I_z - I_x) \omega_x \omega_z + \omega_x h_z - \omega_z h_x - \dot{h}_y \quad (3.45.e)$$

$$I_z \dot{\omega}_z = C_{GGz} + C_{Mz} + (I_x - I_y) \omega_x \omega_y - \omega_x h_y + \omega_y h_x - \dot{h}_z \quad (3.45.f)$$

$C_M$  est le couple induit par le magnéto-coupleur.  $C_{GG}$  est le couple de gradient de gravité.

### 3.3.1.2 Matrice de Transition

La matrice de transition est approximativement donnée par :

$$\Phi_k \approx \mathbf{I}_{6 \times 6} + \mathbf{F}(\hat{\mathbf{X}}(t_k), t_k) \Delta t$$

$$\Phi_k \approx \mathbf{I}_{6 \times 6} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\varphi \ \dot{\theta} \ \Psi)}{\partial(\varphi \ \theta \ \Psi)} & \frac{\partial(\varphi \ \dot{\theta} \ \Psi)}{\partial(\omega_x \ \omega_y \ \omega_z)} \\ \frac{\partial(\dot{\omega}_x \ \dot{\omega}_y \ \dot{\omega}_z)}{\partial(\varphi \ \theta \ \Psi)} & \frac{\partial(\dot{\omega}_x \ \dot{\omega}_y \ \dot{\omega}_z)}{\partial(\omega_x \ \omega_y \ \omega_z)} \end{bmatrix} \Delta t \quad (3.46)$$

$$\Phi_k \approx \mathbf{I}_{6 \times 6} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix} \Delta t$$

$$\mathbf{F}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega_x \sin \Psi - \omega_y \cos \Psi \\ (\omega_x \sin \Psi + \omega_y \cos \Psi) \tan \varphi \sec \varphi & 0 & (\omega_x \cos \Psi - \omega_y \sin \Psi) \sec \varphi \\ (\omega_x \sin \Psi + \omega_y \cos \Psi) \sec^2 \varphi & 0 & (\omega_x \cos \Psi - \omega_y \sin \Psi) \tan \varphi \end{bmatrix} \quad (3.47.a)$$

$$\mathbf{F}_{12} = \begin{bmatrix} \cos \Psi & -\sin \Psi & 0 \\ \sin \Psi \sec \varphi & \cos \Psi \sec \varphi & 0 \\ \sin \Psi \tan \varphi & \cos \Psi \tan \varphi & 1 \end{bmatrix} \quad (3.47.b)$$

$$\mathbf{F}_{21} = \begin{bmatrix} 3(I_z - I_y) \omega_0^2 \Delta_1^{23,33} & 3(I_z - I_y) \omega_0^2 \Delta_2^{23,33} & 3(I_z - I_y) \omega_0^2 \Delta_3^{23,33} \\ 3(I_x - I_z) \omega_0^2 \Delta_1^{33,13} & 3(I_x - I_z) \omega_0^2 \Delta_2^{33,13} & 3(I_x - I_z) \omega_0^2 \Delta_3^{33,13} \\ 3(I_x - I_y) \omega_0^2 \Delta_1^{23,13} & 3(I_x - I_y) \omega_0^2 \Delta_2^{23,13} & 3(I_x - I_y) \omega_0^2 \Delta_3^{23,13} \end{bmatrix} \quad (3.47.c)$$

$$\mathbf{F}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha\omega_z - \frac{h_z}{I_x} & -\alpha\omega_y + \frac{h_y}{I_x} \\ -\beta\omega_z + \frac{h_z}{I_y} & 0 & -\beta\omega_x \\ -\gamma\omega_y - \frac{h_y}{I_z} & -\gamma\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.47.d)$$

Avec

$$\alpha = \frac{I_z - I_y}{I_x}, \quad \beta = \frac{I_x - I_z}{I_y}, \quad \gamma = \frac{I_y - I_x}{I_z}$$

$$\Delta_n^{ij,kl} = \frac{\partial a_{ij}}{\partial \vartheta_n} a_{kl} + a_{ij} \frac{\partial a_{kl}}{\partial \vartheta_n} \quad (\vartheta_1 = \varphi, \vartheta_2 = \theta, \vartheta_3 = \Psi)$$

Les dérivées partielles de la matrice d'attitude  $\mathbf{A}$  par rapport aux angles d'Euler peuvent être consultées dans l'annexe A.

### 3.3.1.3 Matrice d'observation

L'équation de mesure du magnétomètre et du capteur solaire est comme suit :

$$\bar{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{A} \bar{\mathbf{z}}_{LO} + \bar{\mathbf{n}} \quad (3.48)$$

Où  $\bar{\mathbf{z}}_1$  et  $\bar{\mathbf{z}}_{LO}$  sont les vecteurs d'observations dans le repère satellite et le repère orbital local respectivement, et  $\mathbf{n} = [n_x \quad n_y \quad n_z]^T$  est le vecteur de bruit de mesure.

La matrice d'observation à l'instant  $k$ ,  $\mathbf{H}_k$  (de dimension  $3 \times 6$ ) est donnée par :

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{z}_k}{\partial \boldsymbol{\vartheta}_k} & \frac{\partial \mathbf{z}_k}{\partial \boldsymbol{\omega}_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \varphi} \mathbf{z}_{LO,k} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta} \mathbf{z}_{LO,k} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Psi} \mathbf{z}_{LO,k} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Où  $\mathbf{O}_{3 \times 3}$  est une matrice nulle.

### 3.3.1.4 Matrices de bruit de processus et d'observation

La matrice  $\mathbf{Q}$  de covariance de bruit de processus peut être obtenue en utilisant l'équation (3.31) [2] [3] [26] [91]. Pour notre application, il est supposé que seuls les

termes de vitesse angulaire sont affectés par le bruit. Alors, la matrice E (6x6) est donnée par :

$$\mathbf{E}[\mathbf{w}(u)\mathbf{w}(v)^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{22} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$\text{Où} \quad \mathbf{E}_{22} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 \delta(u-v) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \delta(u-v) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \delta(u-v) \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Où  $\delta$  est l'impulsion de Dirac.

À partir des équations (3.31), (3.46) et (3.51), nous avons :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 \Delta t + \mathbf{Q}_2 \frac{(\Delta t)^2}{2} + \mathbf{Q}_3 \frac{(\Delta t)^3}{3} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \quad (3.53.a)$$

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{F}_{12} \mathbf{S} \\ \mathbf{F}_{12}^T \mathbf{S} & \mathbf{F}_{22}^T \mathbf{S} + \mathbf{F}_{22} \mathbf{S} \end{bmatrix} \quad (3.53.b)$$

$$\mathbf{Q}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{12} \mathbf{S} \mathbf{F}_{12}^T & \mathbf{F}_{12} \mathbf{S} \mathbf{F}_{22}^T \\ \mathbf{F}_{22} \mathbf{S} \mathbf{F}_{12}^T & \mathbf{F}_{22} \mathbf{S} \mathbf{F}_{22}^T \end{bmatrix} \quad (3.53.c)$$

$$\text{et} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \quad (3.53.c)$$

### 3.3.2 Algorithme du Filtre de Kalman EKF 6-Etat (Version Euler)

Le filtre de Kalman EKF 6-Etat version Euler est un filtre optimal et récursif avec un processus cyclique comprenant les phases suivantes :

#### 3.3.2.1 Cycle de propagation

##### Propagation de la Covariance

$$\bar{\mathbf{P}}_{k+1} = \Phi_{k+1} \hat{\mathbf{P}}_k \Phi_{k+1}^T + \mathbf{Q}_{k+1} \quad (3.54)$$

$$\Phi \approx \mathbf{I}_{6 \times 6} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial \vartheta} & \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial \omega} \\ \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial \dot{\vartheta}} & \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial \dot{\omega}} \end{bmatrix} (\mathbf{t}_{k+1} - \mathbf{t}_k) \quad (3.55)$$

### Propagation du vecteur d'état

$$\bar{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \dot{\mathbf{X}} dt \quad (3.56)$$

$$\bar{\boldsymbol{\vartheta}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{\vartheta}}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \dot{\boldsymbol{\vartheta}} dt \quad (3.57)$$

$$\bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{\omega}}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{I}^{-1} [\mathbf{C} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}] dt \quad (3.58)$$

### 3.3.2.2 Cycle de Correction

#### Calcul de la Matrice d'Observation

$$\mathbf{H}_k = \left[ \frac{\partial \mathbf{z}_B}{\partial \mathbf{x}} \right] = \left[ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \varphi} \mathbf{z}_{LO,k} \quad \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta} \mathbf{z}_{LO,k} \quad \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \psi} \mathbf{z}_{LO,k} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \right] \quad (3.59)$$

#### Calcul du Gain de Kalman

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (3.60)$$

#### Mise à jour de l'Estimation à partir de l'Observation

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{Z}_B - \mathbf{A} \mathbf{Z}_{LO}) \quad (3.61)$$

#### Mise à jour de la covariance

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1} = (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \quad (3.62)$$



### 3.3.3 Estimateur d'Attitude 7-Etat (Version Quaternion)

L'utilisation du paramètre quaternion est introduite dans cet algorithme d'estimation d'attitude. La dimension du vecteur d'état à estimer est 7 [2] [3].

$$\mathbf{X} = [\mathbf{q} \quad \boldsymbol{\omega}] = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z] \quad (3.63)$$

La conception de l'estimateur quaternion à 7 Etat (EKF 7-Etat) nécessite la linéarisation de la dynamique non linéaire de certaines trajectoires de référence. Pour ce faire, EKF 7-Etat suppose que la structure du quaternion est une structure additive ;  $\mathbf{q} = \mathbf{q}^{(-)} + \delta\mathbf{q}$ , où  $\mathbf{q}$  est le vecteur quaternion vrai à estimer et  $\mathbf{q}^{(-)}$  est le vecteur quaternion prédit. Afin de garder les deux quaternions  $\mathbf{q}$  et  $\mathbf{q}^{(-)}$ , le vecteur de correction additif  $\delta\mathbf{q}$  ne peut être choisi arbitrairement. Cependant, EKF 7-Etat suppose que  $\delta\mathbf{q}$  est indépendant du calcul de la matrice de covariance (par exemple, en négligeant la contrainte sur la norme du quaternion  $\mathbf{q}^t \delta\mathbf{q} = \mathbf{0}$  pour le calcul de la matrice de covariance).

#### 3.3.3.1 Système d'Equation

À partir des Eq. (2.8) et (2.9), le système d'équation devient :

$$\dot{q}_1 = \omega_{oz}q_2 - \omega_{oy}q_3 + \omega_{ox}q_4 \quad (3.64.a)$$

$$\dot{q}_2 = -\omega_{oz}q_1 + \omega_{ox}q_3 + \omega_{oy}q_4 \quad (3.64.b)$$

$$\dot{q}_3 = \omega_{oy}q_1 - \omega_{ox}q_2 + \omega_{oz}q_4 \quad (3.64.c)$$

$$\dot{q}_4 = -\omega_{ox}q_1 - \omega_{oy}q_2 - \omega_{oz}q_3 \quad (3.64.d)$$

$$I_x \dot{\omega}_x = C_{GGx} + C_{Mx} + (I_y - I_z)\omega_y\omega_z - \omega_y h_z + \omega_z h_y - \dot{h}_x \quad (3.64.e)$$

$$I_y \dot{\omega}_y = C_{GGy} + C_{My} + (I_z - I_x)\omega_x\omega_z + \omega_x h_z - \omega_z h_x - \dot{h}_y \quad (3.64.f)$$

$$I_z \dot{\omega}_z = C_{GGz} + C_{Mz} + (I_x - I_y)\omega_x\omega_y - \omega_x h_y + \omega_y h_x - \dot{h}_z \quad (3.64.g)$$

#### 3.3.3.2 Matrice de Transition

La matrice de transition est approximativement donnée par :

$$\Phi_k \approx \mathbf{I}_{7 \times 7} + \mathbf{F}(\hat{\mathbf{X}}(t_k), t_k) \Delta t$$

$$\Phi_k \approx \mathbf{I}_{7 \times 7} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \omega_S^I} \\ \frac{\partial \dot{\omega}_S^I}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \dot{\omega}_S^I}{\partial \omega_S^I} \end{bmatrix} \Delta t \quad (3.65)$$

$$\Phi_k \approx \mathbf{I}_{7 \times 7} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix} \Delta t$$

$$\mathbf{F}_{11} = \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{q}_i} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{q}_i} + \frac{1}{2} \frac{\partial \boldsymbol{\Omega}}{\partial \mathbf{q}_i} \mathbf{q} \quad (3.66.a)$$

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \omega_S^I} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Lambda} \frac{\partial}{\partial \omega_S^I} (\omega_S^I - \mathbf{A} \omega_0) = \frac{1}{2} \frac{\partial \omega_S^I}{\partial \omega_S^I} \boldsymbol{\Lambda} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Lambda} \quad (3.66.b)$$

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{\partial \dot{\omega}_S^I}{\partial \mathbf{q}_i} \quad (3.66.c)$$

$$\mathbf{F}_{22} = \frac{\partial \dot{\omega}_S^I}{\partial \omega_i} \quad (3.66.d)$$

A partir de l'équation (3.66.a), on a

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{q}_i} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{q}_i} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\Lambda} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{q}_i} \omega_0 \quad (3.67)$$

Donc,

$$\mathbf{F}_{11} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega} + [\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ \gamma_4] \quad (3.68)$$

Où

$$\gamma_i = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\Lambda} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{q}_i} \omega_0 \quad (3.69)$$

Finalement,

$$\gamma_1 = \omega_0 \begin{bmatrix} q_3 q_1 \\ q_3 q_2 \\ q_3^2 - 1 \\ q_3 q_4 \end{bmatrix} \quad (3.70.a)$$

$$\gamma_2 = \omega_0 \begin{bmatrix} q_1 q_4 \\ q_2 q_4 \\ q_3 q_4 \\ q_4^2 - 1 \end{bmatrix} \quad (3.70.b)$$

$$\gamma_3 = \omega_0 \begin{bmatrix} 1 - q_1^2 \\ -q_1 q_2 \\ -q_1 q_3 \\ -q_1 q_4 \end{bmatrix} \quad (3.70.c)$$

$$\gamma_4 = \omega_0 \begin{bmatrix} -q_1 q_2 \\ 1 - q_2^2 \\ -q_2 q_3 \\ -q_2 q_4 \end{bmatrix} \quad (3.70.d)$$

A partir de l'équation (3.66.b), on aura :

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

A partir de l'équation (3.66.c),  $\mathbf{F}_{21}$  peut être écrite comme suit :

$$\mathbf{F}_{21} = [\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \zeta_3 \quad \zeta_4] \quad (3.72)$$

Où,

$$\zeta_1 = \begin{bmatrix} 6 \omega_0^2 \alpha (-a_{23}q_1 + a_{33}q_4) \\ 6 \omega_0^2 \beta (+a_{33}q_3 + a_{13}q_1) \\ 6 \omega_0^2 \gamma (+a_{13}q_4 + a_{23}q_3) \end{bmatrix} \quad (3.73.a)$$

$$\zeta_2 = \begin{bmatrix} 6 \omega_0^2 \alpha (-a_{23}q_2 + a_{33}q_3) \\ 6 \omega_0^2 \beta (-a_{33}q_4 - a_{13}q_2) \\ 6 \omega_0^2 \gamma (+a_{13}q_3 - a_{23}q_4) \end{bmatrix} \quad (3.73.b)$$

$$\zeta_3 = \begin{bmatrix} 6 \omega_0^2 \alpha (+a_{23}q_3 + a_{33}q_2) \\ 6 \omega_0^2 \beta (+a_{33}q_1 + a_{13}q_3) \\ 6 \omega_0^2 \gamma (+a_{13}q_1 + a_{23}q_1) \end{bmatrix} \quad (3.73.c)$$

$$\zeta_4 = \begin{bmatrix} 6 \omega_0^2 \alpha (+a_{23}q_4 + a_{33}q_1) \\ 6 \omega_0^2 \beta (-a_{33}q_2 + a_{13}q_4) \\ 6 \omega_0^2 \gamma (+a_{13}q_1 - a_{23}q_2) \end{bmatrix} \quad (3.73.d)$$

Avec

$$\alpha = \frac{I_z - I_y}{I_x}, \quad \beta = \frac{I_x - I_z}{I_y}, \quad \gamma = \frac{I_y - I_x}{I_z}$$

Le calcul de  $\mathbf{F}_{22}$  peut être trouvé de la même façon que l'équation (3.47.d).

Les dérivées partielles de la matrice d'attitude  $\mathbf{A}$  par rapport aux quaternions sont trouvées dans l'annexe A.

### 3.3.3.3 Matrice d'observation

La matrice d'observation à l'instant  $k$ ,  $\mathbf{H}_k$  (de dimension  $3 \times 7$ ) est donnée par :

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial \vec{z}_k}{\partial \mathbf{q}_k} & \frac{\partial \vec{z}_k}{\partial \boldsymbol{\omega}_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_1} \mathbf{z}_{LO,k} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_2} \mathbf{z}_{LO,k} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_3} \mathbf{z}_{LO,k} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_4} \mathbf{z}_{LO,k} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

Où  $\mathbf{0}_{3 \times 3}$  est une matrice nulle.

### 3.3.3.4 Matrices de bruit de processus et d'observation

La matrice  $\mathbf{Q}$  de covariance de bruit de processus peut être obtenue en utilisant l'équation (3.31) [2] [3] [26] [91]. La matrice  $\mathbf{E}$  ( $7 \times 7$ ) est donnée par :

$$\mathbf{E}[\mathbf{w}(\mathbf{u})\mathbf{w}(\mathbf{v})^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{22} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$\text{Où} \quad \mathbf{E}_{22} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 \delta(\mathbf{u} - \mathbf{v}) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \delta(\mathbf{u} - \mathbf{v}) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \delta(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Où  $\delta$  est l'impulsion de Dirac.

À partir des équations (3.31), (3.65) et (3.76), nous avons :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 \Delta t + \mathbf{Q}_2 \frac{(\Delta t)^2}{2} + \mathbf{Q}_3 \frac{(\Delta t)^3}{3} \quad (3.77)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \quad (3.78.a)$$

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{F}_{12} \mathbf{S} \\ \mathbf{F}_{12}^T \mathbf{S} & \mathbf{F}_{22}^T \mathbf{S} + \mathbf{F}_{22} \mathbf{S} \end{bmatrix} \quad (3.78.b)$$

$$\mathbf{Q}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{12} \mathbf{S} \mathbf{F}_{12}^T & \mathbf{F}_{12} \mathbf{S} \mathbf{F}_{22}^T \\ \mathbf{F}_{22} \mathbf{S} \mathbf{F}_{12}^T & \mathbf{F}_{22} \mathbf{S} \mathbf{F}_{22}^T \end{bmatrix} \quad (3.78.c)$$

et

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \quad (3.78.c)$$

### 3.3.4 Algorithme du Filtre de Kalman EKF 7-Etat

Le filtre de Kalman EKF 7-Etat est un filtre optimal et récursif avec un processus cyclique comprenant les phases suivantes :

#### 3.3.4.1 Cycle de propagation

##### Propagation de la Covariance

$$\bar{\mathbf{P}}_{k+1} = \Phi_{k+1} \hat{\mathbf{P}}_k \Phi_{k+1}^T + \mathbf{Q}_{k+1} \quad (3.79)$$

$$\Phi_k \approx \mathbf{I}_{7 \times 7} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \omega_S^I} \\ \frac{\partial \dot{\omega}_S^I}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \dot{\omega}_S^I}{\partial \omega_S^I} \end{bmatrix} (t_{k+1} - t_k) \quad (3.80)$$

##### Propagation du vecteur d'état

$$\bar{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \dot{\mathbf{X}} dt \quad (3.81)$$

$$\bar{\mathbf{q}}_{k+1} = \hat{\mathbf{q}}_k + \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (\Omega \mathbf{q}) dt \quad (3.82)$$

$$\bar{\omega}_{k+1} = \hat{\omega}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{I}^{-1} [\mathbf{C} - \omega \times \mathbf{I} \omega] dt \quad (3.83)$$

### 3.3.4.2 Cycle de Correction

#### Calcul de la Matrice d'Observation

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_k &= \frac{\partial \mathbf{z}_B}{\partial \mathbf{x}} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_1} \mathbf{z}_{LO} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_2} \mathbf{z}_{LO} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_3} \mathbf{z}_{LO} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_4} \mathbf{z}_{LO} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \omega_x} \mathbf{z}_{LO} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \omega_y} \mathbf{z}_{LO} & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \omega_z} \mathbf{z}_{LO} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.84)$$

#### Calcul du Gain de Kalman

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (3.85)$$

#### Mise à jour de l'Estimation à partir de l'Observation

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{Z}_B - \mathbf{A} \mathbf{Z}_{LO}) \quad (3.86)$$

#### Mise à jour de la covariance

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1} = (\mathbf{I}_{7 \times 7} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \quad (3.87)$$

Ce processus de base du EKF a introduit plusieurs variables qui méritent plus d'explications. La matrice de covariance ( $\mathbf{P}$ ) est essentiellement une estimation du temps de référence de la précision à la fois du modèle du système et des mesures. Le cycle de correction dépend fortement de ces précisions afin de quantifier l'écart entre les vecteurs observé et calculé. La matrice de transition ( $\Phi$ ) est une approximation de l'évolution que subit l'Etat sur l'intervalle de temps spécifié. Le processus de la matrice de covariance du bruit ( $\mathbf{Q}$ ) est issu de l'erreur prévue dans le processus de filtrage. La matrice d'observation ( $\mathbf{H}$ ) est une mesure de la façon dont les mesures sont dépendantes de l'état du système. La matrice covariance du bruit de mesure ( $\mathbf{R}$ ) implique l'erreur prévue dans les Etats eux-mêmes, issus de la précision du modèle du système.

## 3.4 Application et Résultats de Simulation

Les résultats présentés dans cette section ont été obtenus avec un simulateur qui met en œuvre la dynamique du satellite en utilisant le code C, MATLAB et SIMULINK. Cette

simulation est nécessaire pour générer des mesures réalistes pour l'EKF à utiliser comme entrée. Ce filtre prend les vecteurs de mesure du capteur magnétomètre et du capteur solaire et les combine avec les vecteurs correspondants modélisés (dans un repère de référence) afin d'estimer l'attitude et les vitesses angulaires.

Tableau 3.1 Paramètres de Simulation

<b>Attitude initiale du simulateur d'attitude</b>	
$[\varphi \ \theta \ \psi]$ initial [deg]	[0.0 0.0 5.0]
$[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ initial [deg/sec]	[0.0 $-2\pi/6000$ 0.0]
<b>Attitude initiale de l'Estimateur</b>	
$[\varphi \ \theta \ \psi]$ initial [deg]	[0.0 0.0 0.0]
$[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ initial [deg/sec]	[0.0 $-2\pi/6000$ 0.0]
<b>Matrice de covariance des observations R</b>	
Erreur de variance des observations du magnétomètre suivant X/Y/Z axis [micro Tesla] <sup>2</sup>	$(0.3)^2$
Erreur de variance des observations du capteur solaire suivant X/Y/Z [deg] <sup>2</sup>	$(0.1)^2$

Les estimateurs EKF 6-Etat (version Euler) et 7-Etat (version quaternion) sont mis en œuvre pour les satellites d'observation de la Terre ne subissant que de petits angles de rotation autour des axes x et y. Les résultats de simulation de la dynamique et de l'erreur d'estimation sont présentés sur les figures (3.2 à 3.13) en deux modes : mode libration où le satellite oscille avec de petits angles d'Euler et le mode spin où le satellite a une rotation ( $-180^\circ$  à  $180^\circ$ ) autour d'un axe avec une vitesse angulaire constante. Les figures (3.14) et (3.15) montrent les mesures du magnétomètre et du capteur solaire.

### 3.4.1 Mode Libration

#### -Estimateur EKF 6-Etat

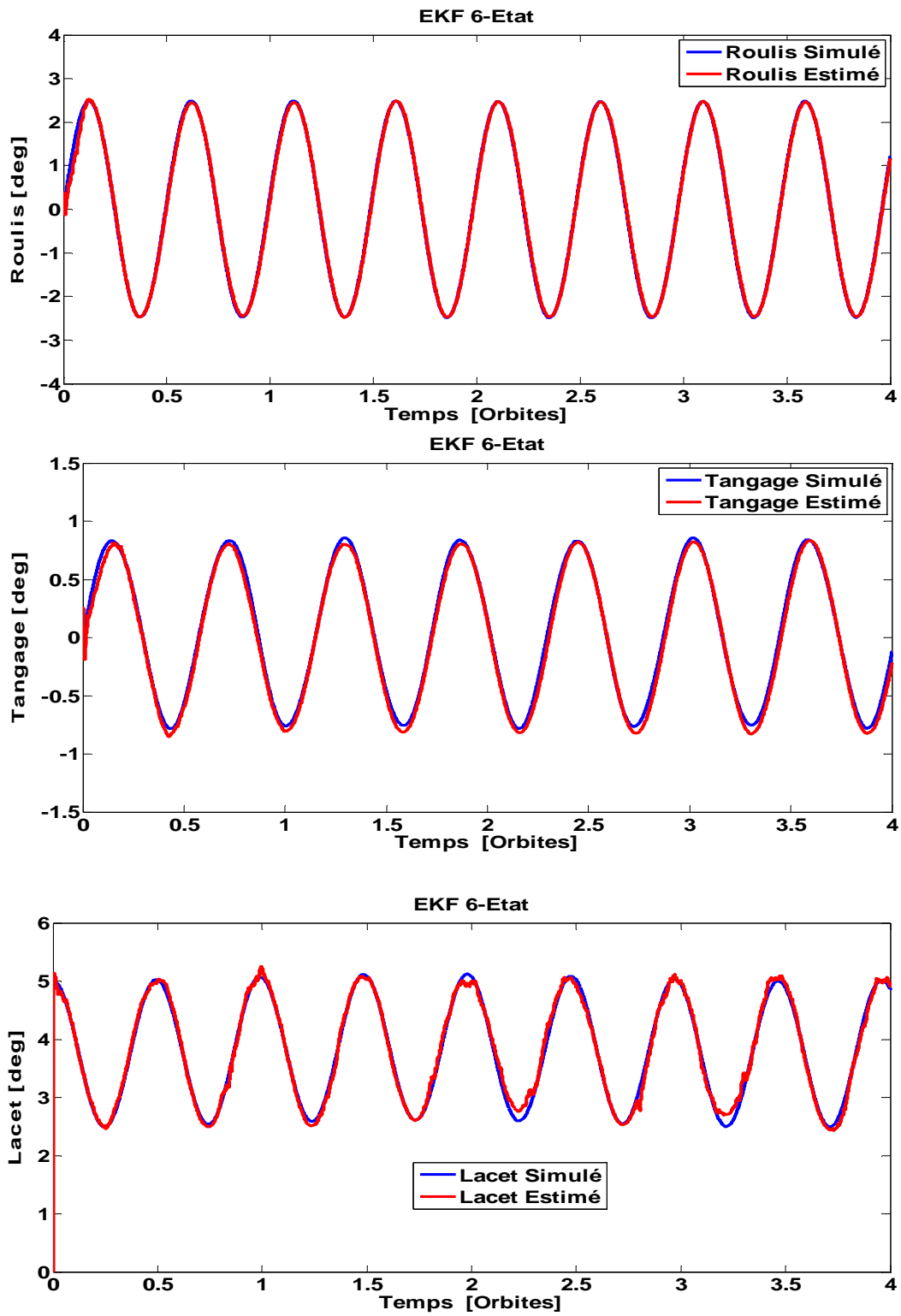


Figure 3.2 Estimation d'Attitude par EKF 6-Etat en Mode Libration



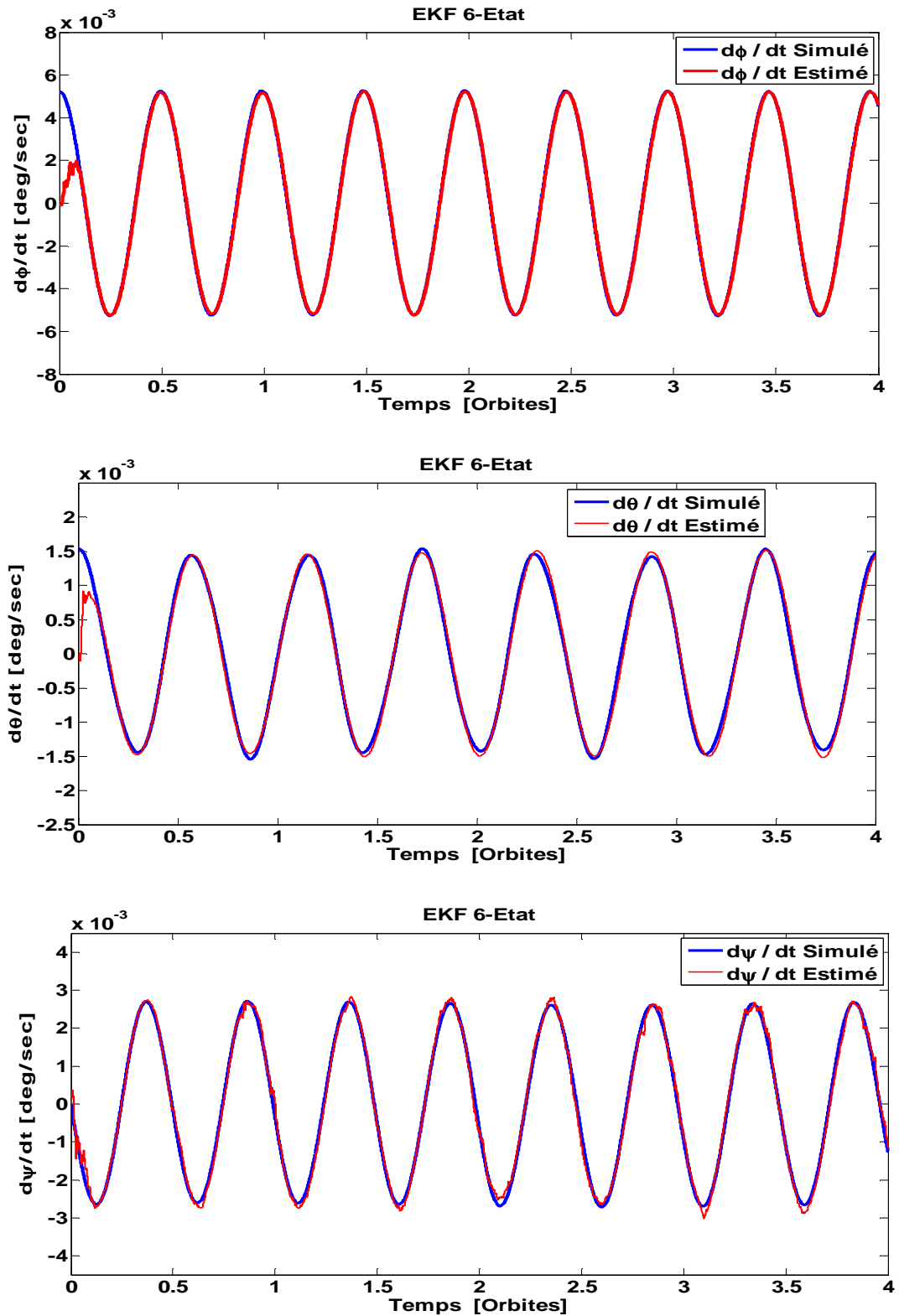


Figure 3.3 Estimation des Variations d'Attitude par EKF 6-Etat en Mode Libration

-Estimateur EKF 7-Etat

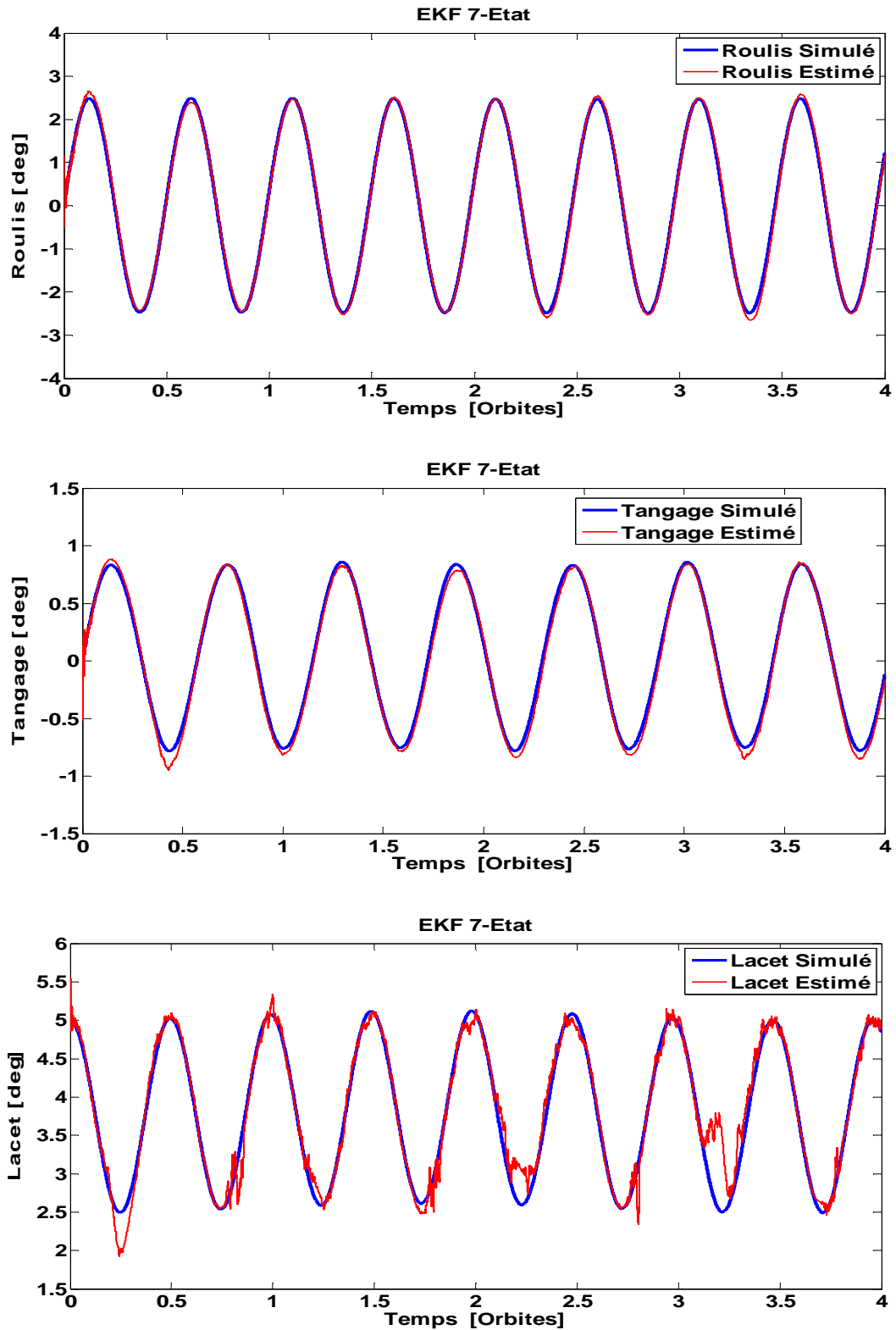


Figure 3.4 Estimation d'Attitude par EKF 7-Etat en Mode Libration

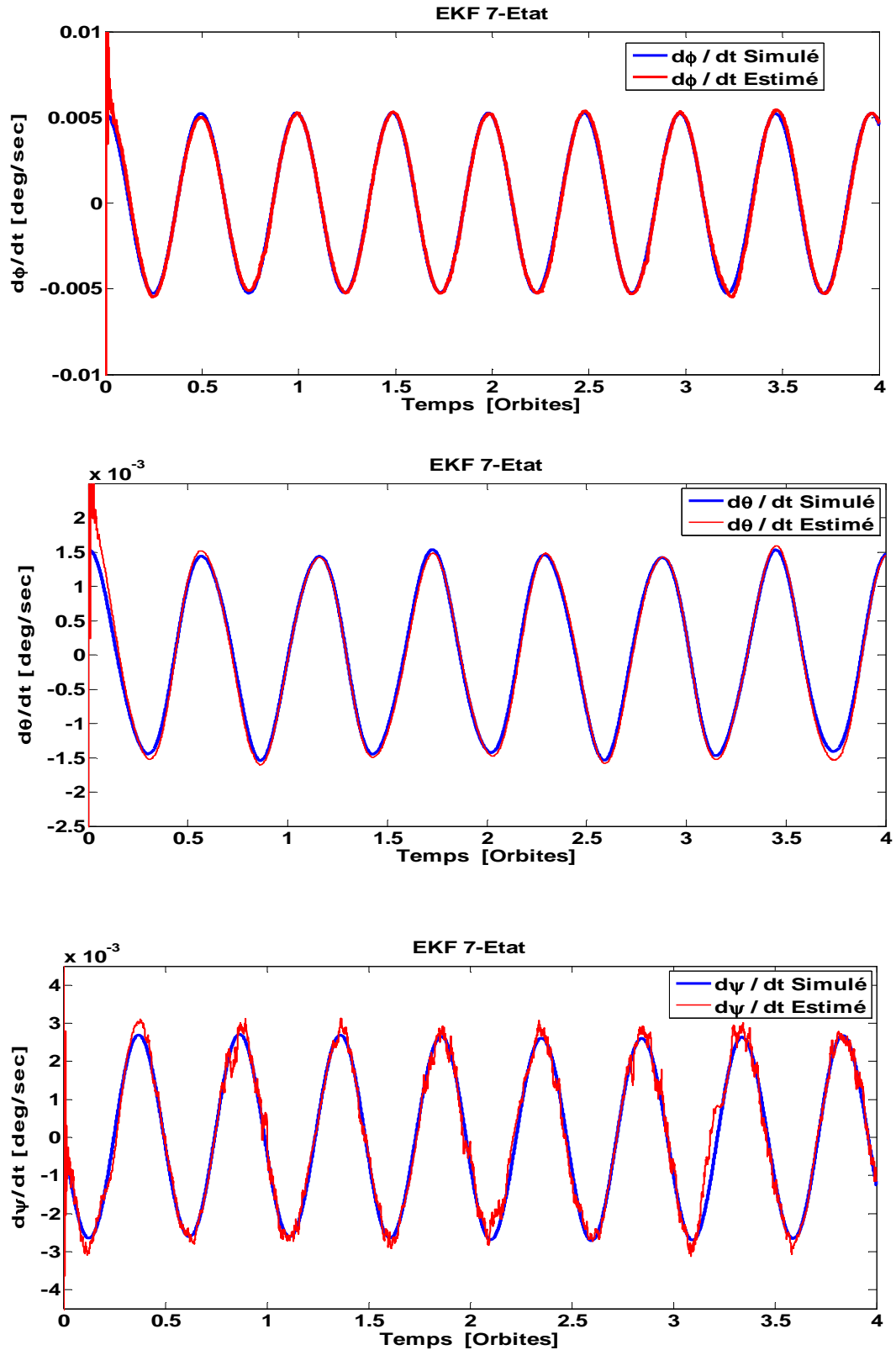


Figure 3.5 Estimation des Variations d'Attitude par EKF 7-Etat en Mode Libration

-Erreur d'Estimation :

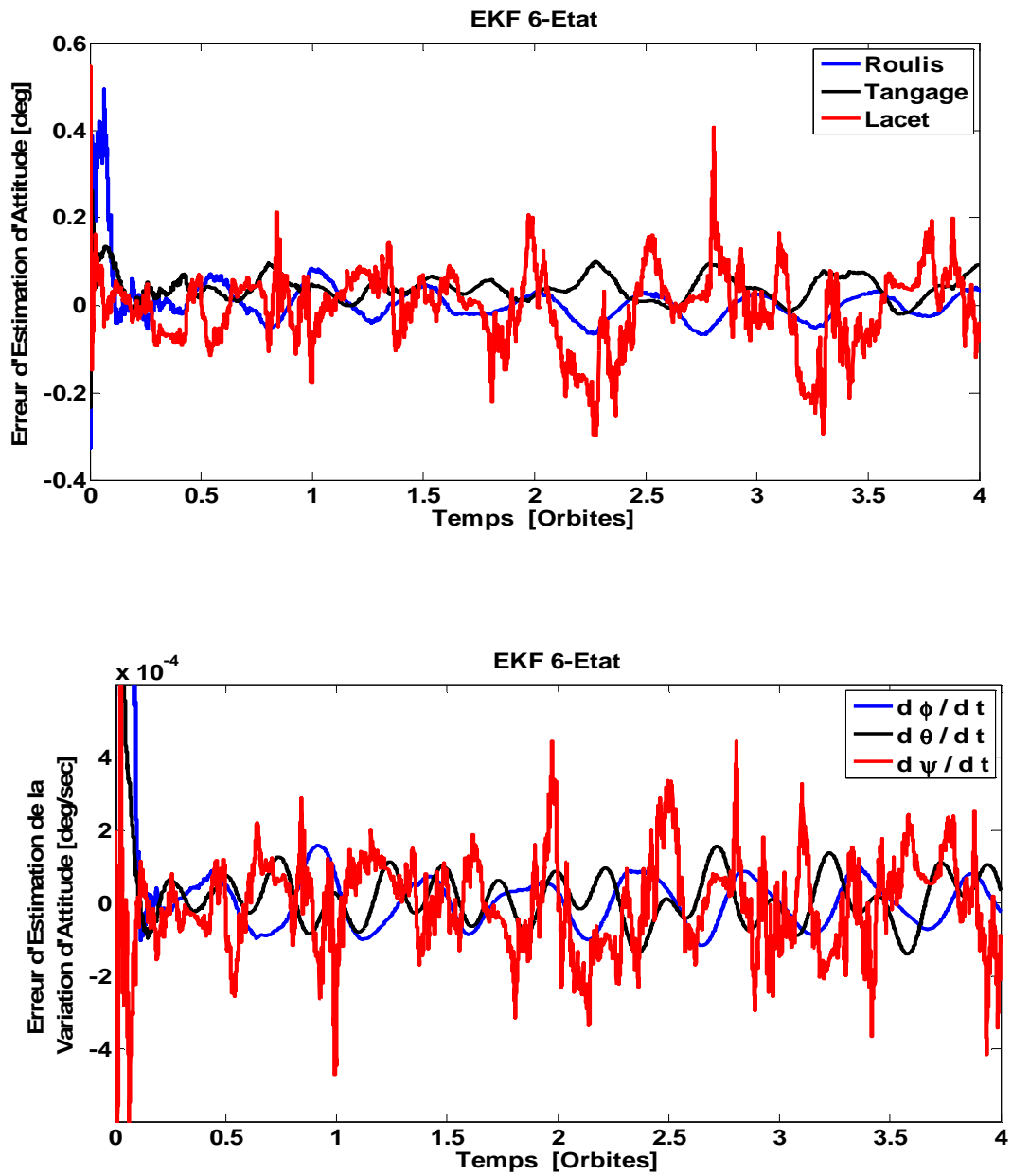


Figure 3.6 Erreur d'Estimation du EKF 6-Etat en Mode Libration

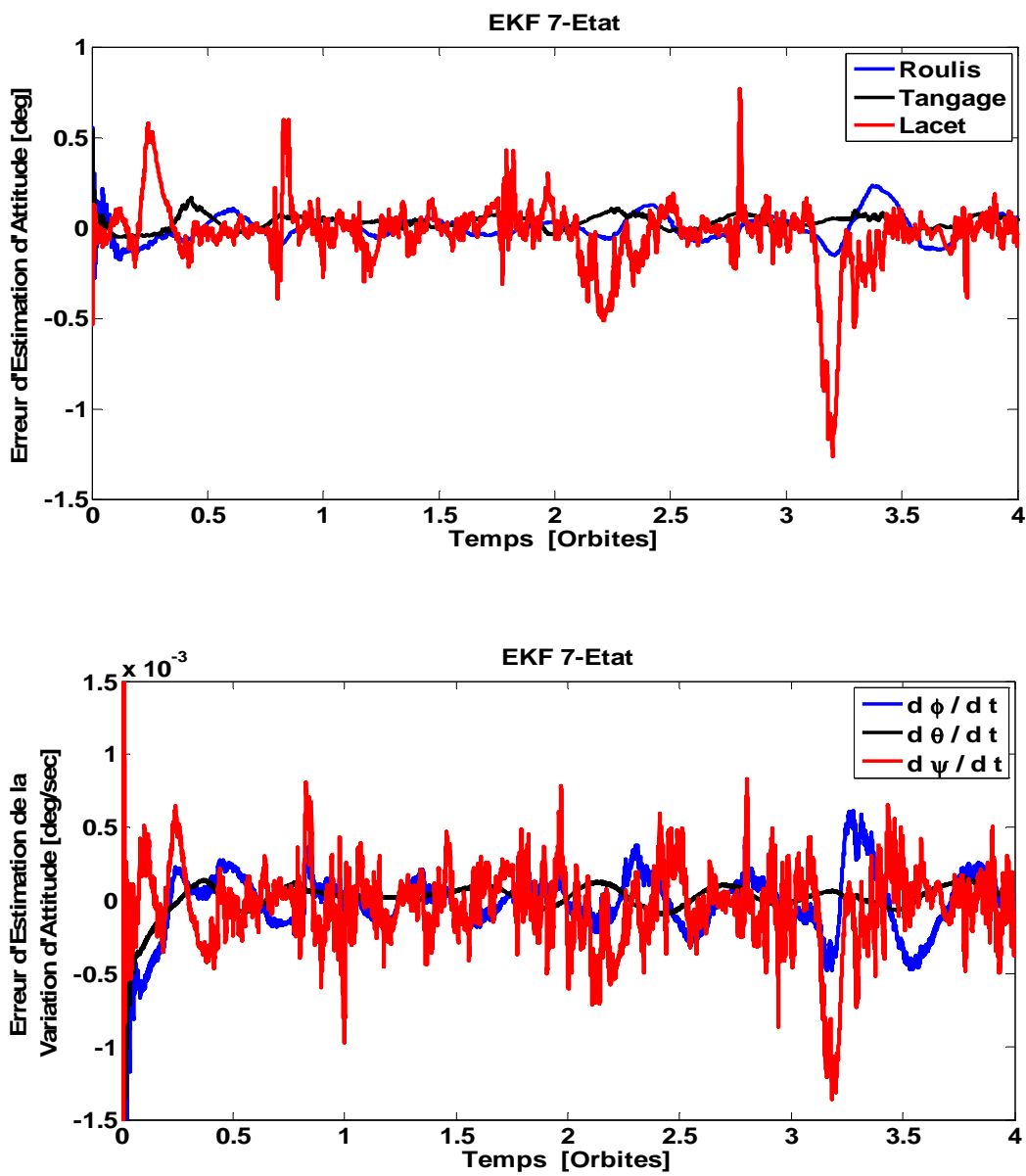


Figure 3.7 Erreur d'Estimation du EKF 7-Etat en Mode Libration

### 3.4.2 Mode Spin

Estimateur EKF 6-Etat :

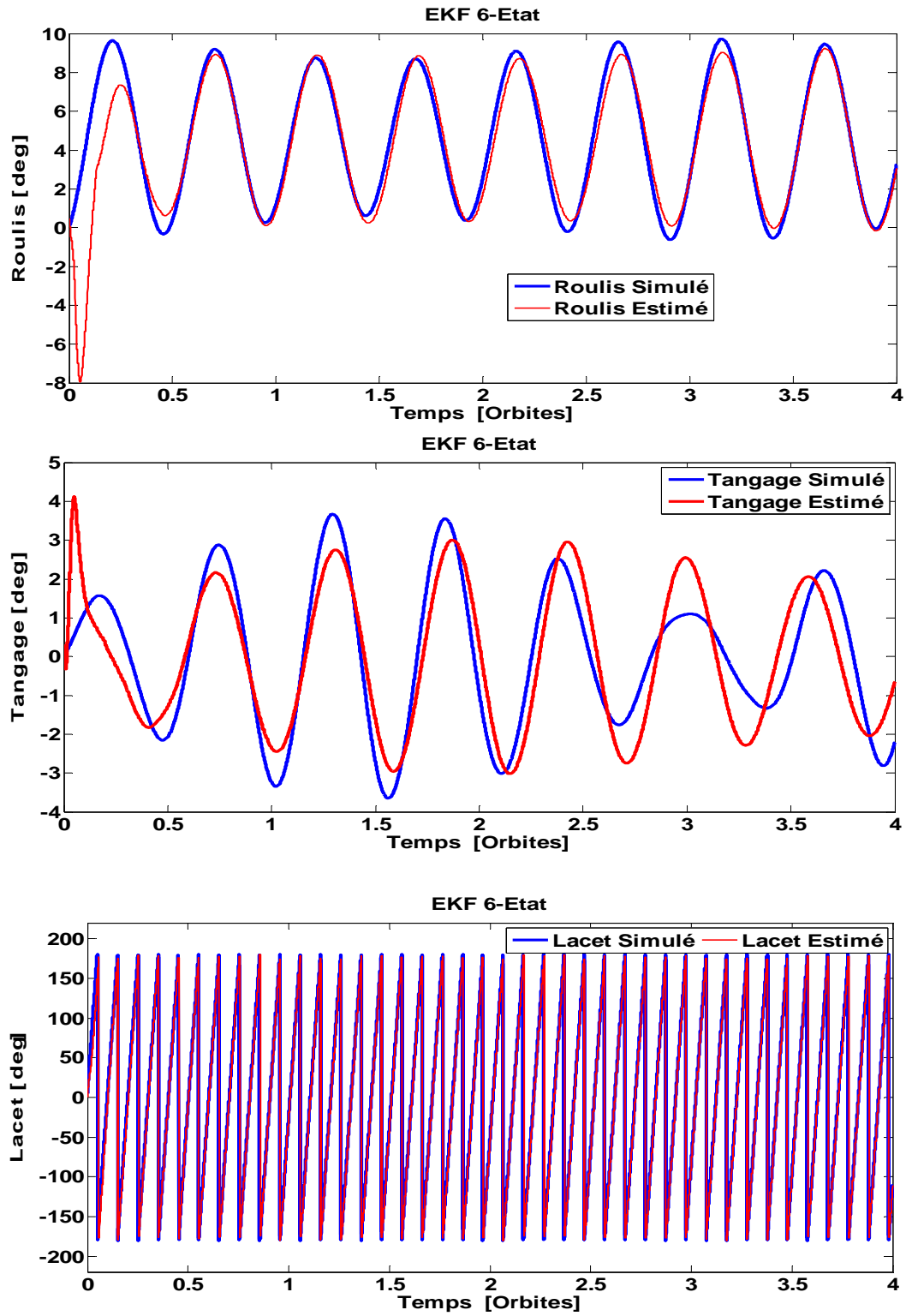


Figure 3.8 Estimation d'Attitude par EKF 6-Etat en Mode Spin.

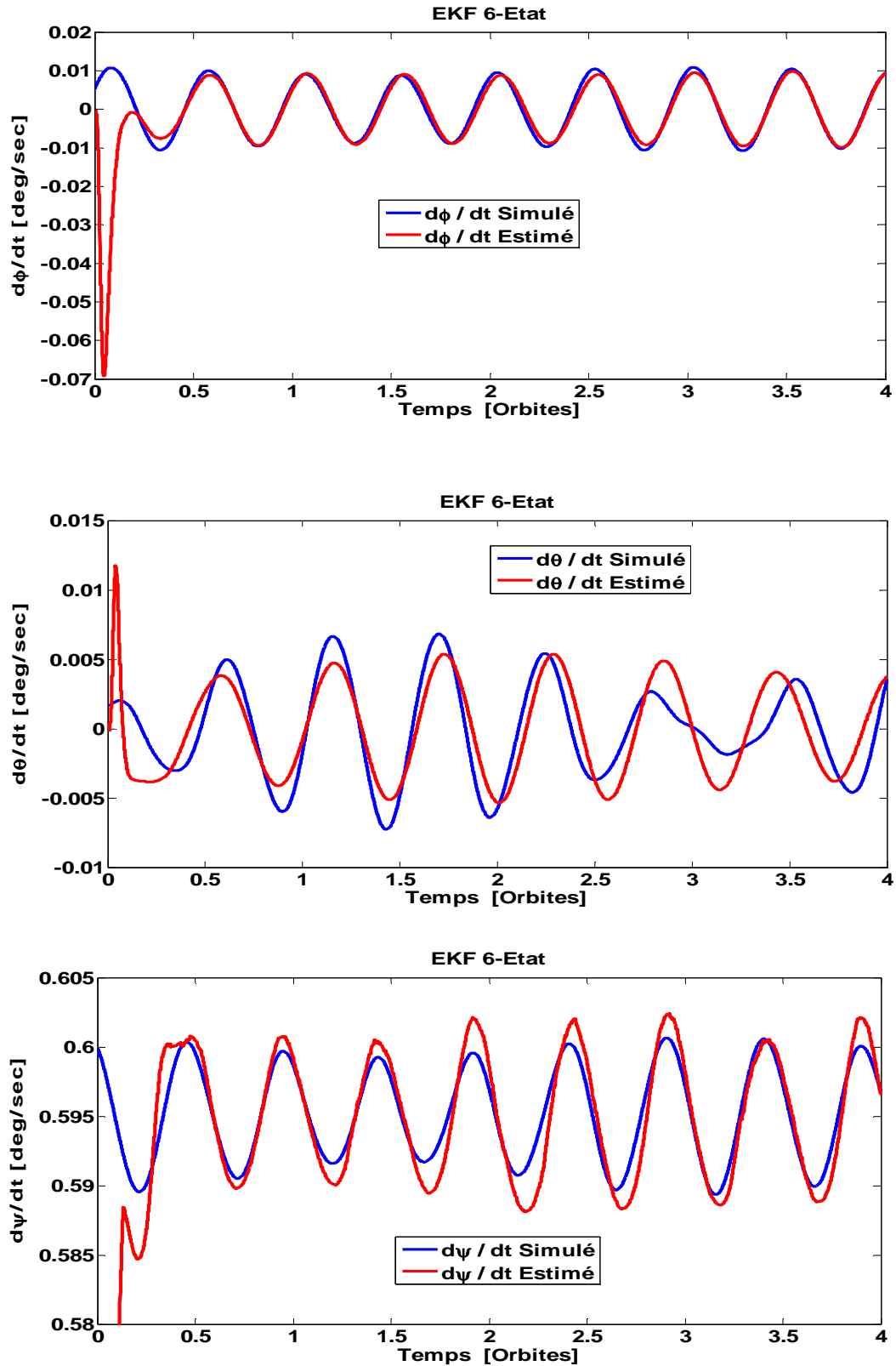


Figure 3.9 Estimation des Variations d'Attitude par EKF 6-Etat en Mode Spin.

Estimateur EKF 7-Etat :

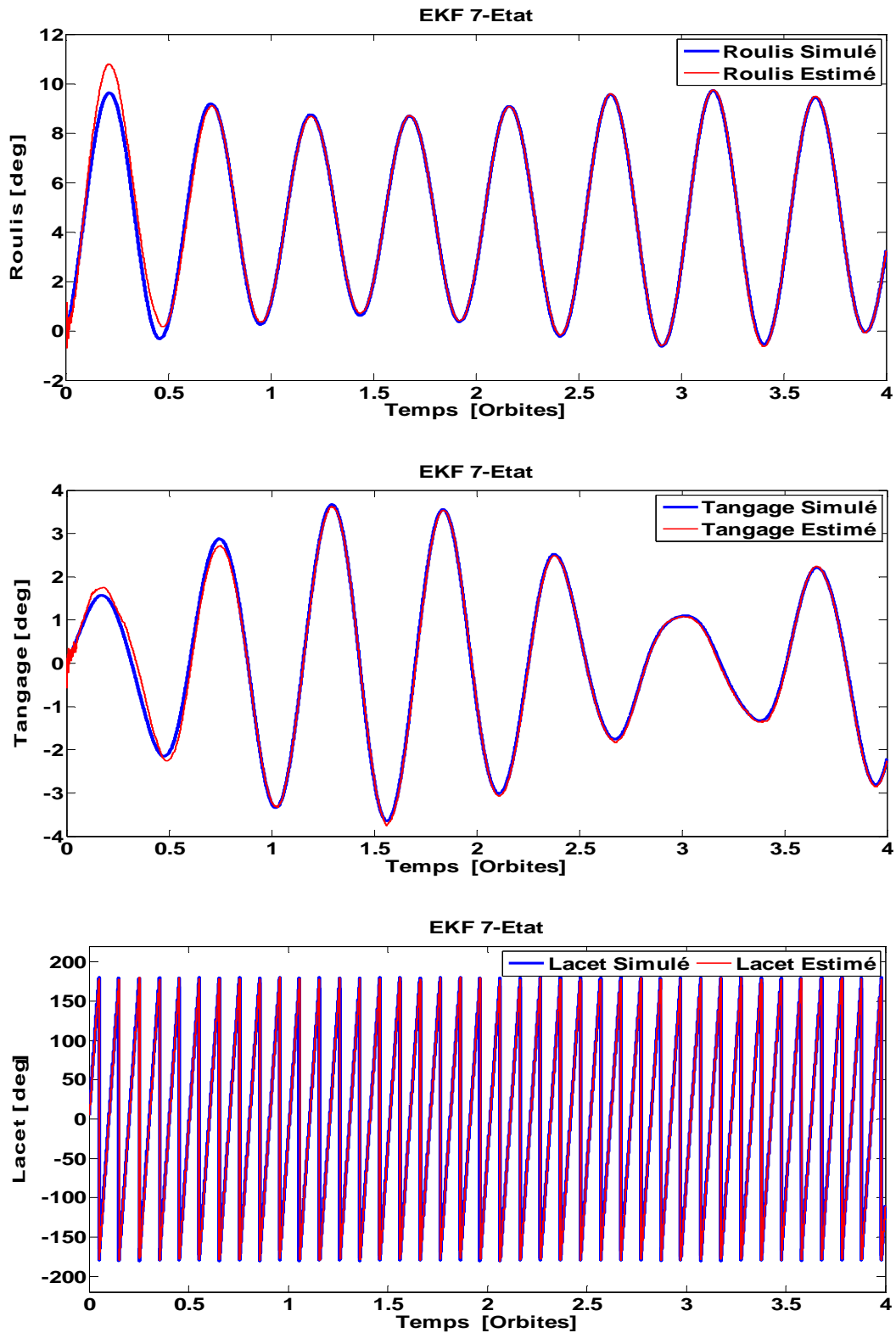


Figure 3.10 Estimation d'Attitude par EKF 7-Etat en Mode Spin.



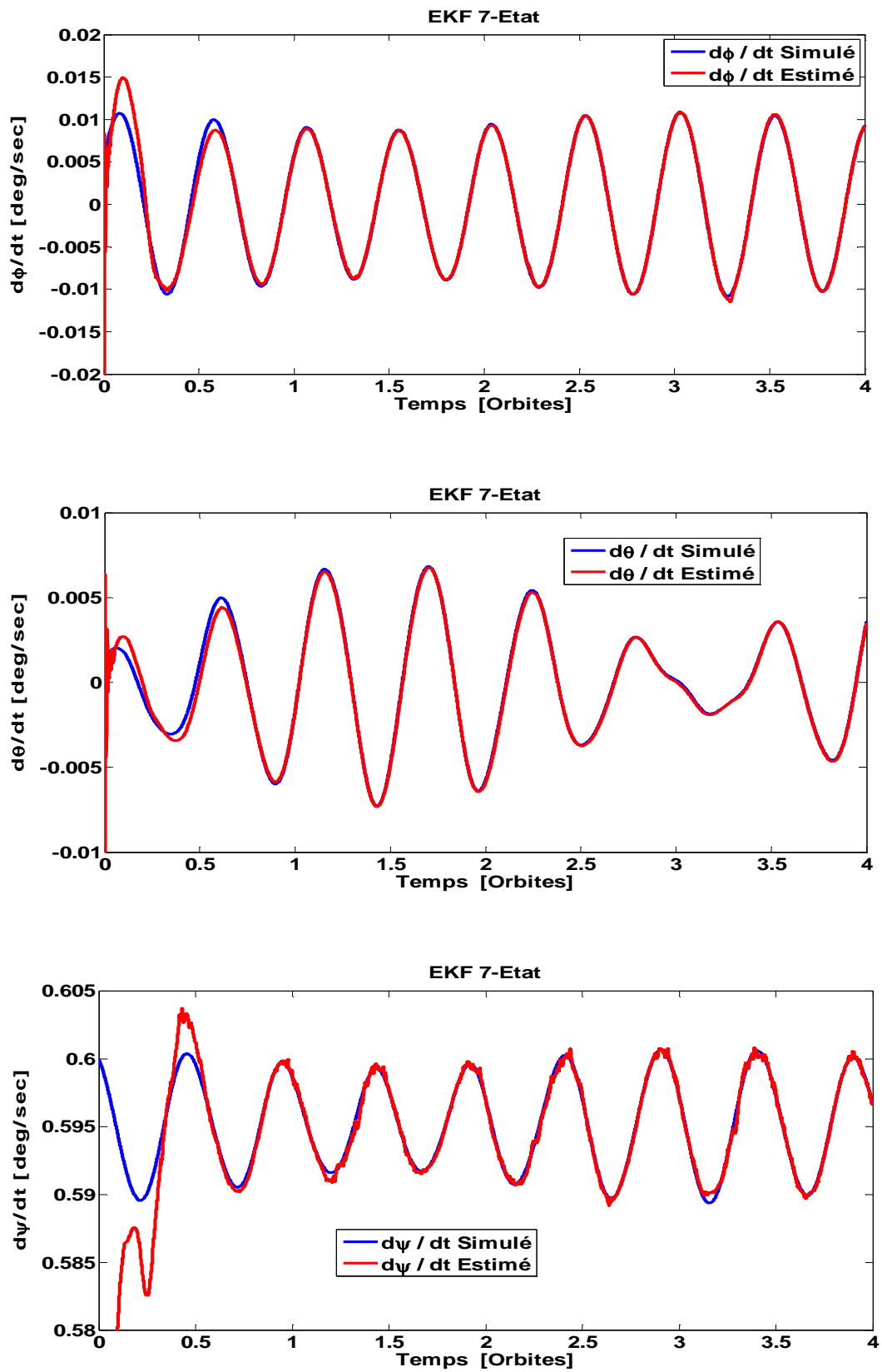


Figure 3.11 Estimation des Variations d'Attitude par EKF 7-Etat en Mode Spin.

-Erreur d'Estimation :

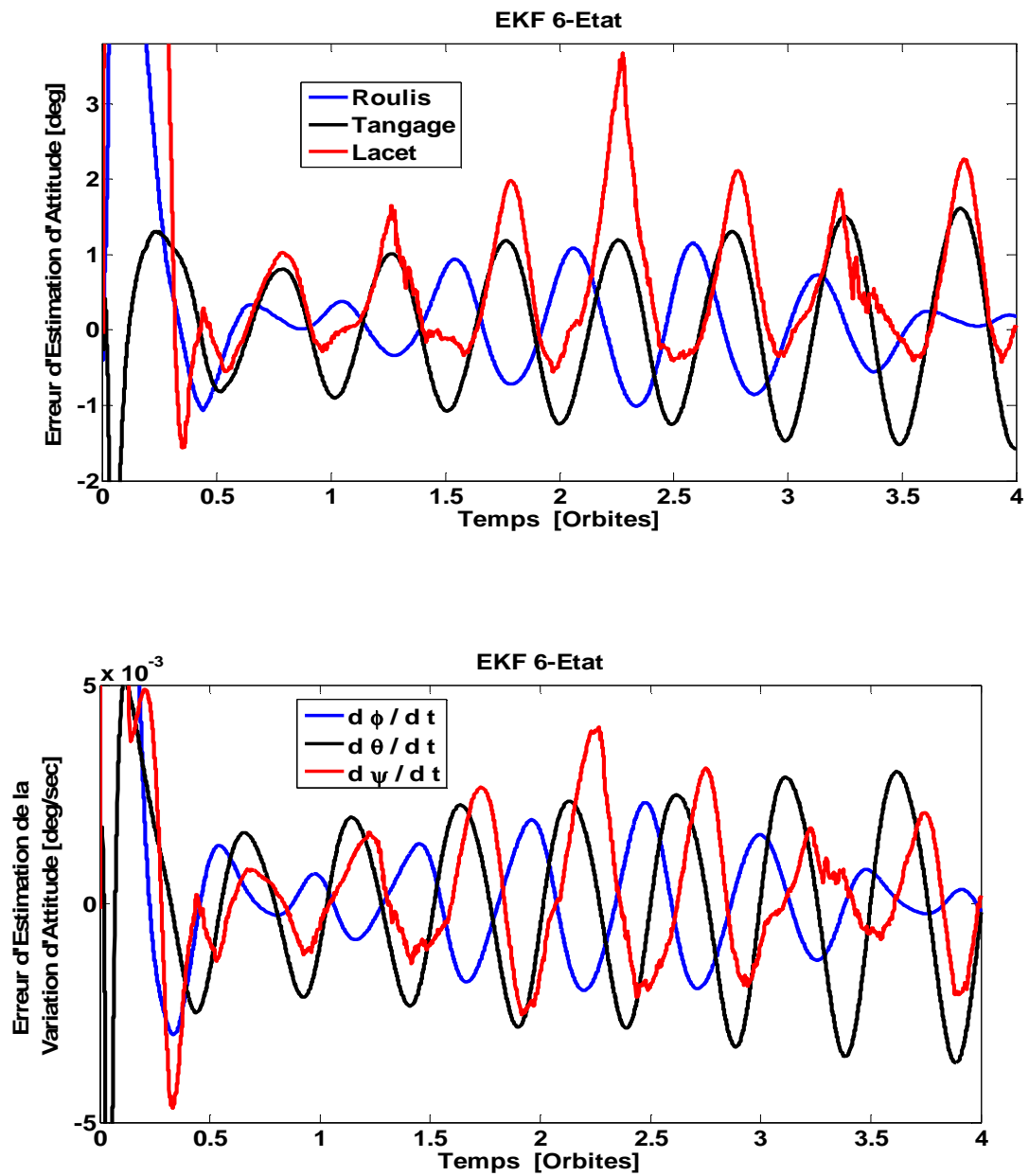


Figure 3.12 Erreur d'Estimation du EKF 6-Etat en Mode Spin

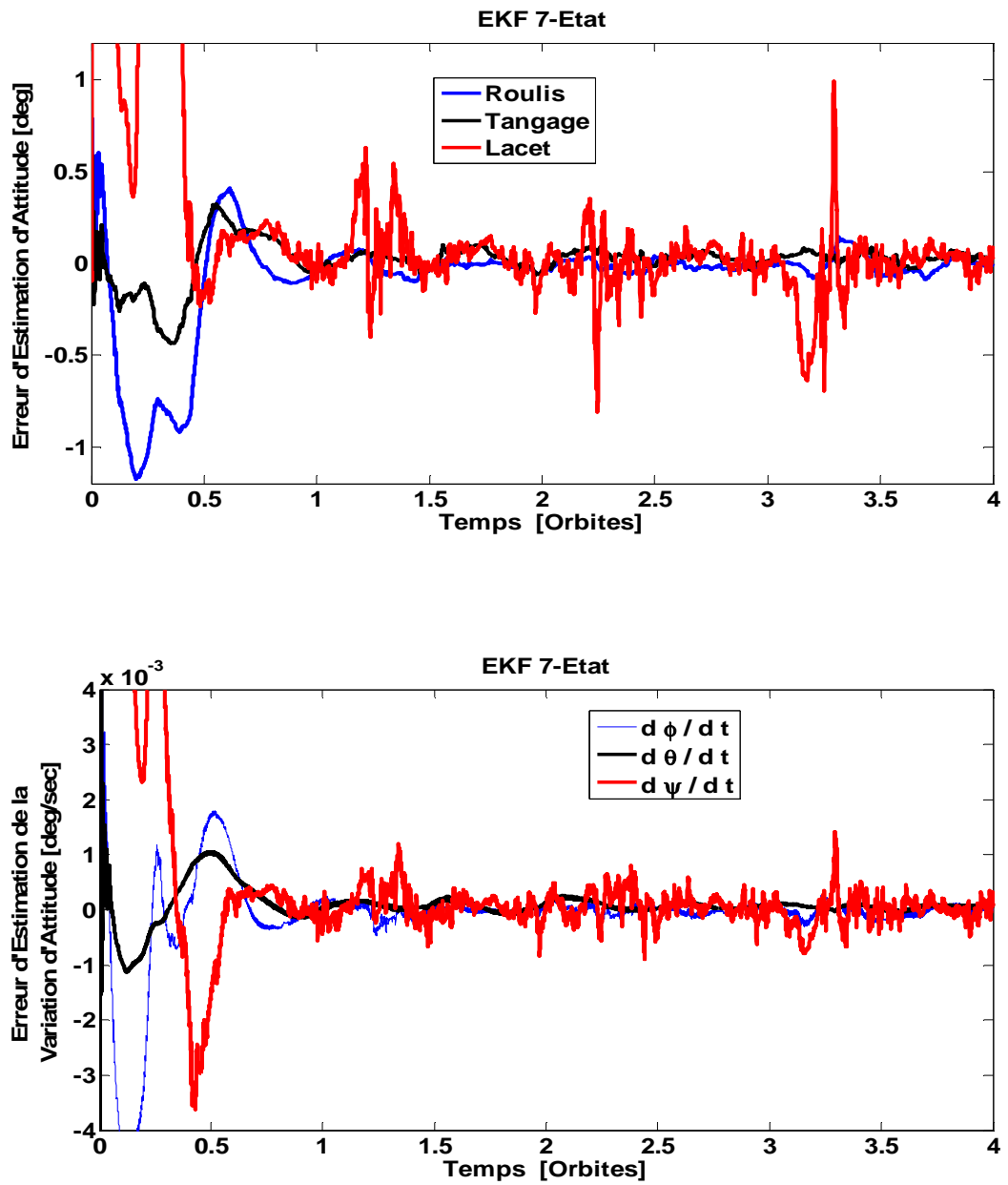


Figure 3.13 Erreur d'Estimation du EKF 7-Etat en Mode Spin.

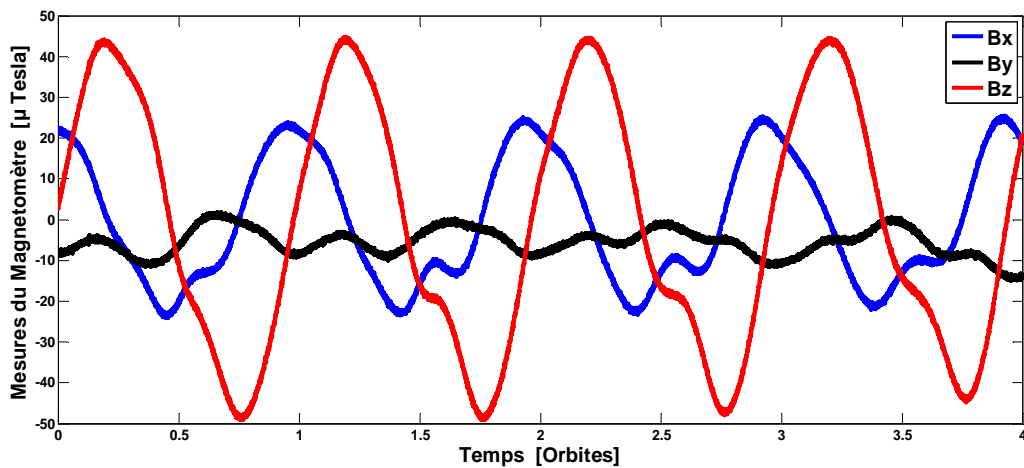


Figure 3.14 Mesures du Magnétomètre

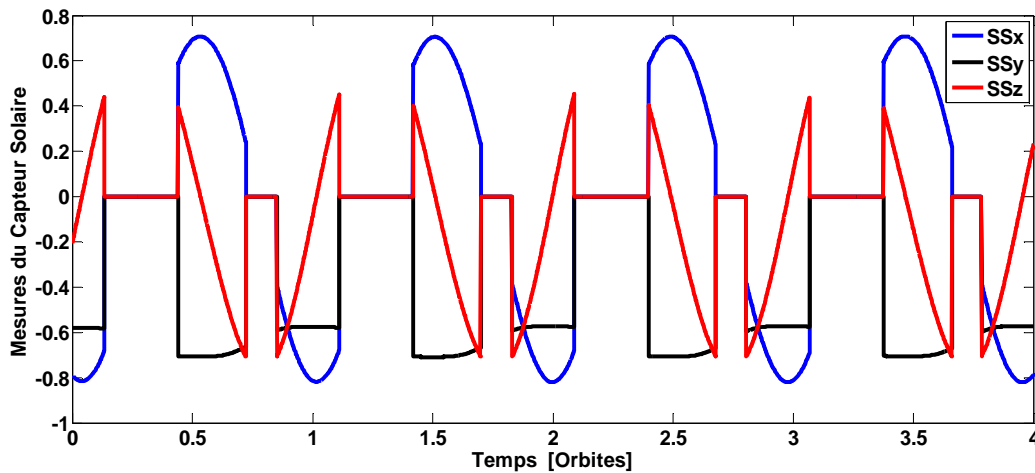


Figure 3.15 Mesures du Capteur Solaire.

### 3.4.3 Comparaison du EKF 7-Etat et 6-Etat :

Le processus du EKF 6-Etat (version Euler) est similaire à celui du EKF 7-Etat (version quaternion). EKF 6-Etat réduit la matrice de covariance ( $\mathbf{P}$ ), la matrice de transition ( $\mathbf{\Phi}$ ), la matrice ( $\mathbf{F}$ ), et la matrice de covariance du bruit ( $\mathbf{Q}$ ) d'une matrice de  $7 \times 7$  à une matrice de  $6 \times 6$ . En effet, ceci élimine 13 éléments pour chaque matrice. En outre, la matrice d'observation ( $\mathbf{H}$ ) est réduite de  $3 \times 7$  à  $3 \times 6$ , et la matrice du gain de Kalman est réduite de  $7 \times 3$  à  $6 \times 3$ . Pour EKF 7-Etat, l'avantage d'utiliser des quaternions est qu'il n'y a pas de singularité et moins de calcul des fonctions trigonométriques. Les simulations ont montré que les deux filtres sont robustes et ils convergent rapidement (Figures 3.2 à 3.13). Leurs performances dépendent de l'état initial du satellite, de la déviation d'une trajectoire

prédéfinie, et du nombre de capteurs utilisés. A partir des tableaux (3.2 et 3.3), on peut voir qu'en mode libration, EKF 6-Etat produit une erreur moyenne quadratique (EMQ) de  $0.2002^\circ$  et  $0.3230 \times 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{s}$  de variation de l'attitude. Pour EKF 7-Etat l'erreur d'attitude est de  $0.1441^\circ$  et  $0.3827 \times 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{s}$  de variation de l'attitude. A partir des tableaux (3.4 et 3.5), on peut voir qu'en mode spin, EKF 6-Etat produit une erreur moyenne quadratique (EMQ) de  $0.9141^\circ$  et  $2.3977 \times 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{s}$  de variation de l'attitude. Pour EKF 7-Etat l'erreur d'attitude est de  $0.1788^\circ$  et  $0.3237 \times 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{s}$  de variation de l'attitude.

Tableau 3.2 Erreur d'estimation du EKF 6-Etat en mode libration

	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart type</b>	<b>Moyenne quadratique</b>
<b>Roulis [deg]</b>	0.0425	0.0143	0.0449
<b>Tangage [deg]</b>	0.0923	0.0635	0.1121
<b>Lacet [deg]</b>	-0.0798	0.1384	0.1598
$\dot{\varphi}$ [deg/sec]	$0.052 \times 10^{-3}$	$0.0734 \times 10^{-3}$	$0.0736 \times 10^{-3}$
$\dot{\theta}$ [deg/sec]	$-0.1142 \times 10^{-3}$	$0.1206 \times 10^{-3}$	$0.1661 \times 10^{-3}$
$\dot{\psi}$ [deg/sec]	$0.0967 \times 10^{-3}$	$0.2491 \times 10^{-3}$	$0.2672 \times 10^{-3}$
	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>
<b>Attitude [deg]</b>	0.1293	0.1530	0.2002
<b>Variation de l'Attitude [deg/sec]</b>	$0.1497 \times 10^{-3}$	$0.2863 \times 10^{-3}$	$0.3230 \times 10^{-3}$

Tableau 3.3 Erreur d'estimation du EKF 7-Etat en mode libration

	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart type</b>	<b>Moyenne quadratique</b>
<b>Roulis [deg]</b>	0.0304	0.0218	0.0374
<b>Tangage [deg]</b>	0.0110	0.1282	0.1287
<b>Lacet [deg]</b>	0.0122	-0.0515	0.0529
$\dot{\varphi}$ [deg/sec]	$-0.2598 \times 10^{-3}$	$0.1659 \times 10^{-3}$	$0.3083 \times 10^{-3}$
$\dot{\theta}$ [deg/sec]	$-0.0177 \times 10^{-3}$	$0.0453 \times 10^{-3}$	$0.0486 \times 10^{-3}$
$\dot{\psi}$ [deg/sec]	$0.1317 \times 10^{-3}$	$0.1782 \times 10^{-3}$	$0.2216 \times 10^{-3}$
	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>
<b>Attitude [deg]</b>	0.0346	0.1399	0.1441
<b>Variation de l'Attitude [deg/sec]</b>	$0.2918 \times 10^{-3}$	$0.2477 \times 10^{-3}$	$0.3827 \times 10^{-3}$

Tableau 3.4 Erreur d'estimation du EKF 6-Etat en mode spin

	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart type</b>	<b>Moyenne quadratique</b>
<b>Roulis [deg]</b>	-0.0447	0.2140	0.2186
<b>Tangage [deg]</b>	-0.7633	0.4146	0.8686
<b>Lacet [deg]</b>	-0.0792	0.1645	0.1825
$\dot{\varphi}$ [deg/sec]	$0.4955 \times 10^{-3}$	$0.2299 \times 10^{-3}$	$0.5462 \times 10^{-3}$
$\dot{\theta}$ [deg/sec]	$0.3516 \times 10^{-3}$	$2.2572 \times 10^{-3}$	$2.2844 \times 10^{-3}$
$\dot{\psi}$ [deg/sec]	$-0.3596 \times 10^{-3}$	$0.3254 \times 10^{-3}$	$0.4850 \times 10^{-3}$
	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>
<b>Attitude [deg]</b>	0.7687	0.4948	0.9141
<b>Variation de l'Attitude [deg/sec]</b>	$0.7060 \times 10^{-3}$	$2.2921 \times 10^{-3}$	$2.3977 \times 10^{-3}$

Tableau 3.5 Erreur d'estimation du EKF 7-Etat en mode spin

	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart type</b>	<b>Moyenne quadratique</b>
<b>Roulis [deg]</b>	-0.0092	0.0404	0.0414
<b>Tangage [deg]</b>	0.0331	0.0330	0.0468
<b>Lacet [deg]</b>	-0.0185	0.1665	0.1676
$\dot{\varphi}$ [deg/sec]	$-0.1359 \times 10^{-4}$	$0.1284 \times 10^{-3}$	$0.1291 \times 10^{-3}$
$\dot{\theta}$ [deg/sec]	$0.7028 \times 10^{-4}$	$0.0645 \times 10^{-3}$	$0.0954 \times 10^{-3}$
$\dot{\psi}$ [deg/sec]	$0.3481 \times 10^{-4}$	$0.2790 \times 10^{-3}$	$0.2811 \times 10^{-3}$
	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>
<b>Attitude [deg]</b>	0.0390	0.1745	0.1788
<b>Variation de l'Attitude [deg/sec]</b>	$0.7960 \times 10^{-4}$	$0.3138 \times 10^{-3}$	$0.3237 \times 10^{-3}$

### 3.4.4 Simulations Statiques

L'objectif principal de la simulation statique de Monte-Carlo est d'évaluer et d'analyser les performances des deux filtres (EKF 6-Etat et EKF 7-Etat). Cette opération consiste en 10000 itérations, avec des entrées aléatoires (les angles d'Euler  $\pm 10^\circ$ , vitesses angulaires  $\pm 0.01^\circ/s$ ). A la lumière des résultats obtenus, on remarque que la convergence des deux filtres est vérifiée lors des 10000 itérations. Les résultats de simulations ; à savoir l'erreur d'estimation des angles d'Euler des deux filtres sont présentés sous forme d'histogramme (figures 3.16 et 3.17). Pour EKF 6-Etat Il est clair que dans la majorité des simulations

l'erreur moyenne quadratique est de  $0.065^\circ$ ,  $0.08^\circ$ ,  $0.16^\circ$  pour roulis, tangage et lacet respectivement.. Pour EKF 7-Etat l'erreur moyenne quadratique est de  $0.047^\circ$ ,  $0.093^\circ$ ,  $0.05^\circ$  pour roulis, tangage et lacet respectivement. La différence se résume dans l'erreur d'estimation et que EKF 7-Etat est meilleur que EKF 6-Etat, ce qui explique notre choix du modèle EKF 7-Etat.

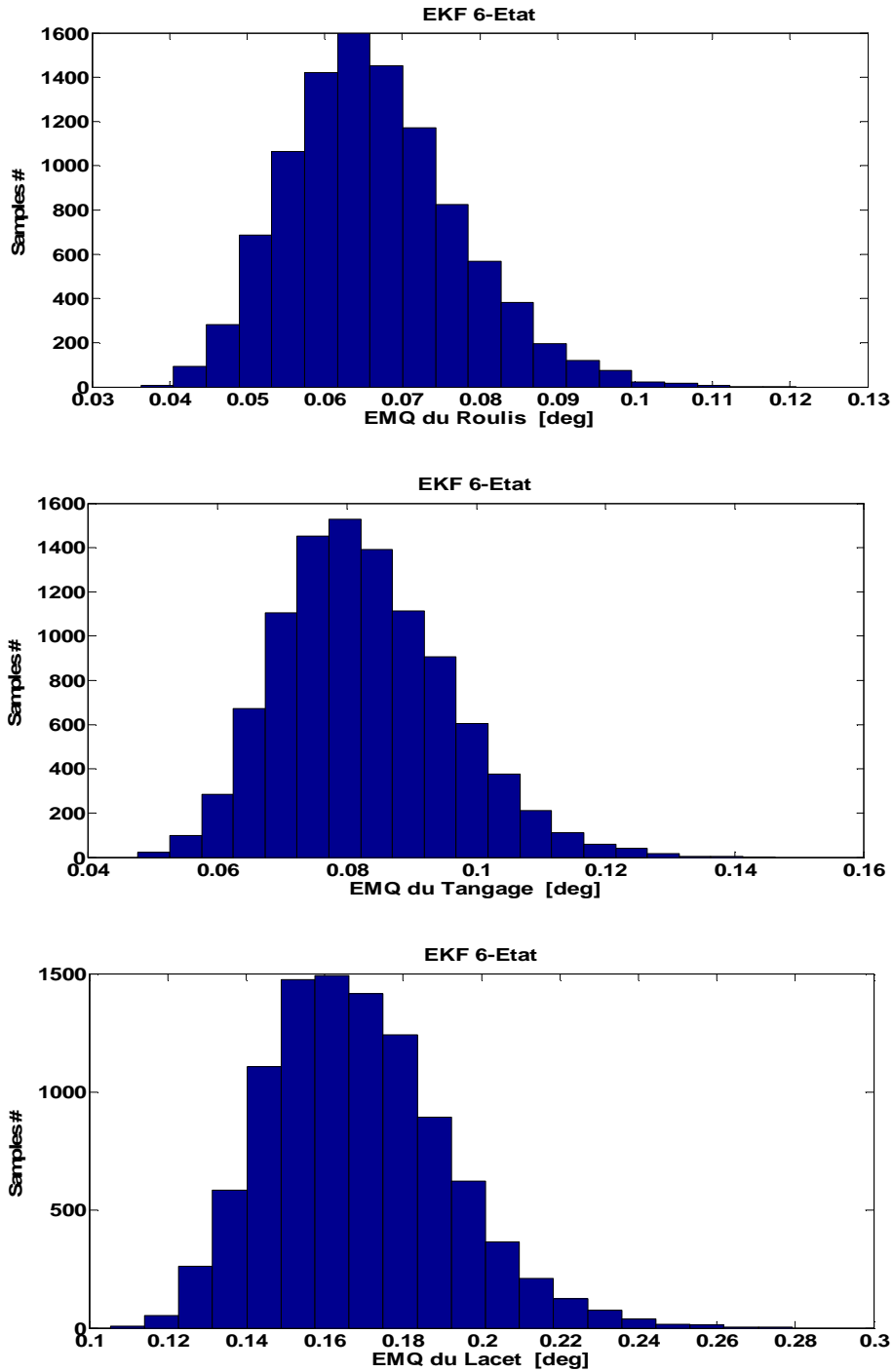


Figure 3.16 Histogramme d'EMQ d'attitude (EKF 6-Etat) pour 10000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrences  $N_1 + N_2 + \dots + N_{20} = 10\ 000$ ).

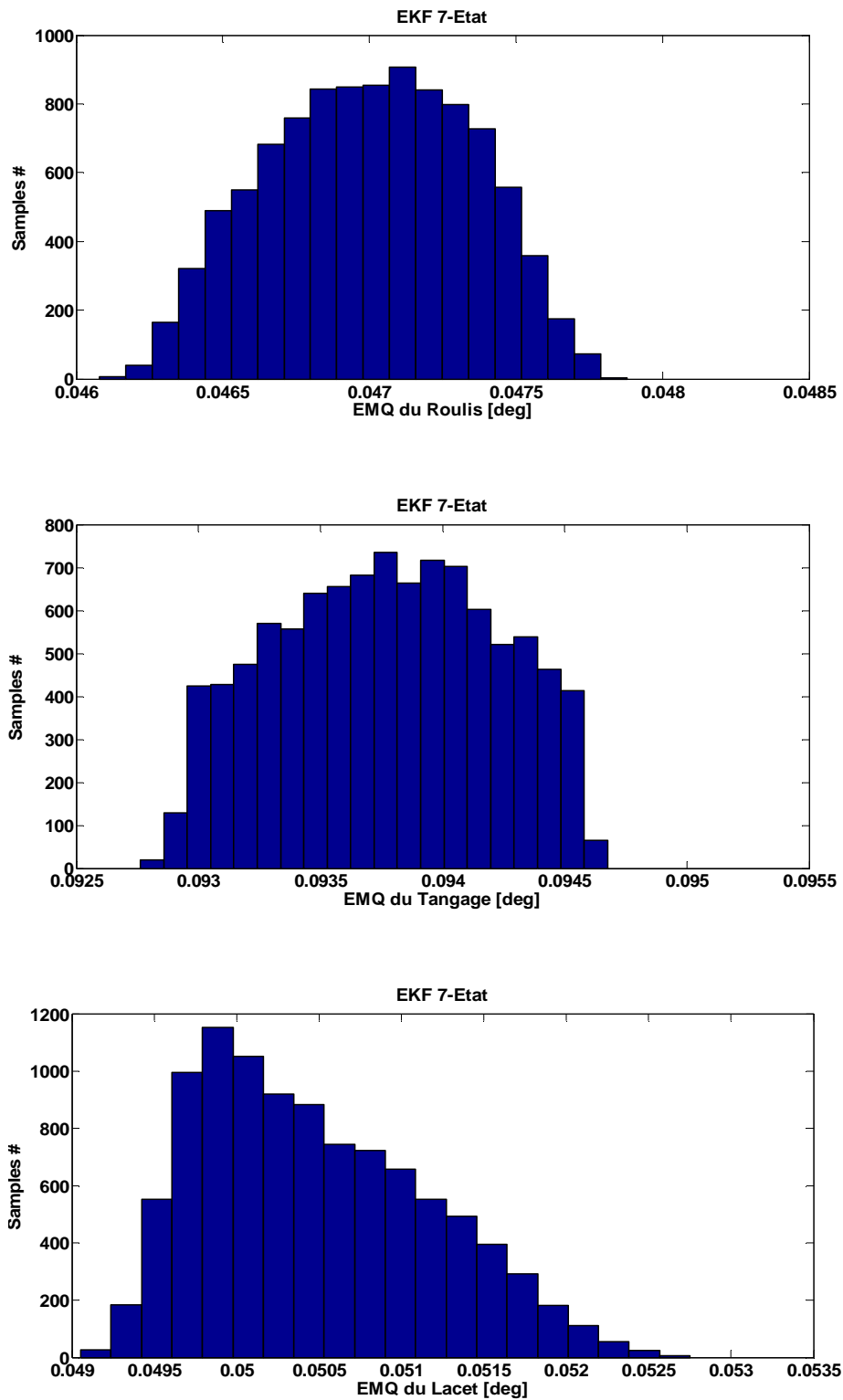


Figure 3.17 Histogramme de l'EMQ d'attitude (EKF 7-Etat) pour 10000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrences  $N_1 + N_2 + \dots + N_{20} = 10\ 000$ ).



### 3.5 Conclusion

Deux estimateurs ont été utilisés EKF 6-Etat (version Euler) et EKF 7-Etat (version quaternion) pour déterminer l'attitude globale du satellite et deux vecteurs d'information ont été employés. Le premier vecteur est obtenu à partir d'un magnétomètre qui mesure le champ magnétique Terrestre et un modèle de champ géomagnétique d'IGRF 2010 est implémenté. Le deuxième vecteur est obtenu à partir d'un modèle de capteur solaire qui mesure les emplacements relatifs du soleil et du satellite à travers l'angle d'incidence de la lumière du soleil sur le capteur.

Sous certaines conditions (entrées aléatoires d'angles d'Euler  $\pm 10^\circ$  et vitesses angulaires  $\pm 0.01^\circ/s$ ) les deux filtres testés répondent aux exigences de la détermination d'attitude avec des différences dans la précision obtenue. En terme d'erreur d'estimation et en mode libration, il n'y a pas une grande différence entre les deux filtres, mais en mode spin EKF 7-Etat est meilleur que EKF 6-Etat. Un autre avantage d'utiliser des quaternions est qu'il n'y a pas de singularité et moins de calcul des fonctions trigonométriques. Sur la base de ces constatations, le filtre de Kalman étendu à 7-Etat est un choix plus logique pour la détermination de l'attitude (chapitre suivant) dans le cas où le satellite est soumis à un contrôle d'attitude avec des roues à réaction. Ceci représentera un autre test pour cet estimateur dans une nouvelle boucle.

# Chapitre IV

---

CONTROLE D'ATTITUDE À  
POINTAGE AU NADIR PAR MODE  
GLISSANT FLOU

## 4.1 Introduction

Le mouvement d'un corps rigide dans l'espace est défini par sa position, sa vitesse, son attitude et ses vitesses angulaires. Les deux premières grandeurs sont liées à la translation du centre de masse du satellite qui est appelé un espace de navigation (détermination d'orbite et de contrôle). Les deux derniers paramètres sont concernés par le mouvement de rotation du corps du satellite autour du centre de masse et est l'objet de ce qu'on appelle la détermination de l'attitude et de contrôle [49] [50]. La détermination de l'attitude active, en bref, est la mesure d'attitude du satellite par rapport à valeur désirée. La différence entre la mesure de l'attitude et la valeur de consigne est l'erreur d'attitude du satellite. L'objectif du système de contrôle d'attitude (SCA) est de générer un couple de correction qui annule cette erreur. Les roues à réaction sont devenues un choix commun pour le contrôle actif d'attitude des satellites. Pour plus de précision et de maniabilité modérément rapide, les roues à réaction sont les plus préférés dans le SCA car ils permettent un contrôle continu et régulier tout en induisant les plus faibles couples de perturbations possibles [51] [52]. Dans le mode de contrôle, un moteur électrique monté sur le satellite fait tourner une roue à réaction. Le couple exercé par la roue sur le satellite met en rotation le satellite sur le même axe mais dans un sens opposé. Des recherches approfondies ont été réalisées pour contrôler l'attitude des satellites en utilisant des techniques de contrôle classiques. Cependant, ces types de contrôleurs ont une capacité limitée et ils sont généralement linéaire et nécessitent un modèle précis. Le PID (Proportionnel-Intégral- Dérivé) peut bien fonctionner pour le système de premier et deuxième ordre, mais pour le système avec des retards longs, grandes incertitudes et des perturbations harmoniques, un contrôle plus sophistiqué est nécessaire [29] [53]. Pour les problèmes non linéaires, la commande par mode glissant (SMC pour Sliding Mode Control) a largement prouvé son efficacité à travers les études théoriques rapportées. Ses principaux domaines d'application sont la robotique [54], [55], [56] et la commande des moteurs électriques [57]. L'avantage que procure une telle commande et qui la rend aussi importante est sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle. Le SMC permet un contrôle robuste en ajoutant un signal de commande discontinu à travers la surface de glissement, satisfaisant à la condition de glissement [58] [59] [60] [61]. Toutefois, dans le SMC, le phénomène de chattering provoqué par la partie discontinue de cette commande peut avoir un effet néfaste

sur les actionneurs. Parmi les solutions pour éviter le phénomène de chattering du SMC, le remplacement de la fonction de commutation dans la loi de commande par une fonction de saturation [62] [63], ou par une fonction de signe approximative [64]. Récemment, certaines recherches intègrent la théorie des ensembles flous dans le SMC pour construire une commande par mode de glissant flou (FSMC) pour atténuer le phénomène de chattering [65] [66]. Dans [67] [68], la commande floue et le SMC sont incorporés pour réaliser un processus de commande robuste. La charge élevée de calcul de ces algorithmes compliqués peut limiter leur utilisation pour les satellites. Dans cette application, nous remplaçons la partie discontinue de la commande par un contrôleur logique flou (FLC). L'approche utilisée consiste à diviser le plan de phase en deux demi-plans. Le contrôleur proposé dans cette application est appelé contrôleur par mode glissant flou (FSMC) avec deux entrées et une sortie (TISO: two input-single output). Afin de tester l'efficacité de ce contrôleur et sa robustesse en présence de perturbations, comme application, nous avons testé le contrôle d'attitude sur un modèle de Alsat-1 (premier microsatellite algérien).

#### 4.2 Description des Systèmes d'Alsat-1

Alsat-1 est un satellite d'observation de la Terre de 90 Kg de 632x632x600 mm<sup>3</sup> de dimension. Il est placé à une altitude moyenne de 680 Km, sur une orbite circulaire inclinée de 98.2° par rapport à l'équateur. Ayant trois bandes spectrales : le Vert, le Rouge, et le Proche Infra Rouge. Sa résolution spatiale est de 32 m et sa fauchée maximale est de 600 Km (2 x 300 Km). Il a donc une possibilité de faire un fenêtrage (prendre des images de différentes taille, par exemple : 80 x 80, 80 x 150km).

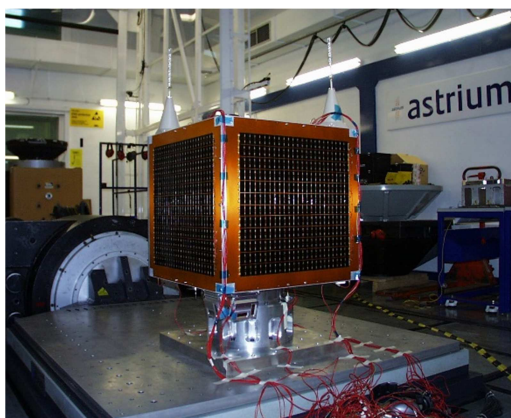


Figure 4.1 Le Microsatellite Algérien Alsat-1

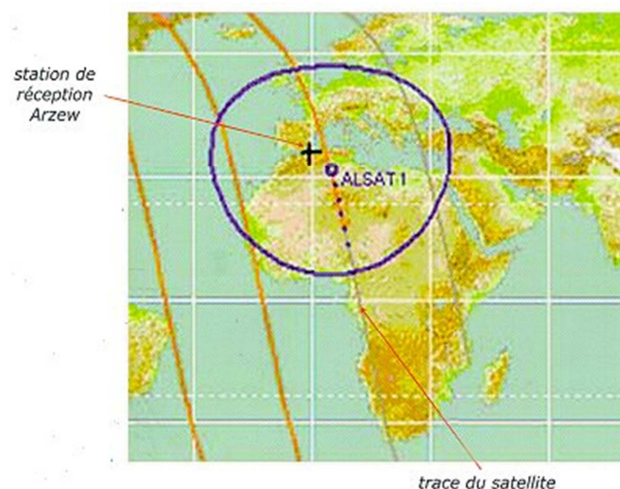


Figure 4.2 Zone de Visibilité du Satellite Alsat-1

Le système imageur embarqué (voir Figure 4.3) sur le microsatellite Alsat-1 couvre trois bandes du spectre électromagnétique :

- Bande 1 : (vert : 0.523 – 0.605  $\mu\text{m}$ )
- Bande 2 : (rouge : 0.629 – 0.690  $\mu\text{m}$ )
- Bande 3 : (proche infrarouge : 0.774 – 0.900  $\mu\text{m}$ )

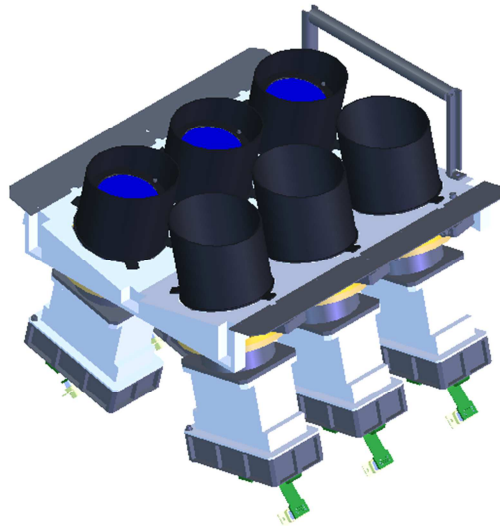


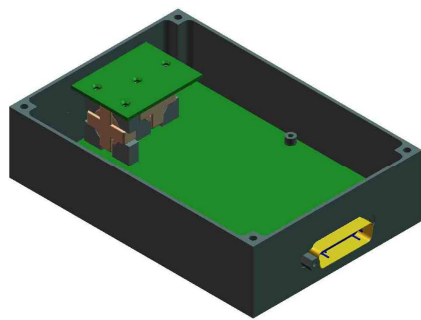
Figure 4.3 : Système Imageur d'Alsat-1

#### 4.2.1 Sous Système de Contrôle d'Attitude et d'Orbite

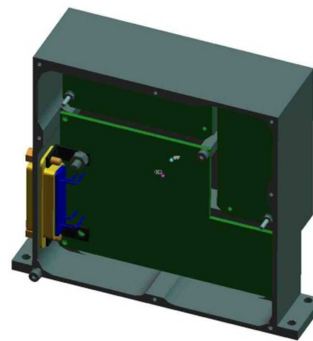
Le contrôle d'attitude est important pour que le système optique reste pointé vers la zone au sol dont on veut obtenir l'image. Il faut donc contrôler activement l'orientation angulaire mais aussi assurer une stabilité de cette orientation pour éviter l'effet « bougé » sur les images.

#### 4.2.2 Mesure d'Attitude

Un ensemble de détecteurs optiques pour la plupart, associés à une horloge de bord, permettent de déterminer la position du satellite par rapport aux astres, au champ magnétique Terrestre, au Soleil et à la Terre (voir Figure. 4.4). Alsat-1 est équipé de magnétomètres et capteurs solaires [16] [49].



Capteur du Champ Magnétique



Capteur Solaire

Figure 4.4 Mesure d'Attitude d'Alsatsat-1

Tableau 4.1 Caractéristiques techniques du magnétomètre embarqué sur Alsatsat-1

Puissance	14mA @ 12V 8mA @ -12V
Attitude initiale durant la mise à poste	< 0.1 deg/sec
Dimension	130mm X 90mm X 36mm
Masse	295 gm
Caractéristique thermique	- 50° C à + 80° C

Tableau 4.2 Caractéristiques techniques du capteur solaire embarqué sur Alsatsat-1

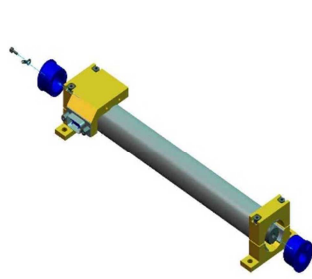
Puissance	3mA @ 12V 110 µA @ -12V
Champ de vision	+/- 50 deg azimuth/élévation
Attitude globale durant la mission	< 0.25 deg
Dimension	90mm X 107mm X 35mm
Caractéristique thermique	- 50° C à + 80° C

#### 4.2.3 Moyens de Contrôle

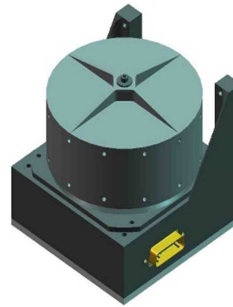
Ce sont des moyens électromagnétiques utilisant l'interaction avec le champ magnétique Terrestre pour orienter le satellite (voir Figure 4.5).

#### 4.2.4 Electroniques de Traitement

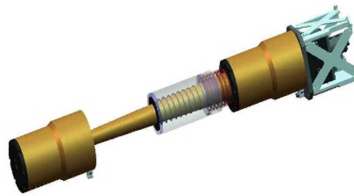
Elles élaborent, à partir des informations des senseurs, les calculs de position du satellite et les manœuvres à effectuer pour la corriger (voir Figure 4.6).



Magnétocoupleur



Roue de stabilisation



Mât de stabilisation

Figure 4.5 Moyens de Contrôle d'Alsatsat-1

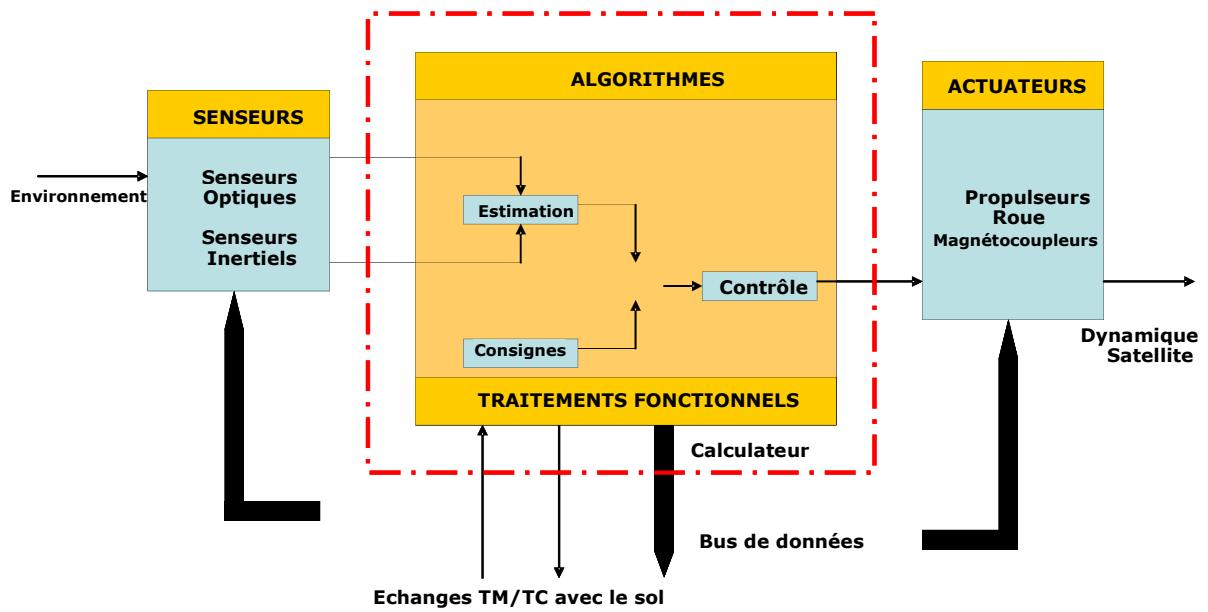


Figure 4.6 Système de Contrôle d'Attitude et d'Orbite d'Alsatsat-1

### 4.3 Généralités sur la Théorie du Contrôle par Mode Glissant

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode glissant, on peut trouver trois configurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première correspond à la structure la plus simple ou la commutation a lieu au niveau de l'organe de commande lui-même. On l'appellera, structure par commutation au niveau de l'organe de commande. La deuxième structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre-réaction d'état. Et enfin, la dernière structure est une structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout de la "commande équivalente". Cette dernière structure est retenue pour la suite de notre étude.

#### 4.3.1 Structure par Commutation au Niveau de l'Organe de Commande

Le schéma d'une structure par commutation au niveau de l'organe de commande est donné sur la figure 4.7. Cette structure de commande est la plus classique et la plus usitée. Elle correspond au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance associés, dans une grande majorité d'applications, pour les variateurs de vitesse. Elle a été utilisée pour la commande des moteurs pas à pas [69].

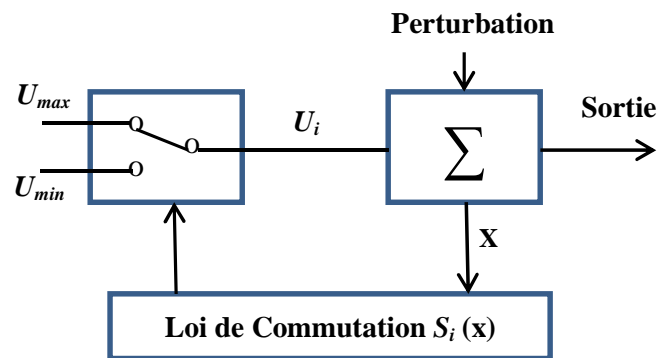


Figure 4.7 Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.

#### 4.3.2 Structure par Commutation au Niveau d'une Contre Réaction d'Etat

Nous pouvons consulter le schéma d'une telle structure sur la Figure 4.8. D'après les études menées précédemment [69], c'est la structure la moins exigeante au niveau de la sollicitation de la commande. Elle a été mise en œuvre dans la commande de moteurs à courant continu et à aimants permanents, ainsi que dans la commande de machines à induction. Un ouvrage a été consacré à ce type de commande [69]. Elle s'appuie sur la



commande par contre réaction d'état classique où le réglage de la dynamique du système est réalisé par les gains de réglage. La non linéarité provient de la commutation entre les gains, donc on crée une commutation au niveau de la dynamique du système.

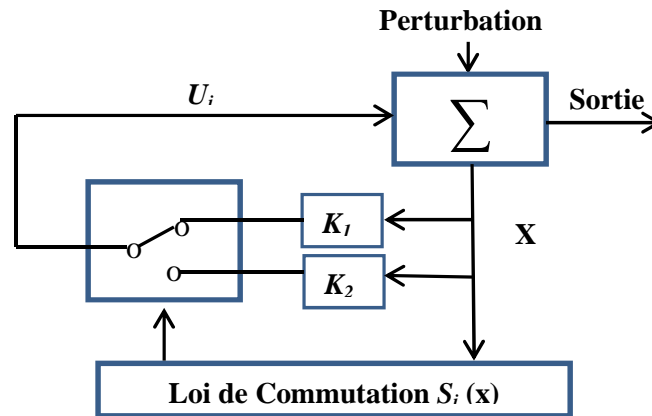


Figure 4.8 Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état.

### 4.3.3 Structure par Commutation au Niveau de l'Organe de Commande, Avec Ajout de la Commande Equivalente

Une telle structure dont le principe est montrée sur la figure 4.9, présente un réel avantage. Elle permet de pré-positionner l'état futur du système grâce à la commande équivalente qui n'est rien d'autre que la valeur désirée du système en régime permanent. L'organe de commande est beaucoup moins sollicité, mais on est plus dépendant des variations paramétriques du fait de l'expression de cette commande équivalente.

Nous avons choisi de baser notre étude sur ce type de configuration de la commande, pour plusieurs raisons :

- une telle structure, de par sa constitution, est très simple et permet de moins solliciter la commande. Il nous semble en effet naturel d'ajouter la commande équivalente pour pré-positionner le système dans un état désiré permanent et stable, et de jouer ensuite sur le terme de commutation pour assurer la convergence vers cet état et pour y rester ensuite.
- cette méthode de commande a déjà été abordée dans des travaux antérieurs [70] [71]. Les auteurs mentionnent des résultats très satisfaisants pour des applications robotiques ainsi que des applications utilisant des machines à induction.
- nous avons voulu placer notre étude dans un cas original en utilisant une structure peu connue et peu usitée.

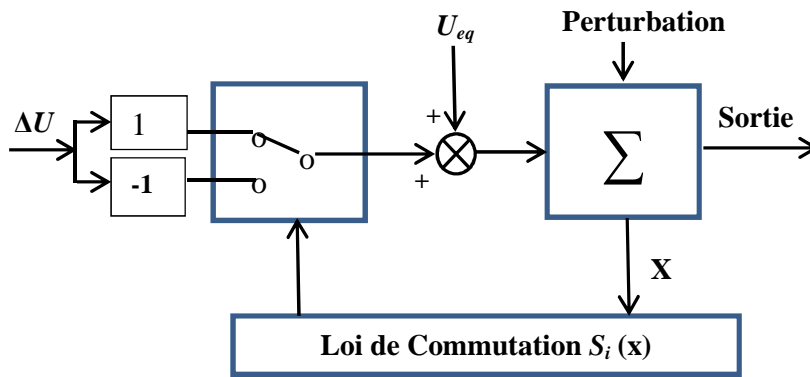


Figure 4.9 Structure de régulation par ajout de la commande équivalente.

#### 4.4 Principe de la Commande à Structure Variable [72] [73] [92]

##### 4.4.1 Définition des Systèmes Non-Linéaires

Le comportement des systèmes possédant des discontinuités peut être décrit formellement par l'équation :

$$\dot{x}(t) = f(x, t, U) \tag{4.1}$$

$x$  est le vecteur d'état,  $t$  le temps et  $f$  est la fonction décrivant l'évolution du système au cours du temps. Cette classe de système possède un terme qui représente à la fois la discontinuité et le contrôle,  $U$ .

Historiquement, les premiers régulateurs bâtis sur ce modèle ont été de simples relais. Faciles à mettre en œuvre, ils ont représenté les prémices du contrôle par structure variable. Ils ont ainsi amené les automaticiens à développer une théorie qui puisse décrire un tel fonctionnement. Les bases d'une telle théorie ont été posées : il suffit de dire que le comportement du système est décrit par deux équations différentielles distinctes, suivant que l'équation d'évolution du système soit supérieure ou inférieure à une surface dénommée hyper surface de commutation où :

$S(x, t) = (S_1(x) \dots S_m(x))$ . On a alors :

$$U(x) = \begin{cases} U^+(x) & \text{si } S(x) > 0 \\ U^-(x) & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \tag{4.2}$$

En se plaçant dans un espace à 2 dimensions, le principe de discontinuité de la commande (Eq. 4.2) peut être illustré par la Figure 4.10.

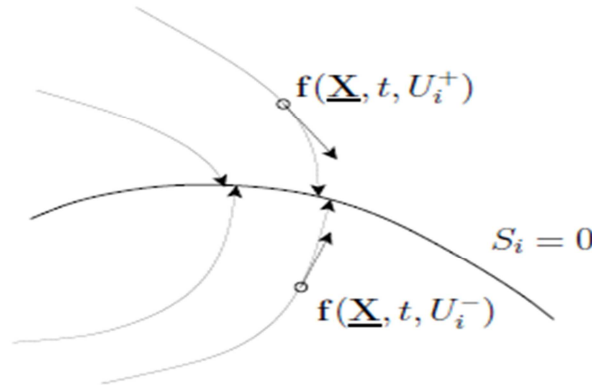


Figure 4.10 Convergence de la trajectoire vers la surface de commutation grâce à la discontinuité de la commande

Ainsi, le problème de l'existence du régime glissant se résume à analyser la trajectoire du système, qui ne doit pas s'éloigner de l'hyper-surface  $\mathbf{S}$ . Nous cherchons à vérifier que la distance et la dérivée de la distance (autrement dit, la vitesse d'approche), entre la trajectoire et la surface de commutation soient opposées en signe, cela peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{S} > 0 \quad \text{et} \quad \lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{S} < 0 \quad (4.3)$$

Il s'agit du principe d'attractivité. Des justifications mathématiques complémentaires, pourront être trouvées dans les ouvrages traitant des systèmes non linéaires, [58] [60] [74].

#### 4.4.2 Formulation des Expressions Générales de la Commande par Mode Glissant

Considérons maintenant une classe particulière de système, i.e. les systèmes linéaires vis-à-vis de la commande. Leur évolution est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, t) \mathbf{U} \quad (4.4)$$

Où  $\mathbf{F} \in R^n$  est un champ de vecteur ou fonction vectorielle,  $\mathbf{x} \in R^n$  est le vecteur dont les composantes sont les variables d'état,  $\mathbf{G}(\mathbf{x}, t)$  est la matrice de commande de dimension  $(n \times m)$ , car  $\mathbf{U} = (U_1, U_2, \dots, U_m)^T \in R^m$ .  $\mathbf{U}$  est le vecteur de commande tel que chacune de

ces composantes  $U_i$ , subit une discontinuité sur une hyper-surface (variété) de dimension  $(n-1)$ . Cela peut être vu comme une réduction de la dimension du problème sur l'hyper-surface  $S_i(x) = 0$ . Dans ce cas, nous obtenons :

$$U_i(x) = \begin{cases} U_i^+(x) & \text{si } S_i(x) > 0 \\ U_i^-(x) & \text{si } S_i(x) < 0 \end{cases} \quad (5.5)$$

$$(5.6)$$

Le régime glissant s'effectue alors sur une variété  $S(x) = 0$  de dimension  $(n - m)$  qui résulte de l'intersection de toutes les  $m$  "hyper-surfaces"  $S_i = 0$ . On peut écrire cette variété sous la forme :  $S(x) = (S_1, S_2, \dots, S_m)^T = 0$  avec  $i = 1, 2, 3, \dots, m$ . Si  $S_i, U_i^+, U_i^-$  sont des fonctions continues. Dans ce cas-là, et si  $S_i(x) \neq 0$ , les fonctions  $F(x, t)$  et  $G(x, t)$  sont telles qu'il existe une solution unique au problème formulé par l'équation (4.4), alors nous sommes en présence d'un système à structure variable.

La fonction de commutation  $S$  sépare l'espace d'état en deux régions représentant des structures différentes. C'est une fonction vectorielle dont les composantes sont des fonctions scalaires représentatives d'une relation algébrique entre deux grandeurs. Elle est définie par l'utilisateur afin d'obtenir les performances dynamiques désirées.

Lorsque nous sommes dans le mode glissant, la trajectoire restera sur la surface de commutation. Cela peut être exprimé par :

$$S(x,t) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{S}(x,t) = 0 \quad (4.7)$$

Nous pouvons donc introduire par dérivation partielle, le gradient de  $S$ , qui est un vecteur pointant de la région où  $S < 0$  vers la région où  $S > 0$ . Dans le cas du régime de glissement (Eq. 4.6), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{S}(x,t) &= \frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \\ &= \frac{dS}{dt} \cdot \dot{x} = \text{grad}(S)\dot{x} \\ &= W \cdot (f(x,t)) + G(x,t)U = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Cela traduit le fait qu'en régime de glissement, la trajectoire restera sur la surface de commutation. Autrement dit, sa dérivée "fonctionnelle" sera nulle. La matrice  $W$  peut être présentée comme une matrice à  $m$  lignes et  $n$  colonnes :

$$\mathbf{W} = \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{S}_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{S}_m}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Lorsque la surface de commutation est atteinte (Eq. 5.7), nous pouvons écrire  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_{\text{éq}}$ . L'équation (5.7) permet d'introduire un terme appelé commande équivalente qui peut être exprimée comme suit :

$$\mathbf{U}_{\text{éq}} = -(\mathbf{W}\mathbf{G})^{-1} \mathbf{W} \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (4.10)$$

Les composantes du vecteur commande équivalente sont alors définies comme les valeurs moyennes des composantes du vecteur de commande  $\mathbf{U}$  qui maintiennent l'état du système sur la surface de commutation  $\mathbf{S}$ . Ce sont des termes continus de commande.

Les conditions d'existence d'un régime de fonctionnement dit "mode glissant" sont données par deux hypothèses :

1. Le produit de matrice  $(\mathbf{W}\mathbf{G})$  doit être inversible, c'est à dire que son déterminant doit être non nul.
2. Les conditions d'atteinte et de maintien en régime glissant respectent :

$$\mathbf{U}_{\min} < \mathbf{U} < \mathbf{U}_{\max} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{S}\dot{\mathbf{S}} < 0 \quad (4.12)$$

Nous verrons que la deuxième condition servira à obtenir les gains utilisés pour la régulation. Si maintenant, nous introduisons le terme de commande équivalente dans l'équation générale (4.4), l'équation qui régit l'évolution du système en régime glissant est obtenue. Soit :

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{I} - \mathbf{G}(\mathbf{W}\mathbf{G})^{-1} \mathbf{W}] \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (4.13)$$

$\mathbf{I}$  est la matrice identité. Remarquons que dans l'équation (4.13), le terme de commande  $\mathbf{U}$  n'intervient pas. Seul, les paramètres du système et le gradient de la fonction de commutation sont susceptibles de faire varier l'état du système.

En dehors de la surface de commutation, lorsque le système est en "mode d'approche", (Reaching Mode), nous pouvons écrire l'équation traduisant l'évolution temporelle des variables de notre système. Dans ce mode particulier, où  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_{\text{éq}} + \Delta\mathbf{U}$ , l'équation d'état conduit au résultat suivant :

$$\dot{\mathbf{x}} = \left[ \mathbf{I} - \mathbf{G}(\mathbf{W}\mathbf{G})^{-1} \mathbf{W} \right] \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{G}\Delta\mathbf{U}(\mathbf{x}, t) \quad (4.14)$$

Ce qui peut être réduit à :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{U}(\mathbf{x}, t) \quad (4.15)$$

Effectivement, cette relation est valable dans le cas le plus général mais aussi en particulier lorsque  $\mathbf{G} = \mathbf{I}$ .

Dans ce mode particulier de fonctionnement, la réponse du système est exclusivement assurée par la fonction  $\Delta\mathbf{U}$ . Si nous généralisons, nous exprimons de façon pratique la condition d'atteinte du régime glissant :

$$S_i \left( \sum_{j \in [1, m]} G_{ij} U_j \right) < 0 \quad \text{pour tout } i \in (1, n) \quad (4.16)$$

Le vecteur de commande  $\mathbf{U}$  permet donc de régler les dynamiques des deux modes de fonctionnement :

- $\Delta\mathbf{U}$  permet d'influer sur le mode d'approche,
- $\mathbf{U}_{\text{éq}}$  sur le mode de glissement.

#### 4.4.3 Calcul de la Commande $\mathbf{U}$ par Mode Glissant

L'équation dynamique du mouvement du satellite (2.8) permet d'écrire :

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}_S^I + \boldsymbol{\omega}_S^I \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}_S^I = -\boldsymbol{\omega}_S^I \times \mathbf{h} - \dot{\mathbf{h}} + \mathbf{C}_{GG} + \mathbf{C}_D + \mathbf{C}_M \quad (4.17)$$

Soit  $\mathbf{U} = -\boldsymbol{\omega}_S^I \times \mathbf{h} - \dot{\mathbf{h}}$  le couple de commande généré par les 3 roues pour stabiliser le système. Il suffit de trouver 3 surfaces de glissement pour ramener  $(\theta, \varphi$  et  $\psi)$  vers une attitude désirée.

Pour vérifier l'état de l'attractivité, nous choisissons  $\mathbf{U}$  sous la forme suivante [9] [31] :

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{eq} - \mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{S}(\mathbf{x})) \quad (4.18)$$

Soit la surface de glissement

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\omega}_s^o + \mathbf{W} \mathbf{x} \quad (4.19)$$

Nous dérivons l'équation (2.12) afin d'obtenir une relation entre la commande et le vecteur d'état [9] :

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_s^I = \dot{\boldsymbol{\omega}}_s^o + \dot{\mathbf{A}} \boldsymbol{\omega}_0 \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}} = 0 &\Leftrightarrow (\dot{\boldsymbol{\omega}}_s^I - \dot{\mathbf{A}} \boldsymbol{\omega}_0) + \mathbf{W} \dot{\mathbf{x}} = 0 \\ &\Leftrightarrow \dot{\boldsymbol{\omega}}_s^I = \dot{\mathbf{A}} \boldsymbol{\omega}_0 - \mathbf{W} \dot{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Utilisant (4.17) et (4.21), la commande équivalente devient [9] :

$$\mathbf{U}_{eq} = -(-\boldsymbol{\omega}_s^I \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}_s^I + \mathbf{C}_{GG} + \mathbf{C}_D + \mathbf{C}_M) - \mathbf{I}(\mathbf{W} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{A}} \boldsymbol{\omega}_0) \quad (4.22)$$

On obtient, finalement, la commande :

$$\mathbf{U} = -\underbrace{(\mathbf{C}_{GG} + \mathbf{C}_D + \mathbf{C}_M - \boldsymbol{\omega}_s^I \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}_s^I)}_{\mathbf{U}_{eq}} + \mathbf{I}(\mathbf{W} \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{A}} \boldsymbol{\omega}_0) - \mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{S}(\mathbf{x})) \quad (4.23)$$

Le dernier terme  $[-\mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{S}(\mathbf{x}))]$ , avec  $\mathbf{K}$  une matrice diagonale ( $3 \times 3$ ), permet de vérifier la condition d'attractivité  $\mathbf{S} \dot{\mathbf{S}} < 0$ . Les valeurs de  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{W}$  peuvent être déterminées par simulation.

#### 4.4.4 Elimination du Phénomène du Chattering

L'un des principaux inconvénients du réglage par mode de glissement est le phénomène du chattering, car il peut endommager les actionneurs par les sollicitations et influe sur les performances du système. Dans le but d'éliminer ce phénomène, on peut remplacer la fonction **sign** par une fonction de saturation caractérisée par un ou deux seuils (Eq. 4.24), ou bien par une fonction de **Smooth** (Eq. 4.25).

$$sat(S) = \begin{cases} -1 & si \ S < -\varepsilon \\ \frac{S}{\varepsilon} & si \ |S| < \varepsilon \\ 1 & si \ S > \varepsilon \end{cases} \quad (4.24)$$

La fonction de *Smooth* :

$$Smooth(S) = \frac{S}{|S| + \varepsilon} \quad (4.25)$$

#### 4.5 Commande par Mode Glissant Flou

La logique floue a fait son apparition en 1965 avec les travaux de L. Zadeh. Ce dernier a formalisé la représentation et le traitement de connaissance imprécises ou approximatives afin de traiter des systèmes de grande complexité ou mal connu. La logique floue intervient dans la manipulation des connaissances imparfaites et elle est survenue comme une alternative efficace pour de tels systèmes [75]. Le système est soumis, à chaque instant, à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré et ceci n'est pas souhaitable. Parmi les solutions proposées à ces problèmes, on peut citer la commande par mode glissant à bande limite qui consiste à remplacer la fonction de commutation dans la commande par une fonction de saturation. A vrai dire, cette solution n'est qu'un cas particulier de la commande par mode glissant flou, d'où l'intérêt à utiliser une commande qui combine la logique floue et le mode glissant afin d'obtenir une commande robuste et lisse.

##### 4.5.1 Conception du Contrôleur par Mode Glissant Flou (FSMC)

Pour une large classe de systèmes non linéaires du deuxième ordre, les contrôleurs flous sont conçus en utilisant le plan de phase déterminé par l'erreur  $e$  et le changement de cette erreur  $\dot{e}$  [76]. L'approche heuristique la plus utilisée dans l'établissement des règles est de diviser le plan de phase en deux demi plan par une ligne de commutation, tel que chaque demi plan est utilisé pour définir seulement les valeurs positives ou négatives de la commande. Le contrôleur ainsi défini est appelé contrôleur flou de forme diagonale. Ceci reflète le principe de la commande par mode glissant, plus particulièrement sa fonction de commutation. Par conséquent, le contrôleur flou remplacera la partie discontinue de la commande représentée par l'équation (4.23). Son expression est donnée par :



$$U = U_{eq} + U_{flou} \tag{5.26}$$

### 4.5.2 Description du Contrôleur Flou (FLC)

Le contrôleur flou comporte les trois blocs suivants : La fuzzification des variables d'entrées par l'utilisation des fonctions trapèze et triangulaire. Ensuite l'inférence où ces variables fuzzifiées sont comparées avec des ensembles prédéfinis pour déterminer la réponse appropriée. Et enfin, la défuzzification pour convertir les sous-ensembles fuzzifiés en valeurs en utilisant la défuzzification centroïde. La structure de base de notre contrôleur flou est donnée par la figure 4.11. Cette figure montre la configuration du contrôleur flou qui se compose : des Entrées–Sortie, de la fuzzification, de la décision floue, et de la défuzzification.

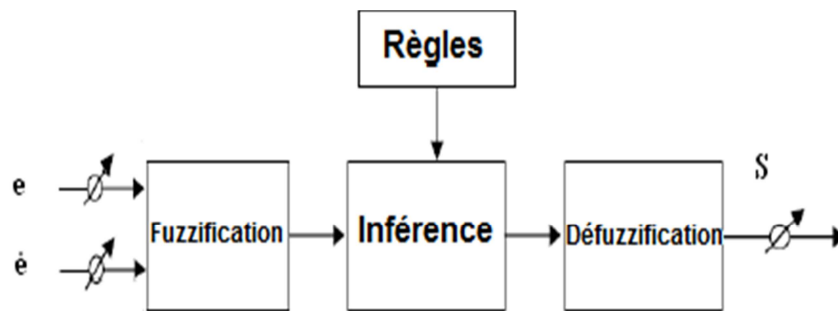


Figure 4.11 Structure de base du contrôleur flou.

### 4.5.3 Fuzzification ou Quantification Floue

Cette première étape consiste à déterminer le degré d'appartenance de chaque variable d'entrée à chaque état. Celui-ci est déterminé à l'aide des fonctions d'appartenance définies dans le système. Ces fonctions d'appartenance, qui utilisent en général entre trois et sept états flous pour chaque variable, possèdent différentes formes : en triangle, en cloche ou encore en trapèze.

### 4.5.4 Inférence

Les degrés d'appartenance de chaque variable à chaque état permettent d'appliquer les règles floues qui ont été préalablement définies. Le degré d'appartenance des variables de sortie à chaque état est ainsi obtenu.

#### 4.5.5 Défuzzification

En sortie, le système flou ne peut pas communiquer des valeurs floues qu'il peut seul exploiter. Il lui est donc nécessaire de fournir des valeurs précises, c'est le rôle de la défuzzification. Cette étape s'effectue toujours à l'aide des fonctions d'appartenance. A partir des degrés d'appartenance, on obtient autant de valeurs qu'il y a d'états. Pour déterminer la valeur précise à utiliser, on peut soit conserver le maximum, soit calculer la moyenne pondérée, soit déterminer le centre de gravité des valeurs obtenues.

#### 4.5.6 Description du Contrôleur (TISO)

Ce contrôleur admet deux entrées  $|c_p|$  et  $d$  et une sortie de commande  $U_{\text{flou}}$ . La conception du contrôleur doit respecter les deux règles générales suivantes [76] [9] :

Règle 1 :  $|U_{\text{flou}}|$  doit augmenter quand la distance  $|c_p|$  entre l'état actuel et la surface de glissement augmente.

Règle 2 :  $|U_{\text{flou}}|$  doit augmenter quand la distance  $d$  entre l'état actuel et la surface de glissement augmente.

Le plan de phase du contrôleur TISO, représenté sur la Figure 4.12, montre les deux distances  $|c_p|$  et  $d$ .

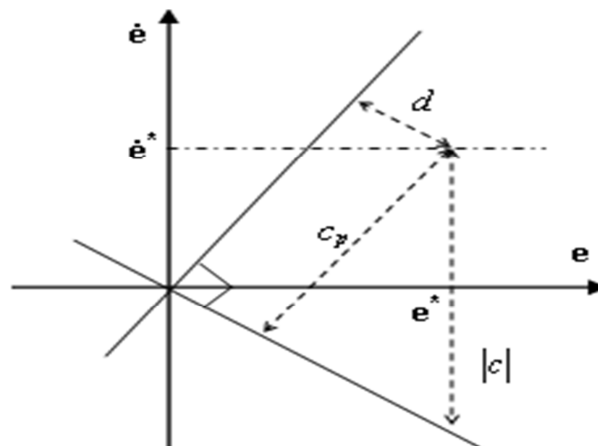


Figure 4.12 Distances  $|c_p|$  et  $d$  du contrôleur flou (TISO).

$c_p$  est la projection du vecteur d'états d'erreur  $e$  sur la surface de glissement selon la direction du vecteur normal  $n$ . cette distance est donnée par :

$$c_p = e^T \cdot n \tag{5.27}$$

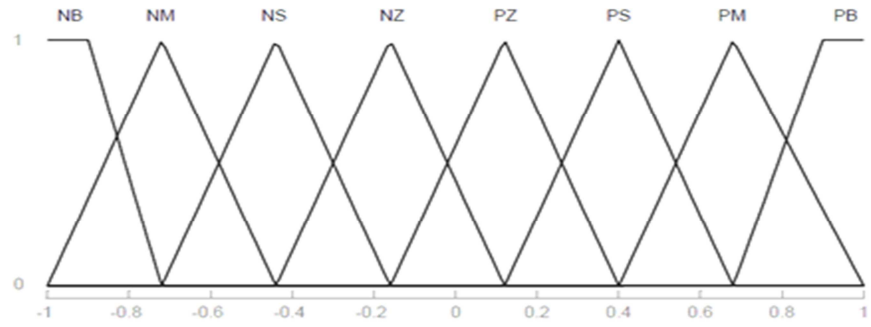
La distance  $d$  est définie comme étant la plus courte distance Euclidienne entre le vecteur d'état d'erreur  $e$  et le vecteur normal  $n$ , elle est donnée par l'équation suivante :

$$d = \sqrt{|e|^2 - c_p^2} \tag{5.28}$$

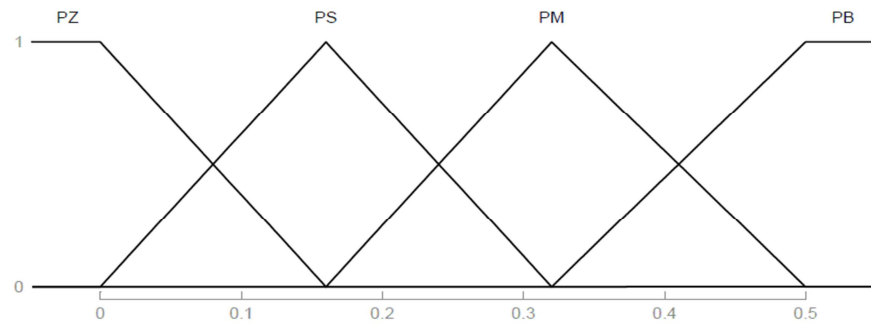
L'exploitation de la distance  $|c_p|$  entre le vecteur d'état d'erreur et la surface de glissement, ainsi que la distance entre le vecteur normal et la surface de glissement, permettent d'établir la base de règles de ce contrôleur. Un contrôleur d'attitude à logique floue a été mis au point avec huit ensembles flous: négatif grand (NB), négatif moyen (NM), négatif petit (NS), zéro négative (NZ), zéro positive (PZ), Positive petit (PS), positive moyen (PM) et positive grand (PB) ont été définis pour les variables d'entrée-sortie [9]. Les fonctions d'appartenance de ces distances et la commande sont présentées dans la Figure 4.13. En outre, 32 règles de contrôle ont été utilisées qui sont indiqués dans le tableau 4.3.

Tableau 4.3 Règles floues relatives au contrôleur FLC

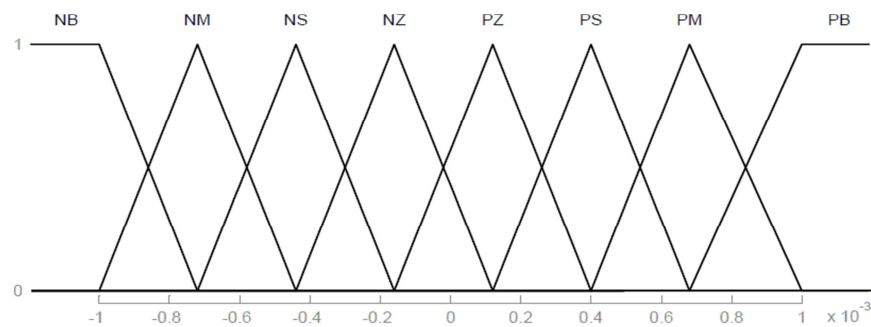
$d \backslash c_p$	NB	NM	NS	NZ	PZ	PS	PM	PB
PZ	PB	PM	PS	PZ	NZ	NS	NM	NB
PS	PB	PB	PM	PS	NS	NM	NB	NB
PM	PB	PB	PB	PM	NM	NB	NB	NB
PB	PB	PB	PB	PB	NB	NB	NB	NB



(a)



(b)



(c)

Figure 4.13 Fonctions d'appartenance utilisées par le contrôleur flou pour (a) la distance  $c_p$ , (b) la distance  $d$ , et (c) la commande  $U_{\text{flou}}$

## 4.6 Simulations et Résultats

### 4.6.1 Simulations Dynamiques

Les angles d'Euler et les vitesses angulaires sont estimés par le filtre de Kalman étendu à 7-état (EKF 7-Etat). Le vecteur d'état du EKF 7-Etat constitué de quatre éléments du vecteur quaternion associé à trois éléments des vitesses angulaires, dans le repère inertiel

respectivement [77]. Les roues à réaction ont un moment d'inertie de  $8 \times 10^{-4}$  (kgm<sup>2</sup>) et la vitesse maximale est de  $\pm 5000$  tours/minute, ce qui donne un moment angulaire maximale de 0,42 Nms. Le couple maximale de la roue est de 5 milli-Nm [9].

Tableau 4.4 Paramètres de Simulation

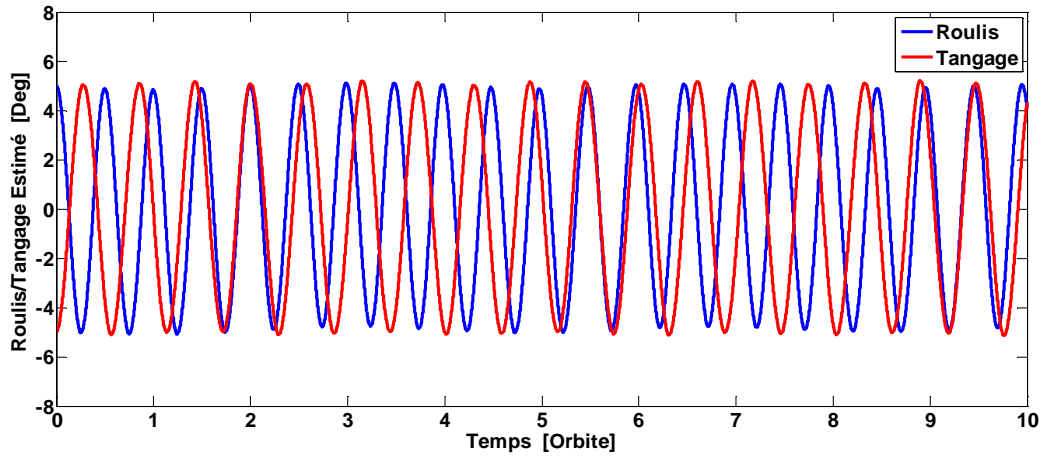
<b>Attitude initiale du simulateur d'attitude</b>	
<b>I [kgm<sup>2</sup>]</b>	diag [152.9 152.5 4.91]
<b>[φ θ ψ] initial [deg]</b>	[5.0 -5.0 0.0]
<b>[ω<sub>x</sub> ω<sub>y</sub> ω<sub>z</sub>] initial [deg/sec]</b>	[0.0 -2π/6000 0.0]
<b>Attitude initiale de l'Estimateur</b>	
<b>[φ θ ψ] initial [deg]</b>	[0.0 0.0 0.0]
<b>[ω<sub>x</sub> ω<sub>y</sub> ω<sub>z</sub>] initial [deg/sec]</b>	[0.0 -2π/6000 0.0]
<b>Matrice de covariance initiale P de l'attitude et de son vitesse angulaire</b>	
Variation Initiale de [q1 q2 q3 q4]	[0.25 0.25 0.25 0.25]
Variation Initiale de [ω <sub>x</sub> ω <sub>y</sub> ω <sub>z</sub> ] [deg/sec]	[0.025 0.025 0.025]
<b>Matrice de covariance du bruit du processus Q de l'attitude et de vitesses angulaires</b>	
Covariance de [q1 q2 q3 q4] : [σ <sub>q1</sub> σ <sub>q2</sub> σ <sub>q3</sub> σ <sub>q4</sub> ]	[ (10 <sup>-7</sup> ) <sup>2</sup> (10 <sup>-7</sup> ) <sup>2</sup> (10 <sup>-7</sup> ) <sup>2</sup> (10 <sup>-7</sup> ) <sup>2</sup> ]
Covariance de [ω <sub>x</sub> ω <sub>y</sub> ω <sub>z</sub> ] : [σ <sub>ω<sub>x</sub></sub> σ <sub>ω<sub>y</sub></sub> σ <sub>ω<sub>z</sub></sub> ] ][deg/sec] <sup>2</sup>	[ (10 <sup>-7</sup> ) <sup>2</sup> (10 <sup>-7</sup> ) <sup>2</sup> (10 <sup>-7</sup> ) <sup>2</sup> ]

Dans les Figures 4.14 et 4.15, on peut voir l'évolution de l'attitude du satellite et sa vitesse angulaire pendant 10 orbites. La Figure 4.16, les roues (Y moment / Z réaction) sont activées en quatrième orbite. L'attitude estimée pendant le pointage de nadir est représentée sur cette figure. On peut voir sur les performances que le contrôleur FSMC est meilleur que le SMC en termes de convergence.

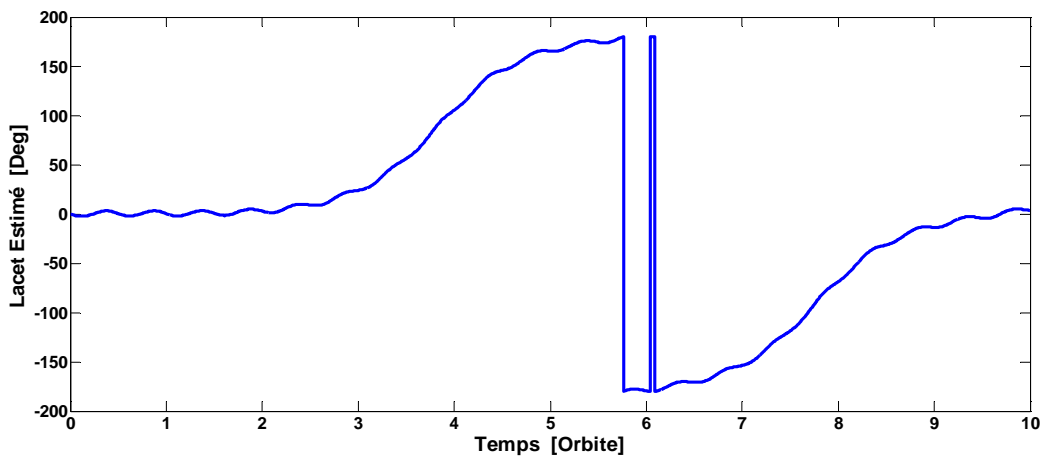
Les figures 4.17, 4.18 et 4.19 montrent l'erreur de pointage pendant de la phase de contrôle du roulis, tangage et lacet respectivement. Le tableau 4.5 montre que le FSMC fournit une amplitude d'erreur de moyenne quadratique (EMQ) de 0.42 degré pour l'estimation de l'erreur d'attitude et de  $2.6 \times 10^{-3}$  degré/seconde pour l'estimation de l'erreur du taux de variation d'attitude. Cette erreur est inférieure à celle du contrôleur SMC qui est de 0.62 pour l'estimation de l'erreur d'attitude et de  $16.2 \times 10^{-3}$  degré/seconde pour l'estimation de l'erreur du taux de variation d'attitude.

La figure 4.20 présente l'attitude estimée en phase de Contrôle d'amortissement de perturbations de la tuyère pendant l'allumage pour 30 secondes à 35000 sec et 30 sec à 55000 sec. On peut observer que le FSMC permet un meilleur contrôle, plus strict, que le

SMC. Elle montre également que le FSMC est capable de traiter des signaux de bruit tout en minimisant l'erreur et maintien une réponse stable du contrôle par rapport au SMC.



(a)



(b)

Figure 4.14 Attitude Estimée en mode libration

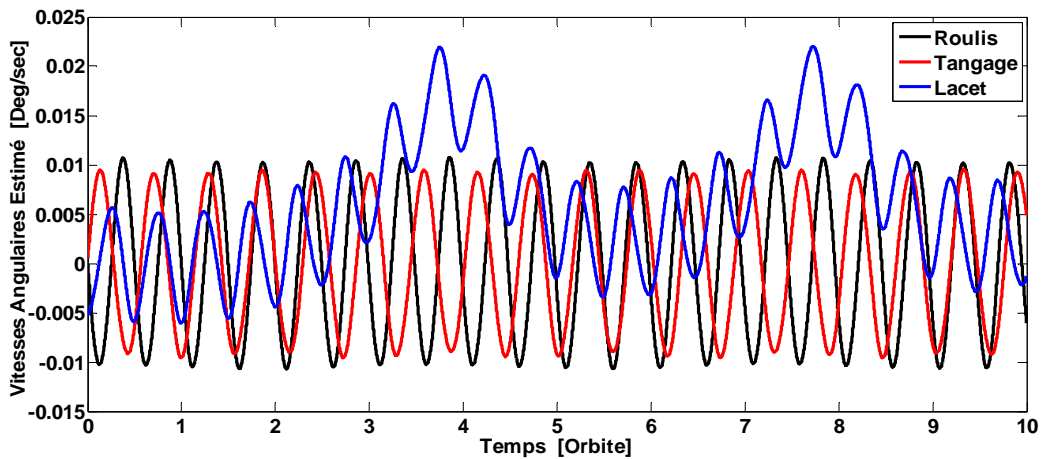
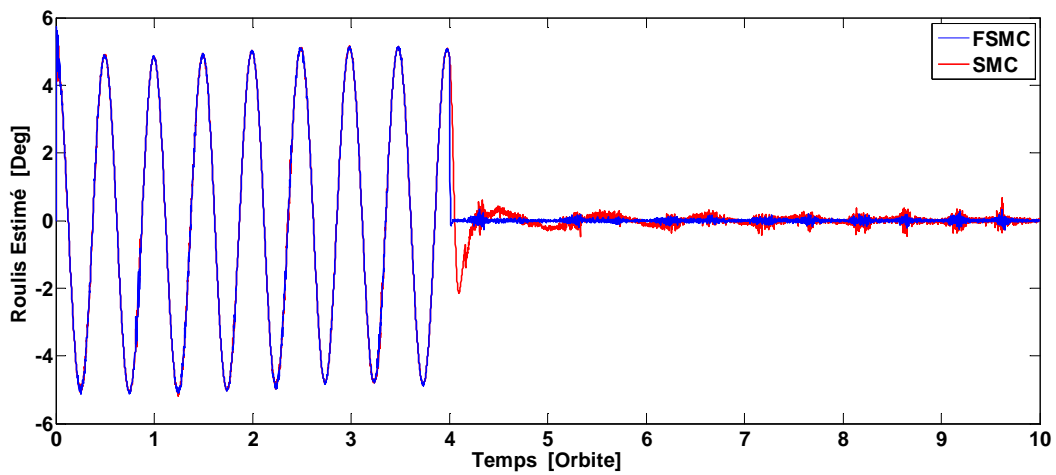
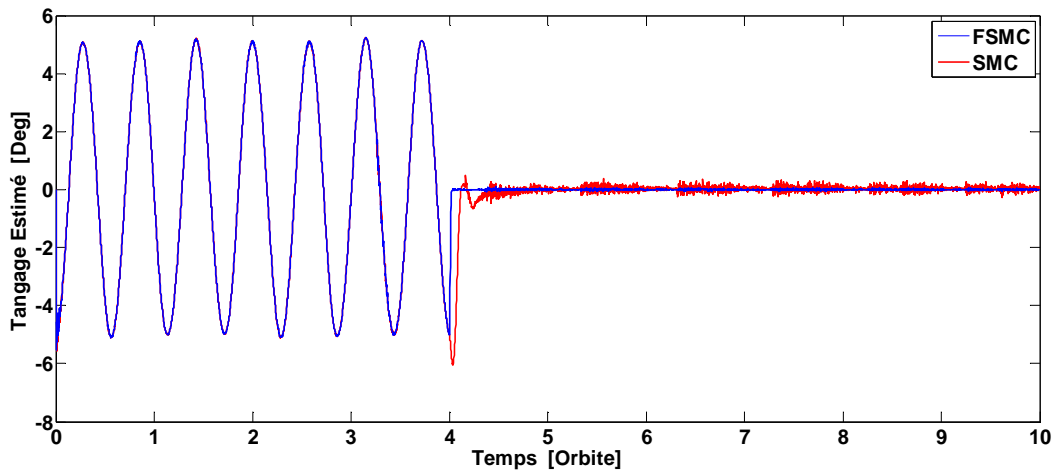


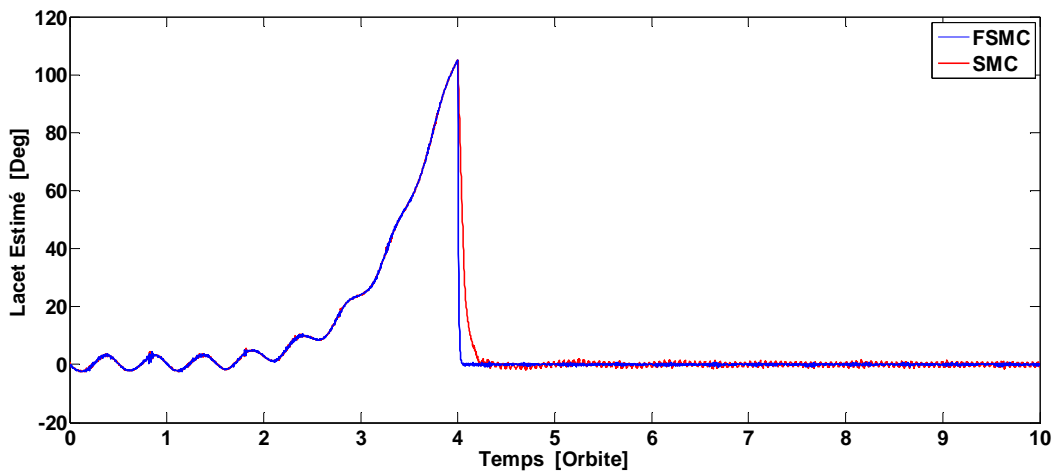
Figure 4.15 Vitesse angulaire Estimée en mode libration



(a)



(b)



(c)

Figure 4.16 Estimation des angles de pointage pendant l'activation des roues (Y moment / Z réaction) pour (a) Roulis (b) Tangage et (c) Lacet

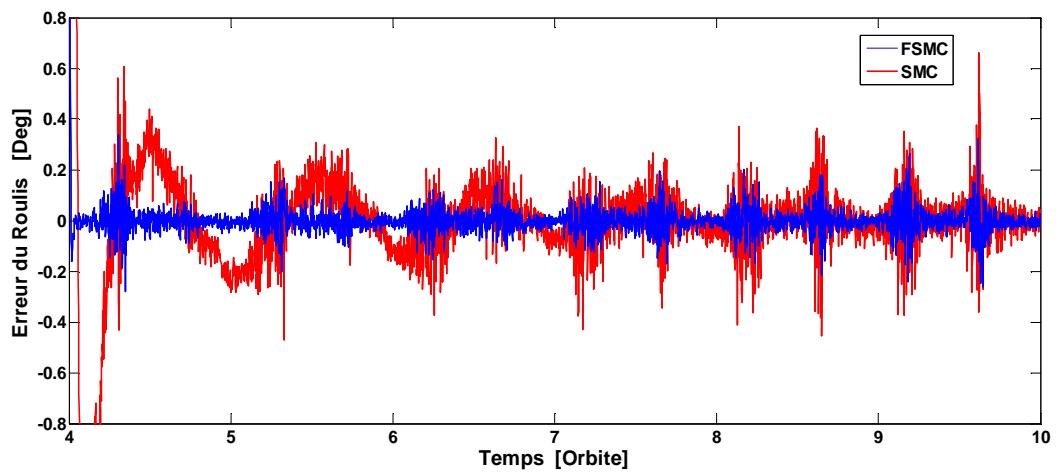


Figure 4.17 Erreur de Pointage du Roulis.

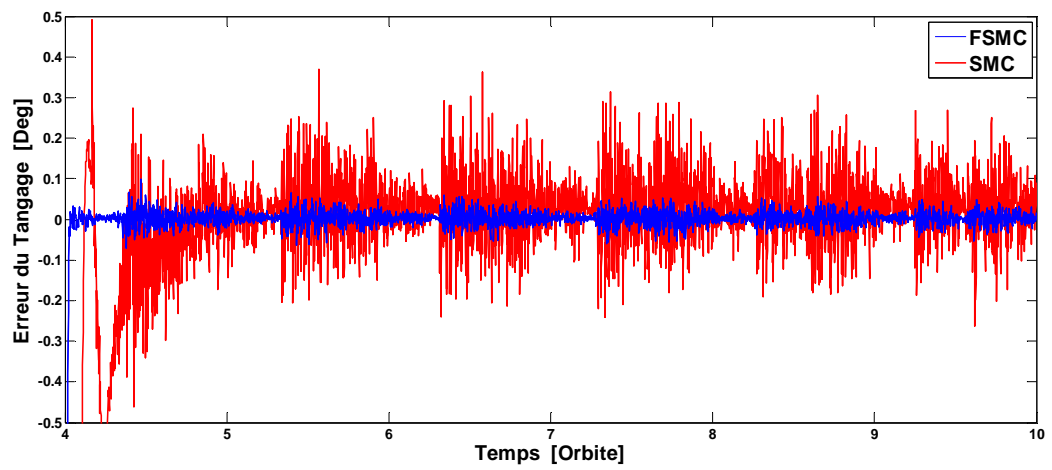


Figure 4.18 Erreur de Pointage du Tangage.

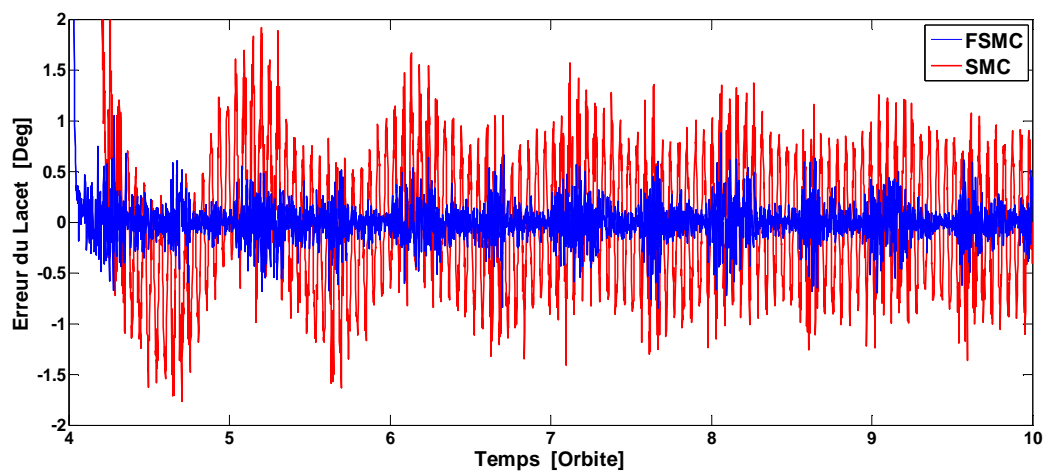


Figure 4.19 Erreur de Pointage du Lacet.



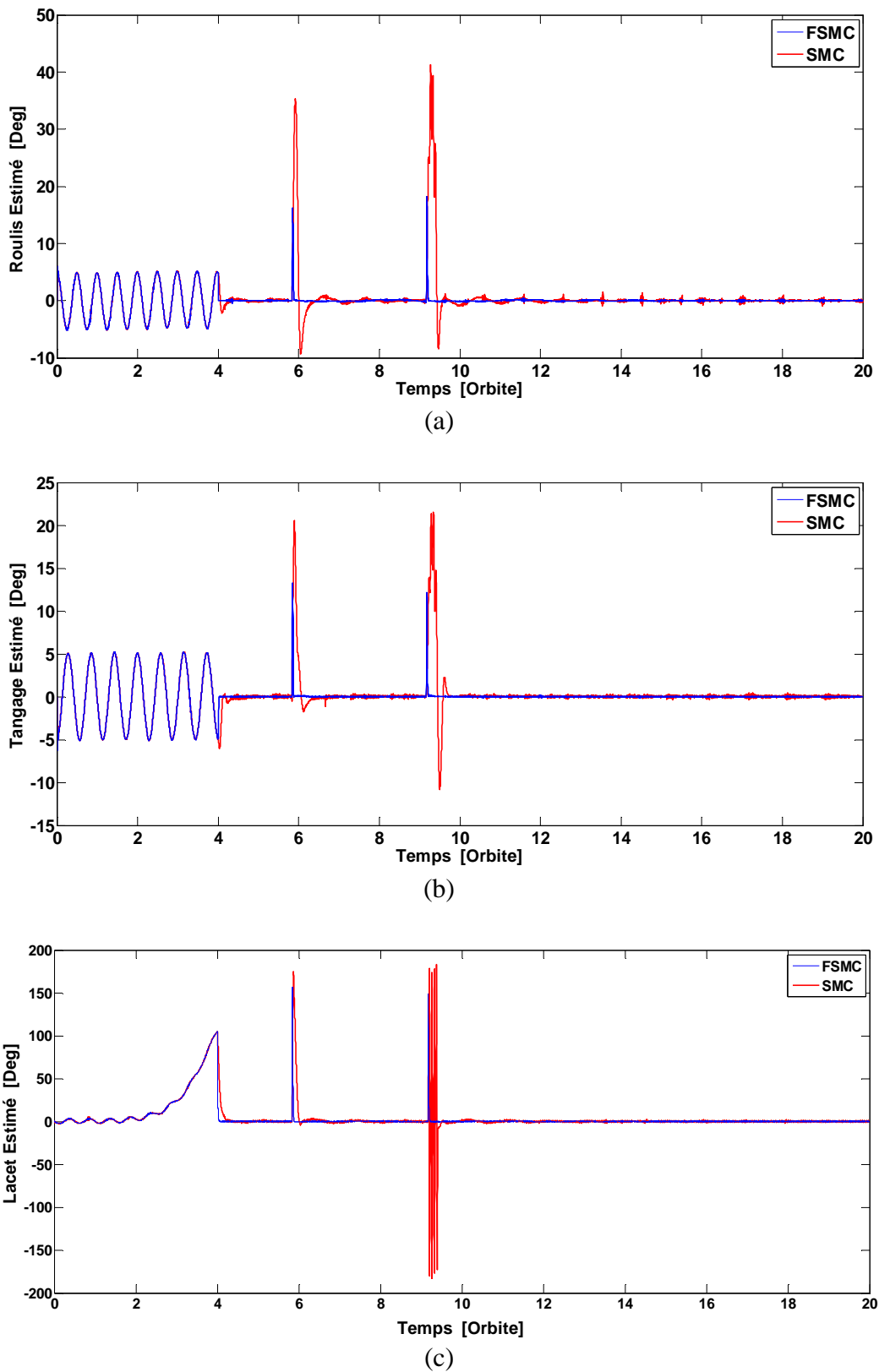


Figure 4.20 Attitude estimée en phase de Contrôle d'amortissement de perturbations de la tuyère pour (a) Roulis (b) Tangage et (c) Lacet.

Tableau 4.5 Erreur de pointage d'attitude et de vitesse angulaire

	<b>Erreur Moyenne quadratique</b>	
	<b>SMC</b>	<b>FSMC</b>
<b>Roulis [deg]</b>	0.1032	0.0678
<b>Tangage [deg]</b>	0.0973	0.0810
<b>Lacet [deg]</b>	0.6042	0.4037
$\omega_x$ [deg/sec]	$22 \times 10^{-4}$	$6.43 \times 10^{-4}$
$\omega_y$ [deg/sec]	$10 \times 10^{-4}$	$3.89 \times 10^{-4}$
$\omega_z$ [deg/sec]	$16 \times 10^{-3}$	$2.54 \times 10^{-3}$
	<b>Amplitude de l'erreur</b>	<b>Amplitude de l'erreur</b>
<b>Attitude [deg]</b>	0.6206	0.4173
$\omega$ [deg/sec]	$16.2 \times 10^{-3}$	$2.6 \times 10^{-3}$

#### 4.6.2 Simulations Statiques

Les simulations statiques consistent en 10000 itérations et permettent d'évaluer et d'analyser les performances de précision et de robustesse du système FSMC sur Alsat-1 lors de la commande de pointage au Nadir. Pour chaque itération de Monte-Carlo, un des angles d'Euler et des vitesses angulaires ont été choisis au hasard. L'attitude provient d'une population uniforme entre  $\pm 10^\circ$ . Les vitesses angulaires proviennent d'une population uniforme entre  $\pm 0,01^\circ / s$ . En plus, la déviation de la valeur nominale est de  $0,1 \text{ kg/m}^2$  pour les termes diagonaux et hors diagonale de la matrice d'inertie du satellite [9]. Les histogrammes de l'écart type d'erreur d'attitude et des vitesses angulaires en pointage au Nadir pour les 10000 itérations Monte-Carlo sont présentés sur les figures 4.21 et 4.22 respectivement. Les deux figures confirment encore que le système de contrôle d'attitude est robuste en ce qui concerne la variation des paramètres les plus critiques.

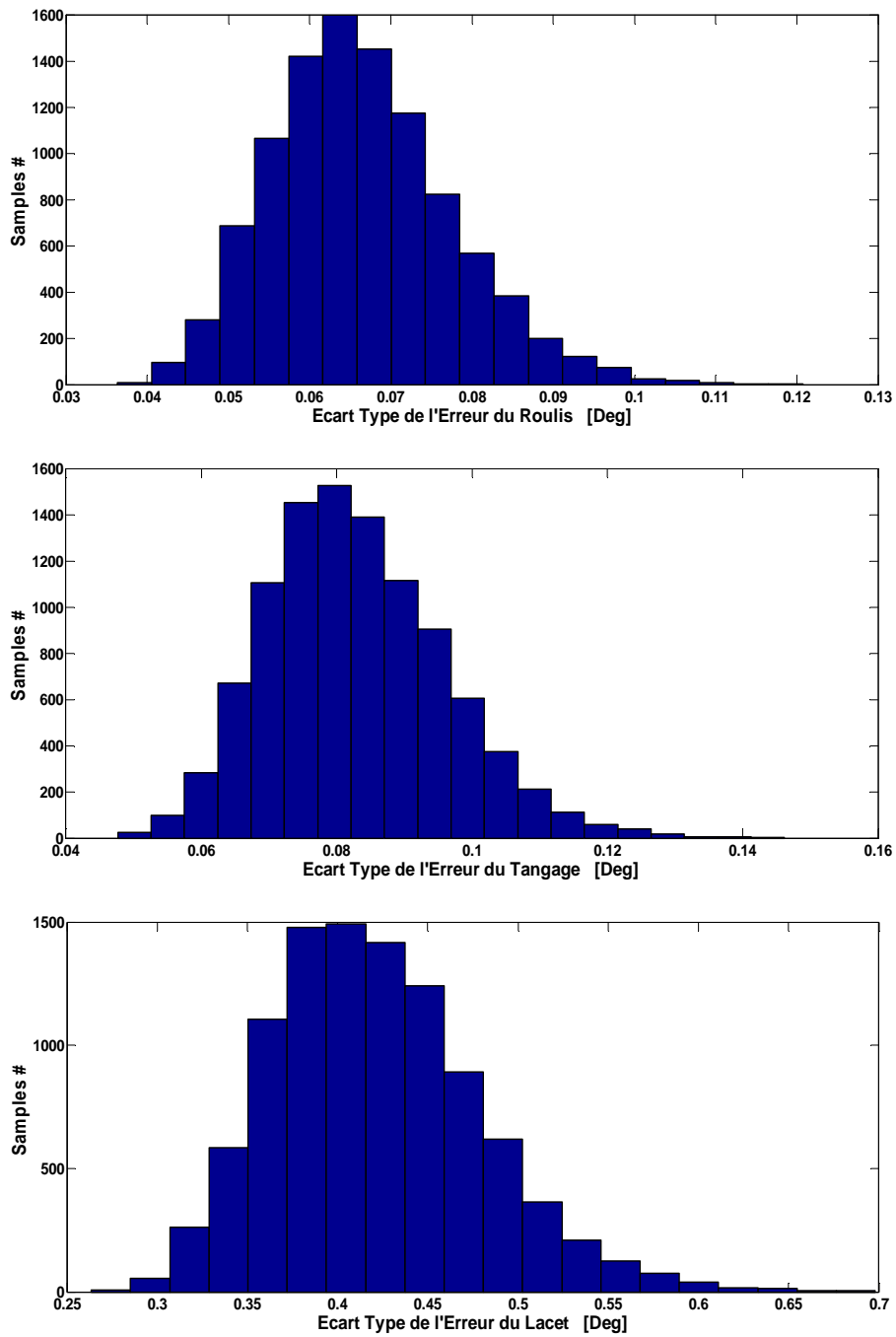


Figure 4.21 Histogramme de l'Ecart Type d'Erreur d'attitude utilisant FSMC pour 10000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrence  $N_1 + N_2 + \dots + N_{20} = 10\ 000$ ).

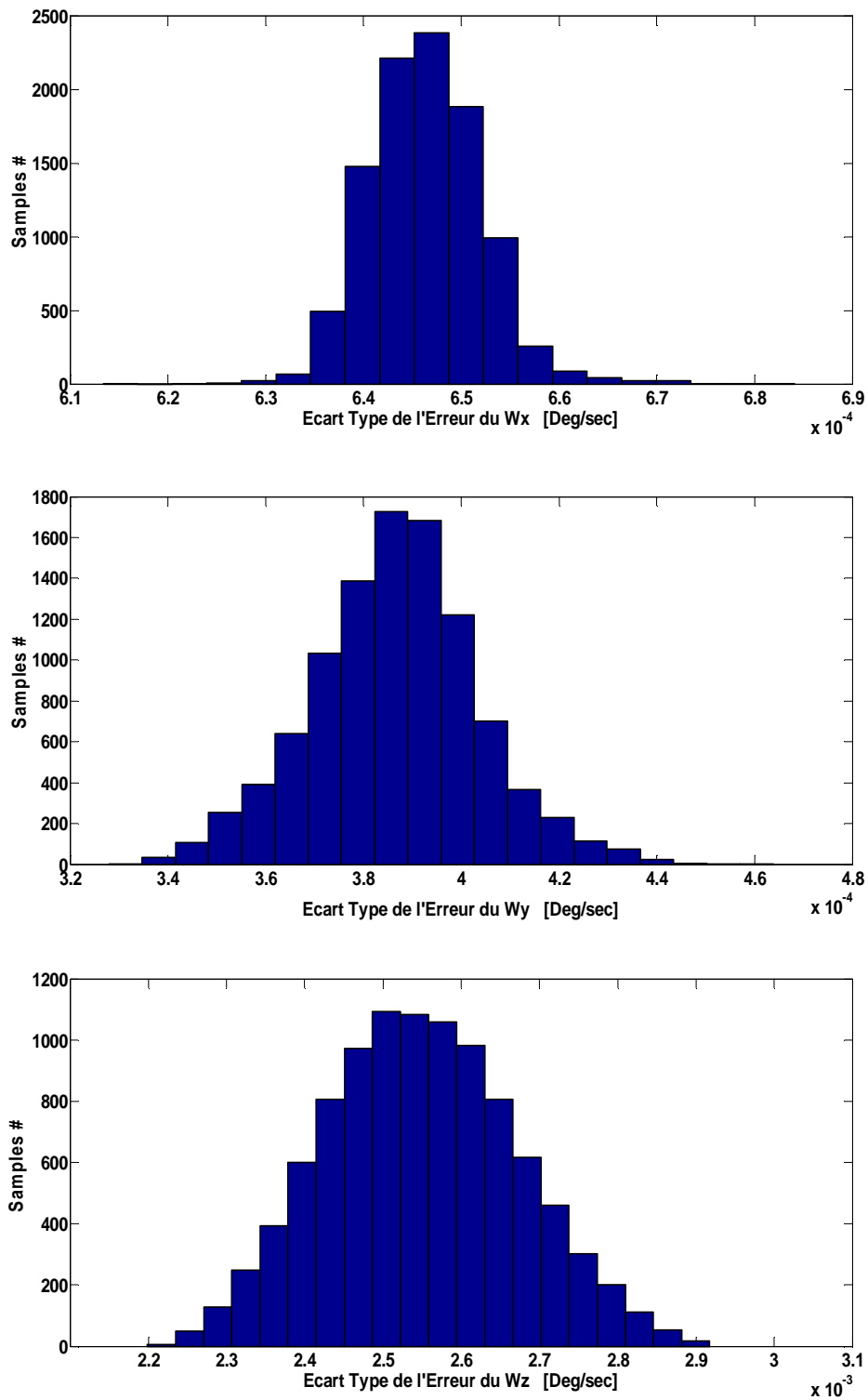


Figure 4.22 Histogramme de l'Ecart Type d'Erreur de Vitesse d'Attitude utilisant FSMC pour 10000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrence  $N_1 + N_2 + \dots + N_{20} = 10\ 000$ ).

#### 4.7 Conclusion

Notre contribution, à travers ce chapitre, est de présenter des lois de contrôle d'attitude par roues de stabilisation pour le pointage au Nadir d'un microsatellite stabilisé suivant 3 axes et par gradient de gravité. Les lois de contrôle d'attitude sont basées sur le mode de glissement et la logique floue. Les données de l'attitude estimée ainsi que les vitesses angulaires estimées sont faites à partir du magnétomètre et du capteur solaire.

Dans ce chapitre, nous avons proposé un contrôleur qui peut être appliqué à une large classe de systèmes non linéaires, il combine les avantages des deux techniques considérées comme robustes : la commande par mode glissant et la commande floue. Une approche de logique floue est mise en œuvre pour améliorer les performances de contrôle par simulation et la modélisation d'un contrôleur par mode glissant basé sur la logique floue. Ce contrôleur a été mis en place pour le contrôle d'attitude d'un microsatellite. Il a été démontré que le contrôleur proposé peut fournir les propriétés d'insensibilité aux incertitudes et aux perturbations externes. Différents scénarios ont été organisés dans le but de valider notre approche proposée comme la méthode de Monte-Carlo et, en plus, l'amortissement des perturbations générés par le système propulsif (tuyère) lors des manœuvres d'attitude et d'orbite a été appliqué. Cette poussée constitue un test robuste pour le contrôleur. Les résultats des simulations montrent le rôle important que la logique floue à jouer pour réduire le phénomène de chattering et permettre la réduction de l'erreur de pointage. D'autres techniques de contrôle d'attitude peuvent être mises en œuvre en utilisant des tuyères. A cet effet, pour minimiser la consommation d'énergie, plusieurs approches de commandes sont présentées dans le chapitre suivant.

# Chapitre V

---

CONTRÔLE D'ATTITUDE AGILE  
PAR SYSTÈME DE PROPULSION

## 5.1 Introduction

Les roues à réaction sont un choix commun pour le contrôle actif d'attitude des satellites [9] [10]. La roue à réaction a ses propres avantages et inconvénients. Elle est plus rapide par rapport aux barres de torsion, mais plus lente par rapport aux propulseurs. Un avantage majeur de la roue à réaction, c'est qu'il est un dispositif d'actionnement linéaire contrairement aux propulseurs. L'inconvénient majeur de la roue à réaction, c'est qu'elle souffre d'usure mécanique lorsqu'elle fonctionne en permanence au fil des années. Une dynamique efficace et un rapide moment d'amortissement peut être atteint par des propulseurs au détriment de l'énergie consommée [78]. Pour les satellites utilisant les propulseurs, la minimisation de la dissipation propulseur est extrêmement importante pour la mission spatiale. Pour un problème simple d'un seul axe d'un satellite, il y a la solution unique minimum-temps [79]. Cependant, il n'existe pas de solution évidente pour un problème à trois axes. Les deux grandes approches pour le contrôle de propulseur sont le contrôle bang-bang et la modulation par impulsions. Le contrôleur Bang-bang [80] [81] est simple dans la formulation, mais les modulateurs d'impulsions [29] [82] sont couramment utilisés en raison de leurs avantages de la consommation d'énergie réduite et un cycle quasi-linéaire. D'autre part, la technique d'impulsion utilisée est la méthode de largeur d'impulsion et de fréquence d'impulsion (PWPF). Des ressources bibliographiques pertinentes affirment que le modulateur PWPF détient des avantages par rapport à d'autres types de modulateurs d'impulsions [83] [84] [85], et qu'il a également été démontré qu'il détient des avantages considérables par rapport aux systèmes de contrôle bang-bang. L'idée est d'utiliser une zone morte pour éviter les impulsions inutiles des tuyères à cause du bruit du capteur. Également, une constante de temps est utilisée avant le bloc d'hystérésis pour contrôler la fréquence de mise à feu du propulseur. D'autres travaux utilisent les contrôleurs flous [12] [13] [86] [87] qui sont flexibles, simples à construire et à fournir une robustesse au contrôleur Bang-Bang. La technique d'intelligence artificielle telle que la logique floue a fourni les moyens de développer un contrôleur flou bang-bang flexible (FBBC) [13] [86]. En conséquence, FBBC est généralement appliqué à un système complexe dont le modèle dynamique n'est pas bien défini ou pas du tout disponible [12] [87]. Ils ont montré que le contrôleur flou suit la commande de référence mieux que le

contrôleur classique bang-bang. En plus, pour les problèmes non linéaires, la commande floue peut également améliorer la robustesse du système.

Notre contribution dans ce chapitre est de combiner les avantages des deux techniques. Nous concevons le contrôleur à logique floue en plus du modulateur PWPF pour le contrôle d'attitude par tuyères à 3-axes du satellite sur une orbite basse. Nous évaluons les performances du système de contrôle et nous utilisons l'erreur quaternion lors d'un contrôle agile où au moins l'une des valeurs désirées sur les trois axes est différente de  $0^\circ$ . Afin de tester l'efficacité de ces contrôleurs (la robustesse en présence de perturbations et de la consommation d'énergie) le système est soumis à un niveau de bruit pseudo-aléatoire supplémentaire de 2%. Nous avons utilisé la méthode de Monte-Carlo pour comparer la consommation de carburant [11].

## 5.2 Contrôle par Tuyères

Une tuyère est un actionneur "TOUT ou RIEN", donnant une poussée ou nulle ou constante et égale à sa valeur maximum. [88]

### 5.2.1 Contrôleur Bang-Bang

C'est le plus simple des contrôleurs bang-bang. Il consiste seulement en un commutateur marche/arrêt et il peut être exprimé mathématiquement comme suit :

$$U(\mathbf{t}) = \begin{cases} \mathbf{u} \operatorname{sgn}(r(\mathbf{t})) & \text{si } |r(\mathbf{t})| > 0 \\ 0 & \text{si } |r(\mathbf{t})| = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

Ce contrôleur aura une sortie 0 seulement si le signal de référence est égal à zéro. Sinon la tuyère se déclenche. Il rend le système très vulnérable au bruit. C'est pour cela que de tels systèmes ne sont pas employés en pratique. Une représentation graphique simple du bang-bang est décrite comme suit :

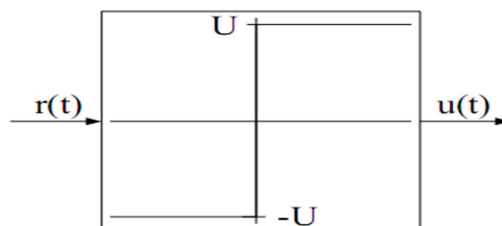


Figure 5.1 Contrôleur bang-bang



$u$  c'est l'amplitude de la tuyère.

$U(t)$  c'est le signal de sortie du contrôleur.

$r(t)$  et le signal de référence.

### 5.2.2 Contrôleur Bang-Bang avec Zone Morte :

Pour éviter un chevauchement dû aux bruits, vibrations et perturbations, une zone morte est implémentée au niveau du contrôleur bang-bang. Ainsi, le contrôleur évite de transmettre la commande avant que l'entrée n'ait atteint un certain seuil [88].

L'expression mathématique de ce contrôleur est donnée comme suit :

$$U(t) = \begin{cases} u \operatorname{sgn}(r(t)) & \text{si } |r(t)| \geq \alpha \\ 0 & \text{si } |r(t)| < \alpha \end{cases} \quad (5.2)$$

$\alpha$  est la moitié de la zone morte du contrôleur.

L'activité réduite de la tuyère donne, de toute évidence, une faible consommation par rapport au simple contrôleur bang-bang. La précision de pointage dépend directement de la taille de la zone morte (une grande zone morte implique moins de précision). Il est évidemment important de choisir la taille de la zone morte avec beaucoup de soin, afin de maximiser, à la fois, la précision et la robustesse face au bruit et aux perturbations [88].

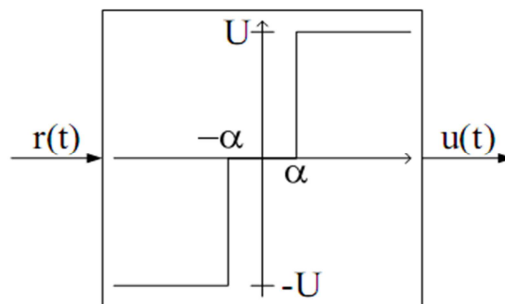


Figure 5.2 Contrôleur bang-bang avec zone morte

Dans notre application le signal  $r(t)$  est la sortie d'un proportionnel dérivateur, ce contrôleur est appelé PDBBC.

### 5.2.3 Contrôleur Bang-Bang à Temps Optimal

Afin de minimiser le temps pour faire une réorientation du satellite sur lui-même, on utilise le contrôleur à temps optimal. Ce dernier est optimal pour une réorientation d'un des axes [89]. Ce contrôleur implique une très mauvaise consommation du carburant.

### 5.2.4 Contrôleur Trigger de Schmitt

Le trigger de Schmitt est un dispositif zone morte / hystérésis, ce qui est très semblable au contrôleur bang-bang avec zone morte. La seule différence réside dans la fonctionnalité d'hystérésis du trigger de Schmitt. En plus d'un marche/arrêt avec seuil, le trigger dispose d'une valeur marche et d'une valeur arrêt [88].

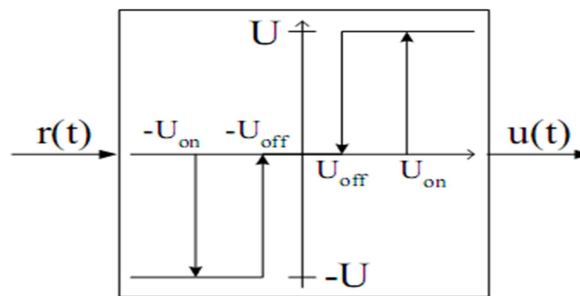


Figure 5.3 Trigger de Schmitt

### 5.2.5 Modulateurs d'Impulsions

Les modulateurs d'impulsions sont couramment utilisés en raison de leur avantage (consommations réduites d'ergols).

En général, les modulateurs d'impulsions produisent une séquence de commande d'impulsion aux soupapes des tuyères par réglage de la largeur d'impulsion et / ou la fréquence d'impulsions [80].

#### 5.2.5.1 Modulateur de Largeur d'Impulsions

Il module la largeur de ses impulsions de sortie proportionnellement au niveau du couple commande. En outre, la sortie n'est pas un état de coup de tuyère, mais une largeur d'impulsion de tuyère. Le bloqueur d'ordre zéro transmet le signal à la tuyère.

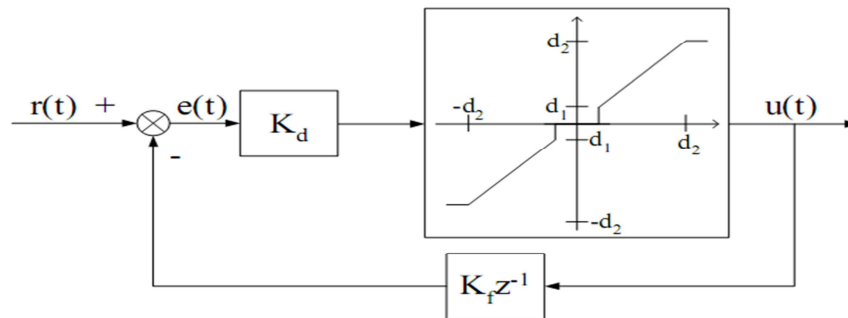


Figure 5.4 Modulation de largeur d'impulsions

### 5.2.5.2 Modulateur de Fréquence d'Impulsions

Dans les modulateurs de fréquence d'impulsions, un signal continu est converti en un flux d'impulsions avec une fréquence proportionnelle au couple de commande. Ils ont plusieurs variantes, mais la plus couramment utilisée est celle correspondant au modulateur intégral à fréquence d'impulsions. Elle emploie un intégrateur en cascade avec un contrôleur d'un bang-bang, qui réinitialise la sortie de l'intégrateur chaque fois qu'un coup de tuyère est donné [88].

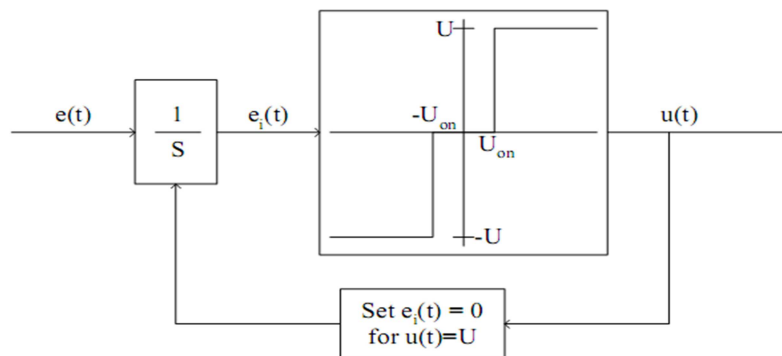


Figure 5.5 Modulation de fréquence d'impulsion intégrale

### 5.2.5.3 Modulateur à Pseudo-taux

Il se compose d'un trigger de Schmitt et d'un filtre du premier ordre dans une boucle fermée. MILLAR et VIGNERON [90] ont donné une étude complète dans leurs articles.

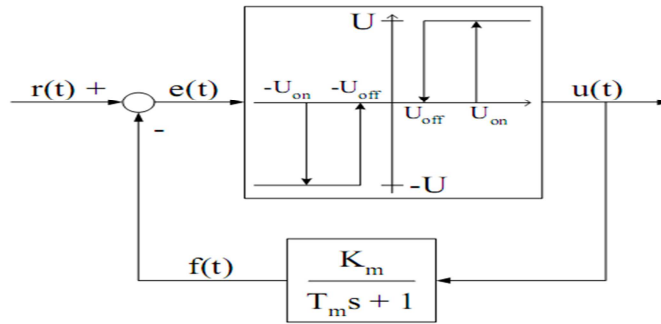


Figure 5.6 Modulation à pseudo-taux

### 5.2.5.4 Modulateur de Largeur d'Impulsions et de Fréquence d'Impulsions (PWPF)

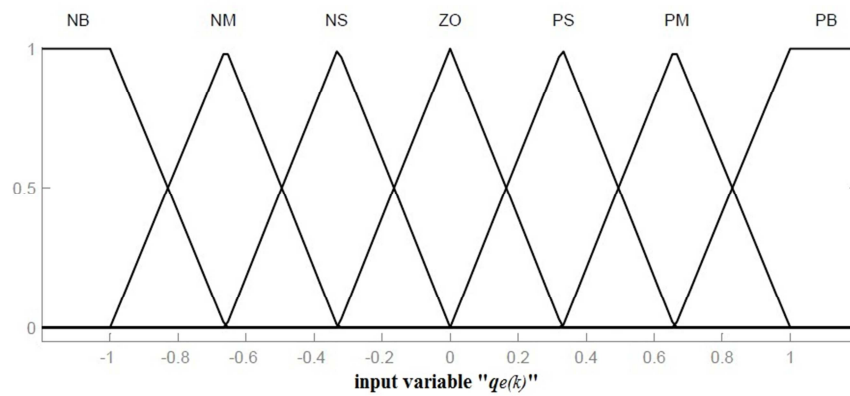
Le modulateur de largeur d'impulsions et de fréquence d'impulsions (PWPF) se compose d'un trigger de Schmitt, d'un filtre du premier ordre et d'une boucle de retour, tout comme le modulateur à pseudo-taux, mais, dans le modulateur PWPF, le filtre est placé avant le trigger Schmitt et pas dans la boucle de retour. Pour notre application le signal  $r(t)$  peut être la sortie d'un proportionnel dérivateur, ou d'une logique floue, ces deux contrôleurs sont appelés respectivement PDPWPF et FPWPF.

### 5.3 Conception d'un Contrôleur de Largeur d'Impulsions et de Fréquence d'Impulsions à Logique Floue (FPWPF)

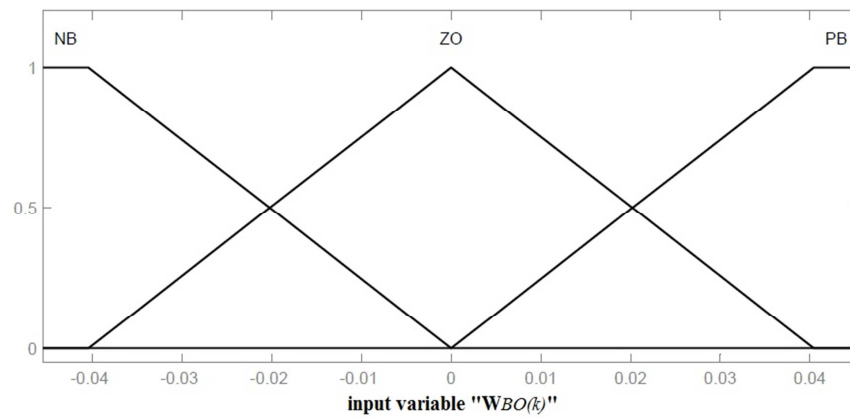
Un contrôleur d'attitude à logique floue a été mis au point avec sept ensembles flous. Négatif grand (NB), négatif moyen (NM), négatif petit (NS), zéro (ZO), positif petit (PS), positif moyen (PM) et positif grand (PB) ont été définis pour les variables d'entrée-sortie. Le système FLC a deux entrées, le quaternion d'erreur  $\mathbf{q}_e(k)$  et la vitesse angulaire  $\omega_{BO}(k)$  et une sortie  $\mathbf{U}_c(k)$ , comme indiqué sur la Figure 5.1. En outre, 21 règles de contrôle ont été utilisées et indiquées dans le tableau 5.1 [11].

Tableau 5.1 Règles floues relatives au contrôleur

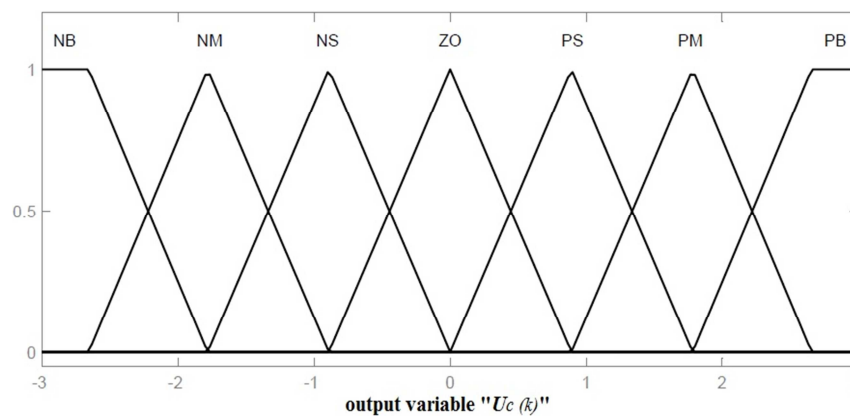
$\mathbf{q}_e(k)$ \ $\omega_{BO}(k)$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	ZO	PS	PM	PB
ZO	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
PB	NB	NM	NS	ZO	PB	PB	PB



(a)



(b)



(c)

Figure 5.7 : Fonctions d'appartenance utilisées par le contrôleur flou pour (a) le quaternion d'erreur  $\mathbf{q}_e$ , (b) la vitesse angulaire  $\boldsymbol{\omega}_{BO}$ , et (c) la commande  $\mathbf{U}_c$

Les actionneurs sont des tuyères d'impulsions à gaz froids (CG) et la pulsation des tuyères se fait par trigger de Schmitt qui a une zone morte incorporée. L'idée d'utilisation d'une zone morte est d'éviter les impulsions inutiles des tuyères à cause du bruit du capteur. Aussi, un préfiltre est utilisé avant le bloc d'hystérésis pour commander la fréquence de mise à feu des tuyères. La tâche la plus importante dans cette analyse est de relier l'erreur d'attitude par le On/Off sur les périodes d'impulsions. La figure 5.8 montre le schéma de principe du FPWPFC.

Un couple est généré uniquement lorsque le trigger de Schmitt est activé. Une fois que la gâchette est activée, une impulsion positive ou négative est générée pour produire ainsi un couple de rotation. Pour les périodes où le trigger est non activé, l'attitude du satellite deviendra comme si elle était dans une boucle ouverte. Nous avons également inclus un gain  $K_{nom}$ , ce qui est tout simplement le couple nominale de tuyère pour un satellite.

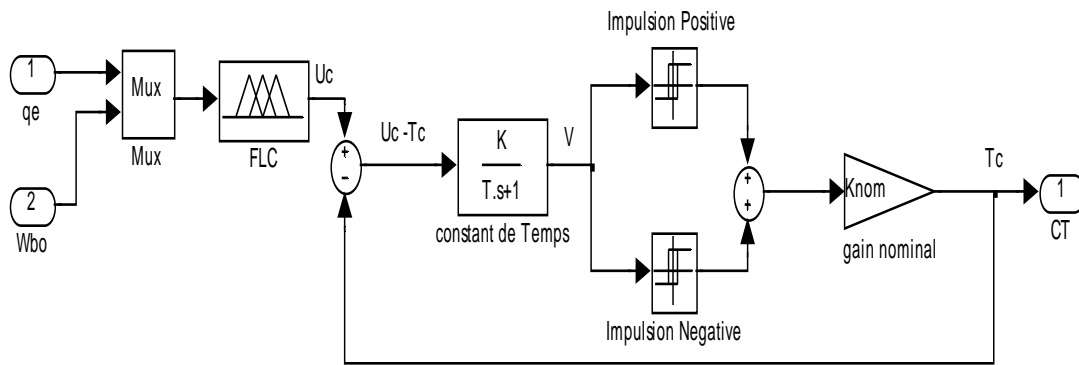


Figure 5.8 Schéma d'un contrôleur de largeur d'impulsions et de fréquence d'impulsions à logique floue

La variation dans le temps de la sortie ( $V$ ) du préfiltre peut être écrite en fonction des entrées ( $U_c - T_c$ ) comme suit [11] :

$$\dot{V}\tau + V = K (U_c - T_c) \quad (5.3)$$

Où  $U_c$ : la sortie du FLC;  $T_c$ : couple de sortie;  $K$ : gain préfiltre.

En appliquant la transformation de Laplace, on trouve :

$$V(s) = \frac{\tau V(0)}{1 + \tau s} + \frac{K (U_c - T_c)}{s(1 + \tau s)} \quad (5.4)$$

La solution dans le domaine temporel de l'équation (5.4) est donnée par :

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}(0)e^{-t/\tau} + \mathbf{K} (\mathbf{U}_c - \mathbf{T}_c) [1 - e^{-t/\tau}] \quad (5.5)$$

Les niveaux auxquels le trigger s'allume (On) et s'éteint (Off) sont  $\mathbf{V}_{on}$  et  $\mathbf{V}_{off}$  respectivement, et les périodes d'impulsions sont désignées par  $t_{on}$  et  $t_{off}$ . D'où, l'équation (5.5) peut être réécrite ainsi,

$$\mathbf{V}_{off} = \mathbf{V}_{on} e^{-t_{on}/\tau} + \mathbf{K} (\mathbf{U}_c - \mathbf{T}_c) [1 - e^{-t_{on}/\tau}] \quad (5.6)$$

L'équation (5.6) peut être écrite :

$$e^{-t_{on}/\tau} = \frac{\mathbf{V}_{off} - \mathbf{K} \mathbf{U}_c + \mathbf{K} \mathbf{T}_c}{\mathbf{V}_{on} - \mathbf{K} \mathbf{U}_c + \mathbf{K} \mathbf{T}_c} = 1 - \frac{\mathbf{V}_{on} - \mathbf{V}_{off}}{\mathbf{V}_{on} - \mathbf{K} \mathbf{U}_c + \mathbf{K} \mathbf{T}_c} \quad (5.7)$$

Pour de petites valeurs de  $t_{on}$ ;  $e^{-t_{on}/\tau} \approx 1 - (t_{on} / \tau)$ , ce qui donne approximativement :

$$t_{on} \approx \tau \frac{\mathbf{V}_{on} - \mathbf{V}_{off}}{\mathbf{V}_{on} - \mathbf{K} \mathbf{U}_c + \mathbf{K} \mathbf{T}_c} \quad (5.8)$$

Puisque le trigger est éteint (Off),  $\mathbf{T}_c = 0$ , ce qui donne  $(\mathbf{K} \cdot (\mathbf{U}_c - \mathbf{T}_c) = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U}_c)$ . Le trigger est ensuite mis en marche (On) à  $\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}_{on}$ . En remplaçant ces termes dans l'équation (5.5), cela devient,

$$\mathbf{V}_{on} = \mathbf{V}_{off} e^{-t_{off}/\tau} + \mathbf{K} \mathbf{U}_c [1 - e^{-t_{off}/\tau}] \quad (5.9)$$

L'équation (5.9) peut être écrite :

$$e^{-t_{off}/\tau} = \frac{\mathbf{V}_{on} - \mathbf{K} \mathbf{U}_c}{\mathbf{V}_{off} - \mathbf{K} \mathbf{U}_c} = 1 - \frac{\mathbf{V}_{on} - \mathbf{V}_{off}}{\mathbf{K} \mathbf{U}_c - \mathbf{V}_{off}} \quad (5.10)$$

Finalement, pour de petites valeurs de  $t_{off}$ ,  $e^{-t_{off}/\tau} \approx 1 - (t_{off} / \tau)$ , ce qui donne approximativement :

$$t_{off} \approx \tau \frac{\mathbf{V}_{on} - \mathbf{V}_{off}}{\mathbf{K} \mathbf{U}_c + \mathbf{V}_{off}} \quad (5.11)$$

L'analyse des équations (5.6), (5.8), (5.9), et (5.11) montre que les périodes d'impulsion seront plus longues si  $U_c$  est grande et cela se produit dès que l'entrée de référence est appliquée. Également, les fréquences des impulsions de mise à feu seront plus élevées. Comme l'erreur diminue, et la position atteint la valeur de référence, les périodes d'impulsions deviennent constantes et la fréquence des impulsions diminue également [11].

#### 5.4 Simulation et Résultats

Le couple de tuyère, lors de l'utilisation d'une seule tuyère, était supposé à une valeur constante de 35 milli-Nm. Le quaternion et la vitesse angulaire ont été utilisés pour calculer les erreurs d'attitude. Trois contrôleurs ont été mis en œuvre, un contrôleur bang-bang à proportionnel dérivateur (PDBBC) avec une zone morte de l'attitude de  $\pm 1^\circ$  dans tous les axes, un contrôleur de largeur d'impulsions et de fréquence d'impulsions à proportionnel dérivateur (PDPWPF) et un contrôleur de largeur d'impulsions et de fréquence d'impulsions à logique floue (FPWPF)[11]. La simulation est faite pendant deux orbites à partir d'une attitude initiale de  $0^\circ$  en roulis,  $0^\circ$  en Tangage et  $0^\circ$  en lacet,  $0^\circ/\text{sec}$  pour la vitesse de roulis,  $-2 \times \pi/6000^\circ/\text{sec}$  pour la vitesse de tangage et de  $0^\circ/\text{sec}$  pour la vitesse de lacet.

La figure 5.9 illustre la progression de l'attitude du satellite pendant une manœuvre de pointage au nadir. Les figures 5.10 et 5.12 montrent l'erreur d'attitude utilisant les trois contrôleurs en version Euler (angles et vitesses sont les entrées du contrôleur), et en version quaternion (quaternions et vitesses sont les entrées du contrôleur). On peut voir dans les tableaux 5.2 et 5.3 qu'il n'y a pas une grande différence sur l'erreur commise par les contrôleurs pour les deux versions. Les figures 5.11 et 5.13 montrent les activités des tuyères et la consommation du carburant pendant une manœuvre de pointage au nadir. Pour la version Euler, le temps cumulé (On-time) est de 5.897, 3.185 et 2.695 secondes pour utilisation de PDBBC, PDPWPF et FPWPF respectivement. Cela donne une consommation totale du carburant (gaz froid) de 0.7903, 0.4268 et 0.3611 grammes respectivement. Pour la version quaternion, le temps cumulé (On-time) est de 6.44, 2.415 et 1.925 secondes pour l'utilisation de PDBBC, PDPWPF et FPWPF respectivement. Cela donne une consommation totale de carburant (gaz froid) de 0.863, 0.3236 et 0.258 grammes respectivement.



### 5.4.1 Mode Pointage au Nadir

#### 5.4.1.1 Version Euler

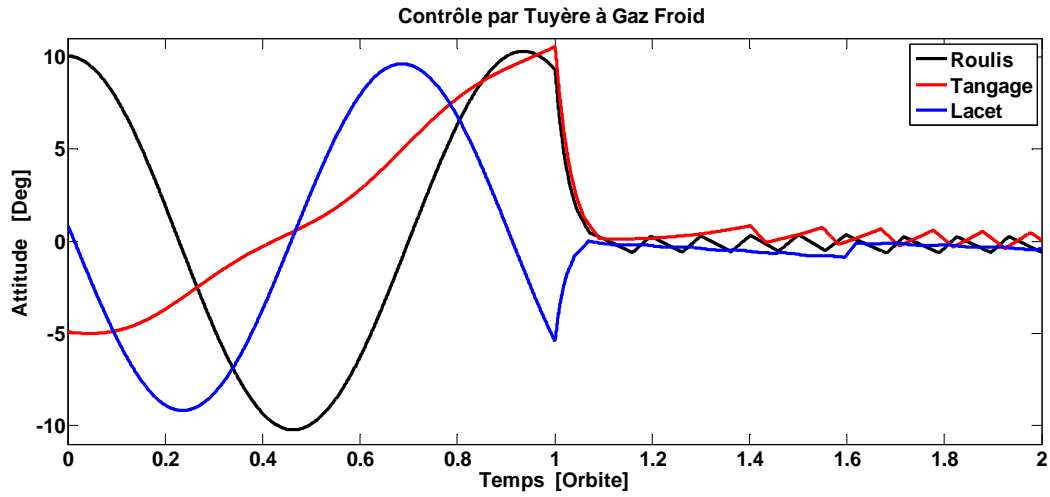


Figure 5.9 Progression de l'Attitude pendant le pointage au nadir

Tableau 5.2 Erreurs d'attitude et de vitesse angulaire pour pointage au nadir (version Euler)

	Erreur Moyenne quadratique		
	PDBBC	PDPWFC	FPWFC
<b>Roulis [deg]</b>	0.39	0.48	0.47
<b>Tangage [deg]</b>	0.38	0.35	0.42
<b>Lacet [deg]</b>	0.41	0.40	0.43
$\omega_x$ [deg/sec]	0.0029	0.0006	0.0008
$\omega_y$ [deg/sec]	0.0028	0.0012	0.0012
$\omega_z$ [deg/sec]	0.0011	0.0011	0.0008
	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>
<b>Attitude [deg]</b>	0.68	0.70	0.75
<b><math>\omega</math> [deg/sec]</b>	0.0042	0.0017	0.0017

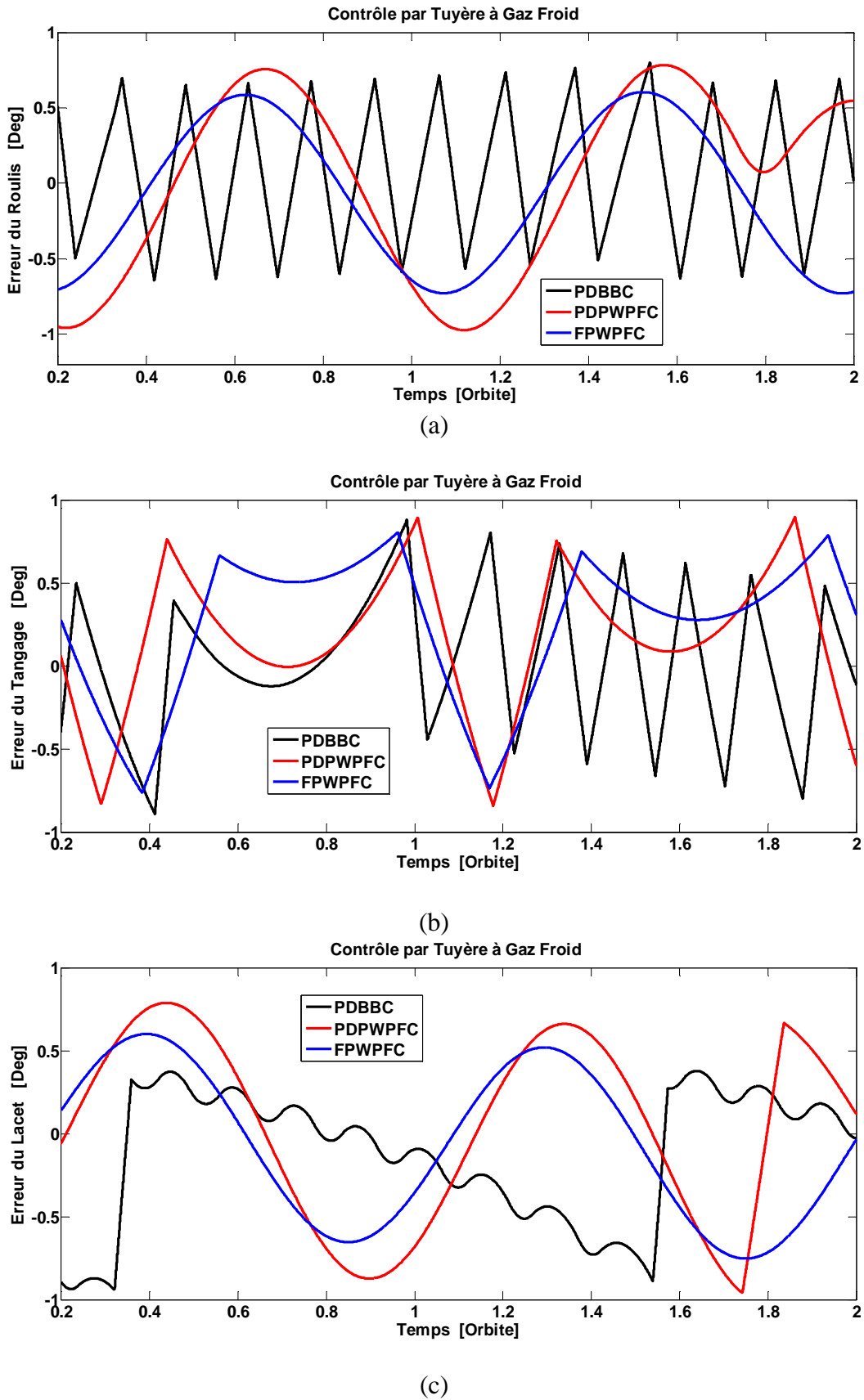
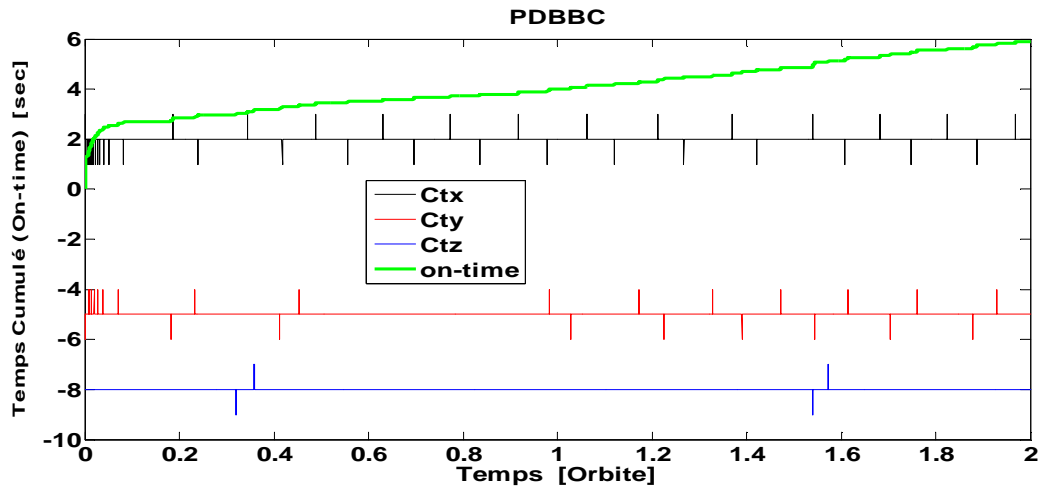
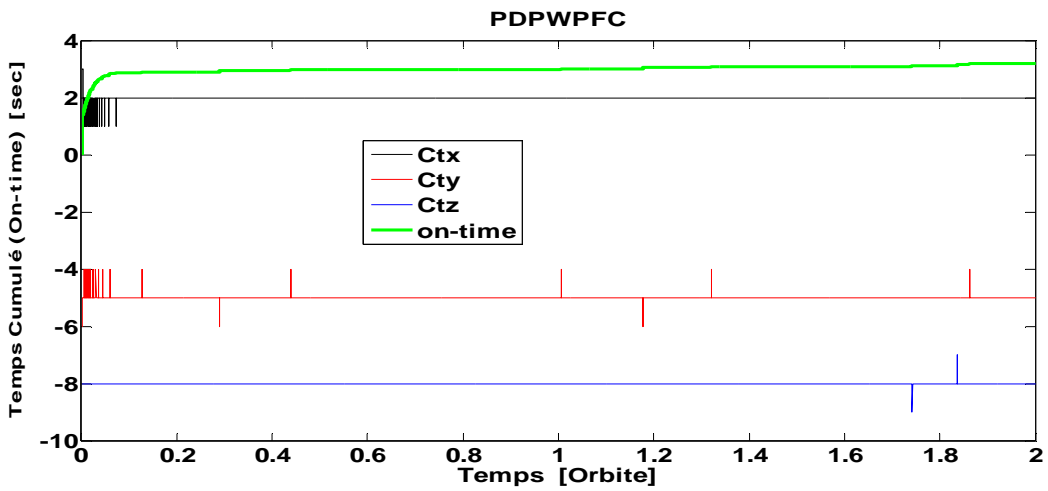


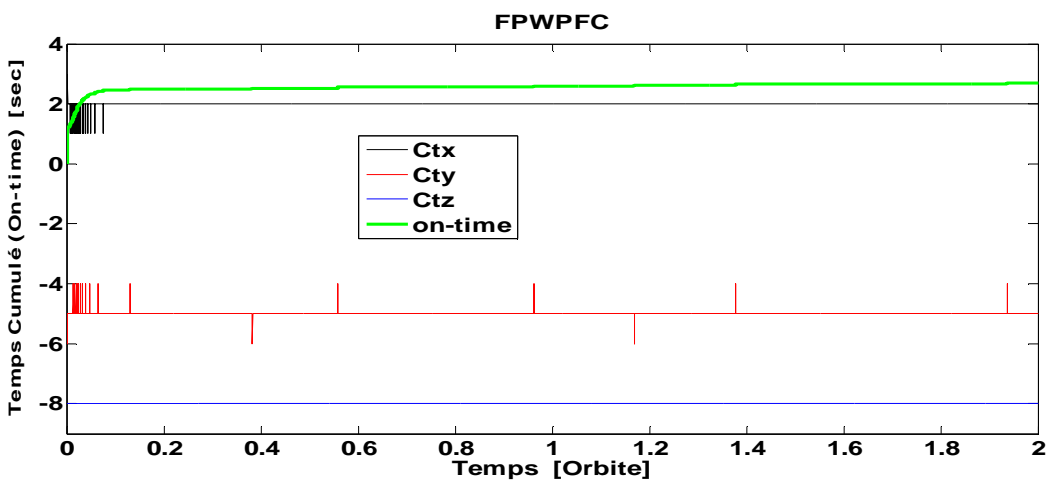
Figure 5.10 Erreur d'Attitude pour pointage au nadir (version Euler)



(a)



(b)



(c)

Figure 5.11 Activité des tuyères pendant les manœuvres de contrôle de pointage au nadir utilisant la version Euler pour (a) PDBBC, (b) PDPWFC, (c) FPWFC.

5.4.1.2 Version Quaternion

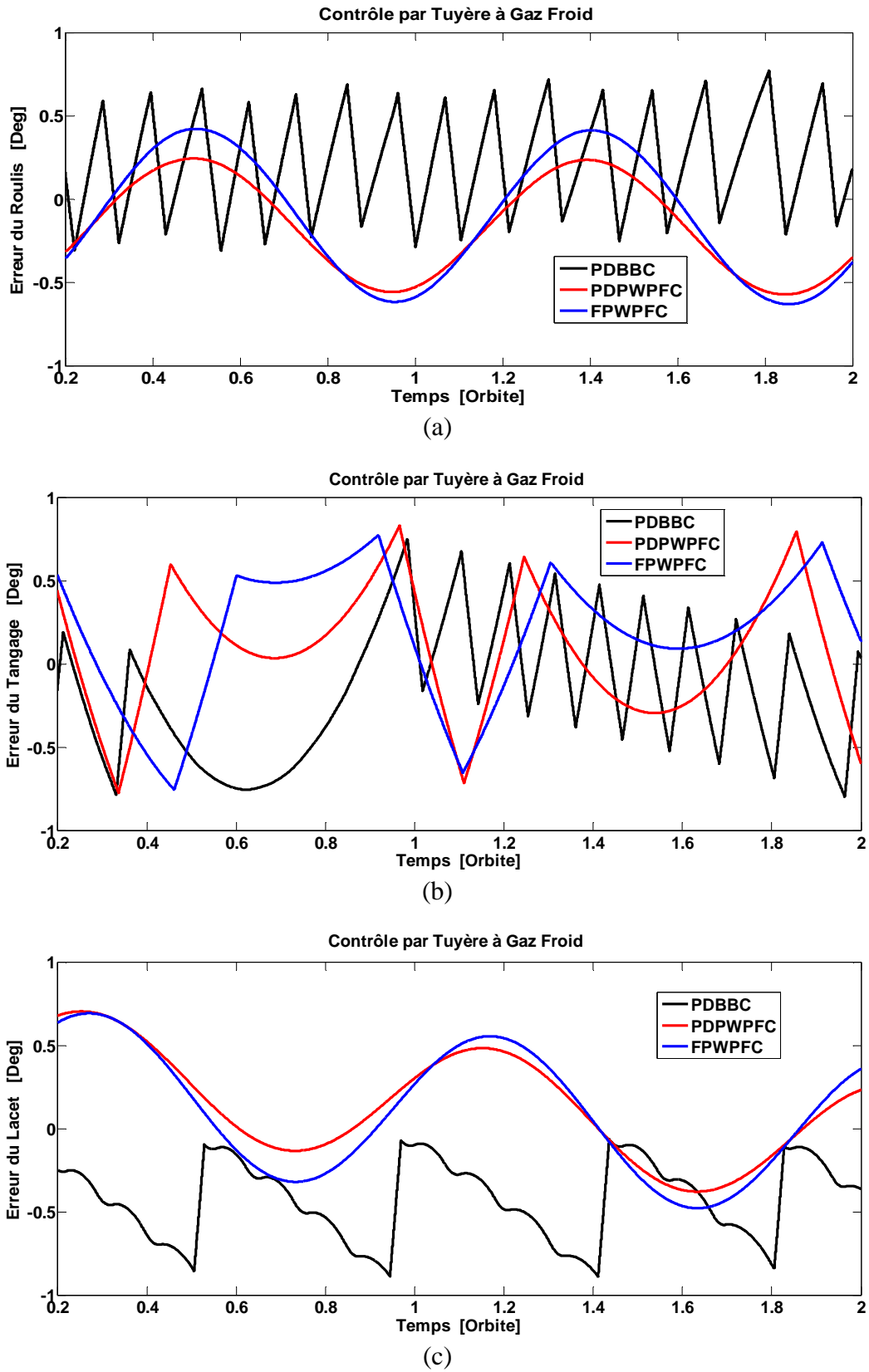


Figure 5.12 Erreur d'Attitude pour pointage au nadir (version quaternion)

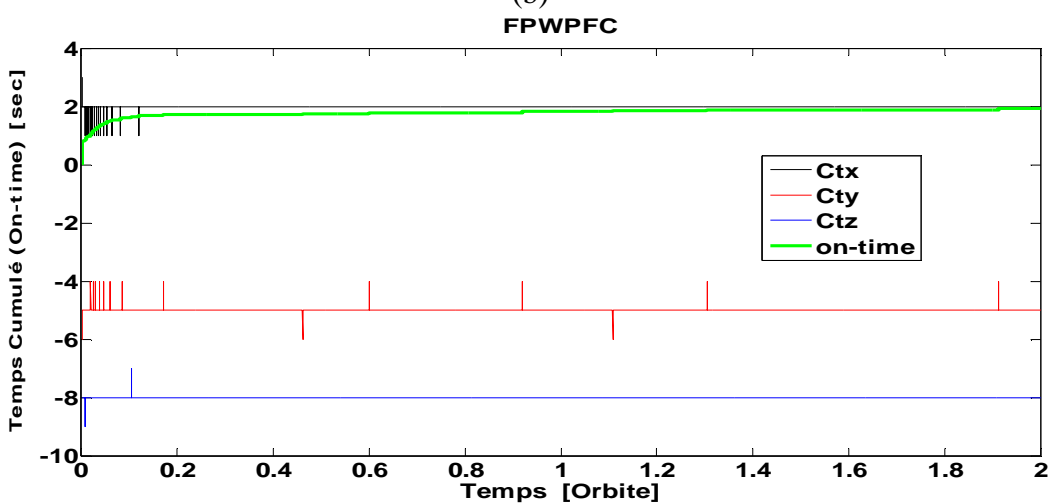
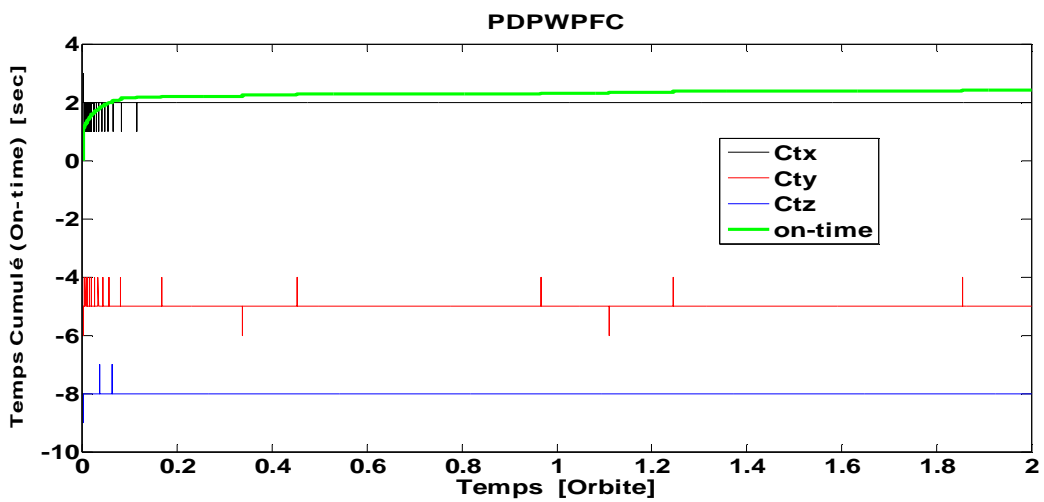
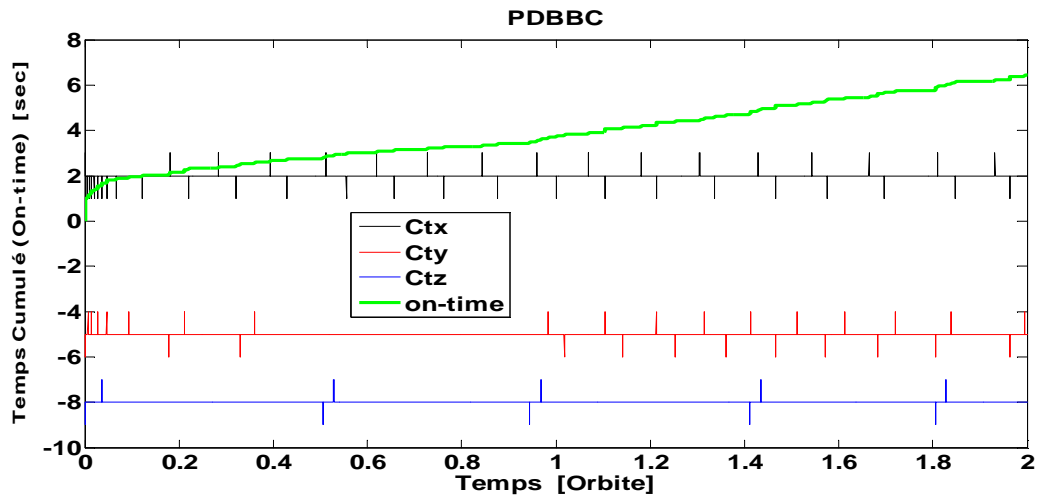


Figure 5.13 Activité des tuyères pendant les manœuvres de contrôle de pointage au nadir utilisant la version quaternion pour (a) PDBBC, (b) PDPWPFC, (c) FPWPFC.

Tableau 5.3 Erreurs d'attitude et de vitesse angulaire pour le pointage au nadir (version quaternion)

	Erreur Moyenne quadratique		
	PDBBC	PDPWPFC	FPWPFC
<b>Roulis [deg]</b>	0.35	0.49	0.49
<b>Tangage [deg]</b>	0.33	0.39	0.39
<b>Lacet [deg]</b>	0.45	0.21	0.37
$\omega_x$ [deg/sec]	0.0027	0.0028	0.0001
$\omega_y$ [deg/sec]	0.061	0.0617	0.0614
$\omega_z$ [deg/sec]	0.0013	0.0022	0.0022
	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>
<b>Attitude [deg]</b>	0.66	0.65	0.72
<b><math>\omega</math> [deg/sec]</b>	0.062	0.0617	0.0615

#### 5.4.2 Mode Agile

Une autre manœuvre est appliquée avec une commande agile. La Figure 5.14 illustre la progression de l'attitude du satellite. Les tuyères sont activées à 0,2 orbite et une série de commande  $([-30, 20, 45]^\circ, [-30, 20, 0]^\circ, [-30, 0, 0]^\circ$  et  $[0, 0, 0]^\circ$ ) est appliquée. Les figures 5.15 et 5.17 montrent l'erreur d'attitude commise par les trois contrôleurs pour cette manœuvre en deux versions (Euler et quaternion) [11]. Sur chaque manœuvre, les deux versions convergent vers les valeurs désirées sur les trois axes. On calcule l'amplitude de l'erreur de moyenne quadratique (EMQ) pour la dernière orbite. On peut voir dans les tableaux 5.4 et 5.5 que la colonne EMQ indique qu'il n'y a pas de grandes différences entre les contrôleurs utilisés pour les deux versions. Les figures 5.16 et 5.18 montrent les activités des tuyères et la consommation du carburant pendant une manœuvre agile. Pour la version Euler le temps cumulé (On-time) est de 33,46, 31,78 et 30,48 secondes pour utilisation de PDBBC, PDPWPFC et FPWPFC respectivement. Cela donne une consommation totale du carburant (gaz froid) de 4.484, 4.259 et 4.085 grammes respectivement. Pour la version quaternion, le temps cumulé (On-time) est de 25,51, 23,9 et 22,89 secondes pour l'utilisation de PDBBC, PDPWPFC et FPWPFC respectivement. Cela donne une consommation totale du carburant (gaz froid) de 3.419, 3.203 et 3.067 grammes respectivement.

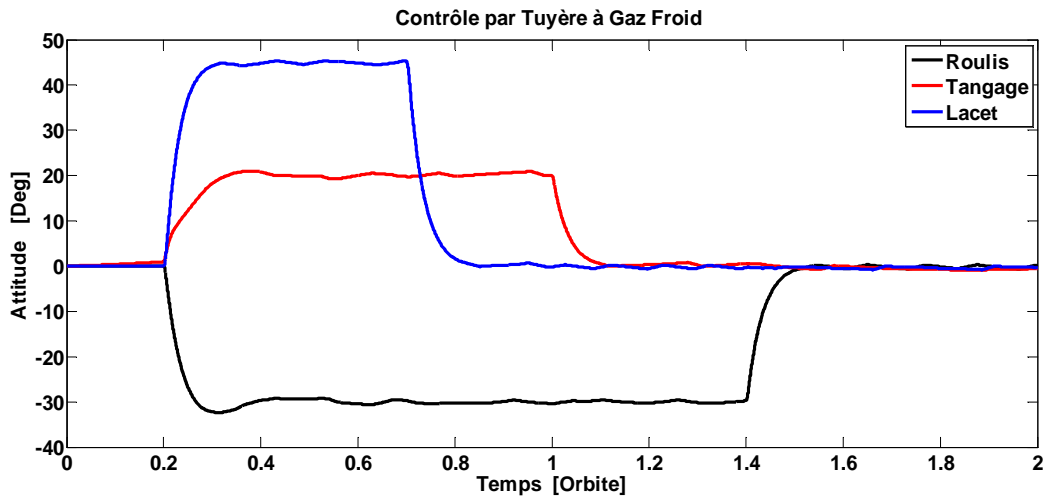


Figure 5.14 Progression de l'Attitude pendant des manœuvres agiles.

Tableau 5.4 Erreurs d'attitude et de vitesse angulaire pour le contrôle agile (version Euler)

	Erreur Moyenne Quadratique		
	PDBBC	PDPWPFC	FPWPFC
<b>Roulis [deg]</b>	0.43	0.46	0.42
<b>Tangage [deg]</b>	0.44	0.58	0.58
<b>Lacet [deg]</b>	0.43	0.35	0.40
$\omega_x$ [deg/sec]	0.0026	0.0012	0.0009
$\omega_y$ [deg/sec]	0.061	0.0614	0.0615
$\omega_z$ [deg/sec]	0.0026	0.0011	0.0011
	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>
<b>Attitude [deg]</b>	0.76	0.81	0.83
<b><math>\omega</math> [deg/sec]</b>	0.061	0.0615	0.0616

5.4.2.1 Version Euler

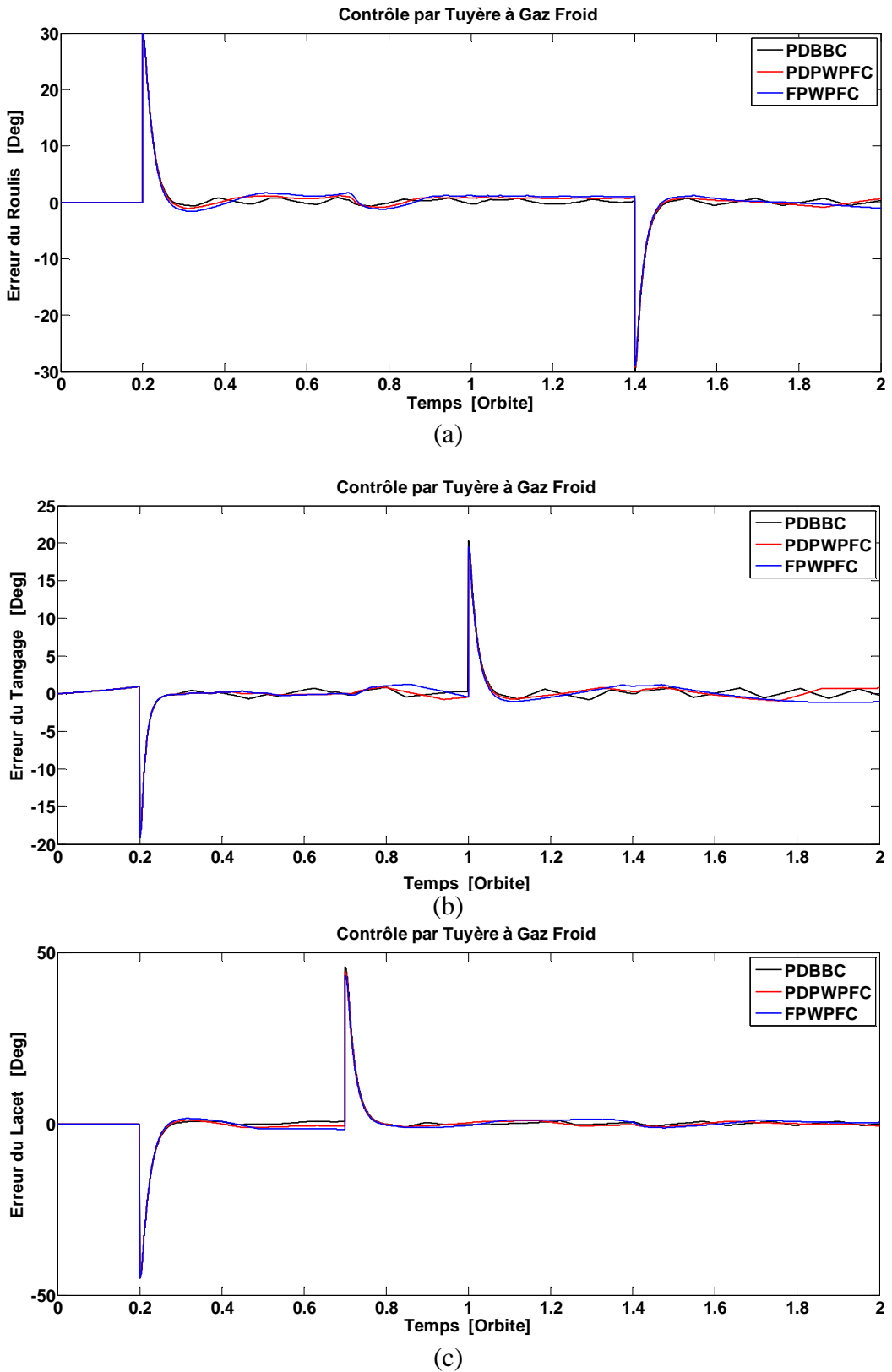


Figure 5.15 Erreur d'Attitude pour manœuvre agile (version Euler)



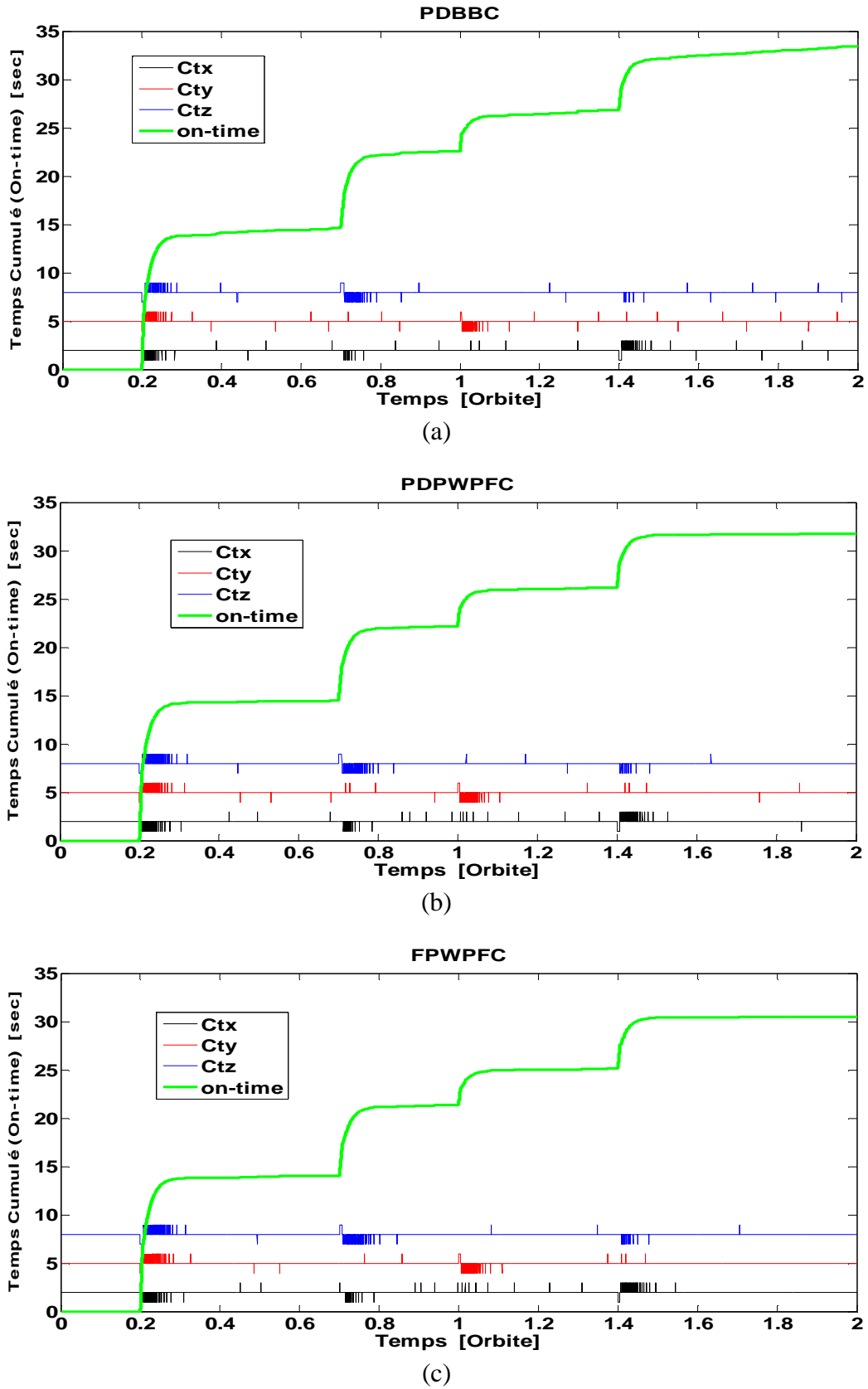
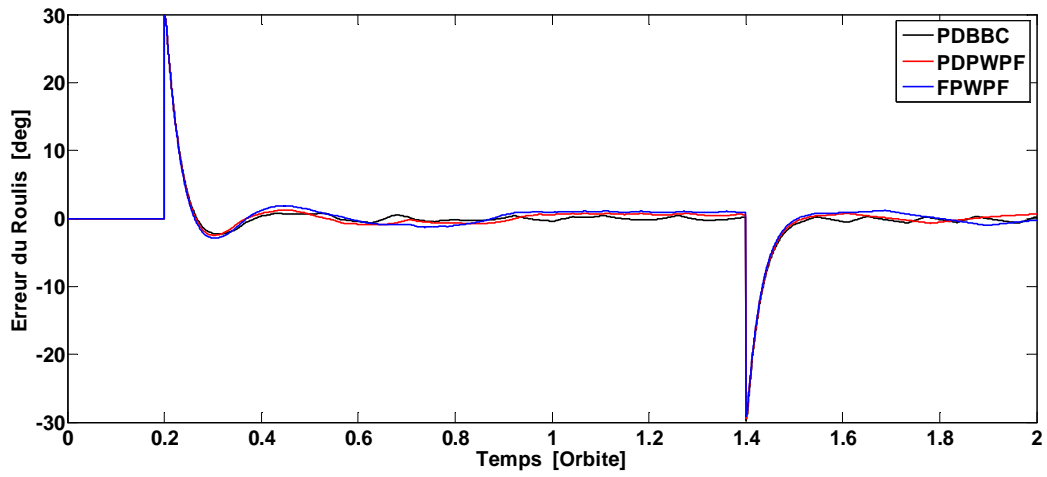
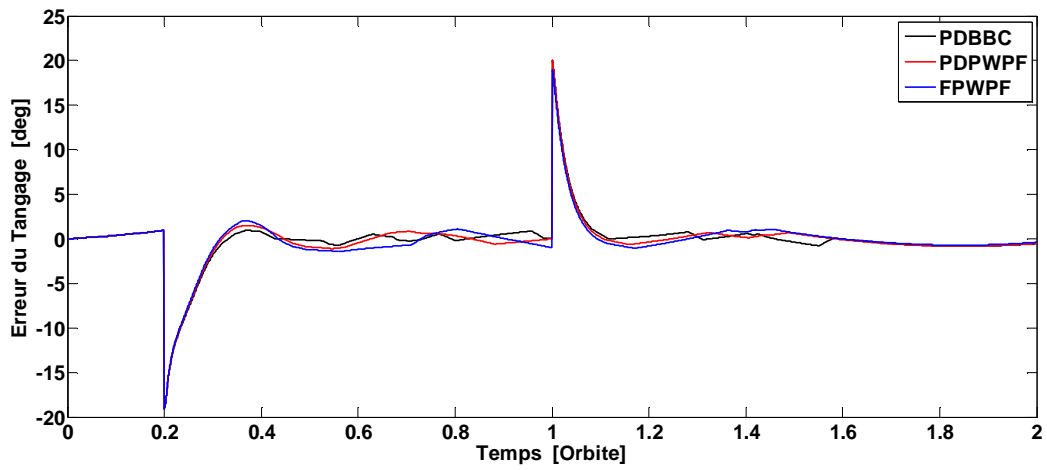


Figure 5.16 Activité des tuyères pendant les manœuvres de contrôle agile utilisant la version Euler pour (a) PDBBC, (b) PDPWPFC, (c) FPWPFC.

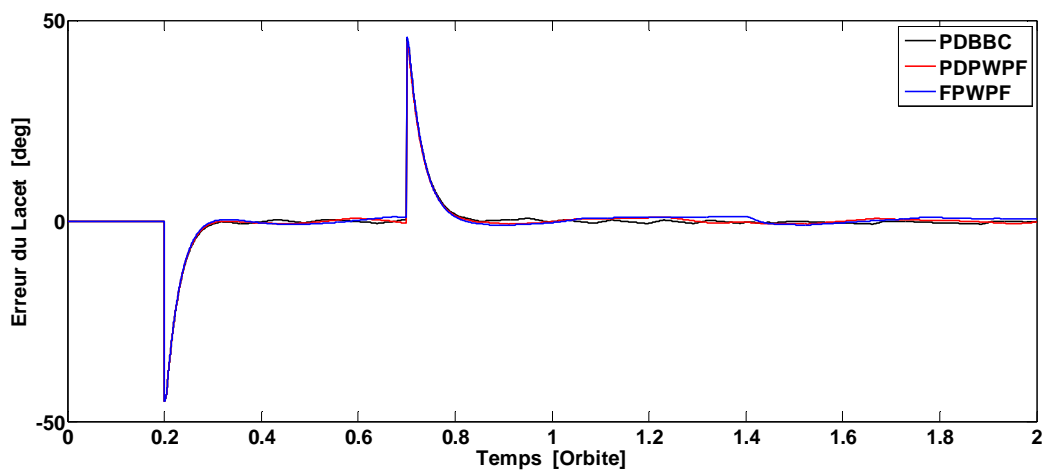
5.4.2.2 Version Quaternion



(a)



(b)



(c)

Figure 5.17 Erreur d'Attitude pour manœuvre agile (version quaternion)

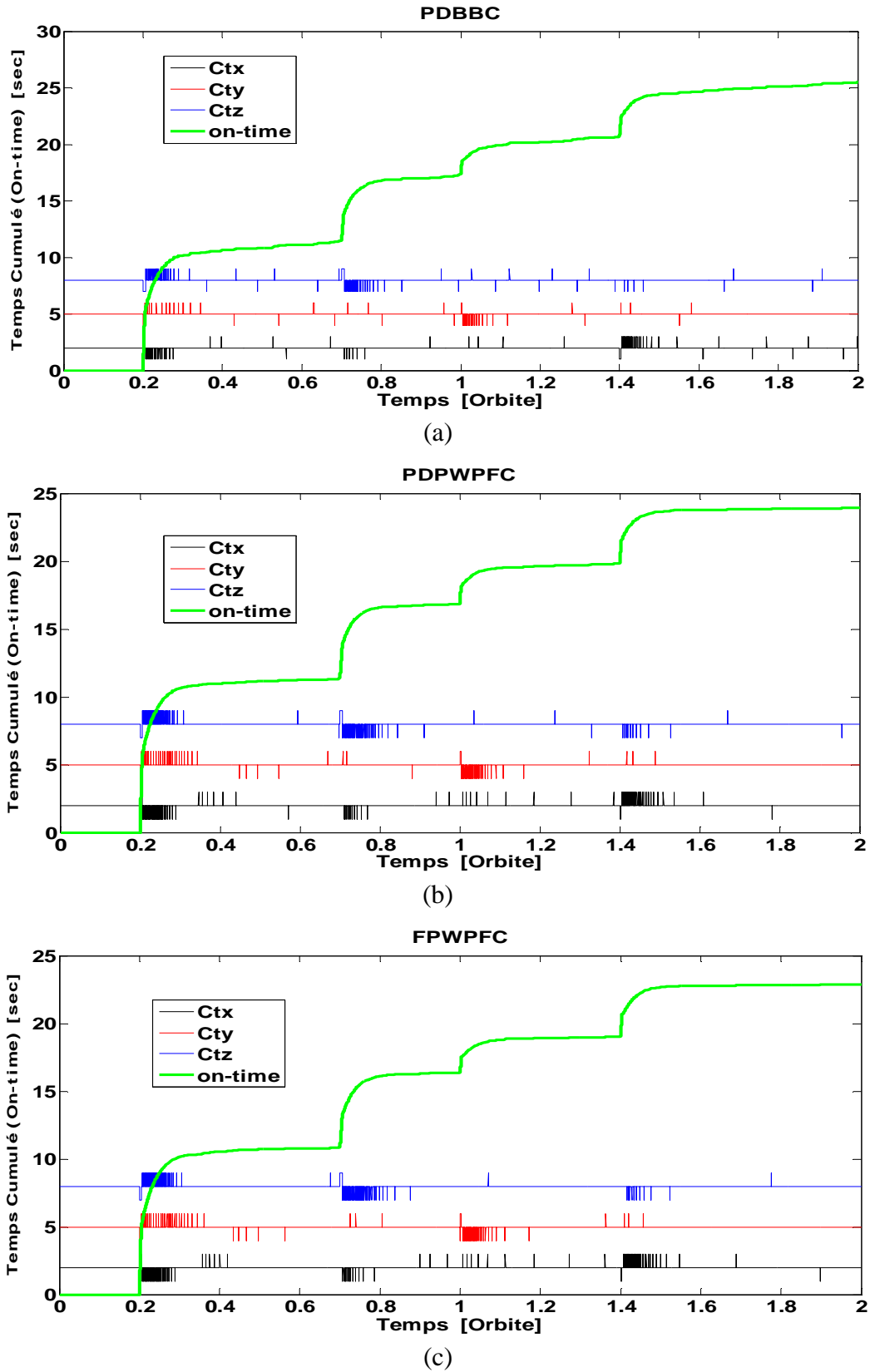


Figure 5.18 Activité des tuyères pendant les manœuvres de contrôle agile utilisant la version quaternion pour (a) PDBBC, (b) PDPWFC, (c) FPWFC.

Tableau 5.5 Erreurs d'attitude et de vitesse angulaire pour le contrôle agile (version quaternion)

	<b>Erreur Moyenne quadratique</b>		
	<b>PDBBC</b>	<b>PDPWPFC</b>	<b>FPWPFC</b>
<b>Roulis [deg]</b>	0.34	0.42	0.48
<b>Tangage [deg]</b>	0.62	0.62	0.52
<b>Lacet [deg]</b>	0.43	0.42	0.48
<b><math>\omega_x</math> [deg/sec]</b>	0.0030	0.0021	0.0023
<b><math>\omega_y</math> [deg/sec]</b>	0.0615	0.0619	0.0618
<b><math>\omega_z</math> [deg/sec]</b>	0.0019	0.0015	0.0017
	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>	<b>Amplitude</b>
<b>Attitude [deg]</b>	0.83	0.86	0.85
<b><math>\omega</math> [deg/sec]</b>	0.0617	0.0620	0.0619

### 5.4.3 Simulations Statiques

Les simulations statiques consistent en 1000 itérations de Monte-Carlo pour lesquelles l'objectif est d'analyser la performance de consommation du carburant pour le système de contrôle à 3 axes par tuyères d'un satellite en basse altitude. Pour chaque itération de Monte-Carlo, un des quaternions et des vitesses angulaires ont été choisis au hasard. L'attitude provenait d'une population uniforme entre  $\pm 45^\circ$ . Les vitesses angulaires provenaient d'une population uniforme entre  $\pm 0,01^\circ / s$ . En plus, la déviation de la valeur nominale est de  $0,1 \text{ kg/m}^2$  pour les termes diagonaux et hors diagonale de la matrice d'inertie du satellite. Les histogrammes de la consommation de carburant pour les 1000 itérations de Monte-Carlo sont présentés dans la figure 5.19 [11].

Les simulations statiques indiquent que pour 1000 itérations, la consommation totale du carburant est environ 2962 grammes (42,31%) en utilisant le FPWPFC, 3248 grammes (46,4%) et 3572 grammes (51,02%) en utilisant PDPWPFC et PDBBC respectivement. Les résultats des simulations confirment les capacités de contrôle dynamique de ces contrôleurs dans des conditions défavorables à l'égard de la variation des paramètres les plus critiques et montrent que le FPWPFC a une consommation de carburant minimale par rapport à PDPWPFC et PDBBC.

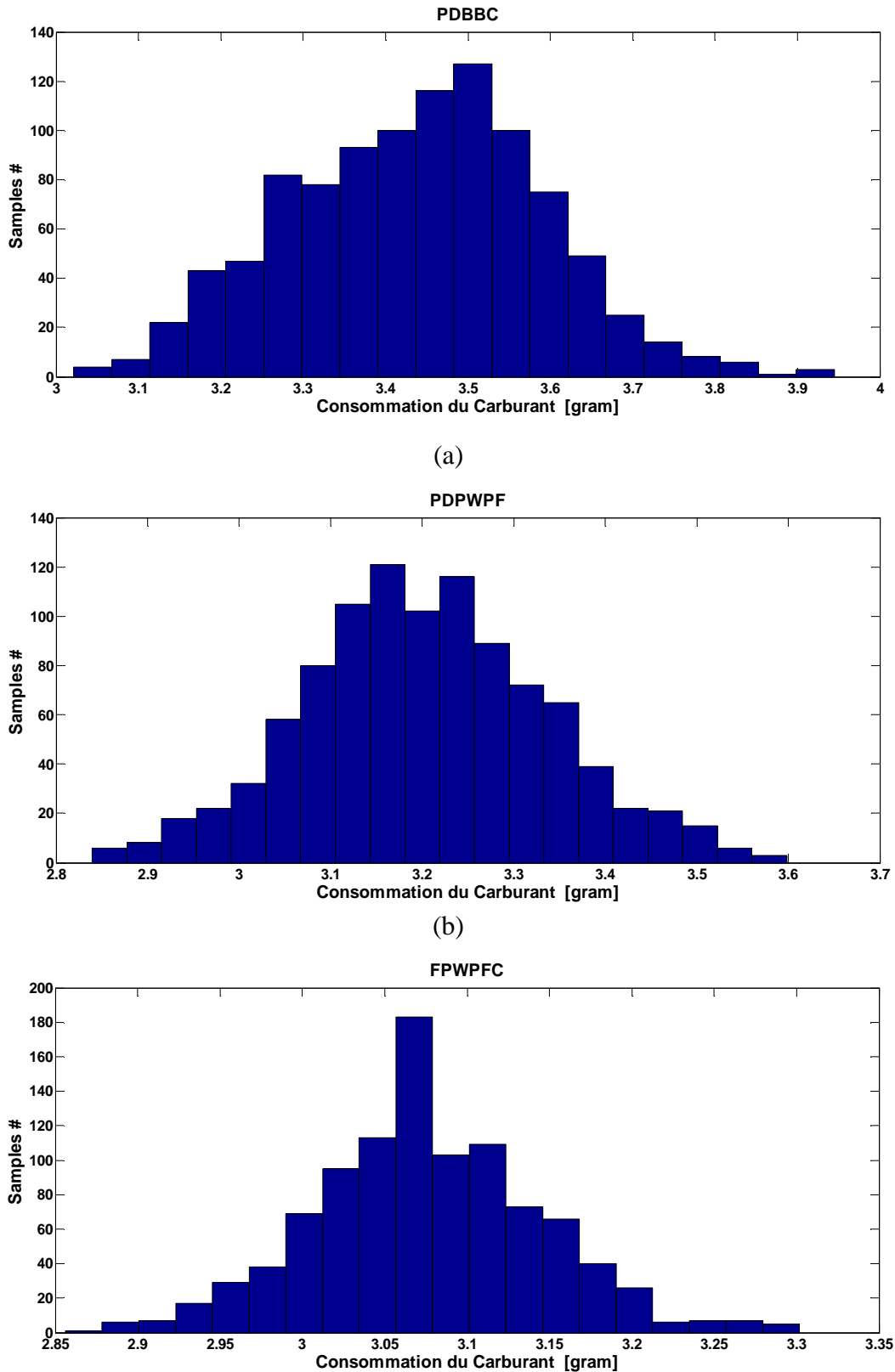


Figure 5.19 Histogramme de consommation du carburant utilisant (a) PDBBC (b) PDPWPF (c) FPWPF pour 1000 itérations de Monte-Carlo (nombre d'occurrence  $N_1 + N_2 + \dots + N_{20} = 1000$ ).

## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une technique de contrôle d'un système de propulsion basé sur le FPWPFC pour un microsatellite à basse altitude. Les résultats des simulations montrent le rôle important que joue la logique floue pour réduire et minimiser la consommation de carburant. Trois contrôleurs sont utilisés (PDBBC, PDPWPFC et FPWPF) en deux versions (Euler et quaternion). Les résultats des simulations montrent que cette dernière a prouvé qu'elle est meilleure que la première concernant la consommation du carburant dans les deux modes de pointage au nadir et agile. Pour la version quaternion et dans les deux modes (pointage au nadir et agile) les résultats des simulations montrent aussi que le temps total de l'activité des tuyères nécessaire pour conduire le système à l'état désiré, en utilisant le FPWPFC, est inférieur à ceux dans les cas du PDBBC et du PDPWPFC. Les simulations statiques indiquent que pour 1000 itérations, la consommation totale de carburant est d'environ 2962 grammes (42,31%) en utilisant le FPWPFC, 3248 grammes (46,4%) et 3572 grammes (51,02%) en utilisant PDPWPFC et PDBBC respectivement. Les résultats des simulations confirment les capacités de contrôle dynamique de ces contrôleurs dans des conditions défavorables en considérant les variations des paramètres les plus critiques et montrent que le FPWPFC a une consommation de carburant minimale par rapport à PDPWPFC et à PDBBC.

## Conclusion Générale et Perspectives

Deux techniques d'estimations d'attitude pour microsattellites d'observation de la terre ont été présentées dans cette thèse. Les recherches ont été principalement axées sur le développement d'algorithmes avancés pour l'estimation d'attitude des microsattellites à basse altitude. Deux estimateurs ont été utilisés EKF 6-Etat (version Euler) et EKF 7-Etat (version quaternion) pour déterminer l'attitude globale du satellite et deux vecteurs d'information ont été employés. Le premier vecteur est obtenu à partir d'un magnétomètre qui mesure le champ magnétique Terrestre et un modèle de champ géomagnétique d'IGRF 2010 est implémenté. Le deuxième vecteur est obtenu à partir d'un modèle de capteur solaire qui mesure les emplacements relatifs du soleil et du satellite à travers l'angle d'incidence de la lumière du soleil sur le capteur. L'estimateur EKF 7-Etat répond aux exigences de la détermination d'attitude dans deux modes différents (libration et spin) avec peu de différences dans la précision obtenue. La comparaison entre les deux estimateurs prouve que le choix du filtre de Kalman étendu à 7-Etat (version quaternion) est un choix plus logique pour la détermination de l'attitude d'un microsattellite.

Nous avons proposé des lois de contrôle d'attitude par roues de stabilisation pour le mode pointage au Nadir d'un microsattellite stabilisé suivant 3 axes et par gradient de gravité. Les lois de contrôle d'attitude sont basées sur le mode de glissement et la logique floue. Les données de l'attitude estimée ainsi que les vitesses angulaires estimées sont faites à partir du magnétomètre et du capteur solaire.

Ce contrôleur, qui peut être appliqué pour une large classe de systèmes non linéaires, combine les avantages de deux techniques considérées robustes et qui sont la commande par mode glissant et la commande floue. L'application de cette commande sur un microsattellite à basse altitude afin de lui faire suivre une commande désirée a permis de mettre en évidence cette caractéristique. En plus, les résultats de simulation montrent le rôle important que la logique floue a joué pour réduire le phénomène de chattering et permettre de bien contrôler le gain de la commande nécessaire pour réduire l'erreur de pointage et obtenir une commande robuste et lisse.

Un autre contrôleur en deux versions est proposé pour le contrôle d'attitude à trois axes d'un microsatellite dans le mode agile. Ce contrôleur, basé sur la largeur d'impulsion et la fréquence d'impulsion à logique floue (FPWPFC) est utilisé dans un système de propulsion. L'objectif du contrôle est d'orienter le satellite vers l'état souhaité en un minimum de temps et avec un minimum de consommation de carburant. Une étude comparative est faite entre le FPWPFC, le contrôleur proportionnel dérivé de largeur d'impulsion et fréquence d'impulsion (PDPWPFC) et le contrôleur proportionnel dérivé bang-bang (PDBBC) avec une zone morte, afin d'évaluer la performance du système de contrôle d'attitude au cours d'un contrôle d'attitude à trois axes. La robustesse de FPWPFC a été validée en utilisant la méthode de Monte-Carlo. Les résultats des simulations ont montré l'efficacité et les avantages du contrôleur proposé en version quaternion de réduire la consommation de carburant.

Lors de nos travaux de recherches plusieurs pistes de travaux futurs ont été dégagées. On envisage comme perspectives ce qui suit :

- Créer un système expert permettant le recueil des exigences formulées par le concepteur et leur intégration dans la formulation du problème d'optimisation multi-mode.
- Développement d'un estimateur optimal d'orbite et d'attitude d'un satellite.
- Généralisation des techniques d'estimation et de contrôle pour les satellites géostationnaires.
- Ajouter d'autres capteurs, à savoir, le capteur d'horizon, le capteur de vitesses angulaires orbitales GYRO et enfin le capteur stellaire pour réduire l'erreur d'estimation.
- Combiner la partie logique floue avec d'autres techniques pour réduire l'erreur de pointage trois axes d'attitude, ce qui impliquera la réduction de la consommation du carburant.



## Bibliographie

- [1] A.M. Si Mohammed, M. Benyettou, M.N Sweeting and J.R. Cooksley, 2008. Simulation of microsatellite attitude using Kalman filtering in orbit results. *Simulation Modelling Practice Theory*, vol. 16, p. 257–277.
- [2] R. Roubache, M. Benyettou, A. M. SI Mohammed, **A. Bellar**, “Six State Kalman Filtering for LEO Microsatellite Attitude Determination”, 13th IASME/WSEAS International Conference on Mathematical and Computational Methods in Science and Engineering (MACMESE '11), Recent Researches in Mathematical Methods in Electrical Engineering and Computer Science, Italy, 3-5 November, 2011.
- [3] F. Martel, P.K. Pal and Psiaki M.L. Three Axis Attitude Determination via Kalman Filtering of Magnetometer Data Paper No. 17 for the Flight Mechanics Estimation Symposium, NASA/Goddard Space Flight Center, Greebelt Maryland, May 10 & 11, 1988.
- [4] J.R. Wertz, *Space Mission Analysis and Design* Space Technology Library, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht – Boston – London, 1991.
- [5] F. Martel, P.K. Pal and M. Psiaki, Active Magnetic Control for Gravity Gradient Stabilized Satellite, Proceeding of the 2<sup>th</sup> AIAA/USU Conference on Small Satellites, Utah state University, Sept. 1988.
- [6] M.S. Hodgart, Gravity Gradient and Magnetorquing Attitude Control for Low Cost Low Earth Orbit Satellites – The UoSAT Experience, Ph.D. Submission @ University of Surrey, June 1989.
- [7] JJ. Rodden, Closed Loop Magnetic Control of a Spin Stabilized Satellite, *Automatica*, Vol. 20, N°6, 1984, pp. 729-735.
- [8] P.K. Pal and S.M. Fox, The Effect of Momentum Bias on a Gravity Gradient Stabilized Spacecraft with Active Magnetic Control, Proceeding of the 6<sup>th</sup> AIAA/USU Conference on Small Satellites, Utah State University, Sept. 1992.
- [9] **A. Bellar**, M.K. Fellah, A.M. SI Mohammed, Robust Attitude Control Using Fuzzy Sliding Mode for LEO Micro-satellite, *International Review of Automatic Control (IREACO)*, 5, 2, pp. 247-254, 2012.

- [10] I. Zuliana, Varatharajoo, Renuganth, A study of reaction wheel configurations for a 3-axis satellite attitude control, *Advances in Space Research*, 45, 6, pp. 750-759, 2010.
- [11] **A. Bellar**, M.K. Fellah, A.M. Si Mohammed, A Cold Gas Thruster Microsatellite Attitude Control, *Rev. Roum. Sci. Techn. – Électrotechn. et Énerg.*, 58, 4, pp. 395–404, Bucarest, 2013.
- [12] N. Farrukh, S.K. Ahmed, A.A. Zainul Abidin, F.H Nordin, Fuzzy bang–bang relay controller for satellite attitude control system, *Fuzzy Sets Syst*, 161, 15, pp. 2104–2125, 2010.
- [13] N. Farrukh, A. Aidil, A. Talip, J. Nagi, A. Marwan, Tuning of a New Fuzzy Bang-bang Relay Controller for Attitude Control System, *International Journal of Automation and Control*, 5, 2, pp. 97-118, 2011.
- [14] A.M. Si Mohammed, M. Benyettou, H. Steyn, Y. Hashida, M.N. Sweeting, Magnetic Control of Low Earth Orbit Microsatellite and its Application on Alsat-1 First Algerian Microsatellite, *Revue Internationale des Technologies Avancées*, N19, Dec. 2007, pp. 32-37.
- [15] A.M. Si Mohammed, M. Benyettou, A. Boudjemai, S. Chouraqui, Y. Hashida, M.N. Sweeting, Nadir Stabilised Platform of the Alsat-1 First Algerian Microsatellite in Orbit, *Journal of Engineering and Applied Sciences* 2 (2): 2006, pp. 275-281.
- [16] A.M. Si Mohammed, M. Benyettou, M.N. Sweeting, J. R. Cooksley, Initial Attitude Acquisition Result of the Alsat-1 First Algerian Microsatellite in Orbit, 2005 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, March 19-22, 2005, Tucson, Arizona, USA.
- [17] A.M. Si Mohammed, M. Benyettou, M.N. Sweeting, J.R. Cooksley, Three-axis active control system for gravity gradient stabilized microsatellite, *Acta Astronautica* Vol. 64:796-809, 15 December 2008.
- [18] M.N. Sweeting, UoSAT Microsatellite missions, *Electronics & communication engineering journal*, IEE, June 1992.
- [19] H. J. Kramer, *Observation of the earth and its environment: survey of missions and sensors*, Springer; 4th edition, December 12, 2001.

- [20] J.P. Carrou, Le Mouvement du Véhicule Spatial en Orbite, Centre National d'Etudes Spatiales - Toulouse, 1980.
- [21] O. Zarrouati, Trajectoires Spatiales, Centre National d'Etudes Spatiales, Cépaduès Editions, Toulouse 1987.
- [22] A. Boudjemai, Modélisation et analyse du Comportement Mécanique des Structures d'un Petit Satellite d'Observation de la Terre MSc. Thesis at USTO, Algeria, 2006.
- [23] J.J. Levallois et J. Kovalevsky, Géodésie Générale, Tome:IV, Géodésie Spatiale, Edition Eyrolles 1971.
- [24] **A. Bellar**, A.M. SI Mohammed, H. Benzeniar, A. Boudjemai, Attitude Propagator of a Low Earth Orbit Microsatellite”, Conférence Internationale sur l'Ingénierie de L'Electronique, 28-29 Mai 2006, U.S.T.Oran.
- [25] M. Courtois, Techniques et Technologies des Véhicules Spatiaux Cours de Technologie Spatiale, Tome 2, CNES, Cépaduès Editions, 1994.
- [26] Y. Hashida, ADCS Design for Future UoSAT Standard Platform Surrey Space Centre, Guilford, UK, August 2004.
- [27] **A. Bellar**, Estimateur d'Attitude Globale par le Filtre de KALMAN, Approximation aux Petites Librations, Mémoire de magister en instrumentation spatial, Option Télécommunication spatiale, centre des techniques spatiales, Arzew, Oran, Mars 2007.
- [28] W.H. Steyn, A Multi-Mode Attitude Determination and Control System for Small Satellite Ph.D (Engineering), University of Stellenbosch, December 1995.
- [29] Wie, B., Space Vehicle Dynamics and Control, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 1998.
- [30] S. Purivigraipong, Spacecraft Attitude Determination using GPS Signals Ph.D, University of Surrey, December 2000.
- [31] **A. Bellar**, B. Seba, A.M. Si Mohammed, M.N. Sweeting, Three Axis Attitude Control Using Sliding Mode for LEO Microsatellite , Latest Trends on Systems, Vol. 1. pp. 181-185, ISSN: 1792-4235, July 2010.
- [32] E.J. Lefferts, F.L. Makley and M.D. Shuster, Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 5, N°5, Sept-Oct, 1982, pp. 417-429.

- [33] G.J. Bierman and C.L. Thorton, Numerical Comparison of Kalman Filter Algorithm : Orbit Determination Case Study, *Automatica*, Vol. 13, N°1, 1977, pp. 23-35.
- [34] M.L. Psiaki, F. Martel and P.K. Pal, Three Axis Attitude Determination via Kalman Filtering of magnetometer Data, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 13, N°3, May-June, 1990, pp. 506-514.
- [35] L. Fraiture, Attitude Reconstitution Filters: Yes or No?, *Proceedings of the 2nd International Symposium of Spacecraft Flight Dynamics*, Darmstadt Germany, 20 – 23 Oct. 1986, pp. 403-414.
- [36] S.J. Dodds, A Gyro Drift and Dynamics State Estimator for Satellite Attitude Control Systems Utilizing a Star Mapper, *International Journal of Control*, Vol.39, N°6, 1984, pp. 1275-1293.
- [37] T. Zwartbol, R.F. Van Den Dam, A.P. Terpstra and P. Van Woerkom, Attitude Estimation and Control of Manoeuvring Spacecraft, *Automatica*, Vol.21, N°5, 1985, pp. 513-526.
- [38] I.Y. Bar Itzhack and J. Reiner, Recursive Attitude Determination from vector Observation: Direction Cosine Matrix Identification, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 7, N°1, Jan-Feb, 1984, pp. 51-56.
- [39] E. Gai, K. Daly, L. Harrison and L. Lemos, Star Sensor Based Satellite Attitude/Attitude Rate Estimator, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 8, N°5, Sept-Oct, 1985, pp. 560-565.
- [40] P. A. Grusas, Satellite Attitude Determination from Celestial Sighting, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.6, N°9, Sept 1969, pp. 1007-1012.
- [41] K. Ninomiya, M. Muranaka and M. Uo, Attitude Determination for Japan's First Interplanetary Flights, 'Sakigake' and 'Suisei', *Proceedings of the 2nd International Symposium of Spacecraft Flight Dynamics*, Darmstadt Germany, 20 – 23 Oct. 1986, pp. 415-420.
- [42] M.D. Shuster and S.D. Oh, Three Axis Attitude Determination from Vector Observations, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 4, N°1, Jan-Feb, 1981, pp. 70-77.

- [43] I.Y. Bar Itzhack and Y. Oshman, Attitude determination from Vector Observation: Quaternion Estimation, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 21, N°1, Jan. 1985, pp. 128-135.
- [44] B.P. Ickes, A New Method for Performing Digital Control System Attitude Computations Using Quaternions, AIAA Journal, Vol.8, N°1, Jan. 1970, pp. 13-17.
- [45] Friedland, Analysis Strapdown Navigation Using Quaternions, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 14, N°5, Sept. 1978, pp. 764-768.
- [46] M. Shibata, Error Analysis Strapdown Inertial Navigation Using Quaternions, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 9, N°3, May-June, 1986, pp. 379-381.
- [47] F.L. Makley, New Quaternion Attitude Estimation Method, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 17, N°2, March-April, 1994, pp. 407-409.
- [48] CC Matthew J. Hale, Paul Vergez and Maarten, Kalman Filtering and the Attitude Determination and Control Task AIAA-2004-6018, USAFA, Department of Astronautics, USAF Academy CO 80840.
- [49] A. M. Si Mohammed, M.N. Sweeting, J. R. Cooksley, An attitude determination and control system of the Alsat-1 first Algerian microsatellite, Proceeding IEEE Recent Advances in Space Technologies, RAST 2003, November, 2003, Istanbul, Turkey.
- [50] A. M. Si Mohammed, M. Benyettou, M. N. Sweeting, J. R. Cooksley, Alsat-1 First Algerian Low Earth Orbit Microsatellite in Orbit, Proceeding IEEE International Conference on Information & Communication Technologies: From Theory to Applications, ICTT'06, Vol. 2, April, 2006, Damascus, Syria.
- [51] Marcel J. Sidi, Spacecraft Dynamics and Control (Cambridge Aerospace Series 7, Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- [52] Ismail, Z. and Varatharajoo, R. A study of reaction wheel configurations for a 3-axis satellite attitude control, Advances in Space Research, Vol. 45(Issue 6):750-759, 2010.
- [53] Robert A. Pazm, The Design of PID Controller (Klipsch School of Electrical and Computer Engineering, 2001).

- [54] H.S. Shim, J.H. Kim, K. Koh, Variable structure control of nonholonomic mobile robots, IEEE conf. Robot. Automat, May 1995. pp 1694-1699
- [55] P. Ruaux, G. Bourdon, S. Delaplace, Dynamic control of wheeled mobile robot using sliding mode, Romancy1996 Udine, Italy, pp 205-112, 1996.
- [56] J.M. Yang, I.H. Choi, J.H. Kim, Sliding mode motion control of non holonomic mobile robots, IEEE control system, vol.19, N°19, pp 15-23, April 1999.
- [57] A. Ishigame, T. Furukawa, Sliding mode controller design based on fuzzy inference for nonlinear systems, IEEE transactions on industrial Electronics, vol. 40, N°1, February 1993.
- [58] J.J. Slotine, W. Li, Applied Nonlinear Control (Englewood Cliffs, NJ: prentice Hall, 1991).
- [59] J.M. Yang, I.H. Choi, J.H. Kim, Sliding mode motion control of non holonomic mobile robots, IEEE control system, Vol. 19(Issue 19):15-23, April 1999.
- [60] V.I. Utkin, Sliding Modes in Control Optimization (springer-verlag, 1992).
- [61] Zheng Zhu Yuanqing Xia Mengyin Fu, Adaptive Sliding Mode Control for Attitude Stabilization With Actuator Saturation, Industrial Electronics, IEEE Transactions on, Vol. 58 (Issue 10):4898 – 4907, 2011.
- [62] A. Hazzab, I.K. Bousserhane, M. Kamli, M. Rahli, A new fuzzy sliding mode controller for induction motor speed control, ISCCSP 2006, Second International Symposium Communications, Control, and Signal Processing, 13-15 March Marrakech, Morocco.
- [63] F. Karray, and V. Modi, On the pointing robustness issue of a class of new generation spacecraft, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 40 (Issue 12):2132-2137, 1995.
- [64] D. B. Jovan, S. M. Li, and K.M. Raman, Robust adaptive variable structure control of spacecraft under control input saturation, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 24 (Issue 1):14-22, 2001.
- [65] Fayi Qu, Liangkuan Zhu, Wenlong Song, Fuzzy Adaptive Variable Structure Active Attitude Control of Flexible Spacecraft, Applied Mechanics and Materials, Vol. 44 – 47: 2070-2074, 2011.

- [66] Yu Chen, Guang Li, Chao Yang Dong, Qing Wang, Sliding Mode Predictive Control Method for Attitude Control of Networked Launch Vehicle, *Key Engineering Materials* Vol. 467 – 469: 962-967, 2011.
- [67] G. C. Hwang, and S. Chang, A stability approach to fuzzy control design for nonlinear system, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 48:279-287, 1992.
- [68] P. Rainer, Robust control by fuzzy sliding mode, *Automatica*, Vol. 30(Issue 9):1429-1437, 1994.
- [69] H. Buhler, Réglage par Mode de Glissement, Presses Polytechniques Romandes, EPFL, Ecublens, CH-1015 Lausanne, Suisse, 1986.
- [70] K. Jezernik, Robust chattering free sliding mode control of servo drives, *IJE International Journal of Electronics* 80 (1996), No. 2, pp. 169-179, 1996.
- [71] A. Sabanovic, F. Bilalovic, O. Music & F. Mehmedovic, Squirrel cage induction motor control system in the sliding mode, dans *Proc. IFAC Control Science and Technology*, 8th Triennial World Congress (Kyoto, Japan), 1981, pp. 2047-2052.
- [72] V.I. Utkin, Variable structure systems with sliding modes, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 22, N° 2, pp. 212-222, 1977.
- [73] W. Gao and J. C. Hing, Variable Structure Control of Nonlinear System, A new approach, *IEEE Trans, Ind. Elec.* Vol. 40 N°1, pp. 45-55, February (1993)
  
- [74] C. Mira, *Systèmes non-linéaires*, Hermès, 1987.
- [75] R.W. Erickson, *Fundamentals of Power Electronics*, Chapman & Hall, 115 Fifth Avenue, New York, NY, 1997.
- [76] R. Palm, D. Driankov, H. Hellendoo, *Model based fuzzy control*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1997, pp. 75-100.
- [77] A.M. Si Mohammed, M. Benyettou, A. Boudjemai, Y. Hashida, Seven state Kalman filtering for LEO microsatellite attitude determination, *Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on Signal Processing, Robotics and Automation*, pp. 151-157, February 20-22, 2010, University of Cambridge, UK.
- [78] I. Hiroshi, N. Keiken, A New Approach to Magnetic Angular Momentum Management for Large Scientific Satellites, *NEC Research & Development*, 37, 1, pp. 60-77, 1996.

- [79] S. Thongchet, S. Kuntanapreeda, Minimum time Control of Satellite Attitude using a Fuzzy Logic Controller, WSES International Conference on Fuzzy Sets & Fuzzy Systems (FSFS'01), Puerto De La Cruz, Spain, February 11-15, 2001.
- [80] G. Song, B.N. Agrawal, Vibration reduction for flexible spacecraft attitude control using PWPF modulator and smart structures, American Control Conference, Vol. 2, pp. 161-172, 1999.
- [81] T.D. Krøvel, PWPF modulation of thrusters on the micro-satellite SSETI/ESMO", Technical report, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2004.
- [82] W. Song, Y. Liu, Q. Hu, Spacecraft Vibration Suppression During Attitude Maneuver Using PWPF Modulated Input Component Commands, Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation Niagara Falls, pp. 493-498, 2005, Canada.
- [83] Q. Hu, Q. G. Ma, Variable structure control and active vibration suppression of flexible spacecraft during attitude maneuver, published in Aerospace Science and Technology, 2005.
- [84] Q. Hu, Robust integral variable structure controller and pulse-width pulse-frequency modulated input shaper design for flexible spacecraft with mismatched uncertainty/disturbance, ISA Transactions 46, pp. 505-518, 2007.
- [85] Q. Hu, Variable structure maneuvering control with time-varying sliding surface and active vibration damping of flexible spacecraft with input saturation, Acta Astronautica, 64, pp. 1085–1108, 2009.
- [86] R.Y. Chiang, Jyh-Shing Jang, Fuzzy Logic Attitude Control for Cassini Spacecraft, IEEE World Congress on Computational Intelligence, Orlando, FL, 1994.
- [87] A. Marwan, N. Farrukh, K.S.M Sahari, S. Hanim, Robust Fuzzy MIMO Bang-Bang Controller for two Links Robot Manipulators, Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 5, 12, pp. 2071-2083, 2011.
- [88] T.D. Krovel; Optimal tuning of PWPF modulator for Attitude Control, Master Thesis, 2005. Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology.



- [89] O. I. Elgerd, Control System Theory, McGraw Hill Electrical Engineering Series, McGraw-Hill. (1967)
- [90] R. Millar, & F. Vigneron, (1979), Attitude stability of a pseudorate jet-controlled flexible spacecraft, Journal of Guidance, Control and Dynamics 2(2), 111–118.
- [91] R. Roubache, M. Benyettou, A.M. Si Mohammed, A. Boudjemai, **A. Bellar**, Impact of the orbital eccentricity on the attitude performance before and after the deorbiting phase for Alsat-1, Advances in Space Research, Vol. 53, Issue 3, pp. 474-489, February 2014
- [92] F. Harashima, H. Hashimoto, and S. Kondo, Mofset Converter-Fed Position System with sliding mode control, IEEE trans. Ind. Appl. Vol. I E-32, N°3, pp. 238-244, August (1985).

## A.1 Matrice de Passage

La matrice de passage du repère orbital local au repère d'attitude est donnée par :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta + s\psi s\phi s\theta & s\psi c\phi & -c\psi s\theta + s\psi s\phi c\theta \\ -s\psi c\theta + c\psi s\phi s\theta & c\psi c\phi & s\psi s\theta + c\psi s\phi c\theta \\ c\phi s\theta & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Comme les angles d'Euler sont supposés petits, alors :

$$\mathbf{A} \approx \begin{bmatrix} 1 \times 1 + \psi \times \phi \times \theta & \psi \times 1 & -1 \times \theta + \psi \times \phi \times 1 \\ -\psi \times 1 + 1 \times \phi \times \theta & 1 \times 1 & \psi \times \theta + 1 \times \phi \times 1 \\ 1 \times \theta & -\phi & 1 \times 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Par suite, la matrice de passage, au premier ordre est donnée par :

$$\mathbf{A} \approx \begin{bmatrix} 1 & \psi & -\theta \\ -\psi & 1 & \phi \\ \theta & -\phi & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

## A.2 Equations Fondamentales de la Dynamique du Satellite

### A.2.1 Equation du "Roulis"

On a :

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_T \dot{\omega}_X &= C_{GGX} - \omega_Y (\mathbf{I}_Z \omega_Z + \mathbf{h}_Z) + \omega_Z (\mathbf{I}_T \omega_Y + \mathbf{h}_Y) - \dot{\mathbf{h}}_X \\ \mathbf{I}_T \dot{\omega}_X &= C_{GGX} - \mathbf{I}_Z \omega_Y \omega_Z - \mathbf{h}_Z \omega_Y + \mathbf{I}_T \omega_Z \omega_Y + \mathbf{h}_Y \omega_Z - \dot{\mathbf{h}}_X \\ \mathbf{I}_T \dot{\omega}_X &= C_{GGX} + (\mathbf{I}_T - \mathbf{I}_Z) \omega_Y \omega_Z - \mathbf{h}_Z \omega_Y + \mathbf{h}_Y \omega_Z - \dot{\mathbf{h}}_X \\ \mathbf{I}_T \dot{\omega}_X &= 3\omega_0^2 (\mathbf{I}_Z - \mathbf{I}_T) \phi + (\mathbf{I}_T - \mathbf{I}_Z) \omega_Y \omega_Z - \mathbf{h}_Z \omega_Y + \mathbf{h}_Y \omega_Z - \dot{\mathbf{h}}_X \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Comme

$$\begin{cases} \omega_X = \dot{\phi} - \omega_0 \psi \\ \omega_Y = \dot{\theta} - \omega_0 \\ \omega_Z = \dot{\psi} + \omega_0 \phi \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\omega}_X = \ddot{\phi} - \omega_0 \dot{\psi} \\ \dot{\omega}_Y = \ddot{\theta} \\ \dot{\omega}_Z = \ddot{\psi} + \omega_0 \dot{\phi} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Alors

$$\begin{aligned} \omega_Y \omega_Z &= (\dot{\theta} - \omega_0)(\dot{\psi} + \omega_0 \phi) \\ &= \dot{\theta} \dot{\psi} + \omega_0 \dot{\theta} \phi - \omega_0 \dot{\psi} + \omega_0^2 \phi \approx -\omega_0 \dot{\psi} + \omega_0^2 \phi \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

D'où

$$\begin{aligned} I_T (\ddot{\phi} - \omega_0 \dot{\psi}) &= 3\omega_0^2 (I_Z - I_T) \phi + (I_T - I_Z) (-\omega_0 \dot{\psi} + \omega_0^2 \phi) \\ &\quad - h_Z (\dot{\theta} - \omega_0) + h_Y (\dot{\psi} + \omega_0 \phi) - \dot{h}_X \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Par suite

$$\begin{aligned} I_T \ddot{\phi} &= (4\omega_0^2 (I_Z - I_T) + h_Y \omega_0) \phi + (-\omega_0 (I_T - I_Z) + h_Y + I_T \omega_0) \dot{\psi} \\ &\quad h_Z \dot{\theta} + h_Z \omega_0 - \dot{h}_X \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

### A.2.2 Equation du “Tangage”

$$\begin{aligned} I_T \dot{\omega}_Y &= C_{GGY} - (I_Z - I_T) \omega_X \omega_Z + \omega_X h_Z - \omega_Z h_X - \dot{h}_Y \\ I_T \ddot{\theta} &= 3\omega_0^2 (I_Z - I_T) \theta + (I_Z - I_T) (-\omega_0 \psi \dot{\psi} + \omega_0 \phi \dot{\phi} - \omega_0^2 \phi \psi) \\ &\quad + h_Z (\dot{\phi} - \omega_0 \psi) - h_X (\dot{\psi} + \omega_0 \phi) - \dot{h}_Y \\ I_T \ddot{\theta} &= 3\omega_0^2 (I_Z - I_T) \theta + h_Z \dot{\phi} - \omega_0 h_Z \psi - h_X \dot{\psi} - h_X \omega_0 \phi - \dot{h}_Y \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

### A.2.3 Equation du “Lacet”

$$\begin{aligned} I_T \dot{\omega}_Z &= C_{GGZ} - \omega_X h_Y + \omega_Y h_X - \dot{h}_Z \\ I_Z (\dot{\psi} + \omega_0 \phi) &= -h_Y (\dot{\phi} - \omega_0 \psi) + h_X (\dot{\theta} - \omega_0) - \dot{h}_Z \\ I_Z \ddot{\psi} + I_Z \omega_0 \dot{\phi} &= -h_Y \dot{\phi} + h_Y \omega_0 \psi + h_X \dot{\theta} - h_X \omega_0 - \dot{h}_Z \\ I_Z \ddot{\psi} &= (-h_Y - \omega_0 I_Z) \dot{\phi} + h_Y \omega_0 \psi + h_X \dot{\theta} - h_X \omega_0 - \dot{h}_Z \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

### A.3 LES DERIVEES PARTIELLES DE LA MATRICE A

Les dérivées partielles de la matrice d'attitude **A** par rapport aux angles d'Euler est :

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \varphi} = \begin{bmatrix} s\Psi s\theta c\varphi & -s\Psi s\varphi & s\Psi c\theta c\varphi \\ c\Psi s\theta c\varphi & -c\Psi s\varphi & c\Psi c\theta c\varphi \\ -s\theta s\varphi & -c\varphi & -c\theta s\varphi \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} -c\Psi s\theta + s\Psi c\theta s\varphi & 0 & -c\Psi c\theta - s\Psi s\theta s\varphi \\ s\Psi s\theta + c\Psi c\theta s\varphi & 0 & s\Psi c\theta - c\Psi s\theta s\varphi \\ c\theta c\varphi & 0 & -s\theta c\varphi \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \Psi} = \begin{bmatrix} -s\Psi c\theta + c\Psi s\theta s\varphi & c\Psi c\varphi & s\Psi s\theta + c\Psi c\theta s\varphi \\ -c\Psi c\theta - s\Psi s\theta s\varphi & -s\Psi c\varphi & c\Psi s\theta - s\Psi c\theta s\varphi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

Les dérivées partielles de la matrice d'attitude **A** par rapport aux quaternions est :

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_1} = 2 \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ q_2 & -q_1 & q_4 \\ q_3 & -q_4 & -q_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_2} = 2 \begin{bmatrix} -q_2 & q_1 & -q_4 \\ q_1 & q_2 & q_3 \\ q_4 & q_3 & -q_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_3} = 2 \begin{bmatrix} -q_3 & q_4 & q_1 \\ -q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_1 & q_2 & q_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_4} = 2 \begin{bmatrix} q_4 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & q_4 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & q_4 \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

### B.1 Couple Aérodynamique

L'interaction de l'atmosphère supérieure avec la surface du satellite produit un couple au tour du centre de masse. Pour un vaisseau spatial au-dessous de 400 km, le couple aérodynamique est le couple dominant de perturbation d'environnement.

La force  $d\vec{f}_{Aero}$  sur un élément de la surface  $dS$  avec la normale extérieure  $\vec{N}$  est donnée par :

$$d\vec{f}_{Aero} = -\frac{1}{2} C_D \rho V^2 (\vec{N} \cdot \vec{V}) \vec{V} dA \quad (B.1)$$

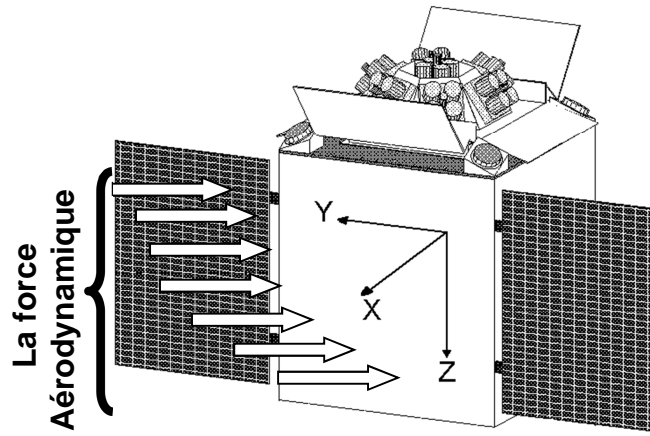


Figure B.1 Force Aérodynamique Agissant sur un Satellite

Où  $\vec{V}$  : Vecteur unitaire dans la direction de la vitesse de translation  $\mathbf{V}$  ;

$\rho$  : Densité atmosphérique;

$C_D$  : Coefficient aérodynamique.

Le couple aérodynamique  $\vec{C}_{Aero}$  agissant sur un vaisseau spatial dû à la force  $d\vec{f}_{Aero}$  est

$$\vec{C}_{Aero} = \int \vec{r}_S \times d\vec{f}_{Aero} \quad (B.2)$$

Où  $\vec{r}_S$  : Vecteur du centre de masse du satellite à l'élément de la surface  $dS$ .

$$\vec{C}_{Aero} = -\frac{1}{2} C_D \rho V^2 \left\{ \vec{r}_S \times (\vec{N} \cdot \vec{V}) \vec{V} \right\} \quad (B.3)$$

On a

$$\vec{\mathbf{r}}_S = \begin{bmatrix} r_{x_o} \\ r_{y_o} \\ r_{z_o} \end{bmatrix} ; \vec{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} n_{x_o} \\ n_{y_o} \\ n_{z_o} \end{bmatrix} ; \vec{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} v_{x_o} \\ v_{y_o} \\ v_{z_o} \end{bmatrix}$$

D'où

$$\bar{\mathbf{C}}_{\text{Aero}} = -\frac{1}{2} C_D \rho V^2 S_{\text{ref}} \left( v_{x_o} n_{x_o} + v_{y_o} n_{y_o} + v_{z_o} n_{z_o} \right) \begin{pmatrix} r_{x_o} v_{z_o} - r_{z_o} v_{y_o} \\ r_{z_o} v_{x_o} - r_{x_o} v_{z_o} \\ r_{x_o} v_{y_o} - r_{y_o} v_{x_o} \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

D'une manière générale, on a :

$$\vec{\mathbf{r}}_S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_z \end{bmatrix} ; \vec{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \vec{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} -\sin i_A \\ 0 \\ -\cos i_A \end{bmatrix}$$

Où  $i_A$  est l'angle d'incidence aérodynamique.

$$l_z = \frac{m}{M + m} \left( 1 + \frac{c}{2} \right)$$

$$S_{\text{ref}} = \left[ d \cdot l + a \left( \frac{c}{2} - \frac{m}{M + m} \left( 1 + \frac{c}{2} \right) \right) \right]$$

$l$  : longueur du mât,                       $m$  : masse d'extrémité

$M$  : masse du satellite ;                       $d$  : diamètre du mât

On trouve

$$\bar{\mathbf{C}}_{\text{Aero}} = \frac{1}{2} C_D \rho V^2 S_{\text{ref}} \sin^2 i_A \begin{bmatrix} 0 \\ -l_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Dans le repère satellite le couple devient

$$\bar{\mathbf{C}}_{\text{Aero}} = \frac{1}{2} C_D \rho V^2 S_{\text{ref}} \sin^2 i_A \left[ \mathbf{A}_{\theta\phi\psi} \right] \begin{bmatrix} 0 \\ -l_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

## B.2 Couple de Radiation Solaire

L'impact du flux lumineux sur la surface éclairée d'un satellite se traduit comme une pression, qui crée une force élémentaire sur chaque élément de surface et donc une force et un couple autour du centre de masse. La surface est soumise sous la pression de radiation à une force par unité de surface égale à la différence de vecteur entre le moment de flux incident et réfléti. Puisque la radiation solaire varie avec l'inverse de carré de la distance au soleil, la pression de radiation solaire est essentiellement indépendante de l'altitude pour un satellite dans l'orbite Terrestre. Les facteurs principaux déterminants le couple de radiation sur un satellite sont :

1. L'intensité et la distribution spectrale de la radiation incidente;
2. La géométrie de la surface et de ses propriétés optiques;
3. L'orientation du vecteur du soleil relativement au satellite.

Les principales sources de la pression de radiation électromagnétique sont :

1. L'illumination solaire;
2. La radiation solaire réfléchi par la Terre et son atmosphère (albédo Terrestre);
3. la radiation émise de la Terre et de son atmosphère.

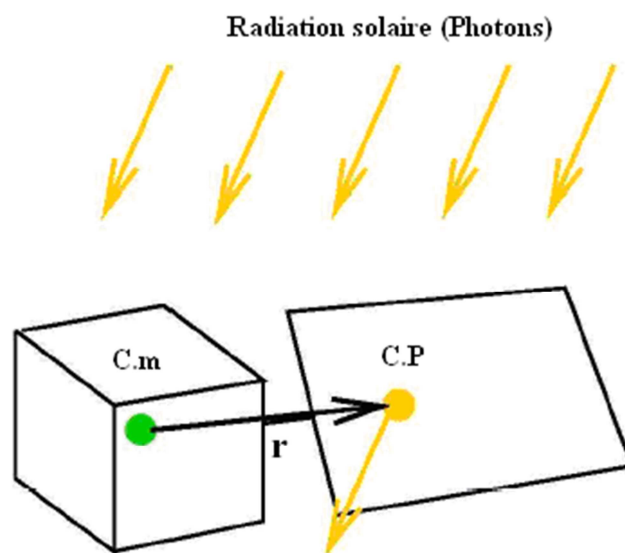


Figure B.2 Présentation de la Radiation Solaire

La radiation solaire directe est la source dominante et elle est, généralement, considérable. La force produite par le vent solaire est également normalement négligeable relativement à

la pression de radiation solaire. Le couple dominant sur un satellite de LEO est le gradient de gravité ou aérodynamique. La force de radiation solaire résulte de l'impact des photons sur le satellite. Une partie de rayonnement incident est réfléchi soit d'une forme spéculaire ( $\rho_s$ ) soit d'une forme diffusée ( $\rho_d$ ), l'autre partie est absorbée par la surface ( $\rho_a$ ).

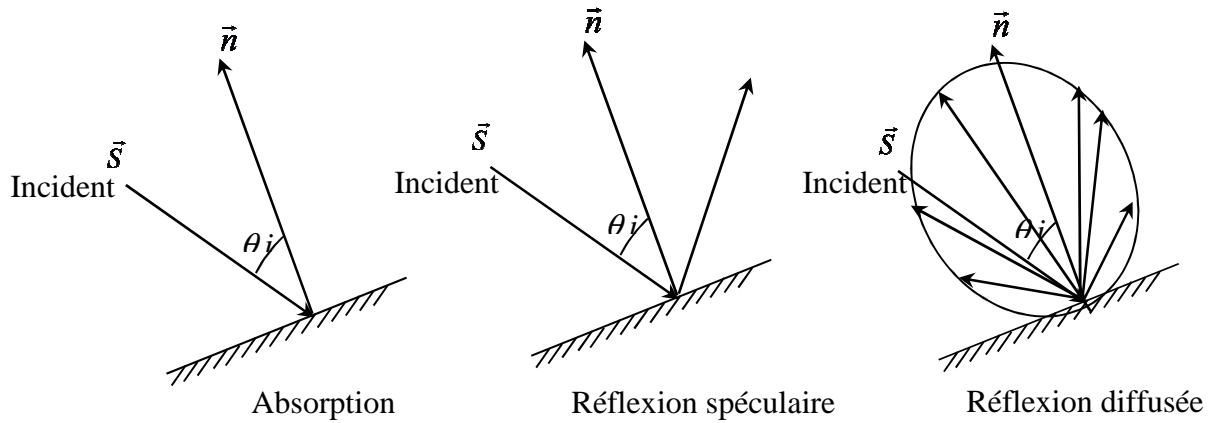


Figure B.3 Absorption et Réflexion de la Radiation Incidente

Si  $\vec{n}$  et  $\vec{t}$  sont la normale et la tangente de la surface, le couple dus aux radiations solaires est :

$$\vec{C}_{\text{radso}} = \vec{R}_{\text{CP}} \times (\gamma_1 \vec{n} + \gamma_2 \vec{t}) \quad (\text{B.7})$$

Avec

$$\gamma_1 = -\frac{C_s}{c} [\cos \theta_i + \frac{2}{3} \rho_s + \rho(1-s)\cos \theta_i] S_{\text{ref}}$$

$$\gamma_2 = -\frac{C_s}{c} [1 - \rho(1-s)] \sin \theta_i \cos \theta_i S_{\text{ref}}$$

$\vec{R}_{\text{CP}}$  : Vecteur du centre de masse au centre de pression ;

$$\text{Sachant } \vec{n} = \begin{bmatrix} n_{x0} \\ n_{y0} \\ n_{z0} \end{bmatrix} ; \vec{t} = \begin{bmatrix} t_{x0} \\ t_{y0} \\ t_{z0} \end{bmatrix} ; \vec{R}_{\text{CP}} = \begin{bmatrix} R_{x0} \\ R_{y0} \\ R_{z0} \end{bmatrix}$$



Donc

$$\vec{\mathbf{C}}_{\text{radso}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{y_0} (\gamma_1 \mathbf{n}_{z_0} + \gamma_2 \mathbf{t}_{z_0}) - \mathbf{R}_{z_0} (\gamma_1 \mathbf{n}_{y_0} + \gamma_2 \mathbf{t}_{y_0}) \\ \mathbf{R}_{z_0} (\gamma_1 \mathbf{n}_{x_0} + \gamma_2 \mathbf{t}_{x_0}) - \mathbf{R}_{x_0} (\gamma_1 \mathbf{n}_{z_0} + \gamma_2 \mathbf{t}_{z_0}) \\ \mathbf{R}_{x_0} (\gamma_1 \mathbf{n}_{y_0} + \gamma_2 \mathbf{t}_{y_0}) - \mathbf{R}_{y_0} (\gamma_1 \mathbf{n}_{x_0} + \gamma_2 \mathbf{t}_{x_0}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

D'une manière générale, on a :

$$\vec{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \vec{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} ; \vec{\mathbf{R}}_{\text{CP}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1_z \end{bmatrix}$$

Le couple de radiation solaire sera :

$$\vec{\mathbf{C}}_{\text{radso}} = \begin{bmatrix} 1_z \gamma_2 \\ -1_z \gamma_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

Dans le repère satellite, le couple devient :

$$\vec{\mathbf{C}}_{\text{radso}} = \mathbf{A}_{\theta\phi\psi} \begin{pmatrix} 1_z \gamma_2 \\ -1_z \gamma_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

### C.1 Implémentation sur Simulink

Dans cette annexe, nous présentons des parties de simulation de Simulink qui contiennent un simulateur d'attitude, les perturbations externes, les senseurs et le filtre de Kalman.

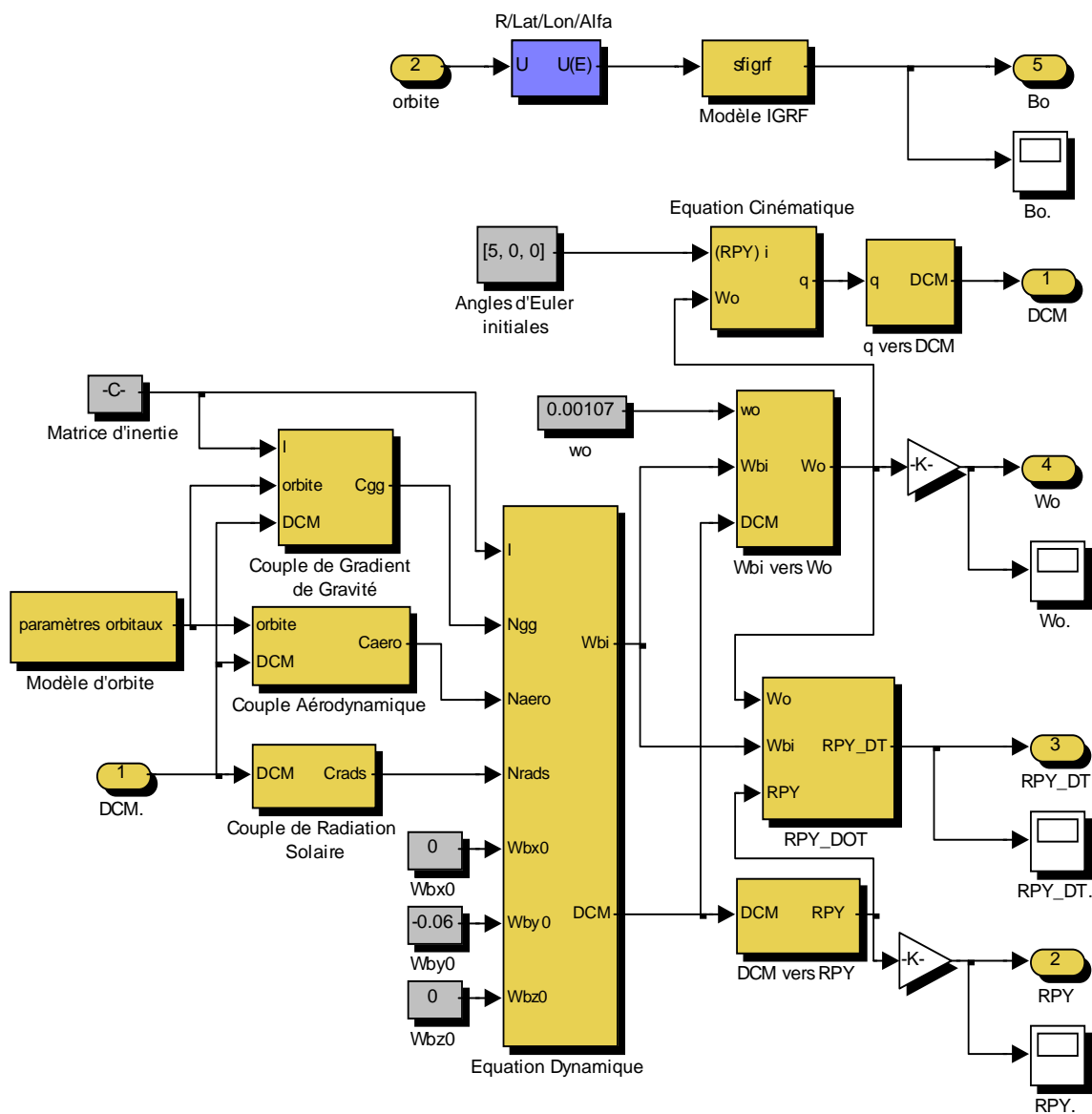


Figure C.1 Modèle Simulink d'un Simulateur d'Attitude.

Le modèle d'IGRF est programmé en C et à l'aide de la S-fonction du Simulink. Le tableau (C.1) illustre les coefficients de Gauss de l'année 2010.

Tableau C.1 Coefficients de Gauss d'IGRF d'ordre 10 pour l'année 2010.

<b>n</b>	<b>m</b>	<b>g(nT)</b>	<b>h(nT)</b>	<b>n</b>	<b>m</b>	<b>g(nT)</b>	<b>h(nT)</b>
1	0	-29556.8	---	7	6	5.5	-26.4
1	1	-1671.8	5080.0	7	7	2.0	-4.8
2	0	-2340.5	---	8	0	24.8	---
2	1	3047.0	-2594.9	8	1	7.7	11.2
2	2	1656.9	-516.7	8	2	-11.4	-21.0
3	0	1335.7	---	8	3	-6.8	9.7
3	1	-2305.3	-200.4	8	4	-18.0	-19.8
3	2	1246.8	269.3	8	5	10.0	16.1
3	3	674.4	-524.5	8	6	9.4	7.7
4	0	919.8	---	8	7	-11.4	-12.8
4	1	798.2	281.4	8	8	-5.0	-0.1
4	2	211.5	-225.8	9	0	5.6	---
4	3	-379.5	145.7	9	1	9.8	-20.1
4	4	100.2	-304.7	9	2	3.6	12.9
5	0	-227.6	---	9	3	-7.0	12.7
5	1	354.4	42.7	9	4	5.4	-6.7
5	2	208.8	179.8	9	5	-10.8	-8.1
5	3	-136.6.0	-123.0	9	6	-1.3	8.1
5	4	-168.3	-19.5	9	7	8.7	2.9
5	5	-14.1	103.6	9	8	-6.7	-7.9
6	0	72.9	---	9	9	-9.2	5.9
6	1	69.6	-20.2	10	0	-2.2	---
6	2	76.6	54.7	10	1	-6.3	2.4
6	3	-151.1	63.7	10	2	1.6	0.2
6	4	-15.0	-63.4	10	3	-2.5	4.4
6	5	14.7	0.0	10	4	-0.1	4.7
6	6	-86.4	50.3	10	5	3.0	-6.5
7	0	79.8	---	10	6	0.3	-1.0
7	1	-74.4	-61.4	10	7	2.1	-3.4
7	2	-1.4	-22.5	10	8	3.9	-0.9
7	3	38.6	6.9	10	9	-0.1	-2.3
7	4	12.3	25.4	10	10	2.2	-8.0
7	5	9.4	10.9				

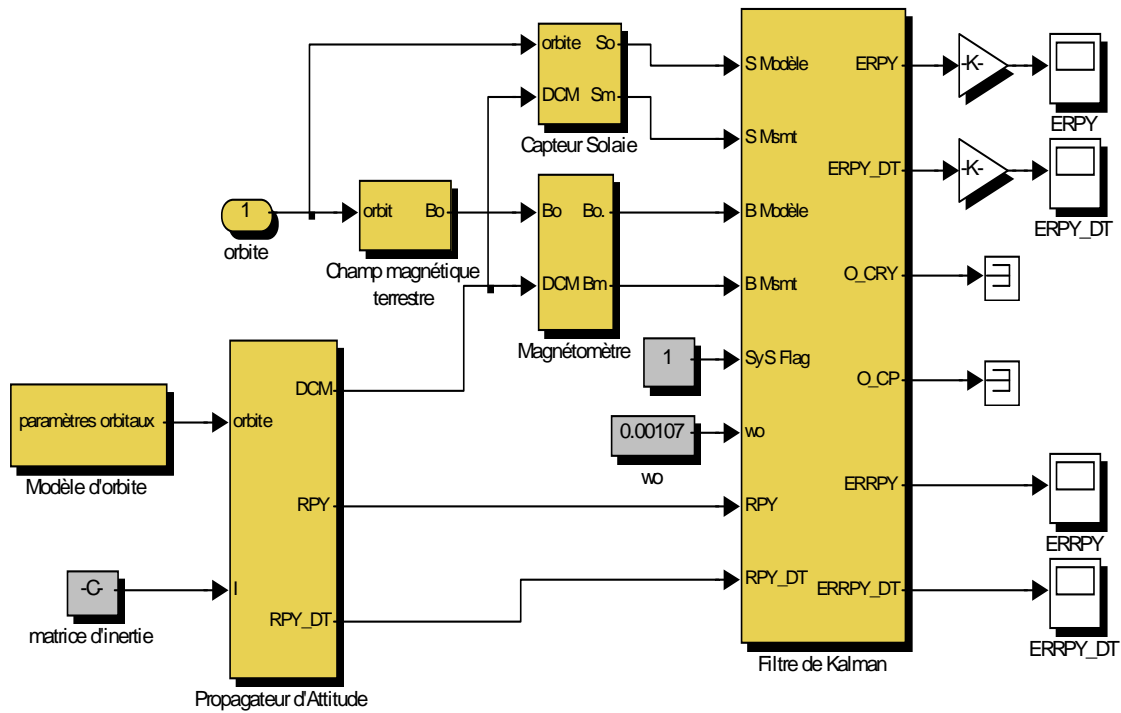


Figure C.2 Modèle Global d'Estimation d'Attitude.

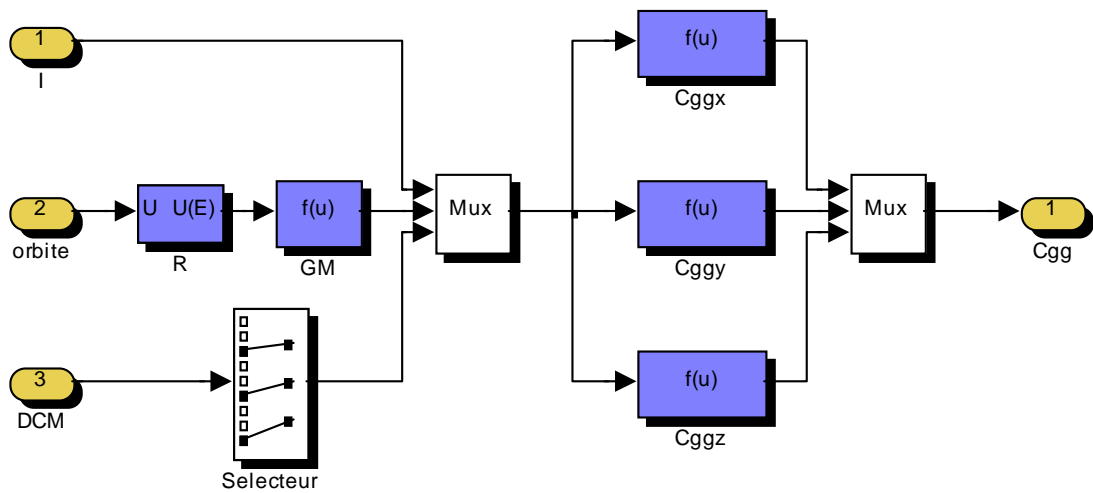


Figure C.3 Modèle Simulink du Couple de Gradient de Gravité.

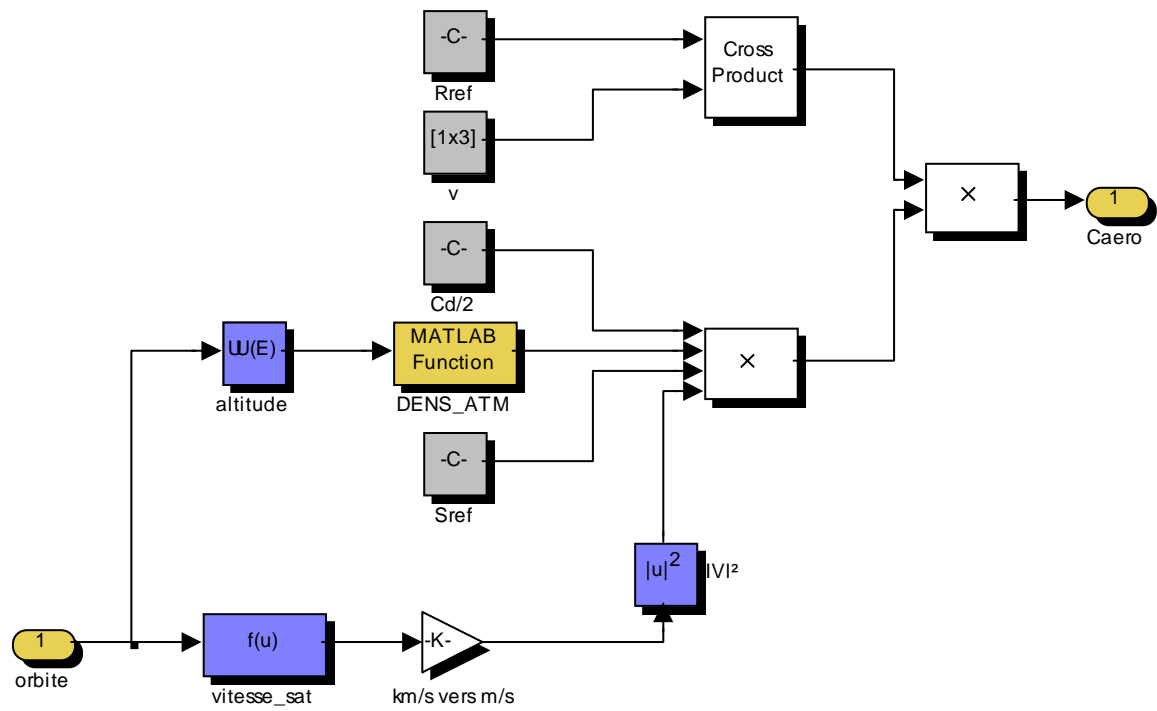


Figure C.4 Modèle Simulink du Couple Aérodynamique.

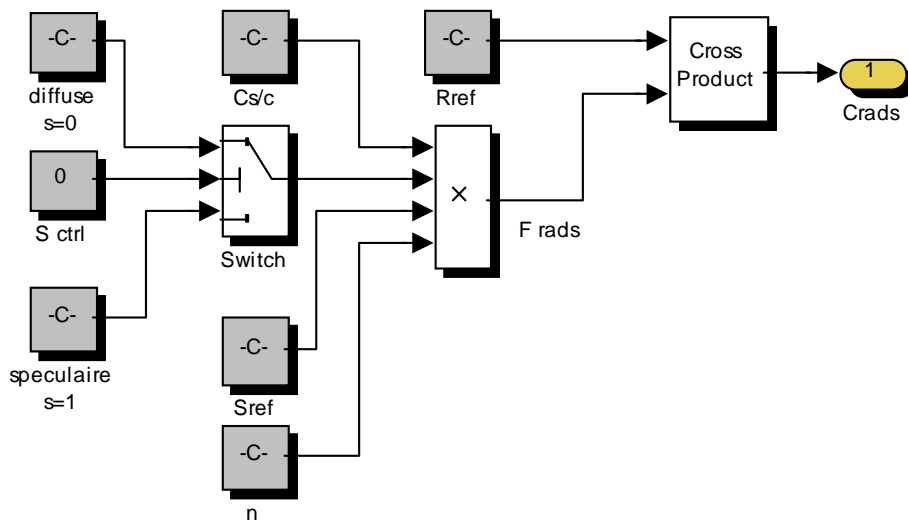


Figure C.5 Modèle Simulink du Couple de Radiation Solaire.